

FACTORES DE INTENSIDAD DE TENSIONES DE GRIETAS CERCANAS A UNA SUPERFICIE LIBRE. CALCULO Y APLICACION AL DESGASTE POR DESCAMACION.

Francisco Javier Gómez Jiménez y Javier Gil Sevillano

Centro de Estudios e Investigaciones Técnicas de Guipúzcoa. San Sebastián.

Se describe un método de cálculo de los SIF en modo I y II para grietas paralelas y cercanas a una superficie libre. Este cálculo es necesario para la aplicación de la teoría de la descamación en el desgaste por rodadura y deslizamiento, ya que, como se observa en los resultados, la influencia de la superficie libre próxima es muy elevada.

A continuación se muestran los cálculos de la longitud de grieta mínima necesaria para que exista propagación estable por fatiga en un típico caso de desgaste: la interacción rueda-carril en el ferrocarril.

A calculation method for mode I and II stress intensity factors for cracks parallel to a free surface is described. This calculation is needed for the application of the Delamination Theory of Wear by rolling and rolling-sliding. The results show that the influence of a near free boundary is highly important.

As an application, the calculation of the minimal length of propagating subsurface cracks is presented for a typical rolling-sliding wear problem: the wheel-rail contact.

1. INTRODUCCION

Se están realizando una serie de ensayos para dar un apoyo experimental a un tratamiento teórico del desgaste. Los productos de desgaste por rodadura - forma de las escamas, estriado de una de sus caras y la presencia de grietas internas que corren paralelas y cercanas a la superficie - son motivos que apoyan la validez de la Teoría de la Descamación (DTW)/1/ y actualmente se están haciendo serios esfuerzos para alcanzar una aplicación cuantitativa del modelo de Suh a este problema específico de desgaste.

2. EFEECTO DE SUPERFICIE

Las fórmulas desarrolladas para el cálculo de los SIF /2-4/ se basan en la mayoría de los casos, en las hipótesis de que la grieta está lo suficiente alejada de los contornos libres del cuerpo como para que estos no influyan sobre la distribución de tensiones existente en la grieta. Es decir, que matemáticamente, los contornos se encuentran a una distancia infinita de la posición de la grieta. El efecto de un contorno de superficie libre es aumentar las tensiones en la grieta respecto a la situación en un medio infinito. Análogamente, se puede decir que las tensiones en la grieta serán menores si el contorno próximo es un cuerpo rígido.

En la bibliografía sólo aparecen SIF para grietas del tipo de la fig. 1, que por su simetría se pueden resolver para valores de $a/h < 1$ y, como caso particular, el de la fig. 2, grieta semi-infinita cercana y perpendicular a una superficie libre. Aquí se presenta la solución de un caso general como el de la fig. 3 mediante el método alternante, viable con bastante esfuerzo de ordenador, sobre todo cuando la grieta esté muy próxima a la superficie libre.

Aplicando el método de superposición, se puede decir que el SIF de una grieta sometida a una distribución de carga cualquiera F_1 y cercana a una superficie libre será igual a la suma de:

1. Los SIF calculados para la grieta con distribución de tensiones F_1 pero considerada en sólido infinito.
2. Los SIF calculados para la misma grieta y en sólido infinito, para una distribución de cargas F_2 debida a la redistribución de tensiones de F_1 a causa del efecto de la superficie libre.

La distribución de tensiones F_2 se puede calcular aplicando el método alternante, es decir:

1. Calculando las tensiones que aparecen en la línea de superficie libre considerando sólido infinito.
2. Superponiendo en la superficie libre una distribución opuesta a la calculada en el caso anterior y calculando las tensiones en la línea de la grieta (suponiendo que ésta no existe).

Estos dos pasos se repetirán sucesivamente hasta que las tensiones de vuelta a la grieta sean lo suficientemente pequeñas para que el SIF que produzcan no sea significativo frente a la suma de los ya obtenidos en los pasos anteriores.

Veamos estos dos pasos con más detalle:

1. Para el cálculo de tensiones en la línea de la grieta (suponiendo ésta soldada), a partir de una distribución de tensiones en la superficie se pueden utilizar las fórmulas /5/ que se dan en el Apéndice A.
2. Para el cálculo de las tensiones en la superficie debidas a la distribución de tensiones internas en la grieta se utilizan las fórmulas dadas en el Apéndice B, obtenidas a partir de las fórmulas de las tensiones producidas en un sólido infinito por una distribución de tensiones internas en un agujero elíptico /6/.

La aplicación del método alternante no supone que los dos pasos anteriormente detallados deban realizarse en cada iteración. Para evitar ese proceso tan largo y costoso en tiempo de cálculo, basta realizarlo una sola vez para cargas puntuales unidad en la grieta. Con ello se calculan los coeficientes de influencia de unas posiciones respecto a otras, es decir:

$$p_i^{t+1} = a_{ij} p_j^t \quad \rightarrow \quad \{P\}^{t+1} = [A] \{P\}^t \quad (1)$$

La carga que aparece en la redistribución de tensiones por efecto de la superficie libre en el punto "i" de la grieta en la iteración "t+1", es igual a la suma de los coeficientes de influencia multiplicados por sus respectivas cargas puntuales. El coeficiente "a_{ij}" se define como la carga que aparece en el punto "i" debido a una carga unidad en el punto "j".

Existen para cada geometría 4 matrices diferentes:

1. Cálculo de tensiones normales a partir de tensiones normales [A].
2. Tensiones tangenciales a partir de tensiones normales [B].
3. Tensiones tangenciales a partir de tensiones tangenciales.
4. Tensiones normales a partir de tensiones tangenciales [D].

De esta forma, en una iteración "t" para una geometría general, se tendrá una distribución de tensiones puntuales en la grieta formada por tensiones normales {P_y} y tangenciales {T_{xy}}, que son las únicas que intervienen en los modos I y II, y:

$$\{P_y\}^{t+1} = [A] \{P_y\}^t + [D] \{T_{xy}\}^t \quad (2)$$

$$\{T_{xy}\}^{t+1} = [B] \{P_y\}^t + [C] \{T_{xy}\}^t \quad (3)$$

la carga resultante debido al efecto de superficie libre será:

$$P_y = \sum_{t=1}^{t=\infty} \{P_y\}^t$$

$$\{T_{xy}\} = \sum_{t=1}^{t=\infty} \{T_{xy}\}^t$$

con {P_y} y {T_{xy}} → 0, para t → ∞

De esta forma el problema inicial con superficie libre queda reducido a dos distribuciones (la original y la puntual de efecto de superficie) en sólido infinito.

Para el cálculo de los SIF de una grieta sometida a una distribución interna de cargas puntuales normales y tangenciales a los labios de la grieta se pueden utilizar las funciones de Green /7/ que son, para el esquema de la fig.4:

$$K1 = \frac{1}{\pi\sqrt{a}} \sum_{i=1}^{i=n} P_i \frac{\sqrt{(1+x_i)}}{\sqrt{(1-x_i)}}$$

y para el K2 se substituye P_i por Q_i .

Como para resolver esta integral por métodos numéricos con precisión aceptable se requiere una discretización muy fina, en muchos casos se pueden ajustar las discretizaciones puntuales por polinomios tal que:

$$P = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + \dots + a_mx^m$$

ya que la integral

$$K = \int_{-1}^1 (a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + \dots + a_mx^m) \frac{\sqrt{(1+x)}}{\sqrt{(1-x)}} dx$$

tiene solución analítica exacta.

3. APLICACION AL CASO DE GRIETAS PARALELAS A LA SUPERFICIE

En este caso (fig.5), las matrices [A], [B], [C] y [D] tienen la particularidad de ser simétricas o antisimétricas polarmente con respecto al elemento central, es decir:

$$[a_{ij}] \text{ con } a_{ij} = a_{pq} \quad \text{con } p = (n+1)-i \text{ y } q = (n+1)-j$$

para [A] y [B] y $a_{ij} = -a_{pq}$ para [C] y [D]

Con lo anteriormente expuesto se puede abordar el cálculo de los SIF para cualquier grieta paralela a una superficie libre en todo el semiespacio infinito.

Si se calculan los SIF para la configuración de la fig. 5 para un b/a determinado y diversos a/h se obtiene:

$$K_{b/a} = a_0 + a_1(a/h) + a_2(a/h)^2 + a_3(a/h)^3 + a_4(a/h)^4 + \dots$$

siendo a_0 el K proveniente de la fórmula de Green ($a/h=0$), de esta forma realizando el cálculo para n distintos valores b/a se obtiene:

$$\{K_{b/a}\} = [A] \{a/h\} \text{ con } \{a/h\} = (1, a/h, (a/h)^2, (a/h)^3, \dots, (a/h)^n)^T$$

y finalmente

$$K = \{K_{b/a}\}^T \{P_b\}$$

siendo P_i la carga real en la posición 'b'.

Una vez calculada la matriz $[A]$ para calcular el valor del K de una grieta a una profundidad "h" y sometida a una distribución de carga cualquiera "F", bastará con realizar el producto de $[A]$ por el vector a/h y la traspuesta del resultado multiplicarla por el vector definido por la distribución "F".

4. RESULTADOS DEL CALCULO DE LOS SIF

En las figuras 6 a 9 se representan los valores de K_1 y K_2 (valores adimensionales de K_I y K_{II}) para diferentes profundidades y diferentes tipos de cargas (polinomios hasta grado 2, tanto en tracciones como en cortaduras).

Como se preveía el efecto de superficie libre es muy fuerte en grietas cercanas a la superficie.

5. APLICACION AL DESGASTE. (TEORIA DE LA DESCAMACION)

La DTW considera que grietas de fatiga se propagan próximas a la superficie bajo la acción repetida de las cargas de contacto, siendo ésta la manera principal de separación del material en el desgaste, en vez del mecanismo de fractura estática supuesto en la teoría de la adhesión. Es evidente la naturaleza cíclica del proceso de desgaste y lo que hace atrayente a la DTW es que su desarrollo pueda realizarse utilizando los conceptos de la mecánica de la fractura. Tal desarrollo es no obstante muy complejo y la DTW no ha llegado todavía a ser una teoría que pueda predecir resultados cuantitativos. Sólo se tratarán aquí resultados relativos a un aspecto del progreso de desgaste, el primero de la secuencia de fenómenos que concluirá con la pérdida de una partícula.

La parte cercana a la pista de desgaste está fuertemente deformada; se supone que el daño estructural inducido por los altos niveles de deformación plástica produce un gran número de defectos a partir de los cuales se desarrollan grietas de fatiga, siempre que sea sobrepasado el umbral de fatiga (ΔK_{th}).

Los núcleos de fractura se suponen asociados a las inclusiones no metálicas. No parece probable la fractura transversal de las colonias de perlita, debido a que la deformación plástica es primordialmente a cortadura bajo un estado de tensiones fuertemente compresivo.

La distribución de tensiones bajo el contacto se calculó para el caso elástico lineal, sustituyendo el estado elipsoidal de tensiones superficiales normal y tangencial por una distribución de cargas puntuales. Para una presión normal máxima en el centro de 1183 MPa (que es la correspondiente a una rueda de 910 mm. de diámetro cargada con 12 Ton. sobre un carril de 14 in. de radio de cabeza), con un umbral de fatiga de 4 MPa $m^{-1/2}$ medido para este acero /8/ y con diferentes valores del coeficiente de fricción, se calculó un límite inferior para el mínimo tamaño de defecto propagable.

La amplitud del factor de intensidad de tensiones de una grieta interna, paralela y cercana a la superficie al paso de un contacto es una

mezcla de los modos I (apertura) y II (cortadura en el plano), siendo el modo II el dominante.

Para utilizar los datos disponibles de crecimiento de grietas por fatiga en modo I se ha calculado un valor efectivo de la amplitud del factor de intensidad de tensiones en base al criterio de la máxima tensión normal. El crecimiento de grietas según modos mixtos bajo un estado de tensiones de compresión se ha estudiado teniendo en cuenta la fricción en las caras de la grieta; es necesario suponer un valor para el coeficiente de "fricción interna", β , y existen varias razones que hacen suponer fundadamente que este valor debe ser muy alto (ausencia de oxidación de las superficies en la grieta, rugosidad de las mismas, etc...).

El máximo valor de ΔK_{ef} para un tamaño de contacto dado y la máxima velocidad de propagación de la grieta, o el mínimo tamaño de grieta propagable, es decir, la profundidad más probable de propagación y por lo tanto el espesor de las partículas, ocurre a profundidades de 0.1-0.2 a (siendo "a" la semianchura de la zona de contacto) dependiendo del coeficiente de fricción. Este nivel está condicionado por el nivel de tensiones tangenciales. Una consecuencia inmediata es que el campo de tensiones macroscópicas en la zona de contacto únicamente puede ser responsable de los fallos de fatiga de contacto y no del desgaste. Para ver esto con claridad, en la fig. 10 se presentan las isolíneas de tensión neta de cortadura bajo un contacto de Hertz y en la fig. 11 las isolíneas de mínimo tamaño de defecto propagable a que dan lugar y se aprecia que son del orden de mm.

El desgaste deberá ser desarrollado a partir del campo local de tensiones asociado a microcontactos distribuidos sobre la superficie del área de contacto aparente. El tamaño de las asperezas responsables de estos microcontactos debe estar relacionado con la rugosidad de las superficies, parcialmente determinada por el tamaño de las partículas de desgaste desprendidas y por la velocidad de desgaste, pero por el momento su valor no se puede predecir.

Las dos figuras siguientes (fig. 12 y 13) presentan el resultado del paso de microcontactos cargados con una presión uniforme igual a la dureza del material, lo cual puede considerarse como un límite superior para la presión del microcontacto. La primera muestra la influencia del coeficiente de fricción sobre el tamaño mínimo de nucleación de grietas y sobre la profundidad de nucleación para asperezas de 40 μm ; los valores absolutos de ambas, tamaño de nucleación y profundidad probable de crecimiento, son ahora muy lógicos si los núcleos se identifican con las inclusiones no metálicas del acero. Un coeficiente de fricción más alto (o más deslizamiento) implica nucleación de más partículas de desgaste y un ensanchamiento de la distribución de sus espesores. La última figura indica la influencia del tamaño de los microcontactos; la capacidad de nucleación de pequeños contactos es grande, pero limitada a pequeñas profundidades; grandes asperezas producirán partículas más gruesas pero menos frecuentes debido a la menor probabilidad de que existan grandes inclusiones.

APENDICE A: DISTRIBUCION DE TENSIONES SOBRE LA GRIETA

Siguiendo los pasos de otros investigadores /9-12/, se utiliza la solución de Flamant /13/ para una carga puntual f (en realidad, una línea de carga ya que se trata de deformación plana aplicada en la superficie de un semiespacio infinito, Fig. 15.

El punto P se considera que es un punto de la grieta. Sólamente interesa calcular las tensiones que no se puedan transmitir cuando aparezca la grieta, que si en este caso se considerará paralela a la superficie serán $s(y)$ y $t(xy)$ con:

$$s(y) = - \frac{2f}{\pi y} \cos^3 \theta \cos(\theta + \alpha)$$

$$t(xy) = - \frac{2f}{\pi y} \sin \theta \cos^2 \theta \cos(\theta + \alpha)$$

APENDICE B: DISTRIBUCION DE TENSIONES EN LA SUPERFICIE

Anteriormente ya se han hecho intentos en este sentido por medio de aproximaciones./9,10,11/.

En este caso se ha utilizado la solución exacta elástica de tensiones en un sólido infinito, en deformación plana, sometido a cargas en un trozo de un agujero elíptico de relación entre ejes $b/a = 0$ con lo que en realidad se trata de un corte recto pasante (grieta) dentro del sólido.

Los estados de deformación y tensión plana en régimen elástico lineal (en un sólido isotrópico, homogéneo, sin fuerzas de cuerpo ni tensiones térmicas, etc...) se pueden expresar a partir de la función de Airy por medio de dos funciones de variable compleja $z = x+iy$:

$$\phi(z) \quad \text{y} \quad \psi(z)$$

Para el caso de tensiones en un sólido infinito con un agujero elíptico se hace un cambio de variable:

$$z = \omega(\xi) = R \left(\frac{1}{\xi} + m\xi \right)$$

Para el caso de una grieta $m = 0$ y $R = a/2$, siendo a la semilongitud de la grieta, con lo que:

$$x = \frac{a}{2} \left(\rho + \frac{1}{\rho} \right) \cos(\theta) = a \sinh(u) \cos(\theta)$$

$$y = \frac{a}{2} \left(\rho - \frac{1}{\rho} \right) \sin(\theta) = a \cosh(u) \sin(\theta)$$

definiendo:

$$\Phi(\xi) = \frac{\phi'(\xi)}{\omega'(\xi)} \quad \text{y} \quad \Psi(\xi) = \frac{\psi'(\xi)}{\omega'(\xi)}$$

La tensión en un punto de coordenadas cartesianas (x,y) (o curvilíneas ρ y θ o de coordenadas cilíndricas-homofocales u y v es:

$$a(p) = \frac{C1 + \text{Real}(C2)}{2}$$

$$s(\theta) = \frac{C1 - \text{Real}(C2)}{2}$$

$$t(\rho\theta) = \frac{\text{Imag.}(C2)}{2}$$

(esto en coordenadas curvilíneas; para pasar a cartesianas hay que hacer un cambio de ejes), después,

$$C1 = 4 \text{ Real} (\Phi(\xi))$$

$$C2 = \frac{2\xi^2}{\rho^2 \bar{\omega}(\xi)} [\bar{\omega}(\xi) + \Phi'(\xi) \psi(\xi)]$$

y finalmente:

$$\phi(\xi) = \frac{P}{2\pi i} - \frac{R}{\xi} \log \frac{s2}{s1} + \left[R\left(\xi + \frac{1}{\xi}\right) - z2 \right] \log(s2 - \xi)$$

$$- \left[R\left(\xi + \frac{1}{\xi}\right) - zi \right] \log(si - \xi) \frac{X(z1 - z2)}{x+1} \log \xi \}$$

$$\Psi(\xi) = \frac{P}{2\pi i} - \frac{2R}{\xi^2 - 1} - \log \frac{s2}{s1} + R(s1 - s2) \frac{1 + \xi^2}{\xi^2 - 1}$$

$$- \bar{z}2 \log(z2 - \xi) - \bar{z}1 \log(z1 - \xi) - \frac{\bar{z}1 - \bar{z}2}{\xi^2 + 1} \log \pi -$$

$$- \frac{2(z1 - z2)}{\xi^2 - 1}$$

con $P = (p+iq)$ siendo p y q las cargas normales y tangenciales aplicadas uniformemente en el trozo de agujero $z2 - z1$ y con $s = e^i$ siendo el ángulo correspondiente a los puntos $z1$ y $z2$ respectivamente.

AGRADECIMIENTOS

Uno de los autores (F.J.G.J.) agradece al Gobierno Vasco la ayuda económica proporcionada para la realización del presente trabajo.

REFERENCIAS

- /1/ Suh, N.P., "The Delamination Theory of Wear", Wear, Vol.25, pp.111-124, 1973.
- /2/ Sih, G.C., "Handbook of stress intensity factors", Institute of Fracture and Solid Mechanics, Bethlehem, Penn., 1973.
- /3/ Lowengrub, M, Int.J.Engng. Sci., 4, 69, 1966.
- /4/ Rooke, D.P. y Cartwright, D.J., "Compendium of stress intensity factors", H.M.S.O., London, 1976.
- /5/ Saada, A.S., "Elasticity-Theory and Applications", Pergamon, 1974.
- /6/ Mushkelishvili, N.I., "Some basic problems of the mathematical theory of elasticity", Noordhoff Int. Publ., Netherlands, 1953.
- /7/ Green, A.E. y Sneddon, J.N., "The distribution of stress in the neighborhood of a slat elliptical crack in an elastic solid", Proc. Cambridge Philosophical Soc., Vol.146, 1950.
- /8/ Rodríguez Ibabe, J.M., "Propagation de grietas por fatiga en estructuras Ferrito-Perlíticas (0,5%C)", Tesis doctoral, E.S.I.I. de San Sebastián, Universidad de Navarra, 1984.
- /9/ Fleming, J.R. y Suh, N.P., "Mechanics of crack propagation in delamination wear", Wear, Vol.44, pp. 39-56, 1977.
- /10/ Rosenfield, A.R., "A fracture mechanics approach to wear", Wear, Vol.61, pp. 125-132, 1980.
- /11/ Hills, D.A. y Ashelby, D.W., "On the application of fracture mechanics to wear", Wear, Vol.54, pp. 321-330, 1979.
- /12/ Hills, D.A. y Ashelby, D.W., "The initiation of wear cracks", Wear, Vol.70, pp. 365-371, 1981.
- /13/ Saada, A.S., "Elasticity. Theory and Applications", Pergamon, Nueva York, 1974.

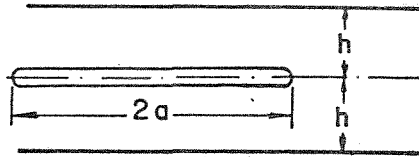


Fig. 1.- Grieta paralela a dos superficies libres.

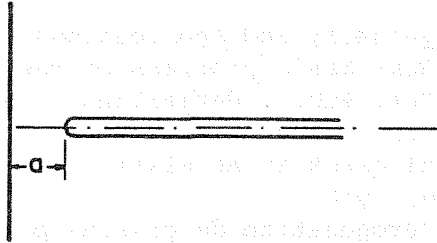


Fig. 2.- Grieta perpendicular a una superficie libre.

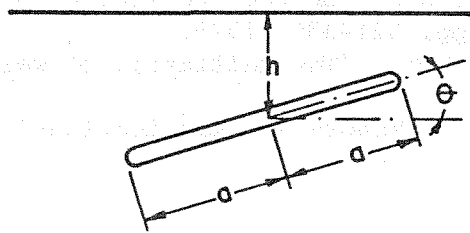


Fig. 3.- Grieta cercana a una superficie libre.

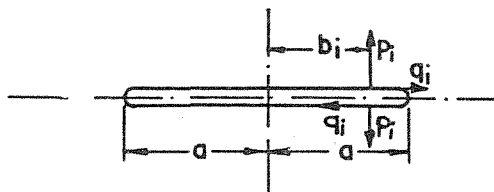


Fig. 4.- Grieta en sólido infinito.

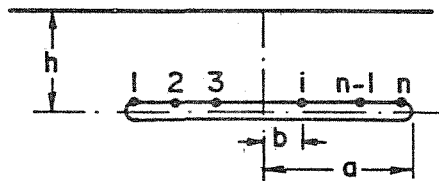


Fig. 5.- Grieta cercana y paralela a una superficie libre.

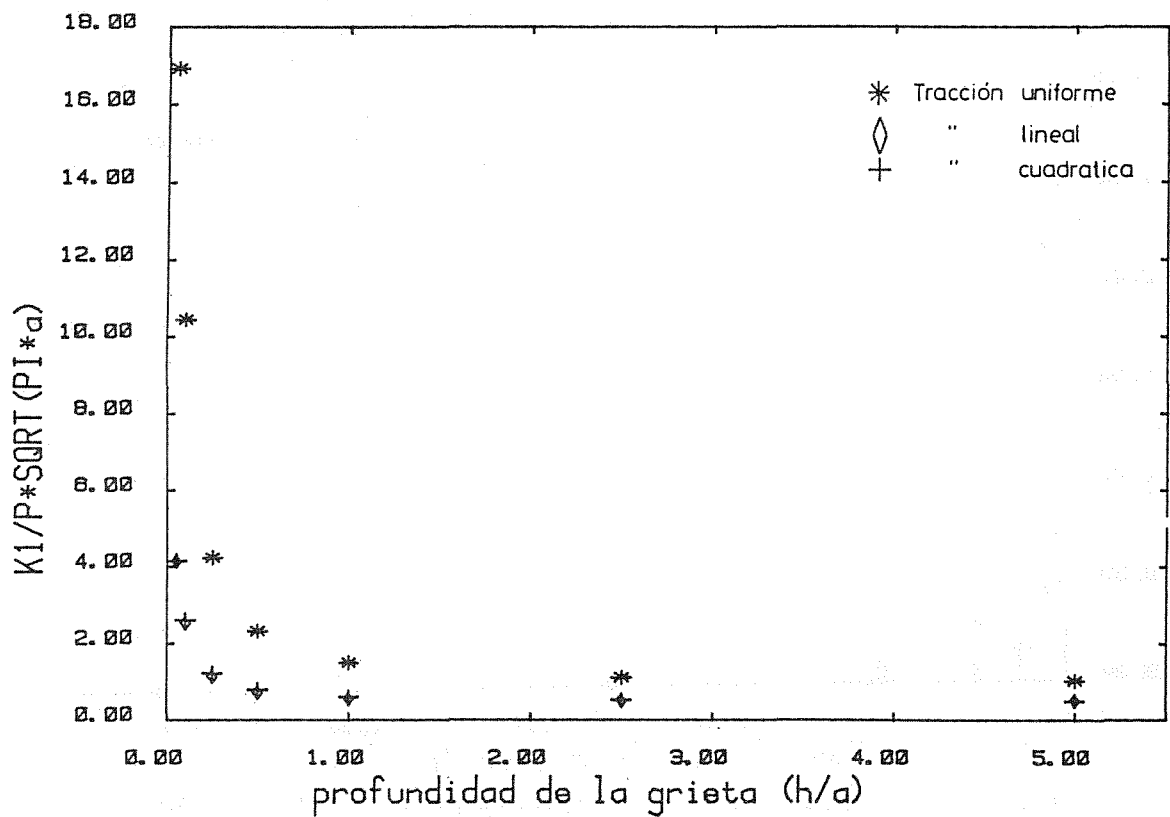


Fig. 6.- Valores de KI normalizado para diferentes tipos de carga en función de la profundidad.

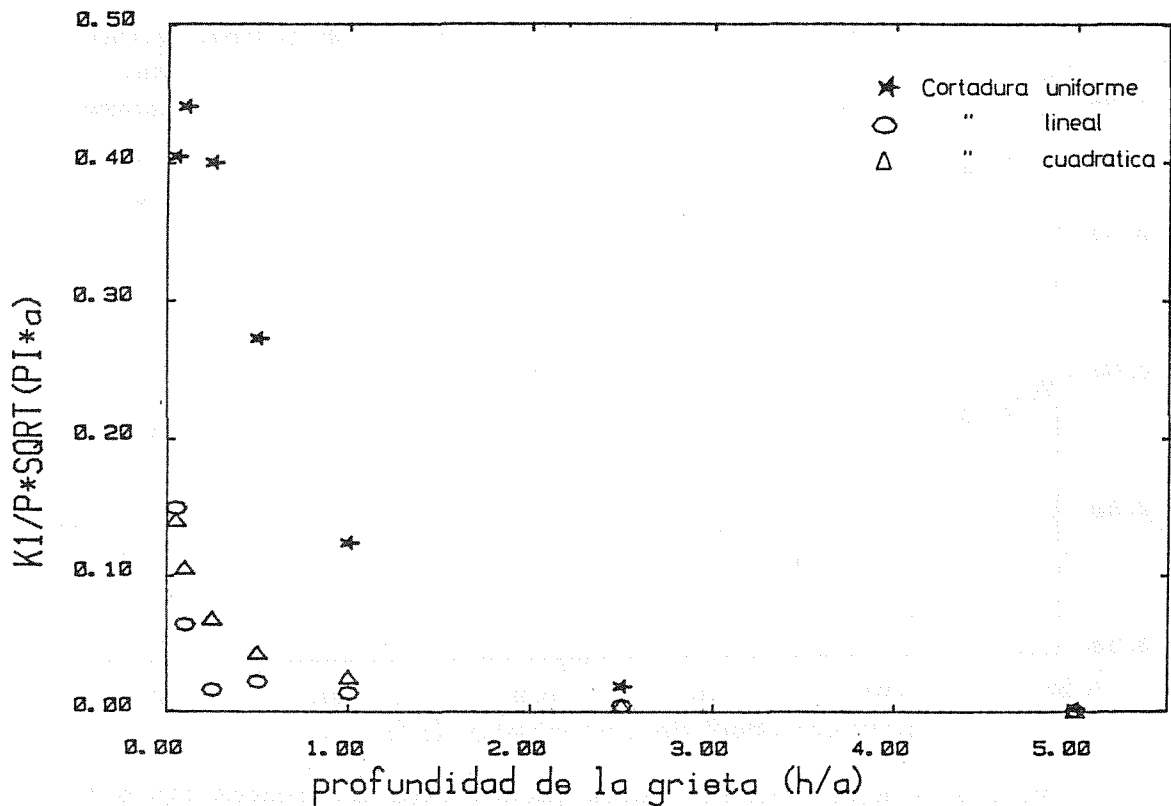


Fig. 7.- Valores de KI normalizado para diferentes tipo de carga en función de la profundidad.

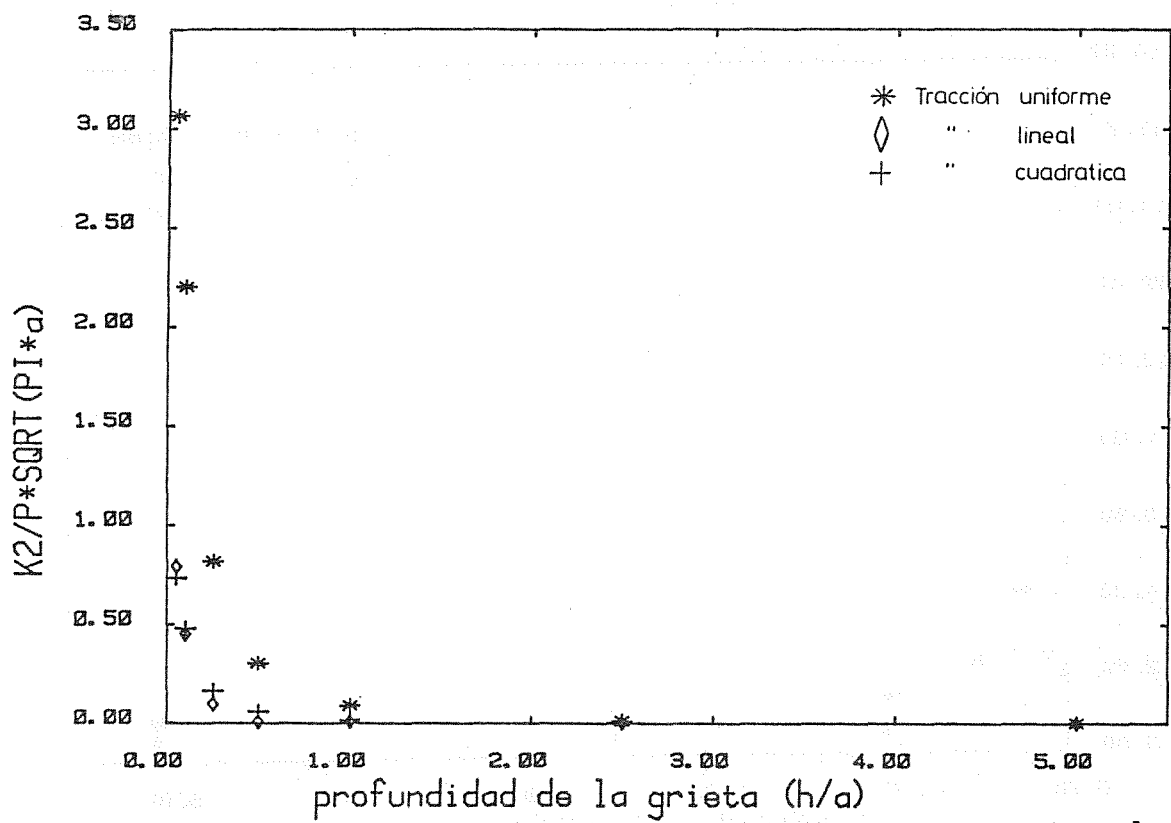


Fig. 8.- Valores de KII normalizados para diferentes tipos de carga en función de la profundidad.

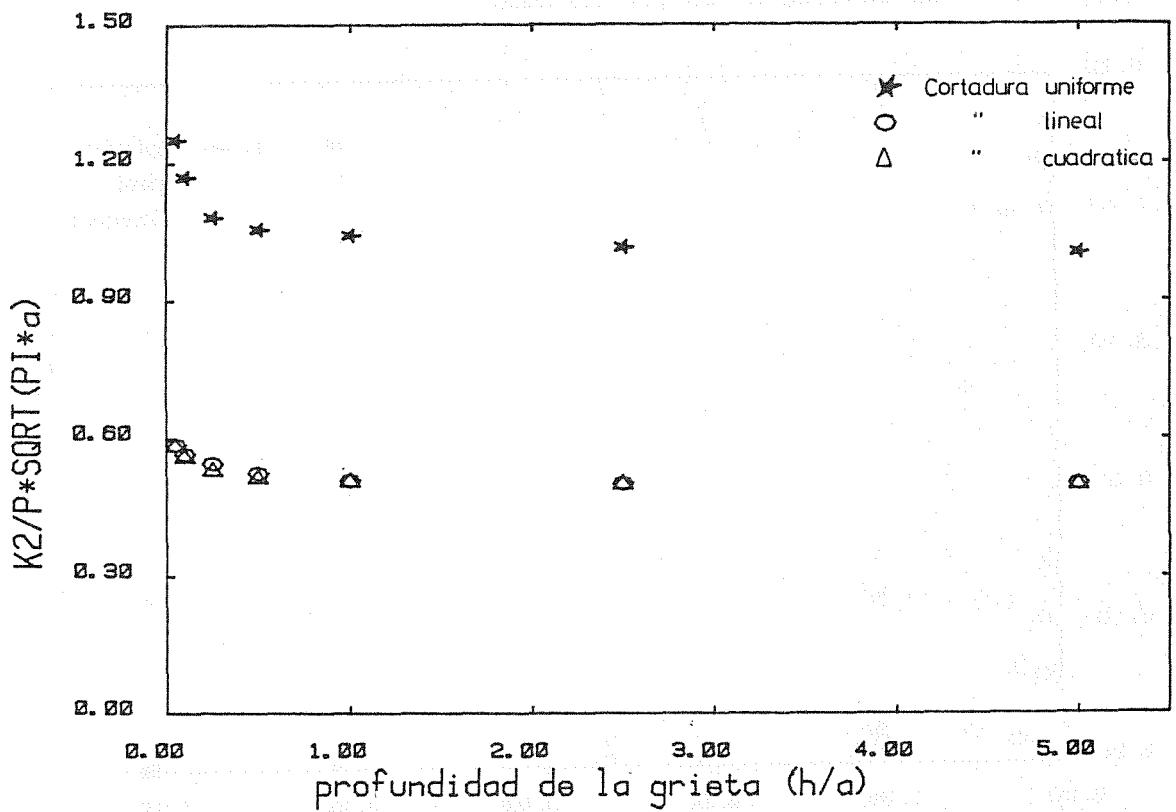


Fig. 9.- Valores de KII normalizados para diferentes tipos de carga en función de la profundidad.

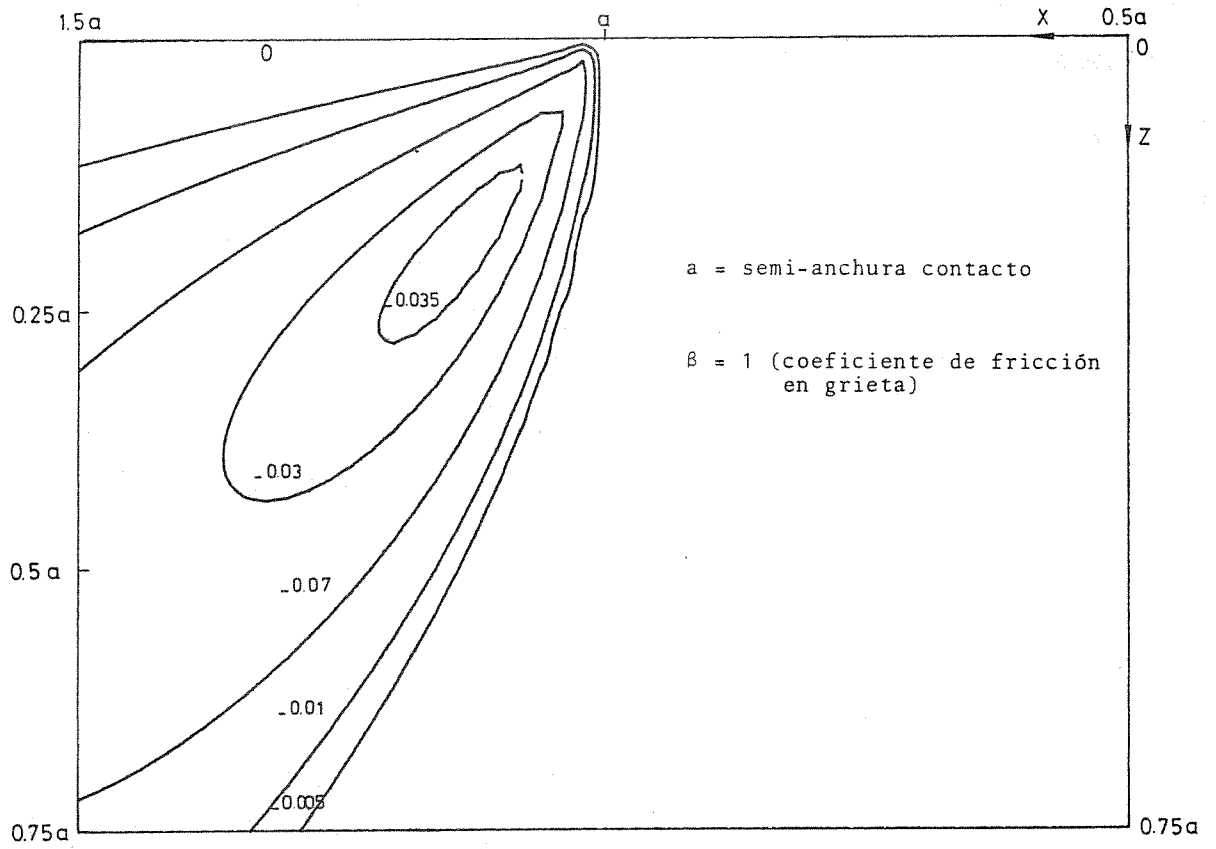


Fig. 10.- Contacto de Hertz isolíneas Zxz corregida y normalizada por la presión máxima de contacto.

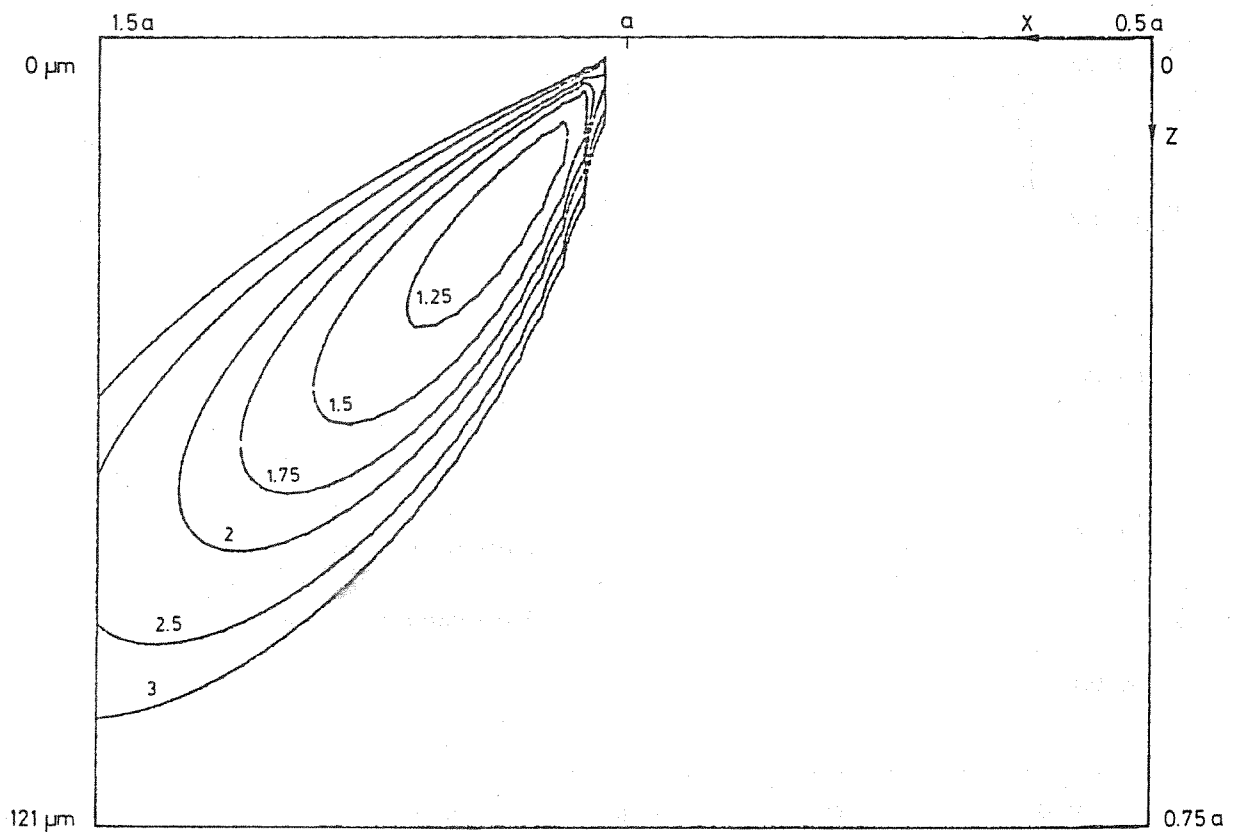


Fig. 11.- Isolíneas tamaño mínima de grieta en mm

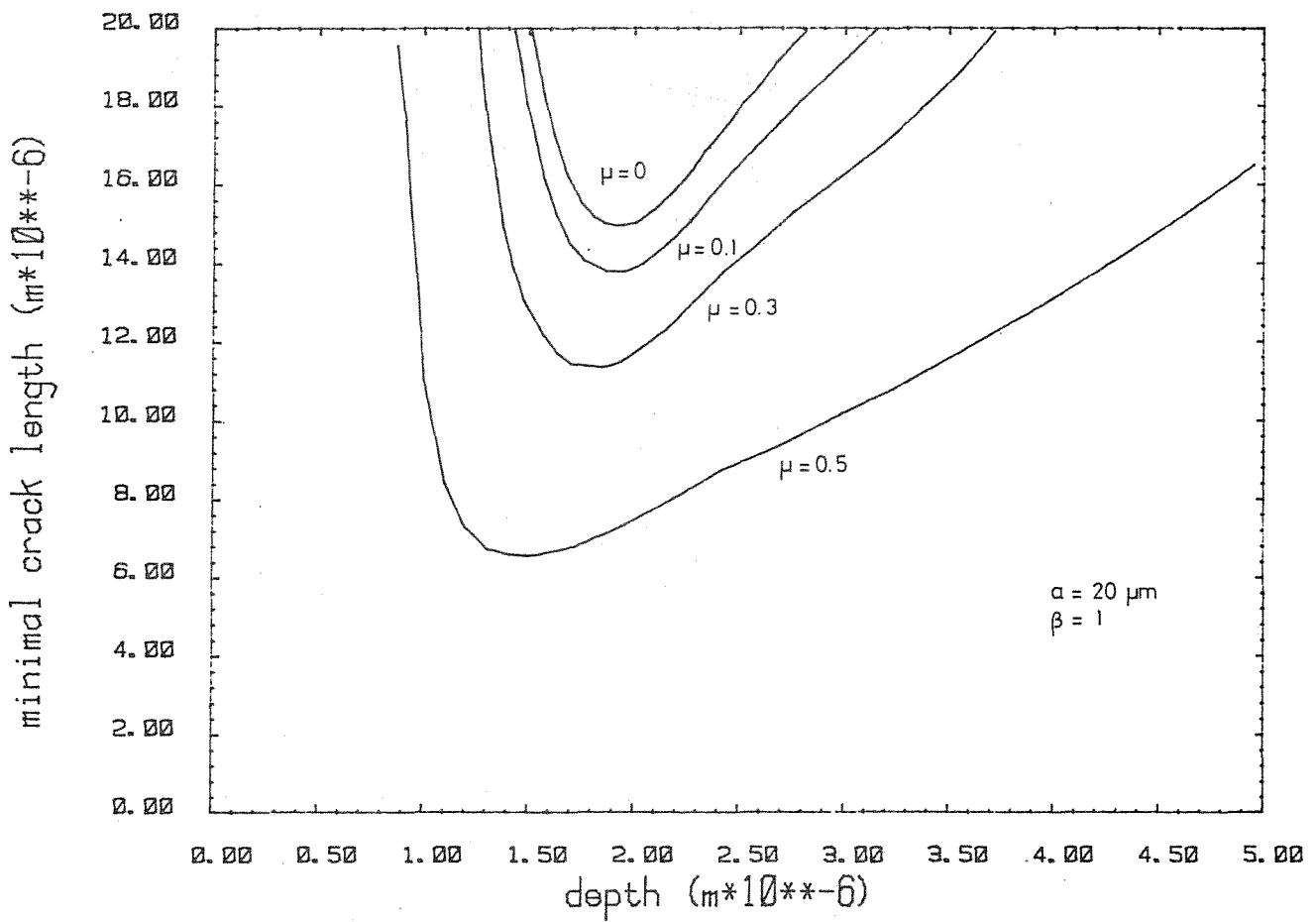


Fig. 12.- Longitud mínima de grieta para cada profundidad en función del coeficiente de fricción externo.

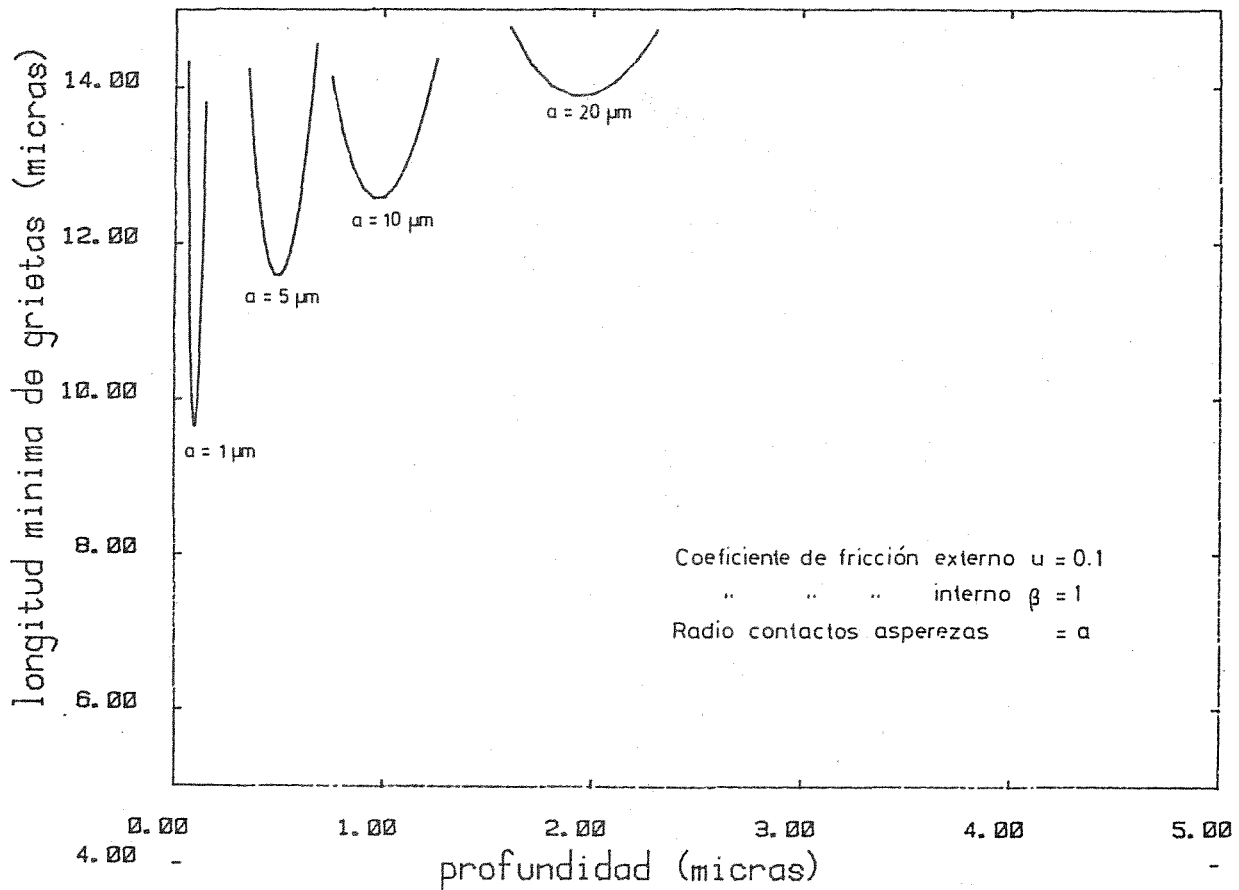


Fig. 13.- Longitud mínima de grietas para cada profundidad en función del tamaño de la aspereza.

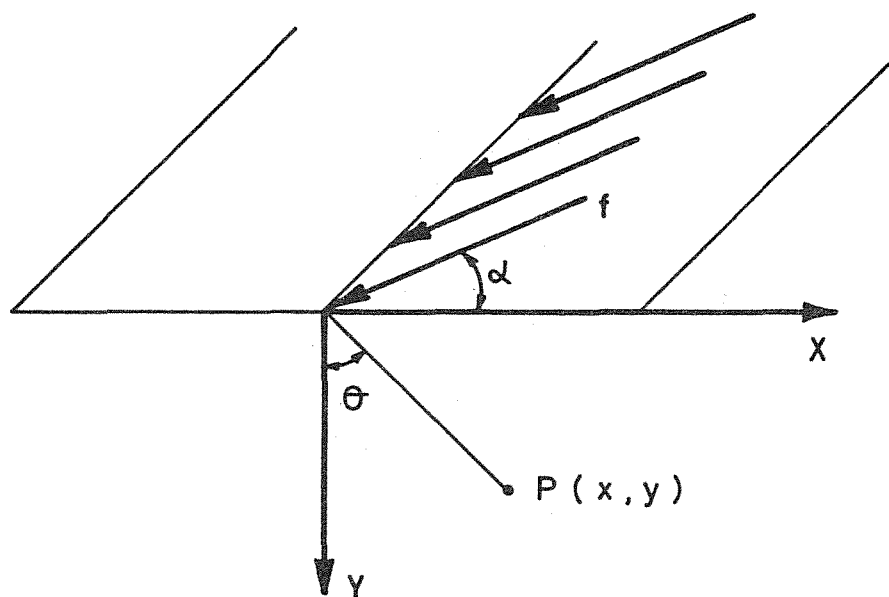


Fig. 14.- Esquema de carga superficial.