

APLICACION DE LA INTEGRAL INVARIANTE A AL ESTUDIO DE PROPAGACION DINAMICA DE GRIETAS

J.M. MARTINEZ ESNAOLA, J.M. BASTERO DE ELEIZALDE

CEIT (Centro de Estudios e Investigaciones Técnicas de Guipúzcoa)
Bº de Ibaeta, s/n. 20009 - SAN SEBASTIAN -

En esta comunicación, se presenta un nuevo método para la resolución del problema de propagación de una grieta en un medio elástico lineal e isotrópico. En este estudio de propagación, el análisis de Fractura se realiza mediante una integral invariante (integral A) definida mediante un campo auxiliar de desplazamientos, y el crecimiento de la grieta se simula mediante la técnica de relajación nodal.

In this paper, a new method of solving the problem of fast propagation of a crack in a linear elastic isotropic medium is shown. A path-independent integral (integral A), which was defined using an auxiliary displacement field, and nodal release to simulate the crack growth are used in this propagation study.

1.- INTRODUCCION

La caracterización completa del comportamiento de un material a Fractura dinámica es un objetivo complejo que requiere una importante interacción entre los trabajos metalúrgicos y mecánicos. La dificultad en la medida experimental de velocidades de propagación del orden de 10^3 m/s y la complejidad de la teoría matemática de la Fractura dinámica son bien conocidas /1-2/.

Estos hechos han conducido a que el análisis de los materiales en su comportamiento frente a Fractura dinámica se aborde a través de dos estudios complementarios, denominados de generación y de propagación.

En el estudio de generación se supone conocida la evolución temporal del crecimiento de la grieta $[a=a(t)]$, y por tanto su velocidad de propagación en cada instante $[\dot{a}=\dot{a}(t)]$ y el objetivo es la determinación del Factor de Intensidad de Tensión instantáneo para un sistema de cargas dado /3-6/.

Como puede entenderse fácilmente, este estudio no permite por si solo el análisis completo de un problema de Fractura dinámica. En efecto, el problema más general que cabe plantearse frente al fenómeno de propagación inestable de una grieta, concierne a la determinación de la velocidad instantánea de crecimiento y de la longitud final -en caso de detención-, cuando se conocen la geometría de la estructura, las características del material, y las cargas mecánicas presentes, y se postula la existencia de una grieta inicial de tamaño dado.

El problema planteado en estos términos es indudablemente de gran interés desde el punto de vista ingenieril, y se engloba en el ámbito de lo que en la bibliografía se denomina estudio de propagación. En esencia, se trata de predecir el comportamiento de una grieta en el seno de una estructura sometida a un sistema de cargas y condiciones de contorno conocidas.

A lo largo de este trabajo se va a presentar un estudio de propagación basado en el empleo de una integral invariante, la integral A /7-8/, definida con el concurso de un campo auxiliar de desplazamientos. Para evaluar la aplicabilidad de este estudio, se resuelve un caso práctico y se comparan los resultados con los obtenidos previamente por otros investigadores.

2.- ESTUDIOS DE PROPAGACION

Como se ha dicho en el apartado precedente, los estudios de propagación tienen por objeto determinar en una estructura y sistema de cargas dados: a) si una grieta preexistente (de longitud conocida) se propaga o no; b) en caso de propagarse, la velocidad instantánea de crecimiento; c) y en consecuencia, si la grieta se detiene y a qué profundidad.

En este ámbito, la caracterización del material en su comportamiento frente al fenómeno de propagación de grietas juega un papel primordial, y ha sido objeto de estudio por parte de numerosos investigadores, llegándose a definir un parámetro denominado tenacidad a Fractura dinámica, K_{ID} .

Existe hoy día una viva controversia acerca de la unicidad-y aún existencia- de ese parámetro /9-10/. Dejando al margen esa problemática, que se aparta claramente del propósito de estas líneas, aceptaremos que existe, que está unívocamente relacionado con la velocidad de propagación y que se expresa como:

$$K_{ID} = K_{ID}(\dot{a}) \quad (1)$$

Con esta hipótesis seguimos el sentir más general y extendido entre los especialistas /9-10/. Sin embargo la validez del método que se va a desarrollar es general y bastaría modificar ligeramente las ecuaciones, que se escribirán a continuación, para adecuarlas al caso de que la tenacidad a Fractura dinámica fuese también función, por ejemplo, de la aceleración de propagación de la grieta.

El criterio de Fractura puede expresarse de la forma siguiente:

$$f(\dot{a}) = K_I(t, \dot{a}) - K_{ID}(\dot{a}) = 0 \quad (2)$$

y esta ecuación debe interpretarse también como una auténtica ecuación del movimiento, de manera que en cada instante de tiempo t , la grieta se propaga a la velocidad \dot{a} que satisface esa ecuación.

A la vista de la ecuación (2) resulta evidente el carácter no lineal del problema planteado: para calcular la velocidad instantánea de propagación es necesario conocer el valor del Factor de Intensidad de Tensión cuya determinación requiere a su vez el conocimiento del movimiento de la grieta.

Para resolver este problema, se procede de un modo iterativo e incremental. En efecto, supongamos que en el instante t_1 se conoce la velocidad \dot{a}_1 y por consiguiente el Factor de Intensidad de Tensión que satisfacen la ecuación anterior, es decir, se verifica:

$$f(\dot{a}_1) = K_I(t_1, \dot{a}_1) - K_{ID}(\dot{a}_1) = 0 \quad (3)$$

En el instante $t_2 = t_1 + \Delta t$ la velocidad será:

$$\dot{a}_2 = \dot{a}_1 + \Delta \dot{a} \quad (4)$$

y el Factor de Intensidad de Tensión:

$$K_I(t_1 + \Delta t, \dot{a}_1 + \Delta \dot{a}) = K_I(t_1, \dot{a}_1) + \frac{\partial K_I}{\partial t} \Big|_{t_1, \dot{a}_1} \Delta t + R = K_I^P + R \quad (5)$$

siendo R un residuo.

Esta predicción del Factor de Intensidad de Tensión, K_I^P , puede utilizarse para calcular el valor de la velocidad \dot{a}_2 en el instante t_2 de manera que se satisfaga la relación:

$$K_I^P(t_2, \dot{a}_2) - K_{ID}(\dot{a}_2) = 0 \quad (6)$$

De este modo, conocida la velocidad de propagación \dot{a}_2 en el instante t_2 puede calcularse el Factor de Intensidad de Tensión $K_I(t_2, \dot{a}_2)$, y, en consecuencia, evaluar el error cometido en la aproximación.

$$K_I(t_2, \dot{a}_2) - K_I^P(t_2, \dot{a}_2) \quad (7)$$

que será evidentemente función del residuo R de la ecuación (5).

3.- EMPLEO DE LA INTEGRAL A

La sistemática precedente se ha concretado con el uso de la integral A para determinar el valor de $\partial K_I / \partial t$. En efecto, reparemos que la integral A-vid figura 1-.

$$A=C(\dot{a}) K_I(t) = \int_{\Gamma_I} \left[(T_i \hat{u}_i - \hat{T}_i u_i) dl - \rho \dot{a}^2 \left(\frac{\partial u_i}{\partial x} \hat{u}_i - \frac{\partial \hat{u}_i}{\partial x} u_i \right) dy \right] +$$

$$+ \int_{\Sigma} \rho \left(- \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} + 2\dot{a} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x \partial t} + \ddot{a} \frac{\partial u_i}{\partial x} \right) \hat{u}_i ds \quad (8)$$

suministra el valor del Factor de Intensidad de Tensión $K_I(t)$. Una derivación temporal y la hipótesis de velocidad de propagación de la grieta constante conducen a la expresión de $\partial K_I / \partial t$.

$$A=C(\dot{a}) \frac{\partial K_I(t)}{\partial t} = \int_{\Gamma_I} \left[\left(\frac{\partial T_i}{\partial t} \hat{u}_i - \hat{T}_i \frac{\partial u_i}{\partial t} \right) dl - \right.$$

$$\left. - \rho \dot{a}^2 \left(\frac{\partial^2 u_i}{\partial x \partial t} \hat{u}_i - \frac{\partial \hat{u}_i}{\partial x} \frac{\partial u_i}{\partial t} \right) dy \right] -$$

$$- \int_{\Sigma} \rho \hat{u}_i \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} - 2\dot{a} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x \partial t} - \ddot{a} \frac{\partial u_i}{\partial x} \right) ds \quad (9)$$

A pesar de la notable complejidad de las expresiones integrales presentes en las ecuaciones (8) y (9), hay que tener presente que, como contrapartida, se emplean los campos de tensiones y desplazamientos en la lejanía de la grieta. En consecuencia, el análisis por elementos finitos puede efectuarse mediante un código de elementos standard, y el crecimiento de la grieta puede simularse de forma aproximada a través de la relajación nodal.

4.- RESULTADOS

Como muestra de los resultados obtenidos con la implementación de esta técnica, se presenta aquí la simulación numérica de un ensayo de laboratorio realizado por Kalthoff y sus colaboradores sobre una probeta RDCB de Araldita.

En la figura 2 se muestran la geometría de la probeta con la discretización utilizada y las propiedades físicas del material. La figura 3 representa la tenacidad dinámica determinada experimentalmente por Kalthoff /11/ y que ha sido empleada en la simulación.

En la figura 4 aparecen:

- A trazo continuo, la predicción de Factor de Intensidad de Tensión.
- A puntos, la evolución de la grieta.
- A trazo de punto y raya, la predicción de la velocidad de propagación hasta la detención.

Los resultados obtenidos muestran una excelente correlación con los resultados en la bibliografía. A efectos comparativos, se muestran también los resultados obtenidos por Nishioka y Atluri /6/ mediante una técnica de predicción diferente.

5.- CONCLUSIONES

Los resultados expuestos muestran una estimable concordancia con los obtenidos numericamente por Nishioka y Atluri /6/ con la gran ventaja de que el tiempo de computador se reduce sensiblemente.

Aunque no se da ningún dato al respecto en el artículo citado, se ha podido comprobar, en los estudios de generación, que el empleo de la integral invariante A y la técnica de relajación nodal suponen una reducción importante del tiempo de computación (del orden del 60%) frente a formulaciones que utilizan elementos especiales.

En el caso concreto que nos atañe, el tiempo de CPU en un computador Digital VAX 11/780 con 4 Mb de memoria y procesador de como flotante ha sido de 40 minutos.

REFERENCIAS

- /1/ Kanninen, M.F., "Numerical Methods in Fracture Mechanics", Ed. D.R.J. Owen, A.R. Luxmoore, pp. 612-633, (1980).
- /2/ Kanninen, M.F., "Numerical Methods in Fracture Mechanics", Ed. D.R.J. Owen, A.R. Luxmoore, pp. 433-456, (1980).
- /3/ Kobayashi, A.S., "Nonlinear and Dynamic Fracture Mechanics", Ed. N. Perrone, S.N. Atluri, ASME, AMD 35, pp. 19-36, (1979).
- /4/ Atluri, S.N. Nishioka, T., Nakagaki, M., "Nonlinear and Dynamic Fracture Mechanics", Ed. N. Perrone, S.N. Atluri, ASME, AMD 35, pp. 37-66, (1979).
- /5/ Nishioka, T., Atluri, S.N., Eng. Fract. Mech., 16 , pp. 157-175, (1982).
- /6/ Nishioka, T., Atluri, S.N., Eng. Fract. Mech., 16 , pp. 303-332, (1982).
- /7/ Miranda, I., Bastero, J.M., Mnez. Esnaola, J.M., Anales de Mecánica de la Fractura, 2 , pp. 121-128, (1985).
- /8/ Atkinson, C., Bastero, J.M., Miranda, I., "Path Independent Integrals in Fracture Dynamics Using Auxiliary Fields" , a publicar en Eng. Fract. Mech.
- /9/ Dally, J.W., Fourney, W.L., Irwing, G.R., Int. J. Fract., 27 , pp. 159-168, (1985).
- /10/ Kanninen, M.F., Int. J. Fract., 27 , pp. 299-312, (1985).
- /11/ Kalthoff, J.F., Beinert, J., Winkler, S., "Fast Fracture and Crack Arrest", ASTM, STP 627, pp. 161-176, (1977).

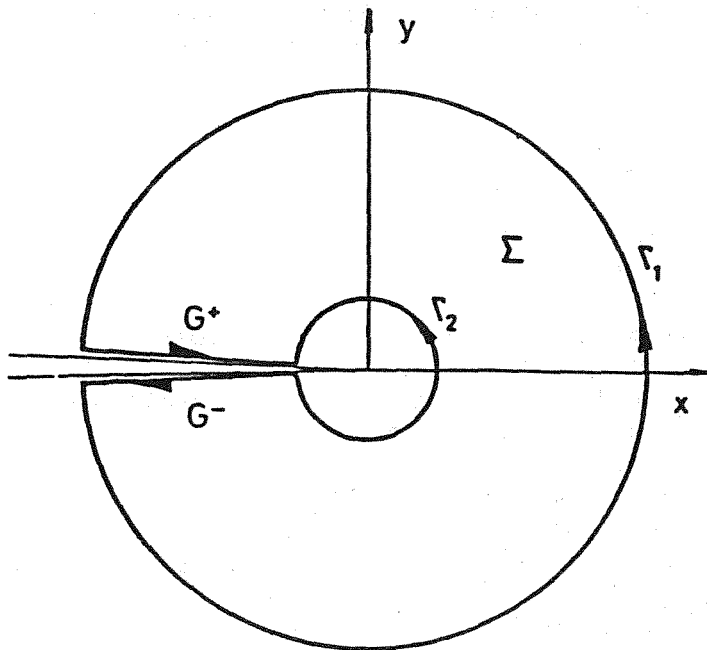
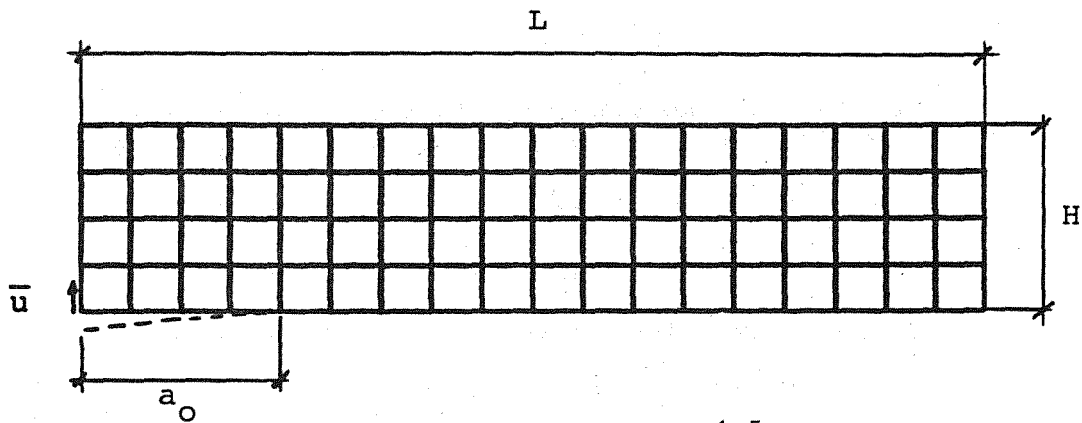


Fig. 1 - Selección del contorno de integración.



$$E = 3380 \text{ MN/m}^{1.5}$$

$$\nu = 0.33$$

$$\rho = 1172 \text{ Kg/m}^3$$

$$L = 305 \text{ mm}$$

$$H = 63.5 \text{ mm}$$

$$a_0 = 67.8 \text{ mm}$$

Fig. 2 - Geometría, discretización y propiedades físicas de la probeta.

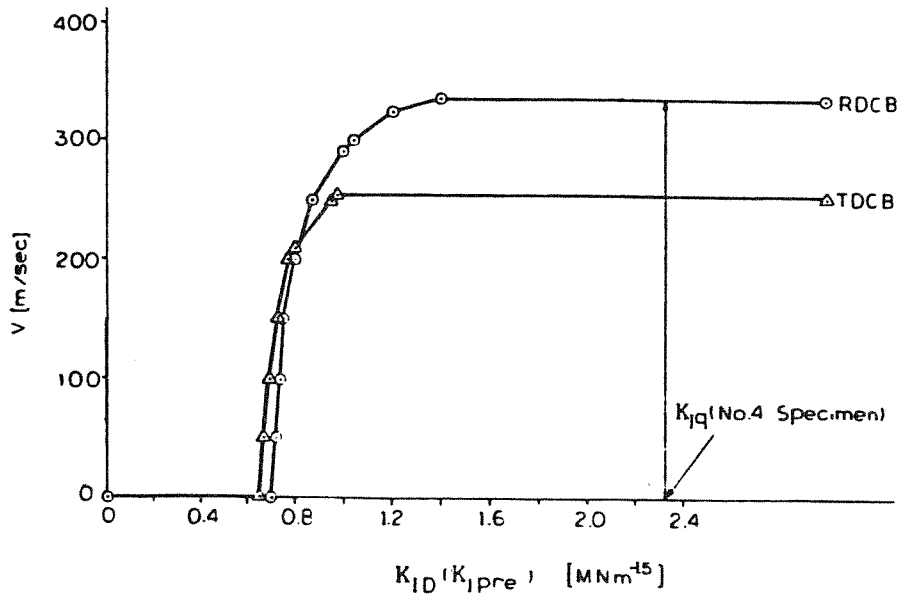


Fig. 3 - Tenacidad dinámica (Kalthoff /11/).

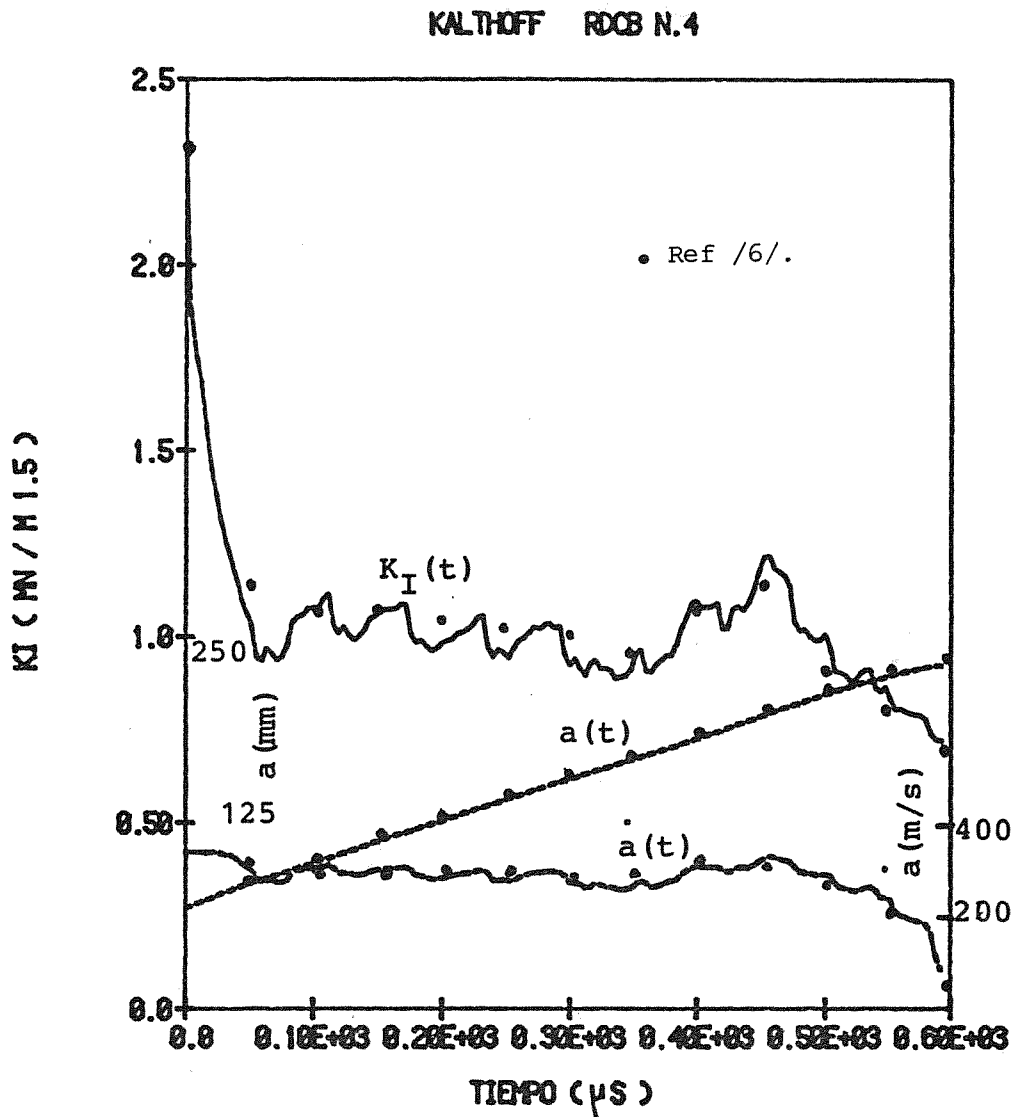


Fig. 4 - Variación del Factor de Intensidad de Tensión dinámico y predicción del movimiento de la grieta.