

METODO DE CALCULO NUMERICO, APLICADO A LA FRACTURA DEL HORMIGON

Pablo Maturana y Manuel Elices

**Departamento de Física y Física de Materiales
E.T.S. Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos
Universidad Politécnica de Madrid**

RESUMEN

El objetivo de este trabajo ha sido implementar un modelo de fractura del hormigón para el cálculo por ordenador, partiendo del concepto de fisura con cohesión /4, 11/.

El modelo se ha comprobado con los resultados experimentales de Petersson /7/, para los que se conocen los parámetros necesarios y se ha obtenido una buena concordancia.

En este estudio se ha detectado una gran sensibilidad del modelo a la forma descendente de la curva σ - ϵ en un ensayo de tracción simple de hormigón (que es un dato de entrada) y a la rigidez al esfuerzo cortante del hormigón fisurado.

ABSTRACT

The objective of this paper is to implement a computer program modelling the fracture behaviour of concrete according to the cohesive crack models /4, 11/.

To check this model, numerical calculations have been compared with Petersson's experimental results /7/, because the needed parameters are well known.

This work has shown that the model is very sensitive to the descending branch of a direct tensile test (an input data for calculations) and to shear stiffness of cracked concrete.

1.- INTRODUCCION

El comportamiento a tracción y la fisuración del hormigón están íntimamente relacionados /4/, lo cual hace esperar que la Mecánica de Fractura empiece a incorporarse en las ecuaciones constitutivas del hormigón.

El modelo que se ha utilizado considera que cuando en una región las tracciones alcanzan un valor f_t (resistencia a tracción del hormigón), se produce una singularidad en una banda en la cual se localiza la deformación, que es la región de fractura, de manera que las microfisuras existentes en dicha zona darán paso posteriormente a la formación de la macrogrieta /9/. Así el material fuera de la zona de fractura se descarga y las microfisuras pueden detenerse e incluso cerrarse.

De esta manera el modelo plantea dos ecuaciones distintas, una para el material "sano" y la otra para el material "deteriorado" que se encuentra en la zona de fractura.

En esta comunicación se plantea en forma muy breve el modelo teórico (el modelo se encuentra ampliamente desarrollado en las referencias /4/ y /10/) y luego se analizan los resultados obtenidos tras haber implementado el modelo en un programa de Elementos Finitos.

2.- DESCRIPCION DEL MODELO

En los modelos de zona cohesiva (figura 1) se supone que el hormigón es capaz de soportar tracciones entre la zona situada entre el fondo de la entalla y el punto donde la tensión alcanza el valor f_t . A esta región se la llama zona cohesiva y se puede modelizar suponiendo que la anchura es infinitesimal /5, 6/ o igual a varias veces el tamaño del árido utilizado, (casi siempre se toma igual a 3) /2/. En los cálculos realizados se ha utilizado un modelo del segundo tipo, y el tamaño de los elementos finitos se ha supuesto igual a la anchura de la banda cohesiva.

En la zona de fractura, tal como se ve en la figura 2, la deformación normal a la fisura se supone debida a dos contribuciones:

- a.- La deformación ϵ_{nn}^h del hormigón entre las microfisuras.
- b.- La deformación ϵ_{nn}^f que representa la apertura de las microfisuras.

Así tendremos la siguiente relación,

$$\Delta \epsilon = \Delta \epsilon^h + \Delta \epsilon^f$$

Donde ϵ^f , que se suele representar por un vector de 3 componentes, puede relacionarse con los desplazamientos relativos de una fisura determinada tal como se ve en la figura 3. Tales desplazamientos que son conocidos en Mecánica de Fractura nos permitirán representar los desplazamientos unitarios de la siguiente forma,

$$e^f = [\varepsilon_{nn}^f, \gamma_{nt}^f] \quad (2)$$

Análogamente las tensiones referidas al mismo sistema local serán:

$$s^f = [\sigma_{nn}, \sigma_{nt}] \quad (3)$$

Donde las deformaciones ε^f se pueden relacionar con los desplazamientos unitarios e^f , a través de una matriz de transformación adecuada N. Es decir:

$$\varepsilon^f = N e^f \quad (4)$$

De la misma manera,

$$s^f = N^T \sigma \quad (5)$$

Lo que permite disponer en forma separada de las relaciones tensión-deformación para el hormigón y la fisura.

Si se supone que las tensiones en la interfase se relacionan de forma incremental con las deformaciones en la fisura, puede escribirse:

$$\Delta s^f = D^f \Delta e^f \quad (6)$$

Donde D^f , que es la matriz de interfase, puede reflejar efectos como el **ablandamiento por deformación**, fluencia, etc. Si suponemos que no existe interacción en la transferencia de tensiones normales y cortantes a través de la fisura, se tiene:

$$D^f = \begin{vmatrix} D_c & 0 \\ 0 & G_c \end{vmatrix} \quad (7)$$

Donde,

$$D_c = D_c^a < 0, \text{ cuando la fisura se abre, y}$$

$$D_c = D_c^c > 0, \text{ cuando se cierra.}$$

2.1. Relación Tensión-Deformación en el Hormigón Sano

En este caso se ha considerado para la deformación ε^h del hormigón un comportamiento elástico y lineal, con lo que,

$$\Delta \sigma = D^h \Delta \varepsilon^h \quad (8)$$

2.2. Relación Tensión Deformación en el Hormigón Fisurado

Combinando adecuadamente las ecuaciones (1), (4), (6) y (8), es posible obtener los incrementos de tensión y deformación total mediante la ecuación:

$$\Delta\sigma = \left[D^h - D^h N \left[D^f + N^T D^h N \right]^{-1} N^T D^h \right] \Delta\varepsilon \quad (9)$$

De manera que la fisuración pueda ser tratada en forma muy similar a la plasticidad. Por otra parte, en la ecuación (9) se ve claramente que la rigidez del hormigón fisurado es menor que la del hormigón sano.

2.3. Planteamiento General del Modelo

Para aplicar la ecuación (9), además de los valores de N, es preciso conocer las rigideces del hormigón fisurado cuando se somete a esfuerzos normales y cortantes. Se supone que la rigidez normal del hormigón E y la rigidez normal de la fisura D_C^a , actúan como muelles conectados en serie (figura 4), por lo que se puede formular la rigidez equivalente en tracción /10/:

$$\frac{1}{E} + \frac{1}{D_C} = \frac{1}{E_T} \quad (10)$$

donde D_C^a se puede expresar en términos de E y E_T :

$$D_C^a = \frac{E E_T}{E - E_T} \quad (11)$$

Análogamente, la rigidez equivalente al esfuerzo cortante vendrá dada por:

$$\frac{1}{G} + \frac{1}{G_C} = \frac{1}{\beta G} \quad (12)$$

donde G_C se puede expresar en términos de β y G,

$$G_C = \frac{\beta}{1-\beta} G$$

Este resultado se obtiene adoptando una aproximación muy simple, que consiste en suponer que la rigidez a esfuerzo constante del hormigón una vez fisurado se reduce por un factor β respecto al hormigón sano /11/.

3.- PARAMETROS DE FRACTURA

Si se desprecia la no linealidad en la rama ascendente, la curva tensión deformación queda definida por el módulo de elasticidad E, la resistencia a tracción f_t , la energía de fractura G_f , el diagrama de ablandamiento /3, 9/, y la anchura de la banda donde se distribuyen uniformemente las fisuras h.

Los diagramas de ablandamiento que se han utilizado son los representados en la figura 5 y han sido ajustados de acuerdo a la banda de fisuración escogida /9/, de manera que:

$$G_f = h \int \sigma_{nn} d\epsilon_{nn}^f \quad (14)$$

4.- PREDICCIÓN TEORICA Y CONTRASTACION CON LOS RESULTADOS EXPERIMENTALES

La predicción teórica se realizó mediante un programa de elementos finitos en que la fisuración es tratada en forma muy similar a la plasticidad, tal como se señaló anteriormente. El análisis se efectuó mediante incrementos de desplazamientos en el centro de la viga, al igual que como se realizaron los ensayos. Para la solución numérica se utilizó el método iterativo Newton-Raphson, es decir calculando la matriz tangente en cada iteración lo cual aumenta el tiempo de cálculo en cada iteración pero permite reducir el número de iteraciones en cada ciclo, reduciéndose así el tiempo total de cálculo.

En relación a la malla que se empleó, se puede señalar que se confeccionó con elementos cuadráticos de 8 nodos por elemento y se compararon los esquemas de integración de 9 y 4 puntos por elemento.

Para contrastar el modelo descrito con los resultados experimentales de Petersson /7/, se tomaron como datos de partida las características mecánicas medias del hormigón, siendo éstas:

$$E = 30000 \text{ MPa}, \quad \nu = 0,2, \quad f_t = 3,33 \text{ MPa}, \quad G_f = 124 \text{ N/m}$$

Por otra parte es interesante señalar que la malla empleada fue siempre la misma, utilizando como banda de fisuración un ancho aproximadamente igual a 3 veces el tamaño máximo del árido /1/, por lo que h se fijó en 20 mm.

También se compararon 2 formas de ablandamiento por deformación, una de forma lineal y otra bilineal (Fig. 5) /5, 7/. De esta manera teniendo las características mecánicas del hormigón y conociendo la forma de la rama de ablandamiento se ajustaron los parámetros restantes mediante las relaciones dadas (Fig. 5), de manera que la energía de fractura permaneciera constante al ajustarse ϵ_u en función del tamaño del elemento escogido /2/.

Finalmente se tomó un módulo de rigidez G_c (13), considerando que β puede variar entre 0 y 1. Por desconocerse información al respecto, se tantearon valores de $\beta = 0,300$ y $\beta = 0,001$.

De los resultados obtenidos se puede destacar en forma relevante la sensibilidad que presenta la predicción con respecto al valor de la G_f y a la forma del diagrama de ablandamiento /8, 11/ (Fig. 6 y 9) puesto que se puede observar que considerando los mismos parámetros iniciales el ajuste teórico es mucho más acertado si se considera el diagrama de ablandamiento bilineal.

También se ve la necesidad de conocer el comportamiento del hormigón a esfuerzo cortante una vez fisurado ya que el valor β modifica bastante los resultados de

la predicción y en este caso se puede ver que el mejor ajuste se obtuvo con un valor de β muy bajo 0,001 (Fig. 6 y 8).

Por último también conviene hacer notar, que el utilizar el esquema de integración numérica simple con 4 puntos por elemento es suficiente y que el incrementarlo a 9 no mejora sustancialmente los resultados obtenidos (figuras 6 y 7). Por esta última razón los cálculos se siguieron haciendo con integración simple.

5.- CONCLUSIONES

El ajuste teórico requiere un cabal conocimiento del diagrama de ablandamiento del hormigón /8, 11/ lo cual queda de manifiesto en este trabajo y hace resaltar la gran importancia que tiene el poder efectuar ensayos estables a tracción directa, que son los únicos que nos pueden dar toda la información necesaria, para estudiar el comportamiento de hormigones solicitados con predominio del Modo I.

Además, si se quiere seguir haciendo estudios teóricos de elementos solicitados en modo mixto es necesario conocer también el comportamiento del hormigón en Modo II. Para ello habría que efectuar ensayos estables que permitan obtener el parámetro β , cuya repercusión es grande, incluso en los casos en que predomine el modo I. En el ejemplo considerado se puede ver que el mejor ajuste es con un valor muy bajo de dicho coeficiente, de modo que la energía absorbida en fisuras por esfuerzo cortante sea mínima, ya que sólo los puntos de Gauss que se encuentran en el centro de la viga están en modo I puro y los restantes que están inclinadas dan origen a deformaciones por esfuerzo cortante.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean expresar su agradecimiento a los Prof. Miguel Angel Astiz y Jaime Planas por sus valiosas sugerencias y comentarios. Este trabajo se ha realizado contando con la financiación del proyecto del Comité Conjunto Hispano-Norteamericano 83/071.

REFERENCIAS

- /1/ Bazant, Z.P. y Oh, B.H., "Crack Band Theory for Fracture of Concrete. Materials and Structures", RILEM, 16, núm. 95, pp. 155-177, (1983).
- /2/ Bazant, Z.P., "Mechanics of Fracture and Progressive Cracking in Concrete Structures", Fracture Mechanics of Concrete, Martinus Nijhoff Publishers, (1985).
- /3/ Cornelissen, H.A.W., Reinhardt, H.W. y Hoedijk, D.A., "Experiments and Theory for the Application of Fracture Mechanics to Normal and Lightweight Concrete", Proceedings Int. Conf. on Fracture Mechanics of Concrete, pp. 419-429, (1985).
- /4/ Elices, M., "Fractura del Hormigón: Métodos de Cálculo Numérico", Informes

de la Construcción, 372, 37, pp. 5-18, (1985).

- /5/ Hillerborg, A., "Numerical Method to simulate Softening and Fracture of Concrete", Fracture Mechanics of Concrete, Martinus Nijhoff Publishers, (1985).
- /6/ Ingraffea, A.R. y Sauoma, V., "Numerical Modelling of Discrete Crack Propagation in Reinforced and Plain Concrete", Fracture Mechanics of Concrete, Martinus Nijhoff Publishers, (1985).
- /7/ Petersson, P.E., "Crack Growth and Development of Fracture Zones in Plain Concrete and Similar Materials", Report núm. TVBM-1006, Division of Building Materials, University of Lund, Sweden, (1981).
- /8/ Planas, J. y Elices, M., "Towards a Measure of G_F : An Analysis of Experimental Results", Proceedings Int. Conf. on Fracture Mechanics of Concrete, pp. 269-278, (1985).
- /9/ Planas, J., Elices, M., "Fractura del Hormigón en Régimen no Lineal. Intentos para medir la Energía de Fractura G ", Informes de la Construcción, 372, 37, pp. 35-52, (1985).
- /10/ Rots, J.G. y otros, "Smearred Crack Approach and Fracture Localization in Concrete", Heron, 30, núm. 1, (1985).
- /11/ Suidan, M. y Schnobrich, C., "Finite Element Analysis of Reinforced Concrete", Journal of the Structural Division, ASCE, 9, pp. 641-648, (1973).

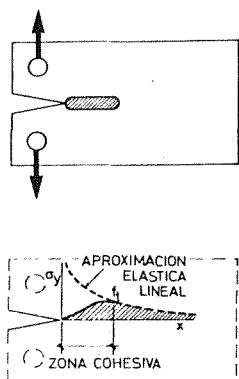


Fig. 1 - Probeta de hormigón con una región microfisurada. Comportamiento del hormigón - (σ - ϵ) en la región microfisurada y fuera de ella. /4/

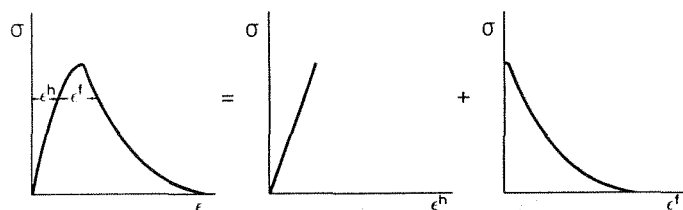
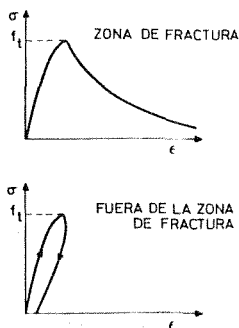


Fig. 2 - Deformación en la zona de fractura su poniendo contribuciones del hormigón y abertura de fisura.

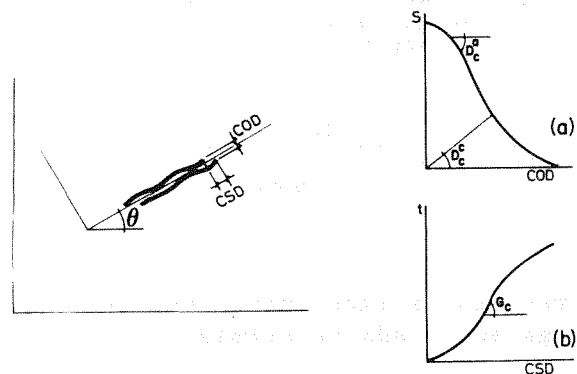


Fig. 3 - Desplazamiento relativo y rigideces D_c^a , D_c^c , G_c en la infestefase de la fisura.

HORMIGON + FISURA = HORMIGON FISURADO

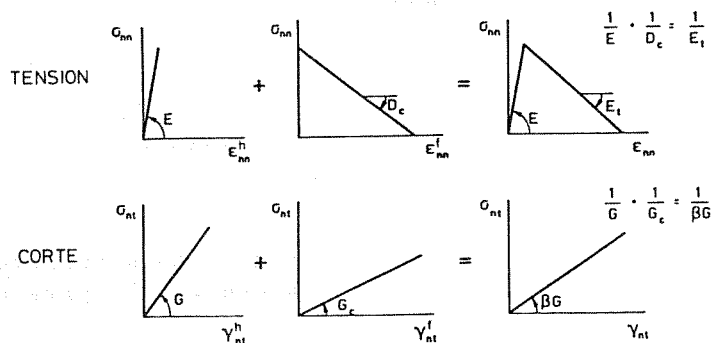
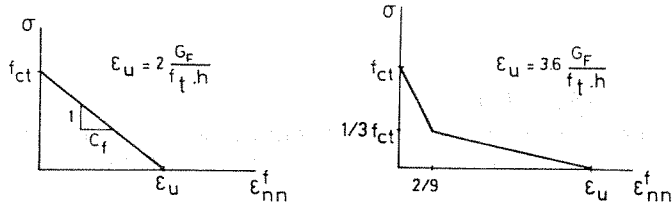


Fig. 4 - Planteamiento general del modelo.



a) MODELO DE BANDA COHESIVA
ABLANDAMIENTO LINEAL

b) MODELO DE BANDA COHESIVA
ABLANDAMIENTO BILINEAL

Fig. 5 - Diagramas de ablandamiento empleados.

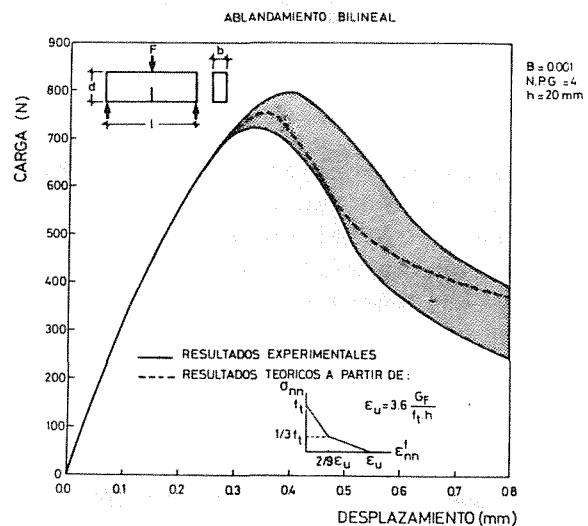
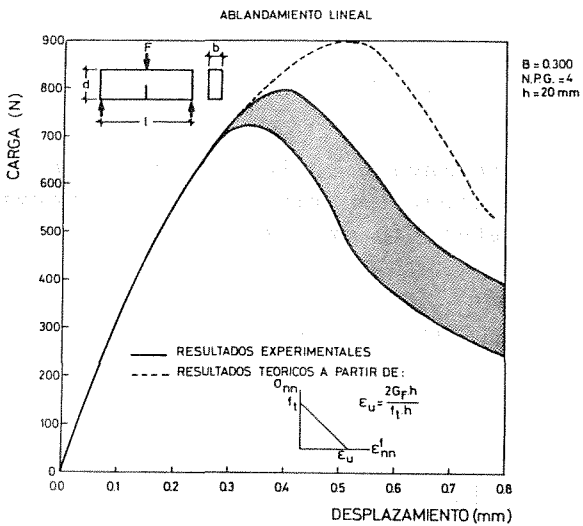
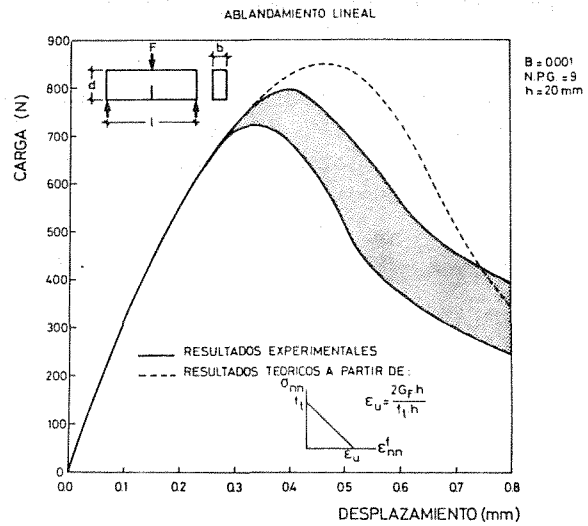
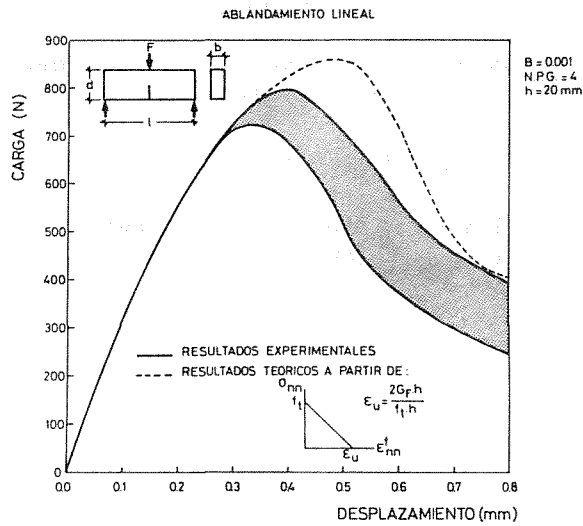


Fig. 6, 7, 8 y 9 - Predicciones teóricas y resultados experimentales según
Pettersson /7/ para una viga entallada de hormigón.