

## FACTOR DE INTENSIDAD DE TENSIONES EN UN TORNILLO FISURADO SOMETIDO A TRACCION Y FLEXION

Toribio, J., Sánchez-Gálvez, V., Astiz, M.A., Campos, J.M.

Departamento de Ciencia de Materiales  
E.T.S. Ingenieros de Caminos (Universidad Politécnica de Madrid)  
Ciudad Universitaria s/n  
28040 MADRID

**Resumen.**- En este artículo se calcula numéricamente el factor de intensidad de tensiones en un tornillo con una fisura de borde tipo lúnula bajo la acción de sollicitaciones de tracción uniforme en dirección axial y flexión pura. El cálculo tensional se lleva a cabo mediante el Método de los Elementos Finitos, utilizando elementos singulares de tipo Henshell y Shaw a lo largo de la línea de la fisura. El factor de intensidad de tensiones se obtiene utilizando un método energético: el Método de la Rigidez Diferencial, basado en el cálculo de la tasa de liberación de energía. En los cálculos se introducen dos innovaciones tendentes a mejorar la precisión de los resultados: el desplazamiento de los nodos contenidos en el plano normal y en la línea de la fisura, evitando así tanto la modificación de la singularidad como el alabeo de la fisura.

**Abstract.**- In this paper the stress intensity factor on a cracked bolt loaded in tension and bending has been computed. The calculation has been carried out by using the Finite Element Method. Henshell and Shaw singular elements have been employed along the crack line. The stress intensity factor has been obtained by using an energetic method: the Stiffness Derivative Method, based on the computation of the energy release rate. Two modifications have been introduced into the computation in order to improve the accuracy of the results: the displacement of the nodes included in the normal plane and in the crack line, avoiding so both the changing of the singularity and the crack curving.

## 1. INTRODUCCION

Las uniones atornilladas son actualmente profusamente empleadas en el acoplamiento de elementos estructurales muy grandes. En los últimos años, con el desarrollo de la investigación aero-espacial, la importancia de conocer las condiciones de seguridad de los elementos de unión atornillados ha ido en aumento, dadas las condiciones adversas de trabajo de este tipo de estructuras, así como la necesidad estricta de prevención de fallo o colapso estructural.

La probabilidad de aparición de fisuras superficiales en el tornillo se ve acrecentada por la oscilación de las cargas sobre la estructura y por la agresividad del entorno. En efecto: los dos mecanismos principales de crecimiento de fisuras en condiciones sub-críticas son la fatiga y la corrosión bajo tensión.

Las referencias bibliográficas concernientes al cálculo numérico del factor de intensidad de tensiones en un tornillo fisurado son escasas, y únicamente está resuelto parcialmente el problema para el caso de sollicitación de tracción en la dirección del eje del tornillo. [1,2]. Esto ha obligado a la Agencia Espacial Europea al estudio en profundidad del tema. [3,4]. En el presente artículo se aborda el problema de cálculo del factor de intensidad de tensiones en un tornillo fisurado sometido a tracción y flexión.

Los resultados del cálculo, presentados en forma gráfica y también analítica - mediante ajuste polinómico - podrán aplicarse para cuantificar la velocidad de crecimiento de las fisuras en fatiga o la influencia de los parámetros de fractura en el crecimiento en condiciones de corrosión bajo tensión.

## 2. DEFINICION DEL PROBLEMA

La geometría analizada consiste en un tornillo de métrica ISO-M8 con una fisura de borde con forma de lúnula semi-elíptica. Las dimensiones del tornillo son:

Diámetro máximo: 8 mm  
 Diámetro mínimo: 6.77 mm  
 Paso de rosca: 1 mm

La fisura es de forma semi-elíptica (Fig. 1), con semiejes  $a$  y  $b$ , correspondientes, respectivamente, a la profundidad y a la dimensión transversal. Se han considerado dos tipos de fisura semi-elíptica:

- Superficial:  $a/b = 0.2$
- Circunferencial:  $a/b = 1.0$

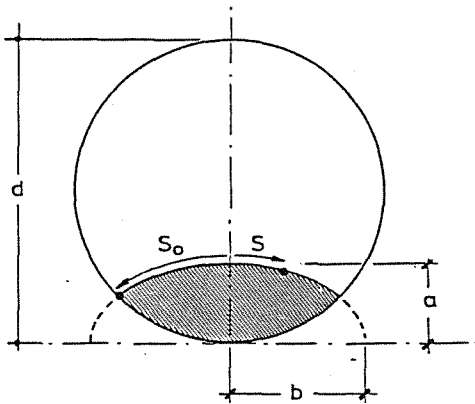


Fig. 1.- Definición del problema.

En el cálculo se utilizan cinco profundidades de fisura:  $a/d = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4$  y  $0.5$ , donde  $a$  es la profundidad de fisura y  $d$  el diámetro neto (mínimo) del tornillo.

Se analizan dos tipos de sollicitación sobre el tornillo fisurado:

- Carga axial: Tensión uniforme aplicada sobre la sección transversal del tornillo
- Momento flector: Distribución triangular de tensiones aplicadas sobre las secciones transversales del tornillo.

El objetivo del cálculo es la obtención, para el tornillo fisurado, del factor de intensidad de tensiones en todos los puntos del borde de la fisura. Este factor es una función de la profundidad y forma de la fisura, así como del punto elegido sobre la línea de la fisura. Es decir, se trata de obtener:

$$K_I = K_I(a, b, s)$$

## 3. METODO DE CALCULO

### 3.1. Generación de malla

La generación de malla se realiza mediante una aplicación transfinita. El diseño de la malla

requiere la división de ésta en macroelementos, que posteriormente se dividen en elementos. Se utiliza un algoritmo de minimización del ancho de banda.

Es posible utilizar tres tipos de macroelementos, todos ellos capaces de generar elementos finitos isoparamétricos. Los macroelementos pueden verse en la Fig. 2:

- Sólido pentaédrico susceptible de dividirse en pirámides triangulares. Es un hexaedro degenerado, con una de sus caras colapsada.
- Sólido pentaédrico susceptible de dividirse en prismas según una distribución uniforme de elementos.
- Sólido hexaédrico susceptible de dividirse en cubos por medio de planos coordenados.

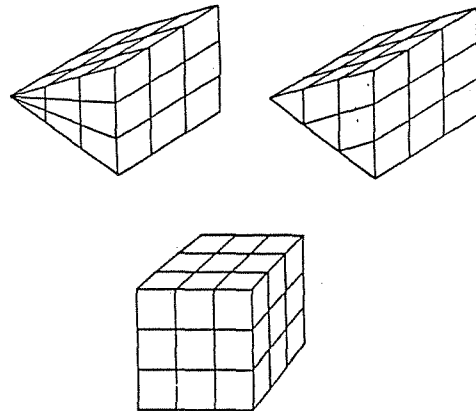


Fig. 2.- Tipos de macroelemento

Los elementos generados a partir de los macroelementos son siempre elementos isoparamétricos prismáticos de 15 nodos y paralelepípedicos de 20.

El tornillo presenta doble simetría geométrica y de cargas, por lo que sólo es necesario analizar la cuarta parte. De acuerdo con esto, se ha diseñado una malla de elementos finitos [3,4] con las siguientes características:

- Número de macroelementos: 39
- Número de elementos: 584
- Número de nodos: 3057
- Número de grados de libertad: 9171

La Fig. 3 muestra un perfil del tornillo discretizado en Elementos Finitos, mientras que la Fig. 4 ofrece una vista general. En la Fig. 5 se aprecia la planta del plano fisurado, y por tanto la distribución horizontal de elementos finitos en él. Una vista general del esquema de discretización utilizado en las proximidades de la línea de la fisura se muestra en la Fig. 6.

### 3.2 Cálculos tenso-deformacionales

El cálculo de tensiones y deformaciones se lleva a cabo mediante el Método de los

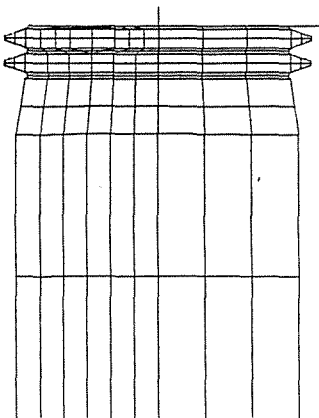


Fig. 3.- Perfil del tornillo.

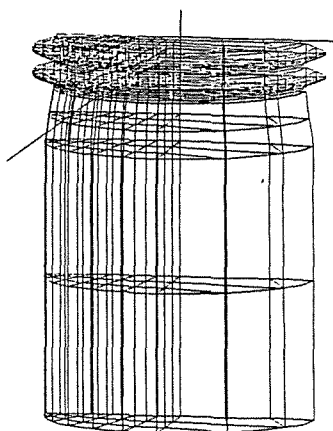


Fig. 4.- Vista del tornillo.

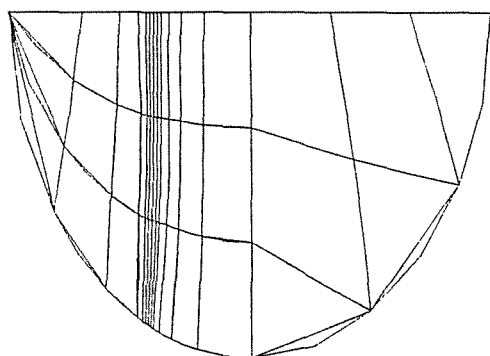


Fig. 5.- Planta del plano fisurado.

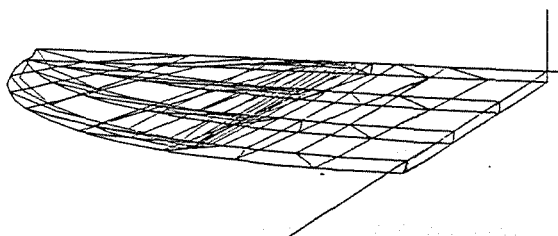


Fig. 6.- Detalle de la fisura.

elementos Finitos en régimen elástico-lineal. Con el fin de modelizar adecuadamente la singularidad que se produce en la fisura se han utilizado elementos finitos isoparamétricos singulares del tipo de Henshell y Shaw [5,6,7] para los elementos en contacto con la fisura.

La singularidad se modeliza trasladando el nodo de la posición central de todo segmento transversal a la línea de la fisura y en contacto con ella, a la posición a distancia 1/4 de la longitud total del segmento respecto al extremo de la fisura. Solamente se ha utilizado un núcleo de elementos singulares, sin un anillo posterior de elementos de transición.

Se ha tanteado también la posibilidad de utilización de elementos colapsados junto al fondo de la fisura. Estos elementos dan mayor precisión y permiten modelizar la singularidad también en una dirección interior al elemento. Dicha posibilidad se ha desestimado atendiendo a las siguientes razones [8]:

- La diferencia entre los resultados obtenidos utilizando elementos convencionales y colapsados es inferior al 1.5 %.

- La utilización de elementos colapsados requiere el uso de funciones de forma modificadas y trabajo extra, en vista de lo cual resulta más aconsejable utilizar elementos singulares del tipo 1/4 (Henshell y Shaw) en análisis tridimensionales.

### 3.3 Obtención del Factor de Intensidad de Tensiones

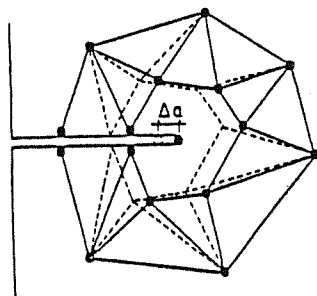
Para calcular el Factor de Intensidad de Tensiones a partir de los resultados del cálculo tenso-deformacional, se ha empleado un método energético: El Método de la Rigidez Diferencial [9-12], basado en el cálculo de la Tasa de Liberación de Energía G. Es, por lo tanto, un enfoque global del problema, y como principales virtudes posee las de precisión de los resultados y economía de cálculo.

El Método consiste en calcular la Tasa de Liberación de Energía G por diferencia de energías entre dos situaciones con la fisura de longitud dada y con esa misma longitud incrementada una cantidad muy pequeña. Dicho valor G, viene dado por la expresión [9,12]:

$$G = - \frac{1}{2} \{u\}^T \frac{K_{a+\Delta a} - K_a}{\Delta a} \{u\} \quad (1)$$

donde  $\Delta a$  es el incremento dado a la longitud de fisura (Fig. 7),  $K_a$  y  $K_{a+\Delta a}$  las matrices de rigidez correspondientes al cuerpo fisurado con fisuras  $a$  y  $a+\Delta a$  respectivamente, y  $\{u\}$  el vector desplazamientos nodales. La Fig. 8 muestra el desplazamiento horizontal, perpendicular a la línea de la fisura, del nodo en el cual se quiere calcular el factor de intensidad de tensiones, con el consiguiente incremento de área de la fisura.

La precisión de los resultados, inherente al



$$G = -\frac{1}{2} \{u\}^T \frac{K_{a+\Delta l} - K_a}{\Delta a} \{u\}$$

Fig. 7.- Método de la Rigidez Diferencial: desplazamiento de nodo.

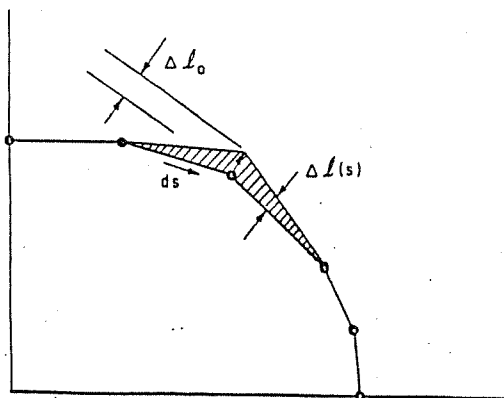


Fig. 8.- Método de la Rigidez Diferencial: incremento de área.

carácter energético/global de método, ha sido suficientemente probada [9,10]. La economía de cálculo viene dada por el hecho de que únicamente el primer núcleo de elementos finitos alrededor del extremo de la fisura sufre deformación (Fig. 7), y por tanto cambios en la matriz de rigidez. El elemento singular junto al fondo de la fisura experimenta un desplazamiento de sólido rígido y el resto de los elementos no sufren modificación.

La elección del desplazamiento  $\Delta a$  aplicado se ha hecho a partir de la experiencias de cálculo anteriores, tanto propias como de otros investigadores [8,12]. De acuerdo con esta experiencia el valor elegido ha sido:

$$\Delta a = 0.0001 a$$

En los cálculos que aquí se presentan se incluyen dos innovaciones tendientes a mejorar la precisión de los resultados:

- Para evitar perder la relación 1/4 de distancias en los segmentos de elemento singular transversales a la línea de la fisura, se han desplazado también los nodos intermedios de dichos segmentos un valor igual a 0.75 el desplazamiento del nodo principal. De esta forma se conserva la relación 1 a 4 y por tanto la modelización de la singularidad.

- Para evitar el alabeo de la línea de la fisura al realizar el desplazamiento del nodo

principal, se han desplazado también los nodos de centro de lado contiguos a éste y localizados sobre la propia línea de la fisura. Así se evita que esta línea se curve, con los consiguientes errores en la determinación del área incrementada.

#### 4. ANALISIS DE RESULTADOS

Los resultados de cálculo se presentan en forma adimensional, utilizando el factor  $Y$  definido por:

$$Y = \frac{K_I}{\sigma(\pi a)^{1/2}}$$

donde  $K_I$  es el factor de intensidad de tensiones, a la profundidad de fisura (Fig. 1) y  $\sigma$  la tensión dada por:

- tensión remota sobre la sección transversal del tornillo en el caso de *carga axial*

- Tensión máxima en la sección transversal del tornillo (distribución lineal de tensiones) en al caso de *momento flector*.

Las Figs 9 y 10 ofrecen la distribución del factor de intensidad de tensiones (F.I.T.) a lo largo de la línea de la fisura para los casos de carga axial y momento flector, respectivamente. Las Figs. 11 y 12 muestran el F.I.T. en el centro de la fisura, y las Figs. 13 y 14 dicho valor en el borde de la fisura (superficie del tornillo). Los valores numéricos se dan en la Tabla 1 (Carga axial) y en la Tabla 2 (Momento Flector).

Los resultados concuerdan bien con los valores del factor de intensidad de tensiones en tornillos obtenidos por Reibaldi [1] y por Nord y Chung [2], aunque el número de geometrías y profundidades de fisura es mucho mayor en el trabajo que aquí se presenta.

A la vista de las Figs. 9 a 14 se puede afirmar lo siguiente:

- En fisuras superficiales el F.I.T. es mayor en el centro de la fisura, mientras que en fisuras semicirculares es mayor en el borde (Figs. 9 y 10). Esta conclusión es válida para todo tipo de profundidades de fisura y para los dos tipos de carga sobre el tornillo.

- Los valores del F.I.T. en el centro de la fisura son mayores para los casos de fisuras superficiales y carga axial, y menores para los casos de fisuras semicirculares y momento flector aplicado (Figs. 11 y 12).

- Los valores del F.I.T. en el borde de la fisura son mayores para los casos de fisura semicircular y carga axial, y menores para los casos de fisura superficial y momento flector aplicado (Figs. 13 y 14).

Por último se ha realizado un ajuste polinómico de los resultados, obteniendo, para cada geometría y punto de la fisura, las siguientes expresiones analíticas de factor de

Tabla 1. Factor adimensional Y (carga axial)

a/b	a/d	S/S <sub>0</sub> = 0	1/4	2/4	3/4	1
0.2	0.1	0.99	0.89	0.84	0.76	0.65
	0.2	1.06	0.89	0.85	0.76	0.66
	0.3	1.25	0.89	0.85	0.78	0.70
	0.4	1.77	0.89	0.86	0.81	0.74
	0.5	2.08	0.89	0.87	0.83	0.78
1	0.1	0.75	1.01	1.03	1.10	1.22
	0.2	0.795	1.00	1.01	1.04	1.16
	0.3	0.88	1.00	1.02	1.08	1.22
	0.4	1.05	1.01	1.03	1.13	1.31
	0.5	1.27	1.01	1.06	1.19	1.43

Tabla 2. Factor adimensional Y (momento flector)

a/b	a/d	S/S <sub>0</sub> = 0	1/4	2/4	3/4	1
0.2	0.14	0.79	0.79	0.78	0.70	0.57
	0.25	0.83	0.82	0.79	0.70	0.59
	0.37	0.91	0.90	0.86	0.79	0.69
	0.5	1.08	1.07	1.03	0.96	0.88
1	0.14	0.51	0.52	0.53	0.57	0.64
	0.25	0.52	0.53	0.56	0.63	0.74
	0.37	0.52	0.54	0.59	0.70	0.87
	0.5	0.56	0.59	0.66	0.83	1.06

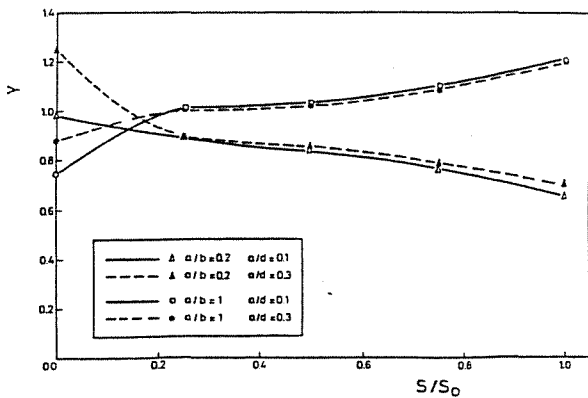


Fig.9.- F.I.T. a lo largo de la línea de la fisura (Carga axial).

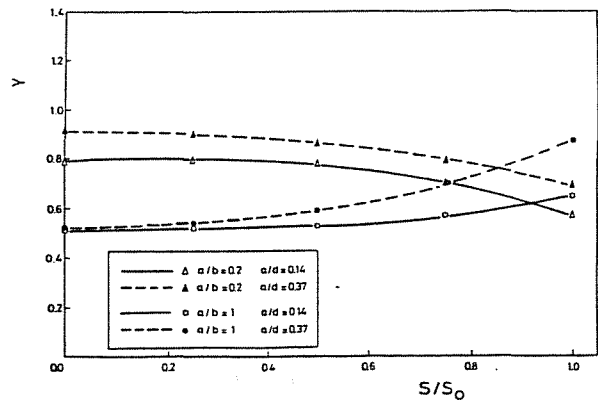


Fig.10.- F.I.T. a lo largo de la línea de la fisura (Momento flector).

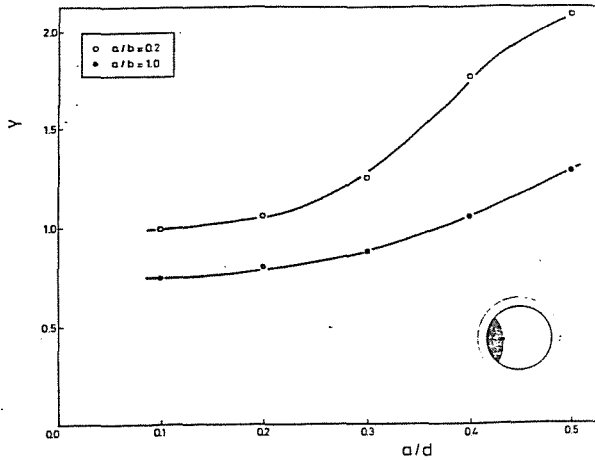


Fig. 11.-F.I.T. en el centro de la fisura (Carga axial).

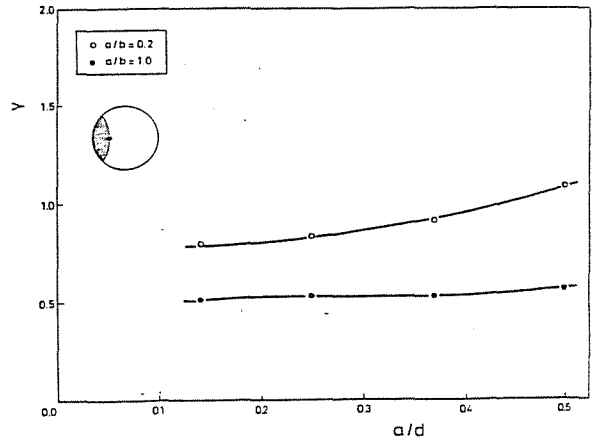


Fig. 12.-F.I.T. en el centro de la fisura (Momento flector).

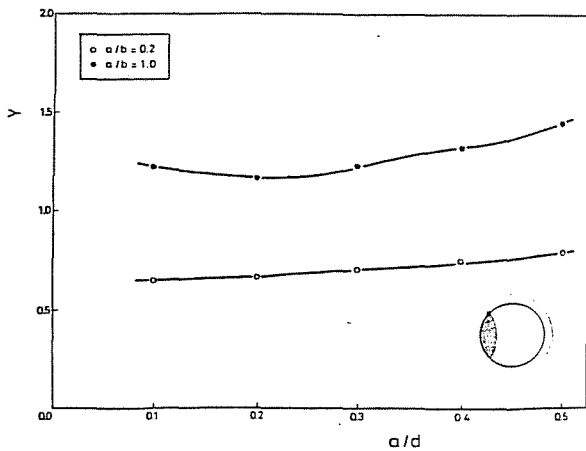


Fig. 13.-F.I.T. en el borde de la fisura (Carga axial).

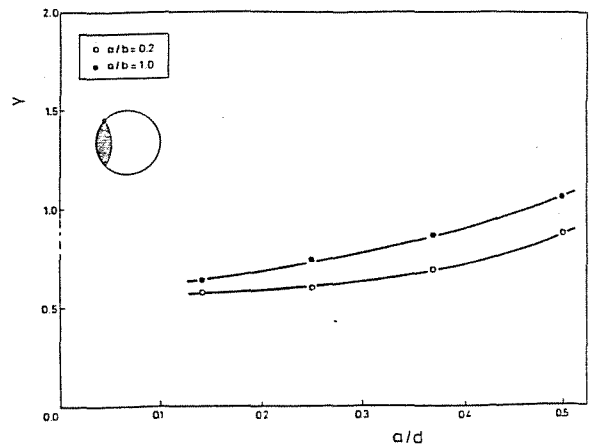


Fig. 14.-F.I.T. en el borde de la fisura (Momento flector).

intensidad de tensiones en función de la profundidad:

- Carga axial:

$a/b=0.2$	$S/S_0=0$	$Y = 0.968 - 0.581 (a/d) + 5.786 (a/d)^2$
	$S/S_0=1/2$	$Y = 0.838 + 0.027 (a/d) + 0.071 (a/d)^2$
	$S/S_0=1$	$Y = 0.634 + 0.082 (a/d) + 0.429 (a/d)^2$
$a/b=1$	$S/S_0=0$	$Y = 0.778 - 0.569 (a/d) + 3.107 (a/d)^2$
	$S/S_0=1/2$	$Y = 1.056 - 0.349 (a/d) + 0.714 (a/d)^2$
	$S/S_0=1$	$Y = 1.292 - 1.101 (a/d) + 2.786 (a/d)^2$

- Momento flector:

$a/b=0.2$	$S/S_0=0$	$Y = 0.821 - 0.486 (a/d) + 2.003 (a/d)^2$
	$S/S_0=1/2$	$Y = 0.864 - 0.948 (a/d) + 2.557 (a/d)^2$
	$S/S_0=1$	$Y = 0.635 - 0.837 (a/d) + 2.657 (a/d)^2$
$a/b=1$	$S/S_0=0$	$Y = 0.530 - 0.193 (a/d) - 0.499 (a/d)^2$
	$S/S_0=1/2$	$Y = 0.524 - 0.027 (a/d) + 0.509 (a/d)^2$
	$S/S_0=1$	$Y = 0.561 + 0.410 (a/d) + 1.173 (a/d)^2$

5. CONCLUSIONES

1) Se ha obtenido el factor de intensidad de tensiones en un tornillo fisurado sometido a sollicitaciones de tracción y flexión, para diversas formas y profundidades de fisura.

2) Se han introducido mejoras en el procedimiento de cálculo numérico tendentes a evitar la desaparición de la singularidad y el alabeo de la línea de la fisura.

3) Se ha realizado una interpolación polinómica con los resultados obtenidos, a fin de tener una expresión analítica del factor de intensidad de tensiones en función de la profundidad. Esta expresión resulta de gran utilidad para estudiar el crecimiento sub-crítico de la fisura (fatiga y corrosión bajo tensión).

## 6. REFERENCIAS

- [1] Reibaldi, G.G. (1984). "Stress intensity factor solutions for a cracked bolt". Sixth Int. Conf. on Fracture (ICF6), Vol.2, pp. 1177-1183.
- [2] Nord, K.J., Chung, T.J. (1986). "Fracture and surface flaws in smooth and threaded round bars". Int. J. Fracture. Vol. 30, pp. 47-55.
- [3] Bartelds, G., De Koning, A.U. (1978). "Application of Finite Element Methods to the analysis of cracks". National Aerospace Laboratory NLR. Report NLR TR 78138 U
- [4] Sánchez-Gálvez, V., Astiz, M.A., Toribio, J., Campos, J.M. (1988). "Stress intensity factors in cracked bolts". European Space Agency Report.
- [5] Henshell, R.D., Shaw, K.G. (1975). "Crack tip elements are unnecessary". Int. J. Num. Meth. in Eng., Vol. 9, pp. 495-507.
- [6] Barsoum, R.S. (1976). "On the use of isoparametric finite elements in linear Fracture Mechanics". Int. J. Num. Meth. in Eng., Vol. 10, pp. 25-37.
- [7] Barsoum, R.S. (1977). "Triangular quarter point elements as elastic and perfectly plastic crack tip elements". Int. J. Num. Meth. in Eng., Vol. 11, pp. 85-98.
- [8] De Koning, A.U. (1979). "Comparison of some methods to calculate stress intensity values from results of Finite Element Analyses".
- [9] Parks, D.M. (1974). "A stiffness derivative Finite Element technique for determination of crack tip stress intensity factors". Int. J. Fracture, Vol. 10, pp. 487-502.
- [10] Hellen, K.T. (1975). "On the method of virtual crack extensions". Int. J. Num. Meth. in Eng., Vol. 9, pp. 187-207.
- [11] Astiz, M.A. (1986). "An incompatible singular elastic element for two- and three-dimensional crack problems". Int. J. Fracture, Vol. 31, pp. 105-124.
- [12] Astiz, M.A., Elices, M. (1980). "On the application of the stiffness derivative method to two and three-dimensional fracture problems". Proc. 2nd. Int. Conf. Num. Meth. in Fracture Mechanics, pp. 93-106.