

INFLUENCIA DE LA TENSION T EN EL DOMINIO DE J

Betegón, C*, Hancock, J.W**

* Departamento de Construcción e Ingeniería de Fabricación
Universidad de Oviedo. Gijón. ESPAÑA.

** Department of Mechanical Engineering. University of Glasgow. Escocia. U.K.

Resumen.— En este trabajo, se estudia la influencia de la tensión T en el dominio de J, adoptando el procedimiento de Shih y German, mediante métodos de elementos finitos en condiciones de deformación plana. Los campos en el frente de la grieta se han modelizado en primer lugar según una formulación de contorno en la que se incluyen tanto el efecto de K como el de T. Los resultados se han comparado con los obtenidos en el análisis de diversas geometrías agrietadas que presentan tensiones T positivas y negativas. Esto lleva finalmente a establecer las condiciones de dominio de J para diversas geometrías.

Abstract.— In the present paper, the approach developed by Shih and German has been adopted to investigate the effect of elastic T stresses on J dominance under contained yielding conditions, using plane strain finite element methods. The crack tip field has been firstly modelled by an elastic-plastic boundary layer formulation involving both the K and T terms. These have been correlated with full field solutions for geometries which exhibit positive and negative T stresses. This finally leads to a consideration of the conditions for J dominance within elastic-plastic flow fields.

1. INTRODUCCION

Una de las bases de la Mecánica de la Fractura es la existencia de unos ciertos parámetros que permiten la caracterización de los campos de tensiones y deformaciones en el frente de la grieta.

En la Mecánica de Fractura elástico-lineal, el parámetro caracterizador más utilizado es el factor de intensidad de tensiones, K_I . Las tensiones en el frente de la grieta pueden expresarse como una serie infinita de términos, siguiendo el trabajo de Williams [1]

$$\sigma_{ij} = A_{ij}(\theta) r^{-1/2} + B_{ij}(\theta) + C_{ij}(\theta) r^{1/2} + \dots \quad (1)$$

donde r y θ son coordenadas polares con origen en la punta de la grieta. Cuando r tiende a cero, los demás términos de la serie pueden considerarse despreciables frente al primero, permitiendo que los campos tensionales vengan expresados como

$$\sigma_{ij} = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(\theta) \quad (2)$$

Sin embargo, Larson y Carlson [2] demostraron que el segundo de los términos de la serie tiene un efecto significativo en el tamaño y forma de la zona plástica que se desarrolla en el frente de la grieta. Este segundo término es conocido como tensión T, siguiendo la notación de Rice [3], y corresponde a una tensión uniforme paralela a los flancos de la grieta. Su magnitud se expresa a través del llamado parámetro de biaxialidad B, introducido por Leever y Radon [4], y cuya relación con T es similar a la que existe entre K y el factor de forma Y

$$B \equiv \frac{T\sqrt{\pi a}}{K} \quad (3)$$

A pesar de que existe una gran cantidad de datos referidos a los valores de K para las distintas geometrías, no sucede lo mismo con B. Los pocos resultados de los que se dispone difieren en detalle, dependiendo del método de cálculo utilizado, pero las líneas generales son las mismas [5]. Así, una placa con una grieta central (CCP) sometida a tracción

uniaxial presenta tensiones T negativas, es decir de compresión, mientras que a la misma geometría bajo tracción biaxial corresponden tensiones T positivas, es decir, de tracción. De igual modo, la Mecánica de la Fractura elasto-plástica está basada en la existencia de parámetros caracterizadores, de los cuales el más utilizado es la integral J , introducida por Rice [6]. Hutchinson [7] y Rice y Rosengren [8] (HRR) expresaron los campos de tensiones y deformaciones en el frente de la grieta de un material elasto-plástico, cuya ley de comportamiento viene dada por

$$\frac{\epsilon}{\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\sigma_0} + \alpha \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^n \quad (4)$$

como

$$\sigma_{ij} = \sigma_0 \left[\frac{J}{\epsilon_0 \sigma_0^\alpha I_n r} \right]^{1/n+1} f_1(\theta, n) \quad (5)$$

$$\epsilon_{ij} = \frac{\sigma_0 \alpha}{E} \left[\frac{J}{\epsilon_0 \sigma_0^\alpha I_n r} \right]^{n/n+1} f_2(\theta, n) \quad (6)$$

donde $f_1(\theta, n)$ son funciones tabuladas de θ y del coeficiente de endurecimiento n , mientras que I_n lo es únicamente de n en condiciones de deformación plana. Los campos HRR corresponden a una teoría de pequeñas deformaciones, y sólo pueden considerarse válidos a distancia de la punta de la grieta del orden de $2\sigma_0/J$, a las que el efecto de los cambios geométricos debidos al achatamiento de la grieta puede considerarse nulo. Para conocer las tensiones dentro de esta distancia, es necesario aplicar una teoría de grandes deformaciones, como la utilizada por McMeeking [9], que calcula los campos tensionales elasto-plásticos por medio de una formulación de contorno en la que el campo elástico remoto es el correspondiente al término K . Más recientemente, Bilby y otros [10] llevaron a cabo una formulación de contorno similar, pero el campo elástico incluía los términos debidos a K y a T . Su trabajo demostró la sensibilidad de los campos tensionales a las tensiones T negativas, cuyo efecto es disminuir la tensión máxima en el frente de la grieta achatada.

Tanto los campos HRR como de McMeeking corresponden a un estado de plastificación restringida. En un estado de plastificación extendida, los campos de deformación no pueden considerarse únicos, sino que dependen tanto de la configuración geométrica del problema como de las condiciones de carga. Además, en algunos casos, como en el de la geometría CCP, estos campos son muy diferentes de los correspondientes a un estado de plasticidad restringida. Esto lleva a la consideración de lo que ha sido definido como condiciones de dominio de J , entendiendo por tal las condiciones bajo las que los campos de deformación en el frente de la grieta mantienen las características de los correspondientes a la fluencia a pequeña escala, y han sido estudiadas por McMeeking y Parks [11] y Shih y German [12].

En el primero de estos trabajos, McMeeking y Parks [11] comparan los campos tensionales obtenidos en placas con grietas profundas con los campos de McMeeking [9], concluyendo que eran similares siempre que la longitud del

ligamento sin agrietar fuese mayor que $200\sigma_0/J$ cuando las placas están sometidas a tracción, y mayor que $20\sigma_0/J$ cuando están sometidas a flexión. Cálculos similares realizados por Alani y Hancock [13] han demostrado que en el caso de grietas pequeñas, tanto en tracción como en flexión, el dominio de J se ha perdido cuando $J = \alpha\sigma_0/200$. El trabajo de Shih y German [12] obtiene los campos tensionales en diferentes configuraciones utilizando una teoría de pequeñas deformaciones, y sus resultados son comparados por lo tanto con los campos HRR. Para establecer los límites del dominio de J se basaron en el criterio, en cierto modo arbitrario, de que las tensiones obtenidas a una distancia $2J/\sigma_0$ han de ser mayores que el 90% del valor del campo HRR en este mismo punto. Sus resultados reforzaron las conclusiones de McMeeking y Parks [11].

En el presente trabajo se ha adoptado el procedimiento de Shih y German [12] para investigar el efecto de la tensión T en el dominio de J en condiciones de plasticidad restringida. Los campos tensionales obtenidos para diferentes geometrías, algunas con tensiones T positivas y otras negativas, se comparan con los correspondientes a una formulación de contorno elasto-plástica en la que se consideran tanto los términos debidos a K como los debidos a T . Esto lleva finalmente a nuevas consideraciones de los límites del dominio de J .

2. METODOS NUMERICOS

Se ha llevado a cabo un análisis de los campos tensionales, tanto los correspondientes a una formulación de contorno en condiciones de fluencia a pequeña escala como al análisis de diversas geometrías, por el método de los elementos finitos en condiciones de deformación plana. En todos los casos, la relación tensión-deformación adoptada fué una ley de Ramberg-Osgood como la dada en la ecuación (4), con exponentes $n=3$ y $\alpha=3/7$. El coeficiente de Poisson se ha tomado igual a 0.3 y σ_0/E igual a 0.002. Los análisis se basaron en la teoría de pequeñas deformaciones [14], y se adoptó una forma incremental de la teoría de fluencia de Prandtl-Reuss.

Los elementos utilizados fueron elementos híbridos isoparamétricos de ocho nodos de los disponibles en la biblioteca de elementos finitos del programa ABAQUS [15]. Las tensiones se obtuvieron por extrapolación a los nodos. La integral J se ha calculado por el método de extensión virtual de la grieta de Parks [16].

En las formulaciones de contorno se han utilizado mallas de 240 elementos cada una, que representan la mitad superior del frente de la grieta (desde $\theta=0$ a $\theta=180^\circ$). Las mallas consisten en 20 anillos concéntricos, y en la punta de la grieta existen 25 nodos inicialmente coincidentes pero a los que se permiten los desplazamientos independientes. En el exterior de la malla se impusieron como condiciones de contorno los desplazamientos asociados a K más los asociados a T . La relación entre K y T viene fijada por un parámetro de biaxialidad B determinado, de forma que los términos de K y de T son incrementados de forma proporcional. Se han obtenido soluciones para zonas plásticas con un radio menor que la mitad del radio

exterior de la malla.

Las tres geometrías examinadas fueron elegidas como ejemplos de una fuerte tensión T de compresión, una fuerte tensión T de tracción y un caso intermedio. La primera de ellas corresponde a una placa con un grieta central (CCP), sometida a un desplazamiento uniforme, y con una longitud de grieta $a/w=0.5$, a lo que corresponde un parámetro igual a -1.06 [4]. Fue modelizada con 208 elementos de segundo orden, resultando un problema de 1388 grados de libertad. La segunda geometría elegida fue una placa con una grieta en uno de sus lados (SEN), con una longitud de grieta $a/w=0.9$, y sometida a flexión, a la que corresponde un valor de B igual a $+1.1$. Se utilizaron 191 elementos, resultando un problema de 1288 grados de libertad. La tercera geometría corresponde a una placa SEN, pero con una longitud de grieta de $a/w=0.3$, sometida a flexión. El valor de B es aproximadamente cero. Esta geometría fue estudiada por A.A. Alani.

3. RESULTADOS

3.1. Formulaciones de contorno

En la figura 1 se muestran las tensiones tangenciales en el frente de la grieta ($\theta=0^\circ$) obtenidas en una formulación de contorno en la que la tensión T es nula ($B=0$). Las tensiones están normalizadas con la tensión de fluencia σ_0 y las distancias originales a la punta de la grieta con J/σ_0 . Los datos son autosemejantes en el sentido de que los obtenidos para un determinado valor de K caen sobre la misma curva que los obtenidos para un valor de K mayor. Los datos se comparan con los campos de HRR calculados utilizando las constantes tabuladas por Hutchinson [7] y Shih [17]. Los resultados caen por debajo de los HRR, aunque también tienden a infinito en la punta de la grieta.

En la figura 2 se muestran los resultados para un valor de B positivo, $B=+1.06$, que produce tensiones T de tracción que van incrementándose con la deformación. Los datos se comparan de nuevo con los HRR, y además con los obtenidos para $B=0$. En este caso los resultados no son autosemejantes. Al inicio de la deformación, las tensiones son comparables al campo $B=0$, pero al ir aumentando ésta, las curvas de tensiones van aumentando ligeramente y aproximándose a los valores HRR.

En la figura 3 se muestran los resultados para un valor de B negativo, que produce tensiones T de compresión. De nuevo, las tensiones son próximas a $B=0$ para pequeños valores de T , pero según T va haciéndose más negativa, las tensiones caen y se alejan significativamente de los campos HRR.

3.2. Geometrías completas

Se han analizado las tres geometrías a las que se ha hecho referencia: CCP, SEN con $a/w=0.9$ y SEN con $a/w=0.3$. Los resultados correspondientes a la primera configuración están reflejados en la figura 4. Los datos caen por debajo de la curva HRR incluso para el nivel de carga más pequeño para el que se dispone de datos. La configuración SEN, con $a/w=0.9$ y sometida a flexión pura presenta un parámetro de biaxialidad $B=+1.1$. Las tensiones en el frente de la

grieta son inicialmente cercanos a la $B=0$, pero al ir aumentando la deformación van aproximándose a la curva HRR, como se indica en la figura 5. En la figura 6 están los resultados para la tercera configuración, a la que corresponde un valor de B muy próximo a cero.

4. DISCUSION

Los campos tensionales para diferentes biaxialidades B pueden ser comparadas a un mismo nivel de T . En la figura 7 se muestran los campos tensionales correspondientes a tensiones T que van desde $0.7\sigma_0$ hasta $-0.6\sigma_0$. El comportamiento general de los resultados es que las T de tracción hacen que las tensiones se aproximen a los campos HRR y las de compresión hacen que caigan significativamente. Estos datos pueden ser reanalizados dibujando las tensiones a una distancia $x=2\sigma_0/J$, según la figura 8, para examinar las condiciones de dominio de J según el criterio de Shih y German [12]. Aquí las tensiones a una distancia $x=2J/\sigma_0$ se comparan con el campo HRR, con el criterio de que los campos dominados por J presentan tensiones dentro del 90% del valor de HRR a esta distancia. Con esta base, el dominio de J se mantiene para tensiones T mayores que $-0.2\sigma_0$. Este criterio puede ahora aplicarse a las distintas configuraciones geométricas, utilizando los valores de B disponibles en la literatura [4,18]. Los resultados están reflejados en la figura 9, donde se indica el valor de J que produce una tensión T de $-0.2\sigma_0$ como una función de la longitud de la grieta (a/w).

Para la configuración SEN sometida a tracción, los valores de B para grietas profundas son positivos, con lo que no pierden el dominio de J dentro de la plasticidad extendida. Esta misma geometría, con grietas pequeñas, tienen valores de B negativos y pierden por lo tanto el dominio de J . No se dispone de datos para los valores de B cuando las grietas son muy pequeñas, pero los resultados indican que ya en los primeros estados de deformación el dominio de J ha sido perdido. Los criterios actuales de A.S.T.M. y B.S. [19] de validez de la Mecánica de la Fractura elástico-lineal corresponden a un valor de J de aproximadamente $a\sigma_0/1500$. La configuración SEN en tracción con grietas pequeñas pierde el dominio de J en condiciones cercanas a la fluencia a pequeña escala, mientras que las grietas profundas mantienen el dominio de J en condiciones de plasticidad extendida.

En la misma figura se observa un comportamiento similar para la misma configuración sometida a condiciones de flexión y para una placa doblemente agrietada (DEN).

En la figura 10 se muestran juntos los resultados correspondientes a la configuración CCP y a una formulación de contorno con $B=-1.6$. Los resultados son consistentes. Similarmente, los resultados pueden compararse en la forma reflejada en la figura 11. La formulación de contorno proporciona buenos resultados hasta un nivel de carga de $a\sigma_0/J=800$ lo que está de acuerdo con los resultados obtenidos por Bilby y otros [10] utilizando una teoría de grandes deformaciones.

La existencia de tensiones T de compresión en esta configuración hace que al ir aumentando la deformación, las tensiones en el frente de la grieta vayan cayendo suavemente. No se produce un cambio brusco en el comportamiento cuando el ligamento es totalmente plástico, sino que las tensiones van cayendo lentamente a través de la deformación elasto-plástica. Considerando el criterio de Shih y German [12], los requisitos geométricos están reflejados en la figura 9. Estos requisitos son excepcionalmente severos y llevan a la conclusión de que el dominio de J ha sido perdido dentro de los límites que para fluencia a pequeña escala consideran tanto A.S.T.M. como B.S. [19].

Ya hemos indicado que la elección de un determinado criterio de dominio de J es en cierto modo subjetiva. Shih y German [12] comparan los campos tensionales con la curva HRR. Sin embargo, McMeeking y Parks [11] prefieren compararlos con la solución de una formulación de contorno en la que $B=0$. Como el valor de $B=0$ en $x=2J/\sigma$ es un 8% menor que el valor de HRR, los requisitos geométricos así establecidos resultan mucho menos exigentes, como se muestra en la figura 12. Para definir perfectamente este otro criterio es necesario establecer una expresión teórica de la curva $B=0$, en forma similar a las expresiones (5,6) para la curva HRR.

Ya hemos definido las condiciones de dominio de J , como aquéllas en las que una caracterización uniparamétrica (por medio de J) puede considerarse adecuada. A la vista de los resultados obtenidos en este trabajo, parece más adecuado el establecer una caracterización biparamétrica (por medio de J y B) que el establecer unos límites de dominio de J .

5. CONCLUSIONES

Las conclusiones que se derivan de este trabajo son

1. El segundo término de la serie de Williams, la tensión T , tiene un claro efecto en los campos tensionales de la estructura agrietada.
2. Al ir aumentando la deformación, las tensiones T de compresión hacen que el comportamiento de la probeta se aleje de la curva HRR, mientras que las de tracción lo acercan.
3. Los límites de aplicación de una caracterización uniparamétrica (por medio de J) dependen de la configuración geométrica de la probeta.
4. Una caracterización biparamétrica de los campos tensionales (por medio de J y B) permite su descripción hasta un estado de fluencia extendida.

6. BIBLIOGRAFIA

- [1] Williams M.L. (1957). Journal of Applied Mechanics. Vol.24, pp. 111-114
- [2] Larsson S.G. y Carlsson A.J. (1973). Journal of the Mechanic and Physic of Solids. Vol.21, pp. 263-278
- [3] Rice J.R. (1974). Journal of the Mechanic and Physic of Solids. Vol.22, pp.17-26.

- [4] Leever P.S. y Radon J.C. (1983). International Journal of Fracture. Vol.19, pp.311-325
- [5] Cardew G.E., Goldthorpe M.R., Howard I.C. y Kfoury A.P. (1984). "Fundamentals of Deformation and Fracture. The Eshelby Memorial Volume". Cambridge University Press, pp. 465-476.
- [6] Rice J.R. (1968). Journal of Applied Mechanics. Vol.35, pp. 379-386.
- [7] Hutchinson J.W. (1968). Journal of Mechanic and Physic of Solids. Vol.16, pp. 13-31.
- [8] Rice J.R. y Rosengren G.F. (1968). Journal of Mechanic and Physic of Solids. Vol.16, pp. 1-12.
- [9] McMeeking R.M. (1977). Journal of the Mechanic and Physic of Solids. Vol.25, pp. 375-381.
- [10] Bilby B.A., Cardew G.E., Goldthorpe M.R. y Howard I.C. (1986). "Size Effects in Fracture". Mechanical Engineering Publication Ltd., pp. 37-46.
- [11] McMeeking R.M. y Parks D.M. (1979). "Elastic-Plastic Fracture Mechanics". ASTM-STP 668, pp. 175-191.
- [12] Shih C.F. y German M.D. (1981). International Journal of Fracture. Vol.17, pp. 27-43.
- [13] Alani A.A. y Hancock J.W. (1988). Sin publicar.
- [14] Hibbitt, Karlsson y Sorensen (1984). ABAQUS Theory Manual, Providence, Rhode Island.
- [15] Hibbitt, Karlsson y Sorensen (1984), ABAQUS Users Manual, Providence Rhode Island.
- [16] Parks D.M. (1974). Journal of Fracture. Vol.10, pp. 487-496.
- [17] Shih C.F. "Tables of Hutchinson-Rice-Rosengren Singular Field Quantities". Brown University Report, MRL E-147.
- [18] Kfoury A.P. (1986). International Journal of Fracture. Vol.30, pp.301-315.
- [19] A.S.T.M. Annual Book of A.S.T.M. Standars (1980), Pt 31, p. 911. Filadelfia.

6. AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen a Hibbitt, Karlsson y Sorensen el acceso al programa ABAQUS. Covadonga Betegón agradece a la Fundación para el Fomento en Asturias de la Investigación Científica Aplicada y la Tecnología (FICYT) la concesión de una beca para la realización de este trabajo.

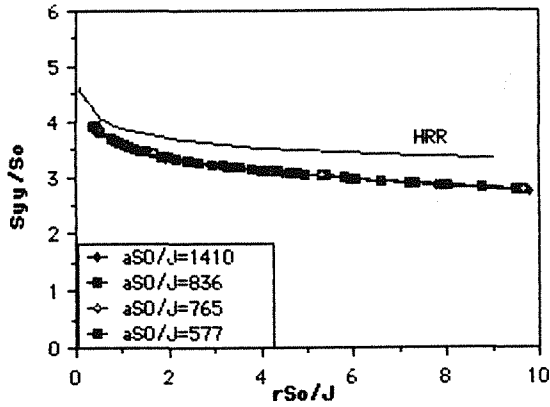


Fig. 1. Formulación de contorno para $B=0$. Tensiones en el frente de la grieta para distintos niveles de fluencia.

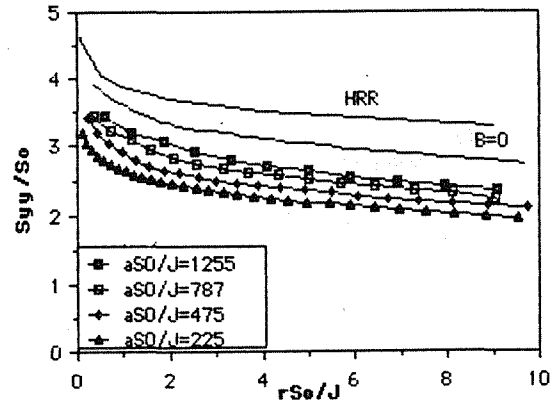


Fig. 4. Tensiones en el frente de la grieta de una placa con una grieta central ($a/w=0.5$).

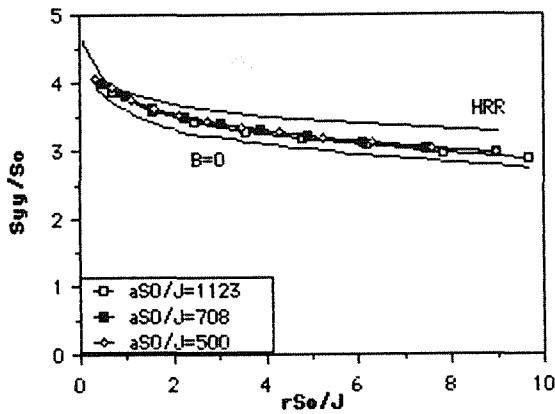


Fig. 2. Formulación de contorno para $B=+1.06$. Tensiones en el frente de la grieta para distintos niveles de fluencia.

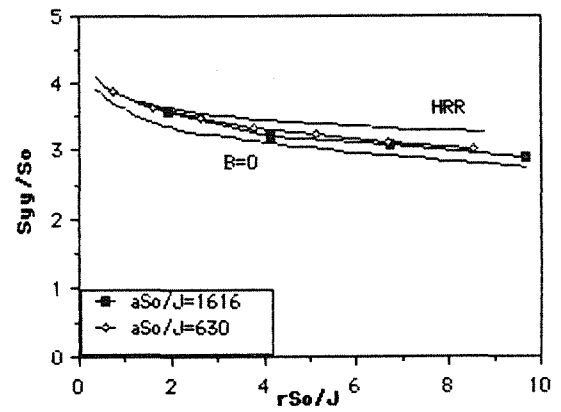


Fig. 5. Tensiones en el frente de la grieta de una placa agrietada en uno de sus bordes ($a/w=0.9$).

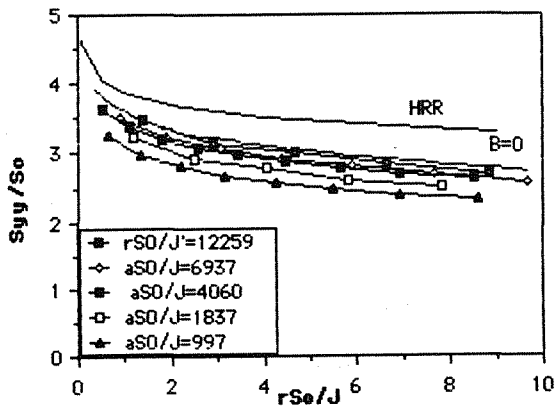


Fig. 3. Formulación de contorno para $B=-1.06$. Tensiones en el frente de la grieta para distintos niveles de fluencia.

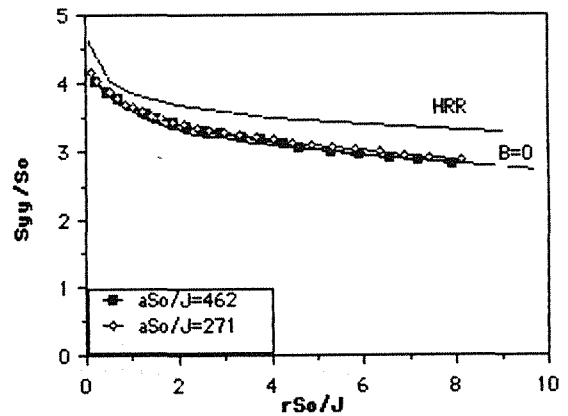


Fig. 6. Tensiones en el frente de la grieta de una placa agrietada en uno de sus bordes ($a/w=0.3$).

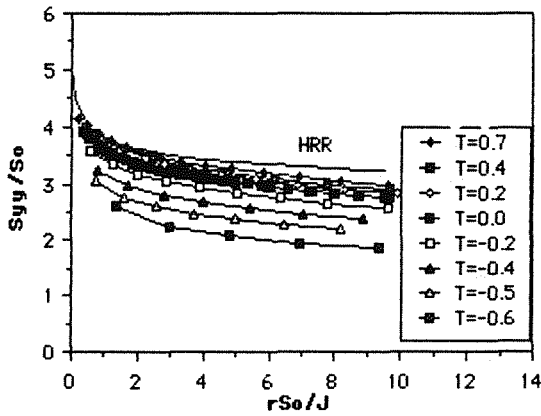


Fig. 7. Tensiones en el frente de la grieta para los distintos valores de T.

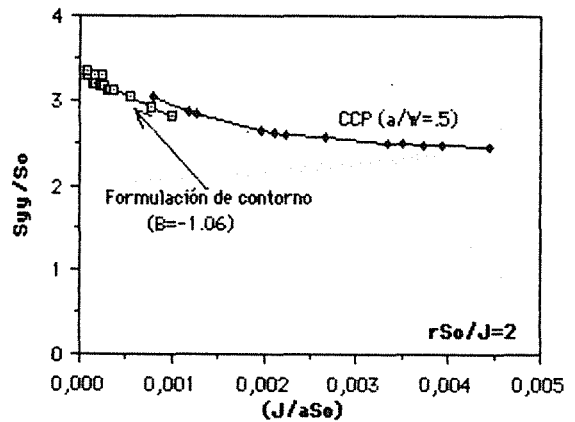


Fig. 10. Tensiones en el frente de la grieta en una placa con una grieta central ($a/w=0.5$) y en una formulación de contorno con $B=-1.06$.

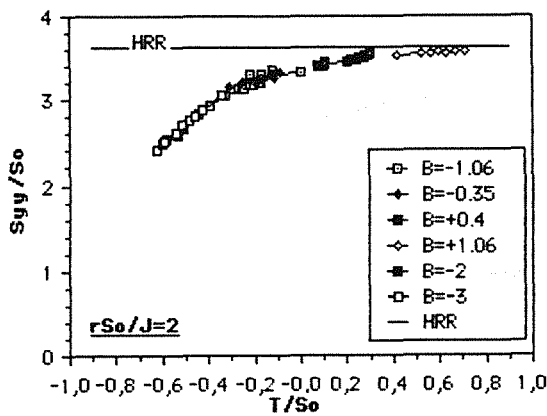


Fig. 8. Tensiones en el punto $r\sigma_o/J=2$ como función de T.

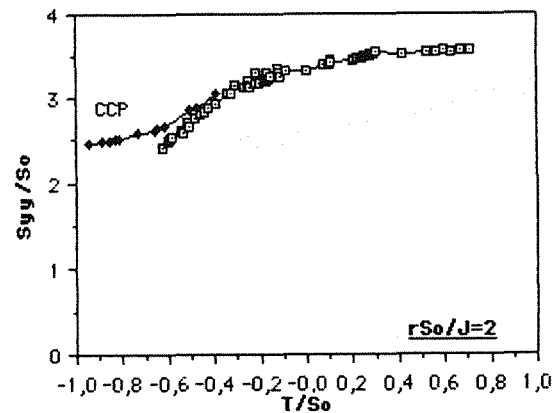


Fig. 11. Tensiones en el punto $r\sigma_o/J=2$ como función de T en una placa con una grieta central ($a/w=0.5$) y en una formulación de contorno con $B=-1.06$.

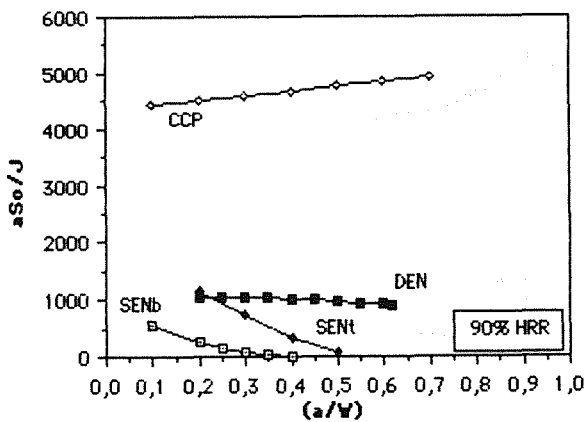


Fig. 9. Requisitos geométricos para distintas configuraciones geométricas según el criterio de Shih y German.

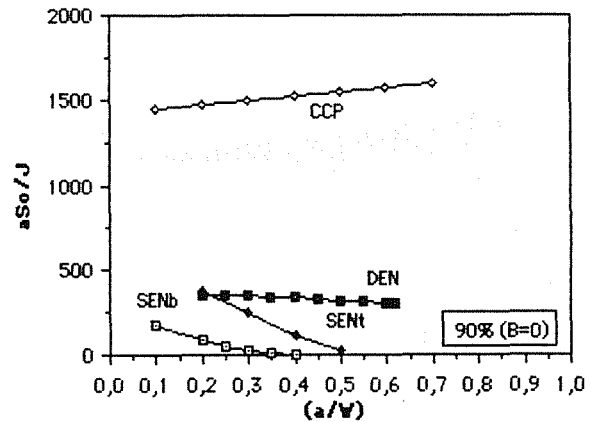


Fig. 12. Requisitos geométricos para distintas configuraciones geométricas según el criterio de McMeeking.