

UN MODELO ESTADISTICO DE ROTURA FRAGIL DE MATERIALES POLICRISTALINOS QUE
CONTENGAN UNA DISPERSION DE PARTICULAS FRAGILES

R. García Arrizabalaga y J. Gil Sevillano

Centro de Estudios e Investigaciones Técnicas de Guipúzcoa (CEIT)
Apartado 1555, 20080 San Sebastián

Resumen. - En el caso de los metales susceptibles de fallo frágil, es muy frecuente la observación empírica de que el origen del fallo local está asociado a la fractura de una partícula frágil no metálica (una inclusión o, en los aceros, un carburo). En este caso, para que ocurra el fallo global, se han de concatenar la transmisión de la rotura de una partícula al grano adyacente y la transmisión de la rotura de este grano a sus vecinos: el suceso nucleante no es necesariamente simple. Tomando como base esta observación, se ha desarrollado un modelo estadístico de fractura que tiene en cuenta la presencia simultánea de dos distribuciones de tamaños de elementos estructurales, uno considerado formado por partículas aisladas y el otro conexo (la matriz), con dos barreras características, las fronteras partícula/matriz y las juntas de grano de ésta, cuyas resistencias a la propagación de grietas sobresalen por encima de la resistencia a la descohesión sobre el plano de exfoliación de las redes cristalinas de ambas fases. Se presenta una aplicación del modelo al cálculo de la probabilidad de rotura bajo tracción uniforme de un acero con una estructura de carburos dispersos en una matriz ferrítica policristalina.

Abstract. - The origin of brittle fracture of polycrystalline metals failing by cleavage is most frequently associated to the slip-induced cracking of some non-metallic brittle particle or inclusion (a carbide in ferritic steels). When the size of the particles is under the grain size of the metallic matrix, the nucleating event of a macroscopic failure results from the successive occurrence of three simple events: slip-induced cleavage of a particle, transmission of the microcrack to the neighbouring grain across the particle/matrix interface and propagation of the grain-size microcrack to the neighbouring grains across the grain boundary. On the basis of this scheme, a statistical "weakest link" fracture model has been developed that takes into account the presence of two independent distributions of structural elements, isolated particles and matrix grains, with two barriers for cleavage propagation, the particle/matrix interfaces and the grain boundaries, characterized by a crack arrest capability well over the crack propagation resistance on the cleavage planes of the crystalline lattices of the two phases. An application of the model to the prediction of the fracture stress of a bainitic steel is presented.

$$\Phi = 1 - (1 - F)^{N_{dv}} \approx 1 - \exp(-F N_{dv})$$

1. INTRODUCCION

Muy frecuentemente, la rotura frágil de materiales policristalinos potencialmente dúctiles (metales) ocurre a partir de núcleos de descohesión que se originan en partículas frágiles fracturadas bajo carga en zonas plastificadas del material. Un suceso nucleante-determinante de la rotura frágil en la hipótesis del "weakest link" -exige entonces la concatenación de tres sucesos en algún punto de la pieza o probeta sometida a tensión:

- rotura de una partícula durante deformación plástica,
- propagación de la microfractura a través de la intercara partícula-grano circundante (a un plano de descohesión de éste) bajo la acción del estado local de tensiones, y

- propagación de la grieta a través de las fronteras de grano (con el cambio de plano que exige la desorientación respecto al grano adyacente).

En la mayoría de los modelos estadísticos de rotura frágil de metales policristalinos [1-14], se supone crítica la propagación de la microfractura de una partícula a la matriz. Sólo en un caso [14] se considera -cualitativamente- que la fractura pueda ser también controlada por la propagación de microgrietas correspondientes a granos fracturados, pero (véase el título de esa referencia) la contribución de granos y partículas a la rotura frágil se juzga independiente. Sin embargo, aunque el agrietamiento de un grano esté condicionado a la propagación de una microgrieta generada en una partícula, como parece ocurrir en los aceros ferríticos, ello no obsta para que las fronteras de grano sean

capaces de detener tales grietas. De todo ello existe amplia evidencia experimental [15-17].

2. PLANTEAMIENTO DEL MODELO

La hipótesis del "weakest link" equivale a suponer que puedo dividir la zona "activa" de la pieza en estudio (su zona plástica) en un gran número de elementos de volumen tales que el fallo de uno solo de ellos determina el fallo total de la pieza. Cada elemento, δV , estará caracterizado por un estado de tensiones, $\sigma_{ij}(K)$, donde K representa el estado macroscópico de sollicitación de la pieza, y por un estado de deformación plástica acumulada (quizá este último no caracterizable por un solo parámetro, aunque por simplicidad lo simbolizaremos ahora por $\bar{\epsilon}(K)$). Si existen N_V núcleos potenciales de fallo por unidad de volumen ($N_V \gg 1$) y F es la probabilidad de fallo de un núcleo sometido a una tensión σ_{ij} en la zona activa, la probabilidad de que falle el elemento de volumen δV es:

$$\delta\phi = 1 - \exp[-N_V F(\sigma_{ij}, \bar{\epsilon}) \delta V] \quad (1)$$

y la probabilidad de fallo de la pieza es:

$$\phi(K) = 1 - \exp[-N_V \int_0^V F(\sigma_{ij}(K), \bar{\epsilon}(K)) dv] \quad (2)$$

donde la integral está extendida al volumen "activo".

Es en el cálculo de F donde se ha de tener en cuenta la exigencia de sucesión de los tres sucesos mencionados que supondremos componen el proceso de rotura macroscópica.

2.1. Probabilidad de nucleación de microgrietas por rotura de partículas o inclusiones frágiles

Aunque existe la posibilidad de nucleación de microgrietas en una matriz metálica en ausencia de segundas fases frágiles (a partir de maclas de deformación o por intersección de bandas de deslizamiento), es mucho más general la observación de nucleación de microgrietas en metales por fractura de alguna partícula frágil (segunda fase o inclusión no metálica), que inevitablemente están siempre presentes en alguna proporción. En el caso de los aceros con matriz ferrítica, las microgrietas se originan por rotura de carburos inducida por la deformación plástica de la matriz adyacente o, en mucha menor proporción, por rotura de inclusiones no metálicas.

El desarrollo de un modelo estadístico de rotura frágil de tal material exige asignar una probabilidad de rotura, p , a cada partícula presente en el volumen activo de la pieza. En el caso de los aceros ferríticos, observaciones experimentales [15-17] indican

que la probabilidad de rotura de un carburo es muy pequeña, dependiente de la deformación plástica previa y del tamaño de los carburos, c (mayor frecuencia de roturas en los de mayor tamaño). Lin y col. [9,10,14] la consideran constante e igual a 0,05 (por ajuste de su modelo con resultados experimentales), pero esto es a todas luces una simplificación muy grosera. Wallin y col. [18] suponen que la probabilidad de fallo de una partícula en una matriz dúctil responde a una distribución de Weibull donde interviene el volumen de la partícula ("weakest link" aplicado al volumen de la partícula), cuya fractura consideran inducida por las tensiones macroscópicas transmitidas por la matriz que fluye plásticamente. Este modelo parece apropiado para partículas grandes ("coarse two-phase composites") pero, en el caso de dispersiones finas de partículas, es a priori más verosímil suponer que éstas se rompen por la acción de heterogeneidades locales de tensión de gran intensidad, asociadas a grupos de dislocaciones (por ejemplo, intersección con una banda de deslizamiento). En este caso, $p(c) \propto c$:

$$\left. \begin{aligned} p(c) &= \alpha c/\bar{c} & , & \quad c \leq \bar{c}/\alpha \\ p(c) &= 1 & , & \quad c > \bar{c}/\alpha \end{aligned} \right\} = H_3 \quad (3)$$

siendo \bar{c} el tamaño medio de las partículas presentes. El factor de proporcionalidad, α , dependerá de la deformación plástica acumulada (que va disminuyendo la capacidad de nucleación de las partículas por fractura o descohesión de la matriz).

2.2. Tensión efectiva de propagación de microgrietas

En el modelo es necesario calcular el tamaño mínimo de microgrietas (partículas o granos rotos) propagables bajo el estado local de tensiones, $\sigma_{ij}(K)$, para determinar F , la probabilidad de fallo de un núcleo. La forma de esos elementos microestructurales se ha asimilado a esferas, por lo que las microgrietas a considerar son grietas circulares planas. Ahora bien, el plano de la grieta puede tener cualquier orientación respecto al estado de tensiones σ_{ij} . Para un estado de tensiones y una orientación de la grieta dados, ésta soporta una resultante normal a su plano, σ_n , y una resultante tangencial, τ , que inducen los tres modos posibles de factor de intensidad de tensiones, K_I , K_{II} y K_{III} , en diferentes proporciones según la posición sobre el frente circular [19]. El punto de máxima velocidad de relajación de energía, G_{max} , ocurre en la dirección de la tensión de cortadura resultante sobre el plano de la grieta, es decir, para $K_{III}=0$. Suponiendo que la rotura ocurre a partir de este punto, un estado cualquiera de tensiones equivale a una "tensión normal efectiva":

$$\sigma_{eff}(\sigma_n \geq 0) = [\sigma_n^2 + (4\tau^2 / (2-\nu)^2)]^{1/2} \quad (4)$$

siempre que el material pueda considerarse elásticamente isótropo.

Para una tensión efectiva dada, el diámetro mínimo de microgrieta propagable viene dado por,

$$t^* = (\beta K_{Ia}^B / \sigma_{eff})^2 \quad (5)$$

donde t^* representa el tamaño mínimo de partícula, c^* , b de grano, D^* , y donde K_{Ia}^B representa el factor crítico de intensidad de tensiones para que la microgrieta atraviese la barrera que la limita: intercara partícula/matriz en el primer caso, $K_{Ia}^{c/f}$, o frontera de grano de la matriz, $K_{Ia}^{f/f}$, en el segundo [20]. Para grietas circulares, $\beta=1.25$.

Si $\sigma_n < 0$, es necesario tener en cuenta la fricción entre las caras de la grieta. Suponiendo un coeficiente de fricción μ , que probablemente será alto,

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{eff}(\sigma_n < 0) &= 2(\tau + \mu\sigma_n) / (2-\nu), \text{ para } (\tau + \mu\sigma_n) > 0 \\ \sigma_{eff}(\sigma_n < 0) &= 0, \text{ para } (\tau + \mu\sigma_n) \leq 0 \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

En la aplicación que se desarrolla a continuación, tracción uniforme, $\sigma_n \geq 0$ y no es necesario considerar el valor de μ .

Por otra parte, se han de tener en cuenta las posibles orientaciones espaciales de las microgrietas. Suponiendo aleatoriedad de esas orientaciones

$$\bar{\sigma}_{eff} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi/2} \sigma_{eff}(\theta, \varphi) \sin\theta \, d\theta \quad (7)$$

que es el valor que se ha tomado para realizar los cálculos de mínimos tamaños propagables de microgrietas. Para tracción uniforme, σ ,

$$\sigma_{eff} = \frac{4 - 2\nu + (\nu^2/3)}{(2-\nu)(4-\nu)} \sigma \quad (8)$$

$$(\approx 0,54 \sigma \text{ para } \nu = 0,3)$$

La aleatoriedad de las orientaciones espaciales no es una hipótesis físicamente correcta, dado que estamos considerando propagación por descohesión (sobre planos {001} en el caso de metales CC). La tensión efectiva, bajo la misma hipótesis de rotura en modo mixto, debería evaluarse mediante consideraciones cristalográficas [21].

En la mayoría de los estudios locales de fractura frágil, sólo se ha solido tener en cuenta el efecto de la tensión normal (modo I). Evidentemente, la tensión efectiva que se deriva de esa hipótesis es siempre inferior a la que se obtiene de considerar modos mixtos.

Aunque ha existido discusión sobre este tema, la mayoría de los resultados experimentales de medida de σ_{eff} realizados con monocristales o policristales de textura intensa concuerdan con las predicciones del criterio de velocidad de relajación de energía crítica considerando modos mixtos [21].

2.3. Probabilidades de fallo

Si suponemos que las distribuciones de tamaños de partículas y granos son independientes (en el sentido de que no exista correlación entre el tamaño de un grano y el de las partículas que contiene) y que la expansión de la microgrieta granular es físicamente independiente de la propagación previa de la fractura de la partícula al interior del grano y ésta de la nucleación:

- a) Si $K_{Ia}^{f/f} > K_{Ia}^{c/f}$, teniendo en cuenta que la fractura de los granos exige la previa de una partícula interior o adyacente, el fallo ocurrirá por rotura de un grano de tamaño superior a D^* (nucleada por partículas de diámetro $c^* \leq c \leq D^*$) ó directamente por la rotura de partículas de tamaño superior a D^* :

$$\phi = 1 - \exp \left[- \int_0^{\infty} [N_g^c F_g(c^* \leq c \leq D^*) + N_V^c F_C(c \geq D^*)] dV \right] \quad (9)$$

$$F_g = \int_{D^*}^{\infty} [1 - \exp \left[-N_V^c \frac{\pi D^3}{6} \right] \cdot F_C(c^* \leq c \leq D^*)] \cdot m(D) \cdot f_g(D) dD \quad (10)$$

N_g^c y N_V^c son, respectivamente, la densidad volumétrica de granos y partículas y f_g es la función de densidad de tamaño de grano. Este se ha supuesto caracterizado por un diámetro medio (i.e., granos esféricos). D^* es el mínimo tamaño de microgrieta granular inestable bajo el estado de tensiones σ_{ij} (Ec. 5). Se incluye un factor de orientación de las microgrietas, m ; suponiendo que el plano por el que se propaga la descohesión en el grano esférico es aleatorio,

$$m(D) = \frac{2 \arccos(D^*/D)}{\pi} \quad (11)$$

Un análisis más completo debería incluir en este factor una influencia del estado local de tensiones, σ_{ij} , que se supone uniforme en un entorno de tamaño superior al grano.

La probabilidad de propagación de la rotura de una partícula es:

$$F_C[\sigma_{ij}(K), \bar{c}(K)] = \int_{c^*}^{\infty} p(c) \cdot m(c) f_c(c) dc =$$

$\frac{2D^3}{6} = \frac{1}{3} \pi D^3$
 $\frac{1}{3} \pi D^3$



no todo el volumen de la partícula es útil (o el tamaño crítico)

$$F_c(c^* \leq c \leq D^*) + F_c(c \geq D^*) =$$

$$\int_{c^*}^{D^*} p(c) f_c(c) dc + \int_{D^*}^{\infty} p(c) f_c(c) dc \quad (12)$$

donde c^* es el mínimo diámetro de partícula cuya rotura es transmisible al grano bajo σ_{ij} , (ec.5), f_c la función de densidad del diámetro medio de las partículas y p la probabilidad de rotura de la partícula en ese instante de carga, dada por (3).

Para deformaciones grandes, el efecto de la deformación plástica previa sobre la forma de los granos se habría de tener en cuenta también en la ec. (10) si quisiera alcanzarse una simulación rigurosa.

- b) Si $0 \leq K_{Ia}^{f/f} \leq K_{Ia}^{c/f}$, las grietas que consigan propagarse a partir de la descohesión de un carburo no pueden ser detenidas por las fronteras de grano. En este caso, suponiendo material de microestructura uniforme

$$\phi = 1 - \exp \left[-N_V^C \int_0^v F_c(c \geq c^*) dv \right] \quad (13)$$

3. APLICACION A LA PREDICCIÓN DE PROBABILIDADES DE ROTURA BAJO UN ESTADO TRACTIVO UNIFORME

Con el modelo de rotura frágil descrito, se ha desarrollado un programa de computador en FORTRAN que opera en un VAX 780. Como ejemplo de sus posibilidades, se presentan aquí resultados de aplicarlo al cálculo de la probabilidad de fractura de probetas aximétricas sometidas a tracción uniaxial, cuya sección uniforme mide 7,6 mm de diámetro y 38 mm de longitud. Los datos microestructurales utilizados corresponden a los medidos experimentalmente en un acero A 533B de estructura bainítica revenida (constituida por granos ferríticos -"paquetes bainíticos"- que contienen una dispersión de carburos). Los datos de los parámetros locales de fractura que intervienen en el modelo y los datos microestructurales se presentan a continuación.

3.1. Parámetros locales de fractura

- $K_{Ia}^{c/f} = 2,5 \text{ MPa } \sqrt{m}$ (comunmente aceptado en la bibliografía (20)).
- $K_{Ia}^{f/f} = 5 \text{ MPa } \sqrt{m}$ (comunmente aceptado en la bibliografía (20)).
- $K_{Ia}^{f/f} = 0$ (para simular el proceso suponiendo irrelevantes las juntas de grano); equivale a $K_{Ia}^{f/f} \leq 2,5 \text{ MPa } \sqrt{m}$.

$$K_{Ia}^{c/f} = 0$$

(suponiendo que las grietas nucleadas en los carburos penetran en la ferrita sin ayuda de la tensión macroscópica).

Todos estos casos se han calculado para dos valores de α :

- $\alpha = 10^{-2}$
- $\alpha = 10^{-3}$

3.2. Parámetros microestructurales

Las distribuciones de diámetros espaciales (supuestos esferas), obtenidas a partir de medidas realizadas sobre secciones planas [22] se han ajustado a funciones tipo gamma:

$$f(x) = \frac{na^p}{\Gamma(p)} (x-d)^{np-1} \exp[-a(x-d)^n], \quad x \geq d \quad (14)$$

Los parámetros de las dos distribuciones y demás datos microestructurales necesarios se recogen en la Tabla 1.

Tabla 1

	granos	carburos
n	1,26153	0,289861
p	4,3265	7,5283
a	0,1258	19,9407
d (μm)	-0,02055	0,04
N_V (mm ⁻³)	$2,9461 \cdot 10^5$	$8,6308 \cdot 10^9$
f_v	0,967	2,74
c (μm)		0,0972

$\int_0^{\infty} f(x) dx = 1$
 $\forall \alpha, p, n, d$

paquetes

3.3. Resultados

Los resultados de probabilidad acumulada de fractura, obtenidos con el modelo, se muestran en la Fig. 1.

En primer lugar, puede concluirse que el efecto de considerar la existencia de las dos barreras sucesivas, c/f y f/f, es muy fuerte si los valores comunmente aceptados para los K_{Ia}^B correspondientes son correctos. El efecto de variar un orden de magnitud la probabilidad de fractura de los carburos es, por el contrario, relativamente pequeño para este acero. Curiosamente, en términos del valor de la tensión de fractura (no de la forma de su función de distribución), los resultados son muy próximos si sólo contarán los carburos o si sólo contarán los granos, en ambos casos con los valores "establecidos" de $K_{Ia}^{c/f} = 2,5 \text{ MPa } \sqrt{m}$ y $K_{Ia}^{f/f} = 5 \text{ MPa } \sqrt{m}$. Obviamente esto está ligado a la circunstancia,

$$K_{Ia}^{c/f} / K_{Ia}^{f/f} = (\bar{c}/\bar{D})^{1/2} \quad (15)$$

como en el caso de los aceros dulces discutido por Curry y Knott [23].

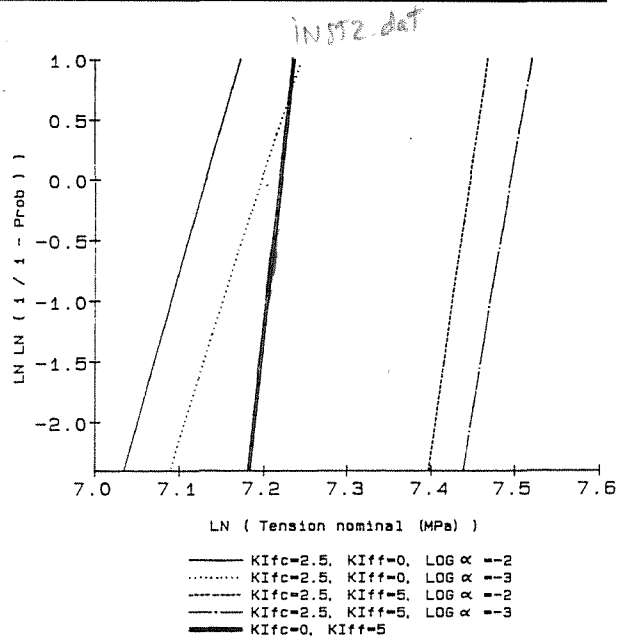
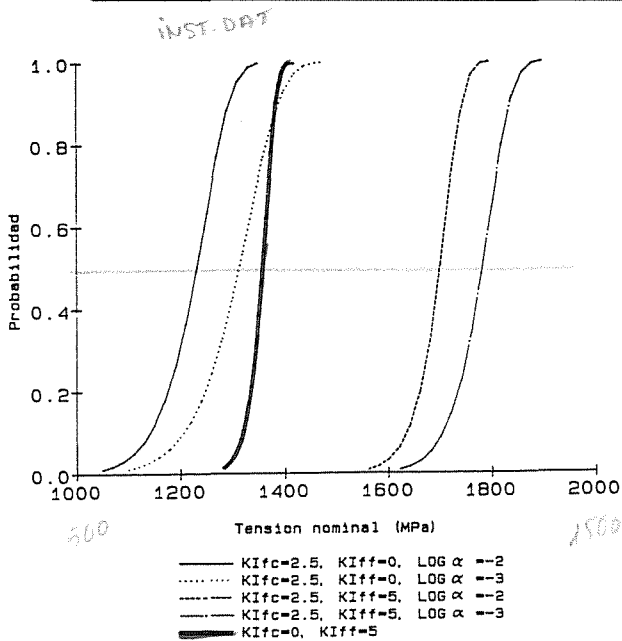


Fig.1.- Probabilidad de fractura de probetas de tracción de 7,6 mm φ x 38 mm de un acero bainítico, calculadas con el modelo para diferentes hipótesis sobre los parámetros microestructurales de rotura.

Fig.2.- Id. Fig. 1, "Diagrama de Weibull".

Finalmente, para $K_{Ia}^{f/f} = 0$, el resultado es insensible al valor de α en el rango explorado ($\alpha \geq 10^{-3}$).

Los resultados anteriores se presentan en la Fig. 2 en forma de "diagrama de Weibull". Las probabilidades acumuladas de fallo obtenidas a partir del modelo admiten aceptablemente una distribución de Weibull de dos parámetros, como podía esperarse [24]. Es interesante señalar que el parámetro de forma, m (pendiente de las rectas ajustables a las curvas calculadas, fig. 2), depende fuertemente de las hipótesis sobre la barrera microestructural controlante de la propagación causante de fallo, según puede apreciarse en la Tabla 2.

Tabla 2.- Parámetros de ajuste de una función de Weibull a las probabilidades de fractura calculadas con el modelo (fig. 2) para probetas axisimétricas de tracción de 7,6 mm φ x 38 mm.

$K_{Ia}^{f/f}$ (MPa/m)	$K_{Ia}^{f/f}$ (MPa/m)	log α	σ_0 (MPa)	m
2,5	0	-2	1251	25,1
2,5	0	-3	1336	22,4
2,5	5	-2	1716	49,0
2,5	5	-3	1802	42,2
0	5	≥ -3	1367	63,6

AGRADECIMIENTO

El trabajo de investigación presentado en este artículo se ha realizado con la ayuda financiera de la Comunidad Económica Europea del Carbón y del Acero (CECA), dentro del proyecto n° 7210/KE/931 (F5-5187) del Programa de Investigación "Acero".

REFERENCIAS

- [1] D.A. Curry, J.F. Knott. "The relationship between fracture toughness and microstructure in the cleavage fracture of mild steel". Metal Sci., 10, 1 (1976).
- [2] D.A. Curry, J.F. Knott. "Effects of microstructure on cleavage fracture toughness of quenched and tempered steels". Metal Sci., 13, 341 (1979).
- [3] A. Pineau. "Review of fracture micro-mechanisms and a local approach to crack resistance in low strength steels". "Advances in Fracture Research (Proc. 5th ICF). Vol. 1, p. 179, D. Francois, ed., Pergamon Press, Oxford, 1981.
- [4] F.M. Beremin. "A local criterion for cleavage fracture of a nuclear pressure vessel steel". Metall. Trans. A., 14A, 2277 (1983).
- [5] A.G. Evans. "Statistical aspects of cleavage fracture in steel". Metall. Trans. A, 14A, 1349 (1983).
- [6] K. Wallin, T. Saario, K. Torronen. "Statistical model for carbide induced brittle fracture in steel". Metal Sci., 18, 13 (1984).

Handwritten notes and calculations:

Sube

→ Weibull

0725-2 2,5 0 -2 1251 25,1 -158 23'5

0725-3 2,5 0 -3 1336 22,4 -136 20'0

0725-2 2,5 5 -2 1716 49,0 -261 37'5

0725-3 2,5 5 -3 1802 42,2 -226 32'2

07500-3 0 5 ≥ -3 1367 63,6 -309 46'2

05T25-4.dat 2'5 5 -4 -218 30'7

05T25-2 0 5 -2 -309 46'2

00T25-4 2'5 0 -4 -128 18'4

- [7] D. Qu, X.W. Wang, C.K. Tsai. "On the Weibull model of cleavage fracture". "Mechanical Behaviour of Materials - IV", vol.2, p. 779. J. Carlsson y N.G. Ohlson, eds., Pergamon Press, Oxford, 1984.
- [8] H. Chun-xiao, C. Qi-gong, S. Yi, Z. Xiuyuan. "Volume effect on cleavage strength, microstructure and fracture micromechanism of welded 15 MnVN steel". "Advances in Fracture Research" (Proc. ICF 6), vol.2, p. 1415. S.R. Valluri, D.M.R. Taplin, P. Rama Rao, J.F. Knott, R. Dubey, eds., Pergamon Press, Oxford (1984).
- [9] T. Lin, A.G. Evans, R.O. Ritchie. "A statistical model of brittle fracture by transgranular cleavage". J. Mech. Phys. Solids, 34, 477 (1986).
- [10] T. Lin, A.G. Evans, R.O. Ritchie. "Statistical analysis of cleavage fracture ahead of sharp cracks and rounded notches". Acta Metall., 34, 2205 (1986).
- [11] S. Slatcher. "A probabilistic model for lower-shelf fracture toughness - Theory and application". Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct., 9, 275 (1986).
- [12] B. Strnadel, E. Mazancová, K. Mazanec. "Modelling of cleavage fracture in microalloyed steels with mixed ferrite-bainitic structure". "Fracture Control of Engineering Structure" (Proc. ECF 6), vol. III, p. 1775. H.c. van Elst y A. Bakker, eds., EMAS (UK), 1986.
- [13] T.L. Anderson. "A Combined statistical constraint model of the ductile-brittle transition region". Presented at the 3rd Int. Symp. on Nonlinear Fracture Mechanics, Knoxville, TN (USA), 1986.
- [14] T. Lin, A.G. Evans, R.O. Ritchie. "Stochastic modelling of the independent roles of particle size and grain size in transgranular cleavage fracture". Metals. Trans. A, 18A, 641 (1987).
- [15] C.J. McMahon, Jr., M. Cohen. "Initiation of cleavage in polycrystalline iron". Acta Metall., 13, 591 (1965).
- [16] L.E. Kaechele, A.S. Tetelman. "A statistical investigation of microcrack formation". Acta Metall., 17, 463 (1969).
- [17] M. Cohen, M.R. Vukcevic. "A statistical treatment of cleavage initiation in iron by cracking of carbides". "Physics of Strength and Plasticity", p.295. A.S.Argon, ed., The M.I.T. Press, Cambridge, (Mass., USA), 1969.
- [18] K. Wallin, T. Saario, K.Törrönen. "Fracture of brittle particles in a ductile matrix". Int. J. of Fracture, 32, 201 (1987).
- [19] G.C. Sih. "Handbook of Stress-Intensity Factors". Institute of Fracture and Solid Mechanics Lehigh University, Bethlehem, Pa., USA (1973).
- [20] G.T. Hahn. "The Influence of Microstructure on Brittle Fracture Toughness". Metall. Trans. A, 15A, 947 (1984).
- [21] J. Gil Sevillano, A. Martín Meizoso, "The Influence of Texture on Fracture". "Textures of Materials", J.S. Kallend y G. Gottstein, eds., The Metallurgical Society, Warrendale, Pa. (USA), (1988).
- [22] C.M. Sellars. "Quantitative Metallography". Programa Master en Metalurgia Física y Mecánica, Escuela Superior de Ingenieros Industriales (Universidad de Navarra), San Sebastián, España, 1981.
- [23] D.A. Curry y J.F. Knott, "Effects of Microstructure on Cleavage Fracture Stress in Steel", Metal Sci., 12, 511 (1978).
- [24] K. Trustrum y A. de S. Jayatilaka, "Applicability of Weibull Analysis for Brittle Materials", J. Mater. Sci., 18, 2765 (1983).