

INFLUENCIA DE LA DISIPACION VOLUMICA EN LA ENERGIA ESPECIFICA DE FRACTURA DEL HORMIGON

G.V. Guinea, J. Planas and M. Elices

Departamento de Ciencia de Materiales, Escuela de Ingenieros de Caminos, Universidad Politécnica de Madrid, Ciudad Universitaria, 28040 Madrid, España

RESUMEN

El presente artículo muestra los primeros intentos para evaluar el efecto que tiene la disipación volúmica en la fractura del hormigón. Se ha desarrollado una ecuación constitutiva simple para el material, basada en conceptos de variables internas y en un criterio de Rankine modificado. Es una formulación isotrópica con endurecimiento que permite degradación de la rigidez y de la resistencia, cuya definición se realiza con una única función de endurecimiento.

Para simplificar el uso del modelo reteniendo los rasgos esenciales de la influencia del tamaño se ha desarrollado un método de perturbaciones en primer orden. Este es un método general que permite estimar la disipación energética para pequeñas desviaciones del dominio elástico. Este método se ha aplicado a través de elementos finitos a probetas de tamaños normales y a tamaños muy grandes mediante una solución cerrada basada en un análisis asintótico llevado a cabo por los autores.

Las conclusiones principales son que se han desarrollado unas nuevas y potentes herramientas para el análisis del complejo problema de la propagación de una fisura cohesiva en un material disipativo, y que en lo que se refiere al hormigón, la disipación en volumen difícilmente puede justificar la dependencia con el tamaño de la energía específica de fractura.

ABSTRACT

This paper presents the first approach to evaluate bulk dissipation in concrete. A simple constitutive equation has been developed for the bulk material, based on internal variable concepts and a modified Rankine criterion. It is a strain hardening isotropic formulation allowing stiffness and strength degradation, and a single hardening function is needed to define the model.

To simplify the use of the model while retaining some essential features of the influence of the size, a first order perturbation approximation has been developed. This is a general method that makes an estimate of the energy dissipation for small deviations from the elastic behavior. This method is applied to normal size specimens using finite elements and to very large sizes using a closed form solution based on the asymptotic analysis developed by the authors.

The main conclusions are that new and powerful tools have been developed to analyze the complex problem of the propagation of a cohesive crack model in a bulk-dissipative material, and that as far as concrete is concerned, the bulk dissipation may hardly account for the observed size dependence of the average specific fracture energy.

1. INTRODUCCION

La primera aproximación al estudio de la fractura del hormigón se hizo a través de la Mecánica de Fractura Elástica Lineal, disciplina que está bien fundamentada y es aplicable a numerosos casos. Pero los resultados de su uso en el estudio del hormigón no dieron los frutos esperados, pues se observó una dependencia de los resultados con el tamaño de la estructura, que es achacable a la zona microfisurada que aparece en el extremo de la fisura. A diferencia de los materiales metálicos, en el hormigón esta zona es relativamente importante respecto del tamaño de las estructuras, salvo quizás en grandes obras como las presas [1,2].

En los últimos años han aparecido nuevas propuestas para intentar modelizar el proceso de fractura del hormigón, que se apoyan en teorías de fractura no lineal. Entre ellas han cobrado especial vigor los modelos de fisura cohesiva que representan un compromiso entre la extrema complejidad de los modelos no locales y la sencillez de los modelos de fisura efectiva [3,4].

Los modelos de fisura cohesiva describen el comportamiento de la zona de fractura a través de dos parámetros básicos como son la resistencia a tracción y la energía de fractura. La influencia de ambos parámetros en el comportamiento estructural depende en esencia del tamaño de la estructura. Mientras que para estructuras pequeñas la resistencia a tracción es el dato condicionante, en grandes elementos lo es la energía de fractura, necesitándose por tanto conocer su valor de forma precisa.

Con tal fin se creó una recomendación RILEM para la medida de la energía de fractura basada en la rotura estable de vigas entalladas por flexión en tres puntos. En dicha norma se calcula la energía de fractura como la relación entre el trabajo total realizado para la rotura completa de la probeta (separación física) y el área inicial de ligamento, que será la superficie de fractura engendrada en el experimento.

Desafortunadamente existen numerosos resultados publicados de ensayos de medida de la energía de fractura del hormigón que muestran una dependencia de la energía de fractura con el tamaño de la probeta, incompatible con la consideración de magnitud característica del material. El ejemplo más sobresaliente corresponde a un Round Robin impulsado por la RILEM que involucró un total de 14 laboratorios, entre ellos el nuestro, en 9 países con más de 700 vigas ensayadas. La figura 1 muestra la representación de G_F en unidades relativas frente al tamaño de viga, observando en promedio un evidente efecto de tamaño que parece resultar independiente de la composición y tamaño máximo del árido empleado, con un incremento medio del 30% en G_F cuando aumentamos tres veces el tamaño de la probeta [5].

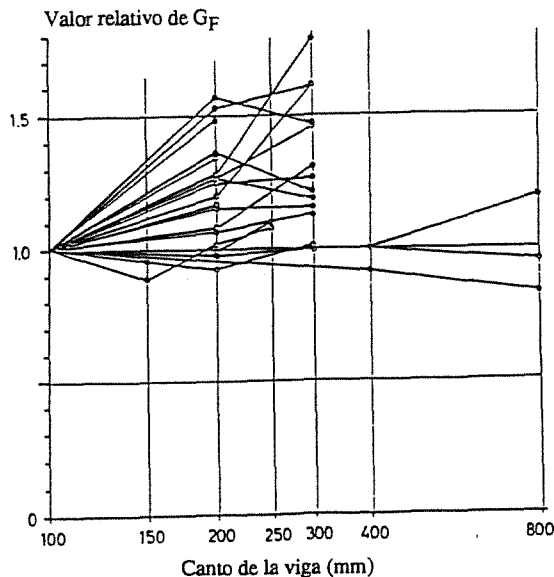


Fig.1 Variación de la energía de fractura con el tamaño de la probeta (según la ref. (5))

Las causas de este fenómeno aún no han sido bien estudiadas. Casi simultáneamente a la aparición del método RILEM de medida de G_F , Hillerborg apuntó veladamente la posibilidad de que existiese disipación fuera de la zona de fractura [6]. Posteriormente los autores han mostrado la necesidad de cuidar ciertos aspectos experimentales a la hora de evaluar la energía de fractura del hormigón, tales como la plastificación en los apoyos, o la histéresis del equipo de ensayo, y han señalado con claridad la posibilidad de que el efecto de tamaño estuviese producido por una disipación plástica en el volumen de la probeta [7,8]. Esta causa ha sido también apoyada por Oh [9].

El presente artículo discute el efecto que pueda tener sobre dicho efecto de tamaño la disipación en el volumen de la probeta debida a estados de tracción en el material. Se ha desarrollado una ecuación constitutiva simple para el material, basada en conceptos de variables internas y en un criterio de Rankine modificado. Para simplificar el uso del modelo reteniendo los rasgos esenciales de la influencia del tamaño se ha aplicado un método de perturbaciones en primer orden. Este es un método general que permite estimar la disipación energética para pequeñas desviaciones del dominio elástico, y que en principio parece adecuado para el hormigón en la rama de endurecimiento. Este método ha sido utilizado en probetas de tamaños normales mediante cálculos por elementos finitos y en tamaños muy grandes mediante una solución cerrada basada en un análisis asintótico llevado a cabo por los autores.

2. MODELO DE DISIPACION EN VOLUMEN

El estudio general de la disipación total en el volumen de la probeta necesita un modelo para el hormigón que sea capaz de simular comportamientos en tracción y compresión. Sin embargo es posible, en numerosos casos, simplificar el estudio ya que suelen aparecer dos regiones bien distintas con altos valores de las tensiones, una en estados predominantes de compresión y otra en tracción, separados por una zona intermedia con tensiones lejos de los límites de tracción σ_t y de compresión σ_c . La zona traccionada se sitúa en las inmediaciones de la fisura, mientras que las zonas comprimidas fundamentalmente rodean a los apoyos. Puesto que el efecto de los apoyos es de alcance limitado, y a cierta distancia el campo tensional no es afectado por el tipo de apoyo (rodillo, placa, etc.) sino solo por sus esfuerzos resultantes, podemos estudiar separadamente estas zonas comprimidas del resto de la probeta. La zona en compresión de los apoyos puede ser estudiada experimentalmente mediante ensayos de calibración. En este artículo nos centraremos en el estudio de la zona en tracción a través de un modelo plástico tipo Rankine.

Supondremos de aquí en adelante pequeñas deformaciones, densidad constante y procesos isotérmicos.

El estado de un elemento de volumen se describirá por el tensor de tensiones σ y una variable tensorial interna ϵ^r que llamaremos deformación remanente.

De la teoría de mecánica de medios continuos sabemos que si definimos la energía complementaria por unidad de volumen, como:

$$g = \sigma \cdot \epsilon - f \quad (1)$$

siendo f la energía libre por unidad de volumen, la ecuación de irreversibilidad se expresará como:

$$\dot{g} - \epsilon \cdot \dot{\sigma} = \dot{w}^D \geq 0 \quad (2)$$

en la que \dot{w}^D representa el trabajo disipado por unidad de volumen y unidad de tiempo

En nuestro modelo, el estado de un elemento queda definido por el tensor de tensiones y el tensor de deformación remanente, que actúa como variable de daño, por ello, la energía complementaria será de la forma:

$$g = g(\sigma, \epsilon^r) \quad (3)$$

Si tomamos la forma diferencial de la ecuación (3) y sustituimos en (2), el resultado será:

$$\frac{\partial g}{\partial \sigma} \cdot d\sigma + \frac{\partial g}{\partial \epsilon^r} \cdot d\epsilon^r - \epsilon \cdot d\sigma \geq 0 \quad (4)$$

y como deberá verificarse para todo proceso elemental posible, tendremos que:

$$\frac{\partial g}{\partial \sigma} = \epsilon \quad \text{y} \quad \frac{\partial g}{\partial \epsilon^r} \cdot d\epsilon^r = dw^D \geq 0 \quad (5)$$

La ecuación constitutiva propuesta representa un modelo sin degradación de rigidez basado en el criterio de Rankine. Su formulación viene dada por la expresión de la energía complementaria

$$g = \frac{1}{2} \sum_{\#} \sigma \cdot \sigma + \sigma \cdot \epsilon^r \quad (6)$$

donde $\mathbb{C}_{\#}$ es un tensor de cuarto orden, constante, que proporciona un comportamiento elástico en ausencia de daño ($\epsilon^r = 0$). El término en ϵ^r añade al modelo la disipación energética. Aplicando las ecuaciones (5) a la (6) quedan las expresiones:

$$\epsilon = \mathbb{C}_{\#} \sigma + \epsilon^r \quad \text{y} \quad \sigma \cdot d\epsilon^r = dw^D \geq 0 \quad (7)$$

El crecimiento de ϵ^r viene determinado por una regla de flujo basada en el criterio de Rankine, tomando la hipótesis de que el dañado está gobernado por la tensión principal mayor de tracción. Nuestro criterio de cedencia será:

$$F(\sigma, w^D) = \frac{\sigma_I}{\Phi(w^D)} = \frac{P_I \cdot \sigma}{\Phi(w^D)} \leq 1 \quad (8)$$

donde P_I es el tensor de segundo orden que proyecta sobre el subespacio asociado a \bar{p}_I , autovector unitario asociado al valor propio mayor σ_I del tensor σ , y $\Phi(w^D)$ una función del trabajo total disipado que se supone creciente (no hay ablandamiento).

Elegiremos la regla de crecimiento de ϵ^r como la ley asociada:

$$d\epsilon^r = \frac{\partial F}{\partial \sigma} dw^D = \frac{P_I dw^D}{\Phi(w^D)} \quad (9)$$

que satisface idénticamente (7) con las condiciones de carga

$$\frac{\partial F}{\partial \sigma} \cdot d\sigma = \frac{P_I \cdot d\sigma}{\Phi(w^D)} = \frac{d\sigma_I}{\Phi(w^D)} > 0 \quad \text{y} \quad F = 1 \quad (10)$$

La ventaja de la formulación anterior es que maneja explícitamente la disipación por unidad de volumen y que puede extenderse con facilidad a otras funciones de energía y otras variables externas (para simular, por ejemplo, degradación de rigidez). Sin embargo, para su manejo posterior es mejor transformar las ecuaciones anteriores en otras con variables más inmediatas. Para ello definimos la tensión de cedencia σ^P y la deformación equivalente ϵ^P de forma que:

$$\sigma^P = \Phi(w^D) \quad \text{y} \quad d\epsilon^P = \frac{dw^D}{\Phi(w^D)}, \quad \text{con} \quad \epsilon^P = 0 \quad \text{para} \quad w^D = 0 \quad (11)$$

Las ecuaciones (11) definen paraméricamente una relación entre σ^P y ϵ^P que suponemos explicitable en ϵ^P y que, por la monotonicidad de Φ y por ser $w^D > 0$, está definida para $\sigma^P > \sigma_0 = \Phi(0)$. Por comodidad, hacemos su extensión analítica imponiendo $\epsilon^P = 0$ para $\sigma^P \leq \sigma_0$ y escribiremos:

$$\epsilon^P = f(\sigma^P), \quad \text{con} \quad f(\sigma^P) = 0 \quad \text{para} \quad \sigma^P \leq \sigma_0 \quad (12)$$

de (11) y (12) resulta que la disipación por unidad de volumen puede expresarse en función de la tensión equivalente en la forma:

$$w^D = D(\sigma^P) = \int_{\sigma_0}^{\sigma^P} \sigma^P f'(\sigma^P) d\sigma^P = \int_0^{\sigma^P} \sigma^P f'(\sigma^P) d\sigma^P \quad (13)$$

Con estas modificaciones, el criterio de cedencia y la regla de flujo se reducen a:

$$\sigma_I - \sigma^P \leq 0 \quad \text{y} \quad d\epsilon^r = P_I d\epsilon^P, \quad \text{con} \quad d\epsilon^P = f'(\sigma^P) d\sigma^P \quad (14)$$

Las ecuaciones (14) pueden escribirse en una forma muy sencilla definiendo el funcional supremo o máximo histórico:

$$\text{Sup}(\sigma_I) := \text{Sup}[\sigma_I(\tau), t] = \max\{\sigma_I(\tau); \tau \in [0, t]\} \quad (15)$$

que obviamente verifica:

$$d[\text{Sup}(\sigma_I)] = \begin{cases} < d\sigma_I > = \frac{1}{2} (d\sigma_I + |d\sigma_I|) & \text{si } \sigma_I = \text{Sup}(\sigma_I) \\ 0 & \text{si } \sigma_I < \text{Sup}(\sigma_I) \end{cases} \quad (16)$$

con lo cual las ecuaciones (14) se reducen a:

$$\sigma^P = \text{Sup}(\sigma_I) \quad \text{y} \quad d\epsilon^r = P_I f'(\sigma^P) d\sigma^P \quad (17)$$

El comportamiento está determinado por el tensor elástico $\mathbb{C}_{\#}$ (por E y ν en el caso isótropo) y por la función de deformación $f(\sigma^P)$.

El módulo de elasticidad y la función de endurecimiento se obtienen fácilmente de la curva tensión deformación en tracción simple. Sea σ_{11} la tensión uniaxial aplicada (con todas las restantes componentes del tensor de tensiones iguales a cero) y ϵ_{11} la correspondiente deformación longitudinal. Entonces, la componente 11 de la primera de las ecuaciones (7) da:

$$\epsilon_{11}^r = \epsilon_{11} - \frac{\sigma_{11}}{E} \quad (18)$$

Por otra parte, para un ensayo monótono $\text{Sup}(\sigma_I) = \sigma_I = \sigma_{11}$ y las ecuaciones (17) quedan:

$$\sigma^P = \sigma_{11} \quad \text{y} \quad \epsilon^P = f(\sigma^P) = \epsilon_{11}^r \quad (19)$$

por lo que σ^P y ϵ^P se obtienen para cada punto de la curva $\sigma_{11} - \epsilon_{11}$ como se indica en la figura 2. Es de notar que en el ensayo de tracción simple, el área sombreada en la figura 2 coincide con w^D para la correspondiente σ^P .

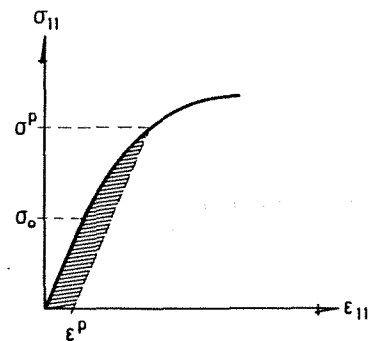


Fig.2 Curva tensión-deformación para un ensayo de tracción simple

Para la función de deformación proponemos la siguiente expresión uniparamétrica:

$$\epsilon^P = f(\sigma^P) = 0 \quad \text{si} \quad \frac{\sigma^P}{\sigma_t} \leq 1 - \frac{1}{\alpha}$$

$$\epsilon^P = f(\sigma^P) = \epsilon_m \left[1 - \alpha \left(1 - \frac{\sigma^P}{\sigma_t} \right) \right]^\alpha \quad \text{para} \quad 1 - \frac{1}{\alpha} < \frac{\sigma^P}{\sigma_t} \leq 1 \quad (20)$$

que depende de α , parámetro adimensional, σ_t resistencia a tracción, y ϵ_m deformación equivalente correspondiente a σ_t . La forma de esta función puede verse en la figura 3 para distintos valores de α .

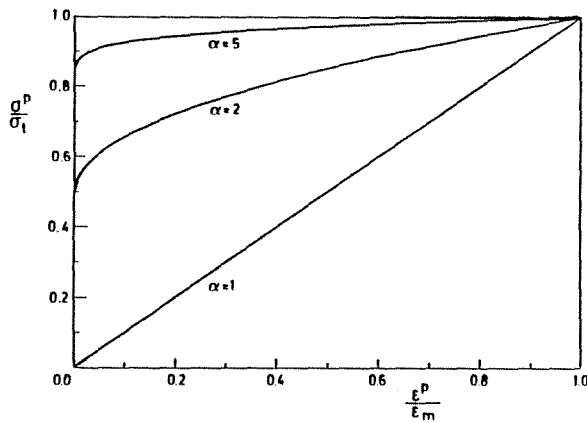


Fig.3 Función de deformación propuesta

Con la función de endurecimiento definida hemos realizado un ajuste de la curva $\sigma - \epsilon$ para distintos ensayos de tracción simple en probetas de hormigón. Los ensayos han sido realizados en nuestro Departamento y un resultado típico se muestra en la figura 4. Hemos comprobado que el ajuste es bueno en promedio para valores de α comprendidos entre 2 y 3.

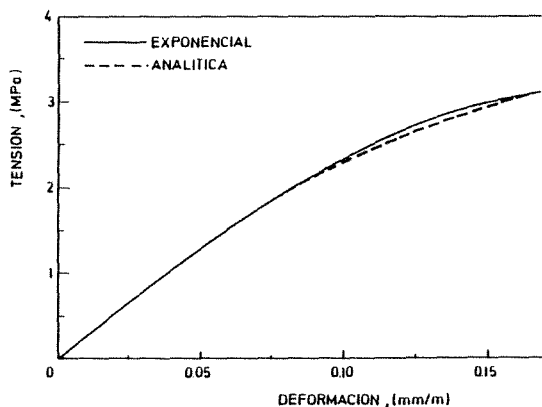


Fig.4 Resultado del ajuste de la curva tensión-deformación en un ensayo de tracción simple

3. ANALISIS PERTURBATIVO

El análisis de un problema de fisura cohesiva teniendo en cuenta el comportamiento plástico según el modelo propuesto es una tarea compleja, sólo abordable mediante un programa específico de elementos finitos. Sin embargo existe la posibilidad de tener en cuenta los efectos dominantes mediante un análisis perturbativo en primer orden en el que se considera que la deformación plástica es pequeña en comparación con la elástica.

Para ello estudiaremos el problema de una familia uniparamétrica de problemas en los que la deformación inelástica pueda hacerse tender continuamente a cero. Esto se consigue definiendo la función de deformación $f(\sigma^P)$ como:

$$\epsilon^P = f(\sigma^P) = \lambda f^*(\sigma^P) \quad (21)$$

con lo cual las ecuaciones incrementales para un proceso arbitrario son, derivando (7) y usando (17) y (21)

$$d\epsilon = \frac{C}{\#} d\sigma + \lambda [P_1 f'^*(\text{Sup}(\sigma_T))] d[\text{Sup}(\sigma_T)]$$

Evidentemente, cuando $\lambda \rightarrow 0$ la ecuación constitutiva tiende a la elástica. Para una evolución dada de condiciones de contorno, la solución de tensiones, corrimientos, deformaciones etc., dependerá de λ y tenderá a la solución elástica para $\lambda \rightarrow 0$, y podremos poner, en particular

$$\sigma = \sigma_0 + O(\lambda) \quad \text{Sup}[\sigma_T] = \text{Sup}[\sigma_{0T}] + O(\lambda) \quad (22)$$

donde $O(\lambda)$ y $0(\lambda)$ son un tensor y un escalar que se anulan para $\lambda \rightarrow 0$, y σ_0 corresponde a la solución elástica. La disipación volumétrica, resultará entonces, utilizando (13) y (17-1):

$$w^D = \int_0^{\text{Sup}(\sigma_{I_0})} \sigma^P f'(\sigma^P) d\sigma^P + \lambda 0(\lambda) \quad (23)$$

La aproximación de primer orden para la energía disipada se obtiene despreciando el segundo término de (23). Dicha aproximación requiere únicamente conocer la distribución de tensiones principales máximas calculadas como si el material fuera elástico, y la aproximación será tanto mejor cuanto menores sean las deformaciones plásticas comparadas con la elásticas. La aplicabilidad al hormigón está favorecida por el hecho de que en el seno del material la tensión principal mayor no puede superar la resistencia a tracción f_t ya que al alcanzarse ésta se produce una fisura cohesiva con el consiguiente ablandamiento y descarga del material de su entorno.

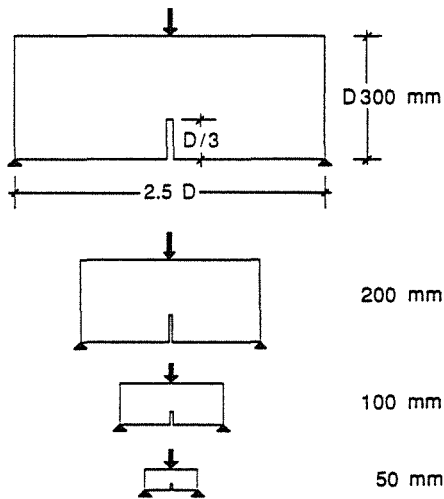
En el siguiente apartado se analiza, utilizando esta primera aproximación, la importancia de la disipación volumétrica en ensayos de flexión de vigas entalladas.

4. APLICACION

Disipación en probetas de flexión

Hemos evaluado la energía que se disipa en primer orden en una serie homotética de probetas para ensayos de flexión en tres puntos utilizando la función de deformación (20).

Se consideraron probetas con las dimensiones mostradas en la figura 5 y se tomaron los valores promedio del módulo de elasticidad, resistencia a tracción y energía de fractura del hormigón que asimismo se se indican.



$E = 27000 \text{ MPa}$ espesor = 100 mm
 $\nu = 0.2$ $\sigma_t = 3 \text{ MPa}$ $G_F = 100 \text{ N/m}$

Fig. 5 Dimensiones de las probetas y valores de las propiedades tomadas en el cálculo

El análisis se hizo mediante un cálculo por elementos finitos, simulando la fisura cohesiva mediante elementos especiales de interfase que exhiben ablandamiento. La relación carga desplazamiento de estos elementos se ajustó a la curva de ablandamiento bilineal propuesta por Petersson [10], dada en la figura 6. La malla usada para todos los tamaños fue la dibujada en la figura 7 con un total de 1110 elementos, existiendo 100 elementos sobre la zona entallada y de fisuración. El cálculo se hizo en tensión plana, y se obtuvo el registro completo carga desplazamiento hasta un valor residual del 0,002 de la carga máxima. Para cada escalón de carga se obtenía el supremo de la tensión principal máxima en cada elemento, de ella la disipación por unidad de volumen y finalmente se sumaba para todos los elementos para obtener la disipación total.

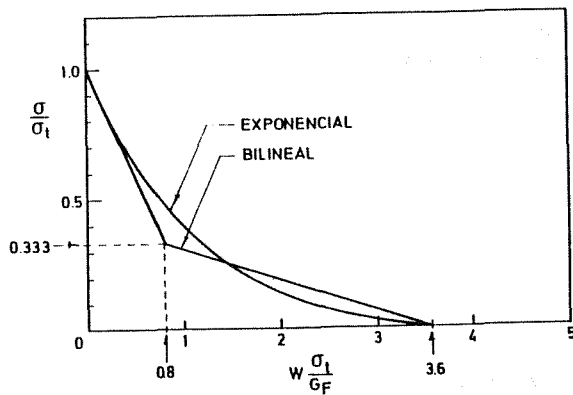


Fig. 6 Curvas de ablandamiento utilizadas

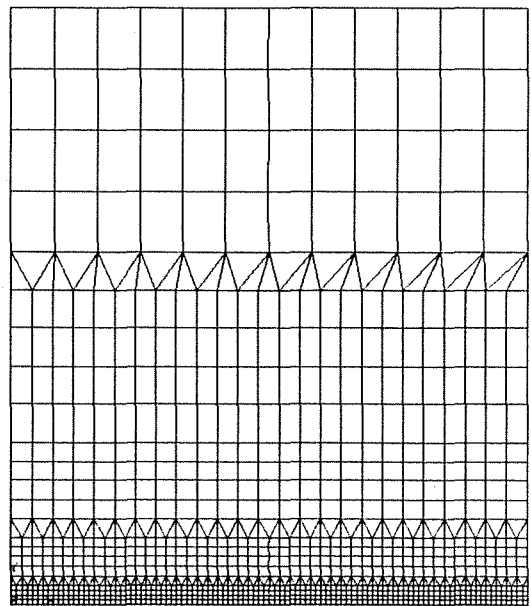


Fig. 7 Malla utilizada para el cálculo

Los resultados más importantes se han representado en la figura 8 para un valor de α igual a 2. En ella representamos el valor del trabajo específico disipado en forma adimensional, según

$$G_D^* = \frac{WD}{A_{lig} \sigma_t \epsilon_m l_{ch}}$$

en donde hemos introducido la longitud característica del material definida como $l_{ch} = \frac{G_F E}{\sigma_t^2}$, y σ_t y ϵ_m están dados

por la ecuación (20), A_{lig} representa el área del ligamento inicial. También se da el valor relativo del trabajo específico adimensional respecto del valor medio experimental de la energía de fractura para ensayos realizados en nuestro Departamento. En la figura se observa que aunque el efecto de la disipación en volumen resulta influido considerablemente por el tamaño, su importancia relativa frente al valor experimental es muy pequeña, situándose alrededor del 5%.

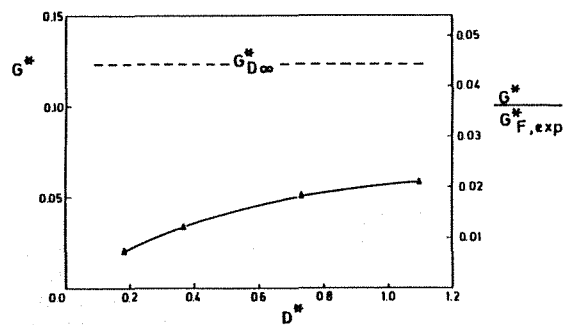


Fig. 8 Valores de la energía disipada frente al tamaño de la probeta

Disipación para tamaño infinito

Planas y Elices [11] han desarrollado un método de análisis asintótico para calcular la solución al problema de una fisura cohesiva en modo I en un medio elástico lineal cuyas dimensiones son mucho más grandes que la zona en proceso de fractura.

La sollicitación en esta caso viene dada únicamente por el factor de intensidad de tensiones K_I sobre la fisura. Para que progrese la fisura cohesiva necesitaremos incrementar dicha sollicitación, obteniendo valores crecientes de la zona cohesiva, R , hasta llegar a la situación de propagación estacionaria donde queda constante, al igual que K_I que alcanza su valor crítico. En esta situación estacionaria la fisuración progresa igual a sí misma, trasladando los campos de tensiones y desplazamientos. Durante la propagación estacionaria existe una zona entorno a la fisura que se ve sometida a tensiones importantes, y que si el material es disipativo, dará una contribución constante a la energía específica necesaria para la fisuración. Considerando la figura 9, la energía necesaria para propagar de forma idéntica a sí misma la fisuración una unidad de área tendrá dos contribuciones, la debida al proceso de fractura en sí mismo G_F , y la debida al arrastre de las zonas plastificadas en el extremo de la fisura cohesiva, que llamaremos G_D . Este proceso disipativo incrementará la energía de fractura hasta un valor aparente $G_F + G_D$.

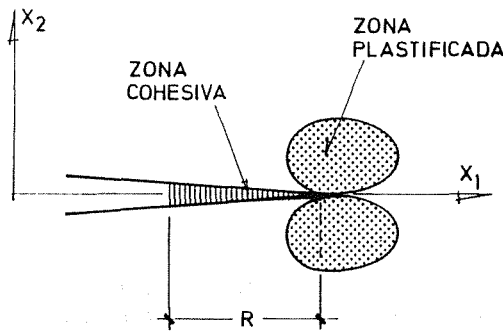


Fig.9 Zonas plastificadas en el entrono de una fisura cohesiva

Resulta mucho más cómodo y sencillo trabajar con todo el problema en forma adimensional y por ello adoptaremos la siguiente notación:

$$\sigma^* = \frac{\sigma}{\sigma_i} \quad R^* = \frac{R}{l_{ch}}$$

$$K_I^* = \frac{\sqrt{R^*} \sqrt{l_{ch}}}{\sigma_i} K_I$$

La estimación del valor de $G_{D\infty}^*$ se ha hecho gracias al análisis perturbativo presentado. Puesto que según dicho análisis la energía disipada en primer orden resulta dependiente de la tensión principal máxima de tracción alcanzada en todo el proceso de rotura, se ha analizado dicha tensión en puntos a distinta distancia de la línea de fisuración. De este modo se ha conseguido el perfil de tensiones principales máximas históricas en dirección perpendicular a la línea de fisuración.

Para una fisura que se traslada igual a sí misma una longitud l , el campo de disipaciones se puede escribir como

$$w^D = w^D(x_1 - l, x_2)$$

y el campo de tasas de disipación:

$$\frac{dw^D}{dl} = - \frac{\partial w^D}{\partial x_1}$$

la disipación total por unidad de propagación y unidad de espesor será pues:

$$G^D = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} - \frac{\partial w^D}{\partial x_1} dx_1 dx_2$$

integrando con respecto a x_1 :

$$G^D = \int_{-\infty}^{\infty} [w^D(-\infty, x_2) - w^D(\infty, x_2)] dx_2$$

pero para $x_1 \rightarrow +\infty$ no hay tensión y la energía disipada es nula, y puesto que la energía disipada no puede decrecer, para $x_1 \rightarrow -\infty$ tiene que tomar su valor máximo.

Llamado entonces

$$w^D(x_2) = \max [w^D(x_1, x_2); x_1 \in (-\infty, \infty)]$$

resulta que:

$$G^D = \int_{-\infty}^{\infty} w_{max}^D(x_2) dx_2$$

Como w^D es una función monótona de la tensión principal mayor alcanzada, su máximo corresponde al máximo de la tensión, y

$$w_{max}^D(x_2) = \int_0^{\sigma_{I_{max}}(x_2)} \sigma^P f'(\sigma^P) d\sigma^P$$

donde obviamente se define:

$$\sigma_{I_{max}}(x_2) = \max \{ \sigma_I(x_1, x_2); x_1 \in (-\infty, \infty) \}$$

Mediante un análisis numérico sobre una malla de 30 x 40 puntos hemos evaluado las tensiones en el entorno de la fisura cohesiva obteniendo la distribución de tensión principal máxima. La situación de las puntos de la malla se describe en la figura 10. Para el cálculo se ha utilizado una curva de ablandamiento exponencial que tiene igual apertura crítica que la bilineal cuya forma se da en la figura 6. Para esta curva, el valor crítico de R^* en propagación estacionaria ha sido de $R^* = 1.697$.

Los valores obtenidos para G_D^* con distintos valores de α se muestran en la figura 11. En ella se comprueba como al crecer α la energía disipada disminuye notablemente, siendo inapreciable para α mayores que 5. El resultado es consistente con el hecho de que para α tendiente a infinito el valor de la energía disipada es nulo. Este hecho se explica ya que conforme crece α , sólo contribuyen a la disipación volúmenes cuya tensión principal mayor haya estado cerca de σ_i , y en el límite, sólo la superficie de la fisura, cuyo volumen es nulo, habrá sido sometida a tensiones iguales a la resistencia a tracción.

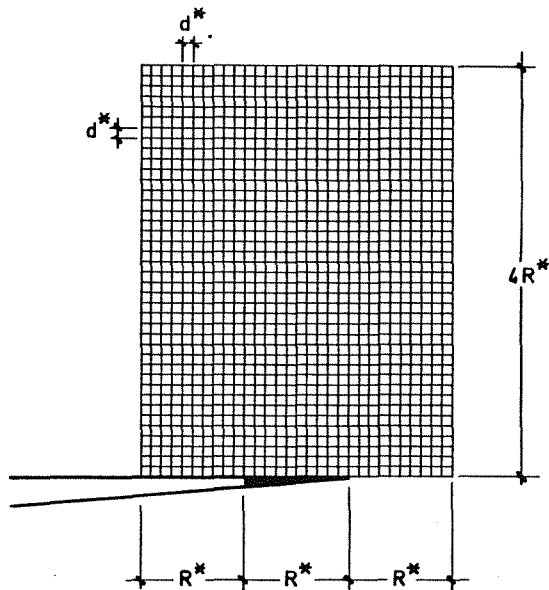


Fig. 10 Malla de análisis para el cálculo asintótico

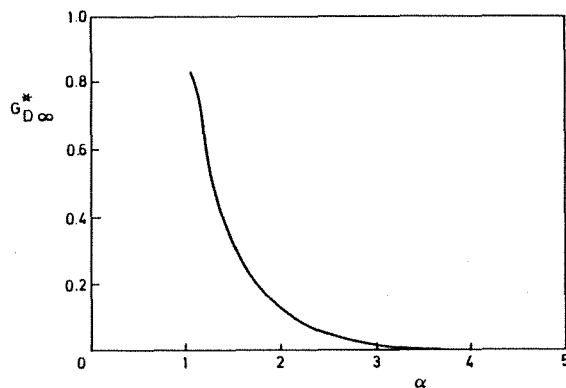


Fig.11 Energía específica disipada para tamaño infinito en función del parámetro α

5.CONCLUSIONES

Como resultado de la investigación realizada se han obtenido las siguientes conclusiones:

- se ha puesto a punto un modelo plástico tipo Rankine para el hormigón en tracción, que permite el análisis de distintos tipos de curvas de endurecimiento. Este modelo ha sido ajustado a datos de tracción simple obtenidos en nuestro laboratorio

- ha sido desarrollado un método general de análisis perturbativo que proporciona una estimación simple y fácil de la energía disipada para cualquier modelo plástico. El método perturbativo ha sido aplicado al modelo presentado previamente, lo que ha permitido obtener la energía disipada en el volumen para probetas de tamaño finito. También se ha llevado a cabo una estimación para tamaño infinito mediante un análisis asintótico desarrollado por los autores

- la disipación en volumen debida a la plasticidad en tracción presenta un agudo efecto de tamaño intrínseco. Hemos corroborado que los valores obtenidos para tamaños normales distan mucho del valor límite, que corresponde a tamaño infinito

- el valor relativo de la disipación en volumen respecto de la energía de fractura media obtenida experimentalmente, es poco importante, al no suponer más allá del 5%. Este hecho muestra que no será posible justificar mediante este mecanismo la dependencia con el tamaño de los valores experimentales de la energía de fractura.

AGRADECIMIENTO

Los autores desean expresar su agradecimiento a la CICYT por la ayuda económica prestada para realizar este trabajo, a través del proyecto de investigación PB86-0494.

6.BIBLIOGRAFIA

- [1] Elices M., (1985). "Fractura del hormigón: Métodos de cálculo Numérico", Informes de la construcción, Vol. 37, nº 372.
- [2] Elices M., LLorca J., Ingrassia A.R., (1985). "Fractura del hormigón en régimen elástico y lineal. Un ejemplo: lineal. La presa de Fontana", Informes de la construcción, Vol. 37, nº 372.
- [3] Planas J., Elices M., (1985). "Fractura del hormigón en régimen no lineal. Intentos para medir la energía de fractura G_{IC} ", Informes de la construcción, Vol. 37, nº 372.
- [4] Planas J., Elices M., (1985). "Fractura de hormigones", Anales de Mecánica de Fractura, Vol. 2.
- [5] Hillerborg A., (1985). "Results of three comparative tests series for determining the fracture energy G_F of concrete", Materials and Structures nº107 pp 407-413.
- [6] Hillerborg A., (1985), "The theoretical basis of a method to determine the fracture energy G_F of concrete", Materials and Structures, nº106.
- [7] Planas J., Elices M., (1988). "Conceptual and experimental problems in the determination of the fracture energy of concrete", International Workshop on Fracture Toughness and Fracture Energy - Test Methods for Concrete and Rock-, Sendai, Japon.
- [8] Planas J., Elices M., (1986). "Towards a measure of G_F ; an analysis of experimental results", Fracture Toughness and Fracture Energy of Concrete, F.H. Wittmann Ed., Elsevier, Amsterdam.
- [9] Oh B.H., (1987). "Fracture characteristics of concrete under static loading", Proceed. of SEM-RILEM Int. Conf. on Fracture of Concrete and Rock, Houston, USA.
- [10] Petersson P.E., (1981), "Crack growth and development of fracture zone in plain concrete and similar materials", Report TVBM-1006, Div. of Building Materials, Lund Inst. of Technology, Suecia.
- [11] Planas J., Elices M., (1987). "Asymptotic analysis of the development of a cohesive crack zone in mode I loading for arbitrary softening curves", Proceed. of SEM-RILEM Int. Conf. on Fracture of Concrete and Rock, Houston, USA.