

CRECIMIENTO DE GRIETAS EN CAMPOS DE TENSIONES QUE INCLUYEN MODOS MIXTOS. APLICACION A LA PREDICCIÓN DE VIDA DE RUEDAS DE FERROCARRIL.

Martínez J.M., Ocáriz A., Martín A, y Fuentes M.

CEIT (Centro de Estudios e Investigaciones Técnicas de Guipúzcoa),  
Apartado 1.555 - 20080 - SAN SEBASTIAN  
Escuela Superior de Ing. Industriales de San Sebastián  
Apartado 1674 - 20080 - SAN SEBASTIAN

**Resumen.**- En este artículo, se presenta una aplicación de la Mecánica de la Fractura Elástica Lineal al crecimiento de grietas tridimensionales en campos complejos de tensiones que generan modos mixtos de carga. Se discute la utilización de resultados conocidos de Elasticidad y Mecánica Lineal de la Fractura para abordar, de forma aproximada, problemas muy complicados como la propagación de grietas en ruedas de ferrocarril sometidas a cargas termomecánicas.

**Abstract.**- In this paper, Linear Elastic Fracture Mechanics methods are applied to solve the problem of three-dimensional crack growth under complex stress fields producing mixed-mode loading. The use of well founded results in the fields of Elasticity and L.E.F.M. to approach very complicated problems is described. The application of these techniques to the problem of crack propagation in railroad wheels subjected to thermomechanical loading is discussed.

## 1. INTRODUCCION

Hace seis años se presentó, en este mismo foro [1], la estimación de vida de ruedas de ferrocarril agrietadas térmicamente. El modelo incorporaba los efectos de fatiga provocados por el contacto rueda carril. Estas cargas eran normales a la superficie de la rueda y producían cortaduras pequeñas sobre los planos radiales, por tanto, su colaboración a modos mixtos de fallo era muy pequeña y se estudiaba el modo I exclusivamente.

En el caso de ruedas motrices, existe una fuerte componente tangencial (36%) que produce modos mixtos de fatiga. Como caso más desfavorable puede suponerse el caso de una rueda de locomotora tirando de un tren a lo largo de un puerto.

## 2. ANALISIS DE TENSIONES

### 2.1 Tensiones residuales

Un programa independiente de Elementos Finitos (CEPA), para el análisis elastoplástico de sólidos con simetría de revolución, calcula las tensiones residuales originadas durante el frenado. Este programa ya ha sido descrito en detalle en [2-4].

### 2.2 Tensiones alternantes

Las cargas cíclicas las proporciona el contacto rueda carril. La elipse de contacto entre la rueda y el rail se calcula de acuerdo con Hertz [5,6] y es función de los radios de la rueda, de la cabeza del rail y de la carga aplicada. El contacto se supondrá elástico.

Los campos de tensiones en el interior de la rueda se calculan discretizando el elipsoide de tensiones que actua sobre la elipse de contacto como cargas puntuales (Fig. 1) y se resuelve de acuerdo con Boussinesq [6] para las componentes normales al contacto y se incorpora la formulación de Cerruti [6] para las componentes tangenciales. En ambos casos, se calcula como sólido semi-infinito.

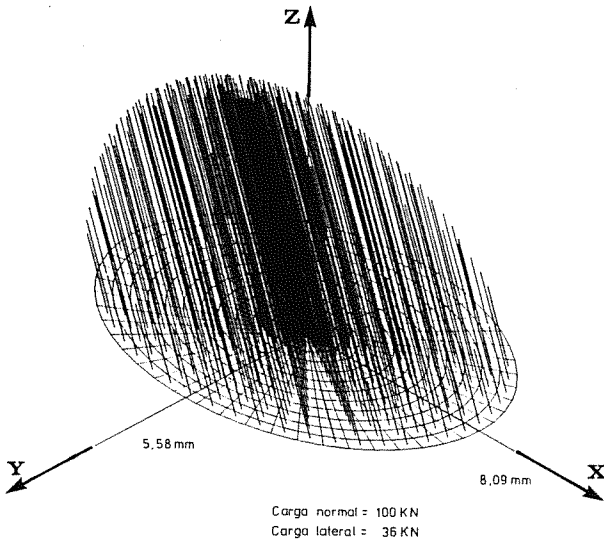


Fig. 1 Discretización del elipsoide de contacto.

Son particularmente importantes las tensiones sobre los planos en que se situa la grieta (radiales):  $\sigma_{xx}$ ,  $\sigma_{xy}$  y  $\sigma_{xz}$  que producen modos I, II y III. En el caso de compresiones sobre el plano radial ( $\sigma_{xx} < 0$ ), parte de las cortaduras se transmiten por rozamiento entre las superficies de la grieta; deberemos emplear:

$$\begin{aligned} \sigma_{xy} \text{ no transmitida} &= \sigma_{xy} \text{ cuando } \sigma_{xx} > 0 \\ \sigma_{xy} \text{ no transmitida} &= \sigma_{xy} - \rho \cdot |\sigma_{xx}| \text{ cuando } \\ &\rho \cdot |\sigma_{xx}| < |\sigma_{xy}|, \sigma_{xx} < 0 \\ \sigma_{xy} \text{ no transmitida} &= 0 \text{ cuando } \\ &\rho \cdot |\sigma_{xy}| > |\sigma_{xx}|, \sigma_{xx} < 0 \end{aligned}$$

e igualmente para  $\sigma_{xz}$  no transmitida. En particular, interesa conocer las máximas para toda posición del contacto respecto a la posición de la grieta. Véanse las Figs. 2,3 y 4.

$\rho$  representa el coeficiente de rozamiento entre las dos superficies de la grieta. En acero sin contaminar, se han medido valores de 0.6-0.7. Además se espera que a través del dentado que suponen las estriaciones de fatiga también se transmita parte de la cortadura (aún con  $\sigma_{xx}=0$ ). Considerado todo lo anterior, se ha tomado este coeficiente algo más alto:  $\rho=1$ .

Se ha supuesto que las cargas compresivas cierran la grieta y las tractivas la abren. Esto es cierto en el caso de tensiones uniformes pero no con campos tractivos y compresivos. Calcular qué partes de la grieta se abren o cierran complica extraordinariamente el problema.

3. CAMPOS DE TENSIONES

El esquema de la Fig. 5 resulta útil a la hora de tratar modos mixtos. Para un punto concreto del frente, se representa en el eje de ordenadas la tensión normal al plano de la grieta y en abscisas la cortadura sobre el plano o bien  $K_I$  en ordenadas y  $K_{II}+K_{III}$  en abscisas.

Si se representara la K equivalente en un eje normal al papel, resultaría ser un cono (algo deformado) en cualquier criterio elegido para el cálculo de la K equivalente. En nuestro caso, este criterio será el de Sih [7].

3.1 Propagación inestable

Supuesto un sólido cualquiera sometido a un campo estacionario de tensiones (residuales) y superpuesto otro alternante, para decidir cuándo se producirá una propagación inestable tendremos que emplear aquel campo que produzca los máximos factores de intensidad de tensiones (equivalentes si tenemos modos mixtos)(K).

A lo largo del frente de la grieta(s) tendremos:

$$K(s) = K \text{ estático}(s) \pm K \text{ alternante}(s)$$

y nos quedaremos con el máximo. Poco importa que ese máximo se alcance en diferentes momentos para diferentes puntos del frente; a lo largo del ciclo, todos los puntos del frente experimentarán estos K (equivalentes) máximos y somos conservativos suponiendo la simultaneidad de los máximos. Sobre el diagrama de la Fig. 5, seleccionaremos, para cada punto del frente, aquel instante en el que el punto queda más alejado del origen de coordenadas.

3.2 Dirección de propagación

La dirección de propagación es función de la terna  $K_I$ ,  $K_{II}$  y  $K_{III}$ . Parece razonable que la dirección la defina el instante en el que esta terna proporciona un valor máximo de K equivalente. En consecuencia, sobre el esquema de la Fig.5, el punto más alejado del origen decidirá también el ángulo de propagación.

Como resulta evidente, el ángulo dependerá del punto del frente y en consecuencia la grieta se albeará convirtiéndose en intratable; pero podemos anotar los ángulos en los extremos de los ejes de la elipse (que se emplea para modelizar la grieta) que nos indicarán cuál es la tendencia de la grieta a salirse fuera del plano.

### 3.3 Propagación estable

Cuando tengamos que estudiar la propagación estable por fatiga, encontraremos un diferente comportamiento de los diferentes modos: El modo I nunca puede ser negativo pues la grieta se cierra, desapareciendo la singularidad. Pero no así con los modos II y III en los que con frecuencia nos encontraremos  $\pm K_{II}$ ,  $\pm K_{III}$ .

Sobre el esquema de la Fig. 5, cuando la tensión normal es negativa,  $K_I$  no puede seguir a la tensión en el semiplano inferior y queda sobre el eje de abscisas ( $K_I=0$ ). Al producirse el contacto entre las superficies de la grieta, empiezan a transmitirse cortaduras y tampoco  $K_{II}$  y  $K_{III}$  podrán seguir en su totalidad a las trayectorias de las cortaduras.

Para estimar el crecimiento de la grieta emplearemos una ecuación de Paris para cada punto del frente y supondremos el crecimiento normal al frente en cada punto. Emplearemos

$$\frac{da(s)}{dN} = C_0 (\Delta K_{eq})^m$$

en donde:  $\Delta K_{eq} = K_{eq}(\Delta K_I, \Delta K_{II}, \Delta K_{III})$

Esta formulación tiene la ventaja de que con la sola existencia del modo I, se reduce a la tradicional en la que no se tienen en cuenta las relaciones de cargas menores de cero. Para modos II y III puros se emplea el rango completo, suponiendo equivalentes los rangos  $-K_{II}/K_{II}$  y  $0/2 K_{II}$ , apoyándonos en una similar energía disipada por ciclo.

## 4. CALCULO DE LOS FACTORES DE INTENSIDAD DE TENSIONES

Los factores de intensidad de tensiones se calculan en base al principio de superposición en régimen elástico, eliminando las cargas no transmitidas a través de la grieta, mediante la aplicación de otras iguales y contrarias sobre sus superficies.

Se calculan siempre sobre elipses, única formulación tridimensional disponible, y se emplean las fórmulas de Shah y Kobayashi [8] para el modo I y se incorporan las de Smith y Sorensen [9,10] para los modos II y III.

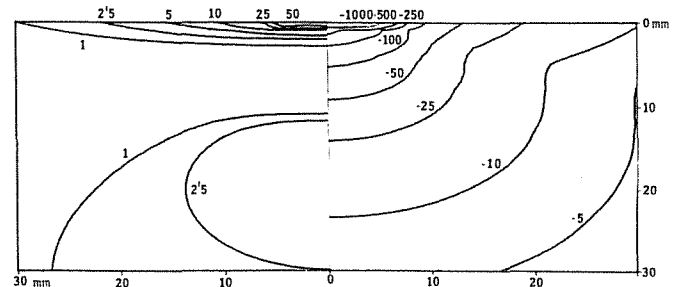


Fig. 2 Máximas y mínimas tensiones normales  $\sigma_{xx}$ .

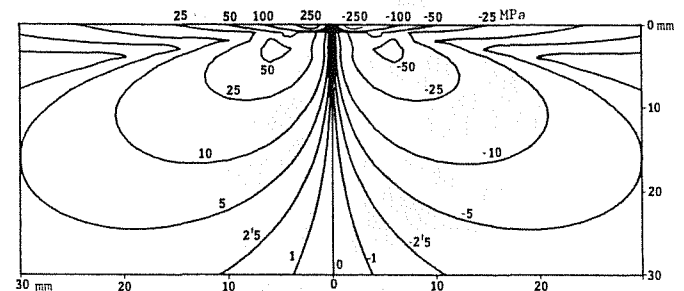


Fig. 3 Máximas y mínimas cortaduras  $\sigma_{xy}$ .

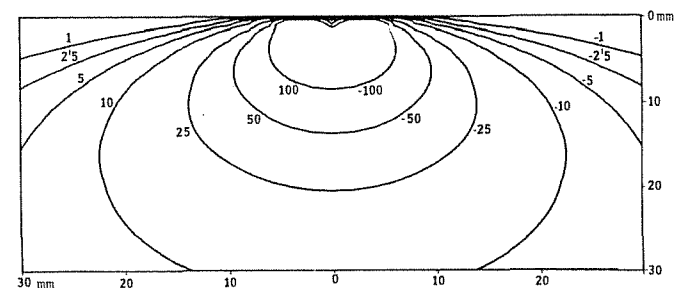


Fig. 4 Máximas y mínimas cortaduras  $\sigma_{xz}$ .

Ambas formulaciones trabajan sobre desarrollos polinómicos de las tensiones no transmitidas. En nuestro caso estos ajustes -por mínimos cuadrados- se limitarán a un polinomio completo de segundo orden en x e y.

En principio, ambas formulaciones se aplican a grietas elípticas en un sólido infinito. Cuando se dispone de fórmulas que incorporan los efectos de las superficies libres (Newman-Raju para la tensión uniforme y lineal en el modo I [11]) estas últimas sustituirán a las calculadas para elipses en sólido infinito. En los demás casos, estos coeficientes se estiman comparando ambos casos.

5. REMODELACION DE LA GRIETA

A medida que los puntos situados sobre el frente de la grieta avanzan, se vuelven a ajustar nuevas elipses como se detalla en [1,4]. También allí se describen los métodos de acotación.

Como es evidente, al sacar la grieta del plano radial cambian  $K_I$ ,  $K_{II}$  y  $K_{III}$ , pero su cálculo resulta poco menos que inabordable. Para la continuación de los cálculos el tratamiento mantiene la grieta sobre el plano inicial de propagación proyectando el nuevo frente sobre dicho plano. Mientras los ángulos de propagación no sean muy exagerados se espera que estime razonablemente la tendencia al alabeo de la grieta.

6. APLICACION A UNA RUEDA DE FERROCARRIL

En el caso particular que nos ocupa, el campo residual de tensiones debido al frenado tiene simetría de revolución y sólo produce tensiones que colaboran al modo I. Las tensiones residuales de cortadura que contribuirían a los modos II y III son nulas.

El campo alternado está originado por el contacto contra el rail. El modo I es básicamente compresivo y los modos II y III alternan de signo al pasar de un lado al otro del contacto. La Fig. 5 representa esquemáticamente este ciclo.

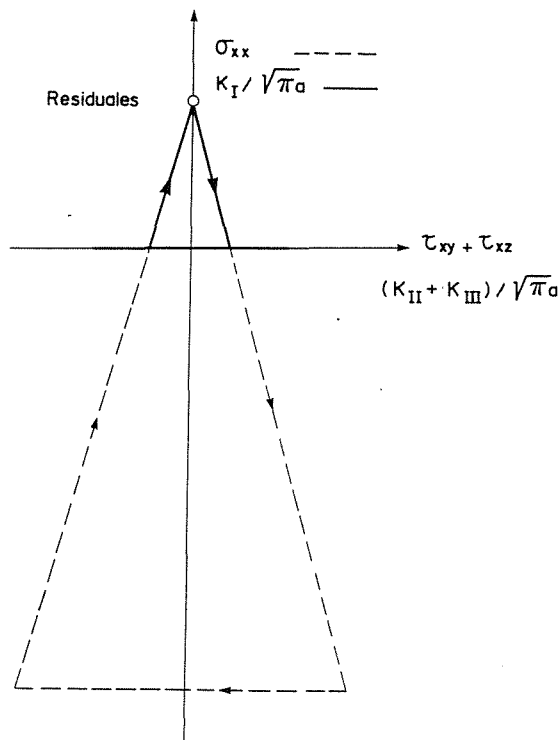


Fig. 5 Trayectorias de tensiones y de factores de intensidad de tensiones.

Observando las tensiones, la grieta se encuentra la mayor parte del ciclo sobre el vértice superior y, cuando se aproxima al contacto, recorre rápidamente los tres lados del triángulo.

En términos de factores de intensidad de tensiones, la grieta se encuentra cargada al modo I la mayor parte del ciclo y luego recorre el resto del "sombbrero" muy deprisa. Los modos II y III se ven reducidos en magnitud por el efecto de las compresiones sobre el plano generadas por el contacto.

7. CONCLUSIONES

Por el aspecto de la trayectoria pueden extraerse algunas consecuencias: Las situaciones extremas para K equivalente se producirán o en el vértice superior o en los extremos de la base. Como, por hipótesis, este punto decide el ángulo de propagación, cuando sea el vértice superior el de K equivalente máximo sólo existe  $K_I$  y la grieta se propagará a  $0^\circ$  (manteniéndose sobre el plano radial), cuando el máximo K equivalente se sitúe sobre uno de los extremos de la base  $K_I$  es nulo y sólo tendremos  $K_{II}$  y  $K_{III}$ .  $K_{III}$  no tiene preferencia angular y  $K_{II}$  decide el ángulo de propagación:  $82^\circ$ , transformando la grieta en circunferencial.

Cuándo ocurra o no el cambio depende básicamente de la situación del vértice superior. Si las tensiones residuales son muy fuertes la grieta crecerá mucho sobre el plano radial. Si no es así, la grieta se transforma en circunferencial.

La incorporación de modos mixtos al cálculo, aún en el caso de rodadura pura, acelera considerablemente el crecimiento de la grieta.

El modelo explica razonablemente las diferentes zonas de fractura observadas en la realidad.

8. REFERENCIAS

[1] Martín Meizoso, A., Gómez Jiménez, J., Rodríguez Ibabe, J.M. y Gil Sevillano, J. (1984), "Predicción de vida de ruedas de tren sometidas a cargas termomecánicas". Anales de Mecánica de la Fractura.

[2] Egaña, J.M., Giménez, J.G. (1984), "Analysis by the Finite Element Method of Thermoplastic Problems in Axisymmetrical Solids" 2nd. Int. Conf. in Numerical Methods for Non-Linear Problems.

- 
- [3] Egaña, J.M., Giménez, J.G. (1981), "Estudio Elastoplástico de sólidos de Revolución Sometidos a Cargas Térmicas". 4º Congreso Nacional sobre la Teoría de Mecanismos y Máquinas.
- [4] Martín Meizoso, A., Gil Sevillano, J. (1988), "Life Prediction of Thermally Cracked Railway Wheels: Growth Estimation of Cracks with Arbitrary Shape". Theoretical and Applied Fracture Mechanics, 9.
- [5] Timoshenko, S., Goodier, J.N. (1951), "Theory of Elasticity". McGraw-Hill, Nueva York.
- [6] Saada, A.S. (1974), "Elasticity. Theory and Applications". Pergamon, Nueva York.
- [7] Sih, G.C. (1981), "Prediction of Crack Growth under Mixed Mode Conditions", Mixed Mode Crack Propagation, Edts. G.C. Sih, P.S. Theocaris, Sijthoff and Noordhoff.
- [8] Shah, R.C., Kobayashi, A.S. (1971), "Stress Intensity Factor for an Elliptical Crack Under Arbitrary Normal Loading". Eng. Fract. Mech., 3.
- [9] Smith, F.W., Sorensen, D.R. (1974), "The Elliptical Crack Subjected to Non-uniform Shear Loading". J. Appl. Mech. (Trans. ASME).
- [10] Smith, F.W., Sorensen, D.R. (1974) "Mixed Mode Stress Intensity Factors for Semielliptical Surface Cracks". NASA, CR-134684.
- [11] Newman, J.C., Raju, I.S. (1981), "An Empirical Stress-Intensity Factor Equation for the Surface Crack". Eng. Fract. Mech., 15.