

ESTUDIO COMPARATIVO DE METODOS ELASTO-PLASTICOS DE CALCULO DE ESTRUCTURAS AGRIETADAS

I. Gorrochategui, F. Gutiérrez-Solana, J.M. Varona

Departamento de Ciencias e Ingeniería de la Tierra, el Terreno y los Materiales.
E. T. S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos. Universidad de Cantabria.

Resumen. En el presente trabajo se hace un estudio comparativo entre dos métodos distintos de cálculo de estructuras agrietadas. El primero de ellos, propuesto por el Electric Power Research Institute, se compara con el conocido R6 (3ª revisión) propuesto por el Central Electricity Generating Board. El estudio se hace en base a la resolución de un caso sencillo de una tubería fisurada, con material extraído de un sistema en uso, que previamente hubo de ser caracterizado. Finalmente, los resultados aquí obtenidos se comparan con catálogos usados en la actualidad para el diseño de sistemas de tuberías.

Abstract. In this work, a comparative analysis between two different methods of assessment of cracked components has been carried out. The first one, proposed by the Electric Power Research Institute, is compared with the well-known R6 (3rd revision) proposed by the Central Electricity Generating Board. This study has been carried out through the resolution of a simple example of a cracked pipe extracted from an in-service system, whose material was previously characterized. Finally, the results herein obtained are compared with currently used tables for piping systems design.

1. INTRODUCCION

Los aceros inoxidables austeníticos empleados en los sistemas de tuberías de reactores de agua ligera (LWR) se dividen en dos grupos en función de su tenacidad. En la primera categoría se incluyen materiales de alta tenacidad, como el material forjado y soldaduras con protección de gas. En la segunda categoría se incluyen soldaduras con protección de polvo tales como las de arco sumergido (SAW) y arco manual (MMA).

El cálculo de estructuras de los materiales de la primera categoría se realiza asumiendo el colapso plástico como mecanismo de fallo, deduciendo el tamaño de fisura admisible en base a análisis de carga límite. En los materiales de la segunda categoría se adopta el desgarro inestable como mecanismo de rotura y las longitudes de fisura admisible se calculan utilizando conceptos de mecánica de fractura elasto-plástica.

El Electric Power Research Institute (EPRI) propone un método de cálculo [1-2] para las situaciones elasto-plásticas basado en la integral J y tomando como parámetros del material su curva R y su comportamiento en tracción uniaxial. Esta misma institución, EPRI, en base a parámetros típicos de los distintos materiales analizados, concluye con la propuesta de valores de la carga crítica en relación con aquélla que produciría el colapso plástico.

El objeto de este trabajo es determinar dichos valores en un caso real, con material extraído de un sistema en uso, y contrastarlos con los obtenidos por otros métodos de cálculo. Para ello, primeramente se ha tenido que caracterizar el material de forma que los parámetros obtenidos fueran los datos de entrada del método de cálculo aplicado.

2. METODOS DE CALCULO

De la diversidad de métodos existentes en la actualidad para el cálculo de estructuras agrietadas en régimen elasto-plástico se han elegido dos para poder así contrastar resultados obtenidos por distintos procedimientos.

El primero de ellos es el descrito en la referencia [2] y es el utilizado en el cálculo de los valores a validar aportados por el documento de partida [1], método EPRI.

El otro método aplicado es posiblemente el más reconocido a nivel internacional por su sencillez y su conservadurismo, habiendo sido ampliamente contrastado experimentalmente. Es el propuesto por Central Electricity Generating Board bajo la denominación R6, que se encuentra en la actualidad en su tercera revisión [3].

En ambos casos se ha trabajado en base a diagramas de fallo (Failure Assessment Diagram, FAD): representación biparamétrica de la situación crítica en variables adimensionales definidas a partir de la carga y del factor de intensidad de tensiones aplicados.

A continuación se hace una somera descripción de cada uno de los métodos de cálculo utilizados.

2.1 Método EPRI

Este método es el descrito en la referencia [2] y es válido para materiales que siguen una ley de Ramberg-Osgood en tracción uniaxial:

$$\epsilon/\epsilon_0 = \sigma/\sigma_0 + \alpha (\sigma/\sigma_0)^n \quad (1)$$

En estas condiciones, la integral J aplicada a un componente, J_{app} , se evalúa como suma de las componentes elástica y plástica:

$$J_{app} = J_e + J_p \quad (2)$$

donde J_e y J_p valen:

$$J_e = K_I^2 (a_e)/E' \quad (3)$$

$$J_p = \alpha \cdot \sigma_o \cdot \epsilon_o \cdot c \cdot (a/b) \cdot h_1 \cdot [P/P_o]^{n+1} \quad (4)$$

Siendo a_e la longitud de fisura efectiva con corrección de Irwin; E' el módulo de elasticidad (E en tensión plana y $E/(1-\nu^2)$ en deformación plana); a , b y c factores geométricos del componente; y P el valor de la carga aplicada.

Las funciones K_I y P_o definen el factor de intensidad de tensiones aplicado y la carga límite del componente basada en σ_o respectivamente, y se encuentran tabuladas en la bibliografía [2,4-6].

La función h_1 depende de la geometría del componente y del coeficiente de endurecimiento del material y se encuentra tabulada para un número limitado de casos [2,4].

De la observación de las expresiones (3) y (4) y puesto que K_I depende de forma lineal de la carga aplicada P , la expresión (2) de J_{app} se puede reescribir de la forma:

$$J = \hat{J}(a_e) \cdot (P/P_o)^2 + \hat{J}(a, n) \cdot (P/P_o)^{n+1} \quad (5)$$

Las coordenadas que intervienen en el diagrama de fallo se definen de la forma siguiente:

$$S_r = P/P_o$$

$$K_r = K_I(a,P)/K_R(\Delta a) \quad (6)$$

$$J_r = J_e(a,P)/J_R(\Delta a)$$

donde $J_e(a,P)$ se puede expresar como:

$$J_e(a, P) = \bar{J}(a) \cdot (P/P_o)^2 \quad (7)$$

y $J_R(\Delta a)$ es la curva R propia del material.

Finalmente, si se establece la condición de equilibrio por la ecuación:

$$J_{app} = J_R(\Delta a) \quad (8)$$

operando con las expresiones (5), (6) y (7) se llega a:

$$J_r = K_r^2 = \frac{S_r^2}{H_e \cdot S_r^2 + H_n \cdot S_r^{n+1}} \quad (9)$$

donde H_e y H_n se definen mediante las expresiones:

$$H_e = \frac{\hat{J}(a_e)}{\bar{J}(a)} \quad H_n = \frac{\hat{J}(a, n)}{\bar{J}(a)} \quad (10)$$

La igualdad $J_r = K_r^2$ se cumple únicamente en procesos de crecimiento de fisuras controladas por la integral J.

La expresión (9) define el diagrama de fallo buscado en función de las coordenadas S_r y K_r (6).

Los parámetros del material necesarios para la aplicación del método son su curva de comportamiento en tracción uniaxial (1) y su curva R basada en la integral J (6).

2. 2 Método R6

El método R6 es un método convencional de cálculo de estructuras agrietadas y por lo tanto pretende ser objetivo, simple de aplicación y ampliamente contrastado.

El método de evaluación de rotura se basa como en el caso anterior en diagramas tipo FAD. Este procedimiento ofrece tres posibilidades de elección de FAD en función de las posibilidades de cálculo y la precisión requerida:

- ° Opción 3: Requiere el conocimiento de la J_{app} en la estructura y es por lo tanto equivalente al método EPRI.
- ° Opción 2: Obtiene el FAD a partir de la curva de tracción uniaxial completa del material, eliminando así los problemas de falta de ajuste a una ley del tipo Ramberg-Osgood.
- ° Opción 1: Es una envolvente inferior de los FAD obtenidos según la Opción 2 para distintos tipos de aceros.

En el presente trabajo se ha adoptado la Opción 1 para obtener un FAD de cálculo:

$$K_r = (1 - 0.14 S_r^2) [0.3 + 0.7 \exp(-0.65 S_r^6)] \quad (11)$$

Tanto la definición de las coordenadas K_r y S_r como los parámetros del material son los mismos que en el caso anterior.

3. CASO ESTUDIADO

La definición geométrica y estructural del componente a analizar se ha realizado en virtud al material disponible y a la adopción de valores típicos comparables con los aportados en la referencia [1].

Así, el problema estudiado ha sido el de una tubería de acero inoxidable con una soldadura MMA a lo largo de su circunferencia conteniendo una grieta pasante transversal sometida a flexión pura M.

El radio medio de la tubería es $R = 595$ mm y su espesor $t = 30$ mm.

La longitud de la grieta se define a través del ángulo γ , cumpliéndose:

$$\begin{aligned} 2a &= 2\gamma R && \text{longitud de grieta} \\ 2b &= 2\pi R && \text{perímetro de la tubería} \\ 2c &= 2(b-a) && \text{longitud de ligamento} \end{aligned} \quad (12)$$

El material de aportación de la soldadura viene definido química, metalográfica y mecánicamente en la referencia [7].

Además de los ensayos contenidos en dicha referencia, posteriormente se realizaron ensayos de tracción a 280°C y ensayos de curva R con probetas de mayor tamaño a temperatura ambiente. Estos últimos proporcionaron valores de tenacidad superiores a los anteriores y por lo tanto se adoptaron los primeros, más conservadores, para el cálculo.

En las Tablas 1 y 2 se resumen las características mecánicas del material objeto de estudio así como las aportadas en la referencia [1] para el mismo tipo de materiales.

Tabla 1 Resultados ensayos tracción

	Tª amb. (*)	280 °C (*)	Ref (1)/280°C
E (GPa)	201.2	181	172.25
σ_y (MPa)	441.5	353	340.4
σ_u (MPa)	698.2	488.7	423
n	3.39	6.49	9.8
α	10.914	2.902	9

(*) Material de este trabajo

$$\sigma_0 = \sigma_y$$

$$\epsilon_0 = \sigma_0 / E$$

Tabla 2 Resultados curva R

	Tª amb. (*)	280 °C (*)	Ref (1)/280°C
J_{IC} (kJ/m)	230.5 (b)	256.8 (b)	173
$J_R(\Delta a)$ (a)	$511.39 \Delta a^{0.6363}$	$511.39 \Delta a^{0.6363}$	-

(*) Material de este trabajo

(a) J en kJ/m ; Δa en mm

(b) $J_{IC} = J_{0.2/BL}$ según EGF P1-90 [8]

Los valores de J_{IC} son distintos a temperatura ambiente y a 280°C a pesar de tener la misma curva R, debido a la distinta pendiente de la línea de enromamiento.

4. RESULTADOS

El objetivo del trabajo es, según se definió anteriormente, el cálculo de la carga que produciría el fallo de la tubería definida en el apartado anterior. Se han adoptado dos criterios de fallo:

- inicio de la propagación de fisuras.
- carga máxima soportada por la tubería.

Esta última condición es equivalente a la de inestabilidad en situaciones de control de carga.

A continuación se define la metodología empleada y los resultados obtenidos según cada uno de los procedimientos de cálculo utilizados.

4.1. Método EPRI

El primer paso es lógicamente la definición de los FAD a utilizar en cada caso. En este método, el FAD depende de los parámetros del material en tracción uniaxial y de la longitud de fisura.

En las figuras 1, 2 y 3 se representan distintos tipos de FAD obtenidos en función de la longitud de fisura, a/b, y de la temperatura de trabajo del material, ambiente o 280°C.

En las figuras 1 y 2 se aprecia como según crece el tamaño de fisura, de igual forma lo hace la ordenada del FAD, lo cual permite mayor número de combinaciones de puntos (S_r, K_L), siendo por lo tanto una condición menos exigente. Según este razonamiento, la adopción del diagrama de fallo correspondiente a la longitud de fisura inicial está del lado de la seguridad considerando que el proceso de desgarro únicamente puede inducir mayores valores de grieta, nunca inferiores. En cualquier caso, para valores no excesivamente grandes de crecimiento, el método se considera suficientemente exacto, dada la proximidad de los diferentes FAD.

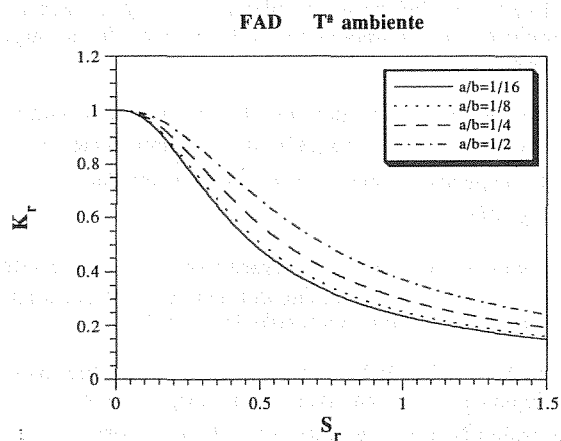


Fig. 1. Diagramas de fallo calculados por el método EPRI para distintas longitudes de fisura y para el material caracterizado a temperatura ambiente.

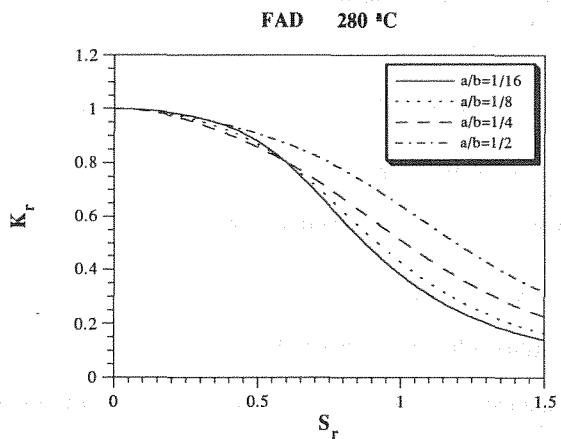


Fig. 2. Diagramas de fallo calculados por el método EPRI para distintas longitudes de fisura y para el material caracterizado a 280°C.

En la figura 3 se muestra, a modo de ejemplo, la diferencia de FAD según se adopten los parámetros del material a temperatura ambiente o a 280°C.

El cálculo de la carga a la cual se inicia el desgarro se realiza en base a la consideración de que el crecimiento de la grieta sea igual a aquél que presenta un valor $J_R(\Delta a) = J_{IC}$. Dicho crecimiento resulta ser de 0.2589 mm a temperatura ambiente y 0.3387 mm a 280°C (Tabla 2 y referencia [7]).

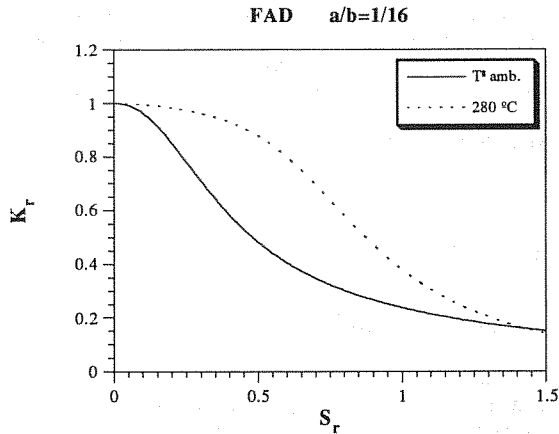


Fig. 3. Diagramas de fallo calculados por el método EPRI para una misma longitud de fisura pero distintos parámetros del material.

La carga máxima es aquella bajo la cual se cumple la condición de tangencia entre el FAD y la curva definida por el lugar geométrico de los puntos que se obtienen para un valor constante de la carga aplicada en el espacio (S_r, K_r).

En la figura 4 se resume el método de cálculo en un caso concreto, para $a/b= 1/4$ y una temperatura de 280°C.

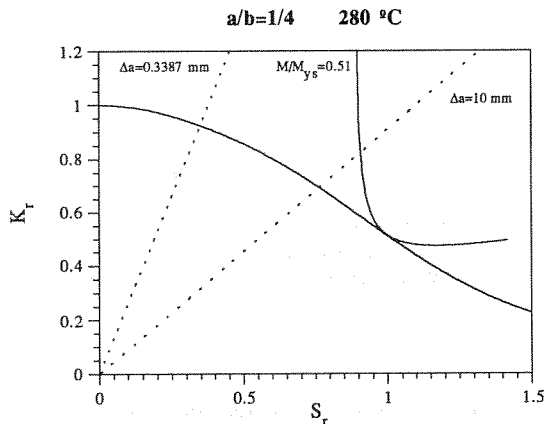


Fig. 4. Cálculo de la carga de iniciación del desgarro y de la carga máxima por el método EPRI en un caso concreto.

La abscisa del punto de intersección entre la recta correspondiente a un Δa de 0.3387 mm y el FAD define la carga de iniciación del desgarro:

$$M_i = S_r \cdot M_o \tag{13}$$

siendo

$$M_o = 4 \cdot \sigma_y \cdot R^2 \cdot t [\cos \gamma/2 - (1/2) \text{sen } \gamma] \tag{14}$$

donde σ_y es el límite elástico del material.

De igual forma en la figura 4 se aprecia como la curva $M/M_{ys} = 0.51$ es tangente al FAD, siendo por lo tanto ésta la máxima carga que la tubería puede soportar, con M_{ys} definido por:

$$M_{ys} = 4 \cdot \sigma_y \cdot R^2 \cdot t \tag{15}$$

Asimismo en la figura 4 se podría calcular la longitud que la fisura presentaría bajo condiciones de carga máxima. En este caso y puesto que $\Delta a > 10$ mm no se considera representativo, al requerir una extrapolación muy lejana respecto a los puntos de la curva R calculados con las probetas de laboratorio.

En la Tabla 3 se resumen los valores obtenidos en función de la longitud inicial de grieta y de la temperatura de caracterización.

Tabla 3 Carga iniciación desgarro y carga máxima calculadas por método EPRI

	a/b	M_{max}/M_{ys}	M_i/M_o	M_{max}/M_L	M_i/M_L
Tª amb.	1/16	0.68	0.37	0.59	0.29
Tª amb.	1/8	0.53	0.30	0.52	0.23
Tª amb.	1/4	0.36	0.25	0.49	0.19
280 °C	1/16	0.90	0.62	0.84	0.52
280 °C	1/8	0.74	0.47	0.79	0.39
280 °C	1/4	0.51	0.35	0.75	0.29

M_L momento colapso plástico

$$M_L = 4 \sigma_f R^2 t [\cos(\gamma/2) - (1/2)\text{sen}\gamma]$$

$$\sigma_f = (\sigma_y + \sigma_u)/2$$

4.2. Método R6

La forma de trabajo en este caso es equivalente a la anterior con la salvedad de que el FAD tiene una definición única para todas las situaciones.

Las figuras 5 y 6 representan dos ejemplos típicos. En la figura 5 se evalúa M_i según la intersección de las rectas correspondientes a un Δa de 0.2589 mm ($J_R (\Delta a) = J_{IC}$) con el FAD para distintos valores de longitud de fisura. En la figura 6 se aprecia el cálculo de la carga máxima.

En la Tabla 4 se resumen los valores obtenidos por este método.

Tabla 4 Carga iniciación desgarro y carga máxima calculadas por método R6

	a/b	M_{max}/M_{ys}	M_i/M_o	M_{max}/M_L	M_i/M_L
Tª amb.	1/16	0.95	0.57	0.82	0.44
Tª amb.	1/8	0.77	0.40	0.76	0.31
Tª amb.	1/4	0.50	0.29	0.68	0.22
280 °C	1/16	0.98	0.70	0.92	0.59
280 °C	1/8	0.80	0.50	0.85	0.42
280 °C	1/4	0.53	0.37	0.78	0.31

5. DISCUSION

Como punto inicial en la discusión de los valores aquí calculados, en la Tabla 5 se aportan los valores referenciados en [1] para el mismo tipo de situación analizada.

En la Tabla 6 se agrupan de forma comparativa todos los resultados, tomando como referencia los calculados por el método EPRI.

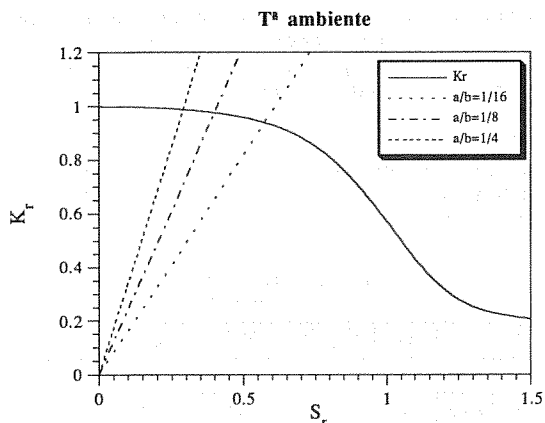


Fig. 5. Cálculo de la carga de iniciación del desgarro por el método R6.

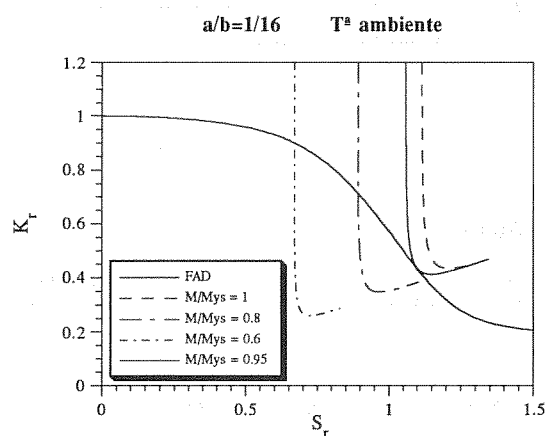


Fig. 6. Cálculo de la carga máxima por el método R6.

La observación de las Tablas 3 y 4 refleja cómo la carga máxima soportada por la tubería es de 2 a 3 veces superior a aquella que inicia el desgarro sea cual sea el método de cálculo. Esta ganancia expresa el beneficio que se conseguiría si se diseñaran este tipo de estructuras permitiendo el desgarro de las grietas frente a la situación de inicio de propagación.

Los valores, tanto de \$M_i\$ como \$M_{m\acute{a}x}\$, obtenidos con el método EPRI son significativamente inferiores a los calculados por el método R6, especialmente para la caracterización del material a temperatura ambiente. Este hecho supone una cierta sorpresa puesto que la Opción 1 de FAD adoptado en el método R6 se ha demostrado conservador en un gran número de casos con los que se ha contrastado. Una posible explicación es la gran importancia del ajuste de la curva de tracción uniaxial a la ley del tipo Ramberg-Osgood, donde pequeñas variaciones en el valor de \$n\$ inducen grandes variaciones en \$J_{app}\$, y por tanto, dependiendo de los puntos en que se base el ajuste, se pueden obtener FAD ostensiblemente distintos.

Los tres diferentes valores de carga máxima calculados para el material caracterizado a 280°C presentan una dispersión en torno al 10% sobre el valor medio, siendo los mayores los calculados por el método R6 y los menores, y por tanto los más conservadores, los referenciados en [1].

6. CONCLUSIONES

La discusión precedente permite establecer, a modo de conclusiones, las siguientes consideraciones:

- Necesidad de caracterizar la tenacidad del material con mayor número de probetas de dimensiones superiores, que permitan, por un lado, agrandar los límites de validez de las curvas R obtenidas y, por otro, supongan menores extrapolaciones de dicha curva en la estimación de los valores de desgarro bajo carga máxima.
- Necesidad de un análisis de sensibilidad de los valores de \$n\$ y \$\alpha\$ (Ramberg-Osgood) en el cálculo de los valores de la carga máxima por el método EPRI.
- El método R6 es el que define los valores superiores de carga máxima a pesar de haber adoptado la opción más conservadora y de ser un método que al ser contrastado queda del lado de la seguridad.
- Los valores de carga máxima referenciados en [1] se muestran seguros respecto a los aquí calculados, sin representar sin embargo un exceso de conservadurismo. En consecuencia, parecen apropiados de cara al diseño en situaciones elasto-plásticas con el actual nivel de conocimiento.
- Como resumen de las anteriores conclusiones cabría comentar que las discrepancias observadas, según los distintos métodos, sugieren la necesidad de completar el análisis con otros que sirvan de contrastación a los aquí utilizados.

Tabla 5 Carga máxima según referencia [1]

	a/b	OD = 28 \$M_{max}/M_L\$	OD = 24 \$M_{max}/M_L\$
280 °C	1/16	0.72	0.75
280 °C	1/8	0.69	0.72
280 °C	1/4	0.63	0.66

OD diámetro exterior en pulgadas
R=595 mm; t=30 mm; OD=610 mm=24"

Tabla 6 Resumen comparativo de resultados

	a/b	\$M_i\$ R6/EPRI	\$M_{max}\$ R6/EPRI	\$M_{max}\$ Ref [1]/EPRI
\$T^a\$ amb.	1/16	1.54	1.40	-
\$T^a\$ amb.	1/8	1.33	1.45	-
\$T^a\$ amb.	1/4	1.16	1.39	-
280 °C	1/16	1.13	1.09	0.89
280 °C	1/8	1.06	1.08	0.91
280 °C	1/4	1.06	1.04	0.88

7. REFERENCIAS

- [1] "Evaluation of flaws in austenitic piping". Draft Final Report, Prepared by Section XI Task Group for Piping Flaw Evaluation, October 1985.
- [2] V. Kumar, M.D. German y C.F. Shih. "An engineering approach for elastic-plastic fracture analysis", EPRI NP-1931, July 1981.
- [3] I. Milne, "The R6 method", The assessment of cracked components by Fracture Mechanics, EGF 4 (edited by L.H. Larsson), 1989, Mechanical Engineering Publications, London, pp. 233-261
- [4] V. Kumar et al. "Advances in elastic-plastic fracture analysis", EPRI NP-3607, August 1984.
- [5] H. Tada, P.C. Paris y G.R. Irwin. "The stress analysis handbook".
- [6] A.G. Miller. "Review of limit loads of structures containing defects". Int. J. Pres. Ves. and Piping 32 (1988) 197-327.
- [7] I. Gorrochategui, F. Gutiérrez-Solana y A. Valiente. "Factores de influencia en la tenacidad de soldaduras en elementos de acero inoxidable austenítico". Anales de Mecánica de la Fractura, 1991.
- [8] EGF P1-90, "EGF Recommendations for Determining the Fracture Resistance of Ductile Materials", European Group of Fracture, December 1989.