

ANÁLISE DA PROPAGAÇÃO DE FENDAS SUPERFICIAIS
SEMI-ELÍPTICAS EM FLEXÃO ROTATIVAM. A. da Fonte¹, M. de Freitas² e D. François³

- 1 Departamento de Máquinas Marítimas, Escola Náutica, 2780 Oeiras, Portugal.
- 2 CEMUL, Instituto Superior Técnico, Av. Rovisco Pais, 1096 Lisboa Codex, Portugal.
- 3 Laboratoire Mécanique, École Centrale de Paris, Grande Voie des Vignes, 92295 Chatenay-Malabry Cedex, France.

Resumo. Nesta comunicação apresenta-se um estudo sobre a propagação de fendas superficiais semi-elípticas em flexão rotativa, em que se discute a aplicabilidade do Factor de Intensidade de Tensão K (Modo I) calculado em função dos Factores Geométricos obtidos em flexão alternada para este tipo de fendas. Fez-se o estudo em provetes de diferentes diâmetros e procurou-se encontrar a expressão que relaciona o comprimento do arco de fenda superficial (visível e susceptível de leitura directa) com a profundidade máxima. A expressão obtida permite conhecer em cada instante a profundidade máxima da fenda, sem que haja necessidade de recorrer a outro processo de leitura, sempre mais complexo e moroso.

Abstract. This paper presents a study about the propagation of semi-elliptical surface cracks in round bars subjected to the rotating bending. The applicability of Stress Intensity Factors (Mode I) obtained under bending at maximum depth point on surface crack is studied for this type of cracks in rods. The ratio of the length of the surface crack to the crack front depth is found for several rod diameters in experimental results. So it is possible to obtain continuously the crack depth if the length of the surface crack is known. A good agreement with experimental results is shown. Therefore, the relation established is expected to be useful in predicting crack growth rates, designing rotor shafts, and establishing inspections intervals.

1. INTRODUÇÃO

A. Wöhler, ao estudar no século XIX a rotura de eixos de caminhos de ferro, introduziu o conceito de resistência à fadiga dos metais, determinando a vida de componentes mecânicos através de ensaios em flexão rotativa. As curvas de fadiga, conhecidas vulgarmente por curvas S-N são baseadas no conceito de "rotura e não rotura" do material dos provetes ensaiados. Dão apenas uma informação sobre a vida global dos componentes mecânicos,

sem ter em linha de conta o número de ciclos dispendidos na "nucleação" e posterior propagação da fenda.

Recentemente, a aplicação dos conceitos da Mecânica da Fractura [1], sobretudo na indústria aeronáutica, espacial e nuclear, cujas exigências de segurança, optimização e desempenho dos materiais utilizados são cada vez mais importantes, veio introduzir alterações aos cálculos tradicionais de componentes sujeitos a fadiga.

O cálculo da vida em fadiga permite prever a duração da propagação duma fenda, desde uma determinada dimensão inicial até à rotura final. A efectivação destes cálculos depende do conhecimento do **Factor de Intensidade de Tensão**.

Assim, poderemos calcular a velocidade de propagação da frente de uma fenda a partir do conhecimento do seu estado de tensão, associado à geometria em causa e ao carregamento aplicado.

Estas noções são correntemente aplicadas na indústria mecânica em geral, por forma a estabelecer regras eficazes de manutenção dos seus equipamentos, antes e após a detecção de fendas nos componentes em serviço.

Este trabalho tem como objectivos:

- O estudo da aplicabilidade dos **Factores de Intensidade de Tensão (K_I)**, associados aos **Factores Geométricos (F_I)**, já propostos para componentes cilíndricos a trabalhar em flexão alternada e em flexão rotativa [2], [3], [4].

- A determinação da velocidade de propagação de fendas em provetes, simulando os eixos de caminhos de ferro, com fendas iniciadas à superfície, e extrapolando os seus resultados para o caso de fendas representativas de flexão rotativa.

- A comparação de resultados experimentais em flexão rotativa com os resultados experimentais obtidos para o mesmo tipo de aço, mas em ensaios CCT [5].

Foram realizados ensaios de provetes de vários diâmetros. Estudou-se, passo a passo, a evolução da forma da frente da fenda, de modo a podermos saber, em cada instante, a sua profundidade em função do comprimento do arco de fenda obtido à superfície dos veios.

2. MATERIAIS E PROCEDIMENTOS EXPERIMENTAIS

Realizaram-se ensaios de flexão rotativa em provetes de forma toroidal e secção circular, de diâmetros:

- aço DIN Ck45 : 6.7 e 10 mm
- aço AFNOR XC 38 (EDR): 40 mm

Os provetes foram ensaiados após serem pré-fissurados, a partir de um entalhe mecânico.

Em cada ensaio efectuaram-se paragens para determinação da evolução da forma da fenda (comprimento e profundidade em função do número de ciclos).

O comprimento do arco de fenda foi medido através de uma lupa binocular (20X) sobre uma fita milimétrica colada e adjacente ao entalhe. Para os provetes de menor diâmetro, a profundidade máxima da fenda (b) foi medida através da observação do perfil da superfície de fadiga após a fractura rápida com azoto líquido.

Para os provetes de maior diâmetro esta profundidade era medida por um processo baseado em ultra-sons. As leituras podiam ser igualmente confirmadas pela observação das **"linhas de paragem"** das superfícies de fractura.

Os ensaios de provetes de 40 mm foram efectuados numa máquina de tracção TRAYVOU de 300 KN, equipada para flexão rotativa com uma velocidade variável de 120 a 1500 rpm, capaz de receber provetes com um metro de comprimento e um diâmetro máximo de 60 mm. Os provetes foram montados na máquina em situação de flexão em três pontos.

Os ensaios dos provetes de menor diâmetro realizaram-se numa máquina de flexão rotativa (DIN 50113). Houve sempre o especial cuidado de alinhar convenientemente os provetes para não introduzir picos de tensão que iriam afectar os resultados. A frequência de ensaio foi de 25Hz (1500 rpm).

A fim de localizar bem o início da fissuração, fez-se um entalhe mecânico nos provetes com uma serra de 0.2 mm de espessura e inclinada a 45° por forma a vincar ainda mais o entalhe. Nos provetes pequenos a nucleação era detectada por observação visual com a ajuda do microscópio; nos de maior diâmetro, por um aparelho baseado em correntes de Foucault.

Utilizaram-se [5] igualmente provetes de entalhe central CCT (Center Cracked Tensile) de acordo com a norma **ASTM E 647 - 88**, "Standard Test Method for Measurement of Fatigue Crack Growth Rates", nas mesmas condições de carga utilizadas em flexão rotativa ($R=-1$), de modo a comprovar as velocidades de propagação nas duas situações.

Os ensaios com provetes de entalhe central (CCT) foram realizados numa máquina de fadiga servo hidráulica INSTRON com capacidade de 50 kN, e uma gama de frequências de 20 a 30Hz.

3. ANÁLISE TEÓRICA DA PROPAGAÇÃO DE FENDAS POR FADIGA

Os resultados da teoria da elasticidade [5] mostram que na vizinhança da frente duma fenda, as tensões σ_{ij} podem exprimir-se pela seguinte expressão:

$$\sigma_{ij} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(\theta) \quad (3.1)$$

sendo,

r, θ - coordenadas polares do ponto considerado

f_{ij} - funções de θ

K_I = Factor Intensidade de Tensão em modo I de abertura da fenda

O cálculo do **Factor de Intensidade de Tensão K**, para as fendas de forma elíptica, torna-se um problema de resolução difícil devido à complexidade dum cálculo a três dimensões, cujas soluções analíticas são raras devido à necessidade de utilização de soluções aproximadas sempre baseadas em soluções numéricas.

As soluções existentes mostram que o **Factor de Intensidade de Tensão (FIT)** é uma função evidente da tensão aplicada e do comprimento da fenda, mas também da sua forma, variando ao longo da frente da fenda. Teremos para uma mesma fenda diferentes estados energéticos sobre o seu perfil. Se quisermos calcular a velocidade de propagação da fenda (VPF), verifica-se então que a velocidade não será a mesma para todos os pontos da fenda.

No caso geral duma fenda semi-elíptica transversal, numa barra de secção cilíndrica, submetida a uma tensão de flexão remotamente aplicada, em modo I de abertura de fenda, **Fig. 1**, o **Factor de Intensidade de Tensão K** para qualquer ponto ao longo do perfil da fenda, em flexão rotativa ou em flexão alternada, é dado pela solução de Shiratori:

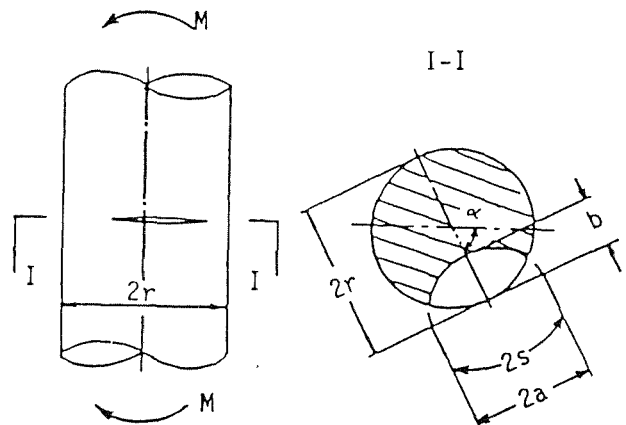


Fig. 1. Barra cilíndrica com fenda semi-elíptica, em flexão rotativa [2].

$$K = S_n F_I (b/a, b/r, \phi, \alpha) \cdot \sqrt{\pi s} \quad (3.2)$$

sendo,

$$S_n = \frac{4M}{\pi r^3} \quad (3.3)$$

onde (Fig. 1 e Fig. 2),

S_n - tensão normal aplicada

F_I - Factor Geométrico associado à geometria da fenda, em modo I

b - profundidade máxima da fenda no ponto A, semi-eixo menor da elipse

a - semi-eixo maior da elipse

r - raio da secção de prova

ϕ - ângulo que define as coordenadas da frente da fenda

α - ângulo de rotação da fenda

s - semi-comprimento do arco de fenda superficial

M - momento flector

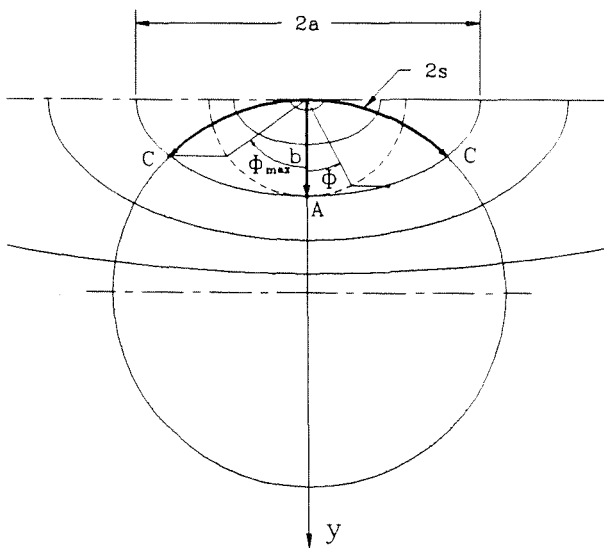


Fig. 2. Frente da fenda semi-elíptica.

b/a \ b/r	b/r						
	0.1	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	
0.2	A	0.489	0.523	0.567	0.629	0.731	0.910
	C	0.107	0.172	0.254	0.349	0.477	0.657
0.3	A	0.523	0.538	0.565	0.620	0.713	0.884
	C	0.206	0.246	0.319	0.394	0.518	0.704
0.4	A	0.558	0.554	0.564	0.608	0.695	0.858
	C	0.305	0.321	0.384	0.440	0.560	0.751
0.5	A	0.578	0.568	0.561	0.592	0.666	0.806
	C	0.408	0.425	0.460	0.515	0.608	0.788
0.6	A	0.599	0.582	0.558	0.576	0.638	0.754
	C	0.511	0.529	0.537	0.591	0.657	0.825
0.8	A	0.602	0.582	0.542	0.533	0.560	0.638
	C	0.606	0.642	0.658	0.720	0.809	0.999
1.0	A	0.604	0.582	0.526	0.491	0.482	0.523
	C	0.702	0.755	0.779	0.849	0.961	1.173

Tabela 1. Factores Geométricos ($F_I = \frac{K_I}{S_n \sqrt{\pi s}}$) para fendas semi-elípticas num veio em flexão rotativa ($\alpha = 0^\circ$), para os pontos A e C, Fig. 2.

Os valores numéricos de F_I são apresentados na Tabela 1, para diferentes valores de b/a e b/r .

Para $\phi=0^\circ$ (ponto de profundidade máxima da fenda, ponto A).

Para $\phi=\phi_{max}$ (ponto onde a fenda encontra a superfície, ponto C).

Admitindo que a fenda evolui em fadiga segundo uma forma elíptica, o que acontece na maior parte dos casos, bastar-nos-á calcular FIT nas extremidades dos eixos da elipse, onde conhecemos a velocidade de propagação (VPF) e onde calculamos a nova forma da fenda.

De todas as fórmulas propostas, a mais geral e conhecida é a de Paris [7], sendo a mais adaptada ao caso do nosso estudo. Não contempla os parâmetros gerais do problema, como tensão média R , limiar de não-propagação ΔK_{th} , frequência, etc, mas dá uma boa aproximação ao cálculo da velocidade de propagação :

$$\frac{ds}{dN} = C \Delta K^m \quad (3.4)$$

onde,

ΔK - variação de K ao longo de um ciclo de fadiga

C , m - constantes que dependem da natureza do material e das condições carregamento, sendo C a ordenada na origem da equação da recta que se ajusta aos pontos do gráfico ds/dN vers ΔK , e m a sua inclinação.

Para condições de carregamento em flexão rotativa, a equação (3.4) não se pode aplicar em todos os pontos da superfície da fenda. Isto deve-se ao facto de o máximo do Factor de Intensidade de Tensão não ocorrer para o mesmo ângulo de rotação α em todos os pontos, nomeadamente no ponto de maior profundidade, pontos em que a fenda intercepta a superfície (ponto C), que definem a forma da elipse.

Uma aproximação correntemente utilizada é a redução a um grau de liberdade da evolução da fenda, a fim de tornar os cálculos mais rápidos. Em flexão rotativa seremos obrigados a fazê-lo, visto que não conhecemos a evolução de FIT no ponto onde a fenda encontra a superfície ($\phi=\phi_{max}$) com o ângulo α de rotação da fenda em torno do eixo. Para o ponto onde a profundidade é máxima ($\phi=0^\circ$) também não é conhecida, embora saibamos que os máximos e os mínimos de FIT sejam obtidos para $\theta=0^\circ$ e $\theta=\pi$, respectivamente.

A partir das expressões acima referidas, desenvolveu-se um modelo que permite prever a propagação de fendas por fadiga em flexão rotativa, a partir do conhecimento do máximo e mínimo FIT, atendendo a cada ciclo de carregamento (uma rotação completa do provete ou dum veio).

4. EVOLUÇÃO DA FORMA DA FENDA

Torna-se necessário conhecer a evolução da forma da fenda (ver Fig. 4 e Fig. 6), isto é, a relação b/a ou b/s . Assim, usando os coeficientes da Tabela 1, já é possível calcular a velocidade de propagação ds/dN . Esta evolução terá de ser determinada experimentalmente.

Observando as superfícies de fractura dos provetes, submetidos a flexão rotativa, nota-se a presença duma fissura que evolui a partir dum ponto de "nucleação" sobre a superfície, adoptando uma forma elíptica, cujo centro é a origem da fenda, Fig. 6 [5].

As medições experimentais dos comprimentos e profundidades das fendas, bem como o estudo das superfícies de fractura, permitiu estabelecer, com uma boa aproximação, o perfil elíptico da frente da fenda e a expressão que relaciona o comprimento do arco de fenda com a sua profundidade máxima.

A evolução da fenda, isto é, a profundidade b em função do comprimento do arco de fenda $2s$, foi obtida pela equação definida pela recta de regressão linear dos pontos experimentais, Fig. 3.

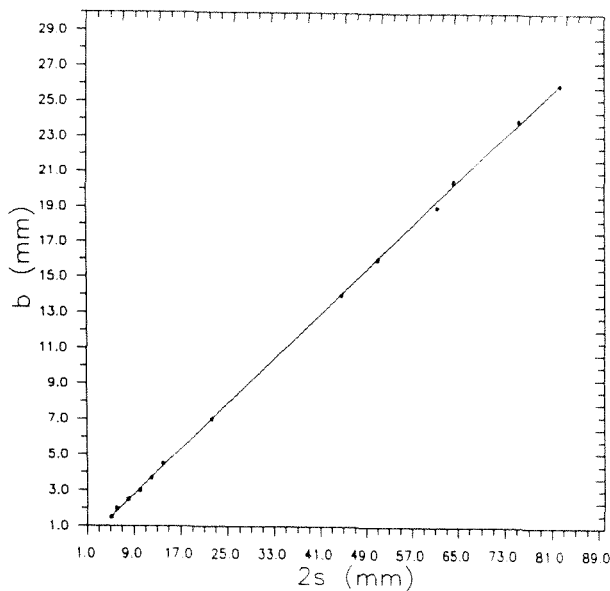


Fig. 3. Gráfico dos pontos experimentais ($b = f(2s)$).

A equação da recta obtida:

$$b = -0.17 + 0.31834 \times 2S \text{ [mm]} \quad (4.1)$$

Esta equação pode ser aproximada, sem grande erro, pela expressão:

$$b = \frac{1}{\pi} 2s \quad (4.2)$$

Esta expressão apresenta a vantagem de ser independente das dimensões dos provetes.

Verifica-se uma boa correlação dos resultados teóricos com os experimentais, como se vê na Fig. 4.

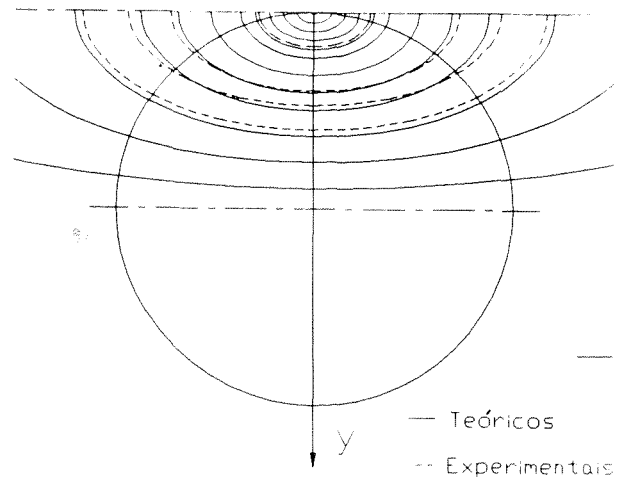


Fig. 4. Representação gráfica das semi-elipses experimentais e das obtidas com a expressão (4.2).

Conhecido o semi-ângulo θ definido pelo semi-arco de fenda S , podemos então calcular os semi-eixos da elipse que passa pela frente da fenda:

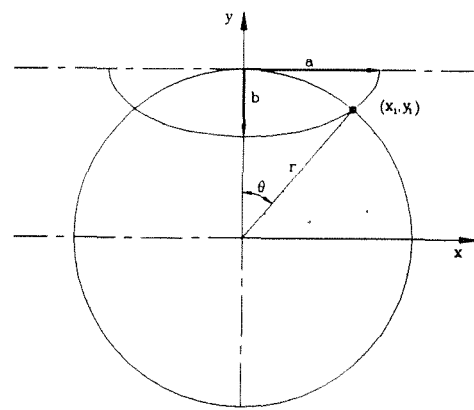


Fig. 5. Secção da superfície de fadiga [6].

$$x_1 = r \text{ sen } \theta$$

$$y_1 = r - r \text{ cos } \theta$$

sendo: $\theta = \frac{s}{r}$

$$\frac{x_1^2}{a^2} + \frac{y_1^2}{b^2} = 1$$

donde,

$$a = \frac{r \text{ sen } \theta}{\sqrt{1 - \frac{r^2}{b^2}(1 - \text{cos } \theta)^2}} \quad (4.3)$$

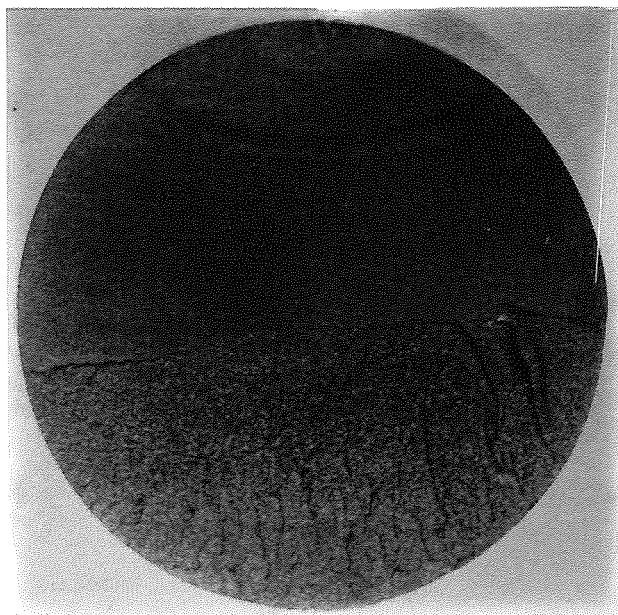


Fig. 6. Foto (2x) das "linhas de paragem" dum provete de 40mm, XC 38 [5].

5. ANÁLISE DOS RESULTADOS

Uma vez que o carregamento que nos interessa é o de flexão rotativa, fizeram-se ensaios de propagação de fendas também para provetes clássicos (CCT), cujas condições de geometria e de fissuração conhecemos bem, a fim de verificar as condições de aplicação do modelo desenvolvido em flexão rotativa, através da comparação da VPF [2].

Com os ensaios de flexão rotativa determinou-se a evolução da forma da fenda necessária para a sua modelização e, para a redução a um grau de liberdade de dimensões da fenda, determinamos a velocidade de propagação da fenda em função da variação de FIT. Estes resultados serão comparados com aqueles obtidos com provetes ASTM clássicos.

Encontrando-se a mesma lei de propagação, tem-se a confirmação da validade do modelo desenvolvido.

Uma vez estabelecida a evolução da forma e dimensões (2S e b) da fenda com o número de ciclos N, a velocidade de propagação pode ser então analisada em função de FIT, $ds/dN = f(\Delta K)$.

Para esta análise, fez-se um programa, onde os Factores Geométricos F_I eram obtidos com a ajuda de funções polinomiais de grau 3, a partir dos coeficientes da Tabela 1.

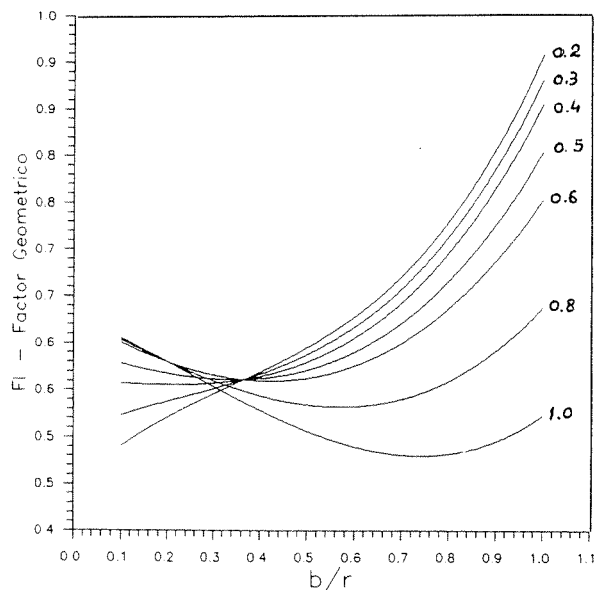


Fig. 7. Representação gráfica dos Factores Geométricos para vários valores constantes de b/a.

Os resultados (s_i, N_i) foram analisados num gráfico ($ds/dN = f(\Delta K)$), utilizando o "método da secante". A Fig. 8 mostra os resultados para o aço XC38 para os provetes CCT e flexão rotativa.

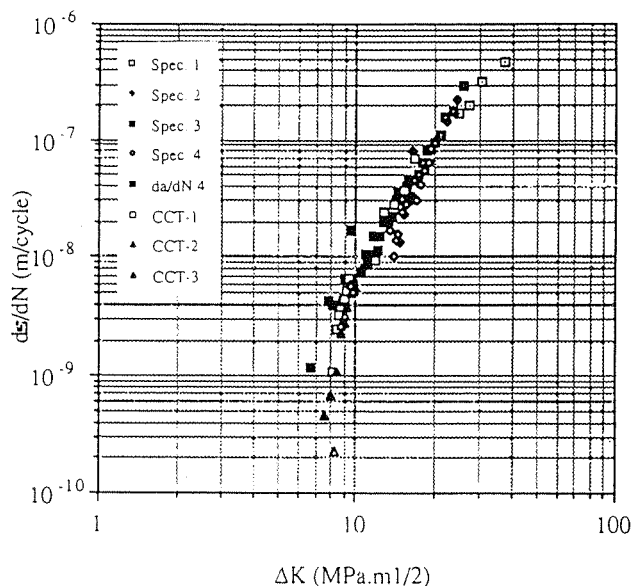


Fig. 8. Comparação da velocidade obtida em flexão rotativa (modelo de Shiratori) e em CCT.

Os ensaios realizados com provetes de secção cilíndrica em flexão rotativa ou com provetes CCT para o mesmo tipo de material XC 38, apresentam uma boa correlação.

A Fig. 9. mostra, para o aço Ck45, os resultados em flexão rotativa para três provetes.

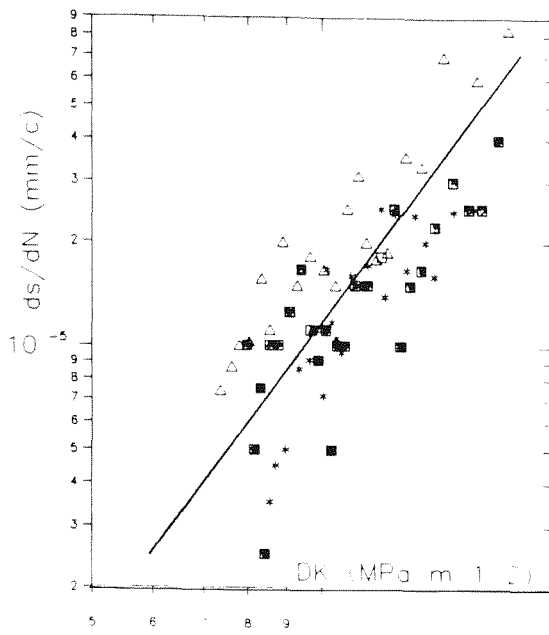


Fig. 9. Resultados de $ds/dN-\Delta K$ do aço Ck45 em flexão rotativa.

A recta representada, que traduz a lei de Paris, apresenta valores de C e m que se aproximam dos encontrados na literatura para este tipo de aço.

Os ensaios efectuados com provetes cilíndricos de menor diâmetro de aço Ck45, apresentam uma maior dispersão, o que se fica a dever em parte às dificuldades de leitura, já que os comprimentos de fenda são muito pequenos. No entanto, a velocidade de propagação apresenta também uma boa correlação com a verificada em provetes CCT para as mesmas condições de carregamento.

6. CONCLUSÕES

A fenda pode ser modelada através de uma elipse, tornando possível a utilização das equações para o cálculo do **Factor de Intensidade de Tensão** de fendas superficiais semi-elípticas em barras circulares submetidas a flexão alternada no ponto de profundidade máxima da fenda b , uma vez que a sua profundidade é função do comprimento do arco de fenda $2S$.

A modelação das fendas é comparada com as dimensões das fendas obtidas nas superfícies de fractura dos provetes e obtém-se uma boa correlação. A velocidade de propagação das fendas em flexão rotativa analisada em função da variação do **Factor de Intensidade de Tensão**, mostra uma boa correlação com as determinadas para $R=-1$ e os mesmos materiais, mas através de provetes CCT

das recomendações **ASTM**, para os quais os **Factores de Intensidade de Tensão** estão bem definidos.

Esta boa correlação permite concluir pela aplicabilidade à flexão rotativa das equações do **Factor de Intensidade de Tensão** para flexão alternada, desde que se utilize a equação que define a forma da fenda e o cálculo seja efectuado na profundidade máxima.

Conhecida a expressão que regula a progressão da frente da fenda b em função do comprimento do arco circunferencial $2S$, evita-se parar a máquina de ensaios para se proceder à leitura da sua profundidade, já que mesmo a leitura do arco de fenda pode ser realizada com a máquina em funcionamento, desde que para o efeito se utilize um estroboscópio.

Estes resultados podem ser aplicados com êxito na previsão da vida residual de veios fissurados submetidos a flexão alternada.

7. REFERÊNCIAS

- [1] Bailon, J. P. et Bathias, C., "La Fatigue des Matériaux et Structures", ed. Maloine, 1980.
- [2] Murakami, Y., Editor-in-Chief, "Stress Intensity Factors Handbook", Vol. II, Pergamon Press, pp 237-239, 1986.
- [3] Shiratori, M., "Analysis of Stress Intensity Factors for Surface Cracks Subjected to Arbitrarily Distributed Surface Stress", Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, 1986.
- [4] Nisitani, H. and Chen, D., "Stress Intensity Factor for a Semi-Elliptic Surface Crack in a Shaft under Tension", Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, 1984.
- [5] Freitas, M., "Vitesse de Fissuration des Essieux-Axes Ferroviaires", École Centrale des Arts et Manufactures, Société Nationale des Chemins de Fer, France, 1991.
- [6] Fonte, M. A., "Determinação da Vida Residual em Veios Fissurados", Tese de Pós-Graduação, Escola Náutica, 1990.
- [7] Paris, P., Gomez, M. and Anderson, W., A Rational Analytic Theory of Fatigue, The Trends in Engineering, January 1961.