

INCORPORACION ANALITICA DEL ENDURECIMIENTO POR DEFORMACION A MODELOS DE PROPAGACION DE MICROGRIETAS POR FATIGA

Xin, X.J.[†], de los Rios, E.R.[†], Navarro, A.[‡]

[†] Department of Mechanical and Process Engineering
University of Sheffield, Mappin Street
Sheffield S1 3JD, U.K.

[‡] Departamento de Ingeniería Mecánica y Materiales
E.T.S. Ingenieros Industriales, Avda. Reina Mercedes s/n
41012-SEVILLA

Resumen. Este trabajo describe sucintamente una aproximación analítica para modelar la influencia del endurecimiento por deformación en el crecimiento de microgrietas por fatiga. Se supone que la tensión de fricción que actúa sobre las dislocaciones en la zona plástica de la grieta está determinada por una cierta medida de la deformación en el área de la grieta. Se investiga en particular el uso de la deformación cortante plástica. Relacionando ésta con la densidad de dislocaciones en el sistema, puede obtenerse (a través de la solución de la ecuación integral de equilibrio) la evolución de la tensión de fricción. Se discute brevemente el uso de otras medidas alternativas de la deformación.

Abstract. This paper describes an analytical technique to incorporate strain hardening into short fatigue crack growth models. The assumption is made that the friction stress acting upon the dislocations in the crack plastic zone is related to a certain measure of the deformation in the area of the crack system. In particular the use of the plastic shear stress is investigated. This can be related to the density of dislocations in the system, and so, the evolution of the friction stress as the crack progresses can be obtained via the solution of the integral equation representing the equilibrium condition. The use of other measures of deformation is briefly discussed.

1. INTRODUCCION

En el diseño de un gran número de elementos de máquinas, la nucleación de grietas por fatiga es el criterio fundamental en cuanto a integridad estructural se refiere. Se trata de un problema muy antiguo. Sin embargo, de todo el panorama de fatiga, las técnicas de cálculo que se ocupan de esta fase de nucleación son las que tenían hasta ahora una base física más pobre. Se trata de métodos fenomenológicos que usan correlaciones entre tensiones o deformaciones aplicadas a una probeta y el número de ciclos requeridos para producir la rotura de la misma. Este proceder se justifica solamente con el razonamiento de que mientras la grieta sea pequeña, su pre-

sencia no altera significativamente los campos de tensiones y deformaciones y, por tanto, estos parámetros deben caracterizar globalmente el proceso del daño por fatiga. Los Métodos Clásicos de cálculo a fatiga, basados en la curva S-N de Wöhler o los más recientes Métodos de Deformaciones Locales, basados en la curva ϵ -N, sólo permiten al diseñador hacer una estimación cruda del tiempo que la microgrieta tarda en crecer desde longitud cero hasta una cierta longitud en que su crecimiento puede ser descrito mediante la Mecánica de Fractura. Puesto que en ellos el propio comportamiento de la microgrieta se obvia totalmente, su aplicación práctica constituye casi un arte, apoyado en un recetario de diversos coeficientes experimentales: de acabado superficial, de tamaño, de concentración, etc.. La arbitrariedad en la asignación de estos coeficientes (especialmente en el de acabado superficial y en de concentración) y la consiguiente

dispersión en los resultados es bien conocida de todo el que haya tenido que aplicarlos y enseñar su uso.

El desarrollo en la última década de los estudios de crecimiento de grietas pequeñas [1-15] está por fin dotando de una base física satisfactoria a esas herramientas, a la vez las más antiguas y las más utilizadas en el diseño de componentes de máquina a fatiga.

2. GRIETAS PEQUEÑAS

Las grietas pequeñas (short cracks) son aquellas cuya longitud es del orden del tamaño de grano del material y cuyo crecimiento está, por tanto, fuertemente influenciado por factores microestructurales, por lo que su comportamiento no puede ser descrito de forma satisfactoria mediante la MFEL. Como es de sobra conocido, estas grietas empiezan creciendo a un ritmo relativamente elevado, pero sufren una deceleración pronunciada al aproximarse a barreras de deslizamiento, tales como bordes de grano. Algunas de estas grietas cesan de crecer. Otras sólo sufren una demora temporal, reiniciando su crecimiento y acelerándose una vez que el deslizamiento plástico se ha extendido detrás de la barrera. En general, tras un período inicial, el crecimiento de estas grietas puede ser descrito mediante la Mecánica de Fractura, i.e. se alcanza una convergencia entre el período de grieta pequeña y grieta grande. Sin embargo ese período inicial puede llegar a representar un porcentaje muy alto de la vida total, especialmente si las tensiones aplicadas no son altas y no hay concentraciones elevadas de tensión. Se estima que en este caso puede llegar a ser del orden del 90%, por lo que la etapa de crecimiento de grieta pequeña es de la máxima importancia.

El grupo de Ingeniería Mecánica y Materiales de Sevilla ha venido trabajando durante los últimos años, en colaboración con el Departamento de Ingeniería Mecánica de la Universidad de Sheffield, en una serie de modelos basados en la teoría de dislocaciones que predicen esencialmente las características del crecimiento de grietas pequeñas y cuya aplicación empieza a permitir el desarrollo de relaciones entre parámetros microestructurales del material y propiedades globales de fatiga. Por ejemplo, han permitido el establecimiento de relaciones tipo Hall-Petch para el límite de fatiga, relaciones entre éste y el valor umbral del factor de intensidad de ten-

siones, construcción del diagrama de Kitagawa y de la curva S-N a partir de datos de crecimiento de grietas grandes [16-19]. Las ecuaciones de estos modelos sólo han sido desarrolladas, al día de hoy, para geometría y cargas muy simples, por lo que su uso es aún muy restringido. Se consideran materiales en los que las dislocaciones tienden a permanecer en sus planos de deslizamiento originales (materiales con baja energía de fallo de apilamiento, stacking-fault energy), dando lugar a bandas de deslizamiento rectilíneas que se extienden a través de granos completos. Se consideran grietas nucleadas en inclusiones o partículas de segunda fase, bien por despegue entre matriz y partícula o por fractura de la propia partícula.

Existen muchos otros factores que es necesario incorporar a los modelos para poder desarrollar herramientas útiles de diseño a partir de los mismos. Entre los principales podríamos citar el efecto de entallas, tensiones medias, endurecimiento por deformación y el cierre de grietas.

Este artículo presenta una descripción simplificada de los métodos que se están desarrollando para incluir el fenómeno del endurecimiento por deformación. Se piensa que esto es fundamental para lograr predicciones realistas sobre el instante en que se produce la inestabilidad en el crecimiento, es decir el punto en que se produce la fractura inestable del componente.

3. ENDURECIMIENTO POR DEFORMACION

La necesidad de modelar el endurecimiento parte de la evidencia experimental en cuanto al aumento de la densidad de dislocaciones que acompaña el crecimiento de la grieta. Por ejemplo, de los Rios et al. [20] estudiaron la estructura de dislocaciones en las cercanías de la superficie de fractura por fatiga en probetas de acero inoxidable AISI 316 en muestras cortadas a diferentes distancias de la entalla inicial y comprobaron que la densidad de dislocaciones iba aumentando al alejarse del punto inicial.

A la hora de incluir el endurecimiento en los modelos citados, se tiene, en una primera aproximación, un parámetro sobre el que actuar (la tensión de fricción) y dos tipos de representaciones dependiendo del tipo de teoría sobre el endurecimiento que se utilice. Grosso modo se

puede hacer que la tensión de fricción sea una función de la deformación, o bien que sea directamente una función de la densidad de dislocaciones. Este último caso parece más complejo y aporta una mayor riqueza de comportamiento. Sin embargo los resultados que hemos obtenido no son todavía concluyentes, por lo que no comentaremos nada más aquí.

La primera línea ha sido desarrollada en una serie de trabajos recientes [21,22]. Se parte del modelo de endurecimiento de Seeger et. al [23]. Estrictamente este modelo se refiere a monocristales. Pero dado que en condiciones de fatiga a alto número de ciclos las deformaciones son muy pequeñas y localizadas en bandas de granos que separan regiones deformadas y no deformadas, pensamos que su aplicación puede ser razonable. El ritmo de endurecimiento depende linealmente de la deformación

$$\tau_f = \tau_o + k'\gamma \tag{1}$$

donde τ_o es la tensión de fricción inicial. La constante k' es una característica del material cuyo orden de magnitud para un metal FCC es típicamente $k'/G \sim 1/300$.

La tensión de fricción dada por la expresión anterior depende de la posición dentro de la zona plástica, por lo que la obtención analítica de la solución de la ecuación integral de equilibrio utilizando directamente dicha expresión resulta excesivamente complicada. El problema se simplifica notablemente si se utiliza, en lugar de la deformación como tal, la deformación media en toda la zona plástica $\bar{\gamma}$. Una aproximación mejor se obtendría separando el problema en diferentes regiones correspondientes a los diversos granos atravesados por la zona plástica y utilizando la deformación media en cada uno de ellos, pero, de nuevo, esto complica demasiado el problema desde el punto de vista matemático. De acuerdo con esto, la expresión utilizada para la tensión de fricción es

$$\tau_f = \tau_o + k'\bar{\gamma} \tag{2}$$

La deformación media puede calcularse a partir de la área barrida por las dislocaciones A_{slip} ,

$$\bar{\gamma} = \frac{bA_{slip}}{V} \tag{3}$$

donde b es el vector de Burgers y V es el volumen correspondiente a la banda de deslizamiento. A_{slip} se calcula a través de la función de distribución de dislocaciones

$$A_{slip} = \int_{-c}^c x f(x) dx \tag{4}$$

y $V = 2cw$, siendo c y w la semilongitud total y la anchura de las bandas de deslizamiento.

Esto permite escribir la tensión de fricción directamente en términos de la función de distribución de dislocaciones

$$\tau_f = \tau_o + k \int_{-1}^1 \zeta f(\zeta) d\zeta \tag{5}$$

donde

$$k = k' \frac{bc}{2w} = pGb \tag{6}$$

Esta tensión se puede introducir en la ecuación de equilibrio del sistema

$$\int_{-1}^1 \frac{f(\zeta')}{\zeta - \zeta'} d\zeta' + \frac{P(\zeta)}{A} = 0 \tag{7}$$

siendo

$$P(\zeta) = \begin{cases} \tau & |\zeta| > n \\ \tau - \tau_o - k'\bar{\gamma} & |\zeta| \leq n \end{cases} \tag{8}$$

La solución de esta ecuación integral con $P(\zeta)$ variable y dependiente de la propia función de distribución puede obtenerse mediante un método de perturbaciones, expresando la solución $f(\zeta)$ como un desarrollo en serie de k [21,22]. Esto permite escribir la tensión de fricción en cualquier instante como

$$\tau_f = h\tau_o \tag{9}$$

siendo

$$h = \frac{1 + \pi R_{\tau} p \kappa}{1 + 2p\kappa I_n} \quad (10)$$

donde $I_n = \cos^{-1} n - n\sqrt{1-n^2}$, κ es una constante que depende del tipo de dislocaciones consideradas y $R_{\tau} = \tau/\tau_o$.

Se puede comprobar que

$$\frac{\partial h}{\partial n} = \frac{2p\kappa(1 + \pi R_{\tau} p \kappa)}{1 + 2p\kappa I_n} 2\sqrt{1-n^2} \geq 0 \quad (11)$$

y

$$\frac{\partial h}{\partial R_{\tau}} = \frac{\pi p \kappa}{(1 + 2p\kappa I_n)} > 0 \quad (12)$$

Por tanto h es una función creciente de n y de R_{τ} . Así mismo, h es función de la extensión de la grieta a través de la dependencia de p con $c = iD/2$. El esquema descrito resulta útil si efectivamente h crece con i , es decir, si se predice efectivamente endurecimiento como tal. Este hecho depende del comportamiento de la relación c/w , es decir, de como evoluciona la relación entre la logitud y la anchura de las bandas de deslizamiento.

Experimentos llevados a cabo por Winter [24] con cristales de cobre sometidos a fatiga muestran un incremento en el número y la anchura de las bandas de deslizamiento persistentes al aumentar la amplitud de la deformación cíclica. Puesto que la intensidad de tensiones y deformaciones varían de la forma $c^{1/2}$ o $i^{1/2}$, resulta natural hacer la suposición de que p varía de la forma

$$p = p_o i^{1/2} \quad (13)$$

Introduciendo este tipo de relaciones en la expresión de h puede demostrarse que efectivamente aparece un endurecimiento. Puede comprobarse asimismo que los ritmos de endurecimiento calculados están por debajo del límite impuesto por la condición de Bilby-Cottrell-Swinden y que marca el máximo endurecimiento posible según una reciente interpretación de esta rela-

ción clásica [25].

Las simulaciones realizadas con este tipo de modelos permiten hacer una descripción bastante realista del proceso de crecimiento de grietas pequeñas, la transición a comportamiento como grieta grande (regido por la MFEL) y que se predice que ocurre alrededor de $2a = 10D$ y recogen también el instante de aparición de la inestabilidad del crecimiento, i.e. la fractura final del componente.

Como beneficio adicional este tipo de modelos permiten hacer predicciones sobre valores característicos de tensiones de referencia del material, como la tensión de rotura y el límite de fatiga. Por ejemplo, la relación

$$\frac{\tau_{Fl}}{\tau_u} \simeq 0.52 \quad (14)$$

ha sido obtenida teóricamente a partir de estos modelos y su validez es de sobra conocida.

4. REFERENCIAS

- [1] Lankford, J. (1982) "The Growth of Small Fatigue Cracks in 7075-T6 Aluminium" *Fatigue Engng. Mater. Struct.*, 5, pp 233.
- [2] Lankford, J. (1983) "The Effect of Environment on the Growth of Small Fatigue Cracks" *Fatigue Engng. Mater. Struct.*, 6(1), pp 15.
- [3] Pérez Carbonell, E. y Brown, M.W. (1986) "A Study of Short Crack Growth in Torsional Low Cycle Fatigue for a Medium Carbon Steel" *Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct.*, 9(1), pp 15.
- [4] Lankford, J. (1985) "The Influence of Microstructure on the Growth of Small Fatigue Cracks" *Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct.*, 8(2), pp 161.
- [5] Brown, C.W. y Taylor, D. (1984) "The Effect of Texture and Grain Size on Short Fatigue Crack Growth Rates in Ti-6Al-4V" *Fatigue Crack Growth Threshold Concepts*, Ed. D. Davidson y S. Suresh, pp 433-446, TMS AIME, Warrendale, Pennsylvania.

- [6] Taylor, D. y Knott, J.F. (1981) "Fatigue Crack Propagation of Short Cracks: The Effect of Microstructure" *Fatigue Engng. Mater. Struct.*, 4, pp 147.
- [7] Brown, C.W. y Hicks, M.A. (1983) "A Study of Short Fatigue Crack Growth Behaviour in Titanium Alloy IMI 685". *Fatigue Engng. Mater. Struct.*, 6, pp 67.
- [8] Tanaka, K., Hojo, M. y Nakai, Y. (1983) "Fatigue Crack Initiation and Early Propagation in Three Steels" in *Fatigue Mechanisms: Advances in Quantitative Measurements of Physical Damage*, ASTM STP 811, pp 207.
- [9] Taylor, D. (1982) "Euromech Colloquium on Short Fatigue Cracks" *Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct.*, 5(4), pp 305.
- [10] Yoder, G. R., Cooley, L. A. y Crooker, T. W. (1982) "On Microstructural Control of Near Threshold Fatigue Crack Growth in 7000-Series Aluminum Alloys" *Sci. Metall.*, 16, pp 595.
- [11] Zurek, A.K., James, M.R. y Morris, W.L. (1983) "The Effect of Grain Size on Fatigue Growth of Short Cracks" *Met. Trans.*, 14A, pp 1967.
- [12] James, M. R., Morris, W. L. y Zurek, A. K. (1983) "On the Transition from Near Threshold to Intermediate Growth Rates in Fatigue" *Fatigue Engng. Mater. Struct.*, 6(3), pp 293.
- [13] Bolingbroke, R.K. y King, J.E. (1985) "A Comparison of Long and Short Fatigue Crack Growth in High Strength Aluminum Alloy", 2nd Symposium on the Behaviour of Short Fatigue Cracks, Sheffield University, September 1985.
- [14] Blom, A.F., Hedlund, A., Fathulla, A., Weiss, B. y Stickler, R. "Short Fatigue Crack Growth Behaviour in Al 2024 and Al 7475" *idem* [?].
- [15] Tokaji, K., Ogawa, T., Harada, Y. y Ando, Z. (1986) "Limitations of Linear Elastic Fracture Mechanics in Respect of Small Fatigue Crack and Microstructure" *Fatigue Fract. Engng. Mat. Struct.*, 9(1), pp 1.
- [16] Navarro, A. y de los Rios, E. R. (1987) "A Model for Short Fatigue Crack Propagation with an Interpretation of the Short-Long Crack Transition", *Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct.*, 7, pp. 97.
- [17] Navarro, A. y de los Rios E. R. (1988) "Short and Long Fatigue Crack Growth: A Unified Model" *Phil. Mag. A*, 57, pp. 15.
- [18] Navarro, A. y de los Rios (1988) "A Microstructurally-Short Fatigue Crack Growth Equation" *Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct.*, 11, pp. 383.
- [19] de los Rios, E. R. y Navarro, A. (1990) "Considerations of Grain Orientation and Work Hardening on Short-Fatigue-Crack Modelling" *Phil. Mag. A*, 61, pp. 435.
- [20] de los Rios, E.R. Brown M.W., Miller K.J. y Pei, H.X. (1988) "Fatigue Damage Accumulation during Cycles of Non-Proportional Straining". *Basic Questions in Fatigue*, Vol. 1, ASTM STP 924, ASTM, Philadelphia, Ed. J.T. Fong and R.J. Fields, pp. 194.
- [21] Xin, X.J. (1991) "Experimental and Theoretical Aspects of Microstructural Sensitive Crack Growth in Al-Li 8090 Alloy". Ph. D. Thesis, University of Sheffield.
- [22] Xin, X.J., de los Rios E.R. y Navarro, A. (1992) "Modelling Strain Hardening at Short Fatigue Cracks". *Short Fatigue Cracks*, ESIS 13. Ed. K.J. Miller, Mechanical Engineering Publications, Londres, pp. 369.
- [23] Seeger, A. Diehl, J. Mader, S. y Robstock, H. (1957) "Work-hardening and Work-softening of face-centred cubic metal crystals". *Phil. Mag.*, 2, pp. 323.
- [24] Winter, A. T. (1974) "A Model for the Fatigue of Copper at Low Plastic Strain Amplitudes". *Phil. Mag.*, 30, pp. 719.
- [25] Navarro, A. y de los Rios, E.R. (1992) "Fatigue Crack Growth Modelling by Successive Blocking of Dislocations" *Proc. Roy. Soc. London*, A 437, pp. 375.