

APANTALLAMIENTO DE GRIETAS EN FATIGA

A. Martín Meizoso, J. M. Martínez Esnaola, M. Fuentes Pérez

Centro de Estudios e Investigaciones Técnicas de Guipúzcoa (CEIT),
Paseo de Manuel Lardizábal, 15, 20009-San Sebastián y
Escuela Superior de Ingenieros Industriales, Universidad de Navarra,
Apartado 1674, 20080-San Sebastián.

Resumen. En muchas ocasiones reales, se presentan multitud de grietas que interactúan entre sí apantallándose ("shielding"); casos tales como el barro cuando se seca y se cuartea, las películas delgadas (barnices) o en los recubrimientos de los álabes de las turbinas de aviación. Se presentan los resultados obtenidos por un programa de ordenador que simula el crecimiento de poblaciones de grietas superficiales, paralelas, en 2 dimensiones, en condiciones de fatiga, calculando una primera aproximación de su interacción. Se concluye que hay casos en los que es posible alargar la vida de un componente introduciendo una elevada densidad de grietas muy semejantes que se "estorban" mutuamente en su crecimiento.

Abstract. In many practical situations, multiple cracks are found shielding each other; cases such as mud when drying and crazing, thin films (varnishes) or in coatings of aeroengine turbine blades. The results obtained by a computer model that simulates the fatigue crack growth of a population of two-dimensional parallel edge cracks are shown. It is concluded that, under some circumstances, the introduction of a large density of similar cracks may increase the fatigue life of a component because the cracks hinder each other in their growth.

1. INTRODUCCIÓN

El agrietamiento múltiple de la superficie de un material es un fenómeno bien conocido en muchas aplicaciones. El ejemplo más sencillo lo constituye el agrietamiento del barro cuando se seca [1]. Este fenómeno se presenta también en aplicaciones de recubrimientos (coatings) y pinturas utilizadas para proteger, modificar las propiedades superficiales de los materiales o, simplemente, para decorarles. Una característica común de muchos "coatings" es que son más frágiles que el material sobre el que se aplican. La primera forma de fallo en tales casos es el agrietamiento del "coating". La propagación de una grieta origina una relajación de tensiones y, dependiendo de las condiciones de carga y de la distribución de defectos iniciales, puede producirse la propagación de una grieta en la superficie.

En esta comunicación, se presenta una aproximación de los fenómenos de interacción y apantallamiento de

grietas y se describe un modelo bidimensional de propagación de grietas superficiales paralelas por fatiga.

2. MODELO BIDIMENSIONAL DEL APANTALLAMIENTO ENTRE GRIETAS.

2.1. Distribución inicial de las grietas.

Inicialmente, el programa coloca un número predeterminado de microgrietas, periódicamente o al azar, sobre una longitud dada. La distribución de tamaños de las microgrietas puede ser uniforme, normal o logarítmico normal (con medias y desviaciones típicas especificadas).

2.2. Condiciones de contorno.

Se han programado dos tipos de condiciones de contorno: i) condiciones periódicas en el contorno, que

permiten simular una pequeña zona de la superficie (en la que hubiera una alta densidad de microgrietas), y 2) condiciones de contorno libre (donde no hay microgrietas fuera de la longitud seleccionada), que es útil cuando se modeliza, por ejemplo, toda la longitud de una probeta de tracción, suponiendo que no hay grietas en los hombros. Esta última condición es preferible y se utiliza siempre que es posible. Cuando las densidades de microgrietas son grandes, los cálculos requerirían un tiempo excesivo y se modeliza sólo una porción con la primera condición, de periodicidad en el contorno.

2.3. Apantallamiento de grietas de acuerdo con un esquema de sombras a 45°.

Inicialmente el apantallamiento se calculó utilizando un esquema de sombras a 45° como muestra la Fig. 1. De acuerdo con este modelo, se dibujan desde la punta de cada una de las grietas sombras a 45°. Como primera aproximación, se supondrá que dentro de estas zonas en sombra toda la energía elástica disponible para crecer las grietas ha desaparecido. Esta simplificación inicial se refinará más adelante utilizando la formulación de Isida, pero tiene interés porque parte de las hipótesis realizadas seguirán siendo útiles.

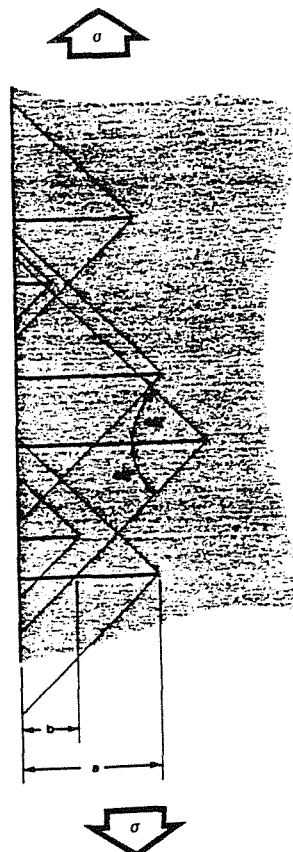


Fig. 1. Apantallamiento entre grietas de acuerdo con un esquema de sombras a 45°.

Para el cálculo de los factores de intensidad de tensiones, K_I , se emplean las funciones de Green [2] para una grieta superficial (bidimensional) en un sólido isótropo semi-infinito, en donde sólo se integra la zona de la grieta que no queda en sombra, vease la Fig. 2:

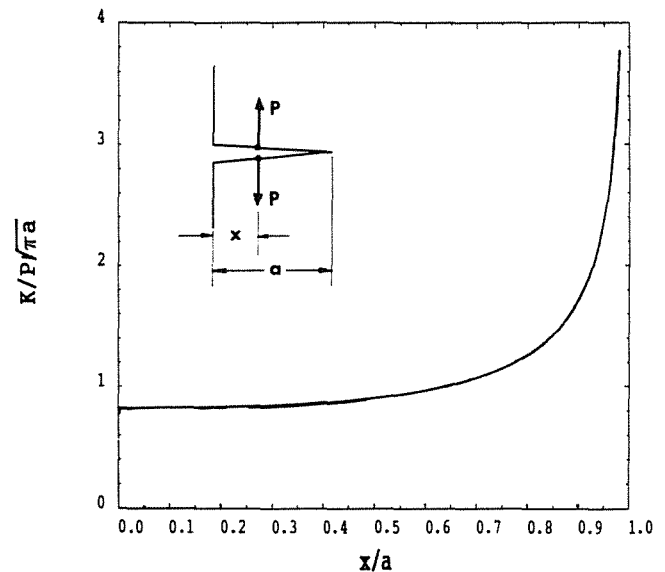


Fig. 2. Función de peso para una grieta superficial en un sólido semi-infinito.

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi a} \int_b^a \frac{g\left(\frac{x}{a}\right)}{\sqrt{a^2 - x^2}} dx \quad (1)$$

donde

$$g\left(\frac{x}{a}\right) = \frac{2}{\pi} \left[1 + f\left(\frac{x}{a}\right) \right] \quad (2)$$

y [3]:

$$f\left(\frac{x}{a}\right) = \left[1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2 \right] \left[0.2945 - 0.3912 \left(\frac{x}{a}\right)^2 + 0.7685 \left(\frac{x}{a}\right)^4 - 0.9942 \left(\frac{x}{a}\right)^6 + 0.5094 \left(\frac{x}{a}\right)^8 \right] \quad (3)$$

Obsérvese que la función de peso (de Green) se vuelve singular en la punta de la grieta ($x = a$, en la ecuación (1)). Para eliminar la singularidad, se realiza el siguiente cambio de variable:

$$x = a \cdot \text{sen}(t) \tag{4}$$

con lo que la ecuación (1) queda:

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi a} \int_{t=\text{arcsen}(b/a)}^{t=\pi/2} g(\text{sen}(t)) dt \tag{5}$$

Por último, la integración de la ecuación (5) se realiza numéricamente utilizando el método de Romberg [4].

Aunque este esquema constituye una primera aproximación, algunas suposiciones implícitas en este método se mantienen en la versión más reciente del programa. Concretamente, la sombra total sobre una determinada grieta la decide una única grieta entre todas las restantes. De acuerdo con este modelo, para una grieta dada, sólo importa la grieta que le haga más sombra; todos los demás apantallamientos producidos por las restantes grietas se desprecian. Evidentemente esto no es totalmente cierto, puesto que las demás grietas también reducen el factor de intensidad de tensiones aplicado, pero esta suposición (que podríamos llamar de interacción por parejas de grietas) es una simplificación muy conveniente del problema como veremos más tarde.

2.4. Crecimiento de las grietas.

Una vez que se ha calculado el factor de intensidad de tensiones aplicado a cada grieta, el crecimiento por fatiga de las grietas se estima integrando la ecuación de Paris mediante el método de Euler. Los factores de intensidad de tensiones en los modos II y III se desprecian, pues se tiene evidencia experimental de que las grietas crecen normalmente perpendiculares a la superficie, indicando con ello que los modos II y III no contribuyen significativamente a la propagación.

Se ha utilizado un método de Euler modificado con un paso de cálculo variable (adaptativo). El paso de integración (número de ciclos en un paso de cálculo) puede modificarse eligiendo el valor que se desea para el crecimiento de la grieta en proporción con el tamaño total de la grieta. La Tabla 1 muestra los resultados obtenidos para diferentes crecimientos por paso (100%, 10%, 1% y la solución exacta). En el ejemplo, una única grieta de borde de 1µm de profundidad (con condición de contorno libre) se somete a cargas cíclicas hasta alcanzar una profundidad de 1 mm. La solución exacta se obtuvo integrando analíticamente la ecuación de Paris:

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K_I)^m \tag{6}$$

donde C y m son constantes del material. En el ejemplo se utilizaron valores típicos para ambos parámetros: C = 1x10⁻¹⁰ y m = 2, expresando ΔK_I en MPa√m y da/dN en m/ciclo. Las ventajas de utilizar un exponente m = 2 son (1) que, cuando se representa el logaritmo del número de ciclos frente al tamaño de una grieta que crece sin apantallar o de una única grieta, se obtienen líneas rectas, (2) se corresponde con el exponente teórico cuando la grieta crece por enromamiento plástico de la punta y estriaciones, y (3) es el límite inferior del exponente con algún sentido físico.

El factor de intensidad de tensiones, ΔK_I, para una grieta de borde en un sólido semi-infinito viene dada por:

$$\Delta K = 1.12 \Delta \sigma \sqrt{\pi a} \tag{7}$$

donde Δσ representa el rango de variación de la tensión, y a la profundidad de la grieta. Substituyendo la ecuación (7) en la ecuación (6) e integrando de 1 µm a 1 mm, se obtiene la solución exacta:

$$N = \frac{1}{1 \times 10^{-10} \times 1.12^2 \Delta \sigma^2 \pi} \left| \ln a \right|_{1\mu m}^{1mm} \tag{8}$$

La solución exacta, para un Δσ = 850 MPa, y los resultados obtenidos en los cálculos numéricos para diferentes crecimientos de grieta por paso se resumen para su comparación en la Tabla 1.

Tabla 1. Vidas calculadas para diferentes valores de los crecimientos de las grietas por paso en relación con el tamaño de la grieta.

Crecimiento %	No. Pasos	Ciclos 1µm->1 mm	Error %
100	11	34316	+41.40
10	75	25356	+4.51
1	702	24317	+0.23
Exacto = 0	-	24261	0.00

En los cálculos que se muestran, se utiliza, por defecto, un 10% de crecimiento de la grieta por paso (el número de pasos de cálculo es razonable y, en consecuencia, el tiempo de cálculo y el error en la predicción de vida es menor del 5%).

Existen técnicas más eficientes para integrar una ecuación diferencial de primer orden: Runge-Kutta, Richardson, Predictor-corrector, etc. [4], pero los tiempos que se ahorrarían no son relevantes comparados con los tiempos empleados en el cálculo de los apantallamientos.

2.5. Aproximación estadística

Obsérvese que tras "actualizar" el tamaño de las microgrietas con sus crecimientos, la distribución de microgrietas ya no es aleatoria: Las grietas cortas se sitúan normalmente a la sombra de las largas y la aleatoriedad en la distribución de la grietas ha desaparecido.

Se podría plantear una aproximación estadística al problema: Considérese una distribución inicial de grietas al azar. Para una grieta de un tamaño dado, puede calcularse la probabilidad de un determinado apantallamiento. De ahí se puede calcular el factor de intensidad de tensiones y la probabilidad de un determinado crecimiento de esta grieta. Se podría obtener, por tanto, la distribución de tamaños de microgrietas de la siguiente "generación" (paso de cálculo). Pero esta segunda "generación" de microgrietas ya no es aleatoria; por lo tanto, ya no puede realizarse un nuevo paso de cálculo. De todo ello concluimos que es preferible una aproximación al problema por simulación de paso por paso.

2.6. Factores de intensidad de tensiones para dos grietas de borde paralelas (formulación de Isida)

El cálculo de los factores de intensidad de tensiones se ha modificado introduciendo la formulación de Isida [5] que considera dos grietas superficiales bidimensionales paralelas en un sólido isótropo semi-infinito bajo condiciones de tracción uniforme, Fig. 3:

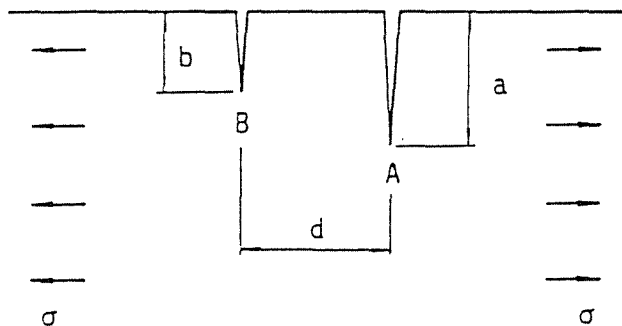


Fig. 3. Geometría considerada por Isida [5]: dos grietas superficiales en un sólido semi-infinito.

$$\begin{aligned} K_{IA} &= F_{IA} \sigma \sqrt{\pi a} \\ K_{IB} &= F_{IB} \sigma \sqrt{\pi b} \end{aligned} \quad (9)$$

F_{IA} y F_{IB} se dan en forma gráfica o tabular en función de b/a y d/a , siendo a y b los tamaños de las grietas y d la distancia entre las mismas. En el programa, la tabla se lee de un fichero y una pequeña subrutina realiza las

interpolaciones en forma bilineal. Estas ecuaciones permiten refinar el cálculo de los factores de intensidad de tensiones, manteniendo la aproximación de que, cada grieta sólo se ve afectada por la grieta que más apantallamiento le produce. El programa, para cada grieta, calcula todas sus posibles parejas y los respectivos factores de intensidad de tensiones. A la grieta se le asigna el menor de todos estos factores de intensidad de tensiones.

2.7. Auto-apantallamiento periódico.

Como ya se mencionó, desde el punto de vista teórico, es preferible no utilizar las condiciones de contorno periódicas, pero esto no es siempre posible en tiempos de cálculo.

Cuando se seleccionan las condiciones de contorno periódicas, es posible un refinamiento adicional introduciendo en el cálculo los factores de intensidad de tensiones de infinitas grietas superficiales periódicas en un sólido semi-infinito y tener así en cuenta el auto-apantallamiento periódico. Las soluciones, para un sólido isótropo, se deben a Benthem y Koiter [6] y Bowie [7]. Para la programación se prefirieron las fórmulas de Benthem y Koiter (proporcionan ecuaciones algebraicas en lugar de tablas):

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi a x} F \quad (10)$$

donde

$$x = \frac{\frac{d}{2a}}{1 + \frac{d}{2a}} \quad (11)$$

en donde d es la distancia entre las grietas y F , se expresa (con propósitos de cálculo numérico) como:

$$\begin{aligned} F &= ((((-17.577x + 58.045)x - 63.502)x + \\ &+ 22.501)x^7 + ((((((\frac{231}{1024}x + \frac{63}{256})x + \frac{35}{128})x + \\ &+ \frac{5}{16})x + \frac{3}{8})x + \frac{1}{2})x + 1) \frac{1}{\sqrt{\pi}} \end{aligned} \quad (12)$$

A primera vista la introducción del auto-apantallamiento en los cálculos parece aproximar el modelo a la realidad, pero también introduce una distorsión del problema: El auto-apantallamiento afecta habitualmente a las grietas grandes y rara vez a las

pequeñas, de esta manera el cálculo es más exacto, pero tiene un rasero diferente para las grietas grandes y las pequeñas.

Cuando se exagera el efecto de interacción entre las grietas, la grieta grande hace demasiada sombra a las grietas pequeñas, las detiene y, a la postre, sólo crece la grande, desapareciendo el problema de la interacción. Lo contrario también es cierto: si se penaliza a las grietas grandes y no a las pequeñas (como es el caso del auto-apantallamiento), se está exagerando el efecto de interacción. Es difícil decidir cuál sea la mejor solución si introducir el auto-apantallamiento o no; en cualquier caso, el programa lo deja como una opción.

Isida [5] también proporciona soluciones para algunas grietas superficiales paralelas en un sólido semi-infinito en tracción uniforme. Estas soluciones pueden emplearse para estimar los errores que se cometen al considerar únicamente dos grietas en lugar de -en el peor de los casos- infinitas, vease la Fig. 4.

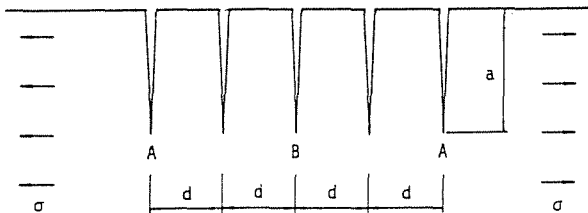


Fig. 4. Geometría considerada por Isida [5]: algunas grietas superficiales paralelas en un sólido semi-infinito.

Obsérvese que la hipótesis de la interacción por parejas representa una cota inferior del apantallamiento, por tanto, se es conservativo calculando los factores de intensidad de tensiones (pueden ser menores, pero nunca mayores). En consecuencia, para una configuración de grietas dada, cada una de las grietas puede crecer más despacio, ¡pero nunca más deprisa!¹

Existen métodos para calcular los factores de intensidad de tensiones que son más exactos que la aproximación que aquí se propone: métodos de colocación de contorno, elementos finitos,... pero los tiempos de cálculo resultan prohibitivos cuando se estudia un gran número de grietas en condiciones de fatiga. No obstante, es razonable pensar que este modelo (simplificado) refleje los fenómenos más importantes que se presentan en los casos de interacción entre múltiples grietas.

¹ Sin embargo, no se obtiene una cota inferior para la vida del componente, pues se acota en un paso pero no se puede garantizar que lo sea en el paso siguiente de cálculo.

2.8. Eliminación de las grietas detenidas.

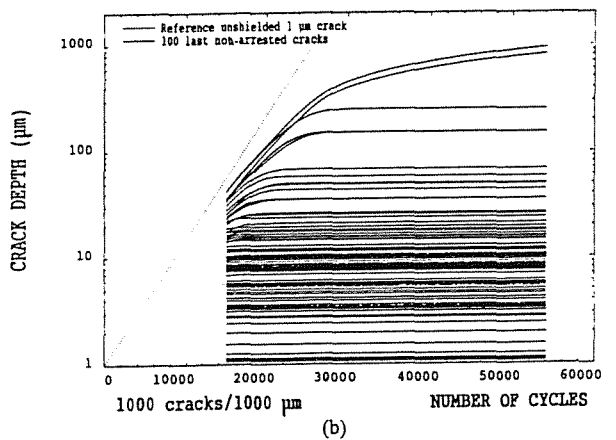
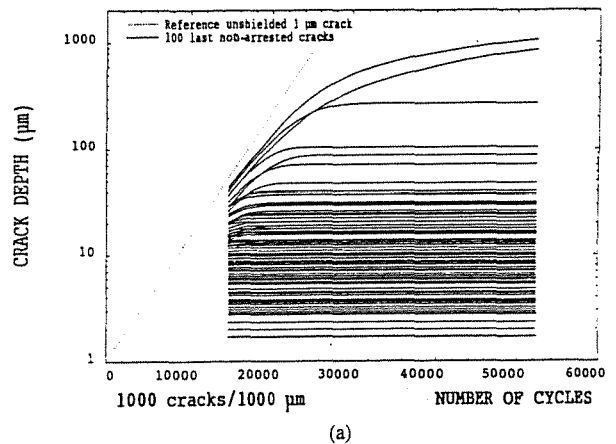
Cuando se simula el comportamiento de muchas grietas tiene interés eliminar aquellas que están detenidas. El programa permite eliminar del cálculo todas la grietas que están paradas ($K_I = 0$) y siempre que no apantallen.

3. RESULTADOS

La influencia de los diferentes parámetros del programa descrito se resume a continuación:

3.1. Semilla de los números aleatorios.

Las Figs. 5.a y b muestran la evolución de las últimas 100 grietas no paradas, para las mismas condiciones de ejecución, utilizando 2 semillas diferentes en la generación de los números pseudo-aleatorios.

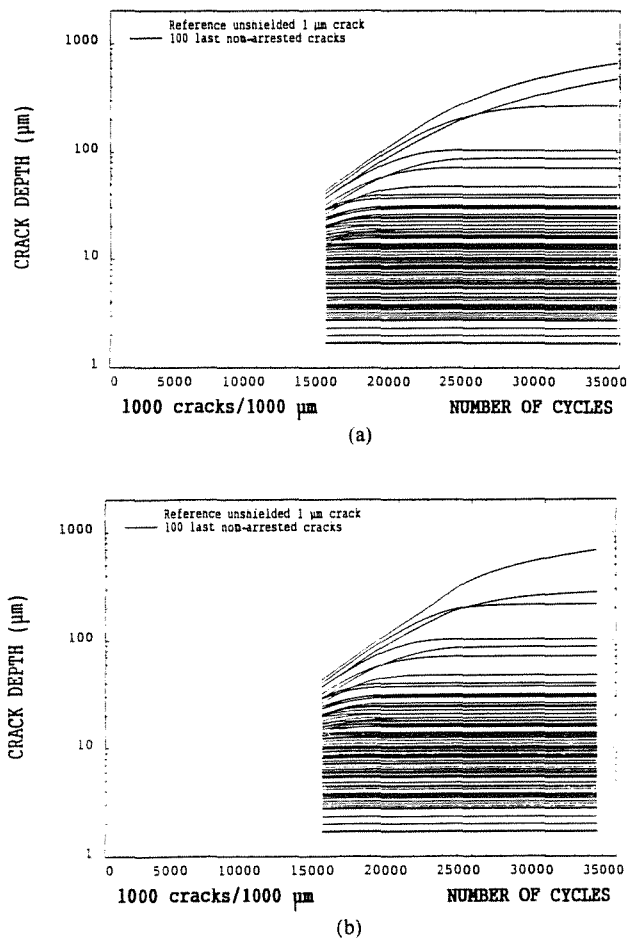


Figs. 5.a y b. Profundidad de las grietas frente al número de ciclos, empleando dos semillas diferentes para la generación de los números pseudo-aleatorios. La población inicial consta de 1000 microgrietas con tamaños normalmente distribuidos de media 1µm y desviación típica 0.1 µm, ditribuidas al azar en 1000 µ m. Se representa únicamente la evolución de las últimas 100 grietas no detenidas.

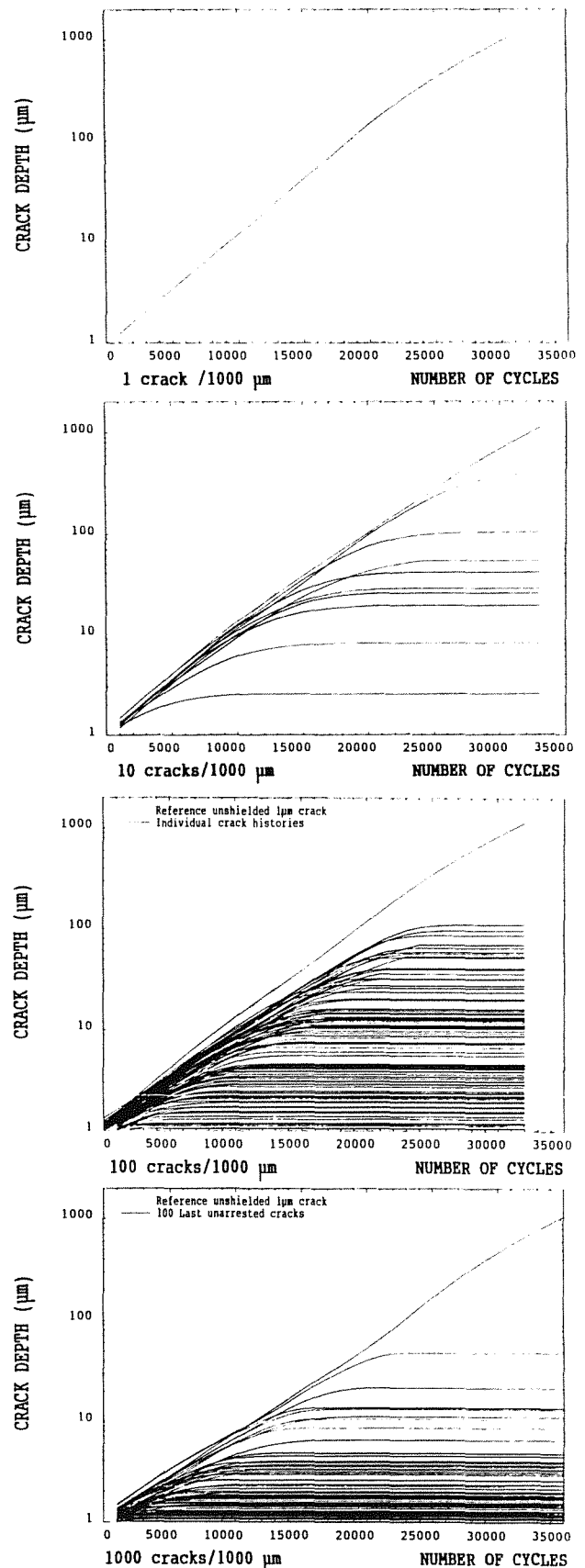
Corresponderían al comportamiento de dos tramos diferentes de probeta de 1 mm con la misma densidad inicial de microgrietas, pero diferentes distribuciones iniciales. Obsérvese que el problema no es ya: ¿cuál va a ser la vida del elemento?, sino: ¿y con qué probabilidad?

3.2. Auto-apantallamiento periódico.

Las Figs. 6.a y b muestran la evolución de las últimas 100 grietas no detenidas bajo las mismas condiciones (y semilla de los números pseudo-aleatorios), considerando o no el auto-apantallamiento periódico. En las Figs. 6.a y b, se distribuyeron mil grietas al azar en 1 mm con una distribución inicial de tamaños logarítmico-normal de media $1 \mu\text{m}$.



Figs. 6.a y b. Profundidad de las grietas frente al número de ciclos: (a) sin considerar el auto-apantallamiento, (b) considerando el auto-apantallamiento periódico. La población inicial consta de 1000 microgrietas con tamaños distribuidos logarítmico-normalmente de media $1 \mu\text{m}$, distribuidas al azar en $1000 \mu\text{m}$. Se representa únicamente la evolución de las últimas 100 grietas no detenidas. Con línea de puntos se representa el crecimiento que tendría una grieta de $1 \mu\text{m}$ no apantallada.



Figs. 7.a - d. Evolución de la profundidad de las grietas frente al número de ciclos para diferentes densidades iniciales de microgrietas: 1, 10, 100 y 1000 grietas/mm, respectivamente.

3.3. Densidad inicial de microgrietas.

Las Figs. 7.a - d representan las profundidades de las grietas frente al número de ciclos para diferentes densidades iniciales de microgrietas: 1, 10, 100 y 1000 grietas/mm, respectivamente². Las microgrietas se distribuyen inicialmente al azar en 1 mm. En este caso, las microgrietas iniciales tienen tamaños normalmente distribuidos con media 1 μm y desviación típica de 0.1 μm. En la Fig. 7. a, la condición de contorno con auto-apantallamiento es responsable de que la grieta se aparte del crecimiento sin apantallamiento (línea de puntos). Por claridad, cuando el número de grietas es de 1000, sólo se representa la evolución de las últimas 100 grietas no detenidas.

Las Figs. 8.a y b muestran el crecimiento de 100 microgrietas dispersadas al azar en 10 y 1 mm, respectivamente, el tamaño inicial de las microgrietas es de 1 μm para todas. Las microgrietas comienzan a separarse del comportamiento de una grieta no apantallada de referencia (línea de puntos) cuando alcanzan un tamaño comparable con la distancia media entre las grietas. Esto resulta mucho más claro en las Figs. 9.a y b donde se ha representado la probabilidad acumulada frente al logaritmo decimal del tamaño de las grietas. Obsérvese como, en ambos casos, las grietas avanzan en pasos de igual tamaño hasta alcanzar un tamaño comparable con el espaciado inicial de las microgrietas.

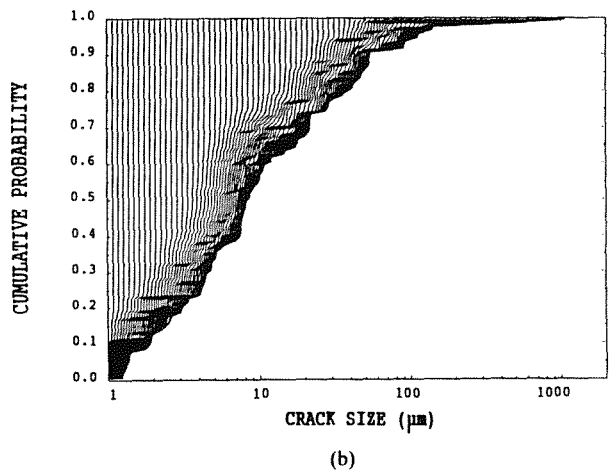
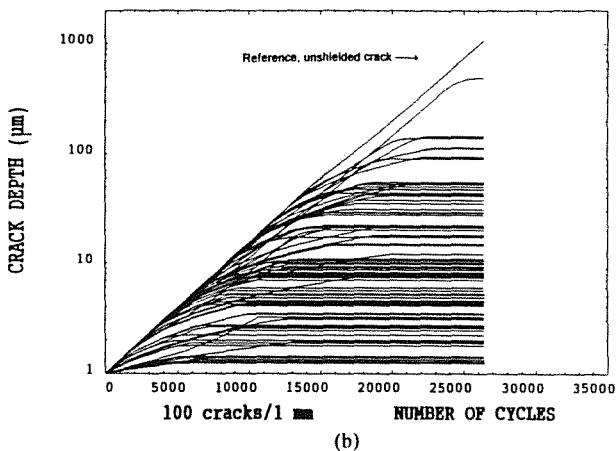
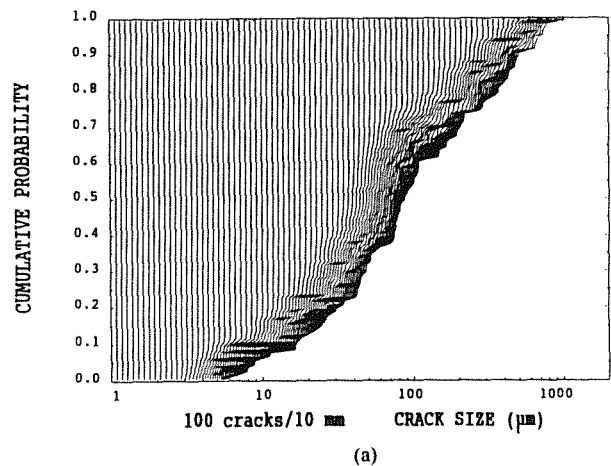
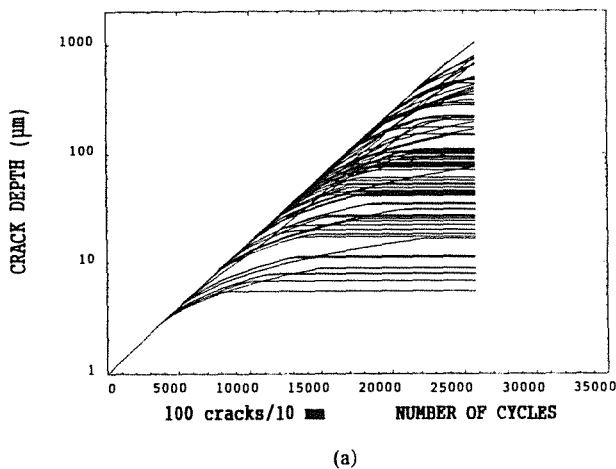


Fig. 8.a y b. Profundidad de las grietas frente al número de ciclos para una distribución aleatoria de 100 microgrietas de 1 μm, sobre (a) 10mm y (b) 1mm.

Fig. 9.a y b. Distribución acumulada de tamaño de las microgrietas. Inicialmente, 100 microgrietas de 1 μm fueron distribuidas al azar en (a) 10 mm (b) 1 mm.

² Para la realización de estas figuras, el paso variable que se utiliza habitualmente en los cálculos ha sido suprimido, y se utiliza un paso constante de 1000 ciclos.

4. CONCLUSIONES

- Los campos de tensiones decrecientes en profundidad resultan muy favorables para la

aparición de agrietamientos múltiples: flexión [8], fatiga-térmica, gradientes de humedad,...

- Los problemas de agrietamiento múltiple son más probables en materiales con un exponente de Paris pequeño ($m \approx 2$) donde las grietas largas no tienen una enorme ventaja en velocidad sobre las pequeñas.
- El comportamiento aleatorio que se observa en las grietas reales en condiciones de fatiga termomecánica puede explicarse razonablemente si se consideran los efectos de apantallamiento entre las grietas.
- Un aumento en la densidad de microgrietas iniciales, de tamaños semejantes y regularmente espaciadas, permitiría alcanzar una mayor vida de los componentes en condiciones de fatiga, gracias a que las grietas se estorban mutuamente durante su crecimiento. Se han observado altas densidades de grietas semejantes, por ejemplo, en películas delgadas de vidrio sobre vigas de aluminio [8] o en recubrimientos de Cr/Al [9].
- El modelo es particularmente sensible a las condiciones iniciales del problema: densidad inicial de microgrietas, tamaños, etc., que deberían definirse con la mayor precisión posible en cada aplicación concreta.

Scientific Computing", Cambridge University Press, Cambridge (1986).

- [5] Isida, M., "Tension of half plane containing array cracks, branched cracks and cracks emanating from sharp notches", Transactions of the JSME, **45**, 303-317 (1979).
- [6] Benthem, J. B. y Koiter, W. T., "Asymptotic approximation to crack problems, Mechanics of Fracture", en Methods of Analysis and Solutions of Crack Problems, Vol. 1, Ed. G. C. Sih, Noordhoff International Publishers, Holanda, 131-178 (1972).
- [7] Bowie, O. L., "Solution of plane crack problems by mapping techniques", en Methods of Analysis and Solutions of Crack Problems, Vol. 1, Ed. G. C. Sih, Noordhoff International Publishers, Holanda, 1-55 (1972).
- [8] Delannay, F. y Warren, P., "On crack interaction and crack density in strain-induced cracking of brittle films on ductile substrates", Acta metall. mater., **39**, 1061-1072 (1991).
- [9] Hu, M. S. y Evans, A. G., "The cracking and decohesion of thin films on ductile substrates", Acta metall. mater., **37**, 917-925 (1989).

5. AGRADECIMIENTOS

Los resultados de este trabajo forman parte de un proyecto europeo Brite-EuRam (BE3338-89) financiado por la Comunidad Económica Europea, liderado por Rolls-Royce Aerospace (Reino Unido) y en colaboración con MTU (Alemania) y JRC Petten (Holanda).

6. REFERENCIAS

- [1] Walker, J., "The Amateur Scientist", Scientific American, Oct., 178-183 (1986).
- [2] Murakami y col. (eds.), "Stress Intensity Factors Handbook", Vol. 1, Pergamon Press, 108-117 (1987).
- [3] Hartranft, R. J. y Sih G. C., "Methods of Analysis and Solutions of Crack Problems", Ed. G. C. Sih, Noordhoff International Publishers, Holanda (1973).
- [4] Press, W. H., Flannery, B. P., Teukolsky, S. A. y Vetterling, W. T., "Numerical Recipes. The Art of