

ANALISIS ESTADISTICO DEL COMPORTAMIENTO A FATIGA DE LAMINADOS DE FIBRA DE CARBONO

M.J. Lamela Rey*, A. Fernández Canteli*,
H. Reiter**, N. Gathercole**, J. Viña Olay*

*E.T.S. Ingenieros Industriales de Gijón. Universidad de Oviedo.
Ctra. de Castiello s/n. Gijón 33204. ESPAÑA.

**School of Materials Science. University of Bath.
Claverton Down. Bath BA2 7AY. ENGLAND.

Resumen. En el presente trabajo, sobre fatiga de materiales compuestos, se aplica la Teoría Estadística de Extremos para la obtención de los valores característicos de diseño, correspondientes a bajos porcentajes de probabilidad de rotura. Una vez confirmado un dominio de atracción de Weibull para las muestras, el cálculo anterior se realiza mediante diversas estimaciones de los parámetros de la función de distribución correspondiente. Asimismo, se realiza un estudio comparativo entre los parámetros de forma obtenidos para ensayos a fatiga bajo flexión, tracción y bloques de carga, apuntando la posible existencia de un único mecanismo de daño para todos ellos. Como material de trabajo se ha empleado un laminado cuasi-isotrópico de 16 capas, típico de la industria aeroespacial, formado por fibra de carbono Toray T800 y resina epoxi Narmco 5245.

Abstract. In this work on fatigue composites, the Extreme Value Theory is used to calculate the design characteristic values, which correspond to low failure probability percentages. Confirming a Weibull domain of attraction for sample distributions, the former calculation is done by means of various parameter estimations. Likewise, a comparative study of shape parameters among bending, tensile and blocks loading tests is presented, pointing out that the same failure mechanism could appear in all of them. The selected material for the study is a 16 ply quasi-isotropic aerospace laminate, based on T800 Toray carbon fibres in Narmco 5245 epoxi resin.

1. INTRODUCCION

A menudo el diseño en la ingeniería está basado en la probabilidad de ocurrencia de valores extremos de una población de variables aleatorias, siendo estos valores los que verdaderamente determinan la seguridad y posteriormente, el fallo de un sistema dado [1, 2].

Un ejemplo típico de la aplicación de la Teoría de Extremos sería el cálculo o la comprobación de una estructura bajo dos puntos de vista distintos : a) la distribución de las cargas a la que está sometida, lo que representaría un problema de valores máximos, y b) la distribución de las capacidades o resistencias de los elementos que la componen, lo que nos sitúa ante un caso de valores mínimos.

Debido a la gran dispersión que existe entre los valores experimentales de las propiedades mecánicas de los materiales compuestos, especialmente aquéllas determinadas a fatiga, se hace necesario el uso de métodos estadísticos tanto en el análisis como en la predicción de estos resultados.

La función de distribución de Weibull para valores extremos mínimos se ha venido utilizando ampliamente

en los últimos años, como un modelo adecuado en fenómenos tiempo-fallo, es decir, en aquellos casos donde se estudia el fallo de los materiales con el transcurso del tiempo [3].

Considerando como variables aleatorias los valores de los números de ciclos a rotura, N , y siendo N_u el parámetro de localización o período inicial, durante el cual no se producen fallos, la función de distribución de Weibull para mínimos puede ser expresada de la siguiente forma :

$$F(N; N_o, N_u, \alpha_f) = 1 - \exp \left[- \frac{N - N_u}{N_o} \right]^{\alpha_f} \quad (1)$$

para $N \geq N_u$, $-\infty < N_u < \infty$, $N_o > 0$, $\alpha_f > 0$

donde, $F(N; N_o, N_u, \alpha_f)$ representa la probabilidad de fallo para cada valor de N , N_o es la vida característica de la muestra o el parámetro de escala de la distribución y α_f es el parámetro de forma de la distribución.

En el caso particular de que el parámetro de localización de la muestra sea cero, la distribución de Weibull se convierte en una función biparamétrica, expresada por la siguiente ecuación :

$$F(N; N_0, \alpha_f) = 1 - \exp\left[-\frac{N}{N_0}\right]^{\alpha_f} \quad (2)$$

para $N \geq 0, N_0 > 0, \alpha_f > 0$

En la bibliografía especializada sobre fatiga de materiales compuestos, existen muchos trabajos que utilizan la función de distribución de Weibull en el análisis de muestras de valores experimentales, debido a su excelente aplicación y precisión.

Sin embargo, generalmente se propone una función de distribución de Weibull de dos parámetros, adoptando por lo tanto un parámetro de localización igual a cero. Según Talreja demuestra en [4], si una muestra de valores perteneciente a una familia de Weibull de tres parámetros es considerada como únicamente de dos, los parámetros estimados bajo esta suposición adoptan valores mayores a los reales. Siendo el error de la estimación proporcionalmente creciente con el verdadero valor del parámetro de localización de la muestra.

En este trabajo, primeramente se calculó el valor del parámetro de localización, para cada tipo de ensayo y con este valor se estimaron el parámetro de forma y el parámetro de escala de la función de distribución. Como medio de cálculo se utilizó el método de la máxima verosimilitud.

Todas las gráficas sobre papeles probabilísticos y las estimaciones de parámetros se realizaron con la ayuda del programa EXTREMES de Castillo et al. [5], implementado en forma de sistema experto.

2. TRABAJO EXPERIMENTAL

El material empleado en el programa de ensayos a fatiga fue un material compuesto de altas prestaciones (calidad aeroespacial) fabricado por RAE, Farnborough (MoD) para la School of Materials Science de la Universidad de Bath. Siendo suministrado en paneles de 2mm de espesor y con un porcentaje volumétrico de fibra de $V_f=68.8\%$.

En el proceso de conformado se construyó una secuencia simétrica de 16 capas, a partir de preimpregnados unidireccionales de fibra de carbono de módulo intermedio (IM) Toray T800 y resina epoxi-bismaleimida BASF (Narmco) 5245.

El laminado se denominó T800/5245 $[(\pm 45, 0_2)_2]_s$, indicando, de esta forma, la secuencia cuasi-isotrópica de las capas con fibras orientadas a $+45^\circ, -45^\circ$ y 0° , como se muestra en la figura 1.

Las características mecánicas a tracción de la fibra, resina y laminado se recogen en la tabla 1.

Los cuatro tipos de ensayos a fatiga realizados en el laminado T800/5245, corresponden a ensayos con bloques de una y cuatro unidades de carga en tracción,

bloques de cuatro unidades de carga tracción/compresión y flexión a cuatro puntos.

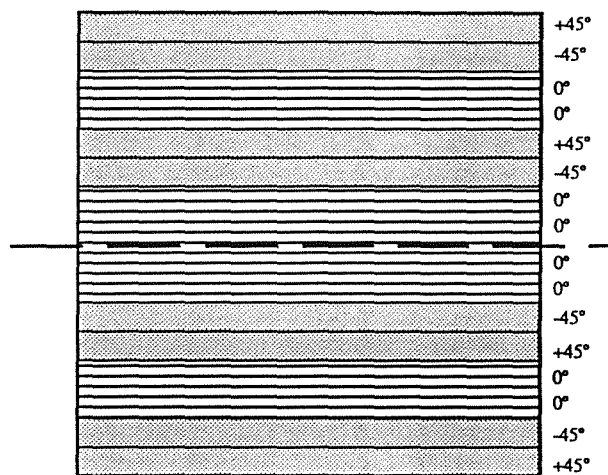


Figura 1. Geometría y numeración de las capas en el laminado T800/5245 $[(\pm 45, 0_2)_2]_s$.

| Material | Módulo de Young E (GPa) | Resistencia a tracción σ_t (GPa) | Deformación a rotura ϵ (%) |
|--------------------|-------------------------|---|-------------------------------------|
| Fibra Toray T800 | 294 | 5.6 | 1.9 |
| Resina BASF 5245 | 3.3 | 0.083 | 2.9 |
| Laminado T800/5245 | 89.7 | 1.63 | 1.6 |

Tabla 1. Propiedades mecánicas de la fibra, resina y laminado.

Según [6], en los ensayos tracción/tracción a nivel constante se eligieron cinco niveles de tensión máxima, coincidentes con el 86%, 80%, 74%, 67% y 62% de la resistencia a tracción del laminado, $\sigma_t = 1.63$ GPa.

Para simular una carga real sobre el material, se programaron series de ensayos dinámicos de cuatro unidades distintas de carga [6], donde, tal como se indica en las figuras 2 y 3, se varió aleatoriamente en el bloque la posición de las distintas unidades o niveles de tensión.

Finalmente, la experimentación a flexión dinámica con cuatro puntos de carga se realizó para cinco niveles de tensión máxima, correspondientes al 65%, 70%, 75%, 80%, 85% y 90% de la resistencia a flexión del laminado, $\sigma_f = 1.08$ GPa. Las dimensiones del ensayo aparecen reflejadas en la figura 4.

Todos los ensayos fueron realizados en el laboratorio de la School of Materials Science de la Universidad de Bath con frecuencias entre 3 y 4 Hz y manteniendo una relación de tensiones $R = \sigma_{\min}/\sigma_{\max} = 0.1$.

En los ensayos a flexión se utilizó una máquina servo-hidráulica DARTEC M 1000 A con una capacidad de carga de ± 5 kN y un desplazamiento máximo de 100 mm, mientras que el resto de los ensayos se llevaron a cabo en una máquina servo-hidráulica INSTRON con una capacidad de carga de ± 100 kN y ± 50 mm de desplazamiento máximo.

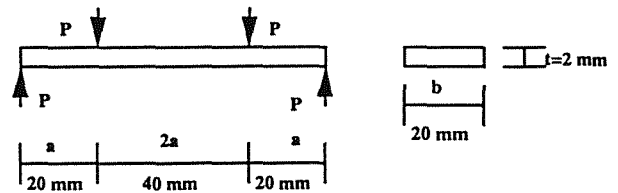


Figura 4. Esquema del ensayo a flexión con cuatro puntos.

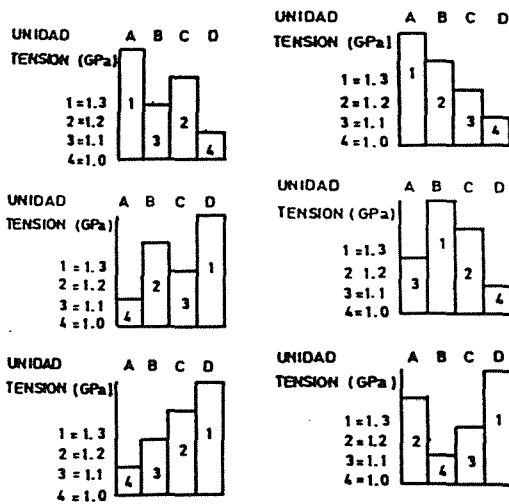


Figura 2. Esquema de series de carga en el ensayo tracción/tracción por bloques de cuatro unidades.

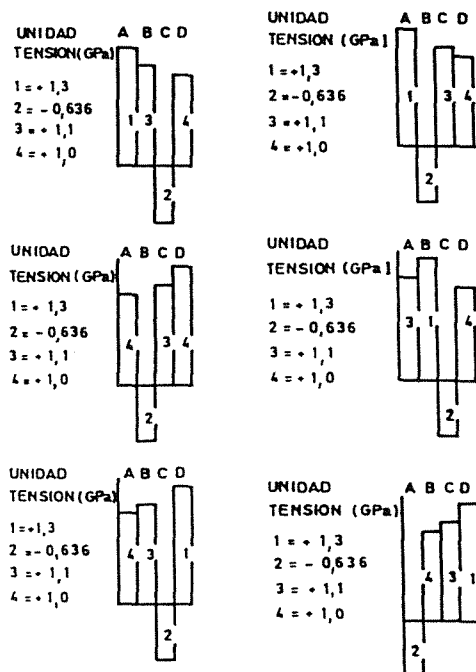


Figura 3. Esquema de series de carga en el ensayo tracción/compresión por bloques de cuatro unidades.

3. NORMALIZACION DE LAS MUESTRAS

Teniendo en cuenta que en los ensayos realizados se disponía de muestras de tamaño reducido, se juzgó oportuno normalizar cada una de las muestras respecto a su vida característica de fallo estimada (parámetro de escala estimado) y agrupar sus valores, con el fin de formar una única población de variables [7].

El procedimiento de normalización seguido consistió en las tres etapas siguientes :

- 1) Estimación de una función de Weibull de dos parámetros para las muestras N_{ij} ($N_{i1}, N_{i2}, \dots, N_{in}$)

$$F(N_i) = 1 - \exp\left[-\frac{N_i}{N_{oi}}\right]^{\alpha_f} \quad (3)$$

donde, el subíndice "i" indica el nivel de carga al que fue ensayada la muestra y el subíndice "j" el orden de la variable.

- 2) Normalización de las muestras respecto al valor característico estimado N_{oi} :

$$X_{ij} = \frac{N_{ij}}{N_{oi}} \quad (4)$$

- 3) Estimación de la función de distribución de Weibull para el conjunto de valores normalizados X_{ij} .

$$F(X_{ij}) = 1 - \exp\left[-\frac{X}{X_o}\right]^{\alpha_f} \quad (5)$$

Aunque, en las primeras estimaciones de parámetros de forma y de escala se consideró un parámetro de localización cero, posteriormente, al realizar el análisis individual de cada tipo de ensayo y en los casos en que fue necesario, se corrigió y determinó el valor real de este parámetro.

4. DOMINIOS DE ATRACCION

Según expone Castillo en [1], para cualquier función de distribución continua $F(x)$, sólo son posibles, como distribuciones límites para máximos y mínimos, las familias de Frechet, Weibull y Gumbel.

Existen diversos métodos que permiten conocer el dominio de atracción en una función de distribución $F(x)$, cuando esta es conocida. Sin embargo, el problema más común en la práctica consiste en disponer de una muestra de variables desconociendo su función $F(x)$. En estos casos, como el que nos ocupa, se deben utilizar otros medios para identificar el tipo de dominio o el tipo de familia límite.

En este trabajo se utilizará el método de los papeles probabilísticos. La idea básica de estos papeles es modificar las escalas de dibujo de la variable aleatoria y de la probabilidad, de forma que, al representar en ellos una familia paramétrica de funciones de distribución, dicha familia se convierta en una familia de rectas.

El primer paso para conocer el dominio de atracción de una función de distribución es representar sus valores sobre un papel probabilístico de Gumbel, teniendo en cuenta que en el caso de un problema de extremos, sólomente los valores de las colas pueden determinar la familia límite a la que pertenece la distribución.

Por lo tanto, para que una muestra pertenezca al dominio de atracción de Weibull, su representación en papel probabilístico de Gumbel debe presentar convexidad en su cola izquierda [1].

Como queda demostrado en las figuras 5, 6, 7 y 8 las muestras normalizadas de cada uno de los ensayos a fatiga, realizados en el laminado T800/5245, pueden ser interpretadas como pertenecientes a una familia de funciones de distribución de Weibull.

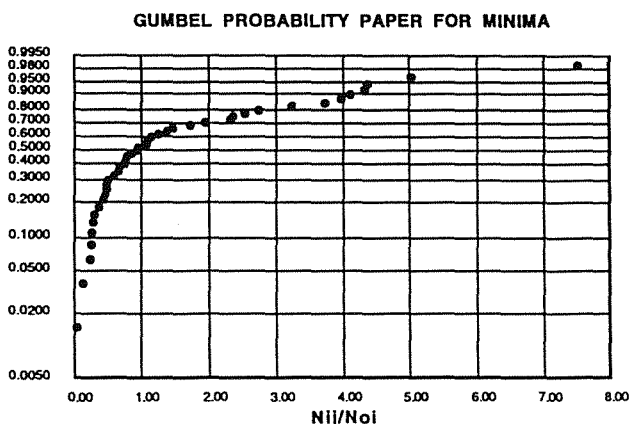


Figura 5. Dominio de atracción de Weibull para la muestra normalizada de resultados en el ensayo a tracción/tracción.

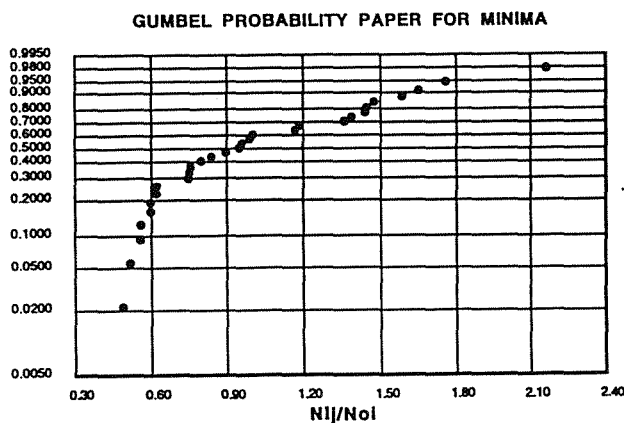


Figura 6. Dominio de atracción de Weibull para la muestra normalizada de resultados en el ensayo a tracción/tracción con carga por bloques.

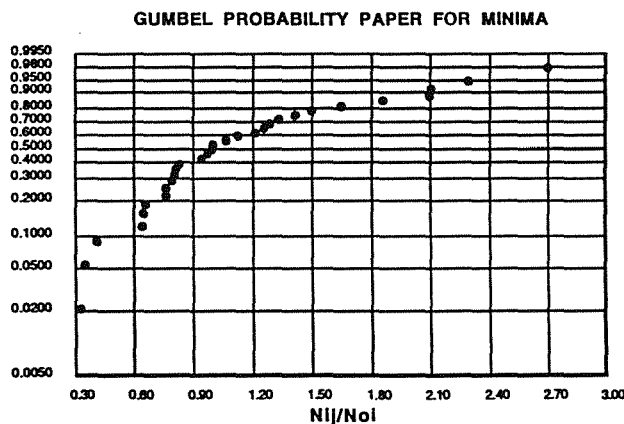


Figura 7. Dominio de atracción de Weibull para la muestra normalizada de resultados en el ensayo a tracción/compresión con carga por bloques.

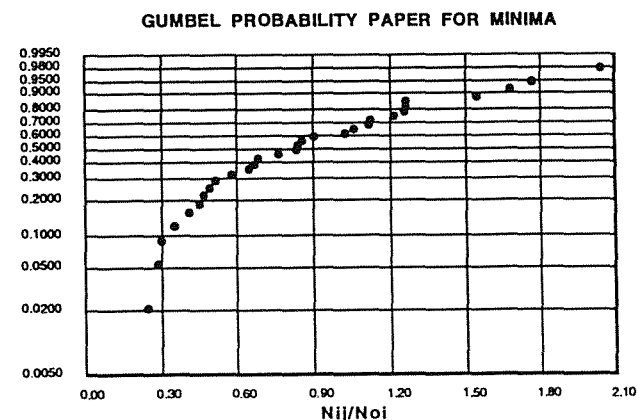


Figura 8. Dominio de atracción de Weibull para la muestra normalizada de resultados en el ensayo a flexión.

5. ESTIMACION DE PARAMETROS

Una vez determinado el dominio de atracción, las muestras fueron representadas en papel probabilístico de Weibull y se estimaron los parámetros de escala y de forma, con la suposición inicial de poseer un parámetro de localización cero.

Siempre que la representación de Weibull no hubiese sido totalmente lineal, se corrigió su curvatura hasta conseguir la linealidad deseada y con el valor del parámetro de localización conseguido, se estimaron de nuevo los parámetros de escala y de forma.

De este modo, se obtuvo una función de distribución de Weibull de tres parámetros para cada uno de los ensayos, como se indica en la tabla 2.

| Tipo de ensayo | Parámetro de localización X_u | Parámetro de escala X_o | Parámetro de forma α_f |
|----------------|---------------------------------|---------------------------|-------------------------------|
| T/T (1U) | 0 | 1.004 | 1.04 |
| T/T (4U) | 0.45 | 0.63 | 1.32 |
| T/C (4U) | 0.25 | 1.01 | 1.59 |
| Flexión | 0.2 | 0.76 | 1.48 |

Tabla 2. Estimación de la función de Weibull de dos y tres parámetros para los resultados normalizados de ensayos dinámicos del laminado T800/5245.

6. ANALISIS COMPARATIVO

Los parámetros de forma de las muestras o, lo que es lo mismo, las pendientes de las rectas de regresión ajustadas a ellas en el papel de Weibull, serán los parámetros de comparación entre los cuatro ensayos a fatiga realizados en el laminado T800/5245.

Si en todos ellos, este parámetro adopta un valor similar, se podría aventurar que el mecanismo de daño en el material coincide, aún estando éste sometido a distinto tipo de esfuerzo.

En la tabla 3 se muestran las gráficas de las muestras en papel de Weibull y los valores de los parámetros de comparación.

7. CONCLUSIONES

De los valores de los parámetros de forma de la tabla 3 se puede observar que, en todos los casos, es superior a uno e inferior a dos. Este resultado permite expresar la idea de un mecanismo de rotura similar en los cuatro tipos de ensayo, conclusión que puede ser corroborada

por estudios micrográficos realizados en probetas de distintos materiales, incluido el T800/5245, ensayadas a flexión o a esfuerzos combinados tracción/compresión, donde el daño ocasionado a tracción siempre es predominante sobre el producido a compresión [6].

Respecto al cálculo de valores de diseño, una vez determinada la función de distribución que rige el comportamiento de las muestras de resultados experimentales, es muy sencillo obtener para el material el número de ciclos de carga asociados a probabilidades de fallo.

A modo de ejemplo en la tabla 4 se presentan los valores de números de ciclos para probabilidades del 5%, correspondiente al valor característico de diseño, del 50% o vida media y del 63.2% o vida característica de la distribución, en los cinco niveles de tensión ensayados a flexión. La figura 9 muestra la curva $M_{max}/\log N$, determinada a partir de los valores de la tabla 4.

8. AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen la ayuda económica recibida de la FICYT y del Plan Regional de Investigación del Principado de Asturias, en forma de dos becas de estancia en el extranjero, así como el permiso de utilización del programa EXTREMES y el asesoramiento estadístico dispensado por el profesor D. Enrique Castillo Ron.

9. BIBLIOGRAFIA

- [1] Castillo E., "Extreme Value Theory in Engineering" Academic Press, Inc. 1980.
- [2] Lewis L.L., "Introduction to Reability Engineering" John Wiley & Son, Inc. 1987.
- [3] Hahn G.J., Shapiro S.S., "Statistical Models in Engineering" John Wiley & Son, Inc. 1980.
- [4] Talreja R., "Estimation of Weibull Parameters for Composite Material Strength and fatigue Life Data" Fatigue of Fibrous Composite Materials. ASTM STP 723. 1979.
- [5] Castillo E., Alvarez E., Cobo A., Herrero T., "An Expert System for the Analysis of Extreme Value Problems". Universidad de Cantabria. 1993.
- [6] "Fatigue Life Prediction for Composite Materials under Variable Loading Conditions" Progress Report on Research Agreement. RAE (F) MoD School of Materials Science. Bath University. 1988-92.
- [7] Whitney J.M., "Fatigue Characterization of Composite Materials" Fatigue of Fibrous Composite Materials. ASTM STP 723. 1979.

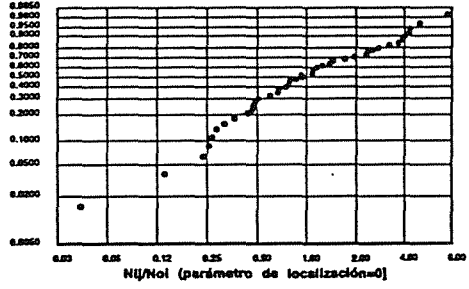
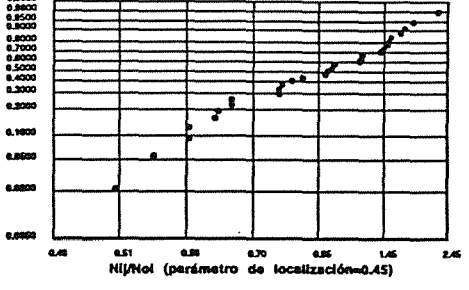
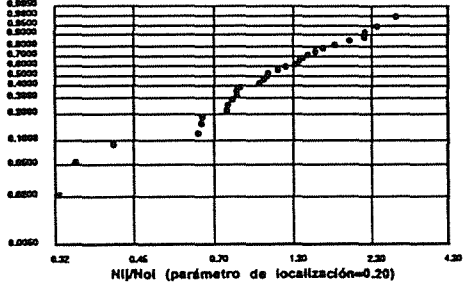
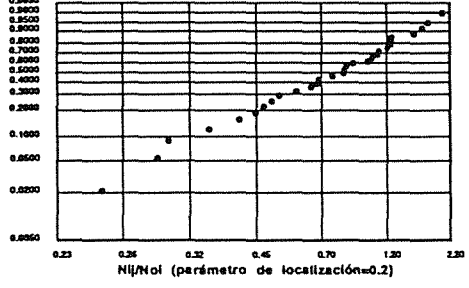
| TIPO DE ENSAYO | PARÁMETRO DE FORMA α_f | REPRESENTACIÓN DE WEIBULL |
|-------------------------------------|-------------------------------|--|
| UNIDAD TRACCIÓN/TRACCIÓN | 1.04 |  |
| CUATRO UNIDADES TRACCIÓN/TRACCIÓN | 1.32 |  |
| CUATRO UNIDADES TRACCIÓN/COMPRESIÓN | 1.59 |  |
| FLEXIÓN CON CUATRO PUNTOS DE CARGA | 1.48 |  |

Tabla 3. Comparación de parámetros de forma para los diferentes tipos de ensayos dinámicos efectuados en el laminado T800/5245 $[(\pm 45, 0_2)_2]_S$.

| Nivel de carga (%carga rotura) | 5% Probabilidad de fallo | 50% Probabilidad de fallo | 63.2% Probabilidad de fallo (v. característica) |
|-----------------------------------|-----------------------------|------------------------------|--|
| 65% σ_f | 261917 ciclos | 687992 ciclos | 832419 ciclos |
| 70% σ_f | 137867 ciclos | 362356 ciclos | 438229 ciclos |
| 75% σ_f | 102034 ciclos | 268173 ciclos | 324330 ciclos |
| 80% σ_f | 28420 ciclos | 74706 ciclos | 90333 ciclos |
| 85% σ_f | 7671 ciclos | 20159 ciclos | 24383 ciclos |
| 90% σ_f | 1263 ciclos | 3319 ciclos | 4016 ciclos |

Tabla 4. Valor de número de ciclos para distintas probabilidades de fallo en el ensayo a flexión a cuatro puntos en el laminado T800/5245 $[(\pm 45, 0_2)_2]_s$.

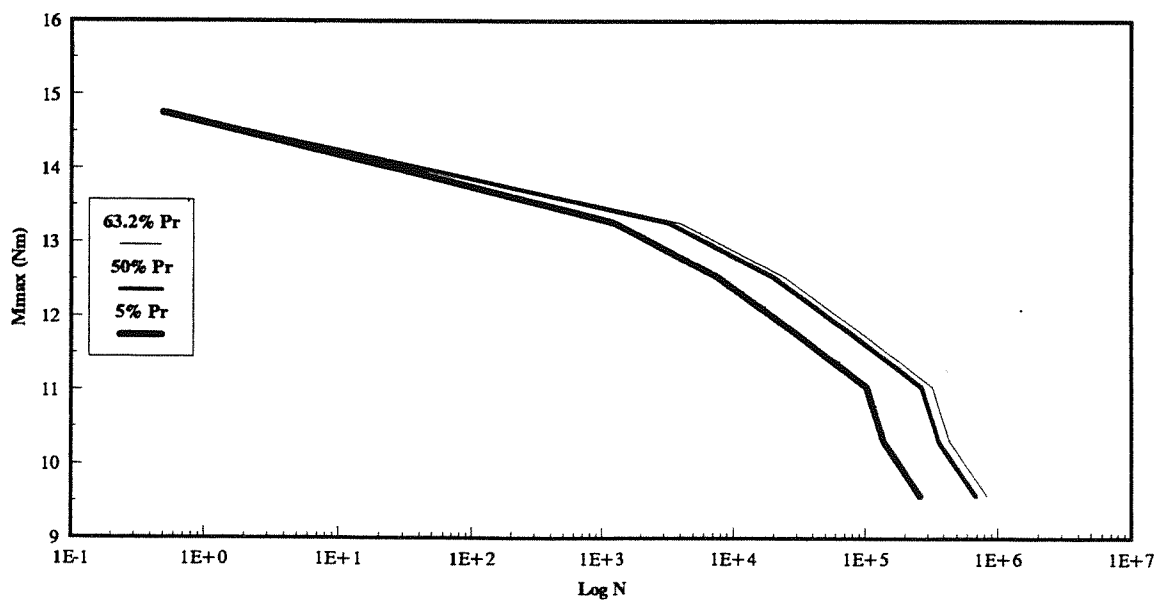


Figura 9. Curva $M_{\max}/\text{Log } N$ en el ensayo a flexión a cuatro puntos para el laminado T800/5245 $[(\pm 45, 0_2)_2]_s$.