

PROPAGACIÓN DE UNA FISURA COHESIVA EN VIGAS DE HORMIGÓN DÉBILMENTE ARMADAS: MODELO DE LA LONGITUD EFECTIVA DE ANCLAJE.

G. Ruiz y J. Planas

Departamento de Ciencia de Materiales.
Universidad Politécnica de Madrid.
E. T. S. de Ingenieros de Caminos, C. y P.
Ciudad Universitaria. 28040 Madrid, España.

Resumen. En este artículo se estudia la propagación de una fisura cohesiva a través de una sección de hormigón armado. Se representa el acero por medio de una barra de deslizamiento libre que está anclada a ambos lados de la sección fisurada a una cierta distancia que llamamos longitud efectiva de anclaje. Dicha longitud se halla imponiendo una equivalencia mecánica con la barra de acero adherente. Con este modelo la propagación de la fisura depende de cuatro parámetros: el tamaño de la pieza, la cuantía geométrica de acero, la fuerza de cedencia de la armadura y la adherencia acero-hormigón. Los ejemplos realizados muestran de modo preciso el efecto de escala que se manifiesta en estructuras reales; también se aprecia la sensibilidad que presenta el hormigón armado a los mecanismos de interacción hormigón-acero.

Abstract. This paper analyzes the propagation of a cohesive crack through a reinforced concrete section. Steel is represented by means of a free-slip bar anchored astride the cracked section, at a certain distance that is called effective anchoring length. This length is obtained making the free-slip bar mechanically equivalent to the adherent one. With this model the crack development depends on four parameters: the size of the beam, the reinforcement ratio, the yielding force of the reinforcement and the steel-concrete adherence. The computed load-displacement curves display a noticeable size effect, as real lightly reinforced structures do; the results also show a clear influence of the steel-concrete adherence on the reinforced beam response.

1. INTRODUCCIÓN

La Mecánica de la Fractura aplicada al estudio del hormigón ha permitido comprender mejor el comportamiento de las estructuras construidas con dicho material. En particular explica el efecto de escala que presentan piezas homotéticas fabricadas con el mismo hormigón: la carga necesaria para romper una determinada pieza aumenta en menor cuantía que una sección de la estructura. Este fenómeno está muy bien descrito tanto para elementos de hormigón en masa como para ciertas tipologías de hormigón armado [1].

La modelización del hormigón armado teniendo en cuenta el comportamiento en fractura del hormigón es complejo. Esto es debido a la elevada no linealidad del problema y a la complejidad de las interacciones entre hormigón y acero [2].

Este trabajo aborda un caso particular de pieza de hormigón armado: el de una viga débilmente armada. Su estudio tiene mucho interés porque en las estructuras reales muchos elementos son de este tipo. En un trabajo anterior se describía un modelo que permitía captar las tendencias generales de estas vigas [3]. Ahora presentamos una modificación que se centra en cómo se

modeliza la interacción hormigón-acero que en el modelo anterior se esquematizaba al máximo usando una hipótesis de adherencia perfecta. El nuevo modelo se basa en una recomendación hecha por el Comité ACI 446 para simplificar esta interacción [4], modelo que se apoya a su vez en estudios de Bazant y Cedolin [5]. Con este nuevo modelo —que hemos llamado modelo de la *longitud efectiva de anclaje*— se superan las limitaciones del antiguo y se consigue una herramienta de análisis más realista.

En el anterior artículo [3] analizábamos someramente los trabajos que sobre este mismo tema han hecho Bosco y Carpinteri [6], y Hawkins y Hjørsetet [7]. Desde entonces Gerstle y otros han propuesto también un modelo para piezas armadas en flexión pura teniendo en cuenta el comportamiento cohesivo del hormigón [8]. Su modelo supone que se propaga una fisura cohesiva con caras planas; entre los labios de la fisura se pueden transmitir tensiones en función de la apertura de fisura, según una función de ablandamiento lineal. También suponen que se cumple la hipótesis de Navier —las secciones se mantienen planas— a una distancia a a ambos lados de la fisura. Modelizan al acero como una barra de deslizamiento libre que se ancla también a esa misma distancia a de la zona de proceso.

Por último, obligan a que dicha distancia a sea en todo momento igual a la longitud de la fisura. En nuestra opinión, éstas hipótesis no pueden ajustarse al comportamiento real de una viga armada: el ablandamiento del hormigón se reproduce mejor con otro tipo de leyes —bilineales, exponenciales, etc.— y además, si se impone que las caras de la fisura sean planas se está modificando implícitamente la función de ablandamiento; por otro lado, la elección de la distancia a de anclaje de las barras de acero es arbitraria, y, sin embargo, de ella depende en gran medida la respuesta de este modelo.

Recientemente Ulfkjær y otros han presentado otro modelo simplificado que estudia este mismo problema [9]. Ellos mismos sugieren que su modelo no es todavía adecuado, puesto que no consiguen reproducir la respuesta de la viga armada. Concluyen que necesitan utilizar una función de ablandamiento más próxima a la verdadera en lugar de la ley lineal que emplean, y tener en cuenta el problema del deslizamiento entre el acero y el hormigón.

En este artículo se propone, en la sección 2, un modelo que incluye el comportamiento cohesivo del hormigón y que usa el modelo de la longitud efectiva de anclaje para la interacción hormigón-acero. A continuación presentamos un estudio paramétrico del modelo basado en algunos ejemplos concretos —sección 3—. En la sección 4 se discute la información que muestran los ejemplos y las limitaciones del modelo. Por último, en la sección 5, se extraen algunas conclusiones.

2. MODELO TEÓRICO

El modelo que proponemos estudia la respuesta de una viga débilmente armada sometida a un esfuerzo de flexión. Las hipótesis de partida del modelo pueden agruparse en hipótesis generales —referidas al comportamiento de los materiales que forman la viga por separado— y particulares —referidas a la interacción que dichos materiales se ejercen mutuamente—. Éstas últimas constituyen el núcleo de este modelo.

2.1. Hipótesis generales

(a) Suponemos que cuando una viga está armada débilmente va a progresar una única fisura en la sección de máximo momento flector.

(b) La fisura es cohesiva [10]: puede transmitir tensiones entre sus caras. Estas tensiones siguen una función de ablandamiento que las relaciona con la apertura de fisura.

(c) En una primera aproximación el acero se representa como un material elástico-perfectamente plástico,

aunque se pueden considerar sin problemas aceros con endurecimiento por deformación.

(d) El modelo no tiene en cuenta la posibilidad de que se produzca fractura del hormigón por compresión, puesto que su ámbito de aplicación son vigas débilmente armadas.

2.2. Hipótesis particulares: interacción hormigón-acero

La interacción hormigón-acero se modeliza siguiendo la recomendación del Comité ACI 446 [4], que se basa en las siguientes hipótesis:

(a) La tensión rasante que se genera entre las superficies del acero y del hormigón sigue una ley de tipo rígido-plástico (Fig. 1): mientras no haya deslizamiento entre ambas superficies la tensión rasante tiene que ser menor o igual que un cierto valor de tensión que llamaremos tensión rasante última ($\tau \leq \tau_c$ si $s=0$, donde s es el deslizamiento); si se produce deslizamiento el valor de la tensión rasante alcanza constantemente el valor límite, sea cual sea la magnitud del deslizamiento ($\tau = \tau_c$ si $s \neq 0$).

(b) El hormigón, a efectos exclusivamente de su interacción con el acero, se considera como un material rígido. Esta hipótesis implica que si no hay deslizamiento de la barra de acero respecto del hormigón no puede haber deformación en la misma y, por lo tanto, tampoco habrá tensión axial. El acero sólo se deforma cuando desliza respecto del hormigón y, además, al haber deslizado, las tensiones rasantes en su superficie alcanzan su valor crítico. Con estas condiciones es posible conocer la tensión axial σ en cualquier punto de la barra: si consideramos el caso de un ensayo de arrancamiento (*pull-out*) tendríamos que σ valdría cero en la parte de la barra que todavía no ha deslizado; en la parte que desliza, σ varía linealmente desde cero hasta su valor máximo σ_s (que vendrá dado por el cociente entre la fuerza exterior aplicada para producir el arrancamiento y el área de la barra). En la viga armada, si la fisura ya ha roto el recubrimiento, se está produciendo precisamente esta situación a ambos lados de la fisura (Fig. 2a).

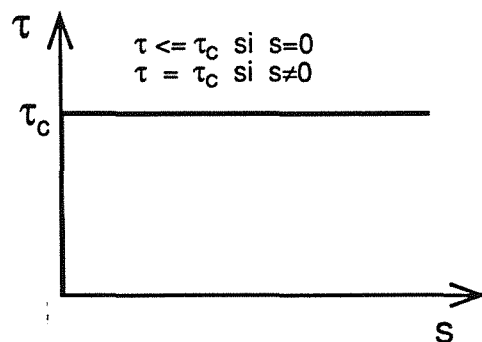


Fig. 1. Ley tensión rasante-deslizamiento (τ - s) en la superficie acero-hormigón.

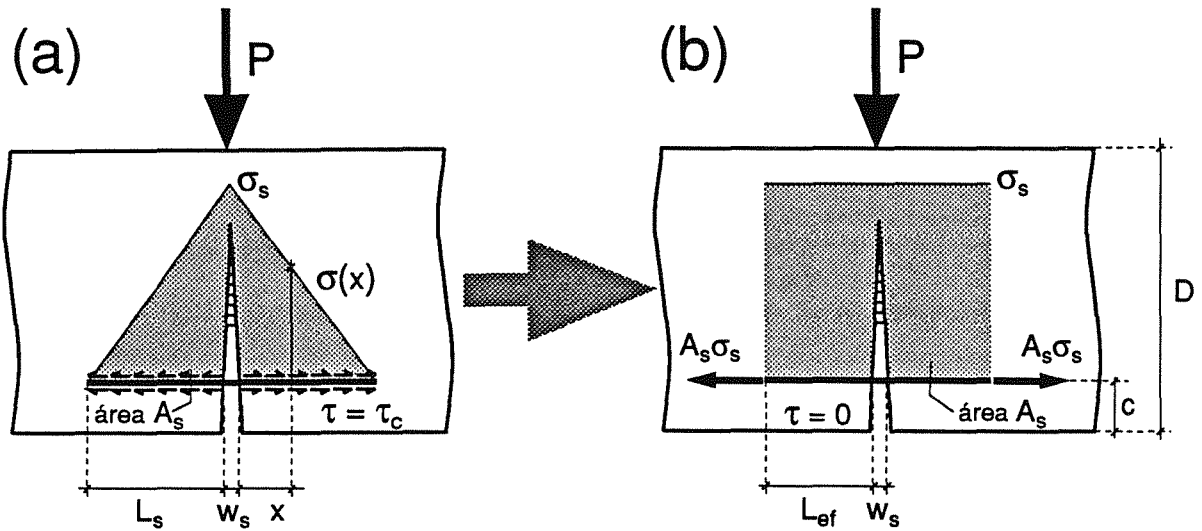


Fig. 2. Equivalencia mecánica entre una barra de acero —embebida en una viga de hormigón— con adherencia crítica constante (a) y una barra anclada con deslizamiento libre (b).

(c) Simplificamos aún más la interacción hormigón-acero al establecer una equivalencia mecánica entre una barra de acero adherente como la que acabamos de describir en (b) y otra que puede deslizarse libremente, pero que está anclada en el hormigón a una cierta distancia \$L_{ef}\$ a ambos lados de la fisura (Fig. 2b). La fuerza de anclaje se halla haciendo que la tensión —constante en la barra lisa— sea igual a la tensión máxima, a la altura de la fisura, en la barra adherente. La distancia \$L_{ef}\$ se halla imponiendo que el alargamiento de la barra con deslizamiento libre sea igual al alargamiento de la barra adherente. Como considerábamos el hormigón rígido a estos efectos, el alargamiento de ambas barras coincide con la apertura de la fisura a la altura de su cruce con la barra de acero (\$w_s\$). Las expresiones resultantes de la fuerza de anclaje (\$F_s\$) y de la longitud efectiva de anclaje (\$L_{ef}\$) son:

$$F_s = \sigma_s A_s = \sqrt{A_s E_s \tau_c p w_s} \quad (1)$$

$$L_{ef} = \sqrt{\frac{A_s E_s}{4 \tau_c p} w_s} \quad (2)$$

donde \$A_s\$ es la sección de la barra de acero, \$E_s\$ es el módulo de elasticidad del acero, \$\tau_c\$ es la tensión rasante última entre el hormigón y el acero, \$p\$ es el perímetro de la barra y \$w_s\$ es la apertura de la fisura en la posición de cruce con la barra.

2.2. Planteamiento de la solución

La solución puede obtenerse por medio de la descomposición del problema en una superposición de casos elásticos (Fig. 3): en primer lugar la situación real (Fig. 3a) se descompone en tres estados, correspondientes a las aplicaciones de la carga exterior (Fig. 3b), a las tensiones cohesivas (Fig. 3c) y a las fuerzas debidas a la

armadura (Fig. 3d). A su vez este último estado (Fig. 3e) se descompone en un estado correspondiente a la aplicación de las cargas de anclaje sobre una probeta sin fisurar (Fig. 3f) mas el estado que corresponde a aplicar sobre las caras de la fisura las tensiones opuestas a las del estado anterior (Fig. 3g).

En principio las tensiones generadas por las fuerzas de anclaje en la sección sin fisurar (Fig. 3f) se pueden hallar fácilmente en un cálculo de elementos finitos. Nosotros preferimos, no obstante, una simplificación que consiste en calcular esas tensiones (Fig. 4a) como suma de las que generan esas mismas fuerzas de anclaje en un semiespacio elástico (Fig. 4b), mas las tensiones correspondientes al estado tensional que reestablece el equilibrio (Fig. 4c). El primer caso fue integrado por Melan en 1932 [11]; el segundo equilibra al primero y se puede aproximar por una distribución lineal sobre la sección media con igual resultante y momento (Fig. 4d,e)

La superposición de los estados (b), (c), (f) y (g) de la Fig. 3 se lleva a cabo en un programa numérico en todo similar al utilizado anteriormente para hormigón en masa con tensiones internas [12,13].

2.3. Parámetros que gobiernan la rotura

Con estas hipótesis, del estudio las ecuaciones que rigen la propagación de la fisura se deduce que los parámetros adimensionales que gobiernan la respuesta de la viga armada son:

$$D^* = \frac{D}{l_{ch}} \quad \rho = \frac{A_s}{A_c} \quad f_y^* = \frac{f_y}{f_t} \quad \beta = \frac{\tau_c p l_{ch}}{f_t n A_s} \quad (3)$$

donde \$D\$ es el canto y \$l_{ch}\$ es la longitud característica del hormigón, que se define como:

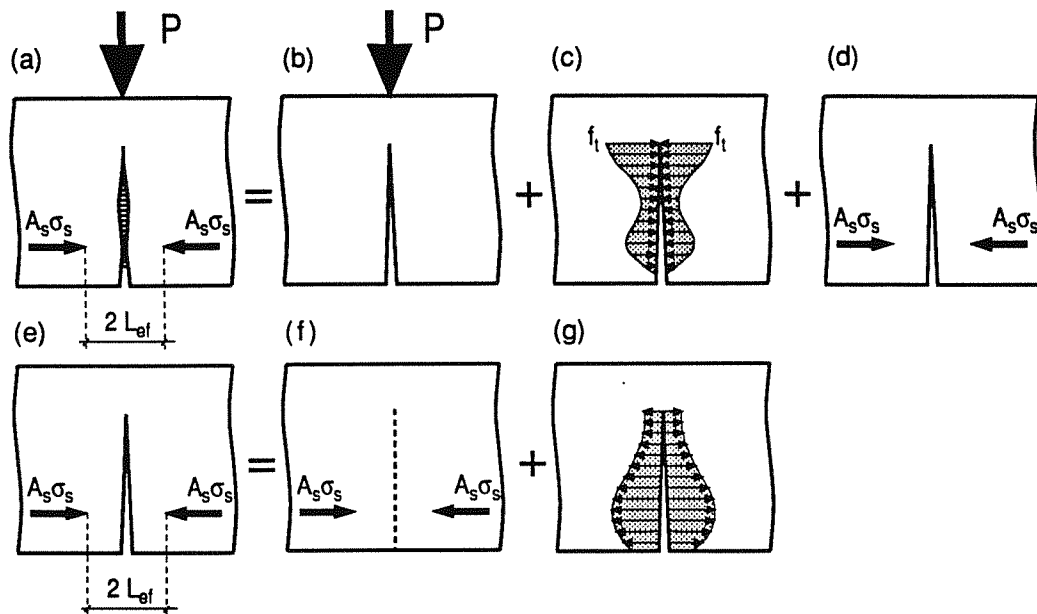


Fig. 3. Descomposición del problema conjunto en superposición de casos lineales.

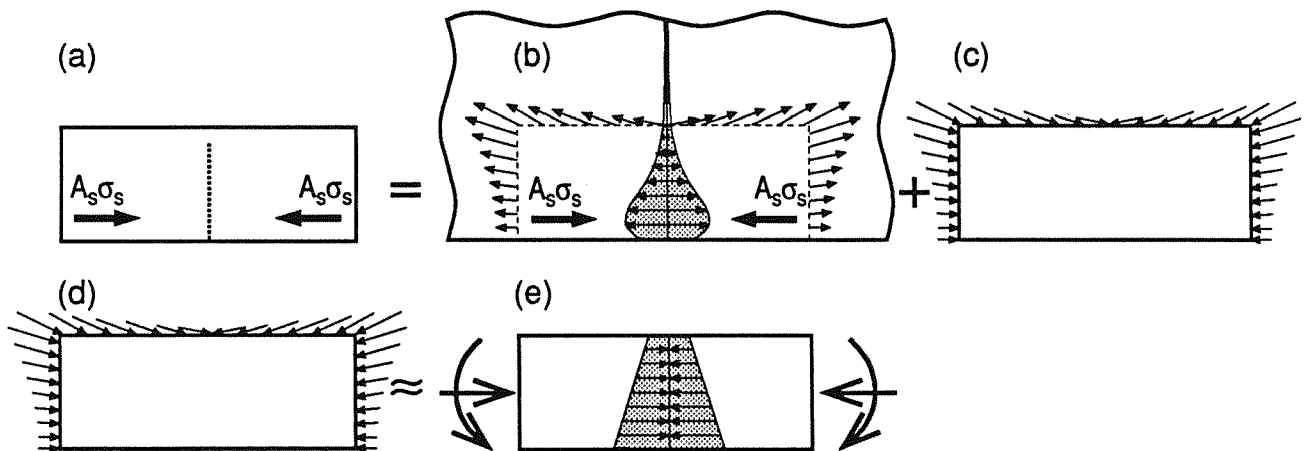


Fig. 4. Las tensiones que generan las fuerzas de anclaje en la sección media de la viga se hallan equilibrando con una ley lineal de tensiones las que esas mismas fuerzas de anclaje producen en un semiespacio elástico.

$$l_{ch} = \frac{E_c G_F}{f_t^2} \quad (4)$$

donde E_c es el módulo de elasticidad del hormigón, G_F la energía de fractura del hormigón y f_t la resistencia a tracción del hormigón; ρ es la cuantía geométrica del acero (cociente entre el área de acero A_s y el área de hormigón A_c); f_y es el límite de cedencia del acero; β es un parámetro adimensional de adherencia, y τ_c y p ya han sido definidos después de la Ec. (2), y n viene dado por:

$$n = \frac{E_s}{E_c} \quad (5)$$

3. ESTUDIO PARAMÉTRICO DEL COMPORTAMIENTO DEL MODELO

Se han realizado varios cálculos para estudiar la sensibilidad del modelo a los parámetros definidos en la Ec. (3). Los cálculos se han realizado para vigas prismáticas homotéticas solicitadas a flexión en tres puntos, con una relación canto-luz de 6 y un recubrimiento de armadura de un 10% del canto (Fig. 5a). Como en estudios anteriores [3], la curva de ablandamiento del hormigón se ha considerado casi-exponencial (Fig. 5b). Los resultados se presentan en forma de curvas carga-desplazamiento convenientemente adimensionalizadas. La carga adimensional P^* y el desplazamiento adimensional δ^* se definen como:

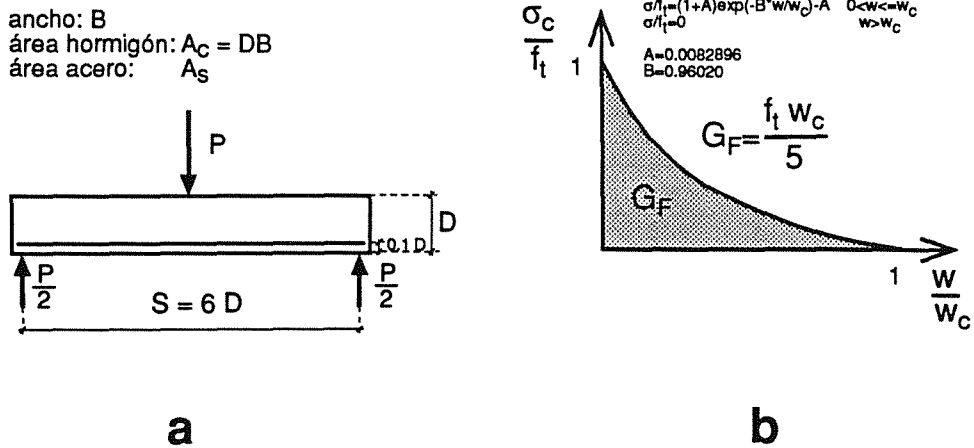


Fig. 5. a) Proporciones y estado de carga de las vigas estudiadas; b) curva de ablandamiento exponencial, con sus parámetros característicos.

$$P^* = \frac{3PS}{2BD^2 f_t} \quad \delta^* = \frac{\delta E_c}{f_t D} \quad (6)$$

donde P es la carga exterior, S la distancia entre apoyos, B el ancho de la viga y D su canto; δ es el desplazamiento bajo el punto de carga.

La Fig. 6 muestra las curvas $P^*-\delta^*$ obtenidas para tres tamaños y varias cuantías geométricas. Se observa que el aumento de la cuantía de armadura aumenta proporcionalmente la resistencia última de las vigas en una magnitud esencialmente independiente del tamaño. Sin embargo, la respuesta de la zona intermedia de la curva $P^*-\delta^*$ sí depende marcadamente del tamaño, como puede verse en la Fig. 7 en la que se han superpuesto las respuestas para cuatro tamaños diferentes (a igualdad de todos los demás parámetros).

Las figuras muestran que la curva $P-\delta$ puede dividirse en dos tramos. En el primer tramo el acero permanece en régimen elástico. En los gráficos esto corresponde al

segmento de curva que va desde el origen al segundo máximo (máximo que presenta una cúspide). En el segundo tramo el acero está plastificado y corresponde a la rama posterior al segundo pico, que tiende asintóticamente al límite que corresponde a rotura total del hormigón en tracción. Dicho límite puede calcularse con la aproximación de bloques rígidos de la Fig. 8, con la condición suplementaria de que la tensión en la armadura sea la tensión de cedencia del acero (f_y). Evidentemente, la forma del primer tramo de la curva no depende de la resistencia a tracción del acero, sino, básicamente, de la adherencia. Esto se pone de manifiesto en la Fig. 9, donde se ha representado la respuesta para una barra perfectamente elástica ($f_y = \infty$) y varios valores de la adherencia. Es de notar que la aproximación de la Fig. 8 (líneas de trazos), describe con buena aproximación el límite de grandes deflexiones en las que el hormigón ha perdido toda su capacidad de carga.

La Fig. 10 muestra los resultados del acoplamiento del primer y segundo tramo. El primer tramo en esta figura

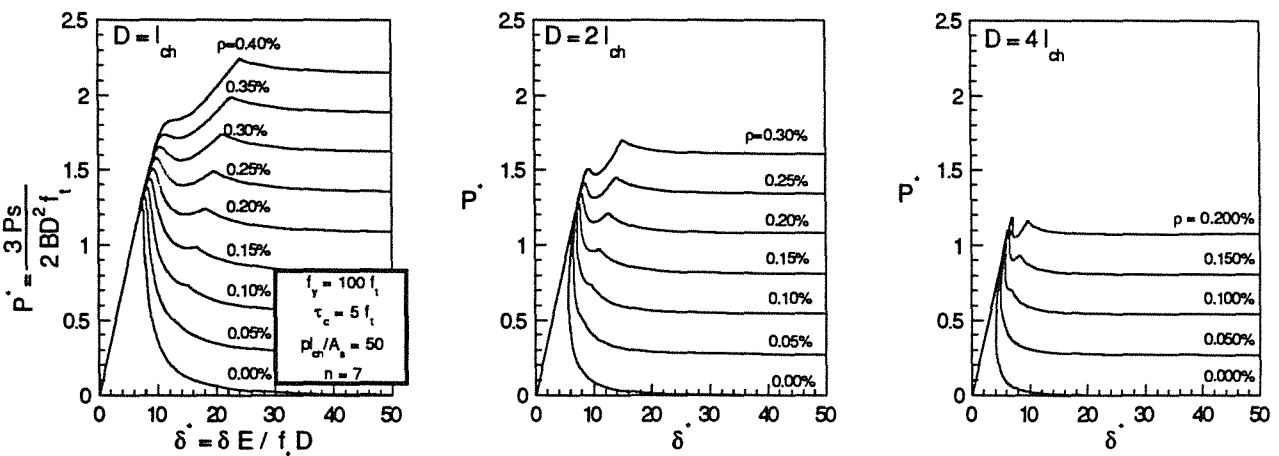


Fig. 6. Curvas $P-\delta$ para la misma viga variando la cuantía (ρ) y el tamaño (D/l_{ch}).

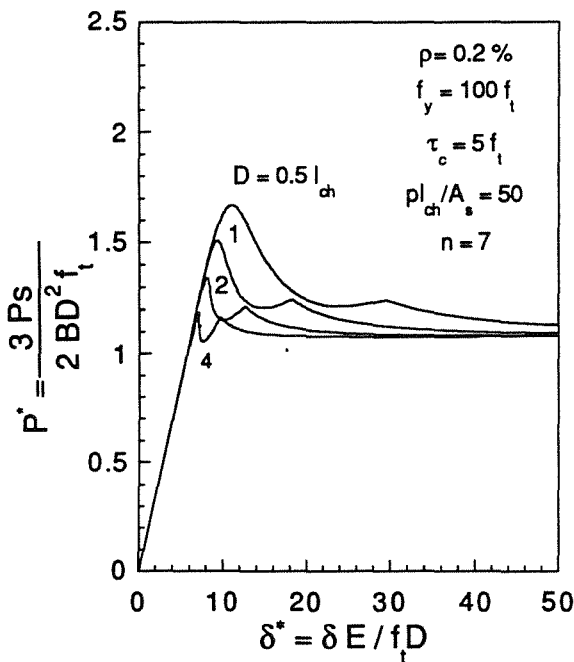


Fig. 7 Comparación entre las curvas P-δ (adimensionalizadas) para la misma viga variando el tamaño (D/lch)

es idéntico (excepto por su extensión) al de la Fig. 9. El segundo tramo es prácticamente idéntico para todas las adherencias, y está, en consecuencia, completamente controlado por la cuantía y la resistencia a tracción. La figura muestra también que la respuesta en el entorno de la resistencia de pico está controlada por la adherencia.

4. DISCUSIÓN

4.1. Tendencias generales

Como ya se ha indicado, las curvas obtenidas están formadas por dos tramos principales:

a) El primer tramo (OAB en la Fig. 11) corresponde a la respuesta elástica del acero, y es sensible tanto a la cuantía ρ, como a la adherencia β. Si ρ se mantiene constante, esta parte de la curva se mantiene entre dos envolventes: la superior correspondería a β = ∞ y fue estudiada en un trabajo previo [3]; la inferior, con β = 0, sería el resultado de poner una barra no adherente y es idéntica a la del hormigón en masa. Esta fase termina cuando el acero comienza a plastificar.

c) El segundo tramo (BC en la Fig. 11) es la rama de plastificación del acero. Su posición depende de la cuantía mecánica de acero (ρ fy). Su tendencia decreciente es debida al ablandamiento del hormigón que sigue rompiéndose. Este tramo tiende a una asíntota horizontal —si el acero no endurece por deformación— que se alcanza cuando la fisura está totalmente abierta.

4.2. Efecto de escala

Comparando las curvas P-δ obtenidas para distintos tamaños se puede observar que hay un efecto de escala. En la representación adimensional se aprecia cómo al aumentar únicamente el tamaño D* las resistencias de pico disminuyen. Lógicamente, también disminuye la diferencia entre la resistencia de pico y la resistencia última. Esto significa que con tamaños mayores es necesaria menos cuantía para evitar una rotura frágil de la viga.

4.3. Limitaciones

Los resultados obtenidos reflejan de modo preciso el comportamiento en flexión de una viga débilmente armada. Hay que señalar, no obstante, sus limitaciones de aplicación:

- a) En realidad la armadura no es continua en el espesor, sino que está formada por barras. Por lo tanto, el efecto de cosido no es uniforme y el frente de la fisura no es recto, efecto que el modelo bidimensional no puede captar.
- b) La trayectoria de la fisura cohesiva está pre-determinada: se limita a la sección central, como corresponde a la hipótesis de poca armadura, y no contempla la posibilidad de fisuración secundaria.
- c) La modelización de la interacción hormigón-acero es sencilla, y no tiene en cuenta leyes complejas deslizamiento-tensión rasante (que englobarían fenómenos de fisuración local en torno a las corrugas etc.).

5. CONCLUSIONES

Del estudio de los apartados anteriores podemos deducir las siguientes conclusiones:

- a) La modelización de la adherencia es decisiva en el comportamiento en flexión de vigas de hormigón armado, especialmente en la zona de carga máxima.

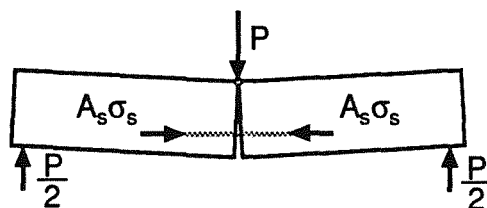


Fig. 8. Cuando la fisura ha progresado mucho, la viga se comporta como este mecanismo formado por dos bloques rígidos unidos por una rótula y por la barra de acero anclada.

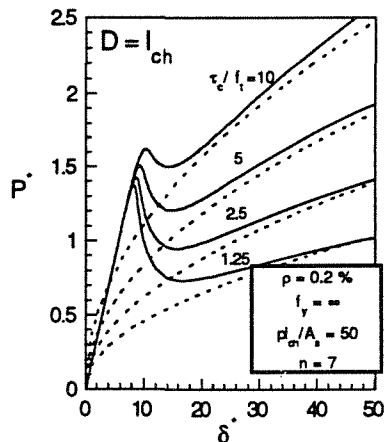


Fig. 9. Curvas P - δ (adimensionalizadas) para la misma viga variando la adherencia (τ_c). En trazo discontinuo se representa la solución para el modelo rígido-plástico de la Fig. 8.

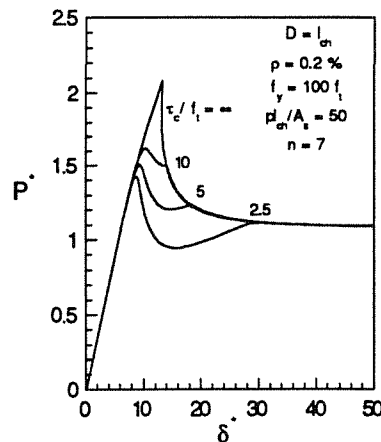


Fig. 10. Curvas P - δ (adimensionalizadas) para la misma viga variando la adherencia (τ_c) —acero elástico-perfectamente plástico—.

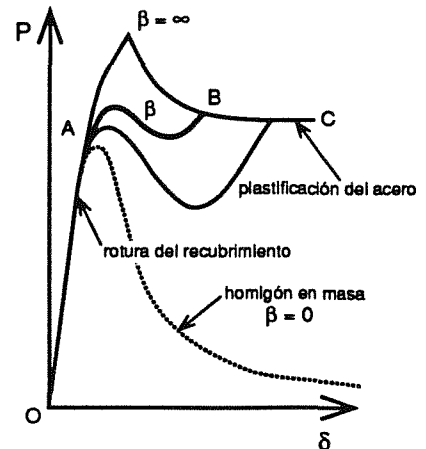


Fig. 11. Esquema de la forma característica de la curva P - δ en un ensayo de flexión en tres puntos para una viga armada.

b) Del estudio de las ecuaciones que rigen la propagación de la fisura cohesiva se concluye que ésta depende de los cuatro parámetros definidos en la ecuación (3).

c) Se aprecia el efecto de escala observado experimentalmente en estructuras reales. La diferencia entre las cargas máxima y última disminuye si aumentamos el tamaño y mantenemos constante la cuantía.

d) Es necesario contrastar los resultados que este modelo ofrece con datos experimentales antes de sacar conclusiones definitivas sobre el comportamiento en flexión de vigas débilmente armadas.

6. AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen a la Comisión Interministerial de Ciencia y Tecnología la ayuda económica recibida a través del Proyecto nº PB90-0276.

7. REFERENCIAS

- [1] ACI Committee 446, "Fracture mechanics of concrete: concepts, models and determination of material properties", in *Fracture Mechanics of Concrete Structures*, (Ed. Bazant Z. P.), Chapter 5, pp. 58-67, Elsevier Science Publishers Ltd, London (1992).
- [2] "Bond in concrete. From research to practice", (Ed. Riga Technical University and CEB), International Conference held at Riga, Latvia, Oct. 15-17 (1992).
- [3] Ruiz, G., Planas, J. y Elices M., "Propagación de una fisura cohesiva en vigas de hormigón débilmente armadas", *Anales de Mecánica de la Fractura*, 10, pp. 141-146, (1993).
- [4] ACI Committee 446, "Fracture mechanics of concrete: concepts, models and determination of material properties", in *Fracture Mechanics of Concrete Structures*, (Ed. Bazant Z. P.), Chapter 8, p. 109, Elsevier Science Publishers Ltd, London (1992).
- [5] Bazant, Z. P., and Cedolin, L., "Fracture mechanics of reinforced concrete", *J. Engng. Mech. Div., ASCE*, 106, No. EM6, Proc. Paper 15917, pp. 1287-1306 (1980); with Discussion and Closure, 108, EM2, pp. 464-471, (1982).
- [6] Bosco, C. y Carpinteri, A., "Fracture mechanics evaluation of minimum reinforcement in concrete structures", in *Applications of Fracture Mechanics to Reinforced Concrete* (Ed. Carpinteri, A.), pp. 347-377, Elsevier Science Publishers Ltd., London, (1992).
- [7] Hawkins, N. y Hjortset, K., "Minimum reinforcement requirements for concrete flexural members", in *Applications of Fracture Mechanics to Reinforced Concrete* (Ed. Carpinteri, A.), pp. 379-412, Elsevier Science Publishers Ltd., London, (1992).
- [8] Gerstle, W. H., Partha, P. D., Prasad, N. N. V., Rahulkumar, P. and Ming, X., "Crack growth in flexural members—A fracture mechanics

approach", *ACI Structural Journal*, **89**, No. 6, pp. 617-625, (1992).

- [9] Ulfkjær, J. P., Hededal, O., Kroon, I. and Brincker, R., "Simple application of fictitious crack model in reinforced concrete beams—Analysis and experiments", Separate paper presented at International Workshop on Size Effect in Concrete Structures, JCI, held at Sendai, Japan, Oct 31-Nov 2 (1993).
- [10] Elices, M. y Planas J., "Material Models", in *Fracture Mechanics of Concrete Structures* (Ed. Elfgren, L.), Chapter 3, pp. 16-66, Chapman and Hall Ltd., London (1989).
- [11] Melan, E., "Der spannungszustand der durch eine einzelkraft in innern beanspruchten halbscheibe", *2 Angew. Math. Mech.*, **12**, Band 12, Heft 6, (1932).
- [12] Planas, J., and Elices, M., "Drying shrinkage eigenstresses and structural size-effect", in *Fracture Mechanics of Concrete Structures*, (Ed. Bazant, Z. P.), Chapter 11, pp. 939-950, Elsevier Science Publishers Ltd, London (1992).
- [13] Planas, J., and Elices, M., "Drying shrinkage effect on the modulus of rupture", in *Creep and Shrinkage of Concrete* (Ed. Z. P. Bazant and I. Carol), pp. 357-368, E&FN Spon, London (1993).