

**SENSIBILIDAD Y EFECTO DE TAMAÑO EN ENTALLAS: INTERPRETACION MEDIANTE UN MODELO DE PROPAGACION DE MICROGRIETAS**

C. Vallellano y A. Navarro

Departamento de Ingeniería Mecánica y de los Materiales  
Universidad de Sevilla

E.T.S. Ingenieros Industriales, Avda. Reina Mercedes s/n, 41012 Sevilla

**Resumen.** El efecto de una entalla sobre el límite de fatiga de un componente ha sido revisado desde un punto de vista microestructural. El comportamiento de una microgrieta creciendo en la zona de influencia de una entalla se ha descrito usando el modelo NR, basado en sucesivos bloqueos de dislocaciones en las barreras microestructurales. Las predicciones teóricas referentes a la influencia del tamaño microestructural, tamaño del espécimen y severidad del gradiente en la entalla, están de acuerdo con la evidencia experimental. Además, la inherente dependencia con la microestructura de la formulación presentada permite hacer una interpretación correcta de la influencia de pequeños defectos en la resistencia a fatiga, tales como marcas superficiales y porosidades, aspectos no recogidos por modelos anteriores. Finalmente, se ha propuesto una medida de la longitud microestructural característica para problemas de fatiga basada en parámetros macroscópicos de mecánica de fractura.

**Abstract.** The notch effect on the fatigue limit has been re-examined from a microstructural point of view. The NR model, based on the successive blockings of dislocations at microstructural barriers has been used to describe the behaviour of a short crack growing in the non-uniform notch stress field. The theoretical predictions obtained for notch sensitivity are in accordance with the experimental evidence in relation to the influence of microstructural size, specimen size and notch severity. Furthermore, this microstructurally sensitive formulation yields a correct prediction of the influence on the fatigue strength of small defects, such as superficial scratches or tiny spherical cavities, something where previous theories have failed. It also takes account of the scatter associated to the random distribution of the grain size and its effect on the notch fatigue limit. Finally, an indirect measure representative of microstructure size for fatigue problems has been proposed based on macroscopic fracture mechanics parameters.

**1. INTRODUCCION**

En la mayor parte de los componentes mecánicos existen zonas donde la tensión aplicada se amplifica localmente provocando puntos de concentración de tensiones. Esto es normalmente consecuencia de la geometría, debido a la existencia de algún tipo de entalla, en la mayoría de los casos motivadas por la propia función de la pieza. Cuando el componente se encuentra sometido a una carga variable con el tiempo, dichas zonas actúan como fuentes de nucleación de grietas por fatiga, que pueden terminar arruinándolo. Existe, por tanto, un interés grande en conocer los factores que determinan la aparición y posterior propagación de grietas en entalla.

Es de sobra sabido que el límite de fatiga de un espécimen entallado es, en general, mayor que el

calculado dividiendo el límite de fatiga del material por el factor de concentración de tensiones,  $K_t$ , que representa el valor de la tensión máxima en el fondo de la entalla dividida por la tensión aplicada. El factor de reducción de resistencia a fatiga de la entalla,  $K_f$ , se define, precisamente, como el cociente entre el límite de fatiga del espécimen sin concentrador (i.e. el límite de fatiga del material) y el límite de fatiga del componente entallado y es, normalmente, menor que  $K_t$ . Por otra parte, probetas con entallas geoméricamente semejantes, pero de tamaño distinto, en el mismo material, presentan comportamiento diferente a fatiga: cuanto más grande es el componente más se acercan los valores de  $K_f$  y  $K_t$ . Al parecer, factores como la severidad del gradiente de tensiones en relación con el tamaño de la microestructura del material juegan un papel

importante en la resistencia final del componente. Los hechos anteriores llevan a pensar que no es sólo la tensión máxima en el fondo de la entalla la que determina la resistencia de la pieza.

Se han propuesto diversas teorías que relacionan  $K_f$  y  $K_t$ . Entre ellas, las más usadas son las derivadas de los trabajos de Neuber [1] y de Peterson [2]. Neuber propuso que la resistencia del espécimen entallado depende de la media de las tensiones que actúan en un cierto "volumen elemental" de material en la zona de la raíz de la entalla. El límite de fatiga del espécimen entallado se calcularía igualando dicha tensión media al límite de fatiga del material. Bajo esta hipótesis se obtiene la siguiente expresión para  $K_f$ ,

$$K_f = 1 + \frac{K_t - 1}{1 + \sqrt{\frac{A}{r}}} \quad (1)$$

Es más usual encontrar esta relación en términos de el llamado coeficiente de sensibilidad a la entalla:

$$\lambda = \frac{K_f - 1}{K_t - 1} = \frac{1}{1 + \sqrt{\frac{A}{r}}} \quad (2)$$

donde,  $r$  = radio en el fondo de la entalla,  $A$  = dimensión característica del material.

Posteriormente, Peterson propuso que el "fallo" ocurre cuando la tensión a una determinada distancia desde la superficie ( $\delta$ ) se hace igual al límite de fatiga del material. Así,  $K_f$  se puede expresar como,

$$K_f = K_t \left( 1 - C \frac{\delta}{r} \right) \quad (3)$$

donde  $C$  = coeficiente que caracteriza el gradiente de tensiones en la entalla ( $d\sigma/dy = C\sigma_{max}/r$ ). El coeficiente de sensibilidad se expresa entonces como,

$$\lambda = \frac{1}{1 + \nu \frac{a}{r}} \quad (4)$$

donde  $a = C\delta K_t / (K_t - 1)$ , con  $\nu = 1$ , para tracción y flexión y  $\nu = 0.6$ , para torsión. Se puede constatar que el parámetro  $a$  no es muy sensible ni a  $K_t$  ni a  $C$  en la práctica, por lo que, básicamente representa, de nuevo, una característica del material.

## 2. INTERPRETACION DEL PARAMETRO MICROESTRUCTURAL

Existe una clara dependencia del coeficiente de sensibilidad a la entalla con el tipo de material, reflejada a través de las constantes  $A$  y  $a$  en las

expresiones de Neuber y Peterson. Trabajos realizados por Kunh y Hardrath [3] y Massonnet [4], pusieron de manifiesto la existencia de una gran dispersión en los valores de  $A$  obtenidos de la ecuación (2), a partir de valores de  $\lambda$  medidos experimentalmente, lo que suscitó ciertas dudas sobre la interpretación de dicho parámetro como una distancia característica del material.

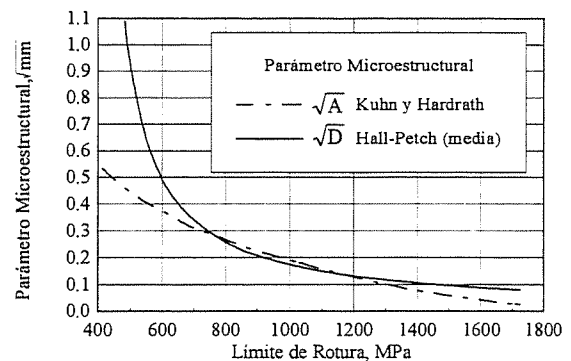


Fig. 1.  $\sqrt{A}$  y  $\sqrt{D}$  vs. límite de rotura en aceros.

El problema de la dispersión puede ser entendido desde un punto de vista matemático por el hecho de que la ecuación (2) tiene una forma tal, que el parámetro  $A$  se hace muy sensible a pequeñas variaciones de  $\lambda$ . Pero por el contrario, esta característica dota a dicha ecuación de una gran robustez respecto de este parámetro, es decir, grandes diferencias en el valor de  $A$  provocan variaciones pequeñas en  $\lambda$ . Debido a esto, Kunh y Hardrath fueron capaces de proponer una correlación experimental entre  $A$  y la resistencia a tracción del material razonablemente válida, para un gran número de aceros (Fig.1). Una correlación análoga fue también presentada por Peterson para su parámetro  $a$  y el límite de rotura.

Las observaciones anteriores adquieren una cierta coherencia si pensamos en  $A$  como en el tamaño de grano del material ( $D$ ). En este sentido, la inherente dispersión asociada a esta característica microestructural podría explicar directamente la dispersión encontrada, dado que, como es sabido, las funciones habituales de distribución de tamaños de grano hacen que la probabilidad de encontrar granos varias veces mayores o menores que el tamaño estadístico medio sea muy elevada. Por otro lado, y además, el tipo de correlación presentada por Kunh y Hardrath recuerda inmediatamente la conocida relación de Hall-Petch entre las propiedades mecánicas y el tamaño de grano [5-6],

$$\sigma_u = \sigma_0 + \frac{k}{\sqrt{D}} \quad (5)$$

donde  $\sigma_u$  es el límite de rotura del material, y  $k$  y  $\sigma_0$  son parámetros característicos del material.

Tras una revisión de las ecuaciones de Hall-Petch presentadas en la literatura para distintos aceros, se ha encontrado que  $\sigma_0$  varía generalmente en un rango de 325 a 450 MPa y  $k$  normalmente se encuentra entre 45 y 180 MPa mm<sup>1/2</sup>. Este amplio margen de valores no es sólo atribuible, lógicamente, a los diferentes materiales analizados, sino, también en parte, a la propia definición del tamaño de grano empleada en cada caso [7]. Tomando valores medios de 385 MPa para  $\sigma_0$  y 100 MPa mm<sup>1/2</sup> para  $k$ , puede verse que las predicciones de  $\sqrt{D}$  son razonablemente parecidas a las del parámetro  $\sqrt{A}$  propuestos por Kunh y Hardrath, sobre todo para aquellos aceros cuya resistencia a la rotura está en el rango de 700 a 1400 MPa (Fig.1). También puede verse que desviaciones sobre el valor de  $D$  y/o  $A$  de incluso un 40 ó 50% provocan variaciones en el valor de  $\lambda$  no más allá de un 5 ó 10% , para un amplio margen de radios típicos de entalla.

### 3. LIMITE DE FATIGA. SENSIBILIDAD A LA ENTALLA

La evidencia experimental muestra que grietas iniciadas con tensiones cercanas al límite de fatiga pasan la mayor parte de su vida creciendo dentro de los primeros granos, llegando a pararse para tensiones por debajo de dicho límite, en la primera barrera microestructural significativa [8]. A estos niveles la interacción entre la grieta y la microestructura juega un papel primordial. El modelo NR de crecimiento de microgrietas, basado en la representación de los sucesivos bloqueos de dislocaciones en los límites de grano [9-11], permite dar una descripción coherente del crecimiento de la grieta a través de los primeros granos y se muestra aquí cómo las ideas principales del mismo son directamente aplicables al caso de entallas.

Imaginemos una grieta incipiente que comienza a crecer dentro de un grano situado en el fondo de la entalla. Este grano estará sometido a un campo de tensiones de valor máximo en la superficie y decreciente como consecuencia del concentrador. Es de esperar por tanto, un comportamiento a fatiga diferente al caso de un espécimen sin entalla, donde la caída de tensión a través del grano es muy pequeña o nula en teoría. La distribución de tensiones en la pieza entallada provocará un rápido crecimiento inicial de la grieta, pero por el contrario, a medida que ésta avance hacia el límite de grano irá experimentando una reducción en su fuerza conductora, más o menos elevada dependiendo de la severidad de la

entalla. Una vez alcanzada la barrera microestructural, la propagación dentro del grano siguiente se producirá sólo si la tensión que asiste a la grieta en este punto es suficiente para "sobrepasar" la barrera, condición que determinará el límite de fatiga del espécimen entallado. El significado preciso de la expresión "sobrepasar" la barrera se discute un poco más abajo. Notemos, en cualquier caso, que con estas ideas, la aproximación de Peterson parece más apropiada que la propuesta por Neuber de tomar la media de las tensiones sobre un volumen elemental de material.

Según lo anterior, el efecto de la entalla no puede ser caracterizado solamente a partir de la tensión máxima alcanzada en el fondo (véase  $K_t$ ), sino que debe tenerse en cuenta el alcance de la misma, es decir, la caída de tensión a través del material hasta la distancia a la que se encuentra la primera barrera. Tanto  $K_t$  como el gradiente de tensiones están determinados por la geometría del concentrador, fundamentalmente por su radio y profundidad. De esta manera, una entalla aguda, que presentará un elevado factor de concentración pero, por contra, un fuerte gradiente, inmersa en un material de grano grande, producirá un rápido crecimiento inicial de la grieta, y, sin embargo, al alcanzar ésta el borde de grano su influencia puede haber desaparecido, reflejando una escasa sensibilidad a la entalla. En cambio, si el material es de grano fino su influencia será muy grande, presentando así un valor de  $K_f$  muy parecido a  $K_t$  y por tanto, un coeficiente de sensibilidad cercano a la unidad. Por tanto, se vuelve a poner de manifiesto la dependencia de la sensibilidad a la entalla con la geometría y el tipo de material, y en este contexto el parámetro microestructural adquiere un significado preciso, la distancia hasta la primera barrera significativa del material.

#### 3.1 Límite de fatiga de un espécimen sin concentrador

El modelo NR permite describir las condiciones que gobiernan la propagación de una microgrieta a través de las barreras presentadas por los límites de grano. La grieta creciendo en un grano típico, bien orientado, de un espécimen donde no existe gradiente de tensión puede ser representada por un apilamiento de dislocaciones, en el cual se distinguen tres zonas (Fig.2). La primera zona representa la grieta propiamente dicha. A partir de ésta se extiende la zona plástica hasta alcanzar el límite de grano. Sobre las dislocaciones de dicha zona actúa una tensión  $\sigma_2$ , que representa la interacción con

las dislocaciones existentes fuera del dominio considerado y con otros elementos no modelados, tales como partículas de segunda fase. Se piensa que esta tensión  $\sigma_2$  es siempre menor que la tensión aplicada, razón por la cual las dislocaciones se apilan contra el borde de grano, el cual se modela mediante una pequeña zona de longitud  $r_0$ , que respresenta la interfase entre granos adyacentes y/o la distancia típica a la que es posible activar las fuentes de dislocaciones en el grano siguiente. Se considera un estado antiplano de tensiones/deformaciones y se utilizan dislocaciones helicoidales.

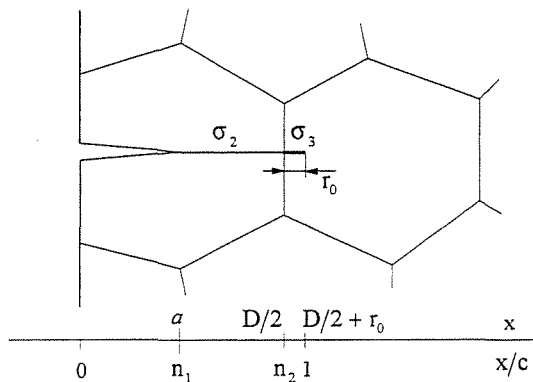


Fig. 2. Representación esquemática de la grieta, zona plástica y barrera en el límite de grano en un espécimen sin entalla.

Inicialmente la zona plástica se encuentra bloqueada en el límite de grano hasta que se activa el deslizamiento plástico en el grano vecino. Esto ocurrirá cuando, como consecuencia del avance de la grieta, las dislocaciones de la zona plástica sean empujadas a través de la interfase o bien cuando se active una nueva fuente de dislocaciones en el grano adyacente. Este proceso permitirá que la barrera microestructural sea sobrepasada creándose una nueva extensión de la zona plástica que comprende todo el grano siguiente y que posibilita que la grieta continúe propagándose.

La tensión  $\sigma_3$ , necesaria en la interfase para mantener en equilibrio las dislocaciones, se calcula imponiendo que no exista singularidad en las tensiones al final de apilamiento. Esto se consigue matemáticamente imponiendo la condición de existencia de la solución del problema, que en este caso puede escribirse como,

$$\frac{\pi}{2} \tau - \left[ \left( \frac{\pi}{2} - \sin^{-1} n_1 \right) \sigma_2 + \right.$$

$$\left. + \left( \sin^{-1} n_2 - \frac{\pi}{2} \right) \sigma_3 \right] = 0 \quad (6)$$

donde las  $n$ es son las coordenadas adimensionales mostradas en la Figura 2. Como se desprende de la ecuación (6),  $\sigma_3$  depende de la tensión aplicada y de la posición relativa del extremo de la grieta al límite de grano, incrementándose monótonamente a medida que ésta se aproxima a la barrera. Así, el deslizamiento plástico se activará cuando  $\sigma_3$  alcance un valor límite,

$$\sigma_3 = \sigma_3^L = m^* \tau_c \quad (7)$$

donde  $m^*$  es un factor de orientación y  $\tau_c$  es la tensión crítica necesaria para activar las fuentes o para penetrar el borde de grano.

El límite de fatiga será, por tanto, la mínima tensión aplicada para una la grieta "salte" la primera barrera. O dicho de otra forma, la máxima tensión aplicada bajo la cual una grieta creciendo dentro del primer grano, es incapaz de propagarse más allá del límite de grano. Puede verse que, normalmente, esto implica propagación hasta el fallo en el caso que nos ocupa. Fijando  $n_1 = n_2 \approx 1$  en la ecuación (6) el límite de fatiga puede ser escrito como [9],

$$\tau_{FL} = \left( \frac{4}{\pi} \right) m^* \tau_c \left( \frac{r_0}{D} \right)^{\frac{1}{2}} = \left( \frac{4}{\pi} \right) \sigma_3^L \left( \frac{r_0}{D} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (8)$$

### 3.2 Límite de fatiga de un espécimen con concentrador

Considérese ahora una microgrieta creciendo en un grano situado en el fondo de la entalla y cuya zona plástica se encuentra bloqueada en el primer límite de grano. Empleando la formulación en variable compleja del problema antiplano y haciendo uso de las técnicas de transformación conforme, se puede transformar matemáticamente el dominio semi-infinito con una entalla al problema anterior de una grieta en un plano infinito.

En general, sea  $\chi = f(z)$  la transformación conforme entre el plano  $z$  (especimen entallado) y el plano  $\chi$  (especimen sin entalla). Imponiendo en el plano  $\chi$  la condición de existencia de la solución, se obtiene la siguiente expresión general para el cálculo de  $\sigma_3$ ,

$$\int_0^1 \frac{\sigma_\chi(\zeta)}{\sqrt{\zeta^2 - 1}} d\zeta - \left[ \sigma_2 \int_{n_1}^{n_2} \frac{dz}{d\chi} \frac{d\zeta}{\sqrt{\zeta^2 - 1}} + \sigma_3 \int_{n_2}^1 \frac{dz}{d\chi} \frac{d\zeta}{\sqrt{\zeta^2 - 1}} \right] = 0 \quad (9)$$

donde  $\zeta = \eta/q$  es la coordenada adimensional que describe la posición de las dislocaciones en la configuración transformada y  $\sigma_\chi$  es la transformada de

la tensión que actúa en la configuración original, debida a la tensión aplicada y particularizada a la línea sobre la que se encuentran las dislocaciones (Fig.3). Las integrales se calculan sobre dicha línea.

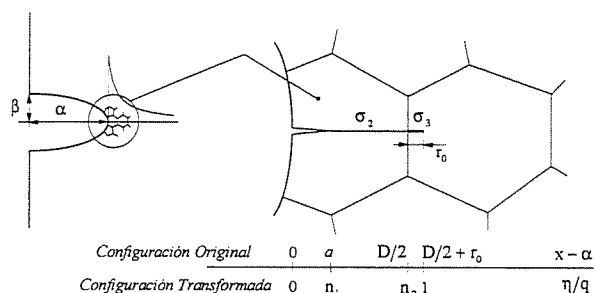


Fig. 3. Representación esquemática de la grieta, zona plástica y barrera en el límite de grano en un espécimen entallado.

Consideremos como aplicación directa de la expresión anterior una entalla elíptica en un medio semi-infinito. Sean  $\alpha$  y  $2\beta$  la profundidad y el ancho de la entalla (Fig.3). En este caso la transformación conforme toma la expresión,  $z = \beta\chi + \alpha(\chi^2 - 1)^{\frac{1}{2}}$ . Particularizando la ecuación (9) se obtiene,

$$\tau \Omega^{-1}(1) - [(\Omega^{-1}(n_2) - \Omega^{-1}(n_1)) \sigma_2 + (\Omega^{-1}(1) - \Omega^{-1}(n_2)) \sigma_3] = 0 \quad (10)$$

donde el símbolo  $\Omega^{-1}(\cdot)$  se define como,

$$\Omega^{-1}(\zeta) = \beta \operatorname{sen}^{-1} \zeta + \alpha \cos^{-1} \left( q \sqrt{\frac{1 - \zeta^2}{1 + q^2}} \right) \quad (11)$$

Las enes tienen idéntico significado que en el caso de espécimen sin concentrador, pero ahora en el plano transformado.  $q$  representa la longitud total del apilamiento, que corresponderá aproximadamente a la transformada de la longitud del grano situado en la raíz de la entalla y que puede escribirse como,

$$q \approx \frac{1}{\bar{\gamma}^2} \left[ \bar{\alpha} \sqrt{(\bar{\alpha} + 1)^2 - \bar{\gamma}^2} - \bar{\beta} (\bar{\alpha} + 1) \right] \quad (12)$$

donde  $\bar{\alpha} = \frac{\alpha}{D/2}$ ,  $\bar{\beta} = \frac{\beta}{D/2}$  y  $\bar{\gamma}^2 = \bar{\alpha}^2 - \bar{\beta}^2$ .  $D/2$  es la distancia media entre el fondo de la entalla y la primera barrera.

Extrapolando las ideas del caso anterior, el límite de fatiga del componente con entalla  $\tau_{FL}^N$  se definiría como la mínima tensión que hace falta aplicar para que una grieta, creciendo dentro del primer grano en la raíz del concentrador, sea capaz de propagarse al grano vecino. Sustituyendo la condición

de propagación  $\sigma_3 = \sigma_3^I$  en función del límite de fatiga del espécimen sin entalla  $\tau_{FL}$ , expresada por la ecuación (8) y fijando  $n_1 = n_2 \approx 1$ , el factor de reducción de resistencia a fatiga de la entalla se puede expresar (tras laboriosos cálculos) como,

$$K_f = \frac{\tau_{FL}}{\tau_{FL}^N} = (\bar{\alpha} + \bar{\beta}) \left[ \frac{\bar{\alpha}}{\sqrt{q^2 + 1}} + \frac{\bar{\beta}}{q} \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (13)$$

Esto representa una curva universal aplicable a cualquier tamaño de grano. Nótese que probetas del mismo material con entallas geoméricamente semejantes, pero de distinto tamaño, darían diferentes valores de  $K_f$ , ya que  $\bar{\alpha}$ ,  $\bar{\beta}$  y  $q$  serán distintos.

El tamaño de grano  $D$  tiene un importante papel en el modelo descrito. Dada la inherente naturaleza aleatoria del mismo, la cuestión de qué valor de  $D$  debería emplearse en la ecuaciones (8) y (13) es importante. La evidencia experimental indica que las grietas tienden a iniciarse en los granos más grandes, mayores que el tamaño medio. Por ejemplo, James y Morris [12] encontraron que en Al 2219-1851, la iniciación grietas por fatiga tenía lugar mayoritariamente en granos de entre dos y cinco veces el tamaño de grano medio. Más tarde, Cox y Morris [13-14] usaron este hecho en sus simulaciones de crecimiento de grietas a través de una microestructura aleatoria. Este hecho experimental puede ser entendido de la siguiente forma. En primer lugar, los granos mayores tendrán más probabilidad de contener defectos y por tanto, más probabilidad de provocar la nucleación de una grieta incipiente. Por otro lado, los granos de mayor tamaño son capaces de acomodar más deformación plástica durante el estado de iniciación de la grieta, lo que significa una mayor velocidad de propagación y un mayor nivel de concentración de tensión en la zona de bloqueo del límite de grano. Es de esperar, por tanto, que comparativamente, un mayor número de grietas se inicien, en los granos de mayor tamaño. Bajo estas premisas, el parámetro  $D$  a usar en modelos microscópicos no debería calcularse directamente de la distribución estadística de tamaños de grano, sino más bien de la distribución de máximos [15].

En cualquier caso, dadas las dificultades que supone en la práctica la determinación del tamaño de grano característico  $D$ , la única alternativa viable desde el punto de vista ingenieril para la aplicación de los modelos basados en consideraciones microestructurales, es hacer uso de medidas indirectas de la misma. A este respecto, las correlaciones mencionadas en el apartado 2 podrían ser empleadas, utilizando así el límite de rotura o de fluencia como medida macroscópica. No obstante, según lo indica

do en el párrafo anterior, parece más apropiado usar una medida basada directamente en parámetros macroscópicos de fatiga. Así, los autores proponen usar como valor de  $D$ , el deducido de la relación teórica que liga el factor de intensidad de tensiones umbral y el límite de fatiga del material (para igual tipo de carga) obtenido en trabajos previos:

$$D = \frac{2}{\pi} \left( \frac{K_{th}}{\tau_{FL}} \right)^2 \quad (14)$$

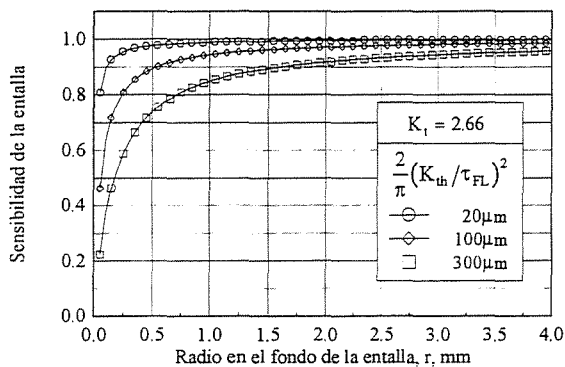


Fig. 4. Sensibilidad a la entalla ( $\lambda$ ), calculada para distintos tamaños microestructurales,  $K_t = 2.66$ .

En la Figura 4 se muestra el coeficiente de sensibilidad a la entalla, obtenido de la ecuación (13), en función del radio en el fondo, para entallas elípticas geoméricamente semejantes ( $K_t$  fijado arbitrariamente a 2.66).

Esta figura pone de manifiesto una clara influencia de la microestructura, la cual está en perfecta concordancia con los resultados experimentales de Peterson. En éstos, materiales con un grano basto, tal como es el caso de aceros recocidos, presentaban valores de  $\lambda$  bastante inferiores a la unidad y sólo se acercaban a uno para grandes entallas. Por otro lado, materiales con grano fino, como en el caso de aceros templados, presentaban valores de  $\lambda$  próximos a uno, unas veces por encima y otras por debajo, debido a la inherente dispersión en los resultados. Dicha tendencia a la unidad cuando las entallas crecen ha sido denominada efecto de tamaño de la entalla (notch-size effect) por Smith y Miller [16], así los valores de  $K_f$  para grandes especímenes coinciden prácticamente con  $K_t$ . Por último, se puede apreciar también de la Figura 4 la disminución de la sensibilidad al decrecer el radio de la entalla.

Una primera aproximación para apreciar la influencia de la aleatoriedad de la distribución de granos en

la formulación presentada, puede ser obtenida permitiendo que el tamaño del primer grano varíe aleatoriamente respecto al valor medio elegido ( $D/2$ ). La Figura 5 muestra los intervalos del 95% de confianza sobre la media de  $\lambda$ , calculado para materiales de grano relativamente fino y grueso. Se ha hecho esto sólo con propósitos ilustrativos, por lo cual la distribución usada en la simulación ha sido simplemente una función de densidad de probabilidad uniforme.

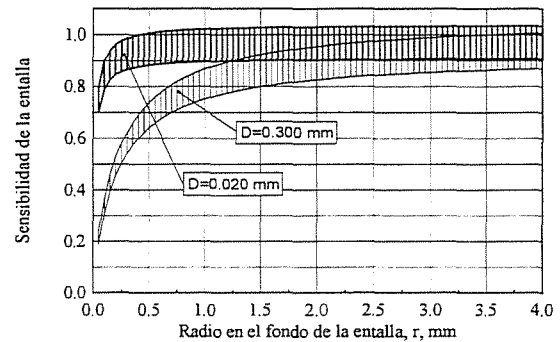


Fig. 5. Intervalo de confianza del 95% para la media de  $\lambda$  ( $K_t = 2.66$ ).

Como ha sido manifestado por otros autores [16-18], al aumentar  $K_t$  la diferencia con  $K_f$  se hace cada vez más grande, tendiendo  $K_f$  a un valor característico. Este hecho es tenido en cuenta también por la ecuación (13). En efecto, si consideremos una serie de entallas con la misma profundidad adimensional  $\bar{\alpha}$  y cuyo radio en el fondo disminuye monótonamente, puede fácilmente demostrarse que el  $K_f$  predicho se aproxima asintóticamente al siguiente límite, al aumentar  $K_t$ ,

$$K_f \xrightarrow{K_t \rightarrow \infty} \sqrt{\bar{\alpha} + 1} \quad (15)$$

La Figura 6 ilustra la idea anterior. Nótese que cuando  $K_t$  se hace muy grande, la entalla se convierte en una grieta de longitud  $(\bar{\alpha} + 1)(D/2) = \alpha + D/2$ . De esta forma, el límite anterior representará la mínima tensión necesaria para que una grieta de tal longitud se propague, como indica el bien conocido diagrama de Kitagawa-Takahashi, obtenido en el contexto del modelo NR,

$$\tau_{FL}^N = \frac{\tau_{FL}}{\sqrt{\bar{\alpha} + 1}} \quad (16)$$

Los resultados anteriores indican también, de manera correcta, que concentradores extremadamente pequeños, tales como marcas superficiales o

porosidades, no provocan una reducción apreciable en la resistencia a fatiga, algo en lo que las fórmulas de Neuber y Peterson fallan, como señaló Heywood [19]. Esta idea puede ser importante para entender correctamente el efecto del acabado superficial en la fatiga de materiales.

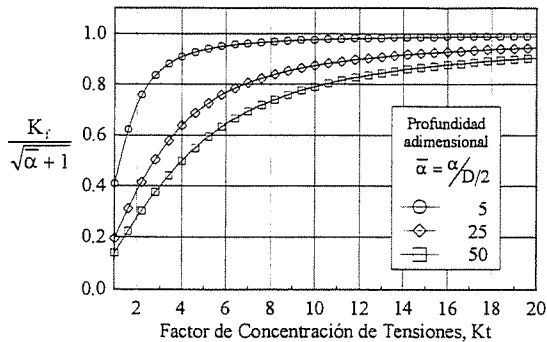


Fig. 6. Tendencia de  $K_f$  al aumentar  $K_t$  (efecto de tamaño de la entalla).

#### 4. CONCLUSIONES

Se ha propuesto una nueva formulación para el estudio de la sensibilidad en entallas tomando como base el modelo NR desarrollado previamente. Las predicciones teóricas realizadas concuerdan con los resultados experimentales y mejoran en cierto sentido las expresiones propuestas por otros autores. Dada la dependencia intrínseca con la microestructura, el modelo planteado permite poner de manifiesto la naturaleza aleatoria del problema, así como razonar las causas que provocan la dispersión en este tipo de ensayos. Por otro lado, estados límites tales como marcas superficiales o porosidad y su influencia en la resistencia a fatiga permiten ser correctamente tratadas, a diferencia de otros modelos anteriores, como los basados en los trabajos de Neuber y Peterson.

Por último, se ha propuesto una medida indirecta de la longitud microestructural característica para problemas de fatiga, basada en propiedades macroscópicas específicas para este tipo de solicitaciones, como son, el factor de intensidad de tensiones umbral y el límite de fatiga del material.

**Agradecimientos.** Las investigaciones recogidas en este trabajo han sido financiadas parcialmente a través de los proyectos MAT92-0695 y ACP96-0121 de la CICYT. Asimismo, los autores agradecen al Ministerio de Edu-

cación y Ciencia la beca de formación de personal investigador que disfruta C. Vallellano para la realización de su tesis doctoral.

#### 5. REFERENCIAS

- [1] Neuber, H., "Theory of notch stresses" pp. 163, J.W. Edwards, Publisher, Inc., Ann Arbor, Michigan (1946).
- [2] Peterson, R. E., "Notch-sensitivity", Metal Fatigue (Eds. G.Sines & J.L.Waisman) pp. 293-307. McGraw-Hill Book Company, Inc. London (1959).
- [3] Kunh, P. & Hardrath, H.F., "An engineering method for estimating notch-size effect in fatigue tests of steel", NACA Tech. Note 2805 (1952).
- [4] Massonnet, C., "The effect of size, shape and grain size on the fatigue strength of medium carbon steel", Proc. ASTM 56, 954-979 (1956).
- [5] Hall, E.O., "The deformation and ageing of mild steel: III discussion of results", Proc. Phys. Soc. Lond., London B64, 747-753 (1951).
- [6] Petch, N.J., "The cleavage strength of polycrystals", J. Iron Steel Inst., 174, 25-28 (1953).
- [7] Gladman, T. & Pickering, F.B., "The effect of grain size on the mechanical properties of ferrous materials", Yield, flow and fractures of polycrystals (Ed. Baker T.N.), pp. 141-198, Applied Science Publishers (1983).
- [8] Miller, K.J., "Initiation and growth rates of short fatigue cracks", Fundamentals of deformation and fracture (Ed. Cambridge Univ. Press), pp. 477-500, Eshelby Memorial Symposium, Sheffield (1985).
- [9] Navarro, A. & de los Rios, E.R., "Fatigue crack growth modelling by successive blocking of dislocations", Proc. R. Soc. Lond. A437, 375-390 (1992).
- [10] Navarro, A. & de los Rios, E.R., "Short and long fatigue crack growth: a unified model", Phil. Mag. 57, 37-42 (1988).
- [11] de los Rios, E.R., Xin, X.J. & Navarro, A., "Modelling microstructurally sensitive fatigue short crack growth", Proc. R. Soc. Lond. A447, 111-134 (1994).

- [12] James, M.R. & Morris W.L., "The role of microplastic deformation in fatigue crack initiation", *Fatigue mechanisms: advances in quantitative measurement of physical damage* (Eds. Lankford, J., Davidson, D.L., Morris, W.L. & Wei, R.P.) ASTM/STP 811, 49-70, Philadelphia, PA. (1983).
- [13] Cox, B.N. & Morris, W.L., "Monte Carlo simulation of growth of small fatigue cracks", *Engng. Fract. Mech.* 31, 591-610 (1988).
- [14] Cox, B.N., "Induction from Monte Carlo simulations of small fatigue cracks", *Engng. Fract. Mech.* 33, 655-670 (1989).
- [15] Hussain, K., Navarro, A. & de los Rios, E.R., "Microstructural variations in short fatigue crack propagation of a C-Mn steel", *Short fatigue cracks* (Eds. Miller, K.J. & de los Rios, E.R.), ESIS Publication N.13, pp. 115-132, Mechanical engineering publications, London (1992).
- [16] Smith, R.A. & Miller, K.J., "Prediction of fatigue regimes in notched components", *Int. J. Mech. Sci.* Vol.20 (Ed. Pergamon Press), pp.201-206 (1978).
- [17] Frost, N.E. & Dugdale, D.S., "Fatigue tests on notched mild steel plates with measurement of fatigue cracks", *J. Mech. Phys. Solids* 5, 182-192 (1957).
- [18] Frost, N.E., "Significance of non-propagating cracks in the interpretation of notched fatigue data", *J. Mech. Engng. Sci.* 3(4), 299-302 (1961).
- [19] Heywood, R.B., "Design against Fatigue", Chapman & Hall Ltd., London (1962).