

**COMPORTAMIENTO A FATIGA DE MATERIALES COMPUESTOS BAJO CARGA ALEATORIA**

M. López Aenlle, M.J. Lamela Rey, A. Fernández Canteli  
 Departamento de Construcción e Ingeniería de Fabricación  
 E.T.S.I.I. e I.I. Universidad de Oviedo. Campus de Viesques. 33204 Gijón.

**Resumen.** La experimentación de fatiga bajo carga de amplitud constante no refleja la sollicitación real que soportan los materiales compuestos en estado de servicio, en donde su naturaleza es aleatoria y de amplitud variable. Por ello es necesario establecer un criterio que permita comparar los resultados de distintos tipos de ensayo. En este trabajo se propone la utilización del criterio de la tensión equivalente, como criterio de comparación, y la ley de Palmgren-Miner, como modelo de acumulación de daño, en el estudio del comportamiento a fatiga del laminado IM7/8552 [0/90]<sub>4s</sub>. Asimismo, la evaluación estadística de resultados experimentales se realiza mediante la aplicación de la Teoría Estadística de Extremos.

**Abstract.** Fatigue tests carried out under constant amplitude loading don't reflect the actual loads under which composite materials are summited in service conditions, where load behaviour is random and with variable amplitude. Therefore, it is necessary to stablish a criterium that permits to compare different kind of tests. In this work, the equivalent stress as a comparative criterium and the Palmgren-Miner law as a model of accumulated damage are propossed for the study of IM7/8552 [0/90]<sub>4s</sub> laminate. Likewise, the statistical evaluation of experimental results is done by means of the Extreme Value Theory.

## 1. INTRODUCCIÓN.

Tradicionalmente, la caracterización a fatiga de materiales compuestos se realiza mediante programas experimentales de carga de amplitud constante, o mediante secuencias preddefinidas de bloques de carga de amplitud constante. Los ensayos de fatiga de amplitud constante son los más sencillos de realizar en el laboratorio y los más fáciles de interpretar, pero realmente no representan el estado de carga real al que el material está sometido en servicio. Los ensayos mediante bloques de carga pueden realizarse con amplitud variable y con alternancia de secuencia, pero no son realmente aleatorios, aunque, al objeto de minimizar el efecto de la secuencia, los bloques pueden ser de pequeña duración, con lo que el número de repeticiones es alto. Además, con el objeto de evitar el efecto secuencia, los bloques deben ser de pequeña duración y el número de repeticiones alta [1].

En el caso de estructuras aeronáuticas, los materiales están sometidas a turbulencias atmosféricas, a las que se suman los procesos de cargas por aterrizaje y despegue. Por tanto, la historia de carga que soportan es de amplitud variable y de naturaleza aleatoria. Por otro lado, a las dificultades derivadas de la aleatoriedad de la carga, hay que añadir la dispersión que presenta la resistencia del material, con lo que se introduce una mayor incertidumbre en el proceso de rotura, y en la posterior evaluación de los resultados.

La realización en el laboratorio de ensayos de carga aleatoria requiere la generación de una historia de carga representativa del proceso al que el material va estar sometido en servicio, ya que cada historia de carga que se genera es sólo una de las muchas que

pueden representar el mismo proceso aleatorio [2]. Con cargas de tipo aleatorio, la descripción del proceso de carga solamente puede hacerse de forma estadística. La obtención de una historia de carga representativa es un problema difícil de resolver. En este trabajo se utilizó una carga aleatoria, estacionaria, gaussiana, de banda estrecha y de 4 Hz de frecuencia, generada en tiempo real mediante un programa en C desde un computador externo, que posteriormente se utilizó como señal de comando para la máquina servohidráulica de ensayos MTS.

Para la interpretación de los resultados de carga aleatoria, y con el objeto de comparar resultados con los ensayos de fatiga de amplitud constante, se admite la existencia de equivalencia de probabilidad de rotura, para diferentes niveles de carga, de acuerdo con la llamada ley lineal de acumulación de daño, lo que permite el cálculo de una tensión equivalente, para cada historia de carga por bloques a partir de la curva S-N del material. El mismo procedimiento puede realizarse con los resultados de los ensayos de carga aleatoria.

Diversas teorías, tanto empíricas como basadas en la degradación de rigidez, en la degradación de resistencia residual, o en la acumulación de daño, han sido formuladas con el objeto de predecir la vida a fatiga de materiales compuestos. En este trabajo, la evolución de las curvas de rigidez en fatiga de amplitud constante y en bloques de carga, permitió establecer conclusiones respecto a los mecanismos de daño que se desarrollan en el material.

Los resultados experimentales correspondientes a la caracterización mecánica de materiales compuestos,

presentan una gran dispersión, en especial, aquéllos obtenidos en ensayos de fatiga. En consecuencia, se hace necesario el uso de métodos estadísticos, tanto para su evaluación, como para la predicción de resultados [3,4].

En este trabajo, la evaluación estadística de resultados se realizó con el programa EXTREMES [5], adoptando para las muestras de resultados funciones de distribución de Weibull para mínimos.

## 2. TRABAJO EXPERIMENTAL.

El material empleado es un laminado de altas prestaciones fabricado por el INTA para la E.T.S.I.I. e I.I. de la Universidad de Oviedo durante el desarrollo del proyecto "Modelización y contraste experimental de la fractura y fatiga de laminados de fibra de carbono" MAT95-0613-C02-01.

El laminado, denominado IM7/8552, está formado por fibras continuas de carbono de módulo intermedio Hércules IM7, embebidas en una matriz epoxi, Hércules 8552, modificada con agente base amina para mejorar su tenacidad y curado. El laminado se elaboró siguiendo una secuencia de capas  $[0/90]_{4s}$ . El material muestra buenas propiedades de tolerancia al daño y de resistencia al impacto para temperaturas de servicio de hasta 120 °C. El porcentaje de fibras en el compuesto es del 60% en volumen.

Todos los ensayos se realizaron en el laboratorio de la E.T.S.I.I. e I.I. de Gijón utilizando una máquina servohidráulica MTS-810.22, con una capacidad de carga de 100 kN.

Para la caracterización mecánica del material se realizaron ensayos estáticos de tracción, cortadura y flexión según las normas ASTM. Posteriormente, se realizó la caracterización a fatiga del material, mediante un programa de ensayos de tracción a 4 Hz, bajo sollicitaciones de amplitud constante, de bloques de carga y de carga aleatoria.

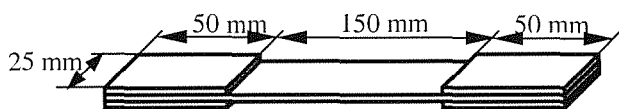


Fig. 1 Geometría de las probetas utilizadas en los ensayos de fatiga.

## 3. FATIGA BAJO CARGA A TRACCIÓN DE AMPLITUD CONSTANTE.

Los niveles de carga utilizados en los distintos ensayos a fatiga de amplitud constante, se fijaron con el fin de

alcanzar tensiones máximas del 85%, 82.5%, 80%, 77.5%, 75% y 70% respectivamente, de la resistencia a tracción del material, cuyo valor mediana resultó ser  $\sigma_t = 1347 \text{ N/mm}^2$ .

En general, en el programa experimental de carga con amplitud constante se realizaron cinco ensayos por nivel, con una relación de tensiones constante  $R = \sigma_{\min} / \sigma_{\max} = 0.1$  para una frecuencia de 4 Hz. En el nivel del 70%  $\sigma_t$  únicamente se realizó un ensayo para comprobar la tendencia de la curva S-N del material, dada la larga duración de los ensayos a porcentajes relativamente bajos de carga. El número de ciclos a rotura obtenidos para cada nivel de carga, aparecen representados en la figura 2, en la que se puede deducir que la considerable dispersión de los resultados de los ensayos estáticos repercute en los resultados de los ensayos de fatiga en los niveles altos de carga, con aparición, en algunos casos, de roturas para números de ciclos bajos y de la consiguiente dispersión [6]. Por esta razón, los resultados de estos niveles, no fueron considerados, a efectos del cálculo de la curva S-N, más que para la determinación de la línea horizontal de cierre, coincidente con la resistencia estática.

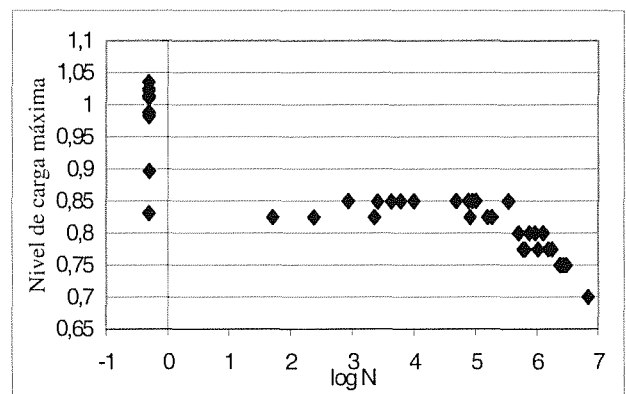


Fig. 2. Representación del número de ciclos a rotura en el ensayo de fatiga a tracción de amplitud constante.

Dado que se disponía solamente de cinco ensayos por nivel, se juzgó oportuno agrupar todas las muestras en un único colectivo, mediante un procedimiento de normalización, con el fin de aumentar la fiabilidad de la evaluación [5]. Dado que la distribución de Weibull se mantiene estable al ser sometida a una transformación del tipo:

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} \quad (1)$$

la función de distribución de Weibull, para la nueva variable Z, puede escribirse de la forma:

**ANALES DE MECANICA DE LA FRACTURA VOL. 16 (1999)**

$$F(Z; \delta, \lambda, \beta) = 1 - \exp \left[ - \left( \frac{Z - \frac{\lambda - \mu}{\sigma}}{\frac{\delta}{\sigma}} \right)^\beta \right] \quad (2)$$

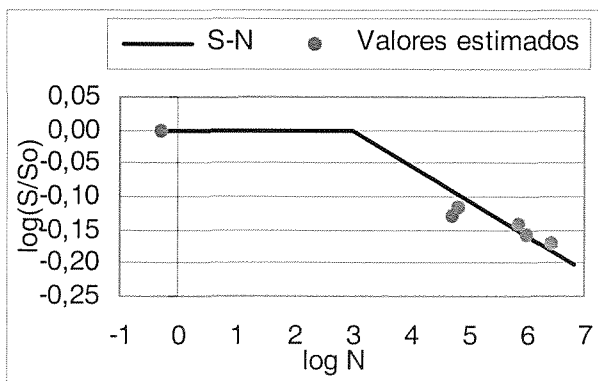
con lo que, si se admite, como se deduce razonablemente de la experimentación, la constancia del parámetro de forma,  $\beta$ , para las distribuciones de resultados de fatiga a diferentes niveles, se llega a la expresión:

$$F(Z; \delta^*, \lambda^*, \beta^*) = 1 - \exp \left[ - \left( \frac{Z - \lambda^*}{\delta^*} \right)^{\beta^*} \right] \quad (3)$$

donde  $\delta^* = \frac{\delta}{\sigma}$ ,  $\lambda^* = \frac{\lambda - \mu}{\sigma}$ ,  $\beta^* = \beta$

Con ayuda del programa EXTREMES, se estimó, mediante ajuste en papel probabilístico, el valor del parámetro de localización, y a partir de él, se evaluaron el parámetro de forma y el parámetro de escala de la función de distribución de Weibull de la muestra global normalizada, mediante el método de la máxima verosimilitud.

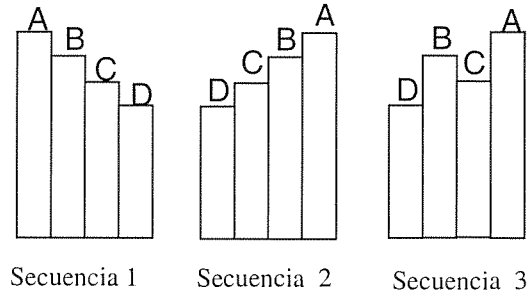
Tras la estimación de los parámetros de la función de Weibull, se calcularon el número de ciclos por nivel para una probabilidad de rotura del 5% (valor característico de diseño) y del 50% del material. Asimismo, dado que la gran duración de los ensayos sólo permite determinar la zona más alta de la curva S-N, su ajuste se limita a una forma bilineal, como se indica en la figura 3 para una probabilidad de rotura del 50%.



**Fig. 3.** Valores de números de ciclos estimados para una probabilidad de rotura del 50% y ajuste de la curva S-N del material.

#### 4. FATIGA BAJO CARGA POR BLOQUES.

Dentro de la experimentación a fatiga por bloques, se realizaron tres secuencias, indicadas en la figura 4.



**Fig. 4.** Secuencias y nivel de carga en ensayos a fatiga por bloques (A = 82.5 %  $\sigma_t$ , B = 80 %  $\sigma_t$ , C = 77.5 %  $\sigma_t$ , D = 75 %  $\sigma_t$ ).

Para minimizar efectos de secuencia, se realizaron los ensayos con una duración por bloque correspondiente a un incremento del número de Miner  $\Delta M = 0.005$  [1]. La duración de cada bloque se dedujo a partir del número de ciclos estimado en los ensayos de fatiga con amplitud constante, para una probabilidad de rotura del 50%.

Al igual que en los ensayos de fatiga de amplitud constante, en el caso de los bloques de carga se llevó a cabo la evaluación del número de Miner a partir de una normalización estadística de los resultados y la estimación de los parámetros de la función de distribución de Weibull, una vez comprobada ésta como dominio de atracción. A partir de la función de distribución de Weibull, se determinaron los valores del número de Miner del material para probabilidades de rotura del 5% y del 50%, tal como que se muestra en la tabla 1.

**Tabla 1.** Número de Miner estimado para probabilidades de rotura del 5% y 50%.

	Pr ( 5%)	Pr ( 50%)
Nº de Miner	0.24	0.8

#### 5. FATIGA BAJO CARGA ALEATORIA.

Los ensayos de carga aleatoria en el compuesto laminado se realizaron con una carga estacionaria gaussiana de banda estrecha y 4 Hz de frecuencia. Al ser la señal de carga generada de tipo aleatorio, estacionaria y gaussiana, los picos de carga siguen una distribución de Rayleigh [7], que queda definida a

partir del valor medio y de la desviación típica de la señal de carga.

La señal de carga se generó en un computador externo en tiempo real, mediante un programa en lenguaje C, y se hizo pasar a través de un convertidor digital-analógico para ser utilizada como señal de comando de la máquina servohidráulica de ensayos utilizada (figura 5). El nivel de tensión  $\sigma(t)$  aplicado en cada instante a la probeta, viene dado por la ecuación:

$$\sigma(t) = A \sin(\omega t) \quad (4)$$

donde A es la amplitud de la señal, que sigue una distribución de Rayleigh,  $\omega$  es la frecuencia y t es el tiempo.

La selección de la desviación típica de la carga se realizó adoptando una solución de compromiso, para garantizar una cantidad representativa de picos altos y ausencia de roturas estáticas del material, lo que condujo a un truncamiento suave de los picos máximos en la señal generada. De esta forma, los picos de la historia de carga siguen una distribución de Rayleigh modificada.

Con objeto de analizar los resultados y poder compararlos con los obtenidos para amplitud constante y fatiga por bloques, se utilizó el concepto de tensión equivalente. Así, mediante la expresión:

$$\Delta\sigma_{eq}^m = \int_a^b (\Delta\sigma)^m \cdot f_{\Delta\sigma}(\Delta\sigma) \cdot d\Delta\sigma \quad (5)$$

es posible calcular una tensión en la curva S-N equivalente a la aleatoria aplicada [7]. En la ecuación (5) 'm' es el exponente de la curva S-N,  $f_{\Delta\sigma}(\Delta\sigma)$  es la función de densidad del número de ciclos para cada rango  $\Delta\sigma$ , y 'a' y 'b' (límites de integración) son los valores del rango de tensión máximo y mínimo aplicado.

La ecuación (5) está basada en una ley de acumulación lineal de daño (ley de Palmgren-Miner). Para su aplicación es necesario obtener además la ecuación de la curva S-N. En este caso, según se indica en la figura 3, se realizó un ajuste lineal en escala doblemente logarítmica, obteniéndose la ecuación:

$$N \cdot \Delta\sigma^{24} = 10^{77.5} \quad (6)$$

En los ensayos realizados con carga aleatoria se fijaron los siguientes parámetros para la carga: desviación típica  $\sigma=190 \text{ N/mm}^2$ ,  $\sigma_{max}=82.5\% \sigma_t$ ,  $\sigma_{min}=8.25\% \sigma_t$ ,  $\sigma_{med}=45.5\% \sigma_t$ . La generación de la señal se hizo de forma totalmente aleatoria, de tal manera que podían producirse picos muy pequeños o picos muy altos. El

valor de la tensión máxima aplicada coincidió con la máxima aplicada en carga por bloques.

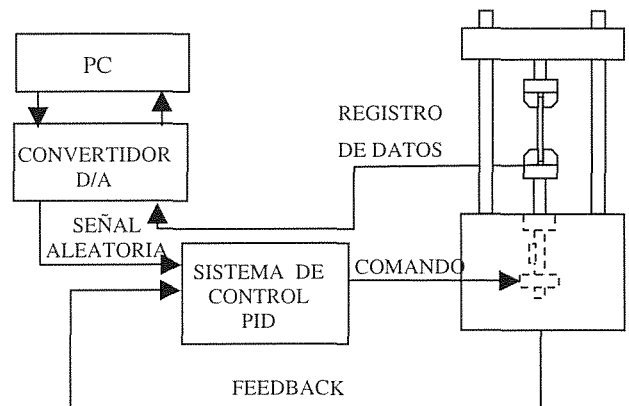


Fig. 5. Generación de una señal aleatoria y aplicación a una máquina de ensayos servohidráulica MTS.

De la aplicación la ecuación (5) con los parámetros utilizados en los ensayos, se dedujo una  $\sigma_{eq-max}=975 \text{ N/mm}^2$ , que en la curva S-N equivale al nivel del 72.5% y a un número de ciclos  $N=3250000$ , correspondiente a un número de Miner =1 para el 50% de probabilidad.

Cabe destacar que la dispersión de los resultados en carga aleatoria es menor que en el caso de carga por bloques, aunque el valor de la tensión máxima sea el mismo.

Con el fin de estudiar la influencia de la carga, como causa adicional a la del material en la dispersión de los resultados [2], se compararon los resultados obtenidos en distintas probetas a las que se aplicó la misma historia de carga, generada aleatoriamente y registrada en el computador, con los obtenidos en probetas a las que se aplicaron historias de carga con generación aleatoria independiente, pero manteniendo los mismos parámetros estadísticos. Los resultados obtenidos aparecen reflejados en la tabla 2. Como era de esperar, la dispersión aumenta cuando las historias de carga son de generación independiente, mientras que su valor medio es aproximadamente el mismo. Dado que el número de ensayos realizados no es suficiente, no se hizo el análisis estadístico que determinaría el efecto de la carga en la dispersión de los resultados. Asimismo, debido a la gran dispersión en los resultados, no es factible hacer la hipótesis de que el material utilizado en las probetas es exactamente el mismo, por lo que no es posible determinar qué porcentaje de la dispersión se puede asignar únicamente a la carga.

## 6. CURVAS DE RIGIDEZ.

La evolución de las curvas de rigidez en fatiga proporciona información del grado de acumulación de daño en el material. De hecho, existen ecuaciones de

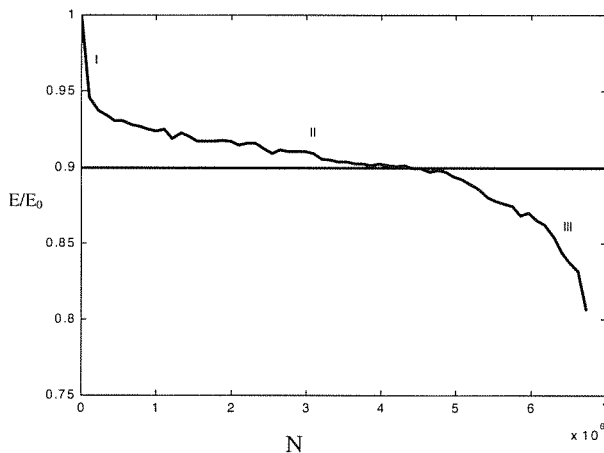
**ANALES DE MECANICA DE LA FRACTURA VOL. 16 (1999)**

predicción de vida basadas en la degradación de rigidez. En los ensayos de fatiga con amplitud constante, la evolución de la rigidez obtenida en los ensayos para los niveles más bajos, es similar al descrito en la bibliografía especializada [8], presentando tres estados, como se indica en la figura 6. Sin embargo, en los ensayos de bloques y en niveles altos de amplitud constante, el estado III aparece en muy pocas ocasiones. Se deduce que esto es debido a que en niveles altos de carga se impide el desarrollo de los mecanismos típicos de daño a bajo nivel de carga, al producirse una rotura estática.

**Tabla 2.** Número de Miner obtenido en ensayos de carga aleatoria.

	Misma historia de carga	Distinta historia de carga
<b>Media</b>	0.9	0.9
<b>Desv. típica</b>	0.2	0.4

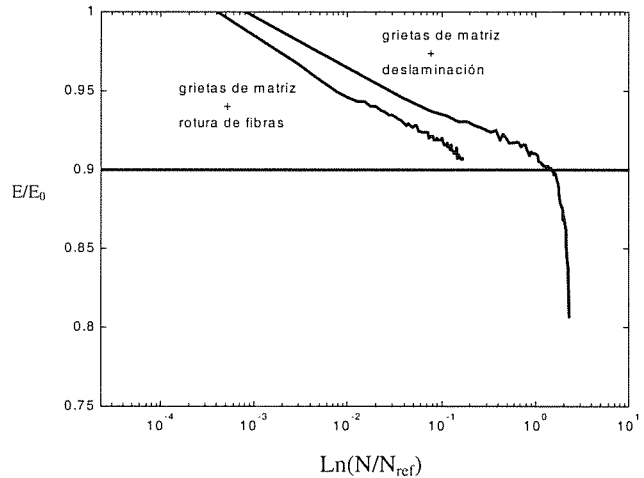
Se observó en los ensayos de amplitud constante y por bloques que la evolución de las curvas de rigidez, y como consecuencia la vida a fatiga del material, depende en gran medida de los mecanismos de daño que se desarrollen en su interior.



**Fig. 6.** Curva de rigidez en fatiga de amplitud constante y niveles bajos de carga.

Si se representan las curvas de rigidez en escala logarítmica (figura 7), con la vida a fatiga normalizada respecto a un nivel de referencia del ensayo de mayor duración, se observa que en las probetas ensayadas en los niveles altos de carga, cuyos mecanismos principales de rotura son la rotura de matriz y la rotura de fibras, el fallo se produce antes de que la pérdida de rigidez decrezca más del 10%. Como puede apreciarse, se trata de curvas que presentan un único tramo lineal.

Por otro lado, cuando los mecanismos que se desarrollan son la rotura de matriz y la deslaminación, las curvas presentan dos tramos lineales claramente diferenciados. El cambio de pendiente se produce cuando el descenso de rigidez alcanza el valor del 10%. A medida que el grado de deslaminación aumenta, el descenso de rigidez es mayor y la pendiente del segundo tramo aumenta.



**Fig. 7.** Representación de las curvas de rigidez en función de los mecanismos de daño que se desarrollan en el material.

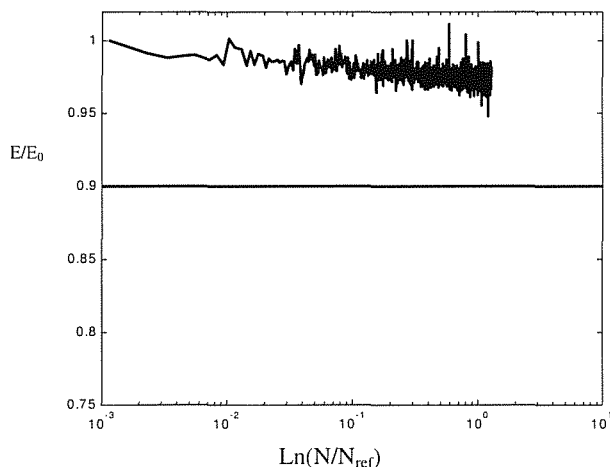
Por lo tanto, independientemente de los mecanismos de daño existentes, las curvas de rigidez presentan siempre un primer tramo recto con una misma pendiente. El segundo tramo recto, sólo aparece cuando el daño por deslaminación es importante, y su pendiente es mayor cuando el grado de deslaminación crece.

A partir de estas observaciones, parece razonable tomar como valor umbral un descenso de rigidez del 10%, que define cuándo el mecanismo de daño por deslaminación está presente. Por lo que se pudo comprobar en este trabajo, este valor umbral es además independiente del nivel de carga al que se realizó el ensayo.

En cuanto a los ensayos de bloques, que se realizaron siempre con la misma historia de carga y con alternancia de secuencias, las curvas de rigidez presentan una gran variedad, debido a la dispersión de los resultados, que sólo puede explicarse por el desarrollo de distintos mecanismos de daño y de su efecto en la duración de la vida a fatiga del material.

Cuando la carga aplicada es de tipo aleatorio, apenas se obtiene variación de rigidez durante el ensayo (figura 8). Resulta, por tanto, una curva prácticamente plana, que no presenta los habituales estados I, II, III característicos de los ensayos de bloques y de amplitud

constante. En consecuencia, se puede deducir que la evolución de los mecanismos de daño producidos bajo carga aleatoria se desarrollan de forma diferente que bajo carga de amplitud constante y por bloques. Una posible explicación podría atribuirse a la actuación simultánea de los mecanismos propios de los niveles altos de carga y de los bajos, lo que se traduciría en una mayor homogeneidad de la evolución de la pendiente media de las curvas de rigidez.



**Fig. 8.** Representación de la rigidez para ensayos de carga aleatoria.

## 6. CONCLUSIONES

1. Las altas prestaciones en fatiga del material ensayado impiden un ajuste fiable de la curva S-N, al ser inviable la realización de ensayos para bajos niveles de carga, debido a su larga duración. En consecuencia, la curva S-N se define simplificada en forma bilineal.
2. La dispersión de los resultados relativos a la resistencia estática del material plantea dificultades para la elección de los niveles de carga altos, al poder producirse en ellos, tanto roturas estáticas como de fatiga.
3. La dispersión que se obtiene en los resultados de fatiga, y los bajos números de Miner que resultan para probabilidades de diseño bajas, hacen ineludible un análisis estadístico riguroso.
4. Se ha desarrollado una metodología para la realización de ensayos de carga aleatoria, basada en la generación de una señal aleatoria mediante un computador externo.
5. Las distribuciones del número de Miner, obtenidas para los ensayos con carga por bloques y carga aleatoria, son marcadamente diferentes. Mientras que la media es

aproximadamente la misma para ambos casos e inferior a la predicha, es decir 1, la dispersión es mayor para el caso de carga por bloques.

6. El estudio de las curvas de rigidez en fatiga de amplitud constante y de bloques permite deducir la existencia de un valor umbral de la pérdida de rigidez, que se estima en un 10% y que indica el inicio de la deslaminación. Bajo carga aleatoria, la curva de rigidez es prácticamente plana, por lo que las conclusiones obtenidas a partir de los ensayos de carga de amplitud constante y por bloques no pueden ser aplicables.

## 7. AGRADECIMIENTOS.

Los autores agradecen la financiación económica recibida de la CICYT a través del proyecto de investigación MAT95-0613-CO2-01, así como el permiso de utilización del programa EXTREMES y el asesoramiento estadístico dispensado por el profesor Castillo Ron de la Universidad de Cantabria.

## 8. REFERENCIAS.

- [1] Fernández Canteli A., "Statistical Interpretation of the Miner-number Using an Index of Probability of Total Damage", IABSE Colloquium, Lausanne, (1982).
- [2] Domínguez J., "Fatigue Crack Growth under Variable Amplitude Loading", Handbook of Fatigue Crack Propagation in Metallic Structures, Elsevier Science B.V., 955 - 997, (1994).
- [3] Castillo E., "Extreme Value Theory in Engineering", Academic Press, (1980).
- [4] Fernández Canteli A., Lamela M.J., García M.A., Castillo E., "Sobre la Evaluación de Resultados Dispersos de Fatiga Estadísticamente no-Homogéneos", Anales de Mecánica de la Fractura, 14, 219-224, (1997).
- [5] Castillo E., Alvarez E., Cobo A., Herrero T., "An Expert System for the Analysis of Extreme Value Problems". Universidad de Cantabria, (1993).
- [6] López Aenlle M., Fernández Canteli A., Lamela Rey M.J., "Caracterización a fatiga de compuestos laminados de altas prestaciones", Anales de Mecánica de la Fractura, 15, 372-377, (1998).
- [7] Krenk S., Thorup E., "Stochastic and a Constant Amplitude Fatigue Test of Plate Specimens with a Central Hole", Technical University of Denmark, (1989).
- [8] Reifsnider Ken L., "Fatigue of composite materials", Elsevier, (1991).
- [9] López M., Fernández Canteli A., Lamela M.J., "Caracterización a fatiga de compuestos laminados de altas prestaciones", Anales de Mecánica de la Fractura, 15, 372-377, (1998).