

INFLUENCIA DEL ANCHO DE BANDA DEL PROCESO DE CARGA EN LA DISPERSIÓN DEL CRECIMIENTO DE GRIETAS EN FATIGA BAJO CARGAS ALEATORIAS

B. Moreno, J. Zapatero, P. Martín-Lomeña, J. Pascual
 Área de Ciencia de Materiales e Ingeniería Metalúrgica
 Dpto. de Ingeniería Civil, Materiales y Fabricación
 E.T.S.I.I. de Málaga, Plaza del Ejido s/n, 29013 MÁLAGA.

Resumen. En este trabajo se presentan los resultados de cuatro series de ensayos de crecimiento de grietas por fatiga bajo cargas aleatorias. Para cada serie se han obtenido distintas historias de carga del mismo proceso aleatorio, considerando cuatro procesos con diferentes anchos de banda. Las vidas a fatiga obtenidas para cada grupo de ensayos es analizada estadísticamente para determinar la influencia del ancho de banda del proceso sobre los parámetros y distribución estadísticas de las vidas.

Abstract. Four groups of fatigue crack growth tests under random loading have been carried out. For each group, different loading histories were obtained from the same random process. The four random processes used had different bandwidth. For each group of tests, the fatigue lives obtained are statistically analysed and compared with the other groups. The effect of the bandwidth of the random process on the statistical parameters and distribution of life are analysed.

1. INTRODUCCION.

Existen muchas variables que hacen incierta la predicción de la duración del proceso de crecimiento de grieta por fatiga ante cargas aleatorias. Muchas de estas variables son también aleatorias. Como consecuencia de ello, la vida de crecimiento de una grieta sólo puede aproximarse estadísticamente. Entre las variables aleatorias que influyen en la estadística de la vida a fatiga, pueden citarse la longitud inicial de grieta [1-3], los parámetros que definen la ley de crecimiento de grieta [4,5], el umbral de crecimiento (ΔK_{th}), o la ley de variación de las cargas [6-8].

En gran número de estructuras reales, tales como estructuras de aviones y vehículos automóviles, las cargas se conocen únicamente desde un punto de vista estadístico. Para la definición de las cargas que va a soportar un sistema, deberán conocerse los distintos regímenes de carga a que va a estar sometido el mismo y la frecuencia y orden de aparición de los mismos. Además, como la carga varía aleatoriamente en cada uno de los regímenes, habrá que conocer las características estadísticas de la variación de las cargas y definir un registro de carga representativo del estado de sollicitación en cuestión, que será normalmente de longitud finita.

Para el análisis de la vida a fatiga de un elemento cualquiera, ya sea mediante simulación o ensayo, se aplica repetidamente el registro de carga representativo hasta que se produce el fallo. Pero el registro empleado, aunque representativo, no será más que una muestra de

todos los posibles de idénticas propiedades estadísticas. Empleando otra historia de carga, se obtendrá una vida distinta a la producida con el primer registro. La diferencia entre las vidas obtenidas dependerá de las características del material, de las características estadísticas de la carga y de la longitud del registro empleado.

Para determinadas aplicaciones, especialmente en la industria de la automoción y aeronáutica, se han desarrollado historias de carga standard que pueden ser aplicadas a los sistemas objeto de estudio. Ejemplos son las historias FALSTAFF [9], HELIX [10] Y CARLOS [7]. El número de ciclos contenido en las historias de carga desarrolladas varía apreciablemente de una a otra, dependiendo de la vida esperada del elemento, del tipo de carga a que va a estar sometido e, incluso, del año en que se hizo la definición del registro.

La repetición indefinida, hasta el fallo, de un registro de longitud finita puede ser una fuente de errores por dos razones. Por un lado, introduce un efecto de secuencia, que puede depender de la longitud de ésta [11]. Por otro lado, el registro empleado no es más que una muestra del proceso de carga del sistema: otro registro representativo pero distinto producirá un resultado diferente. Así, la vida obtenida mediante ensayo o simulación con una de estas historias de carga, manteniendo constante el resto de los parámetros que pueden afectar al resultado, no será más que una de las posibles, sin que tenga que ser la media o el valor mínimo. Para conseguir resultados fiables de vida a fatiga bajo cargas reales a partir de simulaciones o

ensayos con registros aleatorios definidos, es importante conocer la posible variación de los resultados en función del registro representativo empleado. Deberá conocerse si es probable que los resultados reales sean muy distintos a los obtenidos con un registro de carga o si la dispersión real esperada es poco significativa.

En trabajos previos realizados por los autores [11,12], empleando simulación numérica, se ha analizado el proceso de crecimiento, la influencia del ancho de banda y de la longitud del registro de cargas, sobre la vida de crecimiento de grieta en fatiga con cargas aleatorias. En este trabajo se presenta un análisis experimental de los mismos efectos. Ello permitirá conocer la bondad de los métodos de simulación empleados para predecir la estadística del crecimiento de grietas por fatiga bajo cargas aleatorias

2. ENSAYOS Y RESULTADOS

Se han realizado cuatro series de ensayos con registros de carga obtenidos a partir de cuatro procesos aleatorios estacionarios gaussianos, caracterizados por diferentes formas de la función de densidad espectral (S(w)) de las cargas nominales. Las S(w) se han seleccionado de forma que todos los procesos de carga tengan la misma varianza, esto es, el mismo momento de orden cero (M₀=35). En la tabla 1 se representan los parámetros que definen dichas funciones de densidad espectral.

Tabla 1. Parámetros que definen las funciones de densidad espectral consideradas.

Tipo	S1	S2	S3	S4	S(w)
H ₁	2	1	1	1.75	
H ₂	0.3	0.5	0.5	-	
W ₁	5	5	10	7	
W ₂	15	25	20	27	
W ₃	80	30	25	-	
W ₄	130	60	75	-	
ε	0.64	0.70	0.77	0.85	

El ancho de banda de los procesos puede caracterizarse en función del factor de irregularidad ε, definido como:

$$\epsilon = \frac{M_2}{\sqrt{M_0 M_4}} \tag{1}$$

Representando M_n el momento de orden n:

$$M_n = \int_{-\infty}^{\infty} \omega^n S(\omega) d\omega \tag{2}$$

Dicho parámetro ε, representa la relación entre la frecuencia de cruces del valor medio con pendiente positiva y la frecuencia de picos. El factor de irregularidad varía entre 0 y 1, siendo la banda más estrecha a medida que se aproxima a uno, y más ancha a medida que se aleja de este valor. Los factores de irregularidad de los procesos utilizados en este trabajo han sido: ε=0.64, ε=0.70, ε=0.77 y ε=0.85 para las series S1, S2, S3 y S4 respectivamente.

Se han simulado numéricamente 20 historias distintas de carga para cada serie, obtenidas a partir de cada uno de los cuatro procesos aleatorios definidos. Posteriormente a la obtención numérica del registro de carga, se añadió una carga media positiva para evitar la existencia de cargas de compresión. El valor medio de todos los registros ha sido 4850 N y la desviación típica, σ=1080 N.

Cada una de las 80 historias de carga generadas, de 25000 ciclos cada una, ha sido aplicada a una probeta diferente, y se ha seguido la evolución de la grieta a lo largo de su crecimiento. El material utilizado en los ensayos, ha sido la aleación de aluminio 2024-T351. Las probetas han sido del tipo Compact Tension (CT) de 12 mm de espesor y 50 mm de ancho. Para producir las mismas condiciones iniciales en el ensayo, todas las probetas han sido preagrietadas con carga cíclica de la misma amplitud hasta una longitud de 15 mm. A continuación, a cada probeta se le aplicó un registro distinto de carga, analizando el crecimiento de la grieta hasta alcanzar 25.3 mm. El registro de carga aplicado en cada ensayo fue repetido indefinidamente hasta alcanzar la grieta la longitud indicada. Información más detallada del procedimiento de ensayo puede verse en [13].

La figura 1 muestra la vida de crecimiento de grieta para cada uno de los ensayos realizados. Los valores correspondientes a cada serie de ensayos se muestran unidos mediante líneas.

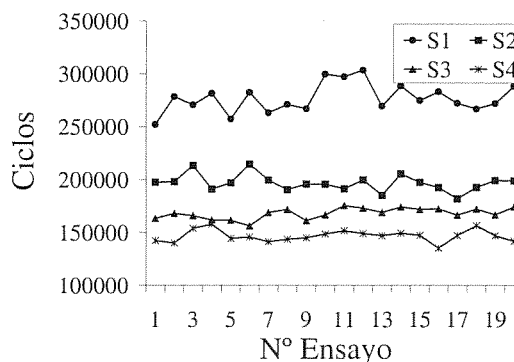


Fig. 1: Vida de crecimiento de grieta para cada ensayo.

En la tabla 2 se muestran, para las cuatro series de ensayos, los valores de los parámetros estadísticos: valor medio del número de ciclos hasta el fallo, μ_{vida},

desviación estándar, σ_{vida} , y coeficiente de variación, $\text{COV}=\sigma_{\text{vida}}/\mu_{\text{vida}}$. Se muestra también el valor medio de los picos de carga, μ_p , así como el de los rangos después de aplicado un proceso de rain-flow, μ_R .

Tabla 2. Parámetros estadísticos de los conjuntos de datos ensayados.

Serie	S1	S2	S3	S4
ε	0.64	0.70	0.77	0.85
μ_p (N)	5718.5	5808	5894.5	6006.6
μ_R (N)	1725.2	1903.5	2077.4	2300.4
μ_{vida}	277166	197113	168299	146972
σ_{vida}	13726.8	7685	5280.1	5502.4
COV_{vida}	0.0495	0.039	0.0314	0.0374

La figura 2 representa el coeficiente de variación de la vida a fatiga en cada una de las cuatro series ($\text{COV}=\sigma_{\text{vida}}/\mu_{\text{vida}}$). En el eje de abscisas se representa el factor de irregularidad, ε , de los registros de carga de cada serie.

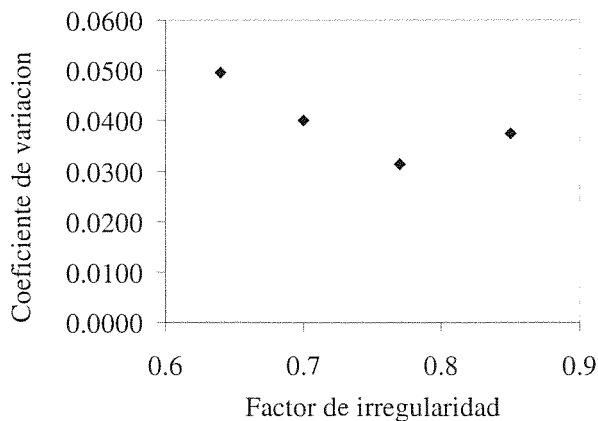


Fig. 2: Coeficiente de variación de la vida a fatiga frente al factor de irregularidad de los registros de carga.

3. DISCUSIÓN

De las figuras 1 y 2 se puede observar la variabilidad de la vida obtenida para cada uno de los ensayos en las cuatro series. Puede apreciarse que, dependiendo del ancho de banda del proceso aleatorio origen de los registros, la media y dispersión de la vida obtenida en cada grupo de ensayos es diferente.

En relación a la media de las vidas puede decirse que el ancho de banda ejerce una gran influencia, incrementándose fuertemente la duración del proceso de crecimiento al aumentar el ancho de banda de los registros, como puede apreciarse en la figura 1. Una explicación de este fenómeno es que, aunque los registros de carga tienen la misma media y desviación típica, los de mayor ancho de banda presentan valores

medios de los picos y de los rangos de carga más bajos, como puede verse en la tabla 2.

En trabajos anteriores realizados por los autores [11,12] con estos y otros anchos de banda y con longitudes de las historias desde 1000 hasta 100000 ciclos, estimando las vidas mediante simulación, se encontró que si bien la longitud del registro tiene poca influencia sobre las vidas medias, el ancho de banda del proceso si tiene una mayor influencia produciéndose igualmente un aumento del valor medio de vida al aumentar aquel.

Para determinar la variación de la vida media con el ancho de banda dichos autores proponen una relación con el parámetro $\varepsilon_{1.5}$, donde:

$$\varepsilon_n = \frac{M_n}{\sqrt{M_0 M_{2n}}} \quad (3)$$

El factor de irregularidad, o parámetro ε , considerado hasta ahora para caracterizar el ancho de banda corresponde al parámetro ε_2 .

La relación encontrada puede expresarse como:

$$\mu_i \alpha_{1.5i}^2 = D \quad (4)$$

donde μ_i es el valor de vida media del proceso i y D es una constante para todos los procesos de idéntico nivel de carga (media y desviación).

En la tabla 3 se comparan los valores de vida media obtenidos usando la ecuación 4 con los resultados experimentales. La constante D se ha estimado a partir del valor experimental de vida media de la serie S3 ($\varepsilon=0.77$). Puede observarse que las diferencias entre valores estimados y experimentales no exceden del 8%.

Tabla 3: Comparación de los resultados experimentales con los estimados por la ecuación 4.

Serie	S1	S2	S3	S4
ε (ε_2)	0.64	0.70	0.77	0.85
$\varepsilon_{1.5}$	0.666	0.7736	0.826	0.8997
μ_{vida} experimental	277166	197113	168299	146972
μ_{vida} estimada	258877	191871	-	141856
$\frac{\mu_{\text{vida}}}{\mu_{\text{vida}}}$ estimada/experimental	0.934	0.973	1	0.965

La dispersión de los resultados en cada serie de ensayos puede analizarse mediante la desviación estándar o bien mediante el coeficiente de variación, $COV = \sigma_{vida} / \mu_{vida}$. En la figura 2 puede observarse que el efecto del ancho de banda es pequeño. Aunque el COV se reduce al pasar de $\epsilon = 0.64$ a $\epsilon = 0.70$ y de éste a $\epsilon = 0.77$, la reducción no es muy pronunciada, incluso al pasar de $\epsilon = 0.77$ a $\epsilon = 0.85$ el COV aumenta, aunque este incremento es pequeño.

Un resultado similar se obtuvo mediante simulación de todos los ensayos mediante un modelo que tiene en cuenta las tensiones de cierre [14,15]. Diversas series de simulaciones realizadas previamente por los autores [12] permitieron comprobar que la reducción del COV al reducir el ancho de banda era apreciable con registros de corta longitud y bastante menor en casos de registros de longitud suficientemente grande. Los registros de longitud finita repetidos indefinidamente hasta el fallo del elemento, introducen un efecto de secuencia artificial que no existe en el proceso estacionario real, por lo que pueden influir en el proceso de crecimiento de grieta. Este efecto lógicamente es más acusado cuanto menor sea el número de ciclos del registro. La influencia del valor extremo del registro de carga aplicado en cada uno de los ensayos, sobre la vida a fatiga producida, también ha sido analizada [16].

Finalmente, otro aspecto analizado la distribución estadística de vida producida en cada serie de ensayos, y la influencia del ancho de banda sobre el tipo de distribución de vida. Para ello, se han ajustado a las vidas de crecimiento obtenidas en los ensayos varias funciones de distribución. Se han utilizado las funciones de densidad de probabilidad de extremos Gumbel y Frechet, y la log-normal, distribuciones todas ellas de dos parámetros. La bondad del ajuste se ha comprobado mediante el test de Kolmogorov, los resultados del mismo se muestran en la tabla 4.

Así mismo, se han considerado la distribución de Weibull de mínimos de tres parámetros y la log-normal también de tres parámetros (tabla 5). El ajuste del tercer parámetro o desplazamiento se ha realizado buscando aquél que conduce al mínimo parámetro de Kolmogorov.

Tabla 4. Valores obtenidos en la prueba de ajuste de Kolmogorov, para las distribuciones de dos parámetros log-normal, Gumbel y Frechet.

Series	ϵ	Log-normal	Gumbell	Frechet
S1	0.64	0.0880	0.0806	0.0840
S2	0.70	0.1829	0.1437	0.1383
S3	0.77	0.1143	0.1328	0.1323
S4	0.85	0.0963	0.0990	0.1049

De estos resultados se puede ver, que las diferencias de ajuste entre las distribuciones de: Frechet, Gumbel y log-normal de dos parámetros son muy reducidas, no existiendo una clara tendencia como para tomar a ninguna de ellas como representativa de la distribución estadística de la vida.

Tabla 5. Valores obtenidos en la prueba de ajuste de Kolmogorov, para las distribuciones de tres parámetros log-normal y Weibull.

Series	ϵ	Log-normal	Weibull
S1	0.64	0.0753	0.0794
S2	0.70	0.1538	0.1853
S3	0.77	0.1078	0.0888
S4	0.85	0.0828	0.1098

Por otro lado, comparando los resultados de las tablas 3 y 4, puede observarse que las distribuciones de tres parámetros permiten lógicamente un mejor ajuste, y en este caso, excepto en la serie S3, la distribución de Weibull se ajusta peor a la distribución de los datos que la log-normal de tres parámetros. Hay que tener en cuenta que 20 datos es un tamaño de muestra bastante pequeño como para ajustar con suficiente precisión una función de densidad de probabilidad.

El mismo estudio se ha realizado para distintas longitudes de grieta a lo largo del proceso de crecimiento, encontrándose resultados muy similares.

En la figura 3 se representa en papel probabilístico normal la distribución correspondiente al caso de banda más ancha (S1), pudiéndose observar la calidad del ajuste.

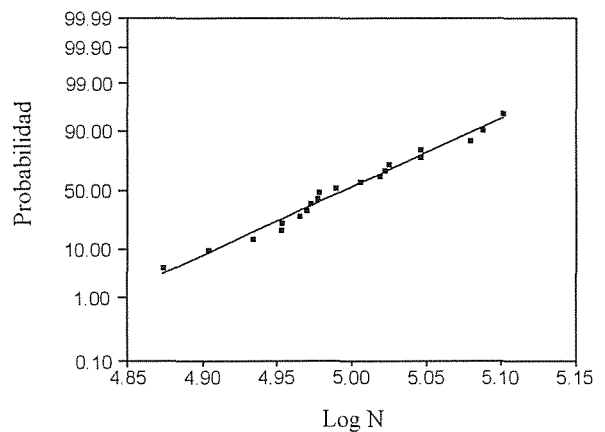


Fig. 3: Diagrama log-normal de los resultados de ensayos correspondientes a la serie S1.

En la figura 4 se representan las frecuencias acumuladas de vida de crecimiento, obtenidas en los ensayos, junto a la predicción que resulta con el ajuste de distribución logarítmico-normal de tres parámetros, también correspondiente al proceso de banda más ancha.

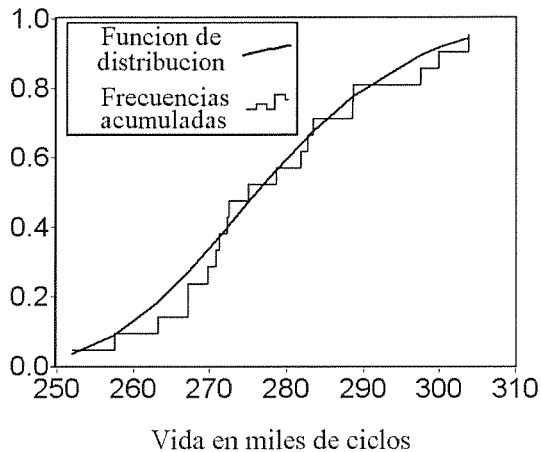


Fig. 4: Frecuencias acumuladas de vida de crecimiento, para la serie de ensayos S1, junto a la predicción que se obtiene ajustado a la distribución log-normal de tres parámetros.

4. CONCLUSIONES

Este trabajo proporciona nuevos datos en crecimiento de grietas con procesos de carga aleatorios, tanto en procesos de banda estrecha como de banda ancha. Proporciona una contribución más para determinar la influencia sobre la dispersión de la vida, al utilizar distintos registros de carga representativos de un mismo proceso. A la vista de los datos discutidos anteriormente se pueden obtener las siguientes conclusiones:

- En los tipos de procesos considerados, el ancho de banda del proceso determina fundamentalmente la vida media. Para el mismo nivel de carga, la vida aumenta con el ancho de banda del proceso.
- El valor medio de las vidas puede ser estimado, para procesos con igual media y varianza a los estudiados pero con distintos anchos de banda, mediante la ecuación (6).
- La influencia del ancho de banda de la historia de cargas en el coeficiente de variación es pequeño, su influencia sobre los valores de dispersión, es importante fundamentalmente en procesos de banda ancha.
- La distribución estadística de las vidas obtenidas al utilizar distintas historias representativas de un mismo proceso pueden ser ajustadas por distintas distribuciones, siendo ligeramente mejor la log-normal de tres parámetros.

5. AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen a la Dirección General de Enseñanza Superior e Investigación Científica la financiación aportada para la realización de este trabajo (PB97-1065).

6. REFERENCIAS

- [1] Palmberg B., Blom A. S. and Eggwertz S., "Probabilistic Damage Tolerance Analysis of Aircraft Structures", J. W. Provan (Ed.), Probabilistic Fracture Mechanics and Reliability, 1987, pp. 47-130.
- [2] Jouris G. M. and Shaffer D. H., " A Procedure for Estimating the Probability of Flaw Nondetection", Nuclear Engineering and Design, 48, 1978, pp. 517-521.
- [3] Wu Y. T., Burnside O. H. and Dominguez J., "Efficient Probabilistic Fracture Mechanics Analysis", Numerical Methods in Fracture Mechanics, A. R. Luxmoore et al. (Eds.), 1987, pp. 85-100.
- [4] Virkler D. A., Hillberry B. M. and Goel P. K., " The Statistical Nature of Fatigue Crack Propagation", Journal of Engineering Materials and technology, 101, 1979, pp. 148-153.
- [5] Bogdanoff J. L. and Kozin F., "Probabilistic Models of Cumulative Damage", Wiley-Interscience, 1985.
- [6] Tucker L., Bussa S., "The SAE Cumulative Fatigue Damage Test Program", R. M. Wetzel (Ed.), Fatigue Under Complex Loading: Analysis and Experiments, 1977, pp. 1-53.
- [7] Ten Have A. A., "European Approaches in Standard Spectrum Development", Development of Fatigue Loading Spectra, J. M. Potter and R. T. Watanabe (Eds), ASTM STP 1006, 1989, pp 17-35.
- [8] Schütz W., "Standardized Stress-Time Histories --An Overview", Development of Fatigue Loading Spectra", J. M. Potter and R. T. Watanabe (Eds), ASTM STP 1006, 1989, pp 3-16.
- [9] Van Dijk G. M., De Jonge J. B., "Introduction to a Fighter Aircraft Loading Standard for Fatigue Evaluation «FALSTAFF». Part I", NLR MP 75017 U, 1975.
- [10] Ten Have A. A., "HELIX and FELIX, "Loading Standards for Use in Fatigue Evaluation of Helicopter Rotor Components", NLR MP 82041 U, 1982.

- [11] Domínguez, J. and Zapatero, J., "Effect of the loading spectrum and history length on fatigue life distribution under random loading", *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 42, No 6, pp. 925-933. (1992)
- [12] Domínguez J., Zapatero J., "Some Statistical Aspects of Fatigue under Random Loading," *Theoretical Concepts and Numerical Analysis of Fatigue*, A. F. Bloom and C. J. Beevers (Eds.), EMAS, 1992, pp. 237-253.
- [13] Domínguez, J., Zapatero, J., Pascual, J. 1997. "Effect of Load Histories on Scatter of Fatigue Crack Growth in Aluminum Alloy 2024-T351", *Engineering Fracture Mechanics* 56(1): 65-76.
- [14] Newman J. C. Jr., "A Nonlinear Fracture Mechanics Approach to the Growth of Small Cracks", *Behavior of Short Cracks in Airframe Components*, AGARD-CP-328, 1983.
- [15] Newman J. C. Jr. "A Crack Closure Model for Predicting Fatigue Crack Growth under Aircraft Spectrum Loading", *Methods and Models for Predicting Fatigue Crack Growth under Random Loading*, J. B. Chang and C. M. Hudson (Eds), ASTM STP 748, 1981, pp 53-84.
- [16] Moreno B., Zapatero J., Domínguez J."Experimental statistical analysis of the fatigue crack growth life scatter under stationary random loading", *Fracture from defects*, vol 1, M. Brown, E. De los Rios, K Miller, Emas, 1998, pp 49-54.