

EFECTOS DE LA FISURACION DIFUSA ALREDEDOR DE UNA FISURA COHESIVA

I. Arbilla, J. Planas, G.V. Guinea y M. Elices

Departamento de Ciencia de Materiales
 Universidad Politecnica de Madrid
 ETS Ingenieros de Caminos
 Ciudad Universitaria, 28040 MADRID

Resumen. Los modelos de fisura cohesiva describen de manera relativamente simple la fractura del hormigón y otros materiales cuasifrágiles. Sin embargo, existen casos en los que un análisis numérico detallado indica que se sobrepasa la resistencia a tracción fuera de la fisura cohesiva principal. Debe haber entonces una fisuración secundaria. El objetivo de este artículo es presentar y discutir los primeros resultados de un modelo continuo que resuelve el problema de la fisuración secundaria simulándola como una distribución difusa de fisuras cohesivas. El modelo deriva directamente del modelo de fisura cohesiva y resulta formalmente idéntico a un modelo plástico de tipo Rankine con regla de flujo asociada. Este modelo ha sido implementado en un código de elementos finitos comercial para analizar el proceso de fisuración en probetas de flexión en tres puntos.

Abstract. Cohesive crack models describe in a relatively simple way fracture processes occurring in concrete and other quasibrittle materials. In some cases, however, a detailed numerical analysis shows that the tensile strength is exceeded at points outside the main cohesive crack. Secondary cracking must then occur. The purpose of this paper is to present and discuss the first results of a continuum model that solves the problem by describing the secondary cracking as a diffuse distribution of cohesive cracks. The model follows directly from the cohesive crack model and turns out to be formally identical to a Rankine's plasticity model with associated flow rule. Such a model has been implemented into a commercial finite element code to analyze the cracking process of three-point bend specimens.

1 INTRODUCCIÓN

El modelo de fisura cohesiva se ha usado con éxito para explicar los aspectos fundamentales de la fractura del hormigón y de otros materiales cuasifrágiles, al menos en aquellos casos en que la fractura se produce por crecimiento de una grieta única. Sin embargo, un análisis más fino del proceso indica que en la mayoría de los casos la solución supuesta (grieta única en un medio elástico) no es consistente con las hipótesis iniciales del problema.

La fuente de la inconsistencia radica en que, si se hace un análisis detallado de la solución, se encuentran siempre regiones en las que la tensión principal máxima excede la resistencia a tracción supuesta para el material, f_t [1, 2]. Como las hipótesis en que se basa el modelo de la fisura cohesiva requieren que el material se fisure al alcanzarse la resistencia a tracción, en dichas zonas debe existir fisuración secundaria.

Uno de los ensayos en los que se sabe desde antiguo (aunque sólo cualitativamente, véase por ejemplo [3]) que debe existir fisuración secundaria es el ensayo de flexión en tres puntos sobre vigas sin entalla. Los estudios

numéricos de Olsen [2] muestran cuantitativamente que la zona sobre la que se excede la resistencia a tracción es realmente amplia cuando se supone que sólo se desarrolla una fisura en la sección central de la viga.

En este artículo se describe someramente un modelo que, basándose sólo en los principios de la fisura cohesiva, puede describir la fisuración secundaria como fisuración difusa o parcialmente localizada. Se describen también los principales aspectos de la implementación numérica del modelo y se presentan algunos resultados que permiten concluir que, aunque existe fisuración secundaria, su efecto en un ensayo de flexión en tres puntos es realmente de segundo orden.

2 MODELO DE FISURACIÓN DIFUSA

El modelo teórico que más adelante se presenta es una generalización a tres dimensiones del modelo uniaxial propuesto en [3], cuyas bases repasamos brevemente en esta sección. La idea fundamental es que si en una cierta zona del material sometida a un estado uniaxial aparecen muchas fisuras cohesivas paralelas espaciadas una distan-

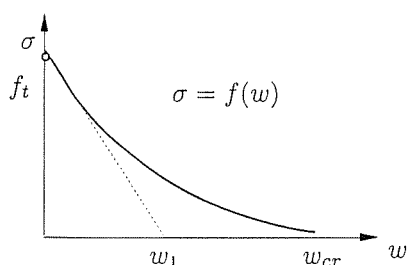


Figura 1: Curva de ablandamiento genérica

cia s , relativamente pequeña, se puede aproximar el efecto del campo de fisuras por una deformación inelástica media ε^p dada por

$$\varepsilon^p = \frac{w}{s} \quad (1)$$

donde w es la apertura de cada fisura (tomada en valor medio).

Si conocemos la curva de ablandamiento de la fisura cohesiva, que da la relación entre la tensión σ transmitida entre las caras de la fisura y la apertura de la fisura w :

$$\sigma = f(w) \quad (2)$$

es inmediato obtener la relación entre la tensión y la deformación inelástica como

$$\sigma = f(s\varepsilon^p) = f_s(\varepsilon^p) \quad (3)$$

Si s es suficientemente pequeño y la curva de ablandamiento tiene la forma de la Fig. 1, con un tramo inicial aproximadamente lineal cuya abscisa en el origen es w_1 , el "ablandamiento" o caída de tensión $\Delta\sigma$ debido a una deformación no muy grande ε^p es

$$\Delta\sigma = f_t \frac{s}{w_1} \varepsilon^p \quad (4)$$

En el límite de fisuras infinitamente juntas, s tiende a cero y también $\Delta\sigma$, por lo que el modelo se transforma, en términos σ - ε^p , en un modelo rígido-perfectamente plástico, al menos para carga monótona. Como, a medida que se propaga la grieta cohesiva principal, ciertas partes de la estructura se descargan, es preciso hacer una hipótesis sobre el comportamiento de las fisuras difusas en descarga. En [3] se justificó que para pequeñas aperturas de las grietas, es bastante aproximado suponer que las grietas no pueden cerrarse durante la descarga, lo que, desde el punto de vista tensión-deformación, implica que el modelo resultante es un modelo elástico-perfectamente plástico gobernado por un criterio de Rankine (de tensión principal mayor).

En el presente trabajo vamos a considerar las hipótesis anteriores, pero extenderemos el tratamiento a casos en que $s \neq 0$, con lo que consideramos la posibilidad de describir la fisuración difusa como un modelo elástico-plástico con ablandamiento por deformación.

3 GENERALIZACIÓN A TRES DIMENSIONES

La generalización a tres dimensiones más sencilla (aunque no la única) es la de un modelo elastoplástico de Rankine con regla de flujo completamente asociada. La relación tensión-deformación (tensorial), el criterio de plastificación (escalar) y regla de flujo (tensorial) son, respectivamente,

$$\sigma = \mathbf{E}(\varepsilon - \varepsilon^p) \quad (5)$$

$$\sigma_1 - f_s(\bar{\varepsilon}^p) = 0 \quad (6)$$

$$d\varepsilon^p = \mathbf{P}_1 d\bar{\varepsilon}^p \quad (7)$$

donde σ es el tensor de tensiones, \mathbf{E} el tensor de cuarto orden de módulos elásticos, ε el tensor de deformaciones, ε^p el tensor de deformaciones plásticas, σ_1 la tensión principal mayor, $\bar{\varepsilon}^p$ la deformación plástica equivalente y \mathbf{P}_1 el proyector del tensor de tensiones sobre su dirección principal asociada al valor principal mayor (es decir, que si denominamos \mathbf{p}_1 a un autovector unitario asociado a la tensión principal mayor, entonces $\mathbf{P}_1 = \mathbf{p}_1 \otimes \mathbf{p}_1$ y $\mathbf{P}_1 \cdot \sigma = \sigma_1$, donde el punto indica producto escalar de dos tensores de segundo orden).

Nótese que la función $f_s(\bar{\varepsilon}^p)$ es la misma definida en la ecuación (3) para el caso unidimensional, y que, por tanto, dada la curva de ablandamiento de la fisura cohesiva, y el valor de s , el modelo está completo.

4 IMPLEMENTACIÓN NUMÉRICA

Para implementar numéricamente el desarrollo simultáneo de una fisura principal y zonas de fisuración difusa se ha utilizado el programa comercial ABAQUS. La fisura principal se modeliza mediante elementos tipo muelle con ablandamiento por deformación perpendiculares al camino de la fisura. El comportamiento de los muelles se define mediante una relación fuerza-elongación de tipo poligonal que reproduzca lo mejor posible la curva de ablandamiento supuesta para la fisura cohesiva (ya que la apertura de fisura está directamente relacionada con la elongación del muelle).

En cuanto a la fisuración difusa, se introduce definiendo un comportamiento elastoplástico tal como se ha definido en la Sección 3. Debido a que ABAQUS (igual que los otros programas comerciales accesibles a los autores), no incorpora un modelo de Rankine con regla de flujo asociada, ha sido necesario escribir una rutina de usuario (UMAT) para definir este comportamiento. Dicha rutina se ha desarrollado para el caso bidimensional y admite una función de ablandamiento $f_s(\bar{\varepsilon}^p)$ de tipo poligonal que, según se indicó en la Sección 3, se define a partir de la función de ablandamiento de la fisura cohesiva, sin más que definir s , el espaciamiento supuesto para las fisuras difusas.

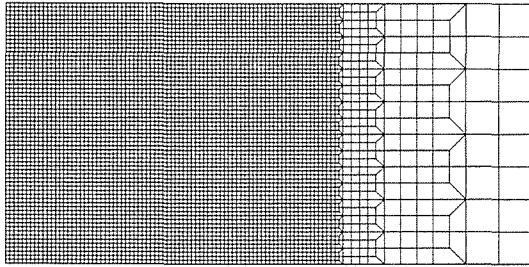


Figura 2: Malla de elementos finitos: media probeta de flexión en tres puntos.

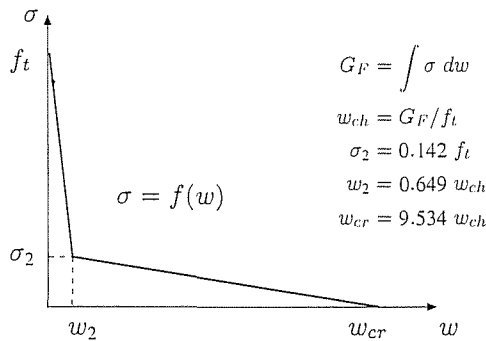


Figura 3: Curva de ablandamiento utilizada en los cálculos.

5 CÁLCULOS NUMÉRICOS

La tipología de ensayo elegida para realizar el estudio corresponde a flexión en tres puntos sobre probetas sin entalla inicial, con una relación luz-canto de 4. Sólo se ha modelizado la mitad de la probeta (Fig. 2).

Se desarrollaron los cálculos correspondientes a cinco tamaños distintos (cinco cantos). Para cada tamaño se realizaron tres cálculos, uno por cada tipo de modelo del material fuera de la zona de fractura: (1) elástico; (2) perfectamente plástico ($s = 0$); y (3) con ablandamiento, basado en suponer que sólo puede formarse una fisura en cada elemento finito ($s = h = D/64$ donde h es el lado del elemento cuadrado y D el canto de la viga). Nótese que el tercer tipo de modelo conduce a una formulación esencialmente equivalente a la de los modelos clásicos de fisuración en banda (véase, por ejemplo, [4], Cap. 8).

La curva de ablandamiento utilizada corresponde a la aproximación bilineal para un microhormigón ensayado en el laboratorio de los autores y se ha representado en la Fig. 3, donde se definen también los parámetros más característicos de la curva de ablandamiento, en particular la energía de fractura G_F y la apertura característica w_{ch} .

En el resumen que se presenta a continuación, los resultados se presentan de forma adimensional, de manera que son válidos no sólo para el microhormigón en el que se basaron los datos, sino para cualquier material cuya curva

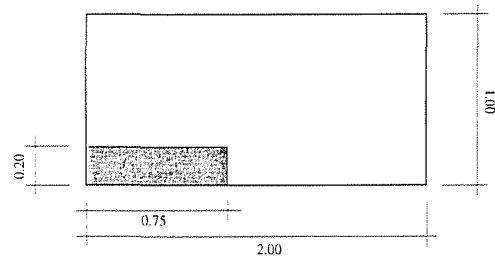


Figura 4: Zona magnificada, en color oscuro, para la representación de los perfiles de deformación plástica equivalente. Todas las dimensiones están referidas al canto de la viga.

de ablandamiento tenga la misma forma (es decir, las mismas proporciones geométricas) que la curva de la Fig. 3. En particular, el canto D de la viga se escala convenientemente utilizando la longitud característica l_{ch} definida como

$$l_{ch} = \frac{EG_F}{f_t^2} \quad (8)$$

donde E es el módulo de elasticidad. Para el microhormigón utilizado $l_{ch} = 122$ mm, y para un hormigón ordinario $l_{ch} \approx 300$ mm.

6 DISTRIBUCIÓN DE FISURACIÓN DIFUSA

En todos los casos, la mayor parte de la fisuración difusa se localiza en dos zonas en forma de ala a ambos lados de la fisura principal, localizada en la zona rectangular oscura mostrada en la Fig. 4, por lo que se presentarán los perfiles ampliados para dicha zona.

El primer resultado a notar es que la extensión relativa de la zona de fisuración difusa, así como su intensidad y efecto, es mayor cuanto menor es el tamaño de la probeta. También es mucho más espectacular (visualmente hablando) la diferencia entre suponer plasticidad perfecta (modelo 2 definido en la sección anterior) y admitir ablandamiento (modelo 3 definido en la sección anterior).

Como ilustración, la Fig. 5 muestra los perfiles de deformación plástica equivalente para el modelo de plasticidad perfecta correspondientes a dos tamaños de probeta en relación 1:8. Se aprecia claramente que la extensión relativa e intensidad de la fisuración difusa es muy superior en la probeta pequeña. El valor máximo $\bar{\epsilon}_{\max}^p$ de la deformación plástica equivalente es siempre una fracción de la deformación elástica para la resistencia a tracción (f_t/E) y decrece muy rápidamente con el canto de la viga, tal como puede verse en la Tabla 1

Pasando ahora al modelo plástico con ablandamiento, la Fig. 6 muestra los perfiles de deformación plástica equivalente para los dos tamaños antes examinados. De nuevo se aprecia claramente que la extensión relativa e intensi-

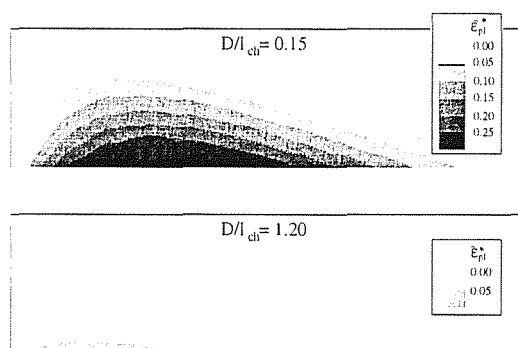


Figura 5: Perfiles de deformación plástica equivalente para comportamiento perfectamente plástico (fisuras infinitamente juntas, $s = 0$; modelo 2 de la Sección 5). La figura superior corresponde a una viga de pequeño canto (del orden de 5 cm para hormigón ordinario) y la figura inferior a una de canto 8 veces mayor. El parámetro $\bar{\epsilon}_{pl}^* = \bar{\epsilon}^p E / f_t$ es la deformación plástica equivalente referida a la deformación uniaxial elástica al alcanzarse la resistencia a tracción.

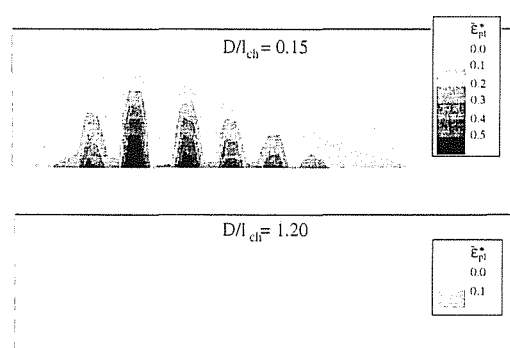


Figura 6: Perfiles de deformación plástica equivalente para comportamiento plástico con ablandamiento (una fisura por elemento, $s = h$; modelo 3 de la Sección 5). La figura superior corresponde a una viga de pequeño canto (del orden de 5 cm para hormigón ordinario) y la figura inferior a una de canto 8 veces mayor. El parámetro $\bar{\epsilon}_{pl}^* = \bar{\epsilon}^p E / f_t$ es la deformación plástica equivalente referida a la deformación uniaxial elástica al alcanzarse la resistencia a tracción.

Tabla 1: Valores máximos de la deformación plástica equivalente en la parte inferior de las probetas de flexión en tres puntos. Material elástico-perfectamente plástico.

D/l_{ch}	0.15	0.30	0.60	1.20	2.40
$\bar{\epsilon}_{max}^p E / f_t$	0.390	0.247	0.150	0.085	0.049

dad de la fisuración difusa es muy superior en la probeta pequeña.

En contraste con el caso anterior de plasticidad perfecta, cuando se permite ablandamiento se producen bandas de localización, muy claramente definidas en la probeta más pequeña (imagen superior de la Fig. 6), por lo que la deformación plástica equivalente máxima se multiplica por 5, aproximadamente, aunque sigue siendo del orden de f_t/E , la deformación elástica uniaxial al alcanzar la resistencia a tracción, tal como puede observarse en la Tabla 2. En la misma tabla se incluye el ablandamiento $\Delta\sigma$ (pérdida de resistencia) expresado como fracción de la resistencia a tracción. Como puede verse el ablandamiento experimentado por el material no supera el 0.4% de la resistencia inicial en ninguno de los casos y es casi independiente del tamaño.

Tabla 2: Desarrollo de la fisuración secundaria para el caso de material con ablandamiento.

D/l_{ch}	0.15	0.30	0.60	1.20
$\bar{\epsilon}_{max}^p E / f_t$	1.256	0.486	0.286	0.152
σ / f_t	0.996	0.997	0.996	0.996

A la vista de este último resultado puede presumirse que estas localizaciones, numéricamente bien definidas, tienen poca repercusión, tanto desde el punto de vista de respuesta mecánica —que analizaremos en la siguiente sección—, como desde el punto de vista de observabilidad. Centrándonos en este último aspecto, la Fig. 7 muestra la distribución de incremento de corrimiento horizontal en cada elemento, δu_e comparado con la apertura crítica de fisura w_{cr} (véase la Fig. 3). Como puede observarse, hay una distribución regular de fondo (que corresponde a la deformación elástica más la plástica distribuida) con unos picos superpuestos que corresponden a las fisuras localizadas (recuérdese que en este modelo se admite un máximo de una fisura por elemento). La altura de los picos respecto de la distribución regular de fondo da, aproximadamente, la apertura de la grieta en el elemento correspondiente. Como puede verse la apertura máxima corresponde al segundo pico de la probeta pequeña (curva superior) y no alcanza las 3 diezmilésimas de w_{cr} . Esto, para un hormigón normal con $w_{cr} \approx 300 \mu\text{m}$, corresponde a una apertura de $0.1 \mu\text{m}$, aproximadamente, totalmente invisible a simple vista y difícilmente resoluble incluso con las técnicas más sofisticadas, máxime en un material tan heterogéneo como el hormigón.

7 RESPUESTA MECÁNICA

Aunque, como ya se ha visto, en este tipo de ensayo existe necesariamente fisuración difusa que relaja las tensiones de forma que en ningún punto se supera la resistencia a tracción, el efecto sobre la respuesta mecánica es mínimo, incluso para las probetas de menor canto, que son, como se ha visto, aquellas en que la extensión e intensidad de la fisuración difusa es máxima.

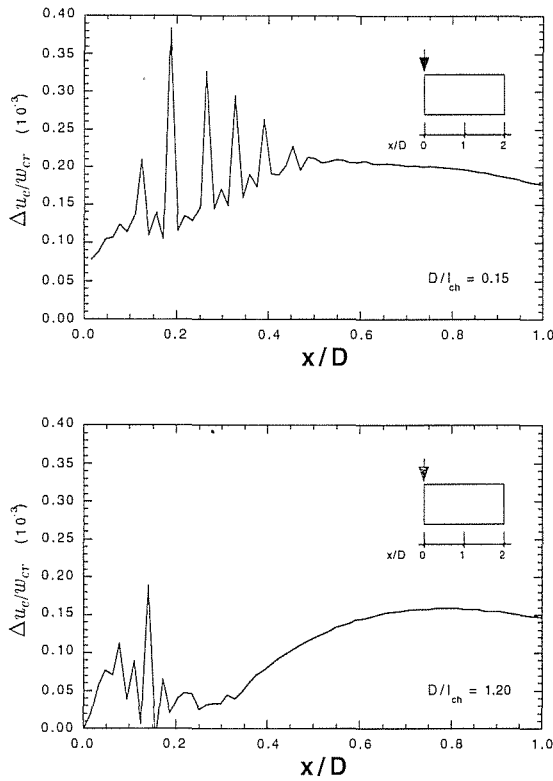


Figura 7: Aumento de la separación entre nodos de la cara inferior comparada con la apertura de fisura crítica para dos valores de D/l_{ch} .

La Fig. 8a presenta, para la viga de menor tamaño, la curva de carga P frente al desplazamiento δ del punto de aplicación de la carga. Como puede verse, la inclusión de la fisuración difusa (símbolos) aumenta el desplazamiento para una carga dada para la zona post-pico y aumenta ligeramente la resistencia, cuando se toma como referencia la aproximación clásica en que se supone el material fuera de la fisura cohesiva principal elástico. Por otra parte, las diferencias entre considerar un modelo perfectamente plástico (círculos) o un modelo con ablandamiento (triángulos), son inapreciables a la escala del dibujo.

La Fig. 8b muestra las curvas de carga P frente a la apertura de la boca de la fisura principal w_M para el mismo caso anterior. Como puede apreciarse, para un nivel dado de carga, w_M es menor para los modelos que incluyen fisuración difusa que para el modelo de referencia en el que se fuerza el comportamiento elástico. Este desplazamiento hacia la izquierda de las curvas carga-apertura de fisura es razonable a la luz de los resultados de la sección anterior: cuando el material se supone elástico, toda la deformación inelástica de la fibra inferior se concentra en la fisura cohesiva, mientras que en los modelos con fisuración difusa parte de la deformación inelástica es absorbida por las zonas de fisuración difusa situadas a ambos lados de la fisura principal.

Como ya se ha indicado, el efecto de la fisuración difusa

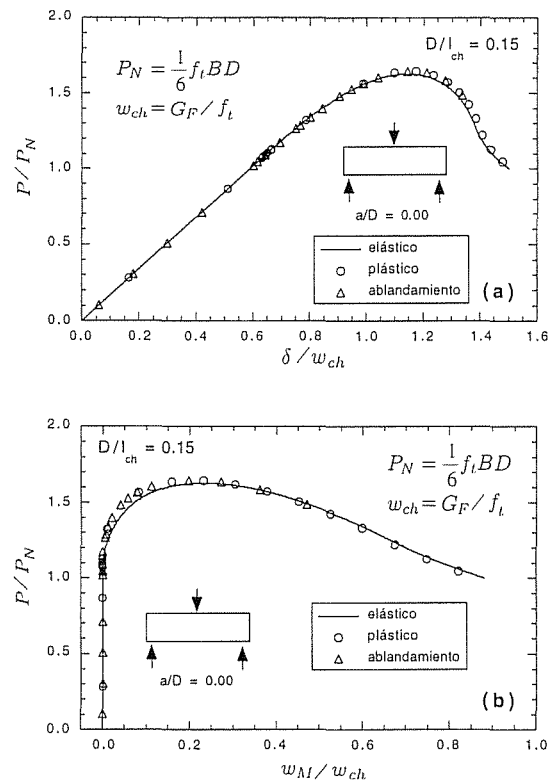


Figura 8: Comparación de resultados para probetas con relación $D/l_{ch} = 0.15$, sin entalla inicial y diferente comportamiento tras alcanzar la resistencia a tracción: (a) curvas $P - \delta$ y (b) curvas $P - w_M$ adimensionalizadas.

disminuye con el tamaño de la probeta y, para tamaños relativamente grandes, las curvas para los tres modelos son prácticamente indistinguibles, como puede verse en la Fig. 9 para una probeta 8 veces mayor que la que se acaba de presentar. Para poder comparar cuantitativamente los distintos modelos es preciso utilizar los resultados con tres decimales. La comparación de las cargas máximas, recogidas en la Tabla 3, indica que la influencia de la fisuración difusa es, a lo sumo, de un 1.1% y que la diferencia entre usar un modelo elástico-perfectamente plástico o un modelo que incluya ablandamiento es totalmente despreciable en la práctica. Resultados parecidos, aunque menos drásticos, se obtienen cuando se comparan las posiciones de los máximos en las curvas $P - w_M$ (Tabla 4). En este caso, el desplazamiento hacia la izquierda del máximo debido a la fisuración difusa alcanza el 10% para el modelo elástico-perfectamente plástico y el 13% para el modelo que incluye ablandamiento.

8 CONCLUSIONES

1. El modelo propuesto, tanto en su versión de comportamiento perfectamente plástico como en su versión de comportamiento plástico con ablandamiento, permite describir la fisuración difusa que debe producirse necesariamente en las probetas y estructuras

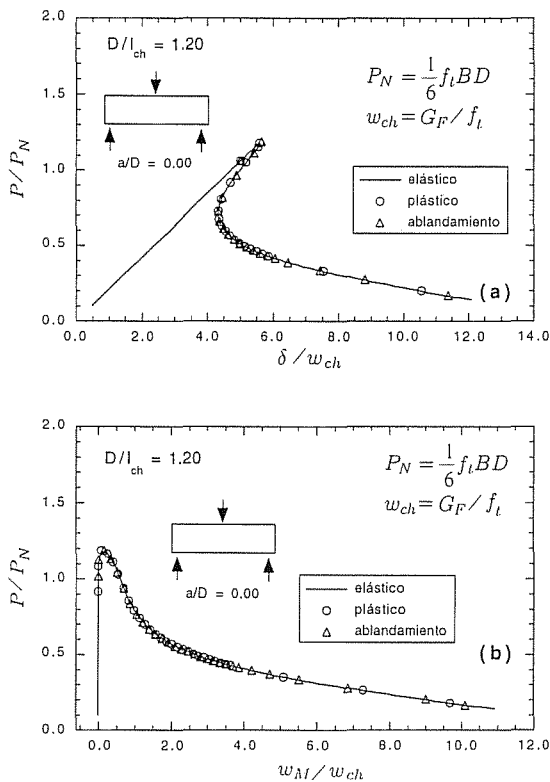


Figura 9: Comparación de resultados para probetas con relación $D/l_{ch} = 1.20$, sin entalla inicial y diferente comportamiento tras alcanzar la resistencia a tracción: (a) curvas $P - \delta$ y (b) curvas $P - w_M$ adimensionalizadas.

que rompen a través de una única fisura principal.

2. Aunque el modelo con ablandamiento presenta fenómenos de localización, su efecto mecánico es despreciable y las localizaciones son virtualmente imposibles de detectar experimentalmente debido a que representan discontinuidades en desplazamientos inferiores a la décima de micra.
3. En virtud de lo anterior, y debido a que hay una cierta arbitrariedad intrínseca en el modelo con ablandamiento (se supone que se genera una grieta por elemento finito, como mucho, y el tamaño del elemento

Tabla 3: Valores de la carga máxima adimensionalizada P/P_N para diferentes comportamientos del material tras alcanzarse la resistencia a tracción

D/l_{ch}	P/P_N		
	elástico	plástico	ablandamiento
0.15	1.628	1.645	1.645
0.30	1.443	1.456	1.458
0.60	1.287	1.300	1.302
1.20	1.180	1.188	1.190
2.40	1.114	1.120	—

Tabla 4: Valores de la apertura de fisura adimensionalizada w_M/w_{ch} en el instante de carga máxima para diferentes comportamientos del material.

D/l_{ch}	w_M/w_{ch}		
	elástico	plástico	ablandamiento
0.15	0.229	0.207	0.198
0.30	0.238	0.204	0.219
0.60	0.227	0.182	0.189
1.20	0.142	0.133	0.123
2.40	0.090	0.060	—

finito es arbitrario), se sugiere que se utilice el modelo de plasticidad perfecta (fisuras infinitamente juntas) salvo en casos debidamente justificados.

4. En el caso estudiado, flexión en tres puntos, la fisuración difusa resuelve la inconsistencia del modelo aproximado, pero no modifica sustancialmente la respuesta mecánica. Ello justifica la utilización a nivel ingenieril del modelo simplificado, por su mayor sencillez y rapidez de cálculo, y extiende otros resultados en el mismo sentido, aunque distinto contexto [5, 6].

Agradecimientos. Los autores agradecen la ayuda económica proporcionada por la CICYT a través de los proyectos MAT97-1007-C02-2 y MAT97-1022.

9 REFERENCIAS

- [1] Guinea G.V., *Medida de la Energía de Fractura del Hormigón*, Tesis Doctoral, Dpto. Ciencia de Materiales, U.P.M., E.T.S.I. de Caminos (1990).
- [2] Olsen P.C., "Some comments on the bending strength of concrete beams", *Magazine of Concrete Research*, 46(168), pp 209-214 (1994).
- [3] Planas J. y Elices M., "Drying shrinkage effect on the modulus of rupture", *Creep and Shrinkage of Concrete*, Z.P. Bazant e I. Carol, eds., E & FN Spon, Londres, pp 357-368 (1993b).
- [4] Bazant Z.P. y Planas J., *Fracture and Size Effect in Concrete and Other Quasibrittle Materials*, W.F. Chen, ed., CRC Press LLC, Boca Ratón, Florida (1998).
- [5] Bolander J.E. y Kobashi Y., "Size effect mechanisms in numerical concrete fracture", *Fracture Mechanics of Concrete Structures*, F.H. Wittmann, ed., Aedificatio Publishers, Friburgo, Alemania, Vol. I, pp 535-542 (1995).
- [6] Nirmalendran S. y Horii H., "Analytical modelling of microcracking and bridging in fracture of quasi-brittle materials", *Journal of Mechanics and Physics in Solids*, 40, pp 863-886 (1992).