

CARACTERIZACIÓN DE LOS DEFECTOS EN ELEMENTOS DE VIDRIO

M.A. García Prieto, A. Miranda Prieto, A. Bernardo Sánchez, M.J. Lamela Rey y A. Fernández Canteli

Departamento de Construcción e Ingeniería de Fabricación
E.T.S.I.I. Universidad de Oviedo. Campus de Viesques. 33204 Gijón

Resumen. Es comúnmente aceptado que los defectos presentes en la superficie del vidrio son la causa de la rotura del mismo para tensiones muy inferiores a las teóricas. Esto hace particularmente interesante la caracterización de las poblaciones de defectos del material. A priori, es posible señalar dos poblaciones de defectos en vidrio plano, que corresponden al contorno de la placa, y a la superficie de la misma. Este trabajo intenta obtener una caracterización estadística de estas poblaciones de defectos, que posteriormente será empleada para la obtención de la probabilidad de rotura de elementos de vidrio en un modelo de dimensionamiento.

Abstract. It is generally accepted that defects on glasses are the cause of failures under stresses much lower than the theoretical ones. This makes specially interesting the characterization of the families of defects in the material. As a starting point, it seems feasible to classify these defects as belonging to two different groups: surface flaws and defects related to the edges in the boundary.

This work is focussed on performing a statistical characterization of these families of defects in order to make possible its subsequent use in calculating the probability of failure of glass elements using a design model.

1. INTRODUCCIÓN.

Son muchas las imperfecciones que pueden aparecer en el vidrio en las diferentes fases, desde su fabricación (fusión, conformación y recocido), hasta su almacenamiento y puesta en servicio [6]. De ellas, algunas no tienen una apreciable influencia en la rotura, como es el caso de las inclusiones [4]; otras se detectan a simple vista, con lo que el propio control de calidad de la fábrica productora rechaza el elemento, no resultando significativos a la hora de caracterizar la rotura del material.

Se sabe que debido al proceso de fabricación las dos superficies de una misma placa de vidrio se comportan de manera distinta frente a la rotura. Se denominará cara estaño o baño a aquella que se encuentra en el enfriamiento en contacto con el baño de estaño, y cara atmósfera a la que enfría en contacto con el ambiente.

Si bien es cierto que la rotura de materiales frágiles se aborda, en general, desde la perspectiva de las tensiones, parece más intuitivo estudiar este fenómeno tomando como referencia los tamaños de defecto [7].

Para abordar la rotura desde el punto de vista de los defectos es necesario modelizarlos, y así será posible relacionar las tensiones de rotura con el tamaño de los defectos a través de la Mecánica de la Fractura. Se han considerado dos tipos de defectos: superficiales y de borde.

Las microfisuras superficiales que aparecen fundamentalmente en la fase de conformación y manufactura, debido al contacto del vidrio con los rodillos de la

cadena de transporte y al proceso térmico asociado con esta operación, se han modelizado como semicirculares, puesto que, aunque en principio podrían asociarse a formas semielípticas, se demuestra, teórica y experimentalmente, que en su fase de crecimiento aquéllas tienden a adoptar una forma semicircular. Los defectos de borde, producidos durante los procesos de corte, manufactura, almacenamiento y manipulación resultan igualmente significativos de cara a la rotura y han sido modelizados como microfisuras superficiales con forma de cuarto de círculo tal como muestra la figura 1.

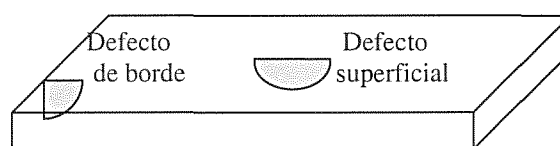


Fig. 1. Modelización de los defectos considerados.

Para contrastar los análisis teóricos, se han realizado una serie de ensayos en un vidrio especial de 5 mm de espesor, fabricado por Cristalería Española. Los resultados correspondientes a estos ensayos se recogen al final de esta comunicación.

El objeto del presente trabajo consiste en la caracterización de los defectos para las cuatro poblaciones consideradas (superficie y borde, en cada caso, en las caras atmósfera y estaño). La estimación de las propiedades mecánicas y de fractura del vidrio, se realizó con la ayuda de la teoría estadística de valores extremos [2], debido al carácter o naturaleza de las magnitudes a determinar.

2. CARACTERIZACIÓN DEL MATERIAL A FRACTURA.

En el modelo de dimensionamiento utilizado, la tenacidad a fractura es la magnitud elegida para caracterizar el comportamiento del material frente a la rotura, por lo que se procedió a su determinación mediante dos métodos alternativos, cuya idoneidad se trata de analizar comparativamente: Indentación Vickers y flexión con pre-indentación.

Junto al valor medio de K_{Ic} , convencionalmente utilizado, se propone aquí la determinación de un valor característico, $K_{Ic}(0.05)$, correspondiente al 5% de probabilidad de rotura. Este valor característico, sigue representando aun un porcentaje inadmisiblemente alto de roturas, por lo que a efectos de dimensionamiento se recurre a introducir coeficientes de seguridad (mayoración de las cargas y minoración de las resistencias del material), en consonancia con el denominado criterio semiprobabilístico, de uso generalizado en el dimensionamiento de otros materiales constructivos (acero, hormigón).

2.1. Indentación.

Este método consiste en realizar una indentación Vickers en la superficie del material, lo que genera una huella y unas grietas que surgen entorno a ella en proporción inversa a la tenacidad del material (fig. 2).

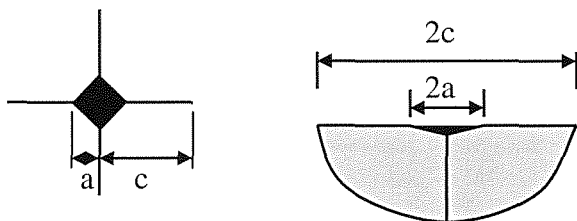


Fig. 2. Huella y grietas debidas a la indentación

La estimación de la tenacidad a fractura, K_{Ic} , se realiza a partir de la medida de las huellas y fisuras originadas mediante la expresión (1) [4, 8], válida cuando el sistema de grietas que se genera es radial (fig. 2).

$$K_{Ic} = 0,016 \left(\frac{E}{H} \right)^{1/2} \left(\frac{F}{c^{3/2}} \right) \quad (1)$$

En ella E representa el módulo de elasticidad en (Pa), H la dureza Vickers en (Pa), F la carga aplicada en el ensayo en (N) y c el radio del semicírculo de la grieta generada por indentación en (m).

La carga de indentación ha de elegirse de manera que no supere a aquella que provoca desconchamientos en el material ni provoque la aparición de una grieta superior a la décima parte del espesor de la probeta y tal que genere una grieta con una longitud doble de la correspondiente a la diagonal de la huella. Este método es válido siempre que el material no muestre efecto de curva R [1].

2.2. Flexión de probetas previamente indentadas.

Como método de contraste se propone la realización de ensayos de flexión a cuatro puntos sobre probetas previamente indentadas.

La indentación sobre la probeta de vidrio se lleva a cabo con un penetrador Vickers, que se aplica a la superficie de la probeta, de modo que una de las diagonales de la huella quede alineada con el eje longitudinal de la misma. A continuación se procede a la rotura de la probeta mediante un ensayo de flexión a cuatro puntos. La tenacidad a fractura se calcula, a partir de los resultados de indentación para el sistema de grietas radial, mediante la expresión (2) [3, 4, 8]. En ella E representa el módulo de elasticidad en (Pa), H su dureza Vickers en (Pa), F la carga de indentación en (N) y σ la tensión bajo la cual se produjo la rotura de la probeta en (Pa).

$$K_{Ic} = 0.59 \cdot \left(\frac{F}{H} \right)^{1/8} \cdot \sigma^{3/4} \cdot F^{1/4} \quad (2)$$

Es importante verificar que las probetas no contengan tensiones residuales anteriores a las debidas a la indentación. Para ello, se representa gráficamente la función $\sigma \cdot F^{1/3}$ frente a F y se comprueba que no existe dependencia entre ellas.

La carga de indentación vendrá limitada por una carga mínima, correspondiente a las fisuras o defectos pre-existentes en el material, y por una carga máxima que será aquella que produzca desconchamientos o genere grietas superiores a la décima parte del espesor de la probeta.

Tras la rotura por flexión, conviene comprobar que su origen fueron las grietas introducidas en la indentación.

3. ESTIMACIÓN DE LA F.D.D. DE TAMAÑOS MÁXIMOS DE DEFECTOS.

Una vez realizada la modelización de los defectos y calculada la tenacidad del material, es posible calcular el tamaño del defecto causante de la rotura, mediante ensayos de flexión a cuatro puntos, ver figura 3, sobre probetas de vidrio como la representada.

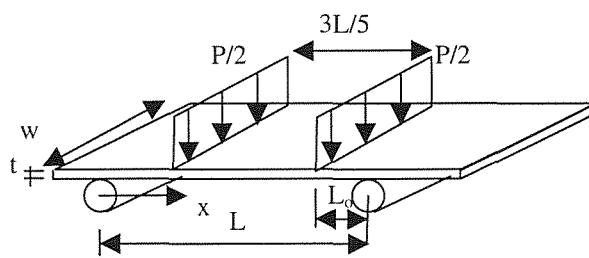


Fig. 3. Ensayo de flexión a cuatro puntos

La tensión de rotura se calcula, tras la observación de la localización y la carga para las que ocurrió el fallo, de acuerdo con las leyes clásicas de resistencia de materiales.

Para el tratamiento de los resultados se supone que las roturas se producen siempre bajo modo I, por lo que la función de distribución de defectos obtenida será, en realidad, de tamaños máximos de defecto proyectado.

Para el caso de rotura en la zona de momento máximo se llega a la expresión (3), en la que f_1 representa el factor que recoge la influencia de la geometría del defecto en la rotura. Los factores geométricos asociados con los dos defectos modelizados toman el valor de 0.713 para el caso de defectos superficiales y 0.8276 para los defectos de borde [9].

$$a_{rot} = \frac{25 \cdot k_{Ic}^2 \cdot w^2 \cdot t^4}{36 \cdot \pi \cdot P^2 \cdot f_1^2 \cdot L^2} \quad (3)$$

Con el programa Extremes [2] se estimaron los parámetros de las f.d.d. que siguen los tamaños de defectos del vidrio ($G(a_{sup})$, $G(a_{borde})$);

Ha de tenerse presente que estas f.d.d. han sido obtenidas para unas determinadas medidas de la probeta de vidrio y para una determinada distribución de tensiones, correspondiente al ensayo de flexión a cuatro puntos. En consecuencia, la aplicación de aquéllas en el modelo probabilístico, en el que se calculan las probabilidades de rotura de pequeños elementos, con posibles diferentes tamaños de área y longitud de borde, sometidos a una distribución constante de tensiones, sólo es posible, a través de la determinación de las denominadas área o longitud equivalentes, definida como aquéllas de las que resultarían las mismas funciones de distribución que las obtenidas del ensayo de flexión a cuatro puntos, si la probeta estuviera ahora sometida a una distribución constante de tensiones.

Una vez conocidas el área y la longitud equivalente, es posible determinar las f.d.d. propias de esos elementos en el modelo de dimensionamiento (4) y (5), mediante la consideración del efecto de escala (ley del eslabón más débil), siendo A y L son respectivamente el área y la longitud de borde del elemento considerado y A_{ref} y L_{ref} , el área y la longitud de referencia del ensayo, respectivamente. (Se ha supuesto simplificado que los defectos de borde quedan representados adecuadamente a través de la longitud de referencia, L_{ref} , sustitutiva aquí del área de referencia, A_{ref}).

$$G^*(a_{sup}) = [G(a/sup)]^{A/A_{ref}} \quad (4)$$

$$G^*(a_{borde}) = [F(a/borde)]^{L/L_{ref}} \quad (5)$$

En la deducción teórica del área de referencia para la f.d.d. de defectos superficiales y de la longitud de referencia para la f.d.d. de los defectos de borde, se tuvo presente la distribución variable de las tensiones a lo largo de la probeta de ensayo, debido al diagrama de momentos correspondiente al ensayo de flexión a cuatro puntos, resultando (6) y(7), donde $\beta_\sigma = \beta$ y

$$\lambda_\sigma = \frac{K_{Ic}}{f_1 \sqrt{\pi \lambda}}, \text{ siendo } \beta \text{ y } \lambda \text{ los parámetros de la f.d.d.}$$

de tamaños de defecto para cada población y P_{ROT} la carga para la cual ocurrió la rotura en el ensayo en (N).

$$A_{ref} = w(L - 2L_0) + \frac{2wL_0}{\beta_\sigma + 1} \left[1 - \frac{\lambda_\sigma w t^2}{3L_0 P_{ROT}} \right] \quad (6)$$

$$L_{ref} = 2(L - 2L_0) + \frac{4L_0}{\beta_\sigma + 1} \left[1 - \frac{\lambda_\sigma w t^2}{3L_0 P_{ROT}} \right] \quad (7)$$

En la deducción de las f.d.d. (4) y (5) se ha considerado simplificado que no existe correlación entre los resultados de las roturas de ambos tipos (superficiales y de borde). La solución rigurosa exige un tratamiento estadístico en profundidad, que supera los límites de este trabajo, y que, en consecuencia, deberá ser tenido en cuenta en el futuro.

4. RESULTADOS EXPERIMENTALES.

4.1. Estimación de la tenacidad a fractura.

4.1.1. Ensayos de indentación Vickers.

Se realizaron ensayos para tres cargas de indentación (12, 13 y 25 N) siguiendo las condiciones comentadas en un apartado 2.1. Se midieron las grietas generadas en la descarga después de un tiempo de quince segundos de aplicación de la carga y mediante la expresión (1) se calcularon los valores de tenacidad que se incluyen en la Tabla 1.

Tabla 1. Resultados de tenacidad a fractura [$\text{MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$] obtenidos por indentación.

Carga	Tenacidad [$\text{MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$]						
12N	0.841	0.847	0.852	0.859	0.988	1.040	1.100
13N	0.736	0.810	0.841	0.891	0.958		
25N	0.704	0.721	0.778	0.803			

Se constató la proporcionalidad entre $c^{3/2}$ y la carga de indentación, lo que prueba que no existe efecto de curva R. Los valores de tenacidad han sido estudiados mediante la teoría estadística de extremos y se ha comprobado que ajustan bien a una ley de Weibull para mínimos triparamétrica (10), donde λ representa el parámetro de localización, β el de forma y δ el de escala.

$$F(K_{Ic}) = 1 - \exp \left(- \left(\frac{K_{Ic} - \lambda}{\delta} \right)^\beta \right) \quad (10)$$

A partir de los resultados obtenidos en los ensayos, recogidos en la tabla 1, se determinaron los parámetros de Weibull mediante el programa Extremes [2] ($\lambda=0,69\text{MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$, $\delta=0,2143\text{MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$ y $\beta=1,34$), que permitieron deducir el valor medio, $m(K_{Ic}) = 0,86\text{MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$, y el valor característico de dimensionamiento aquí propuesto, $K_{Ic}(0.05) = 0.713\text{MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$.

4.1.2. Flexión en probetas indentadas.

En este ensayo se emplearon probetas de 300x100x5 mm³ sobre las que se generó una huella Vickers en el centro de la cara a ensayar tal que una de sus diagonales queda alineada con el eje de la probeta.

En este caso, las cargas de indentación elegidas fueron 15, 22 y 25 N. Los resultados de los ensayos realizados se recogen en la Tabla 2, así como el valor de K_{Ic} estimado a partir de la expresión (2).

Tabla 2. Resultados de los ensayos de indentación y flexión.

Nº probeta	F [N]	H [Pa]	σ [MPa]	K_{Ic} [MPa.m ^{1/2}]
1	22	7421.15	40.50	0.8634
2	22	6389.99	45.24	0.9558
3	15	6301.19	46.97	0.8948
4	15	6122.44	62.91	1.1181
5	25	6760.41	50.41	1.063
6	25	6172.84	53.43	1.1228
7	15	6122.45	44.81	0.867
8	25	6172.84	44.38	0.9769
9	22	6235.83	43.09	0.9243

Se comprobó la independencia de la expresión $\sigma.F^{1/3}$ respecto a la carga de indentación, F. El estudio estadístico de las tenacidades obtenidas demostró que se ajustan a una ley de Weibull para mínimos triparamétrica (10), de parámetros $\lambda = 0,875$, $\delta = 0,128$ y $\beta = 1,15$. A partir de ellos, se dedujo un valor medio de tenacidad, $m(K_{Ic}) = 0.9762 \text{ MPa.m}^{1/2}$, y un valor característico $K_{Ic}(0.05) = 0.8596 \text{ MPa.m}^{1/2}$.

4.1.3. Análisis comparativo de ambos métodos.

La consideración paralela del método de indentación Vickers y el de flexión con pre-indentación para la determinación de K_{Ic} en el vidrio tenía como objetivo concluir cuál de ambos debería ser recomendado para posteriores caracterizaciones de fractura. Su enjuiciamiento se puede resumir como sigue:

- El método de indentación Vickers es rápido de ejecución, sencillo y exige poca cantidad de material de ensayo. Su inconveniente radica en que su validez está condicionada por las limitaciones ya expresadas del ensayo y por la pequeña longitud de las grietas que pueden inducir a errores de medida.

- El método de flexión con pre-indentación evita la posibilidad de error en la medida de las fisuras, al sustituir ésta por la medida de la carga de rotura, pero sigue manteniendo la exigencia de formación de grietas radiales. Su inconveniente se debe a que es un método de ejecución más compleja, que exige más dedicación de tiempo de ensayo y más cantidad de material.

Tras un análisis de los resultados obtenidos para K_{Ic} , siguiendo ambos métodos, se concluye recomendar el método de indentación Vickers para la caracterización del material a fractura, dado que es más sencillo de realizar, económico y que proporciona resultados más conservadores. La influencia de la diferencia entre los

valores de K_{Ic} , obtenidos para ambos métodos, sobre el resultado final de la probabilidad de rotura en el modelo de dimensionamiento, resulta ser de un 5% para el caso de una placa de acristalamiento representativa.

4.2. Estimación de la f.d.d. de tamaños máximos de defectos.

El estudio estadístico se realizó a partir del muestreo de placas extraídas a lo largo de un mes de la línea de fabricación, de las que se obtuvieron por corte las correspondientes probetas para los ensayos de flexión a cuatro puntos.

Puesto que en anteriores trabajos se pudo comprobar la existencia de direcciones preferenciales de los defectos superficiales, las probetas aquí ensayadas se obtuvieron, por razones de homogeneidad, exclusivamente para la orientación de cero grados, con respecto a la dirección de laminación.

Con objeto de tener en todo momento referencia de la procedencia de las probetas en la placa, se designan aquéllas con la denominación indicada en la figura 4, en la que N representa la zona izquierda en el avance, C la zona central y S la zona derecha.

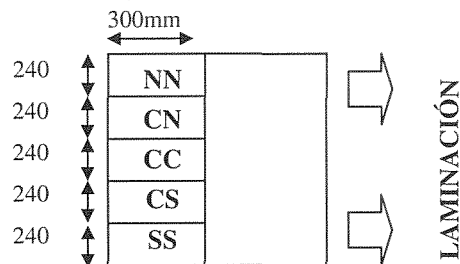


Fig. 4. Extracción de probetas para ensayo.

Se realizaron 306 ensayos con carga hasta la rotura, de los cuales, un total de 78 corresponden a roturas con la cara de atmósfera en el lado traccionado, y el resto, es decir, 228, corresponden a roturas con la cara de estaño traccionada. En consecuencia, se deduce que la evaluación estadística de los resultados correspondientes a roturas en la cara de estaño ofrece una mayor fiabilidad que la de los resultados de roturas en la cara de atmósfera.

En el vidrio estudiado, el 12.71% de las probetas ensayadas con la cara estaño a tracción, presentaron roturas de borde, mientras que para la cara de atmósfera el porcentaje fue notablemente superior, concretamente un 56.41%. no se ha observado influencia de la posición relativa de la probeta en la placa sobre los resultados de los ensayos.

Para el cálculo de la distribución de defectos se consideró el menor valor de tenacidad, es decir, el correspondiente al método de indentación Vickers. Las roturas se agruparon en cuatro poblaciones, correspon-

dientes al tipo de defecto iniciador de la rotura (de superficie y de borde) y a la posición de la placa en el ensayo (tracción en cara estaño o en cara atmósfera), comprobándose un ajuste satisfactorio en cada caso a sendas distribuciones triparamétricas de Weibull para máximos (11).

$$G(a) = \exp \left\{ - \left(\frac{\lambda - a}{\delta} \right)^\beta \right\} \quad (11)$$

La tabla 3 recoge los resultados de los parámetros estadísticos determinados con ayuda del programa Extremes [2]; en un caso, individualmente para cada población y en otro caso, conjuntamente, empleando el método de normalización [5]. Esto último permite confirmar, a través de una recíproca y razonable concordancia de los parámetros de forma, dos tipos de mecanismos de roturas diferentes, correspondientes a defectos de borde y a defectos superficiales.

Tabla 3. Parámetros de las f.d.d. de tamaños máximos de defecto individuales y normalizadas.

	Muestras individuales			Normalización		
	λ	δ	β	λ	δ	β
Atm_s	0.04	0.032	3.82	0.036	0.028	3.53
Est_s	0.25	0.205	3.91	0.226	0.181	3.53
Atm_b	0.03	0.038	1.67	0.032	0.037	1.95
Est_b	0.15	0.253	2.22	0.110	0.152	1.95

Los resultados no hacen sino confirmar lo que podría adelantar la intuición, a saber: los procesos de rotura son similares, con independencia de la cara considerada, tanto para los defectos superficiales como para los de borde (igual parámetro de forma), si bien, con comportamiento más desfavorable en el caso de la cara estaño (mayores defectos, y por tanto mayor parámetro de localización). La dispersión, manifestada a través del parámetro de escala, permite concluir "a posteriori", que ésta es similar para cada posición de la probeta (cara estaño o cara atmósfera), con independencia del tipo de defecto, en todo caso, considerablemente mayor en el caso de tracción en la cara del estaño, lo que parece indicar una mayor fragilidad de ésta, debida a una mayor presencia de tensiones residuales en el proceso de enfriamiento.

Una forma alternativa de interpretar directa y comparativamente los resultados de los ensayos, consiste en expresar las probabilidades de rotura en términos de las tensiones críticas, es decir de las que condujeron a las respectivas roturas. De nuevo, con la ayuda del programa Extremes se caracterizaron f.d.d., que en este caso siguen razonablemente una distribución de Weibull para mínimos, con los parámetros de la tabla 4.

De la figura 5 se deduce que los defectos que dan lugar a tensiones de rotura más bajas corresponden a la

superficie de estaño, mientras que los de superficie de atmósfera son menos críticos. La posición relativa de las distribuciones de los defectos de borde respecto a las distribuciones de defectos superficiales se mantiene, si bien se diferencian bien en el caso de la cara de estaño, mientras que en la cara de atmósfera se confunden en la zona de probabilidades bajas y medias.

Tabla 4. Parámetros de las f.d.d. de tensiones de rotura.

Tipo de rotura	λ	δ	β
Atm_s	90	52.4	3.43
Est_s	35	25.83	3.74
Atm_b	85	101.26	1.84
Est_b	37	101.5	1.9

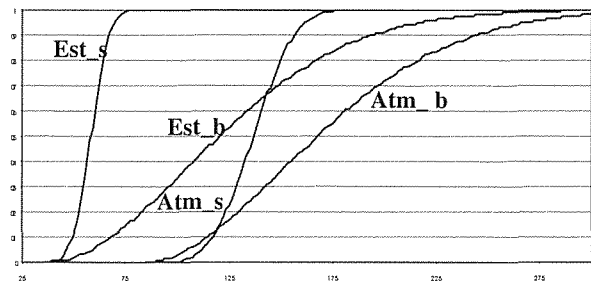


Fig. 5. Tensiones de rotura en (MPa) para los ensayos de flexión en vigas de vidrio.

Para cada posición de las probetas (cara de estaño, cara de atmósfera) se determinaron las correspondientes áreas y longitudes de referencia de acuerdo con las expresiones (4) y (5), que quedan recogidos en la tabla 5. Parece oportuno estudiar la posibilidad de trabajar con un área y una longitud de referencia para la distribución normalizada.

Tabla 5. Áreas y longitudes de referencia para las f.d.d. de defectos estimadas a partir de los ensayos.

	$A_{ref} [cm^2]$	$L_{ref} [cm]$
Estaño	388	34.14
Atmósfera	386.26	33.9

5. CONCLUSIONES.

- Los resultados obtenidos para la tenacidad a fractura demuestran que los dos métodos propuestos, indentación Vickers y flexión con indentación, proporcionan resultados razonablemente similares, por lo que, para determinaciones futuras de este parámetro, se recomienda el empleo del método de indentación Vickers, por su rápida y sencilla ejecución, lo que se traduce en la posibilidad de incrementar el número de ensayos y consiguientemente la fiabilidad de los resultados.
- La tenacidad influye en los resultados del modelo de dimensionamiento en dos fases del cálculo del modelo

probabilístico: por un lado una variación de K_{Ic} en el criterio demuestra tener una influencia importante en el calculo final de la probabilidad de rotura de la placa, el hecho de que intervenga también en la estimación de la f.d.d. de defectos actúa en sentido contrario, por lo que la repercusión total de estas variaciones resulta ser moderada.

- Se han determinado las f.d.d. de los defectos en placas de vidrio, pudiendo constatarse la existencia de cuatro poblaciones de defectos, correspondientes a defectos de superficie y de borde, para cada una de las dos caras de la placa.
- Una evaluación estadística rigurosa, con consideración simultánea de los resultados debidos a roturas de superficie y de borde para la misma cara de la placa, es complejo y requiere un estudio adicional.
- Las f.d.d. para cada tipo de defectos resultan razonablemente representadas por funciones triparamétricas de Weibull. El parámetro de forma resulta ser coincidente para ambas f.d.d. de defectos superficiales, (cara estaño y cara atmósfera) y para ambas f.d.d. de defectos de borde, lo que permite proceder a la normalización estadística para la evaluación de los resultados en ambos casos, con el consiguiente aumento de fiabilidad en la determinación de los parámetros estadísticos.
- Dado que las únicas f.d.d. realmente implicadas en el dimensionamiento de las placas son las de defectos superficiales, se recomienda proceder al canteado de los bordes de las probetas, a fin de evitar la obligada consideración de las roturas de ese tipo, lo que se traduce en una optimización del número de ensayos y se facilita la evaluación de resultados.
- Se ha determinado el área de referencia, A_{ref} , para la f.d.d. de defectos superficiales, así como la longitud de referencia, L_{ref} , para la f.d.d. de los defectos de borde. Ambas magnitudes son imprescindibles para el calculo de la probabilidad de rotura en cada uno de los elementos finitos utilizados en el calculo numérico de la placa, debido al efecto de escala.

AGRADECIMIENTOS.

Los autores desean expresar su agradecimiento, tanto a la Universidad de Oviedo por la financiación recibida a través del proyecto NP-98-524-1, como al Centro de Investigación y Desarrollo y a SEKURIT, ambas pertenecientes a Cristalería Española, S.A. por el asesoramiento y la ayuda financiera prestados en el desarrollo de los estudios aquí presentados.

BIBLIOGRAFÍA.

- [1] ANSTIS, G.R., CHANTIKUL, P., LAWN, B.R., MARSHALL, D.B., "A critical evaluation of indentation techniques for measuring fracture toughness: I, direct crack measurements", J.Am. Ceramic Soc., vol. 64, n°9, pag. 533-538, sept. 1981.
- [2] CASTILLO, E., ALVAREZ, E., COBO, A., HERRERO, T., "An expert system for the analysis of extreme value problems", Universidad de Cantabria, 1993.
- [3] CHANTIKUL, P., ANSTIS, G.R., LAWN, B.R., MARSHALL, D.B., "A critical evaluation of indentation techniques for measuring fracture toughness: II, strength method", J.Am. Ceramic Soc., vol. 64, n°9, pag. 539-543, sept. 1981.
- [4] ENGINEERED MATERIALS HANDBOOK. "Ceramics and Glasses" ASM, 1991.
- [5] FERNÁNDEZ CANTELI, A., CASTILLO RON, E., LAMELA REY, M. J., GARCIA PRIETO, M. A. "Sobre la evaluación de resultados dispersos de fatiga estadísticamente no-homogéneos", Anales de Mecánica de Fractura, vol. 14, 1997.
- [6] FERNÁNDEZ NAVARRO, J.M., "El vidrio". Consejo Superior de Investigaciones Científicas. Instituto de Cerámica y Vidrio.
- [7] GARCIA PRIETO, M.A., RUBIO, M.D., BERNARDO, A., LAMELA, M.J., DOBLARE, M., FERNANDEZ CANTELI, A., "Estudio comparativo entre dos modelos probabilísticos para el diseño de componentes cerámicos", Anales de Mecánica de la Fractura, vol. 15.
- [8] PRIMAS, R.J., GSTREIN, R., "ESIS TC6 round robin on fracture toughness", Fatigue and Fracture Eng. Mat. and Structures, Vol.20, n°4, pag.513-532, 1997.
- [9] THEILIG, H., NICKEL, J., "Spannungssintensitätsfaktoren" Fachbuchverlag Leipzig, 1987.