

ANÁLISIS DE CARGAS DINÁMICAS

Antonio Martín Meizoso
 Centro de Estudios e Investigaciones Técnicas de Gipuzkoa (CEIT)
 y Escuela Superior de Ingenieros, Universidad de Navarra
 Paseo de Manuel Lardizábal, 15, 20018 SAN SEBASTIÁN

Resumen. Los coeficientes dinámicos de carga suelen emplearse como unos confusos coeficientes de seguridad a la hora del diseño de estructuras. Típicamente se emplea un valor de 2, que corresponde al caso de una aplicación súbita de la carga. Este artículo describe su cálculo y lo gigantesco que pueden ser en muchos casos, tanto ingenieriles como de nuestra vida cotidiana. Se describe desde el punto de vista de la Mecánica de la Fractura y, en particular, cómo en muchos casos no es necesario recurrir a la propagación de las ondas elásticas en los materiales para justificar roturas.

Abstract. Dynamic load coefficients tend to be used as some blurring safety coefficients when designing structures. A typical value of 2 is used, that is the case of a sudden loading. This article describes its computation and how huge it can be in several engineering and common life cases. It is described from a Fracture Mechanics point of view and particular attention is given to how, in many cases, it is not required to argue about propagation of elastic waves in components to account for fractures.

1. INTRODUCCIÓN

El vulgo dice que algo es frágil cuando se cae y se rompe: un plato de loza, una taza, un vaso de cristal, ... A primera vista la definición popular de tenacidad no parece muy compatible con la definición más técnica de capacidad de soportar tensiones en presencia de grietas.

Pero tampoco son tan incompatibles, si estudiamos con cuidado qué ocurre cuando algo se cae sobre otra cosa (normalmente el terrazo de la cocina).

2. EFECTOS DINÁMICOS

Supongamos un sólido indeformable (taza), de masa M , que depositamos suavemente sobre otro objeto deformable (de módulo elástico E), superficie A , grosor L y masa despreciable, véase la Fig. 1. El sólido deformable se deforma hasta producir una reacción sobre la taza igual a su peso. La contracción para la que se establece el equilibrio valdrá:

$$\delta_{est} = \frac{MgL}{EA} \quad (1)$$

siendo g la constante gravitatoria del planeta en el que se realice el experimento (por ejemplo, en la superficie de la tierra, $g \approx 9.81 \text{ m/s}^2$).

Supongamos ahora que la taza se deja caer desde una altura h y nos preguntamos por cuál sea la máxima contracción del sólido deformable, δ_{max} .

En el peor de los casos toda la energía potencial de la taza se transformará en energía de deformación elástica del sólido deformable (J. M. Gere y S. P. Timoshenko 1991):

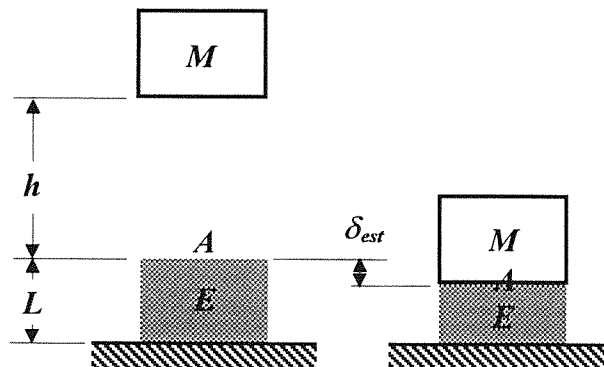


Fig. 1. Aplicación dinámica y lenta de una carga.

$$E_p = Mg(h + \delta_{\max}) = U = \frac{\delta_{\max}^2 EA}{2L} \quad (2)$$

Obsérvese el detalle de incluir la contracción máxima en la variación de la energía potencial de la taza, complica un poco más el problema, pero aún resulta resoluble.

Operando la Ec. (2), llegamos a la siguiente ecuación de segundo grado:

$$\frac{EA}{2L} \delta_{\max}^2 - Mg\delta_{\max} - Mgh = 0 \quad (3)$$

Arreglándola un poco nos queda:

$$\delta_{\max}^2 - 2 \frac{MgL}{EA} \delta_{\max} - \frac{MgL}{EA} 2h = 0 \quad (4)$$

Ahora bien, MgL/EA es la contracción estática, véase la Ec. (1), luego la Ec. (4) la podemos expresar como:

$$\delta_{\max}^2 - 2\delta_{est} \delta_{\max} - 2h\delta_{est} = 0 \quad (5)$$

cuya solución es:

$$\delta_{\max} = \delta_{est} \pm \sqrt{\delta_{est}^2 + 2h\delta_{est}} \quad (6)$$

La incertidumbre sobre el signo se resuelve a favor del más. Por último, nos interesa la comparación entre el caso estático y el dinámico:

$$\frac{\delta_{\max}}{\delta_{est}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\delta_{est}}} \quad (7)$$

La Fig. 2 representa gráficamente esta Ec. (7).

Si el sólido deformable es elástico lineal, tal como se escalen los desplazamientos se escalan las deformaciones y, en particular, las tensiones:

$$\frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{est}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\delta_{est}}} \quad (8)$$

De forma similar, se obtienen las elongaciones y tensiones en el caso de un impacto horizontal (W. C. Young 1989). Sustituyendo la energía potencial en la Ec. (2) por la energía cinética:

$$\frac{\delta_{\max}}{\delta_{est}} = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{est}} = \sqrt{\frac{V^2}{g\delta_{est}}} \quad (9)$$

en donde V representa la velocidad del impacto.

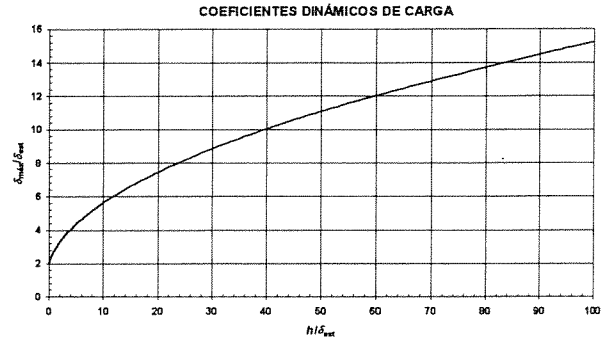


Fig. 2. Coeficientes dinámicos de carga en función de la altura de caída normalizada por la elongación estática.

3. DISCUSIÓN

3.1. Carga súbita

Ahora estamos en condiciones de sacar algunas consecuencias. Si la taza se deposita súbitamente sobre el sólido flexible, su altura de caída es $h = 0$, el desplazamiento máximo que se produce, se obtiene de la Ec. (6), $\delta_{\max} = 2 \delta_{est}$. Luego una aplicación súbita de la carga equivale a una aplicación lenta de una carga del doble, $2M$. Este resultado fue obtenido por J. V. Poncelet (matemático y científico francés, véase S. P. Timoshenko 1983). Realmente la taza oscila entre 0 y $2\delta_{est}$ hasta que la fricción o el amortiguamiento restituyan la taza a su posición de equilibrio estático: δ_{est} , véase la Fig. 3.

Si la masa del objeto deformable, M_{def} , no resulta despreciable frente a la masa del objeto que cae, M , hay que considerar en los cálculos la aceleración que se produce sobre el objeto deformable. En consecuencia, el valor de 2 es siempre conservador para el efecto dinámico de una carga súbita, véase la Tabla 1.

Tabla 1. Efectos dinámicos de una carga súbita, en función de la relación de masas (A. E. H. Love, 1906).

$\mu = M/M_{def}$	$\delta_{\max}/\delta_{est} = \sigma_{\max}/\sigma_{est}$
1	1'63
2	1'68
4	1'84
∞	2'00

3.2. Impactos

Si la altura de caída es muy superior a la elongación estática, en las Ecs. (7) y (8) podemos despreciar los unos y quedarnos con la raíz cuadrada del cociente entre $2h$ y δ_{est} . Pongamos algunos números a nuestra taza: su masa $M = 100$ g, la mesa está a $h = 1.2$ m sobre el suelo de terrazo. El módulo elástico de la plaqueta del suelo es de $E = 400$ GPa. El área de contacto es $A = 1$ mm².

En los libros de elasticidad (por ejemplo: A. S. Saada 1974, p. 398) encontramos la contracción media que produce una carga uniformemente distribuida sobre un área circular en la superficie de un sólido semi-infinito (el suelo):

$$\delta_{est} = \frac{0.96Mg(1-\nu^2)}{E\sqrt{A}} \tag{10}$$

Introduciendo los datos del problema, y estimando $\nu = 0.3$, obtenemos:

$$\delta_{est} = \frac{0.96 \cdot 0.1\text{kg} \cdot 9.81\text{m/s}^2 (1-0.3^2)}{400 \times 10^9 \text{ Pa} \cdot \sqrt{1 \times 10^{-6} \text{ m}^2}} = 2.14 \times 10^{-9} \text{ m} \tag{11}$$

Estamos hablando de unas contracciones estáticas del orden del espaciado atómico. La contundencia del golpe valdrá:

$$\frac{\sigma_{max}}{\sigma_{est}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 1.2 \text{ m}}{2.14 \times 10^{-9} \text{ m}}} = 33.490 \tag{12}$$

Luego, durante un instante, las tensiones que se generan sobre el sólido flexible son equivalentes a una columna de 33.490 tazas (una torre de tazas de unos 2 km de altura).

Hasta ahora hemos estimado los efectos sobre el suelo. En virtud del principio de acción y reacción (Newton), la reacción sobre la taza será igual y contraria. El efecto de la caída es agigantar las tensiones hasta extremos difíciles de imaginar. Estas tensiones seguro que encuentran un defecto minúsculo pero suficiente para satisfacer la condición de rotura: $\sigma\sqrt{\pi a} \geq K_c$.

El lector inquieto argumenta: ¡Pero el efecto dinámico sería el mismo para una taza de metal! Pues sí, imagínesele Vd. mismo: ¿Qué ocurre si pone 33.489

tazas encima?: la taza de abajo se “espachurra”. Primero deforma, luego lo probable es que abollemos la taza metálica.

3.3. Absorción de impactos

Ya hemos hablado del lado negativo de la precipitación. Pero veamos el otro punto de vista. Vd. es un experto en fractura y queremos llevar un montón de tazas a Kuala Lumpur (capital de Malasia) ¿Qué tenemos que hacer para que no lleguen rotas? No vale con que me cuente que como son sumamente frágiles y los carteros son muy recios, seguro que llegan rotas.

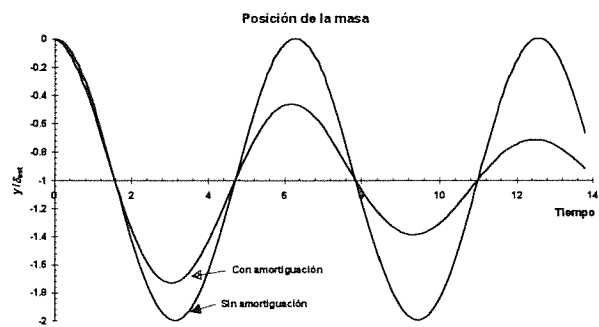


Fig. 3. Oscilaciones alrededor de la posición de equilibrio estático, con y sin amortiguación, en el caso de una aplicación súbita de carga.

Si analizamos el problema veremos que con las alturas de caída poco podemos hacer: no está en nuestra mano el que las mesas de las oficinas de correos sean más bajitas o que los trenes de aterrizaje de los aviones sean más cortos, ... El truco está en aumentar δ_{est} , deberemos rodear nuestras tazas de algo grueso y muy fofo: papel de burbujas, espuma de poliuretano, cojines, pajas, ... Lo mismo, en un coche, para no estropear al conductor, se llaman neumáticos, asientos mullidos y air-bags.

Por el mismo motivo, los que practican “puenting” utilizan gomas y no cables de acero, los escaladores utilizan cuerdas de nylon y el remolque de un buque nunca se realiza con unos cables tensos: un golpe de mar rompería los cables de remolque.

Hay un recurso extremo, cuando queremos eyectar a un piloto de un avión de combate, le sentamos sobre un asiento con cohetes. Aquí la única solución es reducir h al mínimo: nada de cojines, mullidos paracaídas, ... le sentamos directamente sobre el duro asiento. No podemos permitir que el asiento gane velocidad y entonces nos golpee al piloto. El piloto viaja muy incómodo, pero el día que tenga que eyectarse, nos lo agradecerá.

Con otro poco de imaginación ya puede Vd. imaginarse cómo funciona un martillo: mucha M , mucha h (o su equivalente que es velocidad) y deje hacer a los efectos dinámicos. El problema aquí es no romper el martillo y que las esquilas salgan disparadas contra su ojo. Pero los metalúrgicos templan el extremo del martillo en plomo fundido (patentado) para obtener una perlita muy fina, con una gran tenacidad. Si el problema es que se sale del mango... eso ya no es un problema de mecánica de la fractura... bueno, mientras no aterrice sobre una cabeza.

3.4. Propagación de ondas

Hasta ahora, en todos los ejemplos, no ha sido necesario argumentar sobre los efectos de las propagaciones de ondas en los sólidos. Ha sido suficiente un análisis estático y el cálculo del efecto dinámico de la carga. Sin embargo existen casos en los que tendremos que recurrir a un análisis más fino.

Por ejemplo, volviendo sobre los martillos, un martillo de encofrador consta de una maza y dos aletas posteriores que se utilizan para extraer los clavos de los tabloncillos de madera. Si el martillo se somete a repetidos golpes con la maza, aparecen unas grietas en la raíz de las palas y éstas se desprenden. Un análisis estático nos diría que, a partir del ojo - donde se inserta el mango -, el martillo está libre de tensiones y, en particular, las palas y su raíz, véase la Fig. 4.

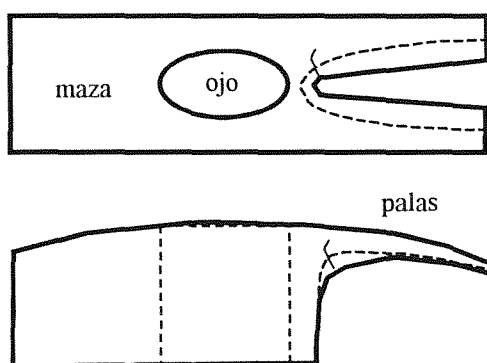


Fig. 4. Martillo de desencofrar y sus partes. El esquema muestra una grieta en la raíz de las palas.

Para explicarlo tendremos que recurrir a la propagación de las ondas elásticas en el martillo y descubrir que la sección de las palas es mucho menor que la de la maza.

Ocurre lo mismo cuando dejamos caer sobre la mesa una botella llena de líquido y, casualmente, la botella está destapada. La altura de caída fue pequeña, pero el surtidor de líquido se eleva una cantidad muy

considerable. El golpe lo recibió la botella en la base, pero toda la energía se concentra en la sección de la garganta de la botella impulsando el escaso líquido allí presente hasta una altura respetable.

El mismo experimento se puede realizar con un "tetrabrick", preferiblemente recién abierto y lleno de leche. Al más mínimo descuido mancharemos media cocina.

Además deberemos considerar que la onda compresiva del martillazo se refleja como una onda tractiva. Ahora ya sabemos por qué, sorprendentemente, fallan las palas del martillo, que en un análisis estático resultaban ajenas a los martillazos que daba la maza situada al otro extremo.

Las tensiones compresivas en la maza durante los martillazos son modestas pero éstas se concentran en una sección mucho menor en las alas del martillo. En estas secciones las tensiones son mucho más importantes y cuando regresan, reflejadas en las superficies libres del martillo, vuelven como grandes tensiones tractivas que producirán la aparición y propagación de grietas a partir de pequeños defectos situados en las zonas de altas tensiones. La carga es alternada y la grieta crecerá por fatiga hasta que se caigan las palas.

Otro ejemplo del efecto de la inversión de la tensión lo encontramos al realizar un ensayo de torsión de un alambre trefilado de alta resistencia. Al retorcer el alambre, en una dirección, los mayores esfuerzos cortantes se sitúan en la superficie del alambre, en la dirección del eje del alambre y en su perpendicular.

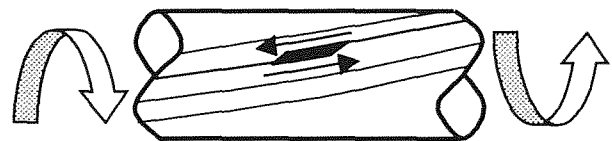


Fig. 5. Ensayo de torsión de un alambre trefilado. El esquema muestra la generación de defectos paralelos a las fibras, producidos por los esfuerzos cortantes, y el giro de la orientación de las fibras.

Las cristalitas que forman el alambre trefilado se asemejan a fibras longitudinales. La deformación se concentra a lo largo de la intercara longitudinal entre los granos creándose defectos (en el modo II). De momento estos planos, al retorcer el alambre, giran internándose en zonas de compresión perpendicular a su intercara, véase la Fig. 5. Los defectos crecerán pero estarán cerrados y pasarán desapercibidos.

En el momento en que se fracture el alambre, los dos pedazos resultantes se desenroscarán en la dirección contraria. Ahora aparecerán tracciones perpendiculares a los defectos generados durante la torsión inicial. Su efecto será la fragmentación múltiple del alambre. El número de fragmentos aumenta al hacerlo la resistencia del alambre (Goes et al. 1994) pues son mayores los defectos generados y las tensiones.

Si observamos las fracturas de los pedacitos de alambre veremos que son fracturas típicas de torsión con una espiral formando 45° con el eje del alambre (con la excepción de la primera fractura). Pero las fracturas corresponden a una torsión de sentido contrario a la que se le impuso al alambre. Como si se hubiera retorcido el alambre del revés, que es lo que ha ocurrido, tras la rotura inicial, en los dos pedazos resultantes.

4. CONCLUSIONES

- Un análisis estático es en muchos casos suficiente para justificar roturas, si se incorpora al análisis el efecto dinámico de las cargas.
- En otros casos, tampoco será necesario un complejo análisis de la propagación de los diferentes tipos de ondas en los sólidos. Puede bastar el análisis de las diferentes secciones del componente y la inversión del tensor de tensiones que tiene lugar cuando las ondas se reflejan en las superficies libres del mismo.
- Sólo en los casos restantes estaría justificado un análisis, más complejo, de la propagación de las ondas en el componente.

5. REFERENCIAS

- Gere J. M. y Timoshenko S. P. (1991) "Mechanics of Materials" 3ª edc., Chapman & Hall, Londres (Reino Unido).
- Goes B., Martín Meizoso A., Gil Sevillano J., Lefever I. y Aernoudt E. (1994) "Fragmentation of Pearlitic Steel Wire in Torsion", Anales de Mecánica de la Fractura, **11**, 104-111.
- Love A. E. H. (1906) "Mathematical Theory of Elasticity", 2ª edc., Cambridge University Press (Reino Unido).
- Saada A. S. (1974) "Elasticity: theory and applications", Pergamon Press Inc., Nueva York (EEUU).
- Timoshenko S. P. (1983) "History of strength of Materials", Dover Publications, Inc., Nueva York (EEUU).
- Young, W. C. (1989) "Roark's Formulas for Stress & Strain" 6ª edc., MacGraw-Hill, Nueva York (EEUU).