

FRACTURA DE HORMIGÓN Y FISURA COHESIVA

J. Planas

Departamento de Ciencia de Materiales
 Universidad Politecnica de Madrid
 ETS Ingenieros de Caminos
 Ciudad Universitaria, 28040 MADRID

Resumen. Este artículo discute algunas de las peculiaridades de la fractura del hormigón, resume los aspectos más básicos de la modelización de la fractura usando el concepto de fisura cohesiva y expone unos pocos ejemplos de como tal teoría puede ser usada para captar aspectos esenciales del comportamiento experimental.

Abstract. This paper discusses some of the peculiarities of concrete fracture, summarizes the most basic aspects of fracture modeling using the cohesive crack concept, and shows a few examples of how such a model can be used to capture essential aspects of the experimentally observed behaviour.

1 INTRODUCCIÓN

El hormigón es un material ubicuo utilizado en cantidades masivas en todo el mundo y cuya característica fundamental, al menos en ingeniería civil, es que resiste muy bien en compresión, pero muy mal en tracción. Por ello los ingenieros arman con acero el hormigón y proyectan, en general, despreciando la resistencia a tracción del hormigón. Esto resulta lícito para estructuras suficientemente armadas. Pero no tanto cuando la estructura tiene poca o ninguna armadura (presas y vigas debilmente armadas, por ejemplo) o cuando la distribución de armadura no es, por imperativo constructivo, la más adecuada (rotura por cortante o por torsión de vigas con armadura longitudinal).

Sea cual sea el caso, si el ingeniero no se conforma con conocer la carga de agotamiento y quiere información adicional acerca del comportamiento de la estructura (por ejemplo la distribución y apertura de las fisuras), es evidente que debe considerar que el hormigón es un material aparentemente frágil que cede en tracción fisurándose. Por lo tanto parece lógico que la herramienta de elección para estudiar el proceso de rotura de estructuras de hormigón sea la mecánica de fractura. No lo es. Y no lo es a pesar de los esfuerzos realizados en los últimos 30 años y por diversas razones, una de las cuales es, a mi modo de ver, que no existe una teoría universalmente aceptada para describir la fractura del hormigón. Por el contrario existen muchas teorías o modelos.

De hecho el hormigón es probablemente el material para el que se han desarrollado más teorías de fractura y desde presupuestos más dispares. Y si se piensa que todas, o por lo menos muchas, tienen cierta base teórica y empírica,

que llevan coexistiendo 20 años y que la comunidad científica no ha rechazado ninguna de ellas, cabe concluir, que es porque ninguna es acuciantemente necesaria para la práctica diaria de la ingeniería.

A pesar de ello, o quizás gracias a ello, porque se ha podido investigar sin demasiada presión por obtener resultados inmediatamente aplicables, la investigación en fractura de hormigón ha sido científicamente muy enriquecedora, y ha puesto en juego teorías que cubren un amplísimo espectro conceptual y que contribuyen a extender los límites tradicionales de la mecánica de la fractura, al menos en su aspecto macroscópico, porque poco o nada se ha avanzado en la modelización a partir de sus componentes. Parece, en efecto, que el hormigón es un material reacio a dejarse estudiar por los métodos tradicionales de la ciencia de materiales, en los que las propiedades macroscópicas pueden deducirse de las propiedades de sus componentes y de sus interacciones. La razón de la dificultad estriba no tanto en el tipo de sus constituyentes, como en la complejidad y variabilidad de su estructura.

Así, por ejemplo, existen buenos modelos microscópicos para morteros y pastas de cemento reforzadas por fibras porque la geometría está perfectamente definida y la partición matriz-refuerzo es diáfana. No así en el hormigón, donde existe una regresión casi infinita del tamaño de los áridos, lo que hace que sea difícil seleccionar con éxito que fracción de áridos debe representarse explícitamente en el modelo (como las fibras) y cuáles deben suponerse parte integrante de la matriz (un mortero). Por lo demás, mi opinión es que si intentamos representar todos los áridos, cualquiera que sea su tamaño, embebidos en una pasta de cemento, el intento está condenado al fracaso por

su elvadísimo coste computacional y sus pequeñísimas perspectivas de generalización. Tomaré prestado aquí el apotegma originariamente utilizado para señalar la elusividad del “modelo final” en mecánica de suelos [1, 2], pero que puede aplicarse a cualquier otro modelo que intente reproducir los más pequeños detalles del comportamiento:

The excellent map
mises no detail, but it is
as large as the world.

No se han podido establecer, en consecuencia, las relaciones entre estructura y propiedades y, aunque los modelos macroscópicos hacen uso de conceptos microscópicos (microfisuración, por ejemplo) lo hacen de forma fenomenológica y los parámetros asociados a los supuestos mecanismos microscópicos deben determinarse experimentalmente para cada hormigón.

Si buscamos razones más profundas para justificar la proliferación de modelos de fractura para el hormigón, aparte de la libertad de especular sobre el tema que proviene de la falta de presión por parate de la ingeniería, me atrevería, sin ánimo de ser exhaustivo a señalar cuatro.

La primera razón es la diversidad de presupuestos (marcos teóricos) desde los que se realiza la aproximación, que permiten de entrada dividir los modelos en dos grandes grupos: (1) los que se enmarcan en la teoría de medios contínuos tradicional, enfocada al desarrollo y uso de ecuaciones constitutivas, y (2) los que se enmarcan en la tradición clásica de la mecánica de fractura como disciplina que estudia el equilibrio de una grieta.

La segunda razón es la diversidad de fines primarios de la investigación, que cubren un espectro continuo desde los centrados esencialmente en el cálculo de estructuras hasta los que están más enfocados a la caracterización del material.

La tercera razón es que la dicotomía clásica de la investigación en teórica y experimental resulta insuficiente cuando la complejidad de los modelos en juego es elevada. En ese caso la investigación pasa a apoyarse en tres puntales: (1) modelos; (2) experimentos; y (3) métodos numéricos. Puede argüirse que el desarrollo de métodos numéricos para implementar un modelo dado es parte de la actividad teórica, y es cierto. Pero no es menos cierto que la complejidad de los códigos numéricos es tal que un código dado puede aceptar un cierto conjunto de modelos y excluir otro, por lo que hay un mutuo condicionamiento entre modelo y método numérico que si en la ciencia en su conjunto no debiera notarse, se nota, y mucho, cuando se consideran grupos de investigación concretos: un grupo de investigación dado utiliza modelos para los cuales dispone de métodos numéricos adecuados.

La cuarta razón es la dificultad y limitación de los experimentos, que, como tendré ocasión de comentar más adelante, hace que modelos muy distintos en cuanto a presupuestos y alcance puedan aproximar con el mismo grado de precisión un grupo dado de resultados experimentales. A eso debe añadirse que, en su mayoría, los ensayos están concebidos para “confirmar” una teoría y no para falsarla, por lo que los modelos rara vez pueden someterse a contrastación fuerte.

Es de notar que algunos de los problemas que he señalado no son específicos de la fractura de hormigón, sino que se encuentran también en otros campos de la ingeniería, como el de la modelización de geomateriales [2, 3, 4]. En particular Kolymbas destaca que ciertos modelos son tan intrincados y la parte numérica tiene tanto peso y está tan entrecruzada con el modelo, que resultan imposibles de utilizar por otros investigadores (*non-relocative*, es el término utilizado por Kolymbas). La realidad es que, salvo para los modelos más simples, los cálculos son rara vez reproducidos por grupos independientes.

En nuestro departamento venimos estudiando, desde hace quince años, la fractura del hormigón (y de otros materiales afines como las rocas o los cerámicos) utilizando el modelo de fisura cohesiva, con un enfoque de matriales más que estructuralista, aunque con una clara vocación de que los resultados obtenidos puedan utilizarse en su momento en aplicaciones ingenieriles. Siendo este un modelo que es computacionalmente reproducible con relativa facilidad tiene las ventajas añadidas de ser bastante preciso en cuanto a la descripción de la experimentación disponible, de ser general, en el sentido de proporcionar una descripción mecánica completa de cualquier ensayo, y de ser perfectible, es decir, de admitir, sin alteraciones conceptuales importantes, refinamientos que progresivamente acercan el modelo a la realidad.

En lo que sigue se resumen las características básicas del modelo de fisura cohesiva y algunos de los resultados más significativos que hemos obtenido utilizando dicho modelo.

2 EL MODELO DE FISURA COHESIVA

La utilización de una zona cohesiva para describir los procesos no lineales próximos a la punta de una fisura se remonta a los trabajos de Barenblatt [5] y Dugdale [6]. El primero analizó el comportamiento de una zona cohesiva que simulaba las fuerzas interatómicas (Fig 1a) y el segundo el de una zona cohesiva que representaba el comportamiento plástico (Fig 1b).

El concepto de zona cohesiva puede muy bien extenderse a otros tipos de comportamiento no lineal en el que aparece una “quasi-grieta” cosida por fuerzas transmitidas entre sus caras, ya sea por puentes intergranulares, por fibras por

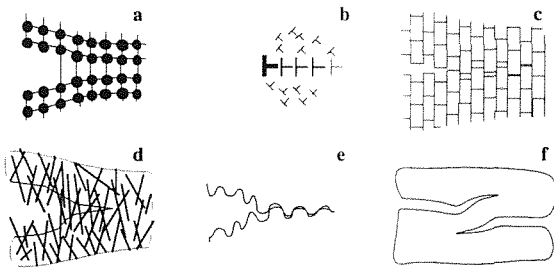


Figura 1: Varias posibilidades físicas de fisuras cohesivas: (a) fuerzas interatómicas, (b) línea plástica (línea de dislocaciones), (c) puentes entre granos, (d) cosido por fibras, (e) fricción entre áridos, y (f) solapamiento de fisuras [7].

fricción entre áridos o por existencia de grietas solapadas (Fig 1c-f), de los cuales los dos últimos son mecanismos que aparecen en el hormigón.

Desde nuestro punto de vista [7, 8], el salto cualitativo en este tipo de modelos se produce cuando Hillerborg y sus colaboradores extienden el modelo para representar, no sólo el comportamiento en la punta de una grieta preexistente, sino el comportamiento en cualquier punto del sólido macroscópicamente continuo y sin grietas [9]. En este punto conviene insistir en que el modelo es macroscópico: todas las irregularidades microestructurales (como granos, fibras, microgrietas y rugosidad de las caras de la grieta) deben ser suavizadas (homogeneizadas).

La formulación más sencilla de la fisura cohesiva, que denominamos estándar, es aquella que supone que salvo en los puntos de la fisura cohesiva el material es siempre elástico lineal e isótropo. Las condiciones de formación, orientación y crecimiento de la fisura cohesiva estándar se definen de la forma siguiente: (1) la fisura cohesiva aparece en un punto inicialmente intacto cuando la tensión principal mayor en dicho punto alcanza la resistencia a tracción del material f_t ; (2) la fisura así formada es perpendicular a la tensión principal mayor en dicho punto; y (3) después de su formación, la fisura cohesiva se abre pero continúa transfiriendo tensión entre sus caras de manera que, en modo I y abertura monótona creciente, la tensión transmitida σ es una función unívoca de la abertura de la grieta w :

$$\sigma = f(w) \tag{1}$$

A $f(w)$ se la denomina función (o curva) de ablandamiento y, para hormigón, suele tener el aspecto mostrado en la Fig. 2.

Dos parámetros básicos de la curva son su ordenada en el origen (la resistencia a tracción f_t) y el área que define con los dos ejes, la energía de fractura G_F que, como su nombre sugiere, es la energía necesaria para producir una unidad de área de fisura real (i.e. completamente rota).

Con los dos parámetros anteriores y el módulo de elasticidad

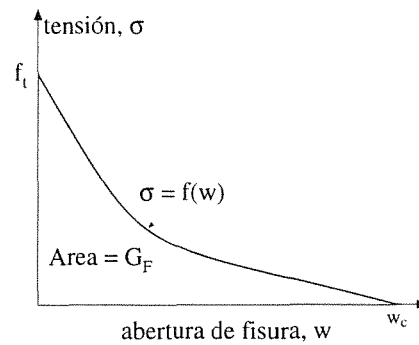


Figura 2: Curvas de ablandamiento de forma genérica para el hormigón, con la definición de f_t y G_F .

dad E se define un parámetro con dimensiones de longitud denominado *longitud característica* ℓ_{ch} ,

$$\ell_{ch} = \frac{EG_F}{f_t} \tag{2}$$

Este parámetro aparece en las ecuaciones que gobiernan la evolución de la fisura cohesiva de manera que si D define el tamaño de una estructura (por ejemplo el canto de una viga), la resistencia de estructuras geoméricamente semejantes del mismo material decrece al aumentar D/ℓ_{ch} . Recíprocamente, dada una estructura y dos materiales con curvas de ablandamiento afines (de la misma forma: pueden superponerse mediante cambios de escala adecuados en ambos ejes), pero distintos valores de f_t , G_F y ℓ_{ch} , el comportamiento es más frágil cuanto menor es ℓ_{ch} .

3 APROXIMACIÓN BILINEAL

Para la mayor parte de los hormigones, parece que una aproximación bilineal de la curva de ablandamiento es suficientemente aproximada para las aplicaciones prácticas (Fig. 3). Tal curva está definida por cuatro parámetros, por ejemplo f_t , G_f , w_1 y w_c . Estos cuatro parámetros pueden determinarse experimentalmente siguiendo el procedimiento desarrollado en [10], que se basa en combinar los resultados de un ensayo brasileño (véase Sec. 5) y de un ensayo estable de flexión en tres puntos de una viga entallada (para una aproximación analítica véase [11], Sec. 7.3).

Es interesante resaltar que para las curvas de ablandamiento con un tramo inicial aproximadamente lineal, la carga máxima está controlada por f_t y w_1 siempre que el tamaño de la probeta no sea muy grande (los ensayos típicos de laboratorio están en este caso) [12, 13]. Por ello es útil recurrir a una segunda longitud característica ℓ_1 que se define como

$$\ell_1 = \frac{Ew_1}{2f_t} \tag{3}$$

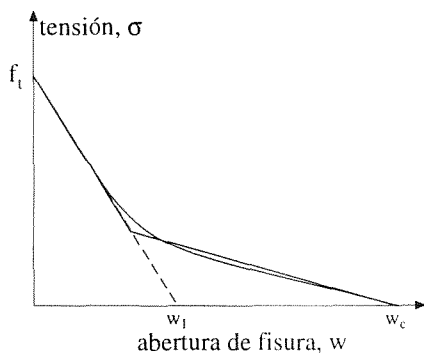


Figura 3: Aproximación bilineal de la curva de ablandamiento para el hormigón. El parámetro w_1 es la abscisa en el origen de la prolongación del primer segmento.

4 MÓDULO DE ROTURA

El módulo de rotura se obtiene de un ensayo de flexión en tres puntos sobre una viga *sin entalla*. Se puede definir la tensión nominal σ_N a partir de la fórmula clásica de resistencia de materiales para la tensión en la fibra más solicitada:

$$\sigma_N = \frac{3PS}{2BD^2} \quad (4)$$

donde P es la carga, S la luz entre apoyos, D el canto de la probeta y B su espesor. La tensión nominal para la carga máxima P_u es el módulo de rotura

$$f_r \equiv \sigma_{Nu} = \frac{3P_u S}{2BD^2} \quad (5)$$

Es bien conocido que el módulo de rotura es sensiblemente mayor que la resistencia a tracción simple (por ejemplo la norma ACI americana acepta que $f_r/f_t = 1.25$). En realidad el módulo de rotura depende del tamaño (el canto de la viga) como puede observarse en los resultados que se recogen en la figura 4.

En esa figura se muestran también las curvas teóricas correspondientes a cuatro modelos distintos cuyos detalles pueden verse en [12] o [11]: el modelo de fisura cohesiva, el modelo de fisura equivalente de Jenq y Shah [14], el modelo de Bazant y Li (modelo "ad hoc" basado en el gradiente de deformación) [15], y el modelo multifractal de Carpinteri et al. [16]. Las curvas se han obtenido por ajuste óptimo de los dos parámetros de que depende cada modelo a los puntos experimentales.

Como puede observarse, en algunos casos los datos experimentales encajan igualmente bien con todos los modelos debido a la dispersión y a lo limitado del intervalo de tamaños ensayados (Fig. 4a). En otros casos el modelo de fisura cohesiva da una mejor aproximación que el resto de los ensayos (Fig. 4b). Y aún en otros el ajuste parece favorecer a otros modelos (Fig. 4c). En cualquier caso, la situación parece ser de empate técnico porque en

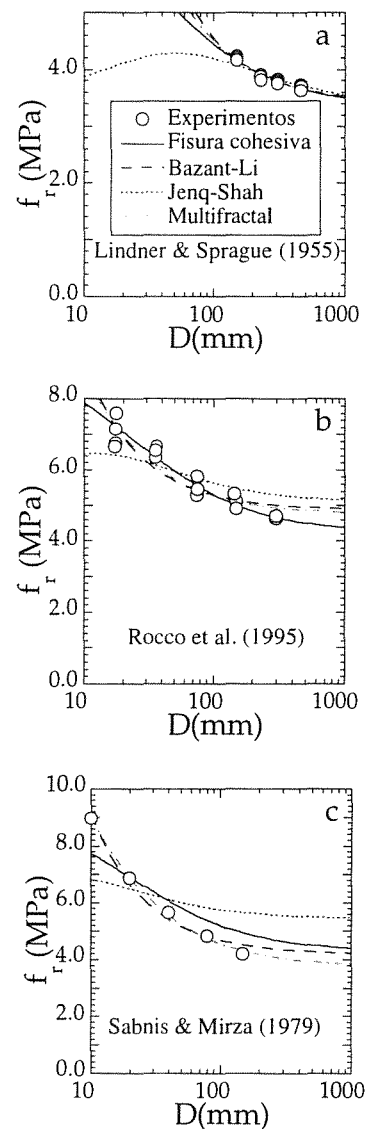


Figura 4: Resultados experimentales del módulo de rotura comparados con los ajustes óptimos de cuatro modelos (tomado de [12]).

el intervalo de tamaños ensayado la diferencia entre unos modelos y otros nunca supera el 20%.

Donde el modelo de fisura cohesiva demuestra su superioridad es en la capacidad predictiva. Ninguno de los otros modelos puede predecir la respuesta mecánica completa (son modelos que sólo permiten definir la carga máxima). En cambio el modelo de fisura cohesiva permite calcular también curvas carga-desplazamiento, y con excelente precisión, como puede observarse en la Fig. 5, en la que se muestran curvas experimentales carga-CMOD comparadas con la curva *predicha* por el modelo de fisura cohesiva. Nótese que no se trata de un ajuste, ya que todos los parámetros, elásticos y de la curva de ablandamiento, fueron determinados en ensayos independientes sobre probetas de distinta forma y distinto tamaño.

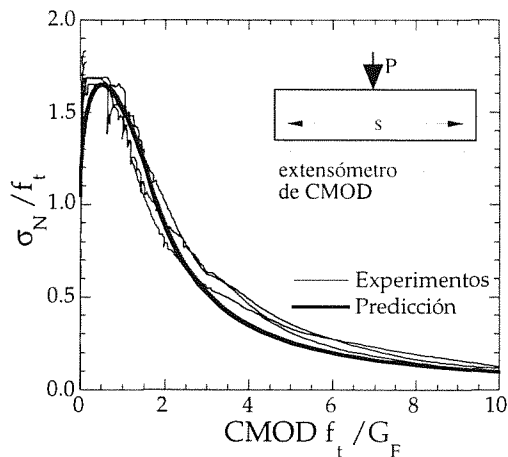


Figura 5: Curvas carga-CMOD medidas experimentalmente y predichas por el modelo de fisura cohesiva para vigas sin entalla sometidas a flexión; la curva de ablandamiento para el modelo cohesivo se determinó en ensayos independientes sobre probetas brasileñas y vigas entalladas [7].

5 ENSAYO BRASILEÑO

La forma aparentemente más lógica de determinar la resistencia a tracción, y la curva de ablandamiento completa, es mediante un ensayo de tracción directa. Sin embargo, relizar ensayos de tracción ideales, en los que en una probeta cilíndrica o prismática sin entallas se propague una única fisura cohesiva con sus caras paralelas, es terriblemente difícil, sino completamente imposible. En la práctica es preciso utilizar probetas con entallas y siempre se producen rotaciones, con lo que el ensayo deja de ser de tracción simple (véase [11], Sec 7.2.2).

Debido a lo anterior, se ha generalizado el uso de procedimientos indirectos para determinar la curva de ablandamiento o una aproximación razonable de ella, por ejemplo una curva bilineal. En cualquier caso la resistencia a tracción f_t es un parámetro básico en la curva de ablandamiento y es preciso determinarla por algún procedimiento. Una clase de procedimientos es la que utiliza una curva carga-CMOD (o carga-desplazamiento) de un ensayo de flexión en tres puntos de una viga entallada y obtiene la resistencia a tracción y los restantes parámetros mediante una técnica de ajuste que minimice el error. Como este tipo de procedimientos llevan a cálculos mal condicionados, nosotros preferimos utilizar un ensayo independiente para estimar f_t : el ensayo brasileño [10].

Sin embargo, el resultado de este tipo de ensayos depende del tamaño de la probeta, por lo que resulta esencial conocer el efecto del tamaño sobre la estimación de la resistencia a tracción. En una investigación reciente hemos estudiado los resultados de ensayos brasileños para probetas cilíndricas y prismáticas para varios espesores de la banda de carga y varios tamaños; asimismo hemos utilizado la fisura cohesiva para predecir dichos resultados [17, 18].

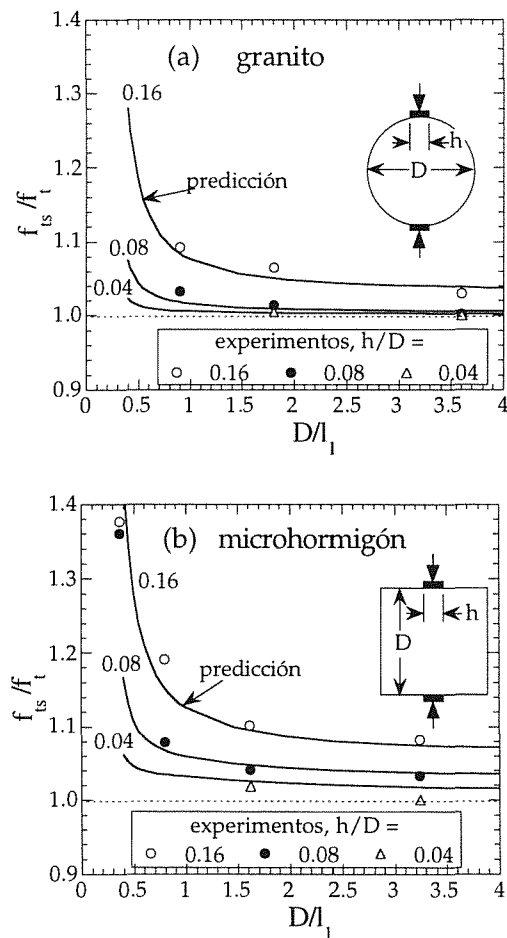


Figura 6: Relación entre la resistencia a tracción indirecta en un ensayo brasileño y la resistencia a tracción ‘verdadera’ en función del tamaño y de la anchura de la banda de carga, (a) para probetas cilíndricas, y (b) para probetas prismáticas. Los símbolos corresponden a resultados experimentales para (a) granito y (b) microhormigón. Las curvas son predicciones del modelo de fisura cohesiva [18].

La figura 6 recoge la comparación entre los resultados experimentales y las predicciones. Como puede observarse, la teoría representa muy aceptablemente los resultados y nuestra que para tamaños no muy pequeños, y bandas de reparto de carga estrechas el resultado del ensayo brasileño difiere muy poco de la resistencia a tracción verdadera, especialmente para probetas cilíndricas. En consecuencia la resistencia a tracción indirecta dada por el brasileño es un buen estimador de la resistencia a tracción verdadera que, además, puede mejorarse iterativamente [11].

6 ARMADURA MÍNIMA

La fisura cohesiva puede también predecir con éxito el comportamiento de vigas débilmente armadas sometidas a flexión, en las que se produce la rotura por una única grieta central. Un factor clave en el comportamiento de

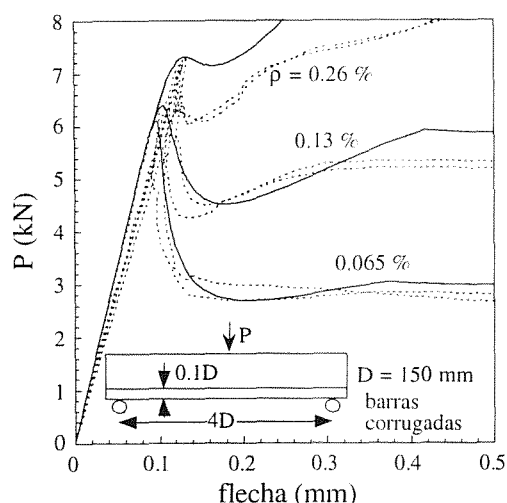


Figura 7: Vigas débilmente armadas: comparación de las curvas carga desplazamiento determinadas experimentalmente (líneas de trazos) y numéricamente (líneas continuas). Las curvas corresponden a vigas de microhormigón de 15 cm de canto armadas con distintas cuantías de barras corrugadas de acero (ρ es la cuantía geométrica) [19].

este tipo de elementos es la adherencia entre la armadura y la matriz que debe ser adecuadamente incorporada y calibrada. La figura 7 muestra algunos de los resultados experimentales obtenidos en ensayos de vigas de microhormigón débilmente armadas y las correspondientes predicciones teóricas [19, 20]. Debe notarse que los resultados teóricos son de nuevo totalmente predictivos ya que las propiedades del hormigón, de las armaduras y de la adherencia fueron determinadas en ensayos independientes. Las predicciones son sorprendentemente buenas si se tiene en cuenta que se adoptaron simplificaciones bastante drásticas en la modelización (tensión tangencial de adherencia constante y comportamiento perfectamente plástico de la armadura) y que, además, los resultados de la medida de la adherencia tienen grandes dispersiones.

7 FISURA COHESIVA Y FISURA EQUIVALENTE

La fisura cohesiva tiene, además de otras ya comentadas, la ventaja de admitir un cierto nivel de tratamiento analítico o semianalítico. En particular, es posible estudiar con cierta generalidad el comportamiento asintótico en el límite de fisuras iniciales muy grandes en cuerpos de grandes tamaños [21, 22, 23, 24].

Un resultado fundamental es que, cuando el tamaño de la zona cohesiva R (Fig. 8) es muy pequeño comparado con todas las dimensiones de la probeta (incluida la grieta inicial), las tensiones, deformaciones y corrimientos de la probeta lejos de la zona cohesiva (la zona sombreada en la figura) coinciden hasta términos del orden de R/D con los que tendría una probeta elástica equivalente con una longitud $a_0 + \Delta a_\infty$ donde a_0 es la longitud inicial de la grieta y Δa_∞ la extensión equivalente de fisura (para

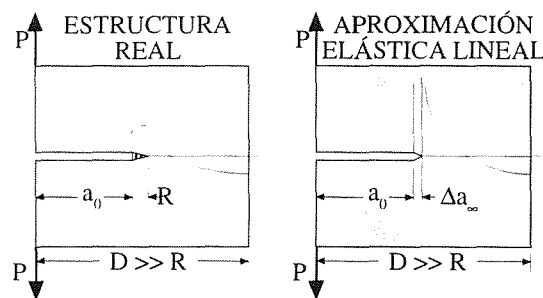


Figura 8: Extensión equivalente de fisura para tamaño infinito; los campos remotos (áreas sombreadas) coinciden hasta términos de orden R/D [22].

tamaño infinito). El valor de Δa_∞ puede obtenerse en forma cerrada a partir del análisis del problema para una fisura semiinfinita en un cuerpo infinito, lo que significa que es independiente de la geometría.

Dos resultados son de interés en este contexto: (1) para grandes tamaños existe una relación unívoca entre el modelo de fisura cohesiva (la curva de ablandamiento) y un modelo de curva R que gobierna el crecimiento de la fisura equivalente [25, 26, 27]; y (2) el valor crítico de la extensión efectiva de fisura $\Delta a_{\infty c}$, para el cual se produce la carga máxima, es una propiedad del material que depende exclusivamente de la curva de ablandamiento.

La obtención precisa de $\Delta a_{\infty c}$ requiere la solución de una ecuación integral no lineal. Sin embargo en [24] se demostró que existe una cota inferior para dicho parámetro y, para todos los casos estudiados, el valor real es muy próximo a la cota inferior de forma que se puede escribir

$$\Delta a_{\infty c} \approx \frac{\pi}{32} w_c^2 \frac{E'}{G_F} \quad (6)$$

donde w_c es la apertura de grieta para la que la tensión se anula (Fig. 3), E' el módulo de elasticidad efectivo y G_F la energía de fractura.

El hecho de que para grandes tamaños la fisura cohesiva pueda aproximarse rigurosamente por una fisura elástica equivalente llevó a analizar la posibilidad de que dicha propiedad sea extrapolable a tamaños prácticos [25, 26, 27, 28, 29]. La respuesta es negativa en general. Aunque puede parecer una aproximación razonable en casos particulares, en otros la aproximación puede ser francamente errónea. Esto se ilustra en la figura 9, que merece una explicación detallada.

Si suponemos un material gobernado por una fisura cohesiva, podemos ensayar numéricamente una probeta de flexión en tres puntos con una entalla (grieta inicial) y obtener la curva carga-CMOD. Podemos a continuación determinar qué curva R deberíamos usar para que una fisura elástica (equivalente) dé exactamente la misma respuesta carga-CMOD. Una vez determinada esta curva R , podemos utilizarla para predecir la curva carga-CMOD

para otras geometrías y compararlas con la curva “verdadera” (es decir, la deducida del modelo de fisura cohesiva inicialmente postulado). La figura 9a muestra la comparación para una probeta con entalla lateral (SEN) sometida a tracción, y el resultado es muy halagüeño. Sin embargo esto es así sólo porque se ha considerado una probeta de dimensiones similares a las de la probeta de flexión en tres puntos de la que se ha obtenido la curva R. Si comparamos las curvas para una probeta tres veces más grande el resultado es francamente malo, como muestra la figura 9b.

La principal conclusión práctica es que, aunque un modelo de fisura equivalente basado en una curva R puede aproximar bien los resultados correspondientes a un modelo de fisura cohesiva en casos muy limitados de geometría y tamaño, no debe ser extrapolado a la ligera a otros casos no controlados. Recíprocamente: los casos, frecuentes en la literatura, en que la curva R parece depender del tamaño y/o geometría de la probeta, pueden deberse simplemente a que el material en cuestión requiere un modelo de fractura de mayor nivel cuyo candidato más próximo es el modelo de fisura cohesiva.

8 COMENTARIOS FINALES

En los apartados anteriores se han resumido sólo resultados concernientes al modelo cohesivo estándar y sólo para fisuración en Modo I. Como se ha indicado en la introducción, el modelo cohesivo es perfectible y, de hecho, se han desarrollado ciertas extensiones del modelo estándar entre las que cabe citar las siguientes:

- Inclusión de una singularidad en la punta de la fisura cohesiva, para simular, por ejemplo la fractura de una matriz muy frágil (a la que corresponde la singularidad) reforzada por fibras o partículas (que generan la zona cohesiva propiamente dicha).
- Generalización del modelo a una relación vectorial entre el vector de tensión transmitida entre las caras y el desplazamiento relativo de las mismas, lo que es necesario para tratar problemas de propagación en modo mixto.
- Generalización a comportamiento no elástico del material que rodea la fisura cohesiva, bien sea por microfisuración difusa o por fenómenos plásticos, lo que hace aplicable el modelo a otro tipo de materiales radicalmente distintos como los polímeros o los metales.
- Generalización de la curva de ablandamiento de modo que dependa del estado tensional (dependencia de la triaxialidad) o de la rotación relativa de las caras de la fisura (dependencia del gradiente).

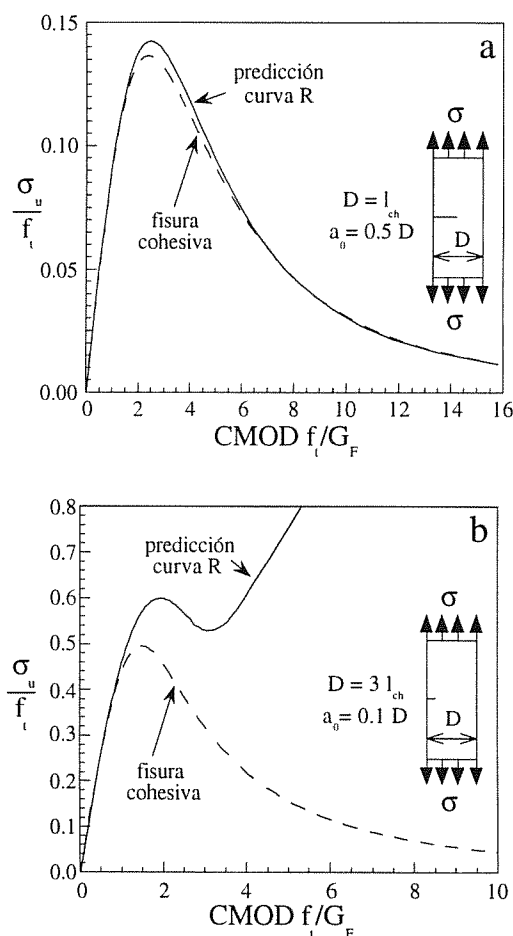


Figura 9: Comparación de la respuesta experimental (simulada mediante una fisura cohesiva, líneas de trazos) con la predicción basada en una curva R deducida de un ensayo de flexión en tres puntos de una probeta entallada con un canto $D = \ell_{ch}$ y una relación $a_0/D = 0.5$: (a) probeta SENT de dimensiones similares a las de la probeta utilizada en la determinación de la curva R; (b) probeta SENT de dimensiones muy distintas [30].

- Generalización de la curva de ablandamiento de modo que dependa de la velocidad de sollicitación (dependencia del tiempo) y/o de la temperatura.

9 REFERENCIAS

- [1] Muir Wood, D. (1990) *Soil behaviour and critical state soil mechanics*, Cambridge University Press.
- [2] Muir Wood, D. (2000) “The role of models in civil engineering”, *Constitutive modeling of granular materials*, D. Kolymbas (Ed.), Springer Verlag.
- [3] Kolymbas, D. (2000) “The misery of constitutive modeling”, *Constitutive modeling of granular materials*, D. Kolymbas (Ed.), Springer Verlag.
- [4] Viggiani, C. (2000) “Does engineering need science”, *Constitutive modeling of granular materials*, D.

Kolymbas (Ed.), Springer Verlag.

[5] Barenblatt, G. I. (1962) "The mathematical theory of equilibrium of cracks in brittle fracture." *Adv. Appl. Mech.*, **7**, 55–129.

[6] Dugdale, D. S. (1960) "Yielding of steel sheets containing slits." *J. Mech. Phys. Solids*, **8**, 100–108.

[7] Planas, J., Elices, M. and Guinea, G. V. (1995) "The extended cohesive crack." In *Fracture of Brittle Disordered materials: Concrete, Rock and Ceramics*, G. Bakker and B. L. Karihaloo, eds., E & FN Spon, London, pp. 51–65.

[8] Elices, M., Planas, J. and Guinea, G. V. (2000) "Fracture mechanics applied to concrete." In *13th European Conference on Fracture (ECF 13)*. (San Sebastian, Spain, 6-9 September 2000.)

[9] Hillerborg, A., Modéer, M. and Petersson, P. E. (1976) "Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements." *Cement Concrete Res.*, **6**, 773–782.

[10] Guinea, G. V., Planas, J. and Elices, M. (1994) "A general bilinear fit for the softening curve of concrete." *Mater. Struct.*, **27**, 99–105.

[11] Bazant Z.P. y Planas J. (1998) *Fracture and Size Effect in Concrete and Other Quasibrittle Materials*, CRC Press LLC, Boca Ratón, Florida.

[12] Planas, J., Guinea, G. V. and Elices, M. (1995) "Rupture modulus and fracture properties of concrete." In *Fracture Mechanics of Concrete Structures*, Vol. 1, F. H. Wittmann, ed., Aedificatio Publishers, Freiburg, Germany, pp. 95–110.

[13] Planas, J., Guinea, G. V. and Elices, M. (1997) "Generalized size effect equation for quasibrittle materials." *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.*, **20**(5), 671–687.

[14] Jenq, Y. S. and Shah, S. P. (1985) "Two parameter fracture model for concrete." *J. Eng. Mech.-ASCE*, **111**(10), 1227–1241.

[15] Bažant, Z. P. and Li, Z. (1995) "Modulus of rupture: Size effect due to fracture initiation in boundary layer." *J. Struct. Eng.-ASCE*, **121**(4), 739–746.

[16] Carpinteri, A., Chiaia, B. and Ferro G. (1994) "Multifractal scaling law for the nominal strength variation of concrete structures." In *Size Effect in Concrete Structures*, H. Mihashi, H. Okamura and Z. P. Bažant, eds., E & FN Spon, London, pp. 193–206.

[17] Rocco, C., Guinea, G. V., Planas, J. and Elices, M. (1999) "Size Effect and boundary conditions in the Brazilian test: theoretical analysis." *Materials and Structures*, **32**, 437–444.

[18] Rocco, C., Guinea, G. V., Planas, J. and Elices, M. (1999) "Size Effect and boundary conditions in the Brazilian test: experimental verification." *Materials and Structures*, **32**, 210–217.

[19] Planas, J., Ruiz, G. and Elices, M. (1995) "Fracture of lightly reinforced concrete beams: Theory and experiments." In *Fracture Mechanics of Concrete Structures*, Vol. 2, F. H. Wittmann, ed., Aedificatio Publishers, Freiburg, Germany, pp. 1179–1188.

[20] Ruiz, G., Elices, M. and Planas, J. (1998) "Experimental study of fracture of lightly reinforced concrete beams." *J. Mech. Phys. Solids*, **31**, 683–691.

[21] Planas, J. and Elices, M. (1986) "Un nuevo método de análisis del comportamiento de una fisura cohesiva en Modo I." *Anales de Mecánica de la Fractura*, **3**, 219–227.

[22] Planas, J. and Elices, M. (1991) "Nonlinear fracture of cohesive materials." *Int. J. Fracture*, **51**, 139–157.

[23] Planas, J. and Elices, M. (1992) "Asymptotic analysis of a cohesive crack: 1. Theoretical background." *Int. J. Fracture*, **55**, 153–177.

[24] Planas, J. and Elices, M. (1993) "Asymptotic analysis of a cohesive crack: 2. Influence of the softening curve." *Int. J. Fracture*, **64**, 221–237.

[25] Planas, J. and Elices, M. (1990) "The approximation of a cohesive crack by effective elastic cracks." In *Fracture Behaviour and Design of Materials and Structures*, Vol. 2, D. Firrao, ed., Engineering Materials Advisory Services Ltd. (EMAS), Warley, West Midlands, U. K., pp. 605–611.

[26] Planas, J. and Elices, M. (1991) "Asymptotic analysis of cohesive cracks and its relation with effective elastic cracks." In *Toughening Mechanisms in Quasi-Brittle Materials*, S. P. Shah, ed., Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, pp. 189–202.

[27] Elices, M. and Planas, J. (1993) "The equivalent elastic crack: 1. Load-Y equivalences." *Int. J. Fracture*, **61**, 159–172.

[28] Elices, M., Planas, J. and Guinea, G. V. (1993) "Modeling cracking in rocks and cementitious materials." In *Fracture and Damage of Concrete and Rock*, Rossmanith, H.P, ed., E & FN Spon, London, pp. 3–33.

[29] Planas, J., Elices, M. and Ruiz, G. (1993) "The equivalent elastic crack: 2. X-Y equivalences and asymptotic analysis." *Int. J. Fracture*, **61**, 231–246.

[30] Elices, M. and Planas, J. (1996) "Fracture mechanics parameters of concrete: An overview." *Adv. Cem. Bas. Mat.*, **4**, 116–127.