

MODELIZACIÓN DEL ENSAYO BREAK-OFF MEDIANTE EL MODELO DE FISURA COHESIVA

C. Rocco¹, A. Di Maio², L. Traversa³ y G. V. Guinea⁴.

¹ Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de La Plata. Argentina

² Investigador LEMIT-CONICET. Argentina

³ Investigador LEMIT-CIC. Argentina.

⁴ Depto. Ciencia de Materiales. ETSI, Caminos, Canales y Puertos, Universidad Politécnica de Madrid, España.

Resumen. En el presente trabajo se presenta una modelización teórica del ensayo “break-off” mediante la aplicación de un modelo de fractura no lineal basado en el concepto de la fisura cohesiva. Con la implementación del modelo, se obtuvo la curva de variación de la carga de rotura teórica del ensayo en función del tamaño de probeta y de las propiedades de fractura del material. Los resultados obtenidos con el modelo fueron comparados con resultados de ensayos realizados en laboratorio. Estos resultados muestran que los valores de la carga de rotura teórica que predice el modelo de fisura cohesiva, para el ensayo “break-off”, son prácticamente coincidentes con las cargas de rotura medidas experimentalmente en los ensayos de laboratorio. Los resultados alcanzados permiten convalidar al modelo cohesivo como un marco de referencia apropiado para la interpretación de los resultados de ensayos. En particular, mediante el modelo, es posible cuantificar el efecto del tamaño de probeta y de la naturaleza del material sobre los resultados de los ensayos y correlacionar de manera teórica y objetiva, la carga de rotura con la resistencia a la tracción del material. Asimismo, mediante la implementación de técnicas de análisis inverso, el ensayo break-off puede ser empleado como un método de ensayo efectivo para la valoración “in situ” o en laboratorio de las propiedades en fractura de materiales como el hormigón, las rocas y los cerámicos.

Abstract. In this paper a fracture model based on the cohesive crack concept is applied to the break-off test. From to numerical simulation the theoretical load-displacement curves for both different size specimen and material properties were obtained. The theoretical nominal strength of break-off specimens, obtained with the model, are compared with experimental results conducted in laboratory. For the laboratory test a micro concrete of water/cement ratio 0.5 was used and the fracture properties used as input in the model were determined by independent tests. The results shown that the cohesive crack model predictions are coincident with the experimental results. From the obtained results, we can conclude that the cohesive crack model can be used as a appropriate theoretical toll to evaluate the experimental results in the break-off test. From the model is possible to predict the influence of the material properties on the test results. Also, using inverse analysis method, the break-off test can be used as a experimental method to determinate the fracture properties of concrete in building structures.

1. INTRODUCCIÓN

Entre los ensayos no destructivos utilizados en el campo de aplicación del hormigón, el ensayo “break-off”, conocido también como ensayo de quebramiento, es uno de los ensayos de uso frecuente para la determinación de la calidad del hormigón en estructuras construidas. Este método de ensayo fue desarrollado en el año 1977 por la Norwegian Technical University, y consiste en determinar “in situ” la carga que provoca la rotura por flexión de un cilindro de 55 mm de diámetro por 70 mm de longitud que se materializa sobre la estructura con la ayuda de una broca con corona diamantada [1,2]. Si bien el mecanismo de rotura inducido en el ensayo es de tracción por flexión, en la práctica normalizada, el

ensayo se utiliza para estimar la resistencia a la compresión a través de relaciones empíricas preestablecidas entre la carga o la tensión de rotura, medida en el ensayo y la resistencia a la compresión.

Aunque el ensayo fue originalmente desarrollado para su uso en estructuras de hormigón, su aplicación puede extenderse también al campo aplicación de otros materiales cuasi frágiles tales como las rocas y los cerámicos

Es importante destacar que la carga o la tensión de rotura que se mide en el ensayo “break-off” no es una propiedad del material sino un parámetro de carga que depende, entre otros factores, de las propiedades de

fractura y de la naturaleza del material ensayado. No obstante, en la práctica habitual, se utilizan curvas, ajustadas empíricamente mediante ensayos de laboratorio, que permiten relacionar indirectamente el resultado del ensayo con alguna propiedad del material, por lo general su resistencia a la compresión. La limitación más importante de este procedimiento es que las curvas de correlación así obtenidas no son de carácter universal sino que dependen de numerosos factores tales como la edad de ensayo, las condiciones de curado del hormigón, el contenido de humedad del material, el tamaño máximo y la naturaleza del agregado grueso, el nivel de resistencia, etc. Estrictamente hablando, la relación entre el resultado del ensayo y las propiedades del material es única para cada material, por lo que las estimaciones a partir de curvas empíricas de carácter general tienen asociadas intervalos de confianza de gran amplitud.

En los últimos años, la aplicación de la mecánica de fractura al campo del hormigón, y de los materiales cuasi frágiles en general, ha permitido estudiar de manera objetiva la respuesta mecánica de numerosos ensayos de laboratorio facilitando un marco teórico adecuado para la interpretación de los resultados de distintos ensayos [3]. En particular, mediante la aplicación de modelos de fractura es posible correlacionar de manera teórica el resultado de los ensayos con las propiedades del material, salvando de esta manera las limitaciones e inconvenientes de tener que acudir a relaciones empíricas que como ya se mencionó presentan a veces niveles de incertidumbre inadmisibles para una estimación apropiada.

En el presente trabajo se presenta una modelización teórica del ensayo “break-off” mediante la aplicación de un modelo de fractura no lineal basado en los conceptos de la fisura cohesiva [4]. Los resultados obtenidos con el modelo se contrastaron con resultados experimentales de ensayos de laboratorio. En el apartado 2 se describe el ensayo y se discuten los fundamentos del mismo. En la sección 3 se presenta el modelo de fractura utilizado, se describe la aplicación del modelo para el caso particular del ensayo “break-off” y se muestran los resultados teóricos obtenidos con el mismo. En el apartado 4 se describen los ensayos de laboratorio. Se incluyen los resultados de los ensayos de caracterización del material y de los ensayos “break-off”. En los apartados 5 y 6 se analizan y comparan los resultados experimentales y los resultados del modelo, y se presentan las conclusiones del trabajo.

2. EL ENSAYO “BREAK-OFF”

2.1. Descripción del Ensayo

El ensayo consiste en producir, “in-situ”, la rotura por flexión de un elemento o probeta cilíndrica de 5,5 cm de diámetro y 7,0 cm de espesor que se materializa sobre la

estructura o cuerpo de prueba a ensayar. Para tal fin se utilizan en la práctica alguno de los dos métodos siguientes. a) En la masa del hormigón endurecido, se cala directamente la probeta mediante la utilización de una broca especial provista de corona diamantada o b) En la masa del hormigón fresco se introduce un inserto tubular de plástico, de diseño especial, que es extraído una vez que el hormigón ha fraguado. Este último método es de aplicación en aquellos casos en donde la realización de los ensayos se encuentra programada previamente al hormigonado de la estructura. La probeta así conformada presenta un extremo empotrado en la masa del hormigón de la estructura y el otro extremo libre.

Para producir la rotura de la probeta se aplica, en el extremo libre de la misma, una carga en dirección perpendicular al eje longitudinal de la probeta y paralela al plano teórico de empotramiento, que produce la rotura por flexión en el mencionado plano. La carga se materializa a través de un pequeño pistón hidráulico de accionamiento manual que se aloja en el espacio que separa la pared lateral de la probeta del resto de la estructura. La presión en el pistón se mide directamente sobre un manómetro calibrado que puede indicar la presión o directamente la carga aplicada. [1, 2].

En la figura 1 se muestra un esquema, con la configuración típica del ensayo “break-off”, en donde se pueden apreciar detalles de las dimensiones de la probeta y de forma de aplicación de la carga.

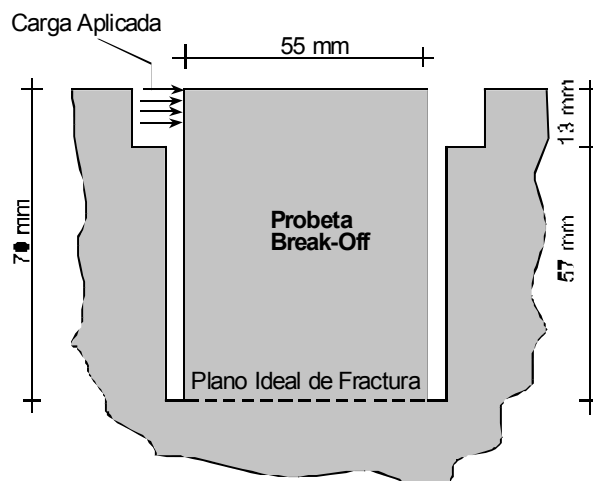


Fig. 1. Ensayo “break-off”. Esquema de la probeta y aplicación de la carga

2.2. Tensión Nominal de Rotura

Para evaluar o comparar la resistencia de probetas o estructuras, geoméricamente semejantes, resulta conveniente expresar la misma mediante algún parámetro de carga que tenga dimensiones de tensión. Al valor de esta tensión calculada con la carga de rotura se la denomina tensión nominal de rotura.

En el caso del ensayo “break-off” la tensión nominal de rotura se puede definir como la máxima tensión teórica de tracción, que se produce en el plano de rotura de la probeta al alcanzar la carga máxima, calculada bajo la hipótesis de comportamiento elástico lineal del material. De esta manera la tensión nominal de rotura se puede calcular mediante la siguiente expresión:

$$\sigma_{Nu} = 40.7P_u S / \pi D^3 \quad (1)$$

donde P_u es la carga última o de rotura, D es el diámetro de la probeta y S es la distancia entre el punto de aplicación de la carga y el plano de rotura o empotramiento.

3. MODELIZACIÓN DEL ENSAYO

Existen en la actualidad distintos modelos basados en la mecánica de la fractura mediante los cuales es posible predecir la nominal de rotura de una probeta. De los modelos predictivos mas difundidos uno de los que ha demostrado, gracias a su formulación matemática, describir de manera simple y adecuada el comportamiento físico del hormigón en rotura es el modelo de fisura cohesiva [4-5].

En el apartado 3.1 se describen los fundamentos del modelo y los parámetros del material asociados con el mismo. En 3.2 se describe la aplicación particular del modelo para el caso del ensayo “break-off”, y en 3.3 se presentan los resultados teóricos obtenidos con el modelo.

3.1. Marco Teórico: Modelo de Fisura Cohesiva

El modelo de fisura cohesiva fue introducido por Hillerborg en la década del ‘70 y desarrollado por J. Planas y M. Elices, [6], en los últimos años, y es en esencia una extensión del modelo clásico de Barenblatt, [7]. Es un modelo macroscópico en donde el plano de fractura de la probeta (zona de microfisuración y crecimiento de fisuras) se representa mediante una fisura entre cuyas caras se pueden transferir tensiones, tal como se representa esquemáticamente en la figura 2a.

A esta fisura se la denomina fisura cohesiva, y la magnitud de las tensiones σ entre sus caras depende de

la apertura w a través de una función denominada función o curva de ablandamiento que es una propiedad del material, que se determina experimentalmente y que constituye uno de los “input” fundamentales del modelo

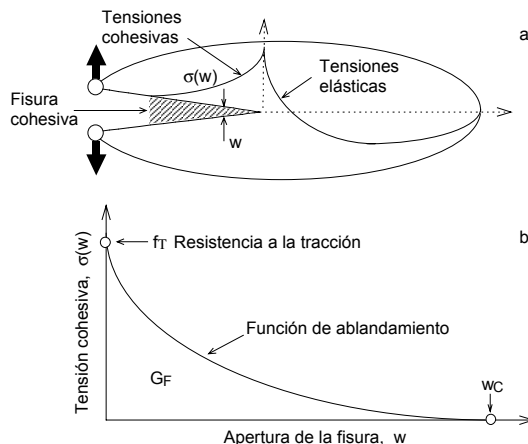


Figura 2: Fisura cohesiva y función de ablandamiento.

En la figura 2b se muestra una curva de ablandamiento típica para el hormigón donde se puede observar que dos propiedades del material asociadas con dicha curva son la resistencia a la tracción f_T , y la energía específica de fractura G_F , que es el trabajo necesario para generar una superficie de fractura unitaria y que se puede demostrar que coincide con el area encerrada bajo la curva. Otro valor característico de la función de ablandamiento es la apertura crítica de fisura w_C que representa el valor de la apertura a partir del cual no se pueden transferir tensiones entre las caras de la fisura.

En el caso del hormigón la función de ablandamiento del material se puede aproximar apropiadamente mediante una función bilineal como la indicada en la figura 3. En este caso la función queda definida mediante los siguientes cuatro parámetros: resistencia a la tracción f_T , energía específica de fractura G_F , valor de

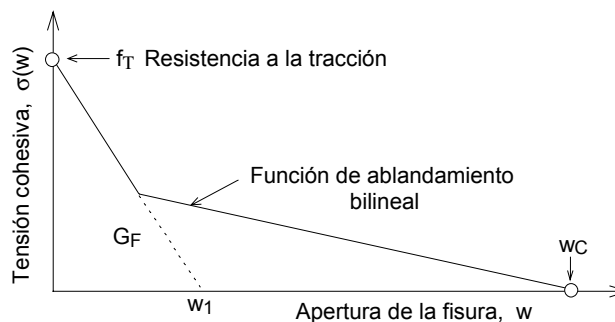


Figura 3: Función de ablandamiento bilineal. la apertura crítica de la fisura w_C , y w_1 que es el punto

de intersección de la rama inicial de la curva bilineal con el eje de las x. En la referencia [8] se describe en detalle el procedimiento experimental para la determinación de los cuatro parámetros de la función de ablandamiento bilineal.

Se ha demostrado que para probetas de tamaño pequeño, como las empleadas en ensayos de laboratorio, la función de ablandamiento bilineal se puede reemplazar por una función lineal equivalente mediante la cual se pueden obtener idénticos valores de la tensión nominal de rotura [9]. Para ello el valor de f_t y w_1 de la función lineal deben coincidir con los de la función bilineal.

Para describir adecuadamente el modelo es necesario conocer (i) las propiedades del material fuera de la zona de fractura, (ii) las condiciones para la localización o iniciación de la fisura cohesiva y (iii) las condiciones para su propagación. Usualmente, las hipótesis adoptadas en la mayoría de los casos son las siguientes:

(i) El material fuera de la zona de fractura se considera elástico-lineal e isótropo y queda caracterizado mediante su módulo de elasticidad E, y su coeficiente de Poisson ν .

(ii) La fisura se inicia en el punto donde la máxima tensión principal de tracción alcanza el valor de la resistencia a la tracción del material, f_t . En dicho punto se nuclea la fisura que se orienta perpendicularmente a la dirección de la máxima tensión de tracción.

(iii) Una vez localizada, la fisura cohesiva crece y se propaga transfiriendo tensiones entre sus caras. La magnitud de las tensiones cohesivas depende de la historia de la apertura de la fisura a través de la función o curva de ablandamiento.

Las hipótesis indicadas permiten abordar la modelización de una cantidad importante de ensayos de laboratorio de manera rápida y sencilla mediante la mayoría de los programas comerciales de elementos finitos.

Un parámetro propio del modelo que se define a partir de las propiedades del material es la longitud característica l_{ch} , que está directamente relacionada con la fragilidad del material:

$$l_{ch} = EG_F/f_t^2 \quad (2)$$

donde E es el módulo de elasticidad, G_F es la energía específica de fractura y f_t es la resistencia a la tracción del material. Para hormigones tradicionales los valores habituales de l_{ch} varían entre 80 y 600 mm siendo intrínsecamente más frágil el material cuanto más pequeño es el valor de l_{ch} .

Para el caso particular de una función de ablandamiento lineal la expresión (2) se puede escribir de la siguiente manera :

$$l_{ch1} = Ew_1/2f_t \quad (3)$$

3.2. Modelización del Ensayo Break-Off

Para determinar los valores teóricos de la tensión nominal de rotura de la probeta “break-off”, de acuerdo con el modelo de fisura cohesiva, se realizó un modelo de elementos finitos bidimensional desarrollado con el programa ANSYS 6.3. El modelo reproduce las condiciones de contorno y la configuración de la carga durante el ensayo. Para la implementación del mismo se tuvieron en cuenta las siguientes consideraciones:

- El cuerpo de la probeta se asume con comportamiento elástico lineal. Para su modelización se emplearon elementos cuadráticos, isoparamétricos de 4 nodos y espesor variable.
- El plano de rotura se produce en correspondencia con el plano de empotramiento de la probeta. Para su modelización se emplearon elementos tipo muelle, con ablandamiento lineal.

En la figura 3 se muestra la disposición de la malla de elemento finitos y la configuración del ensayo.

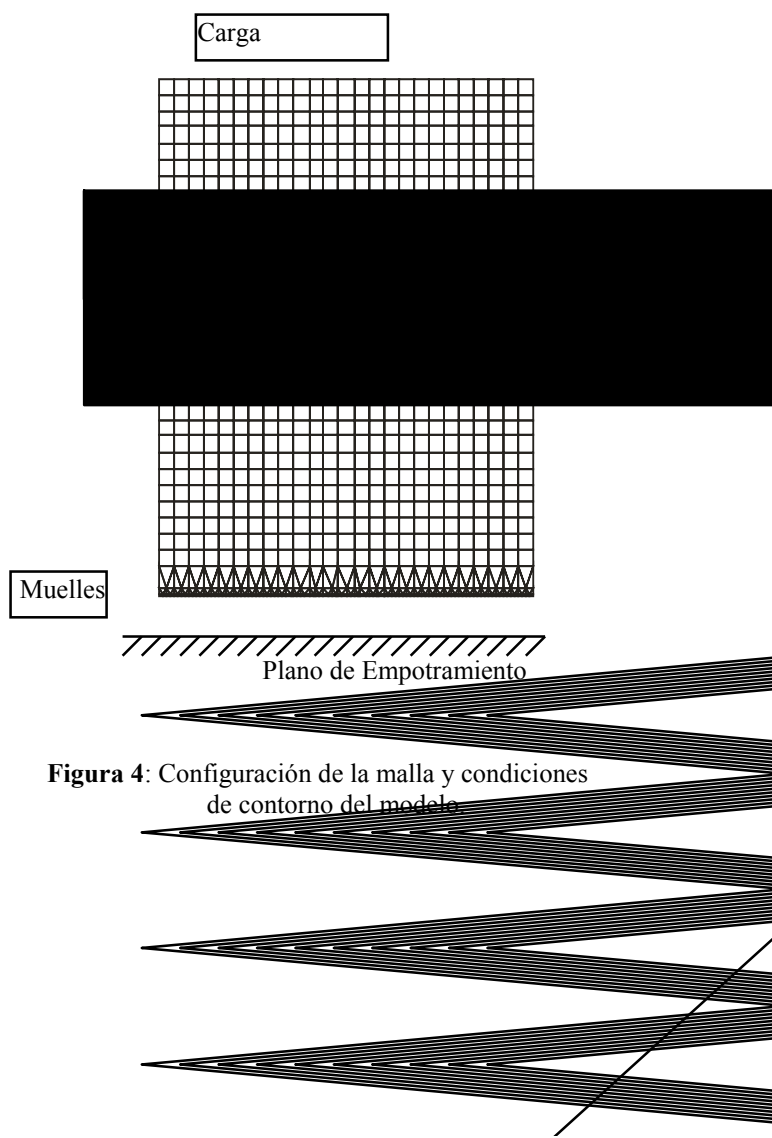


Figura 4: Configuración de la malla y condiciones de contorno del modelo

Para determinar la carga de rotura teórica de la probeta, se simuló un ensayo en control de deformación imponiendo una rampa de desplazamiento sobre un punto de control ubicado en el punto diametralmente opuesto al de aplicación de la carga. Así se determinó la curva carga-desplazamiento y a partir de la misma a la carga máxima y la tensión nominal de rotura según (1).

3.3. Resultados Teóricos

En la figura 4, se muestran a modo de ejemplo 3 curvas carga desplazamiento correspondientes a la simulación numérica obtenida con el modelo, para una probeta “break-off” de 55 mm de diámetro. Para la obtención de dichas curvas se supuso un ley de ablandamiento del material de tipo lineal. Cada curva corresponde a hormigones con distintos valores del parámetro l_{ch1} . En la figura, las cargas se han adimensionalizado en función del diámetro y de la resistencia a la tracción del material y los desplazamientos en función del parámetro w_1 de la curva de ablandamiento.

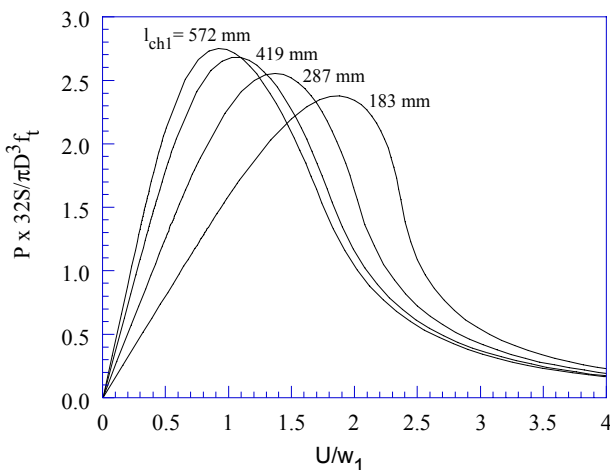


Figura 4: Curvas carga-desplazamiento obtenidas con el modelo de fisura cohesiva. Probeta “break-off” cilíndrica de 55x70 mm.

4. RESULTADOS EXPERIMENTALES

Para poder verificar los resultados teóricos obtenidos con el modelo, se realizaron dos tipos de ensayos en laboratorio: a) Ensayos “break-off para determinar valores experimentales de la tensión nominal de rotura y b) Ensayos de caracterización para determinar las propiedades de fractura del material necesarias para poder predecir los valores teóricos de la tensión nominal de rotura a través del modelo.

4.1. Ensayos “break-off”

Para la realización de los ensayos “break-off” se moldearon 2 vigas de prueba, prismáticas de 150x150x900 mm, con un micro hormigón de razón agua/cemento 0,50 elaborado con cemento Portland normal CP-40 y un agregado natural silíceo de 5mm de tamaño máximo. Sobre estas vigas se materializaron las probetas cilíndricas de 55x70 mm para los ensayos “break-off”. Se confeccionaron dos tipos de probetas: a) Probetas caladas y b) Probetas premoldeadas. Estas últimas se materializaron mediante insertos especiales colocados durante el moldeo de las vigas. Las probetas caladas se confeccionaron inmediatamente antes del ensayo mediante una broca con corona diamantada, especialmente diseñada.

Las vigas de prueba se curaron en cámara húmeda durante 60 días y posteriormente se acondicionaron en ambiente de laboratorio durante 48 horas antes de los ensayos. Los ensayos se realizaron con un equipo normalizado. En la tabla 1 se indican los resultados de los ensayos “break-off”. En la misma se incluye el número de ensayos, el valor promedio σ_{Nup} , la desviación estándar S_t y el coeficiente de variación C_V , correspondientes a la tensión nominal de rotura de la probeta. Dicha tensión se calculó, mediante la expresión (1), a partir de la carga máxima registrada en el ensayo y para una relación S/D=1.27

Tabla 1. Resultados experimentales de la tensión nominal de rotura del ensayo “break-off”

Tipo de Probeta	Numero de Ensayos	Tensión nominal de rotura		
		σ_{Nup} (MPa)	S_t (MPa)	C_V (%)
P	4	7.44	0.07	1
C	6	6.72	0.28	4

Nota: P probeta premoldeada. C probeta calada. $C_V = S_t / \sigma_{Nu}$

4.2. Ensayos de Caracterización

Para determinar experimentalmente la curva de ablandamiento, el módulo de elasticidad y la resistencia a la compresión del material ensayado, se realizaron los siguientes ensayos de caracterización: a) ensayos de fractura estable por flexión en tres puntos, de probetas prismáticas 100x75x420 mm con una entalla de 50mm en el plano de aplicación de la carga y b) ensayos de compresión simple y compresión diametral de probetas cilíndricas de 100x200 mm. Las probetas ensayadas fueron modeadas simultáneamente con las vigas de prueba y sometidas a las mismas condiciones de curado. Todos los ensayos de caracterización se realizaron a la misma edad que los ensayos “break-off”. Los ensayos de fractura estable se realizaron de acuerdo con la recomendación RILEM TC-50 [10] y con las modificaciones propuestas en [11, 12]. Complemen-

tariamente, los cilindros resultantes de los ensayos “break-off” fueron ensayados a compresión diametral.

En la tabla 2a se indican los resultados de los ensayos de compresión simple y compresión diametral. Se incluye el valor medio y la desviaciones estándar de la resistencia a la tracción indirecta f_{st} , el módulo de elasticidad E , la resistencia a la compresión f_c y la resistencia a la tracción indirecta $f_{st,b}$ de las probetas resultantes de los ensayos “break-off”. Se debe indicar que para los ensayos de compresión diametral se emplearon apoyos con un ancho relativo igual al 8% del diámetro de la probeta. Bajo estas condiciones la f_{st} puede tomarse como un valor representativo de la resistencia a la tracción [13, 14]

En la tabla 2b se indican los parámetros medidos de la función de ablandamiento. Se incluye, el valor medio y la desviación estándar correspondiente a 4 ensayos de la resistencia a la tracción f_t , la abcisa al origen w_1 de la rama inicial de la curva, la energía específica de fractura G_F y el valor de apertura crítica w_c . La determinación de estos parámetros se realizó siguiendo el procedimiento establecido en [8].

Tabla 2a. Propiedades estándar

Determinación	f_{st} (MPa)	E (GPa)	f_c (MPa)	$f_{st,b}$ (MPa)
valor medio	2.80 (4)	33.5 (2)	38.8 (3)	3.10 (5)
desvío estándar	0.18	-----	2.50	0.19

Nota: Entre paréntesis se indica el número de probetas ensayadas

Tabla 2b. Parámetros de la curva de ablandamiento

Determinación	f_t (MPa)	G_F (N/m)	w_1 (μ m)	w_c (μ m)
valor medio	2.80	120	48	112
desvío estándar	0.18	19	4.2	14.5

A partir de estos datos y mediante la expresión (3) se obtiene, para el microhormigón ensayado un valor del parámetro l_{ch1} igual a 287 m.

5. COMPARACIÓN ENTRE LOS RESULTADOS DEL MODELO Y LOS ENSAYOS DE LABORATORIO.

En la figura 5, se muestra la curva de predicción teórica del modelo de fisura cohesiva, que describe la variación de la tensión nominal de rotura de la probeta “break-off” en función de las propiedades del material, definidas a través de la longitud característica l_{ch1} . Dicha curva corresponde al caso de una probeta de 55 cm de diámetro y 70 cm de espesor, similar a las ensayadas en laboratorio, y se obtuvo a partir de los valores de carga

máxima correspondientes a las curvas carga-desplazamientos teóricas de la figura 4. La curva se ha dibujado para un rango de variación de l_{ch1} entre 200 mm y 500 mm. En la figura 5 se incluyen también el valor medio de los ensayos “break-off”, correspondientes al microhormigón ensayado en laboratorio, sobre probetas premoldeadas y caladas. Los resultados de estos ensayos se incluyeron en la tabla 1.

Como se puede observar los resultados que predice el modelo se corresponden, con muy buena aproximación, con los resultados experimentales. Los valores teóricos se ubican entre los resultados de ensayo obtenidos con probetas caladas y premoldeadas. Es importante destacar que los resultados del modelo se obtuvieron a partir de las propiedades de fractura del micro hormigón medidas en ensayos independientes lo que realza aún mas el carácter predictivo del modelo.

La buena capacidad predictiva del modelo es un hecho importante ya que con la ayuda del mismo y mediante técnicas de análisis inverso es posible, a partir de los resultados del ensayo “break-off”, estimar la resistencia a la tracción y la pendiente inicial de la función de ablandamiento del material. Estas dos propiedades son de especial interés para caracterizar el comportamiento en fractura de los materiales y para predecir, a través del modelo, la resistencia de la estructura ensayada.

Esta alternativa constituye una nueva y atractiva posibilidad de aplicación del ensayo, ya que mediante el mismo se podría evaluar in situ las propiedades en fractura del hormigón de estructuras en servicio. No obstante para ello se requiere un programa de ensayos mucho mas amplios, con hormigones de distintas características de manera de poder evaluar con mayor certeza la confiabilidad de los resultados.

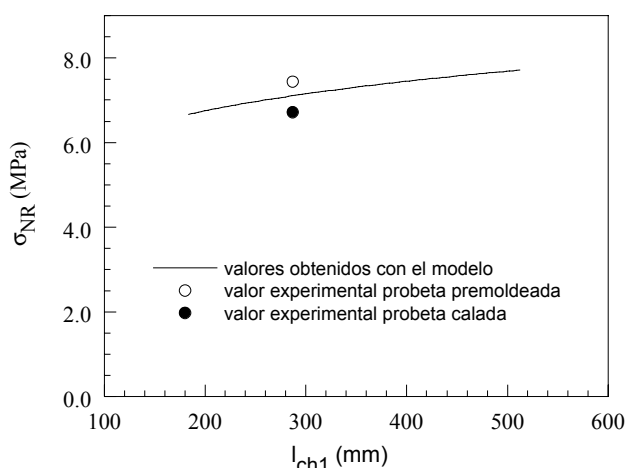


Figura 5: Comparación entre los resultados experimentales y los valores teóricos obtenidos con el modelo de fisura cohesiva.

6. CONCLUSIONES

En base a los resultados presentados en este trabajo se pueden establecer las siguientes conclusiones de carácter preliminar:

- Se ha implementado un modelo de fractura que permite predecir, a partir de las propiedades del material medidas en ensayos independiente, la carga de rotura del ensayo "break-off". La comparación entre los resultados experimentales y los resultados teóricos obtenidos con el modelo resultan coincidentes.
- Mediante la aplicación de técnicas de análisis inverso y con la ayuda del modelo de fisura cohesiva, el ensayo "break-off" puede ser utilizado como un método experimental apropiado para determinar, in situ, las propiedades en fractura del hormigón en estructuras construidas. En particular es posible obtener información objetiva respecto de la resistencia a la tracción y la curva de ablandamiento del material.
- Para poder establecer con un mayor grado de confiabilidad las bondades del modelo resulta necesario implementar un programa experimental en el que se incluyan ensayos con hormigones de distinta resistencia y composición. Estos trabajos se encuentran en una etapa de iniciación.

7. BIBLIOGRAFÍA

- [1] Di Maio, A., Traversa, L. y Giovambattista, A. "Algunas consideraciones sobre la evaluación de hormigones mediante el ensayo Break-Off". 8va Reunión Técnica AATH.
- [2] Di Maio, A., Giaccio, G. and Zerbino, R. "Break-off test for high strength concrete". *ASTM Journal Cement Concrete and Aggregate*, Vol 18, N°1. (1996). pp15-18
- [3] Bazant, Z. and Planas, J. "Fracture and Size Effect in Concrete and other Quasibrittle Materiales". CRC Press LLC. ISBN 0-8493-8284-X. (1998).
- [4]. Hillerborg, A., Modeer, M. and Petersson, P. E. "Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements". *Cement and Concrete Research*, 6, pp 773-782. (1976).
- [5] Elices, M. and Planas, J. in "Fracture Mechanics of Concrete Structures". Elfgren L., Ed., Chapman & Hall, London, pp16-66. (1989).
- [6]. Planas, J. And Elices, M. "Nonlinear fracture of cohesive materials". *International Journal of Fracture* 51, pp 139-157. (1991).
- [7]. Barenblatt, G., J. "The mathematical theory of equilibrium crack in brittle fracture". *Advance Applied Mechanics*, 7, pp 55-125. (1962).
- [8]. Guinea, G., Planas, J. And Elices, M. "A general bilinear fit for the softening curve of concrete". *Materials and Structures*, 27, pp 99-105. (1994).
- [9] Elices, M., Planas, J. and Guinea, G. V. in "Fracture and Damage of Concrete and Rock". Rossmanith, H. P., Ed., E&FN Spon, London, pp3-33. (1993).
- [10] RILEM Draft Recommendation. "Determination of fracture energy of mortar and concrete by means of three-point bend test on notched beams". *Materials and Structures*, 18, pp285-290. (1985)
- [11] Guinea, G. V., Planas, J. and Elices, M. "Measurement of the fracture energy using three-point venid test: Part 1-Influence of experimental procedure". *Materials and Structures*, 25, pp212-218. (1992).
- [12] Elices, M., Guinea, G. V. and Planas, J. "Measurement of the fracture energy using three-point venid test: Part 3-Influence of cutting the P- δ tail". *Materials and Structures*, 25, pp327-334. (1992).
- [13]. C. Rocco, G. Guinea, J. Planas and M. Elices. "Size effect and boundary conditions in the brazilian test: theoretycal analysis". *Materials and Structures*. V32, pp-210-217. (1999).
- [14]. C. Rocco, G. Guinea, J. Planas and M. Elices. "Size effect and boundary conditions in the brazilian test: experimental validation". *Materials and Structures*. V32, pp-210-217. 1999.