

FACTOR DE INTENSIDAD DE TENSIONES Y CMOD PARA PROBETAS CILÍNDRICA Y PRISMÁTICAS EN COMPRESIÓN DIAMETRAL

C. Rocco¹, W. Morales¹ y G. V. Guinea².

¹ Departamento de Construcciones Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de La Plata, calle 48 y 115. CP. 1900. La Plata. Argentina

² Departamento de Ciencia de Materiales. Universidad Politécnica de Madrid. ETSI, Caminos, Canales y Puertos, c/ Profesor Aranguren s/n. 28040. Madrid. España.

Resumen. En el presente trabajo se presentan expresiones matemáticas del factor de intensidad de tensiones y de la apertura de fisura, CMOD, para el caso de probetas de geometría cilíndrica y prismáticas de sección cuadrada solicitadas a compresión diametral según la configuración típica del ensayo brasileño. Dichas expresiones se obtuvieron, por regresión mediante ajuste por mínimos cuadrados, a partir de resultados numéricos calculados con el método de los elementos finitos. Los cálculos se realizaron en tensión plana y utilizando un programa de elementos finitos de uso comercial. Las expresiones obtenidas son válidas para tamaños relativos de fisuras comprendidas entre el 1 y el 85% del ligamento de la probeta. Para el caso de probetas con fisura cortas se propone una solución analítica sencilla válida para tamaños relativos de fisuras menores del 20%. Las expresiones propuestas permite calcular el factor de intensidad de tensiones y el CMOD en función del tipo de probeta, el tamaño de la fisura y del ancho de apoyo relativo.

Abstract. In this paper, the authors present mathematical expressions for both the stress intensity factor and crack mouth open displacement, CMOD, valid to cylindrical and prismatic specimen loaded in compression according the Brazilian test configuration. The expressions were obtained from the regression analysis by fitting it to finite element results. The finite element computations were carried out in plane stress, using a commercial finite element code. The proposed expressions can be used in cracked specimens with relative crack size between 0.01 to 0.85. For specimens with short crack, a single analytical solution is also proposed by the authors. From the mathematical proposed in this paper, both the stress intensity factor and the CMOD of cylindrical or prismatic specimens with different width of bearing streep can be computed easily.

1. INTRODUCCIÓN

El ensayo de compresión diametral, conocido también como ensayo Brasileño, es uno de los ensayos más utilizados en la actualidad para evaluar la resistencia a la tracción de materiales cuasi-frágiles como el hormigón, las rocas y los cerámicos. En el caso del hormigón, el ensayo se encuentra recomendado en distintas normas internacionales [1-4].

Una característica interesante del ensayo Brasileño, frente al ensayo de tracción directa, es que la rotura por tracción de la probeta se induce mediante la aplicación de cargas externas de compresión que se materializan de

manera rápida y sencilla sin necesidad de dispositivos de ensayo especiales. Asimismo, debido a las características de las probetas utilizadas, el ensayo se puede realizar sobre probetas de pequeño espesor extraídas de estructuras o elementos construidos lo que permite extender la aplicación del ensayo a la evaluación de materiales en servicio.

Aunque la aplicación más importante y extendida del ensayo es la determinación indirecta de la resistencia a la tracción, debido a las ventajas que presenta, su uso se ha extendido como método de ensayo para la determinación de propiedades en fractura en materiales frágiles y cuasi frágiles. [5-10]. En estos casos se

emplea la configuración típica del ensayo Brasileño con la diferencia que las probetas a romper presentan en su zona central una entalla o prefisura pasante que según su orientación respecto al eje de aplicación de la carga se puede utilizar para medir la tenacidad de fractura en modo I o modo mixto. Si bien la materialización de las entallas puede ser dificultosa, el método de ensayo es simple y permite obtener valores de la tenacidad similares a los obtenidos con otras probetas o métodos de ensayo.

Para poder determinar, mediante el ensayo, la tenacidad de fractura resulta necesario conocer las expresiones teóricas del factor de intensidad de tensiones en función de la geometría de la probeta y de sus condiciones de contorno. A diferencia de lo que ocurre con otras probetas normalizadas como la viga en flexión, la probeta compacta o la doble viga en voladizo, en el caso de la probeta de compresión diametral, las expresiones disponibles en la bibliografía y manuales de fractura solamente contemplan algunas situaciones particulares restringidas por lo general al caso de cargas puntuales y probetas cilíndricas. Esta misma limitación comprende a las expresiones de la abertura de la boca de la entalla, CMOD que se utilizan también para la determinación de parámetros de fractura.

En este trabajo se presentan expresiones analíticas del factor de intensidad de tensiones y de la abertura de fisura en el centro de la probeta, CMOD, obtenidas mediante análisis de regresión a partir de resultados numéricos calculados con el método de los elementos finitos. Se incluyen expresiones válidas para probetas prismáticas de sección cuadrada y probetas cilíndricas, con anchos relativos de apoyo variables, comprendidos entre el 2% y el 16% del tamaño de la probeta. La sencillez y amplio intervalo de aplicación de las expresiones propuestas constituyen una herramienta potente y fácil de utilizar en mecánica de fractura.

En los apartados 2 se describe el ensayo de compresión diametral y el estado tensional en probetas sin entalla en régimen elástico lineal. En 3 y 4 se incluyen las expresiones calculadas del factor de intensidad de tensiones y del CMOD. En el apartado 5 se establecen las conclusiones del trabajo.

2. ENSAYO DE COMPRESIÓN DIAMETRAL

2.1. Descripción del Ensayo

El ensayo consiste en aplicar sobre una probeta cilíndrica o prismática, dos cargas iguales y opuestas de compresión, distribuidas uniformemente a lo largo de una línea de carga que coincide con una de las generatrices de la probeta. En la práctica la línea de carga se materializa mediante un apoyo de ancho uniforme. En el caso de materiales frágiles, la rotura de

la probeta se produce en correspondencia con el plano de carga debido a las tensiones de tracción actuantes en dicho plano.

En la figura 1 se muestra el esquema de aplicación de la carga y los dos tipos de probetas empleados en el ensayo. En la misma se observan los apoyos, de ancho b, a través de los cuales se aplica la carga.

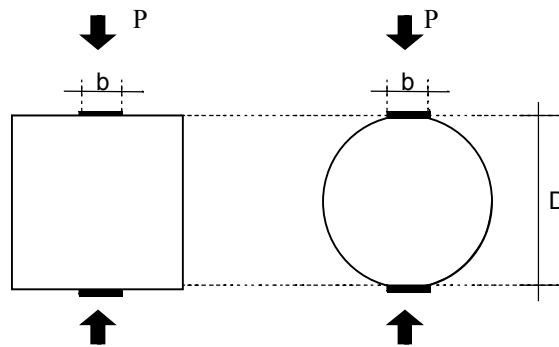


Fig. 1. Geometría de las probetas.

2.2. Estado tensional: Probetas sin entalla

El estado tensional, en el plano de simetría de la probeta que coincide con el plano de aplicación de las cargas, depende de la geometría de la probeta y del ancho de apoyo b, sobre el que se distribuye la carga aplicada. Para el caso de un material elástico lineal, la máxima tensión de tracción, actuante en dicho plano se localiza en el centro mismo de la probeta y puede determinarse mediante las siguientes expresiones (1) y (2), válidas para probetas cilíndricas y prismáticas de sección cuadrada respectivamente.

Probeta cilíndrica: $\sigma_{I,t} = \sigma_N (1-\beta^2)^{3/2}$ (1)

Probeta prismática: $\sigma_{I,t} = \sigma_N [(1-\beta^2)^{5/3} - 0.0115]$ (2)

Donde $\sigma_{I,t}$ es la máxima tensión de tracción en la probeta, $\beta=b/D$ es el ancho de apoyo relativo y σ_N es el valor particular de $\sigma_{I,t}$ para el caso de carga puntual ($\beta=0$). A este valor de la tensión se lo denomina tensión nominal y se calcula mediante la siguiente expresión:

$\sigma_N = 2P/\pi DB$ (3)

siendo B el espesor de la probeta.

La expresión (1) es una solución analítica propuesta por Tang [11], mientras que la expresión (2), ha sido propuesta por los autores a partir de resultados numéricos calculados mediante elementos finitos [12]. Ambas expresiones tienen validez para anchos de apoyo relativos en el rango $0 \leq \beta \leq 0.20$.

3. EXPRESIONES DEL FACTOR DE INTENSIDAD DE TENSIONES

En mecánica de la fractura es habitual expresar al factor de intensidad de tensiones mediante expresiones generales con la siguiente estructura matemática:

$$K_I = \sigma_N (D)^{1/2} F(\alpha) \tag{4}$$

con $\alpha = a/D$ (5)

donde σ_N es la tensión nominal de rotura, que para el caso del ensayo Brasileño viene dada mediante la ecuación (3), a es la longitud de fisura, D el tamaño de la probeta, α el tamaño relativo de fisura, según (5) y $F(\alpha)$ es una función adimensional que depende de la geometría de la probeta, las condiciones de contorno y del tipo de carga. En el caso del ensayo Brasileño dentro de la función F se debe incluir como variable el ancho de apoyo relativo. De esta manera $F=F(\alpha,\beta)$

3.1. Solución analítica para fisuras cortas

En el caso de fisuras cortas, donde “a” es mucho menor que el tamaño D, la determinación del factor de intensidad de tensiones se puede resolver fácilmente aplicando el método de superposición. El esquema del planteamiento teórico se indica en la figura 2.

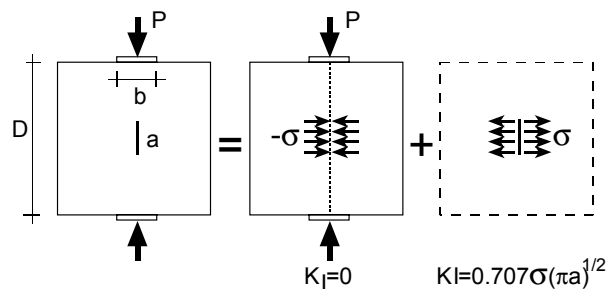


Fig. 2. Principio de superposición para la determinación de K_I en probetas con fisuras cortas.

Como se puede ver, en el caso límite de fisuras muy pequeñas, el factor de intensidad de tensiones coincide con el valor que corresponde al de una placa de dimensiones semi infinitas, con una fisura central y tensiones de tracción actuantes en los labios de la fisura. Teniendo en cuenta la solución analítica para esta geometría e imponiendo la condición que la tensión en los labios de la fisura es uniforme y su magnitud igual al valor de la tensión en el centro de la probeta sin fisura, se obtiene la siguiente expresión:

$$K_I = 0.707\sigma_{I,t} (\pi a)^{1/2} \tag{6}$$

Teniendo en cuenta la solución particular de $\sigma_{I,t}$ para probetas cilíndricas y prismáticas de sección cuadrada, dado por las ecuaciones (1) y (2) se obtienen las expresiones particulares del factor de intensidad de tensiones para fisuras cortas:

Probeta cilíndrica: $K_I = 0.707\sigma_N (1-\beta^2)^{3/2} (\pi a)^{1/2}$ (7)

Probeta prismática: $K_I = 0.707\sigma_N [(1-\beta^2)^{5/3} - 0.0115] (\pi a)^{1/2}$ (8)

3.2. Análisis numérico

Para la determinación del factor de intensidad de tensiones, se realizaron cálculos numéricos mediante elementos finitos, para diferentes tamaños de fisuras y diferentes anchos de apoyo relativo. Se analizaron en total 700 casos diferentes. En todos los casos se supone que la fisura se propaga simétricamente en modo I, a partir del centro de la probeta.

Los cálculos se realizaron con el programa de elementos finitos ANSYS®, modelizando por simetría un cuarto de la probeta y utilizando elementos isoparamétricos cuadrados de 8 nodos y triangulares de 6 nodos. El extremo de la fisura se simuló con una roseta de seis elementos triangulares singulares cuyo tamaño fue siempre inferior a 1/8 de la longitud de la fisura. El mallado de las probetas se realizó expandiendo el tamaño de los elementos desde el plano de la fisura e imponiendo 100 elementos en dicho plano.

Para los cálculos se tomaron como referencia probetas de espesor unitario, tamaño $D=200$ mm, coeficiente de Poisson $\mu=0.15$ y módulo de elasticidad $E=1$. En las probetas prismáticas la carga se aplicó directamente sobre el contorno de la misma, mientras que en las cilíndricas a través de un apoyo rígido con un módulo de elasticidad $E_A=10$.

En las figuras 3a y 3b se muestran los resultados de los cálculos. En las mismas se representa la variación del factor de intensidad de tensiones adimensional, en función de la profundidad de la fisura y del ancho relativo de apoyo. De esta manera el valor representado coincide con la función F de la expresión (4).

Como se puede observar en las figuras, para tamaños relativos de fisuras menores del 40%, el ancho de apoyo tiene muy poca influencia sobre los valores del factor de intensidad de tensiones. Para fisuras menores de dicho tamaño, los valores de K_I se aproximan al valor que corresponde al caso de carga puntual. No obstante para fisuras mayores el efecto del ancho de apoyo resulta muy significativo y debe tenerse en cuenta.

3.3. Expresiones Propuestas

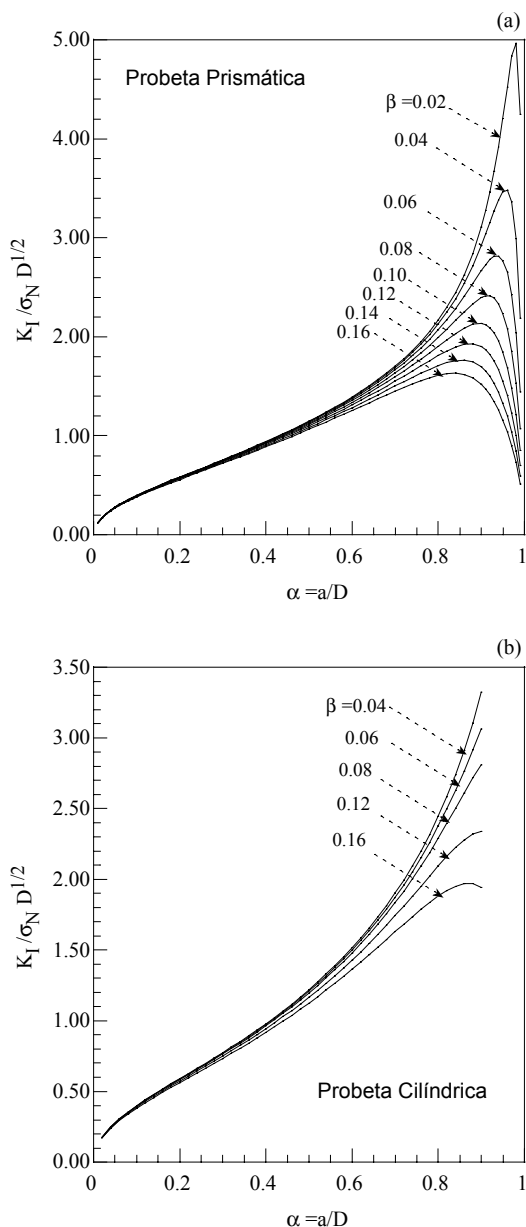


Fig. 3a y 3b. Resultados numéricos del factor de intensidad de tensiones.

Teniendo en cuenta los resultados numéricos obtenidos con el modelo de elementos finitos y mediante análisis de regresión, los autores proponen la siguiente expresión polinómica para el cálculo del factor de intensidad de tensiones:

$$K_I = \sigma_N (D)^{1/2} F(\alpha, \beta) \tag{9}$$

donde $F(\alpha, \beta)$ viene dado por:

$$F(\alpha, \beta) = (\alpha\pi)^{1/2} [m_1 + m_2\alpha + m_3\alpha^2 + m_4\alpha^3 + m_5\alpha^4 + m_6\alpha^5] \tag{10}$$

La expresión (10) es válida para tamaños de fisura en el rango $0 < \alpha < 0.85$. Los valores calculados con la expresión propuesta tienen un error menor del 0.5% respecto de los valores numéricos calculados con el modelo. En la tabla 1 se indican los valores de los coeficientes m_i en función del tipo de probeta y del ancho de apoyo relativo, β .

Se ha podido verificar que para el caso de fisuras pequeñas los valores que predice la expresión propuesta tienden a los valores de la solución analítica para fisuras cortas. A modo de ejemplo en la figura 4 se representan las dos soluciones para el caso de una probeta prismática con un ancho de apoyo relativo del 16%. Como se puede observar en la figura, para tamaños relativos de fisuras menores del 10%, la solución analítica propuesta para el caso de fisuras cortas se puede aplicar con suficiente aproximación.

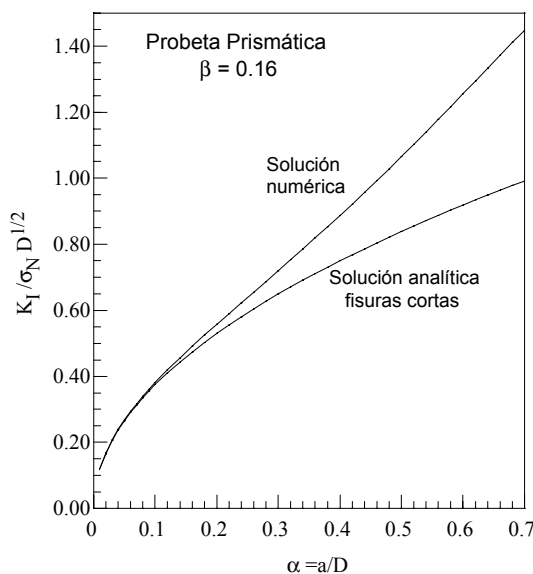


Fig. 4. Solución numérica y solución analítica para fisuras cortas

4. EXPRESIONES PARA EL CMOD

Para el cálculo de la abertura de la fisura en el centro de la probeta, es habitual emplear expresiones matemáticas de tipo general como la siguiente:

$$CMOD = \sigma_N D H(\alpha, \beta) / E \tag{11}$$

Donde E es el módulo de elasticidad generalizado, según tensión plana o deformación plana, H es una función adimensional que depende de la geometría y de las condiciones de contorno de la probeta, y los demás términos ya han sido definidos.

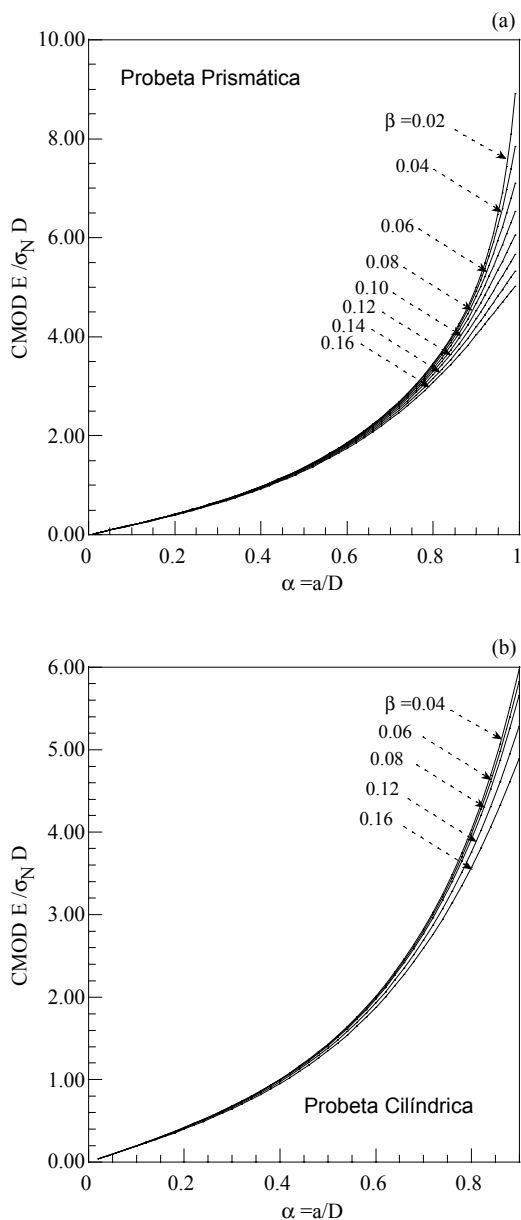


Fig. 5a y 5b. Resultados numéricos del CMOD

4.1. Expresiones analíticas para fisuras cortas

Siguiendo el mismo razonamiento que para el caso del factor de intensidad de tensiones en el punto 3.1, en probetas con fisuras cortas, el valor del CMOD puede determinarse fácilmente mediante el método de superposición. Teniendo en cuenta el esquema de superposición de la figura 2, se puede obtener que el valor del CMOD, de probetas con fisuras cortas en compresión diametral, converge al valor del CMOD que corresponde a una placa semi infinita, con una fisura central sometida a una tensión uniforme en sus labios. A partir de la solución analítica de la placa, se obtiene las siguientes expresiones para probetas cilíndricas y prismáticas en compresión diametral:

$$\text{Probeta cilíndrica: } \text{CMOD} = 2a\sigma_N (1-\beta^2)^{3/2}/E \quad (12)$$

$$\text{Probeta prismática: } \text{CMOD} = 2a\sigma_N [(1-\beta^2)^{5/3} - 0.0115]/E \quad (13)$$

4.2. Análisis Numérico

En las figuras 5a y 5b se muestran los resultados de los valores de CMOD obtenidos mediante análisis numérico con el modelo descrito en 3.2. En dichas figuras se representa la variación del CMOD adimensional, en función de la profundidad de la fisura y del ancho relativo de apoyo. De esta manera el valor representado coincide con la función H de la expresión (4).

Como puede observarse en las figuras, para tamaños relativos de fisuras menores al 40% los valores del CMOD prácticamente no depende del ancho de apoyo. Los valores tienden al caso de carga puntual.

4.3. Expresiones propuestas para CMOD

A partir de los resultados numéricos obtenidos con el modelo, los autores proponen la siguiente expresión polinómica para el cálculo CMOD, ajustada mediante análisis de regresión:

$$\text{CMOD} = \sigma_N DH(\alpha, \beta)/E$$

donde H(α,β) viene dado por:

$$H(\alpha, \beta) = \alpha [m_7 + m_8\alpha + m_9\alpha^2 + m_{10}\alpha^3] \quad (14)$$

La expresión (14) es válida para tamaños de fisura en el rango 0 < α < 0.85. Los valores calculados con la expresión propuesta tienen un error menor del 0.5% respecto de los valores numéricos calculados con el modelo. En la tabla 2 se indican los valores de los coeficientes m_i en función del tipo de probeta y del ancho de apoyo relativo, β.

Igual que con el factor de intensidad de tensiones, los valores que predice la expresión propuesta tienden a los valores de la solución analítica para fisuras cortas. En la figura 6 se muestra a modo de ejemplo las dos soluciones para el caso de probetas prismáticas con un ancho de apoyo relativo del 16%. Como se puede observar, para tamaños relativos de fisuras menores del 20%, los valores del CMOD se pueden calcular mediante la expresión analítica propuesta para el caso de fisuras cortas.

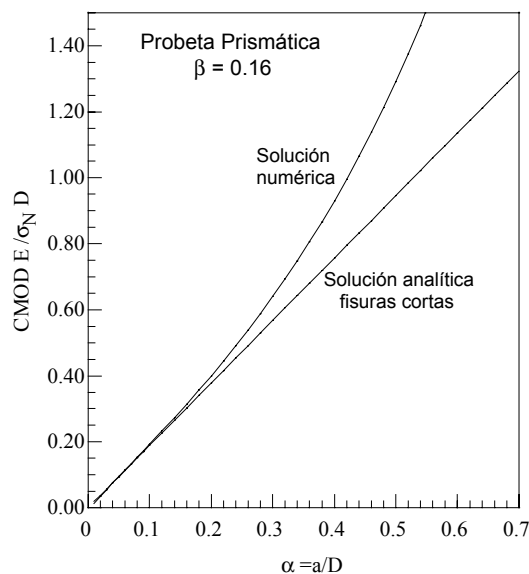


Fig. 6. Solución numérica y solución analítica para fisuras cortas

5. CONCLUSIONES

A partir de los resultados obtenidos en el presente trabajo se pueden establecer los siguientes comentarios:

- Se han obtenido expresiones que permiten determinar, el valor del factor de intensidad de tensiones y del CMOD, en probetas cilíndricas y prismáticas de sección cuadrada solicitadas en compresión diametral bajo distintas condiciones de apoyo. Dichas funciones son válidas para tamaños relativos de fisuras menores del 85%, ($0 < a/D < 0.85$).
- En probetas con tamaños relativos de fisuras menores del 40%, los valores del factor de intensidad de tensiones y CMOD prácticamente no dependen del ancho de apoyo relativo.
- Se ha podido comprobar que las expresiones propuestas convergen para el caso de fisuras pequeñas a la solución analítica que corresponde al panel de dimensiones semi infinitas, con una fisura central y sometido a tracción uniforme en sus extremos.
- Se ha propuesto una solución analítica sencilla, para el caso de fisuras cortas, que puede ser utilizada para determinar el factor de intensidad de tensiones y el CMOD en probetas con tamaños relativos de fisuras menores del 20%, ($a/D < 0.20$).
- Las expresiones propuestas pueden ser empleadas para la medida de propiedades en fractura, lo que permite extender el campo de aplicación del ensayo de compresión diametral.

6. REFERENCIAS

- [1] ASTM. "Standard test method for splitting tensile strength of cylindrical concrete specimens". C 496-90. (1990). pp 266-269.
- [2] British Standards Institution. "Testing concrete method for the determination of tensile splitting strength". BSI, London, BS 1881: Part 117, (1983).
- [3] Norma Española. "Ensayos de hormigón. Rotura por tracción indirecta (Ensayo Brasileño)". UNE 83-306-85, (1985).
- [4] International Standard. "Concrete determination of tensile splitting strength of test specimen". ISO 4108 (E). (1980).
- [5] Yarema, S. and Krestin, G. "Determination of the modulus of cohesion of brittle materials by compression testing of disks with a crack". Fiz. Khim. Mekh. Mater. (1966). pp10-14.
- [6] Atkinson, C. Smelser, R. and Sanchez, J. "Combined mode fracture via the cracked Brazilian Elastic Disk". International Journal of Fracture, Vol 18, N°4. (1982). pp279-291.
- [7] Ojdovic, R. and Petroski, H. "Fracture behaviour of notched concrete cylinder". Journal of Engineering Mechanics, ASCE, vol 113, N°10. (1987). pp1551-1564.
- [8] Awaji, H. and Sato, S. "Combined mode fracture toughness measurement by the disk test". Journal of Engineering Materials and Technology, vol 100. (1978). pp175-182.
- [9] Huang, Y. Liu, C and Stout, M. "A brazilian disk for measuring fracture toughnesses of orthotropic materials". Acta Materials, Vol 44, N°3. (1996). pp1223-1232.
- [10] Zhao, X. And Roegiers, J. "Compliance analysis for chevron-notched brazilian disk specimen". International Journal of Fracture, IJF, 61: R29-R34. (1993).
- [11] Tang, T. "Effect of load distributed width on split tension of unnotched and notched cylindrical specimens". Journal of Testing and Evaluation, 22 85). (1994). pp401-409.
- [12] Rocco, C., Guinea, G., V., Planas, J. and Elices, M. "Size effect and boundary conditions in the brazilian test: theoretical analysis". Journal of Materials and Structures, Vol 32. (1999). pp437-444.

7. ANEXO

Tabla 1a Valores de los coeficientes del polinomio de ajuste del factor de intensidad de tensiones adimensionalizado para probetas prismáticas de sección cuadrada.

Probeta prismática de sección cuadrada						
β (%)	coeficientes de ajuste expresión (10)					
	m_1	m_2	m_3	m_4	m_5	m_6
2	0.6849	0.4465	- 2.7151	12.180	- 18.605	10.526
4	0.6879	0.3277	- 1.7846	9.1384	- 14.255	8.2284
6	0.6917	0.1608	- 0.4757	4.8488	- 8.1077	4.9680
8	0.6948	- 0.0104	0.8733	0.3820	- 1.6468	1.4944
10	0.6961	- 0.1590	2.0490	- 3.5645	4.1266	- 1.6668
12	0.6950	- 0.2672	2.9109	- 6.5279	8.5405	- 4.1560
14	0.6914	- 0.3304	3.4168	- 8.3510	11.344	- 5.8260
16	0.6854	- 0.3514	3.5893	- 9.1040	12.624	- 6.7075

Tabla 1b Valores de los coeficientes del polinomio de ajuste del factor de intensidad de tensiones adimensionalizado para probetas cilíndricas.

Probeta cilíndricas						
β (%)	coeficientes de ajuste expresión (10)					
	m_1	m_2	m_3	m_4	m_5	m_6
2	0.6918	0.2992	- 1.2721	7.6145	- 11.330	6.6153
6	0.6970	0.0862	0.3131	2.5695	- 4.2441	2.9129
8	0.7001	- 0.0924	1.6341	- 1.6672	1.7692	- 0.3052
12	0.6981	- 0.3138	3.3313	- 7.3921	10.173	- 5.0146
16	0.6865	- 0.3646	3.7277	- 9.0396	12.865	- 6.8259

Tabla 2a Valores de los coeficientes del polinomio de ajuste del CMOD adimensionalizado para probetas prismáticas de sección cuadrada.

Probeta prismática de sección cuadrada				
β (%)	coeficientes de ajuste expresión (16)			
	m_1	m_2	m_3	m_4
2	1.7323	2.4097	-4.1553	6.5119
4	1.7444	2.2557	-3.7446	6.1604
6	1.7626	2.0194	-3.1139	5.6170
8	1.7839	1.7260	-2.3288	4.9334
10	1.8058	1.4026	-1.4603	4.1663
12	1.8255	1.0734	-0.5731	3.3679
14	1.8412	0.7573	0.2819	2.5807
16	1.8516	0.4676	1.0684	1.8359

Tabla 2b Valores de los coeficientes del polinomio de ajuste del CMOD adimensionalizado para probetas cilíndricas.

Probeta cilíndrica				
β (%)	coeficientes de ajuste expresión (16)			
	m_1	m_2	m_3	m_4
4	1.6072	3.6411	-7.5536	10.469
6	1.6369	3.2821	-6.6277	9.6882
8	1.6689	2.8786	-5.5722	8.7787
12	1.7295	2.0433	-3.3687	6.8188
16	1.7751	1.2611	-1.2882	4.8916