

**FRACTURA EN MODO MIXTO DE PROBETAS DE HORMIGÓN CON DOBLE ENTALLA
BAJO
SOLICITACIÓN DE COMPRESIÓN: SIMULACIÓN NUMÉRICA**

J.C. Gálvez*, D.A. Cendón, J. Planas**, M. Elices****

***Universidad de Castilla la Mancha
Departamento de Ciencia de Materiales
E.T.S.I. Caminos, Canales y Puertos.
Edificio Fermín Caballero, Paseo de la Universidad 4, 13071 Ciudad Real**

****Universidad Politécnica de Madrid
Departamento de Ciencia de Materiales
E.T.S.I. Caminos, Canales y Puertos. c/ Prof. Aranguren s/n, 28040 Madrid**

Resumen. El presente trabajo muestra la modelización numérica de la campaña experimental presentada en la primera parte. Los objetivos fundamentales son dos: a) contrastar un nuevo modelo de fractura de hormigón en modo mixto y, b) mejorar el conocimiento del comportamiento estructural de las probetas compactas de doble entalla. El modelo de fractura de hormigón en modo mixto que se presenta está basado en el modelo de Cervenka utilizado en trabajos anteriores. Primeramente se presenta la formulación matemática necesaria para incorporar el modelo a un programa de elementos finitos mediante una subrutina de usuario. A continuación se modeliza la campaña experimental. A fin de estudiar la influencia del comportamiento del hormigón en compresión en los resultados de la fractura en modo mixto, se emplean dos modelos distintos de comportamiento del hormigón fuera de la fisura. Los resultados indican que la influencia es importante.

Abstract. This paper shows the numerical simulation of the experimental work presented in the first part. There are two main objectives: the first one is to validate a new model to simulate mixed mode fracture of concrete, and the second objective is to improve the knowledge of the structural behavior of the double-edge notched specimens. The mixed mode fracture model is new and is based on Cervenka's model, which has been used in previous researching works. The model has been implemented on a finite element code by means of a user-programmed subroutine. Then, the experimental benchmark presented on the first part, has been modeled using two different material behaviors for the concrete outside the crack, in order to study the influence of the compressive behavior of concrete in the measured results. From this analysis, a large influence of this behavior has been found.

1. INTRODUCCIÓN

En la primera parte de este trabajo se ha presentado la campaña experimental llevada a cabo con probetas compactas de doble entalla para estudiar la fisuración del hormigón en modo mixto. Con el propósito de conseguir un mejor conocimiento del comportamiento real de esta nueva tipología de ensayo, se ha realizado una simulación numérica.

Por tratarse de fisuras discretas bajo solicitaciones de tracción y cortante se ha optado por un modelo de fisura cohesiva discreta [1]. El modelo desarrollado por Hillerborg [2] se ha empleado con éxito en la fractura en modo I de hormigón y otros materiales cuasifrágiles. Ha sido extendido a la fractura en modo mixto por otros autores, pero los modelos propuestos exigen emplear un elevado número de parámetros, algunos de ellos con dudoso sentido físico y muy difíciles de medir.

Este trabajo extiende el modelo de la fisura cohesiva desarrollado por Hillerborg [2] para fractura en modo I a la fractura en modo mixto, con la ventaja de incluir sólo un parámetro más que el modelo de partida.

El modelo se ha contrastado con los resultados experimentales proporcionados en la primera parte de este trabajo. Para ello se ha empleado un programa comercial de elementos finitos en el que el modelo se ha incorporado por medio de una subrutina de usuario.

Además se ha estudiado la influencia del comportamiento a compresión del hormigón fuera de la fisura en los resultados de la fractura en modo mixto de la probeta. Los resultados muestran una importante influencia. Las geometrías de ensayo de fractura en modo mixto habituales, por ejemplo vigas en flexión, permiten modelar el hormigón fuera de la fisura como un material elástico lineal, sin que esto afecte al comportamiento en fractura del hormigón, en las

probetas a compresión con doble entalla esto no es posible si se desea obtener un ajuste adecuado entre la modelización numérica y los resultados experimentales.

2. SUPERFICIE DE FRACTURA

Al modelizar la fractura del hormigón en modo mixto, debe tenerse en cuenta la interacción entre tensiones normales y tensiones tangenciales actuando simultáneamente sobre la fisura. La forma lógica de conseguirlo es utilizando una superficie de fractura, que es una función $F(\sigma, \tau) = 0$ que juega un papel similar a la superficie de plastificación en plasticidad clásica. Esta superficie reproduce las características resistentes de la fisura, de ahí que deba evolucionar degradándose según aumenta el grado de sollicitación en la fisura.

Partimos del modelo de Cervenka [3], ya empleado en [4]. En este modelo la superficie de fractura viene dada por:

$$F = \tau^2 - 2ctan\phi_f(f_t - \sigma) - tan^2\phi_f(\tau^2 - f_t^2) \tag{1}$$

, ecuación en la que los parámetros c y f_t son variables que dependen del grado de deterioro del material mediante dos curvas de ablandamiento independientes. Como variable para medir el deterioro, se utilizó la integral de la norma del incremento de los desplazamientos plásticos, es decir:

$$\begin{aligned} \dot{u}^{ieff} &= |\dot{u}_p| \\ u^{ieff} &= \int \dot{u}^{ieff} \end{aligned} \tag{2}$$

En [5] se ha comprobado que en la zona cohesiva de las fisuras propagadas en modo mixto, el valor de la tensión tangencial es muy pequeño en comparación con la tensión normal, manteniéndose esta última muy cerca de la resistencia a tracción máxima. Así, podemos hacer la siguiente aproximación:

$$\sigma + f_t \approx 2f_t \tag{3}$$

Introduciendo la simplificación (3) en la ecuación (1), y desarrollando, llegamos a:

$$F = \tau^2 - 2tan\phi_f(c - f_t tan\phi_f)(f_t - \sigma) \tag{4}$$

Cuando se agota la curva de ablandamiento en tracción del hormigón, se supone que no hay ninguna interacción entre el hormigón a ambos lados de la fisura. En estas condiciones el hormigón tampoco es capaz de transmitir tensiones tangenciales. De esta manera la resistencia a tracción f_t y la cohesión c se agotan a la vez. Esto permite suponer que sus curvas de ablandamiento no son independientes, como se postulaba en [4], sino que son homotéticas, es decir:

$$\frac{c}{f_t} = \frac{c(u^{ieff})}{f_t(u^{ieff})} = \alpha, \quad \alpha \in \Re > 0 \tag{5}$$

Sustituyendo en (4) se obtiene:

$$F = \tau^2 - 2tan\phi_f(\alpha - tan\phi_f)f_t(f_t - \sigma) \tag{6}$$

Como el ángulo de rozamiento ϕ_f es también una constante, podemos escribir finalmente:

$$F = \tau^2 - Cf_t(f_t - \sigma) \tag{7}$$

Siendo C una constante real positiva. Se tiene así una superficie de fractura que, aparte de la resistencia a tracción, proveniente del modo I, sólo añade un parámetro: la constante C . Al igual que en el modelo hiperbólico de Cervenka [3], el parámetro f_t varía con el grado de deterioro de la zona en proceso de fisuración. El parámetro u^{ieff} elegido para medir este deterioro es el mismo que el del modelo de Cervenka, es decir, el que viene dado por la expresión (2).

La ley de variación de f_t con respecto a u^{ieff} es también una ley bilineal como la mostrada en la figura 1. De esta forma, a medida que el deterioro va aumentando, la superficie de fractura evoluciona según se muestra en la figura 2.

3. INCORPORACIÓN DEL MODELO AL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS

El modelo definido por la superficie de fractura (7) se ha introducido como ecuación constitutiva de un elemento de intercara [6]. Dada la analogía entre la superficie de fractura y la superficie de plastificación utilizada en plasticidad, la integración de la ecuación constitutiva se ha realizado siguiendo las técnicas habitualmente empleadas en la plasticidad clásica. Para ello se ha realizado una descomposición de los desplazamientos en desplazamientos elásticos e inelásticos, siendo éstos últimos los verdaderamente correspondientes a la fractura. Así:

$$\dot{u} = \dot{u}^e + \dot{u}^i \tag{8}$$

Los desplazamientos elásticos están relacionados con la tensión mediante:

$$\dot{\sigma} = E\dot{u}^e \tag{9}$$

Cuando el punto considerado de la fisura no está suficientemente sollicitado, el valor de la función de la superficie de fractura F , es menor que 0 y los despla-

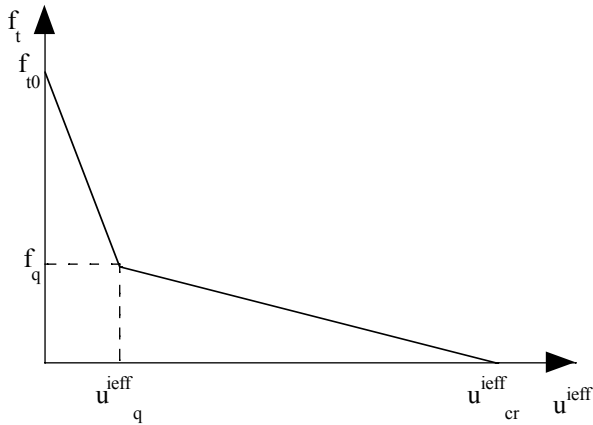


Fig. 1. Curva bilineal que relaciona la resistencia a tracción (f_t), con el parámetro u^{ieff} .

zamientos inelásticos \mathbf{u}^i son nulos. Así, partiendo de un nivel de tensiones $\hat{\sigma}_m$, para un incremento de desplazamientos $\hat{\mathbf{u}}$, la tensión final vendrá dada por $\hat{\sigma}_{m+1} = \hat{\sigma}_m + \mathbf{E}\hat{\mathbf{u}}$, ya que $\hat{\mathbf{u}}^e = \hat{\mathbf{u}}$. A medida de que el punto va siendo más solicitado, la función F va tomando valores más cercanos a 0, hasta que llega un momento en el que, partiendo de una tensión $\hat{\sigma}_n$ para la que F es menor que 0, se llega a una tensión $\hat{\sigma}_{n+1}$ para la que F es mayor que 0. En este momento se ha superado la superficie de fractura y los desplazamientos totales dejan de coincidir con los elásticos. Reordenando la ecuación (8), se obtiene:

$$\hat{\mathbf{u}}^e = \hat{\mathbf{u}} - \hat{\mathbf{u}}^i \quad (10)$$

Los desplazamientos inelásticos se definen mediante:

$$\hat{\mathbf{u}}^i = \hat{\lambda} \mathbf{b} \quad (11)$$

donde $\hat{\lambda}$ es un multiplicador a calcular, y \mathbf{b} es el vector de dirección de los desplazamientos plásticos que viene dado por la regla de flujo.

Teniendo en cuenta la definición de los desplazamientos inelásticos según (11), y sustituyendo en (9), tenemos que:

$$\hat{\sigma} = \mathbf{E}(\hat{\mathbf{u}} - \hat{\lambda} \mathbf{b}) \quad (12)$$

Así, la tensión final viene dada por:

$$\hat{\sigma}_{n+1} = \hat{\sigma}_n + \hat{\sigma} = \hat{\sigma}_n + \mathbf{E}(\hat{\mathbf{u}} - \hat{\lambda} \mathbf{b}) \quad (13)$$

En la ecuación (13), al sumando $\hat{\sigma}_n + \mathbf{E}\hat{\mathbf{u}}$ se le denomina "predicción elástica", mientras que a $-\hat{\lambda} \mathbf{E} \mathbf{b}$ se le denomina "corrección plástica".

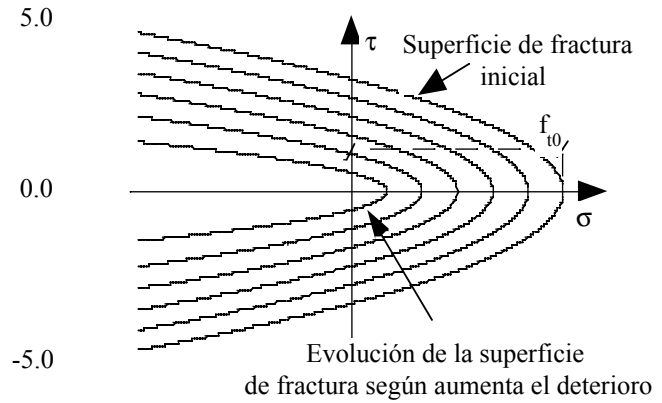


Fig. 2. Forma de la superficie de fractura. Evolución de la misma, según aumenta el deterioro en la fisura.

La única incógnita es el valor del multiplicador $\hat{\lambda}$ que se calcula imponiendo que para el valor final de las tensiones, $\hat{\sigma}_{n+1}$, la función de la superficie de fractura debe valer 0.

4. REGLA DE FLUJO

En el modelo utilizado en [4] la regla de flujo venía definida por dos zonas distintas: 1) una zona de predominio del modo II, donde la regla de flujo estaba determinada por la dilatancia que experimentaría el material si se intentase hacer deslizar el hormigón a ambos lados de la fisura y, 2) otra zona de predominio de modo I, que no era más que un estado de transición entre la dilatancia anteriormente señalada y la dilatancia nula que experimenta el hormigón en modo I puro, ya que una abertura de fisura en modo I puro no genera, obviamente, ningún deslizamiento tangencial entre los labios de la fisura.

Como ya ha quedado de manifiesto, se ha podido comprobar en [5] que el cortante en la zona cohesiva es muy reducido frente a la tensión normal, es decir, hay un predominio claro del modo I. Por esta razón para este modelo la regla de flujo se ha definido de igual modo que en el modelo [4] cuando existía un predominio del modo I. Se trata de definir una regla de flujo de tal modo que el retorno plástico de tensiones se realice hacia el vértice $\sigma=0, \tau=0$. Así la regla de flujo queda definida como sigue:

$$-\hat{\lambda} \mathbf{E} \mathbf{b} \propto \hat{\sigma} \quad (14)$$

donde $\hat{\sigma}$ es el nivel de tensiones instantáneo. Es importante tener en cuenta que el multiplicador plástico $\hat{\lambda}$ es una incógnita, con lo cual el módulo del vector \mathbf{b} puede fijarse arbitrariamente.

5. VERIFICACIÓN EXPERIMENTAL. MODELIZACIÓN DE LAS PROBETAS COMPACTAS DE DOBLE ENTALLA

Según ha quedado de manifiesto en la primera parte de este trabajo, la zona comprimida del hormigón se ve sometida a unas tensiones de compresión muy elevadas. De hecho, este tipo de probeta siempre falla por compresión, según se ha mostrado en la primera parte de este trabajo, y en [7-9]. Así no se puede suponer que hormigón fuera de la fisura se comporta como un material elástico lineal, algo habitual cuando se utiliza fisura cohesiva [1], teniéndose que utilizar algún modelo de comportamiento del hormigón bajo compresión más allá de su límite elástico.

Salvo por esta última particularidad, la modelización numérica se ha realizado como es habitual cuando se utiliza el modelo de fisura cohesiva [10]: primero predicción de la trayectoria de fisura, y después incorporación del modelo cohesivo a lo largo de la misma, modelizando el continuo del exterior de la fisura, en este caso, mediante un modelo de material elastoplástico para reproducir el comportamiento del hormigón bajo tensiones de compresión elevadas.

5.1 Predicción de la trayectoria de fisura

Para predecir la trayectoria de fisura, se ha utilizado el criterio de la máxima tensión tangencial [11], asumiendo la hipótesis de comportamiento elástico lineal. Ello supone despreciar la influencia de las tensiones cohesivas y de la plastificación del hormigón comprimido en la trayectoria de fisura. Sin embargo, en la primera parte del trabajo, a partir de las trayectorias en las probetas de PMMA, y en trabajos anteriores [10 y 12], se ha comprobado que el grado de aproximación es muy bueno.

El cálculo de la trayectoria de fisura mediante el criterio de la máxima tensión tangencial se realizó utilizando el programa de FRANC2D [13] de fractura elástica lineal.

En la figura 3 se muestra la predicción numérica frente a las envolventes experimentales para los tres tamaños ensayados. Al igual que se ha hecho en la presentación de los resultados experimentales (primera parte del trabajo), las fisuras de la entalla superior y las de la inferior, se han representado conjuntamente, partiendo ambas de la entalla inferior, por la evidente simetría del ensayo. Como puede apreciarse la aproximación es bastante buena, alejándose la predicción numérica de la envolvente experimental únicamente en los tramos finales de las trayectorias. En opinión de los autores este comportamiento puede deberse a la influencia de la plastificación del hormigón comprimido en la parte final del modelo, algo que con mecánica de la fractura elástica lineal no se puede tener en cuenta.

5.2 Comportamiento elasto-plástico del hormigón en compresión

Dada la previsible influencia de la plastificación del hormigón durante los ensayos, se utilizó un modelo elastoplástico de comportamiento del hormigón en compresión.

Dado que el estudio del hormigón en compresión se escapa del ámbito de este trabajo, para modelizarlo se empleó el modelo de comportamiento de hormigón en compresión proporcionado por el código ABAQUS®, eligiendo los parámetros de forma que se pudiese reproducir el registro experimental de la parte comprimida de las probetas con el mayor grado de aproximación posible. Más información acerca del modelo puede encontrarse en [14] y en [15].

5.3 Parámetros utilizados para el modelo cohesivo de fractura en modo mixto

A excepción del parámetro C, todos los demás parámetros que alimentan el modelo se obtienen directamente de los ensayos de caracterización del hormigón utilizado en la campaña experimental. Estos valores figuran en la primera parte de este trabajo.

Con respecto al parámetro C, entre las expresiones (6) y (7), puede deducirse que su relación con los parámetros del modelo hiperbólico de Cervenka es:

$$C = 2 \tan \phi_f (\alpha - \tan \phi_f) \tag{15}$$

Como valor de C se ha utilizado el resultante de aplicar en la fórmula (15) los parámetros α y ϕ_f empleados en [4], donde se usó el modelo hiperbólico de Cervenka. Tales valores proporcionaron buenos resultados en aquella ocasión, y el hormigón que se ha utilizado para esta campaña experimental es exactamente igual al utilizado en [16], sólo que con mayor grado de madurez. Así pues, los parámetros utilizados para la modelización numérica son los mostrados en la tabla 1.

Tabla 1. Valor de los distintos parámetros empleados en la modelización.

E (GPa)	G _f (N/m)	f _t (MPa)	f _q (MPa)	u _q ^{teff} (mm)	u _{cr} ^{teff} (mm)	C
39,0	69,0	3,0	1,0	0,017	0,078	1,224

6. RESULTADOS DE LA MODELIZACIÓN

Las figuras 4 y 5 presentan los resultados de la modelización numérica y los comparan con las envolventes de los resultados experimentales para los tres tamaños de probeta ensayados. Para comprobar la influencia del comportamiento del hormigón a compresión, se han incluido los resultados de modelizar a)

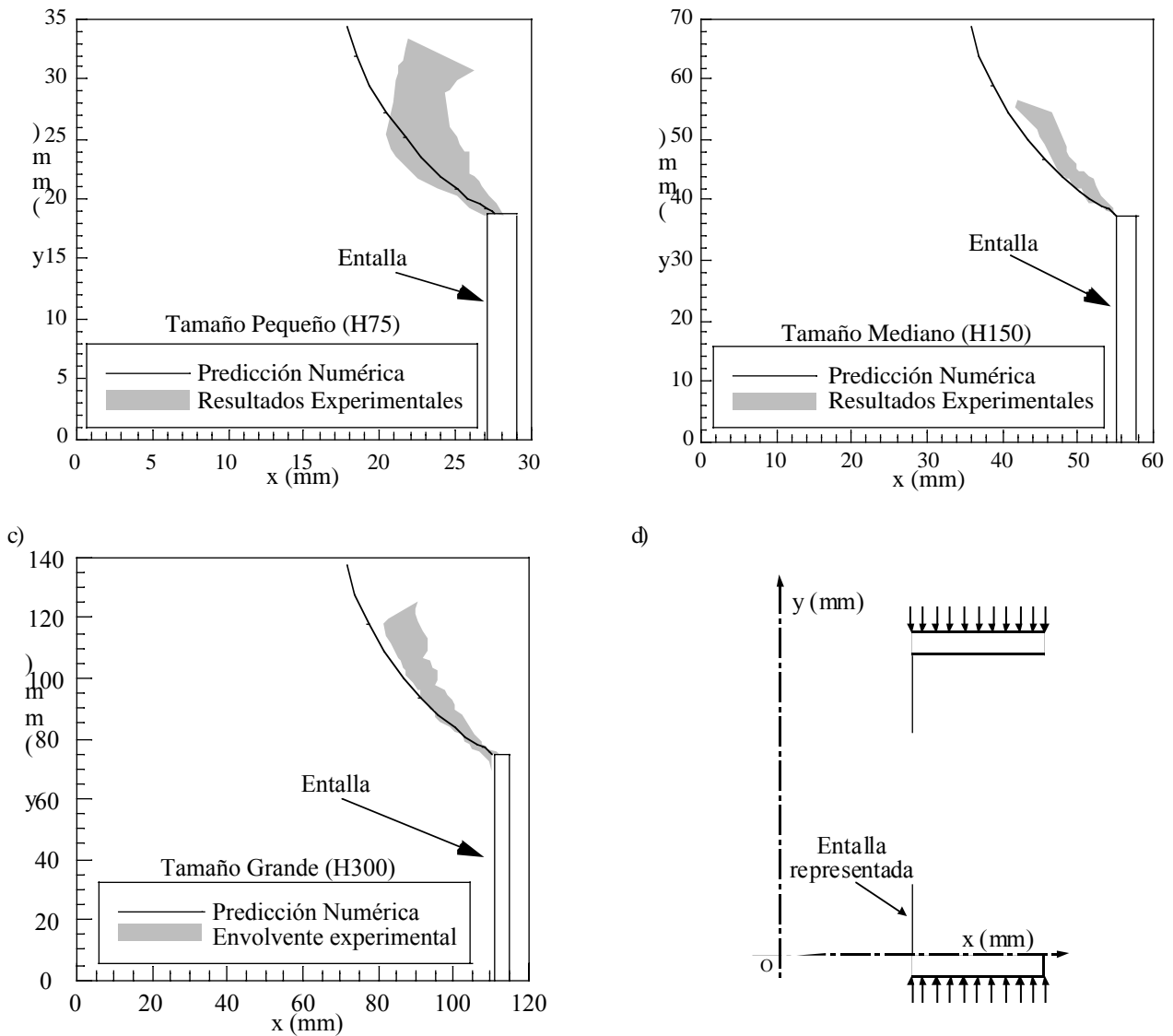


Figura 3. Trayectorias de fisura calculadas numéricamente y envolventes experimentales, para los tamaños: a) pequeño (H75), b) mediano (H150), y c) grande (H300). d) Sistema de ejes utilizado para la representación.

el hormigón fuera de la fisura como un material elástico y lineal.

En líneas generales, puede afirmarse que la predicción numérica, utilizando un modelo elastoplástico para el hormigón, ajusta bastante bien los resultados experimentales, especialmente para el caso del tamaño mediano (H150). En este sentido, cabe destacar la influencia que el comportamiento del hormigón en compresión tiene en el resultado del extensómetro del lado descargado: cuanto mejor ha sido la predicción del comportamiento del extensómetro del lado comprimido, mejor ha sido la predicción del comportamiento del extensómetro del lado descargado.

Puede apreciarse que en la zona comprimida, la influencia de la fisuración por tracción del lado descar-

gado de la probeta es despreciable, ya que con un modelo elástico y lineal para el hormigón comprimido la respuesta del extensómetro del lado comprimido es prácticamente lineal. Así puede suponerse que el comportamiento real de esta zona de la probeta está casi exclusivamente gobernado por el comportamiento del hormigón a compresión.

Sin embargo, en la zona descargada pese a utilizar un modelo elástico lineal para el hormigón fuera de la fisura, hay una pérdida evidente de linealidad que se debe a la fractura del hormigón a tracción. Además, se observa que la diferencia entre la respuesta con hormigón elástico lineal y con hormigón elastoplástico, es grande. El punto de pérdida de linealidad en los gráficos apenas se ve influenciado por el uso de uno u otro modelo, pero el comportamiento posterior sí,

a)

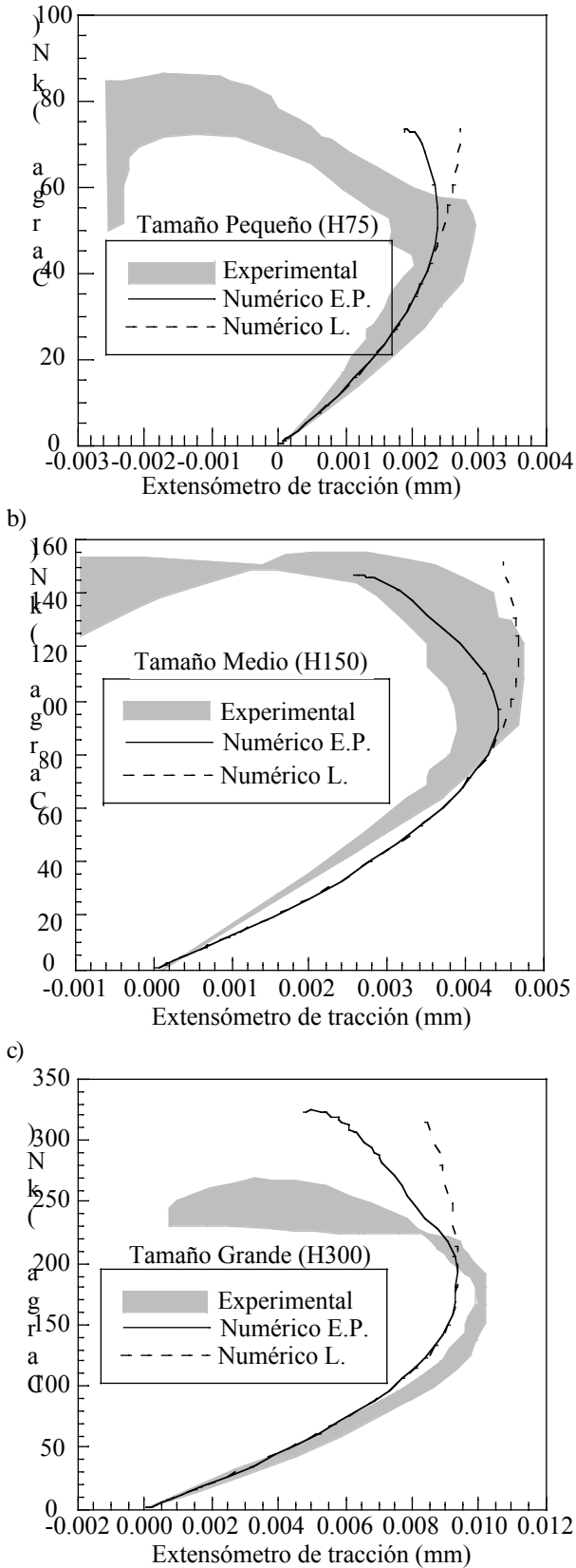


Fig. 4. Envoltura experimental y predicciones numéricas para el extensómetro del lado descargado: a) tamaño pequeño (H75), b) tamaño mediano (H150), y c) tamaño grande (H300).

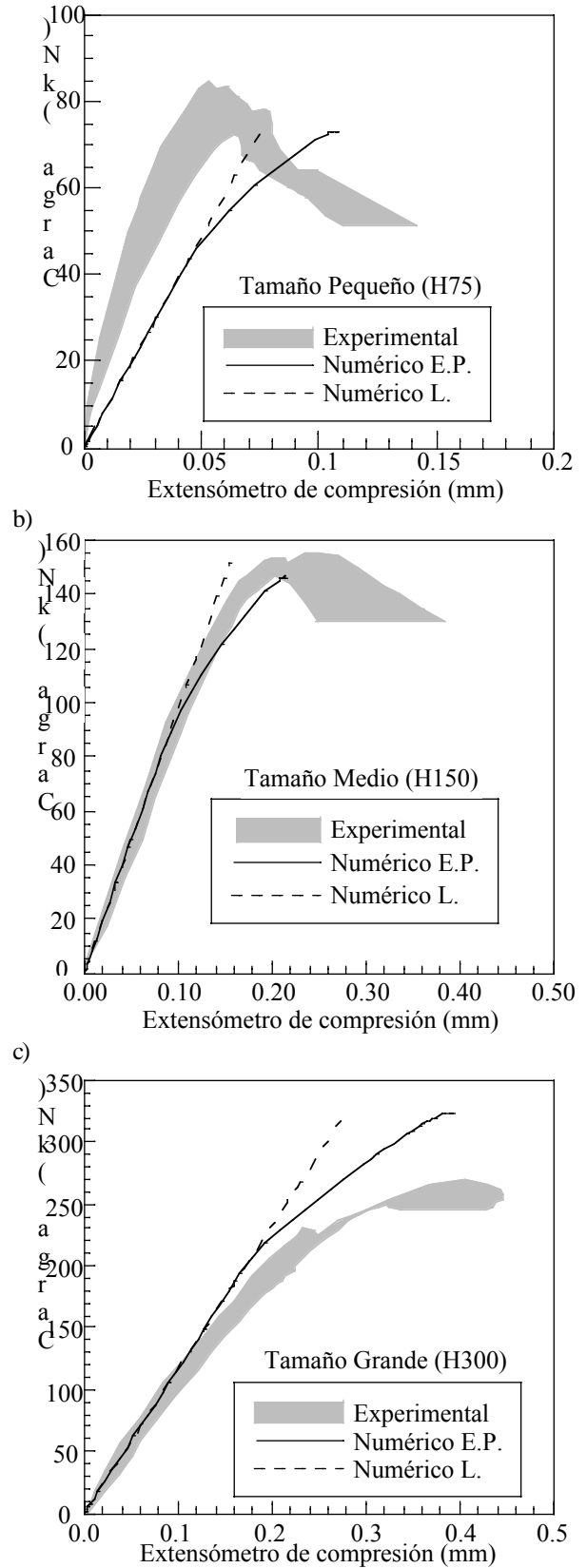


Fig. 5. Envoltura experimental y predicciones numéricas para el extensómetro del lado comprimido: a) tamaño pequeño (H75), b) tamaño mediano (H150), y c) tamaño grande (H300), mostrando una mejor adecuación a los resultados experimentales las curvas que corresponden al empleo de

a)

un modelo elástoplástico para el hormigón fuera de la fisura. Así puede suponerse que en el comportamiento real de esta zona de la probeta hay un efecto conjunto entre el comportamiento del hormigón a compresión y el comportamiento del hormigón en fractura, siendo este último el más influyente.

7. COMENTARIOS FINALES

Se han modelizado las probetas compactas de la campaña experimental presentada en la primera parte de este trabajo. Para ello se ha utilizado un modelo de fisuración nuevo, que extiende el modelo de fisura cohesiva de Hillerborg al modo mixto, añadiendo únicamente un parámetro más. Los cálculos se han realizado utilizando un modelo de comportamiento del hormigón fuera de la fisura elasto-plástico y también un modelo elástico y lineal. El modelo elástoplástico ha proporcionado resultados más ajustados.

La modelización ha servido para conocer mejor el comportamiento de este tipo de probeta, comprobándose que el comportamiento en compresión del hormigón es muy importante: en la zona descargada de la probeta su influencia es apreciable, mientras que en la zona comprimida gobierna todo el comportamiento.

Los autores cuestionan la utilidad de esta tipología de probetas para estudiar el modo mixto en el hormigón, ya que la fisuración, una vez más [9] se produce según un modo I local y además el comportamiento del hormigón a compresión tiene casi más influencia en el ensayo, que el comportamiento en fractura.

7. AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen al Ministerio de Educación y Cultura la Beca FPI concedida a D. David Angel Cendón Franco, a la DGES, a la CICYT y a la JJ.CC. de Castilla La Mancha las ayudas económicas concedidas a través de los proyectos PB97-0579, 1FD-1641 y NC4/2000, respectivamente, y al Prof. A. Ingrassia de la Universidad de Cornell el uso del programa FRANC2D.

8. REFERENCIAS

[1] Bazant, Z.P. y Planas, J., "Fracture and size effect in concrete and other quasibrittle materials", CRC Press (1997).
 [2] Hillerborg, A., Modéer, M. y Petersson, P. "Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements", Cement and Concrete Research, 6, 773-782 (1976).

[3] Cervenka, J. "Discrete crack modelling in concrete structures", Ph. D. Thesis, University of Colorado (1994)
 [4] Cendón, D.A., Gálvez, J.C., Planas, J. y Elices, M. "Modelización de la fractura del hormigón en modo mixto", Anales de Mecánica de la Fractura, 16, 292-297 (1999).
 [5] Cendón, D.A., Gálvez, J.C., Planas, J. y Elices, M. "The influence of the mode II in the mixed mode I/II fracture of concrete tests", International Journal of Fracture, (enviado), (2001).
 [6] Rots, J. "Computational modelling of concrete fracture", Ph. D. Thesis, Delft University, págs. 57-65 (1988).
 [7] Reinhardt, H.W., Ozbolt, J., Xu, S. y Dinku, A. "Shear of structural concrete members and pure mode II testing", Advanced Cement Based Materials, 5, 75-85 (1997).
 [8] Cedolin, L., Bisi, G. y Nardello, P.A. Mode II fracture resistance of concrete", Concrete Science and Engineering, 1, RILEM, 1-9 (1999).
 [9] Gálvez, J.C., Elices, M. y Cendón, D.A. "Fracture of double edge Notched specimens of concrete under compression loading", Construction Materials – Theory and Application – , *ibidem*-Verlag, 95-106 (1999).
 [10] Cendón, D.A., Gálvez, J.C., Planas, J. y Elices, M. "Fractura del hormigón en modo mixto: resultados experimentales y predicción numérica", Anales de Mecánica de la Fractura, 15, 169-174 (1998).
 [11] Broek, D. "Elementary engineering fracture mechanics", Martinus Nijhoff Pub. (1986).
 [12] Gálvez, J.C., Cervenka, J., Saouma, V. y Cendón, D.A. "A discrete crack approach to normal/shear cracking of concrete", Cement and Concrete Research, (enviado), (2000).
 [13] FRANC2D: A Two-Dimensional Crack-Propagation Simulator, Version 2.7, Wawrzynek, P. and Ingrassia, A.
 [14] ABAQUS: Theory manual, Hibbit, Karlson & Sorensen Inc. (1999)
 [15] Menétrey, P.H. y Willam, K.J., "Triaxial failure criterion for concrete and its generalization", ACI Structural Journal, 92, 311-318 (1995)
 [16] Gálvez, J.C., Planas, J. y Elices, M. "Propagación de grietas en modo mixto en vigas de hormigón", Anales de Mecánica de la Fractura, 14, 480-485 (1997).