

## CRITERIOS DE INICIACIÓN EN FRETTING FATIGA CON CONTACTO ESFÉRICO

Carlos Navarro y Jaime Domínguez

Departamento de Ingeniería Mecánica y de los Materiales,  
ESI de Sevilla, Avda. de los Descubrimientos s/n, 41092 Sevilla

**Resumen.** En este artículo se analizan distintos métodos que estiman la vida a fatiga uniendo la iniciación con la propagación en ensayos de fretting fatiga con contacto esférico. En concreto se va a centrar la discusión en cómo tratar la fase de iniciación. Algunos de los métodos presentados definen a priori una longitud de grieta a partir de la cual se consideran y calculan la propagación y utilizan las tensiones existentes cerca de la superficie para estimar la iniciación. Para esto último se pueden promediar las tensiones hasta cierta profundidad o tomar las tensiones a una determinada profundidad. Otro método une la iniciación con la propagación pero en este caso la longitud de grieta a partir de la cual se considera propagación no es fija, se obtiene como resultado de analizar cada caso en concreto. Dichos métodos se aplican a una serie de ensayos de fretting fatiga con contacto esférico realizados sobre la aleación de aluminio 7075 T6 discutiendo sus resultados.

**Abstract.** In this paper different methods used to estimate fatigue life adding initiation with propagation in fretting fatigue tests with spherical contact are analyzed. In particular, the discussion will be centered in the initiation phase. Some of the methods presented define in advance a crack length after which crack propagation is considered and calculated, afterwards, stresses close to the surface are used to estimate initiation. To do this, either the stresses can be averaged up to a certain depth or the stresses at a certain depth are used. Yet another method combines initiation with propagation but in this case the initiation length is not a fixed quantity, it is obtained as a result of analyzing each specific case. These methods are applied to a series of fretting fatigue tests with spherical contact performed with 7075-T6 aluminum alloy and the results discussed.

## 1. INTRODUCCIÓN

Para la determinación de la vida en casos de fretting se han propuesto diversos métodos. Unos, determinan la vida considerando que el proceso de fallo es únicamente un proceso de crecimiento [1,2]. Otros, consideran el proceso dividido en dos fases, una de iniciación y otra de propagación. Ambas líneas tienen mucha similitud con las propuestas existentes para la determinación de la vida en probetas entalladas [3,4]. Los métodos que consideran la vida como un proceso únicamente de crecimiento tienen el inconveniente de que deben partir de una longitud inicial de grieta definida de forma arbitraria. Por otro lado, durante la primera fase del proceso de fatiga deben emplear una ley de crecimiento de grietas pequeñas, con las dificultades que ello conlleva por la falta de datos sobre el crecimiento de grietas cortas y de una ley que permita aproximarlos en cualquier caso con suficiente precisión. No obstante, aun siendo una opción interesante, no se hará más mención a estos métodos por no ser objeto de este trabajo.

Entre los métodos que consideran el proceso dividido en dos etapas se han hecho propuestas de muy diverso tipo para la fase de iniciación. Por un lado, se han propuesto diversos criterios de fatiga multiaxial para el estudio de

esta fase. Por otro lado, independientemente del criterio empleado para la determinación de la vida de iniciación, se ha considerado el estado de tensiones producido en la zona de contacto de muy diversa forma. En unos casos se han considerado, directamente, las tensiones en la superficie [5,6]. En otros casos [7] se ha supuesto que es necesario considerar el estado de tensiones producido en un punto situado a cierta distancia en el interior del elemento sometido a fatiga. Considerando que la iniciación es un problema que debe afectar, no sólo a un punto, sino a cierto volumen del material, se ha propuesto también, la consideración de un estado medio de tensiones, bien a lo largo de una línea por donde se supone que se va a propagar la grieta [8], o bien en un volumen que incluye pocos granos del material en la zona de iniciación [8,9,10]. Todos estos criterios surgieron para analizar componentes con entallas y posteriormente se aplicaron a ensayos de fretting fatiga.

En cuanto a la fase de propagación se pueden dar dos situaciones. O bien se considera la propagación en una zona en la que la grieta es larga o bien abarca también una zona de grieta corta. El primer caso es más sencillo: se calcula el factor de intensidad de tensiones (FIT) y se utiliza una ley de propagación para grietas largas aplicada al material, que son abundantes en la literatura. El segundo caso emplea primero un modelo de

propagación de grietas cortas y posteriormente una ley para grietas largas. Este caso es más complicado porque no existen modelos bien establecidos para estudiar la propagación de una grieta corta.

Un parámetro adicional a incluir en todos estos métodos es la longitud de grieta a partir de la cual se considera que ha terminado la iniciación y comienza la propagación. Szolwinski y Farris [5] y Araujo y Nowell [8] consideran que la fase de iniciación termina cuando la grieta tiene 1mm de longitud. Sin embargo, para la detección del número de ciclos necesarios para la iniciación, sólo se fija en el estado de tensiones producidos, bien en la superficie en el caso de Szolwinski y Farris, o en una profundidad de unas decenas de micras, correspondiente a uno o varios granos del material bajo la zona de contacto en el caso de Araujo y Nowell.

Szolwinski y Farris basan la decisión de tomar 1 mm como longitud de iniciación en dos consideraciones. Por un lado, en los casos analizados de contacto cilíndrico, la mayoría de los valores del semiancho de la zona de contacto estaba alrededor de 1.5 mm, con lo que el efecto de la zona de contacto sobre la grieta puede considerarse despreciable a partir de una longitud de grieta de aproximadamente 1 mm. Por otro lado, el empleo de 1 mm como longitud de iniciación concuerda con los trabajos de Socie [11,12].

En el trabajo de Araujo y Nowell [8] se emplea 1 mm basado en Szolwinski y Farris [5] y en que existe en la literatura muchos datos sobre el material que emplearon para una longitud de iniciación de 1 mm. Sin embargo, en este trabajo aparecen tamaños de la zona de contacto muy diferentes y en algunos casos mucho menores que 1 mm. Además, la información que aparece en la literatura sobre iniciación se refiere a probetas sin gradiente, cuando en el fretting aparecen grandes gradientes muy superiores. Los ensayos de Socie [12] se hicieron con probetas de forma tubular donde el máximo gradiente en el espesor de 2 mm debido a la carga axial era menor del 2% y el de torsión menor del 15%. La existencia de ese gradiente hace que sea muy discutible que el estado de tensiones en la superficie o en una distancia de algunas decenas de micras, defina el comportamiento hasta profundidades de 1mm, independientemente del estado de tensiones existente entre el borde de la zona de análisis y a 1 mm de profundidad.

Todo ello demuestra que la definición de la longitud de iniciación y la forma de analizar las tensiones para estimar la vida es un tema poco analizado hasta el momento; que se han tomado soluciones que simplifican el problema pero que permiten explicar con éxito algunos comportamientos en fatiga bajo condiciones de fretting.

Por ello, en este trabajo se presenta un análisis de algunas de las propuestas existentes para la distinción entre iniciación y propagación. Se consideran diferentes posibles longitudes finales de iniciación y principio de la propagación, analizando los resultados obtenidos, discutiendolos y comparando finalmente los diferentes procedimientos.

El artículo está organizado de la siguiente manera: en primer lugar, se presentan los métodos de análisis de la vida a fatiga que se van a emplear para el estudio; se muestran los resultados de los ensayos que servirán para el análisis de los distintos métodos; se aplican los diferentes métodos con los datos de los ensayos realizados y se comparan y discuten los resultados; finalmente, se presentan algunas conclusiones.

## 2. MÉTODOS DE ANÁLISIS

Se van a diferenciar dos métodos para analizar los resultados de los ensayos. Uno de ellos ha sido propuesto por los autores [7] para estimar la vida en fretting. Este método se basa a su vez en uno similar propuesto por Socie et al. [13] para estudiar la vida a fatiga en entallas. En él se combina iniciación y propagación sin fijar a priori una longitud de iniciación. El otro método, utilizado por Araujo y Nowell [8] y Szolwinski y Farris [5], también combina iniciación con propagación pero fijando la propagación a partir de una profundidad determinada.

En primer lugar se presenta, muy brevemente, el criterio de fatiga multiaxial que se ha usado para la iniciación y la ley de crecimiento considerada en propagación en los dos métodos.

### 2.1. Iniciación

Para estudiar la iniciación en cualquiera de estos métodos se ha empleado la relación de Manson-Coffin y Basquin entre número de ciclos y deformaciones producidas en el material

$$\frac{\Delta \varepsilon}{2} = \frac{\sigma'_f}{E} (2N_i)^b + \varepsilon'_f (2N_i)^c \quad (1)$$

donde  $\Delta \varepsilon$  es la deformación normal obtenida en ensayos con probetas sin entalla y ciclo simétrico,  $E$  es el módulo de Young,  $N_i$  es el número de ciclos para iniciación y el resto son constantes que dependen del material.

Debido al carácter multiaxial de las tensiones hace falta incluir en el análisis un criterio de fatiga multiaxial. En este momento no se va a analizar la conveniencia de un criterio u otro sino del método empleado, por lo tanto se ha escogido un sólo criterio de fatiga multiaxial, el propuesto por McDiarmid [14]. La tensión equivalente será

$$\sigma_{eq} = \frac{\Delta\tau_{max}}{2} + \frac{t}{2\sigma_{TS}} \sigma_{max} \quad (2)$$

donde  $\Delta\tau_{max}$  es el máximo incremento de las tensiones tangenciales,  $\sigma_{max}$  es la tensión normal máxima en la dirección perpendicular al plano donde  $\Delta\tau$  es máxima,  $t$  es el límite de fatiga a torsión y  $\sigma_{TS}$  es la tensión de rotura. Combinando las ecuaciones (1) y (2) se puede calcular para cualquier punto la tensión equivalente a partir del campo de tensiones existente y con esto un número de ciclos de iniciación.

## 2.2. Propagación

Por otro lado se necesita calcular la propagación de la grieta a partir de cierta distancia. Para ello se necesita conocer, en primer lugar, las tensiones en los sólidos en función de la geometría y de las cargas aplicadas. En este trabajo se hará uso de las expresiones obtenidas por Sackfield y Hills [15] para el contacto esférico. Con estas tensiones se calcula el FIT a través de una función de peso propuesta por Bueckner [16] para una grieta pasante.

$$w(t) = \frac{1}{\sqrt{t}} \left( 1 + m_1 \cdot \frac{t}{a} + m_2 \cdot \left( \frac{t}{a} \right)^2 \right) \quad (3)$$

donde  $a$  es la longitud de la grieta,  $t$  es una variable que recorre la grieta desde la punta y  $m_1$  y  $m_2$  son funciones que dependen del cociente entre la longitud de grieta y el espesor de la probeta,  $a/W$ . Con esta función de peso el FIT se puede obtener de la expresión:

$$K_I = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^a w(t) \cdot \sigma_x(t) dt \quad (4)$$

donde  $\sigma_x$  es la tensión normal en la dirección perpendicular al plano de la grieta. El FIT se multiplica por un factor por ser las grietas semielípticas[17].

Una vez obtenido el FIT se puede calcular el crecimiento de la grieta haciendo uso de alguna ley de crecimiento. En este caso se utiliza la ley de Paris en los dos métodos. En el de "longitud de iniciación variable" se emplea porque se ha comprobado en otros trabajos publicados por los autores [7] que es la que mejor resultado da a pesar de que hay zonas de crecimiento por debajo del umbral de grieta larga. En el de "longitud de iniciación fija" se ha comprobado que el crecimiento se calcula en una zona donde el FIT está por encima del umbral de grieta larga.

## 2.3. Longitud de iniciación variable

Este método, desarrollado con detalle en [7], consiste básicamente en calcular, para cada punto a lo largo del camino hipotético que va a seguir la grieta, el número de ciclos que tardaría en iniciarse una grieta en ese lugar y

sumarle el número de ciclos que tardaría en propagarse desde ese punto hasta la rotura del componente. La vida estimada del componente será la correspondiente al punto que dé un número menor de ciclos para el fallo. Por lo tanto cada caso será distinto y la longitud de iniciación será diferente.

## 2.4. Longitud de iniciación fija

Este otro método ha sido utilizado por otros autores para estimar la vida en fretting fatiga [8]. Consiste en definir una longitud a partir de la cual considerar propagación y calcular el número de ciclos en que la grieta tarda en propagarse desde esa longitud hasta la rotura. Por otro lado se calcula, a partir de las tensiones cerca de la superficie, el número de ciclos que tardará en iniciarse la grieta. Por último, la suma de estas dos cantidades será la vida total. Existen diferentes formas de tener en cuenta las tensiones de las que se obtiene el número de ciclos de iniciación: i) el valor de la tensión a una profundidad determinada; ii) la media de las tensiones a lo largo de una línea de longitud determinada; iii) la media de las tensiones en un volumen de tamaño determinado. Variando esta profundidad-longitud-tamaño pueden conseguirse distintas estimaciones de la vida del espécimen. Comparando con los resultados experimentales los autores determinan el valor de esa profundidad-longitud-tamaño que da una mejor estimación del conjunto de ensayos analizados.

En este artículo se utilizará sólo la tensión a una profundidad determinada (método del punto) y la media a lo largo de una línea (método de la línea). Se supone que la grieta se inicia en el límite de la zona de contacto y perpendicular a la superficie tanto en este método como en el anterior para poder comparar sus resultados. También se van a tener en cuenta tres longitudes distintas a partir de las cuales comienza la propagación: 1mm, 0.5mm y 0.2mm. El procedimiento para hacer las estimaciones será un poco distinto. Primero se busca el número de ciclos de iniciación. Para ello se calcula en cada ensayo el número de ciclos de propagación y se le resta a los ciclos reales. Después se halla la distancia a la que hay que aplicar el método de la línea o el punto para estimar exactamente la vida de iniciación. En la práctica esta distancia es distinta para cada ensayo. Por lo que si se quiere encontrar una distancia para aplicársela a todos los ensayos habrá que escoger un valor intermedio entre todos ellos, por ejemplo el valor medio.

## 3. RESULTADOS EXPERIMENTALES

Los ensayos con los que se van a comparar los modelos aquí presentados fueron realizados por Wittkowsky et al. [18] además de otros realizados por los autores, entre los que se han escogido los ensayos que acabaron con la rotura de la probeta. El material usado era Al 7075-T6 ( $\sigma_R = 572$  MPa,  $\sigma_{y,0.2} = 503$  MPa,  $\nu = 0.33$ ,  $\Delta K_{th} = 2.2$

MPa m<sup>1/2</sup>). Las probetas tenían una sección cuadrada de 5x5 mm y los elementos de contacto eran esferas de radio 25.4 mm. El tamaño de grano perpendicular a la superficie medido según la norma ASTM E 112-88, [19], era aproximadamente de 35 µm.

Las cargas aplicadas en cada ensayo se muestran en la Tabla 1, donde *N* es la carga normal constante, *Q* es la carga tangencial variable y *σ* es la carga axial variable. Éstas se muestran en la Fig. 1. El análisis de estos ensayos ha sido realizado posteriormente. También se muestra en la tabla el número de ciclos hasta el fallo obtenido en cada ensayo, *N<sub>f</sub>*.

Tabla 1. Cargas en los ensayos de fretting.

Test	<i>N</i> (N)	<i>Q</i> (N)	<i>σ</i> (MPa)	<i>N<sub>f</sub></i> (ciclos)
T1	30	±15	±85	480000
T2	20.8	±15	±83	449500
T3	15.6	±15	±85	395000
T4	12.5	±15	±83	361000
T5	18.5	±13.6	±77	551000
T6	16	±11.7	±83	530000
T7	13.9	±10	±83	803000
T8	10.3	±7.5	±83	2940000
T9	8.33	±8	±83	616500
T10	20	±15	±83	549000
T11	20	±15	±70	516000

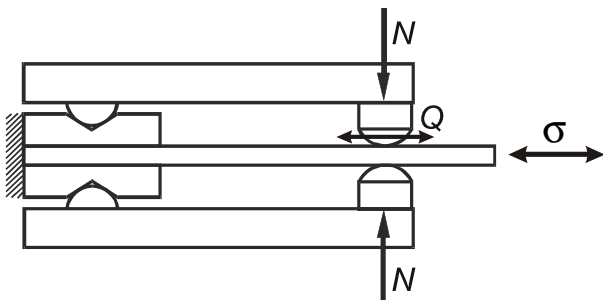


Fig. 1. Esquema de cargas en los ensayos de fretting.

4. RESULTADOS

Como ya se dijo, el primer paso para el método de longitud de iniciación fija es determinar la distancia a la que hay que calcular las tensiones en casa ensayo para estimar exactamente la vida. El resultado de estos cálculos se muestra en las Fig. 2 y 3. En la Fig. 2 se ha añadido además las longitudes de iniciación que se obtienen aplicando el método de longitud de iniciación variable.

Con el método del punto las distancias obtenidas varían entre 45 y 70 µm para una longitud de iniciación de 1 mm y entre 30 y 56 µm para 0.2 mm. Estas dimensiones están comprendidas entre una y dos veces el tamaño de los granos de este material. En esta zona las tensiones debidas al contacto todavía son importantes. Con el método de la línea las distancias obtenidas varían entre

110 y 170 µm para una longitud de iniciación de 1 mm y entre 70 y 140 µm para 0.2 mm. Estos valores son aproximadamente 2.6 veces los obtenidos con el método del punto. La razón es que se necesita llegar hasta una mayor profundidad para que el valor medio de las tensiones pueda dar el mismo valor de vida de iniciación.

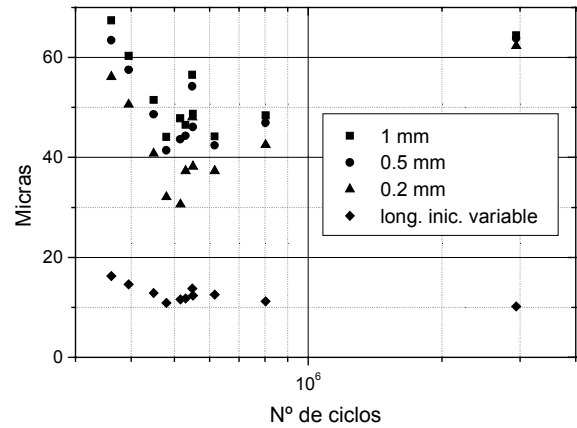


Fig. 2. Distancia de cálculo de las tensiones en el método del punto y longitud de iniciación en el método de longitud variable.

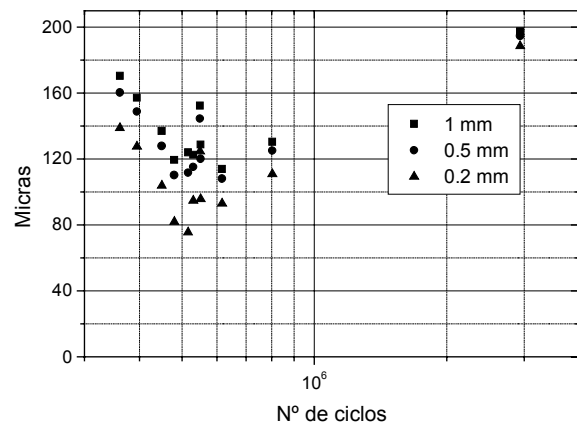


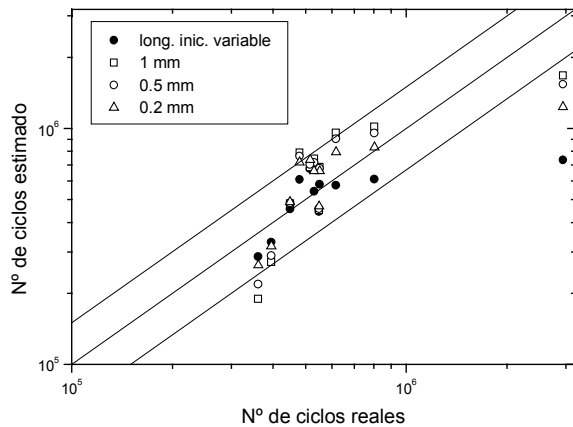
Fig. 3. Distancia de cálculo de las tensiones en el método de la línea.

Tanto en el método del punto como en el de la línea se observa que hay una gran dispersión en las distancias obtenidas, por lo que si se escoge uno u otro valor para usarlo con todos los ensayos las vidas obtenidas pueden variar en un factor mayor de 2. Por ello, para comparar se empleará la media de estas distancias, el resultado se muestra en la Tabla 2 expresado en micras. En cambio, las longitudes obtenidas con el método de longitud de iniciación variable son menores y la dispersión es mucho menor. Estas distancias se corresponden aproximadamente con la profundidad a la que la grieta gira y comienza a crecer en modo I.

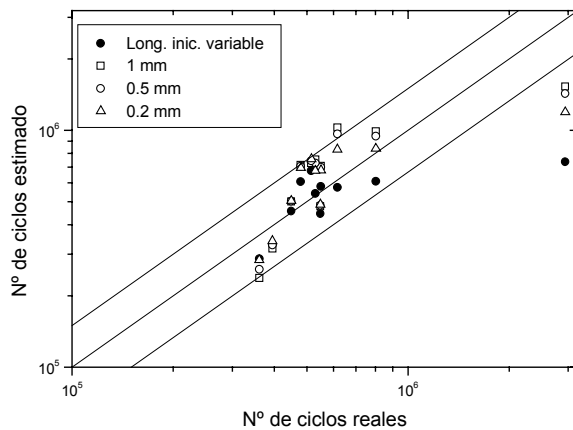
Con los valores de la Tabla 2 se obtienen los resultados que se muestran en las Fig. 4 y 5.

**Tabla 2.** Distancias escogidas para aplicar el método del punto y de la línea.

	Punto	Línea
1 mm	52.7	141.2
0.5 mm	50.2	133.3
0.2 mm	43.3	112.3



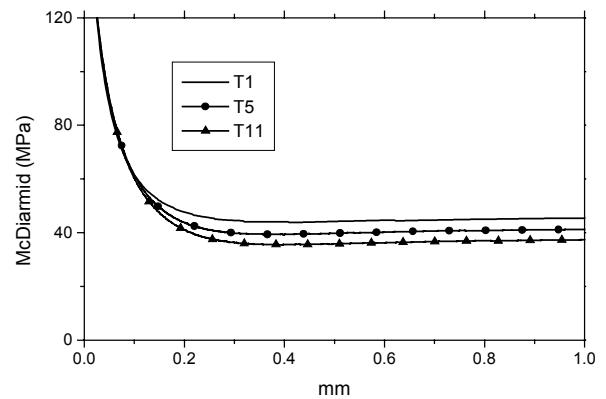
**Fig. 4.** Comparación de resultados usando el método del punto para el cálculo de la vida de iniciación.



**Fig. 5.** Comparación de resultados usando el método de la línea para el cálculo de la vida de iniciación.

La mejor aproximación a la vida real la da el método de longitud variable de iniciación. Hay muy poca diferencia entre utilizar el método del punto o de la línea y la pequeña diferencia parece estar a favor de la línea. Este hecho parece lógico puesto que al hacer la media de las tensiones a lo largo de una línea se está utilizando más información que si se coge solamente la tensión en un punto. Un paso más en este sentido sería usar el valor medio de las tensiones en una superficie o en un volumen, esperando obtener resultados algo mejores aunque no muy diferentes.

El método de longitud de iniciación fija da mejores resultados con la longitud de iniciación menor, la cual se corresponde con el tamaño de la zona de contacto ( $\sim 200 \mu\text{m}$ ) y por tanto con la zona de influencia de las tensiones de contacto. Se observa que para vidas más largas este método da valores más altos que el de longitud de iniciación variable pero para vidas más bajas es al contrario. Este hecho es más acentuado cuanto mayor es la longitud de iniciación tomada. Esto se puede explicar con un comentario ya hecho en la introducción, si se toma como longitud a partir de la cual se considera propagación, por ejemplo, 1 mm, parece difícil que evaluando las tensiones a  $50 \mu\text{m}$  se pueda predecir lo que va a pasar desde esa profundidad hasta el milímetro. Esto podría ser válido si no hubiera gradiente, o éste fuera despreciable o si las tensiones evolucionaran siempre de la misma forma pero en fretting eso no pasa. En la Fig. 6 se muestra la evolución del parámetro de McDiarmid con la profundidad para tres de los ensayos analizados. Se observa que las tensiones son las mismas hasta las  $100 \mu\text{m}$  aproximadamente, con lo que darían el mismo valor de iniciación, pero luego se separan antes de llegar al milímetro de profundidad. La información de lo que pasa en esa zona entre 0.1-1 mm se pierde si se toma, por ejemplo, 1 mm como longitud de iniciación. Por esta razón, una longitud menor a partir de la cual se considera propagación da mejores resultados.



**Fig. 6.** Evolución del parámetro de McDiarmid.

La proporción de número de ciclos de iniciación respecto al número total de ciclos estimado varía según el método empleado. Para el método de longitud de iniciación fija el valor medio obtenido es 98%, 85% y 60% para longitudes de iniciación de 1 mm, 0.5 mm y 0.2 mm respectivamente. No hay diferencias apreciables entre el método del punto y de la línea. En cuanto al método de longitud de iniciación variable se obtiene que la vida de iniciación es, en promedio, el 7% de la vida total. Estas diferencias no son relevantes puesto que la proporción de la fase de iniciación depende de cómo se defina ésta [11].

## 5. CONCLUSIONES

Se han comparado distintas formas de tener en cuenta la iniciación de una grieta y de cómo dividir las fases de iniciación y propagación.

El uso del método de longitud de iniciación fija requiere definir la longitud de iniciación, lo que puede hacerse en función de la dimensión de la zona de influencia de las tensiones de contacto o en función de las longitudes de iniciación consideradas en los ensayos empleados para obtener la curva  $\varepsilon-N$ .

A la vista de los resultados parece más aproximado definir la longitud de iniciación en función de las dimensiones de la zona de influencia del contacto. En cualquier caso, haría falta definir una dimensión para la zona de análisis de tensiones para el cálculo de iniciación, y para ello se requieren resultados experimentales con geometrías similares para el ajuste.

Con este método los resultados no son muy diferentes a los reales, siendo el método de la línea algo mejor que el del punto.

El método de la longitud de iniciación variable no requiere ajuste a valores obtenidos con resultados experimentales en geometrías similares, solamente los datos de la curva  $\varepsilon-N$  y la ley de propagación para el material de que se trate. Además, este método es el que produce mejores resultados en los casos analizados.

## 6. REFERENCIAS

- [1] Faanes, S. y Fernando, U.S., "Life prediction in fretting fatigue using fracture mechanics", en *Fretting Fatigue*, ESIS 18 (Ed. Waterhouse, R.B. y Lindley, T.C.) pp. 149-159, Mechanical Engineering Publications, London.
- [2] Hattori, T., Nakamura, M. y Watanabe, T., "A new approach to the prediction of the fretting fatigue life that considers the shifting of the contact edge by wear", en *Fretting Fatigue: Current Technology and Practices*, ASTM STP 1367 (Ed. Hoepfner, D.W., Chandrasekaran, V. y Elliot, C.B.) pp. 19-30, American Society for Testing and Materials, West Conshohocken, PA.
- [3] Taylor, D., "Geometrical effects in fatigue: a unifying theoretical model", *Int. J. Fatigue*, 21, 413-420 (1999).
- [4] Newman, J.C., "Analysis of fatigue and fatigue-crack growth under constant and variable-amplitude loading", *Anales de Mecánica de la Fractura* Vol. 16, pp. 24-35 (1999).
- [5] Szolwinski, M.P. y Farris, T.N., "Observation, analysis and prediction of fretting fatigue in 2024-T351 aluminum alloy", *Wear*, 221, 24-36 (1998).
- [6] Lykins, C.D., Mall, S. y Jain, V.K., "Combined experimental-numerical investigation of fretting fatigue crack initiation", *Int. J. Fatigue*, 23, 703-711 (2001).
- [7] Navarro, C., García, M. y Domínguez, J., "A procedure for estimating the total life in fretting fatigue", *Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct.* (en prensa).
- [8] Araújo, J.A. y Nowell, D., "The effect of rapidly varying contact stresses fields on fretting fatigue", *Int. J. Fatigue*, 24, 763-775 (2002).
- [9] Fouvry, S., Elleuch, K. y Simeon, G., "Prediction of crack nucleation under partial slip fretting conditions", *J. Strain Analysis*, 37, 549-564 (2002).
- [10] Namjoshi, S.A., Mall, S., Jain, V.K. y Jin, O., "Effects of process variables on fretting fatigue crack initiation in Ti-6Al-4V", *J. Strain Analysis*, 37, 535-548 (2002).
- [11] Socie, D.F., "Critical plane approaches for multiaxial fatigue damage assessment", en *Advances in Multiaxial Fatigue* ASTM STP 1191 (Ed. McDowell y Ellis) pp. 7-36, American Society for Testing and Materials, Philadelphia, PA.
- [12] Socie, D.F., Waill, L.A. y Dittmer, D.F., "Biaxial fatigue of Inconel 718 including mean stress effects", en *Multiaxial Fatigue*, ASTM STP 853 (Ed. Miller, K.J. y Brown, M.W.) pp. 463-481, American Society for Testing and Materials, Philadelphia, PA.
- [13] Socie, D.F., Morrow, J. y Chen, W.C., "A procedure for estimating the total fatigue life of notched and cracked members", *J. Eng. Fract. Mech.*, 11, 851-859 (1979).
- [14] McDiarmid, D.L., "A shear stress based critical-plane criterion of multiaxial fatigue failure for design and life prediction", *Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct.*, 17, 1475-1484 (1994).
- [15] Sackfield, A. y Hills, D., "A Note on the Hertz Contact Problem: a Correlation of Standard Formulae", *Journal of Strain Analysis*, 18, 195-197 (1983).
- [16] Bueckner, H.J., en *Methods of analysis and solutions of crack problems* (Ed. Sih, G.C.) pp. 306-307, Noordhoff International Publishing, Leyden.
- [17] Suresh, S., en *Fatigue of Materials*. Cambridge University Press, Cambridge.
- [18] Wittkowsky, B.U., Birch, P.R., Domínguez, J. y Suresh, S., "An Experimental Investigation of Fretting Fatigue with Spherical Contact in 7075-T6 Aluminum Alloy", en *Fretting Fatigue: Current Technology and Practices*, ASTM STP 1367 (Ed. Hoepfner, D.W., Chandrasekaran, V. y Elliot, C.B.) pp. 213-227, American Society for Testing and Materials, West Conshohocken, PA.
- [19] ASTM E 112-88, Standard test methods for determining average grain size.