

MODELADO MEDIANTE ELEMENTOS FINITOS DE LA EVOLUCIÓN DE LAS CONDICIONES DE CONTACTO COMPLETO EN UN PROBLEMA DE FRETTING

E. Giner, A. Pedrosa, A. Roda, F.J. Rubio

Departamento de Ingeniería Mecánica y de Materiales,
Universidad Politécnica de Valencia, Camino de Vera, s/n, 46022-Valencia

Resumen. En este trabajo, se realiza un análisis mediante EF de la evolución de las condiciones de contacto completo en un problema de fretting bidimensional: adhesión, deslizamiento parcial y deslizamiento global. A partir de estados de adhesión completa se estudia de forma cualitativa la aparición de zonas de deslizamiento parcial y su evolución hacia estados de deslizamiento global a lo largo de ciclos de carga y descarga, incluyendo la eventual separación de ciertas zonas. Tras el cálculo de los FITG mediante la técnica de extrapolación de tensiones, se evalúa la extensión de la zona dominada por la singularidad. Por último, se analiza cualitativamente la transición entre adhesión y deslizamiento, estudiando la influencia del modo antisimétrico en la transición.

Abstract. In this work, the evolution of complete contact conditions in a 2D fretting problem is analyzed by means of a FE model. These contact conditions are: adhered state, partial slip and global sliding. Starting from fully adhered situations, the appearance of partial slip zones is studied in a qualitative way. The evolution of these partial slip states towards global sliding conditions, together with the eventual separation of certain contact regions, is also studied. After calculating the GSIFs by a stress extrapolation technique, the extent of the singularity dominated zone is evaluated. Finally, the transition from an adhered condition to a slipping condition is analyzed qualitatively, including the influence of the antisymmetric mode on the transition.

1. INTRODUCCIÓN

El problema de contacto completo entre dos sólidos en condiciones de fretting se presenta en determinados componentes de máquinas, como uniones cubo-eje, ejes acanalados, uniones atornilladas, etc. En estos componentes el contacto es completo, es decir, el tamaño del área de contacto es independiente de la carga normal. Dependiendo de la geometría de los elementos en contacto, el estado de cargas y el coeficiente de fricción se pueden alcanzar condiciones de contacto muy diferenciadas. En general, las condiciones de contacto pueden ser de adhesión, deslizamiento parcial o deslizamiento global, y su estudio es importante para conocer el comportamiento global del conjunto.

En este trabajo se realiza un análisis mediante EF de la evolución de las condiciones de contacto en un problema bidimensional. Se estudia la aparición de zonas de deslizamiento parcial y su evolución hacia estados de deslizamiento global a lo largo de ciclos de carga y descarga. En los instantes en los que la zona de adhesión alrededor del extremo de la zona de contacto sea suficientemente grande, el problema se puede analizar como una entalla en V [1,2] utilizando la solución de Williams [3]. Si la condición es de deslizamiento global, el problema se puede caracterizar

utilizando la solución propuesta por Gdoutos y Theocaris [4] y Comninou [5].

En este tipo de contacto de fretting, el campo de tensiones en la vecindad de los extremos de las zonas de contacto es frecuentemente singular. El orden de la singularidad depende del estado de cargas aplicado, el coeficiente de rozamiento, del ángulo entre los elementos de contacto y de las propiedades de los materiales. Condiciones de contacto diferenciadas (adhesión o deslizamiento) dan lugar a sendos campos de tensiones singulares: cada uno de los dos estados lleva asociados diferentes órdenes de singularidad λ , así como distintas distribuciones espaciales, definidas por las correspondientes funciones trigonométricas [1,2].

Tras estimar los factores de intensidad de tensiones generalizados mediante la técnica de extrapolación de tensiones [6], se evalúa la extensión de la zona dominada por la singularidad, comparando los campos de elementos finitos y los campos asintóticos analíticos. Se ha prestado atención a la transición entre adhesión y deslizamiento. Se ha analizado también, de forma cualitativa, la influencia del modo antisimétrico en los procesos de transición adhesión-deslizamiento.

2. MODELO DE ELEMENTOS FINITOS

Los análisis mostrados en las secciones posteriores se basan en el modelo de EF descrito a continuación.

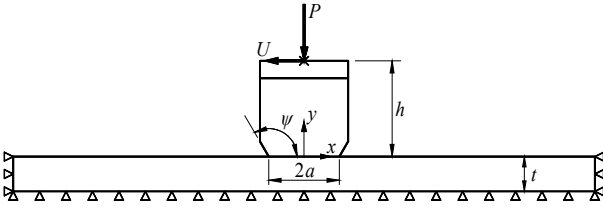


Fig. 1. Modelo probeta-indentador utilizado en la verificación numérica.

El modelo probeta-indentador esquematizado en la Fig. 1, ha sido aplicado con los siguientes parámetros: El ángulo ψ es 121° , el coeficiente de rozamiento $f=0.6$, el material de probeta e indentador es acero (se supone con comportamiento elástico), con $E=208$ GPa y $\nu=0.3$. Estos datos se aproximan al problema real de un eje acanalado. El semiespesor de la probeta es $t=5.0$ mm, la anchura del indentador en la base de contacto es $2a=10.1$ mm y la altura entre la base de contacto y el punto de aplicación de las acciones es $h=14.0$ mm. La profundidad es 10.0 mm y se ha supuesto un estado de deformación plana.

Las acciones sobre el indentador son aplicadas en cuatro pasos de carga: en el primero, se incrementa la carga P sobre el indentador hasta alcanzar el valor $P_{\max}=17.65$ kN. En los restantes, se aplica un desplazamiento impuesto al indentador alternante de amplitud máxima $|U|_{\max}=60\mu\text{m}$, bajo la acción mantenida de P_{\max} . Notar que se ha optado por imponer un desplazamiento U al indentador (control en desplazamientos) para garantizar la convergencia numérica del problema en el momento en el que se alcance el deslizamiento global del indentador. Asimismo, se ha restringido la rotación de la parte superior del indentador (modelada mediante elementos rígidos).

La Fig. 2 muestra la evolución de las cargas aplicadas a lo largo de los dos pasos de carga. Notar que el primer paso de carga se subdividió en 4 incrementos, mientras que en los restantes se utilizaron 20 incrementos. En la Fig. 3 se muestra la evolución tanto de la reacción Q al desplazamiento impuesto U como del momento de reacción M necesario para garantizar la que la parte superior del indentador no experimente giro alguno, obtenidas tras el análisis de elementos finitos. Durante los pasos de carga 2, 3 y 4, las condiciones de contacto evolucionan del siguiente modo: adhesión total, deslizamiento parcial y deslizamiento global, como se comentará más detalladamente en la Sección 3. El estado de deslizamiento global en cada uno de los pasos de carga se alcanza aproximadamente en el último tercio del paso de carga. Nótese en la Fig. 3 que el valor de Q/P_{\max} en los periodos de deslizamiento global corresponde al coeficiente de fricción f .

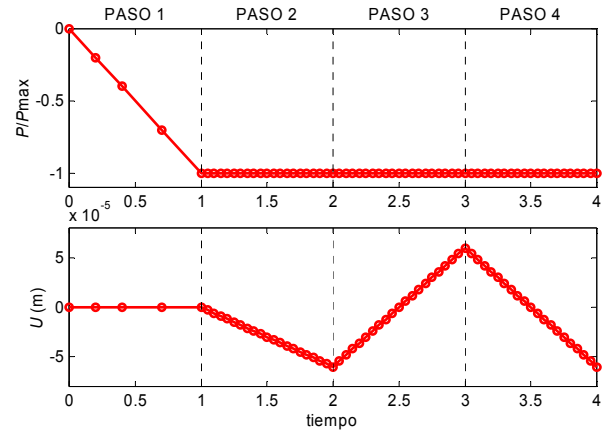


Fig. 2. Evolución temporal de las acciones aplicadas.

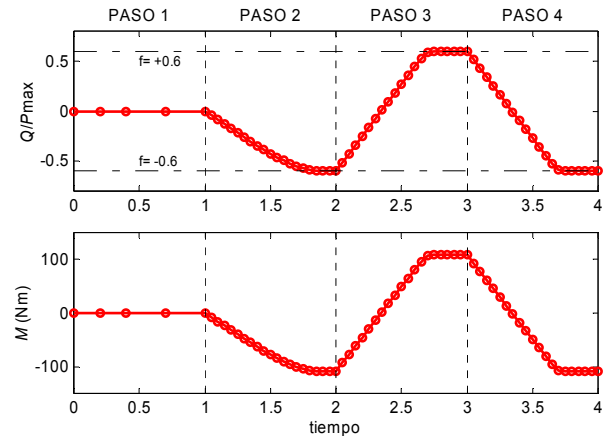


Fig. 3. Evolución temporal de la reacción Q al desplazamiento impuesto U y del momento de reacción M .

Para el mallado del modelo de EF se han utilizado elementos cuadriláteros (excepto en una pequeña porción del indentador junto a la esquina de contacto, en la que se han empleado elementos triangulares, ver Fig. 10). Las condiciones de contacto mostradas en la Sección 3 se han evaluado con elementos lineales, por su buen comportamiento en los algoritmos de contacto del código comercial ABAQUS (formulados en base a multiplicadores de Lagrange). Para la estimación de los FITG incluida en la Sección 4 se ha utilizado la misma malla con elementos cuadráticos, por su mayor precisión en la evaluación de los campos de tensiones, necesaria para la extrapolación de tensiones. El tamaño de elemento en las proximidades del extremo del contacto es $\approx 10^{-3}a$.

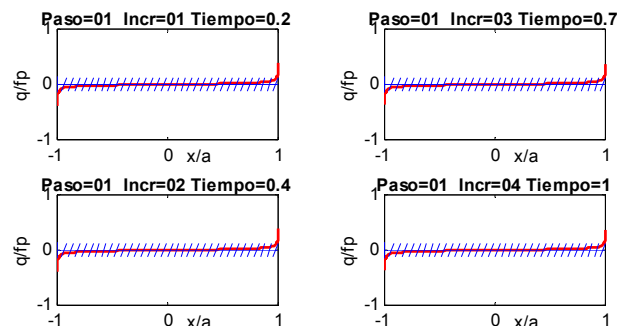


Fig. 4. Paso de carga 1: aplicación de P . Condiciones de contacto no varían (adhesión). Valor de q/fp .

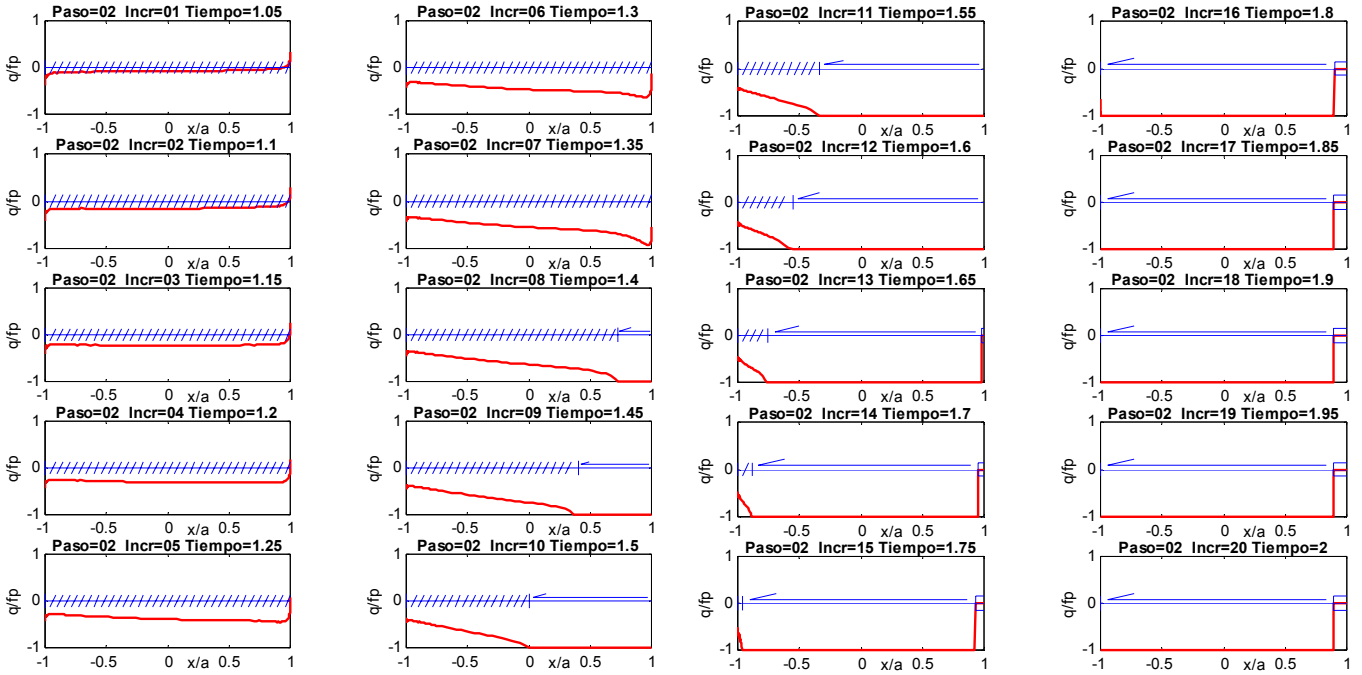


Fig. 5. Paso de carga 2: desplazamiento impuesto hacia la izqda. Evolución de las condiciones de contacto (adhesión; deslizamiento parcial hacia la izqda.; separación; deslizamiento global hacia la izqda.). Valor de q/fp a lo largo del área de contacto.

3. EVOLUCIÓN DE LAS CONDICIONES DE CONTACTO

La Fig. 2 muestra los cuatro pasos de carga aplicados. Se llevó a cabo un análisis con pasos de carga adicionales, demostrando que la respuesta es idéntica a la obtenida en los pasos 3 y 4. Es decir, en el modelo prácticamente se alcanza “shakedown” friccional en los pasos 3 y 4.

Las Figs. 4, 5 y 6 muestran la evolución de las condiciones de contacto durante los pasos de carga 1, 2 y 3 respectivamente. No se ha incluido la evolución a lo largo del paso 4, ya que es totalmente simétrica a la obtenida en el paso 3 (Fig. 6), al serlo las cargas aplicadas y haberse alcanzado “shakedown” friccional. Las figuras muestran el valor local de la relación q/fp , que define la condición de deslizamiento local para cada punto de la zona de contacto. Se define $q(x)$ y $p(x)$ como la tracción tangencial y presión normal en cada punto x de la zona de contacto ($x \in [-a, a]$). En las figuras se muestran los resultados de EF obtenidos en los 309 nodos distribuidos a lo largo de la zona de contacto. En las mismas figuras se ha superpuesto las zonas en las que existe adhesión (trazos inclinados), deslizamientos (indicados con flechas) y separación (indicada con dos trazos horizontales). Evidentemente, la condición de adhesión o deslizamiento local viene dada por:

$$\begin{aligned} q/fp = -1 &\Rightarrow \text{Deslizamiento hacia la izquierda} \\ |q/fp| < 1 &\Rightarrow \text{Adhesión} \\ q/fp = +1 &\Rightarrow \text{Deslizamiento hacia la derecha} \end{aligned} \quad (1)$$

Para el paso 1, se observa que el estado de adhesión no cambia a lo largo de los cuatro incrementos, ni

tampoco la relación q/fp , ya que únicamente se aplica una carga P y, por tanto, el incremento de carga es proporcional. Se aprecia que el cociente q/fp se acerca a un valor límite en los extremos de la zona de contacto. En estas zonas, como el modo dominante es el modo singular simétrico de la solución de Williams [2], se puede escribir:

$$\left. \frac{q}{fp} \right|_{r \rightarrow 0} = \frac{\sigma_{r\theta}(r, \theta_{pc})}{-f \sigma_{\theta\theta}(r, \theta_{pc})} \Big|_{r \rightarrow 0} \approx \frac{K_I r^{\lambda_1 - 1} \psi_{r\theta}^1(\theta_{pc})}{-f K_I r^{\lambda_1 - 1} \psi_{\theta\theta}^1(\theta_{pc})} \quad (2)$$

donde r es la distancia radial medida desde el extremo de la zona de contacto, θ_{pc} es el ángulo medido desde la bisectriz de la entalla en V equivalente al conjunto y el plano de contacto [2,6], K_I es el FITG asociado al modo simétrico de la solución de Williams, λ_1 es el autovalor que define el orden de la singularidad (que depende del ángulo de la entalla en V equivalente [2,6]) y $\{\psi^1(\theta)\}$ es el vector que contiene las funciones trigonométricas del modo simétrico (que dependen de λ_1). Como se observa en (2), la relación q/fp cuando $r \rightarrow 0$ únicamente depende de las funciones trigonométricas y del valor del coeficiente de fricción, es decir, es una constante para un problema dado. Esta relación toma el siguiente valor para la esquina izquierda en el modelo analizado:

$$\left. \frac{q}{fp} \right|_{r \rightarrow 0} = -0.4935 \quad (3)$$

A partir del paso 2, la aplicación de U se realiza sin variar el valor de P , por lo que el sistema de cargas cambia de forma no proporcional, obteniéndose curvas q/fp diferentes para cada incremento.

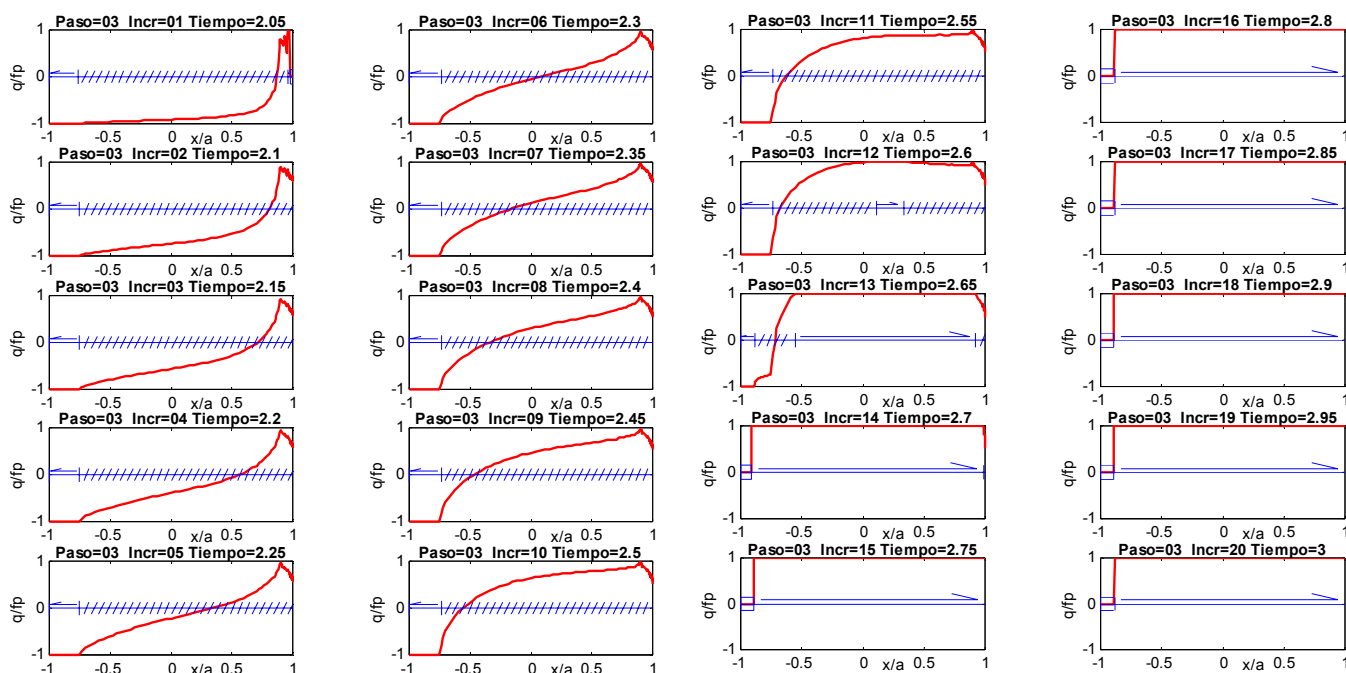


Fig. 6. Paso de carga 3: desplazamiento reverso hacia la dcha. Evolución de las condiciones de contacto (adhesión con deslizamiento parcial hacia la izqda. en esquina izqda; deslizamiento parcial hacia la dcha.; separación; deslizamiento global hacia la dcha.). Valor de q/fp a lo largo del área de contacto.

A medida que $|U|$ crece en el paso 2, aumenta el valor de $|q/fp|$ en regiones interiores (no puede aumentar en las esquinas, ya que teóricamente $|q/fp| = 0.4935$ en ellas). Una vez se alcanza la situación de deslizamiento parcial hacia la izquierda en el paso 2, aumenta su extensión en esta dirección. Debido a la existencia de un momento flector equivalente en el plano de contacto (de módulo $h|Q|$), aparece un efecto de acuñaamiento en la parte izquierda, resultando en la separación de la esquina derecha ($p(x=a) = 0$), como se observa en el incremento 13. A partir del incremento 17 se produce el deslizamiento global de todo el indentador hacia la izquierda.

El paso 3 se inicia con el cambio instantáneo a condiciones de adhesión en la mayoría del área de contacto. La separación presente en la esquina derecha se cierra progresivamente. Resulta interesante observar que la esquina izquierda continúa presentando un deslizamiento parcial hacia la izquierda, pese a que el desplazamiento impuesto es hacia la derecha. Podría explicarse este fenómeno debido a las altas tensiones de compresión σ_{xx} y a la gran energía de deformación elástica acumulada durante el acuñaamiento del paso 2 (propiciado por la existencia de momento flector) que va siendo liberada a medida que se desplaza hacia la derecha y el momento flector cambia de signo, reduciendo el valor local de p .

En el incremento 12 aparece el primer desplazamiento parcial hacia la derecha (de nuevo en el interior de la zona de adhesión). Éste progresa hasta producirse el deslizamiento global hacia la derecha, también con separación ($p = 0$) en la esquina opuesta, debido al momento flector. El paso de 4 da lugar al comportamiento simétrico al descrito para el paso 3.

4. ESTIMACIÓN DE LOS FITG Y EXTENSIÓN DE LA ZONA DOMINADA POR LA SINGULARIDAD

Dada la geometría del indentador y fijado el coeficiente de fricción f , es posible calcular los autovalores que definen los órdenes de singularidad a través de las ecuaciones características para la situación asimilable a una entalla en V (con modo simétrico y antisimétrico) y a la situación de deslizamiento global [1-6]. Para los estados de adhesión en la esquina se obtiene $\lambda_I = 0.51160$ y $\lambda_{II} = 0.72583$. La singularidad en la esquina izquierda cuando el indentador desliza hacia la izquierda viene dada por $\lambda_{d,izq} = 0.46908$. Cuando la esquina izquierda se mueve hacia la derecha, está separada y por tanto no existe contacto singular (que produciría otro valor $\lambda_{d,der}$ diferente). Como se observa, el orden de la singularidad es mayor para el modo simétrico que el antisimétrico y mayor aún para la situación de deslizamiento hacia la izquierda. Estos valores se representan en la primera de las gráficas de la Fig. 7.

Se ha procedido a estimar los valores de los FITG para cada uno de los incrementos mediante la técnica de extrapolación de tensiones, teniendo en cuenta los valores de las funciones trigonométricas en las direcciones pertinentes [1,2,6]. Se emplearon para ello las ecuaciones de ajuste utilizadas en [6].

Para la estimación de los FITG se utilizaron elementos cuadráticos. Dada la menor precisión de las tensiones de EF en el plano de contacto (utilizadas para la estimación del FITG en deslizamiento, $K_{d,izq}$), se extrapolaron a los nodos de contacto los valores de

tensiones $\sigma_{\theta\theta}$ en los puntos de Gauss. Se aprecia en la Fig. 7, para los estados de adhesión, que el valor de K_{II} tiende a cambiar de signo a medida que las condiciones se aproximan a las de deslizamiento global. Esto puede tener influencia en la transición adhesión-deslizamiento, como se comenta en la Sección 5.

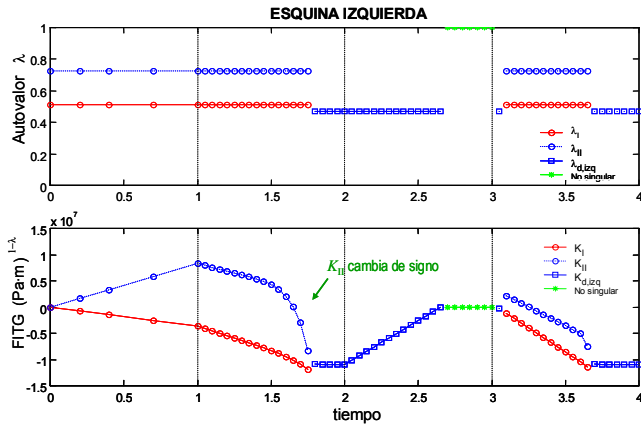


Fig. 7. Autovalores teóricos y estimación de los FITG en cada incremento de tiempo (esquina izquierda).

La Fig. 8 permite estimar la extensión de la zona dominada por la singularidad. Muestra el error (%) en la tensión equivalente de von Mises entre los campos numéricos de EF y los campos analíticos regenerados a partir de los valores de los FITG indicados en la Fig. 7, según la fórmula:

$$e_{VM} = \frac{|\sigma_{VM}|_{EF} - |\sigma_{VM}|_{Analítica}}{|\sigma_{VM}|_{EF}} \cdot 100\% \quad (4)$$

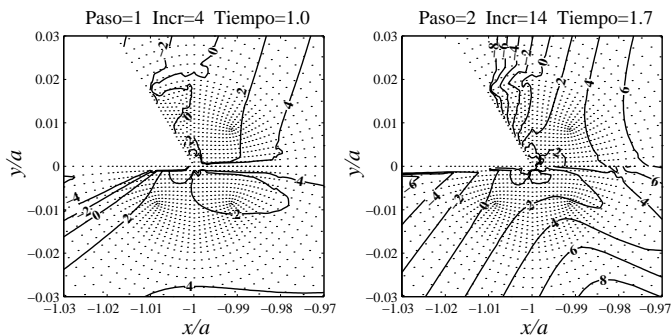


Fig. 8. Error (%) en la tensión equivalente de von Mises entre la solución analítica en adhesión y la obtenida por EF. Estudio para dos incrementos.

Los campos analíticos se han reconstruido con la combinación de los modos I y II, dominantes en la zona de la singularidad (condiciones de adhesión). Se ha estudiado para dos incrementos: uno al final del primer caso de carga y otro en condiciones próximas al deslizamiento global (ver Fig. 5). En el primero, se observa una buena correlación entre la solución de EF y la solución para una entalla en V. En el segundo, se observa la fuerte influencia de las condiciones de deslizamiento parcial, muy próximas por la derecha, como se observa en la Fig. 5. Cabe concluir que la región en la que domina la singularidad tiene un radio

aproximado de $0.02a$, lo que legitima el uso de la técnica de extrapolación de tensiones en esta zona. Es interesante señalar que la dirección de la bisectriz y su normal tienden a presentar menos error que otras direcciones.

5. TRANSICIÓN ENTRE ADHESIÓN Y DESLIZAMIENTO. INFLUENCIA DEL MODO II

La Fig. 9 muestra la evolución temporal de las tensiones para un punto de Gauss del elemento señalado en la Fig. 10, situado junto al plano de contacto y muy próximo al extremo de contacto. Se trata de un análisis muy refinado en el tiempo para las zonas de transición cercanas a la esquina izquierda, tomando 80 incrementos de tiempo donde en el análisis anterior únicamente se han tomado unos 10 incrementos. Se puede observar que la transición para la componente $\sigma_{\theta\theta}$ es continua, como cabe esperar en un campo que es continuo analíticamente entre los estados de adhesión y deslizamiento. Sin embargo, para el caso de σ_{rr} , se observa una fuerte pendiente en el cambio, que hace patente la discontinuidad en esta componente entre los campos asintóticos de adhesión y de deslizamiento global.

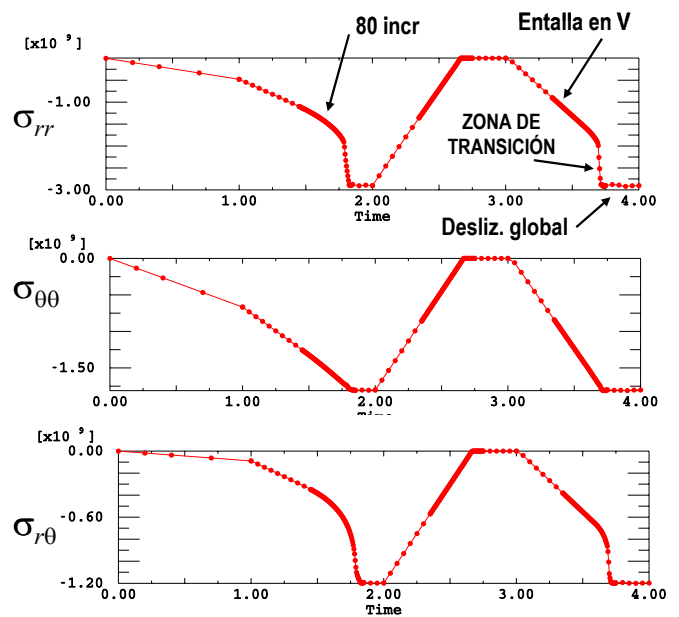


Fig. 9. Variación local de las componentes de la tensión con el tiempo. Elemento señalado en la Fig. 10.

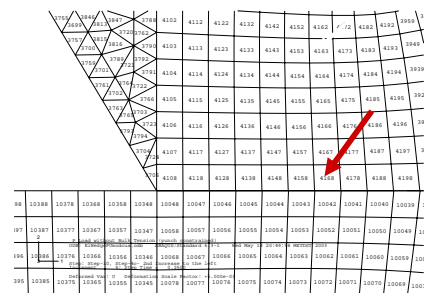


Fig. 10. Elemento junto al plano de contacto para el que se estudia la transición adhesión-deslizamiento.

Durante los incrementos en los que el deslizamiento parcial se encuentra muy cerca del extremo del contacto, la zona de adhesión es menor que la zona dominada por la singularidad (ver Sección 4). Se puede considerar que el estado singular es un estado de transición que no corresponde ni a la similitud con los campos de entalla en V de Williams ni al problema de deslizamiento global de Comninou. Los cambios en $\sigma_{r\theta}$ son debidos a que esta componente debe respetar la ecuación de equilibrio con la componente σ_{rr} a una cierta distancia del plano de contacto.

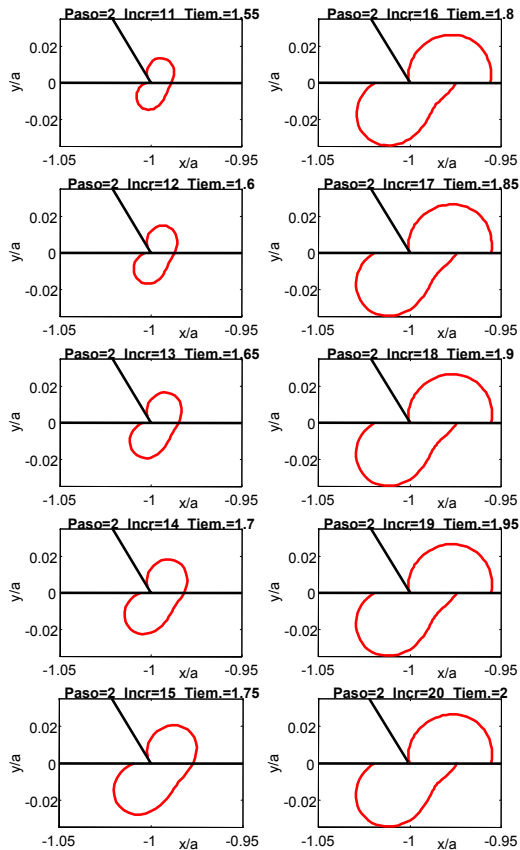


Fig. 11. Isocontornos de von Mises en la transición entre adhesión y deslizamiento. 2ª mitad del paso 2.

La Fig. 11 muestra la variación progresiva en la forma de una línea de isocontorno de von Mises a lo largo de los últimos incrementos del paso 2 (calculada a partir de los campos analíticos y los FITG). Se observa la continuidad de la isocontorno de von Mises para los estados de adhesión y la brusca discontinuidad para los instantes de deslizamiento completo, debida a la componente σ_{rr} . También es notable la inclinación progresiva de la línea de isocontorno para “ajustar” los campos en la transición entre los instantes de adhesión y los de deslizamiento. Se observa, además, que la forma en el dominio de la probeta es muy semejante en ambos casos. Se puede constatar la influencia del modo II en el progresivo cambio de inclinación del isocontorno de von Mises en la Fig. 12. En ella, se muestra para el paso 2, incremento 15, la mayor inclinación del isocontorno cuando K_{II} es negativo, en contraste con los casos hipotéticos

correspondientes a K_{II} nulo y con signo positivo (las curvas fueron generadas a partir de los campos analíticos manteniendo el mismo valor de K_I).

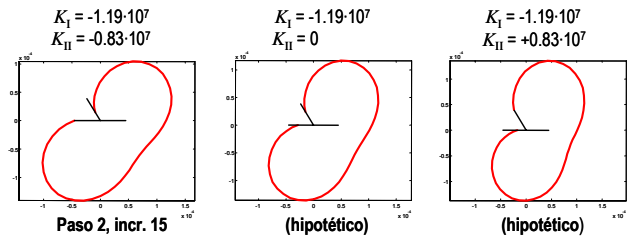


Fig. 12. Variación del isocontorno de von Mises (paso 2, incr. 15) suponiendo valores hipotéticos de K_{II} .

6. CONCLUSIONES

Se ha utilizado un modelo de EF para estudiar la evolución de las condiciones de contacto en un problema de fretting con contacto completo, prestando especial atención a la mecánica del problema desde un punto de vista cualitativo. Se han calculado los FITG a partir del análisis de EF, utilizando estos valores para regenerar los campos asintóticos singulares analíticos. Así, se ha podido estimar la zona dominada por la singularidad y evaluar el cambio progresivo en la geometría de los isocontornos de von Mises, mostrando la influencia del modo II en la transición adhesión-deslizamiento.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer al Ministerio de Ciencia y Tecnología por la financiación recibida a través del proyecto de investigación DPI2001-2400-C02-02.

REFERENCIAS

- [1] Mugadu, A., Hills, D.A., Limmer, L., "An asymptotic approach to crack initiation in fretting fatigue of complete contacts", *J Mech Phys Solids*, 50, 531-547, (2002).
- [2] Mugadu, A., Hills, D.A. "Characterising the process zone in complete fretting contacts using plain fatigue sharp V-notch specimens", *J Mech Phys Solids*, 50, 1417-1429, (2002).
- [3] Williams, M.L., "Stress singularity resulting from various boundary conditions in angular corners of plates in extension", *J Appl Mech*, 19, 526-528 (1952).
- [4] Gdoutos, E.E., Theocaris, P.S., "Stress concentration at the apex of a plane indenter acting on an elastic half-plane", *J Appl Mech*, 42, 688-692 (1975).
- [5] Comninou, M., "Stress singularity at a sharp edge in contact problems with friction", *J Appl Math and Physics (ZAMP)*, 27, 493-499 (1976).
- [6] Giner, E., Hills, D.A., Tur, M., Mugadu, A., "Evolución cíclica del factor de intensidad de tensiones generalizado en problemas de fretting con contacto completo", *Anales de Mecánica de la Fractura*, vol 20, 77-82 (2003).