

MODELADO TRIDIMENSIONAL DEL CIERRE DE GRIETA EN FATIGA

A. González-Herrera, B. Moreno y J. Zapatero

Departamento de Ingeniería Civil, de Materiales y Fabricación, Universidad de Málaga,
E.T.S.I. Industriales, Plaza El Ejido s/n, 29013 Málaga
e-mail: agonzalezh@uma.es, Tfno: 952 13 29 67 Fax: 952 13 13 71

Resumen. La determinación del cierre de grieta en fatiga presenta gran complejidad. Como alternativa a los procedimientos experimentales se utiliza la simulación numérica con elementos finitos. Esto se hace generalmente con modelos bidimensionales, siendo pocos y limitados los casos en los que se modele el problema tridimensional completo. En este trabajo se aborda el problema con modelos tridimensionales. En primer lugar se describe la metodología utilizada, deducida a partir de la experiencia en dos dimensiones, adaptándola a las condiciones propias del caso tridimensional. Especial atención se presta a la influencia que el tamaño mínimo de elemento tiene sobre la apertura y el cierre. Descritos los modelos se presentan los resultados obtenidos para distintos espesores. Estos resultados son analizados y se establece como afecta el espesor de la probeta sobre la evolución del comportamiento del fondo de la grieta en el cierre. De ello se detecta una relación del cierre con la distancia al exterior que es independiente del espesor de la probeta en términos absolutos.

Abstract. Fatigue crack closure is difficult to obtain experimentally so a finite element model is a numerical alternative. Commonly, it has been done by mean of bi-dimensional model, there are a few and limited works on three-dimensional cases. This paper deals with the modelling of the full three-dimensional problem. First, the methodology employed is described. It has been developed from the experience in bi-dimensional problems and extended to three dimensions. It is especially attended the minimum element size effect. The results obtained for different specimen thickness are shown. They are analyzed in order to establish the effect of the thickness on closure along the crack tip. The most important conclusion is that crack closure it is not related to the specimen thickness and it occurs in the same area independent of this.

1. INTRODUCCIÓN

La determinación del cierre de grieta en fatiga es un aspecto complejo y cuestionado. Como alternativa a los procedimientos experimentales se utiliza la simulación numérica del cierre por medio de modelos con elementos finitos. El elevado coste computacional del problema hace que el proceso de modelado y cálculo deba tratarse con gran atención, cuidando que no se introduzcan aproximaciones que afecten a los resultados perseguidos. En la mayor parte de los trabajos realizados hasta la fecha se consideran modelos bidimensionales [1-4], bien en estado de tensión plana o de deformación plana. En pocos casos se ha modelado el problema tridimensional completo y aún así presentan limitaciones en relación al tamaño de elemento empleado [5-7].

En este trabajo, se aborda el problema por medio de modelos tridimensionales. En primer lugar se describe la metodología utilizada. Ésta es deducida a partir de los trabajos realizados en dos dimensiones, adaptándolas a las condiciones propias del caso tridimensional. Especial atención se presta a la influencia que el tamaño mínimo de elemento tiene sobre los resultados en términos de apertura o cierre.

Descritos los modelos se presentan los resultados obtenidos para distintos modelos con diferentes

espesores. Estos resultados son analizados y se establece la influencia que el espesor de la probeta tiene sobre la evolución del comportamiento del fondo de la grieta en el cierre a lo largo del espesor. Diversos criterios para la determinación del mismo son utilizados. Finalmente, se resumen las principales conclusiones del trabajo.

2. PROCEDIMIENTO GENERAL DE MODELADO

En este primer apartado vamos a describir brevemente el procedimiento general de modelado de este tipo de problemas. Existen referencias más amplias que lo describen en mayor profundidad [8-9]

Hay que destacar el elevado coste computacional de este tipo de problemas debido al carácter fuertemente no-lineal que presentan (comportamiento plástico, modelado del contacto, grandes deformaciones en el vértice), al nivel de discretización requerido en el vértice de grieta y al elevado número de ciclos de carga y descarga que es necesario simular.

Se trabaja con una probeta CT aplicando condiciones de simetría. El material empleado en la probeta es la aleación de aluminio Al-2024-T351 con $E = 73.5$ GPa

y $\sigma_y = 425$ MPa. Se considera un leve endurecimiento por deformación isotrópico con relación $H/E = 0.007$.

Para que la medida del cierre y la apertura sea correcta, es imprescindible la simulación previa de la estela plástica, especialmente en tensión plana. La longitud de estela necesaria se modela mediante una serie de ciclos de carga y descarga en los que la grieta se hace avanzar un elemento en cada ciclo hasta alcanzar la longitud de grieta deseada. Los nodos se liberan en el punto de máxima carga entrando a formar parte de la superficie de grieta. Por último, se añade un ciclo adicional con carga constante para estabilizar las nuevas condiciones de contorno y extraer los resultados. La longitud de estela a simular debe ser tal que se pueda considerar que es equivalente a la real. Esta longitud ha sido estudiada y cuantificada su relación con R [9].

Otro aspecto clave es el tamaño de elemento en el vértice y la transición a lo largo de la probeta. Tradicionalmente se ha admitido la recomendación realizada por McClung [2], sin embargo, en estudios previos se encontró que esta no era suficiente y que existía una relación de los resultados en términos de apertura y cierre con el tamaño de elemento. Por medio de la extrapolación de los resultados con diferentes tamaños de mallas se estableció un procedimiento por el cual es posible llegar al valor objetivo [8-9].

En base a ese tamaño de elemento mínimo se divide esta zona en una malla regular tomando como referencia el radio plástico definido por Dugdale. Así mismo se generan una serie de áreas que garanticen la mínima distorsión de elementos en la transición a las zonas alejadas del vértice.

Para la determinación del cierre y la apertura se ha considerado tanto el criterio de cambio de signo de la tensión en el vértice (K_{tt}) como el de contacto en el nodo anterior al vértice (K_{nc}). El primero de ellos establece que la grieta abre cuando las tensiones en el vértice pasan de compresión a tracción mientras que el segundo considera que esta apertura se produce cuando el nodo más cercano al vértice deja de estar en contacto. Se demuestra que, en el caso de la apertura, ambos son convergentes siendo K_{tt} menos dependiente del mallado [2-3, 8], si bien se ha trabajado con todos.

3. MODELADO EN TRES DIMENSIONES

Cuando la mecánica de fractura aborda el estudio de la concentración de tensiones en grietas, asume como bidimensional un problema que en esencia es tridimensional. A la escala del tamaño de la probeta y con pequeños espesores se puede decir que el fenómeno está dominado por el comportamiento bidimensional, pero cuando se amplía la escala y se focaliza en el entorno de la grieta ya no se pueden ignorar los efectos tridimensionales que la afectan.

El más claro de estos efectos es el estado tensional, en el interior de la probeta estaremos ante un estado de deformación plana y en el exterior se tenderá a un estado de tensión plana propio de una superficie libre. Dado que el cierre de grieta está dominado por una reducida escala marcada por el radio plástico, con espesores muy pequeños (que podríamos considerar de chapa o de lámina) los efectos tridimensionales y de transición desde el interior al exterior cobran gran importancia, incluso con pequeños espesores (3 mm es el tamaño mínimo en nuestro caso, con $w = 50$ mm).

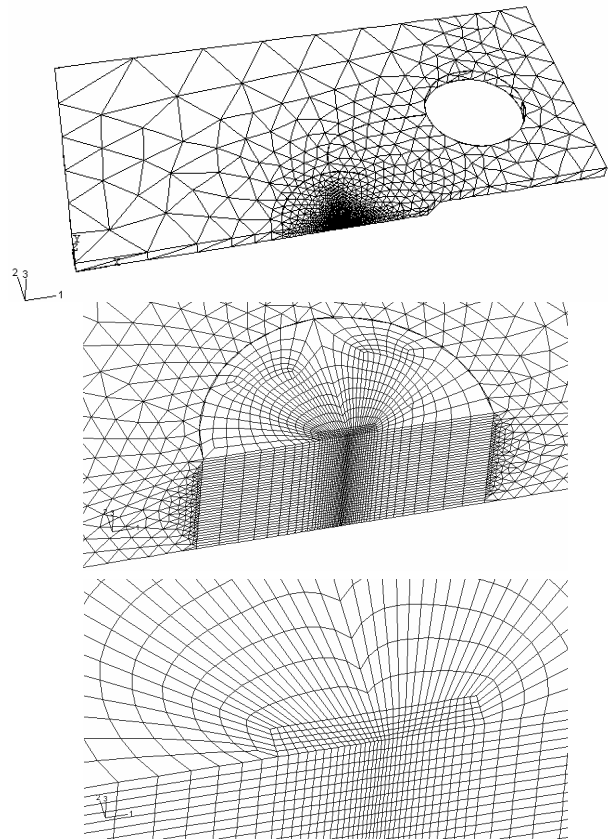


Fig. 1. Mallado con ABAQUS, probeta de 3 mm de espesor con 37832 elementos

En tres dimensiones el procedimiento de mallado es, en parte, similar al caso bidimensional aunque presenta ciertas complicaciones relacionadas con la discretización en la dirección del espesor que hacen que no sea simplemente extender en una dimensión los mallados anteriores en el plano.

La gran disparidad de tamaños de los elementos en el plano (de ordenes de 1000 a 1) se transforma en un problema evidente a la hora de mallar el espesor. Suponiendo establecida una exigencia de mallado determinada en la dirección del espesor, si todos los elementos cobraran igual altura, nos encontraríamos con elementos prácticamente lineales y otros que serían placas. Si consideramos que los elementos mayores son 1000 veces los menores y mallamos el espesor con un tamaño de 10 veces el menor elemento, nos

encontraríamos con que en el vértice de grieta tendríamos elementos muy estirados con proporciones de 10 a 1 de lado que no son aceptables en esa zona, dada la alta concentración de tensiones que se produce. Además, nos encontraríamos en las zonas alejadas, un gran número de elementos con proporciones de láminas (el espesor es una centésima de las otras dimensiones). Los elementos finitos sólidos no se comportan bien en ninguno de los casos anteriores además de que se estaría generando un altísimo número de elementos con un coste computacional inabordable.

Todo ello obliga a realizar una transición también en el número de divisiones en la dirección del espesor que introduce un mayor desorden en la malla. Para evitarlo se ha subdividido la probeta en dos zonas distintas, una en el entorno del vértice de grieta, que ha sido mallada de manera ordenada con elementos hexaédricos y siguiendo todas las exigencias en cuanto a tamaño mínimo de malla, y una segunda zona, con elementos tetraédricos que permiten transiciones bruscas.

Para la unión entre ambas zonas se ha utilizado lo que se denomina en ABAQUS *tied contact* (contactos forzados o fijados) que son superficies dentro del dominio del modelo, que se deforman con él, pero que no fuerzan necesariamente al posicionamiento de los nodos coincidentes en una cara u otra de la superficie.

Se han realizado tres modelos con 3, 6 y 12 mm de espesor respectivamente, y con longitud de grieta $a = 20$ mm. Han sido calculados con $K_{max} = 20, 25$ y 30 $\text{Mpa}\cdot\text{m}^{1/2}$, de manera que podemos obtener por extrapolación lineal el valor final. En la figura 1 se pueden ver diversas vistas de estos modelos. Hay que indicar que, a pesar del procedimiento de mallado realizado, el número de elementos se dispara siendo 37832 en el modelo de 3 mm de espesor (que se ha mallado la mitad del espesor), 64016 en el de 6 mm y 148848 en el de 12 mm.

Los elementos hexaedros utilizados son de 8 nodos con modos incompatibles e integración completa, y los tetraedros han sido, fundamentalmente, de 8 nodos para aumentar la precisión. Hay que indicar que estos siempre se encontraban lejos de la zona plástica y sin intervenir en el contacto.

El tamaño mínimo de elemento ha sido de $10 \mu\text{m}$. La gran dificultad para la selección de este parámetro es que debía satisfacer aceptablemente las condiciones de mallado tanto en tensión plana (exterior) como en deformación plana (interior). El radio plástico de Dugdale para $K = 20 \text{ Mpa}\cdot\text{m}^{1/2}$ es de 0.934 mm lo que supone, en tensión plana, un número de 93 divisiones del radio plástico, sin embargo, si suponemos un radio plástico en deformación plana de la tercera parte, éste quedaría dividida en 31 elementos que podemos considerar suficiente como para que los resultados puedan extrapolarse con fiabilidad.

La elección de este parámetro está también en relación con el aspecto más crítico en los modelos tridimensionales, el del número de divisiones en la dirección del espesor, que en adelante lo denotaremos como h_b (dimensión mínima de elemento en la dirección transversal al plano de la probeta). La elección de este parámetro viene acotada en los dos sentidos. La cota inferior la marca el coste computacional y la utilización de un número razonable de elementos. En este caso, no se trata únicamente de cuestiones de tiempo de cálculo sino directamente de agotamiento de los recursos de memoria del ordenador empleado en su cálculo (2 Gb), ajustados al límite con el modelo de 12 mm de espesor.

Por otro lado, la cota máxima vendría impuesta por dos condiciones, la primera es la necesidad de mallar de manera fina el espesor. En cálculos previos, con divisiones del espesor del orden de 8 elementos, se observó un gradiente importante de cambio de comportamiento, muy cercano al exterior de la probeta, que es necesario captar con precisión. Además, justo en la capa casi exterior, se encontró un comportamiento no esperado con un nuevo gradiente en sentido inverso que no había sido detectado con precisión en los trabajos referidos en la bibliografía [5-6]. Esta condición impondría un tamaño de elemento máximo de al menos $1/20$ veces el espesor.

Este número de divisiones supera con creces los recogidos en la bibliografía hasta la fecha. La referencia más clásica es el trabajo realizado por Chermahini [5] en el año 1986. En ella, dadas las limitaciones de cálculo, se dividía la probeta en 4 elementos en la dirección del espesor siendo el ancho de los elementos internos 5 veces el de los elementos exteriores. En un trabajo más reciente Roychowdhury y Doods [6] mallan el espesor en 5 divisiones, en este caso el elemento interior es 12 veces el exterior. En ambos casos resultan deficientes para captar la evolución que se produce en el exterior de la probeta.

Tabla 1. Parámetros de los modelos tridimensionales

Espesor	3 mm	6 mm	12 mm
n° de elementos	37838	64016	148898
n° de nodos	158995	238010	498016
n° de variables	404471	591631	1205131
Tamaño mínimo de elemento, t_{me}	$10 \mu\text{m}$	$10 \mu\text{m}$	$10 \mu\text{m}$
Tamaño divisiones del espesor, h_b	$42.8 \mu\text{m}$	$60 \mu\text{m}$	$60 \mu\text{m}$
n° divisiones del espesor	35	50	100
Proporción de los elementos	4.3 a 1	6 a 1	6 a 1

Por otro lado, existe una segunda condición mucho más restrictiva ligada al tamaño mínimo de elemento

previamente seleccionado. Puesto que éste se ha fijado en $10\ \mu\text{m}$, como se ha expuesto, en el vértice de grieta la altura de los elementos debe ser tal que los prismas guarden una correcta proporción sin introducir errores en los resultados, en especial en esta zona tan crítica. En este caso se acotó a una relación máxima 6 a 1. En la Tabla 1 se resumen las características de cada modelo incluyendo esta proporción.

Además, esta segunda condición elimina la posibilidad de utilizar un mallado irregular en el espesor como han hecho Chermahini y Roychowdhury. Puesto que se conocía (y en los primeros cálculos que se hicieron se confirmó) que el gradiente en deformaciones se producía en el exterior, era razonable realizar un mallado más fino en esta zona que en el interior. Sin embargo, puesto que la condición más limitante está impuesta en el interior (por las condiciones de deformación plana) el tamaño mínimo de elemento está marcado por estas condiciones en esa zona y, por tanto, de aumentar el tamaño en el interior, los elementos saldrían muy desproporcionados.

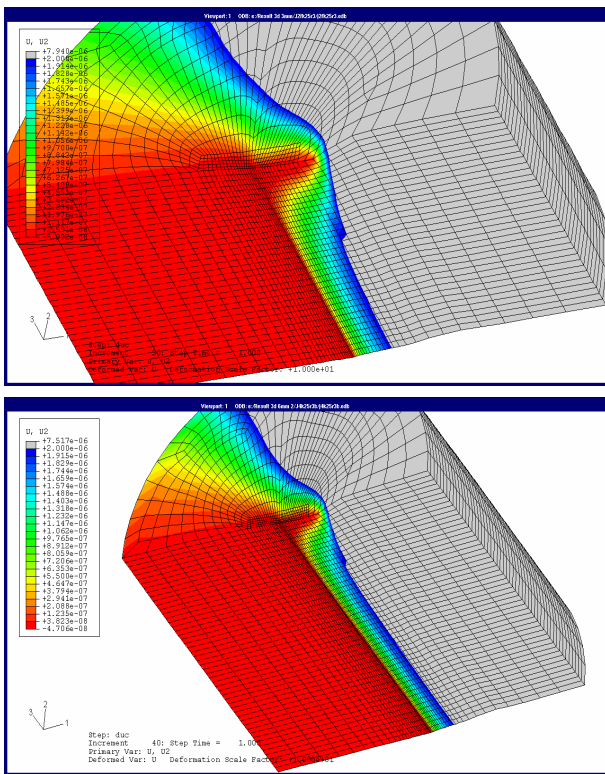


Fig. 2. Desplazamiento u_y (m), en K_{\min} , $R = 0.3$, $b = 3$ y $6\ \text{mm}$ (respectivamente), $K_{\max} = 25\ \text{Mpa}\cdot\text{m}^{1/2}$

4. RESULTADOS

Son muchos los resultados obtenidos de estos cálculos. En este apartado se muestran los más indicativos y que permiten entender el comportamiento general.

En primer lugar, comenzaremos con el campo de desplazamientos cerca del vértice. En la figura 2 se representan el desplazamiento u_y en la dirección perpendicular al plano de la grieta para dos cálculos con probetas de 3 y 6 mm, respectivamente, con $K_{\max} = 25\ \text{Mpa}\cdot\text{m}^{1/2}$ y $R = 0.3$. Se ha representado un recorte del modelo en el entorno más cercano al vértice, estando la carga en su valor mínimo. La cara vista es la exterior. La escala de colores está definida entre 0 (rojo) y $2\ \mu\text{m}$ (azul), la parte gris corresponde a valores de desplazamiento mayores cuya representación no es de interés a los efectos de esta exposición. Se puede observar la zona que ha cerrado, que corresponde aproximadamente con la zona en color rojo. Existe una línea recta (cambio de rojo a verde) que marca, aproximadamente, el vértice de la grieta y se puede ver que el contacto se produce, prácticamente, en una pequeña franja en el lateral exterior y únicamente en el primer nodo del interior (imperceptible en la figura).

Si comparamos las dos figuras, se puede observar que el resultado es el mismo en el exterior, pero aumentado el número de elementos de la zona interior. Estos resultados se confirman con cálculos con la probeta de 12 mm de espesor y para otros valores de R y de carga. Por tanto, a nivel cualitativo se puede decir que los resultados tienen un comportamiento similar en el exterior independiente del espesor. Esta conclusión se comprobará más adelante.

El otro aspecto característico de los resultados es la zona plástica. En la figura 3 se representa la plastificación equivalente en cada elemento (PEEQ) para la probeta de 6 mm de espesor, con $K_{\max} = 20\ \text{Mpa}\cdot\text{m}^{1/2}$ y $R = 0.3$. De esta manera, en la misma figura se visualiza tanto la zona plástica como la estela previa (en este caso se observa desde la cara interior).

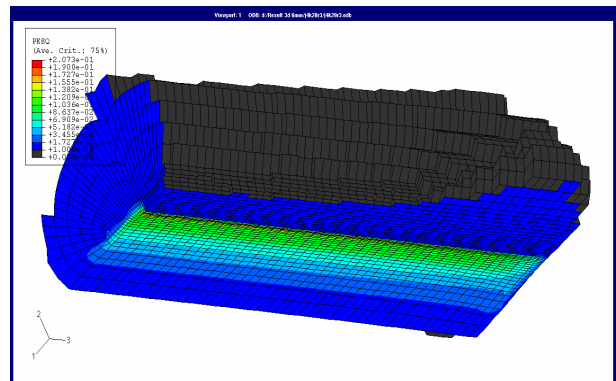


Fig. 3. Estela plástica y zona plástica, interior, $R = 0.3$, $b = 6\ \text{mm}$, $K_{\max} = 20\ \text{Mpa}\cdot\text{m}^{1/2}$

Si observamos la figura, en el plano inferior de la probeta, se puede ver que existe una zona deformada, con una evolución de los colores correspondiente a la transición que se da a lo largo de la estela hasta llegar al vértice de grieta. Esta parte es la correspondiente a las tensiones residuales que quedan en la estela como

fruto de la redistribución del material al estirarse en dirección y a costa de un acortamiento en x . Como se puede observar este valor se reduce al acercarse al exterior de la probeta.

En el vértice de grieta (que se identifica prácticamente con la línea donde empieza el color azul) se produce una transición muy rápida del nivel de plastificaciones y , por tanto, una evolución de la escala de colores en apenas una fila o dos de elementos. La zona plástica sería el resto de material en el que no ha crecido la grieta y donde se ha alcanzado la plastificación por leve que sea (color azul de la escala). La parte negra delimita los elementos que se han comportado en todo momento en régimen elástico.

En esta figura se puede ver como, al contrario de lo que cabía esperar, en el exterior, la extensión de la zona plástica es menor que en el interior, habiendo una transición inicial en la que crece el radio plástico para decrecer un poco hacia el interior. Esta evolución se confirma con el resto de casos calculados quedando patente que la forma de la zona plástica no es exactamente la forma clásica de “hueso de perro”.

5. RELACIÓN DE LA APERTURA Y EL CIERRE CON EL ESPESOR

El objeto de todo este trabajo es la determinación del punto de apertura o cierre de la grieta. En el caso tridimensional se obtienen diversos valores a lo largo del espesor ya que el cierre se produce inicialmente en el exterior y se va extendiendo hacia el interior (de manera inversa la apertura). Esto es fácil de observar en la figura 4 donde se representan los dos criterios de cierre y de apertura (K_{nc} y K_{ti}), en función del espesor (concretamente para el caso de una probeta de 3 mm, con $K_{max} = 25 \text{ Mpa}\cdot\text{m}^{1/2}$ y $R = 0.1$).

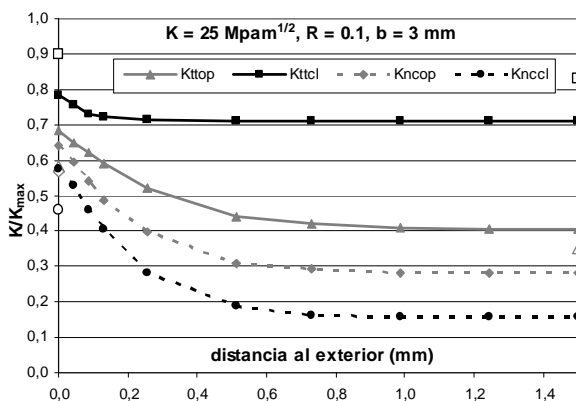


Fig. 4. Tensiones de apertura y cierre a lo largo del espesor, $K_{max} = 25 \text{ Mpa}\cdot\text{m}^{1/2}$, $R = 0.1$, $b = 3 \text{ mm}$

Se observa que existe una zona de transición cercana al exterior, donde se produce el cambio en las condiciones de cierre (del orden de 0.5 mm, dependiendo del

criterio empleado), pasada esta zona no existen variaciones. Además, si se representan superpuestos los resultados para distintos espesores (figura 5, para $K_{max} = 20 \text{ Mpa}\cdot\text{m}^{1/2}$ y $R = 0.3$ en este caso), se puede comprobar como esta zona es la misma en términos absolutos. Si se amplía la escala se observa con mayor claridad como prácticamente se produce un solape.

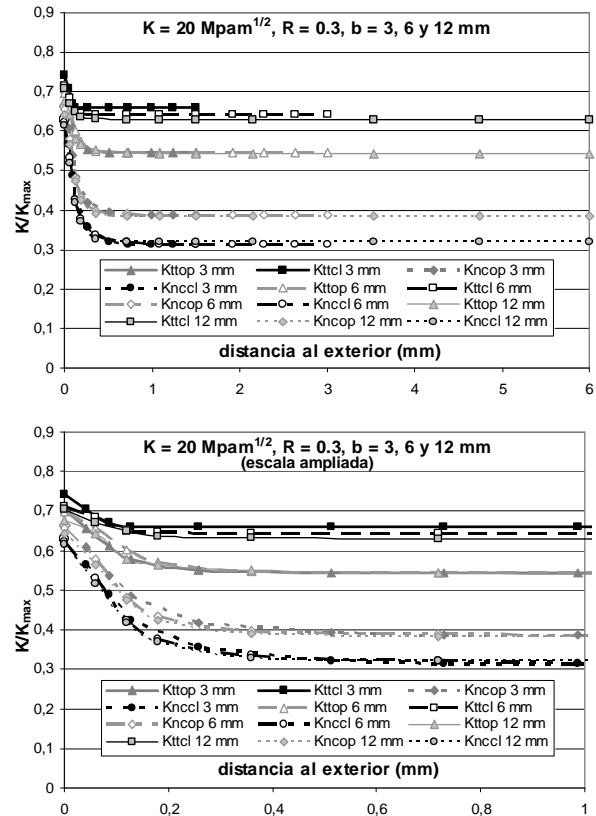


Fig. 5. Comparación de tensiones de apertura y cierre a lo largo del espesor, $K_{max} = 20 \text{ Mpa}\cdot\text{m}^{1/2}$, $R = 0.3$, $b = 3, 6 \text{ y } 12 \text{ mm}$

Para la cuantificación y estudio de esta transición se ha hecho un ajuste numérico de esas curvas para detectar cuando se puede considerar que la transición se ha producido de manera casi completa. Se ajustan por medio de funciones que presentan una asíntota, correspondiente al valor interno, y se define la zona de transición como la distancia al exterior en la que la curva alcanza el 99 % de su valor final, esta distancia adimensionalizada por el espesor se denominará en adelante λ (ver [9] para mayor información). En la figura 6 se muestran los resultados de λ , en función de R , obtenidos en términos relativos en tanto por ciento, para el caso $K_{max} = 30 \text{ Mpa}\cdot\text{m}^{1/2}$, tanto para las probetas con espesor de 3 mm como para las de 6 mm.

Si exceptuamos el criterio U_{tcl} , la tendencia en general es que λ está relacionada de manera inversa con R . Llegando a ser prácticamente nula con $R = 0.7$, si bien es cierto que en estos casos resulta complejo determinar los resultados con precisión.

Se puede observar también visualmente como la relación entre los resultados con los dos espesores es del doble. Ello indica que la zona de transición, en términos absolutos, es la misma en un caso y otro (al tratarse igualmente del doble de espesor). De nuevo este resultado está confirmado por el resto de casos incluido el cálculo de la probeta con 12 mm.

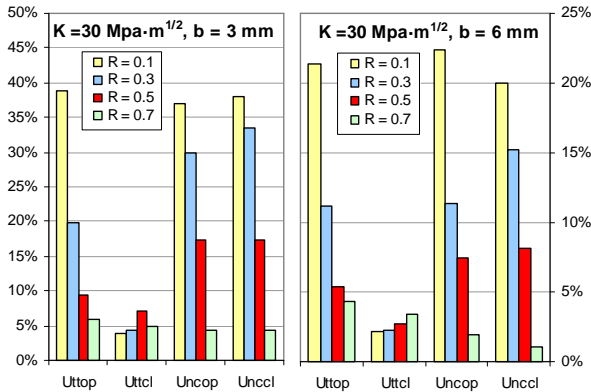


Fig. 6. Zona de transición según R, $K_{\max} = 30 \text{ Mpa}\cdot\text{m}^{1/2}$

6. CONCLUSIONES

En primer lugar, hay que decir que un importante logro de este trabajo es la consecución de modelos computacionalmente aceptables en tres dimensiones, con un nivel de mallado no alcanzado hasta la fecha, muy especialmente en relación al mallado del espesor.

Se ha comprobado, en gran medida, la validez y extensión de las principales recomendaciones de modelado en dos dimensiones, especialmente las relativas a tamaño de malla mínimo y al procedimiento de obtención de los valores de apertura y cierre por medio de la extrapolación lineal de diferentes resultados con tamaños de elemento mínimo distintos.

Se ha obtenido una visión clara de la evolución de cada variable a lo largo del espesor. Con ello, de manera cualitativa, se ha podido observar como el cambio en las condiciones que dominan en el interior se produce en una pequeña franja cercana al exterior e independiente, en términos absolutos, del espesor.

Además, se ha comprobado que, contrariamente a lo esperado, la evolución hacia el exterior no tiende a las condiciones esperadas de tensión plana, si bien en el interior si se dan las correspondientes a deformación plana. En la capa exterior se producen dos importantes cambios de tendencia. Un primer cambio de condiciones de deformación plana (interior) hacia tensión plana (idealmente en el exterior), que no llegan a alcanzarse al cambiar la tendencia de nuevo.

En cuanto a las tensiones de apertura y cierre obtenidas a lo largo del espesor, se ha determinado

cuantitativamente la zona en la que se produce la transición de tensión plana a deformación plana, comprobándose que no es dependiente del espesor en términos absolutos. Igualmente, la zona de transición se reduce al incrementarse R.

Los valores obtenidos con los dos criterios están en consonancia con los obtenidos en dos dimensiones y se observan tendencias de comportamiento similares, acotadas, normalmente, entre los valores extremos de tensión plana y de deformación plana.

REFERENCIAS

- [1] Newman, J.C., *Finite-element analysis of fatigue crack propagation including the effects of crack closure*, Ph. D. thesis, VPI&SU, Blacksburg, VA, 1974.
- [2] McClung, R.C. y Sehitoglu, H., "On the finite-element analysis of fatigue crack closure", (partes 1 y 2), *Engineering Fracture of Mechanics*, 33, pp. 237-272, 1989.
- [3] Sun, W. y Sehitoglu, H. "Residual stress fields during fatigue crack growth", *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 15, pp. 115-128, 1992.
- [4] González-Herrera, A., García Vallejo, D., Melgar, A., Moreno B. y Zapatero J., "Obtención de la tensión de cierre en fatiga mediante el método de los elementos finitos", *Anales de Mecánica de la Fractura*, Vol. 19, pp. 445-450, 2002.
- [5] Chermahini, R.G., *Three-dimensional elastic-plastic finite-element analysis of fatigue crack growth and closure*, Ph.D. thesis, Old Dominion University, Norfolk, VA, 1986.
- [6] Roychowdhury, S., Dodds, R.H., "A numerical investigation of 3-D small-scale yielding fatigue crack growth", *Engineering Fracture Mechanics*, 70, pp. 2363-2383, 2003.
- [7] Zhang, J.Z., Bowen, P., "On the finite element simulation of three-dimensional semi-circular fatigue crack growth and closure", *Engineering Fracture Mechanics*, 60, 3., pp. 341-360, 1998.
- [8] González-Herrera, A., Zapatero, J., "Influence of minimum element size to determine crack closure stress by the finite element method" *Engineering Fracture Mechanics*, 72, pp. 337-355, 2005.
- [9] González-Herrera, A., *Determinación numérica de las tensiones de apertura y cierre de grieta en fatiga*, Tesis doctoral, Universidad de Málaga, 2004.