

APLICACIÓN DE CRITERIOS LOCALES DE ROTURA A ENTALLAS EN U EN MATERIALES CERÁMICOS

F.J. Gómez y M. Elices

Departamento de Ciencia de Materiales, E.T.S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, Universidad Politécnica de Madrid, C/ Profesor Aranguren s/n, 28040 Madrid, España.

Resumen. Numerosas situaciones ingenieriles implican la presencia de entallas en forma de U o en V con radio de curvatura distinto de cero. En estos casos, el tensor de tensiones no es singular y la Mecánica de Fractura Elástica y Lineal no permite predecir la carga de rotura. El presente trabajo proporciona un método sencillo para estimar las cargas máximas que soportan componentes cerámicos con entallas de radio distinto de cero donde no es directamente aplicable MFEL. El procedimiento propuesto está basado en una adecuada adimensionalización del factor de intensidad de tensiones, y ha sido contrastado con resultados experimentales en alúmina, circonia, sílice y compuestos de silicio. Este criterio se puede justificar a partir del modelo cohesivo o a partir de criterios locales de rotura como el criterio de máxima tensión, tensión media, presencia de defectos, tipo grieta, inherentes al material o combinación de defectos y máxima tensión. Todos los criterios analizados dependen de dos parámetros: la resistencia a tracción del material y la energía de fractura.

Abstract. Many engineering situations involve notches that are blunt, where the notch root radius cannot be considered very small. In these rounded notches, the elastic singularity has disappeared and LEFM is no longer suitable for predicting fracture loads. This paper provides a simple procedure for estimating fracture loads in rounded notched ceramic components where LEFM is not directly applicable. The approach, based on the generalized stress intensity factor, is supported by experimental evidence from alumina, zirconia and silicon ceramics. This criterion can be justified using failure model as the cohesive zone model or local criteria as maximum stress, mean stress, internal crack or combination internal crack and maximum stress. All criteria analysed depend on two parameters: the tensile strength and the fracture toughness of the material.

1. INTRODUCCIÓN

La Mecánica de Fractura Elástica Lineal permite calcular la carga de rotura de sólidos fisurados y entallados en V, cuando el radio de curvatura en el fondo de la entalla es cero. La singularidad tensional existente conduce a criterios de rotura basados en el factor de intensidad de tensiones, en presencia de fisuras [1], y en el factor de intensidad de tensiones generalizado, en entallas en V [2]. En numerosas situaciones ingenieriles aparecen entallas con radio de curvatura distinto de cero cuyos efectos no pueden ser despreciados, y al no existir una singularidad tensional la Mecánica de Fractura no resuelve el problema.

El presente trabajo propone un criterio de rotura aplicable a entallas en forma de U, basado en el factor de intensidad de tensiones generalizado y en una adecuada adimensionalización del mismo [3, 4]. El criterio ha sido contrastado satisfactoriamente con resultados experimentales de alúmina, circonia, compuestos de silicio, sílice monocristalina y policristalina.

El criterio propuesto se puede justifica a partir de la teoría de la fisura cohesiva y a partir de criterios locales

de rotura como el criterio de máxima tensión, tensión media, presencia de defectos intrínsecos del material o combinación de defectos y máxima tensión. Todos los criterios analizados dependen exclusivamente de dos parámetros.

2. DATOS EXPERIMENTALES

La utilización estructural de materiales cerámicos requiere caracterizar adecuadamente sus propiedades mecánicas, particularmente la tenacidad de fractura. Una técnica usada habitualmente para medir la tenacidad consiste en ensayar probetas entalladas en U de radio pequeño a flexión. En la bibliografía existe un gran número de estudios de rotura de geometrías entalladas de materiales cerámicos: alúmina a distintas temperaturas y en diferentes condiciones de ensayo [5-8], nitruro de silicio [9,10], carburo de silicio [10], silicio policristalino [11] y monocristalino [12], circonia parcialmente estabilizada con magnesia [5, 13], circonia parcialmente estabilizada con itria [9], circonia totalmente estabilizada con distintas cantidades de itria [13] y compuestos de alúmina con 7% de circonia [14].

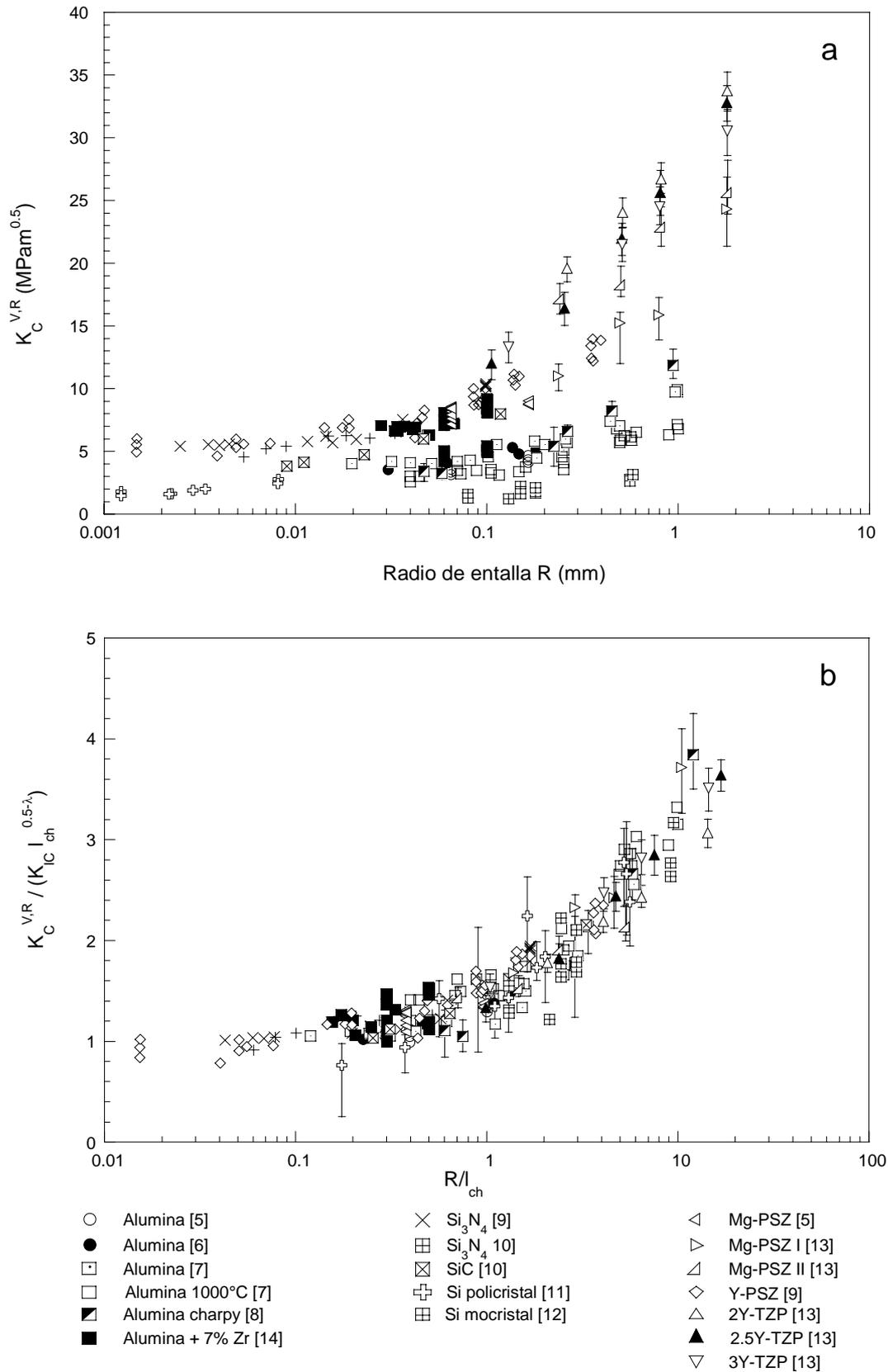


Fig. 1. a.- Factor de intensidad de tensiones generalizado crítico en función del radio de curvatura de la entalla.
 b.- Factor de intensidad de tensiones generalizado crítico adimensional en función del radio adimensional.

La rotura de sólidos entallados en U o en V con radio en el fondo de la entalla se puede caracterizar a partir del factor de intensidad de tensiones generalizado $K_c^{V,R}$. De este modo la rotura de un sólido entallado se producirá cuando el factor de intensidad de tensiones generalizado alcance un valor crítico función del ángulo y del radio de la entalla [2].

Este factor corresponde al primer término del desarrollo en serie del tensor de tensiones en las proximidades de la raíz de la entalla [15, 16]. En las entallas en U, se obtiene a partir de la tensión nominal en el instante de rotura σ_N , el factor de concentración de una entalla K_t y el radio de curvatura R de la misma.

$$K_c^{V,R} = \frac{K_t \sigma_N}{2} \sqrt{\pi R} \tag{1}$$

El procedimiento detallado para obtener los factores de intensidad de tensiones generalizados a partir de los resultados experimentales se pueden encontrar en [17]. La figura 1a muestra la dependencia del factor de intensidad de tensiones generalizado con el radio de la entalla de 18 materiales cerámicos.

Tabla 1. Resistencia a tracción, tenacidad de fractura y longitud característica de los materiales cerámicos analizados.

Material	f_t (MPa)	K_{IC} (MPam ^{0.5})	l_{ch} (μ m)
Al ₂ O ₃ [5]	250	3.2	160
Al ₂ O ₃ [6]	300	3.49	160
Al ₂ O ₃ [7]	297	3.81	160
Al ₂ O ₃ 1000°C[7]	215	2.15	100
Al ₂ O ₃ (charpy) [8]	350	3.09	78
Al ₂ O ₃ +7%Zr [14]	290	4.1	200
Si ₃ N ₄ [9]	700	5.35	58
Si ₃ N ₄ [10]	530	5.0	89
SiC [10]	620	3.7	36
Si policristalino [11]	128	1.0	61
Si monocristalino [12]	850	1.0	1.4
Mg-PSZ [5]	500	6.55	170
Mg-PSZ I [13]	500	6.55	170
Mg-PSZ II [13]	650	12	340
Y-PSZ [9]	600	5.9	97
2Y-TZP [13]	980	11	130
2.5Y-TZP [13]	870	9.0	110
3Y-TZP [13]	780	8.7	120

Los resultados de la figura 1a se pueden adimensionalizar dividiendo los factores de intensidad de tensiones generalizados por $K_{IC} l_{ch}^{0.5-\lambda}$ y el radio de curvatura la entalla por l_{ch} . K_{IC} es la tenacidad de

fractura del material, l_{ch} es la longitud característica, definida a partir de la siguiente expresión:

$$l_{ch} = \left(\frac{K_{IC}}{f_t} \right)^2 \tag{2}$$

f_t es la resistencia a tracción y λ es el autovalor de la entalla en V [16], función exclusivamente del ángulo de entalla. Cuando éste es cero toma el valor de 0.5. De esta forma, en las entallas en U el factor de intensidad de tensiones generalizado se adimensionaliza dividiendo por la tenacidad de fractura exclusivamente. Los valores de la tenacidad K_{IC} , la resistencia a tracción, f_t y la longitud característica l_{ch} de todos los materiales cerámicos estudiados aparecen en la tabla 1.

Al adimensionalizar los factores de intensidad de tensiones y el radio del fondo de la entalla se observa que todos los valores experimentales coinciden sobre una misma banda de rotura (figura 1b). Este hecho nos permite proponer el siguiente criterio de rotura.

$$K_c^{V,R} = K_{IC} l_{ch}^{0.5-\lambda} f \left(\frac{R}{l_{ch}} \right) \tag{3}$$

Según el cual la rotura de un sólido entallado en U o en V se producirá cuando el factor de intensidad de tensiones generalizado alcance un valor crítico calculado a partir de la tenacidad, la resistencia a tracción y la función universal f , determinada por ajuste de los resultados experimentales, o a partir de la teoría de la fisura cohesiva o criterios locales de rotura como se indica en el siguiente apartado.

3. CRITERIOS DE ROTURA

3.1. Teoría de la fisura cohesiva

La teoría de la fisura cohesiva es un modelo de rotura que analiza el proceso de daño que precede a la rotura como una fisura que transmite cargas entre sus labios. La tensión transmitida por los labios de la fisura se relaciona con el desplazamiento de apertura de los mismos a través de una función del material, denominada curva de ablandamiento. Su aplicación a geometrías entalladas, permite predecir la carga de rotura de elementos de cualquier forma, tamaño y tipo de sollicitación. Las hipótesis de la teoría y los detalles de su aplicación se pueden encontrar en [18]. El material queda caracterizado por la curva de ablandamiento y la ecuación constitutiva y . En este trabajo se proponen dos curvas de ablandamiento sencillas: lineal y rectangular, dependientes de dos parámetros, la resistencia cohesiva f_t y la energía de fractura G_f . Los detalles de los cálculos realizados se pueden encontrar en otros trabajos de los autores [17]. Los resultados obtenidos aparecen en la figura 2 donde se observa que los valores experimentales concuerdan con las predicciones numéricas.

3.2. Máxima tensión

El criterio de máxima tensión aplicado a entallas establece que la rotura se produce cuando a una cierta distancia, d_c , de la raíz de la entalla la tensión principal mayor alcanza un valor crítico, f_c [19]

$$x \leq d_c \rightarrow \sigma(x) \geq f_c \quad (4)$$

donde x es la distancia a la raíz. La tensión principal máxima se produce en el plano de simetría, y según la expresión aproximada de Creager y Paris [15, 16], es igual a:

$$\sigma_I = \frac{2K_I^U}{\sqrt{\pi}} \frac{x+R}{(2x+R)^{3/2}} \quad (5)$$

Particularizando para $x=d_c$ queda

$$f_c = \frac{2K_I^U (d_c + R)}{\sqrt{\pi} (2d_c + R)^{3/2}} \quad (6)$$

Aplicando este resultado a los dos casos límites de entalla en U, radio cero, una fisura, y radio infinito, una probeta lisa, se obtienen los dos parámetros del criterio local: la tenacidad del material y la resistencia a tracción.

$$f_c = f_t \quad (7)$$

$$d_c = \frac{1}{2\pi} l_{ch} \quad (8)$$

Sustituyendo (7) y (8) en la expresión (6) se obtiene la formulación adimensional final del criterio.

$$K_I^{U*} = \frac{\sqrt{(1+\pi R^*)^3}}{(1+2\pi R^*)} \quad (9)$$

3.3. Tensión media

Según este criterio, la carga máxima se alcanza cuando el valor medio de la tensión principal máxima sobre una distancia d_c próxima a la raíz de la entalla alcanza un valor crítico f_c [20].

$$\int_0^{d_c} \sigma_I(x) dx \leq f_c \quad (10)$$

Sustituyendo la tensión principal mayor e integrando queda

$$\frac{K_I^U}{\sqrt{\pi}} \frac{2d_c}{\sqrt{(2d_c + R)}} = f_c \quad (11)$$

Las dos constantes, f_c y d_c , se obtienen aplicando el criterio a los dos casos extremos una fisura y una probeta lisa.

$$f_c = d_c f_t \quad (12)$$

$$d_c = \frac{2}{\pi} l_{ch} \quad (13)$$

La expresión final del criterio adimensionalizado es

$$K_I^{U*} = \sqrt{\left(1 + \frac{\pi R^*}{4}\right)} \quad (14)$$

3.4. Defectos intrínsecos del material

Una forma de unificar el estudio de geometrías lisas, entalladas y fisuradas es postular que la rotura se produce por la presencia de defectos intrínsecos del material asimilables a microgrietas, situadas en la posición más desfavorable. La carga máxima se alcanza cuando el factor de intensidad de tensiones en el extremo de la fisura K_I , es igual a la tenacidad del material K_{IC} .

$$K_I(d_c) = K_{IC} \quad (15)$$

La situación más desfavorable corresponde a una fisura pasante en la raíz de una entalla. El factor de intensidad de tensiones se obtiene a partir de la expresión de Lukas y Klesnil [21].

$$K_I^{(1)} = K_I^U \sqrt{\frac{d_c}{R}} \frac{2.24}{\sqrt{1+4.5 \frac{d_c}{R}}} \quad (16)$$

Aplicando el criterio a una probeta lisa queda determinado el tamaño crítico del defecto d_c .

$$K_{IC} = 1.12 f_t \sqrt{\pi d_c} \quad (17)$$

$$d_c = \frac{1}{1.12^2 \pi} l_{ch} \quad (18)$$

y sustituyendo en el criterio de rotura dicho valor queda.

$$K_I^{U*} = \frac{1}{2} \sqrt{\pi R^* + \frac{4.5}{1.12^2}} \quad (19)$$

3.5. Criterio de Leguillon

El último de los criterios estudiados establece que la rotura se produce cuando se cumplen simultáneamente dos condiciones [22].

$$\begin{aligned} \sigma_I(d_c) &= f_t \\ K_I(d_c) &= K_{IC} \end{aligned} \quad (20)$$

En este criterio d_c depende de la geometría y no es una propiedad del material. Sustituyendo el factor de

intensidad de tensiones (16), y la tensión principal en las proximidades de la raíz (15)

$$\frac{K_I^U}{K_{IC}} = \frac{1}{2.24} \sqrt{1 + 4.5 \frac{d_c}{R}} \sqrt{\frac{R}{d_c}} \quad (21)$$

$$\frac{K_I^U}{K_{IC}} = \sqrt{\frac{R}{l_{ch}}} \frac{\sqrt{\pi} \left(2 \frac{d_c}{R} + 1\right)^{3/2}}{2 \frac{d_c}{R} + 1} \quad (22)$$

Eliminando d_c/R entre las dos ecuaciones se determina el factor de intensidad de tensiones adimensional en función del radio adimensional. El sistema de ecuaciones se ha resuelto numéricamente y los resultados se han representado en la figura 2.

Comparando los cinco criterios propuestos, se observa que aunque su fundamento físico es muy diferente sus predicciones son prácticamente coincidentes, y concuerdan con los resultados experimentales.

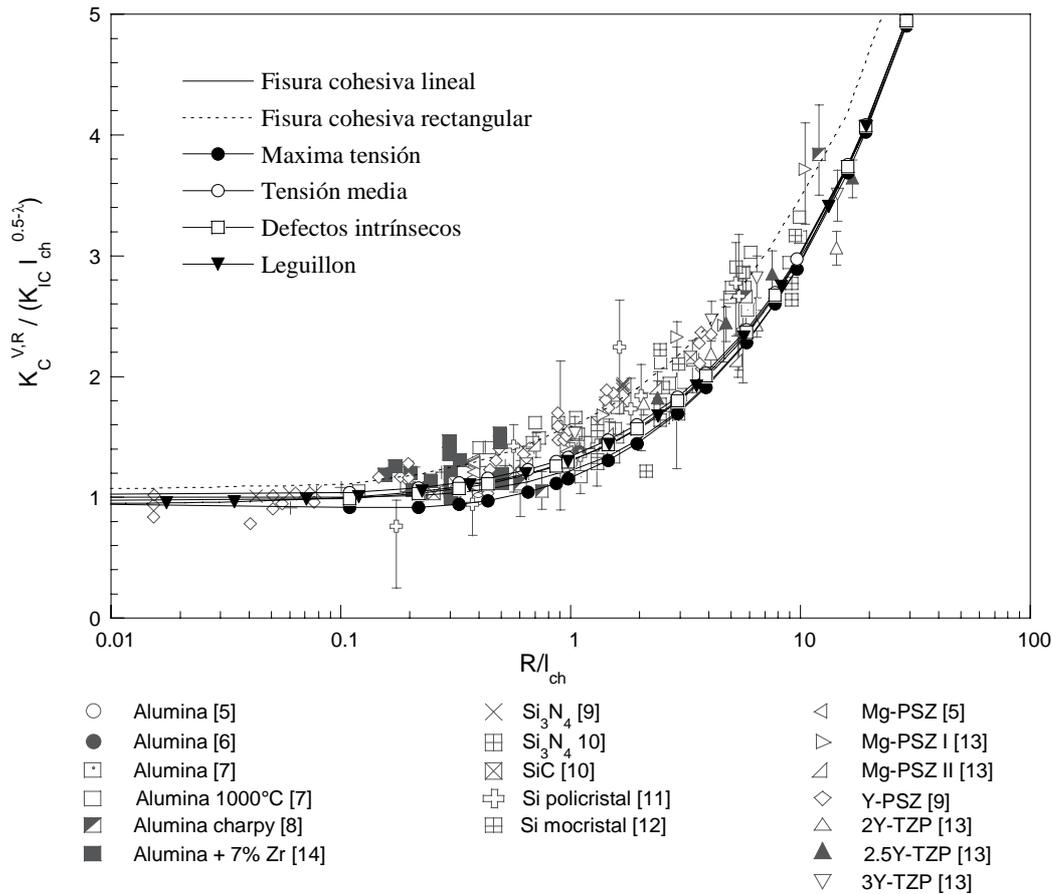


Fig. 2. Comparación de los resultados experimentales con las predicciones teóricas de la teoría de la fisura cohesiva y distintos criterios locales de rotura

5. CONCLUSIONES

La adimensionalización propuesta aporta un método predictivo para determinar la carga máxima que soporta un sólido entallado en materiales cerámicos.

La teoría de la fisura cohesiva explica porqué los factores de intensidad de tensiones generalizados adimensionales coinciden en todos los materiales analizados. Además la dependencia con la forma adimensional de la curva de ablandamiento explica la dispersión experimental observada.

Todos los criterios locales de rotura propuestos justifican los resultados experimentales. Las predicciones de cada criterio son muy parecidas entre sí, aunque conceptualmente los criterios sean diferentes. Los resultados además concuerdan con la experimentación.

Todas las teorías y criterios propuestos dependen sólo de dos parámetros, que se determinan a partir de la resistencia a tracción y de la tenacidad del material.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen al Ministerio de Ciencia y Tecnología la financiación recibida a través del proyecto MAT02-01422.

REFERENCIAS

- [1] Elices M., "Mecánica de la Fractura aplicada a sólidos elásticos bidimensionales", Departamento de Ciencia de Materiales, E.T.S.I. Caminos, Canales y Puertos, U.P.M. 1998.
- [2] Gradin, P.A., "A fracture criterion for edge-bonded bi-material bodies", *Journal Composites Material*, 16, pag 448-456, 1982.
- [3] Gómez, F.J. and Elices, M., "A fracture criterion for sharpened V-notched samples", *International Journal of Fracture*, 123, pag 163-175, 2003.
- [4] Gómez, F.J. and Elices, M., "A fracture criterion for blunted V-notched samples", *International Journal of Fracture*, 127, pag 239-264, 2004.
- [5] Pastor, J. Y., *Fractura de materiales cerámicos avanzados*, Tesis doctoral, U.C.M., 1993.
- [6] Munz, D., Bubsey, R.T. and Shannon, J.L., "Fracture Toughness Determination of Al_2O_3 using four point bend specimens with straight-through and chevron notches", *Journal of American Ceramic Society*, 63, pag 300-305, 1980.
- [7] Tsuji, K., Iwase, K. and Ando, K., "An investigation into the location of crack initiation sites in alumina, polycarbonate and mild steel", *Fatigue, Fracture, Engineering Materials and Structures*, 22, pag 509-517, 1999.
- [8] Bertolotti, R. L., "Fracture Toughness of Polycrystalline Al_2O_3 ", *Journal of the American Ceramic Society*, 56, pag 107, 1973.
- [9] Gogotsi, G. A., "Fracture toughness of ceramics and ceramic composites", *Ceramics International*, 7, pag 777-784, 2003.
- [10] Ando, K., Iwasa, M., Kim, A., Chu, A. C. and Sato, S., "Effects of crack length, notch root radius and grain size on fracture toughness of fine ceramics", *Fatigue, Fracture, Engineering Materials and Structures*, 16, pag 995-1006, 1993.
- [11] Chasiotis, I. and Knauss, W.G., "The mechanical strength of polysilicon films: Part 2. Size effects associated with elliptical and circular perforations", *Journal of Mechanics and Physics of Solids*, 51, pag 1551-1572, 2003.
- [12] Myers, R. J. and Hillberry, B.M., "Effect of notch radius in the fracture behaviour of monocrystalline silicon", *ICF4 Proceedings*, Waterloo, Canada, 3, pag 1001-1005, 1977.
- [13] Wang, J., Rainforth, W.M., Wadsworth, I. and Stevens, R., "The effects of notch width on the SENB toughness for oxide ceramics", *Journal of European Ceramic Society*, 10, pag 21-31, 1992.
- [14] Yosibash, Z., Bussiba, A. and Gilad, I., "Fracture criteria for brittle elastic materials", *International Journal of Fracture*, 125, pag 307-333, 2004.
- [15] Creager, M. and Paris, P.C., "Elastic field equations for blunt cracks with reference to stress corrosion cracking", *International Journal of Fracture Mechanics*, 3, pag 247-252, 1967.
- [16] Filippi, S., Lazzarin, P. and Tovo, R., "Developments of some explicit formulas useful to describe elastic stress fields ahead of notches in plates", *International Journal of Solids and Structures*, 39, pag 4543-4565, 2002.
- [17] Gómez, F.J. and Elices, M., "Fracture Loads for ceramic samples with deep rounded notches", *Journal of the American Ceramic Society* (en publicación).
- [18] Elices, M., Planas, J. and Guinea, G.V., "Modelling cracking in rocks and cementitious materials", *Fracture and Damage of Concrete and Rock*, H.P. Rossmanith Ed., E & FN Spon, London, pag 3-33, 1993.
- [19] Ritchie, R.O., Knott, J.F. and Rice, J.R., "On the relation between critical tensile stress and fracture toughness in mild steel", *Journal Mechanics Physics Solids*, 21, pag 395-410, 1973.
- [20] Seweryn, A., "Brittle fracture criterion for structures with sharp notches", *Engineering Fracture Mechanics*, 47, pag 673-681, 1994.
- [21] Lukas, P. and Klesnil, M., "Fatigue limit of notched bodies", *Materials Science and Engineering*, 34, pag 61-66, 1978.
- [22] Leguillon, D., "Strength or toughness? A criterion for crack onset at a notch", *European Journal of Mechanics and Physics A/Solids*, 21, pag 61-72, 2002.