

FRACTURA DE MATERIALES COMPUESTOS EN ELEMENTOS SOMETIDOS A TRACCIÓN UNIFORME MEDIANTE LA FORMULACIÓN DE DISCONTINUIDADES FUERTES

J. Oliver¹, A.E. Huespe¹, D.L. Linero^{1,2} y M.D.G. Pulido¹

¹E.T.S. Enginyers de Camins, Universitat Politècnica de Catalunya (UPC),
Campus Nord UPC, Edifici C-1, c/ Jordi Girona 1-3, 08034 Barcelona, Spain

²Universidad Nacional de Colombia, Colombia

Resumen. Este trabajo describe la simulación numérica de ensayos de tracción en materiales compuestos conformados por matriz y fibras largas orientadas en dirección de la carga. Para ello, se ha desarrollado una formulación mediante la Aproximación de Continuo de Discontinuidades Fuertes (ACDF), con la que se modelan dos paneles de hormigón armado: uno con refuerzo uniformemente distribuido y otro con refuerzo concentrado en el centro. Dentro de los resultados se observa la respuesta estructural y la distribución de las fisuras durante el proceso de carga.

Abstract. This work describes the tensile test numerical simulation of composite material conformed by matrix and long fibers oriented in the loading direction. An appropriate Continuum Strong Discontinuity Approach (CSDA) has been developed, that is used for the modelling of two reinforced concrete panels. The first case corresponds with a uniformly distributed reinforcement panel, while the second one, represent a concentrated reinforcement in the middle of member. In the results, it can be observed the structural responses and the crack distribution during the loading process.

1. INTRODUCCIÓN

La formulación presentada en este trabajo es una extensión de la Aproximación de Continuo de Discontinuidades Fuertes (ACDF), aplicada a la fractura de materiales compuestos [1],[2]. El material idealizado está formado por un grupo de fibras paralelas con comportamiento unidimensional embebidas en una matriz de comportamiento bidimensional (o tridimensional en el caso más general). Las acciones externas impuestas en un sólido son aplicadas sobre la matriz, la cual a su vez se encarga de transmitir las a las fibras.

En el modelo existe una compatibilidad particular entre las deformaciones acotadas de ambos componentes, relacionada con el nivel de adherencia en la interfaz. Cuando se produce una fisura, aparece una diferencia entre la deformación de la matriz y de la fibra en función de la abertura de la misma. Para definir esa diferencia entre deformaciones se ha empleado la información acerca del salto de desplazamiento que ofrece la ACDF.

En la implementación se utilizaron elementos finitos triangulares lineales con discontinuidades embebidas y enriquecimiento elemental, donde cada punto de integración representa un porcentaje de matriz y otro de fibra, de acuerdo con su participación en el volumen del material compuesto.

2. DESCRIPCIÓN CINEMÁTICA

Suponiendo que tanto en la matriz como en la fibra puede existir una discontinuidad en el campo de los desplazamientos, se define al vector β como el salto de los desplazamientos en la matriz y al escalar p como el salto de las fibras en la dirección \mathbf{m} (Fig. 1).

En esta formulación, el material compuesto mantiene un tipo de compatibilidad entre las deformaciones de sus componentes, los cuales se comportan según una ley constitutiva particular para cada uno. Adicionalmente, el modelo incluye el efecto del deslizamiento entre la fibra y la matriz reflejado en las deformaciones de la fibra.

Mediante esta aproximación se puede describir la cinemática de un material compuesto por matriz y fibras, suponiendo que el instante en el cual se produce la fisura está determinado por el comportamiento propio de la matriz. Por lo tanto, sólo después de activado el salto de desplazamientos en la matriz y sobre la superficie de fallo S , puede aparecer un salto del desplazamiento en las fibras.

En forma incremental, el campo de la tasa de deformaciones en la matriz y la tasa de deformación en la dirección \mathbf{m} de las fibras están definidos como:

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}^m = & \nabla^s \dot{\mathbf{u}} - (\nabla \varphi \otimes \dot{\boldsymbol{\beta}})^s + \delta_S (\mathbf{n} \otimes \dot{\boldsymbol{\beta}})^s \\ & - C \cdot (\nabla \varphi \otimes \mathbf{m} \dot{p})^s \end{aligned} \quad (\text{matriz}) \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}^f = & \mathbf{m} \cdot \nabla^s \dot{\mathbf{u}} \cdot \mathbf{m} - (\nabla \varphi \cdot \mathbf{m}) \dot{p} + \delta_S \dot{p} \\ & - C \cdot (\nabla \varphi \cdot \mathbf{m}) (\dot{\boldsymbol{\beta}} \cdot \mathbf{m}) \end{aligned} \quad (\text{fibra}) \quad (2)$$

Donde \mathbf{n} es el vector normal a la superficie de discontinuidad S , $\dot{\mathbf{u}}$ es el vector tasa de los desplazamientos nodales, $\dot{\boldsymbol{\beta}}$ y \dot{p} representan la tasa del salto de desplazamientos en la matriz y en la fibra, respectivamente. φ y δ_S son funciones especiales que definen la parte mejorada de las deformaciones según la ACDF.

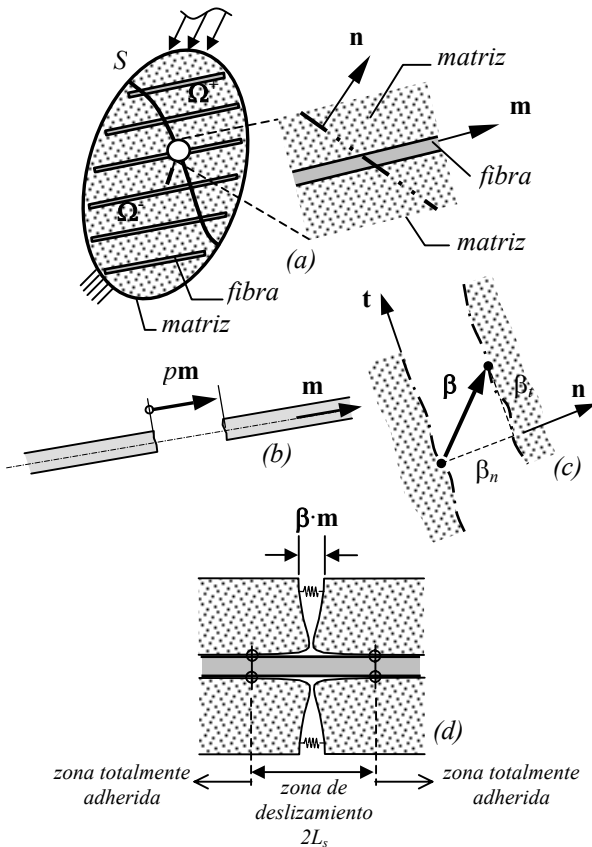


Fig. 1. (a) Material compuesto, (b) salto en el desplazamiento de la fibra, (c) salto en el desplazamiento de la matriz, (d) zona de deslizamiento fibra – matriz.

Los últimos términos de la Expresiones (1) y (2) representan la deformación producida por el deslizamiento en la interfaz de ambos materiales, la cual depende de los saltos del desplazamiento y del *coeficiente de transferencia de deformaciones* C , definido como:

$$C = \frac{k_m L_t}{l + k_m L_t} \quad (3)$$

$$0 \leq C < 1.0 \quad l \cong \frac{1}{(\nabla \varphi \cdot \mathbf{m})}$$

donde l es una longitud representativa del elemento finito en la dirección de la fibra y L_t es la *longitud de transferencia de deformaciones* definida como la distancia en la cual se transmite el salto de desplazamientos de la matriz como deformación sobre la fibra. Cuando hay transferencia total entre los componentes esta longitud es cero, al igual que el coeficiente de transferencia C . En cambio, cuando la transferencia de deformación es nula el coeficiente C tiende a 1.0, debido a valores muy grandes de L_t con respecto a la longitud del elemento.

El salto del desplazamiento en la matriz (o abertura de fisura), genera el despegue con la fibra sobre una zona de deslizamiento alrededor de la discontinuidad como se muestra en la Fig. 1(d). Fuera de esta zona los dos materiales permanecen perfectamente adheridos. Este comportamiento determina la distribución de las fisuras, principalmente cuando el refuerzo se concentra en una banda dentro de la pieza como se ilustrará más adelante.

3. MODELO CONSTITUTIVO APLICADO AL HORMIGÓN ARMADO

El hormigón armado puede considerarse como un material compuesto constituido por un grupo de fibras largas de acero embebidas en una matriz de hormigón en masa.

Para describir el comportamiento del hormigón en masa se puede utilizar el modelo isótropo de daño equipado con deformaciones por ablandamiento.

Las barras de acero están limitadas a un campo unidimensional despreciando su capacidad en otras direcciones. Se utiliza para su predicción un modelo de plasticidad preparado para reproducir tanto endurecimiento como ablandamiento.

Las tensiones de cada material se evalúan mediante la ley constitutiva correspondiente a partir de sus deformaciones y de las variables internas α . En la matriz se aplica una ley constitutiva del material Σ^m que permite obtener las tensiones $\boldsymbol{\sigma}^m$ en un campo bidimensional dadas las deformaciones $\boldsymbol{\epsilon}^m$, como se indica en la Expresión (4). Mientras que la tensión en la fibra es el resultado de aplicar su propia ley constitutiva unidimensional Σ^f sobre la deformación escalar ϵ^f , en la cual están incluidos los efectos de la adherencia entre los dos materiales.

$$\boldsymbol{\sigma}^m = \Sigma^m(\boldsymbol{\epsilon}^m, \alpha^m) \quad (\text{matriz}) \quad (4)$$

$$\sigma^f = \Sigma^f(\epsilon^f, \alpha^f) \quad (\text{fibra}) \quad (5)$$

De acuerdo con la teoría de mezclas [3], el campo de las tensiones del material compuesto está definido de la forma:

$$\sigma = k^m \sigma^m + k^f (\mathbf{m} \otimes \mathbf{m}) \sigma^f \quad (6)$$

donde k^m y k^f son los coeficientes de participación en volumen de la matriz y de la fibra respectivamente.

4. SIMULACIÓN NUMÉRICA DE PROBLEMAS DE FRACTURA EN ELEMENTOS A TRACCIÓN

4.1. Ensayo de tracción en un panel de hormigón con refuerzo distribuido uniformemente

Utilizando la formulación indicada anteriormente, se presentan a continuación los resultados de la simulación numérica de un panel de hormigón armado sometido a tracción, ensayado experimentalmente por Ouyang y otros [4].

El ensayo consiste en tirar de las caras externas en los extremos de una pieza de 686 mm de longitud y 127 mm x 50.8 mm de sección transversal rectangular, entallada en el centro como se muestra en la Fig. 2. El panel está reforzado con tres barras de acero de 9.5 mm de diámetro embebidas completamente en el hormigón.

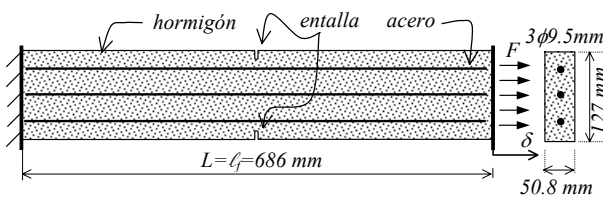


Fig. 2. Esquema descriptivo del ensayo de tracción con refuerzo distribuido.

Las propiedades mecánicas de los materiales componentes son las siguientes: para el hormigón, el módulo de Young es de 27300 MPa, la tensión última a tracción de 3.19 MPa y la energía de fractura de 100 N/m; en el acero de refuerzo, el módulo de Young vale 191600 MPa y la tensión de fluencia es de 508 MPa (sin embargo, el desplazamiento impuesto en el ensayo no genera un comportamiento inelástico del acero). Las barras de refuerzo de longitud l_f , constituyen el 3.3% del área de la sección transversal de la pieza. En la simulación numérica se utilizó una malla de elementos triangulares lineales (Fig. 3), donde la distancia mínima entre discontinuidades es la longitud de un elemento.

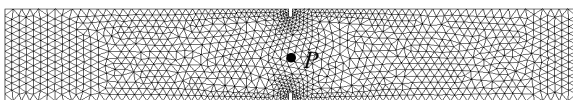


Fig. 3. Malla de elementos finitos del ensayo a tracción con refuerzo distribuido.

Además de las propiedades mecánicas de los materiales, la formulación incluye el parámetro L_t que determina el nivel de transferencia de deformaciones entre la matriz y la fibra, es decir, entre el hormigón y el acero. Los

resultados experimentales permitirán establecer el valor de este parámetro para los materiales de este ensayo.

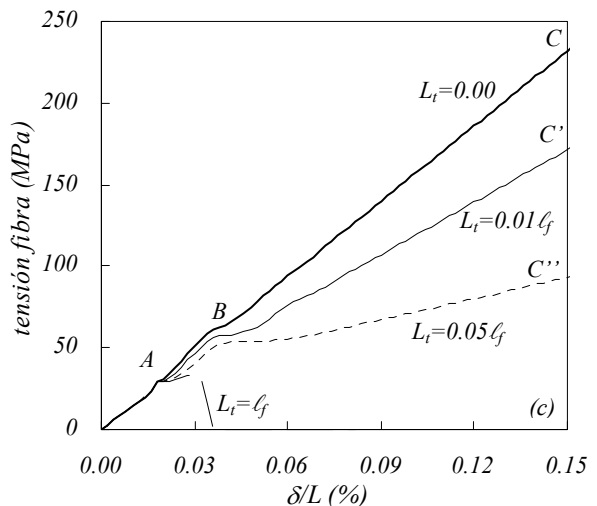
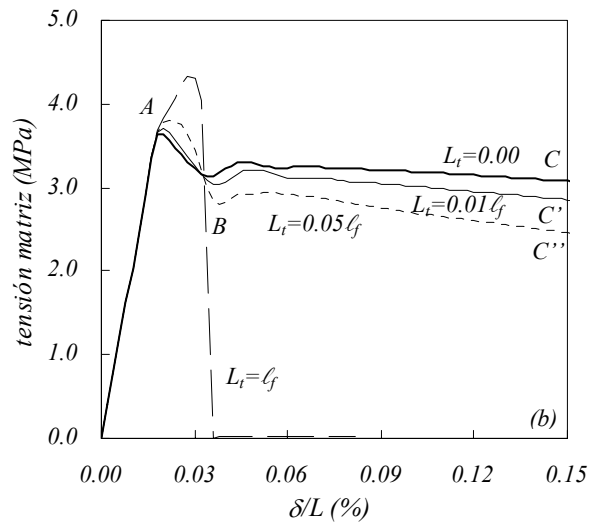
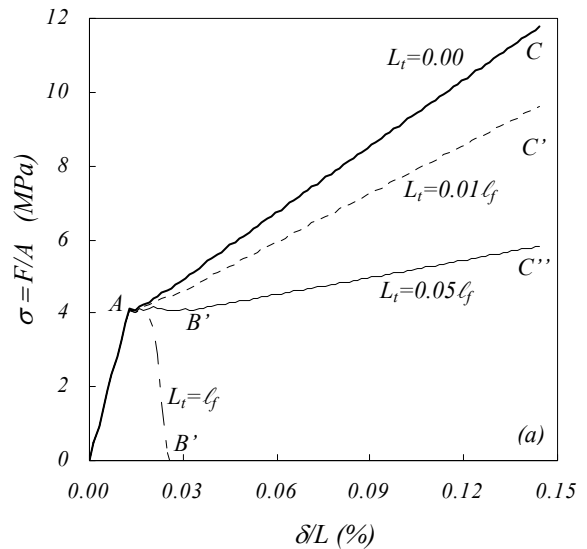


Fig. 4. Curva tensión versus deformación media axial en el extremo del panel con refuerzo distribuido para diferentes niveles de transferencia de deformaciones: (a) tensión media en el extremo de la pieza, (b) tensión en la matriz en el punto P, (c) tensión en la fibra en el punto P.

En la Fig. 4 se presenta la curva tensión versus deformación media del panel para cuatro niveles de transferencia. La tensión media corresponde al cociente entre la fuerza aplicada en el extremo derecho de la pieza y el área de su sección transversal. La deformación media se calcula como el desplazamiento impuesto en el extremo dividido entre la longitud del panel.

En cuanto comienza el fallo de la matriz, la rigidez del panel es función de la capacidad de transferencia entre la deformación de la matriz a las fibras. Los tramos A-C, A-C' y A-C'' en la Fig. 4(a) muestran como disminuye la rigidez a medida que se reduce el nivel de transferencia.

Para el caso de transferencia total y después de iniciado el daño, en el punto P de la pieza (Fig. 3), la tensión en la matriz (Fig. 4(b)) se reduce lentamente, al mismo tiempo que crece la tensión de la fibra casi con la misma pendiente inicial (Fig. 4(c)). En cambio, para transferencia parcial de deformaciones, en la matriz se reduce la tensión de forma importante, mientras las tensiones en la fibra crecen con menor pendiente que la inicial.

En las Fig. 5 a 8, la concentración de líneas de nivel de desplazamientos indican la localización de la deformación o en otros términos, la formación de una fisura.

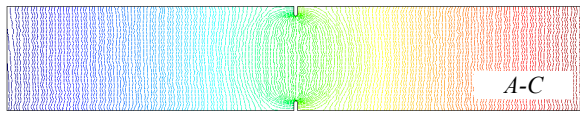


Fig. 5. Líneas de nivel de desplazamientos para $L_t=0.00$ en el panel con refuerzo distribuido.

Para el caso de transferencia total de la deformación, los niveles de desplazamiento indican una distribución uniforme de las fisuras (Fig. 5). Para otros niveles de transferencia mostrados en las Fig. 6 y 7, se activan pocas discontinuidades cerca de la entalla durante algunos pasos de carga, pero rápidamente se distribuyen uniformemente las fisuras.

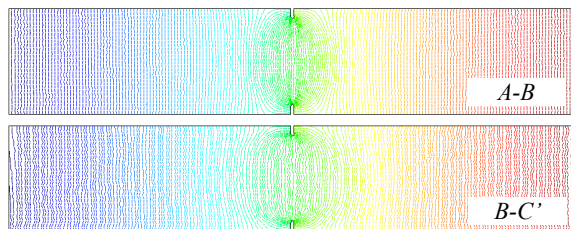


Fig. 6. Líneas de nivel de desplazamientos para $L_t=0.01$ en el panel con refuerzo distribuido.

Cuando el coeficiente de transferencia C tiende a 1.00, se produce una única fisura en la probeta, mostrando un

comportamiento similar al esperado en un panel de material simple (Fig. 8).

En conclusión, la longitud de transferencia de deformaciones entre la matriz y la fibra, determina la capacidad estructural de la pieza. Sin embargo, no afecta de manera representativa a la formación de fisuras (excepto en el caso de $C=1.0$).

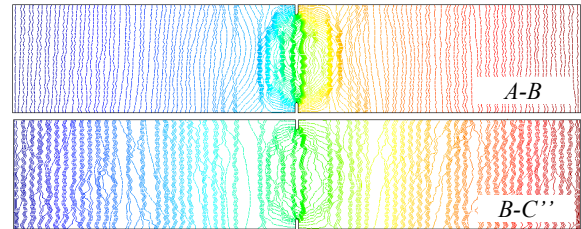


Fig. 7. Líneas de nivel de desplazamientos para $L_t=0.05$ en el panel con refuerzo distribuido.

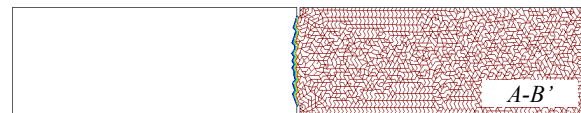


Fig. 8. Líneas de nivel de desplazamientos para $C=1.0$ en el panel con refuerzo distribuido.

Bazant, Planas y Elices [5] estudiaron analíticamente una pieza reforzada sin entalla sometida a tracción, suponiendo que se mantiene la adherencia entre los componentes y que las secciones planas permanecen planas en cualquier instante de carga. Admitiendo que las fisuras se producen infinitamente próximas con una abertura muy pequeña, observaron un ablandamiento despreciable en el hormigón, es decir, una tensión constante a partir del límite elástico. En la Fig. 9 la línea a trazos indica el resultado analítico tensión del compuesto versus deformación media.

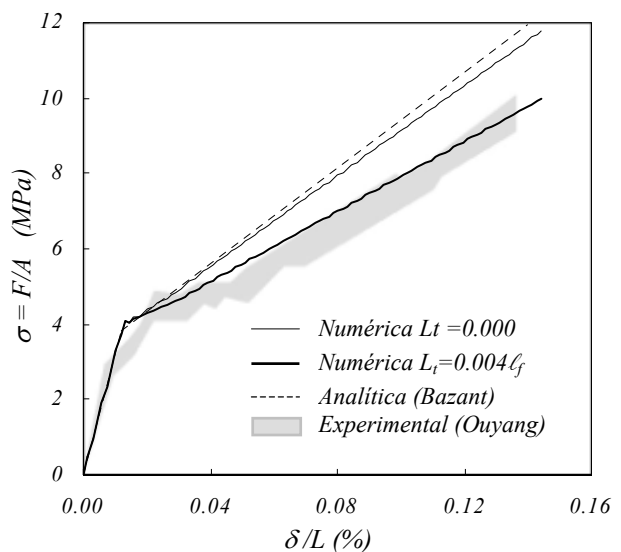


Fig. 9. Curva tensión versus deformación media axial en el extremo del panel con refuerzo distribuido. Comparación de soluciones numéricas contra respuestas analítica y experimental.

La solución numérica para transferencia total y la respuesta analítica dada por Bazant y otros [5], son bastante similares. La pequeña diferencia en las pendientes del segundo tramo de la curva obedece posiblemente a la presencia de la entalla en el modelo numérico.

En la Fig. 9, los resultados experimentales obtenidos por Ouyang y otros [4], se encuentran delimitados por la zona de color gris. La solución numérica se ajusta al ensayo cuando la longitud de transferencia es 0.004 veces la longitud de las barras de acero, considerado como un nivel alto de transferencia de deformación. Las discontinuidades se distribuyen uniformemente como ocurre en el caso de transferencia total (Fig. 5). Los resultados anteriores permiten calibrar el parámetro L_t del modelo numérico para el tipo específico de hormigón y de acero utilizados en el ensayo.

4.2. Ensayo de tracción en un panel de hormigón con refuerzo central

A continuación se estudia la separación entre fisuras y la longitud de la zona de despegue en una pieza de hormigón reforzada en el centro con una barra de acero.

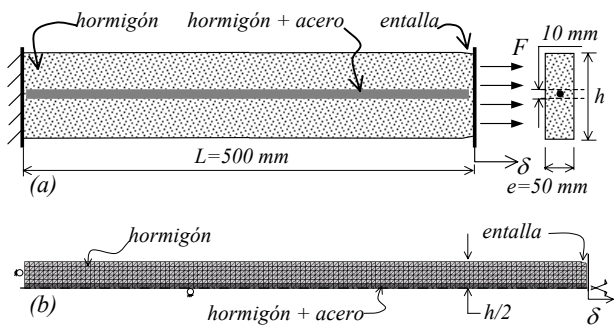


Fig. 10. Ensayo de tracción con refuerzo concentrado en el centro: (a) esquema descriptivo, (b) malla de elementos finitos de media pieza.

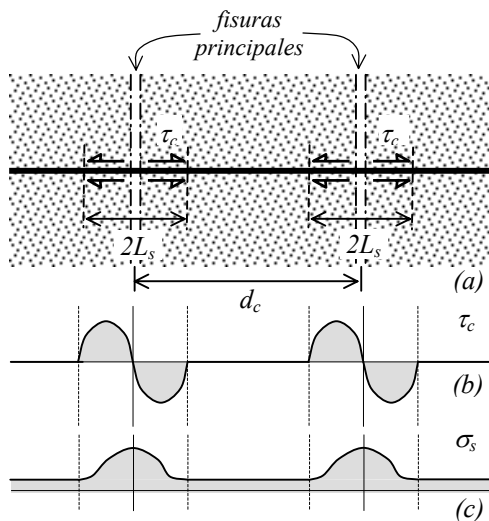


Fig. 11. Ensayo de tracción axial: (a) longitud de deslizamiento y distancia entre fisuras principales, (b) tensión de corte en el hormigón, (c) tensión axial en el acero.

Tomando las propiedades mecánicas del ensayo anterior, se definió una pieza de longitud 500mm, sección transversal cuadrada de $h=e=50\text{ mm}$ y una entalla suave en el extremo derecho como se muestra en la Fig. 10(a). La barra de refuerzo tiene 10 mm de diámetro y está completamente embebida en el hormigón.

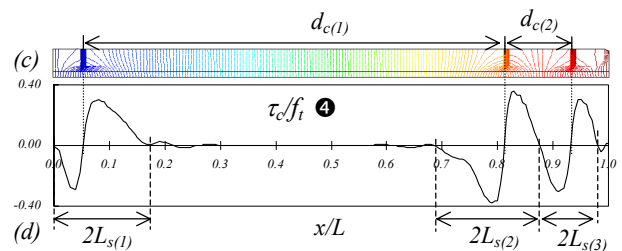
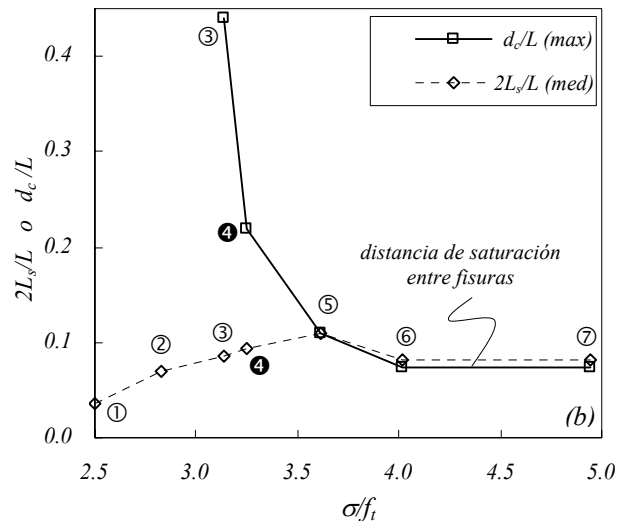
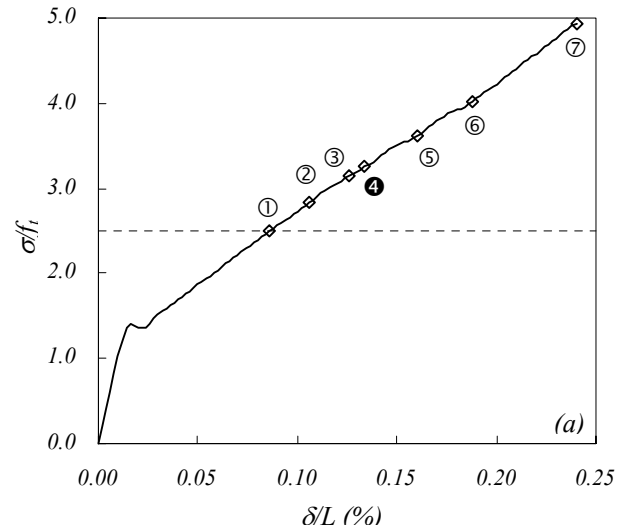


Fig. 12. (a) relación (tensión aplicada / resistencia de la matriz) versus (desplazamiento / longitud) en el extremo de la pieza, (b) evolución de la longitud de la zona de deslizamiento y distancia entre fisuras en función de la (tensión aplicada / resistencia de la matriz), (c) líneas de nivel de desplazamientos y separación entre fisuras para el instante 4, (d) (tensión cortante / resistencia de la matriz) a lo largo de la pieza en la interfaz del material compuesto y longitud de la zona de deslizamiento en el instante 4.

Aprovechando la simetría del problema, se modeló la mitad de la pieza con una malla estructurada de elementos finitos triangulares lineales. En la Fig. 10(b), el tono claro corresponde a los elementos de hormigón y el tono oscuro a los elementos de material compuesto constituido por 84% hormigón y 16% acero (en volumen).

Las Fig. 12 y 13 muestran el comportamiento estructural de la pieza, la evolución de la longitud de la zona de despegue y de la separación entre fisuras, tomando siete instantes de referencia. En los instantes 1 y 2 se produce una sola fisura, para la cual se mide una zona de despegue a su alrededor, a pesar que no exista una distancia entre ellas. A partir del instante 3 se activan más fisuras, permitiendo cuantificar su separación. La distribución de las fisuras se mantiene constante desde el instante 6, momento en el cual la zona de despegue de una fisura limita con la de fisura vecina, como lo indica el comportamiento periódico de la tensión de corte en la Fig. 13(h).

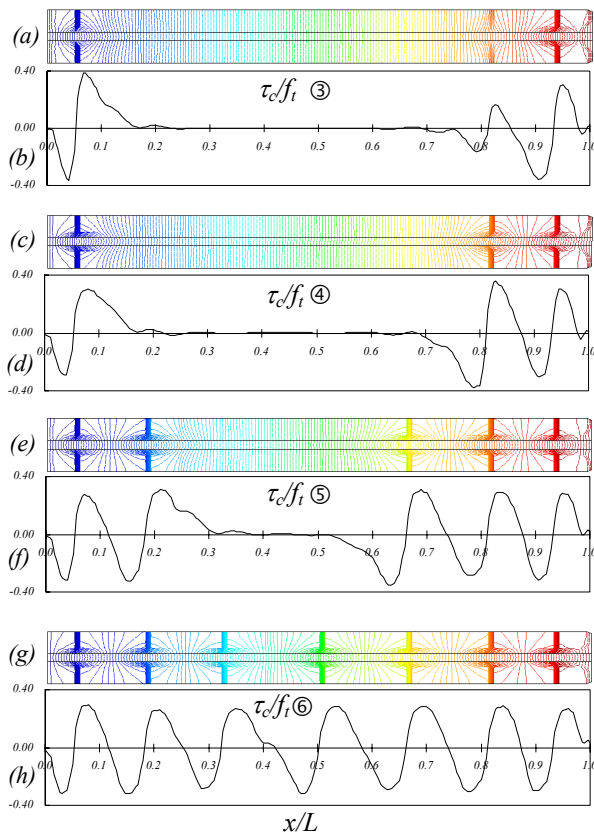


Fig. 13. Líneas de nivel de desplazamientos y tensión de corte a lo largo de la pieza en la interfaz del material compuesto, (a) y (b) para el instante 3, (c) y (d) para el instante 4, (e) y (f) para el instante 5, (g) y (h) para el instante 6.

La longitud de la zona de deslizamiento se puede medir observando la distribución de la tensión de corte alrededor de cada discontinuidad. La distancia a izquierda y a derecha de una fisura en la cual la tensión de corte es diferente de cero se define como la longitud

de la zona de deslizamiento $2L_s$, como se indica en las Fig. 11(b) y 12(d). Por otro lado, la separación entre fisuras d_c se puede calcular a partir de la localización de las deformaciones observadas en las líneas de nivel de desplazamientos en la Figura 12(c).

Utilizando los valores promedio se muestra la evolución de $2L_s$ y d_c en función de la tensión en el material compuesto en la Fig. 12(b). Se puede observar que la separación entre fisuras se va reduciendo hasta alcanzar un valor asintótico inferior llamado *distancia de saturación entre fisuras* [6], lo cuál significa que a pesar que aumente el nivel de carga, se forma un número máximo de fisuras. Por otro lado, la longitud de la zona de deslizamiento crece progresivamente hasta alcanzar la distancia entre fisuras, instante en el cual se produce un despegue total entre la matriz y la fibra. A partir de aquí, las dos distancias permanecen iguales hasta conseguir la condición de saturación de fisuras (Fig. 12(b)).

AGRADECIMIENTOS

La investigación llevada a cabo en el presente trabajo se ha desarrollado en el marco de los programas I+D financiados por el Ministerio de Ciencia y Tecnología de España a través de la subvención MAT2001-3863-C03-03 y BIA2004-02080. Así como también, por la Generalitat de Cataluña mediante el grupo de investigación consolidado 2001-SGR00262. Además se contó con el apoyo del programa Ramón y Cajal y las becas MAE-AECI del Gobierno Español.

REFERENCIAS

- [1] Oliver, J., Huespe, A., Pulido, M.D.G., Blanco S. and Linero, D., 'New developments in computational material failure mechanics'. *Computational Mechanics WCCM*. Tsinghua University Press & Springer-Verlag. Beijing, China. 2004.
- [2] Linero, D., 'Formulación de discontinuidades fuertes en la fractura de materiales compuestos'. *Proyecto de Tesis Doctoral*. UPC. 2004.
- [3] Oller, S. "Simulación Numérica del Comportamiento Mecánico de los Materiales Compuestos". *Monografía CIMNE*. 2003.
- [4] Ouyang, C., Wollrab, E., Kulkarni, S.M. and Shah, P., 'Prediction of cracking response of reinforced concrete tensile members'. *Journal of Structural Engineering ASC*, **123(1)**:70-78, 1997.
- [5] Bazant, Z. and Planas, J., *Fracture and size effect in concrete and other quasibrittle materials*. CRC Press. 1998.
- [6] Liao, K. and Reifsnider, K. L., "A tensile strength model for unidirectional fiber-reinforced brittle matrix composite". *International Journal of Fracture*, **106**: 95-115, 2000.