

MODELADO CON CONTACTO DE CARAS DE GRIETA DE PROBLEMAS DE FRETTING-FATIGA MEDIANTE X-FEM

M. Sabsabi, E. Giner, M. Tur, F.J. Fuenmayor

Departamento de Ingeniería Mecánica y de Materiales,
Universidad Politécnica de Valencia, Camino de Vera s/n,
46022 Valencia, España.

E-mail: mosab@doctor.upv.es; eginerm@mcm.upv.es

RESUMEN

En este trabajo se presenta el modelado de problemas de la MFEL que conllevan cierre y contacto de las caras de grieta mediante el método extendido de los elementos finitos (X-FEM). La metodología propuesta se ha implementado en el código comercial ABAQUS y se ha validado mediante un ejemplo de referencia. La estimación de K_{II} se ha realizado a través de la integral de dominio equivalente a la integral J modificada con una integral de contorno para incluir el efecto de las tracciones en caras de grieta. La técnica presentada se ha aplicado también a un problema de fretting fatiga, situación en la que la estimación de K_{II} en condiciones de cierre de grieta es importante para modelar el crecimiento de grieta en la fase I de propagación. El efecto del coeficiente de fricción entre las caras de grieta se ha estudiado paramétricamente, evaluando su influencia en el rango ΔK_{II} a lo largo de ciclos de carga y descarga.

ABSTRACT

In this work, the modeling of LFM problems that imply crack face closure and contact using X-FEM (extended finite element method) is presented. The proposed methodology has been implemented in the framework of the commercial code ABAQUS and has been validated through a reference problem. The estimation of K_{II} has been accomplished by means of a domain integral equivalent to the J -integral modified with a contour integral to include the effect of crack face tractions. The proposed technique has also been applied to a fretting fatigue problem, where the estimation of K_{II} under crack closure conditions plays an important role for the stage I modeling of fatigue crack propagation. The effect of the crack face friction coefficient has been studied parametrically and its influence on the range ΔK_{II} has been ascertained during loading and unloading cycles.

PALABRAS CLAVE: Contacto caras de grieta; X-FEM; fretting-fatiga.

1. INTRODUCCIÓN

Mayoritariamente, los estudios de propagación de grieta basados en el enfoque de mecánica de fractura se han centrado en los mecanismos de apertura de grieta en modo I [1]. Sin embargo, en fretting fatiga y otros problemas sometidos a estados de carga complejos, el extremo de grieta en la fase de propagación experimenta un modo mixto de apertura de grieta [1,2]. Además, en fretting fatiga la variación de las cargas aplicadas es no proporcional y el ratio entre los FITs no permanece constante durante los ciclos de carga [1,3-5].

En estas condiciones de carga, las grietas generadas tras la fase de nucleación experimentan procesos de cierre de grieta con contacto entre sus caras, pudiendo encontrarse en estado de adhesión o deslizamiento con fricción [4,6]. La evolución no lineal del estado de grieta y su configuración son fuertemente dependientes del coeficiente de fricción considerado entre las caras e influyen de manera importante en los valores de K_{II} [7].

Es habitual considerar dos fases en la propagación de grieta. La fase I se presenta en los primeros estadios de la propagación y está esencialmente controlada por el modo II [8,9]. La fase II está regida por el crecimiento en modo I y es la que prácticamente domina la mayor parte de la etapa de propagación. Los criterios utilizados en cada una de las fases para predecir la orientación de grieta son diferentes. Uno de los parámetros decisivos que afectan a la orientación y propagación de grieta en la fase I es ΔK_{II} , parámetro que controla el crecimiento coplanar en modo II [9].

En este trabajo se ha estudiado el efecto del coeficiente de fricción entre caras de grieta en el factor de intensidad de tensiones K_{II} en condiciones de fretting fatiga. Para ello, se ha planteado un modelado numérico bidimensional del problema mediante el método de los elementos finitos extendido (X-FEM) [10] y se ha calculado el valor de K_{II} en condiciones de grieta cerrada utilizando la integral de dominio J , considerando el efecto de las tracciones en caras de grieta a través de una integral de contorno.

2. IMPLEMENTACIÓN X-FEM CON CONTACTO EN CARAS DE GRIETA

En los últimos años el método X-FEM [10] se ha mostrado como una herramienta muy eficiente para el modelado numérico de grietas de la MFEL, presentando grandes ventajas. La principal es que no necesita la generación de una malla que tenga en cuenta la discontinuidad geométrica ocasionada por la presencia de las caras de grieta. Por consiguiente, una única malla generada inicialmente es utilizada para cualquier longitud y orientación de grieta. En [11] se combinan las ventajas del método X-FEM y las opciones que presenta el programa comercial ABAQUS para modelar el contacto entre indentador y probeta en presencia de grietas. En el presente trabajo se introduce una metodología de permite analizar el contacto en las caras de grieta y sus efectos. En el método X-FEM, la discontinuidad generada por la presencia de las caras de grieta se formula implícitamente mediante la adición de grados de libertad adicionales en ciertos nodos (nodos enriquecidos). La solución aproximada de X-FEM para un punto de coordenadas \mathbf{x} viene dada por [10]

$$\mathbf{u}_{\text{et}}(\mathbf{x}) = \sum_{i \in I} N_i(\mathbf{x}) \mathbf{u}_i + \sum_{j \in J} N_j H(\mathbf{x}) \mathbf{a}_j + \sum_{k \in K} N_k \left(\sum_{l=1}^4 F_l(r, \theta) \mathbf{b}_k^l \right) \quad (1)$$

donde I es el conjunto de todos los nodos de la malla, J es el subconjunto de nodos que se enriquecen con la función de discontinuidad $H(\mathbf{x})$ (marcados con círculos en la Fig. 1) y K es el subconjunto formado por los nodos enriquecidos con funciones $F_l(r, \theta)$ que reproducen el campo asintótico de extremo de grieta (marcados con cuadrados en la Fig. 1). Por otra parte, $N_i(\mathbf{x})$, \mathbf{u}_i son las funciones de forma y los grados de libertad (gdl) convencionales de cada nodo i , \mathbf{a}_j son los gdl adicionales asociados a las funciones de Heaviside $H(\mathbf{x})$ y \mathbf{b}_k^l los gdl adicionales asociados a las funciones de extremo de grieta.

La implementación X-FEM del contacto en caras de grieta se ha llevado a cabo mediante elementos unidimensionales tipo barra de 2 nodos y 2 gdl por nodo (denominados T2D2 en ABAQUS [12]). En cada punto donde la geometría de la grieta corta al lado de un elemento se crean dos nodos en la misma ubicación (p.ej. P y Q en la Figura 1). Los gdl de estos nodos se vinculan a la solución de X-FEM a través de las ecuaciones de restricción (2) y (3). Para puntos de corte entre dos nodos tipo Heaviside se deberá cumplir:

$$\mathbf{u}_P = \sum_{i=1}^2 N_i(\mathbf{x}_P) [\mathbf{u}_i + (H(\mathbf{x}_P) - H(\mathbf{x}_i)) \mathbf{a}_i] \quad (2)$$

y análogamente para el punto Q. Para puntos de corte entre dos nodos con enriquecimiento de extremo de grieta (puntos R y S en la Fig. 1):

$$\mathbf{u}_R = \sum_{i=1}^2 N_i(\mathbf{x}_R) \left[\mathbf{u}_i + \sum_{j=1}^4 (F_j(\mathbf{x}_R) - F_j(\mathbf{x}_i)) \mathbf{b}_i^j \right] \quad (3)$$

En las Ecs. (2) y (3) el sumatorio se extiende a los nodos enriquecidos que pertenecen al lado del elemento intersectado, ya que las funciones de forma del resto de nodos se anulan en dicho lado (propiedad de “soporte compacto”). Para generar las superficies de contacto a lo largo de las caras de grieta, los nodos que definen la cara superior de la grieta (p.ej. nodos R y F) y la cara inferior (p.ej. S y D) se unen mediante elementos unidimensionales de rigidez despreciable. Con la formulación de las Ecs. (2) y (3) en la que se resta el valor de las funciones de enriquecimiento en los nodos se garantiza que los gdl standard \mathbf{u}_i coinciden con los desplazamientos físicos. Para garantizar que los nodos F y D representan adecuadamente el extremo de grieta, se introduce otra ecuación de restricción que iguala sus gdl.

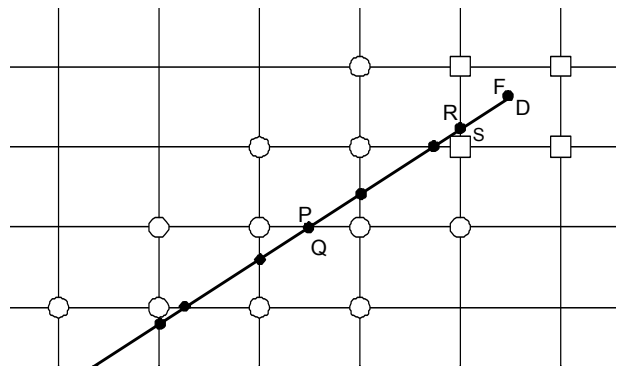


Figura 1. Nodos adicionales para el contacto de caras de grieta en X-FEM

3. INTEGRAL DE DOMINIO CON CONTACTO EN CARAS DE GRIETA

La integral de dominio J en un problema bidimensional con comportamiento elástico, en ausencia de fuerzas por unidad de volumen y en caras de grieta, viene dada por:

$$J = \int_{\Omega} \left(\sigma_{ij} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - W \delta_{ii} \right) \frac{\partial q_i}{\partial x_i} d\Omega \quad (4)$$

donde W es la densidad de energía de deformación, σ_{ij} y u_i los campos solución del problema en el dominio Ω (Fig. 2), y q es una función de ponderación que toma el valor 1 en el extremo de grieta y 0 en el contorno exterior y permite la conversión de la integral J en integral de dominio. Si se consideran las tracciones en caras de grieta la Ec. (4) queda modificada de la forma siguiente [7]:

$$J = \int_{\Omega} \left(\sigma_{ij} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - W \delta_{ii} \right) \frac{\partial q_i}{\partial x_i} d\Omega - J_P \quad (5)$$

donde el término J_P es la siguiente integral de contorno:

$$J_P = \int_{\Gamma_3} \left(T_i \frac{\partial u_j}{\partial x_i} q_i \right) d\Gamma \quad (6)$$

con $\Gamma_s = \Gamma_2 \cup \Gamma_4$, (ver Fig. 2) y $T_i = \sigma_{ij} n_j$ es el vector de tracciones en caras de grieta.

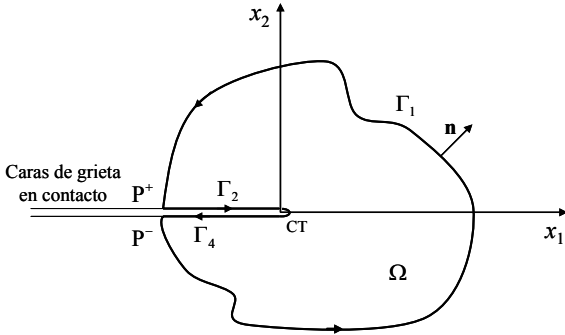


Figura 2. Dominio y contorno para la integral J

Como $n_1 = 0$ en Γ_2, Γ_4 , y si se define $\Delta U_1 = u_{1,\Gamma_2} - u_{1,\Gamma_4}$ como el desplazamiento tangencial relativo entre puntos homólogos de las caras de grieta, se puede escribir $\frac{\partial(\Delta U_1)}{\partial x_1} = \frac{\partial(u_{1,\Gamma_2})}{\partial x_1} - \frac{\partial(u_{1,\Gamma_4})}{\partial x_1}$, resultando:

$$J_P = \int_{CT}^P \sigma_{12} \frac{\partial(\Delta U_1)}{\partial x_1} q_1 dx_1 \quad (7)$$

que corresponde a una integral de contorno a lo largo de la cara de grieta entre el extremo de grieta CT y el punto P donde corta el contorno Γ_1 a las caras de grieta (habiendo asumido que es el mismo en ambas caras, P^+ y P^-). En el caso de que la tensión tangencial σ_{12} sea constante entre P y CT, y puesto que en el extremo de grieta se cumple $\Delta U_1(x_{CT}) = 0$ la integral J_P se simplifica si se toma un radio r_q para la función q dentro del cual $q = 1$, resultando:

$$J_P = \sigma_{12} \Delta U_1(x_P) \quad (8)$$

4. VALIDACIÓN DE LA IMPLEMENTACIÓN DE X-FEM CON CONTACTO EN CARAS DE GRIETA

Para validar la implementación se ha considerado el problema de una placa infinita que contiene una grieta de longitud $2a$, en un material elástico lineal, homogéneo e isótropo, sometido a tensiones tangenciales y de compresión (Fig. 3 con $W/a = \infty$). La solución analítica de este problema para K_{II} se puede encontrar en [7] y es:

$$K_{II,ex} = \sqrt{\pi a} (\tau - f\sigma) \quad (9)$$

donde f es el coeficiente de fricción entre caras de grieta y τ, σ son las tensiones aplicadas remotamente. El valor

de K_{II} se ha calculado utilizando la implementación del contacto en caras de grieta en X-FEM. Puesto que el extremo de grieta permanece cerrado, $K_I = 0$ y el valor de K_{II} , se puede calcular como:

$$K_{II,ef} = \sqrt{J E'} \quad (10)$$

con J calculada mediante (5) siendo $E' = E$ en tensión plana y $E' = E(1-\nu^2)$ en deformación plana.

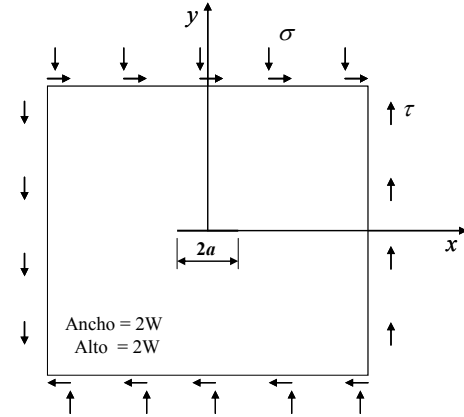


Figura 3. Grieta sometida a tensiones tangenciales y de compresión

En la solución numérica del problema se ha tomado $a = 1, W/a = 10, E = 1$ unidades de presión y $\nu = 0.333$. El tamaño mínimo de elemento es $h_e/a = 0.23$, y las tensiones aplicadas $\sigma = 5$ (compresión) y $\tau = 5$. La Fig. 4 muestra la deformada en el entorno del extremo izquierdo de grieta, donde se aprecia el desplazamiento relativo entre los nodos P y Q.

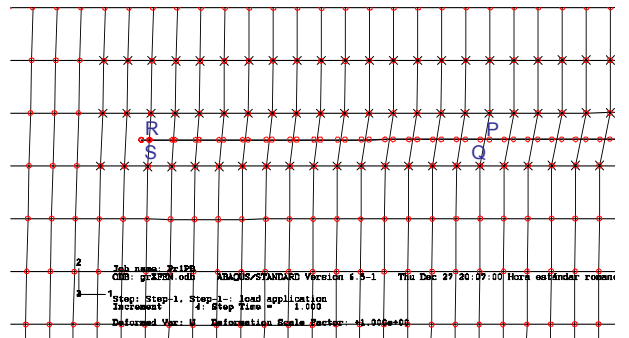


Figura 4. Malla con XFEM, mostrando el extremos izquierdo de grieta

El problema se ha resuelto para los coeficientes de fricción $f = 0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4$ y 0.5 . La Fig. 5 muestra el efecto de f en el desplazamiento relativo tangencial a lo largo de la grieta, observándose que ΔU_1 disminuye a medida que f crece. La Fig. 6 muestra cómo aumentan las tensiones tangenciales en caras de grieta al aumentar f . En este problema se observa un valor constante de las tracciones $q(x) \equiv \sigma_{12}(x)$ a lo largo de las caras de grieta dado que $p(x)$ es constante y se cumple que $q(x) = fp(x)$ al estar deslizando todos los puntos de la grieta (como se muestra en la Fig. 5).

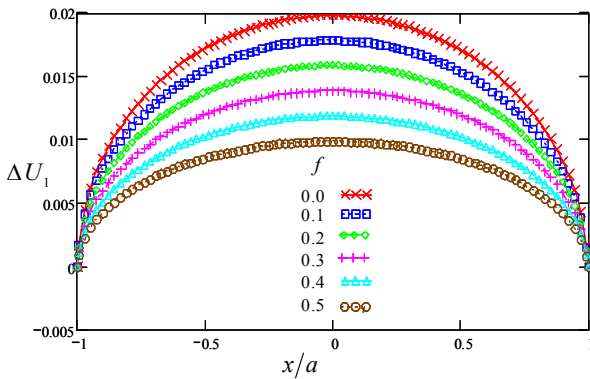


Figura 5. Desplazamiento relativo tangencial

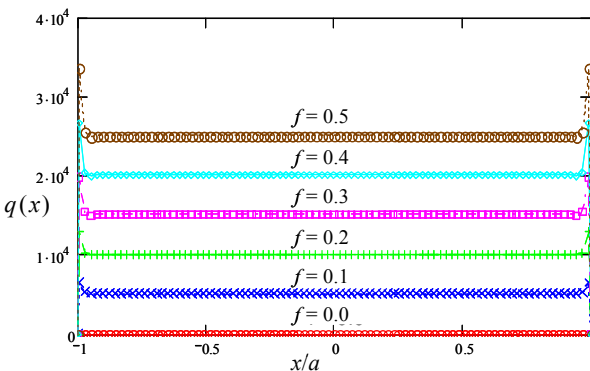


Figura 6. Distribución de las tensiones tangenciales

Se ha calculado el FIT K_{II} para los seis valores del coeficiente de fricción, utilizando los resultados mostrados en las Figs. 5 y 6 y las ecuaciones (4), (5) y (10). Para la función q , se ha tomado un radio $r_q/a = 0.5$. La relación obtenida entre K_{II} y f se muestra en la Fig. 7.

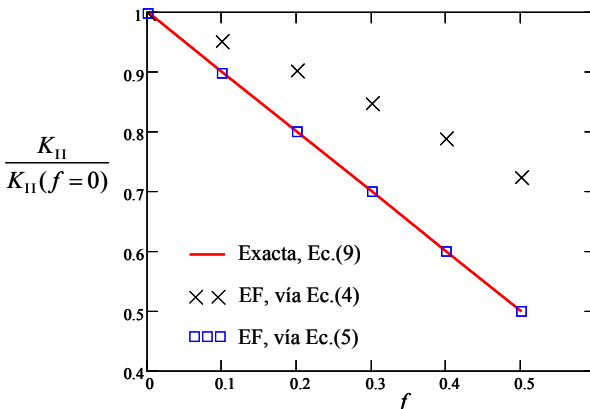


Figura 7. Problema de referencia. Relación FIT vs. f .

Se aprecia que los valores calculados con la implementación X-FEM y la integral J modificada (5) coinciden prácticamente con los valores exactos. Se observa también que la no inclusión del término corrector J_p , Ec. (4), introduce un error considerable.

5. APLICACIÓN A GRIETA EN CONDICIONES DE FRETING - FATIGA

El modelo de fretting analizado corresponde al problema en condiciones de contacto completo

mostrado en la Fig. 8. Las dimensiones del modelo son $h = c = e = 10$ mm, $w = 40$ mm. El material es aluminio 7075-T6, con $E = 72$ GPa y $\nu = 0.3$. El coeficiente de fricción tomado en el contacto entre indentador y probeta es $f_{ind} = 0.8$ [10].

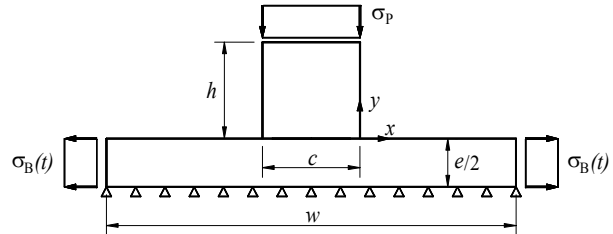


Figura 8. Problema de fretting en contacto completo

La secuencia de la aplicación de las cargas en función del tiempo se muestra en la Fig. 9. Se han considerado 8 pasos en el análisis. En el primer paso, se aplica únicamente la carga normal hasta su valor máximo $\sigma_p = 80$ MPa. A partir del segundo paso se aplica la carga cíclica en la probeta incrementando hasta su valor máximo $\sigma_{B,max} = 120$ MPa y evolucionando con $R = -1$.

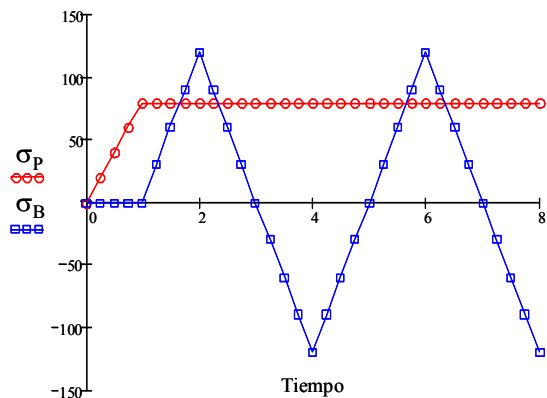


Figura 9. Evolución de las cargas aplicadas

Para el establecimiento de una grieta inicial, se ha analizado la zona de nucleación en el entorno del extremo de la zona de contacto del indentador [13]. Con el fin de determinar el ángulo de nucleación de la grieta inicial, se ha resuelto numéricamente el modelo de la Fig. 8 (sin grieta) y se ha aplicado el criterio del plano crítico (McDiarmid). El resultado obtenido es un ángulo de $\theta = 14^\circ$ medido desde la superficie del contacto del indentador (ver Fig. 10). Además, se ha tomado una grieta de longitud inicial $a_0/c = 0.04$.

En principio el valor de f en las caras de grieta es de difícil estimación. Por ello, se ha estudiado paramétricamente el efecto de f en el valor de K_{II} , tomando $f = 0.0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8$ y 1.0 . La Fig. 11 muestra la distribución del desplazamiento relativo tangencial a lo largo de la grieta para dos valores de f y para el rango de tiempo t de 6 a 8 en el que se puede considerar que se ha alcanzado condiciones de “shakedown”. La coordenada x_1 está referida al sistema de extremo de grieta mostrado en la Fig. 2.

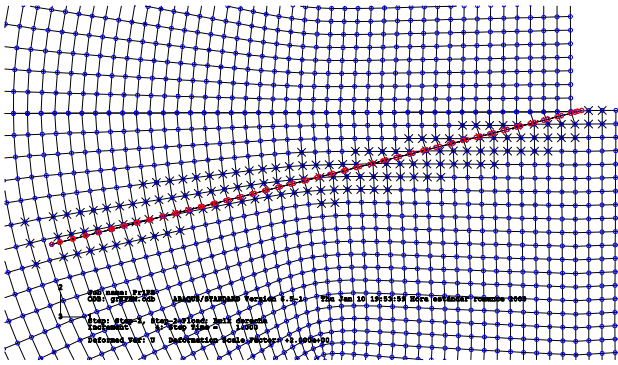


Figura 10. Detalle de la malla X-FEM, mostrando la grieta inicial.

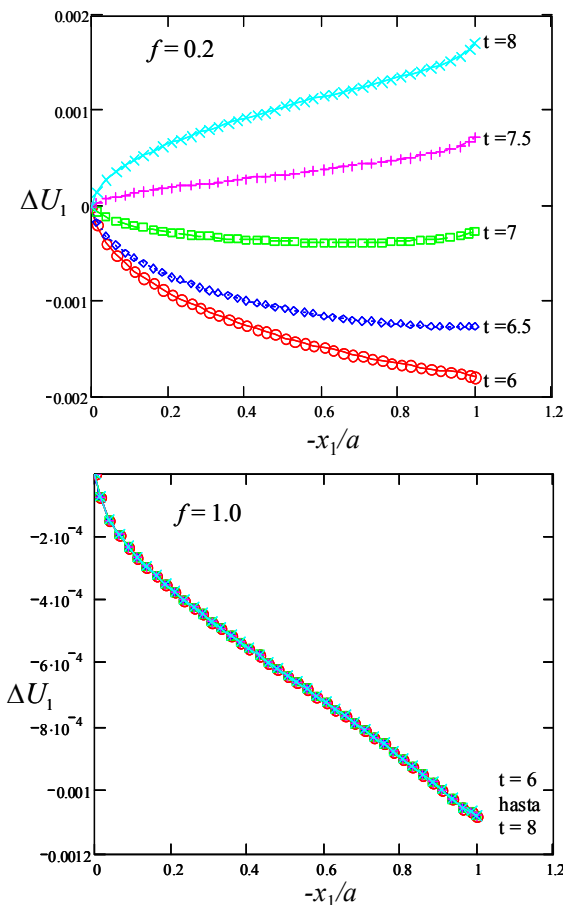


Figura 11. Distribución del desplazamiento tangencial a lo largo de la grieta.

Es importante señalar que las caras de grieta permanecen en contacto durante todo el proceso de carga (no hay apertura en modo I), debido a la configuración de las cargas aplicadas y al pequeño ángulo de inclinación de la grieta con respecto al plano de contacto del indentedor. Para un valor bajo del coeficiente de fricción, $f=0.2$, la Fig. 11, muestra que el desplazamiento relativo tangencial varía a lo largo del ciclo (las caras de grieta deslizan en uno y otro sentido). Sin embargo, para coeficientes de fricción mayores, $f=1.0$, las caras de grieta experimentan un deslizamiento relativo durante la primera fase de aplicación de la carga en la probeta $\sigma_B(t=1-2)$ que

posteriormente permanece constante durante el resto del ciclo. En otras palabras, las caras permanecen en estado de adhesión, aunque reteniendo un estado de deformación que induce un valor de K_{II} residual en el extremo de grieta.

Se ha calculado la evolución de K_{II} para los seis valores de f mencionados anteriormente utilizando las Ecs. (5) y (10). Se ha tomado un radio de la función q de $r_q/a=0.2375$, tal que no excede el dominio de la probeta. Notar que la Ec. (10) sólo permite obtener el valor absoluto de K_{II} . El signo de K_{II} ha sido discriminado analizando el estado tensional σ_{12} en el entorno del extremo de grieta. La Fig. 12 presenta la evolución de K_{II} durante el proceso de carga-descarga para el caso $f=0.2$. Los resultados obtenidos mediante J , Ecs. (5) y (10) se comparan con los resultados obtenidos mediante la técnica de extrapolación de tensiones, a partir de los valores de σ_{12} a lo largo del eje denotado como x_1 en la Fig. 2. La concordancia entre ambos procedimientos confirma la correcta aplicación de la metodología propuesta.

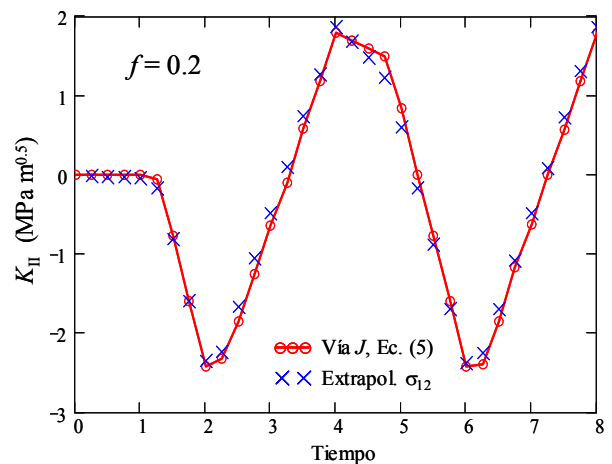


Figura 12. Comparación de resultados de K_{II} mediante J y extrapolación de tensiones para $f=0.2$.

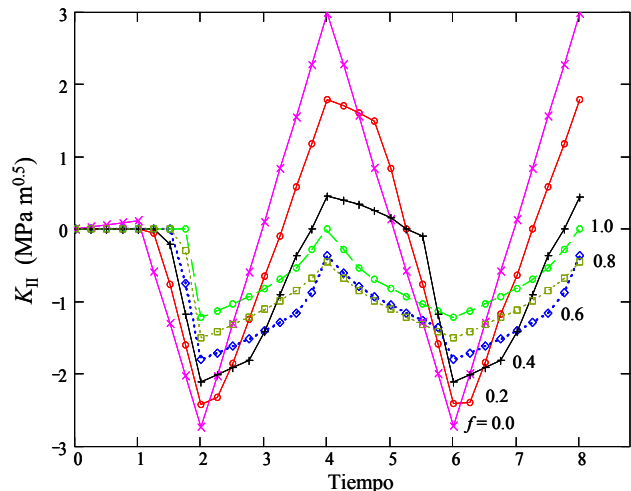


Figura 13. Evolución de K_{II} para distintos f .

La Fig. 13 muestra la variación de K_{II} durante el proceso de carga-descarga para la serie de coeficientes

de fricción en caras de grieta. Se observa cómo la variación puramente lineal de K_{II} para el caso $f=0$ se pierde para $f>0$ debido a las etapas de adhesión entre caras de grieta. Las no linealidades son debidas al estado de K_{II} residual existente generado por las caras de grieta en adhesión cuando se inicia la evolución reversa. Lógicamente, estas etapas tienen una mayor extensión cuanto mayor es el coeficiente de fricción.

La Fig. 14 muestra los valores máximos y mínimos de K_{II} en función de f , permitiendo evaluar el rango ΔK_{II} que controla el crecimiento de grieta durante la fase I de propagación. Se observa que este rango disminuye notablemente a medida que f aumenta. Sin embargo se aprecia que en las condiciones analizadas $\Delta K_{II} > 0$ para todos los coeficientes de fricción estudiados. En última instancia, esto es debido al pequeño ángulo de inclinación de la grieta que hace que la carga en la probeta σ_B presente una gran componente tangencial respecto al plano de grieta.

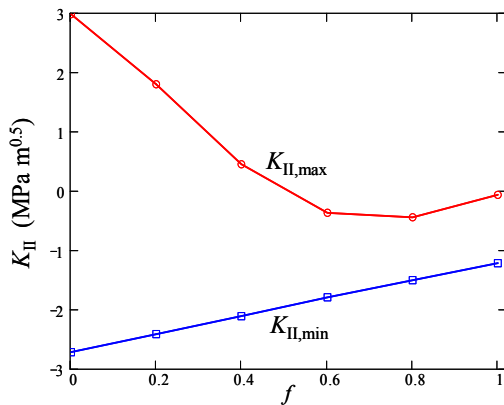


Figura 14. Relación FIT vs f en fretting-fatiga

6. CONCLUSIONES

Se ha implementado el método X-FEM de forma que es posible analizar el contacto con fricción en caras de grieta. Ello permite disponer de una herramienta numérica eficiente, que ha sido validada a través de un problema de referencia. Para el cálculo indirecto del FIT K_{II} presente en grietas cerradas con deslizamiento entre sus caras se ha utilizado la integral J modificada con una integral de contorno. La aplicación de la metodología a un problema de fretting fatiga permite calcular ΔK_{II} , variable que rige el crecimiento coplanar en modo II [9]. Se ha realizado un estudio paramétrico del valor de K_{II} frente al valor del coeficiente de fricción f mostrando que ΔK_{II} puede alcanzar valores apreciables en un amplio rango de f en condiciones de fretting.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer al Ministerio de Ciencia y Tecnología por la financiación recibida a través del proyecto DPI2007-66995-C03-02 y a la Conselleria d'Empresa, Universitat i Ciència de la Generalitat Valenciana a través del proyecto GV06/124.

REFERENCIAS

- [1] Bold, P.E., Brown, M.W., Allen, R.J., A review of fatigue crack-growth in steels under mixed mode-I and mode-II loading, *Fatigue Fract Engng Mater & Struct*, **15**(10), 965-977, 1992.
- [2] Wang, M.O., Hu, R.H., Qian, C.F., Li, J.C.M., Fatigue crack growth under mode II loading, *Fatigue Fract Engng Mater & Struct*, **18**(12), 1443-1454, 1995.
- [3] Hourlier, F., d'Hondt, H., Truchon, M., Pineau, A., *fatigue crack path behavior under polymodal fatigue.*, Multiaxial fatigue, STP 853, ASTM, Philadelphia (1985), pp. 228-248.
- [4] Ribeaucourt, R., Baietto-Dubourg, M.C., Gravouil, A., A new fatigue frictional contact crack propagation model with the coupled X-FEM/LATIN method, *Comp Meth Appl Mech Engng*, **196**(33-34), 3230-3247, 2007.
- [5] Dubourg, M.C., Lamacq, V., A predictive rolling contact fatigue crack growth model: Onset of branching, direction, and growth - Role of dry and lubricated conditions on crack patterns, *ASME J Tribology*, **124**(4), 680-688, 2002.
- [6] Hills, D.A., Nowell, D., *Mechanics of Fretting Fatigue*, Solid mechanics and its applications, Vol. 30, Kluwer Academic Press, 1994.
- [7] Dorogoy, A., Banks-Sills, L., Shear loaded interface crack under the influence of friction: a finite difference solution, *Int J Num Methods Engng*, **59**(13), 1749-1780, 2004.
- [8] Lamacq, V., Dubourg, M.C., *Stage II crack propagation direction determination under fretting fatigue loading: A new approach in accordance with experimental observation*, Fretting Fatigue: Current Technology and Practices, STP 1367, ASTM (2000), pp. 436-450.
- [9] Plank, R., Kuhn, G., Fatigue crack propagation under non-proportional mixed mode loading, *Engng Fract Mech*, **62**(2-3), 203-229, 1999.
- [10] Moës, N., Dolbow, J., Belytschko, T., A finite element method for crack growth without remeshing, *Int J Numer Methods Engng*, **46**(1), 131-150, 1999.
- [11] Giner, E., Vercher, A., Tarancón, J.E., González, O.A., Fuenmayor, F.J., Análisis mediante X-FEM de la orientación de grieta en un problema de fretting-fatiga con contacto completo, *Anales de Mecánica de la Fractura* vol. 23, Albarracín, (2006), pp 141-146.
- [12] ABAQUS v. 6.5, *Theory manual*. HKS, 2004.
- [13] Mutoh, Y., Xu, J.Q., Fracture mechanics approach to fretting fatigue and problems to be solved, *Tribology Int*, **36**(2), 99-107, 2003.