

**MAPAS DE RIESGO Y EVALUACIÓN PROBABILÍSTICA DE FALLO GLOBAL:  
DOS MODOS DE INTERPRETAR LA INTEGRIDAD ESTRUCTURAL**

**M. Muñoz Calvente \*, A. Ramos , M.J. Lamela Rey, F. Pelayo, A. Fernández Canteli**

Escuela Politécnica de Ingeniería, Universidad de Oviedo  
Campus de Viesques, 33203 Gijón  
\*E-mail: munizcmiguel@uniovi.es

**RESUMEN**

En trabajos anteriores, los autores han desarrollado un modelo local generalizado (MLG) que permite deducir la función de distribución primaria de fallo (FDPF) asociada a un determinado tipo de fractura del material bajo estudio. La consideración de esta FDPF como propiedad del material facilita su aplicación en las fases de diseño, dimensionamiento e inspección de componentes reales, teniendo en cuenta la distribución del parámetro de referencia de fallo en el componente, debida a un estado general de carga, incluyendo asimismo la consideración del efecto de escala. Desde la perspectiva de integridad estructural, esta metodología garantiza la transferibilidad desde el nivel de ensayos experimentales simples al dimensionamiento real de componentes mecánicos o estructurales complejos bajo dos modalidades: probabilidad global y los mapas de daño. La primera proporciona la probabilidad de fallo determinante para un dimensionamiento definitivo, mientras que la segunda representa un riesgo de fallo localizado que facilita un eventual redimensionamiento del componente pero sin referencia a la probabilidad total de fallo del mismo. Con el fin de ilustrar el papel de estas dos herramientas en el análisis de la integridad estructural se presenta un ejemplo de aplicación para el caso particular del dimensionamiento de placas de vidrio.

**PALABRAS CLAVE:** Modelo local probabilístico generalizado, probabilidad global de fallo, mapas de daño.

**ABSTRACT**

In a previous work, the authors developed a generalized probabilistic local approach (GPLA) that allows us to determine the primary failure cumulative distribution function (PFCDF) associated with a particular type of fracture of the material under study. The consideration of the PFCDF as a material property enables us its use in the design and maintenance phases of real components considering the non-uniform distribution of the critical parameter and including the scale effect too. In the design phase, but also along the lifetime of the component, the hazard maps complements the information provided by the global probability calculation in the sense that while the latter informs whether the component fulfills the safety requirements as a whole, the former permits us to identify local critical points in the current design and to advise on the possible convenience of avoiding such deficiencies by a local redesign of the component. In order to promote the implementation of the methodology proposed, an application is exemplary presented for the particular case of experimental results of glass plates.

**KEYWORDS:** Generalized probabilistic local approach, global probability of failure, hazard maps.

**1. INTRODUCCIÓN**

En la actualidad, suelen emplearse programas de cálculo por elementos finitos durante la fase de diseño de un componente industrial con el fin realizar un dimensionamiento correcto. Este dimensionamiento está basado en un criterio de fallo local que se evalúa en cada elemento de la malla de elementos finitos. Generalmente, estos modelos se aplican con el fin de determinar el coeficiente de seguridad del componente, que puede definirse como una relación entre el valor máximo del parámetro crítico alcanzado en el componente y el máximo valor de aquél que el componente es capaz de soportar. Sin embargo, este procedimiento no aporta al calculista ningún dato sobre la probabilidad de fallo, ni a nivel local ni global, lo que

dificulta la toma de decisiones durante las etapas de rediseño o el mantenimiento.

La dispersión, nada despreciable, que evidencian, en general, los resultados obtenidos en los programas experimentales deja en evidencia a este enfoque determinista en la fase de dimensionamiento. La metodología que se presenta en este trabajo permite representar la dispersión obtenida en los ensayos experimentales como función de distribución, posibilitando así la conversión de los mapas de tensiones o deformaciones obtenidos mediante elementos finitos en mapas de probabilidad de fallo local y global para cualquier componente.

Por otra parte, es difícil, si no imposible, desarrollar una metodología para la comprobación del criterio de fallo en base a resultados de distintos programas experimentales mediante la aplicación de enfoques puramente deterministas, puesto que con estos no es posible tener en cuenta la influencia del tamaño o forma de la probeta ni de la distribución del parámetro crítico en cada uno de los ensayos. En este artículo, se propone una metodología que permite evaluar la calidad de un criterio de fallo teniendo en cuenta estos efectos.

El cálculo de mapas de riesgo y de probabilidades globales de fallo de componentes en servicio se basa en el denominado modelo local generalizado (MLG) desarrollado por los autores en trabajos previos [1-3], que resulta ser una extensión y generalización del modelo de Beremin [4]. El MLG permite obtener una relación directa entre la variable crítica representada en el criterio de fractura y la probabilidad de fallo. Esta relación, conocida como función de distribución primaria de fallo (FDPF) está basada en la ecuación triparamétrica de Weibull:

$$P_{fallo} = 1 - \exp \left[ - \left( \frac{PG - \lambda}{\delta} \right)^\beta \right] \quad (1)$$

donde  $\lambda$ ,  $\beta$  y  $\delta$  son los parámetros de localización, forma y escala asociados al área de referencia  $S_{ref}$  y PG es el parámetro generalizado relacionado con el criterio de fallo seleccionado.

La organización del artículo es la siguiente. En primer lugar se define la metodología a aplicar en el MLG para crear mapas de riesgo y calcular la probabilidad global de cualquier tipo de componente sometido a cualquier estado tensional basándose en su FDPF. A continuación, se presenta una aplicación de la metodología anterior en la comprobación de un criterio de fallo aplicado a programas experimentales de distinto tipo. Finalmente se presenta la implementación de esta metodología sobre un software comercial (ABAQUS[5]) con el objetivo de facilitar la difusión de la misma ilustrándose su utilización mediante algunos ejemplos prácticos de vidrio estructural.

## 2. MAPAS DE RIESGO

Un mapa de riesgo es un gráfico que resalta las áreas que se ven afectadas o son vulnerables a un determinado tipo de fallo, proporcionando información visual sobre la probabilidad de que se produzca este fenómeno en cada punto del espacio estudiado. Este tipo de mapas han sido creados típicamente para predicción y análisis de desastres naturales, tales como terremotos, volcanes, deslizamientos de tierra, tsunamis, etc. En sus aplicaciones al diseño estructural, los mapas de riesgo se tienen en cuenta para definir el estado tensional o deformacional sin que, en general, proporcionen información probabilística a pesar de la información

relevante que podrían aportar en las fases de diseño e inspección.

La ecuación (1) permite obtener la probabilidad de fallo de un elemento de tamaño  $S_{ref}$  sometido a una distribución uniforme del parámetro crítico (PG). Sin embargo, dado que la distribución del parámetro crítico es generalmente irregular ésta deberá ser evaluada numéricamente a nivel local es decir, de cada elemento finito. Admitiendo independencia estadística y aplicabilidad del principio del eslabón más débil, el efecto de escala, puede incorporarse a la expresión (1), para definir la probabilidad de fallo de un elemento finito de tamaño  $\Delta S$  del componente estudiado para el valor local del parámetro generalizado, mediante la expresión:

$$P_{fallo,\Delta S} = 1 - \exp \left[ - \frac{S_{ref}}{\Delta S} \left( \frac{PG - \lambda}{\delta} \right)^\beta \right] \quad (2)$$

donde  $S_{ref}$  sigue siendo el tamaño de referencia experimental.

## 3. PROBABILIDAD GLOBAL DE FALLO

La probabilidad global de fallo puede definirse como el resultado de la consideración simultánea de todas las probabilidades a nivel de elemento local de alcanzar el estado crítico de fallo en cualquiera de los elementos que constituyen el componente. El siguiente ejemplo puede clarificar la diferencia entre probabilidad global de fallo y mapa de riesgo. Para ello se considera una cadena traccionada, en la que un mapa de riesgo proporciona la probabilidad de que cada uno de los eslabones falle independientemente del resto, mientras que la probabilidad global representa la probabilidad de que falle la cadena como conjunto.

En la fase de diseño y a lo largo de la vida útil de los componentes, los mapas de riesgo complementan la información proporcionada por la probabilidad global de fallo en el sentido de que mientras esta última informa si el componente cumple en su totalidad los requisitos de seguridad, aquellos nos permiten identificar puntos críticos locales del diseño actual y establecer la conveniencia de realizar un rediseño a nivel local.

El método de cálculo de la probabilidad global se basa en el principio del eslabón más débil, que establece que la probabilidad de supervivencia global de un componente puede ser calculada como el producto de las probabilidades de supervivencia de cada uno de sus elementos. Con lo cual la probabilidad de rotura viene dada por la expresión:

$$P_{fallo} = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - P_{fallo,\Delta S_i}) \quad (3)$$

#### 4. COMPROBACIÓN DEL CRITERIO DE FALLO

El objetivo de este apartado es presentar una metodología para la comprobación de validez de un criterio de fallo para cualquier distribución del parámetro crítico y tamaño de probeta ensayada e ilustrar su aplicabilidad mediante un ejemplo. Para ello se han simulado dos programas experimentales con probetas de distinto tamaño (ver Fig. 1), el primero, de flexión a cuatro puntos (4P) y el segundo de flexión a tres puntos (3P) considerando como parámetro crítico (PG) la tensión principal máxima. La figura 2 muestra el resultado de los treinta ensayos simulados para cada tipo de ensayo. Como se puede apreciar, ni la media ni la desviación típica del parámetro crítico para los dos ensayos coinciden, lo que podría llevar a entender que el parámetro crítico seleccionado no es el adecuado. Sin embargo, este resultado es totalmente lógico, ya que el efecto de escala y el cambio del tipo de ensayo juegan un papel importante en la distribución de fallo de los componentes ensayados.

La visualización de ambos mapas de riesgo proporciona una información útil sobre la probabilidad de fallo local para cada componente. La figura 1 muestra los mapas de riesgo para los dos ensayos sometidos a unas cargas de las que resulta en ambos casos el mismo valor máximo de PG. Como se puede observar, en el ensayo de flexión a 4 puntos existe una zona mayor que en el de flexión a 3 puntos, sometida al máximo valor de PG, de la que resulta una mayor probabilidad de fallo en el primer caso que en el segundo, o lo que es lo mismo, menores niveles del PG de fallo en el primero que en el segundo caso.

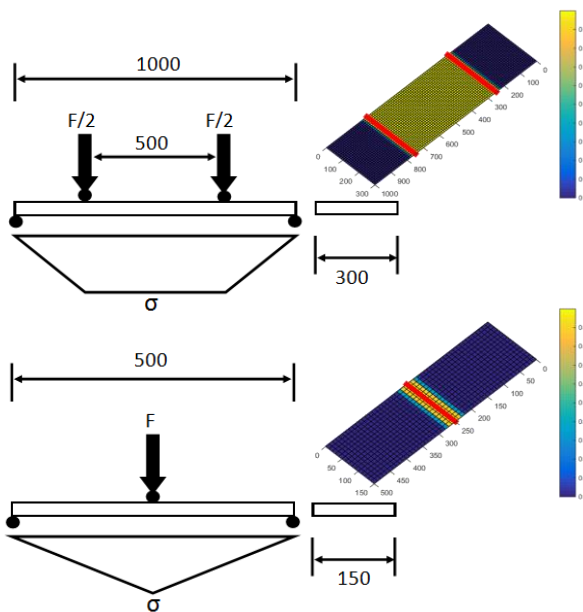


Figura 1. Geometrías y ejemplos de mapa de riesgo para ensayos de flexión en 3 y 4 puntos

Este hecho no permite deducir directamente si un componente sometido a un valor alto pero meramente local del PG presenta una probabilidad de fallo global mayor o menor que otro sometido a un valor relativamente bajo de PG pero extensivo a todo el elemento. Sin embargo, a través de la FDDPF del material y de la ecuación 2 es posible calcular la probabilidad de fallo local de cada elemento finito para un estado dado de carga (mapa de riesgo) y convertir posteriormente esas probabilidades de fallo locales en una probabilidad de fallo global mediante la ecuación 3. De este modo, se calcula la probabilidad global de fallo para cada nivel de carga en cada tipo de ensayo, lo que permite deducir las funciones de distribución experimentales de fallo que se muestran en la Fig. 4 y ratificar así la validez del criterio

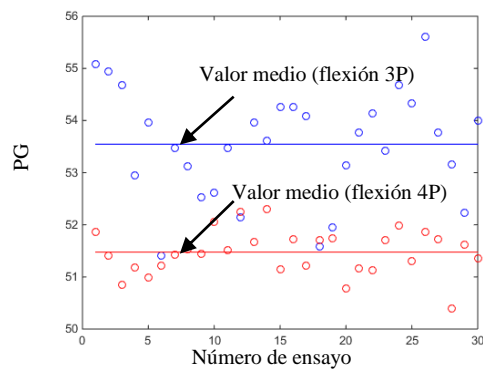


Figura 2. Resultados experimentales simulados

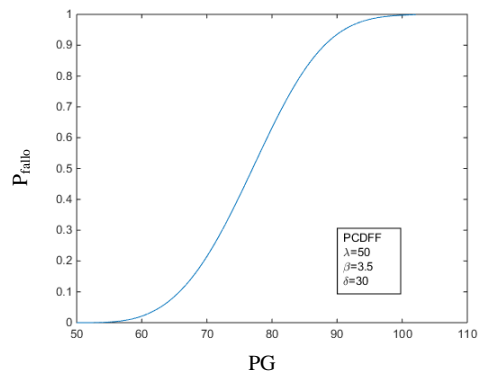


Figura 3. Función de distribución primaria

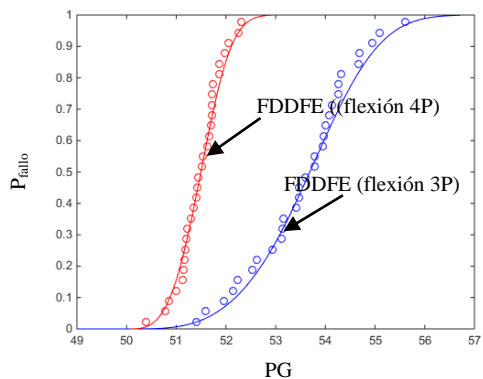


Figura 4. Funciones de distribución de fallo experimentales

de fallo adoptado, sin más que recurrir a la FDPF del material para predecir las probabilidades globales de fallo para distintos tipos de ensayos y confirmar su concordancia con los resultados experimentales.

### 5. EJEMPLO DE APLICACIÓN

Con el fin de facilitar la comprensión, implementación y difusión de la metodología propuesta, se presenta aquí un ejemplo de diseño real en el que se busca optimizar la posición de los soportes de anclaje de un panel de vidrio templado.

Ello responde al incremento y diversificación en el uso generalizado de elementos estructurales de vidrio, que trata de combinar los conceptos de sostenibilidad, funcionalidad y estética con su empleo en cubiertas, fachadas e interiores. De hecho, en la actualidad prácticamente todos los edificios altos o singulares recurren a la presencia de vidrio en sus fachadas exteriores y en ocasiones en elementos portantes interiores.

#### 5.1. Programa de post-procesado

El Plug-in desarrollado para el software comercial ABAQUS permite obtener los mapas de riesgo y la probabilidad de fallo global para una determinada simulación de elementos finitos. Este Plug-in está diseñado para elementos de vidrio estructural monolíticos en los que el PG es una combinación de las tensiones principales en cada elemento. Sin embargo,

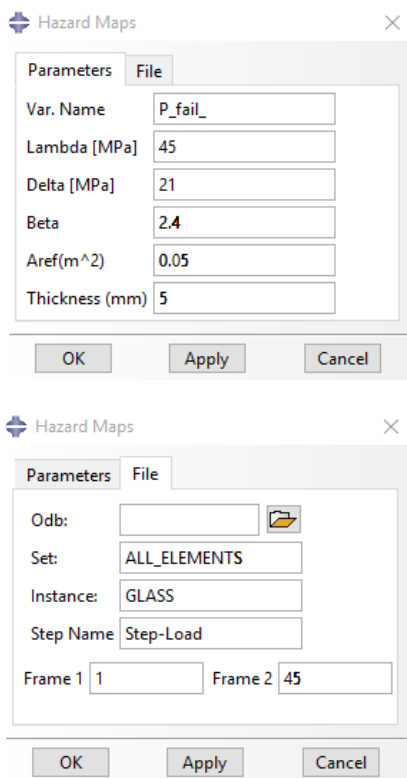


Figura 5. Programa de post-procesado para ABAQUS

cabe destacar que la metodología local generalizada, presentada en este trabajo, es aplicable con generalidad a distintos materiales y criterios de fallo, independientemente de la relativa complejidad que puedan representar estos últimos.

La figura 5 muestra las dos ventanas principales del programa. En la primera de ellas deben introducirse los parámetros de Weibull obtenidos experimentalmente, el tamaño de referencia al que están vinculados, el nombre de la variable en la que se almacenarán los valores locales de probabilidad de fallo para la representación del mapa de riesgo a calcular y finalmente el espesor del vidrio simulado. En la segunda, se deberán definir el archivo de resultados (.odb), el grupo de elementos sobre el que se quiere calcular la probabilidad de fallo local y el espacio temporal para el que se solicita (Step y Frames).

A continuación se muestran algunos ejemplos ejecutados con este Plug-in, que puede encontrarse en la página web [downloads.iemesgroup.com](http://downloads.iemesgroup.com).

#### 5.2. Programa experimental

En trabajos anteriores [6] se han realizado ensayos experimentales de flexión a cuatro puntos (UNE-EN 1288-3:2000 [7]) y de anillos concéntricos (UNE-EN 1288-5:2000 [8]) para caracterizar el vidrio recocido estudiado a fractura. La figura 6 muestra la FDPF y los parámetros de Weibull obtenidos para este tipo de vidrio tomando como criterio de fallo la siguiente combinación de las tensiones principales máximas:

$$GP = (\sigma_I^\beta + \sigma_{II}^\beta + \sigma_{III}^\beta)^{1/\beta} \quad (4)$$

#### 5.3. Optimización del diseño

Una vez determinado y comprobado el criterio de fallo y obtenida la FDPF como propiedad del material, estos datos pueden ser utilizados en la fase de diseño de un componente. En este caso, la aplicación se dirige a la obtención de la posición óptima de los soportes de una placa de vidrio a colocar en una fachada. La geometría estudiada se muestra en la figura 7, donde la posición

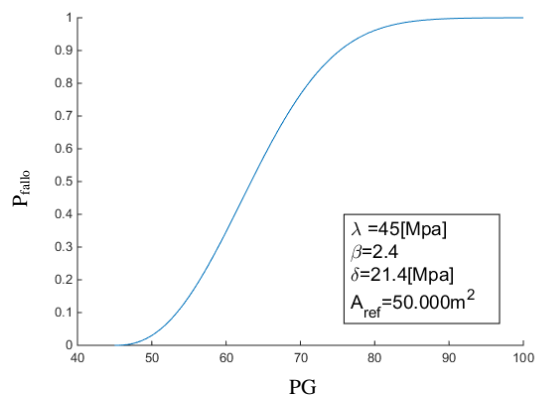


Figura 6. FDPF obtenida experimentalmente para el vidrio recocido

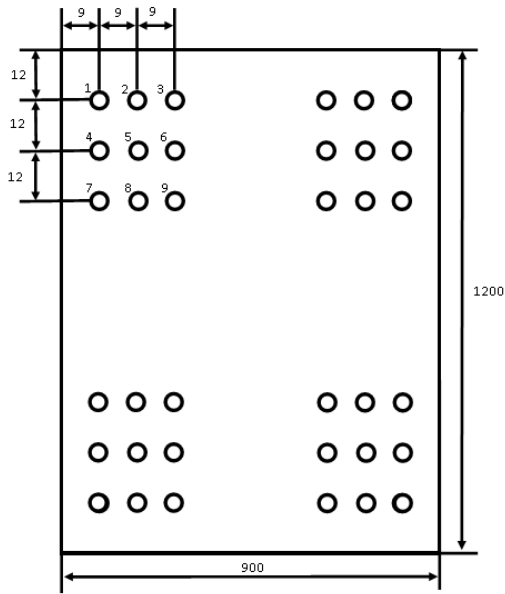


Figura 7. Geometría estudiada en el proceso de optimización

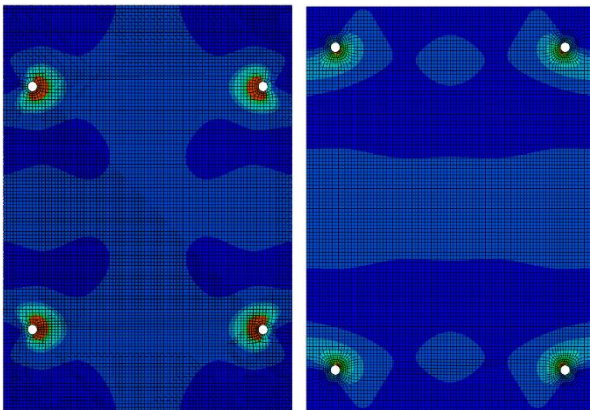


Figura 8. Distribuciones del parámetro generalizado para dos de los casos estudiados

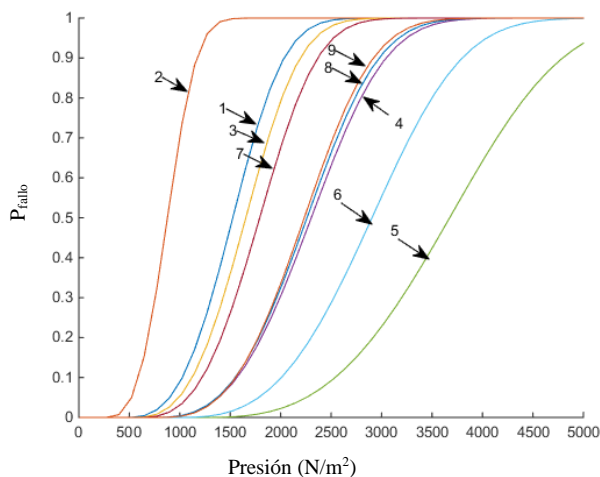


Figura 9. Probabilidades de fallo globales para las distintas posiciones estudiadas

de los anclajes es la variable a optimizar. Se han realizado nueve simulaciones de acuerdo con las diferentes posiciones supuestas para los anclajes del

vidrio, el cual está sometido a una carga uniforme que representa la acción del viento. Las simulaciones se llevaron a cabo mediante el programa de elementos finitos ABAQUS [4] considerando elementos SC8R, en condiciones de elasticidad lineal y empotramiento perfecto en los apoyos. La presión aplicada se va incrementando desde 0 MPa a 5000 MPa, siendo este valor suficiente para alcanzar una alta probabilidad de fallo en todos los distintos diseños. El valor local del parámetro crítico ha sido calculado de acuerdo con la Eq. 4, introducida en el Plug-in para ABAQUS.

La figura 8 muestra la distribución del PG para dos de los casos estudiados. Desde el punto de vista determinista es imposible determinar cuál de los dos diseños es el óptimo, ya que el valor máximo local de PG es muy similar y, por lo tanto, también lo será el factor de seguridad. Sin embargo, al transformar estas distribuciones tensionales en mapas de riesgo (ver figura 10) se ponen de manifiesto las áreas sujetas a una cierta probabilidad de rotura, lo que permite distinguir qué diseños son los más apropiados y qué partes del componente requieren especial atención desde el punto de vista de una posible fractura local.

Posteriormente, se calcularon las curvas que relacionan la probabilidad de fallo del componente a nivel global con la carga aplicada. Como puede comprobarse en la figura 9, el valor umbral para el que comienza a existir una probabilidad de fallo es mayor en los casos 4, 5, 6, 8 y 9 que en el resto, lo que permite predecir que estas configuraciones fallarán para cargas mayores. Por otra parte, queda demostrado que la posición 5 es la óptima, ya que para cualquier nivel de carga proporciona una probabilidad de fallo claramente menor que el resto.

## 6. CONCLUSIONES

Las principales conclusiones de este trabajo son:

- La aplicación de la función de distribución primaria de fallo (FDPF), obtenida mediante el modelo local generalizado (MLG) a partir de resultados experimentales en probetas de laboratorio, permite obtener mapas de riesgo y probabilidades de fallo globales de componentes reales con geometrías, tamaños y solicitaciones diferentes a las probetas ensayadas en el laboratorio.
- La metodología presentada alerta sobre el error que resulta del desconocimiento y omisión del efecto de escala durante la fase de desarrollo, evidenciando las diferencias de las probabilidades resultantes para los distintos tamaños de probeta.
- La determinación de los mapas de riesgo y el cálculo de la probabilidad global de fallo aportan una nueva perspectiva conjunta en el diseño y dimensionamiento de componentes que va más allá de la simple interpretación del valor máximo del parámetro de referencia frente a la rotura, facilitando la optimización en el diseño y cálculo de integridad estructural de componentes mecánicos.

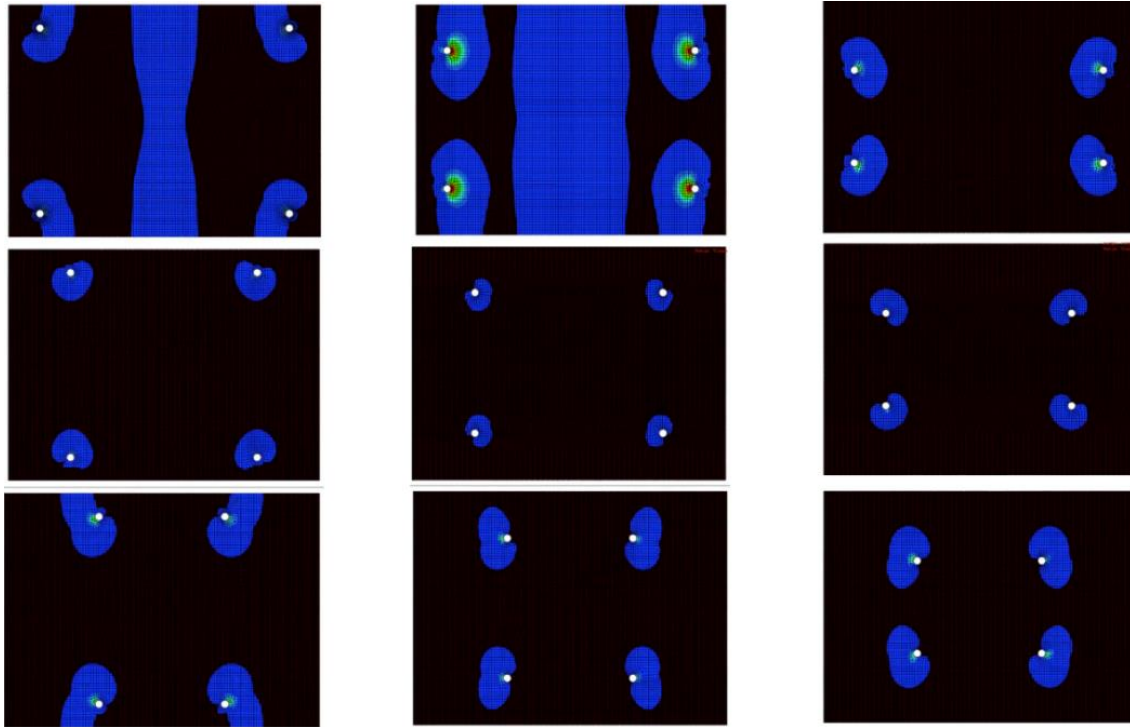


Figura 10. Mapas de riesgo para los 9 casos estudiados

#### AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen el apoyo obtenido por las Ayudas Predoctorales del Programa Severo Ochoa recibidas por el Gobierno Regional del Principado de Asturias.

#### REFERENCIAS

- [1] M. Muñoz-Calvente, A. Fernández Canteli, V. Shlyannikov, and E. Castillo, “Probabilistic Weibull Methodology for Fracture Prediction of Brittle and Ductile Materials,” *Appl. Mech. Mater.*, vol. 784, pp. 443–451, Aug. 2015.
- [2] M. Muniz-Calvente, A. Fernández-Canteli, A. Ramos, V. N. Shlyannikov, and E. Castillo, “Un modelo probabilístico general de fractura extensible a diferentes criterios de fallo,” *An. la Mecánica Fract.* 32, vol. 1, 2014.
- [3] M. Muniz-Calvente, A. Ramos, V. N. Shlyannikov, M. J. Lamela, A. Fernández-Canteli, “Hazard maps and global probability as a way to transfer standard fracture results to reliable design of real components” *Engineering Failure Analysis*, 2016.
- [4] F. M. Beremin, A. Pineau, F. Mudry, J.-C. Devaux, Y. D’Escatha, and P. Ledermann, “A local criterion for cleavage fracture of a nuclear pressure vessel steel,” *Metall. Trans. A*, vol. 14, no. 11, pp. 2277–2287, Nov. 1983.
- [5] Dassault Systèmes, “ABAQUS.” Providence, RI, USA.
- [6] A. Ramos, M. Muñoz-Calvente, P. Fernández, A. Fernández Canteli, and M. J. Lamela, “Análisis probabilístico de elementos de vidrio recocido mediante una distribución triparamétrica Weibull,” *Boletín la Soc. Española Cerámica y Vidr.*, Jul. 2015.
- [7] UNE-EN 1288-3:2000, Glass in building. Determination of the bending strength of glass. Part 3: Test with specimen supported at two points (four point bending). 2000
- [8] UNE-EN 1288-5:2000, Glass in building. Determination of the bending strength of glass. Part 5: Coaxial double ring test on flat specimens with small test surface areas. 2000.