

## COMPORTAMIENTO A COMPRESIÓN DEL HORMIGÓN REFORZADO CON FIBRAS DE ACERO

A. de la Rosa<sup>1\*</sup>, M. Marques<sup>2</sup>, G. Ruiz<sup>1</sup>, E. Poveda<sup>1</sup>

<sup>1</sup>E.T.S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, Universidad de Castilla-La Mancha  
Avda. Camilo José Cela s/n, 13071, Ciudad Real, España

<sup>2</sup>Escuela de Ingeniería Civil, Arquitectura y Urbanismo, Universidad Estatal de Campinas  
Avda. Albert Einstein 951, Campinas, Brasil

\* Persona de contacto: Angel.delaRosa@uclm.es

### RESUMEN

Este trabajo estudia la influencia de la fibra y de la matriz del hormigón en el comportamiento a compresión en hormigón reforzado con fibras de acero (HRFA) a partir de una base de datos creada con 240 ensayos experimentales en probetas cilíndricas de  $150 \times 300 \text{ mm}^2$  (diámetro  $\times$  altura). Por un lado analizamos, mediante el método de las superficies de respuesta, la interacción de parámetros relacionados con la fibra (longitud, diámetro y volumen de fibra) y con el hormigón base (tamaño máximo de árido y resistencia a compresión de la matriz) en la resistencia a compresión, el módulo de elasticidad, y el trabajo de deformación por unidad de volumen del HRFA. Se concluye que las fibras producen un significativo aumento de la ductilidad, ya que el trabajo de deformación volumétrico es superior al del hormigón base tanto antes como después de alcanzar el pico de resistencia del material. La resistencia a compresión aumenta con contenidos altos de fibra según se incrementa la esbeltez de la fibra, mientras que disminuye para bajas esbelteces conforme se aumenta el contenido de fibra. En cuanto al módulo de elasticidad la respuesta es mucho más variable, con una reducción considerable para altos contenidos de fibra y esbelteces elevadas.

**PALABRAS CLAVE:** Comportamiento a compresión, Hormigón reforzado con fibras, Contenido de fibras, Base de datos

### ABSTRACT

This paper studies the influence of fiber and concrete matrix on the compressive behavior of steel fiber reinforced concrete (SFRC) from a database created with 240 experimental tests on cylindrical test specimens of  $150 \times 300 \text{ mm}^2$  (diameter  $\times$  height). On the one hand, we analyze, by means of the response surface method, the interaction of parameters related to the fiber (length, diameter and fiber volume) and with the base concrete (maximum aggregate size and matrix compression strength) in the compressive strength, the modulus of elasticity, and the deformation work per unit volume of SFRC. It is concluded that the fibers produce a significant increase in ductility, since the work of volumetric deformation is superior to that of the base concrete both before and after reaching the peak of resistance of the material. Compressive strength increases with high fiber contents as the slenderness of the fiber increases, while decreasing for low slenderness as the fiber content increases. Regarding the modulus of elasticity, the response is much more variable, with a considerable reduction for high fiber contents and high slenderness.

**KEYWORDS:** Compression behavior, Steel fiber reinforced concrete, Fiber content, Database

### 1. INTRODUCCIÓN

El comportamiento a compresión del HRFA es un tema estudiado tanto en investigaciones experimentales como analíticas y numéricas [1-5], lo que ha dado lugar a la aparición de modelos que tratan de obtener la respuesta a compresión de dicho material [6,7]. Sin embargo, el efecto que supone la adición de fibras de acero en la

respuesta a compresión del hormigón suele ser obviado por la comunidad tecnológica a pesar de que las fibras producen un notable aumento en la ductilidad del material, la cual no es aprovechada en el diseño a compresión de elementos estructurales. En este trabajo se revisan los factores que influyen en el comportamiento a compresión del HRFA, en particular en su capacidad de absorción de energía. Para ello se va a aplicar la

metodología de superficies de respuesta, que ya ha sido utilizada para optimizar el comportamiento mecánico del hormigón [8,9]. Los cálculos y la elaboración de gráficos se han realizado por medio del programa Minitab. A partir de una extensa búsqueda bibliográfica se ha creado una base de datos con 240 ensayos de compresión efectuados sobre probetas cilíndricas de  $150 \times 300 \text{ mm}^2$  de HRFA con extremos conformados, de diferentes longitudes y diámetros de fibra. Se analizan las respuestas obtenidas por el método y se hace hincapié en el aumento de la ductilidad obtenido mediante el trabajo de deformación volumétrico en las fases previa y posterior al pico de resistencia del material.

## 2. MODELO DE SUPERFICIE DE RESPUESTA

La metodología de la superficie de respuesta es un conjunto de técnicas matemáticas y estadísticas avanzadas de diseño de experimentos y tratamiento de problemas en las que una respuesta está afectada por varios factores. El objetivo es establecer un modelo matemático que se ajuste a una serie de datos experimentales para determinar los valores de los factores que optimizan, y permiten entender, la variable de respuesta. Los factores son las condiciones que influyen en la respuesta y ésta es una cantidad medible afectada al cambiar los niveles de los factores. Así, existe alguna función continua  $f$  de los  $n$  factores que aporta el valor real esperado  $\eta$  para alguna combinación dada de niveles:

$$\eta = f(x_1, x_2, \dots, x_n). \quad (1)$$

La variable de respuesta  $Y$  es:

$$Y = \eta + \varepsilon, \quad (2)$$

donde  $\varepsilon$  es el error observado en la respuesta.

La Ec. 1 se puede representar a través de una hiper-superficie llamada superficie de respuesta. Generalmente se desconoce la relación entre la respuesta y los factores (función  $f$ ), por lo que se necesita un modelo que aproxime la relación entre ambos, que suele ser polinómico.

### 2.1. Análisis de la varianza

A continuación se realiza un análisis de la varianza de las variables de respuesta en los factores establecidos y del error en el modelo ajustado, lo que indica las diferentes fuentes de variación total de los datos. Con este análisis se estima la importancia de los factores al comparar las medias de la variables de respuesta en los niveles de los factores. Lo más importante del análisis de la varianza son los valores de probabilidad, (valores- $p$ ) obtenidos tanto para el modelo como para los factores. Estos valores estadísticos se emplean para decidir sobre la significancia estadística de la prueba. El análisis de la varianza crea un modelo jerárquico a partir de la

consideración de todos los términos (significativos y no significativos), con un nivel de significancia  $\alpha$ , que en esta investigación se considera igual a 0.05. Si el valor  $p$  del modelo es menor o igual a 0.05 supone un riesgo del 5% de que el modelo generado sea erróneo, es decir, que atribuya significancia a valores que no influyen en realidad. Respecto a los factores, si el valor  $p$  es menor o igual a 0.05 indica que existe asociación estadísticamente significativa entre la variable de respuesta y los factores, es decir, son términos principales que influyen en la variable de respuesta. En relación a la falta de ajuste, si su valor  $p$  es menor o igual que el nivel de significancia  $\alpha$ , el modelo no especifica correctamente la relación.

### 2.2. Diagrama de Pareto

Mediante el diagrama de Pareto se compara la magnitud relativa y la significancia estadística de los efectos. Se trata de un diagrama de barras que señala los efectos (su distribución de probabilidad), en valores absolutos, y muestra una línea de referencia que indica cuáles son estadísticamente significativos (los que superan la línea de valor crítico, que es una probabilidad acumulada inversa para un determinado nivel de significancia  $\alpha$ ).

## 3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Todos los cálculos efectuados para el desarrollo de la metodología de superficie de respuesta se han hecho por medio del programa Minitab [10].

### 3.1. Ajuste de la superficie de respuesta

La superficie de respuesta se ajusta y analiza mediante datos experimentales incluidos en la base de datos. Se han elegido los experimentos relacionados con el estudio del comportamiento a compresión del HRFA, obteniendo un total de 240 ensayos realizados en probetas cilíndricas  $150 \times 300 \text{ mm}^2$  con fibras de acero de extremos conformados con diferentes longitudes y diámetros.

El ajuste de regresión se efectuó de acuerdo con los siguientes factores: resistencia de compresión del hormigón base (sin adición de fibra) ( $f_{c,0}$ ), longitud de fibra ( $l_f$ ), diámetro de fibra ( $d_f$ ), volumen de fibra ( $V_f$ ) y diámetro máximo del árido grueso ( $d_m$ ). Además de esos factores, se incluyen al análisis tres coeficientes adimensionales:  $V_f \times \lambda$ ,  $V_f \times \lambda^2$  y  $V_f \times \lambda \times \beta$ , donde  $\lambda = l_f/d_f$  y  $\beta = l_f/d_m$ . También se ha comprobado la influencia del índice de refuerzo ( $V_f \times \lambda/d_f$ ) (Tabla 1).

Tabla 1. Factores o datos de entrada

A	B	C	D	E	F	G	H	J
$f_{c,0}$	$l_f$	$d_f$	$V_f$	$d_m$	$V_f \lambda$	$V_f \lambda^2$	$V_f \lambda \beta$	$V_f \lambda^2/d_f$

Los factores relacionados directamente con las características del material (A, B, C, D y E) se analizaron mediante términos lineales, cuadráticos y combinados, y los factores previamente combinados (F, G, H y J) solo se analizaron por medio de términos lineales (Fig. 1).

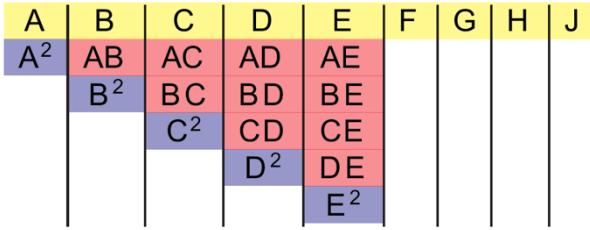


Figura 1. Esquema de los términos analizados inicialmente (en amarillo los términos lineales, en rojo los combinados y en rojo los cuadráticos)

Cada una de las respuestas consideradas ( $f_{c,f}$ ,  $E_{c,f}$ ,  $W_{asc,f}$  y  $W_{des,f}$ ) se estudiaron inicialmente con todos los términos y, en un proceso iterativo, se fue eliminando el término menos influyente para la respuesta final hasta que todos los términos restantes tuviesen significancia. No obstante, en algunos casos la ecuación que describe la respuesta consta de muchos términos, por lo que se realizó el proceso iterativo hasta quedar solo cinco términos para describir la respuesta deseada. En la Tabla 2 se muestran las dos opciones: la primera con todos los términos significativos y, en consecuencia, mayor valor de  $R^2$ , y la segunda con menos términos y, por tanto, menor valor dicho ajuste.

Las respuestas que se han logrado para los factores analizados se reflejan correctamente por el método de la superficie de respuesta, consiguiéndose valores de ajuste superiores al 90% al considerar todos los términos relevantes. Si se prosigue con la eliminación de los términos menos relevantes, los valores de ajuste son menores; sin embargo la respuesta puede obtenerse de forma más simple, es decir, a través de ecuaciones con menos términos. El mayor descenso se produce para la energía absorbida en el tramo post-pico del diagrama tensión deformación, donde el valor de  $R^2$ , que era igual al 95.2% para la ecuación con 17 términos, fue del 75.9% cuando se consideraron únicamente los cinco más importantes.

3.2. Diagramas de Pareto

Durante el proceso iterativo de exclusión de los términos menos relevantes en el análisis se generaron diagramas de Pareto, que son gráficos de barras en los que las abscisas indican la relevancia de cada factor a partir de los efectos normalizados (Fig. 2-4). El gráfico de superior de cada figura se refiere a todos los factores que presentan relevancia en el análisis de la respuesta y el inferior muestra la respuesta descrita con cinco factores.

Tabla 2. Ecuaciones de ajuste de la respuesta

Respuesta	R <sup>2</sup> %	Ecuación
$f_{c,f}$	93.9	97.4 + 0.042A - 1.424B - 103.2C - 77D - 1.019E + 2.384F - 0.426J + 0.006A <sup>2</sup> + 0.097AD + 0.015AE + 2.214 BC - 2.493BD + 93.3 CD
$f_{c,f}$	91.6	2.54 + 1.084 A - 0.184 B - 11.12 D + 0.340F - 0.076J
$E_{c,f}$	90.3	20.007 + 10.327 <sup>a</sup> + 20.43B - 4.049C - 16.71E - 2.420F - 6.18AB + 6.33 AC + 4.93AE + 19.35 BE - 1.654 DE
$E_{c,f}$	85.1	123.50 + 0.311 <sup>a</sup> - 1.416B - 13.66C - 9.955E + 0.157BE
$W_{asc,f}$	91.1	0.173 + 0.035 <sup>a</sup> + 1.056B - 0.949C + 0.717D - 0.581G - 0.0965H - 0.271C <sup>2</sup> - 0.03E <sup>2</sup> + 0.363BC + 0.754 BD + 0.043BE - 0.647CD
$W_{asc,f}$	84.4	0.102 + 0.032A + 0.014D - 0.03E <sup>2</sup> + 0.026BC + 0.018BD
$W_{des,f}$	95.2	1.057 - 0.538A + 0.918B + 2.102D + 0.529E - 1.727G - 0.225H - 0.538A <sup>2</sup> + 2.481B <sup>2</sup> + 6.77C <sup>2</sup> - 0.123E <sup>2</sup> + 0.527AB + 0.083AD - 0.395AE - 10.11BC + 1.939BD - 0.68BE - 1.694CD
$W_{des,f}$	75.9	0.386 + 0.124D - 0.109E <sup>2</sup> + 0.111AB - 0.102AE - 0.033BC

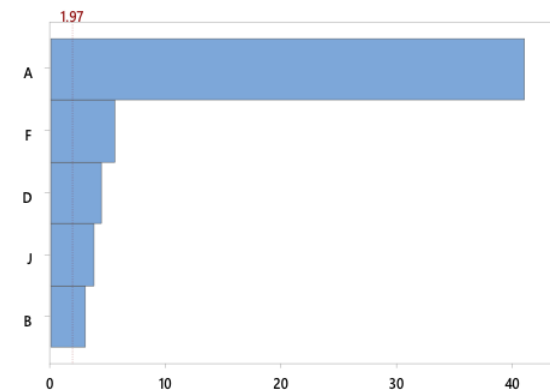
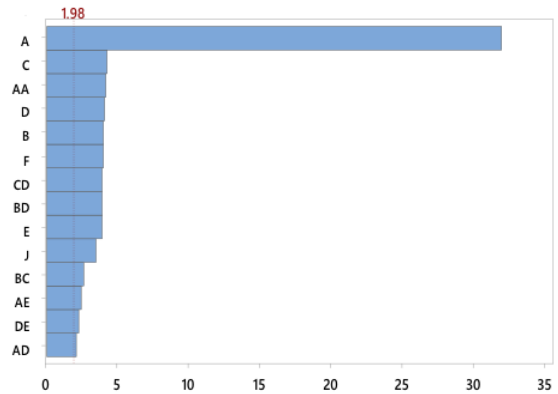


Figura 2. Diagrama de Pareto para la resistencia a compresión

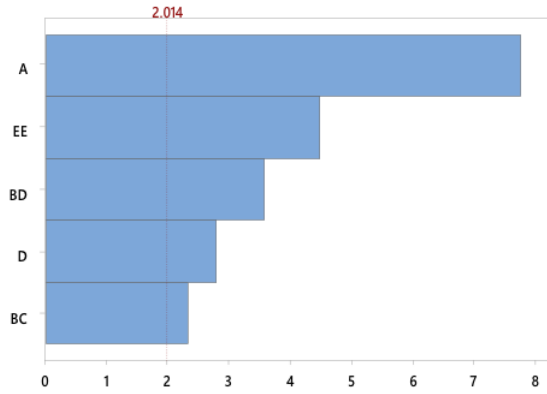
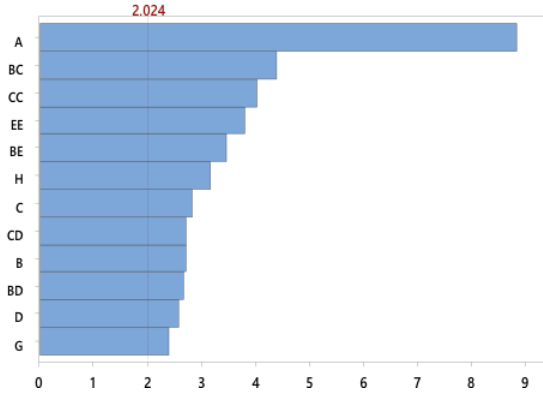


Figura 3. Diagrama de Pareto para el trabajo de deformación volumétrico en la rama ascendente pre-pico

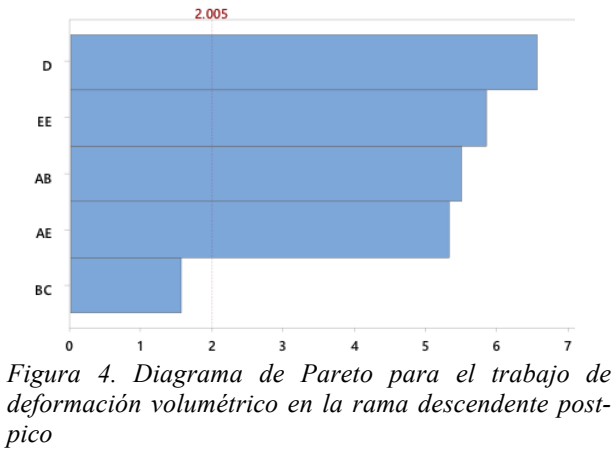
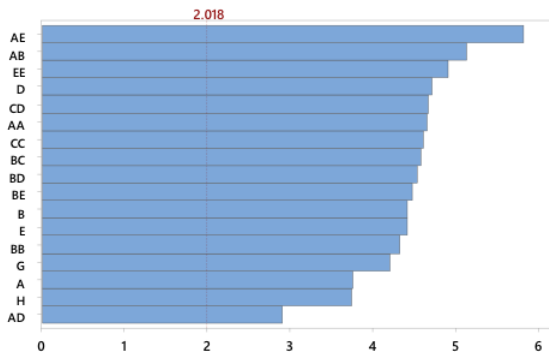


Figura 4. Diagrama de Pareto para el trabajo de deformación volumétrico en la rama descendente post-pico

3.3. Respuestas adimensionalizadas

Por último, las Fig. 5-8 muestran alguna de las superficies de respuesta a escala adimensional. El eje Z representa el valor de la propiedad estudiada en HRFA dividido por su valor correspondiente a su hormigón base con el fin de analizar si se produce un aumento o un descenso de las mismas respecto a dos factores relacionados con la fibra, como son el contenido en volumen ( $V_f$ ) y su esbeltez ( $\lambda$ )

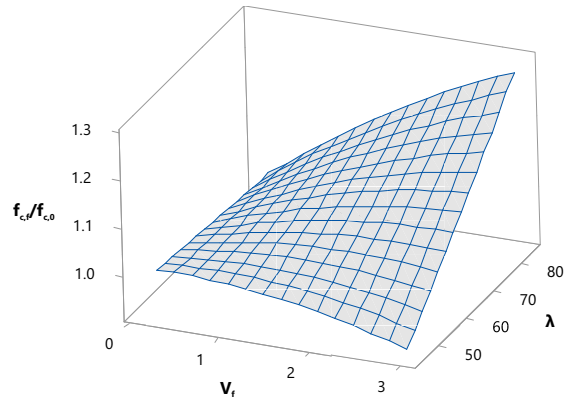


Figura 5. Resistencia a compresión adimensionalizada

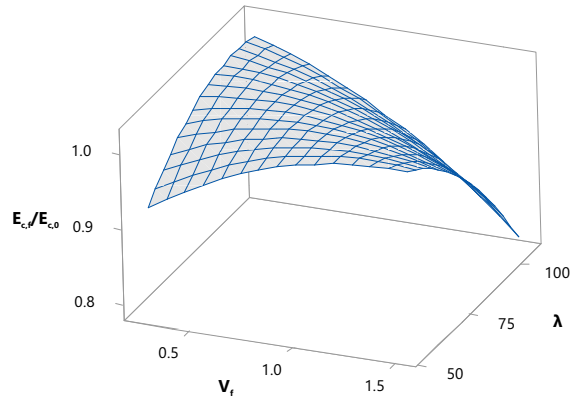


Figura 6. Módulo de elasticidad adimensionalizado

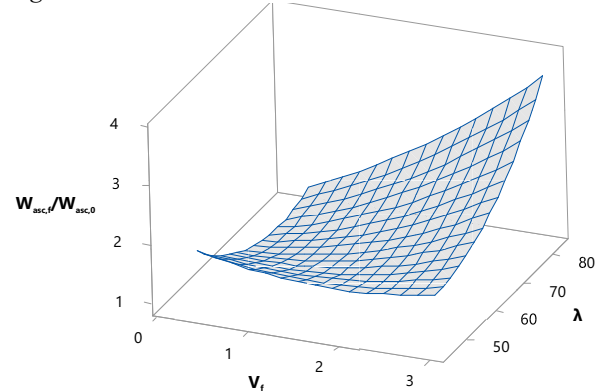


Figura 7. Trabajo de deformación volumétrico adimensionalizado (rama pre-pico)

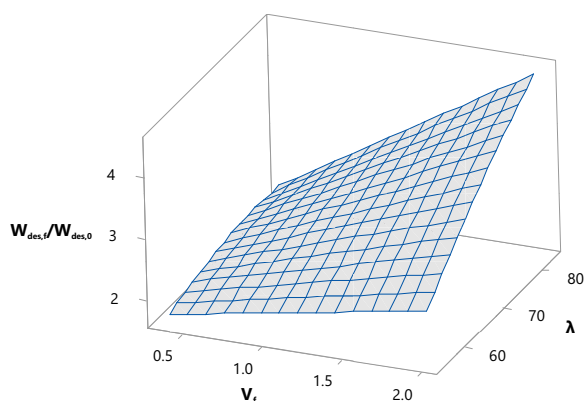


Figura 8. Trabajo de deformación volumétrico adimensionalizado (rama post-pico)

En cuanto a la resistencia a compresión se observa que aumenta significativamente con contenidos altos de fibra según se incrementa la esbeltez, mientras que disminuye para bajas esbelteces conforme se aumenta el contenido de fibra. Respecto al módulo de elasticidad, la respuesta es más variable según se puede comprobar en la Fig. 6, con una reducción considerable para altos contenidos de fibra y esbelteces elevadas. Lo más destacado es el significativo aumento de la ductilidad, lo cual se aprecia en el trabajo de deformación volumétrico durante las fases previa y posterior al pico de carga. Este resultado es especialmente importante, ya que los aumentos de resistencia son relativamente pequeños (solo del 30% para las mejores condiciones) mientras que el incremento de energía consumida puede ser hasta cuatro veces mayor que la del hormigón base.

#### 4. CONCLUSIONES

Se ha presentado la metodología de superficie de respuesta como herramienta para el análisis de la influencia de diversos factores en el comportamiento a compresión en HRFA. Para ello, se ha elaborado una base de datos a partir de la búsqueda bibliográfica que recoge 240 ensayos de compresión realizados sobre probetas cilíndricas de  $150 \times 300 \text{ mm}^2$ , de hormigón reforzado con fibras de acero con extremos conformados. Se analizan las respuestas, concretamente la resistencia a compresión, el módulo de elasticidad y el trabajo de deformación por unidad de volumen, obtenidas por el método, y su relación con diversos factores como el volumen, la longitud y el diámetro de fibra, el tamaño máximo de árido, así como con combinaciones de los mismos, por medio de diferentes diagramas. La resistencia a compresión aumenta con contenidos altos de fibra según se incrementa la esbeltez de la fibra, mientras que disminuye para bajas esbelteces conforme se aumenta el contenido de fibra. En cuanto al módulo de elasticidad la respuesta es mucho más variable, con una reducción considerable para altos contenidos de fibra y esbelteces elevadas. Cabe destacar el notable aumento de la ductilidad observado en el trabajo de deformación volumétrico durante las fases previa y posterior al pico de resistencia a compresión.

#### AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen la financiación recibida al Ministerio de Economía y Competitividad a través del proyecto BIA2015-68678-C2-1-R. A. de la Rosa agradece la ayuda económica recibida mediante la beca FPI BES-2016-077458.

#### REFERENCIAS

- [1] F. Bencardino, L. Rizzuti, G. Spadea., Experimental test vs theoretical modeling for fiber reinforced concrete in compression, *FRAMCOS-6*, Catania, Italy, 2007.
- [2] M.C. Nataraja, N. Dhang, A.P. Gupta. Stress-strain curve for steel-fiber reinforced concrete under compression, *Cement and Concrete Composites*, **21**, 383-390, 1999.
- [3] A.S. Ezeldin, P.N. Balaguru. Normal and high-strength fiber-reinforced concrete under compression, *Journal of Materials in Civil Engineering*, **4**, 4, 415-429, 1992.
- [4] M.A. Mansur, M.A. Chin, M.S. Wee. Stress-strain relationship of confined high-strength plain and fiber concrete, *Journal of Materials in Civil Engineering*, **9**, 171-179, 1997.
- [5] D.A. Fanella, A.E. Naaman. Stress-strain properties of fiber reinforced mortar in compression, *ACI Journal*, **82**, 4, 475-483, 1985.
- [6] M.A.O. Barros, J.A. Figueiras. Flexural behavior of steel fiber reinforced concrete: testing and modeling, *Journal of Materials in Civil Engineering*, **11**, 331-339, 1999.
- [7] P. Soroushian, C.D. Lee. Constitutive modeling of steel fiber reinforced concrete under direct tension and compression, *Fiber reinforced cements and concretes, Recent developments*, 363-375, 1989.
- [8] F. Bayramov, C. Tasdemir, M.A. Tasdemir. Optimisation of steel fibre reinforced concretes by means of statistical response surface method, *Cement and Concrete Composites*, **26**, 665-675, 2004.
- [9] M. Timur Cihan, A. Güner, N. Yüzer. Response surfaces for compressive strength of concrete, *Construction and Building Materials*, **40**, 763-774, 2013.
- [10] Minitab. <<https://support.minitab.com/es>>