

## COMPORTAMIENTO A TRACCIÓN DE UN MATERIAL-MODELO BIFÁSICO

J. Aldazabal, A. Martín Meizoso, J.M. Martínez Esnaola y M. Fuentes

Centro de Estudios e Investigaciones Técnicas de Gipuzkoa (CEIT)

Pº Manuel Lardizábal 15, 20018 – San Sebastián, y

Escuela Superior de Ingenieros (Universidad de Navarra)

Apdo. 1674, 20080 – San Sebastián

**Resumen.** El presente trabajo presenta un modelo de comportamiento a tracción de un material modelo bifásico. Dicho material está compuesto por agregados de partículas esféricas muy rígidas embebidas en una matriz de bajo módulo elástico. La rigidez inicial del material se reduce a medida que los cuellos de unión existentes entre las partículas rígidas se fracturan. En el presente trabajo se estudia la evolución del módulo elástico para diferentes valores de contigüidad entre ambas fases y de fracciones volumétricas presentes en el compuesto. Los resultados obtenidos muestran una elevada influencia del ángulo diedro en la contigüidad del sistema. El módulo elástico inicial de la microestructura esta fuertemente relacionado con la fracción volumétrica de partículas rígidas. Los ablandamientos por deformación se prolongan hasta deformaciones similares en microestructuras con la misma contigüidad y diferente fracción volumétrica de partículas rígidas.

**Abstract.** This paper presents a model for predicting the behaviour of a model-material under uniaxial stress. This material is composed by clusters of hard particles surrounded by a soft matrix. The initial stiffness of the composite decreases as necks between hard particles break. This paper shows the evolution of elastic modulus for microstructures with different volume fraction of hard particles and different contiguity between particles and the matrix. The results show a remarkable influence of the dihedral angle on the contiguity of the system. The initial Young modulus of the material shows a strong dependence on the volume fraction of hard particles. For materials with the same contiguity and different volume fraction of hard particles, strain softening takes place up to similar values of deformation.

## 1. INTRODUCCIÓN

El comportamiento elasto-plástico de un material compuesto resulta complejo de modelizar y más aún de calcular. Numerosos materiales de este tipo están constituidos por dos fases; unas partículas duras embebidas en una matriz de bajo módulo elástico (en comparación con el de las partículas). Como ejemplo de este tipo de materiales se pueden mencionar los discos abrasivos, discos de corte, hormigones poliméricos, cermets,... Muchos de estos materiales presentan frágiles cuellos de unión entre las partículas.

En el presente artículo se propone un modelo para predecir la microestructura de un material compuesto de este tipo en función de la fracción volumétrica de partículas rígidas y del ángulo diedro que aparece entre ellas. Así mismo, también se va a estudiar la evolución

del módulo elástico del material producida por la fractura de los cuellos existentes entre las diferentes partículas o agregados del sistema.

## 2. MATERIAL MODELO

El material modelizado está constituido por partículas esféricas rígidas embebidas en una matriz de bajo módulo elástico. Las partículas rígidas se colocan aleatoriamente dentro de un dominio cuadrado con una única condición; si dos partículas se solapan, el ángulo diedro existente entre las superficies de ambas ha de ser menor o igual que un ángulo impuesto inicialmente. En caso de superarse el ángulo diedro impuesto la última partícula colocada se vuelve aleatoriamente a otra posición en la cual no se incumpla dicha condición.

Este ángulo diedro aparece como consecuencia de la condición de equilibrio de las fuerzas superficiales entre partícula/partícula y partícula/matriz ( $\gamma_{pp}$  y  $\gamma_{pm}$ , respectivamente) [1].

Una vez colocadas las partículas se procede a discretizar la microestructura en elementos cuadrados (pixel). Cuanto mayor sea el número de elementos empleado en el discretizado mayor será la memoria y el tiempo de procesamiento requeridos, pero también será mejor la descripción de la topología del material y consecuentemente mejores los resultados obtenidos. De igual forma, cuantas más partículas presente la microestructura en el dominio los resultados serán más representativos, pero como contrapartida el tiempo de cálculo necesario será mayor.

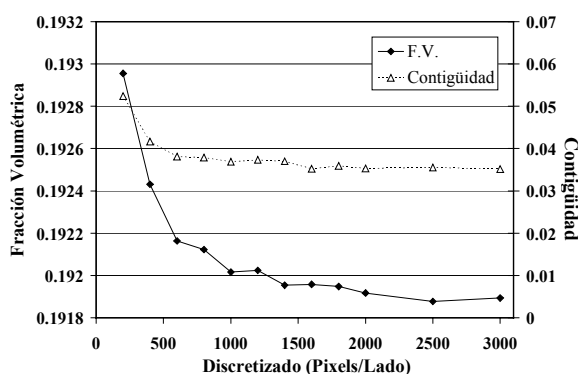
Se han generado numerosas microestructuras para determinar las condiciones óptimas de discretizado, tamaño y número de partículas a emplear.

En primer lugar se han empleado diferentes discretizados sobre una misma microestructura que contiene 100 partículas y cuyo ángulo diedro impuesto es  $45^\circ$ . En la figura 1 se muestran los valores de contigüidad y fracción volumétrica de partículas rígidas obtenidos para dicha microestructura.

La contigüidad del sistema se define [2] mediante la ecuación

$$C_{ii} = \frac{2A_{ii}}{2A_{ii} + A_{ij}} \quad (1)$$

donde  $C_{ii}$  representa la contigüidad de la fase  $i$  con la  $i$ ,  $A_{ii}$  el área total de la intercara existente entre partículas rígidas y  $A_{ij}$  el área total de intercara entre partículas rígidas y matriz.



**Fig. 1.** Fracciones volumétricas y contigüidades obtenidas de una misma microestructura variando los tamaños del discretizado.

Observando la figura 1 se aprecia que con discretizados mayores de 1400 píxeles/lado ( $1.9 \times 10^6$  elementos cuadrados) el error obtenido en la medida de la contigüidad es menor que 0.25% y en la fracción volumétrica menor que 0.04%. Para garantizar que no se superan los errores mostrados anteriormente, todos los

datos empleados en el apartado “resultados” proceden de simulaciones en las que se han empleado discretizados de más de 1400 píxeles/lado.

De la misma forma se han generado microestructuras variando tanto el tamaño como el número de partículas rígidas para optimizar ambos parámetros. Del estudio de los datos obtenidos a partir de las simulaciones efectuadas variando dichos parámetros se ha deducido que son necesarias al menos 175 partículas de 75 píxeles de diámetro para la obtención de microestructuras representativas.

Para generar microestructuras con diferentes fracciones volumétricas de partículas rígidas se han fijado el número de partículas y su tamaño, mientras que se ha variado el tamaño del dominio de trabajo. La Tabla 1 muestra los valores de la fracción volumétrica obtenidos empleando diferentes tamaños del dominio, manteniendo constante el número de partículas en 180, siendo éstas de 75 píxeles de diámetro.

**Tabla 1.** Fracciones volumétricas obtenidas para diferentes dominios, con 180 partículas de 75 píxeles de diámetro.

Píxeles/Lado	Fracción volumétrica obtenida
4000	$0.0497 \pm 0.0006$
2820	$0.0990 \pm 0.0010$
2300	$0.1483 \pm 0.0014$
2000	$0.1962 \pm 0.0027$
1780	$0.2458 \pm 0.0026$
1628	$0.2928 \pm 0.0069$
1500	$0.3430 \pm 0.0086$
1408	$0.3864 \pm 0.0156$

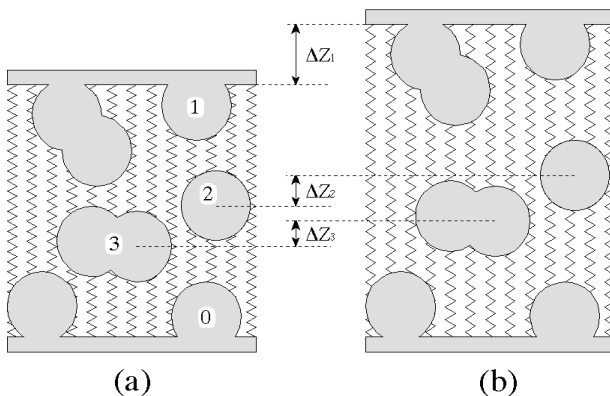
### 3. COMPORTAMIENTO ELÁSTICO

Para calcular el módulo elástico del material compuesto se emplea el método de muelles, que se describe a continuación. Este método considera, como primera aproximación, que la fase dura del compuesto se comporta como un sólido rígido, mientras que la matriz que le rodea presenta un comportamiento elástico lineal.

El método de muelles se basa en sustituir la matriz que une las diferentes partículas por muelles paralelos a la aplicación de la carga cuyas rigideces sean equivalentes a la de la matriz. Los muelles perpendiculares a la dirección de aplicación de la carga no trabajan si se suponen pequeños desplazamientos. Tras dicha sustitución, se impone un desplazamiento conocido en una de las caras de la microestructura y se calculan las posiciones de equilibrio de todas las partículas. Estas posiciones se obtienen mediante la resolución de un sistema de ecuaciones, que resulta de aplicar el equilibrio de fuerzas sobre cada partícula en función de las posiciones del resto de las partículas. Dicho sistema posee tantas ecuaciones como partículas contenga la microestructura, independientemente del discretizado del dominio de trabajo.

Una vez obtenidas las posiciones de equilibrio, se puede calcular la fuerza que actúa sobre la cara de la microestructura donde se ha impuesto el desplazamiento. Conocido el desplazamiento de dicha cara (inicialmente impuesto) y la fuerza con la cual responde el sistema a dicha deformación, el cálculo del módulo elástico es inmediato.

La figura 2 muestra una microestructura bidimensional, en la cual la matriz ha sido sustituida por un sistema de muelles cuya rigidez es equivalente. Así mismo también se puede apreciar tanto la microestructura (a) relajada y (b) deformada como los desplazamientos de cada partícula rígida.



**Fig. 2.** Microestructura (a) relajada y (b) deformada donde se ha sustituido la matriz por el sistema de muelles.

El método de muelles tiene algunas limitaciones, consecuencia de las aproximaciones efectuadas, como son la omisión de esfuerzos cortantes, de concentraciones de tensiones y de efectos de Poisson. Dos grandes limitaciones de este método son la imposibilidad de considerar microestructuras en las que la fase dura resulte percolada y comportamientos elasto-plásticos de la matriz.

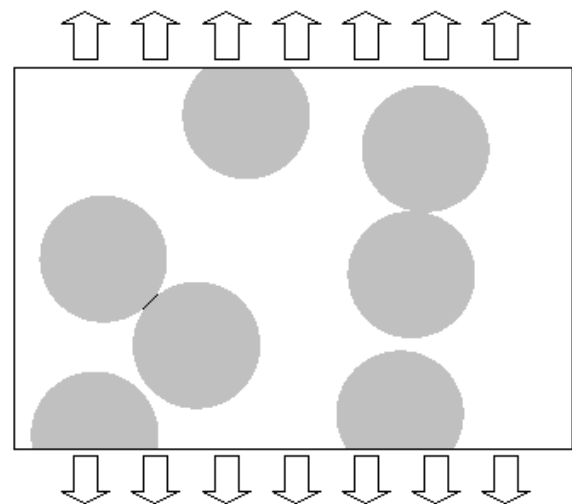
La gran ventaja de este método es que sólo depende del número de partículas del sistema y no del número de elementos empleados en el discretizado. En las discretizaciones empleadas en el presente artículo, se han utilizado hasta  $1.6 \times 10^7$  elementos, pero han sido resueltas empleando un sistema de tan solo 185 ecuaciones.

#### 4. COMPORTAMIENTO ELASTO-PLÁSTICO

El método de muelles anteriormente expuesto supone que los cuellos de unión entre las diferentes partículas del sistema son infinitamente rígidos. Tras la resolución de las posiciones de equilibrio de todas las partículas del sistema se pueden calcular fácilmente las fuerzas que aparecen en cada cuello, en función del desplazamiento aplicado a una de las caras de la microestructura. Conociendo la anchura de cada cuello

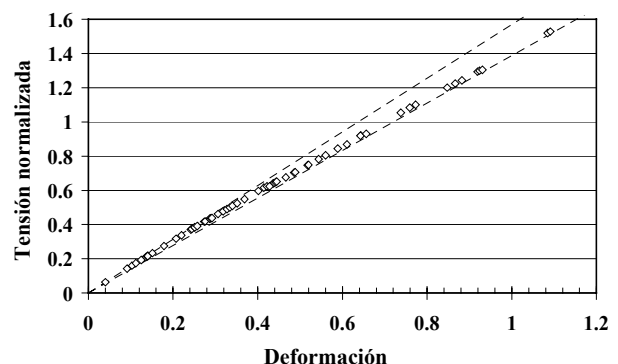
se puede calcular la tensión media existente en cada cuello.

Una vez obtenidas las tensiones en todos los cuellos se determina en cuál se concentra una mayor tensión y se calcula la tensión remota necesaria para alcanzar la tensión media crítica en dicho cuello para lograr su fractura. Una vez alcanzada esta tensión, se procede a sustituir, en el discretizado, dicho cuello por una capa de poros (infinitamente blandos) y se procede a calcular el nuevo módulo elástico del material compuesto y las tensiones en los cuellos que aún permanecen unidos. La figura 3 muestra una microestructura donde se ha fracturado un cuello y ha sido sustituido por una capa de poros (en negro).



**Fig. 3.** Microestructura donde se ha sustituido un cuello fracturado por una capa de poros (en negro).

Para obtener una curva tensión-deformación aproximada para el material compuesto, como la mostrada en la figura 4, se repite el proceso de cálculo hasta la fractura de todos los cuellos presentes en la microestructura.



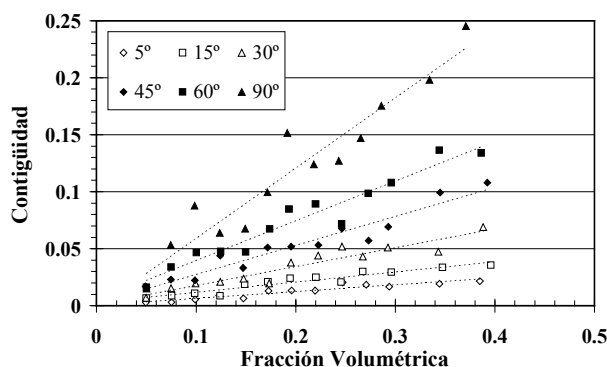
**Fig. 4.** Curva de comportamiento elasto-plástico para una microestructura con una fracción volumétrica de partículas rígidas de 0.28 y una contigüidad de 0.175.

## 5. RESULTADOS

Empleando el método anteriormente expuesto se han realizado simulaciones variando tanto el ángulo diedro como la fracción volumétrica de partículas rígidas.

### 5.1 Estudio de la contigüidad

La figura 5 muestra la evolución de la contigüidad del sistema en función de la fracción volumétrica de partículas del sistema. Las líneas discontinuas representan los ajustes lineales de la contigüidad para diferentes ángulos diedro impuestos. En esta figura se puede apreciar cómo al aumentar la fracción volumétrica de partículas rígidas aumenta la contigüidad entre estas, para cualquier ángulo diedro. Para una misma fracción volumétrica de partículas, las microestructuras con un ángulo diedro mayor presentan una contigüidad mayor.



**Fig. 5.** Evolución de la contigüidad del sistema para diferentes fracciones volumétricas iniciales de partículas rígidas.

En esta gráfica también se aprecia que para una misma fracción volumétrica de partículas rígidas, se pueden lograr microestructuras con diversos valores de la contigüidad entre las partículas.

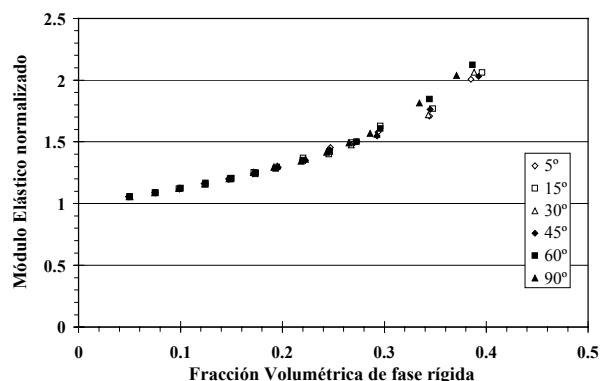
### 5.2 Estudio del módulo elástico

Para la realización de las simulaciones cuyos resultados se muestran, tanto en este subapartado como en el siguiente, se ha empleado un módulo elástico unitario para la fase blanda. Así mismo también se ha supuesto unitaria la tensión media crítica necesaria en un cuello para su fractura.

Una vez generadas las microestructuras se ha estudiado el módulo elástico que presentan en la primera etapa de la simulación (cuando aún no se ha fracturado ningún cuello).

La figura 6 muestra los módulos elásticos obtenidos en varias simulaciones, considerando únicamente la fracción volumétrica de fase rígida. Para valores bajos de la fracción volumétrica inicial el módulo elástico del material compuesto se aproxima mucho al de la matriz (1). Para valores de fracción volumétrica del 40% el

módulo elástico se duplica casi con independencia de la contigüidad y del ángulo diedro impuesto.

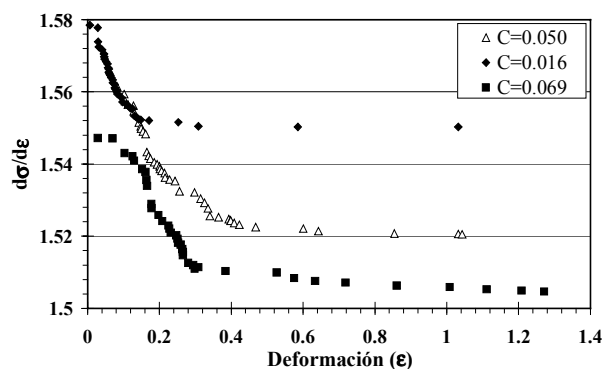


**Fig. 6.** Evolución del módulo elástico en función de la fracción volumétrica de partículas rígidas para varios ángulos diedro.

### 5.3 Comportamiento elasto-plástico

Una vez estudiados los módulos elásticos iniciales se ha estudiado la evolución de dichos módulos a medida que se rompen los cuellos, para así predecir un comportamiento elasto-plástico en el material modelo.

La figura 7 muestra las curvas de endurecimiento para diferentes microestructuras. Estas simulaciones, pese a presentar la misma fracción volumétrica de partículas rígidas (0.295), presentan distintos valores de contigüidad, que varían entre 0.016 y 0.069.

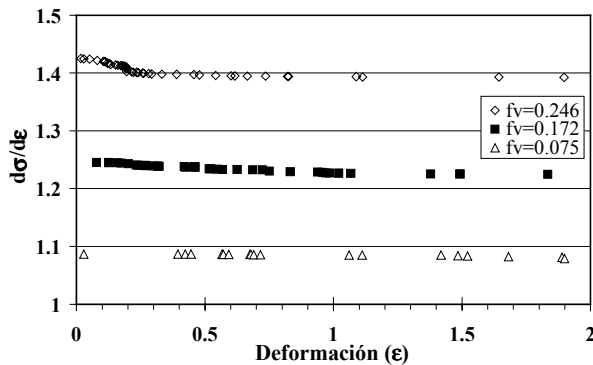


**Fig. 7.** Curvas de endurecimiento para microestructuras con una fracción volumétrica de partículas rígidas del 0.295 y diferentes contigüidades.

Las microestructuras que poseen una mayor contigüidad presentan coeficientes de endurecimiento menores para iguales deformaciones, pero dicho coeficiente de endurecimiento se estabiliza para deformaciones mayores, es decir, presentan ablandamientos por deformación hasta deformaciones superiores.

Por otra parte, los módulos elásticos iniciales son mayores cuanto menores son las contigüidades. Esta tendencia es debida a la aparición de cadenas de partículas rígidamente unidas que aportan rigidez a la microestructura.

En la figura 8 se aprecian las curvas de endurecimiento para varias microestructuras que presentan la misma contigüidad, pero con fracciones volumétricas de partículas diferentes. En estas microestructuras se observa un aumento del coeficiente de endurecimiento con la fracción volumétrica. Así mismo también se observa que microestructuras con una fracción volumétrica menor de partículas de fase rígida presentan menores módulos elásticos iniciales y finales.



**Fig. 8.** Curvas de endurecimiento para varias microestructuras con la misma contigüidad (0.052) y diferentes fracciones volumétricas de partículas rígidas.

## 6. CONCLUSIONES

La contigüidad de las microestructuras está directamente relacionada con el ángulo diedro y con la fracción volumétrica de partículas rígidas.

La fracción volumétrica de partículas sólidas influye decisivamente en el módulo elástico inicial del compuesto.

La contigüidad posee una gran influencia sobre la evolución del índice de endurecimiento del material. Mayores contigüidades producen mayores deformaciones necesarias para fracturar todos los cuellos y terminar el comportamiento plástico producido por la fractura de éstos.

## 7. AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen la financiación del Gobierno Vasco (Consejería de Industria) a través del proyecto 121998.

## 8. REFERENCIAS

- [1] German, R.M., "Powder Metallurgy Science", Ed. Metal Powder Industries Federation, New Jersey, USA, (1994), p 274.
- [2] Underwood, E.E., "Quantitative Stereology", Editorial Addison-Wesley Publishing Company, (1970), p 100.