

FACTORES DE INTENSIDAD DE TENSIONES EN PLACAS CIRCULARES SOBRE APOYOS EN FORMA DE ANILLO

M.A. Olivares¹, J.C. Gálvez¹ y M. Elices²

¹ E.T.S. Ingenieros de Caminos, Universidad de Castilla-La Mancha,
Av. Camilo José Cela s/n, 13071 Ciudad Real.

² Departamento Ciencia de Materiales, Universidad Politécnica de Madrid,
E.T.S. Ingenieros de Caminos, C/ Profesor Aranguren s/n, 28040 Madrid.

Resumen. El concepto de *diseño con tolerancia al daño* en estructuras de ingeniería civil se está incorporando de forma paulatina a las normas de diseño y cálculo de estructuras metálicas. Este trabajo muestra la importancia de tener en cuenta la posible presencia de pequeños defectos en la seguridad de algunos elementos estructurales de responsabilidad. Para ello se calculan los factores de intensidad de tensiones en placas circulares sobre apoyos en forma de anillo, que es un elemento habitual en estructuras de ingeniería. Se estudia la influencia en el factor de intensidad de tensiones de la forma y dimensiones de la placa, así como del tamaño de la grieta. Como aplicación ingenieril se estudia la tolerancia al daño de un bloque de anclaje de cordones postesados. Para ello se calculan los factores de intensidad de tensiones inducidos por una grieta. El cálculo se realiza por varios procedimientos y los resultados se comparan con los obtenidos experimentalmente al ensayar anclajes agrietados a escala 1/2 de Polimetilmetacrilato (PMMA).

Abstract. The use of the damage tolerance concept is growing in the design of civil engineering steel structures. The aim of this paper is to show the importance of the small defects, like small cracks, in the integrity of these structures. The Stress Intensity Factors (SIF) induced by small cracks in circular plates under pressure are calculated. The study includes the evaluation of the influence of the form and dimensions of the plate on the SIF. An anchor head for post-tensioned steel tendons is studied as applied case. The SIF induced by a small crack are evaluated. The numerical predictions are compared with experimental results of 1/2 scaled specimens of Poly-methyl-methacrylate (PMMA).

1. INTRODUCCIÓN

Las normas y recomendaciones [1] de diseño de estructuras metálicas para ingeniería civil han empezado a incorporar el concepto de *tolerancia al daño*, que se emplea en las industrias aeronáutica y nuclear desde hace muchos años. El cálculo con tolerancia al daño de un elemento estructural permite evaluar la importancia de un defecto, generalmente pequeño, en la seguridad y durabilidad de ese elemento estructural. Estos defectos pueden producirse durante la fabricación, transporte, puesta en obra o vida útil de la estructura. Se deben proyectar y construir estructuras que sean tolerantes al daño, que no vean comprometida su integridad y durabilidad por la presencia de pequeños defectos.

En la ingeniería civil el concepto de tolerancia al daño aún está lejos de ser asimilado y empleado por los ingenieros en sus cálculos cuando la ocasión lo requiere. Este aspecto genera importantes gastos de mantenimiento y reparación, e incluso accidentes, que podrían ser evitados. Es usual proyectar suponiendo que estructura y materiales son idealmente perfectos, sin defectos, y admitir que pequeñas imperfecciones no pueden comprometer la integridad de la estructura. Desgraciadamente la realidad ha mostrado que las cosas no son así.

Para evaluar la importancia de un defecto en un elemento estructural se deben estudiar dos aspectos. Por un lado se debe *calcular* la sollicitación local que genera el defecto, lo que permitirá conocer si el defecto es crítico o si puede llegar a serlo, si es que progresa con el tiempo (por fatiga, corrosión, una combinación de ambas, etc.). Por otro lado, se debe *medir* la propiedad o propiedades del material que gobiernan la rotura o durabilidad comprometidas por el defecto. Si puede suponerse que el elemento estructural está en régimen elástico el parámetro más adecuado es la *tenacidad de fractura* del material medida mediante ensayos normalizados [2-5].

Este trabajo presenta los factores de intensidad de tensiones en placas circulares sobre apoyos en forma de anillo. Este tipo de elemento es frecuente en ingeniería: cabezas de anclaje de cordones postesados, elementos de cierre de recipientes a presión, etc. Se estudia la influencia en el factor de intensidad de tensiones de la forma y dimensiones de la placa, así como del tamaño de la grieta. Como aplicación ingenieril se estudia la tolerancia al daño de un bloque de anclaje de cordones postesados. Para ello se calculan los factores de intensidad de tensiones inducidos por una grieta. El cálculo se realiza por varios procedimientos y los resultados se comparan

con los obtenidos experimentalmente al ensayar anclajes agrietados a escala 1/2 de Polimetilmetacrilato (PMMA).

2. FACTORES DE INTENSIDAD DE TENSIONES EN PLACAS CIRCULARES FISURADAS

La Fig. 1 muestra la geometría y dimensiones de la placa circular analizada. Se trata de una placa axil-simétrica, sometida a presión y apoyada sobre un anillo circular liso. En el estudio se contempla la posibilidad de que se exista una grieta, que puede ocupar dos posiciones distintas: a) a $R/2$ del eje de la placa (grieta $G1$), y b) a $R/4$ del eje de la placa (grieta $G2$).

Se calcularon los factores de intensidad de tensiones K_I y K_{II} para distintas profundidades de grieta en cada una de las dos posiciones consideradas. Con el fin de simplificar el cálculo se adoptó un modelo bidimensional axil-simétrico, con grietas anulares en las posiciones $G1$ y $G2$. El cálculo se hizo con el código de elementos finitos FRANC2D [6], empleando elementos cuadriláteros de 8 nodos.

Las dimensiones de la placa adoptadas para el cálculo fueron: espesor $D = 69$ mm y diámetro $1.51R = 136.7$ mm, apoyada en una superficie anular de radio interior $R = 90.54$ mm. La placa estaba sometida a una presión P normal de -283 MPa en una de sus caras sobre una superficie circular de 102.28 mm de diámetro. Estos datos no han sido adoptados arbitrariamente sino que guardan semejanza con las dimensiones y solicitaciones de la cabeza de anclaje analizada en el siguiente apartado.

La Fig. 2 muestra el valor combinado de los factores de intensidad de tensiones K_I y K_{II} , de acuerdo con la expresión: $\sqrt{K_I^2 + K_{II}^2}$ frente a la profundidad adimensionalizada de la grieta a/D . La Fig. 2a corresponde a la grieta situada en la posición $G1$, y la Fig. 2b a la posición $G2$.

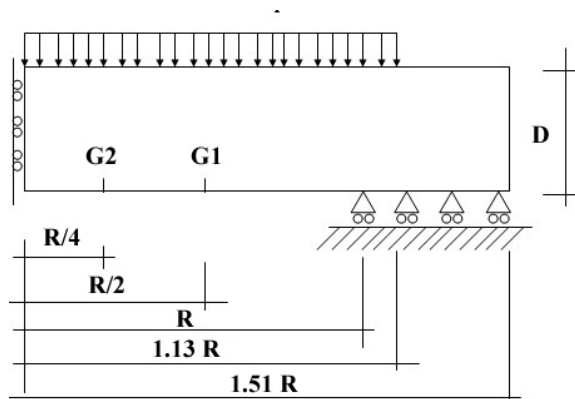


Fig. 1. Geometría y condiciones de apoyo y carga de la placa axil-simétrica.

En la Fig. 2 se puede observar la influencia el espesor D de la placa en el valor de los factores de tensiones. La Fig. 2 pone de manifiesto que cuanto menor es la distancia de la grieta al eje de revolución y menor es el espesor de la placa menor es el tamaño crítico de la grieta que produciría la rotura para el caso estudiado.

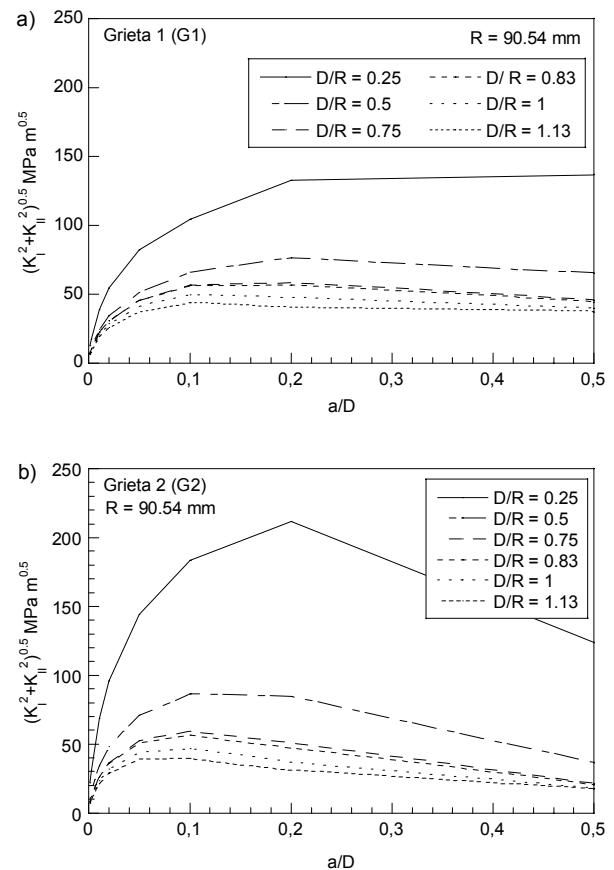


Fig. 2. Influencia del espesor de la placa en los factores de intensidad de tensiones de la placa circular fisurada para la grieta en la posición: a) $G1$, b) $G2$.

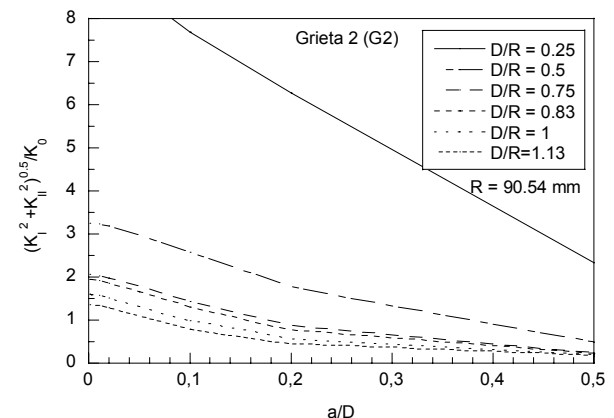


Fig. 3. Factores de intensidad de tensiones en la placa fisurada con la grieta en la posición $G2$ para distintos espesores de la placa.

La Fig. 3 muestra la combinación de factores de tensiones $\sqrt{K_I^2 + K_{II}^2}$, adimensionalizada por el valor K_0 , en función de la profundidad relativa de la grieta a/D , para la grieta en la posición G2. El valor de K_0 es: $K_0 = P\sqrt{\pi a}$. Este gráfico permite estimar el tamaño de grieta crítico que comprometería la integridad de un determinado bloque de anclaje de un material dado y sometido a una presión P conocida. Además, detectada una grieta de un tamaño determinado en el bloque del anclaje, se obtendría el valor de la carga de colapso.

3. TOLERANCIA AL DAÑO DEL BLOQUE DE ANCLAJE

3.1 Descripción del bloque del anclaje

Para el estudio de la tolerancia al daño de un sistema de anclaje se ha elegido la cabeza o bloque de anclaje. Se ha seleccionado el anclaje de un tendón postensado constituido por 31 cordones de 0.6" de diámetro. Este tipo de anclaje está diseñado para emplearse con cordones de 15.24 mm de diámetro y 140 mm² de sección nominal, de acuerdo con la norma ASTM A416 [7].

En este estudio se ha adoptado un cordón Y 1860 C, con una sección de 165 mm², y una carga unitaria de rotura de 300 kN. Estos datos corresponden al valor característico empleado por el fabricante en el diseño del anclaje. La carga característica que solicita el bloque del anclaje es $31 \times 300 = 9.300$ kN. La carga se aplica de modo simultáneo en los 31 cordones a la vez mediante un gato de tesado múltiple que proporciona el mismo alargamiento a todos los cordones y transfiere la carga al anclaje mediante el clavado automático de las cuñas en la cabeza del anclaje.

La forma y dimensiones del bloque del anclaje para el estudio se han extraído de los catálogos proporcionados por cuatro fabricantes, pretendiendo representar un modelo genérico, sin que responda a las dimensiones y forma de ningún fabricante en particular. La Fig. 4 muestra la forma y dimensiones del bloque anclaje adoptado para los cálculos.

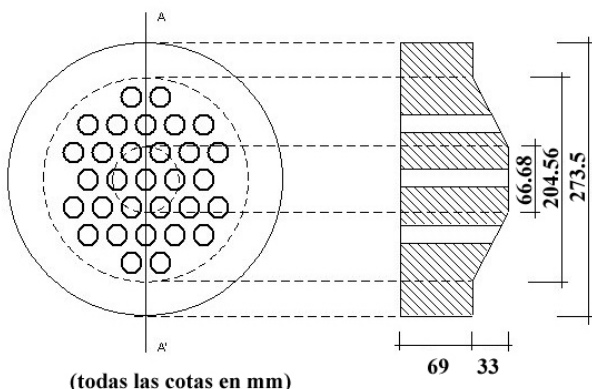


Fig. 4. Geometría y dimensiones del bloque del anclaje.

Con el objeto de simplificar el análisis se han suprimido los taladros, y la carga aplicada por los 31 cordones se ha distribuido uniformemente en la cara superior del anclaje, en un círculo de radio 102.28 mm; este círculo corresponde al área encerrada por la circunferencia de menor radio que incluye todos los taladros del bloque del anclaje. El resultado es una tensión normal a la cara superior del anclaje de -283 MPa, aplicada en este círculo.

3.2. Introducción de un defecto tipo

Con las condiciones descritas se realizó el análisis elástico de tensiones en el bloque del anclaje [8], obteniéndose la zona de máximas tensiones de tracción, en la que se introdujo una grieta en forma de semi-elipse, con su eje mayor situado en la superficie del bloque del anclaje. La Fig. 5 muestra la forma y orientación la grieta introducida.

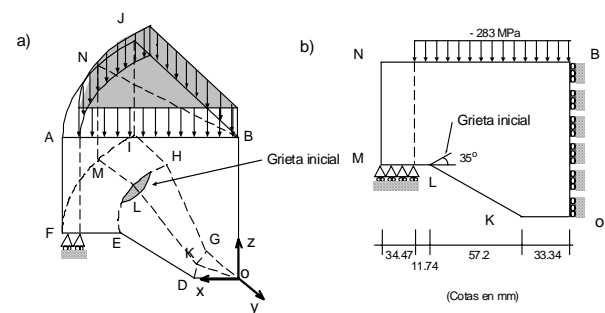


Fig. 5. Forma y dirección de la grieta introducida en el bloque del anclaje.

3.3. Procedimiento de cálculo

Para calcular los factores de intensidad de tensiones inducidos por la grieta en el bloque del anclaje se adoptaron dos aproximaciones: a) cálculo bidimensional axil-simétrico, y b) cálculo tridimensional con la geometría exacta de la grieta de $\frac{1}{4}$ de anclaje.

En ambos casos la grieta se colocó en la posición y con la orientación más desfavorable posible [8], que correspondía, como se indica en la Fig. 5, a la zona del acuerdo del anclaje, con un ángulo de 35° respecto a la superficie de apoyo del anclaje.

Cálculo bidimensional axil-simétrico

Se adoptó la geometría mostrada por la Fig. 5b, que supone una grieta anular. Aunque se puede pensar que este tipo de defecto no es demasiado realista, el hecho de realizar un cálculo 2D simplifica notablemente el cálculo, especialmente la generación de la malla de elementos finitos, y permite un análisis aceptable de la influencia de diferentes variables de forma rápida y sencilla. Además el resultado queda del lado de la seguridad.

El cálculo se hizo con código de elementos finitos FRANC2D [6], y se emplearon elementos cuadriláteros de 8 nodos.

La Fig. 6 muestra los valores de los factores de intensidad de tensiones K_I y K_{II} , y el valor combinado de los factores de intensidad de tensiones K_I y K_{II} , de acuerdo con la expresión: $\sqrt{K_I^2 + K_{II}^2}$, frente a la profundidad adimensionalizada de la grieta a/D .

La Fig. 7 muestra la influencia del acuerdo entre la parte cilíndrica y el tronco de cono del bloque del anclaje en el factor de intensidad de tensiones. Se han estudiado tres ángulos distintos para el acuerdo, $\theta = 90^\circ$, 130° y 150° , y un acuerdo circular de radio 44 mm. La Fig. 8 recoge de forma esquemática la forma de los anclajes analizados. La Fig. 7 muestra que cuanto mayor es el ángulo del acuerdo menor es el factor de intensidad de tensiones, y por tanto más tolerante al daño es el anclaje.

La Fig. 9 muestra la influencia del espesor D del anclaje en el factor de intensidad de tensiones. Se puede observar que cuanto menor es el espesor del anclaje menor es la tolerancia al daño para una misma profundidad relativa de la grieta a/D .

Cálculo tridimensional

Para el cálculo tridimensional se adoptó la geometría de la grieta y del anclaje mostrada en la Fig. 5a, que corresponde a $1/4$ de anclaje. El cálculo se hizo con el programa FRANC3D [9], de elementos de contorno. La grieta tenía forma semielíptica, con semieje menor a y mayor b . Se estudiaron cuatro relaciones b/a : 1, 2, 5 y 10, con cuatro profundidades de grieta a : 0.1, 0.3, 2 y 5 mm. La Fig. 10 muestra los factores de intensidad de tensiones a lo largo del frente de grieta, para la grieta de profundidad $a = 2$ mm. Con la relación $b/a = 2.5$ se alcanza aproximadamente un valor de iso- K en el frente de grieta. Análogos resultados se obtuvieron con las otras profundidades de grieta.

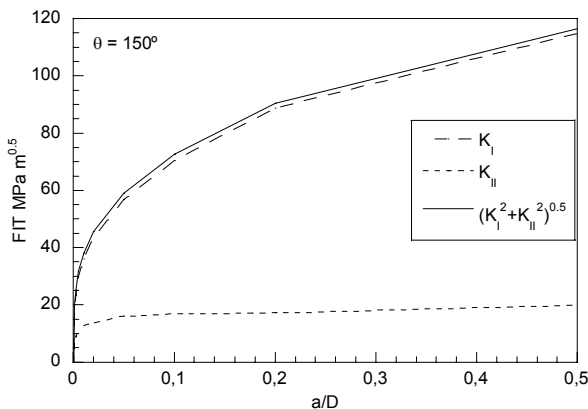


Fig. 6. Factores de intensidad de tensiones para distintas profundidades de grieta en el anclaje con ángulo de acuerdo $\theta = 150^\circ$ mediante cálculo axil-simétrico.

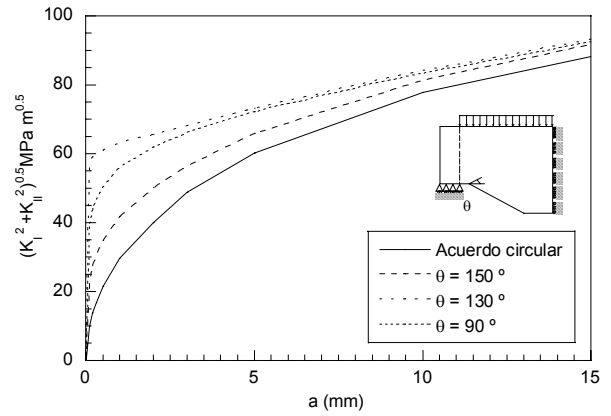


Fig. 7. Factores de intensidad de tensiones para distintos ángulos de acuerdo en el anclaje mediante cálculo axil-simétrico.

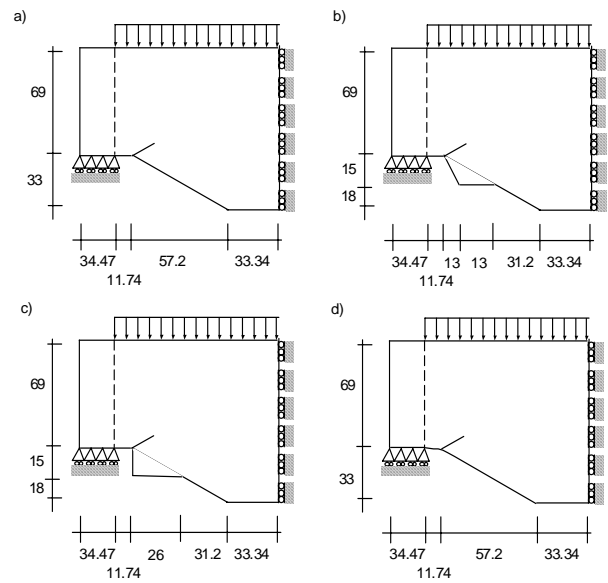


Fig. 8. Esquema de los distintos acuerdos en el bloque del anclaje: a) $\theta = 150^\circ$, b) $\theta = 130^\circ$, c) $\theta = 90^\circ$, y d) acuerdo circular.

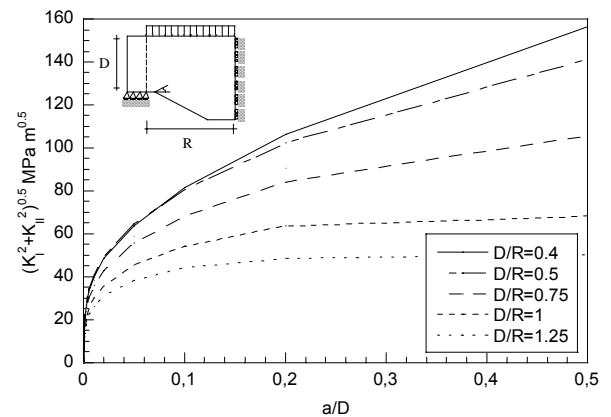


Fig. 9. Factores de intensidad de tensiones para distintos espesores del anclaje mediante cálculo axil-simétrico.

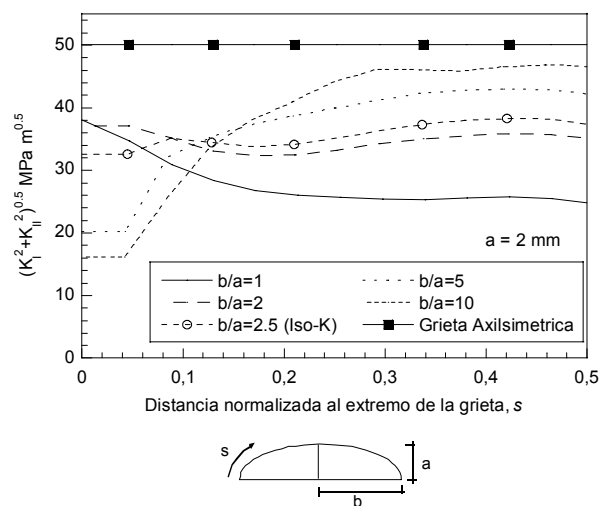


Fig. 10. Factor de intensidad de tensiones en el frente de grieta del bloque de anclaje con una grieta de 2 mm de profundidad (cálculo tridimensional $\frac{1}{4}$ de anclaje).

La Fig. 10 pone de manifiesto que el cálculo bidimensional axil-simétrico queda del lado de la seguridad frente al cálculo tridimensional de $\frac{1}{4}$ de anclaje con la grieta con dimensiones precisas. Para las profundidades de grieta estudiadas se ha comprobado que el valor de $\sqrt{K_I^2 + K_{II}^2}$ a lo largo del frente de una grieta Iso-K es, aproximadamente, el 70% del valor calculado mediante el modelo axil-simétrico.

4. CONTRASTACIÓN EXPERIMENTAL

Con el fin de verificar los resultados numéricos obtenidos, se han ensayado 3 anclajes de Polimetilmetacrilato (PMMA) a escala 1/2, en los que se había generado una grieta semi-elíptica en la zona más desfavorable con su plano orientado 35° con respecto a la superficie de apoyo. Se eligió PMMA por ser un material que a temperatura ambiente exhibe comportamiento casi elástico lineal hasta la rotura y porque sus excelentes propiedades ópticas permiten controlar el proceso de creación de la grieta así como su evolución durante el ensayo.

Descripción del dispositivo de ensayo

La Fig. 11 muestra una foto y un esquema del dispositivo de ensayo. La pieza superior sirve de soporte a la probeta de PMMA ensayada y tiene la geometría necesaria para que el apoyo se produzca en las mismas condiciones que el caso estudiado. El aplicador de la carga produce presión uniforme sobre una superficie circular de 51.14 mm de diámetro. Entre el aplicador de carga y la probeta de PMMA se coloca un disco de elastómero de 10 mm de espesor para repartir la carga uniformemente.

En el ensayo se registró de forma continua la carga aplicada, el desplazamiento vertical del punto de aplicación de la carga (extensómetro LVDT1), el despla-

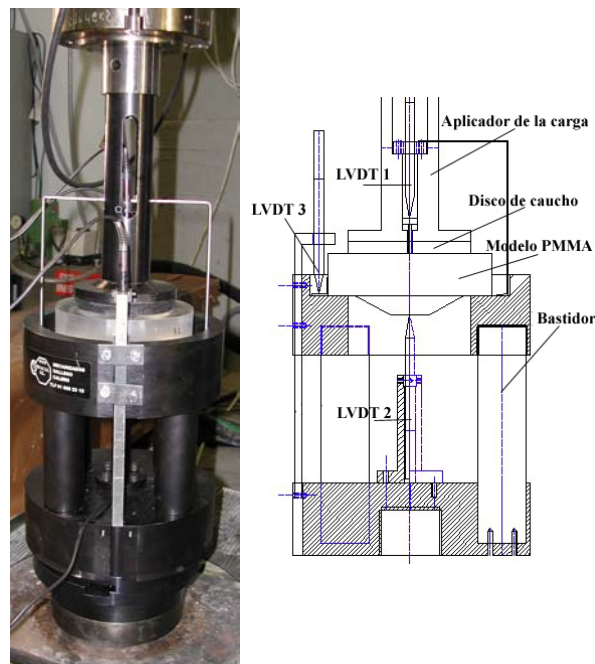


Fig. 11. Dispositivo de ensayo.

miento vertical del punto central de la cara inferior del anclaje (LVDT 2) y el posible levantamiento de los bordes del anclaje en el apoyo, medido en dos puntos diametralmente opuestos (extensómetros LVDT 3).

Creación de la grieta en el modelo a escala

La generación de la grieta en el modelo a escala del bloque del anclaje se hizo en dos etapas. En primer lugar se creó una entalla a 35° respecto a la superficie de apoyo con un disco de sierra de acero rápido de 25 mm de diámetro y 0.5 mm de espesor, como se puede observar en la Fig. 12. A partir de la entalla se generó una grieta introduciendo una cuchilla circular del mismo diámetro que el disco de sierra y un espesor de 1 mm de manera que al presionar de forma controlada se producía un efecto cuña generándose una grieta de una forma aproximadamente semi-elíptica.



Fig.12. Generación de la entalla en la probeta.

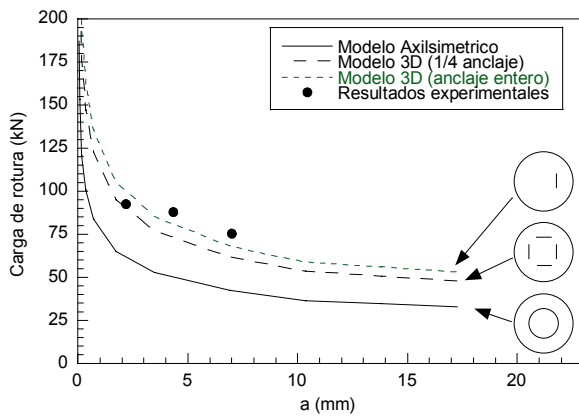


Fig. 13. Resultados experimentales y predicción numérica de la carga de colapso del bloque del anclaje.

Resultados experimentales

Se ensayaron 3 probetas con distintas profundidades de grieta. Las profundidades de las grietas, medidas una vez finalizado el ensayo, fueron $a = 2.17, 4.33$ y 7.12 mm respectivamente. En los tres casos la forma fue semi-elíptica con relación b/a aproximadamente 2.5, que correspondía a un frente de grieta iso-K.

Los ensayos se hicieron con control de desplazamiento del pistón de la máquina a una velocidad de 0.4 mm/min. Durante el ensayo los extensómetros LVDT 3 de la Fig. 11 no detectaron movimiento, por lo que el borde del anclaje no se levantó del apoyo, confirmando la hipótesis hecha al realizar la simulación numérica.

La Fig. 13 muestra los resultados experimentales de la carga de rotura en función de la profundidad a de la grieta. La Fig. 13 incluye la predicción numérica de la carga de rotura realizada bajo tres hipótesis: cálculo axil-simétrico (grieta anular continua), cálculo tridimensional de $1/4$ de anclaje (4 grietas a 90°) y cálculo tridimensional del anclaje completo (una sola grieta). Para el cálculo de la carga de rotura se empleó el valor de tenacidad de fractura $K_{IC} = 1.16 \text{ MPa m}^{0.5}$, obtenido mediante ensayos de flexión en tres puntos de probetas de PMMA según en la norma ASTM D5045-99 [10]. Como se puede observar, el cálculo tridimensional del anclaje completo es el que mejor predice los resultados experimentales, si bien los otros dos cálculos son más sencillos de realizar y quedan del lado de la seguridad.

La Fig. 14 muestra uno de los anclajes después del ensayo.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen a la Comunidad Económica Europea y al Ministerio de Ciencia y Tecnología las ayudas económicas concedidas a través de los proyectos EVK4-2001-00091 y MAT2001-3863-CO3-02. Además agradecen al Prof. A. Ingraffea, de la Uni-



Fig. 14. Detalle de la rotura de un anclaje ensayado.

versidad de Cornell, el uso del programa FRANC3D [9].

REFERENCIAS

- [1] CEN, "Eurocode 3: Design of Steel Structures, Part 1-10: Selection of materials for fracture toughness and through-thickness properties", (1993).
- [2] Elices, M., "Los materiales", La Ingeniería Civil Española del Siglo XX, R.O.P., 18-25 (1999).
- [3] Elices, M., "Mecánica de la fractura", Servicio de Publicaciones de la E.T.S. Ingenieros de Caminos, U.P.M., 205 pp., Madrid (1995).
- [4] A.S.M., "Fatigue and Fracture", Vol 19, 1055 pp., Ohio, U.S.A. (1997).
- [5] A.S.T.M. E399-90, "Standard test method for plane-strain fracture toughness of metallic materials", Vol. 3.01, Baltimore, U.S.A. (2001).
- [6] FRANC2D, "A two dimensional crack propagation simulator", Cornell University, U.S.A. (2000).
- [7] A.S.T.M. A416/A416M-99 "Standard specification for steel strand, uncoated seven-wire for prestressed concrete", Vol 1.04, pp. 225-229, Baltimore, U.S.A. (2001).
- [8] Elices, M., Gálvez, J.C. y Benítez, J.M., "Tolerancia la daño del bloque de anclaje de un tendón postesado", Anales Mecánica Fractura, 19, 507-512 (2002).
- [9] FRANC3D, "Fracture Analysis 3D", Cornell University, U.S.A. (2001).
- [10] A.S.T.M. D5045-99 "Standard tests methods for plane-strain fracture toughness and strain release rate of plastic materials", Baltimore, U.S.A. (1999).

