

# ZONAS PLÁSTICAS EN EL FRENTE DE GRIETA Y CONDICIONES RELATIVAS AL TAMAÑO DE PROBETA PARA LA DETERMINACIÓN DE $K_{Ic}$

D. Fernández Zúñiga\*, J.F. Kalthoff\*\*, A. Fernández Canteli\*, J. Grasa\*\*\*, M. Doblaré\*\*\*

\*Escuela Politécnica Superior de Ingeniería, Universidad de Oviedo

\*\*Experimentelle Mechanik, Ruhr-Universität Bochum

\*\*\*Centro Superior Politécnico, Universidad de Zaragoza

**Resumen.** Se presentan aquí los resultados de los cálculos numéricos referentes al tamaño de la zona plástica en el frente de grieta, realizados en probetas CT fabricadas en aleación de aluminio Al 7075, con diferentes espesores, cuyas dimensiones en el plano cumplen las condiciones para una determinación válida de la tenacidad a fractura  $K_{Ic}$ . Se han podido observar diferencias importantes en relación con el modelo de “hueso de perro”. En particular, las zonas plásticas en la superficie o en la zona cercana a la superficie no coinciden con los resultados habituales para tensión plana en 2-D. A su vez, en las probetas con espesores muy superiores a los mínimos requeridos, las zonas plásticas en el frente de grieta no llegan a alcanzar el reducido tamaño de la zona plástica en deformación plana, que se deduce de los cálculos en 2-D. A la vista de los resultados obtenidos, se discuten las condiciones aceptadas actualmente relativas tamaño mínimo de probeta para la determinación válida de la tenacidad a fractura.

**Abstract.** Three dimensional finite element calculations are performed of crack tip plastic zones in CT-specimens of the aluminium alloy Al 7075. With specimens of in-plane dimensions sufficient for measuring valid fracture toughnesses  $K_{Ic}$  the specimen thickness is varied over a large range. Compared to the “dogbone-model” the results show characteristic differences: The crack tip plastic zones near to or at the specimen surface do in general not agree with the usual results of 2D-plane stress calculations. Furthermore, also for specimen thicknesses well above the usual minimum thickness the crack tip plastic zones have not decayed yet to the size of 2D-plane strain calculations. The conventional minimum size specimen requirements for determining valid fracture toughnesses are discussed in view of the found results.

## 1. INTRODUCCIÓN

Como es sabido, la determinación de la tenacidad a fractura  $K_{Ic}$  de un material implica la satisfacción de unas condiciones de validez, que garanticen el cumplimiento de las hipótesis de la Mecánica de la Fractura elástica lineal o con plasticidad restringida y la dominancia de condiciones de deformación plana en el frente de grieta. Las condiciones establecidas para las medidas mínimas de las probetas y la correspondiente limitación de formación de roturas a 45°, propias de tensión tangencial, tal como se formulan en las normas ASTM E 399 [1] y ESIS P2 [2], resultan de la consideración de la relación entre las medidas de la probeta y el tamaño de la zona plástica a lo largo del frente de grieta que, según se cree, responde al llamado modelo del “hueso de perro”. En particular, el criterio de dominancia de un estado de deformación plana conduce a la prescripción de un espesor lo suficientemente grande, para que las zonas del frente de grieta cercanas a la superficie que, según la creencia generalizada, se encuentran en un estado de tensión plana, puedan ser despreciadas frente al resto de zonas en el frente de grieta, sometidas a un estado de deformación plana.

En este trabajo se presentan los cálculos por elementos finitos que permiten determinar la verdadera morfología

de las zonas plásticas en el frente de grieta a lo largo del espesor de la probeta, considerando un material elástico-lineal y la tensión de comparación de von Mises para la definición de la zona plástica. En primer lugar, se presenta la probeta utilizada, el material, los parámetros sometidos a variación, así como las especificaciones de los cálculos numéricos y los resultados obtenidos. A continuación se discuten las diferencias observadas entre las zonas plásticas en el frente de grieta calculadas y el modelo convencional del “hueso de perro”, así como las posibles repercusiones en la determinación de tenacidades a fractura válidas.

## 2. CÁLCULOS NUMÉRICOS

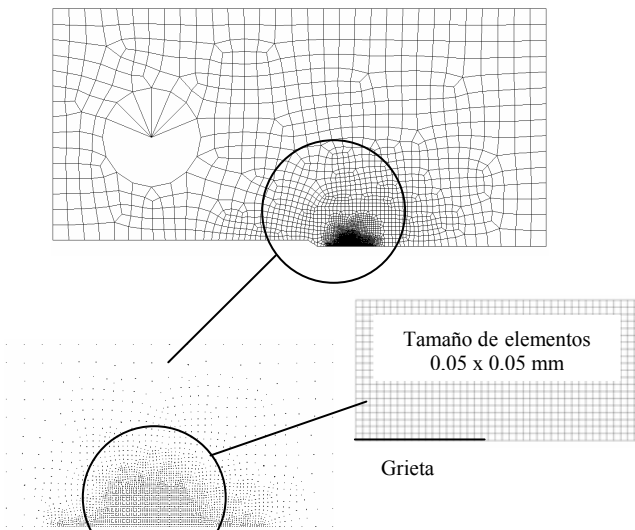
Los cálculos se realizaron con probetas CT de la aleación de aluminio Al 7075, utilizadas en un programa de investigación previo [3], con una tenacidad a fractura  $K_{Ic} = 30 \text{ MPa m}^{1/2}$  y un límite elástico  $\sigma_{GY} = 533 \text{ MPa}$ . A partir del espesor mínimo de resultante,  $B_{min} = 7,9 \text{ mm}$ , se fijó una anchura de probeta,  $W = 25 \text{ mm}$ , para el cálculo de las zonas plásticas en el frente de grieta. Manteniendo fijas las medidas resultantes en el plano, se eligieron 8 espesores de probeta: entre 0,10 mm, es decir, muy por debajo del espesor mínimo requerido, hasta 50 mm, es decir, muy por encima del mismo. Los cálculos se realizaron con el programa ABAQUS, considerando como cargas, las deducidas

para  $K_I = K_{Ic}$ , de acuerdo con los espesores correspondientes. Se supuso un comportamiento elástico-lineal y se utilizaron elementos tridimensionales estándar de 8 nudos, no singulares, inclusive en el frente de grieta. Las zonas plásticas se determinaron identificando la tensión de comparación de von Mises con el límite elástico del material,  $\sigma_{GY}$ .

El mallado de las probetas se realizó automáticamente con el programa I-DEAS, fijando una malla de 0,05 mm en la zona del frente de grieta, que se aumentó progresivamente hasta llegar a 5 mm en las zonas menos significativas (ver figura 1). En el sentido transversal al plano de probeta se extruyeron sucesivamente capas de elementos, adaptándose a los espesores crecientes. Con el fin de evitar el elevado número de nodos que resultarían para las probetas más gruesas, se fue incrementando la relación geométrica de la malla respecto de la medida transversal de los elementos, según se deduce de la tabla 1. En probetas de tamaño medio se manejaron del orden de 100.000 grados de libertad. La idoneidad del tamaño de malla utilizado fue estudiada en detalle y confirmada en trabajos previos [4,5]. La aplicación de la carga a la probeta se realizó a través de elementos rígidos lineales, respetando las condiciones reales del ensayo.

Los resultados numéricos obtenidos para diferentes espesores en el análisis de elementos finitos quedan recogidos en la figura 2, en la que se representan las zonas plásticas en el frente de grieta en la superficie, en un plano interior próximo a la superficie (cuya definición se hará más adelante) y en el plano medio de la probeta. En la misma figura se representan también los resultados de cálculos en 2-D para los estados de tensión plana y deformación plana, respectivamente.

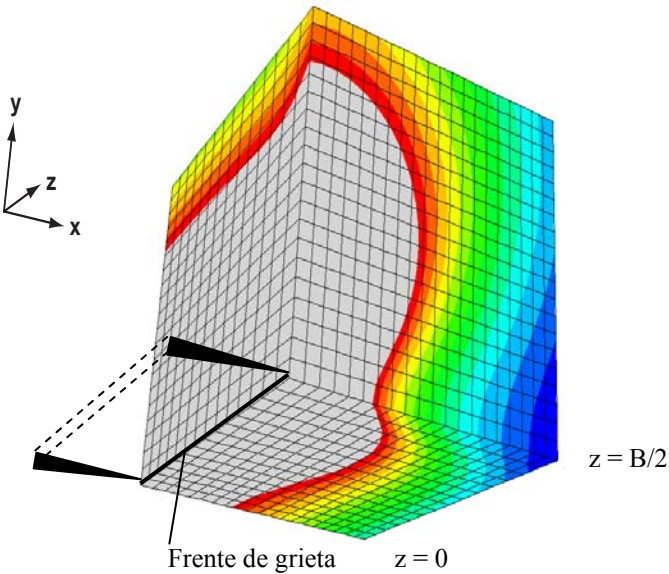
La figura 3 reproduce una vista tridimensional de la zona plástica en el frente de grieta para la probeta de espesor de 2,5 mm.



**Fig. 1.** Detalle de la malla en la probeta CT empleada en el MEF.

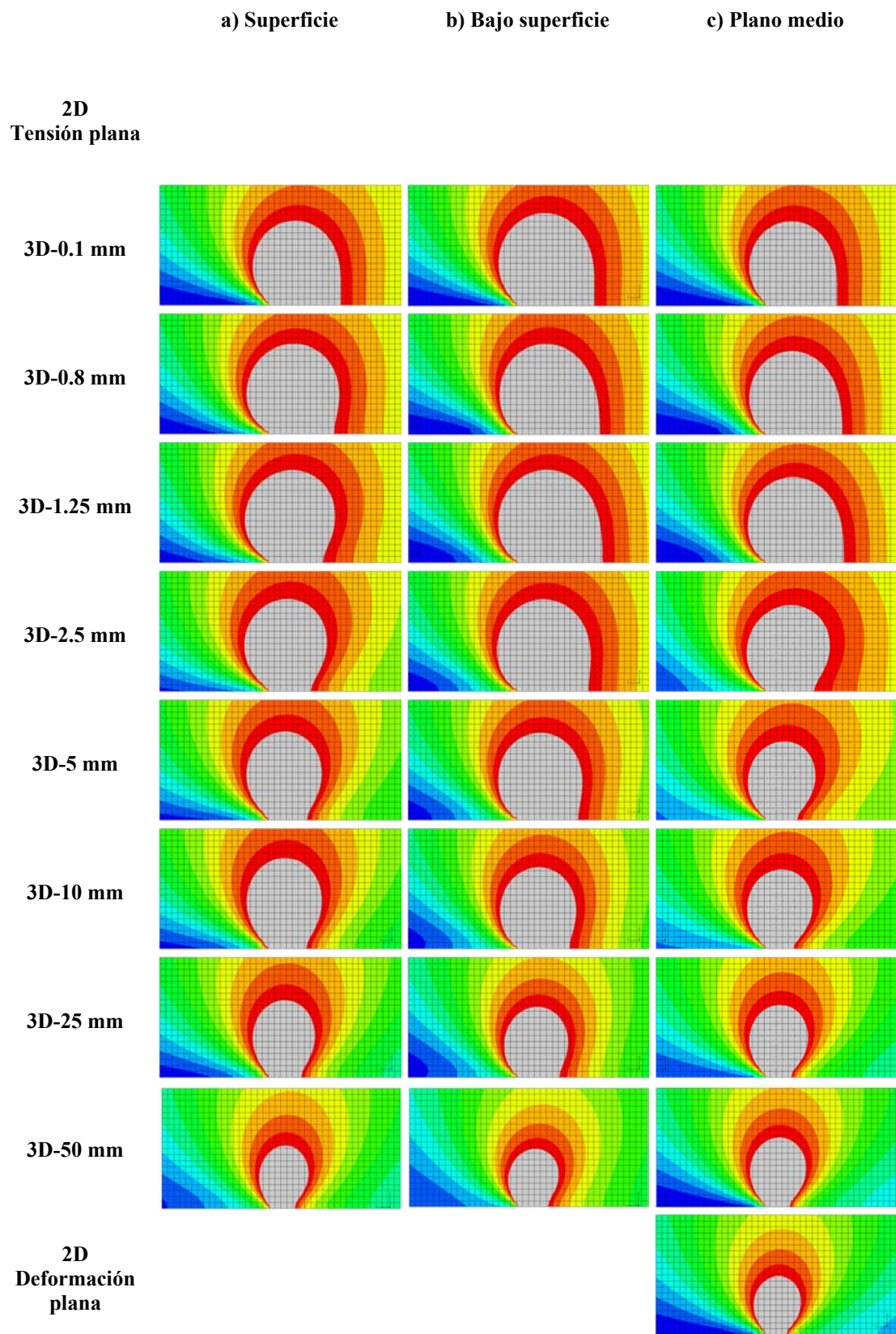
**Tabla 1.** Medidas del elemento en la dirección x, y, z para diferentes espesores de probeta.

Espesor [mm]	Medida en la dirección x [mm]	Medida en la dirección y [mm]	Medida en la dirección z [mm]	Número de capas en el elemento
0.10	0.05	0.05	0.0125	2
0.80	0.05	0.05	0.050	8
1.20	0.05	0.05	0.060	10
2.50	0.05	0.05	0.089	14
5.00	0.05	0.05	0.147	17
10.00	0.05	0.05	0.250	20
15.00	0.05	0.05	0.250	30
25.00	0.05	0.05	0.250	50
50.00	0.05	0.05	0.250	100



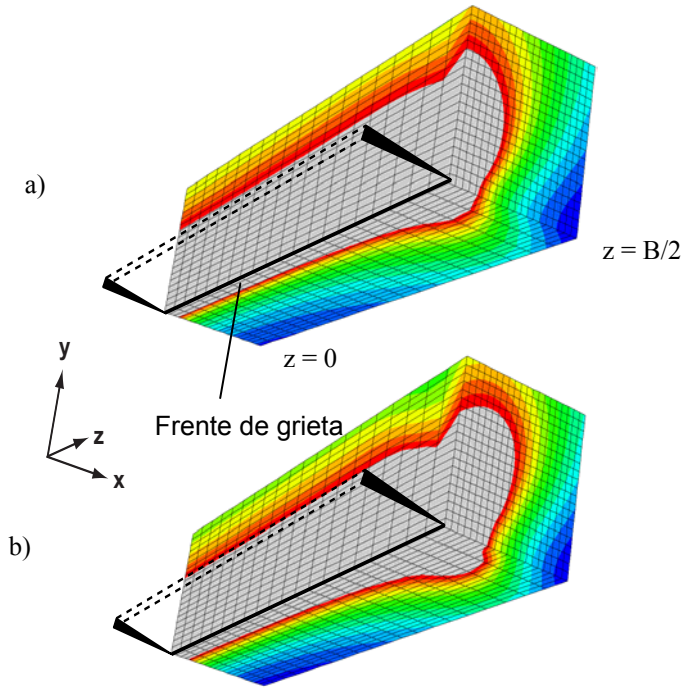
**Fig. 3.** Vista en 3-D de la zona plástica en el frente de grieta para B = 2,5 mm.

Los resultados obtenidos en el supuesto de material elástico lineal quedaron confirmados mediante los cálculos más realistas, realizados con la curva tensión-deformación del material, determinada experimentalmente. Tal como se puede observar en la figura 4, las zonas plásticas en el frente de grieta de una probeta de espesor B=10 mm, son similares para ambas leyes de comportamiento.



**Fig. 2.** Zonas plásticas para modo I, a) en la superficie de probeta, b) en un plano cercano a la superficie y c) en el plano medio de la probeta, para varios espesores representativos.





**Fig. 4:** Comparación entre las zonas plásticas en el frente de grieta, calculadas mediante ley del material, (a) elástica-lineal y (b) elasto-plástica ( $B = 10$  mm).

### 3. DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS

Según el llamado modelo de “hueso de perro“, el tamaño de la zona plástica en el frente de grieta, deducido a partir de la distribución de tensiones en el frente de grieta y de la tensión de comparación de von Mises, viene dado por:

$$r_p = \frac{1}{4\pi} \left( \frac{K_I}{\sigma_{YS}} \right)^2 \left\{ 1 + \cos \varphi + \frac{3}{2} \sin^2 \varphi \right\}$$

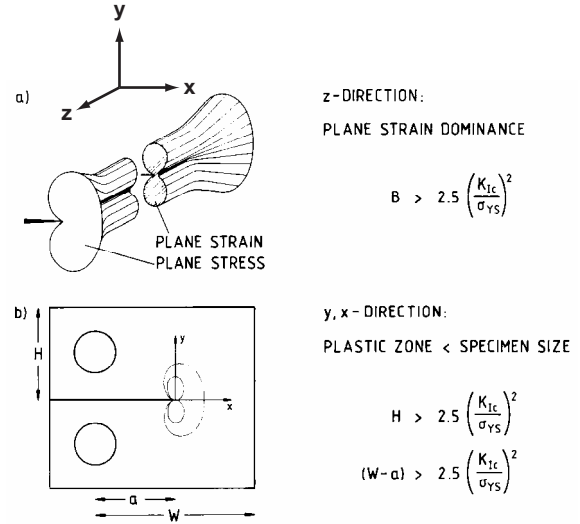
para tensión plana (1) y

$$r_p = \frac{1}{4\pi} \left( \frac{K_I}{\sigma_{YS}} \right)^2 \left\{ (1 - 2\nu)^2 (1 + \cos \varphi) + \frac{3}{2} \sin^2 \varphi \right\}$$

para deformación plana (2)

En el supuesto de existencia de un estado de tensión plana en la superficie de la probeta y de deformación plana en el interior de la misma (así como de una zona de transición entre ambos casos límites) resulta la conocida forma de la zona plástica en el frente de grieta, representada en la figura 5. El estado de deformación plana es dominante, es decir, las partes del frente de grieta que están en estado de tensión plana pueden ser despreciadas frente a las que están en deformación plana, siempre que la probeta en la dirección transversal (dirección  $z$  en la figura 5) sea suficientemente grande,

lo que según la norma se cumple cuando  $B > 2,5(K_{Ic}/\sigma_{YS})^2$ . En estas zonas, limitadas por la existencia del estado de tensión plana, la rotura se produce, debido al carácter plano del campo de tensiones, y no por tracción, sino por formación de los labios de cortante en la superficie de la probeta.

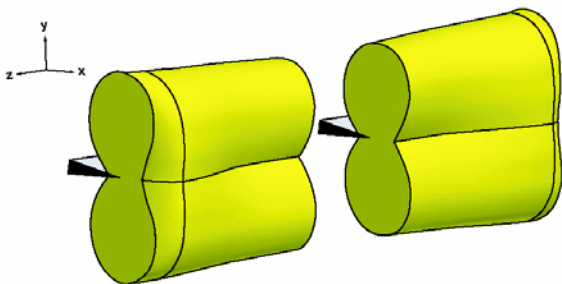


**Fig. 5.** “Modelo de hueso de perro” y condiciones de validez para la determinación de la tenacidad a fractura en deformación plana,  $K_{Ic}$ .

Un comportamiento global elástico-lineal de la probeta queda garantizado si la zona plástica del frente de grieta es suficientemente pequeña con respecto a las dimensiones de la probeta en su plano (direcciones  $x$  e  $y$  en la figura 5), es decir, de la altura  $H$  y de la longitud de ligamento  $(W-a)$  de la probeta, lo que según las normas ocurre cuando  $H > 2,5(K_{Ic}/\sigma_{YS})^2$  y  $(W-a) > 2,5(K_{Ic}/\sigma_{YS})^2$ . Estas condiciones representan las conocidas dimensiones mínimas según ASTM E 399 y ESIS P2 para la determinación de tenacidades a fractura válidas bajo deformación plana,  $K_{Ic}$ . La comparación entre el modelo de “hueso de perro” (figura 5) y las zonas plásticas en el frente de grieta calculadas (figura 2) evidencia diferencias fundamentales: En primer lugar se observa que los resultados en 2-D, deducidos para la probeta CT de Al 7075 en el caso de estado de tensión plana y de deformación plana, muestran una buena coincidencia con los estados límites representados por el modelo de “hueso de perro”. Sin embargo, los resultados en 3-D para probetas con diferentes espesores muestran las siguientes discrepancias frente a ambos casos límites planos:

En la superficie de probetas muy delgadas (ver, por ejemplo, los datos correspondientes a un espesor de 0,1 mm) resulta una zona plástica en el frente de grieta prácticamente igual a la de tensión plana. En estas probetas más delgadas la zona plástica del frente de grieta en el plano medio corresponde, como era de

esperar, a la zona plástica en la superficie para el estado de tensión plana. En las probetas más gruesas la zona plástica en el frente de grieta experimenta cambios en la superficie de la probeta, tanto en su forma como en tamaño, reduciéndose y adoptando una forma en apariencia similar a la del estado de deformación plana. En el plano medio de la probeta, se comprueba que las zonas plásticas en el frente de grieta disminuyen en tamaño y varían en la forma, tendiendo en ambos casos hacia el estado de deformación plana. En consecuencia, tanto en el plano medio como en la superficie de la probeta las variaciones que se producen en forma y tamaño de las zonas plásticas mantienen aproximadamente la misma tendencia.



**Fig. 6.** Representación esquemática de la zona plástica en el frente de grieta a lo largo del espesor de la probeta.

La comparación de las zonas plásticas en el frente de grieta para grandes espesores ( $B=25$  mm ó 50 mm, es decir, muy por encima del espesor mínimo,  $B_{\min} = 7,9$  mm) con las zonas plásticas para el caso límite de deformación plana, evidencia que estas zonas plásticas, a pesar de los espesores considerados, no alcanzan el reducido tamaño, propio de deformación plana.

Una perspectiva de la zona plástica en el frente de grieta, a lo largo del espesor de probeta, como la representada en la figura 3, permite apreciar un comportamiento complejo en la zona próxima a la superficie: al ir acercándose a la superficie de la probeta desde el interior, las dimensiones de la zona plástica en la dirección de la grieta y en el plano del ligamento (plano x-z), experimentan, en primera instancia, un aumento gradual de los valores, seguido luego de la aparición de una “joroba”, que disminuye rápidamente formando un adelgazamiento de la zona plástica del frente de grieta en la superficie de la probeta. Este comportamiento resulta inesperado, con respecto a lo que cabría esperar del modelo de “hueso de perro”, y parece indicar que, al acercarse a la superficie de la probeta, las tensiones tratan de formar un estado de tensión plana, pero al no existir éste en la superficie, la tendencia anterior se invierte. Esta “joroba” de la zona plástica en el plano x-z del frente de grieta se corresponde con una “abolladura” en el plano y-z. Estas zonas plásticas del frente de grieta directamente bajo la superficie, en las zonas en las que la “joroba” adquiere sus valores máximos quedan recogidas en la figura 2 con la denominación de “bajo superficie”. Una

perspectiva, algo más idealizada, de la zona plástica en el frente de grieta a lo largo del espesor de probeta queda recogida en la figura 6. Las diferencias entre esta gráfica y la del modelo convencional de “hueso de perro” (figura 5) resultan patentes.

#### 4. CONSECUENCIAS DEL ESTUDIO

Los resultados encontrados son significativos en varios aspectos, puesto que:

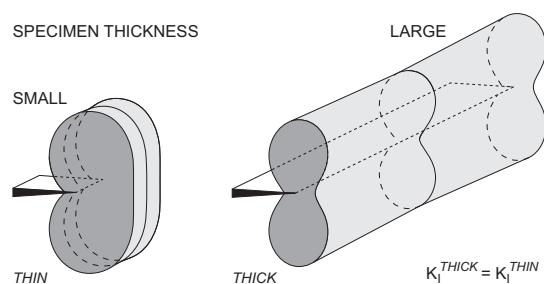
- Las zonas plásticas en el frente de grieta en la superficie de probetas gruesas no se corresponden con las del estado de tensión plana y, por tanto, el estado real de tensiones en la superficie libre de una probeta no puede reproducirse a través de un estado de tensión plana. Es sorprendente que este hecho, ya indicado en 1971 por Sih [6], que prueba además que un estado de tensión plana atentaría contra las condiciones de compatibilidad, haya sido ignorado hasta ahora. Varios autores [7,8] que estudian diferentes parámetros de fractura, informan también de características peculiares y desviaciones respecto del comportamiento comúnmente esperado. Las observaciones de estos autores, que se relacionan claramente con lo observado en las zonas plásticas determinadas en este trabajo, suelen ser injustamente consideradas como irrelevantes en el tratamiento de problemas prácticos, a pesar de que parecen tener repercusiones esenciales.

- En probetas con espesores mucho mayores, incluso, que el mínimo exigido por las normas, las zonas plásticas reales en el frente de grieta en el interior de la probeta no llegan a alcanzar el reducido tamaño que se presenta en el caso de deformación plana. Resulta por tanto cuestionable la validez de tenacidades a fractura “en deformación plana”, deducidas con probetas cuyas dimensiones mínimas se ajustan a las normas. En cualquier caso, queda por investigar, cuánto tendría que incrementarse el espesor mínimo para poder determinar valores conservadores de la tenacidad a fractura.

- Con independencia del espesor y prescindiendo, de momento, de la “joroba” y la “abolladura” anteriormente mencionadas, tanto la forma como el tamaño de las zonas plásticas del frente de grieta no varían significativamente, manteniendo una cierta forma cilíndrica. En las probetas de menores espesores, la forma y tamaño de la superficie transversal del cilindro se asemejan a los del estado de tensión plana, mientras que en probetas más gruesas ambos tienden a los de deformación plana, mostrando unas dimensiones más pequeñas. En la figura 7 se representan simplificada-mente las respectivas zonas plásticas para tensión plana y deformación plana, respectivamente. En los espesores medios, la zona plástica del frente de grieta adopta también una forma cilíndrica, si bien con tamaños y formas intermedios.

Los resultados de las zonas plásticas a todo lo largo del frente de grieta suministran un cuadro realista y una mejor comprensión del proceso de formación de las

zonas plásticas reales en el frente de grieta. Mientras que muchas de las condiciones de validez habituales para la determinación de las tenacidades a fractura  $K_{Ic}$  pueden ser interpretadas, sin modificaciones, también en función de estos mismos modelos, las complejas relaciones tensionales que se presentan en las cercanías de las superficie y en la misma superficie de la probeta, exigen una adecuada comprensión de los procesos que conducen a la rotura de cortante con formación de los labios, mientras que la determinación de las zonas plásticas en el frente de grieta en el caso de probetas con espesores mucho mayores que los espesores mínimos habituales, que no se corresponden con el estado de deformación plana, posiblemente exija modificaciones en las condiciones de validez para la determinación de tenacidades a fractura verdaderas en deformación plana.



**Fig. 7.** Representación esquemática, fuertemente idealizada, de la zona plástica del frente de grieta para probetas finas y gruesas.

## 5. CONCLUSIONES

Con ayuda del programa ABAQUS, se han calculado las zonas plásticas en el frente de grieta en probetas CT de Al 7075, en un amplio rango de espesores, desde muy por debajo hasta muy por encima del espesor mínimo de probeta,  $B_{min}$ , dictado por las normas. Las dimensiones en el plano de la probeta corresponden a los criterios establecidos para la determinación de tenacidades a fractura válidas,  $K_{Ic}$ . En contraposición al “modelo de hueso de perro” se detectaron los siguientes comportamientos:

- En las probetas gruesas, la zona plástica en el frente de grieta en la superficie de la probeta no corresponde al estado de tensión plana. En las zonas plásticas justamente por debajo de la superficie de la probeta se presenta un estado tensional complejo con tendencias cambiantes.
- En las probetas con un cierto espesor, y admitiendo una fuerte simplificación, la zona plástica en el frente de grieta presenta una forma más bien cilíndrica a lo largo del frente de grieta con una sección, que en probetas de espesor menor resulta similar a la propia de tensión plana, mientras que en probetas de mayor espesor lo es a la de deformación plana.

- En las probetas con espesores muy por encima del espesor mínimo  $B_{min}$ , la zona plástica en el frente de grieta en el interior de la probeta no llega a alcanzar el tamaño correspondiente al estado de deformación plana.

- Mientras que la pertinencia de otras condiciones relativas a la validez en la determinación de la tenacidad a fractura,  $K_{Ic}$ , queda demostrada a la luz de estos resultados, la definición de espesores mínimos de probeta para la determinación de tenacidades a fractura,  $K_{Ic}$ , debería seguir siendo investigada.

## 6. REFERENCIAS

- [1] ASTM E 399, Standard Test Method for Plane-Strain Fracture Toughness of Metallic Materials, Annual Book of ASTM Standards, Vol. 03.01, American Society for Testing and Materials, West Conshohocken, Pa.
- [2] ESIS P2, ESIS Recommendations for Determining the Fracture Behaviour of Materials, European Structural Integrity Society, Delft.
- [3] W. Hiese, “Gültigkeitskriterien zur Bestimmung von Scherbruchzähigkeiten.” Tesis doctoral, Fakultät für Maschinenbau, Ruhr-Universität-Bochum, 2000.
- [4] D. Fernández Zúñiga, “Establecimiento de criterios de validez en ensayos de fractura en modo mixto”. Proyecto Fin de Carrera, E. P. S. de Ingeniería de Gijón, Universidad de Oviedo, 2001.
- [5] D. Fernández Zúñiga, A. Fernández Canteli, A. Doblaré, J.F. Kalthoff, D. Bergmannshoff, “Novel Test Criteria for Determining Fracture Toughnesses under Shear-, Tensile-, and Mixed-Mode Loading”, Proc. Fracture Mechanics Beyond 2000, ECF 14, Cracow, EMAS Publ., pp. 521-529, Sept., 2002.
- [6] G.C. Sih, “A Review of the Three-dimensional Stress Problem for a Cracked Plate”. Int. Journal of Fracture Mechanics, Vol. 7, pp. 39-61, 1971.
- [7] A. Dimitrov, F.-G. Buchholz, E. Schnack, “Free-surface Effects in Crack Propagation: A Theoretical-Numerical-Experimental Correlation” Institute of Solid Mechanics, University of Karlsruhe, Preprint 2002-1, pp. 1-38, 2002.
- [8] D. Leguillon, “Computation of 3D Singular Elastic Fields for the Prediction of Failure at Corners”. Proc. 3<sup>rd</sup> Int. Conf. on Advances in Fracture and Damage Mechanics, Paderborn, pp. 147-152, 2003.