

ROTURA DE PMMA A -60°C PRODUCIDA POR ENTALLAS..

F. J. Gómez, M. Elices y J. Planas.

Departamento de Ciencia de Materiales
Universidad Politécnica de Madrid

E.T.S.I. Caminos, Canales y Puertos. c/ Profesor Aranguren s/n, 28040 Madrid

Resumen. El modelo cohesivo o la teoría de la fisura cohesiva es un modelo de rotura que sustituye el proceso de daño que precede a la rotura por una fisura que transmite cargas entre sus labios. Dentro de las posibles aplicaciones de esta teoría se encuentra el estudio de la rotura de elementos no fisurados donde la Mecánica de Fractura tradicional no ofrece criterios de rotura. El modelo cohesivo permite desarrollar un método para analizar de forma única la rotura de fisuras y entallas con diferentes formas, tamaños y tipos de solicitación. En este trabajo se pretende comprobar y validar este procedimiento en un medio elástico y lineal hasta rotura, como es el PMMA a -60°C . Se ha llevado a cabo un amplio programa experimental consistente en ensayos de rotura de probetas planas entalladas en forma de U, probetas planas entalladas en V, y probetas cilíndricas con entalla circunferencial. Todas las geometrías se han modelizado con el método de los elementos finitos, obteniendo de forma numérica la carga de rotura. En todos los casos estudiados los valores experimentales concuerdan con las predicciones de la teoría de la fisura cohesiva.

Abstract. The cohesive model is a failure theory that replaces the damage process by a crack transmitting loads between its lips. Within the possible applications of this theory is the study of the breakage of elements with notches where Fracture Mechanics does not offer any criterion, and the cohesive model allows to develop a method to analyze in a unique form the failure of cracks and notches with different forms. The purpose of this work is to verify and validate this procedure in a linear elastic material. The chosen material has been PMMA subjected to -60°C . A huge experimental program consisting on U-notch, V-notches and circumferential notches has been performed. All geometries have been modeled by the finite element method, obtaining the numerical maximum load. In all cases experimental values agree with predictions of the cohesive model.

1. INTRODUCCIÓN

El modelo cohesivo o la teoría de la fisura cohesiva surgió en los años 60 con Dugdale [1] y Barenblatt [2], quienes lo introdujeron para explicar la singularidad tensional existente en la raíz de una fisura, y fue desarrollado y generalizado a cualquier geometría una década más tarde por Hillerborg [3]. Dentro de las posibles aplicaciones del modelo cohesivo se encuentra el estudio de la rotura de sólidos entallados, donde la Mecánica de Fractura tradicional no ofrece ningún criterio de rotura. El modelo permite predecir la carga de rotura de elementos con entallas de cualquier forma, tamaño y tipo de solicitación [4, 5].

Este procedimiento ha sido validado en entallas en U de PMMA a temperatura ambiente [4] y en entallas en V de PMMA a -60°C , de PVC y aluminio [6], pero no ha sido verificado simultáneamente en entallas en U y en entallas en V en mismo material. El objetivo de la presente investigación es estudiar y validar la capacidad predictiva del procedimiento propuesto en un material elástico y lineal hasta rotura frente a un amplio programa experimental de ensayos de rotura de

probetas entalladas que incluya diferentes formas, tamaños y distintos tipos de solicitación.

El material elegido ha sido PMMA a -60°C , un polímero amorfo que presenta un comportamiento elástico lineal e isótropo hasta rotura a bajas temperaturas. El programa experimental ha consistido en ensayos de fractura de probetas con entallas en forma de U sometidas a tracción y a flexión, entallas en forma de V a flexión y entallas cilíndricas a tracción. Todos las geometrías se han modelizado numéricamente, y en todos los casos, las predicciones de la carga máxima coinciden con los valores experimentales.

2. TEORÍA DE LA FISURA COHESIVA

La teoría de la fisura cohesiva, es un modelo de rotura que simplifica el proceso de daño que precede a la rotura modelizándolo como una fisura que transmite cargas entre sus labios. La fisuración cohesiva se inicia cuando la máxima tensión principal alcanza un valor crítico denominado resistencia cohesiva f_t . A partir de ese momento se forma una fisura capaz de transmitir

cargas, perpendicularmente a la dirección principal correspondiente a la máxima tensión.

La tensión transmitida es función del desplazamiento de los labios de la fisura cohesiva. En modo I la tensión transmitida, σ , es normal al plano de la fisura y es función exclusivamente del desplazamiento de apertura w . La función que relaciona la tensión σ con el desplazamiento w es una propiedad del material y se denomina curva de ablandamiento. El área bajo la curva de ablandamiento es la energía de fractura, G_F , que coincide con la energía externa suministrada para generar una superficie rota de área unidad.

El material queda completamente caracterizado por la ecuación constitutiva y la curva de ablandamiento. La curva de ablandamiento propuesta para este material es rectangular, una curva muy sencilla dependiente de dos parámetros, la resistencia cohesiva f_t y la energía de fractura G_F , y como ecuación constitutiva se ha empleado elasticidad lineal e isótropa.

3. PROGRAMA EXPERIMENTAL

El PMMA a temperatura ambiente no es un material elástico lineal hasta rotura [7], presentando un claro comportamiento no lineal, como muestra la figura 1. Sin embargo, al reducir la temperatura se aproxima al comportamiento elástico, lineal e isótropo.

Con objeto de conocer a partir de que temperatura la respuesta del material es lineal, se han llevado a cabo ensayos de tracción simple a distintas temperaturas, cuyos registros tensión deformación junto a las temperaturas de ensayo se han representado en la figura 1. Se observa que a -60°C el material es prácticamente elástico lineal.

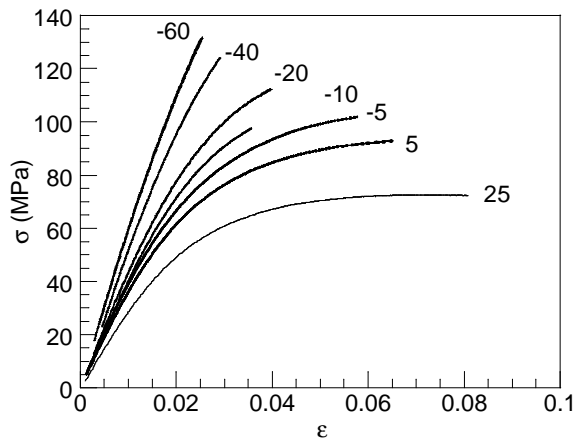


Fig. 1. Comportamiento mecánico del PMMA a distintas temperaturas.

Las constantes elásticas del material y la resistencia a tracción σ_t a -60°C , obtenidas a partir de tres ensayos de tracción simple son

$$E = 5.7 \pm 0.1 \text{ GPa}$$

$$\nu = 0.40 \pm 0.01$$

$$\sigma_t = 128 \pm 2 \text{ MPa}$$

La tenacidad del material se ha determinado por medio de ensayos de fractura de probetas fisuradas, empleando tres geometrías diferentes, una serie de probetas compactas (CT) normalizadas con $W = 64 \text{ mm}$ y dos series de probetas de flexión en tres puntos (SENB) con dos relaciones profundidad de fisura canto distintas $a/W = 0.5$ y $a/W = 0.2$. de 28 mm de canto W y una relación luz/canto = 4. Se ensayaron tres probetas de cada geometría y el valor medio de todos los ensayos realizados fue

$$K_{IC} = 1.7 \pm 0.1 \text{ MPa m}^{1/2}$$

Junto a los ensayos de tracción simple y tenacidad anteriores se han realizado ensayos de tracción y flexión de probetas entalladas en U y en V con distintos valores del radio R , ángulo α y profundidad de entalla a y ensayos de tracción en probetas cilíndricas con entalla circunferencial y distintos valores del radio de entalla R y la profundidad a .

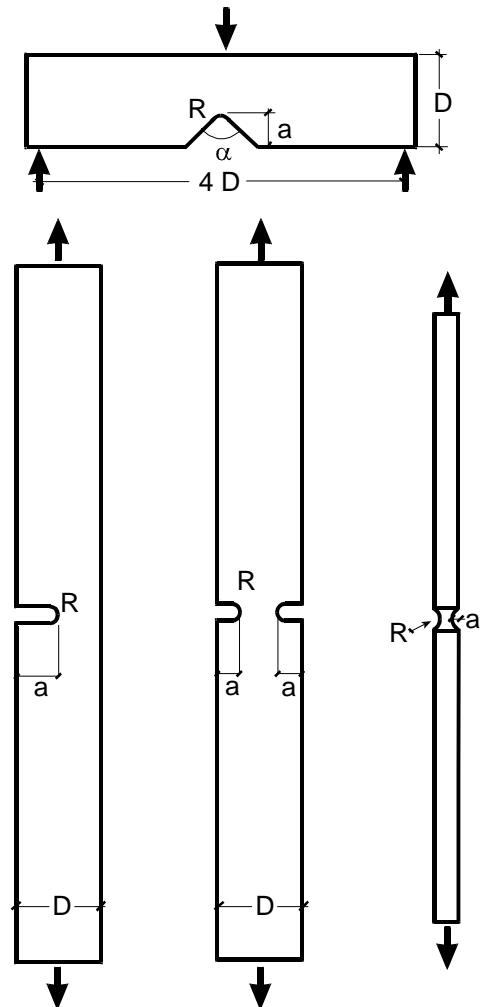


Fig. 2. Geometrías entalladas.

La forma y las dimensiones de las probetas aparecen en la figura 2 y en la tabla 1. Se han estudiado probetas entalladas planas con una única entalla, probetas planas con doble entalla y probetas cilíndricas con entalla circunferencial, ensayando un mínimo de tres probetas por cada valor del radio y profundidad de entalla.

Tabla 1. Dimensiones de las probetas entalladas sometidas a flexión

α (°)	a (mm)	R (mm)
0	5.21±0.09	0.19±0.03
0	4.95±0.04	0.34±0.03
0	5.01±0.06	0.52±0.03
0	5.01±0.08	0.94±0.03
0	4.95±0.05	1.47±0.03
0	4.98±0.05	1.97±0.03
0	5.08±0.08	3.98±0.03
0	14.1±0.2	0.18±0.03
0	13.94±0.07	0.34±0.03
0	14.03±0.06	0.53±0.05
0	14.00±0.07	0.93±0.04
0	13.93±0.04	1.46±0.03
0	14.00±0.07	1.97±0.05
0	14.04±0.03	3.98±0.05
60	14.01±0.03	0.04±0.01
90	5.03±0.05	0.05±0.02
90	9.99±0.05	0.06±0.02
90	14.02±0.03	0.04±0.01
90	14.01±0.03	0.47±0.02
90	14.00±0.03	0.84±0.04
90	20.01±0.03	0.06±0.02
120	14.02±0.03	0.06±0.01
120	13.99±0.03	0.43±0.03
120	14.00±0.03	0.83±0.02
150	14.01±0.03	0.06±0.01
150	14.00±0.03	2.0±0.1
150	13.98±0.03	2.4±0.2

Tabla 2. Dimensiones de las probetas entalladas sometidas a tracción

TIPO	a (mm)	R (mm)
SEN	13.92±0.05	0.97±0.03
SEN	13.94±0.08	1.47±0.03
SEN	14.02±0.07	1.99±0.05
DEN	7.95±0.05	0.53±0.03
DEN	8.07±0.09	0.97±0.03
DEN	7.95±0.08	1.46±0.03
DEN	7.93±0.07	1.91±0.03
DEN	11.01±0.07	0.52±0.03
DEN	11.01±0.06	1.01±0.06
DEN	10.96±0.05	1.46±0.03
DEN	11.06±0.14	1.96±0.03

Las entallas se mecanizaron con herramientas de corte específicamente diseñadas para cada radio. Para evitar que durante el mecanizado la temperatura en la raíz fuera muy elevada, el corte se realizó lentamente de forma escalonada. El avance de la profundidad de entalla en los cinco últimos escalones de corte fue de

0.1 mm, refrigerando de forma continua con agua con taladrina. La temperatura de las virutas en la zona de corte en ningún caso superó los 60°C.

Tabla 3. Dimensiones de las probetas cilíndricas con entalla circunferencial

a (mm)	R (mm)
0.97±0.03	0.19±0.03
0.96±0.03	2.13±0.03
0.93±0.05	4.06±0.05
0.98±0.05	7.07±0.03
2.98±0.03	2.10±0.03
3.01±0.03	4.00±0.03
2.99±0.04	7.05±0.08

Antes de cada ensayo se midieron las dimensiones de las entallas. Para medir la profundidad se empleó un proyector de perfiles NIKON 6 CT2 con un error menor de 0.03 mm. La determinación de los ángulos y los radios de las entallas se realizó en el caso de las entallas en forma de U con el proyector de perfiles anterior, y en las entallas en forma de V se micrografiaron los fondos de las entallas midiendo el radio existente en la raíz de la V con un programa comercial de análisis de imagen, IMAGE-PRO PLUS 4.5.

Los ensayos se realizaron en una máquina servohidráulica Instron 8501, midiendo la carga aplicada, con una célula de carga Instron de 5/10 kN de capacidad con un error de ±0.5% del fondo de escala; y el desplazamiento de apertura del extremo de los labios de la entalla (NMOD) con un extensómetro longitudinal Instron de ±2.5 mm de recorrido y 50.0 mm de base de medida, con un error 0.15% del fondo de escala.

Todo el dispositivo de ensayo se colocó en el interior de una cámara ambiental Instron a -60°C. La temperatura se consiguió introduciendo nitrógeno líquido de forma controlada y continua en el interior de la cámara. Para medir la temperatura se empleó un termopar tipo K colocado en la superficie de la probeta en una zona próxima a la entalla.

Los ensayos se llevaron a cabo en tres fases: una primera fase de enfriamiento realizada en control de carga, de 45 minutos de duración aproximada, en la que se conseguía la temperatura de ensayo, una segunda fase de estabilización de la temperatura durante 90 minutos realizada también en control de carga y por último el ensayo de rotura realizado controlando de desplazamiento de apertura del extensómetro durante el cual se mantuvo constante la temperatura. En esta última fase la velocidad de ensayo fue de 0.03 mm/min y en todos los casos los ensayos no fueron estables.

4. SIMULACIONES NUMERICAS

La curva de ablandamiento propuesta para este material es la curva rectangular, como ya se ha comentado en párrafos anteriores. Esta curva depende de dos parámetros: la energía de fractura del material G_F y la resistencia cohesiva f_t .

La energía de fractura, G_F , se ha obtenido a partir de la tenacidad K_{IC} del material. Cuando las dimensiones de la probeta son suficientemente grandes comparadas con la longitud característica del material, la teoría de la fisura cohesiva tiende a la Mecánica de Fractura Elástica y Lineal [8] y la energía de fractura G_F coincide con la tasa de liberación de energía G_C y es igual a

$$G_F \approx G_C = \frac{K_{IC}^2}{E'} = 425 \pm 60 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

Como resistencia cohesiva f_t , se ha tomado el valor de la resistencia a tracción medida en un ensayo de tracción simple.

$$f_t = 128 \text{ MPa}$$

Conocida la curva de ablandamiento, el comportamiento mecánico de las geometrías entalladas se ha obtenido implementando el modelo cohesivo en un código comercial de elementos finitos, en particular se ha empleado el programa comercial Abaqus, v6.3. Todas las geometrías analizadas en este trabajo son simétricas y se encuentran sometidas a carga simétrica, modo I, lo cual permite conocer a priori la trayectoria de la grieta de rotura y por tanto la posición de la fisura cohesiva, que se producirá en el plano de simetría de la probeta iniciándose en la raíz del defecto.

Todos los cálculos son bidimensionales en deformación plana y axisimétricos. Gracias a la simetría solamente es necesario modelizar media probeta. El tamaño de los elementos disminuye en las proximidades de la raíz del defecto. En el ligamento de la probeta, sobre la raíz, se ha colocado una banda de 100 elementos cuyo tamaño es igual al canto de la probeta dividido por 11200 (para una viga de 28 mm de canto, el tamaño de estos elementos es de 2.5 micras). La malla está formada por elementos convencionales lineales, de cuatro puntos de integración, en deformación plana o axisimétricos. Para modelizar la zona cohesiva se han introducido en el ligamento de la probeta elementos especiales tipo barra, del mismo área que los elementos adyacentes y cuya relación tensión deformación se ha calculado a partir de la curva de ablandamiento del material y de la longitud del elemento.

5. DISCUSIÓN DE RESULTADOS

En este apartado se comparan los valores de las cargas máximas experimentales con las predicciones de la teoría de la fisura cohesiva.

La figura 3 corresponde a probetas entalladas en U, sometidas a flexión, con dos profundidades de entalla 5 y 14 mm, y compara los valores de las cargas máximas experimentales con los numéricos en función del radio de entalla. Los resultados experimentales se han representado con un círculo y una barra de error que corresponde a la desviación típica experimental, y los numéricos con línea continua. El acuerdo entre los resultados numéricos y los experimentales es muy bueno.

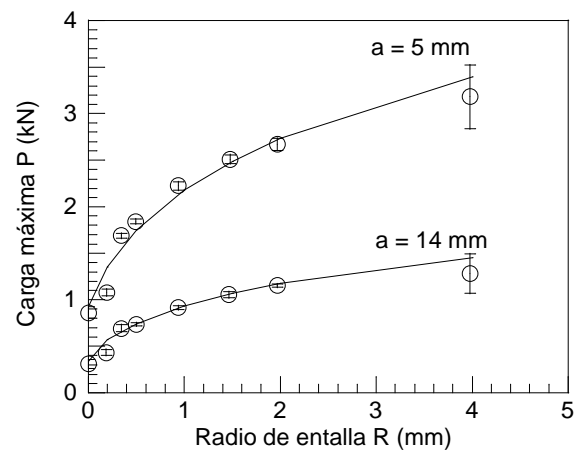


Fig. 3. Cargas de rotura en entallas en U sometidas a flexión.

La figura 4 compara los valores de las cargas máximas experimentales y numéricas de probetas entalladas en U sometidas a tracción. Las dos curvas superiores corresponden a geometrías simétricas con doble entalla DEN, y la curva inferior a sólidos con una sola entalla SEN. Las predicciones concuerdan relativamente bien con los resultados experimentales.

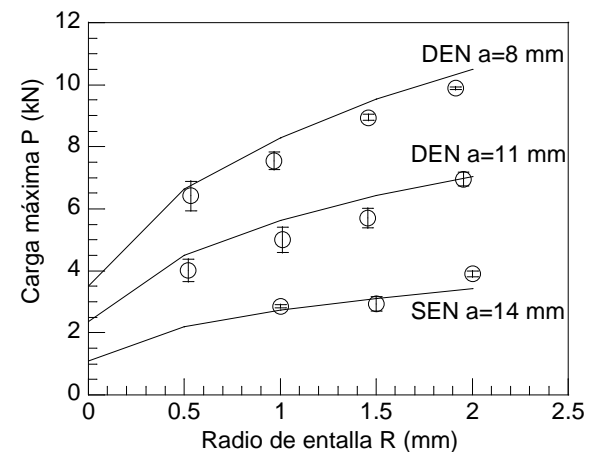


Fig. 4. Cargas de rotura en entallas en U sometidas a tracción.

Las figuras 5 y 6 corresponden a probetas planas con entallas en forma de V sometidas a flexión. La influencia de la profundidad de la entalla en la carga máxima se analiza en la figura 5, donde aparecen los

valores correspondientes a vigas sometidas a flexión en tres puntos con ángulo de entalla 90° , y con un radio de fondo de entalla de valor aproximado $50\ \mu\text{m}$. El efecto de ángulo de entalla se estudia en la figura 6, donde se ha representado la carga máxima frente al ángulo para probetas con profundidad de entalla igual a $14\ \text{mm}$. Al igual que en el caso anterior, existe una buena concordancia entre los resultados numéricos y los experimentales.

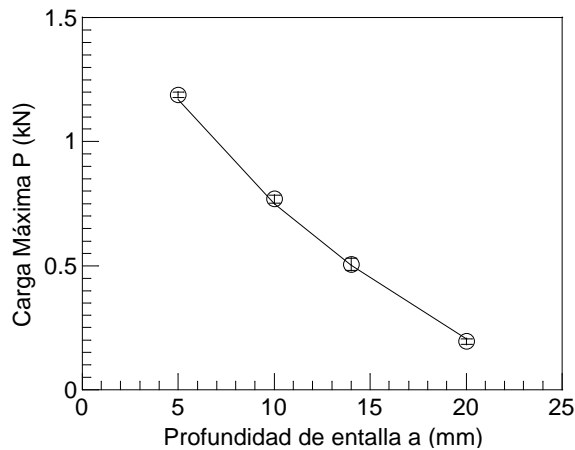


Fig. 5. Cargas de rotura en entallas en V con ángulo 90° para varias profundidades de entalla.

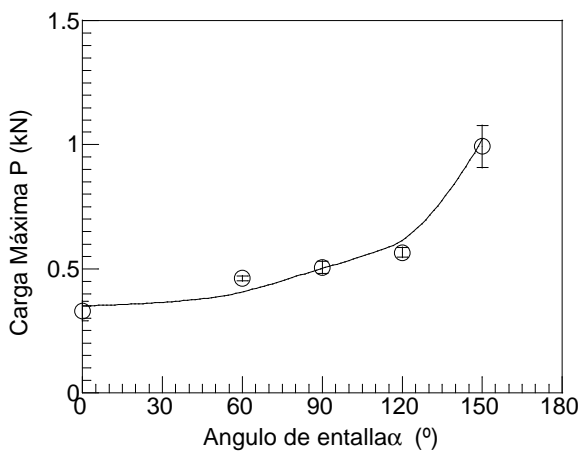


Fig. 6. Cargas de rotura en entallas en V en función del ángulo de entalla.

La influencia del radio del fondo de la entalla en los resultados se ha considerado en la figura 7. Se han representado vigas sometidas a flexión en tres puntos con una profundidad de entalla de $14\ \text{mm}$ y tres valores distintos del ángulo de entalla: 90° , 120° y 150° . En los tres casos la concordancia de los resultados numéricos y los valores experimentales es bastante buena.

Por último, se han analizado entallas axisimétricas en probetas cilíndricas con un diámetro exterior de $10\ \text{mm}$ y diámetro interior en la entalla de 4 y $8\ \text{mm}$. Los resultados de las dos series aparecen en la figura 8, donde se comprueba como los resultados numéricos

coinciden con los valores experimentales para el intervalo de radios analizados.

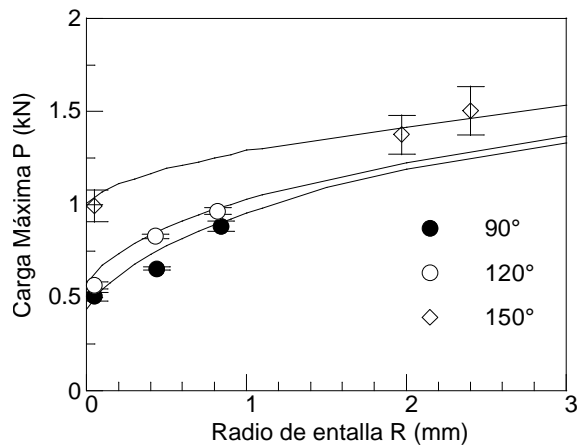


Fig. 7. Cargas de rotura en entallas en V con radio en el fondo de entalla.

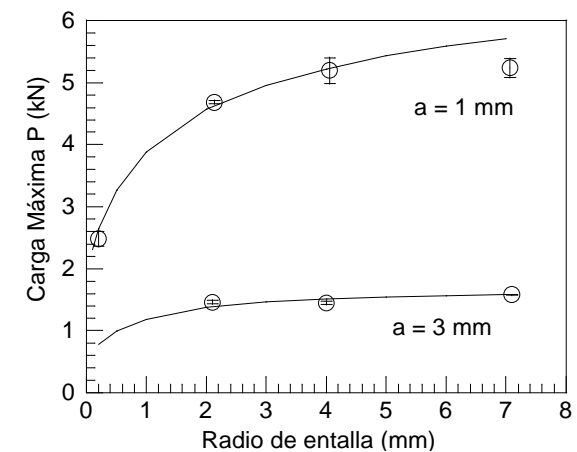


Fig. 8. Cargas de rotura en probetas cilíndricas con entalla circular.

6. CONCLUSIONES

La teoría de la fisura cohesiva permite predecir el comportamiento mecánico y la carga que produce la rotura de sólidos entallados con distintas formas, tamaños y tipos de sollicitación en PMMA a -60°C . La comprobación se ha realizado en probetas planas y cilíndricas, sometidas a flexión y a tracción, con entallas en U y entallas en V y con distintos valores del radio, ángulo y profundidad de la entalla.

Estas predicciones están basadas en la curva de ablandamiento propuesta dependiente de dos parámetros obtenidos a partir de ensayos independientes, la energía de fractura G_F se ha obtenido de un ensayo de tenacidad y la resistencia cohesiva f_t en un ensayo de tracción simple.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean expresar su agradecimiento al Ministerio de Ciencia y Tecnología por la financiación recibida a través del proyecto MAT02-01422.

REFERENCIAS

- [1] Dugdale D.S., “Yielding of steel sheets containing slits”, *Journal of Mechanics and Physics of Solids*. **8**, 100-108. (1960)
- [2] Barenblatt G.I. “The mathematical theory of equilibrium of cracks in brittle fracture”. *Advance Applied Mechanics*. **7**, 55-129. (1962)
- [3] Hillerborg A., Modéer M. and Petersson P.E. “Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements”. *Cement Concrete Res.* **6**, 773-782. (1976).
- [4] Gómez F.J., Elices M. y Valiente A. “Cracking in PMMA containing U-shaped notches”, *Fatigue Fracture Engineering Material and Structures*. **23**, 795-803 (2000).
- [5] M. Elices, G.V. Guinea, F.J. Gómez and J. Planas. “The cohesive zone model: Advantages, limitations and challenges”. *Engineering Fracture Mechanics*. **69**, 137-163, (2002).
- [6] Gómez, F.J y Elices, M. “A fracture criterion for sharp V-notch samples”, *International Journal of Fracture*. **123**, 163-175 (2003).
- [7] Kinloch A. J. and Young R. J. “Fracture behaviour of polymers”, Elsevier Applied Publishers. (1985)
- [8] Planas J., Elices M. y Guinea G.V. “Cohesive cracks as a solution of a class of nonlocal models”. *Fracture and Damage of Quasibrittle Structures*, Z.P. Bazant, Z. Bittnar, M. Jirásek and J. Mazars Eds., E & FN Spon, London, 131-144. (1994)