

# APLICACIÓN DE LA MECÁNICA DE LA FRACTURA AL ESTUDIO DEL DAÑO A NIVEL MICROMECAÁNICO EN MATERIALES COMPUESTOS

F. París, E. Correa, A. Jurado y V. Mantič

Grupo de Elasticidad y Resistencia de Materiales, Escuela Superior de Ingenieros, Universidad de Sevilla, Camino de los Descubrimientos, s/n, 41092-Sevilla, España

**Resumen.** En este trabajo se muestra la aplicabilidad de la Mecánica de la Fractura Elástica Lineal para modelar la génesis y progresión del daño en Materiales Compuestos a nivel Micromecánico. En primer lugar una célula base, de referencia en todo el trabajo, con despegue transversal entre la fibra y la matriz es estudiada. La aparición de zonas de contacto entre la fibra y la matriz y la validez de los modelos de Mecánica de la Fractura interfacial (abierto y de contacto) es discutida. La ampliación de la célula de referencia a la presencia de más fibras es planteada a continuación. El estudio se realiza a través del Método de los Elementos de Contorno.

**Abstract.** In this paper the applicability of Linear Elastic Fracture Mechanics to model the appearance and growth of failure in Composite Materials at micromechanical level is shown. First, a basic cell with transversal debonding between fibre and matrix is studied. The appearance of a contact zone in the neighbourhood of the crack tip of the interface crack and the validity of the Interfacial Fracture Mechanics models (open model and contact model) are discussed. Then, a multi-fibre model is developed. The study is carried out by means of the Boundary Element Method.

## 1. INTRODUCCIÓN

Ante cargas de tracción normales a la dirección de las fibras los materiales compuestos sufren un tipo de fallo denominado fallo de la matriz o fallo entre fibras, rotura ésta que se produce en el plano perpendicular a la carga aplicada. Esta rotura involucra, a nivel micromecánico y como primer paso del mecanismo de daño, la presencia de grietas que aparecen en la interfase fibra/matriz de las fibras del material y que pueden evolucionar a lo largo de ella. El segundo paso de este mecanismo de fallo está constituido por el cambio brusco de dirección de propagación de las grietas de interfase, que continuarían así su propagación a través de la matriz una vez que han crecido hasta una cierta extensión a lo largo de la interfase. Posteriormente, la coalescencia de estas grietas, que se extienden ya a través de la matriz, dará lugar a una macrogrieta en el material compuesto (en la Fig. 1 aparece una imagen tomada al microscopio de este fallo para un material con denominación Z-19.766).



**Fig. 1.** Rotura de la matriz o entre fibras.

El propósito de este trabajo es desarrollar un modelo micromecánico, haciendo uso para ello del Método de los Elementos de Contorno, con el que generar información destinada a explicar el mecanismo de aparición y propagación del daño en su primera fase, es

decir, el crecimiento de las grietas a través de la interfase. En primer lugar, se explicarán los resultados obtenidos con un modelo de fibra única, prestando especial atención a la evolución de la zona de contacto cercana al fondo de grieta, que determinará la zona de validez de los modelos de la Mecánica de Fractura Interfacial (abierto y de contacto), así como a la evolución del índice de liberación de energía  $G$  (parámetro que caracteriza el crecimiento de la grieta de interfase según el enfoque energético de la Mecánica de la Fractura), donde se incidirá de nuevo sobre la validez de los modelos abierto y de contacto. En segundo lugar, se presenta un modelo multifibra más complejo con el que estudiar de nuevo la progresión del daño a través de la interfase, pero pudiendo considerar la presencia de fibras adyacentes a la fibra dañada, situación más cercana a la realidad micromecánica del material.

## 2. MODELO DE FIBRA ÚNICA

### Descripción del modelo

La geometría del problema bajo estudio aparece en la Fig. 2, donde se aprecia la presencia de una fibra embebida en una celda de matriz, que presenta una grieta en la interfase cuya evolución ante tracción transversal se pretende analizar. Se trata de un modelo de deformación plana, siendo éste similar al ya estudiado por París et al. [1]. El modelo de Elementos de Contorno utilizado considera la posibilidad de aparición de zona de contacto y hace uso de elementos lineales continuos. Para caracterizar el problema desde el punto de vista de la Mecánica de la Fractura se emplea el índice de liberación de energía,  $G$ , para un determinado ángulo de despegue  $\theta_0$ :

$$G(\theta_d) = \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{1}{2\delta} \int_{\theta_d}^{\theta_d + \delta} \left\{ (\sigma_{rr})_{\theta_d} (\Delta u_r)_{\theta_d + \delta} + (\sigma_{r\theta})_{\theta_d} (\Delta u_\theta)_{\theta_d + \delta} \right\} d\theta \quad (1)$$

donde  $\sigma_{rr}$  y  $\sigma_{r\theta}$  representan, respectivamente, las tensiones normales y tangenciales a lo largo de la interfase, y  $\Delta u_r$  y  $\Delta u_\theta$  sus desplazamientos relativos asociados, siendo  $\theta_d$  el ángulo de despegue de la grieta en la interfase. Todos los resultados han sido obtenidos para un sistema fibra de vidrio-matriz epoxy de propiedades:  $\nu_f=0.22$ ,  $\nu_m=0.33$ ,  $\mu^f=29$  GPa,  $\mu^m=1.05$  GPa,  $a=7.5 \times 10^{-6}$  m,  $\delta=0.5^\circ$ .

### Modelos de la Mecánica de Fractura Interfacial

En el marco de la Mecánica de la Fractura Interfacial actual existen dos modelos principales de referencia: el modelo abierto y el modelo de contacto. En el modelo abierto los labios de la grieta se suponen libres de tensiones, mientras que en el modelo de contacto se admite que los labios de la grieta entran en contacto en las zonas adyacentes al fondo de grieta en presencia de una carga. Los fundamentos teóricos del modelo abierto han sido establecidos en los trabajos de Williams [2], Rice [3] y Hutchinson y Suo [4], entre otros, mientras que el modelo de contacto fue básicamente desarrollado por Comninou [5,6], Comninou y Schmuesser [7] y Gautesen y Dundurs [8,9]. Un profundo estudio de este aspecto ha sido desarrollado por Mantić et al. [10].

Cada modelo ha sido aplicado, con carácter general, a los casos en los que la configuración de los materiales constituyentes, geometría y cargas lo hacen más adecuado. Sin embargo, hay situaciones, como el problema bajo estudio en este trabajo, en los que los dos modelos pueden ayudar a comprender todas las etapas de evolución del fallo, en este caso la propagación de la grieta de interfase fibra/matriz. Es por esta razón por lo que, en esta primera sección sobre el modelo de fibra única, se pone especial énfasis en el estudio de la evolución de la zona de contacto de la grieta de interfase, que determinará el rango de validez de ambos modelos (abierto y de contacto) y en el índice de liberación de energía,  $G$ , del problema bajo estudio.

### Zona de contacto

Para poder comprender la evolución de la zona de contacto a medida que la grieta crece a lo largo de la interfase es necesario el conocimiento de su origen y aparición. Dos razones mencionaban París et al. [1] para explicar la aparición de esta zona de contacto: una era el cambio en la orientación relativa del fondo de la grieta cuando ésta crece, con respecto a la dirección de carga aplicada; la otra razón se basaba en el hecho ya mencionado, demostrado por Comninou [5], de que siempre existe zona de contacto en una grieta entre materiales distintos. La existencia de esta zona de contacto es independiente de la presencia de tensiones normales o tangenciales, aunque el tamaño de la misma, ante tensiones normales, suele ser una muy pequeña

fracción de la longitud de la grieta, mientras que, ante tensiones tangenciales, puede llegar a alcanzar una parte importante de la extensión de la misma.

Con el objetivo de clarificar la contribución de estos efectos en la aparición de la zona de contacto (la conexión con el tipo de crecimiento de la grieta será estudiada más adelante), el caso de materiales distintos estudiado en [1] será comparado aquí con el caso de materiales iguales (empleando las propiedades de la matriz). La razón es que, estudiando la configuración original pero con las mismas propiedades para la fibra y la matriz (materiales iguales), la zona de contacto que apareciera debería tener su origen, únicamente, en el efecto de la orientación de la carga ya que, como se ha comentado, la aplicabilidad del efecto Comninou se restringe al caso de grietas entre materiales distintos.

La Fig. 3. muestra la evolución de la zona de contacto frente al tamaño de la grieta, para ambos casos de materiales distintos e iguales. Se observa un retraso importante en la aparición de la zona de contacto para el caso de materiales iguales respecto al caso de materiales distintos, detectando el código una zona de contacto de tamaño finito para el caso de materiales distintos alrededor de los  $60^\circ$ . Será ésta, por tanto, una zona importante a la hora de establecer el rango de validez de los modelos abierto y de contacto.

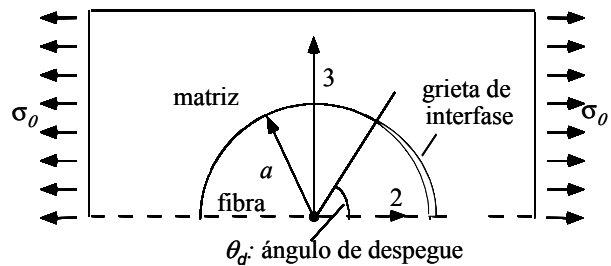


Fig. 2. Modelo de fibra única.

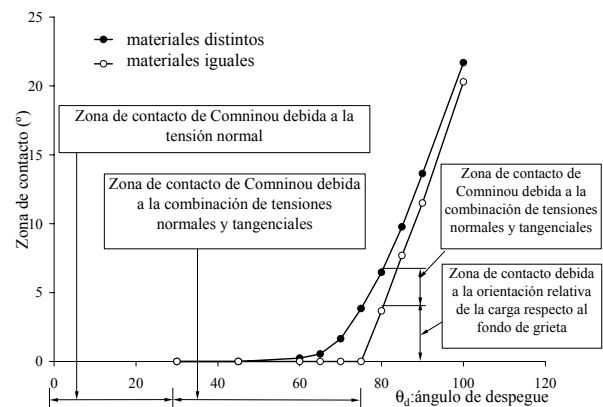


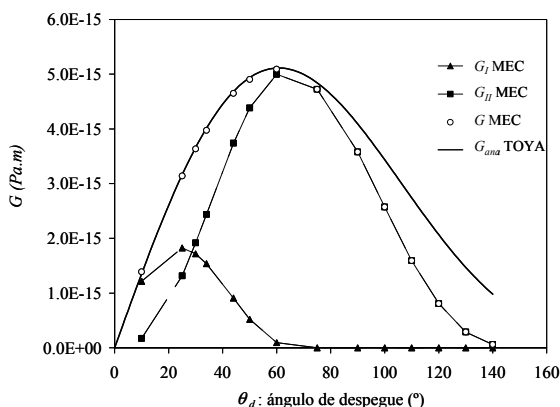
Fig. 3. Evolución de la zona de contacto con el ángulo de despegue.

Para materiales iguales, sin embargo, la aparición de la zona de contacto tiene lugar para un ángulo de despegue de  $77^\circ$ , de tal forma que el código, con la discretización empleada, no detecta contacto para ángulos menores de este punto.

Este último resultado concuerda de forma excelente con la solución de Muskhelishvili [11] que obtiene  $76.9884^\circ$ . Por lo tanto, puede deducirse que todo el contacto que aparece en despegues menores de  $77^\circ$ , para materiales distintos, debe tener su origen en el efecto Comninou en cualquiera de sus dos variantes: en primer lugar, cuando la grieta es muy pequeña, causada por la tensión normal y, más tarde, llegando a alcanzar un tamaño detectable debido a las tensiones tangenciales. Por último, a partir de los  $77^\circ$  en adelante el efecto de la orientación de la carga se añade a los anteriores.

### Índice de liberación de energía de la grieta de interfase

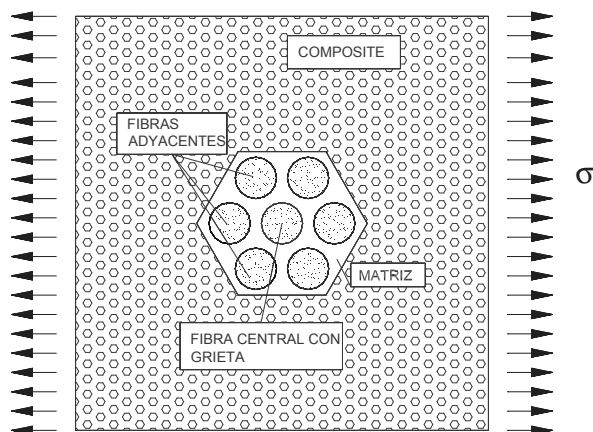
El índice de liberación de energía total,  $G$ , y sus componentes en Modo I,  $G_I$ , y Modo II,  $G_{II}$ , obtenidos con el Método de los Elementos de Contorno, se representan conjuntamente en la Fig. 4. Los resultados analíticos asociados al modelo abierto predichos por la solución de Toya [12],  $G_{ana}$ , también se incluyen en esta figura. Puede observarse que el Modo I disminuye cuando aparece una pequeña zona de contacto (uno o dos nodos en contacto, lo que ocurre cerca de los  $30^\circ$  en este modelo de Elementos de Contorno) y desaparece cuando el tamaño de la zona de contacto se hace finita. De la Fig. 4 puede deducirse un, al menos aparente, crecimiento inestable hasta el máximo de  $G$  situado en el intervalo entre  $60^\circ$  y  $70^\circ$  para el caso estudiado. Después del máximo de la curva aparece una zona de crecimiento estable, de tal forma que es necesario un incremento de la carga para que la grieta crezca. La predicción del crecimiento hasta el rango  $60^\circ/70^\circ$  no es en todo caso inmediata ya que la tenacidad a fractura depende de la mixicidad de los modos de fractura (contribución relativa), Mantić et al [10], que varía desde cero hasta el rango indicado.



**Fig. 4.** Evolución de  $G$ ,  $G_I$ ,  $G_{II}$  y  $G_{ana}$  para la grieta de interfase.

La evolución con el despegue del índice de liberación de energía  $G$ , y sus componentes,  $G_I$  y  $G_{II}$ , hace que pueda ser entendido perfectamente el rango de aplicación de los dos modelos de grieta de interfase que se exponían anteriormente. Así, cuando el despegue es pequeño y no se detecta zona de contacto relevante, el

modelo apropiado a emplear es el abierto y los criterios para predecir el crecimiento serían aquéllos asociados a este modelo. Por otro lado, cuando se detecta zona de contacto relevante el modelo adecuado es el modelo de contacto de Comninou. Nótese la dificultad de establecer el tipo de crecimiento en el periodo en el que  $\theta_d$  es menor de  $60^\circ/70^\circ$  donde el modelo abierto es de aplicación. En este intervalo de despegues la mixicidad es fuertemente cambiante y, en consecuencia, la tenacidad a fractura  $G_c$  aumenta considerablemente (al predominar el Modo II frente al I al aumentar  $\theta_d$ ), Mantić et al. [10]. El máximo de esta función de tenacidad a fractura es el valor de la tenacidad que controla el crecimiento para despegues mayores, donde el modelo de contacto es de aplicación.



**Fig. 5.** Esquema del modelo multifibra empleado.

## 3. MODELO MULTIFIBRA

### Descripción del modelo

Una vez estudiado el modelo de fibra única surge la necesidad de analizar la influencia que la presencia de otras fibras puede tener en la evolución del despegue de una fibra dañada. Es por ello que se decide desarrollar un modelo más complejo, considerando un mayor número de fibras, que represente de forma más realista la realidad micromecánica del material.

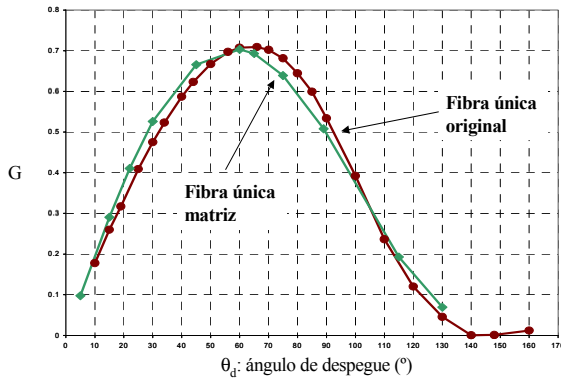
Un esquema de la configuración elegida aparece en la Fig. 5. En ella se considera una fibra central que presenta un despegue cuya evolución quiere estudiarse ante la presencia de otras 6 fibras dispuestas siguiendo los vértices de un hexágono regular (configuración ésta a menudo observada en laminas de material compuesto), pudiendo el conjunto de estas 6 fibras girar en torno a la fibra central. Este conjunto de 7 fibras se considera embebido en un hexágono de matriz, estando éste a su vez incluido en una celda rectangular de material con las propiedades equivalentes del material compuesto (composite). Dichas propiedades, junto con la distancia entre fibras, son magnitudes dependientes de la relación volumétrica fibra/matriz, cuyo valor se ha tomado en este caso correspondiente al 60%.

### Validación del modelo y elección del caso patrón

El modelo de fibra única y el modelo multifibra considerados difieren no únicamente en el número de fibras consideradas y su disposición en el hexágono de matriz incluido en la celda de composite sino, también, en sus dimensiones geométricas, la forma en la que las condiciones de contorno han sido introducidas y el refinamiento de la malla empleada. En este trabajo no se va a profundizar en estas diferencias pero conviene destacar que, a priori, se desconoce la influencia que pudieran tener en los resultados obtenidos y, por tanto, en las conclusiones que pudieran obtenerse de la comparación de los resultados de ambos modelos. Es por ello que se decide simular la situación de fibra única con el modelo multifibra y comparar el índice de liberación de energía para el caso original estudiado en el apartado anterior con los obtenidos del modelo multifibra en los que todos los elementos del modelo adoptan las propiedades de la matriz salvo la fibra central dañada. Para poder comparar los resultados obtenidos se realiza la siguiente adimensionalización:

$$\bar{G}(\theta_d) = \mu \frac{G(\theta_d, \sigma)}{a\sigma^2} \quad (2)$$

donde  $\mu$  representa el módulo de cizalladura del material que rodea a la fibra,  $a$  es el radio de la fibra,  $\sigma$  es la tensión transversal a la que estamos sometiendo al conjunto y  $G(\theta_d, \sigma)$  es la energía liberada sin adimensionalizar.

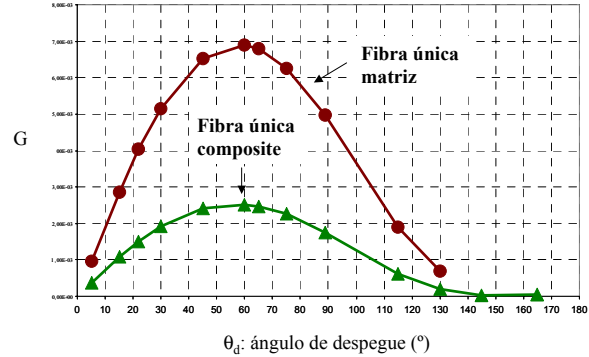


**Fig. 6.** Comparación entre el modelo de fibra única y el modelo multifibra.

Los resultados obtenidos para el índice de liberación de energía aparecen representados conjuntamente con los del caso estudiado en el apartado 2 en la Fig. 6. Se observa la similitud de los resultados de ambos casos lo que aporta un suficiente grado de independencia de la configuración multifibra estudiada de la escala del problema, el número de nodos implicados y la forma de introducción de las condiciones de contorno.

Una segunda cuestión importante es la elección de un caso patrón con el que comparar los resultados obtenidos del modelo multifibra. En principio podría realizarse la comparación con la evolución del índice de liberación de energía obtenido del modelo de fibra

única embebida en matriz, pero parece más adecuado comparar con los resultados obtenidos del propio modelo de fibra única pero considerando ésta embebida en una celda de composite. La comparación entre los resultados de ambas situaciones del modelo de fibra única aparece en la Fig. 7.



**Fig. 7.** Comparación entre el caso fibra-composite y el caso fibra-matriz.

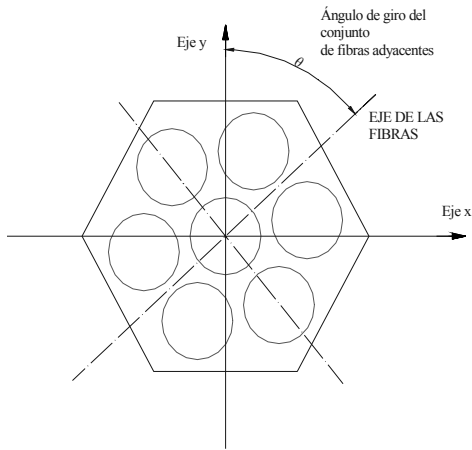
De la figura anterior puede observarse que la energía liberada para el caso fibra-composite disminuye cuantitativamente respecto al caso fibra-matriz pero manteniéndose cualitativamente.

Las diferencias observadas entre ambas curvas se deben a las distintas rigideces de la matriz y el composite. Al ser la matriz más flexible que el composite los desplazamientos relativos en el fondo de grieta son mayores en el caso de la matriz, siendo ambos, composite y matriz, 10 órdenes más flexibles que la fibra; por otro lado, puede comprobarse que el estado tensional en el fondo de la grieta no se ve afectado por el cambio de rigidez de los materiales que rodean a la fibra, luego el índice de liberación de energía,  $G$ , únicamente se ve afectado por el aumento de los desplazamientos relativos antes mencionado que hacen que  $G$  sea mayor en el caso fibra/matriz que en el caso fibra/composite.

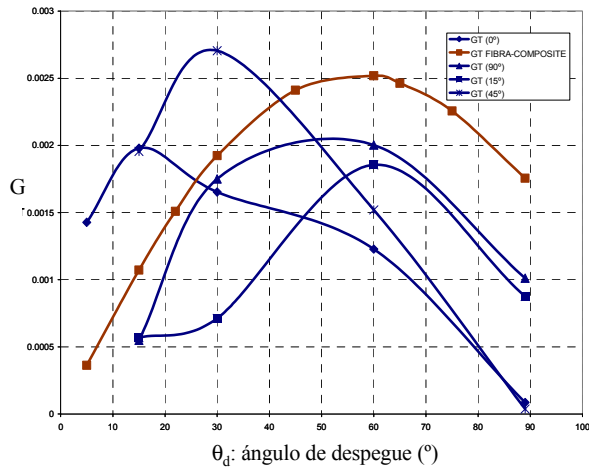
### Variación de la posición de las fibras adyacentes respecto a la fibra central

En este apartado se estudia el efecto que sobre la evolución del índice de liberación de energía de una grieta que crece en la interfase fibra/matriz de una fibra central tiene la presencia de 6 fibras adyacentes no dañadas, colocadas en torno a la central según un hexágono regular, y en función del giro del conjunto de las fibras adyacentes respecto a la central.

Se estudian 4 posibles colocaciones del conjunto de fibras adyacentes respecto a la central, dependientes éstas del ángulo de giro del conjunto,  $\theta$ , cuya referencia puede apreciarse en la Fig. 8. Los cuatro casos estudiados se corresponden con las situaciones  $\theta=0^\circ$ ,  $15^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $90^\circ$ . Para cada uno de estos casos se estudia la evolución de la grieta de interfase en la fibra central desde  $15^\circ$  hasta  $90^\circ$ .



**Fig. 8.** Giro del conjunto de fibras adyacentes.

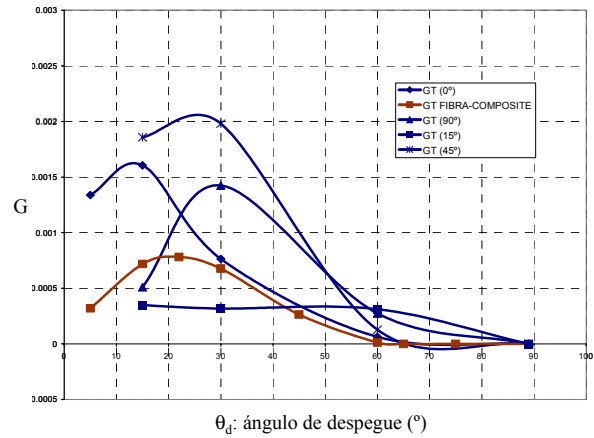


**Fig. 9.** Comparación del índice de liberación de energía para los casos considerados del modelo multifibra.

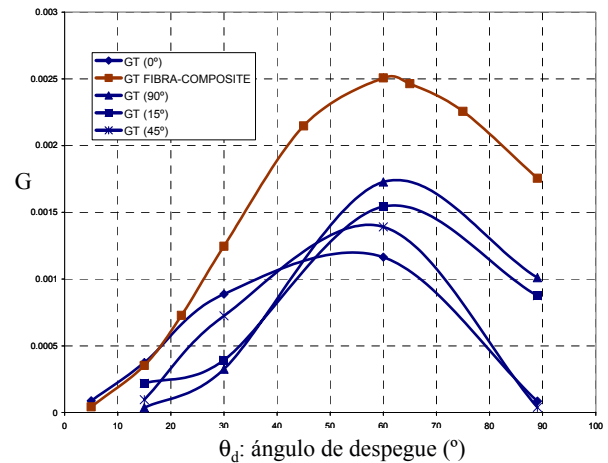
Los resultados del índice de liberación de energía para los casos estudiados conjuntamente con el caso patrón se representan en la Fig. 9. A simple vista se observa que los casos considerados presentan grandes diferencias entre ellos en lo que a evolución del índice de liberación de energía se refiere, tanto en forma cuantitativa como cualitativa. Esto pone, en primer lugar, de manifiesto la importancia de la orientación del conjunto de fibras adyacentes considerado con respecto a la fibra dañada en los resultados.

Para poder esclarecer el origen de estas diferencias resulta interesante representar separadamente las componentes  $G_I$  y  $G_{II}$ , correspondientes a Modo I y Modo II respectivamente, del índice  $G$ . En lo que respecta al Modo II, si se comparan los casos contemplados en la Fig. 11, se puede observar que la evolución cualitativa de la energía liberada en Modo II es similar en las 4 situaciones consideradas al caso patrón, tanto en su forma cualitativa como en la posición del máximo. Por tanto, el Modo I debe ser en mayor medida el responsable de las diferencias existentes en el índice  $G$  global. En el caso de fibra única, caso patrón,  $G_I$  es, Fig. 4, prácticamente despreciable frente a  $G_{II}$  salvo para despegues muy pequeños. Sin embargo, en presencia de fibras

adyacentes, Fig. 10, este hecho se ve alterado ya que el Modo I es comparable al Modo II en estas situaciones, produciéndose además traslaciones en la posición del máximo de la evolución de  $G_I$  respecto al caso patrón.



**Fig. 10.** Comparación de  $G_I$  para los casos considerados del modelo multifibra.



**Fig. 11.** Comparación de  $G_{II}$  para los casos considerados del modelo multifibra.

En la liberación de energía en Modo I influyen dos factores. Uno es la orientación relativa de la carga respecto al fondo de grieta que, para los ángulos de despegue que mantengan una orientación de la grieta cuasi-perpendicular a la dirección de la carga, despegues pequeños (menores de 30°), permite la propagación de la grieta mayoritariamente en Modo I. El otro factor es la presencia adicional de fibras adyacentes en esos intervalos de ángulos de despegue donde por la geometría de la grieta de interfase puede ser significativa la propagación en Modo I. Si junto a una grieta con un ángulo de despegue de 30° o inferior hay una fibra en la dirección de la carga se favorece el aumento de los desplazamientos relativos normales a la dirección de propagación de la grieta de interfase. Por tanto, la energía liberada en Modo I tiende a tener su máximo en la posición angular del fondo de grieta donde mayor es la presencia de fibra en la dirección de carga transversal, en este caso el eje horizontal, siempre que este fondo de grieta permita que la grieta de interfase sea cuasi-perpendicular a la dirección de la carga.

Concretamente, aplicando el razonamiento expuesto a los distintos casos considerados, puede observarse cómo para el caso I el máximo aparece en torno a un ángulo de despegue de  $15^\circ$ , para el caso IV el máximo se produce en  $30^\circ$  y para el caso III en torno a los  $25^\circ$ - $30^\circ$ . En lo que respecta al caso II la evolución parece aproximadamente constante y no muy elevada porque en el rango de despegues pequeños, donde puede ser significativa la contribución del Modo I, no existen fibras adyacentes en la dirección de la carga. Por lo tanto, esto pone de manifiesto que, para el mismo nivel de carga, según la diferente disposición del conjunto de fibras adyacentes, la contribución relativa de los Modos I y II al índice de liberación de energía  $G$  es distinta.

Como ya se comentaba en el inicio de este trabajo el fallo de la matriz a tracción se considera originado por una cantidad inicial de microgrietas en la interfase fibra/matriz de las fibras del material compuesto que, ante carga transversal, evolucionan hasta un cierto tamaño en la interfase para después coalescer dando lugar a una macrofisura en el material compuesto. Las microgrietas que originalmente existan en la lámina pueden estar causadas por una falta de adhesión, por la presencia de impurezas o por otros motivos, en todo caso, de lo deducido en este trabajo, es razonable suponer que, según la distinta disposición de las fibras adyacentes a fibra dañada, existirá una tendencia más o menos acusada de esta grieta a propagarse inestablemente a través de la interfase.

#### 4. CONCLUSIONES

En este trabajo se han mostrado dos modelos micromecánicos que intentan representar la primera fase del mecanismo de rotura de la matriz de un material compuesto fibroso.

En primer lugar, se ha desarrollado un modelo de fibra única que ha ayudado a aclarar la naturaleza de la zona de contacto que aparece cerca del fondo de la grieta de interfase. Es éste un punto fundamental del problema ya que la aparición de la zona de contacto controla la validez del modelo abierto y del modelo de contacto, referencias teóricas básicas de la Mecánica de la Fractura Interfacial.

El modelo de fibra única también ha permitido el estudio de la evolución del índice de liberación de energía de la grieta de interfase, parámetro que controla el crecimiento de la misma, y con el que se ha podido comprobar que las soluciones del modelo abierto y el modelo de contacto casi coinciden hasta que se produce una zona de tamaño macromecánico, lo que ocurre para despegues alrededor de  $60^\circ$ . Para despegues mayores, el modelo apropiado es de contacto, prediciendo éste valores menores que el modelo abierto.

En segundo lugar, el desarrollo de un modelo multifibra, contrastado con el de fibra única, ha permitido estudiarla influencia de fibras cercanas a una

central dañada en la evolución del índice de liberación de energía del despegue en la interfase de la fibra central. De los estudios llevados a cabo se ha obtenido que la influencia de fibras cercanas a una dañada influye en la propagación del daño, de tal forma que éste puede verse favorecido o inhibido dependiendo de la posición de las fibras adyacentes a la dañada.

#### REFERENCIAS

- [1] París, F., del Caño, J. C. and Varna, J., "The fibre-matrix interface crack- A numerical analysis using Boundary Elements", *Int. J. Fracture*, 82, 11-29, (1996).
- [2] Williams, M.L., "The stress around a fault of crack in dissimilar media, *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 49, 199-204, (1959).
- [3] Rice, J.R., "Elastic fracture mechanics concepts for interfacial cracks", *J. Appl. Mech.*, 55, 98-103, (1988).
- [4] Hutchinson, J.W. and Suo, Z., "Mixed mode cracking in layered materials", In: *Advances in Applied Mechanics*, J.W. Hutchinson and T.Y. Wu (Editors-in-Chief), Academic Press, New York, 29, 63-191, (1992).
- [5] Comninou, M., "The interface crack", *J. Appl. Mech.*, 44, 631-636, (1977).
- [6] Comninou, M., "The interface crack in a shear field", *J. Appl. Mech.*, 45, 287-290, (1978).
- [7] Comninou, M. y Schmueser, D. "The interface crack in a combined tension-compression and shear field", *J. Appl. Mech.*, 46, 345-348, (1979).
- [8] Gautesen, A.K. and Dundurs, J., "The interface crack in a tension field", *J. Appl. Mech.*, 54, 93-98, (1987).
- [9] Gautesen, A.K. and Dundurs, J., "The interface crack under combined loading", *J. Appl. Mech.*, 55, 580-586, (1988).
- [10] Mantič, V., Blázquez, A., Correa, E. y París, F. "Analysis of interface cracks with contact in composites by 2D BEM", en *Fracture and Damage of Composites*. (Ed: M. Guagliano, M. H. Aliabadi . WIT Press), en impresión.
- [11] Muskhelishvili, N.I., "Some basic problems of the mathematical theory of Elasticity", Nordhoff International Publishing, (1962).
- [12] Toya, M., "The interface crack", *J. Mech. Phys. Solids*, 22, 325-348, (1975).