

# SIMULACIÓN DE CRECIMIENTO DE GRIETA CON CARGAS ALEATORIAS: INFLUENCIA DE LOS MECANISMOS DE CIERRE

A. Martín, B. Moreno, J. Zapatero

Departamento de Ingeniería Civil y de Materiales, Universidad de Málaga, Plaza del Ejido s/n, 29013 Málaga, España

**Resumen.** El “strip yield model” para crecimiento de grietas por fatiga propuesto por Newman da muy buenos resultados en estimaciones de vida con cargas de amplitud constante, sin embargo, cuando se estima la vida con cargas de naturaleza aleatoria y con fuertes efectos de secuencia las estimaciones del modelo son excesivamente conservadoras. Este modelo sólo tiene en cuenta el cierre de grieta inducido por plasticidad, pudiendo tener efecto otros mecanismos de cierre sobre todo con valores bajos de  $\Delta K$ . En este trabajo se propone una modificación del modelo introduciendo el efecto de otros mecanismos consiguiendo una importante mejora de las predicciones.

**Abstract.** The strip-yield model to predict fatigue crack growth provide very similar lifetimes for simulated and experimental tests under constant-amplitude loading. However, the simulated results obtained under variable-amplitude loading with a strong sequence effect are markedly conservative. In this model the plasticity induced mechanism are only considered, however, the effect of other mechanisms may be quite significant at low  $\Delta K$  values. In this paper a modification to consider the effect of other mechanisms is proposed. The simulated results provided by the modified model are very similar to experimental data.

## 1. INTRODUCCIÓN

Para determinar la vida a fatiga de elementos o sistemas sometidos a cargas de variación irregular es necesario realizar ensayos usando historias de carga que representen con fidelidad las solicitudes reales que van a producirse. Dado el carácter aleatorio de las cargas, cada uno de los posibles registros representativos empleados en el ensayo producirá una vida distinta en el elemento en cuestión. Por ello, para decidir la historia de cargas a emplear de entre todas las posibles, es interesante determinar la variabilidad de la vida que se obtiene al emplear cada una de ellas. Así se podrá decidir cual de ellas emplear y el orden de magnitud del error que puede producirse respecto a la duración real del elemento o sistema.

El análisis de la variabilidad de la vida a fatiga en función del registro empleado puede hacerse mediante ensayo o simulación, definiendo varios registros y aplicando cada uno de ellos de forma repetida hasta el fallo al elemento en cuestión [1]. El método experimental tiene el inconveniente del coste de su realización, por ello el uso de la simulación está bastante extendido para analizar la variabilidad de la vida con las modificaciones del registro de carga.

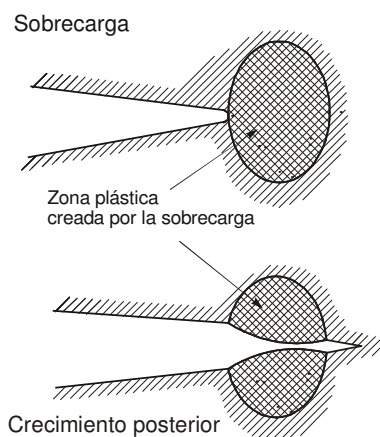
El estudio bajo cargas de amplitud constante es la principal fuente de información sobre el proceso de crecimiento de grietas por fatiga. Sin embargo, la extrapolación del conocimiento y de los datos experimentales obtenidos con este tipo de cargas a los casos reales no es un problema sencillo. Durante el

crecimiento de una grieta con cargas de amplitud variable se produce lo que se denomina efecto de secuencia o de interacción debido a la irregularidad de la carga. En este caso, el incremento de longitud en cada ciclo no tiene que ser igual al que se produce para las mismas cargas con amplitud constante, pues depende, no sólo de los valores máximo y mínimo del ciclo y de la longitud de la grieta, sino también de la historia previa de carga.

En la bibliografía pueden encontrarse numerosos modelos que simulan el comportamiento de una grieta ante cargas de variación irregular, considerando el efecto de secuencia [2-4]. De ellos, quizás los más empleados son los basados en el cierre de grieta. Estos modelos consideran el concepto del cierre de grieta para determinar la magnitud del retardo producido por una sobrecarga, proponen una ecuación de crecimiento del tipo:  $da/dn = f(\Delta K_{eff})$  en la que la determinación de  $\Delta K_{eff}$  se basa en obtener las tensiones de cierre.

En este trabajo se hace un análisis de la precisión del modelo propuesto por Newman [5] para representar la citada variabilidad, al mismo tiempo que la vida en crecimiento. El modelo de cierre se basa en el modelo de grieta de Dugdale modificado para tener en cuenta las deformaciones plásticas residuales a lo largo de los bordes de la grieta en la estela plástica creada en el avance de la misma. El modelo calcula la tensión de cierre producida por la zona plástica creada justo delante del borde de la grieta.

Desde que se observó la existencia del efecto de secuencia, se han propuesto diversos mecanismos como responsables del mismo. Elber [6] comprobó, en casos de aplicación de una sobrecarga que la tensión de apertura,  $Sop$ , variaba de forma que permitía considerar el cierre de grieta como uno de los principales causantes del efecto de secuencia. Al producirse una sobrecarga durante un proceso de carga con amplitud constante, justo delante del borde de la grieta se genera una zona plástica mayor con deformaciones plásticas residuales de tracción mayores (figura 1). Cuando la grieta crece a través de esta zona plástica con mayores deformaciones acumuladas, se generan mayores presiones entre las superficies de la grieta, aumentando  $Sop$  con la consiguiente disminución de la velocidad de crecimiento [7].

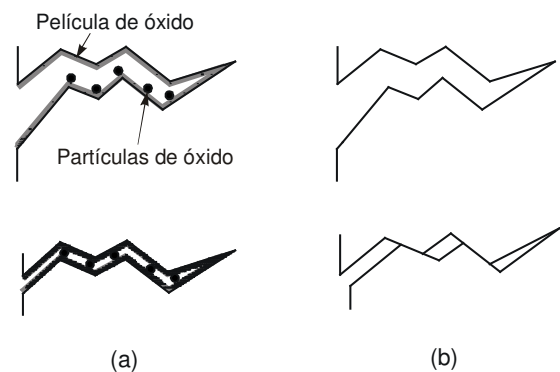


**Fig. 1.** Zona plástica creada por la sobrecarga

Aunque este mecanismo no permite explicar toda la variedad de comportamiento producido con distintos materiales, condiciones ambientales, niveles y tipos de carga y longitudes de grieta, si puede decirse que el cierre de grieta producido por plasticidad es el principal causante de los efectos de secuencia en metales [7,8]. Sin embargo, el efecto de otros mecanismos puede ser apreciable con valores de  $\Delta K$  bajos.

En algunas aleaciones metálicas con tendencia a deformación por acumulación de dislocaciones en planos de deslizamiento, durante una sobrecarga e inmediatamente después de ella puede producirse la bifurcación o deflexión de la grieta [9-11], volviendo posteriormente, después de cierto avance, a la dirección de propagación previa a la sobrecarga. La variación de orientación de la grieta y el avance a lo largo de una trayectoria inclinada hace que el crecimiento se produzca en modo mixto produciéndose una reducción del factor de intensidad de tensiones, que justificaría este mecanismo como causante del efecto de secuencia. Fleck [7], a partir del análisis de diversos resultados experimentales obtenidos por él mismo y otros autores, llega a la conclusión que este fenómeno no es una causa dominante de retardo cuando los valores de  $\Delta K$  son altos. Con niveles bajos de  $\Delta K$ , si se produce deflexión de la grieta, ésta puede ser una de las causas de retardo conjuntamente con otros mecanismos.

La observación de ciertas anomalías en el crecimiento de las grietas en determinados ambientes con valores de  $\Delta K$  próximos al umbral de crecimiento, llevó a diversos investigadores [12,13] a plantear la posibilidad de que se produjera un efecto de cierre de grieta debido a la oxidación de las superficies de la misma (figura 2a). Con valores de  $\Delta K$  próximos al umbral de crecimiento, la apertura de la grieta en modo mixto, la rugosidad de las superficies y el cierre de grieta inducido por plasticidad producen una continua rotura y nueva formación de la capa de óxido mediante un mecanismo de fretting. Las partículas desprendidas de óxido producen un efecto de cuña, aumentando el factor de intensidad de tensiones al que se produce el cierre, reduciendo el valor de  $\Delta K_{eff}$ , y en consecuencia la velocidad de crecimiento.



**Fig. 2.** Cierre de grieta por óxido (a), y cierre de grieta por rugosidad (b).

Otro de los mecanismos de cierre propuestos es el cierre de grieta inducido por rugosidad. Con niveles bajos de tensión, como ocurre con niveles próximos al umbral, la zona plástica tiene dimensiones menores que una dimensión microestructural característica, por ejemplo, el tamaño de grano. En estas condiciones, el crecimiento de grieta se produce a lo largo de un solo sistema de deslizamiento, típico de crecimiento de grietas pequeñas (estado I de crecimiento de grieta por fatiga). Esta forma de crecimiento da origen a una morfología altamente irregular que, conjuntamente con el desplazamiento de las superficies de la grieta en modo II y el desajuste entre las irregularidades de las superficies (figura 2b), da origen a un aumento del valor de  $K_{Ic}$  [14,15].

En este trabajo se plantea una modificación del modelo de simulación propuesto por Newman [7], para tener en cuenta posibles influencias distintas a las inducidas por plasticidad en la determinación de la tensión de cierre. Para analizar la precisión del modelo se comparan las estimaciones de la vida obtenidas por simulación con resultados experimentales de crecimiento de grietas con carga aleatoria obtenidos por los autores [16]

## 2. RESULTADOS EXPERIMENTALES

El material de ensayo seleccionado es la aleación de aluminio 2024-T351. Las probetas empleadas son tipo CT de 50 mm de ancho y 12 mm de espesor, obteniéndose las curvas a-N entre 15 y 25.3 mm.

Los registros de carga empleados en los ensayos han sido generados numéricamente a partir de cuatro tipos diferentes de densidades espectrales de tipo bimodal que caracterizan los cuatro tipos de procesos aleatorios considerados. Las funciones de densidad espectral han sido seleccionadas de manera que en todos los casos la desviación estándar de las cargas sea de 1085N, el valor medio de carga se mantuvo constante en todos los casos en 4850 N. Para cada tipo de proceso aleatorio se generaron 20 historias de carga distintas con 25000 ciclos cada una. Durante cada ensayo el registro de carga se repite hasta que la grieta alcanza la longitud final deseada.

**Tabla 1.** Parámetros estadísticos de los registros y resultados experimentales de todos los ensayos.

PROCESO	A-H25	B-H25	C-H25	D-H25
$\mu_P^{(1)}$	5719	5808	5895	6007
$\mu_V^{(1)}$	3993	3904	3817	3705
$\mu_R^{(1)}$	1725	1903	2077	2300
$\mu_N^{(2)}$	277151	197114	168287	146981
$\sigma_N^{(2)}$	13377	7686	5124	5363
$\sigma_N/\mu_N$	0.0483	0.0390	0.0304	0.0365

(1) valores expresados en Newtons.

(2) valores expresados en ciclos.

En la tabla 1 se muestran, para los cuatro procesos considerados, los valores de los siguientes parámetros estadísticos de los registros: valor medio de los picos de carga ( $\mu_P$ ), valor medio de los valles de carga ( $\mu_V$ ) y valor medio de los rangos de carga ( $\mu_R$ ), junto a los resultados experimentales: vida media de crecimiento ( $\mu_N$ ), desviación estándar ( $\sigma_N$ ) y coeficiente de variación ( $\sigma_N/\mu_N$ ). Información más detallada sobre dichos resultados y la metodología experimental adoptada pueden obtenerse en la bibliografía citada [16].

### 3. SIMULACIONES

Como se ha indicado previamente el método de predicción elegido en este trabajo para simular el crecimiento de grietas por fatiga es el propuesto por Newman[7], e implementado en el código FASTRAN. Este método de simulación paso a paso propone un modelo analítico para considerar el efecto de secuencia basado en el cierre de grieta inducido por plasticidad. En el modelo de crecimiento se asume que los efectos de secuencia de las cargas están causados por el cierre de grieta, el cual causa variaciones en la tensión de apertura y en el factor de intensidad de tensiones efectivo cuando varían las cargas.

La ley de crecimiento propuesta en este modelo es:

$$\frac{da}{dN} = C_1 \Delta K_{eff}^{C_2} \frac{1 - \left( \frac{\Delta K_0}{\Delta K_{eff}} \right)^2}{1 - \left( \frac{K_{max}}{C_5} \right)^2} \quad (1)$$

$$\Delta K_{eff} = K_{max} - K_{op} \quad (2)$$

$$\Delta K_o = C_3 \left( 1 - C_4 \frac{S_o}{S_{max}} \right) \quad (3)$$

donde:

$da/dN$  velocidad de crecimiento de grieta

$K_{max}$  máximo factor de intensidad de tensiones en el ciclo de carga

$\Delta K_{eff}$  rango del factor de intensidad de tensiones efectivo

$K_{op}$  factor de intensidad de tensiones de apertura

$K_0$  factor de intensidad de tensiones umbral efectivo

$S_{max}$  máxima tensión en el ciclo de carga

$S_0$  tensión de apertura de grieta

$C_1$ - $C_5$  parámetros del modelo.

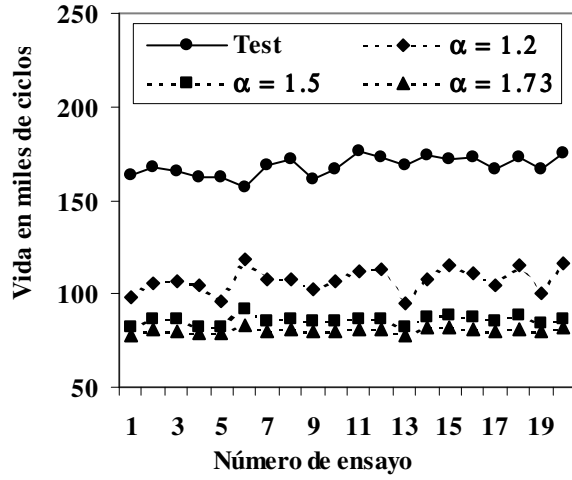
La ecuación de crecimiento propuesta requiere de la determinación de la tensión de apertura. El valor de dicha tensión estará influido no sólo por la relación de cargas,  $R=S_{min}/S_{max}$ , sino también por la geometría de la probeta y el estado de tensiones. Para caracterizar el estado de tensiones el modelo propone el uso de un factor de constricción  $\alpha$  para modificar la tensión de fluencia en tracción,  $\alpha =1$  en tensión plana y  $\alpha =3$  en deformación plana.

Antes de realizar la simulación del crecimiento con carga de amplitud variable es necesario estimar las constantes  $C_1$  a  $C_5$ . El parámetro  $C_5$ , que representa el factor de intensidad de tensiones que produce la fractura inestable bajo las condiciones de ensayo, es aproximado por el valor de  $K_c$ . Los parámetros  $C_3$  y  $C_4$  pueden ser determinados a partir de valores umbral para el material considerado [17-20]. Para la determinación de los parámetros  $C_1$  y  $C_2$  se ajustó la ecuación de crecimiento a resultados obtenidos en ensayos de amplitud constante realizados con el mismo material y geometría de probeta.

### 4. ANÁLISIS DE RESULTADOS.

Para estudiar la bondad del modelo en la estimación del proceso de crecimiento de grieta con cargas de amplitud variable, se ha simulado con distintos factores de constricción,  $\alpha$ , el crecimiento producido por los mismos registros de carga usados en todos los ensayos. Un estudio exhaustivo ha sido realizado por los autores, para determinar la influencia del factor de constricción en las estimaciones mediante simulación con este modelo [21]. Los resultados obtenidos muestran que las predicciones de vida dependen fuertemente de los factores de constricción (figura 3). Los valores estimados de vida media varían entre 0.64 y 0.48 veces la vida media obtenida en los ensayos y las desviaciones

estimadas entre 1.26 y 0.27 las obtenidas experimentalmente, para valores de  $\alpha$  entre 1.2 y 1.73.



**Fig. 3.** Comparación entre las simulaciones y los resultados experimentales para el proceso tipo C.

Las estimaciones de vida se ajustan mejor a los resultados experimentales para valores bajos de  $\alpha$ , sin embargo los valores de dispersión resultan muy superiores a los reales, siendo las vidas medias estimadas siempre inferiores a las ensayadas. No obstante, dada la geometría de probeta empleada en este estudio no parece justificado caracterizar el estado de tensiones por un valor tan bajo del factor de constricción, que representaría suponer un estado de tensiones próximo a tensión plana. Comparando el tamaño de la zona plástica generada por las cargas con el espesor de la probeta el estado de tensiones es próximo a condiciones de deformación plana. Por otra parte, se ha considerado un valor de  $\alpha=1.73$  para deformación plana tal como propone Irwin, que supone considerar un radio plástico en deformación plana de valor un tercio el correspondiente a tensión plana.

En la figura 3 puede observarse que aunque los valores de vida obtenidos son siempre inferiores a los reales, las simulaciones reproducen las variabilidades encontradas en los ensayos, de forma que el registro que produce la vida máxima y mínima en ensayos y simulación coinciden y la relación vida estimada/experimental para  $\alpha = 1.5$  es del orden de 0.5 en todos los registros. Este comportamiento hace suponer que el modelo simula el efecto global de una carga irregular siendo capaz de reproducir el efecto de interacción de las sobrecargas, reproduciendo la variabilidad debida al uso de distintos registros de carga, pero estima vidas muy inferiores a las reales. Este hecho puede deberse a que el modelo subestima el valor de las tensiones de cierre, de hecho las aproximaciones al valor de la tensión de cierre que proponen Elber[22] y Schijve[23] predicen para cargas de amplitud constante valores más altos a los obtenidos

en la simulación. También las medidas experimentales obtenidas por los autores de este trabajo [24], con cargas de amplitud constante, coinciden en mayor medida con los resultados de Elber y Schijve, es decir, los valores de tensión de cierre obtenidos experimentalmente resultan superiores a los obtenidos en la simulación.

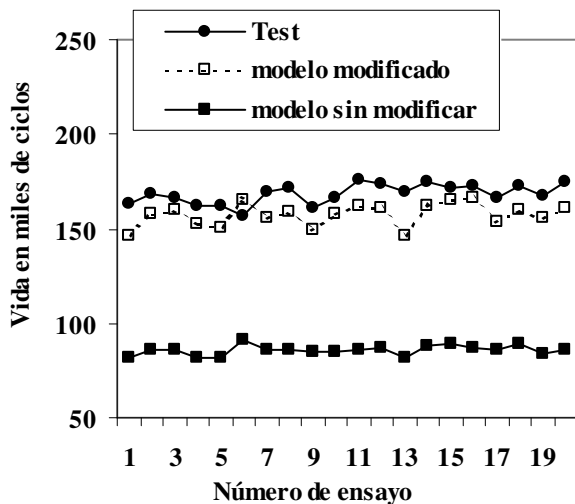
El hecho de que el modelo subestime las tensiones de cierre puede quizás no conducir a errores importantes con cargas de amplitud constante pero producir grandes errores con cargas de amplitud variable con un gran número de ciclos cuyos picos alcancen valores próximos a la tensión de cierre. Para estos ciclos de pequeña amplitud otros mecanismos de cierre de grieta no considerados por el modelo, tales como el cierre inducido por rugosidad, bifurcación y deflexión de la grieta o por óxido, podrían tener un marcado efecto.

Un resultado que avala la hipótesis anterior es el hecho de que si se simula una carga de amplitud constante igual al valor umbral efectivo ( $\Delta K_0$ ) se observa que el modelo supone crecimiento con esta carga que sin embargo no debería de existir. El valor de  $\Delta K_{eff}$  proporcionado por el modelo, para la carga correspondiente al umbral que se denominará  $\Delta K_{eff}^{th}$ , es calculado en base a la tensión de cierre solamente inducida por plasticidad. El valor de  $\Delta K_0$ , rango efectivo del umbral, es un valor promedio medido experimentalmente (tomado de referencias bibliográficas para este mismo material), corresponderá por tanto a una tensión de cierre producida no solo por plasticidad sino también por otros mecanismos de cierre. El valor  $\Delta K_{eff}^{th}$  superior a  $\Delta K_0$  justifica el anterior crecimiento predicho por el modelo y la diferencia entre ambos valores puede adoptarse como valor de corrección para tener en cuentas unas tensiones de cierre superiores a las calculadas por el modelo. La diferencia por tanto entre  $\Delta K_{eff}^{th}$  y  $\Delta K_0$  se toma como valor de corrección a sumar al  $\Delta K_{eff}$  calculado por el modelo. En definitiva el modelo se modifica de manera que en la ley de crecimiento el rango de tensiones efectivo sea ahora uno corregido ( $\Delta K_{eff}^{corr}$ ) donde:

$$\Delta K_{eff}^{corr} = \Delta K_{eff} - \Delta K_{corr} \quad (4)$$

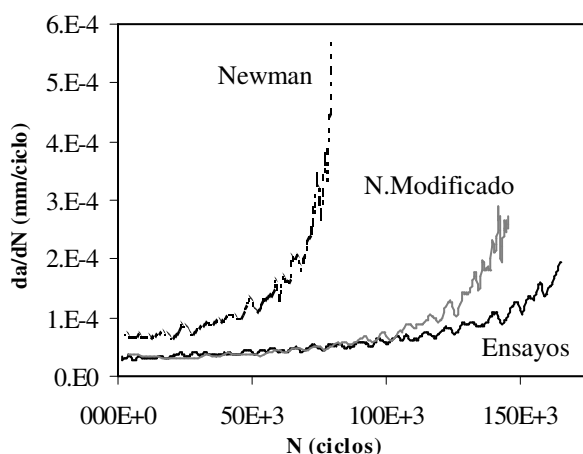
$$\Delta K_{corr} = \Delta K_{eff}^{th} - \Delta K_0 \quad (5)$$

Simulando nuevamente todos los casos anteriores con distintos valores de  $\alpha$ , se encuentra una sensible mejora de las estimaciones, tanto en valores medios como en dispersión. Para el proceso tipo C con  $\alpha = 1.5$  puede observarse en la figura 4 como la modificación propuesta mejora enormemente las estimaciones de vida.



**Fig. 4.** Comparación entre los resultados experimentales y las simulaciones con y sin modificación del modelo para el proceso C y  $\alpha = 1.5$ .

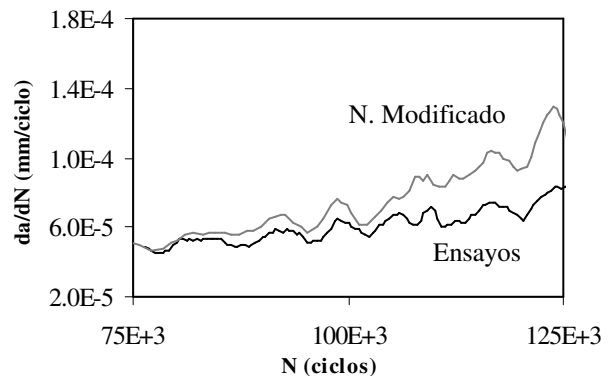
Si se analiza la evolución de las velocidades de crecimiento de la grieta con el número de ciclos (figura 5) puede observarse que el modelo predice unas velocidades de crecimiento muy superiores a las reales desde el inicio del proceso, obteniéndose por tanto unas vidas muy inferiores a las experimentales. Sin embargo, con el modelo modificado salvo en la última parte del crecimiento las velocidades son muy similares a las experimentales partiendo de valores prácticamente idénticos. En la figura 6 se muestra un detalle de dicha evolución que pone de manifiesto además que las variaciones en la velocidad de crecimiento, que serán debidas a las sobrecargas del registro, son idénticas en el modelo modificado y en los ensayos. Esto demuestra que el modelo es capaz de simular el efecto dichas sobrecargas sobre la velocidad de crecimiento.



**Fig. 5.** Velocidades de crecimiento frente al número de ciclos para el primer registro del proceso tipo C.

Los valores de velocidad de crecimiento más altos que los reales cuando la grieta es larga podría justificarse por el hecho de que el uso de un factor de constricción constante  $\alpha=1.5$  podría no estar representando las

condiciones de tensión en la probeta, más próximas a tensión plana cuando la grieta es larga. Cabría plantearse para futuros estudios una modificación del modelo para poder considerar un factor  $\alpha$  variable que fuese disminuyendo a medida que la grieta avanza. Con el modelo modificado se simulan todos los registros de carga variable de los distintos procesos considerados en los ensayos. En la tabla 2 se presentan la relación entre la vida media estimada y experimental, así como la relación entre la desviación estimada y experimental, para todos los procesos de carga con factores de constricción  $\alpha=1.5$  y  $\alpha=1.73$ .



**Fig. 6.** Detalle de las curvas de la figura 5.

**Tabla 2.** Resultados de las simulaciones.

PROCESO	$\frac{\mu_{estimada}}{\mu_{experimental}}$		$\frac{\sigma_{estimada}}{\sigma_{experimental}}$	
	$\alpha = 1.5$	$\alpha = 1.73$	$\alpha = 1.5$	$\alpha = 1.73$
A	1.02	1	1.08	0.55
B	0.94	0.89	1.38	0.71
C	0.94	0.90	1.15	0.71
D	0.93	0.88	1.34	0.65

## 5. CONCLUSIONES

Del análisis de resultados presentado puede concluirse:

1. Mientras para cargas de amplitud constante el modelo estima vidas muy similares a las obtenidas experimentalmente, en cargas de amplitud variable difieren marcadamente.
2. La tensión de cierre calculada por el modelo de simulación produce resultados muy conservadores, al menos para estimaciones con cargas aleatorias.
3. El modelo de simulación ciclo a ciclo propuesto por Newman, no obstante, reproduce los efectos de secuencia, siendo capaz de reproducir la variabilidad como función de cada historia de carga individual.
4. Las estimaciones del modelo mejoran sustancialmente mediante corrección de la tensión de cierre calculada por el modelo. Con dicha corrección además se comprueba que no sólo las velocidades de crecimiento estimadas y experimentales son muy similares sino

también las variaciones debidas a las sobrecargas del registro.

5. La influencia del tipo de proceso en las estimaciones es despreciable. La relación entre vidas medias y desviaciones, estimadas y experimentales, para todos los procesos analizados son similares.

## AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen a la Dirección General de Investigación (DGI) la financiación aportada para la realización de este trabajo (DPI2002-02581).

## REFERENCIAS

- [1] Domínguez J., Zapatero J. and Pascual J., "Effect of load histories on scatter of fatigue crack growth in aluminum alloy 2024-T351". Engng. Fract. Mech., 50, 65-76 (1997)
- [2] Willemborg J. D., Engle R. M. and Wood H. A., "A Crack Growth Retardation Model Using an Effective Stress Concept", AFFDL-TM-FBR-71-1, (1971).
- [3] Johnson W. S., "Multi-Parameter Yield Zone Model for Predicting Spectrum Crack Growth", Methods and Models for Predicting Fatigue Crack Growth Under Random Loading, ASTM STP 748, 85-102 (1981).
- [4] Chang J. B. and Hudson C. M. (Eds), "Methods and Models for Predicting Fatigue Crack Growth under Random Loading", ASTM STP 748 (1981).
- [5] Newman J. C., "A Crack Closure Model for Predicting Fatigue Crack Growth Under Random Loading", Methods and Models for Predicting Fatigue Crack Growth under Random Loading, ASTM STP 748, 53-84 (1981).
- [6] Elber W., "The Significance of Fatigue Crack Closure, Damage Tolerance in Aircraft Structures", ASTM STP 486, 230-242 (1971).
- [7] Fleck N. A., "Influence of Stress State on Crack Growth Retardation", Basic Questions in Fatigue: Volume I, ASTM STP 924, 157-183 (1988).
- [8] Ward-Close C.M., Blom A.F. and Ritchie R.O., "Mechanisms Associated with Transient Fatigue Crack Growth Under Variable-Amplitude Loading: an Experimental and Numerical Study", Engineering Fracture Mechanics, 32, 613-638 (1989).
- [9] Bucci R.J., Thakker A.B., Sanders T.H., Sawtell R.R. and Staley J. T., "Ranking 7XXX Aluminum Alloy Fatigue Crack Growth Resistance Under Constant Amplitude and Spectrum Loading", Effect of Load Spectrum Variables on Fatigue Crack Initiation and Propagation, ASTM STP 714, 41-78 (1980).
- [10] Vecchio K.S., Hertzberg R.W. and Jaccard R., "On the Overload Induced Fatigue Crack Propagation Behavior in Aluminum and Steel Alloys", Fatigue of Engineering Materials and Structures, 7, 181-194 (1984).
- [11] Lankford J. and Davidson D.L., "The Effect of Overloads Upon Fatigue Crack Tip Opening Displacement and Crack Tip Opening/Closing Loads in Aluminum Alloys", Advances in Fracture Research, 2, 899-906 (1981).
- [12] Suresh S., Zamiski G. F. and Ritchie R. O., "Oxide-induced Crack Closure: an Explanation for Near-threshold Corrosion Fatigue Crack Growth Behavior", Metallurgical Transactions, 12, 1435-1443 (1981).
- [13] Liaw P. K., Leax T. R. and Logsdon W. A., "Near-threshold Fatigue Crack Growth Behavior in Metals", Acta Metallurgica, 31, 1581-1587 (1983).
- [14] Davidson D.L., "Incorporating Threshold and Environmental Effects into the Damage Accumulation Model for Fatigue Crack Growth", Fatigue of Engineering Materials and Structures, 3, 229-236 (1981).
- [15] Gray G.T., Williams J.C. and Thompson A.W., "Roughness-induced Crack Closure: an Explanation for Microstructurally Sensitive Fatigue Crack Growth", Metallurgical Transactions, 14A, 421-433 (1983).
- [16] J. Zapatero, B. Moreno, J. Domínguez. "An Experimental Analysis of Fatigue Crack Growth Under Random Loading" International Journal of Fatigue, Vol. 25/7 pp. 597-608. (2003).
- [17] Newman J. C., "Crack Growth Under Variable Amplitude and Spectrum Loading in 2024-T3 Aluminum Alloys", High Cycle Fatigue of Structural Materials, Indianapolis, Indiana (1997).
- [18] Newman J. C., "An Assessment of the Small-Crack Effect for 2024-T3 Aluminum Alloy", Small Fatigue Cracks, 427-452 (1986).
- [19] Newman J. C., "Analyses of Fatigue Crack Growth and Closure Near Threshold Conditions for Large-Crack Behavior", NASA Tech. Memorandum 209133, Hampton, VA (1999).
- [20] Taylor D., "Fatigue Thresholds", Butterworth & Co. (Publishers) Ltd, (1989).
- [21] Zapatero J., Moreno B. and Domínguez J., "On the Use of The Strip-Yield Model to Predict Fatigue Crack Growth under Irregular Loading", Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct., 20, 5, 759-770 (1997).
- [22] Elber W., "The Significance of Fatigue Crack Closure", Damage Tolerance in Aircraft Structures, ASTM STP 486, 230-242 (1971).
- [23] Schijve J., "Some Formulas for Crack Opening Stress Level", Engng Fract. Mech., 14, 461-465 (1981).
- [24] Moreno B., Zapatero J. y Pascual J., "Determinación Experimental del Cierre de Grieta en Fatiga", Anales de Mecánica de la Fractura, 14, 159-163 (1997).