

Anales de Mecánica de la Fractura

TEXTO DE LAS COMUNICACIONES PRESENTADAS EN EL

**XXIII ENCUENTRO DEL
GRUPO ESPAÑOL DE FRACTURA**

Volumen I

Albarracín

29, 30 y 31 de marzo de 2006

© ANALES DE MECÁNICA DE LA FRACTURA
Editado por la Secretaría del Grupo Español de Fractura

Reservados todos los derechos para todos los países.
Ninguna parte de esta publicación, incluido el diseño de la cubierta, puede ser reproducida, almacenada o transmitida de ninguna forma, ni por ningún medio, sea electrónico o cualquier otro, sin previa autorización escrita por parte de la Editorial.

Depósito Legal: Z-934-06
I.S.S.N.: 02/3 - 3725

Imprime: **STYLO Digital**
Miguel de Unamuno, 15 • 50018 Zaragoza
Tel. 976 743 971 • stylo@stylodigital.com

Este Volumen de los Anales de Mecánica de la Fractura recoge las 100 comunicaciones presentadas en el XXIII Encuentro del Grupo Español de Fractura, celebrado en Albarracín (Teruel) los días 29, 30 y 31 de marzo de 2006, organizado por la Sociedad Española de Integridad Estructural-Grupo Español de Fractura, y el Instituto de Investigación en Ingeniería de Aragón (I3A), de la Universidad de Zaragoza.

En este vigésimo tercer Encuentro hemos contado con la participación de tres relevantes conferenciantes invitados, los profesores Dr. M. H. Ferri Aliabadi, Director del Área de Estructuras Aeroespaciales del Imperial College de Londres y profesor del Departamento de Aeronáutica (Imperial College), Dr. David Taylor, investigador del Trinity Centre for Bioengineering, del Trinity Collage, de la Universidad de Dublín y profesor del Departamento de Ingeniería Mecánica y Fabricación de dicha Universidad, y Dr. Federico París Carballo, Director de la Escuela Técnica Superior de Ingenieros de la Universidad de Sevilla y profesor del Departamento de Mecánica de Medios Continuos, Teoría de Estructuras e Ingeniería del Terreno. Continuando con la brillante iniciativa surgida en el vigésimo primer Encuentro, y por tercer año consecutivo, se cuenta con el aliciente de la publicación de los artículos más relevantes en dos revistas incluidas en el JCR como son *Engineering Failure Analysis* y *Fatigue and Fracture of Engineering Materials*. Una vez más agradecemos a los responsables de estas revistas su colaboración, y a los autores su esfuerzo en esta meta.

Los editores deseamos agradecer el apoyo y esfuerzo realizado a todas las entidades que han colaborado en la organización y financiación del Encuentro, especialmente al Ministerio de Ciencia y Tecnología, a la Diputación General de Aragón, al Vicerrectorado de Investigación de la Universidad de Zaragoza, y al Ayuntamiento de Albarracín. Tampoco deseamos olvidar el gran esfuerzo realizado por parte de las empresas afines a este encuentro, que con su patrocinio han contribuido a hacer posible la organización de este Encuentro: Instron Ltd., SEM S.A., MTS, Zwick GmbH & Co., e IZASA.

También deseamos expresar nuestro agradecimiento a los miembros del Comité Científico, a nuestros compañeros del Instituto Tecnológico de Aragón y del Instituto de Investigación de Ingeniería de Aragón de la Universidad de Zaragoza, que han participado activamente en la organización. Por último, no podemos olvidar mencionar a todos los autores de los trabajos presentados, que con su esfuerzo han hecho posible la publicación de este vigésimo tercer volumen de los Anales de Mecánica de la Fractura.

Albarracín, marzo de 2006.

José A. Bea Cascarosa
María de los Ángeles Pérez Ansón

Gustavo V. Guinea Tortuero
Antonio Martín Meizoso

**ANALES DE MÉCÁNICA DE LA FRACTURA
VOL. I (2006)**

ÍNDICE

CONFERENCIAS INVITADAS

A NEW GENERATION OF BOUNDARY ELEMENT METHOD FOR DAMAGE TOLERANCE ASSESMENT OF AEROSTRUTURES. M.H. Aliabadi	3
THE FRACTURE MECHANICS OF BONE. David Taylor	7
MECÁNICA DE LA FRACTURA DE GRIETAS DE INTERFASE, APLICACIÓN AL ESTUDIO DEL FALLO ENTRE FIBRAS A COMPRESIÓN DE MATERIALES COMPUESTOS. F. París, E. Correa, V. Mantič	13

TÉCNICAS EXPERIMENTALES

APLICABILIDAD DEL MÉTODO DE NORMALIZACIÓN DE LA CARGA DE OBTENCIÓN DE CURVAS J-R EN ACEROS. S. Rivera, C. Rodríguez, F.J. Belzunce, J. Sánchez	25
ESTIMACIÓN DEL COMPORTAMIENTO A FATIGA TORSIONAL DE UN ACERO ESTRUCTURAL. M. Canales, C. Gómez, S. Calvo, J.L. Núñez, J.L. Pelegay	33
ESTUDIO DEL COMPORTAMIENTO CÍCLICO DE UN ACERO ESTRUCTURAL BAJO ESTADOS DE DEFORMACIÓN BIAxIAL EN INICIO DE GRIETA. C. Gómez, M. Canales, S. Calvo, J.L. Núñez, J.L. Pelegay	39
DISEÑO Y VALIDACIÓN DE UN UTENSILIO PARA ENSAYOS DE TRACCIÓN Y FRACTURA DE PROBETAS SUMERGIDAS EN Z_n LÍQUIDO. J. Carpio, J.A. Álvarez, J.A. Casado y F. Gutiérrez-Solana	45
DETERMINACIÓN DEL CRECIMIENTO DE FISURA MEDIANTE TÉCNICAS TERMOGRÁFICAS DE INFRARROJOS. I. Carrascal, R. Lacalle, J.A. Casado, J.A. Álvarez	51
VALIDATION OF MULTIAXIAL FATIGUE MODELS FOR STRUCTURAL STEELS. L. Reis, B. Li and M. Freitas	57
MEDIDA DE LA INFLUENCIA DE LA VELOCIDAD DE DEFORMACIÓN EN LA TENACIDAD DE PANELES AGLOMERADOS DE TIPO DM. J. Aldazabal, N. Ibarra, N. Lasa, A. López, A. Martín- Meizoso, I. Sarasqueta, J. Tamayo	63
ENSAYOS DE CORTE CONFINADOS PARA LA DETERMINACIÓN DE LAS PROPIEDADES DE FRACTURA MIXTA DE HORMIGÓN. Oscar I. Montenegro, Domingo Sfer, Ignacio Carol	67
IMPACTO DE BAJA ENERGÍA DE PLATOS INYECTADOS DE POLIESTIRENO ALTAMENTE ORIENTADOS. A.B. Martínez, M. Sánchez- Soto, J. Viana, J.A. Navas	73

UTILIZACIÓN DEL ENSAYO MINIATURA DE PUNZONAMIENTO (Small Punch Test) EN LA CARACTERIZACIÓN MECÁNICA DE ACEROS. J. Autillo, M.A. Contreras, C. Betegón, C. Rodríguez y F.J. Belzunce	77
MICRODAÑO POR INDENTACIÓN AGUDA VICKERS EN ACERO EUTECTOIDE PROGRESIVAMENTE TREFILADO. B. González, J.C. Matos, V. Kharin, J. Toribio	85
EFFECTO DE LA PRE-FISURACIÓN POR FATIGA SOBRE LA CORROSIÓN BAJO TENSIÓN DE MATERIALES. E. A. Jáñez y J. Toribio	91
OBTENCIÓN DE LA TEMPERATURA DE REFERENCIA T_0 EN UN ACERO DE ALTA RESISTENCIA P690QL2 PARA SU USO EN RECIPIENTES A PRESIÓN. R. Lezcano, M. Cabañas, F.J. Belzunce	95

MÉTODOS ANALÍTICOS Y NUMÉRICOS

MODELO ANALÍTICO PARA ESTUDIAR LA PROPAGACIÓN DE FISURAS EN MODO MIXTO EN ELEMENTOS DE HORMIGÓN ARMADO. APLICACIÓN DEL BRIDGED CRACK MODEL. A. Carpintero, J.R. Carmona y G. Ventura	103
PREDICCIÓN DE FALLO POR FATIGA EN ENTALLAS BAJO CARGA BIAxIAL MEDIANTE TEORÍA DE DISLOCACIONES. V. Chaves, A. Navarro	109
CÁLCULO DE LA TENACIDAD DE FRACTURA PARA FISURAS PROFUNDAS EN ALAMBRE DE ALTA RESISTENCIA. J. Sánchez Montero, J. Fullea García, M. Carmen Andrade Perdrix	115
CRECIMIENTO DE GRIETAS EN UNA JUNTA DE FLEXIÓN SIMÉTRICA DE UN BICRISTAL DE COBRE. A. Luque, J. Aldazabal, J.M. Martínez-Esnaola, J. Gil Sevillano	121
UNA FORMULACIÓN TENSORIAL ALTERNATIVA DEL ESTADO TENSIONAL Y DEFORMACIONAL EN EL FRENTE DE GRIETA. D. Fernández Zúñiga, A. Fernández Canteli, E. Castillo	127
ANÁLISIS MESO-ESTRUCTURAL DE LA RETRACCIÓN POR SECADO DE HORMIGÓN. A. E. Idiart, C.M. López, I. Carol	135
ANÁLISIS MEDIANTE X-FEM DE LA ORIENTACIÓN DE GRIETA EN UN PROBLEMA DE FRETTING- FATIGA CON CONTACTO COMPLETO. E. Giner, A. Vercher, J.E. Tarancón, O.A. González y F.J. Fuenmayor	141
APLICACIÓN A MATERIALES ELASTOPLÁSTICOS DE LOS CRITERIOS DE ROTURA EN ENTALLAS EN U. F.J. Gómez y M. Elices	147
DEFORMACIÓN ELÁSTICA DE FIELTROS. A. Ridruejo, C. González y J. Llorca	153
SIMULACIÓN NUMÉRICA DE LAS CURVAS DE PROPAGACIÓN DÚCTIL ESTÁTICAS Y DINÁMICAS. I. Peñuelas, C. Betegón, J.J. del Coz	159
BEHAVIOR OF CONCRETE UNDER BIAxIAL LOADING. 3D MESO-MECHANICAL AND NUMERICAL APPROACH. A. Caballero, I. Carol, C.M. López	165

MODELADO DE LA INDENTACIÓN DE ESTRUCTURAS MICROELECTRÓNICAS EN SECCIÓN TRANSVERSAL MEDIANTE ELEMENTOS COHESIVOS.

D. González, J.M. Molina-Aldereguia, I. Ocaña, M.R. Elizalde, J.M. Sánchez, J.M. Martínez-Esnaola, J. Gil-Sevillano, G. Xu, D. Pastuso, B. Sun, B. Miner, J. He, J. Maiz..... 171

SIMULACIÓN DEL EFECTO DEL TAMAÑO EN LA DEFORMACIÓN PLÁSTICA DE MONOCRISTALES MEDIANTE DINÁMICA DE DISLOCACIONES.

J. Segurado, I. Romero, J. Llorca 177

DETERMINACIÓN DE LA INTEGRAL J EN VIGAS ROBLONADAS DE ACERO ESTRUCTURAL ANTIGUO MEDIANTE MÉTODOS DE ESTIMACIÓN.

J. Moreno, A. Valiente 183

CONSIDERACIONES ENERGÉTICAS DE LA DILATANCIA Y SU INFLUENCIA EN LA FISURACIÓN EN MODO MIXTO PARA MATERIALES CUASIFRÁGILES.

V.O. García Álvarez, C.M. López Garello 189

ANÁLISIS NUMÉRICO DE FRACTURA DINÁMICA DE POLIMEROS FRÁGILES.

J.A. Loya, K. Ravi-Chandar..... 195

ESTUDIO PRELIMINAR DEL MODELO DE GURSON CON PARÁMETROS DEPENDIENTES DE LA TRIAXIALIDAD.

G. Vadillo, J. Fernández-Sáez 201

INFLUENCIA DEL CAMPO RESIDUAL TENSO-DEFORMACIONAL EN LA FRAGILIZACIÓN POR HIDRÓGENO DE ACEROS DE PRETENSADO.

V. Kharin, J.G. Ballesteros, J.A. Blanco, D. Vergara y J.Toribio..... 207

INFLUENCIA DE LA VELOCIDAD DE DEFORMACIÓN EN LA FRAGILIZACIÓN POR HIDRÓGENO DE ALAMBRES ENTALLADOS DE ACERO EUTECTOIDE.

D. Vergara, M. Lorenzo, V. Kharin, J. Toribio 213

CÁLCULO DEL TÉRMINO NO SINGULAR DE TENSIONES EN UNA GRIETA 3D MEDIANTE UNA INTEGRAL INDEPENDIENTE DEL DOMINIO.

J.E. Ortiz, V. Mantić y F. París 219

DINÁMICA DISCRETA DE DISLOCACIONES EN CRISTALES.

M.P. Ariza, M. Ortiz, A. Ramasubramanian..... 225

EL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS DE CONTORNO APLICADO A MECÁNICA DE LA FRACTURA EN SÓLIDOS PIEZOELÉCTRICOS.

J.A. Sanz, M. Solís, M.P. Ariza..... 231

CRECIMIENTO DE GRIETA POR FATIGA ALEATORIA MEDIANTE EL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS EXTENDIDO.

J. Grasa, J.A. Bea, J.F. Rodríguez, M. Doblaré..... 237

APLICACIONES PRÁCTICAS EN INGENIERÍA

EFFECTO DE LAS TENSIONES RESIDUALES SOBRE LAS PRESTACIONES DE DIVERSOS COMPONENTES.

A. M. Irisarri 245

CARACTERIZACIÓN DE LA DUCTILIDAD Y DEL COMPORTAMIENTO MECÁNICO A VELOCIDAD DE DEFORMACIÓN VARIABLE DE HORMIGONES DE ALTA RESISTENCIA.

G. Ruiz, J.R. Del Viso y J.R. Carmona..... 251

ROTURA RETARDADA DEL ACERO INOXIDABLE 17-7 A. García-Pontes, J.C. Glez, J.A. Rodríguez, E.J. Herrera	257
EFFECTO DE UN RECUBRIMIENTO DEL TIPO SOL-GEL EN LA VIDA A FATIGA DE LA ALEACIÓN DE ALUMINIO 2024-T3 A. Monsalve, M. Toledano, M. Páez, A. Artigas, A. Castillo y Y. Sepúlveda	263
PEQUEÑOS INVENTOS PARA EL ANÁLISIS EXPERIMENTAL DE PROBETAS SINGULARES EN MECÁNICA DE FRACTURA. J.M. Alegre, D. Ferreño, F.Gutiérrez-Solana Salcedo	269
SIMULACIÓN DEL EFECTO DE LA PLASTIFICACIÓN EN LA PROPAGACIÓN DE FISURAS POR FATIGA EN MODO MIXTO. D. Ferreño, J.M. Alegre, J.M. Revilla	275
MÉTODO EFICIENTE PARA LA IDENTIFICACIÓN DE FISURAS EN ELEMENTOS MECÁNICOS. L. Rubio, B. Muñoz, P.J. Lorca	281
IDENTIFICACIÓN DE FISURAS EN ELEMENTOS MECÁNICOS A TORSIÓN MEDIANTE TÉCNICAS DE OPTIMIZACIÓN. L.Rubio, B. Muñoz, P.J. Lorca	287
MÉTODOS COMPUTACIONALES APLICADOS A LA PREDICCIÓN DE RESISTENCIA RESIDUAL DE PANELES DE ALA O FUSELAJE. F. Martín de la Escalera, E. Mirón, S. Santos, J. Fernández-Sáez.....	293
ANÁLISIS A FRACTURA DE RECIPIENTES A PRESIÓN FABRICADOS EN ACEROS DE ALTA RESISTENCIA “HSS”. M.A. Guerrero, M ^a C. Betegón.....	305
NUEVOS MATERIALES BASE ALUMINIO PARA MOLDES DE INYECCIÓN DE PLÁSTICOS. J.A. Picas, J. Guasch, A. Forn, A. Castaño, E. Ruperez	311
CENTRIFUGAL VERSUS CASTING GRAVITY TECHNIQUES OVER MECHANICAL PROPERTIES. G. Chirita, I. Stefanescu, D. Soares, F.S. Silva	317
DEVELOPMENT OF FRETTING FATIGUE APPARATUS. M. Buciumeanu, A.S. Miranda, F.S. Silva.....	323
INFLUENCIA DE LA FORMULACIÓN SOBRE LA CONDUCTA MECÁNICA DE UNA RESINA FENÓLICA. A. Valea, I. Mondragón, M.L. González.....	329
FACTORES DE INTENSIDAD DE TENSIONES Y PROPAGACIÓN DE FISURAS POR FATIGA EN GEOMETRÍAS CILÍNDRICAS. N. Álvarez, B. González, J.C. Matos, J. Toribio	333
REDISTRIBUCIÓN DEL ESTADO TENSIONAL EN ALAMBRES DE ACERO DE ALTA RESISTENCIA. M. Lorenzo, D. Vergara, V. Kharin y J. Toribio	339
INFLUENCIA DE LA FRACTURA DEL HORMIGÓN EN LA TENSIÓN TANGENCIAL DESARROLLADA EN LA INTERCARA DE PROBETAS DE HORMIGÓN CON ALAMBRE PRETESO. J.M. Benítez, J.C. Gálvez, B.S. Tork.....	345

ANÁLES DE MECÁNICA DE LA FRACTURA
VOL. II (2006)

ÍNDICE

FRACTURA DE MATERIALES METÁLICOS Y HORMIGÓN

ESTUDIO EXPERIMENTAL SOBRE LA PROPAGACIÓN DE FISURAS EN MODO MIXTO EN VIGAS DE HORMIGÓN ARMADO. J.R. Carmona, G. Ruiz, J.R. Del Viso	353
ESTUDIO DE LAS SUPERFICIES DE FRACTURA DE UNIONES OBTENIDAS MEDIANTE SOLDADURA POR DIFUSIÓN DINÁMICA DE ACEROS SAE 1045/WC-C ₀ (DEPOSITADO POR HVOF). J.M. Gómez de Salazar, J.M. Guilemany, M.I. Barrena, J.R. Miguel, S. Dosta, L. Matesanz	359
DISTRIBUCIÓN DE LAS ORIENTACIONES DE LOS PLANOS DE CLIVAJE. R. Rodríguez, I. Ocaña, A. Martín-Meizoso	365
RESISTENCIA Y TENACIDAD DE ALEACIONES DE ALUMINIO PRODUCIDAS MEDIANTE <i>NEW RHEOCASTING</i> . M. Da Silva y J.M. Rodríguez Ibabe	371
MEJORA EN LAS PROPIEDADES MECÁNICAS DEL ALUMINIO AM PULVIMETALÚRGICO. J.J. Fuentes, J.A. Rodríguez y E.J. Herrera	377
DETERMINACIÓN DE LA EVOLUCIÓN DE LA GRIETA EN FRETTING FATIGA CON CONTACTO ESFÉRICO. C. Navarro, S. Muñoz, J. Domínguez	383
INFLUENCIA DEL HIDRÓGENO EN LAS PROPIEDADES MECÁNICAS DE DOS FUNDICIONES DE GRAFITO ESFEROIDAL DE DIFERENTE COMPOSICIÓN QUÍMICA Y UNA FUNDICIÓN DE GRAFITO LAMINAR. A. Albístur Goñi, J. Fernández Carrasquilla	391
FRACTURE TOUGHNESS OF HIGH-DENSITY SINTERED STEELS. J. Bris, F. Benítez, A. Mateo, J. Calero, M. Anglada, L. Llanes	397
CORROSIÓN DE ARMADURAS GALVANIZADAS EXPUESTAS A SOLICITACIONES FÍSICO-MECÁNICAS. C. Alonso, F.J. Recio, M. Sánchez, D. Reaney, J. Fulla	403
EFFECT OF THE TEST CONDITIONS ON THE HOT DUCTILITY AND FRACTURE MECHANISMS OF A C-Mn STEEL. J. Calvo, J.M. Cabrera, A. Rezaeian, S. Yue	409
CARACTERIZACIÓN DE ALEACIONES DE CUPROALUMINIOS COMPLEJOS DETERMINACIÓN EXPERIMENTAL DE PARÁMETROS FUNDAMENTALES DE FATIGA Y FRACTURA. I. Cenoz-Echeverría, J. Fernández-Carrasquilla	415
EFFECTO DEL ENVEJECIMIENTO EN DOS ETAPAS EN COMPONENTES NRC. M.T. Baile, A. Forn, J. Goñi, I. Sarriés, E. Martín	423
MECANISMO DE CLIVAJE A MUY BAJAS TEMPERATURAS EN ACEROS DE ALTA RESISTENCIA. R. Rodríguez-Martín, I. Ocaña, A. Martín-Meizoso	427

EL TRATAMIENTO DEL CONFINAMIENTO EN LAS EVALUACIONES DE INTEGRIDAD ESTRUCTURAL.

S. Cicero, R.A. Ainsworth, F. Gutiérrez- Solana, J.A. Álvarez 433

EVALUACIÓN DE LA INTEGRIDAD ESTRUCTURAL DE COMPONENTES FRENTE A PROCESOS DE FISURACIÓN INDUCIDA POR EL AMBIENTE.

J.A. Álvarez, F. Gutiérrez-Solana y S. Cicero..... 441

DEFLEXIÓN DEL CAMINO DE FRACTURA ANISÓTROP A POR DELAMINACIÓN EN ACEROS DE PRETENSADO COMERCIALES.

F.J. Ayaso, B. González, J. Toribio 447

COMPORTAMIENTO EN FRACTURA DE ALAMBRES DE ACERO DE PRETENSADO.

J.C. Matos, B. González, J. Toribio 453

FRACTURA DE UNIONES EN UN ACERO SUPERDÚPLEX SOMETIDO A DIFERENTES TRATAMIENTOS TÉRMICOS POSTSOLDADURA.

T. Otárola, B. Bonnefois, M. Anglada, L. Coudreuse y A. Mateo 459

ANÁLISIS DE LA ROTURA DE UN PERNO DE SUJECIÓN DE UN SISTEMA DE ANDAMIAJE.

R. Lacalle, J.A. Álvarez y D. Ferreño 465

FRACTURA DE CERÁMICOS Y POLÍMEROS

ESTUDIO DE LA TENACIDAD A LA FRACTURA Y LA RESISTENCIA A LA ABRASIÓN EN EL GRES PORCELÁNICO MEDIANTE TÉCNICAS DE MICROINDENTACIÓN.

J.A. Cabezas Jiménez, J.C. Galiano Serrano, J. Pascual Cosp 473

INFLUENCE OF RESIDUAL STRESS ON CONE CRACK PROPAGATION IN BRITTLE MATERIALS UNDER BLUNT INDENTATION.

L. Ceseracciu, M. Anglada, E. Jiménez-Piqué 479

DAÑO DEL POLIPROPILENO REFORZADO CON MADERA: FRACTOGRAFÍA Y DESGASTE.

J. Aurrekoetxea, X. Gómez, I. Urrutibeascoa, M. Sarrionandia 485

EFFECTO DE LA HISTORIA TERMOMECAÁNICA SOBRE EL COMPORTAMIENTO A FRACTURA DE UN COPOLÍMERO EVOH.

O.O. Santana, M. Poñot, A. Gordillo, J. Gámez-Pérez, M. Ll. Maspoch..... 491

PROGRAMACIÓN DE FISURAS EN ENSAYOS DE FLEXIÓN EN TRES PUNTOS EN PMMA.

I. Villa, J.A. Loya, J. Fernández-Sáez..... 497

INFLUENCIA DE LA FORMULACIÓN SOBRE LA CONDUCTA MECÁNICA Y TÉRMICA DE UNA ALEACIÓN POLIAMIDA/POLIPROPILENO.

A. Valea, I. Mondragón, P.F. Salas, M.L. González 503

INFLUENCIA DE LA FORMULACIÓN DE UNA RESINA MODACRÍLICA SOBRE LAS PROPIEDADES MECÁNICAS Y TÉRMICAS.

A. Valea, I. Mondragón, M.L. González..... 509

COMPORTAMIENTO MECÁNICO DE ESPUMAS CERÁMICAS DE SiC.

M. Presas, J.Y. Pastor, J. Llorca 515

INFLUENCIA DE LAS TENSIONES RESIDUALES EN EL COMPORTAMIENTO CURVA R DE LOS MATERIALES CERÁMICOS LAMINADOS.

J. Gurauskis, A.J. Sánchez-Herencia, C. Baudín 521

DESARROLLO DE LOS MATERIALES ESTRUCTURALES DE ALÚMINA-TITANATO DE ALUMINIO.
S. Bueno, C. Baudín..... 527

COMPORTAMIENTO A FRACTURA DE FILMS DE NANOCOMPUESTOS DE UN COPOLÍMERO EVOH.
M.Ll. Maspoch, E. Franco-Urquiza, M. Boggio, H. Boitel, J.I. Velasco, O.O. Santana 533

FRACTURA DE MATERIALES COMPUESTOS:

MATERIALES COMPUESTOS NANOFIBRAS DE CARBONO/POLÍMERO: PROPIEDADES MECÁNICAS Y ESTUDIO FRACTOGRÁFICO.
J.M. Gómez de Salazar, M.I. Barrena, C. Vaca, J.C. Foguet, G. Morales 541

MEDIDA DE LA TENACIDAD DE FRACTURA A PARTIR DE ENTALLAS DE CARBUROS CEMENTADOS WC-C₀.
Y. Torres, R. Bermejo, L. Llanes, M. Anglada 547

PROPIEDADES MECÁNICAS DE MATERIALES SANDWICH EN FUNCIÓN DE SU CONFIGURACIÓN.
A. Valea, I. Mondragón, M.L. González..... 553

EL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS DE CONTRONO AXISIMÉTRICO APLICADO AL ANÁLISIS DE GRIETAS DE INTERFASE EN MATERIALES COMPUESTOS REFORZADOS CON FIBRAS.
E. Graciano, V. Mantič, F. París, J. Varna 559

DEVELOPMENT OF PENETRATION RESISTANCE IN THE SURVIVAL CELL OF A FORMULA 1 RACING CAR.
G. Savage, I. Bomphray, M. Oxley 565

BIOMATERIALES Y BIOMECÁNICA

COMPORTAMIENTO TERMOMECAÁNICO DE LOS VASOS SANGUÍNEOS HUMANOS.
J.M. Atienza, G.V. Guinea, F.J. Rojo, P. Aragoncillo, R. Burgos, M. Elices 575

ANÁLISIS BIOMECAÁNICO DEL DESLIZAMIENTO DE LA CABEZA FEMORAL EN NIÑOS.
O. Pasetta, M.J. Gómez- Benito, J.M. García-Aznar, C. Barrios, M. Doblaré 581

MONOTONIC AND CYCLIC CONTACT OF A BIOACTIVE BILAYER COATING ON Ti6Al4V ALLOY IMPLANTS.
J. Pavón-Palacio, E. Jiménez-Piqué, M. Anglada, E. Saiz, A.P. Tomsia 587

EL EFECTO DE LA IRRADIACIÓN ULTRAVIOLETA SOBRE LA SEDA DE ARAÑA.
J. Pérez Rigueiro, M. Elices, G.R. Plaza, G.V. Guinea 593

SIMULACIÓN COMPUTACIONAL DE INTERFACES ÓSEAS.
P. Moreo, M.A. Pérez, J.M. García-Aznar, M. Doblaré 599

RESISTENCIA A LA FRACTURA DE POLIETILENOS ALTAMENTE RETICULADOS DE USO MÉDICO: EFECTO DE LA IRRADIACIÓN Y LOS TRATAMIENTOS TÉRMICOS.
F.J. Medel, J. Cegoñino, R. Ríos, J.A. Puértolas..... 605

FATIGA E INTERACCIÓN CON EL MEDIO AMBIENTE

ANÁLISIS COMPARATIVO DE DOS MODELOS PARA LA PROGRAMACIÓN Y EVALUACIÓN DE ENSAYOS DE FATIGA.

E. Castillo, A. Fernández Canteli, M. López Aenlle, A. Ramos, R. Koller 613

MEJORA DE LA FIABILIDAD EN EL DIMENSIONAMIENTO A FATIGA UTILIZANDO ANÁLISIS MODAL.

M. López Aenlle, R. Brincker, A. Fernández Canteli, L.M Villa García 623

ESPECIFICACIONES Y DISPERSIÓN DE RESULTADOS EN EL ENSAYO FIP DE CORROSIÓN BAJO TENSIÓN.

A. Valiente..... 629

INFLUENCIA DE LA IRRADIACIÓN NEUTRÓNICA EN LOS ACEROS UTILIZADOS EN LA TECNOLOGÍA NUCLEAR.

A. Jambrina, J.Toribio..... 635

THE ENVIRONMENT EFFECT ON FATIGUE CRACK GROWTH USING A NEW CHAMBER OF VACUUM.

M. de Freitas, F. Romeiro and M. da Fonte 641

EFFECTO DE LA MICROESTRUCTURA, FRECUENCIA Y TEMPERATURA EN EL COMPORTAMIENTO A FATIGA OLIGOCÍCLICA DE LAS ALEACIONES SOLDANTES 96.5Sn-3.5Ag Y 63Sn-37Pb.

A. Boulaajaj, J.M. Cabrera y J.M. Pardo 647

CONFERENCIAS INVITADAS

A NEW GENERATION OF BOUNDARY ELEMENT METHOD FOR DAMAGE TOLERANCE ASSESSMENT OF AEROSTRUCTURES

M H Aliabadi

Department of Aeronautics, Imperial College London
South Kensington Campus, London SW7 2BY, United Kingdom
m.h.aliabadi@imperial.ac.uk

ABSTRACT

This paper describes the considerable progress made in recent years in the development of boundary element technology for modelling and simulation of fracture and damage behaviour in complex structural parts. The analyses that include geometric and materials nonlinearities are robust companion to the established finite element method. Recent advances in modelling cracks in thin walled plates and shells are a clear and distinct progress in damage tolerance analysis for aerosttructures.

1. INTRODUCTION

In order to ensure a reasonable cost for the design and maintenance of aircraft structures, it is generally accepted that computational analysis and simulation must partially replace full scale and laboratory testing. This is the case not only for designing new parts but also in maintaining aging structures. In any method for lifetime prediction of flawed structures, the effect of the geometry of components, or structures, and its interaction with the growing crack must be considered. A new generation of boundary element formulations known as the Dual Boundary Element Method was developed by Aliabadi and his students [1-3] for modelling crack growth in two- and three-dimensional linear elastic problems. The formulation was subsequently extended to nonlinear and transient problems [4-13]. More recently, a new generation of boundary element method has been developed which allows for the application of the BEM to thin walled structures. The extension of the dual boundary element method to thin-walled problems has provided for the first time a comprehensive modelling tool using BEM.

In this paper application of the BEM to linear and nonlinear problems are reviewed. Here attention is paid to the application of the method rather than the detailed formulation. Readers interested in the mathematical formulations should refer to the cited references.

2. TWO-DIMENSIONAL MODELLING

In 1991, a new boundary element integral equation formulation for modelling cracks was reported by Aliabadi and portela[1]. The formulation was called the dual boundary element method due to its utilisation two integral equations; the displacement integral equation and the traction integral equation [2]. This development was a milestone in the developments of the boundary element method as for the first time allowed for automatic mixed mode crack growth simulation without a remeshing that is not possible with other numerical methods, most notable the finite element method. In

figure 1, the application of the method to typical problem of multiple site damage is presented. As it can be seen from the figure, it is possible to model crack growth and coalescence without a need for remeshing. Furthermore, the crack paths are not influenced with the distribution of internal meshes, which is inherent in domain type methods [3].

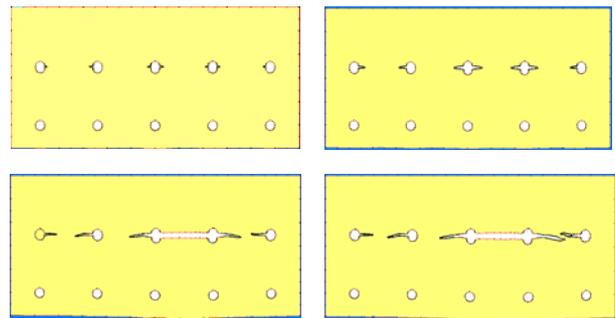


Figure 1: Multiple site damage.

3. THREE-DIMENSIONAL MODELLING

The BEM formulation for three-dimensional crack growth modelling was reported by Mi and Aliabadi and later Cisilino and Aliabadi. The strategy they developed for modelling crack growth consists of two parts. The first relates to the crack extension itself and is simply done by adding new elements along the crack front, whose dimensions and orientation are respectively given by the crack extension increment Δa and propagation vectors computed at geometrical points along the crack front. The second part is concerned with the modification of mesh around the crack front.

Consider a prismatic bar containing two identical offset semi-circular parallel edge cracks.

The dimensions of the bar, as well as the relative positions of the crack, scaled to the original crack radius are shown in figure 2. The bar is subjected to a remote tensile stress at its ends. Crack growth is estimated (see Cisilino and Aliabadi [6]) using Paris law.

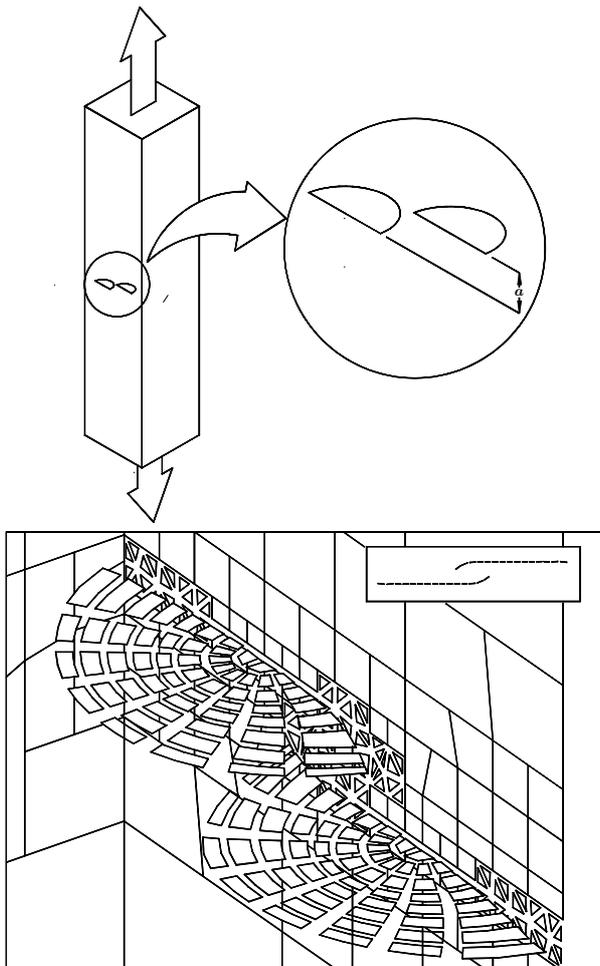


Figure 2: Growth of two offset semi-elliptical cracks.

2. REINFORCED PANEL UNDER TRANSVERSE SHEAR LOAD

A flat square panel reinforced with three Z-stringers (from the wing box of the B-52 Stratofortress) is subjected to the transverse load $q=0,06\text{MPa}$ and it is considered to be simply supported on all sides. The material is aluminium 7075-T6 of Young Modulus $E=71016\text{MPa}$ and Poisson's ratio $\nu=0.33$. The panel and the stringers are modelled with 13 thin plates in total. Each plate is divided into 32 quadratic elements. In Fig.3. deflection contours obtained by using a large deflection dual boundary element method is shown.

3. CURVED STIFFENED PANELS

Dirgantara and Aliabadi carried out a nonlinear fracture mechanics analysis of stiffened curved panel. The properties of the panel are as follows: thickness = 0.05 m; crack length 1 m, $b=1\text{m}$ and $1/R = 0.1\text{m}^{-1}$. Two stiffeners, with $A = 0.0175 \text{ m}^2$ and $I=3.5989 \cdot 10^{-4} \text{ m}^4$, located at $y = \pm 0.5 \text{ m}$ are attached to the shell. In the analysis, BEM shell mesh has 64 boundary elements and the stiffener is modeled with 5 nodal points each.

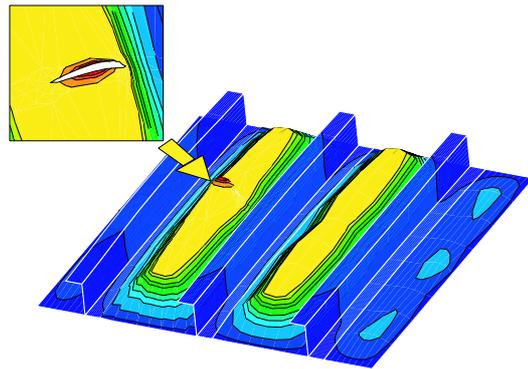


Figure 3: Modelling crack growth in a stiffened panel

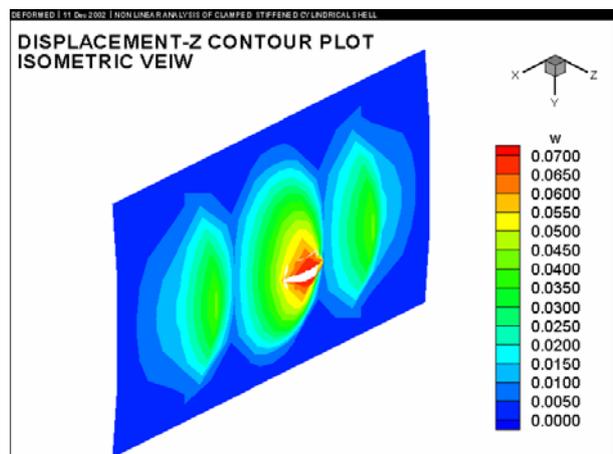


Figure 4: Skin bulging in a reinforced fuselage panel.

4. BUCKLING OF THIN CRACKED PLATES

Recently Purbolaksono and Aliabadi[8] presented a dual boundary element formulation for buckling analysis of plates with cracks. They presented the problem of a rectangular plate with longitudinal central crack subjected to compression. Figure 5 presents the changes in the buckling mode of rectangular plate with aspect ratio 2. For the case of the short cracks (aspect ratio of crack length to width up to 0.25), the buckling modes are illustrated in figure 2c.

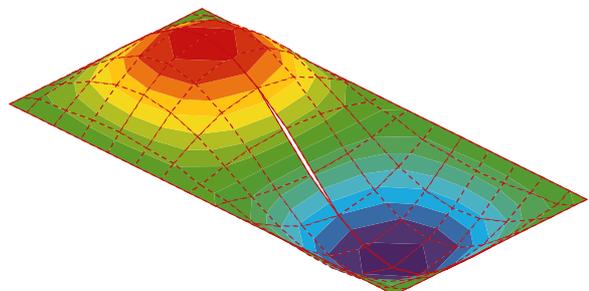
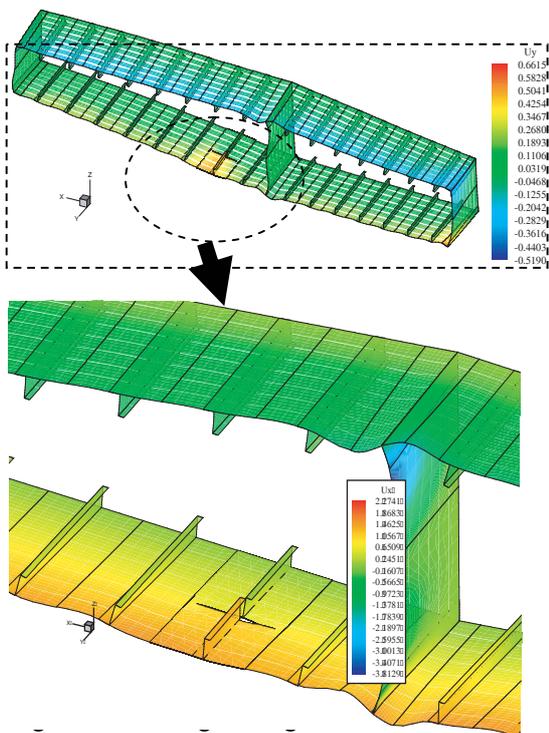


Figure 5. Buckling of a thin cracked plate.

5. MODELLING OF WING BOX SECTION

Recently Di Pisa and Aliabadi presented the application of the DBEM to modelling a wing section reinforced with stiffeners which are riveted to the skin.. The analysis which included nonlinear deflection were carried including a crack in a lower skin. The contour plot of the deflection is shown in figure 6.



In figure 7, result for the analysis of bonline flaw in a super plastic diffusion bonded section is shown.

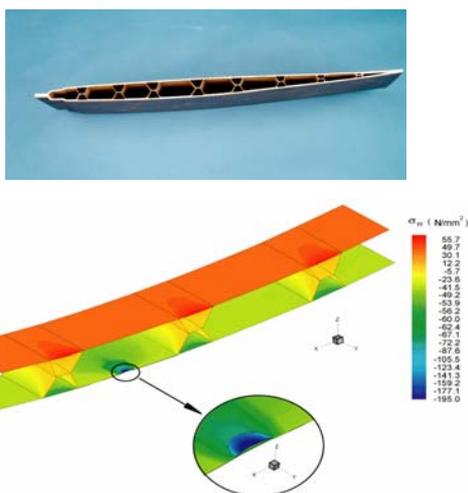


Figure 7. A bondline crack in a SPFDB.

6. SUMMARY

In this paper a brief review of the recent advances in the application of the boundary element method to Damage Tolerance Assessment of Aerostructures structures was presented. The method is shown to be capable of analyzing linear and nonlinear problems with boundary only discretization.

REFERENCES

[1] Aliabadi,M.H. and Portela, A., Dual boundary element incremental analysis of crack growth in rotating dis., Boundary Element Technology VII, Boundary Element Technology VII, Computational Mechanics Publications, Southampton, 607-616, 1991.

[2] Portela,A., Aliabadi,M.H. and Rooke,D.P. The dual boundary element method: efficient implementation for cracked problems, *Int. J. Numer. Methods in Engng*, **32**, 1269-1287, 1992.

[3] Portela,A., Aliabadi,M.H. and Rooke,D.P. Dual boundary element incremental analysis of crack propagation. *Computers and Structures*, **46**, 237-247, 1993.

[3] Mi,Y and Aliabadi,M.H. Dual boundary element method for three-dimensional fracture mechanics analysis, *Engineering Analysis*, **10**, 161-171, 1992.

[4] M.H.Aliabadi A new generation of boundary elements in fracture mechanics, *Int. J. Fracture*, **86**, 91-125, 1997.

[5] Mi,Y. and Aliabadi,M.H. Three-dimensional crack growth simulation using BEM, *Computers and structures*, **52**, 871-878, 1994.

[6] Salgado,A. and Aliabadi,M.H. Boundary element analysis of fatigue crack propagation in stiffened panels, *AIAA Journal of Aircraft*, **35**, 122-130, 1998.

[7] Cissilino,A.P. and Aliabadi,M.H. Three-dimensional BEM analysis for fatigue crack growth in welded components, *Int. J.Pressure Vessel and Pipping*, **70**, 135-144, 1997.

[8] Aliabadi,M.H. The Boundary Element Method, applications in solids and structures, Wiley, Chichester, 2002,

[10] Dirgantara,T and Aliabadi,M.H. Numerical simulation of fatigue crack growth in pressurized shells, *International Journal of Fatigue*, **24**, 725-738, 2002.

[11] Wen,P.H., Aliabadi,M.H. and Young,A. Crack growth analysis for multi-layered airframe structures by boundary element method, *Engineering Fracture Mechanics*, **71**, 619-632, 2004

[12] Purbolaksono, J and Aliabadi, M.H., Dual boundary element analysis of cracked plates under buckling loads, *Int.J.Numer. Meth. Engng.*, **62**, 537-563 2005

[13] DiPisa, C, Aliabadi, M.H. and Alaimo, A. Nonlinear Analysis of a reinforced panel undergoing large deformation, *Proceeding of the 5th International Conference on Boundary Element Techniques*, edited by Leitao, V and Aliabadi, M.H., EC Publications, 2004.

THE FRACTURE MECHANICS OF BONE

David Taylor

Trinity Centre for Bioengineering,
Mechanical Engineering Dept., Trinity Collage, Dublin 2, Ireland.
E-mail: dtaylor@tcd.ie
Tel: +353 1 6081703 Fax: +353 1 6795554

ABSTRACT

The application of fracture mechanics concepts to bone is a fascinating area for study, and one which is ripe for new developments. In some respects bone can be assessed using methods already developed for load-bearing engineering materials, but in other ways bone is very different, because it is a living material, capable of self-repair and adaptation. An understanding of these issues, as well as being interesting from a fundamental point of view, is vital for the study of injuries such as stress fractures and medical conditions such as osteoporosis. This paper reviews recent work on the toughness of bone, on slow crack growth in the material, including fatigue, and on attempts to model the complex interaction of fatigue damage, repair and adaptation.

KEYWORDS: Bone; fracture; fatigue; toughness; crack growth; repair; adaptation

1. INTRODUCTION

With a typical tensile strength of 150MPa and a typical fracture toughness of $4\text{MPa(m)}^{1/2}$, bone is not a particularly impressive material from a structural point of view. We can certainly achieve much better mechanical properties with artificial materials such as metals and fibre composites. Bone does have one great advantage over these materials though – it is capable of repairing itself and of adapting its structure to changes in its load environment.

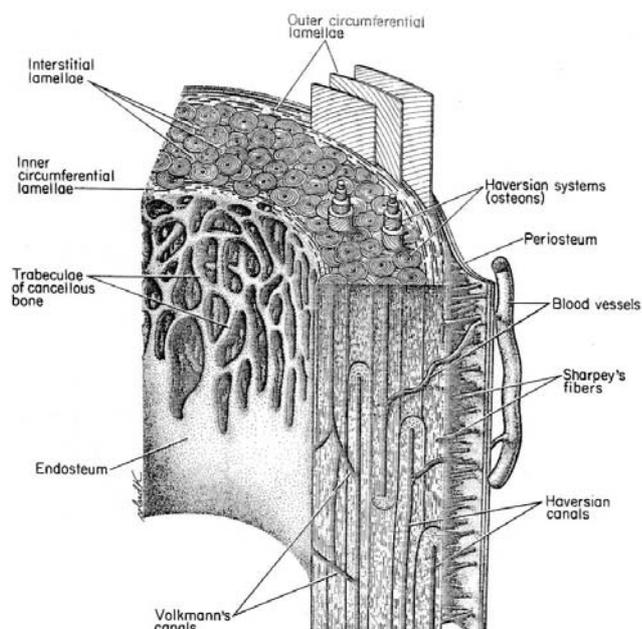


Figure 1. The structure of compact bone

The structure of bone is hierarchical (fig.1), beginning at the smallest scale as a composite of hard crystals of hydroxyapatite (HA) and soft collagen (Cn) fibres. These are arranged in a laminate structure, built up to form various different morphologies on the microstructural scale, the most important of which are osteons – long, cylindrical structures about $200\mu\text{m}$ in diameter which run along the length of our bones.

2. BONE TOUGHNESS

Bone's fracture toughness, K_{IC} , has been measured by a number of workers, showing important effects such as a significant anisotropy (K_{IC} is lowest for cracking in the longitudinal direction) and a decreasing toughness with age. A large variation in measured toughness values exists, from 2 to $7\text{MPa(m)}^{1/2}$, which can only partially be explained by the above effects, implying that the characterisation of toughness is not a straightforward matter. Ritchie and co-workers [1] have shown that bone toughness displays a significant R-curve, showing increasing K_{IC} with crack length up to lengths of the order of 1mm. This implies that some test data may be invalid, and that the conventional K_{IC} value may not be relevant for many practical cases.

These workers have also investigated toughening mechanisms, suggesting that the principal one is crack-face bridging by uncracked ligaments (figure 2). Damage ahead of the crack tip, in the form of microcracking, is believed to have only a minor effect in this material. Various other effects have been revealed which appear to operate at the ultra-structural level via changes to the stiffness of the Cn fibres or the chemical composition of the HA. Remarkably, alcohol

improves toughness, but only if you keep it in your mouth!

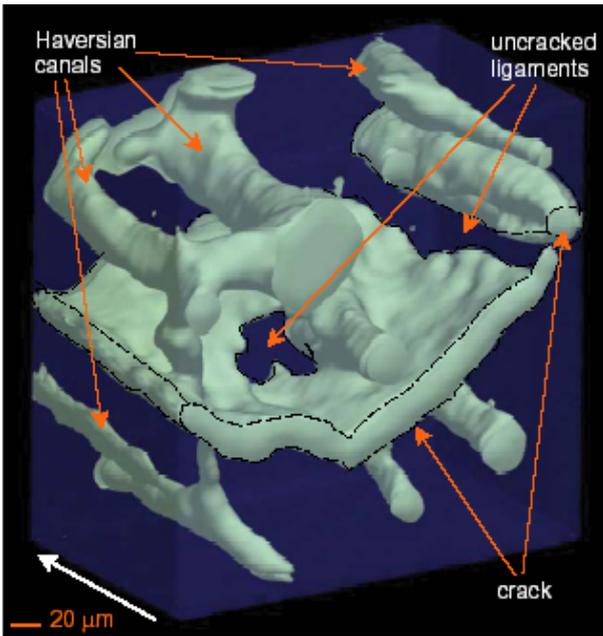


Figure 2. Three-dimensional tomographic image of a crack tip in bone, showing uncracked ligaments [1].

SCALING EFFECTS IN BRITTLE FRACTURE

The critical length of 1mm mentioned above is of the same order as the calculated value of L, the material’s characteristic length scale or critical distance, a function of K_{IC} and the tensile strength σ_u :

$$L = \frac{1}{\pi} \left(\frac{K_{IC}}{\sigma_u} \right)^2 \quad (1)$$

This equation frequently appears in theoretical models of fracture, such as process zone models and the Theory of Critical Distances (TCD), especially when analysing effects of the size of specimens or of stress-concentration features. Previous work has shown that the TCD, which analyses elastic stresses near notches over distances defined by L, can be applied to study fibre composites [2].

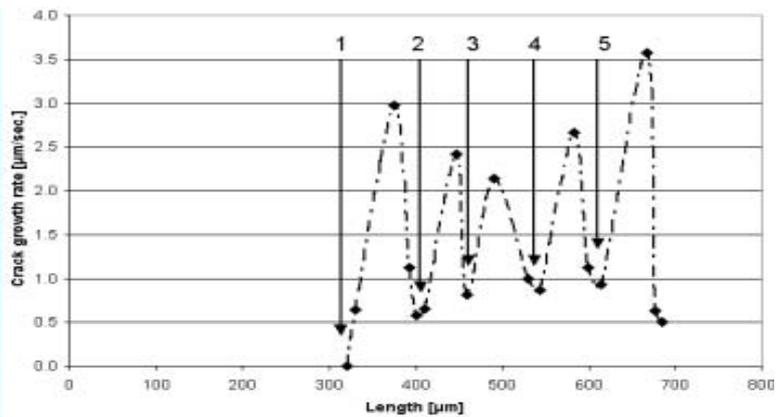
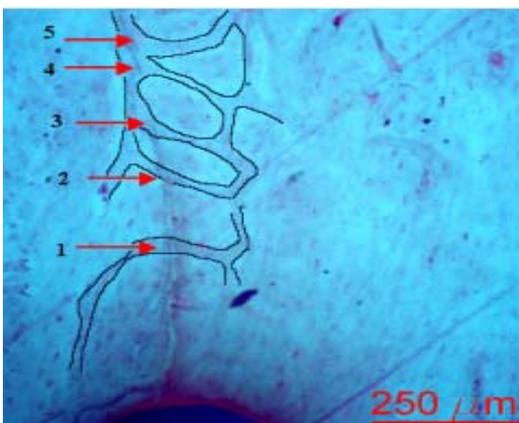


Figure 4: Alternating crack growth rates at constant load: minima correspond to microstructural features.

Recently we applied the method to predict brittle fracture and fatigue in many different materials (e.g. [3,4]). Figure 3 shows how the approach can be used to predict the strength of whole bones containing circular holes, loaded in either bending or torsion. The analysis involved averaging stresses over the distance 2L in the direction of crack growth, using a multiaxial failure criterion.

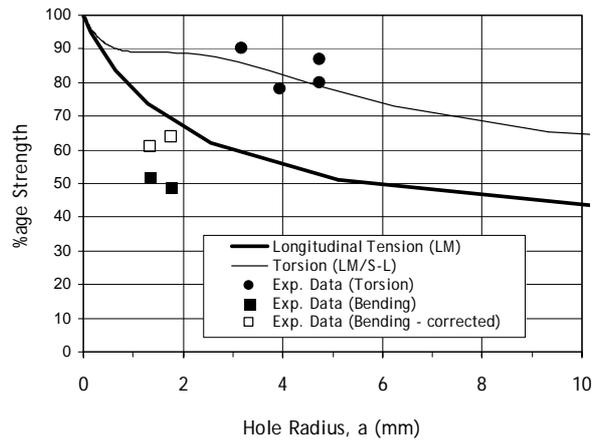


Figure 3. Data showing the effect of hole radius on the strength of bones in torsion and bending. Predictions using the TCD.

3. SLOW CRACK GROWTH

Small cracks in bone show gradual extension at constant load, which is characterised by an alternating rate of growth, as shown in fig.4. We showed that periods of relative dormancy coincided with the crack tip reaching microstructural barriers and could be correlated with increasing crack-opening displacement, implying a mechanism of periodic blunting and sharpening of the crack tip [5].

5. FATIGUE

Whilst quite a lot of data exists showing stress/life curves for bone, only a few studies have considered fatigue crack propagation. Long cracks show typical Paris-law behaviour, though with a lot of scatter; short cracks display a growth-rate minimum similar to that seen in metals and other materials, when the crack first encounters a microstructural barrier, usually an osteon [6] (figure 5).

We developed a series of coloured dyes which attach themselves to cracks by chelation, forming a chemical bond to exposed calcium. This allowed us to study the development of fatigue damage at the microscopic level [7], and to develop a fracture mechanics model of the process [8] (figure 5), which could predict measured variables, such as the number and length of cracks as a function of cycle number.

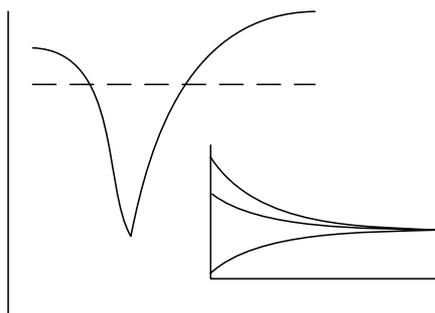
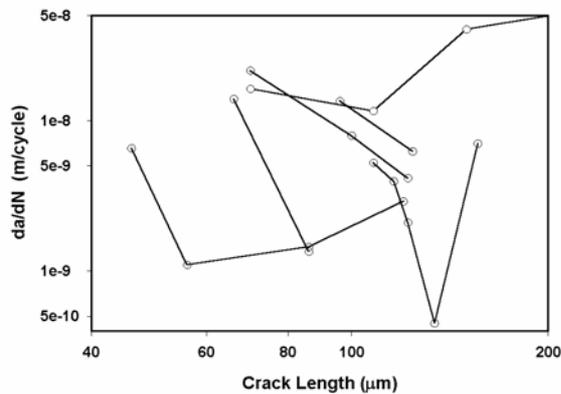


Figure 5. The upper graph shows experimental data on short fatigue crack growth in bone [6]; the lower graph shows a theoretical model of growth and repair.

The approach also predicted a size effect, whereby larger samples would have significantly lower numbers of cycles to failure under the same conditions of cyclic stress. This effect, which is well known for other materials, is important in the case of bone because test

specimens are usually much smaller than full-sized bones, and the same bone (e.g. the femur) comes in very different sizes in different animals [9].

6. LIVING BONE: REPAIR AND ADAPTATION

Perhaps the most interesting aspect of bone’s behaviour is its ability to respond to changes in stress and damage. From an engineering point of view, parallels can be drawn with structures such as aircraft which are periodically inspected for cracks, resulting in repair activities to maintain the integrity of a structure which is being stressed above its fatigue limit. Structures are also subject to design evolutions in which section sizes are increased, if damage is occurring too quickly, or reduced to save weight if the original design was too conservative. Such structural adaptation also occurs in bone, firstly at the evolutionary level in which genetic factors adjust the general shape and size of our bones to achieve an acceptable amount of failure, and secondly at an individual level: our bones get thicker if we exercise more, and thinner and porous if we don’t use them.

Currently these processes are poorly understood: it is clear that we need a collaborative research effort involving engineers, materials scientists, biologists and clinicians to solve this problem. Considering repair, we know that bone is constantly being replaced during life by the actions of systems of cells called BMUs (Basic Multicellular Units). These consist of small cavities (figure 6) which gradually move along our bones, removing old bone and replacing it to form a new osteon.

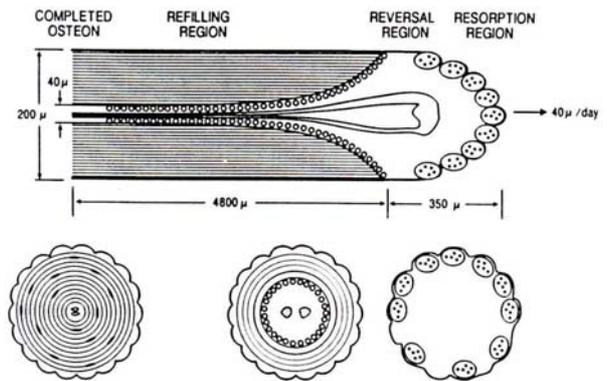


Figure 6: Schematic of a BMU, showing how it creates a new osteon.

It is believed that these BMUs are capable of detecting fatigue cracks whilst they are still short, of the order of 100µm, and removing them along with their surrounding bone. Despite much effort in this direction it is difficult to prove this assertion [10], largely because we have not discovered the mechanism by which cracks are detected. There are several theories, which postulate that bone cells are able to detect the strain in their surroundings or local changes in fluid flow rates, essentially acting as embedded transducers. These cells,

known as osteocytes, are found inside bone material, connected to each other via long, thin arms known as processes, to form an interconnected network similar to that of neurons in the brain.

We have postulated that a crack would be able to cut through these processes by a shearing action, due to the crack face displacements that occur during cyclic loading. Cutting through a process breaks the outer skin of the cell, releasing cellular material into the surrounding environment, so this could act as a signal to indicate the presence of the crack. We used fracture mechanics theory to estimate crack face displacements, combined with a failure criterion to predict when a process would be cut [11]. This allowed us to make predictions of the strength of the signal, i.e. the number of failed processes, as a function of crack length and cyclic stress level. The results (figure 7) showed that changes in signal strength could be used to distinguish dangerous cracks – i.e. those likely to quickly grow to macroscopic lengths – from innocuous cracks that do not need to be repaired.

This theoretical model suggested some practical experiments for its confirmation. We examined cracks using laser scanning confocal microscopy with an antibody stain which reveals cellular material (figure 8). This showed that cellular processes are indeed cut when the crack faces are sufficiently displaced [12]. Currently we are experimenting with networks of living osteocytes, cultured *in vitro*, showing that chemical markers are indeed being released when the network is disrupted, and that these markers appear to be necessary to keep the cells alive.

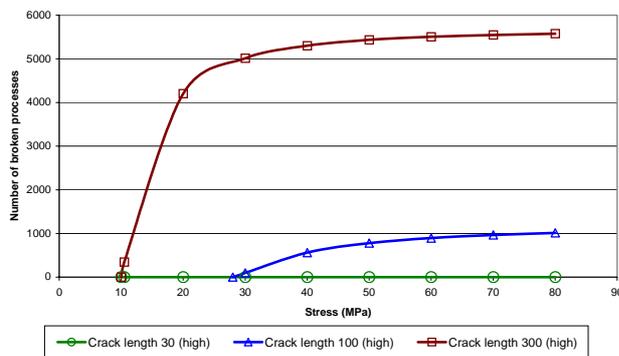


Figure 7: Predictions showing the signal strength (number of broken processes) as a function of cyclic stress range for three different crack lengths: 30, 100 and 300 μm . The shortest crack generates no signal: it does not need to be repaired. The longest crack, which certainly needs to be repaired, generates a signal at almost all stress levels. A crack of typical length (100 μm) generates a signal only if the stress is high enough.

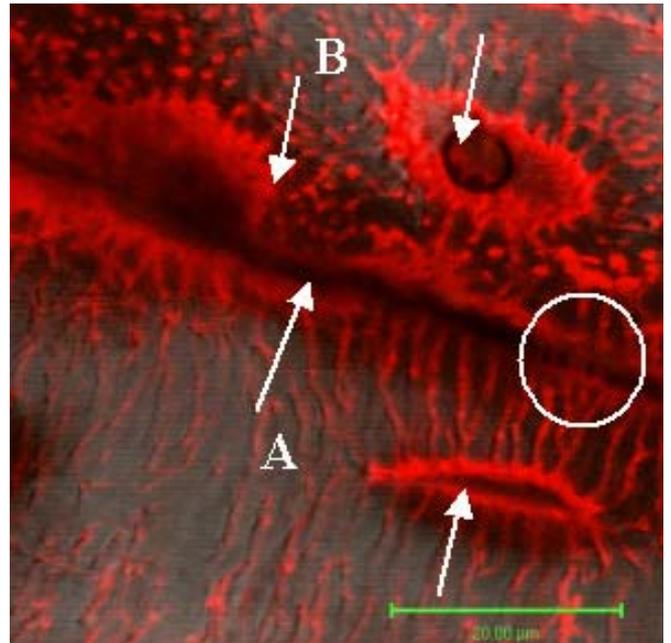


Figure 8: A scanning confocal microscopy image showing part of a crack. Three osteocyte cells are unbroken. Most of the processes spanning the crack have broken, but a few (circled) are still intact.

We developed a numerical simulation of the process of damage, repair and adaptation, using as a basis the idea that bone could detect and repair cracks of a certain length, and also use the number and length of cracks to initiate adaptation processes, whereby bone could be added or removed to optimise the rate of damage. This kind of model is an exercise in control theory: normally an equilibrium will be maintained between the rate of damage and the rate of repair. If this equilibrium is disturbed (e.g. if we subject our bones to higher stress levels or more repetitions) than adaptation will act to restore it. Other workers have developed models of this kind using continuum damage mechanics concepts, some of which have achieved considerable levels of sophistication [13]. Our model is the only model which uses fracture mechanics, i.e. which specifically models each individual crack in the material.

Figure 4 shows predictions from an early, simple version of the model, in which repair was treated as negative crack growth and assumed to be constant. This taught us something important: stable control of the damage level can be achieved using a very simple, non-intelligent system having just a constant repair rate. As shown, the crack length always tends to the same value for any initial value: this happens because of the negative slope of the graph at low crack lengths, causing all crack lengths to tend to the value of the attractor point, marked A.

More sophisticated models followed, in which we included the known behaviour of the repair process, involving BMUs [8]. This model is still in development

but it has been able to predict a number of phenomena, such as the probability of occurrence of stress fractures. A stress fracture is a fatigue failure, characterised by the growth of a crack to lengths of the orders of millimetres, which is experienced as pain. They occur frequently in athletes, dancers and racehorses, as well as military recruits in training. Figure 9 shows predictions of the probability of both adaptation and stress fracture, as a function of applied stress level.

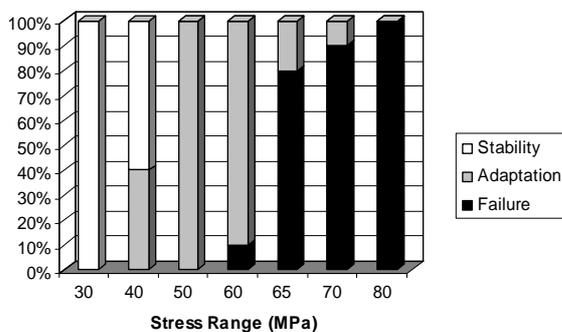


Figure 9. Predictions of the probability of three outcomes: stability (a balance between damage and repair), adaptation (bone deposition) and failure (stress fracture) as a function of stress range.

Interestingly, this model has not been able to generate realistic simulations of negative adaptation, i.e. of the loss of bone that occurs with disuse. This phenomenon occurs in people subjected to weightless conditions in space, and more importantly is a significant cause of bone loss for people subjected to periods of bed rest or fitted with artificial joint replacements. Currently our model becomes unstable when we insert rules for negative replacement: clearly more work is needed.

7. CONCLUDING REMARKS

I hope that these examples have shown how the use of fracture mechanics can play an important role in developing our understanding of bone. Like many other areas of bioengineering, we can achieve advances only by involving researchers with a range of skills and backgrounds. People who have expertise in fracture mechanics and who are prepared to work in an interdisciplinary environment will find the study of bone to be a challenging and rewarding activity.

ACKNOWLEDGEMENTS

Research in biomechanics is always a collaborative effort; I am grateful to everyone who worked with me on the projects described above, but particularly to Clive Lee, Fergal O'Brien and Jan Hazenberg, in the Department of Anatomy at the Royal College of Surgeons in Ireland. Financial support was provided by the Health Research Board.

REFERENCES

- [1] Nalla RK, Kruzic JJ, Kinney JH and Ritchie RO Mechanistic aspects of fracture and R-curve behaviour in human bone. *Biomaterials* 26 217-231 2005.
- [2] Whitney JM and Nuismer RJ Stress fracture criteria for laminated composites containing stress concentrations. *J.Comp.Mater.* 8 253-265 1974.
- [3] Taylor D Predicting the fracture strength of ceramic materials using the theory of critical distances. *Engng Fract Mech* 71 2407-2416 2004.
- [4] Susmel L and Taylor D Two methods for predicting the multiaxial fatigue limits of sharp notches. *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures* 26 821-833 2003.
- [5] Hazenberg JG, Taylor D, Lee TC Mechanisms of short crack growth at constant stress in bone. *Biomaterials* 27 2114-2122 2006
- [6] Akkus O and Rimnac CM, Cortical bone tissue resists fatigue fracture by deceleration and arrest of microcrack growth. *J.Biomechanics* 34 757-764 2001.
- [7] O'Brien F, Taylor D and Lee TC (2005) The effect of bone microstructure on the initiation and growth of microcracks. *Journal of Orthopaedic Research* 23 475-480
- [8] Taylor D and Lee TC Microdamage and mechanical behaviour: predicting failure and remodeling in compact bone. *J.Anatomy* 203 203-211 2003.
- [9] Taylor D Scaling effects in the fatigue strength of bones from different animals. *Journal of Theoretical Biology* 206 299-307 2000.
- [10] Burr DB and Martin RB Calculating the probability that microcracks initiate resorption spaces. *J.Biomechanics* 26 613-616 1993.
- [11] Taylor D, Hazenberg JG and Lee TC The Cellular Transducer in Damage-Stimulated Bone Remodelling: A Theoretical Investigation Using Fracture Mechanics. *J.Theor.Biol.* 225 65-75 2003.
- [12] Hazenberg JG, Freeley M, Foran E, Lee TC and Taylor D. Microdamage: a cell transducing mechanism based on ruptured osteocyte processes. *J.Biomechanics* In Press.
- [13] Ramtani S, Garcia, JM and Doblare M. Computer simulation of an adaptive damage bone remodelling law applied to three unit-bone bars structure. *Computers in Biology and Medicine* 34 259-273 2004.

MECÁNICA DE LA FRACTURA DE GRIETAS DE INTERFASE. APLICACIÓN AL ESTUDIO DEL FALLO ENTRE FIBRAS A COMPRESIÓN DE MATERIALES COMPUESTOS

F. París, E. Correa, V. Mantič

Grupo de Elasticidad y Resistencia de Materiales, Escuela Superior de Ingenieros, Universidad de Sevilla,
Camino de los Descubrimientos s/n, 41092 Sevilla, España.
E-mail: paris@esi.us.es, correa@esi.us.es, mantic@esi.us.es
Tfno: 954 48 73 00. Fax: 954 46 16 37

RESUMEN

La Mecánica de la Fractura de Grietas de Interfase constituye una herramienta excelente para caracterizar la aparición y el desarrollo del daño en los materiales compuestos. En este trabajo se presenta una revisión de la situación actual de la Mecánica de la Fractura de Grietas de Interfase incluyendo los dos modelos existentes (abierto y de contacto), que representan el estado tensional en el entorno del fondo de la grieta. Estos conceptos se aplican, en un apartado posterior, al estudio, a nivel micromecánico, del fallo de la matriz (o entre fibras) a compresión, intentando con ello buscar una explicación para el ángulo de rotura que se observa experimentalmente a nivel macromecánico. El análisis numérico de esta aplicación es realizado con el Método de los Elementos de Contorno estudiando el origen y crecimiento de las grietas de interfase, así como su cambio de propagación hacia la matriz.

ABSTRACT

Interfacial Fracture Mechanics constitutes an excellent tool to characterize the appearance and growth of damage in Composite Materials. First, a review of the current situation of Interfacial Fracture Mechanics including the two existing models (open model and contact model) that represent the stress state at the neighbourhood of an interfacial crack tip is presented. Then, these concepts are applied to the study of the matrix/inter-fibre failure under compression at micromechanical level, aiming to find an explanation for the experimentally observed macromechanical angle of failure. The numerical analysis of this application is performed using the Boundary Element Method studying the origin and growth of the interface cracks, as well as their kinking into the matrix.

ÁREAS TEMÁTICAS PROPUESTAS: Fractura de Materiales Compuestos.

PALABRAS CLAVE: Grietas de Interfase, Método de los Elementos de Contorno, Criterios de Fallo de Materiales Compuestos.

1. INTRODUCCIÓN

La Mecánica de la Fractura aplicada a grietas de interfase es una parcela de enorme interés sobre la que se ha trabajado mucho en los últimos años, aunque todavía se trate de una disciplina en vías de desarrollo. Los primeros trabajos [1-3] dieron pie a importantes contribuciones; un esbozo de algunos resultados relevantes de ellas se presenta en la Sección 2 de este trabajo, y para más detalles véase [4].

Existen dos modelos elástico-lineales para el estudio de las grietas de interfase: el modelo abierto y el modelo de contacto. Mientras que el modelo abierto [1-3, 5-6] supone que la grieta permanece abierta en una zona adyacente al fondo de la misma durante todo el análisis, el modelo de contacto [7, 8] considera que, ante la aplicación de carga, los labios de la grieta contactan en una zona adyacente al fondo de la grieta.

Cada modelo se emplea cuando los materiales, la geometría y las cargas de cada caso concreto, hacen de uno u otro modelo el más apropiado en esa aplicación. En

cualquier caso, hay situaciones [9, 10] en las cuales se requieren ambos modelos.

La aplicación particular considerada en este trabajo, Sección 3, se corresponde con grietas que aparecen en la interfase fibra-matriz de los materiales compuestos fibrosos cuando se les aplica una carga de compresión en la dirección perpendicular a las fibras, originando el *fallo de la matriz*, también llamado *fallo entre fibras*, a compresión. El análisis de este problema se ha realizado con el Método de los Elementos de Contorno (MEC), ya que en este caso concreto intervienen aspectos tales como singularidad del estado tensional en el contorno y contacto entre contornos, que hacen del MEC la herramienta numérica más adecuada.

2. MODELOS DE MECÁNICA DE LA FRACTURA DE GRIETAS DE INTERFASE

Consideremos una *grieta de interfase* entre dos materiales homogéneos elásticos lineales, perfectamente unidos

a lo largo del resto de la interfase y sometidos a un estado de deformación plana.

El parámetro β de Dundurs [11], que caracteriza el bimaternal, puede definirse como:

$$\beta = \frac{\mu_1(\kappa_2 - 1) - \mu_2(\kappa_1 - 1)}{\mu_1(\kappa_2 + 1) + \mu_2(\kappa_1 + 1)}, \quad (1)$$

donde $G_k = E_k/2(1 + \nu_k)$ es el módulo de cizalladura, $\kappa_k = 3 - 4\nu_k$, siendo E_k el módulo de Young y ν_k el coeficiente de Poisson del material, $k=1,2$.

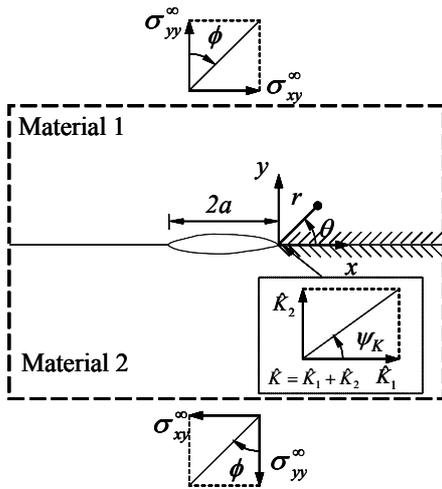


Figura 1. Configuración de un problema con grieta de interfase abierta.

2.1. Modelo abierto

Suponiendo que los labios de la grieta están libres de tensiones cerca del fondo de la grieta, figura 1, en base al desarrollo asintótico de la solución elástica lineal en este modelo, llevada a cabo por Williams [1] y Rice [5], las tensiones singulares actuantes en la parte pegada de la interfase pueden aproximarse para $r \rightarrow 0$ (siendo r la distancia desde el fondo de grieta) por:

$$(\sigma_{yy} + i\sigma_{xy})_{\theta=0} = (\sigma_{yy}^{\text{sing}} + i\sigma_{xy}^{\text{sing}})_{\theta=0} = \frac{\hat{K}(r/l)^{i\varepsilon}}{\sqrt{2\pi r}}, \quad (2)$$

donde $i = \sqrt{-1}$, ε es el índice de oscilación de la grieta de interfase, $\varepsilon = \frac{1}{2\pi} \ln \frac{1-\beta}{1+\beta}$, $|\varepsilon| \leq 0.175$, l es una longitud de referencia, y $\hat{K} = \hat{K}_1 + i\hat{K}_2 = |\hat{K}|e^{i\psi_K}$ el Factor de Intensidad de Tensiones complejo (FIT) que depende de la geometría y la carga aplicada. El término $r^{i\varepsilon} = \cos(\varepsilon \ln r) + i\text{sen}(\varepsilon \ln r)$ es el responsable del comportamiento oscilatorio de cada componente del vector tensión en el entorno del fondo de la grieta. En el

caso $\beta = \varepsilon = 0$, (2) representa la solución singular de una grieta en un material homogéneo.

Los desplazamientos relativos entre los labios de la grieta $\Delta u_i(r) = u_i(r, \theta = \pi) - u_i(r, \theta = -\pi)$ pueden aproximarse, para $r \rightarrow 0$, por:

$$\Delta u_y + i\Delta u_x = \frac{8}{1 + 2i\varepsilon} \frac{\hat{K}(r/l)^{i\varepsilon}}{\cosh(\pi\varepsilon)E^*} \sqrt{\frac{r}{2\pi}}, \quad (3)$$

donde $E^* = 2E_1E_2/(E_1 + E_2)$ es el módulo de Young promedio, siendo $E'_k = E_k/(1 - \nu_k^2)$.

El ángulo local de fase ψ_K es una medida l -dependiente de la mixicidad de los modos de fractura, de tal forma que para $r \rightarrow 0$:

$$\tan\left(\psi_K + \varepsilon \ln \frac{r}{l}\right) \cong \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_{yy}}(r, \theta = 0), \quad (4)$$

lo que implica que la relación σ_{xy}/σ_{yy} oscila periódicamente con $\ln(r/l)$ para $\varepsilon \neq 0$. Para el caso de bimaternal con $\varepsilon = 0$ esta relación es constante, como en un material homogéneo, reduciéndose (4) a la conocida expresión $\tan \psi_K = K_{II}/K_I$.

En lo que se refiere al enfoque energético de la Mecánica de la Fractura de grietas de interfase, el Índice de Liberación de Energía total de una grieta que se propaga por la interfase, G , puede ser evaluado mediante la técnica clásica del cierre de grieta [12]:

$$G(\Delta a) = G_I(\Delta a) + G_{II}(\Delta a) = \frac{1}{2\Delta a} \int_0^{\Delta a} \sigma_{\alpha y}(r, 0) \Delta u_\alpha(\Delta a - r) dr \quad (\alpha = y, x). \quad (5)$$

La relación anterior converge para $\Delta a \rightarrow 0$ y puede obtenerse una relación tipo Irwin, en función del FIT complejo, de G [3]:

$$G = \lim_{\Delta a \rightarrow 0} G(\Delta a) = \frac{|\hat{K}|^2}{\cosh^2(\pi\varepsilon)E^*}. \quad (6)$$

En este caso G depende sólo del módulo $|\hat{K}|$ y no de ψ_K . Una consecuencia del carácter oscilatorio de la solución singular en el entorno del fondo de la grieta es que $G_I(\Delta a)$ y $G_{II}(\Delta a)$ oscilan también y, consecuentemente, su límite no existe para $\Delta a \rightarrow 0$. Además, el ángulo de fase ψ_G ,

$$\tan^2 \psi_G = \frac{G_{II}(\Delta a)}{G_I(\Delta a)}, \quad (7)$$

definido mediante el cociente de las componentes individuales de $G(\Delta a)$, varía periódicamente con el $\ln \Delta a/l$.

La siguiente relación fundamental entre ψ_G y ψ_K :

$$\cos 2\psi_G = F(\varepsilon) \cos(2(\psi_K + \psi_0(\Delta a/l, \varepsilon))), \quad (8)$$

fue obtenida en [13], la función amplitud es $F(\varepsilon) = 1 + (\pi^2/3 - 2)\varepsilon^2 + O(\varepsilon^4)$, siendo mayor que 1 para $\varepsilon \neq 0$, y el ángulo de desfase $\psi_0(\Delta a/l, \varepsilon) = \varepsilon \ln(\Delta a/4el) + (\zeta(3) + 4/3)\varepsilon^3 + O(\varepsilon^5)$, $e \doteq 2.718$ es la base del logaritmo natural y $\zeta(3) \doteq 1.202$ es la constante de Apéry. La relación (8) permite caracterizar el modo mixto de propagación de una grieta de interfase mediante el enfoque del FIT y el enfoque energético de manera alternativa.

2.2. Modelo de contacto

Suponiendo una zona de contacto sin fricción entre los labios de la grieta cerca del fondo de la grieta de interfase, las tensiones singulares, de acuerdo al desarrollo asintótico de Comninou [7], que actúan en el entorno del fondo de la grieta, figura 2, pueden expresarse como:

$$\sigma_{xy}(r, 0) = \frac{K_{II}^C}{\sqrt{2\pi r}}, \quad \sigma_{yy}(r, \pm\pi) = -\frac{\beta K_{II}^C}{\sqrt{2\pi r}} \leq 0, \quad (9)$$

para $r \rightarrow 0$. La desigualdad en (9) implica que $\beta K_{II}^C \geq 0$.

El deslizamiento relativo entre las caras de la grieta $\Delta u_x(r) = u_x(r, \theta = \pi) - u_x(r, \theta = -\pi)$ puede expresarse para $r \rightarrow 0$, de acuerdo al desarrollo asintótico [7], como:

$$\Delta u_x(r) = \frac{8K_{II}^C}{\cosh^2(\pi\varepsilon)E^*} \sqrt{\frac{r}{2\pi}}, \quad (10)$$

existiendo sólo una dirección (independiente de la carga) de deslizamiento relativo permitida cerca del fondo de la grieta, la definida por $\beta\Delta u_x \geq 0$.

Considerando la expresión análoga a (5), y teniendo en cuenta que aquí $G_I^C(\Delta a) = 0$, puede obtenerse la siguiente expresión de G de la grieta de interfase con contacto sin fricción:

$$G^C = \lim_{\Delta a \rightarrow 0} G_{II}^C(\Delta a) = \frac{(K_{II}^C)^2}{\cosh^2(\pi\varepsilon)E^*}. \quad (11)$$

Cuando la carga tangencial es compatible con la dirección intrínsecamente permitida de deslizamiento, de-

pendiendo del signo de β según la condición $\beta\Delta u_x \geq 0$, puede aparecer una zona de contacto relativamente grande en el entorno del fondo de la grieta. Sin embargo, cuando la carga tiende a originar un deslizamiento en dirección opuesta a la permitida aparecerá sólo una zona de contacto extremadamente pequeña, típicamente de tamaño subatómico, figura 3.

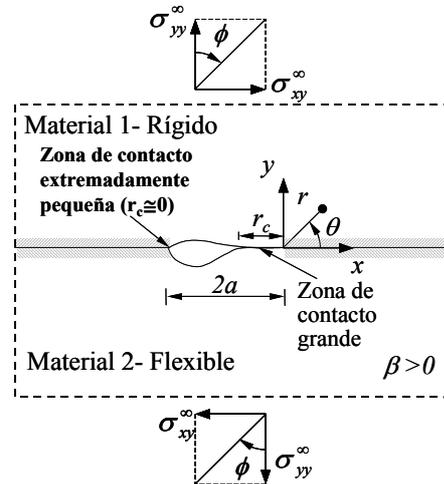


Figura 2. Grieta de interfase sometida a tracción y/o tensión tangencial, con una zona de contacto grande y otra extremadamente pequeña.

Rice [5] introdujo el concepto de zona de contacto a pequeña escala (*Small Scale Contact zone*, SSC) para caracterizar situaciones cuando la zona de contacto adyacente al fondo de una grieta de interfase predicha por el modelo de contacto, o de manera equivalente la zona de oscilaciones de tensiones e interpenetraciones de los labios predicha por el modelo abierto, son suficientemente pequeñas en comparación con la mínima longitud característica del espécimen (la longitud de la grieta, el espesor de una lámina adyacente, etc.). Si se cumplen las condiciones SSC entonces el modelo abierto se puede considerar como adecuado para caracterizar la propagación de una grieta de interfase. De acuerdo a lo explicado y en referencia a las figuras 2 y 3, el modelo abierto es adecuado para el estudio de una posible propagación de la grieta en su extremo izquierdo y el modelo de contacto en su extremo derecho.

3. PROPAGACIÓN DE GRIETAS DE INTERFASE Y CAMBIO DE DIRECCIÓN

Una grieta de interfase puede crecer propagándose por la interfase o puede cambiar de dirección abandonando la misma. Dependiendo de la carga y de la asimetría de propiedades de los materiales situados a ambos lados de la interfase, la grieta puede tener una fuerte tendencia a abandonar la interfase y penetrar en uno de los dos materiales, propagándose en muchas ocasiones aproximadamente en Modo I después del cambio de dirección. La competición entre estas dos posibilidades puede ser formulada en términos energéticos comparando los

índices de liberación de energía asociados a un nivel de carga, G_c^{int} y G_c^{kink} , con las tenacidades a fractura para la extensión a lo largo de la interfase G_c^{int} y el cambio de dirección G_c^{kink} [6, 15]:

$$\frac{G_c^{int}}{G_c^{int}} > \frac{G_c^{kink}}{G_c^{kink}} \Rightarrow \text{extensión} \quad \frac{G_c^{int}}{G_c^{int}} < \frac{G_c^{kink}}{G_c^{kink}} \Rightarrow \text{cambio de dirección de propagación.} \quad (12)$$

Hay que destacar que G_c^{kink} corresponde a un ángulo de cambio de dirección θ_{kink} predicho por un criterio,

siendo una opción operativa el criterio de Máxima Tensión Circunferencial (Criterio MTC):

$$\max_{\theta} \sigma_{\theta\theta}(r, \theta) = \sigma_{\theta\theta}(r, \theta_{kink}), \quad r \rightarrow 0. \quad (13)$$

Cuando G_c^{int} es relativamente pequeño, la primera desigualdad en (12) implica que la grieta puede quedar atrapada en la interfase, como una superficie débil, y propagarse a lo largo de ella, sin penetrar en ninguno de los dos materiales.

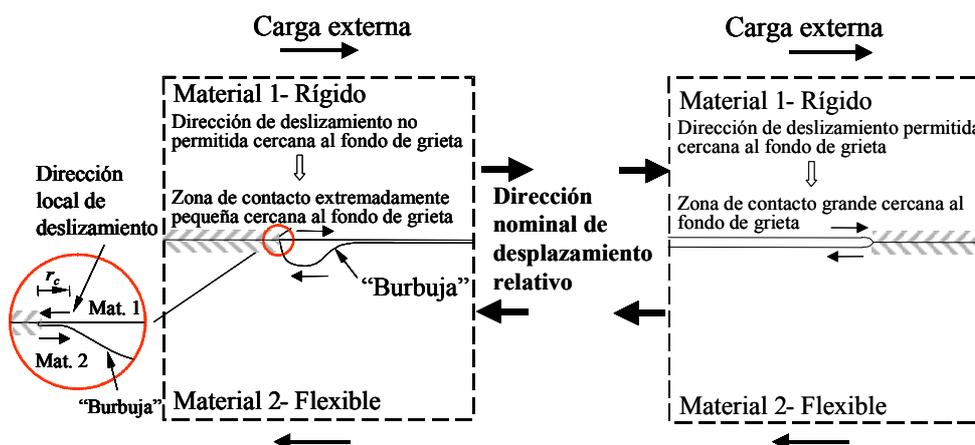


Figura 3. Direcciones de deslizamiento intrínsecamente permitidas y no permitidas cerca de una interfase cerrada en el fondo de grieta.

3.1. Propagación de una grieta de interfase bajo las condiciones SSC

La grieta de interfase se propagará bajo un modo de fractura mixto, actuando por delante de la grieta tanto tensiones normales como tangenciales según (2), si se cumplen las condiciones SSC. En tales situaciones, es preciso medir G_c^{int} como una función de ψ_K . Una fuerte dependencia de la tenacidad a fractura de la interfase con respecto a la mixicidad de los modos de fractura ha sido observada en muchos experimentos, ajustándose razonablemente a los ensayos la ley empírica [6]:

$$G_c^{int}(\psi_K) = G_1(1 + \tan^2(1 - \lambda)\psi_K). \quad (14)$$

Determinando experimentalmente $G_c^{int}(\psi_K)$, el criterio para el crecimiento de una grieta a lo largo de la interfase puede ser escrito como:

$$G^{int} = G_c^{int}(\psi_K). \quad (15)$$

La función $G_c^{int}(\psi_K)$ de tenacidad es una propiedad de la interfase y es independiente de la geometría del espécimen y de la carga. Este hecho, unido a la mixicidad de los modos asociada a una grieta de interfase, complica sustancialmente la Mecánica de la Fractura aplicada a grietas de interfase desde un punto de vista ingenieril, más quizás que el carácter oscilatorio del campo elástico asociado al modelo abierto.

En referencia a la grieta incipiente que ha abandonado la interfase y ha penetrado en un material es preciso mencionar que: *i)* la predicción del ángulo θ_{kink} por el criterio MTC varía para $r \rightarrow 0$ (r el radio de la circunferencia donde es maximizado), *ii)* el índice de la energía liberada total $G^{kink}(\theta_{kink}, b)$ y sus componentes asociados a la grieta incipiente varían para $b \rightarrow 0$ (b la longitud de la misma) [15], no existiendo un límite ni para θ_{kink} ni para $G^{kink}(\theta_{kink}, b)$. Dichas variaciones se deben al carácter oscilatorio de la solución elástica lineal en el entorno del fondo de la grieta. Estos hechos dificultan la predicción del cambio de dirección de una grieta de interfase propagándose bajo las condiciones de SSC, siendo necesario suponer algunos valores característicos para r y b .

3.2. Propagación de una grieta de interfase cerrada en una zona adyacente al fondo de la misma

En presencia de una zona de contacto (sin fricción) físicamente relevante y adyacente al fondo de la grieta de interfase, la mixicidad de la solución singular desaparece, y la tenacidad a fractura se define mediante un único valor $G_c^{int,C}$. El criterio de crecimiento toma pues la siguiente expresión:

$$G^{int,C} = G_c^{int,C} \quad (16)$$

Aunque no explícitamente indicado, el valor de $G^{int,C}$ es enteramente debido al Modo II.

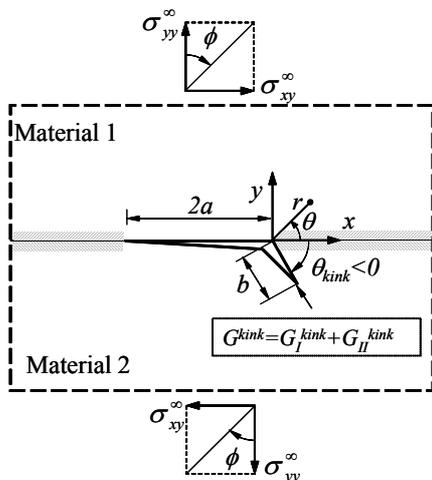


Figura 4. Cambio de dirección de la grieta de interfase.

Dado que las tensiones normales $\sigma_{\theta\theta}$ del campo asintótico singular de la solución de Comninou son negativas para todos los ángulos θ dirigidos hacia el material más rígido (material 1 para $\beta > 0$), en caso de que haya cambio de dirección éste solamente se podrá producir para que la grieta penetre en el material más flexible. Aplicando el criterio MTC al término asintótico de Comninou [7] se obtiene la siguiente predicción de θ_{kink} [4, 10]:

$$\theta_{kink} = -2 \operatorname{sgn}(\beta) \arccos \sqrt{\frac{2+|\beta|}{3+|\beta|}}; \text{ para } \beta \neq 0 \quad (17)$$

El rango de los ángulos predichos de cambio de dirección de propagación es $64.6^\circ \leq |\theta_{kink}| \leq 70.5^\circ$

En referencia al hecho de que la grieta se desvíe de la interfase penetrando en el material más flexible, Leblond y Frelat [16] han dado una explicación mecánica simple e ilustrativa. La explicación basada en las condiciones de la solución local de Comninou $\beta K_{II}^C \geq 0$ y $\beta \Delta u_x \geq 0$ está mostrada esquemáticamente en la figura

5. En las dos situaciones posibles representadas se observa que si la grieta cambia de dirección como se indica en la figura, los desplazamientos relativos tienden a abrir la parte de la grieta orientada en la nueva dirección. Sin embargo, si se desvía con un ángulo θ_{kink} de signo contrario al indicado, dichos desplazamientos tenderían a cerrar la misma, y por tanto no es esperable que se produzca.

Después del cambio de dirección de propagación, la grieta incipiente corresponde a una grieta en un material homogéneo abierta en la zona adyacente a su fondo, existiendo los límites de las componentes del índice de liberación de energía asociados a la grieta incipiente:

$$G_m^{kink}(\theta_{kink}) = \lim_{b \rightarrow 0} G_m^{kink}(\theta_{kink}, b) \quad (m=I, II) \quad (18)$$

4. APLICACIÓN: COMPRESIÓN NORMAL A LAS FIBRAS EN MATERIALES COMPUESTOS

4.1. Introducción

Aunque los materiales compuestos se diseñan normalmente para trabajar en la dirección de las fibras, pueden darse situaciones en las que intervengan cargas transversales (ej. problemas de impacto) en las cuales es posible que se produzca el fallo de la matriz o fallo entre fibras. El estudio del caso particular de este fallo ante cargas de tracción, siguiendo el enfoque de la Mecánica de la Fractura de Grietas de Interfase, se encuentra recogido en [4, 10, 15 y 16].

El estudio del caso equivalente de compresión, que se pretende acometer en este trabajo, presenta características particulares que, si bien no impiden utilizar las mismas herramientas de análisis que para el caso de tracción, lo convierten en un problema más complejo. La evidencia experimental para este caso, figura 6, muestra que especímenes ensayados ante compresión transversal presentan un ángulo de rotura de aproximadamente 53° (medido desde la perpendicular a la dirección de la carga aplicada), no existiendo, a priori, una explicación macromecánica para que el valor de este ángulo sea distinto de 45° . Este hecho también ha sido comentado por otros autores (ver por ejemplo Puck [19]). El trabajo que aquí se desarrolla intenta buscar una explicación micromecánica para este hecho experimental utilizando para ello un modelo de Elementos de Contorno de fibra única (modelo MEC) y basándose en el enfoque energético de la Mecánica de la Fractura de Grietas de Interfase.

4.2. Propagación de la grieta a través de la interfase

En el estudio previo realizado para el caso de tracción [4, 10, 15 y 16] el inicio del fallo se centraba en la interfase fibra matriz, donde aparecían los primeros despegues que daban lugar a grietas que se propagaban a

través de la interfase, posteriormente continuando a través de la matriz y finalmente coalesciendo para dar lugar a macrogrietas en el material. En el que caso que aquí se presenta también se busca el origen del fallo en la interfase fibra-matriz por lo que se ha realizado un estudio analítico, figura 7, (Goodier [20]) del estado tensional alrededor de la fibra cuando aún no existe daño. El estudio revela la existencia de zonas de máxima tensión tangencial centradas en $\alpha=45^\circ+n90^\circ$

($n=0,1,2,3$), que podrían ser el origen de los primeros despegues, mientras que las tensiones radiales tienen carácter compresivo alrededor de casi toda la fibra salvo una pequeña concentración de tracciones de bajo nivel que se localiza en $\alpha=0^\circ$ y 180° (las tensiones tangenciales máximas son del orden de 7.5 veces mayores que las tracciones máximas).

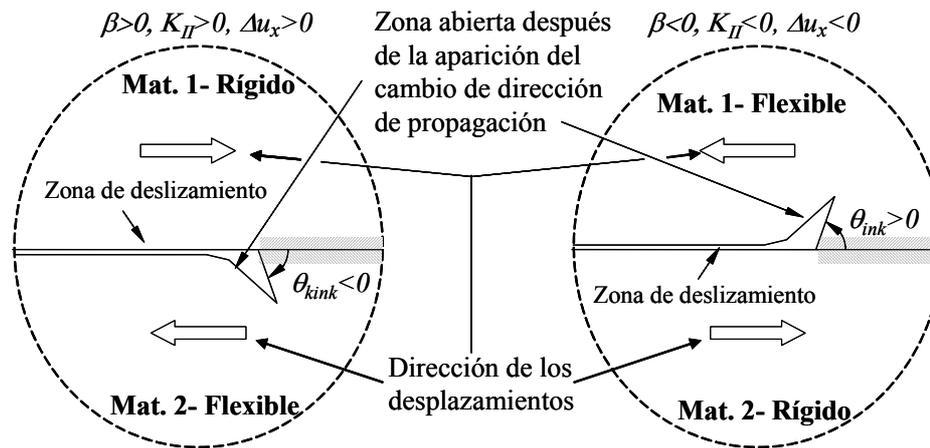


Figura 5. Tendencia de apertura de la grieta en la nueva dirección en dos posibles situaciones.



Figura 6. Vista micromecánica del fallo entre fibras ante compresión transversal.

En base a lo anterior se considera un despegue inicial de 10° centrado en $\alpha=135^\circ$ cuya evolución a través de la interfase pretende ser estudiada. Para ello se realiza un modelo MEC, figura 8a, que, bajo la hipótesis de deformación plana, es capaz de estudiar el crecimiento del despegue inicial a través de la interfase, considerando el contacto que puede aparecer entre ambas caras de la grieta. El estudio numérico se ha realizado en base a un sistema fibra de vidrio-matriz epoxy con las siguientes características:

- Coeficiente de Poisson de la fibra: $\nu^f=0.22$
- Coeficiente de Poisson de la matriz: $\nu^m=0.33$
- Módulo de Young de la fibra: $E^f=7.08 \times 10^{10}$ Pa

- Módulo de Young de la matriz: $E^m=2.79 \times 10^9$ Pa
- Radio de la fibra, $a=7.5 \times 10^{-6}$ m
- Compresión exterior aplicada, σ_0

Los resultados de este trabajo se presentan en forma adimensional, consiguiéndose esta adimensionalización (en base a [21]) para el caso del índice de liberación de la energía, G , dividiendo por $G_0 = \left(\frac{1 + \kappa^m}{8\mu^m} \right) \sigma_0^2 a \pi$, donde $\kappa^m=3-4\nu^m$, siendo ν^m el módulo de cizalladura de la matriz.

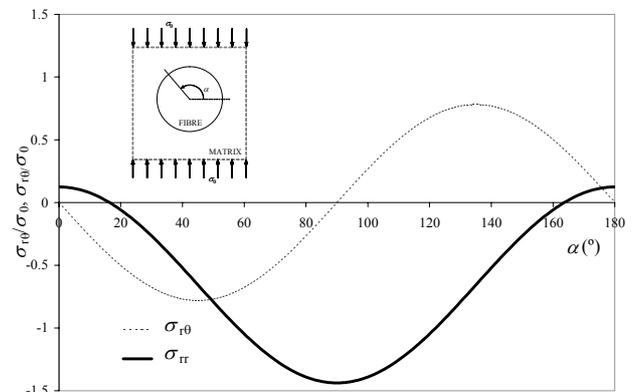


Figura 7. σ_{rr} y $\sigma_{r\theta}$ en la interfase fibra-matriz no dañada.

El análisis con el modelo MEC (a) del despegue original determina la aparición de una “burbuja” en el fondo de grieta inferior ($\alpha=140^\circ$) mientras el resto de la grieta permanece en contacto, figura 9, lo que resulta coherente con la teoría antes presentada (Sección 2.2). Por otro lado, el cálculo de G en ambos fondos de la grieta, de acuerdo a la expresión (5) y empleando para ello la integración de Simpson, tabla 1, muestra un comportamiento en Modo II puro de valor comparable en ambos casos (el signo negativo de $G_I(\alpha=140^\circ)$ tiene su explicación en el diferente signo de tensiones y desplazamientos relativos en parte del intervalo de integración, ver [4, 13]). Ambos aspectos en su conjunto llevan a pensar que, de producirse, la propagación de la grieta inicial ocurriría por su extremo inferior. Haciendo crecer, a continuación, la grieta por su fondo inferior y empleando el mismo procedimiento anterior se desarrolla un proceso iterativo cuyas conclusiones muestran que el crecimiento de la grieta se produce, para todas etapas de crecimiento consideradas, por su fondo inferior. En dicho análisis se observa que la burbuja que aparece inicialmente en el fondo inferior aumenta a medida que la grieta crece hasta llegar a una posición $\alpha=204^\circ$ (figura 10), donde se detecta la aparición de contacto en una zona adyacente al fondo inferior de la grieta, mientras que la zona de contacto que se detectaba en el fondo superior también crece a medida que lo hace la grieta.

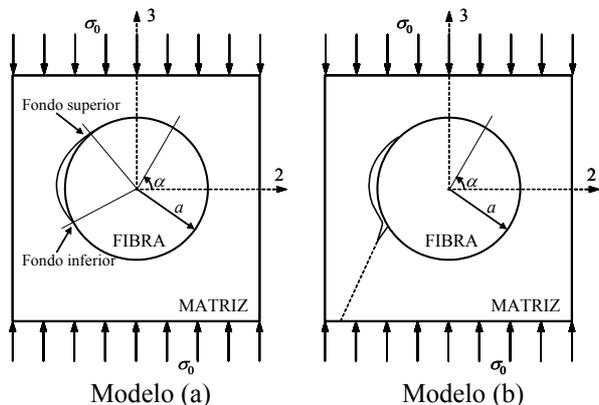


Figura 8. Modelos de fibra única empleados: a) Grieta de interfase, b) Grieta de interfase en fase de propagación a través de la matriz.

Es importante señalar que, al tratarse éste de un problema de contacto con retroceso, el nivel de carga aplicada no afecta al tamaño de la zona de contacto detectada.

$\alpha(^{\circ})$	130°	140°
G_I/G_0	2.85e-5	-8.56e-5
G_{II}/G_0	2.46e-2	2.47e-2

Tabla 1. Valores de G_I y G_{II} para los fondos de grieta del despegue original.

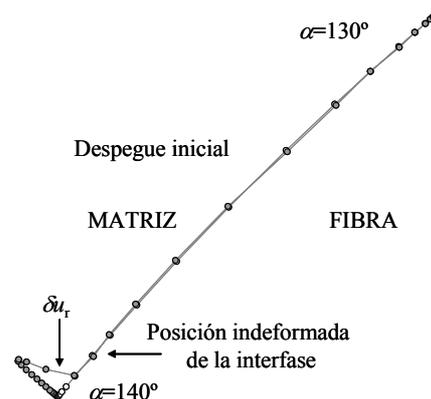


Figura 9. δu_t de la grieta inicial.

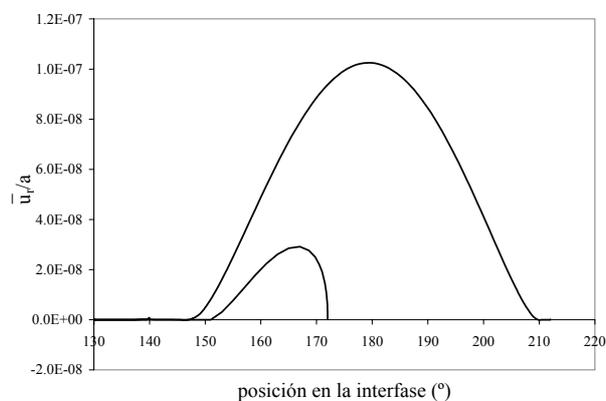


Figura 10. Evolución de δu_t para diferentes grietas de interfase.

En la figura 11 están representadas las evoluciones de G , G_I y G_{II} del fondo inferior de la grieta con el crecimiento de la misma. De esta figura puede observarse que G_I , prácticamente inexistente en la grieta original, aumenta con el tamaño de ésta hasta alcanzar su máximo alrededor de $\alpha=180^\circ$, punto a partir del cual disminuye hasta desaparecer (alrededor de los 204°), coincidiendo con el inicio de contacto en el fondo inferior de la grieta que hasta el momento había desarrollado la burbuja que inicialmente se origina. G_{II} , muy importante en los primeros pasos del crecimiento de la grieta, disminuye a medida que el Modo I aumenta, presentando su mínimo poco después de que el Modo I alcance su máximo. A partir de este momento el Modo II comienza a crecer de nuevo, reforzado por la aparición del contacto en el fondo de grieta; un interesante cambio en el signo de las tensiones tangenciales por delante de la grieta es observado en este momento, lo que estaría de acuerdo con lo visto en la Sección 2.2. Es importante destacar que a partir de este momento la fricción (no considerada en este análisis) haría disminuir la tendencia creciente de la curva de G en esa zona.

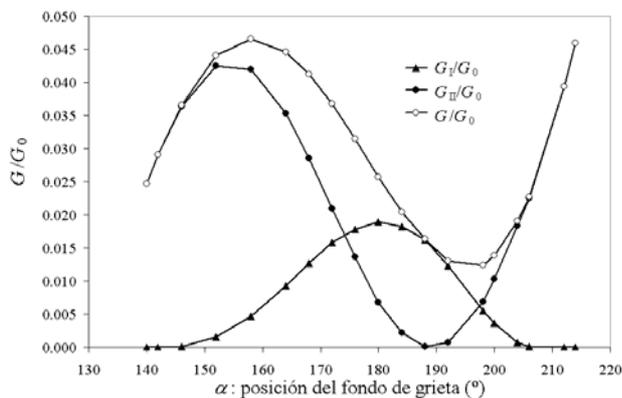


Figura 11. Índice de liberación de energía de la grieta de interfase.

Para poder analizar la progresión del daño en Modo mixto es necesario, como se explicaba en la Sección 3, tener una estimación de G_c , que depende de la evolución de la mixicidad de los modos de fractura y, por lo tanto en este caso, de la posición del fondo de la grieta. Por ello se presenta en la figura 12 la evolución del ángulo local de fase ψ_K para las posiciones del fondo inferior de la grieta consideradas. Se han empleado dos enfoques para el cálculo de este parámetro: el enfoque energético, según la expresiones (7) y (8) que conduce a $\psi_K(G)$ y el enfoque tensional, según la expresión (4) con el que se obtiene $\psi_K(\sigma)$. Es importante destacar la excelente coincidencia de los resultados de ambos enfoques en este caso, lo que valida el modelo numérico empleado.

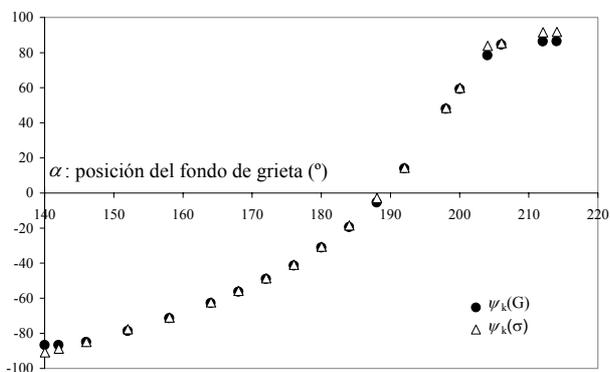


Figura 12. $\psi_K(G)$ y $\psi_K(\sigma)$ de la grieta de interfase.

Eligiendo $\psi_K(\sigma)$ como parámetro de cálculo, se calcula la evolución de G_c para distintos valores del parámetro λ siguiendo la expresión (14), y se compara con los valores de G previamente obtenidos, figura 13. En esta figura puede observarse que, para una grieta inicial de 10° (de 130° a 140°) la propagación de la misma resulta inestable hasta los alrededores de 204° , donde en la figura se observa que G_c prácticamente coincide, para los valores de λ considerados, con el valor de G . Aun cuando en la situación presentada la curva G_c no traspasa

se la curva G hay que señalar que el término disipativo debido a la fricción, ya nombrada anteriormente, que debe aparecer con la zona de contacto (es decir, a partir de 204°) disminuiría por un lado los valores calculados de G y por otro lado, debido a la disipación de la energía por fricción, aumentaría la energía unitaria necesaria para la propagación de la grieta (aumentaría la tenacidad a fractura aparente), lo que implica un cambio, en este entorno, a crecimiento estable de la grieta.

Lo estudiado hasta el momento lleva a la conclusión de que una vez que un pequeño despegue es originado por las tensiones tangenciales, crece inestablemente (siempre que se alcance el valor de G_c en el fondo inferior) hasta el entorno de los 204° . En esta situación pueden darse dos posibilidades: o bien que la grieta continúe su crecimiento a lo largo de la interfase (lo que implica necesariamente un incremento de la carga aplicada) o que cambie de dirección penetrando en la matriz y continuando su propagación a través de ella. Se estudia a continuación esta segunda alternativa.

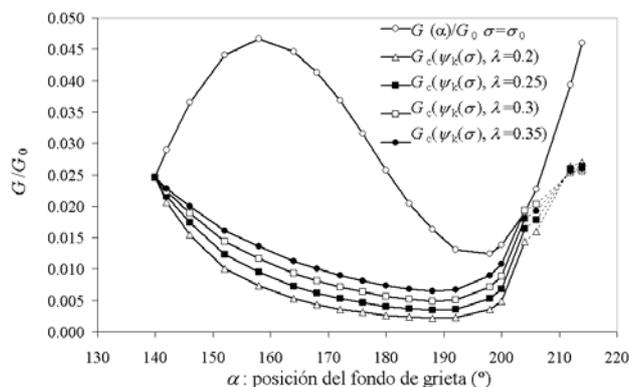


Figura 13. G y G_c de la grieta de interfase.

4.3. Propagación de la grieta hacia la matriz.

A fin de analizar la posibilidad de que en el fondo inferior de la grieta se produzca un cambio en la dirección de propagación de la misma, el primer paso dado consiste en explorar la dirección más probable según la cual la grieta crecería a través de la matriz. En este sentido, y en base al criterio MTC, expresión (13), se ha estudiado el estado de tensión circunferencial, $\sigma_{\theta\theta}$, alrededor del fondo de grieta, en busca de la dirección en la que se produce su máximo, considerando que, de originarse, el cambio de la grieta hacia la matriz sería según esta dirección de máxima tensión circunferencial, figura 14.

Los resultados de $\sigma_{\theta\theta}$ en puntos localizados según circunferencias de tres radios diferentes ($r=0.001a$, $0.005a$ y $0.01a$), centradas en el fondo de grieta bajo consideración ($\alpha=204^\circ$) se representan en la figura 15, mientras que la figura 14 aporta la explicación gráfica de los parámetros empleados. En dicha figura 15 puede observarse que el máximo valor de la tensión circunferencial se alcanza en una dirección orientada desde $\theta=50^\circ$ (para

$r=0.001a$) hasta $\theta=61^\circ$ (para $r=0.01a$). Por lo tanto, los resultados obtenidos con el modelo MEC (a) bajo la hipótesis de criterio MTC predicen, como la dirección preferida de cambio de dirección de propagación hacia la matriz, para los radios considerados, una dentro del rango $50^\circ-61^\circ$, lo que, en cualquier caso, implicaría una dirección de propagación de la grieta en la matriz mayor que 45° , tal como se observaba experimentalmente.

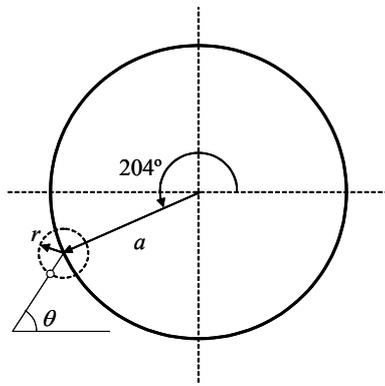


Figura 14. Definición de parámetros geométricos para el estudio de la tensión circunferencial.

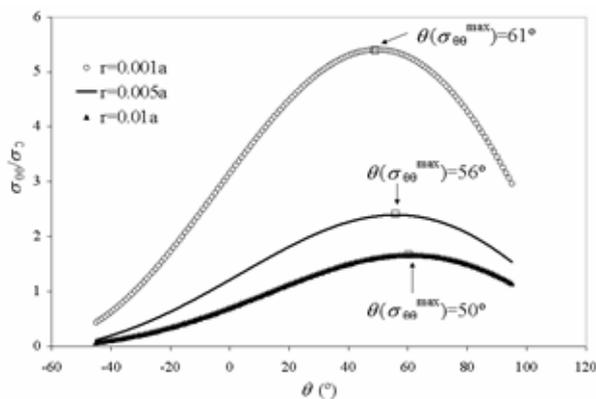


Figura 15. Tensión circunferencial alrededor del fondo de grieta $\alpha=204^\circ$.

A continuación, y empleando el modelo MEC (b) de la figura 9, se ha desarrollado el estudio de la evolución de G de la grieta que, habiendo progresado en la interfase hasta una posición de 204° ha cambiado de dirección de propagación orientándose hacia la matriz e intentando seguir su propagación a través de ella. El estudio realizado ha considerado la existencia de una grieta en la matriz de longitud $0.013a$ (el mínimo permitido por la discretización empleada) y se ha calculado el valor de G , junto con sus componentes, para diferentes orientaciones θ (definido este ángulo en la figura 14).

De los resultados obtenidos, presentados en la figura 16, puede decirse que, para todas las orientaciones θ consideradas, el valor de G tiene casi exclusivamente carácter de Modo I puro. Las diferencias entre los valores de G para las orientaciones consideradas no son muy significativas aunque, como puede verse en el aumento de la figura 17, el máximo se alcanza para $\theta=53^\circ$.

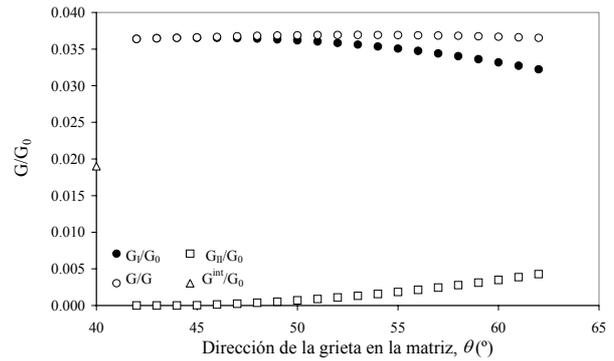


Figura 16. Evolución de G de la grieta incipiente en la matriz para distintas orientaciones de la misma.

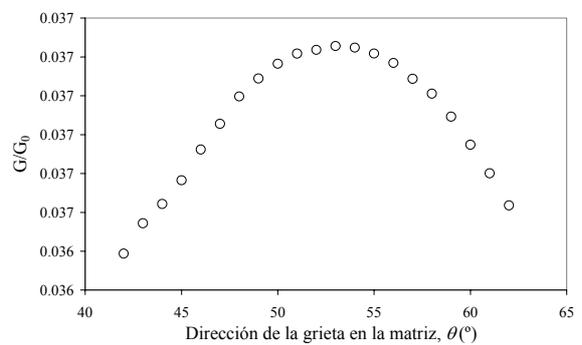


Figura 17. Visión aumentada de la evolución de G de la grieta incipiente en la matriz para distintas orientaciones de la misma.

Finalmente, la comparación, también incluida en la figura 16, entre los valores de G de la grieta incipiente en la matriz y la grieta de interfase en $\alpha=204^\circ$ (tomado de la figura 11) favorece la idea del cambio de dirección de propagación hacia la matriz, toda vez que el valor de G de la grieta en la matriz es, al menos en el periodo de iniciación estudiado, mayor que el valor de G de la grieta de interfase. Además, el Modo I domina este valor inicial de G en la matriz mientras que, en la interfase, la mayor contribución a G es debida al Modo II en el punto considerado, donde, además y como se explicó en 4.1, el carácter de la grieta de interfase cambia de inestable a estable.

5. CONCLUSIONES

Aplicando la Mecánica de la Fractura de Grietas de Interfase se han desarrollado dos modelos MEC de fibra única con los que se han analizado diversos aspectos micromecánicos del fallo de la matriz (o entre fibras) a compresión.

Los resultados de este estudio centran el origen del daño en la interfase en zonas en el entorno de $45^\circ+n90^\circ$ ($n=0,1,2,3$), desde donde un despegue ejemplo (centra-

do en 135° y de 10° de amplitud) podría crecer inestablemente hasta los 204° , punto donde la dirección de cambio de propagación hacia la matriz más probable (de acuerdo al criterio MTC) estaría en el rango 50° - 61° . El índice de liberación de energía G en este rango de orientaciones probables favorecería dicho cambio de dirección. Las conclusiones obtenidas concuerdan con la evidencia experimental que sitúa el ángulo de fallo en el entorno de los 53° .

AGRADECIMIENTOS

Ministerio de Ciencia y Tecnología, MAT2003-03315 y Ministerio de Educación y Ciencia, TRA2005-06764.

Los autores muestran su agradecimiento a E. Graciani por su código MEC, empleado como herramienta numérica en este trabajo.

REFERENCIAS

- [1] Williams M.L., "The stress around a fault or crack in dissimilar media", *Bulletin of the Seismological Society of America*, 49: 199-204, 1959.
- [2] England, A.H., "A crack between dissimilar media", *J. Appl. Mech.*, 32, 400-402, 1965.
- [3] Malyshev, B.M. and Salganik, R.L., "The strength of adhesive joints using the theory of cracks", *Int. J. Fract. Mech.*, 1, 114-128, 1965.
- [4] Mantič, V., Blázquez, A., Correa, E. and París, F., "Analysis of interface cracks with contact in composites by 2D BEM", *Fracture and Damage of Composites*, M. Guagliano y M.H. Aliabadi eds., WIT Press, 189-248, 2005.
- [5] Rice, J.R., "Elastic fracture mechanics concepts for interfacial cracks", *J. Appl. Mech.*, 55, 98-103, 1988.
- [6] Hutchinson, J.W. and Suo, Z., "Mixed mode cracking in layered materials", *Advances in Applied Mechanics*, J.W. Hutchinson and T.Y. Wu, eds., Academic Press, New York, 29, 63-191, 1992.
- [7] Comminou, M., "The interface crack", *J. Appl. Mech.*, 44, 631-636, 1977.
- [8] Gautesen, A.K. and Dundurs, J., "The interface crack under combined loading", *J. Appl. Mech.*, 55, 580-586, 1988.
- [9] París, F., del Caño, J. C. and Varna, J., "The fibre-matrix interface crack- A numerical analysis using Boundary Elements." *Int. J. Fracture*, 82, 11-29, 1996.
- [10] París, F., Correa, E. and Mantič, V., "Study of kinking in transversal interface cracks between fibre and matrix", *enviado para publicación*, 2005.
- [11] Dundurs, J., "Edge-bonded dissimilar orthogonal elastic wedges under normal and shear loading", *J. Appl. Mech.*, 650-652, 1969.
- [12] Irwin, G.R., "Analysis of stresses and strains near the end of a crack traversing a plate", *J. Appl. Mech.*, 24, 361-364, 1957.
- [13] Mantič, V. and París, F. "Relation between SIF and ERR based measures of fracture mode mixity in interface cracks". *Int. J. Fracture*, 130, 557-569, 2004.
- [14] Mantič, V. and París, F. "Relación entre las medidas de la mixicidad de los modos de fractura en las grietas de interfase". *Anales de la Mecánica de la Fractura*, 21, 155-160, 2004.
- [15] He, M-Y. and Hutchinson, J.W., "Kinking of a crack out of an interface", *J. Appl. Mech.*, 56, 270-278, 1989.
- [16] Leblond, J. B. y Frelat, J. "Crack kinking from an interface crack with initial contact between the crack lips", *Eur. J. Mech. A/Solids*, 20, 937-951, 2001.
- [17] París, F., Correa, E. and Cañas, J., "Micromechanical view of failure of the matrix in fibrous composite materials", *Comp. Sci. and Tech.*, 63, 1041-1052, 2003.
- [18] París, F., Correa, E., Jurado, A. y Mantič, V. "Aplicación de la Mecánica de la Fractura al estudio del daño a nivel micromecánico en materiales compuestos". *Anales de la Mecánica de la Fractura*, 21, 362-367, 2004.
- [19] Puck, A. and Schürmann, H., "Failure analysis of FRP laminates by means of physically based phenomenological model", *Comp. Sci. Tech.*, 58, 1045-1067, 1998.
- [20] Goodier, J. N., "Concentration of stress around spherical and cylindrical inclusions and flaws", *App. Mech.*, 55(7), 39-44, 1933 .
- [21] Toya, M., "The interface crack", *J. Mech. Phys. Solids*, 22, 325-348, 1975.

TÉCNICAS EXPERIMENTALES

APLICABILIDAD DEL MÉTODO DE NORMALIZACIÓN DE LA CARGA EN LA OBTENCIÓN DE CURVAS J-R EN ACEROS

S. Rivera¹, C. Rodríguez¹, F.J. Belzunce¹, J. Sánchez²

¹ Escuela Politécnica Superior de Ingeniería de Gijón, Universidad de Oviedo, Campus de Viesques, 33203Gijón, España

e-mail: cristina@uniovi.es

Tfno: 985181951. Fax 985182055

² Universidad Nacional de Trujillo, Escuela de Ingeniería, Trujillo, Perú

Resumen. El método de normalización de la carga se utiliza para obtener las curvas J-R de distintos materiales utilizando exclusivamente la curva carga-desplazamiento del punto de carga (DPC), sin necesidad de medir el crecimiento de la grieta en el transcurso del ensayo. El hecho de que no sea necesario medir el crecimiento de la grieta durante el ensayo hace que este método sea especialmente interesante en aquellos casos en los que esta medida es muy complicada o no puede realizarse, como en el caso de los ensayos de impacto o de fractura en plásticos. Sin embargo, también es interesante en el caso de aceros ensayados bajo condiciones estáticas, sobre todo cuando las medidas del crecimiento de la grieta durante el curso del ensayo se obtienen por métodos indirectos (método de la flexibilidad), cuyos resultados, con frecuencia, están sujetos a error, como es el caso de los ensayos sobre probetas tipo SENB. En este trabajo se analiza la aplicabilidad del método de normalización y de diferentes funciones de forma utilizadas en el ajuste de los resultados, comparando las curvas J-R obtenidas, con las determinadas a partir de ensayos normalizados sobre dos tipos distintos de aceros.

PALABRAS CLAVE: Método de normalización de la carga, curvas J-R, aceros estructurales.

Abstract. Load normalization method is normally used in determining J-R curves of different materials through the load versus load line displacement curve without measuring crack growth during the test. Crack growth is sometimes very difficult to get from a test, especially in the case of on impact tests or plastics fracture tests, therefore load normalization method can be very useful. However, this method is very interesting too when static tests are carried out on steels, mainly if crack growth measurements during tests are obtained by means of indirect methods (compliance method). The obtained results have not enough accuracy, for example, in SENB tests. The load normalization method is analysed in this work, and different types of geometry functions are tested. The obtained J-R curves have been compared with those experimentally calculated on two different steels.

KEYWORDS: Load normalization method , J-R curves, structural steels.

1. INTRODUCCIÓN

Uno de los parámetros más utilizados en la caracterización a fractura de materiales con comportamiento elasto-plástico, como son los aceros estructurales, es el valor de la integral J en el punto donde se inicia el crecimiento estable de la grieta, J_{IC} . Para calcular este parámetro es necesario determinar previamente la curva J-R del material para lo que se dispone, básicamente, de dos métodos normalizados [1]: el multiprobeta y el uniprobeta. El primero de ellos es un método de cálculo muy preciso pero presenta el gran inconveniente de su elevado coste, tanto en tiempo requerido para realizar los ensayos como por la gran cantidad de material necesario para obtener la curva, material que en muchas ocasiones, puede excasear. Por otro lado, el método uniprobeta requiere menos ensayos y, por lo tanto, menor tiempo y material para caracterizar la curva, pero precisa de algún método indirecto para obtener la medida de la longitud de la

grieta en el transcurso del ensayo. Aunque existen otros, uno de los métodos indirectos de medida más utilizados es el que se basa en la variación que experimenta la flexibilidad de la probeta conforme crece la grieta en el transcurso del ensayo, denominado *método de la flexibilidad*, y que precisa del uso de un extensómetro tipo COD colocado en la boca de la entalla para que las medidas sean lo más precisas posible. El inconveniente de este método es que al necesitar un equipo de medida externo para calcular el crecimiento de la grieta durante la realización del ensayo, limita su aplicación a determinados tipos de materiales y a determinadas condiciones de ensayo. Así por ejemplo, la utilización de este método en el caso de la mayor parte de los materiales poliméricos o en ensayos a altas velocidades de deformación es prácticamente inviable[2]. Pero incluso en el caso de materiales metálicos, como los aceros, suelen existir problemas en la obtención de la curva J-R utilizando el método de la flexibilidad, especialmente en el caso de

ciertas geometrías de probeta y de materiales de elevada tenacidad [3], siendo conveniente en esos casos utilizar algún método complementario para la correcta construcción de la curva, como el método del tintado progresivo del frente de la grieta [3].

En vista de lo anterior, parece pues necesario, desarrollar algún método adicional que permita obtener la curva J-R de forma sencilla, económica y precisa. Uno de estos posibles métodos es el de normalización de la carga [4], que basándose en el principio de separación de la carga [5], permite obtener las curvas J-R de un determinado material a partir del registro carga-DPC (desplazamiento del punto de carga) de un solo ensayo y sin necesidad de medir el tamaño de la grieta en el curso del mismo. Aunque la aplicabilidad del método en la caracterización de distintos tipos de materiales ya ha sido demostrada [4,5], no existe un acuerdo sobre la forma que adoptan las funciones de separación de la carga -más concretamente de la función que depende del desplazamiento plástico-, ni sobre el modo en el que deben calcularse los parámetros que definen dichas funciones.

2. EL MÉTODO DE NORMALIZACIÓN DE LA CARGA

El método de normalización de la carga se basa en el principio de separación de la carga desarrollado por Ernst et al. [4,5], y demostrado para las geometrías de probeta más comunes por Sharobeam y Landes [6]. Este principio permite expresar la carga en el transcurso de un ensayo como producto de dos funciones totalmente independientes entre sí, una de ellas, $G(a/W)$, dependiente exclusivamente de la geometría de la probeta y la otra del desplazamiento plástico, $H(v_{pl}/W)$:

$$P = G\left(\frac{a}{W}\right) \cdot H\left(\frac{v_{pl}}{W}\right) \quad (1)$$

Donde W es el ancho de la probeta. Cuando la carga se divide entre la función geométrica, $G(a/W)$, se obtiene la carga normalizada, P_N , que es función únicamente del desplazamiento plástico:

$$P_N = \frac{P}{G\left(\frac{a}{W}\right)} = H\left(\frac{v_{pl}}{W}\right) \quad (2)$$

La función G , ha sido calculada para diferentes geometrías de probetas [6], y su expresión para el caso de la probeta para flexión en tres puntos con una simple entalla lateral, SENB, es:

$$G\left(\frac{a}{W}\right) = B_N \cdot W \cdot \left(\frac{b}{W}\right)^{\eta_{pl}} \quad (3)$$

Donde B_N es el espesor neto, b el ligamento resistente y η_{pl} el factor de constricción dependiente de la longitud de la grieta y que para el caso de geometrías SENB y

grietas suficientemente largas ($a/W > 0.3$), toma un valor constante, $\eta_{pl} = 2$.

Una vez conocida la función $G(a/W)$ para una geometría dada, a partir únicamente del registro carga-DPC del ensayo podríamos obtener, si se conoce la expresión de la función $H(v_{pl}/W)$, no sólo los valores de carga y desplazamiento en cualquier punto sino también la longitud de la grieta correspondiente a dicho punto y, por tanto, obtendríamos la curva J-R del material. Sin embargo, la principal divergencia entre autores a la hora de aplicar el método de normalización es la expresión de la función $H(v_{pl}/W)$ que ha ido variando conforme se desarrollaba la aplicación del método.

La primera función aceptada para $H(v_{pl}/W)$ fue una ley potencial con dos parámetros [7,8]:

$$H\left(\frac{v_{pl}}{W}\right) = a \cdot \left(\frac{v_{pl}}{W}\right)^b \quad (4)$$

Los malos resultados obtenidos con la utilización de esta expresión en aceros, facilitó la utilización de una nueva ley potencial de tres parámetros, que combina una ley potencial y una línea recta y que fue desarrollada en base a la forma muchas veces adoptada por las curvas tensión verdadera vs deformación verdadera [8]. La ley potencial de tres parámetros responde a la expresión:

$$H\left(\frac{v_{pl}}{W}\right) = a \cdot \left(\frac{v_{pl}}{W}\right)^b + c \quad (5)$$

No obstante, los materiales que muestran una elevada deformación plástica, no siguen una ley potencial en todo el rango del desplazamiento plástico. Estos materiales siguen una ley potencial en los valores iniciales del desplazamiento plástico pero, posteriormente, para valores elevados del desplazamiento plástico, se ajustan a una línea recta. Una expresión que incorpora esta tendencia es la función LMN, propuesta por Landes y Herrera y que deriva del trabajo de Orange [9]:

$$H\left(\frac{v_{pl}}{W}\right) = \left[\frac{L + M \cdot \left(\frac{v_{pl}}{W}\right)}{N + \left(\frac{v_{pl}}{W}\right)} \right] \cdot \left(\frac{v_{pl}}{W}\right) \quad (6)$$

Otra función que sigue dicha tendencia es la propuesta por Joyce [10], que tiene cuatro parámetros y se ajusta a la expresión:

$$H\left(\frac{v_{pl}}{W}\right) = \frac{a + b \cdot \left(\frac{v_{pl}}{W}\right) + c \cdot \left(\frac{v_{pl}}{W}\right)^2}{d + \left(\frac{v_{pl}}{W}\right)} \quad (7)$$

Obviamente, todas las expresiones anteriormente citadas, poseen varias constantes que es necesario determinar. Para ello debemos plantear la ecuación (2) en tantos puntos como número de incógnitas posea la función y, obviamente, en dichos puntos es necesario conocer, además de la carga y del desplazamiento plástico la longitud de la grieta. Mientras que la carga y el desplazamiento plástico son conocidos en cualquier punto del ensayo, no ocurre lo mismo con la longitud de la grieta, cuyo valor se conoce únicamente en el punto final del ensayo (el punto inicial proporciona la solución trivial). Así, en principio, únicamente se dispone de datos físicos reales para plantear una única ecuación, siendo necesario, sin embargo, plantear tantas como constantes posea la función H. Es en los puntos elegidos para plantear el resto de ecuaciones donde también discrepan los diferentes autores [10,11].

En el caso de la función de tres parámetros LMN, Landes y Herrera [11] proponen, que junto con el punto final, la ecuación (2) se plantee en un punto, denominado punto de enromamiento forzado, que se supone pertenece a la zona de enromamiento, y para el que la longitud de grieta se calcula aplicando la expresión de la línea de enromamiento propuesta por ASTM [1]:

$$a = a_0 + \frac{J}{2 \cdot \sigma_y} \quad (8)$$

donde σ_y es el valor del límite elástico efectivo. Como se observa en la figura 1, estos autores consideran como zona de enromamiento, la comprendida entre la zona de comportamiento elástico y la carga máxima del ensayo.

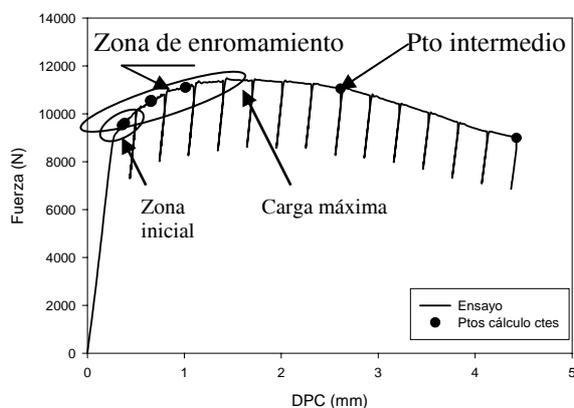


Fig. 1. Zonas de elección de puntos de calibración.

El tercer punto propuesto por Landes y Herrera es un punto intermedio entre los dos anteriores, cuya abscisa en la curva carga normalizada versus desplazamiento

plástico normalizado (P_N vs v_{pl}/W) establecen empíricamente a partir de la observación de que las curvas correspondientes a diferentes aceros [11] se cruzan para un valor $v_{pl}/W = 4.5\alpha\epsilon_0$ (α es el parámetro de la ley de Ramberg-Osgood y $\epsilon_0 = \sigma_0/E$). Normalmente, este valor suele ser muy próximo a 1/3 del desplazamiento total. No obstante, fijada la abscisa, el valor de P_N se establece tras un arduo proceso iterativo de cálculo que concluye cuando se encuentra el mejor ajuste matemático para los parámetros LMN. Por su parte, para el cálculo de los cuatro parámetros de su función H, Joyce propone tomar varios puntos de la zona de enromamiento junto con el punto final y forzar a la función H a pasar por todos ellos a la vez. En realidad bastarían cuatro puntos para el cálculo de las cuatro constantes, pero según este autor es mejor emplear diez puntos (9 de enromamiento y el final) para obtener un mejor ajuste [10].

Evidentemente, tanto en un caso como en otro, el establecimiento de esos puntos de calibración “ficticios” puede estar sujeto a diversas consideraciones. Por ejemplo, el hecho de extender la zona de enromamiento hasta la carga máxima entra en contradicción con otros autores [12] que afirman que existe crecimiento real de la grieta antes de que se alcance dicho punto. Además, cabe la duda de que sea la ecuación propuesta por ASTM (ecuación 8) para establecer la longitud de la grieta en dicha zona la que describa del modo más correcto el enromamiento [12]. Y que decir del punto intermedio propuesto por Landes y Herrera cuya elección se basa en observaciones empíricas sin ninguna justificación física. Parece más lógico elegir como punto de calibración intermedio un punto en el que realmente se conozca la longitud de la grieta y que haya sido obtenido durante el transcurso del ensayo por algún método de tintado [3]

Con objeto de arrojar luz sobre todas estos problemas, el objetivo de este trabajo es analizar el grado de aplicabilidad de las diferentes funciones H, comparando las curvas R obtenidas con las determinadas experimentalmente. Además se analizará la influencia de la elección de los puntos de calibración en cada uno de los métodos. Todo ello se realizará sobre dos aceros estructurales con diferente tenacidad.

3. MATERIALES UTILIZADOS. CARACTERIZACIÓN EXPERIMENTAL

Los materiales utilizados en este trabajo han sido dos aceros estructurales. Por una parte el metal de aporte (Weld M) de una unión soldada a tope de 20 mm de espesor, que fue caracterizado a temperatura ambiente y por otra, el acero estructural AE460 suministrado en forma de chapa de 30mm de espesor y que fue caracterizado a -15°C para garantizar que su comportamiento a fractura fuese menos tenaz que el primero. Las propiedades mecánicas a tracción de

ambos materiales se muestran en la tabla 1 (n y k son los parámetros de la ley de Hollomon).

Tabla 1. Propiedades mecánicas a tracción

Material	σ_E (MPa)	σ_R (MPa)	n	k
Weld M (T=20°C)	450	530	0.18	920
AE-460 (T=-15°C)	530	690	0.22	1275

La caracterización a fractura de ambos materiales se realizó sobre probetas tipo SENB que fueron ensayadas a temperatura ambiente en el caso del metal de aporte y a -15°C para el AE-460. Para ello se utilizó el método uniprobeta y la longitud de la grieta en el curso del ensayo fue determinada, con la ayuda de un extensómetro tipo COD, a través de la variación experimentada por la flexibilidad. Además, y habida cuenta de las imprecisiones que acarrea este método en la determinación de la longitud de la grieta en ciertas configuraciones de ensayo [3], en el caso de los ensayos realizados a temperatura ambiente (Weld M) las curvas R se han corregido utilizando, además del valor de la longitud de grieta en el punto final de cada ensayo, el correspondiente a un punto intermedio en el que se realizó un tintado del frente de grieta mediante pintura. La figura 2 recoge los valores obtenidos por el método de la flexibilidad así como los corregidos utilizando los valores físicos reales correspondientes a cada probeta ensayada. Una vez realizada la corrección de Δa es necesario hacer la corrección de los valores de J que, en este caso, resultan ser mayores que los obtenidos por el método de la flexibilidad dado que las longitudes de grieta estimadas por dicho método eran menores que las reales.

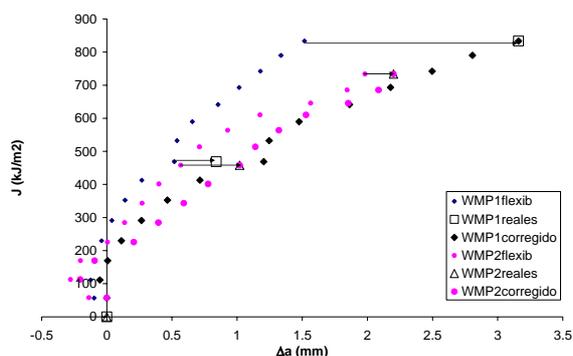


Fig. 2. Curvas J-R experimentales del metal de aporte

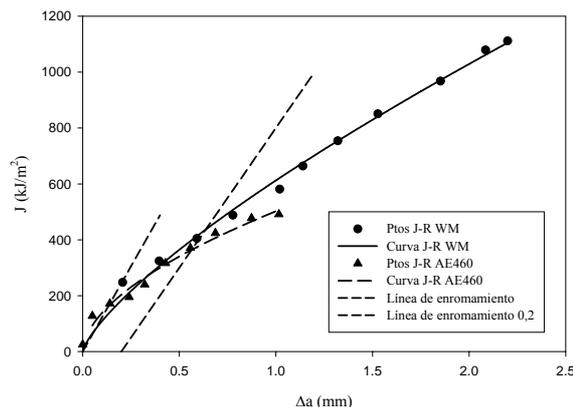


Fig. 3. Curvas J-R de ambos materiales

En el caso de los ensayos realizados a baja temperatura (AE460) no es posible utilizar el método del tintado con pintura [3], por lo que únicamente se dispone de valores reales en el punto final de ensayo, lo que se suplió con la realización de un mayor número de ensayos. La figura 3 muestra, conjuntamente, las curvas J-R medias correspondiente a los dos tipos de acero utilizados. En la figura también se señalan los valores de J_{IC} obtenidos según la propuesta de la norma ASTM E813. Estos valores también se recogen en la tabla 2.

Como puede observarse, la tenacidad del material ensayado a temperatura ambiente es superior a la del caracterizado a -15°C.

4. APLICABILIDAD DEL MÉTODO: RESULTADOS Y DISCUSIÓN

4.1. Función LMN

La figura 4 recoge las curvas J-R obtenidas tanto experimentalmente como aplicando la función LMN en el caso del metal de aporte. Como se puede observar, la función LMN proporciona un buen ajuste, sobre todo del valor de J_{IC} , $J_{IC} L-H$, como se muestra en la tabla 2.

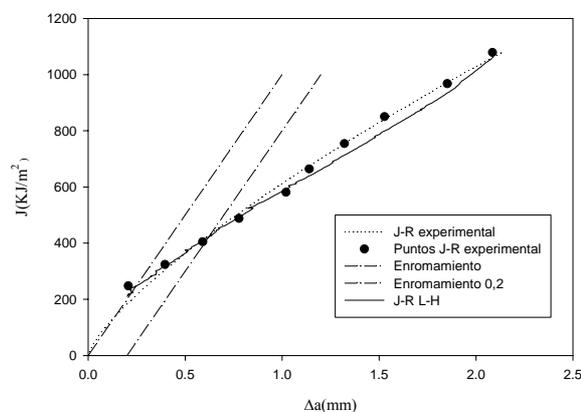


Fig. 4. Curvas J-R del Weld M (método L-H)

Tabla 2. Valores de J_{IC} (kJ/m²) obtenidos por los distintos métodos

Material	J _{IC} exp.	J _{IC} L-H	J _{IC} L-H mod	J _{IC} Joyce	J _{IC} pot en 3 par
WM	438	413	428	424	406
AE460	329	-	334	336	-

Conviene hacer notar, sin embargo, que el proceso computacional propuesto por Landes y Herrera, además de laborioso, presenta el inconveniente de que debe detenerse cuando se obtiene el mejor ajuste matemático en el cálculo de las constantes LMN, lo que no implica que la curva J-R obtenida con dichas constantes sea la que mejor se ajuste al resultado experimental. Por su parte, este método no puede ser aplicado en el caso de materiales como el acero AE460, que ensayado a -15°C no exhibe la suficiente plastificación para que sea posible definir el segundo punto de calibración.

Por esta razón, se propone un nuevo proceso de cálculo de las constantes LMN, ligeramente distinto del propuesto por Landes y Herrera. En este nuevo método se sustituirá el punto ficticio de calibración intermedio por uno real, obtenido mediante tintado del frente de grieta, conservando, no obstante, los puntos correspondientes a la zona de enromamiento. Además se abandonará el procedimiento iterativo de cálculo propuesto por Landes y Herrera [11] por uno simplificado, en el que se tomarán conjuntamente todos los puntos de calibración y se forzará a la función a ajustarse a todos ellos en un único paso.

Con este nuevo método, que denominaremos *L-H modificado*, la correcta elección de los puntos de la zona de enromamiento va a resultar crucial a la hora de encontrar la curva J-R que mejor se ajuste a la experimental. Tras analizar diversas opciones, en este trabajo se ha encontrado que el mejor ajuste se produce tomando unos 5 puntos en la parte inicial de la zona de enromamiento (figura 1) y otros 4 uniformemente distribuidos en el resto de la zona hasta llegar a la carga máxima.

En las figura 5 y 6 se puede observar, para el metal de aporte y para el acero AE460, respectivamente, los ajustes obtenidos con este nuevo método. En el caso del acero AE460 el punto de pintura ha sido sustituido por el punto final del ensayo.

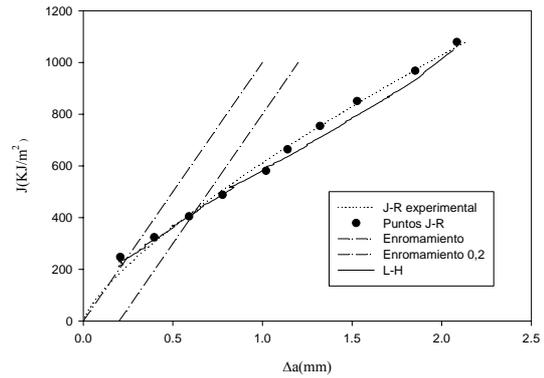


Fig. 5. Curvas J-R para el Weld M obtenidas experimentalmente y con el método *L-H modificado*

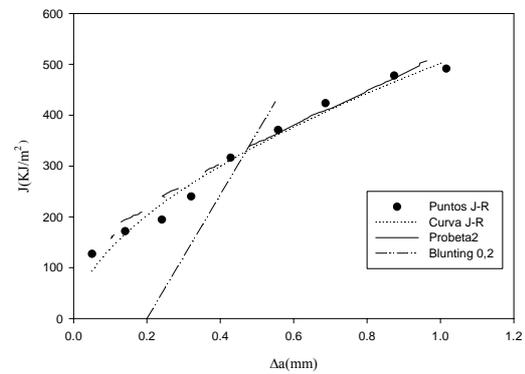


Fig. 6. Curvas J-R para el AE460 obtenidas experimentalmente y con el método *L-H modificado*.

En la tabla 2 puede observarse como los valores de J_{IC} obtenidos por este método (L-H mod.) se ajustan aún mejor a los resultados experimentales.

4.2. Función de cuatro parámetros: Método de Joyce

El ajuste de la curva J-R proporcionado por la función de cuatro parámetros propuesta por Joyce puede observarse en las figuras 7 y 8 para el Weld M y para el acero AE460, respectivamente. Además, el mejor ajuste corresponde a la elección de 6 puntos de enromamiento en la zona inicial y otros 4 uniformemente distribuidos en el resto de la zona hasta la carga máxima (figura 1).

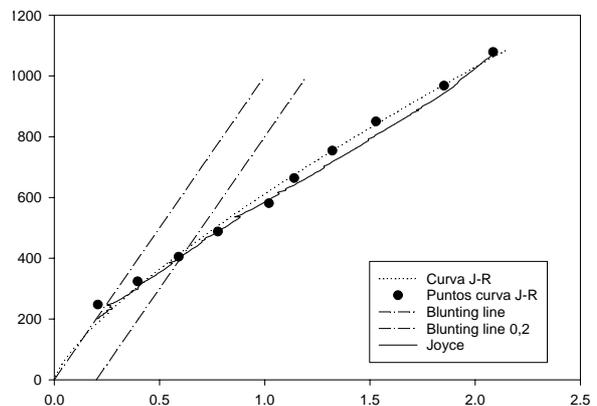


Fig. 7. Curvas J-R para el Weld M. obtenidas experimentalmente y con el método de Joyce

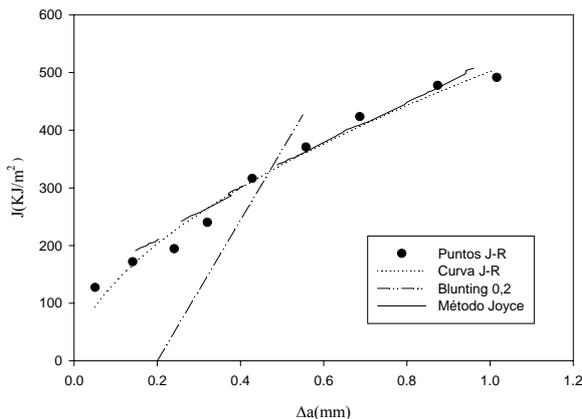


Fig. 8. Curvas J-R para el AE460 obtenidas experimentalmente y con el método de Joyce

Los valores numéricos de J_{IC} , J_{IC} Joyce, recogidos en la tabla 2, muestran los buenos resultados proporcionados por este método, que además no mejoran utilizando, junto con los puntos propuestos por Joyce, el punto real obtenido por tintado.

4.3. Propuestas potenciales

Como puede observarse en la figura 9, la curva J-R obtenida para el Weld M utilizando la ley potencial de dos parámetros presenta un ajuste pésimo con la obtenida experimentalmente. En el caso del acero estructural también se obtienen muy malos ajustes.

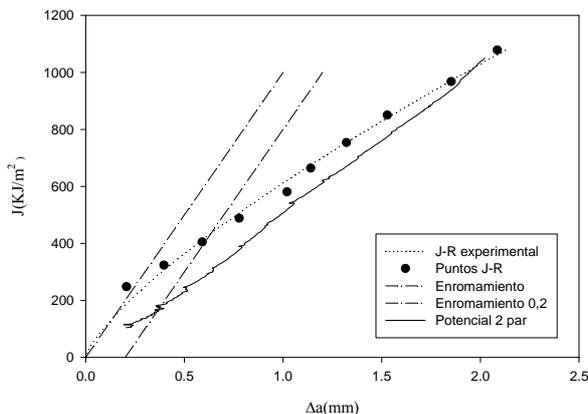


Fig. 9. Curvas J-R del Weld M, tanto experimental como mediante la ley potencial de dos parámetros.

Esto es debido a que la función H no es una potencial en todo el desplazamiento, sino que a partir de un cierto punto del desplazamiento plástico se aproxima mucho a una línea recta. Por este motivo, la ley potencial de tres parámetros (ecuación 5) proporciona mejores ajustes de la curva J-R como se puede observar en la figura 10. No obstante, los valores J_{IC} obtenidos utilizando este tipo de expresión (J_{IC} poten 3 par), siguen siendo los más alejados de los obtenidos experimentalmente (tabla 2).

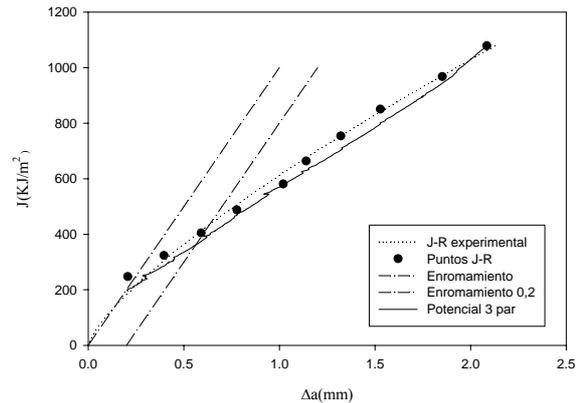


Fig. 10. Curvas J-R del Weld M, tanto experimental como mediante la ley potencial de tres parámetros.

5. CONCLUSIONES

Se ha aplicado con éxito el método de normalización de la carga para la obtención de las curvas J-R de los dos materiales analizados en este estudio, lo que demuestra que el método puede utilizarse en la caracterización a fractura de aceros con grados de deformación plástica muy diferente.

Analizadas las distintas propuestas para la función geométrica, H, la que proporciona mejores resultados junto con el menor tiempo empleado en el cálculo de las constantes, es la función de cuatro parámetros propuesta por Joyce. Las propuestas potenciales, sin embargo, son las que peor ajuste presentan.

La función LMN también proporciona buenos resultados, pero su ajuste mejora si en vez de utilizar un punto intermedio ficticio, se utiliza uno real, que puede ser obtenido a través de algún tipo de tintado. Además los resultados indican que dicho ajuste sigue siendo bueno sin tener que utilizar el método iterativo de ajuste propuesto por Landes y Herrera, sustituyéndolo por un único paso consistente en forzar a la función a ajustarse a 9 puntos de calibración en la zona de enromamiento, junto con el intermedio y el final.

6. REFERENCIAS

- [1] ASTM E 1152 “Standard test method for determining J-R curves”. ASTM standards
- [2] Wainstein J., Frontini P.M., Cassanelli A.N., “J-R curve determination using the load separation parameter Spb method for ductile polymers” Polymer testing, 23 (2004) 591-598.
- [3] Rodríguez C, Tosal L, Betegón C., Belzunce F.J. “Influencia de las variables geométricas características sobre el comportamiento a fractura del acero AE-460”. Anales de Mecánica de la Fractura 16 (1999), 320-325
- [4] Ernst, H.A., Paris, P.C., Rossow, M., and Hutchinson, J.W., “Analysis of load displacement relationship to determine J-R curve and testing

- instability material properties” in *Fracture Mechanics*, ASTM STP 677 (1979) 581-599.
- [5] Sharobeam M.H., Landes J.D., “The separation criterion and methodology in ductile fracture mechanics”, *Int J. of fracture*, 47 (1991) 81-104.
- [6] Sharobeam, M.H., Landes, J.D., and Herrera, R., “Development of eta factors in elastic-plastic fracture testing using a load separation technique” in *Elastic-plastic fracture test methods: The user’s experience (second volume)*, ASTM STP 1114, (1991), 114-132.
- [7] Landes, J.D., and Herrera, R., “A new look at J-R curve analysis”, *International journal of fracture*, 36 (1988), R9-R14.
- [8] Herrera, R. and Landes, J.D., “Direct J-R curve analysis: A guide to the methodology” in *Fracture mechanics: Twenty first symposium*, ASTM STP 1074, (1990), 24-43.
- [9] Orange, T.W., “Methods and models for J-R curve instability calculations” in *fracture mechanics: Twenty-first symposium*, ASTM STP 1074, (1990), 545-559.
- [10] Joyce, J.A., “ Analysis of a high rate round robin based on proposed annexes to ASTM E 1820”, *Journal of testing and evaluation*, pp 329-351.
- [11] Landes, J.D., Zhou, Z., Lee, K. and Herrera, R. “Normalization method for developing J-R curves with the LMN function” *Journal of testing and evaluation*, Vol 19, No. 4, July 1991, pp 305-311.
- [12] Tosal L, Rodríguez C, Belzunce F.J, Betegón C, "A crack tip blunting analysis in the ductile-to-brittle transition of a structural steel" *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*, 23 (2000), 365-369.

ESTIMACIÓN DEL COMPORTAMIENTO A FATIGA TORSIONAL DE UN ACERO ESTRUCTURAL

M. Canales, C. Gómez, S. Calvo, J.L. Núñez, J.L. Pelegay

Área de Mecánica y Nuevos Materiales
Instituto Tecnológico de Aragón (ITA)
María de Luna, 8. 50018. Zaragoza, España. Tfno.- 976-71-60-50 Fax.- 976-71-62-01
e-mail.- mcanales@ita.es

RESUMEN

La obtención de las constantes cíclicas torsionales no siempre resulta viable experimentalmente. En este estudio, se ha pretendido analizar la aproximación de diferentes teorías conocidas a partir de datos procedentes de ensayos de fatiga uniaxial realizados sobre un acero estructural, el St52-3N, un acero dúctil de bajo contenido en carbono.

El cálculo de dichas constantes cíclicas torsionales se realizó según las ecuaciones de Ramberg-Osgood [1] y Basquin [2] y Coffin-Manson [3,4] de forma análoga a la caracterización uniaxial (ϵ -N) sobre probetas tubulares de 2 mm de espesor. El análisis comparativo se realizó aplicando las aproximaciones de las teorías de von Mises, Tresca y por último, la teoría de Máxima Deformación Principal [5] a partir de las constantes cíclicas obtenidas en ensayos de fatiga uniaxial sobre probeta plana.

Una vez obtenida la curva experimental deformación-vida (γ -N) ([6,7]), se realiza una comparación con las teorías indicadas para determinar la teoría que mejor predice el comportamiento a fatiga torsional de un acero estructural de bajo contenido en carbono a partir de datos conocidos procedentes de la fatiga uniaxial.

ABSTRACT

To get cyclic torsional constants is not possible always by experimental methods. In this paper, different known theories are used to analyze approximations by experimental data from low-cycle fatigue tests performed on structural steel, St52-3N, it is a soft steel of low carbon weight.

Calculations of torsional constants were performed in according to equations of Ramberg-Osgood [1] and Basquin [2], and Coffin-Manson [3,4] by similar way to uniaxial characterization (ϵ -N) on tubular samples of 2 mm of thickness. The comparative analyse was performed by using approaches of von Mises, Tresca and Maximum principal strain. These theories were applied to calculate those constants from uniaxial cyclic constants obtained from rectangular specimens.

Once experimental curve strain-life (γ -N) ([6,7]) is obtained, a comparison with mentioned theories is executed in order to determine the approach which predicts better the torsional fatigue behaviour of a structural steel of low carbon weight from known data of low-cycle fatigue.

ÁREAS TEMÁTICAS PROPUESTAS: Técnicas Experimentales.

PALABRAS CLAVE: acero, fatiga, torsión.

1. INTRODUCCIÓN

En las últimas décadas se ha intensificado la necesidad de analizar los estados multiaxiales bajo los cuales están sometidos la mayoría de los componentes estructurales y funcionales bajo condiciones de servicio [8,9]. Debido a la complejidad tanto en el desarrollo matemático como en el significado físico para la predicción de vida bajo dichos estados de carga, se tiende a realizar una primera caracterización del material en estados simples de deformación: uniaxial y torsional y posteriormente bajo

un estado de carga biaxial tracción/compresión. La mayoría de los modelos multiaxiales precisan del conocimiento previo de las constantes cíclicas tanto axiales como torsionales. En este estudio se han determinado las constantes cíclicas torsionales de un acero estructural de bajo contenido en carbono. Debido a que no siempre es posible obtener dichos parámetros experimentalmente, se ha realizado un análisis comparativo con diversas teorías que relacionan las constantes cíclicas torsionales con las constantes cíclicas uniaxiales obtenidas experimentalmente. Dichas teorías

propuestas son las siguientes: teoría de von Mises, Tresca y de Máxima Deformación Principal [5].

La obtención de las curvas cíclica (σ_a - ϵ_a), deformación-vida (ϵ -N) y tensión-vida (S-N) para cada una de los teorías mencionadas y su comparación con los datos experimentales informará de la mejor teoría aplicable en ausencia de datos cíclicos torsionales para un acero estructural de características similares a las del presente estudio.

Finalmente se realiza un análisis fractográfico de alguna de las grietas obtenidas durante el ensayo de fatiga torsional con el objetivo de analizar el inicio de grieta y su evolución, así como la superficie de fractura de la probeta sometida a un estado de deformación angular.

2. MATERIAL DE ENSAYO

Los ensayos de fatiga torsional se llevaron a cabo en un acero estructural de bajo contenido en carbono, St52-3N de composición química: 0.17% C, 1.235% Mn, 0.225% Si, 0.010% P, 0.006% S, 0.032% Al, 0.072% Cr, 0.058% Ni y 0.016% Mo cuyas propiedades monotónicas y cíclicas vienen indicadas en la tabla 1.

Propiedades monotónicas	
Tensión de fluencia, $\sigma_{p0.2}$	386.0 MPa
Resistencia última, σ_u	639.54 MPa
Tensión de rotura, σ_t	536.31 MPa
Módulo elástico, E	206.03 GPa
Módulo de cortadura, G	77.71 GPa
Propiedades cíclicas uniaxiales	
Coefficiente de resistencia, K'	720.94 MPa
Exponente de endurecimiento, n'	0.1258
Resistencia de fluencia cíclica, σ'_y	330.0 MPa
Coefficiente de resistencia de fatiga, σ'_f	525.31 MPa
Exponente de resistencia de fatiga, b	-0.0521
Coefficiente de ductilidad de fatiga, ϵ'_f	0.0662
Exponente de ductilidad de fatiga, c	-0.3987

Tabla 1. Propiedades monotónicas y cíclicas del acero St52-3N

Se mecanizaron probetas tubulares [10] cuya geometría se muestra en la figura 1 a partir de una barra maciza de 30 mm de diámetro de acero calmado. El hueco interior se mecanizó mediante un mandrinado consiguiendo niveles de rugosidad superficiales exteriores e interiores entre 1-5 μ m. Previo al ensayo se procedió a un pulido en torno para eliminar cualquier marca superficial procedente del mecanizado.

3. PROGRAMA DE ENSAYOS

Los ensayos de fatiga torsional se llevaron a cabo en una maquina servohidráulica INSTRON biaxial 8800 de capacidad 100 kN axial y 750 Nm de par. El control durante el ensayo fue por deformación a fin de obtener la curva γ -N del material. Las medidas y el control por deformación se realizaron mediante un extensómetro dinámico axial-torsión biaxial EPSILON tal y como se observa en la figura 2.



Figura 2. Extensómetro biaxial EPSILON utilizado en los ensayos de fatiga torsional.

La selección de los niveles de amplitud de deformación angular se realizó en base a la zona elasto-plástica del material de la curva monotónica [6], con el fin de obtener resultados de ciclos de vida comprendidos entre 100.000 y 1 millón de ciclos. El intervalo de los niveles de amplitud de deformación angular fue de $\gamma_a = 0.0040$ hasta $\gamma_a = 0.0034$ variando 0.0002 unidades entre sí, bajo condiciones de deformación media nula ($R = -1$), a una frecuencia de ensayo entre 3 y 7 Hz.

Se registraron los máximos y mínimos de los canales de giro, par y deformación angular, en intervalos comprendidos entre 100 ó 500 ciclos según la duración del ensayo. Además, se registró el ciclo de histéresis en dicho intervalo con el fin de observar el cambio de rigidez del material respecto a la evolución de los ciclos hasta rotura y, obtener los datos de amplitud de tensión tangencial en el ciclo de vida media en condiciones estables del ensayo.

El criterio de fallo en este tipo de ensayo en inicio de grieta fue de una caída en la amplitud de par del 10% [6].

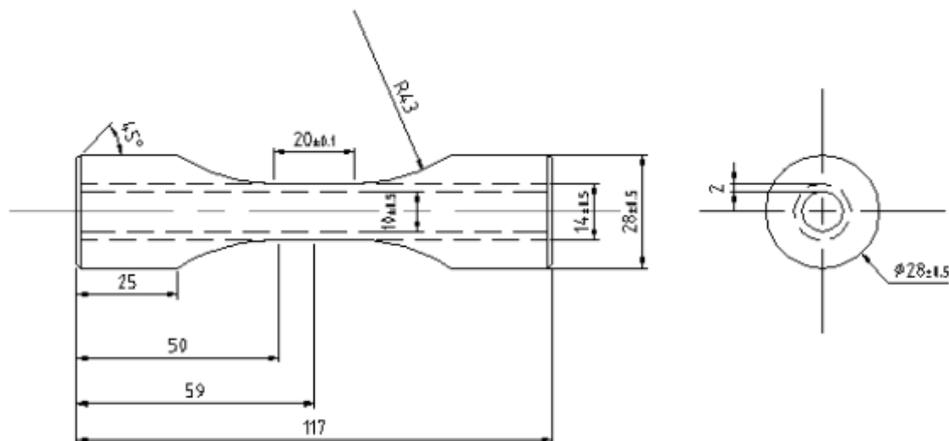


Figura. 1. Geometría de la probeta de ensayo.

4. ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS

4.1 Comportamiento cíclico en deformaciones torsionales.

El cálculo de la tensión tangencial en una probeta tubular se determinó a partir del par máximo que ocurre en la superficie exterior de la probeta y que viene dada por la expresión (1).

$$\tau_{\max} \cong 5,1 \cdot \frac{T}{d_0^3} \cdot \frac{1}{1-\delta^4} \quad (1)$$

siendo T el par aplicado en N·mm, d_0 el diámetro exterior y δ un parámetro que relaciona los dos diámetros: $\delta = d_i / d_0$.

En el caso de la probeta de ensayo, el parámetro δ toma el valor de 0.7143 y, por tanto, el factor $\frac{1}{1-\delta^4}$ vale 1.3159.

La tabla 2 muestra los resultados obtenidos del programa de ensayos fijado.

La ecuación que relaciona las deformaciones cíclicas respecto a las tensiones resultantes viene expresada por la ecuación de Ramberg-Osgood [1] (2):

$$\gamma_a = \gamma_{a,e} + \gamma_{a,p} \quad \gamma_{a,e} = \frac{\tau_a}{G}; \quad \gamma_{a,p} = \left(\frac{\tau_a}{K_\gamma} \right)^{\frac{1}{n_\gamma}} \quad (2)$$

Dicha expresión divide la amplitud de deformación total angular (γ_a) en parte elástica ($\gamma_{a,e}$) y parte plástica ($\gamma_{a,p}$), de forma que relaciona la amplitud de deformación angular elástica con la amplitud de tensión

tangencial τ_a respecto al módulo de cortadura G, y la amplitud de deformación angular plástica mediante la expresión indicada en (2) donde K'_γ es el coeficiente de resistencia cíclico torsional y n'_γ es el exponente de endurecimiento torsional de forma análoga a los coeficientes K' y n' obtenidos de los ensayos de fatiga uniaxial presentados en la tabla 1.

Nº de ensayo	γ_a	τ_a (MPa)	Nf
1	0.0040	206.31	124.408
2	0.0040	206.87	129.370
3	0.0040	209.88	86.331
4	0.0038	203.49	318.735
5	0.0038	204.15	106.675
6	0.0038	203.51	117.296
7	0.0036	198.29	181.162
8	0.0036	202.69	209.569
9	0.0036	201.74	321.370
10	0.0034	198.93	224.361
11	0.0034	190.62	495.019
12	0.0034	194.47	706.836
13	0.0032	184.65	Run out (*)

Tabla 2. Resultados de los ensayos de fatiga torsional. (*) No se ha considerado para el análisis.

Los parámetros cíclicos K'_γ y n'_γ se determinan de la pendiente resultante de representar en escala doble logarítmica la deformación plástica y la amplitud de tensión tangencial.

4.2 Caracterización a fatiga torsional en condiciones totalmente reversas.

La ecuación que relaciona la amplitud de deformación total respecto a la vida del material viene expresada por la ecuación de Basquin [2] y Coffin-Manson [3,4] (3):

$$\gamma_a = \frac{\tau_f'}{G} \cdot (2N_f)^{b_\gamma} + \gamma_f'(2N_f)^{c_\gamma} \quad (3)$$

Al igual que en la expresión de Ramberg-Osgood [1] (2), la amplitud de deformación puede dividirse en la parte elástica y la parte plástica, pudiendo obtenerse a partir de las pendientes resultantes de representar en escala doble logarítmica, las constantes cíclicas torsionales de la expresión (3): τ_f' es el coeficiente de resistencia a fatiga torsional, b_γ es el exponente de resistencia de fatiga torsional, γ_f' es el coeficiente de ductilidad de fatiga torsional y c_γ es el exponente de ductilidad de fatiga torsional. La tabla 3 muestra los valores obtenidos de dichas constantes cíclicas junto con los valores de K_γ' y n_γ' que definen el comportamiento cíclico torsional del material de estudio.

Propiedades cíclicas torsionales	
Coefficiente de resistencia, K_γ'	518.44 MPa
Exponente de endurecimiento, n_γ'	0.1390
Resistencia de fluencia cíclica, τ_y'	220 MPa
Coefficiente de resistencia de fatiga, τ_f'	386.49
Exponente de resistencia de fatiga, b_γ	-0.05034
Coefficiente de ductilidad de fatiga, γ_f'	0.0814
Exponente de ductilidad de fatiga, c_γ	-0.3317

Tabla 3. Propiedades cíclicas torsionales del acero St52-3N.

Las figuras 3 y 4 muestran las curvas $\sigma_a - \gamma_a$ y $\gamma_a - N$ respectivamente. En la curva cíclica puede comprobarse como el material ha sufrido un reblandecimiento durante el ciclado en la zona elasto-plástica al compararse con la curva monotónica del material.

La tabla 4 muestra la dispersión de los resultados de los ensayos, mediante un análisis estadístico [7] obteniendo valores de T_n inferiores a 4,8, siendo T_n la relación entre el ciclo de vida para una probabilidad de supervivencia del 10%, respecto al ciclo de vida para una probabilidad del 90%.

La figura 6 muestra un ejemplo de las grietas obtenidas en los ensayos de fatiga torsional. En alguno de los casos estudiados se ha observado cómo la inclinación de la grieta en los extremos tiende a los 45° característicos en situaciones en las que el mecanismo de daño predominante es por cortadura [5, 11 y 12].

Con el objetivo de observar la superficie de fractura debido a sollicitaciones torsionales por microscopia SEM, se ensayó hasta rotura sin extensómetro una de las probetas ($\gamma = 0.0040$, ver figura 7) controlando por par. La figura 8 muestra una micrografía de la grieta en la zona inferior, obtenida por la técnica de electrones retrodispersados. Se observa cómo la grieta atraviesa el

espesor de pared siguiendo la dirección de las líneas de playa; es decir, según el modo de crecimiento II [11].

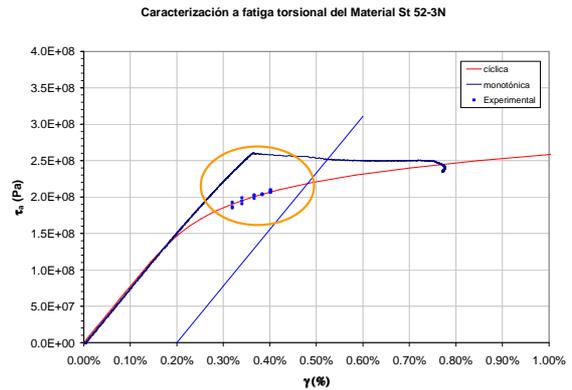


Figura 3. Curva cíclica del acero St52-3N.

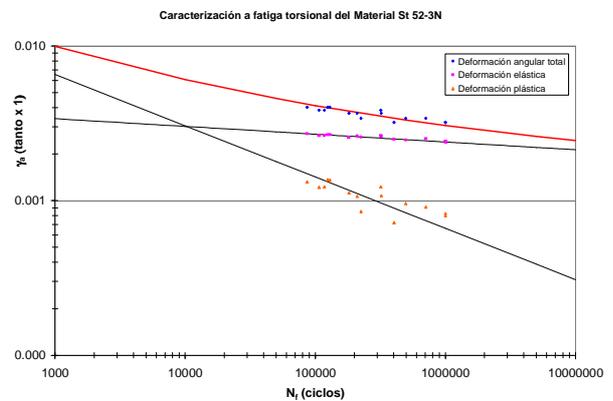


Figura 4. Curva deformación-vida del acero St52-3N.

Nivel	Nº de ensayos	γ_a	Nm	S	Tn
1	3	0.0040	111588	0.097	1.77
2	3	0.0038	158584	0.263	4.72
3	3	0.0036	230215	0.129	2.14
4	3	0.0034	428183	0.255	4.50

Tabla 4. Dispersión de los datos resultantes de los ensayos de fatiga.

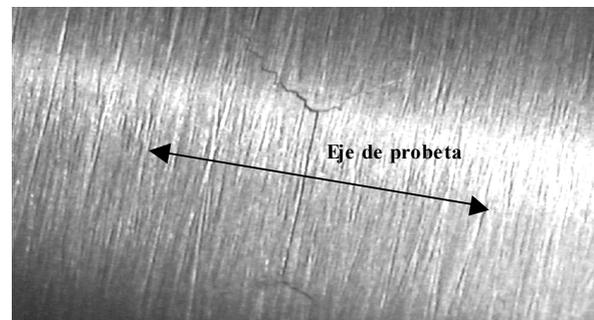


Figura 6. Grieta resultante en el caso $\gamma_a = 0.0040$, $R = -1$ y $N_f = 124.408$ ciclos.

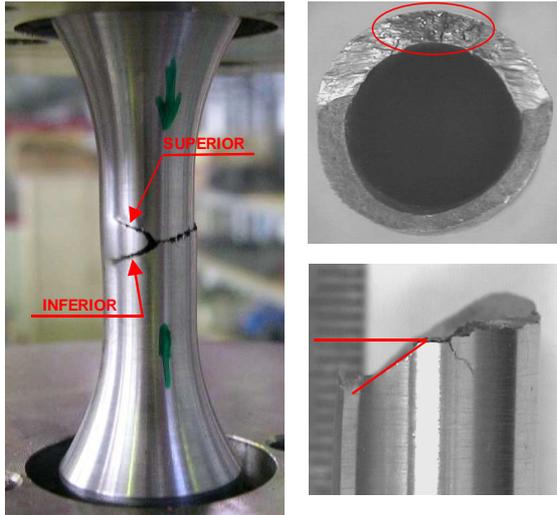


Figura 7. Probeta ensayada hasta rotura. $\gamma_a = 0.0040$, $R = -1$ y $N_f = 124.408$ ciclos.

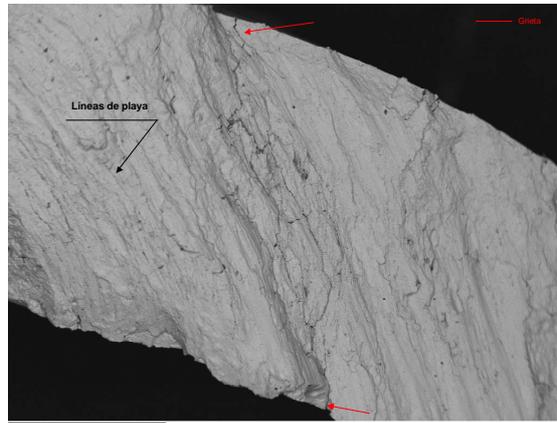


Figura 8. Micrografía obtenida por SEM $\times 35$. Grieta resultante en el caso $\gamma_a = 0.0040$, $R = -1$ y $N_f = 124.408$ ciclos.

5. PREDICCIONES DE ESTADO TENSIONAL Y VIDA TORSIONAL

Obtenida la curva experimental de fatiga torsional, se realiza un análisis comparativo con diversas teorías para establecer la mejor aproximación. Las ecuaciones relacionan las constantes cíclicas torsionales con las uniaxiales procedentes de ensayos de fatiga tracción/compresión. Las teorías propuestas son las de von Mises, Tresca y Máxima deformación principal [5] indicadas en las tabla 5.

En primer lugar, se analiza el criterio S-N [5], [13] el cual se utiliza para diseñar productos en los que el material sufre poca deformación plástica según la ecuación dada en la expresión (4). Observando la figura 9 se comprueba que, el criterio que mejor se ajusta a los datos experimentales torsionales y, por tanto, el que

mejor predice la vida a fatiga torsional para este material es el de Máxima Deformación Principal.

$$S_{Nf} = \sigma'_f (2Nf)^b \tag{4}$$

Von Mises	$\tau'_f = \frac{\sigma'_f}{\sqrt{3}}$	$\gamma'_f = \sqrt{3} \epsilon'_f$	$b_{\gamma'} = b$	$c_{\gamma'} = c$
Tresca	$\tau'_f = \sigma'_f/2$	$\gamma'_f = 1.5 \epsilon'_f$	$b_{\gamma'} = b$	$c_{\gamma'} = c$
Máxima Deformación Principal	$\tau'_f = \frac{\sigma'_f}{(1+\nu)}$	$\gamma'_f = 2 \epsilon'_f$	$b_{\gamma'} = b$	$c_{\gamma'} = c$

Tabla 5. Aproximaciones de las constantes cíclicas torsionales para la curva γ -N a partir de los parámetros de fatiga uniaxial.

La figura 10 representa la comparación de curvas γ -N, en la que se observa que, al igual que en el caso τ -N, el criterio que mejor aproxima los datos y la curva experimental de la fatiga torsional es el criterio de Máxima Deformación Principal. Esto indica que, el comportamiento a fatiga torsional de un acero estructural de características similares a las del presente estudio bajo estados de deformación angular presenta también modo I de agrietamiento pudiendo ser debido al efecto significativo de inclusiones [5].

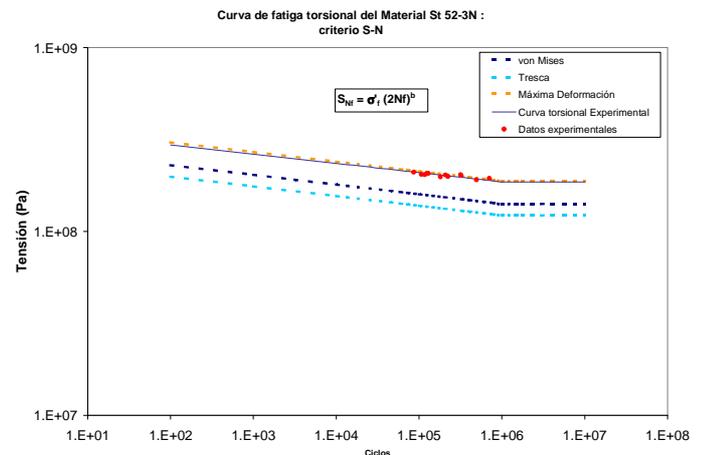


Figura 9. Curva tensión-vida según el criterio S-N para diversas teorías.

6. CONCLUSIONES

En este trabajo se ha pretendido obtener la caracterización cíclica bajo estados de deformación angular para un acero estructural de bajo contenido en carbono, el St52-3N. Una vez determinadas las constantes cíclicas que definen el comportamiento a fatiga torsional se realizó un análisis estadístico obteniendo diferencias en las amplitudes de par inferiores al 5% y un valor de T_n en los ciclos de vida inferior a 4,8.

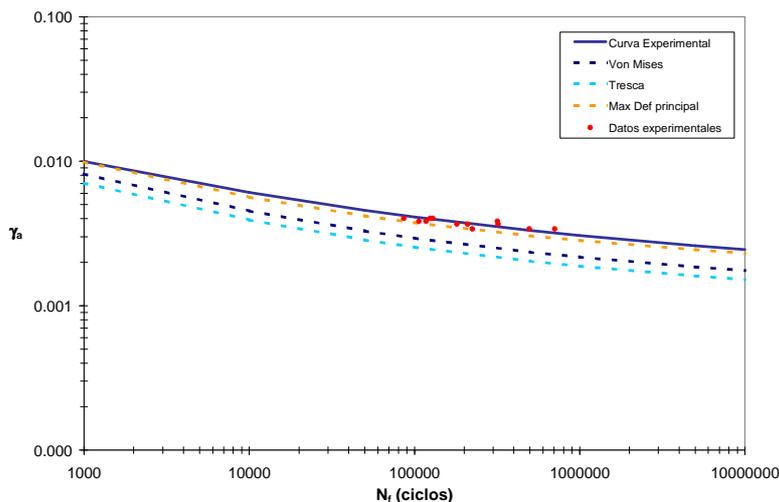


Figura 10. Comparación de curvas γ -N & criterios de von Mises, Tresca y Máxima Deformación Principal.

Posteriormente se llevó a cabo una comparación de la curva experimental respecto a diversos criterios que se utilizan en ausencia de datos experimentales bajo sollicitación torsional.

De los tres criterios propuestos, von Mises, Tresca y Máxima deformación principal, la teoría que mejor se aproxima es ésta última.

AGRADECIMIENTOS

Este artículo se enmarca dentro de la línea de investigación en fatiga de materiales metálicos desarrollada por el Area de Mecánica y Nuevos Materiales del ITA, que ha sido financiada parcialmente por el MCyT, dentro del proyecto “Estimaciones de vida en fatiga multiaxial con cargas de amplitud variable” (DPI2002-02581).

REFERENCIAS

[1] Rambert, W & Osgood, W.R. “Description of Stress-Strain Curves by Three Parameters”, NACA Tech. Note

[2] Basquin, O.H. “The Exponential Law of Endurance Tests”, Proc. ASTM, Vol. 10, Part II, 1910

[3] Tavernelli, J.F. & Coffin Jr., L.F. “Experimental Support for Generalized Equation Predicting Low Cycle Fatigue”. Trans. ASME, J.Basic. Eng., Vol. 84, Nº 4, 1962

[4] Manson, S.S. “Discussion of reference 23”, Trans. ASME J. Basic Eng., Vol. 84, Nº 4, 1962

[5] D. McClaffin, A. Fatemi, “Torsional deformation and fatigue of hardened steel including mean stress and stress gradient effects”, International Journal of Fatigue 26 (2004) pp. 773-784

[6] Procedimiento ITA, “Procedimiento para la determinación de la curva de fatiga γ -N en materiales metálicos”.

[7] Procedimiento ITA, “Procedimiento para el análisis estadístico de las curvas de fatiga (γ -N) en materiales metálicos”.

[8] J. Das, S. M. Sivakumar. “An evaluation of multi-axial fatigue life assessment methods for engineering components”. International Journal of Pressure Vessels and Piping. Vol. 76, pp. 741-746, 1999.

[9] J. J. Bonnen, F. A. Conle, T. H. Topper. “The role of in-phase and out-of-phase overloads on the torsional fatigue of normalized SAE-1045 steel”. International Journal of Fatigue. Vol. 23, pp. S385-S394, 2001.

[10] Norma ASTM E 2207-02: “Standard Practice for Strain-Controlled Axial-Torsional Testing with Thin-Walled Tubular Specimens”.

[11] Darrell F. Socie, Gary B. Marquis, *Multiaxial Fatigue*. SAE International Society of Automotive Engineers, Inc. Warrendale, Pa., 2000.

[12] Bonacuse P.J., Kalluri S., “Axial-Torsional Fatigue: A Study of Tubular Thickness Effects”. Journal of testing and Evaluation, JTEVA, Vol. 2, No.3, May 1993, pp. 160-167.

[13] Tadeusz Lagoda, Ewald Macha. “Energy approach to fatigue life estimation under combined tension with torsion”. Zeszyty Naukowe Politechniki Oposkiej. Seria: Mechanika z.67. Nr Kol. 269, pp. 163-182, 2001.

ESTUDIO DEL COMPORTAMIENTO CÍCLICO DE UN ACERO ESTRUCTURAL BAJO ESTADOS DE DEFORMACIÓN BIAxIAL EN INICIO DE GRIETA

C. Gómez, M. Canales, S. Calvo, J.L. Núñez, J.L. Pelegay

¹ *Área de Mecánica y Nuevos Materiales
Instituto Tecnológico de Aragón (ITA)

María de Luna, 8. 50018. Zaragoza, España. Tfno.- 976-71-60-50 Fax.- 976-71-62-01
e-mail.- criguez@ita.es

RESUMEN

El objetivo del presente estudio es analizar el comportamiento mecánico del acero estructural St52-3N bajo estados de carga de fatiga biaxial, durante la etapa de inicio de grieta, mediante la comparación de algunas de las teorías de fatiga multiaxial actuales. Para ello previamente se caracterizó el material desde el punto de vista cíclico tanto axial como a torsión [1], dado que la mayoría de estas teorías se formulan a partir de dichas constantes cíclicas características de cada material [2,3,4,5]. Según la naturaleza del material (frágil o dúctil), estados de carga predominantes, niveles medios de carga o proporcionalidad o no entre ambas sollicitaciones, se ajustará mejor un modelo multiaxial que otro a los resultados experimentales obtenidos. Se realizan predicciones de vida utilizando el programa comercial MSC-FATIGUE aplicando los modelos multiaxiales implementados tales como los propuestos por Smith Watson Topper (SWT) [3,5,6], en el que predomina el daño producido por mecanismos de tracción, el de Fatemi-Socie (FS) [2,3,5,6], en el que el daño se produce principalmente por mecanismos de cortadura, etc. Se realiza una comparación de los resultados numéricos con los datos procedentes de los ensayos a amplitud constante, en fase y con desfase (90°) con el objetivo de determinar el modelo multiaxial que mejor define el comportamiento biaxial a fatiga en un acero estructural de bajo contenido en carbono.

Una vez tratados y analizados los resultados según diferentes teorías multiaxiales, se observó que, para el material propuesto St52-3N la combinación biaxial reduce significativamente la vida del material [4] así como la relación entre las cargas axial y torsional.

ABSTRACT

The main scope of this study consist of analysing the mechanical behaviour of the St52-3N structural steel, under fatigue biaxial loads during the nucleation crack step of fatigue, by means of comparison some of the present multiaxial fatigue theories. To get them, previously the material was characterized in both tension-compression and torsion cyclic behaviour [1], because the most of these theories are formulated from those cyclic constants which depend on each material [2,3,4,5]. Depend on characteristic of material (brittle or soft), dominant load states, medium load levels or proportionality or not between both sollicitations, one multiaxial model will be predict better the experimental results than other. Live predictions will be done using MSC-FATIGUE. The multiaxial theories studied are those proposed by Smith-Watson-Topper (SWT) [3,5,6], which predicts the main damage is produced by tension mechanisms, by Fatemi-Socie (FS) [2,3,5,6], which expresses the main damage is due to shear mechanisms, etc. A comparison between numerical and experimental data by constant amplitude, in phase and out of phase (90°) will be analyse in order to get the better multiaxial model which predicts the biaxial fatigue behaviour in a structural steel of low carbon weight.

Once data are treated mathematically and analysed by different multiaxial theories, it is observed than the biaxial combination reduces significantly the material life [4], as like the axial and torsion load relation for the St52-3N material.

ÁREAS TEMÁTICAS PROPUESTAS: Técnicas Experimentales.

PALABRAS CLAVE: acero, fatiga, biaxial.

1. INTRODUCCIÓN

En las últimas décadas se ha intensificado la necesidad de analizar componentes estructurales y funcionales bajo condiciones de servicio las cuales, en la mayoría de los casos, son cargas de fatiga multiaxiales, ya sea por la propia naturaleza de la carga aplicada o por la

existencia de concentradores de tensiones que inducen campos de tensiones multiaxiales a su alrededor. [2,4,5]. Debido a la complejidad que supone realizar predicciones de vida bajo dichos estados de carga, inicialmente la caracterización del material se realiza para estados de carga simple (axial y torsional) y posteriormente bajo estados de carga biaxial

combinada. En este estudio, se ha realizado un análisis de la combinación de estos dos estados de carga (axial-torsional) a amplitud constante en fase (0°) y desfase (90°) sobre el acero estructural St52-3N de bajo contenido en carbono. A partir de los resultados de los ensayos biaxiales se obtendrán las influencias de ambos estados de deformación en la vida del material.

La comparación de resultados numéricos, obtenidos con el programa MSC-FATIGUE, a partir de los modelos implementados, como los propuestos por Smith-Watson-Topper [3,5,6], Fatemi-Socie [2,3,5,6] y Wang-Brown [5,6], y los resultados experimentales conducirán a la mejor predicción en vida del material y, por lo tanto, a aceros de características similares a éste sometidos a estados de carga biaxial.

2. MATERIAL DE ENSAYO

Los ensayos de fatiga biaxial a amplitud constante en fase y desfase (90°) se llevaron a cabo en un acero estructural de bajo contenido en carbono, St52-3N de composición química: 0.17% C, 1.235% Mn, 0.225% Si, 0.010% P, 0.006% S, 0.032% Al, 0.072% Cr, 0.058% Ni y 0.016% Mo cuyas propiedades monotónicas y cíclicas vienen indicadas en la tabla 1.

Se mecanizaron probetas tubulares [1,7] a partir de una barra maciza de 30 mm de diámetro de acero calmado. El hueco interior se mecanizó mediante un mandrinado consiguiendo niveles de rugosidad superficiales exteriores e interiores entre 1-5 µm. Previo al ensayo se procedió a un pulido en torno para eliminar cualquier marca superficial procedente del mecanizado.

3. PROGRAMA DE ENSAYOS

Los ensayos de fatiga biaxial propuestos se llevaron a cabo en una máquina servohidráulica INSTRON biaxial 8800 de capacidad 100 kN axial y 750 Nm de par. Las medidas y el control por deformación axial y angular se realizaron mediante un extensómetro dinámico axial-torsión biaxial EPSILON.

La selección de los niveles de amplitud de deformación angular en ambos casos, en fase y desfase a 90°, se realizó según el criterio de obtención de ciclos de vida comprendidos entre 100.000 y 1 millón de ciclos [1,2], estableciendo 9 niveles de ensayo. Cada nivel comprende una pareja de datos fijos, deformación axial, ϵ_a , y deformación angular, γ_a , obteniendo una matriz de ensayos de 3x3 (ver figura 1). Los valores de deformación axial y angular seleccionados fueron los siguientes: $\epsilon_1 = 0.0015$, $\epsilon_2 = 0.0011$, $\epsilon_3 = 0.0009$, $\gamma_1 = 0.0032$, $\gamma_2 = 0.0028$ y $\gamma_3 = 0.0026$ bajo condiciones de deformación media nula (R = -1), a una frecuencia de ensayo de 3 Hz.

Propiedades monotónicas	
Tensión de fluencia, $\sigma_{p0.2}$	386.0 MPa
Resistencia última, σ_u	639.54 MPa
Tensión de rotura, σ_t	536.31 MPa
Módulo elástico, E	206.03 GPa
Módulo de cortadura, G	77.71 GPa
Propiedades cíclicas uniaxiales	
Coefficiente de resistencia, K'	720.94 MPa
Exponente de endurecimiento, n'	0.1258
Resistencia de fluencia cíclica, σ'_y	330.0 MPa
Coefficiente de resistencia de fatiga, σ'_f	525.31 MPa
Exponente de resistencia de fatiga, b	-0.0521
Coefficiente de ductilidad de fatiga, ϵ'_f	0.0662
Exponente de ductilidad de fatiga, c	-0.3987
Propiedades cíclicas torsionales	
Coefficiente de resistencia, K'_γ	518.44 MPa
Exponente de endurecimiento, n'_γ	0.1390
Resistencia de fluencia cíclica, τ'_y	220 MPa
Coefficiente de resistencia de fatiga, τ'_f	386.49 MPa
Exponente de resistencia de fatiga, b_γ	-0.05034
Coefficiente de ductilidad de fatiga, γ'_f	0.0814
Exponente de ductilidad de fatiga, c_γ	-0.3317

Tabla 1. Propiedades monotónicas y cíclicas del acero St52-3N

$$\begin{pmatrix} \epsilon_1, \gamma_1 & \epsilon_1, \gamma_2 & \epsilon_1, \gamma_3 \\ \epsilon_2, \gamma_1 & \epsilon_2, \gamma_2 & \epsilon_2, \gamma_3 \\ \epsilon_3, \gamma_1 & \epsilon_3, \gamma_2 & \epsilon_3, \gamma_3 \end{pmatrix}$$

Figura 1. Matriz de ensayo de fatiga biaxial a amplitud constante.

El criterio de fallo en ensayos a inicio de grieta fue de una caída en la amplitud de carga y par del 20% [3, 5]

4. ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS

4.1 Ciclos de vida obtenidos bajo deformaciones axial-angular.

El cálculo de la tensión normal y tangencial en una probeta tubular se determinó a partir de la carga y par máximo existentes en la superficie transversal y exterior de la probeta respectivamente y que vienen indicadas por las expresiones (1) y (2).

$$\sigma = \frac{F}{A_0} \tag{1}$$

$$\tau_{\max} \cong 5,1 \cdot \frac{T}{d_0^3} \cdot \frac{1}{1 - \delta^4} \tag{2}$$

siendo F el valor de carga en el ciclo de vida media en condiciones estables de ensayo, A_0 la sección transversal de la probeta tubular en el inicio de ensayo, T el par aplicado en N-mm, d_0 el diámetro exterior y δ el parámetro que relaciona los dos diámetros: $\delta = d_i / d_0$.

En el caso de la probeta de ensayo, el parámetro δ toma el valor de 0.7143 y, por tanto, el factor $\frac{1}{1-\delta^4}$ vale 1.3159.

Los tensores de tensión y deformación, así como el cálculo de las tensiones normales y tangenciales para probeta tubular sometida a carga cíclica tracción-torsión son los indicados en la expresión (3):

$$\begin{pmatrix} \epsilon_a & \frac{1}{2}\gamma_a & 0 \\ \frac{1}{2}\gamma_a & -\nu\epsilon_a & 0 \\ 0 & 0 & -\nu\epsilon_a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_a & \tau_a & 0 \\ \tau_a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3)$$

La tabla 2 muestra los resultados experimentales obtenidos del programa de ensayos fijado en los dos casos de fase y desfase a 90°. Tras los resultados obtenidos, se observó un factor de reducción, en la vida del material, del caso de carga en fase, respecto al de desfase a 90° del 3.7 ± 1 .

4.2 Influencia de las deformaciones axiales y angulares en la vida del material en condiciones totalmente reversas.

Las figuras 2 y 3 muestran, en representación gráfica doblemente logarítmica, los ciclos de rotura, N_f , obtenidos frente a los niveles de deformación angular (o axial), manteniendo constante la deformación axial (o angular) respectivamente, con el fin de determinar el efecto de la combinación de ambas cargas, y el efecto o la contribución de cada una de ellas en la vida del material.

Teniendo en cuenta los valores de regresión obtenidos en las figuras 2 y 3, se observa que en el caso de historias de deformación en fase (0°), la influencia de la deformación angular para unos valores de deformación axial determinados apenas es perceptible en los ciclos de vida obtenidos (variaciones inferiores a un factor de 3,4). Por el contrario, para unos valores de deformación angular fijados, la deformación axial reduce en mayor medida la vida del componente (factor de variación comprendido entre 3,4 y 6,6). Además, se observa una tendencia paralela en cuanto a la disminución en los ciclos de rotura conforme aumenta el valor de amplitud de deformación determinado. No obstante, para determinar con mayor precisión la contribución de cada tipo de carga sobre la vida del material sería necesario realizar un mayor número de ensayos estableciendo nuevos niveles de deformación para dichos ensayos,

por ejemplo, niveles correspondientes a la zona de bajos ciclos de vida (inferiores a 30.000 ciclos).

Nº de ensayo	Desfase	γ_a	ϵ_a	τ_a	σ_a	Nf
1	0°	0.0032	0.0015	158	205	91.936
2	0°	0.0032	0.0015	156	198	36.147
3	0°	0.0028	0.0015	145	238	141.938
4	0°	0.0028	0.0015	148	234	103.138
5	0°	0.0026	0.0015	141	233	47.894
6	0°	0.0026	0.0015	144	238	162.119
7	0°	0.0032	0.0011	173	176	179.628
8	0°	0.0032	0.0011	179	180	72.011
9	0°	0.0028	0.0011	160	183	179.446
10	0°	0.0028	0.0011	160	178	268.051
11	0°	0.0026	0.0011	154	189	196.232
12	0°	0.0026	0.0011	150	185	662.706
13	0°	0.0032	0.0009	179	146	248.009
14	0°	0.0032	0.0009	178	143	188.219
15	0°	0.0028	0.0009	166	151	624.521
16	0°	0.0028	0.0009	167	157	1 millón
17	0°	0.0026	0.0009	160	156	406.996
18	0°	0.0026	0.0009	159	152	870.886
19	0°	0.0024	0.0009	151	159	759.229
20	90°	0.0032	0.0015	203	305	19.078
21	90°	0.0032	0.0015	190	291	9.838
22	90°	0.0032	0.0009	196	195	38.376
23	90°	0.0032	0.0009	194	189	65.674
24	90°	0.0028	0.0011	187	229	44.319
25	90°	0.0028	0.0011	184	229	44.800
26	90°	0.0028	0.0009	183	190	158.248
27	90°	0.0028	0.0009	180	194	521.107
28	90°	0.0026	0.0009	174	189	248.540
29	90°	0.0026	0.0009	179	177	95.229
30	90°	0.0026	0.0015	185	298	46.196
31	90°	0.0026	0.0015	184	298	47.996

* τ_a , σ_a = amplitudes de tensiones tangencial y axial en MPa.

Tabla 2. Resultados de los ensayos de fatiga biaxial a amplitud constante, en fase y desfase a 90°.

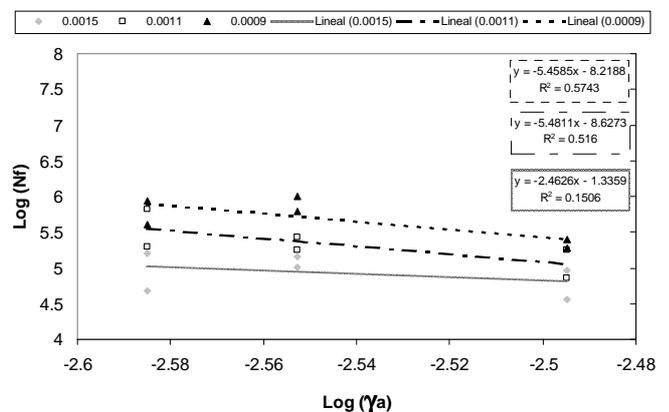


Figura 2. Influencia de la vida N_f del material respecto a la deformación angular para deformación axial fija (en fase 0°).

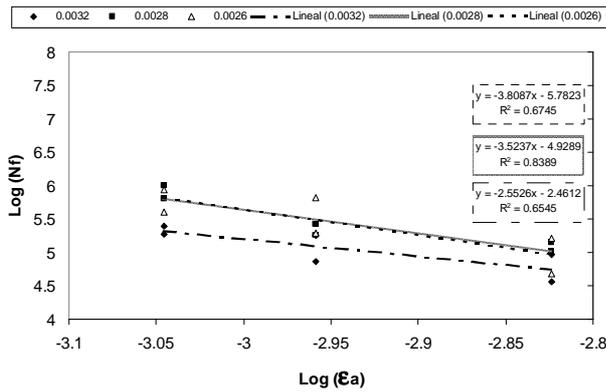


Figura 3. Influencia de la vida N_f del material respecto a la deformación axial para deformación angular fija (en fase 0°).

4.3 Análisis fractográfico del material en condiciones totalmente reversas.

La figura 4 muestra un ejemplo del tipo de grietas obtenidas en los ensayos de fatiga biaxial en fase (0°) y desfase (90°) respectivamente.

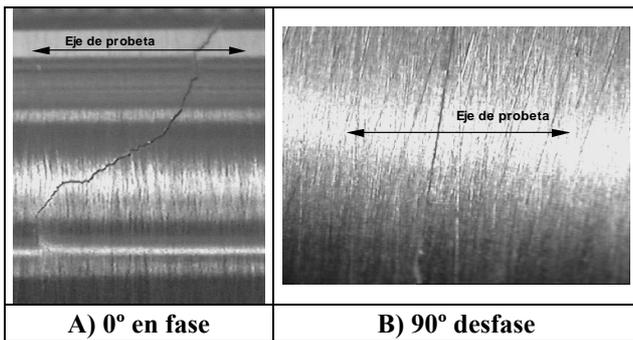


Figura 4. Grieta de ensayo en el caso $\gamma_a = 0.0032$, $\epsilon_a = 0.0009$, $R = -1$: A) $N_f = 188.219$ ciclos y B) $N_f = 65.674$ ciclos.

Las figuras 5a) y 5b) muestran una fotografía de la superficie de rotura en ambos casos analizados en fase y desfase a 90° a los niveles de deformación angular y axial de $\gamma_a = 0.0032$ y $\epsilon_a = 0.0009$. En la mayoría de los casos de ensayo en fase se observa una combinación en la dirección de las grietas [8], al contrario que en el caso del desfase a 90° en el que las grietas aparecen en la dirección perpendicular al eje longitudinal de la probeta. [8].

Por último, la figura 6 muestra una micrografía de la grieta en la zona superior, obtenida por SEM mediante la técnica de electrones dispersados, en la que se observan las estriaciones perpendiculares a la dirección de crecimiento de grieta.

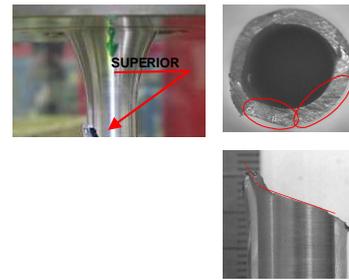


Figura 5a). Probeta ensayada hasta rotura. $\gamma_a = 0.0032$, $\epsilon_a = 0.0009$, 0° en fase, $R = -1$ y $N_f = 188.219$ ciclos.

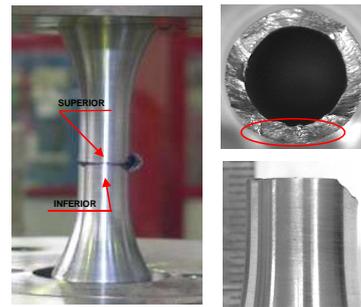


Figura 5b). Probeta ensayada hasta rotura. $\gamma_a = 0.0032$, $\epsilon_a = 0.0009$, 90° desfase, $R = -1$ y $N_f = 65.674$ ciclos.

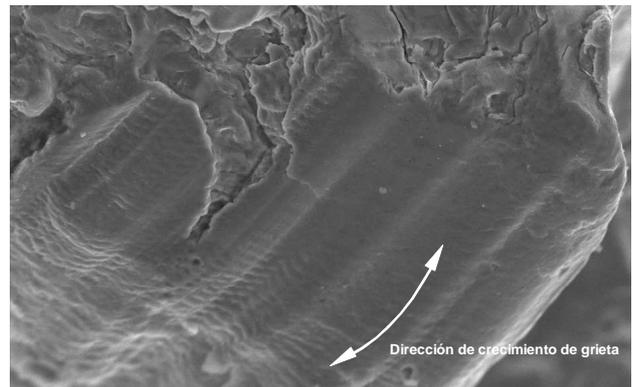


Figura 6. Micrografía obtenida por SEM, $40 \mu m$. $\gamma_a = 0.0032$, $\epsilon_a = 0.0009$ 90° desfase, $R = -1$ y $N_f = 65.674$ ciclos.

5. MODELOS MULTIAXIALES. PREDICCIÓN POR ELEMENTOS FINITOS (MSC-FATIGUE)

Los modelos multiaxiales que se han analizado en este estudio son los denominados modelos basados en plano crítico [2,3,5,6] donde se considera que el daño a fatiga asociado es máximo: Fatemi-Socie (FS), Smith-Watson-Topper (SWT) y Wang-Brown (WB) cuyas predicciones en la vida del material se rigen por mecanismos de cortadura ó tracción. Dichos modelos son además, utilizados para realizar un post-procesado numérico con el programa MSC-FATIGUE con el fin de obtener predicciones de vida que posteriormente

serán comparadas con los resultados obtenidos experimentalmente.

Plano crítico:

Según el modelo propuesto por Fatemi-Socie [2,3,5,6], el parámetro de daño se expresa a partir de la máxima amplitud de deformación angular que ocurre en el plano crítico, siendo dicho plano aquél en el que se maximiza el parámetro de daño expresado en la parte izquierda de la ecuación (4):

$$\frac{\Delta\gamma_{max}}{2} \cdot \left(1 + k \frac{\sigma_{n,max}}{\sigma_y}\right) = \frac{\tau'_f}{G} (2N_f)^b + \gamma'_f \cdot (2N_f)^c \quad (4)$$

Este modelo se basa en que el máximo daño ocurre según mecanismos de cortadura, en el plano de máxima amplitud de deformación angular.

Smith-Watson-Topper [3,5,6] expresa el parámetro de daño según la parte izda. de la ecuación (5):

$$\frac{\Delta\varepsilon_{max} \sigma_{max}}{2} = \frac{(\sigma'_f)^2}{E} (2N_f)^{2b} + \varepsilon'_f \sigma'_f \cdot (2N_f)^{bc} \quad (5)$$

Al contrario que en el caso anterior, este modelo predice que el máximo daño ocurrirá según mecanismos de tracción, en el plano de máxima amplitud de deformación axial.

Wang-Brown [3,5,6] estableció un método que tenía en cuenta la no proporcionalidad de la historia de carga mediante un registro de ciclos rainflow basándose en el comportamiento de endurecimiento por deformación.

$$\frac{\Delta\gamma_{max}}{2} + \cdot S\varepsilon'_n = [1 + \nu + (1 - \nu)S] \frac{\sigma'_f - \sigma_n}{E} (2N_f)^b + (1.5 + 0.5S)\varepsilon'_f \cdot (2N_f)^c \quad (6)$$

Los parámetros k y S dependen de cada material y de los ciclos de vida obtenidos según las expresiones indicadas en (7) y (8) [2,3]:

$$k = \left(\frac{\frac{\tau'_f}{G} (2N_f)^b + \gamma'_f \cdot (2N_f)^c}{(1 + \nu) \cdot \frac{\sigma'_f}{E} \cdot (2N_f)^b + (1 + \nu) \cdot \varepsilon'_f \cdot (2N_f)^c} - 1 \right) \cdot \frac{\sigma_y}{\sigma'_f \cdot (2N_f)^b} \quad (7)$$

$$S = \frac{\frac{\tau'_f}{G} (2N_f)^b + \gamma'_f (2N_f)^c - (1 + \nu) \cdot \frac{\sigma'_f}{E} (2N_f)^b - (1 + \nu) \cdot \varepsilon'_f (2N_f)^c}{(1 - \nu) \cdot \frac{\sigma'_f}{E} (2N_f)^b + (1 - \nu) \cdot \varepsilon'_f (2N_f)^c} \quad (8)$$

Para el cálculo de los parámetros de daño anteriores se obtuvieron, a partir de los datos experimentales, los siguientes valores promedio: k = 0.883 y S = 1.32.

Las figuras 7, 8 y 9 muestran la comparación entre los ciclos de vida obtenidos experimental y numéricamente

según los distintos modelos multiaxiales de plano crítico indicados anteriormente.

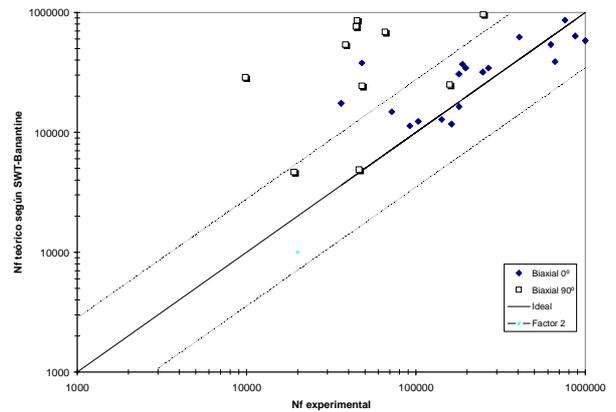


Figura 7. Representación ciclos de vida según Smith-Watson Topper Bannantine frente a ciclos de vida experimental.

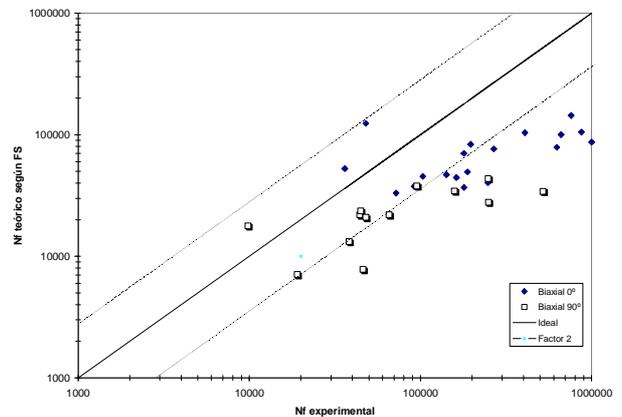


Figura 8. Representación ciclos de vida según Fatemi-Socie frente a ciclos de vida experimental.

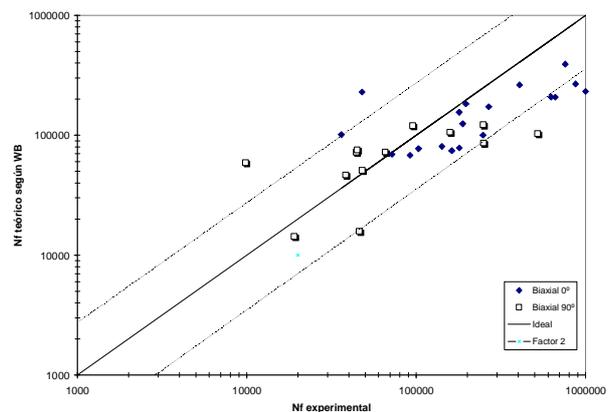


Figura 9. Representación ciclos de vida según Wang-Brown frente a ciclos de vida experimental.

En el caso de historias de deformación en fase (0°), el modelo que mejor define el comportamiento del material es el de SWT, en el que predomina el modo de

fallo a tracción y, por tanto, pudiera explicar la baja influencia de las deformaciones angulares sobre la vida del material observada anteriormente. Para este mismo caso, el modelo de FS, en el que predomina el modo de fallo a cortadura, no ajusta de manera adecuada los resultados obtenidos experimentalmente.

En el caso de historias de deformación en desfase (90°), tanto el modelo de SWT, que sitúa los datos en la zona de riesgo, como el de FS, que los sitúa en una zona muy conservadora, de la misma manera que sucede en fase, no predice adecuadamente la vida del material.

A la vista de la figura 9, el modelo multiaxial establecido por WB es el que establece una mejor relación entre los datos de vida a fatiga experimentales y numéricos tanto para el caso en fase como desfase.

A continuación se presenta un ejemplo del cálculo numérico de los ciclos de vida, según el modelo de SWT realizado mediante el post-procesador MSC-FATIGUE para el caso biaxial en fase:

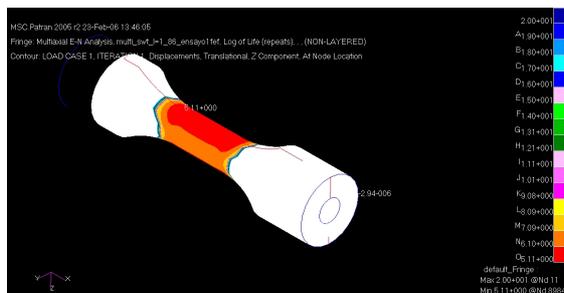


Figura 10. Cálculo numérico de la vida en probeta de acero St52-3N: $\gamma_a = 0.0028$, $\epsilon_a = 0.0015$, 0° en fase, $R = -1$. $N_f t = 128.200$ ciclos. $N_f \text{ exp} = 141.938$ ciclos.

6. CONCLUSIONES

En este trabajo se ha pretendido analizar el comportamiento cíclico bajo estados de deformación biaxiales tracción-torsión en fase y desfase (90°) para un acero estructural de bajo contenido en carbono, el St52-3N. El primer aspecto a resaltar es que la vida del material se redujo en un factor de 3.7 ± 1 del caso de carga en fase respecto al de desfase; así como la menor influencia de la amplitud de deformación angular respecto a la axial, para cargas en fase. Esto es, el material sometido a deformaciones biaxiales (axial-torsión), es más sensible a la deformación axial que a la angular en historias de carga en fase. Este fenómeno explica el hecho de que el modelo de SWT basado en mecanismos de tracción predice mejor la vida bajo dicho estado de carga.

Sin embargo, de los modelos multiaxiales de predicción de vida analizados, el que mejor aproxima los resultados experimentales bajo historias de carga con desfase a 90° es el modelo de WB, el cual considera tanto el parámetro de excursión de deformación, ϵ'_n

como el de la máxima amplitud de deformación angular, $\Delta\gamma_{\max} / 2$.

Según lo observado en el estudio realizado, el acero St52-3N es más sensible al mecanismo de daño por tracción que a cortadura cuando éste es sometido a historias de carga en fase a amplitud constante, mientras que en desfase (90°) han de considerarse ambos modos de fallo.

AGRADECIMIENTOS

Este artículo se enmarca dentro de la línea de investigación en fatiga de materiales metálicos desarrollada por el Area de Mecánica y Nuevos Materiales del ITA, que ha sido financiada parcialmente por el MCyT, dentro del proyecto "Estimaciones de vida en fatiga multiaxial con cargas de amplitud variable" (DPI2002-02581).

REFERENCIAS

- [1] M. Canales, C. Gómez, S. Calvo, J.L. Núñez, J.L. Pelegay, "Estimación del comportamiento a fatiga torsional de un acero estructural", XXIII Encuentro del Grupo Español de Fractura, 2006.
- [2] D. McClaffin, A. Fatemi, "Torsional deformation and fatigue of hardened steel including mean stress and stress gradient effects", International Journal of Fatigue 26 (2004) pp. 773-784
- [3] Darrell F. Socie, Gary B. Marquis, *Multiaxial Fatigue*. SAE International Society of Automotive Engineers, Inc. Warrendale, Pa., 2000.
- [4] Bonacuse P.J., Kalluri S., "Axial-Torsional Fatigue: A Study of Tubular Thickness Effects". Journal of testing and Evaluation, JTEVA, Vol. 2, No.3, May 1993, pp. 160-167.
- [5] M. de Freitas, B. Li, L. Reis. "Analytical and Experimental studies on fatigue crack path under complex multiaxial loading". Anales de Mecánica de la Fractura. Vol. 1 (2004) pp. 415-420.
- [6] Multiaxial Fatigue Theory. MSC. Software. Patran_Documentation. 2005, pp 2-39.
- [7] Norma ASTM E 2207-02: "Standard Practice for Strain-Controlled Axial-Torsional Testing with Thin-Walled Tubular Specimens".
- [8] C. M. Sonsino. "Influence of load and deformation-controlled multiaxial tests on fatigue life to crack initiation". International Journal of Fatigue. Vol. 23, pp. 159-167, 2001.

DISEÑO Y VALIDACIÓN DE UN UTENSILIO PARA ENSAYOS DE TRACCIÓN Y FRACTURA DE PROBETAS SUMERGIDAS EN Zn LÍQUIDO

J. Carpio, J.A. Álvarez, J. A. Casado y F. Gutiérrez-Solana

División de Ciencia e Ingeniería de los Materiales. E.T.S.I. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos. Universidad de Cantabria. Avda. de los Castros, s/n. 39005 Santander, España.

E-mail: alvareja@unican.es

Tfno: 942 20 18 19 Fax: 942 20 18 18

RESUMEN

El presente artículo expone el diseño y validación de un utensilio para la realización de ensayos mecánicos de probetas en disposición horizontal utilizando máquinas de ensayo que aplican cargas verticales. El útil que se desarrolla sirve para realizar ensayos de tracción y de tenacidad a fractura en un baño de Zn fundido a 450°C. El artículo se estructura planteando la necesidad de desarrollar el utensilio específico y, posteriormente, la solución adoptada y su diseño, incluyendo el cálculo de sus dimensiones y distribución de fuerzas. Finalmente, se exponen los ensayos de validación realizados a temperatura ambiente utilizando probetas de tracción de un acero de características conocidas.

ABSTRACT

This paper shows the design and validation of a device for the performance of mechanical tests of specimens disposed in horizontal position when there are testing machines which apply vertical loads. The device is designed and used for tensile and fracture toughness tests of specimens in liquid Zn at 450°C. The paper begins with the formulation of the problem and the specific needed equipment, secondly, the explanation of the proper solution and its design, including dimensional calculation and strength distribution. Finally, room temperature validation tensile test results are shown. The validation specimens were made of known steels.

ÁREAS TEMÁTICAS PROPUESTAS: Técnicas experimentales.

PALABRAS CLAVE: Diseño, validación, tracción, tenacidad, ensayos en Zn líquido.

1. INTRODUCCIÓN

La galvanización en caliente es una técnica utilizada en todo el mundo para la protección frente a la corrosión de elementos estructurales de acero. Consiste en la introducción de la pieza a galvanizar en un baño de Zn líquido, normalmente a 450°C. Durante el proceso se forma una capa de aleaciones Fe-Zn que permite una óptima adherencia del recubrimiento. La protección frente a la corrosión se logra por tres mecanismos [1]:

1º.- La película de compuestos Fe-Zn impide la penetración de agentes oxidantes hasta el acero base.

2º.- Si se produce un desperfecto en el recubrimiento, se forma un par galvánico Fe-Zn, en el que el Zn es el ánodo, con lo que se asegura la protección del acero hasta la oxidación completa del Zn.

3º.- Si existen pequeños huecos en el recubrimiento, los propios productos de oxidación del Zn tienen poder cubriente suficiente para taponarlos, y evitar la prolongación en el tiempo del par galvánico Fe-Zn mencionado en el segundo mecanismo.

De forma ocasional se produce la fisuración durante la galvanización de grandes elementos estructurales, como perfiles o vigas, en puntos que durante el proceso de

fabricación han acumulado tensiones residuales elevadas. Esas fisuras pueden llegar a ser muy grandes y comprometen la integridad estructural del elemento considerado, como se ve en el ejemplo de la figura 1.

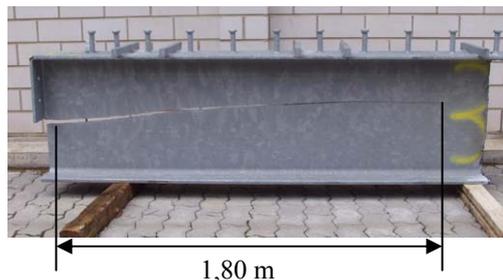


Figura 1. Ejemplo de fallo durante la galvanización.

Debido a que las fisuras aparecen de forma ocasional durante la galvanización, no se conoce exactamente el mecanismo por el que se producen. Por este motivo se están impulsando proyectos de investigación en todo el mundo que descubran y eviten los mecanismos por los que se producen este tipo de fallos [2].

En este esfuerzo investigador, varias empresas y universidades de Europa se han unido en el proyecto FAMEGA (Failure Mechanisms during Galvanizing), financiado en un 60% por la Comisión Europea, con el objeto de establecer los mecanismos por los que ocurren los fallos durante la galvanización y dar recomendaciones a la industria para evitarlos [3].

Uno de los objetivos del trabajo es establecer los micromecanismos de fractura a escala local que se producen en los procesos de fallo durante la galvanización. Para conseguir este fin se deben realizar ensayos de tenacidad a fractura de probetas sumergidas en Zn líquido a la temperatura de galvanización, 450°C.

Las máquinas de ensayos mecánicos más habituales aplican cargas verticales, y las que las aplican en dirección horizontal no suelen tener tamaño suficiente para albergar en su parte inferior un horno que mantenga Zn líquido a 450°C. Por lo tanto, se planteó la necesidad de realizar ensayos con probetas en dirección horizontal con máquinas que aplican cargas en dirección vertical. Además, se debía proteger a esas máquinas del riesgo de contacto con el Zn líquido.

2. SOLUCIÓN DEL PROBLEMA: HORNO DE CRISOL Y UTENSILIO PARA ENSAYOS DE PROBETAS SUMERGIDAS

2.1. Características geométricas

Para resolver el problema técnico planteado, lo primero fue elegir la máquina de ensayos más adecuada para el ensayo que se requería, y determinar el espacio necesario para albergar el recipiente con el Zn fundido y el horno que debía mantenerlo a 450°C.

Se eligió la máquina de ensayos estáticos y dinámicos marca INSTRON, modelo H1730, de 100 kN de capacidad, situada sobre la bancada de ensayos que muestra la figura 2.



Figura 2. Máquina de ensayos estáticos y dinámicos marca INSTRON, modelo H1730.

Debajo del actuador de la máquina de ensayos quedaba disponible un espacio de 108 cm de alto por 93 cm de ancho. La dimensión de la longitud quedaba totalmente libre. En este espacio se debía disponer un horno para fundir el Zn y el utensilio que debía transformar las cargas verticales que aplica la máquina en esfuerzos horizontales.

El horno de fundición es un horno de crisol para fusión de metales de bajo punto de fusión (hasta 600°C). Una fotografía del mismo se muestra en la figura 3. Su forma es cilíndrica y sus dimensiones externas son 55 cm de altura y 42 cm de diámetro. El espacio que queda libre en su interior para un crisol es de 42 cm de altura y 24 cm de diámetro. Para galvanizar se utiliza un crisol de 15 cm de altura externa y 24 cm de diámetro, que puede albergar 48 kg de baño. Las probetas sometidas a galvanización en este horno sufren los tratamientos previos habituales en la industria (lavado, decapado y mordentado o fluxado) [4].



Figura 3. Horno de crisol para fundición de Zn.

Dadas las dimensiones del horno, restan 53 cm de altura para albergar un utensilio para transformar cargas verticales en horizontales. Ese utensilio, además de la restricción de tamaño, debe cumplir los siguientes requisitos adicionales [5]:

- Transmitir de forma equilibrada la carga vertical sobre los dos lados de la probeta, minimizando las pérdidas por rozamiento.
- El material del utensilio debe tener propiedades mecánicas apropiadas a 450°C, la temperatura de galvanización.
- Alta rigidez respecto a la probeta.
- La carga aplicada a la probeta debe ser fácilmente medible en cualquier momento a partir del dato de la célula de carga del actuador de la máquina de ensayos.
- Debe permitir la colocación de un extensómetro o un COD para la medición del alargamiento o apertura de las probetas.
- Su manejo debe ser sencillo, con capacidad de adaptación tanto a los diferentes ensayos de tenacidad a fractura previstos, admitiendo la modificación de alguna condición del ensayo (temperatura, ambiente agresivo, etc.) sin que el empleo del utensilio se vea perjudicado.

La solución adoptada consiste en el diseño y fabricación del utensilio representado en las figuras 4 y 5. Se trata de dos brazos metálicos a modo de compás, sujetos en su parte superior por un eje, y a los que se acopla en su parte inferior sendas barras en forma de C, de sección cuadrada, que irán unidas a probetas axilsimétricas (probeta de tracción con una entalla en la parte central) o CT, según el ensayo. De esta forma, la única parte del utensilio que irá sumergida en Zn líquido será la probeta y la parte de las barras en forma de C unida a ella.

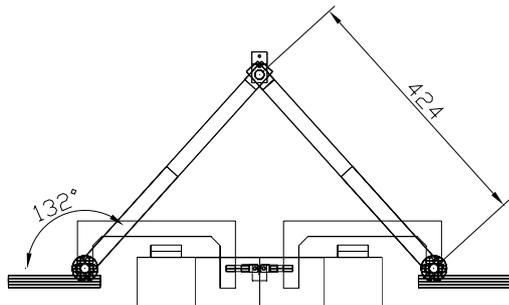


Figura 4. Alzado del utensilio de ensayo en Zn líquido, dispuesto encima del horno y con una probeta CT unida a él.

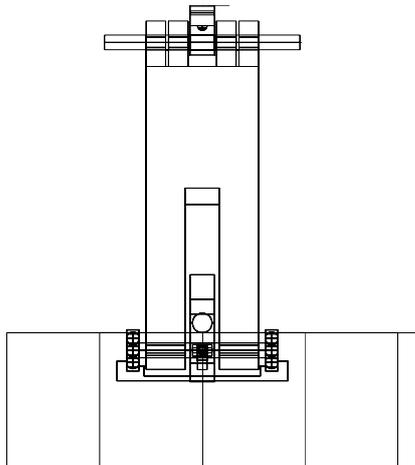


Figura 5. Perfil del utensilio de ensayo sobre Zn líquido, situado sobre el horno de crisol.

Los brazos del “compás” se unirán a las barras en forma de C por un bulón con rodamientos que se posarán sobre una superficie metálica con carriles forrados con Teflón® (politetrafluoroetileno, o PTFE) que facilitarán el deslizamiento de la parte inferior del utensilio con el mínimo rozamiento posible. El bulón de los rodamientos y la línea de carga de las probetas han de ir situados a la misma altura para evitar modos de tensión diferentes al modo I durante los ensayos.

La unión de la probeta axilsimétrica con el utensilio es directa, mediante un agujero roscado con la métrica adecuada en las barras con forma de C del utensilio,

mientras que para unir la probeta CT y sus horquillas normalizadas al utensilio hacen falta adaptadores con roscas de métrica adecuada. Obsérvense dichas uniones en las fotografías de las figuras 6 y 7, en las que aparece el utensilio ya fabricado.



Figura 6. Fotografía del utensilio de ensayo en Zn líquido con una probeta axilsimétrica unida a él.



Figura 7. Fotografía del utensilio de ensayo en Zn líquido con una probeta CT unida a él.

El material utilizado para la fabricación del utensilio fue el acero resistente a altas temperaturas UNE-EN 10028-2 X10CrMoVNb 9-1 +NT (1.4903), cuyo límite elástico para la temperatura de galvanización (450°C) es de 349 MPa.

2.2. Cálculo de esfuerzos

Una vez conocidas las características básicas del utensilio para ensayos en Zn líquido, hay que calcular la fuerza resultante en la probeta para cualquier esfuerzo aplicado por la máquina de ensayos en la parte superior del utensilio. El cálculo se ha realizado a través del diagrama de fuerzas de la figura 8.

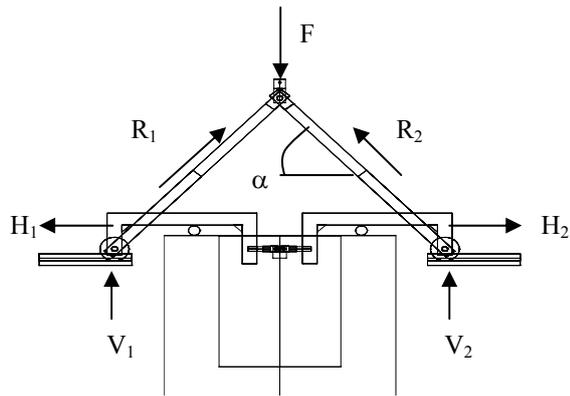


Figura 8. Diagrama de fuerzas del utensilio de ensayo en Zn líquido.

Los cálculos dan como resultado que la fuerza $R = R_1 = R_2$ a lo largo de cada brazo del compás, y la resultante horizontal $H = H_1 = H_2$ que actúa sobre la probeta se expresan según las ecuaciones (1) y (2):

$$R = \frac{F}{2 \cdot \text{sen} \alpha} \quad (1)$$

$$H = \frac{F}{2 \cdot \text{tan} \alpha} \quad (2)$$

Donde α es el ángulo que forman los brazos del compás con la horizontal.

Los últimos detalles críticos en el diseño del utensilio son, por un lado, la comprobación de que no hay plastificación en los puntos de unión de los brazos del "compás", la barra en forma de C y los ejes y, por otro, la comprobación de que la barra en forma de C no flexa para las cargas previstas en los ensayos.

Se analizaron las condiciones de no plastificación que se deben cumplir las secciones más críticas en una unión de un brazo del utensilio con un eje tal como la de la figura 9.

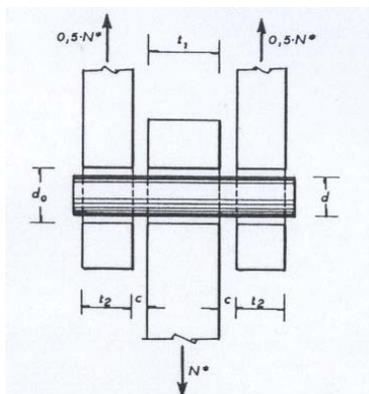


Figura 9. Ejemplo de unión de un brazo y de una barra en forma de C con un eje en el utensilio de ensayo.

Los elementos más críticos son los bulones y la horquilla de unión de los mismos con el brazo. Se han determinado las tensiones cortantes y de flexión sobre dichos elementos siguiendo los procedimientos del Eurocódigo 3 [6]. Las comprobaciones realizadas son las siguientes:

- a) Plastificación de bulón: Los esfuerzos combinados que se generan en el bulón, el cortante Q y el flector M , deben cumplir la condición siguiente:

$$\left(\frac{M}{M_{u,b}} \right)^2 + \left(\frac{Q}{Q_{u,b}} \right)^2 \leq 1 \quad (3)$$

Donde:

$$Q = 0,5 \cdot N$$

$$M = N \cdot (t_1 + 4c + 2t_2) / 8$$

$M_{u,b} = 0,8 \cdot W_{el} \cdot f_y / \gamma_{Mp}$, momento de agotamiento del bulón.

$Q_{u,b} = 0,8 \cdot A \cdot f_{u,b} / \gamma_{Mp}$, cortante de agotamiento del bulón.

W_{el} módulo resistente elástico de la sección del bulón

A área de la sección del bulón

γ_{Mp} coeficiente de seguridad del bulón = 1,25

f_y límite del bulón

$f_{u,b}$ tensión de rotura del bulón

- b) Aplastamiento entre la placa y el bulón:

$$N < \frac{1,5 \cdot t \cdot d \cdot f_y}{\gamma_{Mp}} \quad (4)$$

Donde:

t el menor valor entre t_1 y $2 \cdot t_2$ en la figura 9

f_y límite elástico del acero de la placa.

Y la condición que se debe cumplir para que no flexa la barra en forma de C en sus esquinas (véase figura 10) es la que se muestra en la ecuación (5):

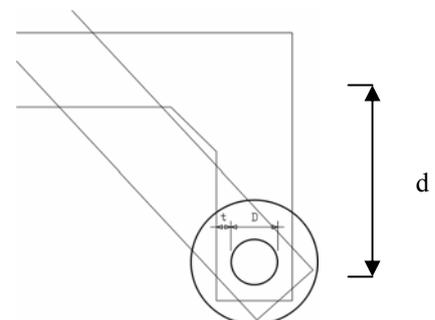


Figura 10. Esquema de un extremo de la barra cuadrada en forma de C.

$$\sigma = \frac{M}{I} \cdot y \leq \sigma_y \quad (5)$$

Donde:

- σ = Tensión que sufre la barra en forma de C.
- I = Momento de inercia.
- y = Fibra más alejada
- M = Momento que sufre la barra, calculado por:
- $M = H \cdot d$, siendo d la distancia indicada en la Figura 10.

Una vez dimensionado el utensilio y comprobadas las condiciones críticas de diseño mencionadas en este capítulo, se ha de realizar la validación con ensayos sobre un acero de características conocidas.

3. VALIDACIÓN DEL UTENSILIO DE ENSAYO PARA PROBETAS SUMERGIDAS

Para validar el utensilio se procedió a ensayar al aire probetas de tracción en una máquina de ensayos universales convencional, y se compararon los resultados obtenidos con los de los realizados en las mismas condiciones [7] con el utensilio de ensayo para probetas sumergidas. Se ensayaron 2 aceros diferentes:

- Acero EN 10025-3 S460N: Se trata de un acero al carbono estructural normalizado del que se han ensayado 3 probetas con máquina convencional y 3 con el utensilio.
- Acero EN 10025-4 S355ML: Se trata de un acero estructural termomecanizado y bajo en carbono del que se han ensayado 3 probetas con máquina convencional y 2 con utensilio.

El dispositivo de ensayo implementado es el mostrado en la figura 11. Se ha sustituido el horno que se utilizará en ensayos en Zn líquido por una viga horizontal de apoyo. El extensómetro se ha colocado de la misma forma que una máquina de ensayos convencional.



Figura 11. Dispositivo para la validación del utensilio de ensayo en Zn líquido.

Los resultados obtenidos para el acero S460N, junto con su error, se muestran en la figura 12 y tabla 1. Las probetas S460N-B1 a B3 son las ensayadas con máquina convencional, y las probetas S460N-B4 a B6 las ensayadas con el utensilio.

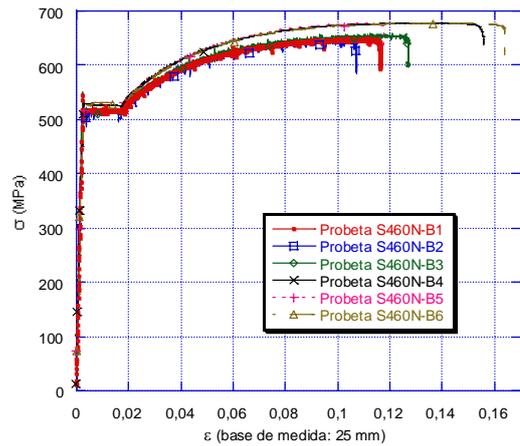


Figura 12. Gráfico tensión-deformación de los ensayos de validación del utensilio con el acero S460N.

Ensayos acero S460N	Conven-cional	Con utensilio	Factor corrección
Límite elástico (Media, MPa)	512 ± 4	532 ± 3	0,96 ± 0,02
Carga máxima (Media, MPa)	648 ± 6	672 ± 1	0,96± 0,01

Tabla 1. Resultados de la validación del utensilio para el acero S460N.

Las diferencias obtenidas en los resultados de los ensayos realizados con los dos métodos se deben a los rozamientos existentes entre los elementos del utensilio. Se aprecia, no obstante, que el factor de corrección que reproduce los datos de referencia es 0,96.

En la figura 13 y la tabla 2 se muestran los ensayos correspondientes al acero S355ML. Las probetas S355ML-B1 a B3 son las ensayadas en máquina convencional y las probetas S355ML-B4 y B5 son las ensayadas con el nuevo sistema.

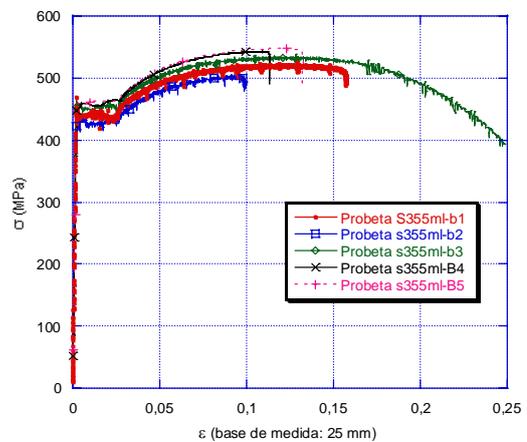


Figura 13. Gráfico tensión-deformación de los ensayos de validación del utensilio con el acero S355ML.

Ensayos acero S355ML	Convencional	Con utensilio	Factor corrección
Límite elástico (Media, MPa)	441 ± 10	460 ± 2	0,96 ± 0,03
Carga máxima (Media, MPa)	519 ± 15	544 ± 3	0,95 ± 0,04

Tabla 2. Resultados de la validación del utensilio para el acero S355ML.

Aunque los resultados de los ensayos realizados para el acero S355ML presentan mayor dispersión, el factor de corrección se sigue situando en torno a 0,96.

4. CONCLUSIONES Y APLICACIONES FUTURAS

En este artículo se han mostrado el diseño y validación de un útil para ensayos mecánicos de probetas que han de estar sumergidas horizontalmente en un medio agresivo, en este caso Zn líquido, cuando no se dispone de una máquina adecuada de tracción horizontal.

En la validación se han reproducido las mismas cargas con el montaje diseñado que con las máquinas de ensayo convencionales, aplicando un factor de corrección de 0,96 debido al rozamiento entre los distintos elementos del utensilio.

El utensilio diseñado se puede adaptar a ensayos en otros ambientes agresivos, como metales líquidos distintos al Zn (Hg, Pb, Sn, etc), disoluciones ácidas, básicas u otro tipo de disoluciones corrosivas.

El útil es susceptible de mejora para evitar tensiones en direcciones no deseadas, mediante la incorporación de rótulas en las uniones de la barra en forma de C con las probetas.

AGRADECIMIENTOS

Los trabajos realizados en este artículo se encuadran en el proyecto “*Failure Mechanisms during Galvanising (FAMEGA)*”, proyecto RFS-CR-03021 de la “*Research Foundation for Coal and Steel*” financiado por la Comisión Europea y participado por las siguientes entidades: Universidad de Cantabria (E), Technische Universität Kaiserslautern (D), ProfilARBED Researches (L), CORUS RDT (UK), Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen (D) y Ingenieurbüro für Werkstofftechnik Aachen (D).

A su vez, el proyecto FAMEGA recibe financiación del Ministerio de Educación y Ciencia de España, mediante las dos siguientes vías:

La beca de Formación de Profesorado Universitario AP2003-3153.

Acción Complementaria del Programa Nacional de Cooperación Internacional de Ciencia y Tecnología de referencia MAT2004-20387-E.

Los autores agradecen al personal del LADICIM (Lab. de Ciencia e Ing. de los Materiales de la Universidad de Cantabria) la ayuda prestada. También agradecen a los ingenieros técnicos Dña. Amelia González Terán, D. Alejandro Lanza Fernández y D. Raúl Cabieces Arroyo su aportación al diseño y validación del horno y del utensilio de ensayo.

REFERENCIAS

- [1] “*Galvanización en caliente. Fichas técnicas*”. ATEG. Madrid, 1999. Ficha técnica 1.1.
- [2] Kinstler, T.J. “*Current Knowledge of the Cracking of Steels during Galvanizing. A Synthesis of the Available Technical Literature and Collective Experience of the American Institute of Steel Construction*”. 79 páginas. En la página web http://www.aisc.org/Content/ContentGroups/Engineering_and_Research/Research1/Final5906.pdf. Galvascience LLC. Springville, USA, 2005.
- [3] Slater, S., Donnay, B., Pinger, T., Langenberg, P., Bleck, W., Gutiérrez-Solana, F. “*Failure Mechanisms during Galvanising. RFCS Agreement number RFS-CR-03021. Technical Report No. 1*”. Informe técnico para la Comisión Europea. Luxemburgo, 2004. pp. 1-13.
- [4] WETZEL, D. “*Batch hot dip galvanized coatings*”. In “*ASM Handbook. Volume 5: Surface Engineering*”. ASM International. Materials Park, Ohio, USA, 1994. pp. 360-371.
- [5] González Terán, A. “*Diseño y puesta a punto del utensilio para los ensayos uniaxiales en Zn líquido correspondientes al proyecto FAMEGA*”. Proyecto Fin de Carrera de Ing. Téc. Industrial, especialidad de Mecánica. E.T.S.I. Industriales y de Telecomunicación. Universidad de Cantabria. Santander, Octubre 2004. Pp. 61-76.
- [6] Eurocódigo 3. “*Proyecto de Estructuras de Acero. Parte 1.1.*” AENOR. Madrid, 1996.
- [7] Lanza, A. “*Caracterización mecánica de aceros estructurales y validación del utensilio para los ensayos uniaxiales en zinc líquido correspondientes al proyecto FAMEGA*”. Proyecto Fin de Carrera de Ing. Téc. Industrial, especialidad de Mecánica. E.T.S.I. Industriales y de Telecomunicación. Universidad de Cantabria. Santander, Febrero 2006. Pp. 40-43 y 124-126.

DETERMINACIÓN DEL CRECIMIENTO DE FISURA MEDIANTE TÉCNICAS TERMOGRÁFICAS DE INFRARROJOS

I. Carrascal, R. Lacalle, J.A. Casado y J.A. Álvarez

Departamento de Ciencia e Ingeniería del Terreno y de los Materiales
E.T.S de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos. Universidad de Cantabria
Avenida de los Castros s/n 39005 Santander

Resumen. Buena parte de los ensayos relacionados con la Mecánica de la Fractura requieren del control continuo del tamaño de una grieta. Habitualmente este control se ha venido realizando por métodos basados en diferencias de potencial eléctrico o mediante correlaciones del tamaño de fisura con la flexibilidad de la probeta.

Basándose en el incremento de temperatura que experimenta el fondo de una fisura por acción de la concentración de tensiones, es posible, mediante el empleo de técnicas termográficas de infrarrojos, cuantificar el avance de una grieta. De esta forma, en el presente trabajo se ha caracterizado el comportamiento a fatiga de una poliamida, determinando la velocidad de crecimiento de fisura con la ayuda de instrumentos termográficos, contrastando los valores obtenidos siguiendo esta metodología con los resultantes de emplear las técnicas de medida convencionales.

Abstract. A large number of Fracture Mechanics tests require the continuous control of crack length. This control has usually been performed using methods based on electric potential differences or by means of correlations between crack length and the compliance of the specimen.

Bearing in mind that the crack tip undergoes a temperature rise due to stress concentration, it is possible, using infrared thermographic techniques, to quantify the crack growth. Thus, in this paper, the fatigue behaviour of a polyamide has been characterised by determining the crack growth rate with the aid of thermographic tools, and finally the values obtained by means of this methodology have been compared with those resulting from the use of conventional measurement techniques.

1. INTRODUCCIÓN

Para seguir la evolución del crecimiento de una fisura en un proceso de fatiga lo habitual es emplear métodos indirectos basados en el estudio de la variación de la flexibilidad o de potencial eléctrico. La medida directa por medios ópticos plantea la dificultad de establecer cual es realmente la situación del fondo de fisura.

En este trabajo se plantea la posibilidad de medir el tamaño de fisura de forma directa, pero no a través de la radiación visible, detectada por nuestros ojos, sino a través de radiaciones infrarrojas emitidas por el fondo de fisura en su calentamiento a lo largo del proceso de fatiga.

La principal fuente de radiación infrarroja es el calor o radiación térmica. Cualquier objeto que tenga una temperatura por encima del cero absoluto, 0 K ó -273.15 °C, emite una radiación en la zona de infrarrojos del espectro electromagnético. Cuanto más caliente esté el objeto, mayor cantidad de radiación infrarroja emitirá.

Esta energía proveniente de un objeto se puede enfocar por un conjunto de lentes sobre un detector de infrarrojos. Éste envía la información a un sensor electrónico que convierte los datos recibidos en una imagen que puede ser vista en un monitor estándar. Esta técnica se denomina termografía por infrarrojos y se define como el arte de transformar una imagen de infrarrojos en una imagen radiométrica, que además permite leer los valores de las temperaturas de la imagen.

La termografía ha sido una herramienta empleada en la detección de defectos generados en procesos de fatiga, así como, en la determinación del grado de daño acumulado en los mismos [1-4].

A partir de la termografía infrarroja y la variación de temperaturas existente en el contorno del fondo de fisura se desarrolla en este trabajo un modelo que permite seguir la evolución del tamaño de fisura en el tiempo empleando una técnica a distancia, no destructiva y sin ningún contacto con la muestra ensayada.

Aprovechando el modelo desarrollado se ha caracterizado el comportamiento a fatiga de una poliamida, determinando la velocidad de crecimiento de fisura con la ayuda de instrumentos termográficos, contrastando los valores obtenidos siguiendo esta metodología con los resultantes de emplear las técnicas de medida convencionales.

2. EVOLUCIÓN TÉRMICA ASOCIADA AL COMPORTAMIENTO DINÁMICO DE UN POLÍMERO

El incremento térmico sufrido por un polímero como consecuencia de un proceso de fatiga se ha estudiado desde el punto de vista termodinámico. Para ello se han establecido varios modelos de calentamiento térmico en base al balance entre la generación de energía de histéresis durante el proceso dinámico y el calor disipado a los alrededores, cuando un polímero es sometido a fatiga [5]. La ecuación general que presenta la diferencia de temperatura entre el ambiente y la muestra se expresa como:

$$\Delta T = f\left(\dot{Q}, \frac{V}{S}\right) \quad (1)$$

Esta ecuación pone de manifiesto que dicha diferencia se incrementa con el volumen de la muestra (V) y se reduce, principalmente, con la superficie de la probeta (S).

El factor \dot{Q} representa la velocidad de disipación de energía de histéresis en forma de calor por ciclo y por unidad de volumen durante su vida en fatiga y viene dado según la relación [6]:

$$\dot{Q} = \pi \cdot D''(v, T) \cdot \sigma_0^2 \quad (2)$$

siendo $D''(v, T)$ la parte imaginaria de la acomodación compleja, D^* , definida a través de la siguiente expresión:

$$D^* = \frac{1}{E^*} = \frac{1}{E} \cdot e^{-i\delta} = D \cdot e^{-i\delta} = D \cdot \cos \delta - iD \cdot \text{sen} \delta = D' - iD'' \quad (3)$$

La expresión (3) expresada en función de E' y E'' queda:

$$D^* = \frac{1}{E^2} (E' \cdot \cos \delta - iE' \cdot \text{sen} \delta) = \frac{E' - iE''}{E^2} \quad (4)$$

Donde E^* es el módulo de elasticidad complejo y δ el ángulo de desfase entre la señal de tensión y la deformación. Observando la expresión anterior se comprueba que D'' , y por lo tanto \dot{Q} , resulta proporcional a E'' , que a su vez es proporcional a la energía disipada en forma de calor.

Estudios experimentales desarrollados [7] muestran un buen grado de acuerdo con el modelo de calentamiento termodinámico previamente establecido, y corroboran la fuerte sensibilidad al aumento de temperatura en el material con la frecuencia y la tensión máxima aplicada sobre el mismo.

Si prevalecen las condiciones adiabáticas, esto es, todo el calor generado en el polímero se manifiesta como incremento de temperatura en el mismo y no se transfiere nada al entorno, entonces la velocidad de cambio de temperatura en el material viene dada por la expresión:

$$\frac{dT}{dt} = \frac{\dot{Q}}{\rho \cdot C_p} = \frac{\pi \cdot v \cdot D''(\omega) \cdot \sigma_0^2}{\rho \cdot C_p} \quad (5)$$

siendo ρ y C_p la densidad y el calor específico por unidad de masa del material, respectivamente.

En el caso más general, algo de calor se transfiere a los alrededores. Si T y T_0 son las temperaturas instantáneas de la probeta y del ambiente, respectivamente, la ecuación anterior puede modificarse para considerar la pérdida de calor a través de la superficie S , obteniéndose una expresión de la forma:

$$\frac{dT}{dt} = \frac{\pi \cdot v \cdot D''(\omega) \cdot \sigma_0^2}{\rho \cdot C_p} - \frac{H \cdot S}{\rho \cdot C_p \cdot V} \cdot (T - T_0) \quad (6)$$

donde S representa el área de la superficie, V el volumen de la probeta ensayada y H el coeficiente de transferencia de calor al entorno desde la superficie de la muestra.

Como se puede comprobar tanto en la expresión (5) como en la (6), el incremento de temperatura sufrido por un polímero en un proceso de fatiga es función de la tensión elevada al cuadrado, por tanto, ante la presencia de un defecto, como puede ser una fisura, donde se producen concentraciones de tensión, este incremento se verá intensificado respecto a su contorno y podrá ser identificado por una cámara termográfica.

3. MATERIAL DE ENSAYO

El material seleccionado para este trabajo ha sido una Poliamida 6 con un módulo de elasticidad de 2,7 GPa. Se mecanizó una probeta CT de 11.2 mm de espesor [8], cuyas dimensiones y aspecto se reflejan en las Figuras 1 y 2, respectivamente.

Sobre la probeta se realizó una entalla de 2 mm, aproximadamente, por medio de una cuchilla sujeta al cabezal móvil de la máquina de ensayo. Posteriormente, la probeta se sometió a un proceso de pre-fisuración.

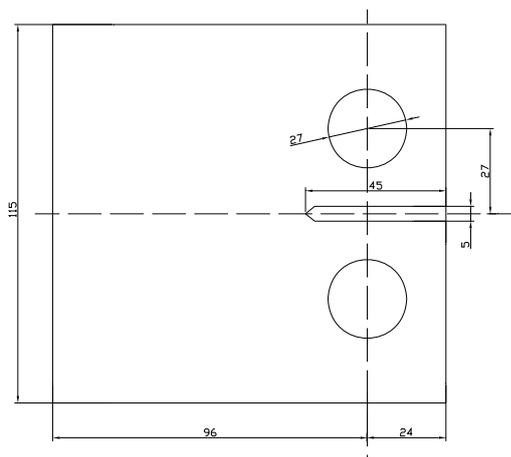


Fig. 1. Dimensiones de la probeta CT (B = 11.2 mm)

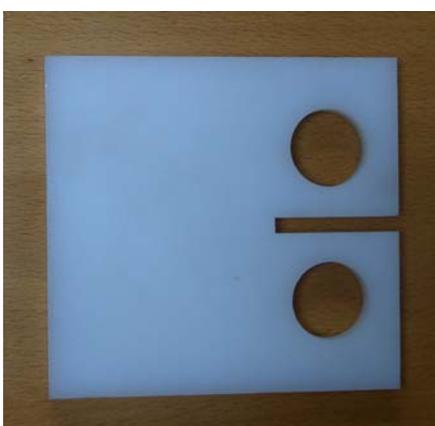


Fig. 2. Aspecto de la probeta CT

4. METODOLOGÍA EXPERIMENTAL

4.1. Equipamiento

Para la realización del ensayo de fatiga se empleó una máquina universal de ensayos servohidráulica con una capacidad de ± 100 kN, mientras que para la medida de la apertura de la probeta se empleó un extensómetro COD de ± 6 mm de recorrido.

Las medidas de temperatura se realizaron con una cámara termográfica por infrarrojos IRISYS (InfraRed Integrated Systems) Universal thermal Imager, Type IR 1011 con una resolución de 128x128 puntos, junto con el software propio IRISYS 1011 Imager software.

La medida de la fisura final tras la rotura se realizó por medio de una maquina de medir por coordenadas tridimensional dotada de un sistema óptico de medida.

El dispositivo de ensayo es el que se refleja en la Figura 3, donde se aprecia la colocación de la cámara termográfica para el seguimiento de la evolución de la fisura.

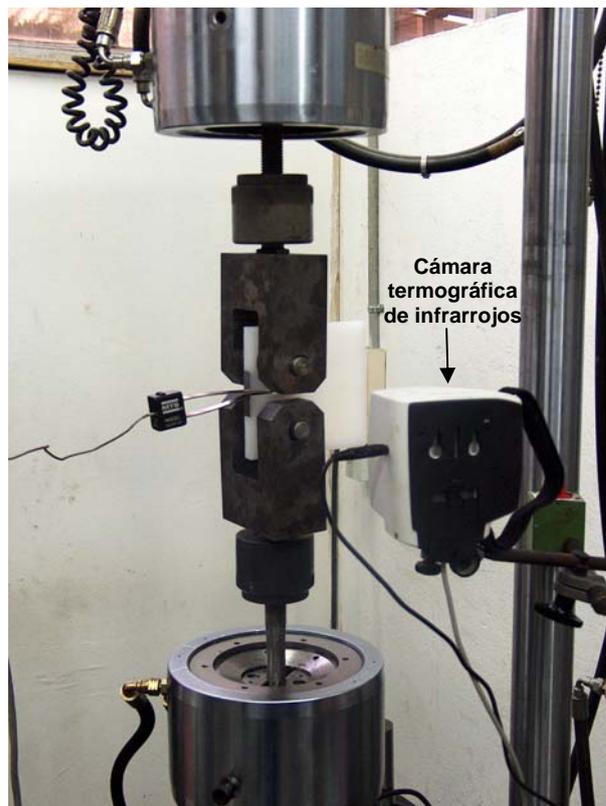


Fig. 3. Dispositivo de ensayo

4.2. Calibración

El software propio de la cámara termográfica permite monitorizar en tiempo real la temperatura de 10 puntos de la matriz de 128x128. Estos puntos seleccionados serán denominados “sondas” y se identificarán como S1 a S9.

Para conocer la distancia exacta entre las distintas sondas empleadas se realizó una operación previa de calibración consistente en la medida de una pieza de geometría conocida. Para ello se introdujo una pieza cerámica cuadrada de 38.6 mm de largo en una estufa a 100 °C y posteriormente se visualizó a través de la cámara termográfica manteniéndola a la misma distancia que la probeta durante el ensayo.

El resultado se refleja en la Figura 4 y en ella se puede observar que a lo largo del patrón se pueden colocar 13 sondas por lo el tamaño de cada una de ellas será de 3.2x3.2 mm².

4.3. Medida

Se distribuyen uniformemente sobre la zona de estudio las sondas, de forma que la distancia relativa entre ellas sea un parámetro conocido. Las sondas se colocan en el camino más probable a seguir por la fisura en su avance.

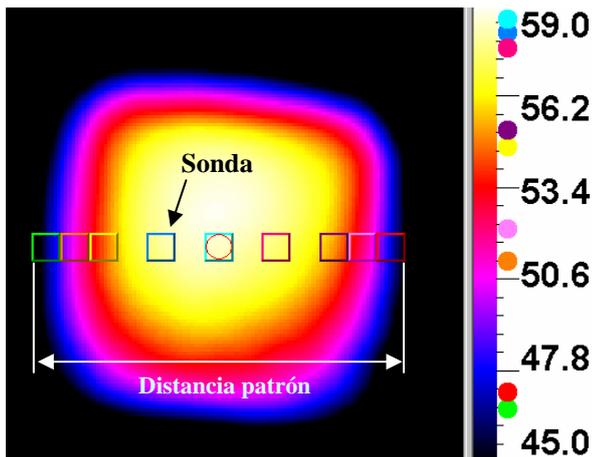


Fig. 4 Calibración de la cámara

Inicialmente se realiza una fatiga para conseguir una fisura con un tamaño en torno a los 30 mm. Como se partía de una fisura inicial de 21.22 mm, la probeta se fatigó durante 80.000 ciclos hasta incrementar su longitud en 10 mm aproximadamente.

A partir de este momento la cámara termográfica se enfocó sobre el fondo de fisura, zona con mayor temperatura de la probeta. Se hace coincidir el fondo de fisura con la sonda situada más a la izquierda, para de esta forma, aprovechar al máximo el campo disponible. Como puede verse en la Figura 5 el gradiente de temperatura existente entre el fondo de fisura y la parte más fría de la probeta se sitúa en torno a 5 °C.

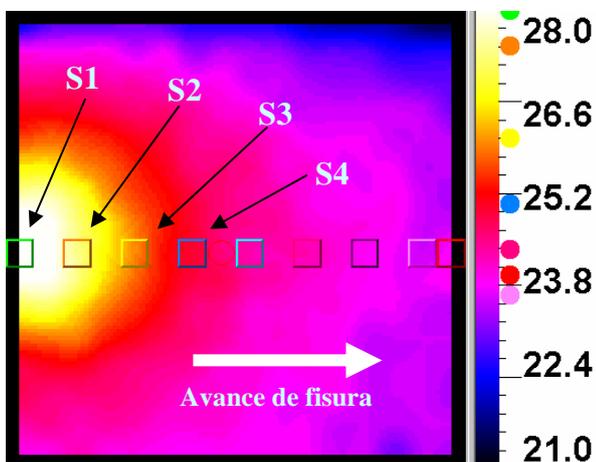


Fig. 5 Localización inicial del fondo de fisura

A medida que transcurre el ensayo la fisura va creciendo, el fondo de fisura va avanzando y eso se traduce para la imagen termográfica en que la zona de mayor temperatura se va desplazando hacia la derecha (Figura 6).

La representación en tiempo real de la temperatura registrada por cada una de las sondas es una curva creciente mientras el fondo de fisura se dirige hacia la sonda, que alcanza su valor máximo cuando el fondo de fisura alcanza la sonda. La curva se vuelve decreciente

una vez que la sonda ha sido atravesada y el fondo de fisura se aleja de ella, enfriándose la zona donde estaba situada.

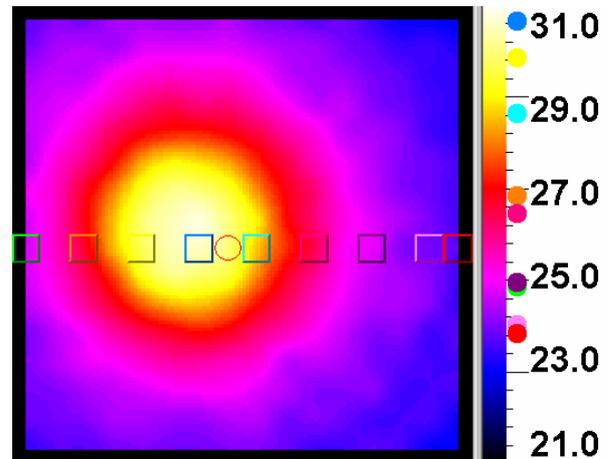


Fig. 6 Localización intermedia del fondo de fisura

Una vez finalizado el ensayo se conoce en qué ciclo el fondo de fisura alcanzó las diferentes sondas colocadas a tal efecto, pero se desconoce la longitud de fisura para cada situación, ya que la calibración realizada no supone una localización global de la fisura sobre la probeta. Para traducir el paso del fondo de fisura por cada una de las sondas se realiza una última operación a posteriori sobre la probeta rota, la medición del tamaño de fisura junto antes de la rotura, a_f . Esta longitud se obtiene como media de 6 medidas uniformemente distribuidas a lo largo de toda el espesor de la probeta y tomadas por medio de una máquina tridimensional de medir por coordenadas por visión sin contacto (Figura 7). El resultado obtenido en este caso fue de $a_f = 57.12\text{mm}$.

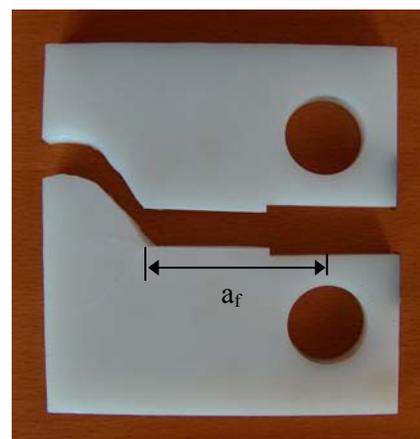


Fig. 7 Aspecto de la probeta tras la rotura

Conocido el valor final de la fisura, la sonda en la que se encontraba la fisura en el momento del fallo, la distancia entre las diferentes sondas y el ciclo en el que se encontraba el fondo de fisura en cada sonda, se realiza un proceso inverso para asignar un tamaño de fisura a cada número de ciclo empezando por la última de las sondas atravesadas y terminado en la primera.

4. RESULTADOS Y ANÁLISIS

En el gráfico de la Figura 8 se representa la evolución de la flexibilidad de la probeta durante el ensayo, diferenciando los primeros 80.000 ciclos como prefisuración y a partir de ese momento el comienzo de la medida de la temperatura del fondo de fisura para definir la evolución del crecimiento de fisura en función del número de ciclos.

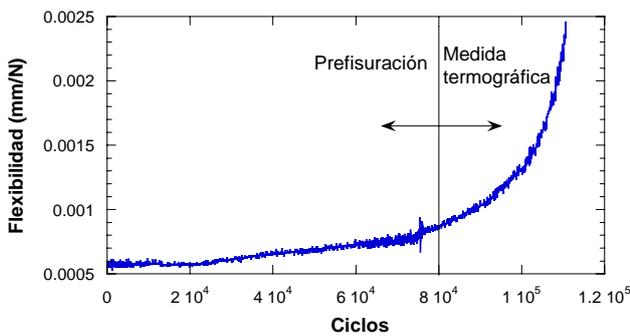


Fig. 8 Evolución de la flexibilidad de la probeta en función del número de ciclos

A partir de la evolución de la flexibilidad se puede estimar el crecimiento de fisura aplicando la siguiente expresión [8]:

$$\frac{a}{W} = C_0 + C_1 u_x + C_2 u_x^2 + C_3 u_x^3 + C_4 u_x^4 + C_5 u_x^5 \quad (7)$$

donde: $x/W = -0.250$; $C_0 = 1.0010$; $C_1 = -4.6695$; $C_2 = 18.460$; $C_3 = -236.82$; $C_4 = 1214.9$; $C_5 = -2143.6$ y u_x viene dado por la expresión:

$$u_x = \left\{ \left[\frac{EvB}{P} \right] + 1 \right\}^{-1} \quad (8)$$

siendo v/P la flexibilidad.

En la Figura 9 se representa el crecimiento de fisura obtenido indirectamente a partir de la flexibilidad de la probeta.

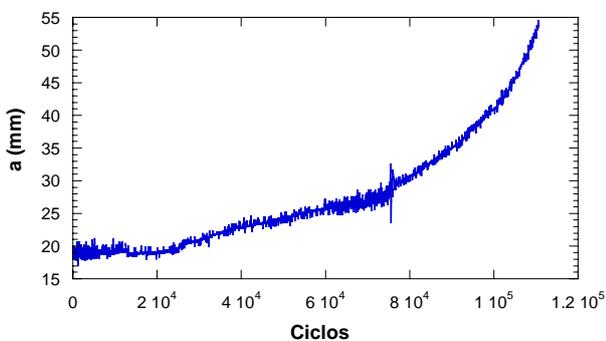


Fig. 9 Evolución de la fisura de la probeta estimada a partir de la flexibilidad en función del número de ciclos

Los datos de temperatura obtenidos por termografía se representan en la Figura 10 para cada una de las sondas

colocadas. Se puede comprobar que la temperatura muestra el comportamiento explicado anteriormente, es creciente mientras el frente de fisura se acerca a la sonda, alcanza el máximo justo en el instante en el que el fondo de fisura está situado sobre la sonda y se vuelve decreciente a medida que el frente se aleja de la sonda.

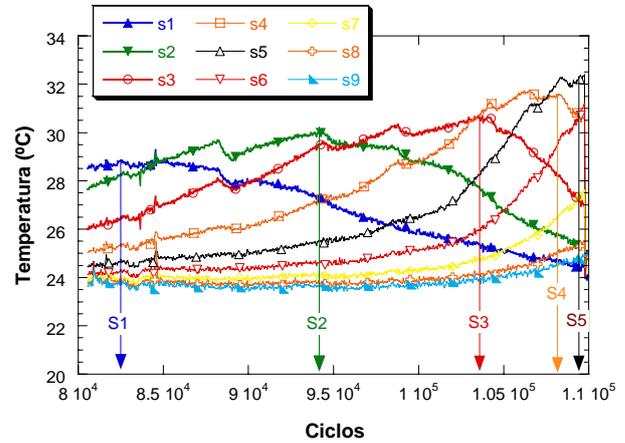


Fig. 10 Temperatura de las sondas en función del número de ciclos

En dicha figura se desarrolla la metodología para identificar el número de ciclo en que el fondo de fisura atraviesa cada una de las sondas que se encuentra a su paso, es decir, se selecciona el ciclo correspondiente al máximo valor de temperatura. En la Tabla 1 se indican los valores de los ciclos en los que se produce la intersección con cada una de las sondas.

Tabla 1. Ciclos de paso por cada sonda

Sonda	S1	S2	S3	S4	S5
Ciclo	82500	94300	103700	108200	109700

Los pequeños saltos que se pueden observar en las curvas de temperatura obedecen a la disminución de la carga durante el ensayo para evitar un crecimiento demasiado rápido de la fisura.

Debido a estas variaciones de carga para la sonda S4 no se ha seleccionado el máximo valor de temperatura como intersección con el fondo de fisura, porque como se puede observar tras ese máximo hay un descenso, debido a una disminución de la carga, pero a continuación la curva sigue siendo creciente.

A la sonda sobre la que se produce la rotura se le asocia el valor de fisura a_f y como se conoce la distancia entre las sondas, se va calculando el tamaño de fisura correspondiente a cada sonda descontando su distancia con la última de las sondas. Como se conoce el número de ciclos de paso del frente de fisura por cada sonda se puede obtener la variación del tamaño de fisura frente al número de ciclos (Figura 11)

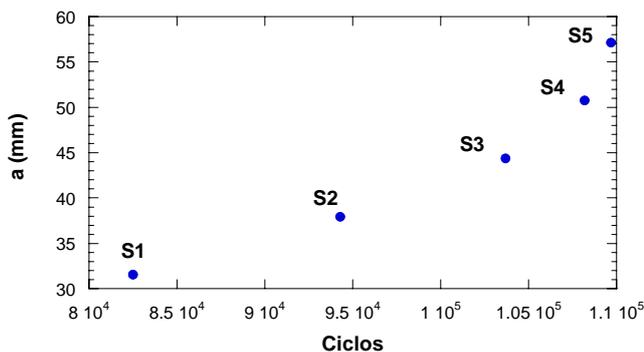


Fig. 11 Evolución de la fisura obtenida a partir de termografía con el número de ciclos

Obtenida esta última evolución, en la Figura 11 se compara el crecimiento de fisura obtenido empleando los dos métodos, flexibilidad y termografía, comprobando la analogía de resultados existente.

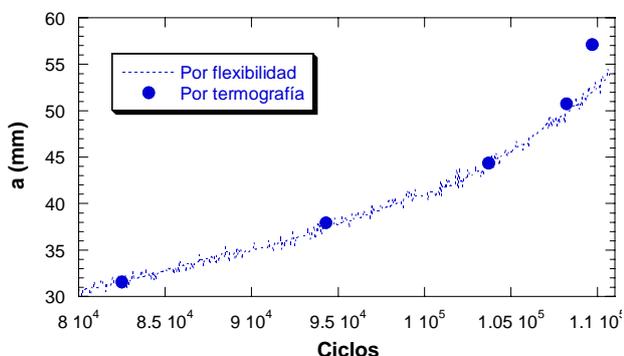


Fig. 11 Comparación de los dos métodos

Por último, en el gráfico de la Figura 12 se representan, para los datos obtenidos por los dos métodos, la evolución de la fisura con el número de ciclos (da/dN) frente al rango del factor de intensidad de tensiones (ΔK), obtenido a partir de la expresión [8]:

$$\Delta K = \frac{\Delta P}{B\sqrt{W}} \frac{(2 + \alpha)}{(1 - \alpha)^{3/2}} G \quad (9)$$

donde $\alpha = a/W$ y

$$G = 0.886 + 4.64\alpha - 13.32\alpha^2 + 14.72\alpha^3 - 5.6\alpha^4 \quad (10)$$

Debido a la escasez de datos disponibles a partir de la técnica termográfica, para obtener un mayor número de puntos con objeto de definir la curva $da/dN-\Delta K$ con mayor precisión, se realizó una interpolación a partir de un ajuste exponencial sobre los datos disponibles.

Como se puede observar en la Figura 12, las curvas obtenidas por ambos métodos son prácticamente coincidentes. Este paralelismo se refleja también en los siguientes ajustes realizados sobre las curvas:

$$\text{Flexibilidad} \rightarrow \frac{da}{dN} = 1.70 \cdot 10^{-6} \cdot \Delta K_1^{4.85} \quad (11)$$

$$\text{Termografía} \rightarrow \frac{da}{dN} = 1.73 \cdot 10^{-6} \cdot \Delta K_1^{4.89} \quad (12)$$

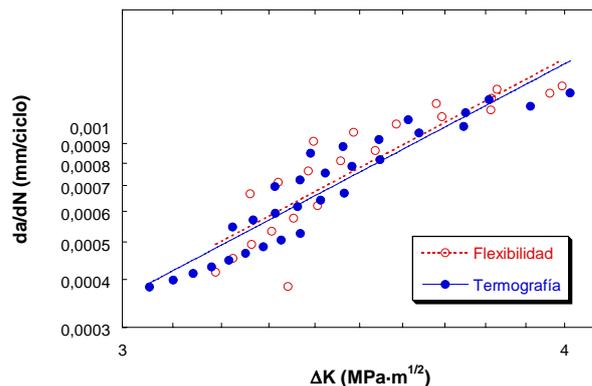


Fig. 12 Curvas $da/dN-\Delta K$ para los dos métodos

5. CONCLUSIONES

Se ha desarrollado una metodología experimental para medir la evolución de la fisura en un ensayo de fatiga sobre Poliamida 6 empleando un procedimiento que no precisa del contacto con la muestra como es la termografía infrarroja. Los resultados obtenidos han sido contrastados y confirmados con los obtenidos a través de métodos de cálculo tradicionales

6. REFERENCIAS

- [1] Jilken, L.; Brattemo, P.A. "Thermographic detection of fatigue crack growth in glassfiber reinforced plastics" Proceedings of the Symposium on Nondestructive Evaluation. Pg 311-319. 1985.
- [2] Luong, M. "Fatigue evaluation of metals using infrared thermography". Proceeding of SPIE (The International Society for Optical Engineering). V 4317. Pg 297-302. 2001
- [3] Yang, B.; Liaw, P. K.; Wang, G.; Peter, W.H. "Thermal-Imaging Technologies for Detecting Damage during High-Cycle Fatigue". Metallurgical and Materials Transactions A: Physical Metallurgy and Materials Science. V 35 A. N 1, Pg 15-23. January, 2004.
- [4] Charles, J.A.; Appl, F.J.; Francis, J. E. "Thermographic determination of fatigue damage". Journal of Engineering Materials and Technology. V 100. N 2. Pg 200-203. Apr. 1978.
- [5] Casado, J.A. "Comportamiento en fatiga de poliamidas reforzadas con fibra de vidrio". Tesis Doctoral. Universidad de Cantabria. Abril 2001
- [6] Ferry, J. D. "Viscoelastic properties of polymers". 3rd. ed. Wiley, New York, 1980.
- [7] Hertzberg, R. W. & Manson, J. A. "Fatigue of Engineering Plastics". Academic Press. New York, 1980.
- [8] ASTM E 647-00. Standard Test Method for Measurement of Fatigue Crack Growth Rates.

VALIDATION OF MULTIAXIAL FATIGUE MODELS FOR STRUCTURAL STEELS

L. Reis¹, B. Li² and M. Freitas³

¹ Dept. Engenharia Mecânica, Instituto Superior Técnico,
Av. Rovisco Pais, 1049-001 Lisboa, Portugal
E-mail: lreis@ist.utl.pt
Tfno: 351 218417481 Fax: 351 218147915

² Dept. Engenharia Mecânica, Instituto Superior Técnico,
Av. Rovisco Pais, 1049-001 Lisboa, Portugal
E-mail: bli@ist.utl.pt
Tfno: 351 218419480 Fax: 351 218147915

³ Dept. Engenharia Mecânica, Instituto Superior Técnico,
Av. Rovisco Pais, 1049-001 Lisboa, Portugal
E-mail: mfreitas@dem.ist.utl.pt
Tfno: 351 218417459 Fax: 351 218147915

RESUMEN

Existem vários modelos sobre fadiga multiaxial propostos na literatura. Alguns deles foram desenvolvidos para determinar a amplitude da tensão de corte sob condições de carregamento em fadiga multiaxial. Uma eficiente análise em fadiga de componentes e estruturas submetidas a carregamento multiaxial requer a validação de modelos e abordagens apropriadas. Neste artigo são apresentados o trabalho experimental e teórico realizados sobre o comportamento mecânico do aço estrutural 42CrMo4, temperado e revenido, em fadiga multiaxial. Os ensaios foram realizados utilizando uma máquina servo-hidráulica biaxial (8800 Instron) no regime de fadiga a elevado número de ciclos, $10^5 - 10^6$ ciclos. Foram consideradas quatro trajetórias de carregamento, compostas por tracção/torção cíclicas com diferentes rácios entre a componente normal e de corte, mantendo a mesma tensão equivalente de von Mises. Posteriormente os resultados experimentais obtidos em fadiga são analisados e correlacionados por um parâmetro de fadiga, o qual avalia num novo espaço da tensão de corte. A abordagem da Menor Elipse Circunscritiva (MEC) é utilizada para determinar a amplitude da tensão de corte, obtendo-se uma correlação interessante.

ABSTRACT

There are many multiaxial fatigue models proposed in the literature, and many corresponding approaches have been developed for evaluating the shear stress amplitude under multiaxial fatigue loading conditions. For efficient computational fatigue analysis of components and structures, it is required to carry out further validations of multiaxial fatigue models and appropriate approaches for shear stress evaluation under service loading conditions. In this paper, systematic fatigue experiments are presented for a structural steel, 42CrMo4, under typical axial-torsional multiaxial loading paths. Tests were carried out in high cycle fatigue regime, $10^5 - 10^6$ cycles. The same von Mises equivalent stress was applied in different loading paths with several ratios of shear stress/normal stress. Then the experimental fatigue life results are analysed and correlated with the fatigue damage parameter which were evaluated in the new proposed shear stress space. The MCE approach is used for evaluating the shear stress amplitude and improved correlations are shown.

ÁREAS TEMÁTICAS PROPUESTAS: Técnicas Experimentales, Aplicaciones Prácticas en Ingeniería.

PALABRAS CLAVE: Fatigue strength, Life prediction, Multiaxial fatigue.

1. INTRODUCTION

Most components and structures in industry are generally subjected to multiaxial stress states, which can occur either due to multiaxial loading or to local induced multiaxial stress states (on notches, on contact points, etc.) or due to residual stress states due to machining, etc. There are many multiaxial fatigue models proposed in the literature, and many corresponding approaches have been developed for

evaluating the shear stress amplitude under multiaxial fatigue loading conditions [1]. For efficient computational fatigue analysis of components and structures, it is required to carry out further validations of multiaxial fatigue models and appropriate approaches for shear stress evaluation under service loading conditions. In this paper, systematic fatigue experiments are presented for a structural steel, 42CrMo4, quenched and tempered steel, under typical axial-torsional multiaxial loading paths. Tests were carried out in high

cycle fatigue regime, $10^5 - 10^6$ cycles. The same von Mises equivalent stress was applied in different loading paths. Within those, several ratios of shear stress/normal stress were considered.

For structural steels, the shear stress amplitude is one of the important parameters in the formulations of multiaxial fatigue damage models. Conventionally, the shear stress amplitude was usually evaluated in the shear stress space based on the von Mises equivalence ($\tau = \sigma / \sqrt{3}$) or the Tresca equivalence ($\tau = \sigma / 2$) for the multiaxial loading conditions. However, the relationship of the equivalent shear stress related to the axial stress component may vary significantly depending on the type of the material. For example, the ratio of the torsion fatigue limite over the bending fatigue limite τ_1 / σ_1 varies from 0.5 for mild metals to 1 for brittle metals [2].

In this paper it is proposed to evaluate the shear stress amplitude in the stress space appropriate to the material type. For the 42CrMo4 steel studied, the shear stress space with the equivalence ($\tau = 0.65 * \sigma$) is used for the shear stress amplitude evaluations under multiaxial loading conditions. The MCE (Minimum Circumscribed Ellipse) approach, developed by the authors previously [3], is used for evaluating the shear stress amplitude and experimental results are correlated. Better correlations are shown.

2. MATERIAL DATA, SPECIMEN FORM AND TEST PROCEDURE

The material studied in this paper is the high strength steel 42CrMo4. The chemical composition is shown in table 1. In order to characterize the cyclic stress-strain behavior of the materials studied, tension-compression low cycle fatigue tests were carried out. Monotonic and cyclic mechanical properties are shown in table 2 (cyclic properties obtained by fitting the test results). The geometry and dimensions of the specimen are shown in figure 1.

C	Si	Mn	P	Cr	Ni	Mo	Cu
0.39	0.17	0.77	0.025	1.10	0.30	0.16	0.21

Table 1. Chemical composition of the material studied 42CrMo4 (in wt%)

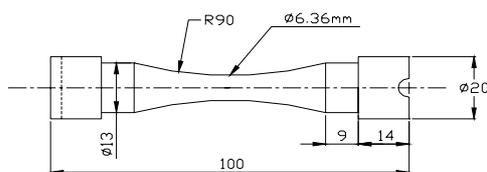


Figure 1. Specimen geometry for biaxial cyclic tension-compression with cyclic torsion tests

Tensile strength	σ (MPa)	1100
Yield strength	$\sigma_{0.2, \text{monotonic}}$ (MPa)	980
Elongation	A (%)	16
Young's modulus	E (GPa)	206
Yield strength	$\sigma_{0.2, \text{cyclic}}$ (MPa)	540
Strength coefficient	K' (MPa)	1420
Strain hardening exponent	n'	0.12
Fatigue strength coefficient	σ_f' (MPa)	1154
Fatigue strength exponent	b	-0.061
Fatigue ductility coefficient	ϵ_f'	0.18
Fatigue ductility exponent	c	-0.53

Table 2. Monotonic and cyclic mechanical properties of the material studied

To study the effects of the multiaxial loading paths and in particular both the axial component and the torsional component on the fatigue life, a series of loading paths were applied in the experiments as shown in table 3.

The tests of biaxial cyclic tension-compression with cyclic torsion were performed by a biaxial servo-hydraulic machine, shown in figure 2. Test conditions were as follows: frequency 4-6 Hz at room temperature and laboratory air. Tests ended up when the specimens were completely broken.

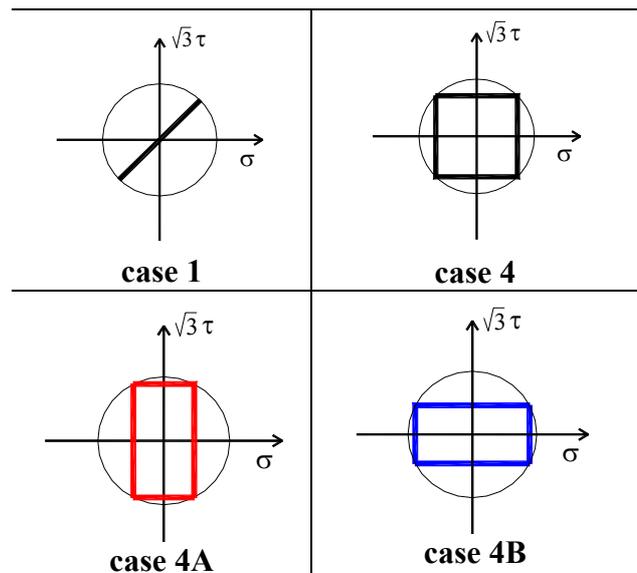


Table 3. Multiaxial fatigue loading paths

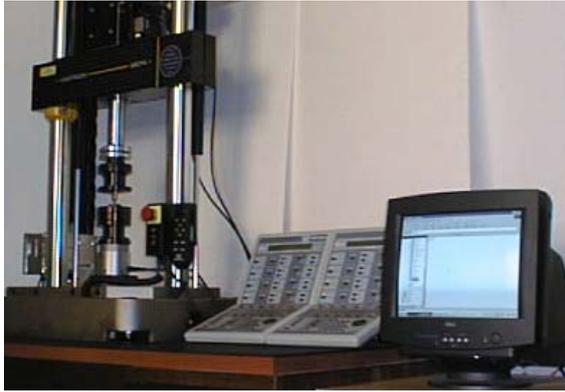


Figure 2. Biaxial test machine (Instron 8874)

3. THEORETICAL ANALYSIS OF THE FATIGUE LIFE

Many multiaxial fatigue models have been proposed in the last decades [1], the shear stress amplitude is one of the important parameters in the formulations of the multiaxial fatigue damage models.

3.1 Equivalent Strain Range of ASME Code

The ASME Boiler and Pressure Vessel code Procedure [4] is based on the von Mises hypothesis, but employs the strain difference $\Delta\epsilon_i$ between time t_1 and t_2 :

$$\Delta\epsilon_{eq} = \frac{1}{(1+\nu)\sqrt{2}} \left\{ (\Delta\epsilon_x - \Delta\epsilon_y)^2 + (\Delta\epsilon_y - \Delta\epsilon_z)^2 + (\Delta\epsilon_z - \Delta\epsilon_x)^2 + \frac{3}{2} (\Delta\epsilon_{xy}^2 + \Delta\epsilon_{yz}^2 + \Delta\epsilon_{xz}^2) \right\}^{1/2} \quad (1)$$

where the equivalent strain range $\Delta\epsilon_{eq}$ is maximized with respect to time.

Eq. (1) produces a lower equivalent strain range for out-of-phase than the in-phase loading, predicting an increase of the fatigue life, which is in contradiction with experimental results.

3.2. An Improved Model Based on the ASME Code

The ASME Code approach expressed in Eq. (1), defines a parameter which has a drawback that is, it produces a lower equivalent strain range for non-proportional than the proportional loading, which underestimates the fatigue damage of non-proportional loading, since many recent experiments have shown that the non-proportional loading reduce the fatigue life significantly than the proportional loading with the same loading amplitude.

An improved model based on the ASME code approach is proposed by considering the additional hardening and correcting the strain range parameter for non-proportional loading path:

$$\Delta\epsilon_{NP} = (1 + \alpha F_{NP}) \Delta\epsilon_{eq} \quad (2)$$

where F_{NP} is the non-proportionality factor of the loading path, α is a material constant of additional hardening, $\Delta\epsilon_{eq}$ is the strain range parameter calculated by Eq.(1), and $\Delta\epsilon_{NP}$ is the corrected strain range parameter.

Eq. (2) is similar with the approach proposed by Itoh et al. [5], but here the MCE (minimum circumscribed Ellipse) approach developed by M. de Freitas et al [3] previously is applied for evaluating the non-proportionality factor of the loading path.

Then the Manson-Coffin formulation can be used for life predictions:

$$\frac{\Delta\epsilon_{NP}}{2} = \frac{\sigma'_f - \sigma_m}{E} (2N_f)^b + \epsilon'_f (2N_f)^c \quad (3)$$

where σ_m is the mean stress, E is the young's modulus, σ'_f is the fatigue strength coefficient, ϵ'_f is the fatigue ductility coefficient, and b and c are fatigue strength and fatigue ductility exponents, respectively.

3.3. MCE Approach for evaluating shear stress amplitude

Among many multiaxial models, the Sines [6] and the Crossland [7] are two important criteria, which are formulated by the amplitude of the second deviatoric stress invariant and the hydrostatic stress P_H :

$$\sqrt{J_{2,a}} + k(N)P_H = \lambda(N) \quad (4)$$

Crossland suggested using the maximum value of the hydrostatic stress $P_{H,max}$ instead of the mean value of hydrostatic stress $P_{H,m}$ used by Sines in the Eq.(4). A physical interpretation of the criterion expressed as Eq.(4) is that for a given cyclic life N, the permissible amplitude of the root-mean-square of the shear stress over all planes is a linear function of the normal stress averaged over all planes. Besides, from the viewpoint of computational efficiency, the stress-invariant based approach such as Eq. (4) is easy to use and computationally efficient.

In practical engineering design, the Sines and Crossland criteria have found successful applications for proportional multiaxial loading. For non-proportional multiaxial loading, it has been shown that the Sines and Crossland criteria can also yield better prediction results by using improved method MCE for evaluating the effective shear stress amplitude of the non-proportional loading path.

The evaluation of shear stress amplitude is a key issue for fatigue estimations using Eq. (4). The definition of the square root of the second invariant of the stress deviator is:

$$\sqrt{J_2} \equiv \sqrt{\frac{1}{6}\{(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + (\sigma_{yy} - \sigma_{zz})^2 + (\sigma_{zz} - \sigma_{xx})^2\}} + \sqrt{\{(\sigma_{xy})^2 + (\sigma_{yz})^2 + (\sigma_{zx})^2\}} \quad (5)$$

One direct way to calculate the amplitude of $\sqrt{J_2}$ is:

$$\sqrt{J_{2,a}} \equiv \sqrt{\frac{1}{6}\{(\sigma_{xx,a} - \sigma_{yy,a})^2 + (\sigma_{yy,a} - \sigma_{zz,a})^2 + (\sigma_{zz,a} - \sigma_{xx,a})^2\}} + \sqrt{\{(\sigma_{xy,a})^2 + (\sigma_{yz,a})^2 + (\sigma_{zx,a})^2\}} \quad (6)$$

Eq.(6) is applicable for proportional loading, where all the stress components vary proportionally. However, when the stress components vary non-proportionally (for example, with phase shift between the stress components), Eq.(6) gives the same result with that of proportional loading condition. In fact, the non-proportionality has influence on the shear stress amplitude generated by multiaxial loading. Therefore, a new methodology is needed.

The longest chord (LC) approach is one of the well-known approaches as summarized by Papadopoulos [2], which defines the shear stress amplitude as half of the longest chord of the loading path, denoted as D/2.

The MCC approach [2] defines the shear stress amplitude as the radius of the minimum circle circumscribing to the loading path. On the basis of MCC approach, a new approach, called the minimum circumscribed ellipse (MCE) approach [3], was proposed to compute the effective shear stress amplitude taking into account the non-proportional loading effect. The load traces are represented and analyzed in the transformed deviatoric stress space, where each point represents a value of $\sqrt{J_2}$ and the variations of $\sqrt{J_2}$ are shown during a loading cycle. The schematic representation of the MCE approach and the relation with the minimum circumscribed circle (MCC) approach are illustrated in figure 3:

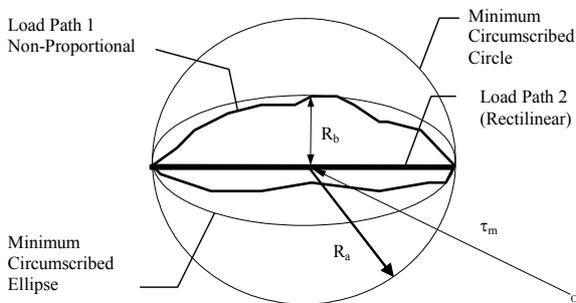


Figure 3. The MCC and MCE circumscribing to shear stress traces, R_a and R_b are the major and minor radius of MCE, respectively.

The idea of the MCE approach is to construct a minimum circumscribed ellipse that can enclose the whole loading path throughout a loading block in the transformed deviatoric stress space. Rather than defining $\sqrt{J_{2,a}} = R_a$ by the minimum circumscribed circle (MCC) approach, a new definition of was proposed [3], where R_a and R_b are the lengths of the major semi-axis and the minor semi-axis of the minimum circumscribed ellipse respectively.

The ratio of R_b/R_a represents the non-proportionality of the shear stress path. The important advantage of this new MCE approach is that it can take into account the non-proportional loading effects in an easy way.

As shown in figure 3, for the non-proportional loading path 1, the shear stress amplitude is defined as:

$$\sqrt{J_{2,a}} = \sqrt{R_a^2 + R_b^2} \quad (7)$$

For the proportional loading path 2, it is defined as $\sqrt{J_{2,a}} = R_a$ since R_b is equal to zero (rectilinear loading trace).

4. NUMERICAL ANALYSES

4.1 Finite Element Meshing

The ABAQUS element type isoparametric solid element C3D20R with 20 nodes and reduced integration points was used. Full model was meshed in this study due to two reasons: a) under combined axial/torsion loadings, no symmetry condition can be used, b) to study the interactions among the material elements in plastic deformations and stress redistributions. Figure 4 shows the FE model. The mesh contains 1944 elements and 8809 nodes.

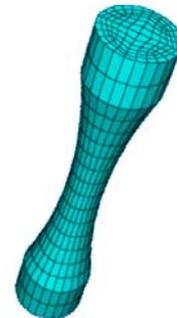


Figure 4. FE mesh for specimen

4.2 Incremental Plasticity Procedure

The cyclic loading sequences shown in table 3 were divided as 32 discrete time steps for one loading cycle. The simulations were based on the incremental plasticity procedure. Since the full model is meshed with a large amount of elements, the computation is very time consuming. Since the plasticity and fatigue

damage process are path dependent, the simulations based on the incremental procedures should be used. A recent multiaxial fatigue prediction method EVICD (EVENt INdependent Cumulative Damage) [8] works also incrementally, the damage evaluation is based on the plastic work and the normal stress on the instantaneous maximum shear stress plane or on octahedral planes.

4.3 Additional hardening coefficient α

For non-proportional straining, a rotation of the principal strain axes leads to an additional cyclic strain hardening and higher than that obtained under stable conditions for proportional stressing. In the latter case, dislocations glide on a fixed set of slip planes, whereas for continuously rotating principal axes, many slip systems are activated. Therefore an additional factor must be introduced to represent this extra hardening. This parameter is described in detail in reference [9].

5. RESULTS AND DISCUSSIONS

5.1 FEM - cyclic stress-strain behavior under proportional and non-proportional loading

The simulations by FEM based incremental plasticity analyses for multiaxial cyclic loading are computationally very time consuming and also the problem with iteration convergence may occur in the computation process. The preliminary results showed that the stress-strain responses reach a stabilized cyclic state after 2~3 loading cycles, by using the kinematic hardening rule in the present study. The influences of the loading paths on the cyclic stress-strain responses were shown. The cutting-view images of stress/strain distributions inside the component at different time step of the loading cycle are helpful to study the evolutions and redistributions of the cyclic stress/strain fields. The stress-strain ranges of the stabilized cycle can be used for life predictions. Figures 5, 6 and 7 show stress (S22) - strain (E22) evolutions history of square, rectangle down and rectangle up loading paths.

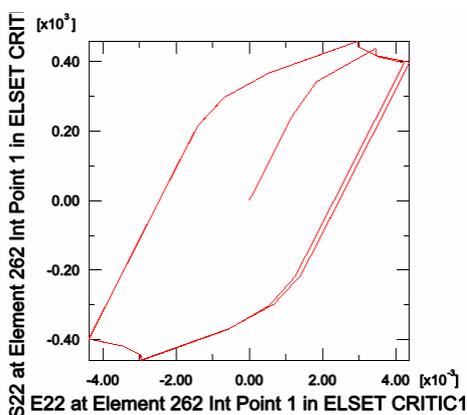


Figure 5. Square loading path - case 4.

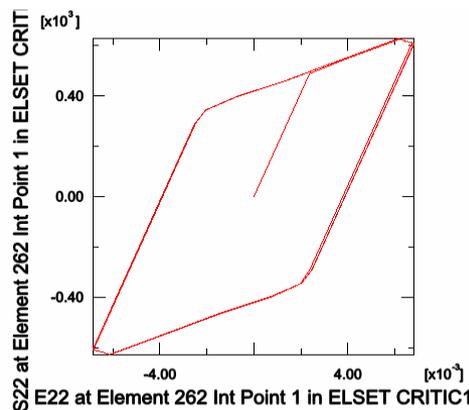


Figure 6. Rectangle down loading path - case 4B.

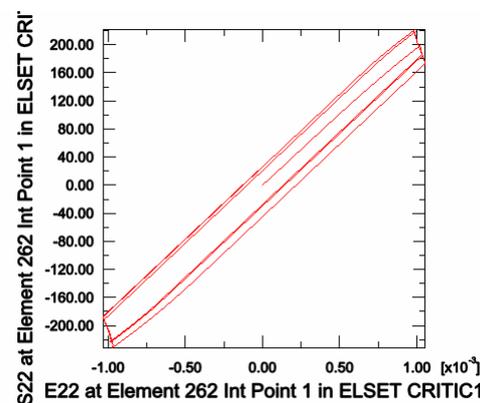


Figure 7. Rectangle up loading path - case 4A.

The influence of the loading path on mechanical behavior (response) and the correspondent stress-strain evolution are demonstrated. To the same equivalent von Mises stress the dissipated energy for each case is different. As can be observed from figure 7, case 4A - rectangle up, the internal area of the hysteresis loop is smaller than the other two cases, which means that in this case less energy is dissipated and a bigger number of cycles is expected. Concerning this parameter (dissipated energy) the rectangle down, figure 6, is the case where more energy is dissipated. These results demonstrate the big influence of each component, axial and torsional, in the definition of the loading path.

Other results, in terms of different components as shear stress, shear strain, equivalent plastic strains were obtained from the FE program. It was shown that the most stressed material element has strong interactions with its neighboring elements by plastic deformation and stress redistribution.

5.2 Experimental cyclic stress-strain behavior under proportional and non-proportional loading

Proportional cyclic tests were conducted in the plane $(\sigma, \sqrt{3}\tau)$. Non-proportional cyclic tests were conducted with the square, rectangle up and rectangle down loading paths, respectively (see table3). Figure 8 shows the evolution of experimental life with equivalent v. Mises stress.

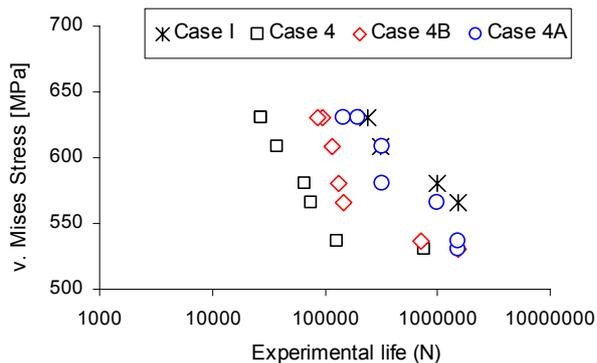


Figure 8. Evolution of experimental life with equivalent von Mises stress.

From figure 8 it is possible to conclude that the square loading path is the most severe in terms of fatigue life and the proportional case (case I) the least one. Can also be observed that the case 4A (rectangle up) is quite close to the case I. This means that a bigger torsional component, compared with axial one, has not strong influence in the fatigue life. In the middle of the results mentioned before appears the case 4B, which show that the axial component has a big influence in the fatigue life. Besides, figure 8 shows bigger scatter in the correlations of the von Mises stress with the experimental life.

In order to get better correlations, the new shear stress space parameter with the equivalence ($\tau=0.65*\sigma$) is used for the shear stress amplitude evaluations under multiaxial loading conditions. The parameter ($Ta+Sig_h$) is obtained from Eq. (4) with the shear stress amplitude calculated from Eq. (7). Figure 9 shows the evolution of the fatigue parameter with experimental life. The analysis allow to conclude that there are two tendencies, i.e. the proposed parameter correlates the 4 cases in two separate ways, one for cases 4 and 4A and another one for cases I and 4B.

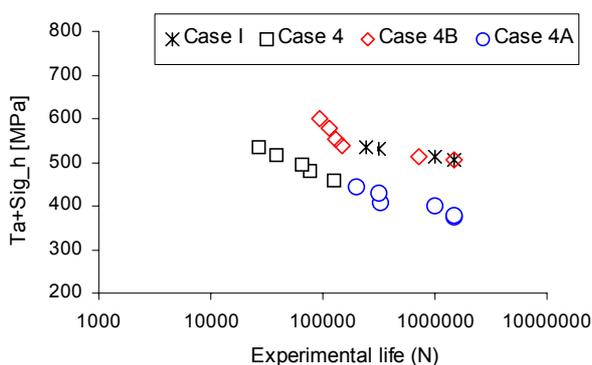


Figure 9. Evolution of the fatigue parameter with experimental life.

6. CONCLUSIONS

The simulations by the incremental plasticity procedures give very helpful insights to understand the

evolutions and redistributions of the cyclic stress/strain field under multiaxial loading conditions.

Experimental results show that the ratio between normal stress component and shear stress component has a strong influence to fatigue damage and consequently in fatigue life.

The shear stress space used for the evaluation of the shear stress amplitude of multiaxial loading conditions should be appropriate for the material type.

ACKNOWLEDGEMENTS

Financial support from the Fundação para Ciência e Tecnologia (FCT) is acknowledged.

REFERENCES

- [1] Socie D. F. and Marquis G. B. *Multiaxial Fatigue*, SAE, Warrendale, PA 15096-0001, 2000.
- [2] Papadopoulos, I.V., Davoli, P., Gorla, C., Fillipini, M. and Bernasconi, A. A comparative study of multiaxial high-cycle fatigue criteria for metals. *IJF*, Vol. 19, N°3, pp. 219-235.
- [3] M. de Freitas, B. Li and J.L.T. Santos, *Multiaxial Fatigue and Deformation: Testing and Prediction*, ASTM STP 1387, S. Kaluri and P.J. Bonacuse, Eds., ASTM, West Consh, 2000, PA, pp.139-156.
- [4] ASME Code Case N-47-23 (1988) Case of ASME Boiler and Pressure Vessel Code, ASME.
- [5] Itoh, T. and Miyazaki, T., A damage model for estimating low cycle fatigue lives under non-proportional multiaxial loading, *Proc. of the 6th Int. Conf. on Biaxial/Multiaxial Fat. & Fract*, Ed. by M. de Freitas, Lisbon, June 25-28, 2001, pp. 503-510.
- [6] Sines, G., (1959) *Metal Fatigue*, (edited by G. Sines and J.L.Waisman), McGraw Hill, N.Y, pp.145-169.
- [7] Crossland, B., (1956) *Proc. Int. Conf. on Fatigue of Metals*, Inst. of Mech. Eng, London, pp.138-149.
- [8] Nowack H, Baum C, Ott W, Buczynski A, Glinka G. Achievements of the incremental multiaxial fatigue prediction method EVICD, *Proc. of the fifth Int. Conf. on LCF*, ed. by Portella, Sehitoglu and Hatanaka, Berlin, Germany, Sep. 9-11, 2003:277-282.
- [9] L. Reis, B. Li and M. de Freitas. *Biaxial Low-Cycle Fatigue for Proportional and Non-Proportional Loading Paths.*, *Proc. of the fifth Int. Conf. on LCF*, ed. by Portella, Sehitoglu and Hatanaka, Berlin, Germany, Sep. 9-11, 2003:265-270.

MEDIDA DE LA INFLUENCIA DE LA VELOCIDAD DE DEFORMACIÓN EN LA TENACIDAD DE PANELES AGLOMERADOS TIPO DM

J. Aldazabal^{1,2}, N. Ibarra¹, N. Lasa¹, A. Lopez¹, A. Martín-Meizoso^{1,2},
I. Sarasqueta¹, J. Tamayo¹

¹ Tecnun, Universidad de Navarra, Manuel Lardizábal 13, 20018 San Sebastián, España

² CEIT, Manuel Lardizábal 15, 20018 San Sebastián, España.

Tfno.: 943 21 28 00. Fax: 943 21 30 76

E-Mail: jaldazabal@ceit.es

RESUMEN

El presente trabajo muestra los resultados obtenidos de la medida de K_{IC} en paneles de madera prensada para uso no estructural de densidad media (DM). La medida de la tenacidad de dichos paneles ha sido obtenida mediante el empleo de probetas compactas de tracción. Dichas probetas han sido mecanizadas a partir de tableros comerciales de espesor 16 milímetros tras ser mecanizados mediante una fresadora convencional. La ranura inicial se ha mecanizado empleando una cuchilla de acero rotatoria. Para garantizar una grieta extremadamente afilada, en la punta de la ranura se ha empleado una cuchilla de afeitar de acero. Los ensayos se han realizado a tres velocidades de deformación, barriendo más de un orden de magnitud (desde 1 hasta 36 mm/minuto) para estudiar la influencia de la velocidad de deformación en la resistencia a fractura de este material.

ABSTRACT

This work presents the results obtained for the fracture toughness of panels made of agglomerated wood for non-structural uses of medium density (MD). Toughness has been measured using compact tension specimens. These test-pieces have been machined from 16 mm thickness panels using a conventional milling. The notch has been machined with a rotary circular steel blade. To obtain a very sharp crack tip, a razor steel blade has been used. Tests have been carried out at three different strain rates, from 1 to 36 mm/minute, for the crosshead movement, in order to measure the effect of the strain rate on the fracture toughness of agglomerated panels.

ÁREAS TEMÁTICAS PROPUESTAS: Técnicas experimentales. Biomateriales y biomecánica. Fractura de materiales compuestos.

PALABRAS CLAVE: K_{IC} , aglomerado de madera, influencia de la velocidad de deformación.

1. INTRODUCCIÓN

Como práctica experimental, dentro de un Laboratorio de Materiales dedicado a las propiedades mecánicas de los materiales, se les plantea como práctica a los alumnos que midan la tenacidad a fractura de los paneles de aglomerado de madera de densidad media (DM). Sobre la marcha, se decide medir la tenacidad en función de la velocidad de aplicación de desplazamiento de la cruceta o de la velocidad de aplicación de las cargas que puede variarse entre 1 y 36 mm/minuto.

Este es un ejemplo más de una colección de prácticas experimentales relacionadas con la Mecánica de la Fractura que se han ido presentando, en este mismo foro, en años anteriores [1-4], en donde se han revisado

las tenacidades de las transparencias, el papel, la tiza o la pasta en forma de espaguetis.

2. MATERIALES

Las probetas se extraen, en la orientación TL (que sería equivalente a una orientación LT pues los paneles son prensados uniaxialmente), de paneles antihumedad de madera aglomerada de densidad media (DM) y de 16 mm de grosor.

Las probetas, como muestra la Figura 1, son compactas de tracción y tienen un grosor de $B = 16$ mm, una distancia de la línea de taladros al dorso de la probeta de $W = 32$ mm, y un ligamento nominal ($W - a$) = 16 mm.

La probeta se mecaniza en una fresadora convencional en todo su perímetro para garantizar que las caras opuestas sean paralelas; y, en la misma fresadora, se practican sus dos taladros (de 8 mm de diámetro).

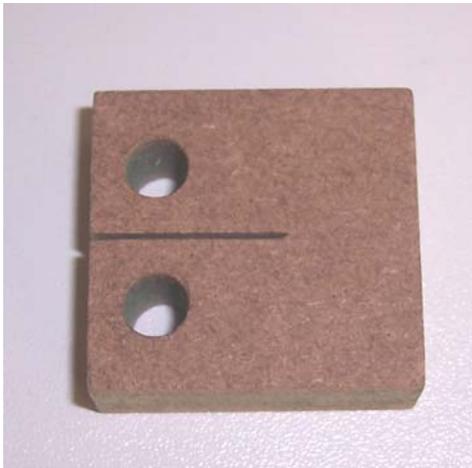


Figura 1. Probeta compacta de tracción de aglomerado de 16 mm de grosor, mecanizada en la orientación TL.

La entalla se mecaniza mediante una cuchilla circular de disco de 0,7 mm de grosor. Posteriormente se emplea un “cutter” con una cuchilla de acero para producir una punta afilada de la entalla. Este método ha sido descrito y es aceptable según [5] y su empleo es habitual cuando se ensayan materiales poliméricos.

Las probetas, en consecuencia, no se preagrietan mediante fatiga; sino que se ensayan con la agudeza de la fisura que deja el “cutter”.

3. MÉTODO EXPERIMENTAL

Las probetas se ensayan en una máquina Instron modelo 4467 (universal de ensayos con un travesaño móvil, accionado por dos husillos roscados dentro de las columnas laterales de la máquina). La Figura 2 muestra cómo las horquillas de carga se fijan sobre los utillajes (garras con cuñas) que se emplean para la realización de ensayos de tracción. Esto resulta un sistema de montaje muy cómodo y rápido.

La Figura 3 muestra la probeta de ensayo montada sobre las horquillas por medio de dos pasadores. Los ensayos se realizan a temperatura ambiente. La norma básica de ensayo es la ASTM E-399 [6].



Figura 2. Montaje experimental sobre una máquina universal de ensayos con husillos. Obsérvese cómo las horquillas para el ensayo de probetas compactas de tracción se montan sobre las garras para ensayos de tracción con cuñas.

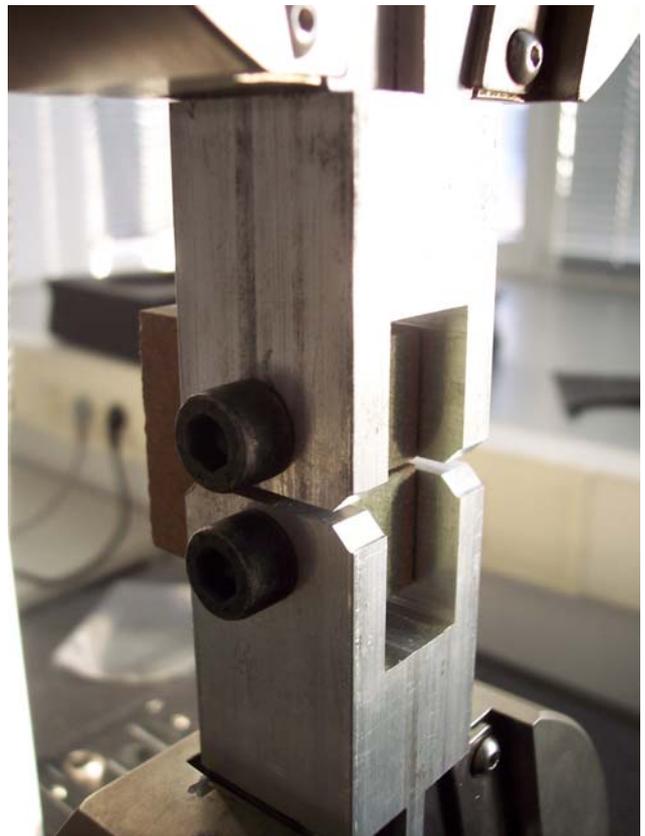


Figura 3. Detalle del montaje de la probeta en sus horquillas de tracción con pasadores.

4. RESULTADOS

La Figura 4 muestra un ejemplo de la evolución de la carga durante el ensayo (en función del desplazamiento de las horquillas, o del tiempo pues las velocidades de desplazamiento son constantes). Las velocidades de desplazamiento consideradas han sido 1, 3,16 y 31,6 mm/minuto.

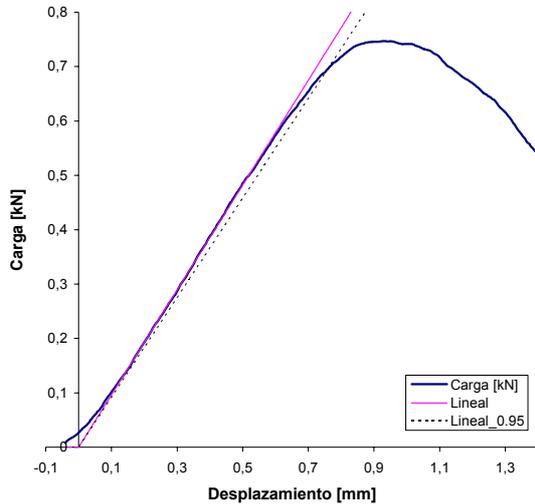


Figura 4. Ejemplo del registro de carga durante la ejecución del ensayo.

Todas las probetas muestran una fractura macroscópicamente frágil, sin deformación aparente (las dos mitades encajan razonablemente), como se observa en la Figura 5.



Figura 5. Vista superior de las dos mitades de una probeta rota. La zona inferior lisa es la entalla mecanizada; inmediatamente encima la zona agrietada mediante la cuchilla de afeitado y encima la fractura.

La Tabla 1 resume los resultados obtenidos en los ensayos de las probetas de aglomerado con orientación TL.

SERIE	Sample	B	a	W	P ₀	a/W	f(a/W)	K ₀	Validez
1 mm/min.	0	1,625	1,635	3,224	0,756	0,51	9,87	2,56	SI
	1	1,620	1,548	3,224	0,797	0,48	9,09	2,49	NO
	2	1,618	1,581	3,224	0,810	0,49	9,38	2,62	SI
	3	1,618	1,488	3,224	0,767	0,46	8,61	2,27	SI
	4	1,619	1,500	3,224	0,733	0,47	8,71	2,20	SI
	5	1,620	1,514	3,224	0,778	0,47	8,82	2,36	SI
	6	1,631	1,537	3,224	0,739	0,48	9,00	2,27	NO
7	1,619	1,500	3,224	0,721	0,47	8,71	2,16	NO	
3,16 mm/min.	0	1,620	1,550	3,200	0,774	0,48	9,21	2,46	SI
	1	1,620	1,560	3,200	0,790	0,49	9,30	2,53	SI
	2	1,615	1,610	3,200	0,773	0,50	9,75	2,61	SI
	3	1,615	1,650	3,200	0,742	0,52	10,14	2,61	SI
	4	1,620	1,600	3,200	0,731	0,50	9,66	2,44	NO
	5	1,620	1,600	3,200	0,666	0,50	9,66	2,22	NO
	6	1,620	1,640	3,200	0,741	0,51	10,04	2,57	NO
	7	1,615	1,680	3,200	0,692	0,53	10,45	2,50	NO
8	1,620	1,670	3,200	0,752	0,52	10,35	2,68	SI	
31,6 mm/min.	0	1,620	1,585	3,200	0,790	0,50	9,52	2,59	SI
	1	1,615	1,530	3,200	0,000	0,48	9,04	0,00	NO
	2	1,615	1,570	3,200	0,769	0,49	9,39	2,50	SI
	3	1,615	1,630	3,205	0,762	0,51	9,92	2,61	SI
	4	1,620	1,630	3,210	0,711	0,51	9,90	2,42	NO
	5	1,620	1,670	3,200	0,776	0,52	10,35	2,77	SI
	6	1,620	1,570	3,200	0,782	0,49	9,39	2,53	NO
	7	1,615	1,565	3,215	0,801	0,49	9,28	2,57	SI
8	1,620	1,570	3,210	0,827	0,49	9,34	2,66	SI	

Tabla 1. Resumen de los resultados experimentales de la tenacidad de las probetas de aglomerado de madera DM con orientación TL.

Los ensayos no válidos lo son por exceder la carga de rotura en más de un 10% sobre la carga para la que se interseca la secante con una pendiente inferior en un 5% a la carga elástica de la probeta.

La Figura 6 muestra los resultados válidos, de las medidas de la tenacidad, en función de la velocidad de desplazamiento de la cruceta. Los círculos corresponden a los 16 ensayos válidos realizados. En línea de trazos largos se muestra el intervalo de confianza al 95% para la recta de regresión. En línea de trazos más cortos se muestra la zona de predicción para la población con un intervalo de confianza también del 95%.

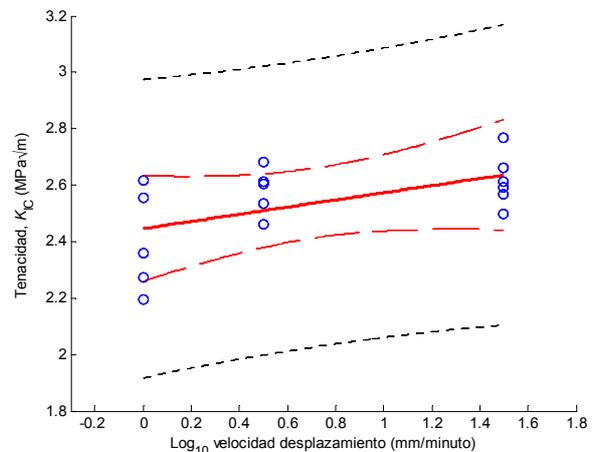


Figura 6. Tenacidad frente a la velocidad de desplazamiento de las horquillas de carga. A trazos los intervalos de predicción al 95% para la población y los intervalos de confianza al 95% para la recta de regresión.

5. CONCLUSIONES

La tenacidad de los aglomerados de madera antihumedad de 16 mm de grosor de densidad media (DM) es

$$K_{IC} = 2,50 \pm 0,15 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}} \quad (1)$$

con un intervalo de confianza del 95%, para todas las velocidades de desplazamiento ensayadas (de 1 a 36 mm/minuto).

La tenacidad apenas aumenta al aumentar la velocidad de aplicación de las cargas:

$$K_{IC} = 0,127 \log_{10}(\dot{z}) + 2,45 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}} \quad (2)$$

en donde \dot{z} representa la velocidad de desplazamiento de las horquillas (en mm/minuto). Siendo el coeficiente de correlación $R = 0,5518$, indicativo de la escasa influencia de la velocidad de aplicación de las cargas sobre la tenacidad en el rango de velocidades ensayadas.

El aumento no es significativo desde el punto de vista estadístico, pues el intervalo de confianza para la pendiente (0,127) está comprendido entre -0,067 y +0,321 (con lo que se admiten dependencias inversas). En cualquier caso no es la primera vez que se observa que la tenacidad aumenta al hacerlo la velocidad de aplicación de las cargas [7].

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer a Antonio Martín Martín, Enrique Díez y Franklin Díaz (del Taller Mecánica de la Escuela Superior de Ingenieros, de la Universidad de Navarra) por las facilidades y su buen hacer en la mecanización de las probetas utilizadas en estos experimentos.

REFERENCIAS

- [1] J. Aldazabal, J. Brunel, R. Conte, J. Jaimerena, A. López Barberena, A. Macazaga, A. Martín Meizoso, M. Merchán, "Energía esencial de fractura de las transparencias", *Anales de Mecánica de la Fractura*, 22 (2005) pp. 253-257.
- [2] A. Martín Meizoso y A. López Barberena, "Resistencia a flexión y porosidad de la tiza", *Anales de Mecánica de la Fractura*, 21 (2004) pp. 275-280.
- [3] J. Gil Sevillano, A. Martín Meizoso, B. Goes, J. M. Martínez Esnaola, M. Fuentes, "Energía esencial de fractura del papel. Una experiencia didáctica", *Anales de Mecánica de la Fractura*, 16 (1999) pp.

338-341.

- [4] A. Martín Meizoso, J.M. Martínez Esnaola, I. Ocaña y C. García Leiva, "Distribución de la resistencia mecánica de los espaguetis". *Anales de Mecánica de la Fractura*, 15 (1998) pp. 255-260.
- [5] T. L. Anderson, "Fracture Mechanics: Fundamentals and Applications", CRC Press (1995) pp. 432-433.
- [6] ASTM E-399-90, "Standard Test Method for Plane-Strain Fracture Toughness of Metallic Materials", American Society for Testing and Materials, Philadelphia, EEUU, 1997.
- [7] I. Puente Urruzmendi, *Efecto de la Temperatura y la Velocidad de Deformación en el Comportamiento Mecánico Tracción de un Composite de Matriz Cerámica CAS/SiC*, Ph.D. Thesis. 210 pág. San Sebastián, Universidad de Navarra, 1997.

ENSAYOS DE CORTE CONFINADOS PARA LA DETERMINACIÓN DE LAS PROPIEDADES DE FRACTURA MIXTA DEL HORMIGÓN

Oscar I. Montenegro¹, Domingo Sfer², Ignacio Carol¹

¹ ETSECCPB-UPC, Dpto Ingeniería del Terreno. Universidad Politécnica de Catalunya.
Campus Nord, c/ Jordi – Girona 1-3 Edificio D-2
08034 Barcelona

E-mail: ignacio.carol@upc.edu, oscar.montenegro@upc.edu
Tfno: 93 401 6509 Fax: 93 401 7251

² Universidad Nacional de Tucumán – Avenida Roca 1800
4000.Tucumán, Argentina
E-mail: dsfer@herrera.unt.edu.ar

RESUMEN

Los fenómenos de fractura del hormigón bajo condiciones de confinamiento han sido poco estudiados hasta el momento. Desde el punto de vista teórico /numérico, se han propuesto algunos modelos basados en un modo mixto asintótico o “modo IIa” con una segunda energía de fractura independiente en corte-compresión, significativamente mayor que la tradicional energía de “modo I”. Las fisuras en este modo IIa estarían sujetas a una compresión suficientemente alta en el plano de fractura, de forma que la dilatación resultaría suprimida totalmente y la fisura se produciría directamente cortando a través de los áridos y la matriz de mortero. Intentos de reproducir fisuras en corte-compresión pueden encontrarse en la literatura de hormigón, a través por ejemplo de vigas con entallas sujetas a compresión transversal. No obstante, en la mayoría de los casos la fisura tiene la tendencia a “escapar” del plano de fractura prescrito y los resultados no son útiles para tal propósito. En este trabajo, se describen los trabajos experimentales desarrollados recientemente en el grupo de la Mecánica de Materiales de la Escuela de Ingeniería Civil en Barcelona (ETSECCPB – UPC). Las probetas utilizadas son similares a las propuestas por Luong, pequeños cilindros con entallas coaxiales cilíndricas perforadas desde ambas caras superior e inferior, dejando un ligamento también cilíndrico y coaxial con la probeta. Las cargas se aplican verticalmente sobre la cara superior a través el anillo exterior, y se soportan por el cilindro interior desde la cara inferior. En la configuración descrita en este trabajo, las muestras además se colocan en el interior de una cámara triaxial de gran capacidad, protegidas con membranas se someten a una presión inicial de confinamiento. También se han desarrollado mecanismos de medición especiales para poder operar dentro de la cámara. Los resultados preliminares obtenidos son muy prometedores, con curvas carga-desplazamiento y carga-dilatancia que muestran las tendencias esperadas. La observación de las muestras ensayadas muestran las características estimadas para el plano de fractura, fractura de los agregados, etc.

ABSTRACT

Concrete fracture under confined conditions remains largely unstudied. From the theoretical/numerical viewpoint, some models have been proposed which advocate for an asymptotic mixed mode or "mode IIa" with a second fracture energy independent and significantly higher than the traditional mode I fracture energy. Cracks under this mode IIa would be subject to sufficiently high compression across the fracture plane, such that all dilatancy would be suppressed and the crack would become sensibly straight cutting through aggregates and matrix. Attempts to reproduce shear compression cracks can be found in the concrete literature, with notched beams subject to transversal compression. However, in most cases the crack has the tendency to deviate from the prescribed fracture plane and results are not useful for the purpose. In this paper, recent experimental work developed at the group of Mechanics of Materials of the School of Civil Engineering at UPC Barcelona (ETSECCPB-UPC) is described. The specimens employed are similar to those proposed by Luong, short cylinders with coaxial cylindrical notches from top and bottom faces leaving an also cylindrical ligament. They are loaded vertically on the inner (top) and outer (bottom face) rings, originally with no confinement. In the setup developed, this specimen is introduced in the large-capacity triaxial cell, protected with membranes and subject to different levels of confining pressure prior to vertical loading. Special measuring devices have been also developed to operate inside the pressure chamber. The preliminary results obtained look very promising, with load-displacement and load-dilatancy curves that exhibit the expected trends. Post-mortem observation of specimens also shows the predicted features regarding fracture plane, aggregate fracture, etc.

ÁREAS TEMÁTICAS PROPUESTAS: Técnicas experimentales..

PALABRAS CLAVE: Hormigón, Fractura, Experimentación.

1. INTRODUCCIÓN

Los fenómenos de fractura juegan un papel esencial en la degradación y rotura de los materiales friccionales cuasifrágiles como el hormigón, y en consecuencia en el comportamiento de muchas estructuras de Ingeniería Civil.

En la actualidad, un buen número de modelos para el análisis del comportamiento mecánico del hormigón incorporan como parámetro la energía de fractura en modo I (modo de tracción pura), G_f^I . Algunos modelos también consideran una segunda energía de fractura en modo mixto, aunque no existe unanimidad de criterio para definir este modo de fractura para estos materiales. En el grupo de Mecánica de Materiales de la UPC ya hacia 1990 se introdujo el concepto de modo mixto corte-compresión asintótico o modo IIa consistente en corte y muy alta compresión sobre el plano de fractura, de tal forma que toda dilatación queda impedida [1,2].

En hormigón convencional, los áridos son más resistentes que el mortero, y la interfase entre ellos representa el punto más débil del compuesto. Así, en modo I, las fisuras normalmente se inician en las interfases árido-mortero y posteriormente se conectan entre sí a través de la pasta, dando lugar al tipo de trayectoria sinuosa de la Figura 1a. Por otro lado, el modo IIa correspondería a un caso ideal con desplazamiento de corte pero dilatación totalmente impedida, la única opción cinemáticamente posible para la fisura es una línea recta que corte indistintamente áridos y mortero, ver Figura 1b.

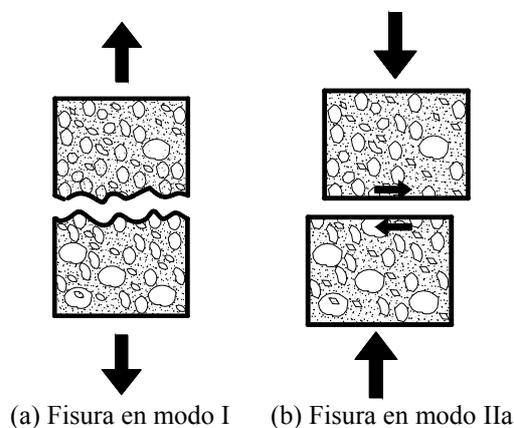


Figura 1. Caminos de la fisura

En la literatura el comportamiento del hormigón en modo I de fractura está ampliamente documentado. En cambio, la fractura en modo mixto está mucho menos estudiada, aún existen controversias respecto a su existencia o no para estos materiales, y muy poco parece existir sobre fractura en corte-compresión.

En este artículo se presentan los trabajos en marcha encaminados a producir una fisura en condiciones lo más aproximadas posible al modo IIa (que como se ha dicho es un modo asintótico) y a caracterizar los parámetros correspondientes a este modo de fractura, fundamentalmente la energía G_f^{IIa} .

Producir una fisura en corte-compresión en un plano predeterminado no es algo trivial. Para ello se ha tenido que concebir y desarrollar una nueva disposición de ensayo basada en la propuesta original de Luong [3,4], consistente en muestras cilíndricas con entallas también cilíndricas desde ambas caras, a la que se ha añadido presión lateral mediante su introducción en célula triaxial. Los ensayos experimentales se han acompañado de simulaciones numéricas mediante un modelo de elementos finitos en 3D, usando elementos de interface, en los que se ha usado una superficie de fractura que corresponde a un modelo constitutivo no asociativo desarrollado en el mismo grupo de investigación [2].

2. ENSAYOS EXPERIMENTALES DE CORTE

2.1 Geometría de las muestras

Se han usado muestras cilíndricas de 100 mm de diámetro y 40 mm de altura, con entallas concéntricas, también cilíndricas, de 10 mm de profundidad ubicadas en ambas caras, superior e inferior.

En la Figura 2 y 3 se muestra un esquema y un corte de las muestras utilizadas en los ensayos.

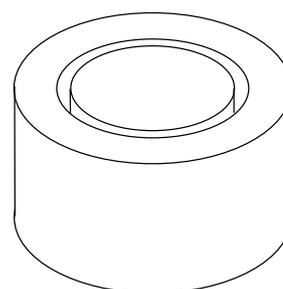


Figura 2. Vista de la muestra.

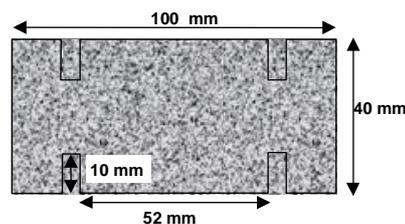


Figura 3. Sección transversal de la muestra.

Para obtener la geometría de las muestras se han moldeado probetas cilíndricas de 100 mm de diámetro y 200 mm de altura, que se han cortado con un disco de diamante en probetas de 40 mm de altura. Luego se les han realizado las entallas utilizando una broca de extracción de testigos.

2.2 Aplicación de cargas

El principio de aplicación de cargas se muestra en el croquis de la figura 4, donde se observa la disposición

de la muestra entre los cabezales de carga. Se distingue por un lado el caso no confinado donde sólo se aplica la carga que genera la sollicitación de corte figura 4b y por otro lado la aplicación del confinamiento sobre la cara exterior de la muestra, figura 4c. Esto último se logra introduciendo el conjunto en la célula de carga triaxial que se muestra en la figura 5.

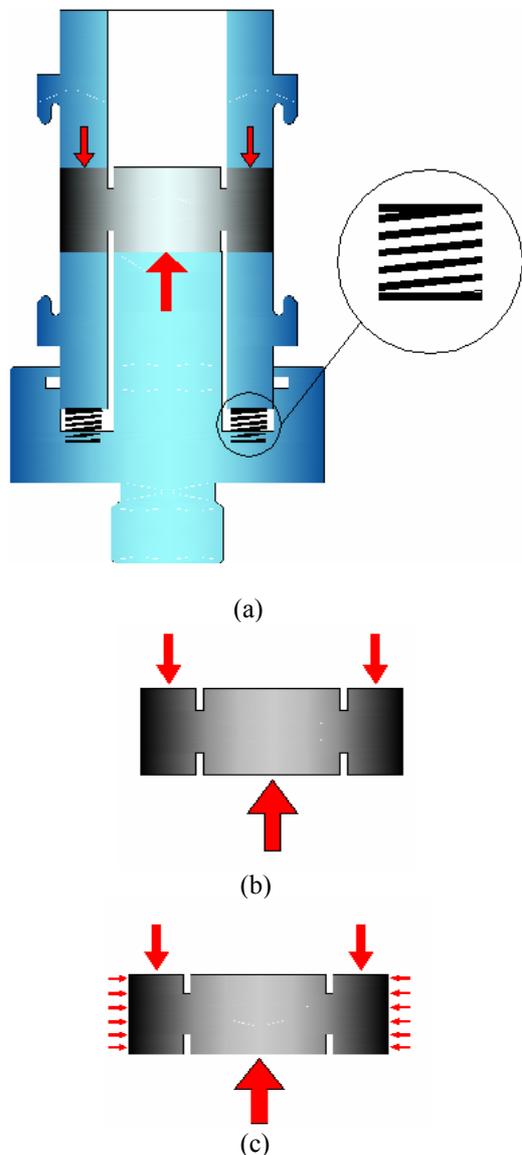


Figura 4. (a) Sistema de aplicación de cargas. (b) Estado de cargas en ensayos no confinados. (c) Estado de cargas en ensayos confinados.

La aplicación de las cargas se realiza a través de un sistema de cabezales especialmente diseñados para poder realizar los ensayos confinados y no confinados. Tal como se puede ver en la Figura 4 (a), el sistema de aplicación de cargas cuenta con un sistema de muelles en la parte inferior que le brindan estabilidad al sistema, permitiendo controlar mejor en régimen de post-pico, ya que la falla del hormigón en los ensayos de corte no confinados es de tipo frágil.

Un esquema general del ensayo de corte confinado, realizado en la cámara triaxial, se muestra en la figura 5.

En los ensayos de corte confinados, las muestras se recubren mediante camisas de goma para aislar la muestra del fluido confinante, e impedir la penetración del mismo en los contactos probeta-cabezal generando acciones verticales indeseadas. Así, se consigue sólo confinamiento lateral sobre las probetas ensayadas.

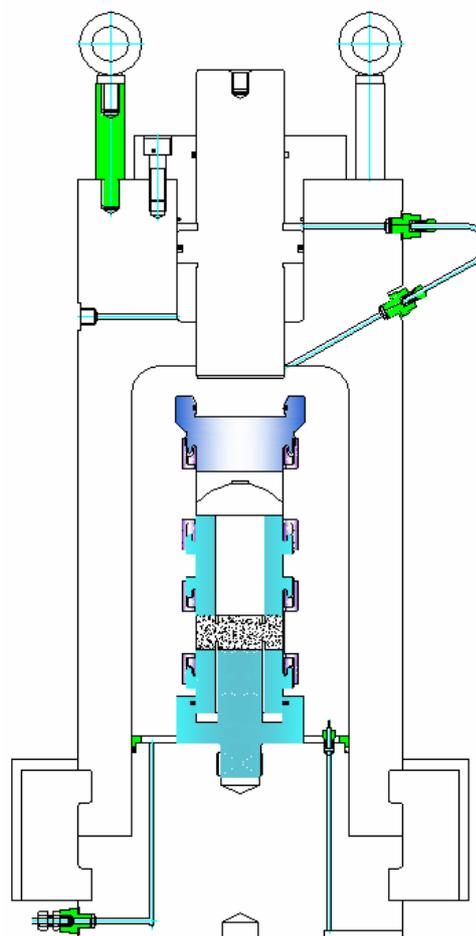


Figura 5. Esquema general de ensayos confinados.

2.3 Material

Las muestras ensayadas corresponden a un hormigón normal, $\sigma_{max} = 30$ MPa, y un módulo elástico de 35.000 MPa. Este hormigón fue elaborado con un tamaño máximo de árido grueso de 10 mm.

2.4 Instrumentos de medida

Para realizar la medición de los desplazamientos verticales se han utilizado LVDTs acoplados adecuadamente al cabezal de aplicación de cargas, con lo que se han podido medir directamente los desplazamientos producidos en el plano de fractura. Para poder realizar la medida de los desplazamientos verticales dentro de la cámara triaxial, se han incorporado LVDTs sumergibles, que permiten operar adecuadamente hasta presiones de confinamiento de 21 MPa.

Para poder realizar la medida de los desplazamientos circunferenciales de las muestras, se ha instalado un dispositivo que consta de una cadena circunferencial envolvente de longitud invariable que lleva instalado en sus extremos un transductor extensométrico que permite medir el cambio de longitud de la circunferencia. Este dispositivo ha sido construido para poder operar adecuadamente en el interior de la cámara triaxial.

2.5 Descripción del ensayo

Para la realización del ensayo la probeta se coloca entre los cabezales especiales mencionados anteriormente. La probeta recibe la carga vertical desde arriba sobre la superficie anular exterior (entre la entalla y el límite de la probeta). Por la parte inferior, la carga se transmite a la superficie central de la probeta (círculo interior a la entalla). Esta disposición permite que la transmisión de las cargas se realice en un modo predominante de corte (o modo II) a lo largo del ligamento cilíndrico entre ambas entallas.

Básicamente los ensayos realizados se dividen en dos grupos:

Ensayos de corte sin confinamiento lateral, que se realizan de acuerdo a lo explicado anteriormente.

Ensayos de corte con confinamiento lateral (confinados), en los que antes de ser cargadas verticalmente, las probetas se someten a una presión de confinamiento lateral que luego se mantiene constante durante el resto del ensayo.

En este último tipo de ensayos la superficie de fractura prescrita se encuentra sometida a un modo de *corte – compresión*.

Los ensayos confinados se realizan para distintas presiones de confinamiento lateral, ya que se busca llegar a determinar la energía de fractura en modo II asintótico, el cual se logra para presiones de confinamiento suficientemente altas.

3. MODELO 3D DE ELEMENTOS FINITOS

Las muestras ensayadas experimentalmente han sido contrastadas con un modelo tridimensional de elementos finitos, figuras 6 y 7. Se ha realizado el mallado de un cuarto de probeta, ya que por razones de simetría geométrica y de cargas no es necesario representar la totalidad de la muestra. El mallado se ha realizado parcialmente a través del pre-postprocesador comercial GiD.

En el modelo se han utilizado elementos tipo junta de espesor cero, cuyo comportamiento se rige por el modelo de constitutivo anteriormente referido que tiene en cuenta las energías de fractura en modo I y en modo IIa [2].

Básicamente el mallado del modelo se ha realizado utilizando elementos tetraédricos con un comportamiento elástico ($E = 35000$ MPa, $\nu = 0,2$).

A lo largo del plano de fractura se han insertado los elementos junta de espesor nulo mencionados anteriormente. También se ha incorporado un plano de

junta en dirección radial, ubicado en la zona central del cuarto de probeta, para poder representar las fisuras de tracción que se producen en ensayos con bajo o nulo confinamiento debido a la dilatación.

Los parámetros de fractura adoptados para estos elementos son:

$$G_f^I = 0.03 \text{ N/mm (energía de fractura en modo I)}$$

$$G_f^{IIa} = 0.3 \text{ N/mm (energía de fractura en modo IIa)}$$

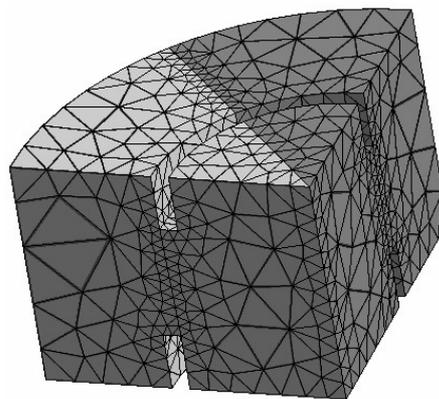


Figura 6. Modelo de elementos finitos 3D.

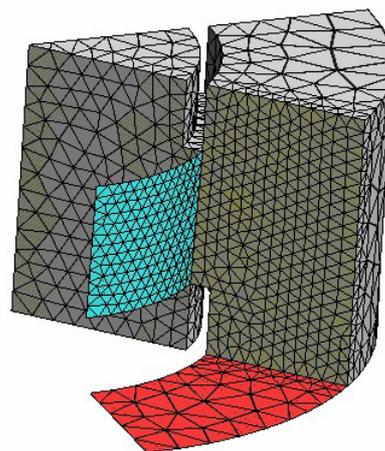


Figura 7. Ubicación de elementos de interface de espesor cero, en el modelo.

4. RESULTADOS

4.1 Resultados Experimentales

Con el objetivo de poder determinar los parámetros de fractura en modo II, se ha realizado una primera serie de ensayos incluyendo ensayos no confinados y ensayos con presiones de confinamiento lateral de 1MPa, 2MPa, y 4MPa.

En los ensayos realizados se ha medido la carga vertical aplicada, los desplazamientos verticales de corte directamente producidos en el plano de fractura y los desplazamientos circunferenciales.

A partir de estos resultados se han obtenido curvas carga-desplazamiento vertical y curvas desplazamiento vertical- desplazamiento lateral.

4.2 Ensayos No – Confinados

En la figura 8 se observa una fotografía de la disposición general del ensayo. La figura 9 muestra la curva carga-desplazamiento vertical típica obtenida en estos ensayos.



Figura 8. Disposición ensayo no confinado

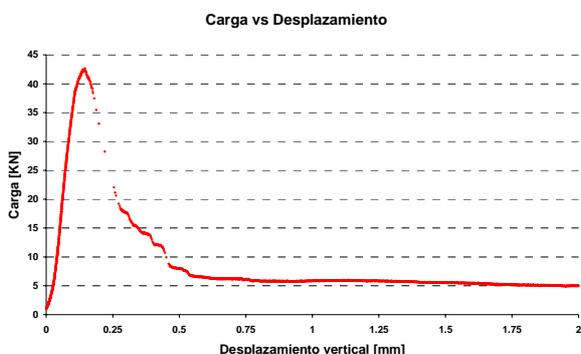


Figura 9. Curva carga -desplazamiento vertical, ensayo no confinado.

En la figura 9 se observa una zona después del pico de máxima carga en la que la grafica pierde su continuidad. Esta pérdida de continuidad se produce inmediatamente después de producirse el pico. Esto nos marca dos mecanismos bien diferenciados para resistir las tensiones de corte generadas:

Un primer mecanismo en el que las tensiones son transmitidas por corte a través del ligamento cilíndrico entre entallas. La pérdida de continuidad en la curva se produce cuando se desarrolla completamente la fisura circunferencial a lo largo de dicho ligamento.

El segundo mecanismo entra en funcionamiento a continuación, y se refleja en la curva carga-desplazamiento por la rama descendente después del salto. En esta rama, la probeta sigue resistiendo la carga, y va perdiendo gradualmente su resistencia a medida de que se van abriendo las fisuras radiales de tracción. Estas fisuras se producen debido a la dilatación que se genera al deslizar sobre la fisura cilíndrica el sector central respecto al anillo circunferencial exterior. Una vez de que se han abierto aproximadamente cuatro fisuras radiales, la probeta alcanza su resistencia residual.

En la figura 10 podemos observar las fisuras radiales que se producen en las muestras ensayadas.



Figura 10. Fotografía de una muestra ensayada a corte sin confinamiento lateral.

4.3 Ensayos con presión de confinamiento

En los ensayos de corte con confinamiento lateral, también se han medido: la carga vertical, los desplazamientos verticales y los desplazamiento circunferenciales. Adicionalmente en estos ensayos se ha medido la presión de confinamiento impuesta en la cámara, a través de un transductor de presión.

De los resultados obtenidos hasta el momento se ha observado que las fisuras radiales del anillo exterior dejan de producirse para presiones superiores a 4 MPa. Esto se puede apreciar en las muestras ensayadas, que se muestran en las fotografías de las Fig. 11. Esta muestra fue cortada posteriormente a fin de observar la zona de falla.



Figura 11. Fotografía de muestras ensayadas a corte con confinamiento lateral de 4 MPa.

En la Fig. 12 se representan las curvas carga-desplazamiento vertical y desplazamiento circunferencial-desplazamiento verticales, para presiones de confinamiento lateral de 0MPa, 1MPa, 2MPa y 4MPa.

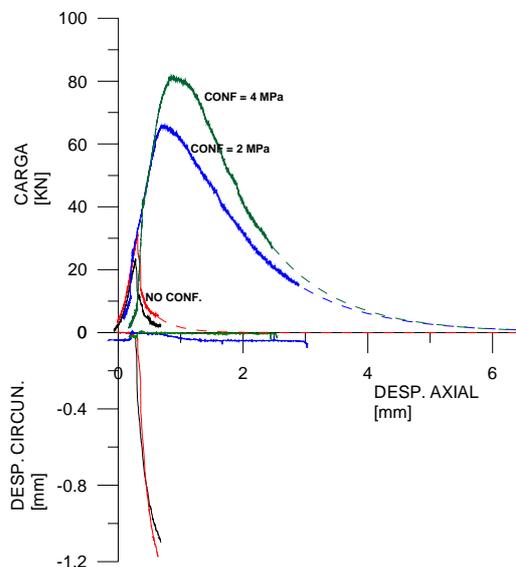


Figura 12. Curvas carga-desplazamiento, ensayos con y sin presión de confinamiento.

4.4 Resultados numéricos

Hasta el momento se ha realizado la simulación de los ensayos de corte no confinados, y de los ensayos de corte confinados para presiones de confinamiento de 1 y 2MPa.

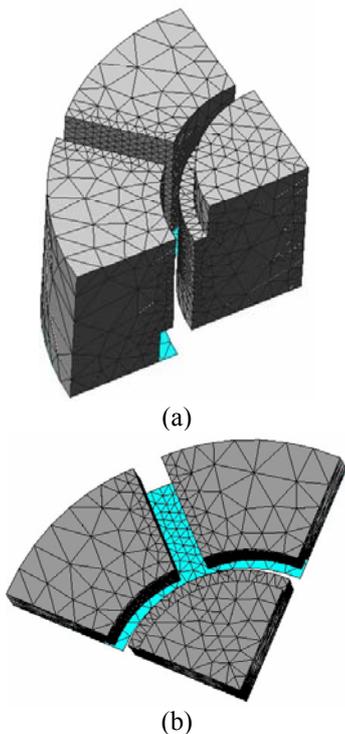


Figura 14. (a) Vista lateral del modelo deformado. (b) Vista cara superior del modelo deformado.

En la Figura 14 se puede observar el modelo totalmente deformado, una vez que se han abierto por completo las fisuras de corte y de tracción.

En la actualidad se está trabajando en ajustar los parámetros del modelo de elementos finitos para obtener curvas carga-desplazamiento vertical y desplazamiento vertical-desplazamiento lateral, que se ajusten a las obtenidas en los ensayos experimentales.

5. CONCLUSIONES

De los resultados experimentales obtenidos hasta el momento se pueden extraer concluir que

- La resistencia al corte y la ductilidad se incrementan significativamente ante el efecto del confinamiento lateral.
- Para presiones de confinamiento lateral de aproximadamente 4MPa o superiores, se suprime casi toda la dilatancia, lo que parecería confirmar la hipótesis de un modo IIa asintótico utilizada desde hace algunos años en modelos numéricos.
- Los resultados preliminares de la modelación numérica muestran un buen acuerdo cualitativo con el comportamiento experimental, a falta del ajuste cuantitativo de las curvas

AGRADECIMIENTOS

Los trabajos presentados se financian principalmente mediante el proyecto MAT2003-02481. El segundo autor agradece la beca doctoral FPU-MEC. EL segundo autor disfrutó de una beca de movilidad MEC (jóvenes doctores) en 2004-05, y actualmente se encuentra de nuevo de visita en la UPC financiado mediante una ayuda de “Grups Consolidats” de la Generalitat de Catalunya (2005SGR-L-00291)

REFERENCIAS

[1] Carol, Prat (1995). *Multicrack model based on the theory of multisurface plasticity and two fracture energies*. In E.Oñate et al, eds, COMPLAS4. CIMNE (UPC) Barcelona, Pp 1583-1594.
 [2] Carol, Prat, Lopez (1997). *Normal/shear cracking model: Application to discrete crack analysis*. Journal of Engineering Mechanics. Vol. 123, No.8, Pp. 765-773.
 [3] Luong, M.P. (1990). *Tensile and shear strength of concrete and rock*. Engineering Fracture Mechanics. Vol. 35, N°1/2/3, pp 127-135.
 [4] Luong, M.P. (1992). *Fracture testing of concrete and rock materials*. Nuclear Engineering and Design Vol. 133, pp 83-95.

IMPACTO DE BAJA ENERGÍA DE PLATOS INYECTADOS DE POLIESTIRENO ALTAMENTE ORIENTADOS

A. B. Martínez¹, M. Sánchez-Soto¹, J. Viana², J. A. Navas¹

¹ Centro Catalán del Plástico, Universidad Politécnica de Catalunya. C/colom 114, 08222 Terrassa.
E-mail: antonio.martinez@upc.edu
Tfno: 93 783 70 22. Fax: 93 784 18 27

² Universidad do Minho. Escuela de Ingeniería.
Campus de Azurem. 4800-500 Guimaraes. E-mail: jviana@eng.uminho.pt

RESUMEN

Se presenta un modelo para la predicción de la fuerza, indentación, tiempo de contacto y desplazamiento para el impacto de baja energía de platos de polímeros con un indentador hemisférico. Se proponen las ecuaciones que gobiernan el sistema y se resuelven mediante métodos numéricos. Los ensayos de impacto se han realizado en una torre de caída de dardo sobre placas de poliestireno altamente orientadas. se han comparado las predicciones del modelo con los resultados experimentales resultando en una excelente concordancia.

ABSTRACT

A model for predicting the contact duration, force, indentation and displacement under impact for the low impact energy of a polymer plate with a hemispherical indenter has been developed. The governing equations were first proposed and then solved by numerical methods. The impact tests were conducted using a drop tower tester on highly oriented polystyrene plates. The comparison between the experimental data and the model predictions are provided. A very good accord between them was observed.

ÁREAS TEMÁTICAS PROPUESTAS: Técnicas experimentales. Fractura de polímeros

PALABRAS CLAVE: Polímeros, impacto, Indentación.

1. INTRODUCCIÓN

Mientras que en las técnicas habituales de impacto la energía disponible en el impactor está en exceso sobre la energía absorbida por la probeta o pieza que recibe el impacto, en las técnicas de baja energía, la energía disponible es reducida y dependiendo de su nivel puede o no afectar o más bien dañar que destruir la muestra. El daño resultante, que puede ser invisible, puede ser causado por muy leves impactos, de aquí la importancia de su aplicación en materiales plásticos y compuestos.

Estos ensayos no son en si mismos una nueva técnica, antes del desarrollo de los métodos de impacto instrumentados, el procedimiento más popular, sólo disponible en la configuración de discos o placas solicitadas a flexión por caída de dardo o bola, fue la determinación de la energía incidente en la cual el 50% de las muestras falla. Ello genera que sobrevivan muestras, algunas parcialmente dañadas, dando lugar a la cuestión de que daño constituye fallo. Este punto, junto con los requisitos de una gran número de muestras, han sido las razones que han contribuido al paulatino declive del método. Por otra parte, el desarrollo de la electrónica ha permitido la instrumentación de los equipos de impacto y así la

posibilidad de seguir la historia completa del contacto entre impactor y muestra. Así han emergido los métodos instrumentados de impacto. Un primer paso para entender el fenómeno de impacto es desarrollar un modelo para predecir la historia de la fuerza de contacto y la respuesta de la estructura. Ello envuelve modelar el movimiento del impactor, la dinámica de las estructuras y la indentación local de la misma.

El objetivo de este trabajo ha sido el de desarrollar un modelo y aplicarlo al estudio de la iniciación y propagación de grietas en discos altamente orientados de poliestireno.

2. DETALLES EXPERIMENTALES

Se ha utilizado el grado SC203 EL de poliestireno fabricado por Supreme Petrochem Lmtd. cuyo índice de fluidez es de 8g/10 min (200 °C/5Kg.) y cuyo coeficiente de Poisson es $\nu=0.32$. Se inyectaron por el centro discos de 150 mm. de diámetro y 4 mm de espesor en un molde espiral como el esquematizado en la figura 1 y en el que una de las paredes de la cavidad puede hacerse girar a diferentes velocidades. Se obtuvieron los discos denominados P0, P25, P50, P100, P200 y P300 según fuera la velocidad de

rotación aplicada de 0, 25, 50, 100, 200 o 300, revoluciones/min. De esta manera, al aumentar la velocidad de giro se aumentaba la orientación de las cadenas de poliestireno.

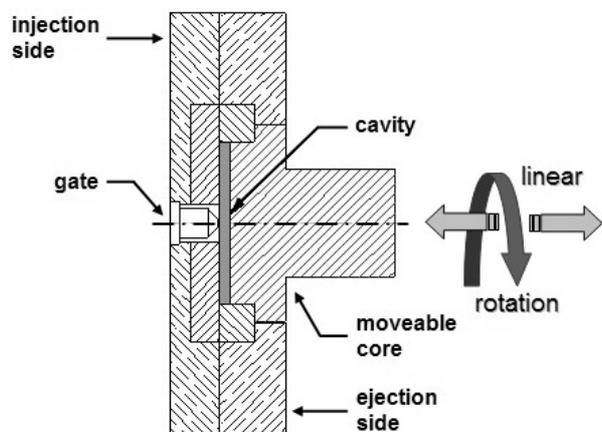


Figura 1. Esquema del molde de inyección

Como probetas para los ensayos se utilizaron los discos inyectados cortados por la mitad. Los ensayos de impacto se realizaron en una torre de caída de dardo modelo Dartvis (Ceast). La masa del dardo impactor fue de 0.7437 g. teniendo el cabezal un diámetro de 12.7 mm. Las probetas fueron simplemente apoyadas sobre un anillo de 60mm de diámetro interno y 80 mm. de diámetro externo. La colisión entre el cabezal y la probeta se produjo transversalmente y en el centro del anillo de soporte. Se registraron la fuerza soportada por el cabezal durante el tiempo de colisión digitalizándose a 125 KHz y almacenando los datos en un ordenador personal. La energía de impacto puede modificarse cambiando la altura de caída o la masa del dardo impactor. Por su parte la velocidad justo antes de la colisión puede calcularse a partir de la altura de caída.

$$v_0 = \sqrt{2gh} \quad (1)$$

La curva registrada puede examinarse aplicando la segunda ley de Newton:

$$F(t) = m\ddot{\alpha} + mg \quad (2)$$

donde $F(t)$ es la fuerza registrada, m la masa del dardo, α la aceleración del dardo y g la gravedad. Integrando dos veces el desplazamiento del dardo, α , resulta:

$$\alpha = v_0 t - \frac{1}{m} \int_0^t \int_0^t F(t) dt^2 + \frac{1}{2} g t^2 \quad (3)$$

que puede calcularse fácilmente por integración numérica de la curva registrada.

El coeficiente de restitución es un parámetro empírico utilizado para medir la energía perdida durante la

colisión. Se define como la relación entre las velocidades del dardo, v_1 , justo después de la colisión y v_0 justo antes del contacto. Haciendo un balance impuso-momento e integrando resulta [1]:

$$\varepsilon = \frac{\int_0^t F(t) dt}{mv_0} - 1 \quad (4)$$

El término superior puede calcularse por integración numérica de la curva $F(t)$.

3. MODELO

La colisión transversal entre el elemento hemisférico rígido y la probeta puede representarse por el modelo esquematizado en la figura 2.

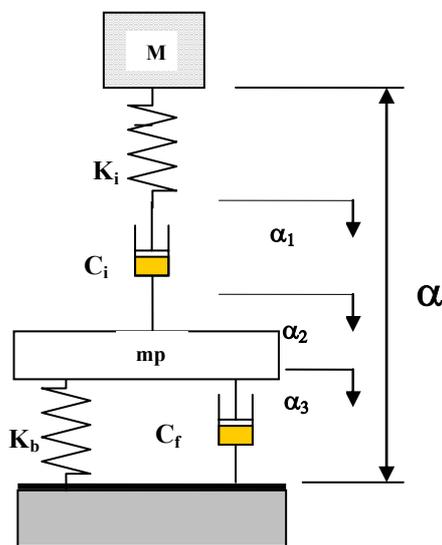


Figura 2. Modelo de flexión e indentación

El modelo está constituido por dos partes [2]. Una primera que considera la indentación en el contacto y que está constituida por un muelle y un amortiguador en serie, y una segunda que considera la deflexión del plato y que está constituida por un muelle y un amortiguador en paralelo. En el modelo, m es la masa del dardo y mp la masa efectiva de la probeta. K_i y K_f son respectivamente la rigidez Hertziana y la rigidez a flexión, mientras que C_i y C_f son las constantes de amortiguador a indentación y flexión.

Las ecuaciones que rigen el sistema de la figura 2 son

$$\alpha = \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 \quad (5)$$

$$F_m = m\ddot{\alpha} + mg \quad (6)$$

$$F_{c_i} = C_i \dot{\alpha}_{c_i} \quad (7)$$

$$F c_f = C_f \dot{\alpha} c_f \quad (8)$$

$$F_{KF} = K_f \alpha_{KF} \quad (9)$$

$$F_{Ki} = K_i \alpha_{Ki} \quad (10)$$

$$m \ddot{\alpha} + m p g = K_i \alpha_i - C_F \dot{\alpha}_3 - K_F \alpha_3 \quad (11)$$

No tienen soluciones analíticas y se resuelven mediante el método de Ruge-Kutta de 4° orden.

4. DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS

En la figura 3 se muestra una de las curvas registradas experimentalmente, y superpuestas y difíciles de distinguir se encuentran las curvas predichas por el modelo.

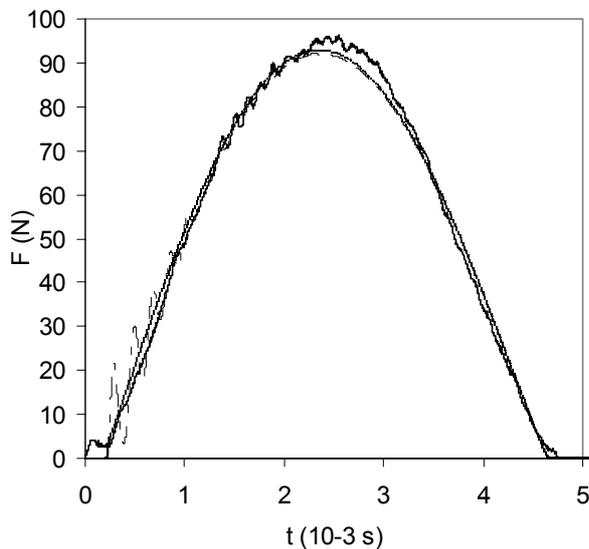


Figura 3. Evolución de la fuerza con el tiempo.

Puede notarse que el modelo aquí presentado, que tiene en consideración la masa efectiva de la probeta, superpone incluso las oscilaciones de baja frecuencia que no están resueltas por el modelo serie-paralelo sin masa de la probeta [2]. Los desplazamientos calculados de la curva experimental y los calculados a partir del modelo son también prácticamente coincidentes como se muestra en la figura 4.

Los valores de los coeficientes de restitución calculados experimentalmente son prácticamente coincidentes con los predichos por el modelo. En la figura 5 puede observarse además como disminuyen al aumentar el valor de V_0 . Su valor inferior a la unidad demuestra porque los modelos conservativos no se aproximan bien a los resultados experimentales.

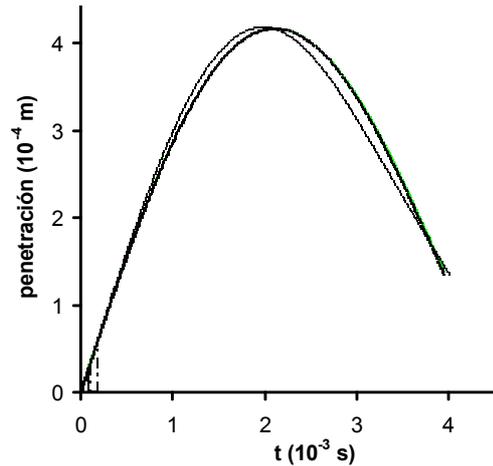


Figura 4. Desplazamientos.

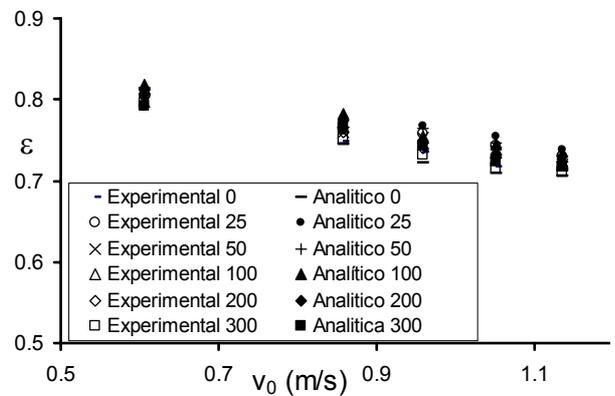


Figura 5. Evolución del coeficiente de restitución.

Los valores obtenidos por el modelo para el módulo elástico (figura 6) aumentan ligeramente con la velocidad tal y como cabe esperar de un material viscoelástico. Por otra parte se verifica que su magnitud es independiente de la orientación inducida en las probetas.

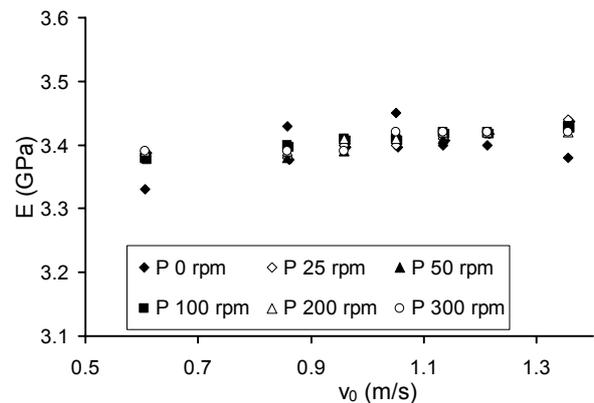


Figura 6. Evolución del módulo elástico.

Si se produce daño en la probeta, éste se producirá en el punto donde ha colisionado el dardo pero en la cara opuesta al punto de impacto. Para bajas alturas de caída, es decir, para muy bajas energías de impacto, la curva registrada es prácticamente semisenoidal, está

muy bien ajustada por el modelo y no se observan visualmente síntomas de daño. Aumentando la altura de caída del dardo, la curva registrada es también prácticamente semisenoidal y el modelo la reproduce bien, sin embargo, en el punto opuesto al de la colisión se observa la presencia de crazes. A mayores energías, la curva registrada ya no es una semisenoidal completa sino que a partir de una fuerza máxima cae abruptamente, observándose sobre la probeta la presencia de grietas.

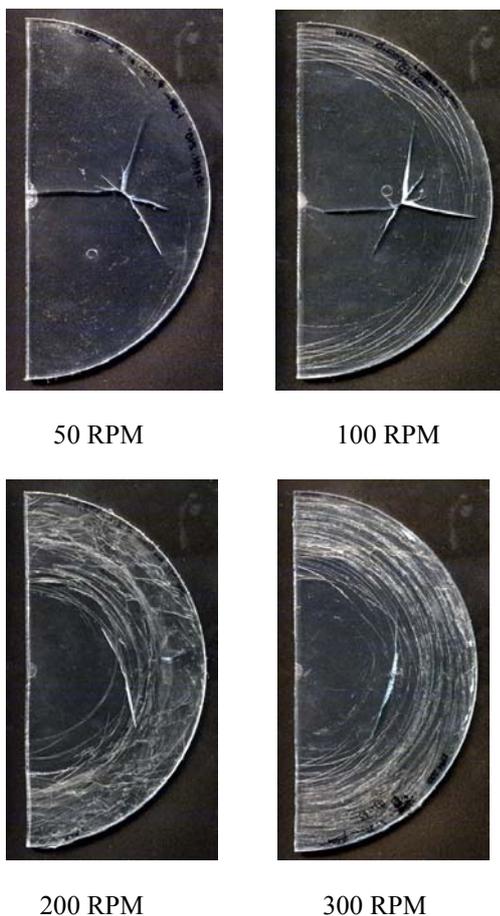


Figura 7. Fotografía de las probetas de poliestireno con alta orientación mostrando las fracturas.

En la figura 7 se muestran fotografías de las probetas fracturadas donde puede observarse como las grietas pasan de diametrales a circunferenciales a medida que aumenta la velocidad de giro en el molde, siguiendo de esta manera las líneas de orientación de las cadenas del poliestireno. Tomando el valor de la fuerza máxima F_m cuando se ha producido la primera grieta, es decir, interpolando el valor de la fuerza máxima registrada justo antes de producirse la grieta y justo en el momento de producirse, se puede calcular la tensión para originar la grieta a partir de la ecuación

$$\sigma_m = \frac{F_m}{e^2} \left[(1 + \nu) \left(0.485 \log \frac{r}{e} \right) + 0.48 \right] \quad [12]$$

donde e es el espesor del plato, r el radio interno del soporte y $\nu=0.32$ el coeficiente de Poisson del poliestireno. Los valores de σ_m se representan en la figura 8 donde puede observarse que la tensión de rotura cuando hay muy poca orientación es de unos 50 MPa pero que este valor se reduce de manera importante a medida que aumenta la orientación.

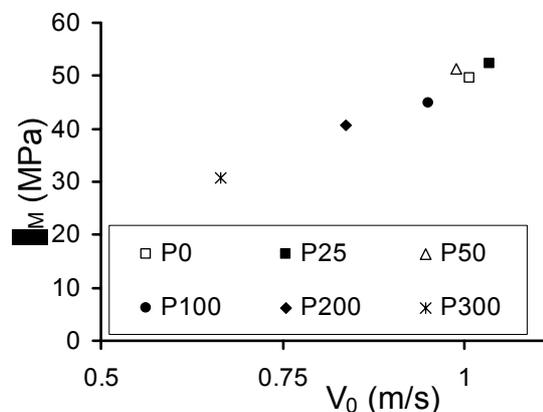


Figura 8. Tensión de rotura de las probetas.

5. CONCLUSIONES.

El modelo predice la fuerza, indentación, tiempo de contacto y desplazamiento así como los valores del coeficiente de restitución para el impacto de baja energía con un indentador hemiesférico. Los resultados teóricos coinciden con los experimentales. La aplicación del modelo permite la estimación del módulo elástico de los polímeros a relativamente elevadas velocidades de deformación.

La aplicación del modelo permite distinguir a que valor de la energía o de la fuerza máxima se produce el inicio del daño en la probeta. Los valores de tensión de rotura pueden determinarse a elevadas velocidades de deformación y se observa que un valor disminuye con la orientación de las cadenas de poliestireno.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen al MCYT la financiación recibida a través del proyecto MAT2003-08480-C03-02

REFERENCIAS

[1] M. Sánchez-Soto, A.B. Martínez, O.O. Santana, A. Gordillo. On the application of a damped model to the falling weight characterization of glass-bead polystyrene composites. *J. Ap. Polym. Sci.* 93 (2004) 1271-1284.

[2] O. Jiménez, J. A. Sullcahuamán, M. Sánchez-Soto, A. B. Martínez. Low energy impact evaluation using non-conservative models. *Int. J. Mech. Solids* 42(2005) 5758-5764.

UTILIZACIÓN DEL ENSAYO MINIATURA DE PUNZONAMIENTO (Small Punch Test) EN LA CARACTERIZACIÓN MECÁNICA DE ACEROS

J. Autillo, M. A. Contreras, C. Betegón, C. Rodríguez¹ y F.J. Belzunce,

Escuela Politécnica Superior de Ingeniería de Gijón, Universidad de Oviedo, Campus de Gijón 33203 Gijón.

¹e-mail: cristina@uniovi.es, Tfno: 985181951, Fax: 985182055

RESUMEN

Los ensayos miniatura para la caracterización del comportamiento mecánico de los materiales son especialmente interesantes, ya que permiten conocer sus características fundamentales utilizando volúmenes de material muy pequeños, de manera que, en muchas ocasiones, pueden considerarse como ensayos no destructivos y, además, permiten caracterizar mecánicamente regiones muy pequeñas (zonas térmicamente afectadas por la soldadura, capas superficiales, etc.) que son prácticamente imposibles de caracterizar mediante la utilización de los ensayos mecánicos convencionales. Las probetas utilizadas en el ensayo miniatura de punzonamiento, EMP ("Small Punch Test") tienen una sección de 10x10 mm² y tan sólo 0.5mm de espesor. El ensayo consiste en anclar la periferia de la probeta entre dos matrices y deformar a continuación la probeta hasta su rotura con un punzón de cabeza semiesférica de 2.5mm de diámetro.

En este trabajo se describe la puesta a punto de esta metodología de ensayo, al objeto de poder aplicarla, posteriormente, en la caracterización mecánica de aceros estructurales.

PALABRAS CLAVE: Ensayos miniatura, propiedades mecánicas, acero estructural.

ABSTRACT

Miniature tests can be used to obtain the mechanical properties of materials using only small volumes, so they can be considered as non-destructive tests and they can also be used to characterize very small regions as heat affected regions in welding or surface coatings, that are not possible to evaluate using conventional testing practices. The specimens used in the Small Punch Test have a square section with a size of 10 mm and 0.5 mm of thickness. The periphery of the specimen is firmly supported between two dies and it is deformed until its rupture using a spherical ended punch with a diameter of 2.5 mm.

In order to determine the mechanical properties of structural steels by means of the Small Punch Test, the testing methodology used to characterize structural steels by means of this test is explained in this work.

KEYWORDS: Small punch test, mechanical properties, structural steels.

1. INTRODUCCIÓN

La evaluación de las propiedades mecánicas de los componentes estructurales de las centrales térmicas y nucleares así como la valoración de su posible degradación durante su prolongado servicio (altas temperaturas, irradiación neutrónica), son aspectos fundamentales a la hora de asegurar la integridad estructural de estas instalaciones y su vida residual [1]. La caracterización del comportamiento mecánico de los materiales estructurales, a excepción de su dureza, es por definición destructiva, ya que requiere la extracción directa de probetas de ensayo del componente a evaluar. Esto solo es posible si el tamaño de estas probetas es lo suficientemente pequeño como para posibilitar la reparación sencilla del componente, para que pueda seguir siendo operativo. Esta forma de actuar implica el uso de probetas de pequeño tamaño (probetas miniatura) que,

normalmente, no cumplen los requisitos establecidos en las correspondientes normas de ensayo. De este modo, en el curso de los últimos años, se han venido utilizando diferentes tipos de probeta con unas dimensiones inferiores a unos pocos centímetros para la evaluación de las propiedades a tracción, fatiga, tenacidad a la entalla (Charpy), tenacidad a la fractura, crecimiento de grietas por fatiga, etc., cuyos resultados deben ser convenientemente interpretados con el fin de derivar las propiedades de los componentes (de mucho mayor tamaño) de los que se han extraído las probetas [2].

2. ENSAYO MINIATURA DE PUNZONAMIENTO (SMALL PUNCH TEST)

El ensayo miniatura de punzonamiento, *EMP*, o *Small Punch Test*, como se denomina en la literatura

científico-técnica, es un procedimiento de ensayo que pudiendo considerarse prácticamente no destructivo, en virtud del tamaño tan reducido de las probetas que utiliza, permite valorar directamente las propiedades mecánicas de los materiales, en contraste con otras técnicas no destructivas como rayos X, ultrasonidos o técnicas magnéticas, que se basan en medidas indirectas para estimar algunas de estas mismas propiedades.

El ensayo EMP inició su desarrollo en el MIT en el año 1981 para estudiar la fragilización de los materiales producida por radiación [3]. Su desarrollo continuó en Japón, particularmente en la universidad Tohoku y en el Instituto Japonés de Investigación sobre Energía Atómica (JAERI) [4]; en E.E.U.U. fue el EPRI el encargado de su desarrollo, mientras que en Europa los primeros trabajos sobre este ensayo aparecen en 1992 de la mano de la universidad de Swansea y el ERA, en el reino Unido [5] y del CESI, en Italia [6].

El ensayo EMP está siendo utilizado en la actualidad para determinar las propiedades mecánicas a tracción (incluida la ley de comportamiento del material), la temperatura de transición dúctil-frágil, el comportamiento a fractura y a fluencia, así como para estudiar cualquier fenómeno de fragilización, incluida la fragilización asistida por el medio ambiente. Además, en virtud del pequeño tamaño de las probetas que utiliza, constituye un ensayo muy apropiado para caracterizar mecánicamente zonas muy pequeñas, que no sería posible analizar con otro tipo de ensayos, como por ejemplo, las zonas afectadas térmicamente de las uniones soldadas o las diferentes capas individuales de los materiales laminares y/o recubiertos.

Las probetas que normalmente se usan en este ensayo son cuadradas, de $10 \times 10 \text{ mm}^2$ de sección y 0.5 mm de espesor, o bien discos de 3 mm de diámetro (probetas habitualmente utilizadas en microscopía electrónica de transmisión) y 0.25 mm de espesor. El ensayo consiste en fijar la periferia de la probeta, empotrándola entre dos matrices, para posteriormente deformar la probeta hasta su rotura utilizando un punzón de cabeza semiesférica (de 1.25 o de 0.5 mm de radio respectivamente para los dos tipos de probeta mencionados), tal y como se esquematiza en la Figura 1.

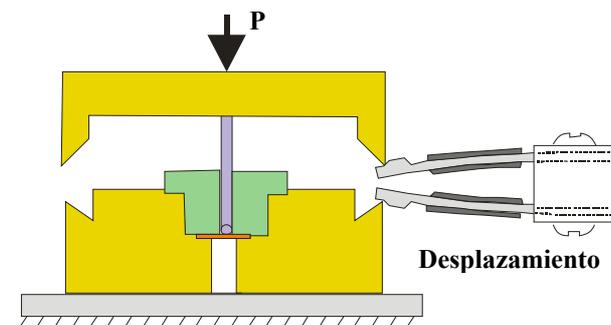


Figura. 1. Esquema general del ensayo EMP.

Se obtiene, de este modo, un gráfico representativo de la fuerza ejercida por el punzón contra la probeta, P , frente al desplazamiento del mismo (véase Figura 2). Como puede observarse, la curva muestra diferentes zonas características del comportamiento de los materiales dúctiles:

- **Zona I.** Zona de deformación elástica: corresponde a la región rectilínea inicial.
- **Zona II.** Zona de transición elastoplástica: la deformación plástica que ha comenzado en la región de contacto entre la probeta y el punzón se extiende hasta alcanzar todo el espesor de la probeta.
- **Zonas III y IV.** Deformación plástica generalizada: la deformación plástica se extiende a lo largo de toda la probeta y tiene lugar un adelgazamiento importante de su espesor.
- **Zona V.** Zona de inestabilidad plástica y rotura: en las proximidades de la fuerza máxima, P_{max} , tiene lugar la inestabilidad plástica, con la formación de grietas que cuando atraviesan todo el espesor de la probeta dan lugar al descenso de la carga que se observa al final del ensayo.

Analizando las diferentes zonas, se obtienen una serie de parámetros característicos directamente relacionados con las propiedades mecánicas del material ensayado:

- Pendiente del tramo inicial lineal (régimen elástico), P/d
- Fuerza para la que se inicia el régimen plástico, P_y
- Fuerza máxima registrada en el ensayo, P_{max} , que corresponde a la fuerza para la que se ha generado ya una grieta que atraviesa el espesor de la probeta.
- Desplazamiento en el punto de fuerza máxima, d_{max}
- Energía de fractura o área encerrada debajo de la curva fuerza-desplazamiento hasta el punto representativo de la fuerza máxima, W .

Así mismo, realizando ensayos a diferentes temperaturas, podemos registrar la energía de fractura en función de la temperatura y de este modo determinar la transición dúctil frágil del material en este ensayo, $TT(EMP)$.

Algunos de estos parámetros divididos por la correspondientes potencias del espesor de la placa, t , (P_y/t^2 , P_{max}/t^2 , d_{max}/t), pueden relacionarse, respectivamente, con: el límite elástico a tracción, σ_y , la resistencia última a tracción, σ_u , y el alargamiento a

tracción, A. Por su parte, la temperatura de transición obtenida en el EMP, $TT(EMP)$, está relacionada con la

temperatura de transición dúctil-frágil medida en ensayos Charpy, $TT(Charpy)$ [7, 8, 9, 10].

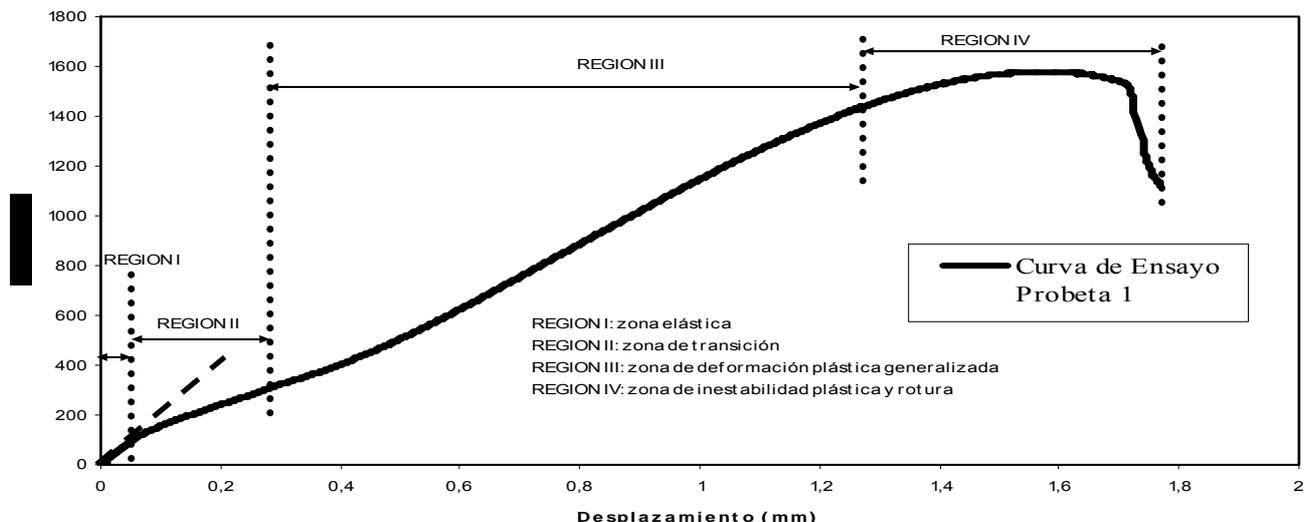


Figura. 2. Gráfico representativo del ensayo EMP (probeta 1: $t = 0.449$ mm)

3. MATERIAL Y PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

Se ha utilizado como material de ensayo un acero tipo S460N (EN 10113-2), con 0.18%C, laminado en forma de chapa de 15mm de espesor, que tras la laminación en caliente y posterior normalizado mostraba una microestructura ferrito-perlítica.

Las muestras objeto de ensayo se mecanizaron a partir de una probeta Charpy de $55 \times 10 \times 10$ mm³ con una orientación LT. Para ello se realizaron cortes transversales con una cortadora metalográfica de precisión con la que se obtuvieron láminas de 10×10 mm² de sección y 1mm de espesor que, tras su embutición en resina, fueron desbastadas por una de sus caras hasta alcanzar un espesor de 0.7mm y, finalmente, se procedió a realizar un desbaste fino de la otra cara con papeles de carburo de silicio de grano 400, 600 y 1200, para terminar con un pulido con pasta de diamante de 6 μ m. Se obtuvieron así probetas de 0.5mm de espesor nominal final. Previamente a la realización del ensayo, se procedió a eliminar manualmente la resina y a efectuar la medición del espesor de la probeta, utilizando para ello un micrómetro de 1 μ m de precisión. La medición se realizó en cinco puntos de la probeta localizados, respectivamente, en el centro y en sus cuatro esquinas.

Los ensayos se realizaron utilizando un dispositivo experimental diseñado y fabricado en la EPSIG acoplado a una máquina estática dotada de una célula de carga de 10 kN. La singularidad de este nuevo dispositivo de ensayo consiste en que el apriete de la probeta se realiza a través de una pieza roscada lo que facilita mucho el proceso de montaje del ensayo. La parte inferior de dicha pieza roscada es un casquillo

esférico cóncavo, en el que encaja perfectamente otro casquillo esférico convexo que constituye la parte superior de otra pieza que actúa como “fijador” de la probeta, garantizando de este modo una presión de apriete uniforme en todo el contorno de la misma. La determinación del desplazamiento se realizó a través de un extensómetro tipo COD colocado entre las partes superior e inferior del dispositivo, tal como se esquematiza en la figura 1. Esta disposición del extensómetro hace que junto con el desplazamiento del punto de carga se esté contabilizando el desplazamiento debido a la deformación de otras partes del dispositivo de ensayo (bola y punzón). Por esta razón, y al objeto de corregir estos desplazamientos, se determinó la flexibilidad del dispositivo de ensayo a través de la realización de una serie de cargas y descargas sobre un trozo material lo suficientemente rígido. Esta curva de flexibilidad nos permitirá corregir las obtenidas en los ensayos EMP, y obtener de este modo la curva carga-LPD real de cada probeta.

4. RESULTADOS EXPERIMENTALES

La figura 3 muestra algunas de las curvas carga-desplazamiento obtenidas experimentalmente. Concretamente, y como puede observarse en la tabla 1, se muestran las curvas correspondientes a las probetas de menor espesor (probetas 1 y 2, $t \approx 0.45$ mm) y de mayor espesor (probetas 6, 7 y 8, $t \approx 0.56$ mm) del lote.

La observación de estas curvas pone de manifiesto, en primer lugar, el importante efecto ejercido por el espesor de la probeta sobre los valores de carga y desplazamiento obtenidos, y, por otro, la aceptable repetibilidad del ensayo cuando se utilizan probetas de espesor semejante.

Por su parte, la tabla 1 recoge los valores de los parámetros característicos obtenidos para las diferentes

probetas. En dicha tabla se indica el valor de P_y obtenido mediante tres métodos distintos.

Probeta Nº	Espesor t (mm)	Pendiente elástica, P/d (N/mm)	$P_y(t/10)$ (N)	$P_y(t/100)$ (N)	$P_y(ct)$ (N)	P_{max} (N)	d_{max} (mm)	W (J)
1	0.449	2060	213	130	144	1597	1.575	1.396
2	0.451	2270	237	144	174	1584	1.455	1.214
3	0.497	2627	348	197	279	2082	1.609	1.864
4	0.504	2651	344	229	267	1871	1.542	1.671
5	0.506	2681	332	226	260	1770	1.319	1.247
6	0.561	3395	489	332	396	2220	1.957	2.127
7	0.563	3285	416	274	314	-	-	-
8	0.564	2797	463	313	342	2241	1.787	2.167

Tabla 1. Parámetros obtenidos directamente de los gráficos fuerza-desplazamiento

Probeta Nº	Espesor t (mm)	$P_y(t/10)/t^2$ (MPa)	$P_y(t/100)/t^2$ (MPa)	$P_y(ct)/t^2$ (MPa)	P_{max}/t^2 (MPa)	d_{max}/t	W/t^2 (J/mm ²)
1	0.449	1055	644	713	7907	3.506	6.912
2	0.451	1167	709	857	7798	3.229	5.976
3	0.497	1415	981	1099	8442	3.241	7.558
4	0.504	1356	903	1053	7377	3.063	6.589
5	0.506	1295	881	1014	6902	2.604	4.863
6	0.561	1554	1055	1259	7056	3.488	6.761
7	0.563	1313	865	991	-	-	-
8	0.564	1456	984	1075	7045	3.168	6.812
Valor Medio		1326	878	1008	7504	3.186	6.496
Desv. Típica		159	140	163	524	0.304	0.835
Coef. Variación		0.12	0.16	0.16	0.07	0.10	0.13

Tabla 2. Parámetros característicos del ensayo, valores medios, desviaciones típicas y coeficientes de variación

$P_y(t/10)$, y $P_y(t/100)$, son respectivamente, las cargas correspondientes al punto de intersección de la curva de ensayo con rectas paralelas a la lineal inicial desplazadas, respectivamente, distancias iguales a $t/10$, y a $t/100$. Por su parte, $P_y(ct)$ es la carga correspondiente al punto de corte entre dos rectas tangentes a la curva en las regiones de comportamiento elástico y de inicio del comportamiento plástico.

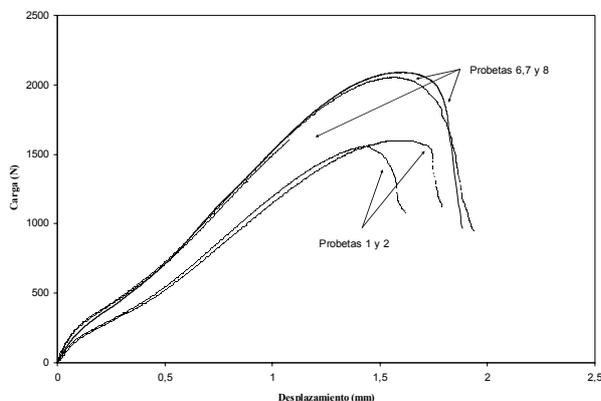


Figura 3. Curvas ensayo EMP (los espesores de las probetas se muestran en la tabla 1)

La figura 4 da cuenta de la aplicación de los citados criterios en el caso de la probeta 3.

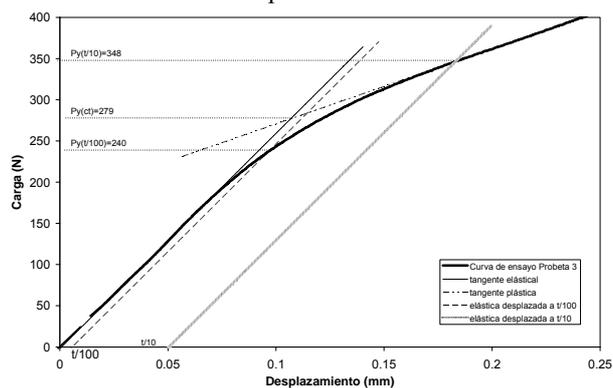


Figura 4. Aplicación de los métodos de cálculo de la carga P_y a la probeta 3 ($t = 0.497$ mm)

Por su parte, la tabla 2 resume los resultados obtenidos tras dividir los diferentes parámetros por las correspondientes potencias de t . En la tabla también se recogen la media, desviación típica y coeficiente de variación de cada parámetro.

Señalar en primer lugar que, aunque con cierta dispersión, se han obtenido unos resultados bastante consistentes y prometedores, que apuntan a que la técnica experimental utilizada, aunque mejorable, es lo suficientemente correcta. Estos resultados también parecen señalar que el método más adecuado para definir el parámetro relacionado con el límite elástico del material, es el que corresponde al punto de corte entre el gráfico y una línea paralela a la elástica desplazada una distancia igual a $t/10$ (este es el valor al que corresponde un menor coeficiente de variación).

5. MODELIZACIÓN NUMÉRICA DEL ENSAYO EMP

Se ha desarrollado un modelo para reproducir el ensayo mediante cálculo numérico. Para ello se utilizó el programa de cálculo por elementos finitos ABAQUS. Aunque las probetas utilizadas en la experimentación desarrollada son de geometría cuadrada, el problema puede considerarse axisimétrico, ya que el hueco de la matriz sobre la que se produce el punzonado es cilíndrico. Esto simplifica mucho el problema al permitir trabajar en dos dimensiones. La metodología seguida fue la de desarrollar y probar distintos modelos, simulando el ensayo y recogiendo y estudiando las diferencias entre ellos, basando la elección final en el criterio de optimizar la relación precisión-coste computacional. La probeta se discretizó mediante una malla de 240 elementos axisimétricos de cuatro nodos con integración reducida. La matriz y el punzón se modelizaron como sólidos rígidos. Se utilizó como condición de contorno el empotramiento del borde de la probeta. Aunque físicamente el disco no está empotrado de ese modo, sino mediante la presión de un fijador, se comprobó durante la fase de elección del modelo que esta condición reproduce satisfactoriamente la realidad, simplificando mucho el problema. El material del disco se ha descrito utilizando las propiedades mecánicas del acero S460N, obtenidas mediante ensayos de tracción y ensayos axisimétricos. Su comportamiento se simula mediante el modelo de fractura dúctil de GTN [11], implementado en ABAQUS mediante una subrutina de usuario [12].

En la Figura 5 se muestra la deformada de la probeta. Sobre ella se ha dibujado la distribución del daño dúctil pudiendo apreciarse la zona donde ya se ha producido la rotura. Esta zona de rotura, coincidiendo con los resultados experimentales, siempre tiene lugar en la cara exterior de la probeta en la región de contacto con el punzón.

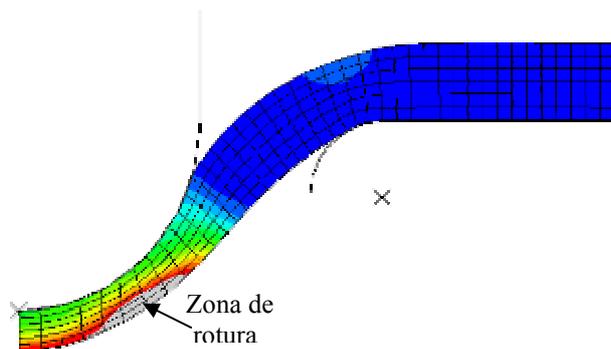


Figura 5. Distribución del daño dúctil en el curso del ensayo

Durante la simulación numérica se recoge el correspondiente valor de la fuerza en el punzón para cada valor de desplazamiento impuesto.

6. RESULTADOS NUMÉRICOS

Con objeto de comprobar cual de los procedimientos anteriormente descritos era el más adecuado para determinar el límite elástico del material, se realizaron distintas simulaciones sobre materiales cuyo límite elástico variaba porcentualmente sobre el correspondiente al material utilizado (S460N), manteniendo constantes el resto de características mecánicas. En la figura 6 se muestran las diferentes curvas carga-desplazamiento obtenidas. Estas curvas difieren fundamentalmente en las dos regiones iniciales, siendo prácticamente coincidentes para valores elevados del desplazamiento. En cada uno de los casos, se determinó el parámetro α que relaciona la fuerza P_y/t^2 con el límite elástico del material ($\sigma_{ys} = \frac{P_y}{\alpha t^2}$).

En la misma figura 6 se muestra, a modo de ejemplo, la aplicación del criterio de corte de tangentes, $P_y(ct)$, sobre la curva correspondiente a un +20% de variación del límite elástico.

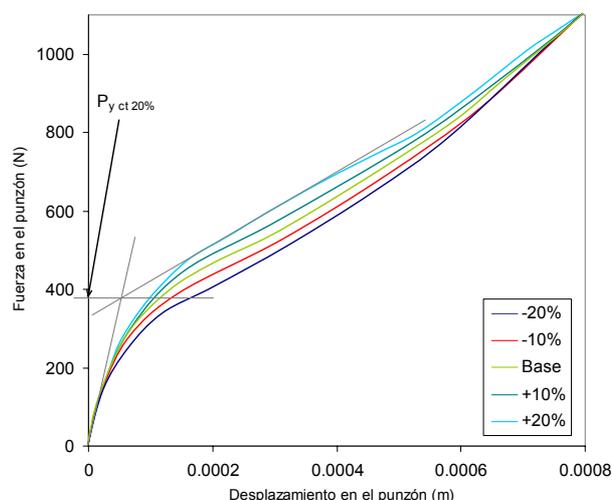


Figura 6. Variación de la curva P-d con el límite elástico del acero

En la Tabla 3 se recogen los resultados obtenidos. Como puede observarse, el criterio con el que se obtiene un valor de α más uniforme es el correspondiente al corte de las dos tangentes, $\alpha(ct)$, seguido por el correspondiente al corte entre la curva y la elástica desplazada un valor igual a $t/10$, $\alpha t/10$. No obstante, teniendo en cuenta que el valor de $P_y(ct)$ está ligado a la intersección de dos rectas, cuyo trazado resulta ser un tanto subjetivo, podría considerarse

preferible la utilización del parámetro $p_y(t/10)$, para la determinación del límite elástico del material. Nótese que el punto $p_y(t/10)$ corresponde, aproximadamente, a un desplazamiento de 0.15-0.20mm (figura 4), región donde, de acuerdo con la figura 6, el efecto del límite elástico es más pronunciado.

	-20%	-15%	-10%	-5%	0%	5%	10%	15%	20%
$\alpha t/100$	1.78	1.70	1.59	1.39	1.32	1.29	1.27	1.24	1.22
$\alpha t/10$	3.04	2.94	2.84	2.62	2.56	2.59	2.56	2.49	2.46
αct	2.44	2.42	2.42	2.48	2.58	2.53	2.52	2.50	2.47

Tabla 3. Coeficiente α calculado para diferentes valores del límite elástico

La modelización numérica también permite estudiar la influencia de otros parámetros, como el coeficiente de rozamiento entre el punzón y la probeta, de forma más sencilla que experimentalmente. En la Figura 7 se muestran las curvas obtenidas para distintos coeficientes de rozamiento, poniéndose de manifiesto que mientras este parámetro apenas tiene influencia en las primeras regiones de las curvas, su influencia es notable en la posición de la carga máxima y en la zona correspondiente a la rotura.

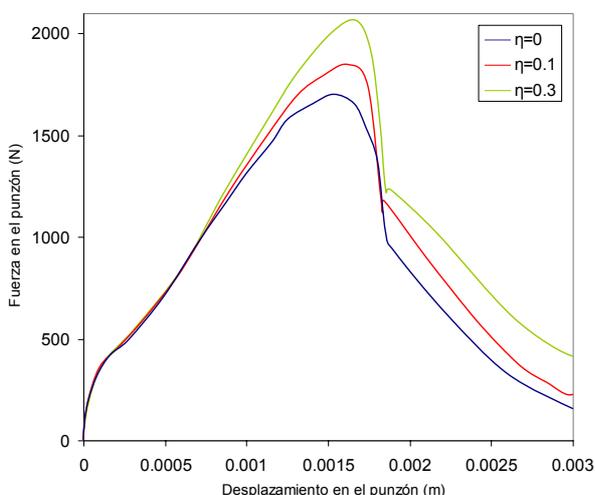


Figura. 7. Influencia del coeficiente de fricción en el gráfico del ensayo.

7. CONCLUSIONES

Tras la puesta a punto del dispositivo y de la metodología experimental, para la realización de ensayos EMP, los resultados obtenidos son prometedores, abriendo una nueva vía en la determinación de las propiedades mecánicas de regiones muy pequeñas de cualquier material en la que la utilización de cualquier otro método de ensayo directo no era posible.

Aunque el criterio con el que numéricamente se ha obtenido una mejor aproximación al límite elástico del acero es el correspondiente al corte de las dos tangentes, debido a la subjetividad en su cálculo, consideramos preferible el correspondiente al corte de la curva con la elástica desplazada a la posición $t/10$.

La modelización numérica del ensayo parece definir correctamente la deformación de la probeta en el curso del mismo, describir la influencia de diferentes variables del ensayo y, mediante el uso de un modelo apropiado de fallo, caracterizar el fenómeno de nucleación y crecimiento de la grieta que conduce al fallo final de la probeta.

REFERENCIAS

[1] Lucon E., “Material damage evaluation and residual life assessment of primary power plant components using specimens of non-standard dimensions”, Mater. Scie. Tech., 17, pag. 777-785, 2001.
 [2] Lucas G.E. et al, “Recent progress in small specimen test technology”, J. Nucl. Mater., 307-311, pag. 1600-1608, 2002.
 [3] Manahan M.P. et al., “The development of a miniaturized disk bend test for determination of post irradiation mechanical properties”, J. Nucl. Mater., 103-104, pag. 1454-1550, 1981.
 [4] Mao X. Y Takahashi H., “Development of a further miniaturized specimen of 3 mm diameter for TEM disk small punch tests, J. Nucl. Mater., 150, 42-52, 1987
 [5] Parker et al, “Deformation and fracture processes in miniature disc tests of CrMoV rotor steel” Proc. 3rd. Int. Charles Parsons Turbine Conf., 2, 418-428, 1995.
 [6] Bicego et al. “Integrated technologies for life assessment of primary power plant components”, Proc. Int. Symp. on Materials Ageing and Components Life Extension,.1, 295-305, 1995.
 [7] Fleury E., Ha J.S. “Small punch tests to estimate the mechanical properties of steels for steam power plant” Int. J. Press. Vessels and Piping, 75,699-706, 1998.

- [8] Vorlicek et al., "Evaluation of a miniaturized disc test for establishing the mechanical properties of low-alloy steels, J. Mater. Scie., 30, pag. 2936-2943, 1995.
- [9] Foulds J. y Viswanathan R., "Determination of the toughness of in-service steam turbine disks using small punch testing", J. Mater. Eng. Perform. 10, 5, pag. 614-619, 2001, 2001
- [10] Ruan Y,m Spätig P. Y Victoria M., "Assessment of mechanical properties of the martensitic steel EUROFER97 by means of punch tests, J. Nucl. Mater., 307-311, pag. 236-239, 2002.
- [11] Zhang, Z.L., "A complete Gurson model. Nonlinear fracture and damage mechanics". Aliadadi, M.H. (ed), Computational Mechanics Publications (1998).

MICRODAÑO POR INDENTACIÓN AGUDA VICKERS EN ACERO EUTECTOIDE PROGRESIVAMENTE TREFILADO

B. González¹, J.C. Matos², V. Kharin¹, J. Toribio¹

¹Ingeniería de Materiales, Universidad de Salamanca
E.P.S., Campus Viriato, Avda. Requejo 33, 49022 Zamora
Correo-e: a25809@aida.usal.es
Tfno: 980 54 50 00 Ext. 3634. Fax: 980 54 50 02

²Departamento de Informática y Automática, Universidad de Salamanca
E.P.S., Campus Viriato, Avda. Requejo 33, 49022 Zamora

RESUMEN

Este artículo estudia la evolución de la microdureza Vickers en aceros eutectoides procedentes de los distintos pasos realizados en el proceso de trefilado, analizando dicha dureza en las secciones características de los alambres. Se ha calculado un valor medio de la dureza Vickers para cada sección según su simetría, viendo como varían estos valores con el trefilado. Las huellas resultantes de los ensayos reflejan la anisotropía que provoca el proceso de trefilado en el acero eutectoide, y una modelización mediante elementos finitos permite completar la caracterización del material.

ABSTRACT

This paper analyzes the evolution of Vickers micro-hardness in progressively drawn eutectoid steels analyzing such a micro-hardness on the characteristic sections of the wires. The average value of the Vickers micro-hardness was calculated for each section according to its symmetry, thus studying the variation of these values with cold drawing. The indentation marks after the tests indicate the anisotropy caused by the cold drawing process itself on the eutectoid steel, and a finite element modelling allows one to finish material characterization.

ÁREAS TEMÁTICAS PROPUESTAS: Técnicas Experimentales.

PALABRAS CLAVE: Microdaño, Vickers, Acero de pretensado, Anisotropía plástica.

1. INTRODUCCIÓN

Los ensayos de dureza, utilizados tradicionalmente para obtener la medida de la resistencia de un material a la deformación plástica localizada, tienen muchas otras aplicaciones, pudiendo además utilizarse a distintas escalas, macro, micro o nano.

La caracterización de materiales a partir de ensayos de dureza (estados multiaxiales) permite la obtención de parámetros elasto-plásticos relativos al comportamiento del material en el ensayo de tracción simple. A partir de los valores de la dureza se ha conseguido predecir puntos de la curva tensión-deformación [1] y obtener una ecuación similar a la de Tabor [2] con la existencia de una o dos deformaciones características del material [3,4].

En los ensayos instrumentados se obtiene además la representación carga-profundidad de penetración, la cual permite determinar varios parámetros de la curva característica del material [5,6]. La pendiente de la parte inicial de la curva de descarga se relaciona con las propiedades elásticas del material y la curva de carga tiene una dependencia parabólica con la profundidad de penetración de la huella (*ley de Kick*), cuya relación no

puramente cuadrática se relaciona con el efecto tamaño del fenómeno de cedencia [7]. De la curva carga-profundidad del penetrador se pueden obtener dos ajustes de propiedades mecánicas isótropas. Para solucionar este problema de unicidad es necesario un estudio de la deformación residual en el borde de la huella, cf. [6], encontrándose en algunos casos una relación única [8,9]. Se ha demostrado la importancia de usar dos o más indentadores y la reducción del error en el cálculo al disminuir el ángulo del indentador [10].

Existe también correlación entre las propiedades del material y la deformación plástica que existe en la huella y en sus proximidades después del ensayo de dureza. El fenómeno del apilamiento-hundimiento (*piling-up* y *sinking-in*) se relaciona con el coeficiente de endurecimiento por deformación [4,11]. Los materiales anisótropos precisan el estudio del desplazamiento residual como reflejo de su anisotropía constitutiva [12].

Los ensayos de dureza también han sido utilizados para obtener los campos de tensiones y deformaciones residuales que pueden existir en los materiales [13,14]. Las tensiones residuales tienen poco efecto sobre la dureza, pero influyen de forma sustancial sobre los campos de deformación plástica.

En este artículo se estudia la evolución de la microdureza Vickers en aceros eutectoides procedentes de los distintos pasos de un proceso de trefilado, analizando la dureza y el daño plástico en las secciones características del alambre, transversal y longitudinal. Se ha diseñado una modelización tridimensional mediante elementos finitos del ensayo de dureza Vickers, para el alambón y el acero de pretensado.

2. PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

2.1. Materiales utilizados

El material utilizado ha sido acero perlítico de composición eutectoide (Tabla 1). Se ha estudiado en su estado inicial (alambón), los seis pasos intermedios y el producto final resultante de someter este acero a un proceso de trefilado (acero de pretensado).

Tabla 1. Composición química del acero B.

% C	% Mn	% Si	% P	% Cr	% V
0.789	0.698	0.226	0.011	0.271	0.078

La nomenclatura utilizada para caracterizar los aceros ha sido una letra que representa la colada del acero (B) y un dígito que indica el número de pasos de trefilado que ha sufrido. El trabajo que se produce en el proceso de trefilado se va a caracterizar mediante la deformación plástica acumulada, que aumenta con el número de pasos al que se somete el material (Tabla 2).

Tabla 2. Deformación plástica acumulada.

B0	B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7
0.00	0.15	0.29	0.45	0.59	0.70	0.78	1.10

2.2. Procedimiento

Con el ensayo Vickers se ha pretendido determinar la existencia de variaciones de dureza tanto en la sección transversal (S_T) como longitudinal (S_L) de los alambres de acero procedentes de los distintos pasos de trefilado. Se midieron microdurezas a lo largo de seis radios en ambas secciones, aplicando una carga de 19.714N durante 15 segundos, y manteniendo una distancia de 0.5mm entre medidas y la suficiente separación respecto del borde de la probeta (Figuras 1 y 2). Las superficies sobre las que se realizaron los ensayos se desbastaron y pulieron adecuadamente, eliminándose toda impureza que pudiera alterar el resultado final.

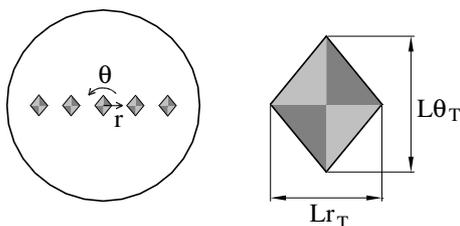


Figura 1. Medidas en la sección transversal.

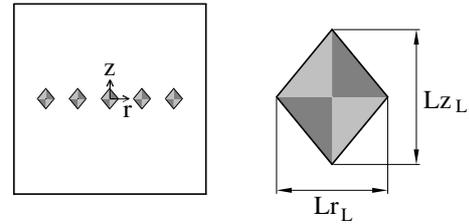


Figura 2. Medidas en la sección longitudinal.

3. RESULTADOS EXPERIMENTALES

Una vez realizados los ensayos se han representado los valores medios de las medidas experimentales a lo largo del radio adimensionalizado, de forma que $r/R=0$ se corresponde con el centro y $r/R=1$ con el borde del alambre.

La dureza en la sección transversal (HV_T) y longitudinal (HV_L) aumenta con el número de pasos de trefilado, apareciendo variaciones respecto a la recta horizontal que se correspondería con un material homogéneo (Figuras 3 y 4), las cuales se pueden asociar con la existencia de elevadas tensiones residuales que se provocaron durante el proceso de trefilado [15]. En el alambón y en el acero de pretensado estas tensiones residuales son menores, en el primero porque procede de una laminación en caliente y en el producto final por haber sido sometido a un proceso de relajación.

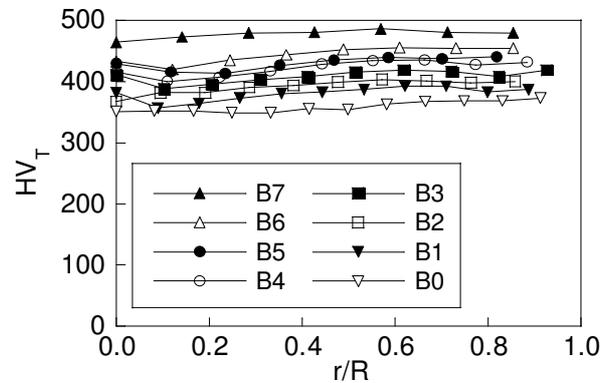


Figura 3. Dureza Vickers (S_T).

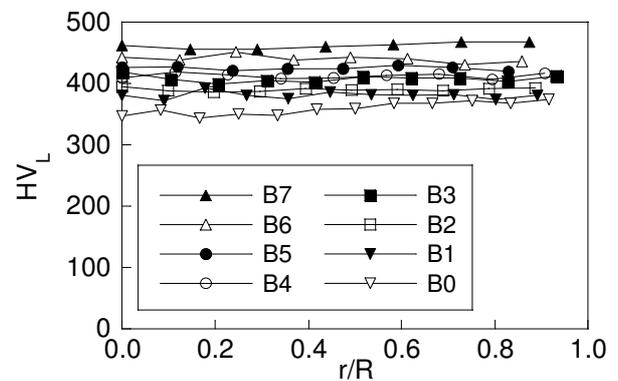


Figura 4. Dureza Vickers (S_L).

Se han calculado la dureza y los diámetros de la huella representativos de cada acero en ambas secciones, teniendo en cuenta la axisimetría existente en el proceso de trefilado.

Las diagonales de la huella en la sección transversal disminuyen con la deformación plástica acumulada, manteniéndose iguales entre sí, mientras que en la sección longitudinal también disminuyen con la deformación plástica, aunque aumentando su diferencia hasta un 5% en el caso del acero de pretensado B7 (Figuras 5 y 6).

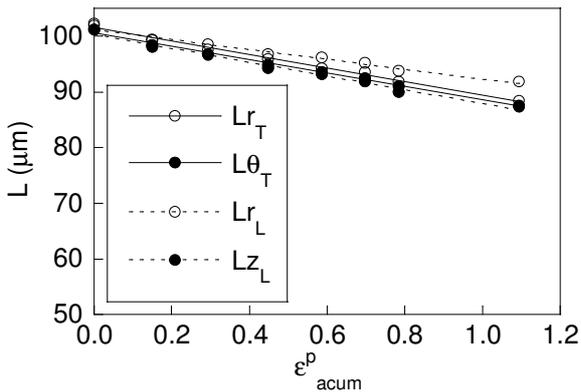


Figura 5. Diámetros medios.

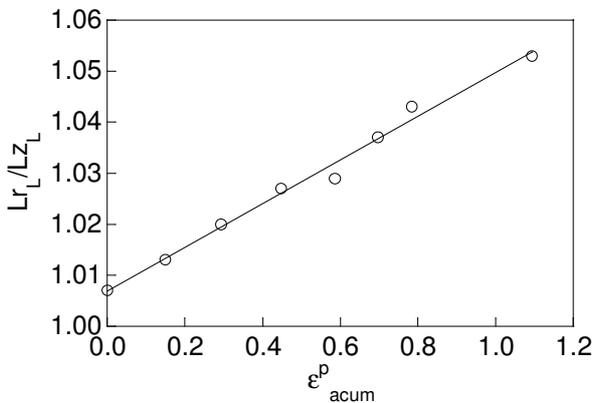


Figura 6. Relación entre diámetros L_{rL}/L_{zL} .

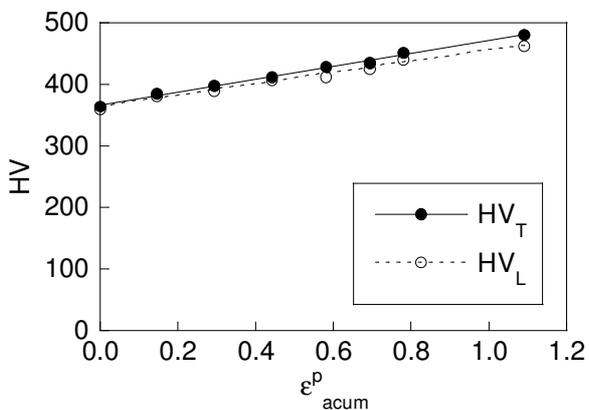


Figura 7. Dureza Vickers media.

Si se representan conjuntamente la dureza Vickers longitudinal y transversal de los aceros en estudio (Figura 7) se observa como ambas aumentan con el trefilado. La dureza es muy similar en los primeros pasos de trefilado en ambas secciones, pasando a ser algo mayor en la transversal en los aceros fuertemente trefilados.

En la deformación plástica aparecida después del ensayo se observa la existencia de apilamiento del material alrededor del borde de la huella (Figura 8), el cual se relaciona con el coeficiente de endurecimiento por deformación (n). El apilamiento predomina para materiales donde $n < 0.2$, siendo mayor a medida que el exponente disminuye [11]. Las curvas $\sigma-\epsilon$ obtenidas mediante el ensayo de tracción simple con la sollicitación en la dirección longitudinal, muestra para todos los aceros coeficientes de endurecimiento con valores menores a 0.2 [16].

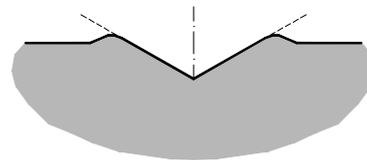


Figura 8. Efecto de apilamiento (*piling-up*).

Con objeto de observar las bandas de deslizamiento a una escala mayor, se realizaron ensayos de indentación aguda Rockwell C, y se obtuvieron los resultados mostrados en las Figuras 9 y 10.

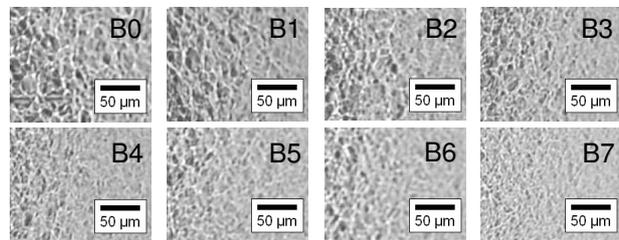


Figura 9. Bandas de deslizamiento S_T (ensayos Rockwell C).

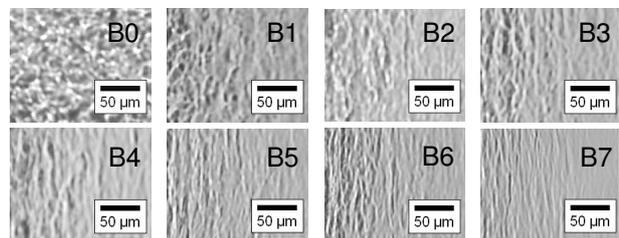


Figura 10. Bandas de deslizamiento S_L (ensayos Rockwell C).



Inicialmente las líneas de deslizamiento tienen aspecto de malla irregular isotrópica, que mediante el trefilado evoluciona en la sección transversal disminuyendo de tamaño. En la dirección longitudinal disminuyen de tamaño al tiempo que las líneas adquieren la forma de bandas orientadas en la dirección del trefilado.

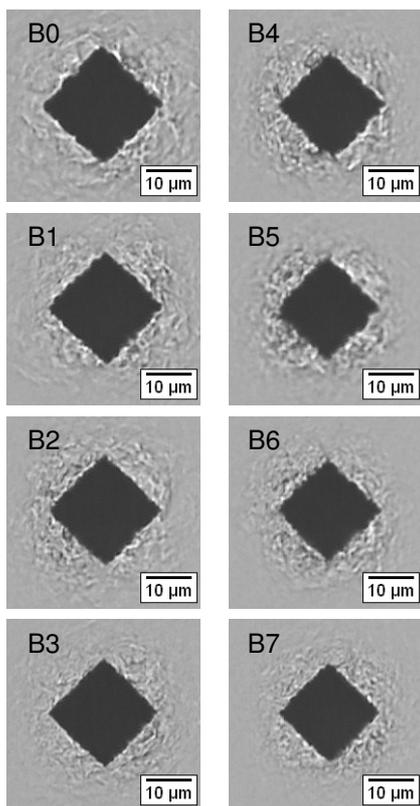


Figura 11. Bandas de deslizamiento S_T (ensayos Vickers).



En las superficies de la huella Vickers la deformación plástica superficial a lo largo del perímetro de contacto no es uniforme, siendo mucho menor en las esquinas de la huella debido al constreñimiento impuesto por la forma del penetrador (el penetrador no es axisimétrico). En la sección transversal la deformación plástica es igual en los cuatro lados de la huella, mientras que en la longitudinal a medida que aumenta la anisotropía del acero el apilamiento es mayor hacia los extremos de la diagonal perpendicular a la dirección de trefilado, provocando que aumente la diferencia entre diámetros (Figuras 11 y 12).

4. MODELIZACIÓN NUMÉRICA

Con el programa Abaqus [17] se ha realizado una modelización tridimensional mediante el método de los elementos finitos (MEF) de un ensayo de microdureza Vickers, representando una cuarta parte del problema debido a la simetría en el B7 (para B0 bastaría con representar un octavo), introduciendo el penetrador en el material en control de carga y retirándolo en control de desplazamiento (Figura 13). El indentador se ha caracterizado como un material elástico de gran rigidez. La probeta de ensayo tiene las dimensiones mínimas requeridas en el ensayo y se han utilizado elementos cúbicos lineales de 8 nodos (los elementos cuadráticos no son recomendados para problemas de simulación de contacto con Abaqus). La fricción tiene gran importancia sobre la respuesta en el contacto entre sólidos que exhiben gran cantidad de apilamiento, siendo ~ 0.15 un valor apropiado para el coeficiente de fricción entre el diamante y las superficies metálicas pulidas [2,18].

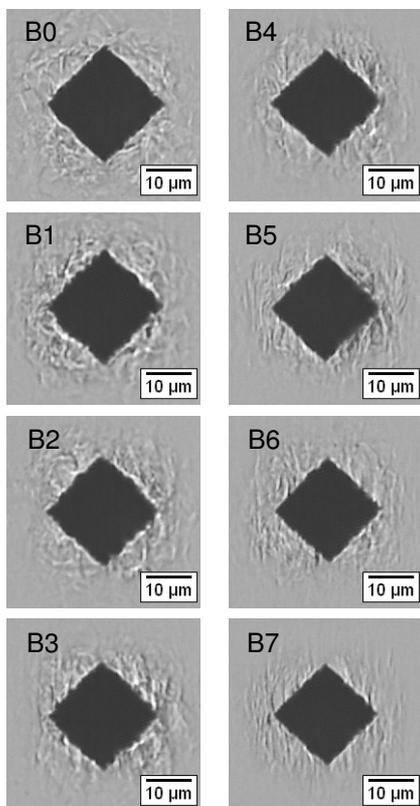


Figura 12. Bandas de deslizamiento S_L (ensayos Vickers).

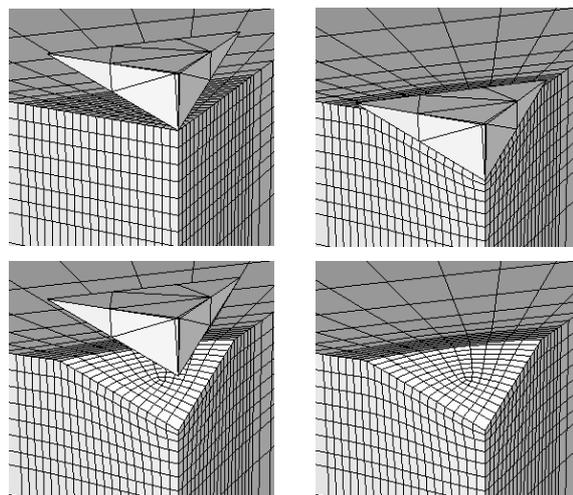


Figura 13. Simulación del ensayo Vickers.

Las curvas características tensión-deformación ($\sigma-\epsilon$) obtenidas mediante el ensayo de tracción simple son conocidas en la dirección de trefilado, cf. [16]. El comportamiento plástico anisótropo del material se determinó mediante la ecuación de Hill [19], criterio que se asume en forma cuadrática en las componentes de tensiones:

$$f(\sigma_{ij}) = k_{11}(\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + k_{22}(\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + k_{33}(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + k_{23}\sigma_{23}^2 + k_{31}\sigma_{31}^2 + k_{12}\sigma_{12}^2 - 1 \quad (1)$$

Los parámetros que definen el dominio elástico para $f \leq 0$, vienen definidos por los límites elásticos en tracción simple a lo largo de los tres ejes de ortotropía y por los límites elásticos cortantes en los tres planos de simetría. En casos donde existe isotropía transversal en un plano ortogonal al eje de trefilado, como es el acero de pretensado, se puede reducir el número de parámetros que caracterizan el modelo plástico a los siguientes, cf. [12]:

$$\sigma_{11}^0 = \sigma^0 \quad (2)$$

$$\sigma_{22}^0 = \sigma_{33}^0 \equiv \sigma_t^0 \quad (3)$$

$$\tau_{12}^0 = \tau_{13}^0 \equiv \tau^0 \quad (4)$$

$$\tau_{23}^0 = \frac{\sigma_t^0}{\sqrt{3}} \quad (5)$$

En el alambrcn se ha calculado un valor del diámetro de la huella mediante el MEF que se diferencia del experimental en menos de un 3%. En el acero de pretensado, donde no está completamente caracterizado el material, se buscó un valor aproximado de sus parámetros a partir de la modelización mediante una función de minimización respecto a los diámetros de las huellas obtenidas experimentalmente. El límite elástico alcanzado a partir de la modelización en cualquier dirección perpendicular a la transversal es 20% menor al obtenido en la sección longitudinal, en una primera aproximación considerando $\tau^0 = \sigma^0 / \sqrt{3}$ y con una diferencia entre diámetros menor al 5%.

El perfil de la huella que se ha logrado mediante la simulación, en los cortes por planos perpendiculares a la huella y que contienen una de las diagonales de ésta, muestra las variaciones que ocurren en el fenómeno de apilamiento con el trefilado (Figura 14).

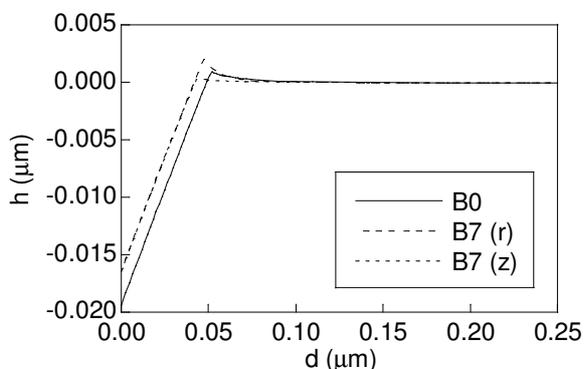


Figura 14. Perfil de la deformación plástica S_L (MEF).

En el plano de corte, donde se analiza la huella, el parámetro h indica la profundidad de la huella y d la dimensión que contiene la diagonal, siendo la

coordenada (0,0) el punto de contacto inicial del indentador con la probeta de ensayo. Se comprueba como en ambos aceros va a existir el efecto de apilamiento, que será el mismo en todas las diagonales de las huellas en el alambrcn, mientras que en el acero de pretensado es mayor en el diámetro radial de la superficie longitudinal y más pequeño en el diámetro paralelo al eje de trefilado, estando el apilamiento entre ambos valores para la huella en la superficie transversal.

Como se muestra en la Figura 15, la deformación plástica en la vista en planta de las inmediaciones de la huella en el MEF, se corresponde en su distribución con la obtenida de forma experimental.

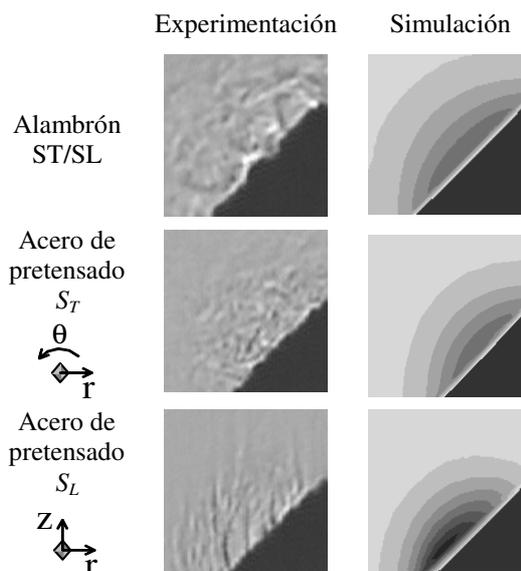


Figura 15. Deformación plástica (experimental y simulada).

5. DISCUSIÓN

Durante el trefilado del acero perlítico se induce una fuerte anisotropía microestructural que se refleja en la anisotropía de sus propiedades mecánicas, plásticas y de fractura. En la microestructura del acero eutectoide se pueden observar en la sección transversal colonias formadas por láminas orientadas al azar que disminuyen de tamaño con el trefilado. En la sección longitudinal, inicialmente igual a la transversal, las unidades microestructurales evolucionan orientándose en la dirección axial, con una disminución de tamaño en la radial y un alargamiento en la longitudinal [20].

La diferencia entre la dureza para ambas secciones puede ser atribuida a las variaciones microestructurales producidas, ya que el gran número de caras interlaminares que actúan como barreras para el movimiento de las dislocaciones, es diferente según la dirección del esfuerzo. Así en el acero eutectoide, la deformación plástica adquiere con el trefilado unas direcciones privilegiadas, de tal manera que cuando los planos de deformación plástica contienen la dirección de la cementita esta deformación se ve favorecida.

6. CONCLUSIONES

En el proceso de trefilado del acero eutectoide se produce un gran aumento del número de dislocaciones, lo que provoca un notable aumento de la dureza Vickers en el acero de pretensado para ambas direcciones.

La dureza es mayor en la sección transversal que en la longitudinal, siendo la diferencia mayor con el incremento de la deformación plástica acumulada durante el proceso de trefilado. Dicho fenómeno se relaciona con el número de caras interlaminares que existen en cada dirección, lo cual modificará la forma y distribución de las bandas de deslizamiento.

La simulación mediante elementos finitos 3D permite, a partir de las diagonales de las huellas, caracterizar el material mediante la deformación plástica que se produce en el proceso de trefilado, para aquellas direcciones donde resulta imposible hacerlo mediante el ensayo de tracción simple.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean hacer constar su agradecimiento a las siguientes instituciones: MCYT-FEDER (Proyecto MAT2002-01831), MEC (Proyecto BIA2005-08965), Junta de Castilla y León (Proyectos SA078/04 y SA067A05) y Fundación "Memoria de D. Samuel Solórzano Barruso". Además, agradecen el suministro de acero por parte de EMESA TREFILERÍA.

REFERENCIAS

- [1] Jayaraman, S., Hahn, G.T., Oliver, W.C., Rubin, C.A., Bastian, P.C. (1998). Determination of monotonic stress-strain curve of hard materials from ultra-low-load indentation tests. *International Journal Solids Structures* **35**, 365-381.
- [2] Tabor, D. (1951). *Hardness of metals*. Oxford University Press.
- [3] Mata, M., Anglada, M., Alcalá, J. (2002). *Ecuaciones de dureza para la caracterización de metales mediante indentación puntiaguda*. VIII Congreso Nacional de Propiedades Mecánicas de Sólidos (Gandía), pp. 513-522.
- [4] Larsson, P.L. (2001). Investigation of sharp contact at rigid-plastic conditions. *International Journal of Mechanical Sciences* **43**, 895-920.
- [5] Giannakopoulos, A.E., Suresh, S. (1999). Determination of elastoplastic properties by instrumented sharp indentation. *Scripta Materialia* **40**, 1191-1198.
- [6] Pelletier, H. (2005). Predictive model to estimate the stress-strain curves of bulk metals using nanoindentation. *Tribology International* (in press).
- [7] Murakami, Y., Itokazu, M. (1996). Elastic-Plastic analysis of triangular pyramidal indentation. *International Journal of Solids and Structures* **34**, 4005-4018.
- [8] Casals, O., Alcalá, J. (2005). The duality in mechanical property extractions from Vickers and Berkovich instrumented indentation experiments. *Acta Materialia* **53**, 3545-3561.
- [9] Venkatesh, T.A., Van Vliet, K.J., Giannakopoulos, A.E., Suresh, S. (2000). Determination of elastoplastic properties by instrumented sharp indentation: Guidelines for property extraction. *Scripta Materialia* **42**, 833-839.
- [10] Bucaille, J.L., Stauss, S., Felder, E., Michler, J. (2003). Determination of plastic properties of metals by instrumented indentation using different sharp indenters. *Acta Materialia* **51**, 1663-1678.
- [11] Alcalá, J., Barone, A.C., Anglada, M. (2000). The influence of plastic hardening on surface deformation modes around Vickers and spherical indents. *Acta Materialia* **48**, 3451-3464.
- [12] Bocciarelli, M., Bolzon, G., Maier, G. (2005). Parameter identification in anisotropic elastoplasticity by indentation and imprint mapping. *Mechanics of Materials* **37**, 855-868.
- [13] Carlsson, S., Larsson, P.L. (2001). On the determination of residual stress and strain fields by sharp indentation testing. part I: Theoretical and numerical analysis. *Acta Materialia* **49**, 2179-2191.
- [14] Suresh, S., Giannakopoulos, A.E. (1998). A new method for estimating residual stresses by instrumented sharp indentation. *Acta Materialia* **46**, 5755-5767.
- [15] Atienza, J.M., Martínez-Pérez, M.L., Ruiz-Hervias, J., Mompean, F., García-Hernández, M., Elices, M. (2005). Residual stresses in cold drawn ferritic rods. *Scripta Materialia* **52**, 305-309.
- [16] Ayaso, J., González, B., Matos, J.C., Vergara, D., Lorenzo, M., Toribio, J. (2005). Análisis fractográfico de acero perlítico con distinto grado de trefilado en el ensayo de tracción simple. *Anales de Mecánica de la Fractura* **22**, 128-133.
- [17] Abaqus User Manual, Version 6.3. Habbitt, Karlsson and Sorensen Inc., Providence, RI.
- [18] Mata, M., Alcalá, J. (2004). The role of friction on sharp indentation. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* **52**, 145-165.
- [19] Hill, R. (1998). *The mathematical theory of plasticity*. Oxford: Clarendon Press.
- [20] Toribio, J., Ovejero E. (1997). Microstructure evolution in a pearlitic steel subjected to progressive plastic deformation. *Materials Science and Engineering A* **234-236**, 579-582.

EFECTO DE LA PRE-FISURACIÓN POR FATIGA SOBRE LA CORROSIÓN BAJO TENSION DE MATERIALES

E. A. Jáñez* y J. Toribio*

E.Ingeniería de Materiales, universidad de Salamanca
E.P.S., Campus Viriato, Avda. Requejo 33, 49022 Zamora
Correo-e: ealvar1@roble.pntic.mec.es
Tel: (980) 54 50 00; Fax: (980) 54 50 02

Resumen. En este trabajo se estudia la relación entre el nivel de prefisuración por fatiga y la posterior corrosión bajo tensión, analizando en particular factores clave como son la velocidad de deformación local (extremo de fisura) y la tensión hidrostática. Para ello se realiza la simulación con un programa de elementos finitos de una placa fisurada sometida a distintos niveles de carga en la etapa de prefisuración y posterior carga lineal, utilizando tres aceros de distinto límite elástico, obteniéndose que el nivel de prefisuración por fatiga no parece influir en la velocidad de deformación local en el extremo de la fisura.

Abstract. This work studies the relationship between the fatigue precracking level and the posterior stress corrosion cracking, analyzing in particular key factors such as the local (crack tip) strain rate and the hydrostatic stress. To this end, a numerical simulation by the finite element method was performed on a cracked plate subjected to different loading levels during the precracking stage and posterior lineal loading, using three steels of different yield strength, thus obtaining that the fatigue precracking level does not seem to influence the local strain rate at the crack tip.

ÁREAS TEMÁTICAS PROPUESTAS: Técnicas experimentales.

PALABRAS CLAVE: Corrosión bajo tensión, Prefisuración, Tensión hidrostática.

1. INTRODUCCIÓN

La figuración por corrosión bajo tensión (CBT) es una de las principales causas de rotura de los elementos estructurales. No se conocen aún todos los mecanismos de fractura por CBT y se buscan modelos que expliquen el conjunto de la fenomenología existente. El interés del estudio que se presenta se basa en resultados de investigaciones anteriores, de naturaleza experimental, en los que se aprecian variaciones en la carga de rotura en ambiente agresivo en función del nivel del último escalón de prefisuración por fatiga.

El conjunto de variables que afectan a la CBT es amplio: material, medio, estado tenso-deformacional,... y además estas variables cambian en ciertas ocasiones. Está probado que existe un pH menor (más ácido) en el fondo de la fisura que se va acrecentando a medida que avanza el ensayo incluso en soluciones muy alcalinas. Se ha demostrado [1] que en aceros perlíticos de alta resistencia y diferentes grados de trefilado la tenacidad de fractura en ambiente agresivo es mayor que en aire cuando se trabaja en régimen de pH=12,5; potencial E = -650mV ECS. La explicación de esta aparente contrariedad (la oxidación de la fisura beneficia el comportamiento en CBT) se debe al efecto del redondeo de la punta de la fisura [2,3]. Este proceso se da generalmente por oxidación y pasivación de la capa más externa, ruptura de dicha capa por deformación (debida al ensayo) y posterior pasivación, lo cual sería un proceso por pasos de dicho efecto de redondeo.

La *fisuración asistida por hidrógeno (FAH)* o *fragilización por hidrógeno* es el mecanismo más básico en régimen catódico y consiste en una absorción y difusión del hidrógeno producido en la reacción química de oxidación-reducción (reducción del agua dando anión hidróxido e hidrógeno gas) que una vez dentro del material produce una fragilización en la zona próxima al fondo de la fisura. Resulta un mecanismo muy peligroso y así se ha encontrado que la tenacidad de fractura de aceros perlíticos de alta resistencia se reducía prácticamente a la mitad [1]

De los párrafos anteriores se deduce la importancia del fenómeno CBT en sus distintas variantes. Para evaluarlo en laboratorio es necesario disponer de probetas fisuradas, que no es posible mecanizar. Por definición la fisura es "micro" y el radio de curvatura del fondo de la misma tiende a cero. Por ello las probetas entalladas son meras aproximaciones a lo que sucede en el fondo de la fisura. Ante la imposibilidad de mecanizar una probeta fisurada se opta por el método de prefisuración por fatiga. Básicamente consiste en hacer crecer una fisura por fatiga a partir de una entalla hasta el valor deseado que interese para un ensayo posterior de CBT. La fisuración se realiza con una serie de escalones de amplitudes decrecientes (ya se trate de carga, desplazamiento o K_{IC}).

La primera etapa de fatiga con cargas elevadas (alto % de la K_{IC}) se utiliza para iniciar el crecimiento de la fisura, pero no se continúa con ella porque plastificaría

mucho el material en la zona de la fisura y aparecerían a continuación tensiones residuales compresivas debidas al constreñimiento al que la zona plástica se ve obligada por efecto de la compresión de la zona elástica que la rodea. Una vez iniciada la fisura se hace crecer con una serie de escalones de carga y se termina por un escalón de más larga duración y con un bajo porcentaje de K_{IC} cuyo objetivo es limpiar el material lo más posible de tensiones residuales. Se trata de dejar el material fisurado lo más parecido posible al material de trabajo con una fisura de la longitud que interese.

Es importante señalar que el efecto de las sobrecargas en fatiga es beneficioso para la vida de la probeta [4] al aumentar considerablemente el n° de ciclos de fatiga hasta la rotura. Se debe lo anterior al efecto de las tensiones residuales compresivas en la zona de crecimiento de la fisura que tienden a coser la fisura de modo que primero hay que superar el nivel de compresión y posteriormente someter a la zona fisurada a una tracción determinada, aumentando de esta manera la vida de la pieza.

Toribio y Lancha [5] analizaron la influencia que tenían los distintos niveles de prefisuración por fatiga sobre la posterior CBT. Para ello fijaron cuatro ensayos tipo, en los cuales variaba el nivel tensional en el último escalón de la prefisuración por fatiga. Los niveles de dicho escalón se fijaron en tanto por ciento de la tenacidad de fractura del material y se eligieron los siguientes valores 28%, 45%, 60% y 80% de K_{IC} . Encontraron que a medida que aumenta el nivel de prefisuración por fatiga mejora el comportamiento del material en ambiente agresivo (aumenta el porcentaje de carga de rotura en solución agresiva frente al valor de carga de rotura en aire). La explicación hay que buscarla en la plastificación del material anteriormente expuesta en el caso de sobrecargas.

Teniendo en cuenta que las variables clave en la CBT son la velocidad de deformación local y la tensión hidrostática, se estudia en este trabajo la influencia que tienen los distintos niveles de prefisuración por fatiga sobre las variables tensionales, y especialmente sobre las antedichas tensión hidrostática y velocidad de deformación local, en la punta de la fisura.

2. PLANTEAMIENTO

El ejercicio de simulación mediante elementos finitos trata de calcular en una placa fisurada (fisura de borde) el campo tensional y deformacional en la fisura, en la zona de dominio de K.

2.1. Material

Se toman tres materiales denominados A0, A3, A6, correspondientes a tres aceros de diferente límite elástico (distintos grados de trefilado): A0 (alambrón, acero antes de trefilar), A3 (acero trefilado de un paso intermedio), A6 (acero de pretensado comercial fuertemente trefilado).

La composición química del acero de partida es como se observa en la Tabla 1.

Tabla 1. Composición química del acero (%)

C	Mn	Si	P	S	Al	Cr	V
0.80	0.69	0.23	0.012	0.009	0.004	0.265	0.060

Para estos aceros el módulo de elasticidad es de 200 GPa y el coeficiente de Poisson de 0,3 [6].

2.2. Geometría

La geometría a considerar en el caso del A0 es la de una placa rectangular de espesor unidad, 12mm de ancho y 200mm de largo, que se podría corresponder con la sección central de un redondo. Esta placa tiene una fisura de borde como ilustra la figura B.8 de 3.6mm, que guarda la relación $a/D=0.3$, siendo a la longitud de la fisura y D el ancho de la placa.

Manteniendo la misma relación longitud de fisura-diámetro para el caso del acero A3 se tiene: $a=2,6mm$; $D=8,9mm$; y para el acero A6 los valores son $a=2,0mm$ y $D=7mm$. Se considera el caso de deformación plana. Los datos mecánicos y geométricos de las probetas de trabajo son los que aparecen en la Tabla 2.

Tabla 2. Propiedades mecánicas y relaciones geométricas de los aceros

Acero	A0	A3	A6
$100 \times D_i / D_o$	1	74	58
D_i (mm)	12	8.90	7.00
$100 \times (A_0 - A_i) / A_o$	0	45	66
$\sigma_{0.2}$ (Gpa)	0.686	1.212	1.506
σ_R (Gpa)	1.175	1.509	1.762
K_{IC} (Mpam ^{1/2})	60	74	107

2.3. Mallado

Para el programa de elementos finitos se ha tomado una malla con elementos cuadriláteros de 4 nodos y triangulares de 3 nodos como se puede observar en las figuras 1 y 2 (zoom de la figura 1 en el fondo de fisura).

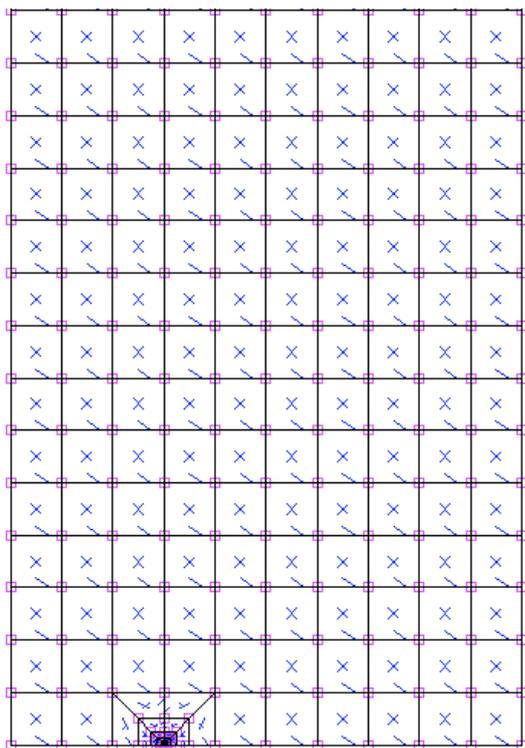


Figura 1. Mallado de la placa

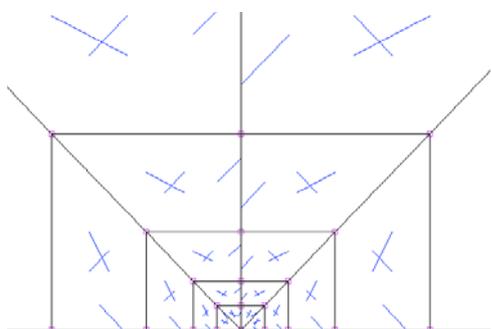


Figura 2. Zoom en el fondo de la fisura de la placa representada en la figura 1.

2.4. Solicitaciones

Sobre la placa fisurada con la geometría anteriormente expuesta se van a efectuar cargas de fatiga con un nivel máximo de carga correspondiente respectivamente al 28% K_{IC} , 45% K_{IC} , 60 % K_{IC} ; 80% K_{IC} . Además se impondrá una sollicitación a velocidad de deformación constante, (*slow strain rate test SSRT*) que en este trabajo se simula mediante un desplazamiento impuesto hasta 0.5mm, sin importar la velocidad pues únicamente interesa la sollicitación mecánica. Se simulan así los ensayos reales, con una velocidad que varía entre $3.0 \times 10^{-3} \text{m /min}$ y $1.7 \times 10^{-3} \text{m /min}$, siguiendo una relación lineal. El perfil de historia de carga en cada una de las simulaciones es como se observa en la figura 3.

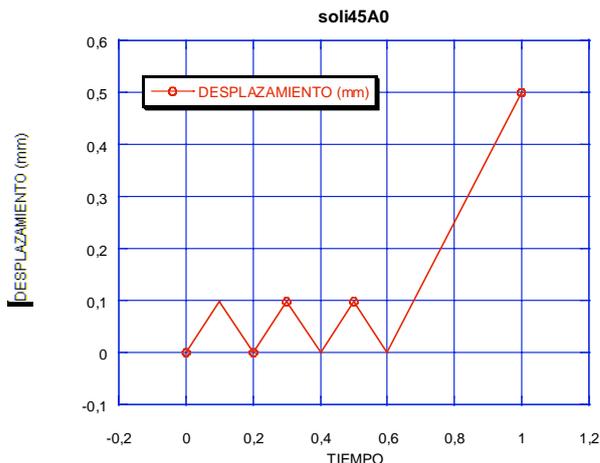


Figura 3. Sollicitación impuesta a la probeta

3. RESULTADOS

Se presentan como resultados del artículo la tensión de Von Mises y la tensión hidrostática en el fondo de fisura para distintos niveles de prefisuración en el acero A0 como puede observarse en las figuras 4 y 5.

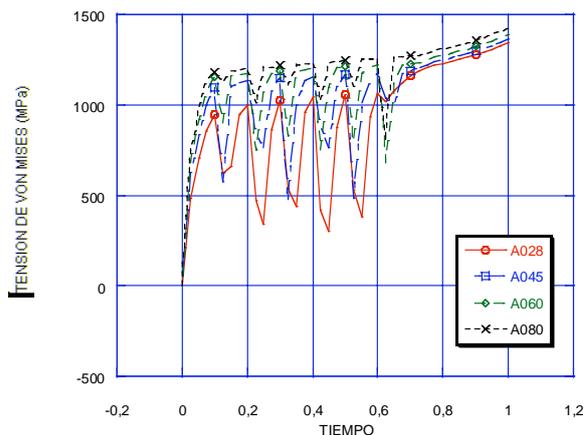


Figura 4. Tensión de Von Mises frente a tiempo

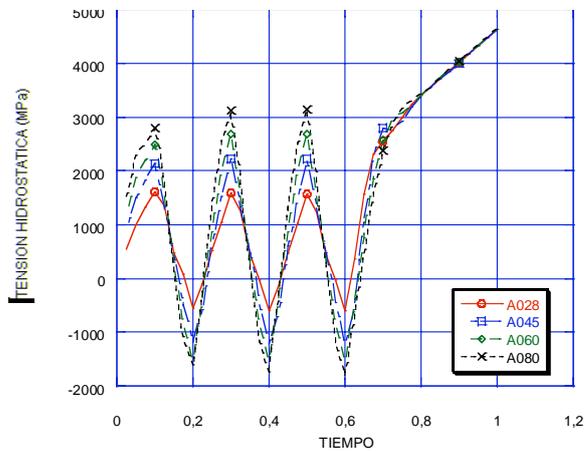


Figura 5. Tensión hidrostática frente a tiempo.

También se han analizado otras variables, como se puede apreciar en la figura 6 donde se representa la componente “yy” del tensor de deformaciones frente al tiempo, observándose una evolución independiente del nivel de prefisuración aplicado. Tanto en esta como en otras variables analizadas se ha encontrado un comportamiento similar.

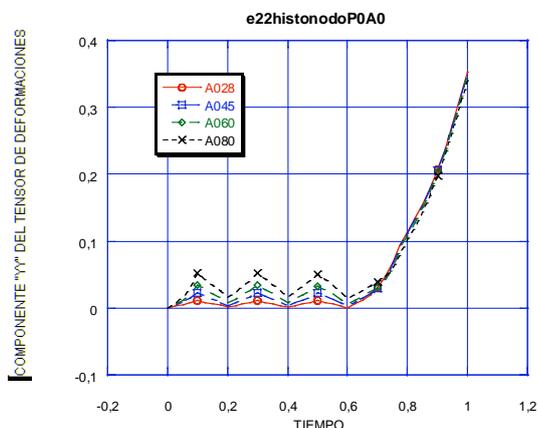


Figura 6. Componente yy del tensor de deformaciones frente al tiempo.

En el resto de puntos analizados próximos al fondo de la fisura los resultados son similares. También se obtienen resultados similares analizando los aceros A3 y A6.

4. DISCUSIÓN

Los resultados obtenidos en este trabajo embrionario no parecen explicar las relaciones encontradas entre el nivel de prefisuración por fatiga y los fenómenos observados en corrosión bajo tensión. En efecto, Toribio y Lancha [6] analizaron los efectos que las sobrecargas en la prefisuración por fatiga tenían en la posterior corrosión bajo tensión en aceros perlíticos, encontrando que a medida que aumentaba el nivel de sollicitación en la prefisuración por fatiga el porcentaje de carga de rotura en solución agresiva frente a la carga de rotura en aire iba aumentando, lo cual sucedía para todos los potenciales. No obstante, en este trabajo no se aprecian relaciones entre dichos niveles de prefisuración y la evolución de las ciertas variables clave durante el propio ensayo (al menos en las fases más avanzadas del mismo), por lo cual los efectos serían más bien atribuibles, o bien a los primeros estadios del ensayo CBT (jugando así un papel clave dentro del propio ensayo), o bien a otros fenómenos de alteración del material en la punta de la fisura (pre-daño irreversible, efectos posteriores de la corrosión sobre el pre-daño, etc) que resultarían determinantes en el fenómeno de corrosión bajo tensión.

5. CONCLUSIONES

A la vista de los resultados no se encuentra influencia del nivel de prefisuración por fatiga en la evolución de las variables analizadas en el fondo de la fisura, pues se observa en todas las gráficas que sea cual sea el recorrido seguido en la prefisuración por fatiga (28% K_{IC} , 45% K_{IC} , 60 % K_{IC} ; 80% K_{IC}), una vez pasado este tramo las gráficas convergen todas ellas.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean hacer constar su agradecimiento a las siguientes instituciones: MCYT-FEDER (Proyecto MAT2002-01831), MEC (Proyecto BIA2005-08965), Junta de Castilla y León (Proyectos SA078/04 y SA067A05) y Fundación “Memoria de D. Samuel Solórzano Barruso”.

REFERENCIAS

- [1] Ovejero, E. (1998). Fractura en ambiente agresivo de aceros perlíticos con distinto grado de trefilado. Tesis Doctoral, Universidad de La Coruña.
- [2] Chu, W.Y., Hsiao, C.M., Li, S.Q. (1979). A new engineering fracture toughness parameter $K_{ISCC}(\rho)$ *Scripta Metallurgica* **13**, 1057-1062.
- [3] Handerhan, K.J., Garrison, W.M. (1992). A study of crack tip blunting and influence of blunting behaviour on the fracture toughness of ultra high strength steels. *Acta Metallurgica et Materialia* **40**, 1337-1355
- [4] Schijve, J., Broek, D. (1962). Crack propagation tests based on a great spectrum with variable amplitude loading. *Aircraft Engineering* **34**, 314-316.
- [5] Toribio J., Lancha, A.M. (1996). Overload retardation effects on stress corrosion behaviour of prestressing steel. *Construction and Building Materials* **10**, 501-505.
- [6] Toledano, M. (1998). Fatiga y fractura de aceros perlíticos con distinto grado de trefilado. Tesis Doctoral, Universidad de La Coruña.

OBTENCIÓN DE LA TEMPERATURA DE REFERENCIA T_0 EN UN ACERO DE ALTA RESISTENCIA P690QL2 PARA SU USO EN RECIPIENTES A PRESIÓN

Lezcano R.¹, Cabañas M.¹, Belzunce F.J.^{1,2}

¹ Centro Tecnológico del Acero y Materiales Metálicos (Fundación ITMA)
Parque Empresarial Principado de Asturias c/Calafates s/n
33417 Avilés, Asturias, España. Tel. +34 985 129120 Fax: +34 985 129008
e-mail: lezcano@itma.es mariaac@itma.es

² Dpto. de Ciencia de Materiales e Ingeniería metalúrgica. Campus de Viesques. Ed. Este
Escuela Politécnica Superior de Ingeniería. Universidad de Oviedo
33203 Gijón (Asturias) España. Tel. 985 182024
e-mail: belzunce@uniovi.es

RESUMEN

El presente trabajo trata del estudio a fractura de un acero de alta resistencia P690QL2, relacionando los resultados obtenidos a partir de la curva de transición de tenacidad de impacto Charpy con los resultados obtenidos a partir de ensayos de mecánica de fractura a temperaturas en la zona de transición. Así, se obtienen las temperaturas de referencia T_0 (temperatura a la cual $K_{Jc}=100 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$) para dos chapas de distinto espesor de este acero y chapas conformadas en frío, comprobándose que el acero presenta muy buenas características de tenacidad en frío (por debajo de los -100°C), que pueden predecirse a partir de los datos obtenidos en los ensayos Charpy.

ABSTRACT

This paper is an study of fracture behaviour of a P690QL2 high strength steel: it deals with the relationship between the results obtained based on the Charpy tests transition curve and the fracture mechanics tests results at transition temperatures. The reference temperature T_0 (temperature at which $K_{Jc}=100 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$) is obtained for two plates of different thickness and the effect of cold deformation is also assessed. This steel has very good fracture behaviour at low temperatures (below -100°C) and its fracture behaviour can be predicted based on the Charpy impact tests.

ÁREAS TEMÁTICAS: Fractura de Materiales Metálicos, Técnicas Experimentales.

PALABRAS CLAVE: Acero, Fractura, Experimentación

1. INTRODUCCIÓN

Los aceros microaleados de alta resistencia se han venido desarrollando durante las tres últimas décadas, pero su uso extensivo en aplicaciones críticas, como los recipientes a presión, se encuentra aún restringido, fundamentalmente debido a la falta de experiencia en el uso de este tipo de aceros.

En particular, la normativa existente para el diseño de recipientes a presión, con un diseño basado en fórmulas (Design By Formula - DBF) trata este tipo de aceros de modo que la tensión de diseño admisible es muy baja en comparación con la tensión nominal de los mismos. En la nueva normativa sobre recipientes a presión EN 13445 [1], se ofrece una diferente orientación en cuanto al diseño, diseño basado en el análisis (Design By Analysis - DBA), en el cual se contemplan los mecanismos de fallo más directamente. Ello conlleva la posibilidad de utilizar una tensión de diseño superior a la admisible por DBF. En particular, para los aceros objeto de este trabajo, puede valorarse este incremento en la tensión de diseño en un +28%.

El diseño basado en el análisis ha de tener en cuenta las condiciones límite de uso de estos aceros, más concretamente su comportamiento frente a:

- Fractura frágil

- Fractura dúctil
- Inestabilidad plástica

Resulta, por tanto, ineludible la caracterización mecánica y a fractura de este tipo de aceros. Para la realización de este trabajo se ha elegido el acero de alta resistencia y baja aleación P690QL2. La caracterización a fractura, que en un principio puede resultar más costosa en términos de tiempo, dinero y cantidad de material que es necesario ensayar, puede abordarse desde la correlación existente entre la tenacidad Charpy y la tenacidad a fractura, desde el punto de vista de la Master Curve [2].

Con objeto de comprobar su adecuación se ha procedido a determinar tanto la temperatura de referencia T_0 del acero en la zona de transición frágil-dúctil, tal y como se define en la norma ASTM E 1921 [3], como la temperatura T_{27} obtenida en los ensayos de impacto Charpy.

2. CARACTERÍSTICAS BÁSICAS DEL ACERO P690QL2

El acero denominado P690QL2 es un acero de alta resistencia HSLA (High Strength Low Alloy), descrito en la norma EN10028-6 [4], de límite elástico mínimo nominal 690 MPa y carga de rotura mínima 770 MPa en

estado bruto de laminación. La presencia en su composición química de aleantes le confiere una microestructura bainítica y la presencia de microaleantes hace que tenga una estructura de grano fino. El sufijo QL2 en este acero indica que sus propiedades mecánicas se mantienen a bajas temperaturas, en concreto, la norma indica que al menos ha de tener una tenacidad Charpy de 27 J a una temperatura de -60°C.

En concreto, el presente estudio va a centrarse en dos chapas de acero P690QL2 de 50 y 80 mm de espesor, realizándose un estudio de las características mecánicas, a ¼ del espesor en la chapa de 80 mm y a ½ del espesor en la chapa de 50 mm.

En la tabla 1 se muestra la composición química de la chapa de 80 mm de espesor, y las figuras 1 y 2 muestran unas micrografías del acero de microestructura bainítica tomadas a ¼ del espesor en ambas chapas.

C	S	P	Si	Mn	Ni
0.125	0.0005	0.008	0.314	0.88	0.92
Cr	Mo	V	Cu	Al	Ti
0.64	0.42	0.05	0.22	0.047	0.002
Nb	B	As	N	Zr	
0.002	0.0025	0.015	0.0049	0.001	

Tabla 1. Análisis químico (chapa de 80 mm) % en peso.

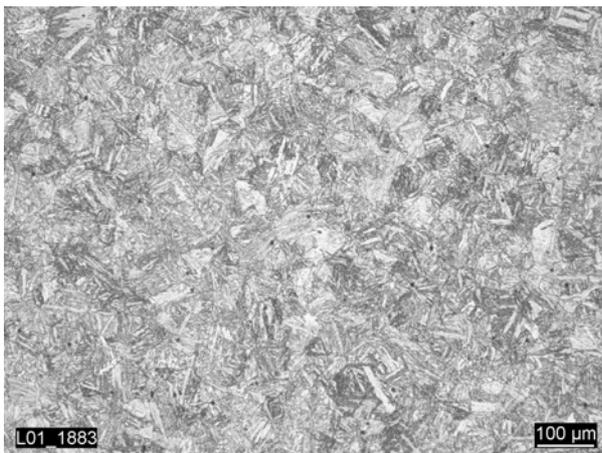


Figura 1. Micrografía del acero P690QL2 chapa de 80mm

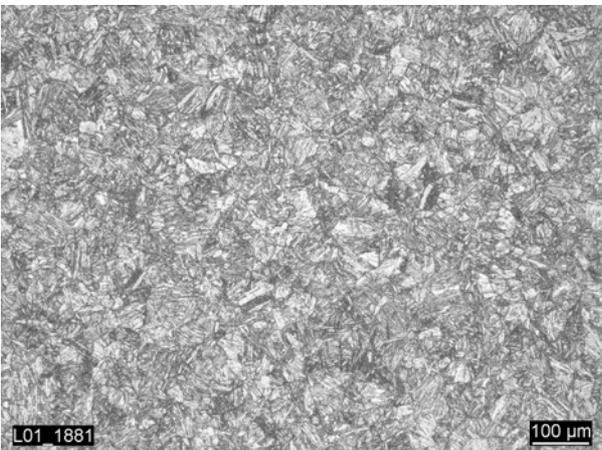


Figura 2. Micrografía del acero P690QL2 chapa de 50mm

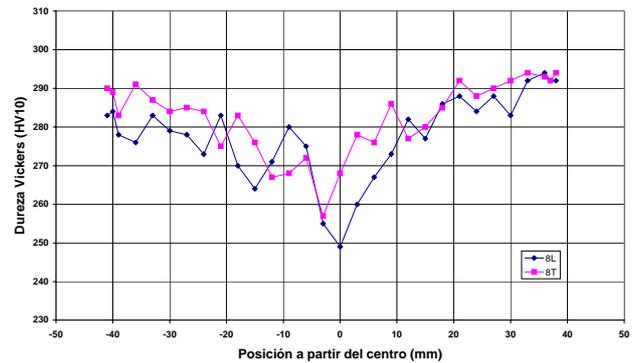


Figura 3. Indicación de la dureza en la dirección del espesor (longitudinal y transversal)

La figura 2 muestra el perfil de dureza en la dirección del espesor, para la chapa de 80 mm, observándose una disminución de la dureza en la región central, motivada por la menor velocidad de enfriamiento, posterior a la laminación, sufrida por esta región.

Se realizó un análisis del comportamiento mecánico del acero a diferentes temperaturas, siempre con probetas normalizadas extraídas a ¼ del espesor en sentido transversal a la dirección de laminación, mostrándose en la tabla 2 y figura 4 los resultados de las probetas extraídas a ¼ del espesor de la chapa de 80mm.

Temp (°C)	E MPa	R _{p0.2} MPa	R _m MPa	A %	Z %
25	207600	837	901	18	
-50	211900	851	933	19.3	69
-100	214600	893	978	19.6	66
-150		999	1070	21.6	55

Tabla 2. Ensayos de tracción – chapa de 80 mm ¼ t transversal

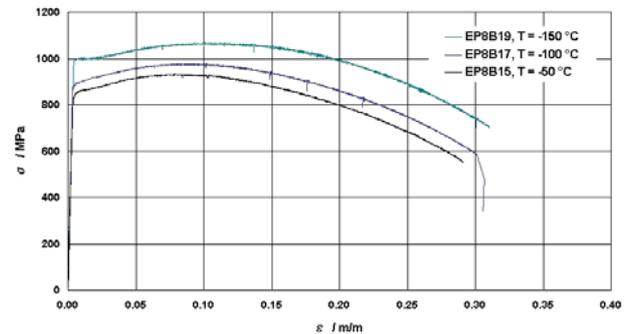


Figura 4. Curvas de tracción a diferentes temperaturas de la chapa de 80 mm de espesor

Como no puede ignorarse que, en la construcción de los recipientes a presión, el material base se somete a procesos de conformado y posteriores tratamientos térmicos de alivio de tensiones, sobre todo para la construcción de los fondos (torisféricos o elípticos).

Con el fin de estudiar la influencia de dichos procesos, se han analizado también los siguientes casos:

- Tras una compresión 2 % (en adelante CF2)
- Tras una compresión 5 % (en adelante CF5)
- Tras una compresión 5 % y un tratamiento térmico a 250°C durante 30 minutos (en adelante CF5A)

De esta forma, se han ensayado los siguientes materiales:

- Chapa base de 80 mm (en adelante 80B)
- Chapa base de 50 mm (en adelante 50B)
- Chapa de 50 mm deformada en frío un 2% (CF2)
- Chapa de 50 mm deformada en frío un 5% (CF5)
- Chapa de 50 mm deformada en frío un 5% y tratada térmicamente (CF5A)

En el caso de los ensayos Charpy, se utilizaron probetas con entalla en V de 2 mm, centradas a 1/4 (chapa de 80 mm) y 1/2 (chapa de 50 mm) del espesor de las chapas y se ensayaron conjuntos de 3 probetas a cada temperatura, para obtener la curva de transición de los aceros. En la chapa de 50 mm de espesor se ensayaron probetas extraídas a 1/2 del espesor para los casos CF2, CF5 y CF5A.

Para obtener la curva de transición, el rango de temperaturas cubierto fue, en todos los casos descritos, desde -196°C hasta temperatura ambiente.

En cada chapa y estado de tratamiento (mecánico o térmico), se ajustaron los resultados obtenidos mediante una curva sigmoideal, correspondiente a la ecuación de Boltzmann :

$$y = \frac{A_1 - A_2}{1 + e^{(x-x_0)/dx}} + A_2 \quad (1)$$

Un ejemplo de este ajuste en la curva de transición se muestra en la figura 5, para el caso de la chapa de 50 mm.

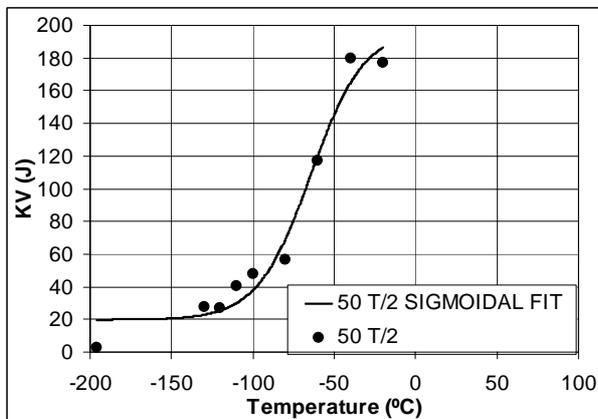


Figura 5. Ajuste sigmoideal de la curva de transición en ensayos de impacto de la chapa de 50 mm

Uno de los valores de referencia utilizados para relacionar los ensayos Charpy y los de mecánica de fractura, en la zona de transición, es la temperatura a la cual la energía es 27 Julios [2]. La ecuación de Boltzmann (1), se ha utilizado para calcular esta temperatura en todos los materiales estudiados. Los valores obtenidos se muestran en la tabla 3.

Material	T _{27J}
80B (1/4 del espesor)	-115
50B (1/2 del espesor)	-127
50CF2 (1/2 del espesor)	-108
50CF5 (1/2 del espesor)	-116
50CF5A (1/2 del espesor)	-110

Tabla 3. Temperatura para una energía Charpy de 27J

Se comprueba de este modo que la variación del espesor de la chapa, su deformación en frío y la aplicación de un tratamiento térmico posterior, afectan poco a su tenacidad al impacto.

3. TENACIDAD A FRACTURA DEL ACERO P690QL2.

De las chapas de 50 mm y 80 mm se extrajeron probetas de fractura SENB de W=2B=25 mm en dirección TL centradas a 1/2 del espesor en la chapa de 50 mm y a 1/4 del espesor en la chapa de 80mm, realizándose ensayos de fractura en las mismas para la obtención del valor de J para el punto de rotura inestable (o punto de carga máxima en caso de proceso de rotura estable) a distintas temperaturas.

De cada material se mecanizaron y prefatigaron 10 probetas SENB, comenzando los ensayos desde una temperatura de -150°C, aumentándola hasta que se obtuvo un comportamiento dúctil (proceso de rotura estable)

Se ha calculado el valor K_{JC}, de acuerdo con las indicaciones de Wallin [5].

$$K_{JC} = \sqrt{\frac{J \cdot E}{(1-\nu^2)}} \quad (2)$$

donde

$$J = \frac{K^2(1-\nu^2)}{E} + \eta_c \cdot \frac{A_c}{B_n \cdot (W - a_0)} \quad (3)$$

con

$$\eta_c = 3.785 - 3.101 \cdot \left(\frac{a_0}{W}\right) + 2.018 \cdot \left(\frac{a_0}{W}\right)^2 \quad (4)$$

$$A_C = \int_0^{CMOD_{plastic}} P \cdot d(CMOD_{plastic}) \quad (5)$$

y

$$CMOD = \frac{V_g}{1 + \left(\frac{z}{0.8 \cdot a + 0.2 \cdot W}\right)} \quad (6)$$

donde V_g es la medida del extensómetro COD y z es el espesor de las cuchillas utilizadas para sujetar el extensómetro.

Los valores obtenidos se indican en las tablas 4 á 8, y pueden verse las curvas de los ensayos en las figuras 6 á 10.

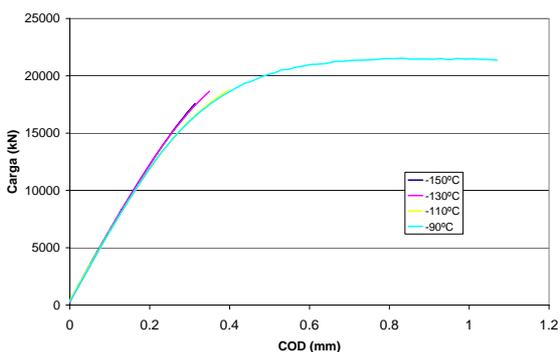


Figura 6. Ensayos de fractura chapa de 80 mm

P690QL2 80 mm t/4	
Temperatura	K_{Jc} (MPa m ^{1/2})
-150°C	128.9
-130°C	139.6
-110°C	156.1
-90°C	246.1

Tabla 4. Chapa de 80 mm

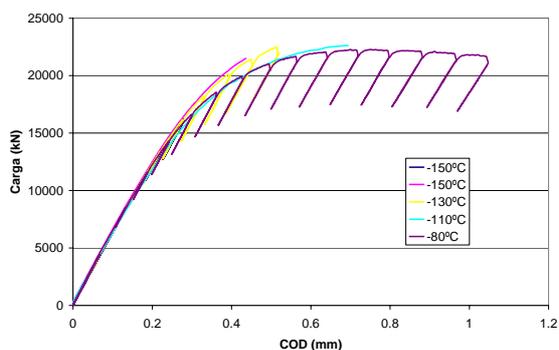


Figura 7. Ensayos de fractura, chapa de 50 mm

P690QL2 50 mm t/2	
Temperatura	K_{Jc} (MPa m ^{1/2})
-150°C	152.5
-150°C	178.2
-130°C	202.4
-110°C	239.6
-80°C	231.7

Tabla 5. Chapa de 50 mm

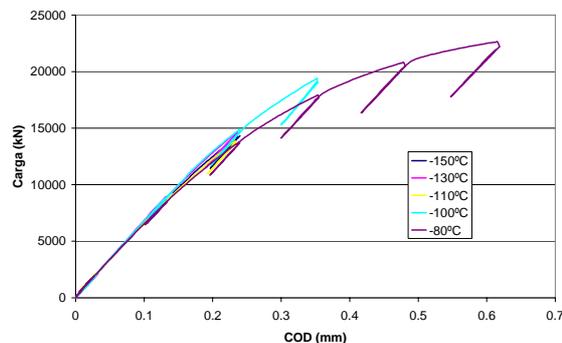


Figura 8. Ensayos de fractura, chapa de 50 mm deformada en frío un 2%

P690QL2 50 mm t/2 CF2	
Temperatura	K_{Jc} (MPa m ^{1/2})
-150°C	95.4
-130°C	106.1
-110°C	92.6
-100°C	136.3
-80°C	215.6

Tabla 6. Chapa de 50 mm, deformada en frío un 2%

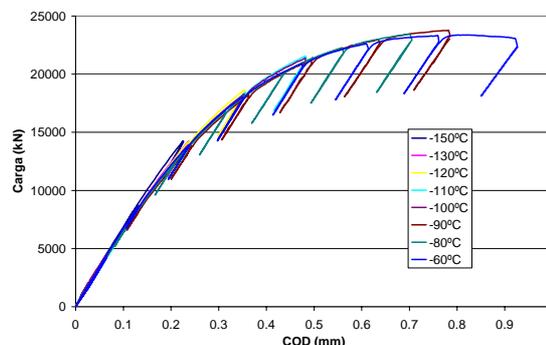


Figura 9. Ensayos de fractura, chapa de 50 mm deformada en frío un 5%

P690QL2 50 mm t/2 CF5	
Temperatura	K_{Jc} (MPa m ^{1/2})
-150°C	92.3
-130°C	94.1
-120°C	136.3
-110°C	174.8
-100°C	178.1
-90°C	256.9
-80°C	239.5
-60°C	288.3

Tabla 7. Chapa de 50 mm deformada en frío un 5%

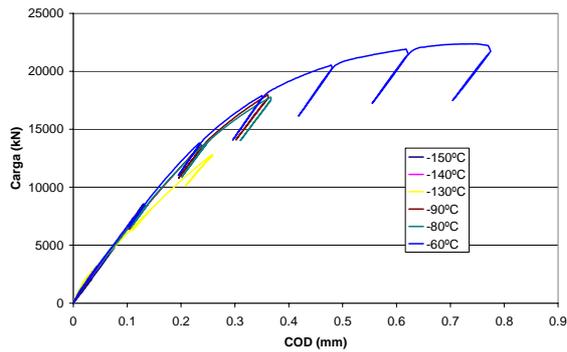


Figura 10. Ensayos de fractura, chapa de 50 mm deformada en frío un 5% y envejecida.

P690QL2 50 mm t/2 CF5A	
Temperatura	K_{Jc} (MPa m ^{1/2})
-150°C	51.9
-140°C	53.4
-130°C	100.5
-90°C	144.7
-80°C	140.0
-60°C	254.2

Tabla 8. Chapa de 50 mm deformada en frío un 5% y con tratamiento térmico posterior

4. OBTENCIÓN DE LA TEMPERATURA DE REFERENCIA T_0

Tomando como referencia la norma ASTM E1921:97 [3], se han utilizado, los datos de los ensayos en los que se produce la rotura por clivaje de la probeta. Habiéndose censurado, por tanto todos aquellos valores en los que se supera:

$$K_{Jc(limite)} = \sqrt{\frac{Eb_0\sigma_{ys}}{30}} \quad (7)$$

Dado que las probetas ensayadas, son probetas de dimensiones 0.5T, es decir, de espesor aproximado (B_x) de media pulgada, se han normalizado los valores a probetas de 1T ($B=1$ pulgada), según la expresión:

$$K_{Jc(1T)} = 20 + (K_{Jc(x)} - 20) \left(\frac{B_x}{B_{1T}} \right)^{1/4} \quad (8)$$

A continuación se ha determinado K_0 , para cada temperatura ensayada, a partir de la expresión siguiente:

$$K_0 = \left[\frac{\sum_{i=1}^N (K_{Jc(i)} - 20)^4}{N - 0.3068} \right]^{1/4} + 20 \quad (9)$$

(Utilizándose el sumatorio en el caso de tener varias probetas ensayadas a una misma temperatura)

Se calcula entonces la temperatura de referencia T_0 , que se corresponde con la temperatura a la cual K_{Jc} es 100 MPa√m, tomando los resultados obtenidos para cada temperatura de ensayo, j , a partir de la expresión:

$$T_0 = \frac{\sum_{j=1}^M \left[T_j - \frac{1}{0.019} \ln \left(\frac{K_{Jc(med)j} - 30}{70} \right) \right]}{M} \quad (10)$$

donde

$$K_{Jc(med)} = 0.9124(K_0 - 20) + 20 \quad (11)$$

M es el conjunto de temperaturas ensayadas

Los resultados finalmente obtenidos se muestran en la tabla 9.

Material P690QL2	Temperatura de Referencia T_0 (°C)
80mm t/4	-143
50mm t/2	-156
50 CF2	-117
50 CF5	-130
50 CF5A	-96

Tabla 9. Temperaturas de referencia T_0

En este caso el efecto de la deformación en frío y del tratamiento térmico posterior es mayor que el que se había obtenido utilizando el parámetro T_{27} , dando lugar a un aumento significativo de la temperatura de referencia.

Por último, en la figura 11 se ha representado conjuntamente la temperatura de referencia T_0 frente a los resultados de la tabla 3, que mostraban la temperatura para la que se obtenía una tenacidad de impacto de 27 J. Debe destacarse la buena correlación obtenida entre estas dos temperaturas, una calculada a partir de ensayos de impacto Charpy y la otra a partir de los ensayos de fractura.

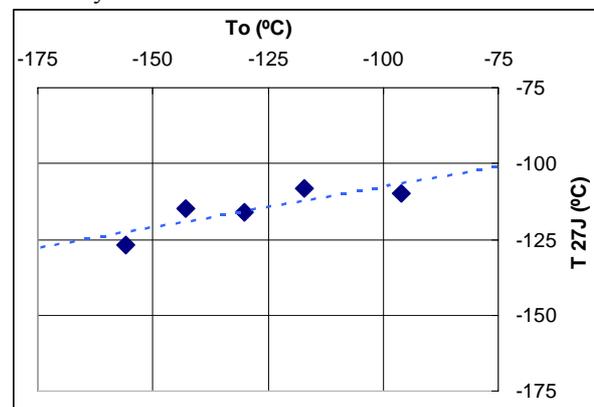


Figura 11. Temperatura de referencia T_0 vs T_{27J}

5. CONCLUSIONES

A continuación se resumen las conclusiones principales obtenidas en este trabajo:

- El acero P690QL2 presenta un excelente comportamiento a fractura, a temperaturas incluso por debajo de -100°C , tanto en su estado base como conformado en frío. En este aspecto, su aplicabilidad a la construcción de recipientes se considera adecuada.
- Se cumple, para aceros P690QL2 en estado bruto de laminación y conformados en frío, la correlación prevista en el concepto de “master-curve” [2], con una desviación aproximada de 25°C , entre las temperaturas obtenidas por ensayos de tenacidad dinámica Charpy, para una energía de 27J, y las obtenidas por medio de ensayos estáticos de fractura, para un valor $K_{Ic}=100\text{ MPa m}^{1/2}$
- La utilización de los ensayos de tenacidad Charpy para la caracterización del comportamiento frente a fractura frágil de este tipo de aceros es adecuada para definir la zona de transición.
- En el caso de someter estos aceros a tratamientos térmicos de envejecimiento o de alivio de tensiones tras el conformado, se obtiene en los mismos una disminución de la tenacidad a la fractura a bajas temperaturas, por lo que no son aconsejables dichas prácticas. Este hecho, se ve corroborado en los estudios de fractura de las uniones soldadas de este tipo de aceros [6], en donde se comprueba que tratamientos térmicos post-soldeo dan lugar a la obtención de tenacidades menores a las esperadas para bajas temperaturas

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido desarrollado dentro del proyecto de investigación del 5^a Programa Marco de la Unión Europea ECOPRESS Proj.-No. GRD1-1999-10640.

REFERENCIAS

- [1] EN 13445:2002, European Standard for Unfired pressure vessels, CEN, Brussels
- [2] Wallin, K, “A Simple Theoretical Charpy V – K_{Ic} correlation for Irradiation Embrittlement” *ASME Pressure Vessels and Piping Conference, Innovative Approaches to Irradiation Damage and Fracture Analysis*. PVP V170, ASME New York July 1989.
- [3] ASTM E1921-97 “Standard Test Method for Determination of Reference Temperature T_0 , for Ferritic Steels in the Transition Range.”
- [4] UNE EN 10028-6: Productos Planos de Acero para Aplicaciones a Presión – Parte 6. Aceros soldables de grano fino, templados y revenidos. Versión española, Abril 2004.
- [5] Wallin K. “Fracture Toughness Testing in the Ecopress Project” NT14 ” ECOPRESS Proj.-No. GRD1-1999-10640
- [6] Langenberg, P. (Edt.) et al., ECOPRESS, Economical and safe design of pressure vessels applying new modern steels; European RTD 5th framework project “GROWTH”; Proj.-No. GRD1-1999-10640, Final Report, Aachen, December 2003.
- [7] Ortner, S.R. “The Shape of the Ductile to Brittle” AEA Technology Nuclear Science. AEAT/R/NT/0381 Issue 2, Oxon, May 2001.

MÉTODOS ANALÍTICOS Y NUMÉRICOS

MODELO ANALÍTICO PARA ESTUDIAR LA PROPAGACIÓN DE FISURAS EN MODO MIXTO EN ELEMENTOS DE HORMIGÓN ARMADO. APLICACIÓN DEL BRIDGED CRACK MODEL.

A. Carpinteri¹, J. R. Carmona² y G. Ventura¹

¹Dept. Structural and Geotechnical Engineering,
Politecnico di Torino, Corso Duca degli Abruzzi, 24,
10129 Torino, Italia.

²E.T.S. de Ingenieros de Caminos,
Canales y Puertos, Universidad de Castilla la Mancha
Avenida Camilo José Cela s/n, 13071 Ciudad Real
E-mail: jacinto.ruiz@uclm.es
Tfno: 926 29 53 00 Ext. 3276. Fax: 926 29 53 91

RESUMEN

El denominado "Bridged Crack Model" fue desarrollado para la modelación del comportamiento en flexión de elementos de hormigón armado utilizando herramientas de Mecánica de Fractura Elástica Lineal. En la presente ponencia este modelo se extiende para modelar el comportamiento de fisuras en modo mixto, es decir en presencia de esfuerzos de flexión y cortante. Hemos realizado diversas hipótesis sobre la trayectoria de las fisuras así como sobre el punto de iniciación de las mismas. También se han realizado hipótesis, basándose en cálculos exactos, sobre los factores de intensidad de tensiones ya que no existía una formulación para las geometrías seleccionadas. El modelo propuesto aproxima el problema de la propagación en modo mixto a un problema de propagación en modo I. Así pues el problema de fisuración por flexión (modo I) queda como un caso particular del modelo propuesto. El modelo permite comparar la carga necesaria para la propagación de cada una de las fisuras y así determinar la carga última y el tipo de fallo del elemento de hormigón armado.

ABSTRACT

The Bridged Crack Model has been developed for modelling the flexural behaviour of reinforced concrete beams and related size effects explaining brittle-ductile-brittle failures modes transitions. In the present paper the model is extended to shear failure modelling, introducing a given shape for the hypothetical crack path and determining the load-crack depth curve and the initial crack position for three point bending problems. The proposed formulation approaches the pure mode I flexural behaviour as a particular case, so that the flexural and shear failure modes can be immediately compared to detect which one dominates and determine the relevant failure load. The model is analyzed by varying the governing non-dimensional parameters to show its properties.

ÁREAS TEMÁTICAS PROPUESTAS: Métodos analíticos y numéricos.

PALABRAS CLAVE: Hormigón armado, Fractura en modo mixto, Efecto de escala.

1. INTRODUCCIÓN

El denominado "Bridged crack model"[1, 2] fue originalmente propuesto para el estudio de elementos de hormigón armado por medio de un análisis basado en conceptos de Mecánica de Fractura Elástica y Lineal (*LEFM*). El problema del efecto de escala y de las transiciones entre fallos frágiles y dúctiles fueron analizados con este modelo, con especial atención a los problemas de cuantía mínima mecánica. Posteriormente se introdujeron en el modelo la acción de tensiones cohesivas durante la propagación de la fisura [3]. Recientemente, el modelo ha sido extendido para analizar rotura por compresión mediante *LEFM*, permitiendo el estudio de las transiciones entre fallos por flexión (plastificación de las armaduras) y compresiones excesivas [4].

En este artículo se analiza el comportamiento de una vi-

ga sin cercos sometida a flexión en tres puntos, usando conceptos aplicados en el ya mencionado "bridged crack model". Para extender el modelo y analizar fisuras situadas en zonas donde existen esfuerzos de flexión y de corte se han introducido diversas hipótesis. En primer lugar se ha establecido una trayectoria de fisura de acuerdo con observaciones experimentales. La segunda hipótesis se realiza para evaluar los factores de intensidad de tensiones, necesarios para desarrollar el modelo. Asumimos que la fisura únicamente progresará en modo I en el fondo de la fisura, aproximando el valor del factor de intensidad de tensiones mediante una expresión analítica validada mediante cálculos exactos de las geometrías seleccionadas, realizados con un programa de elementos de contorno [5]. El efecto pasador de las barras y el engranaje entre áridos es despreciado en el modelo.

2. HIPÓTESIS BÁSICAS

2.1. Trayectoria de las fisuras

Las fisuras en elementos de hormigón armado al ser cargados en flexión a tres puntos, tienen una forma característica. Primero aparecen en el centro de vano y son perpendiculares a la cara inferior de la viga. Al incrementar la carga y si las condiciones de adherencia entre hormigón y acero lo permiten, aparecen nuevas fisuras alejadas del centro del vano. Estas fisuras también crecen en un principio perpendiculares a la cara inferior, pero durante su desarrollo van inclinándose hacia el punto de carga [6].

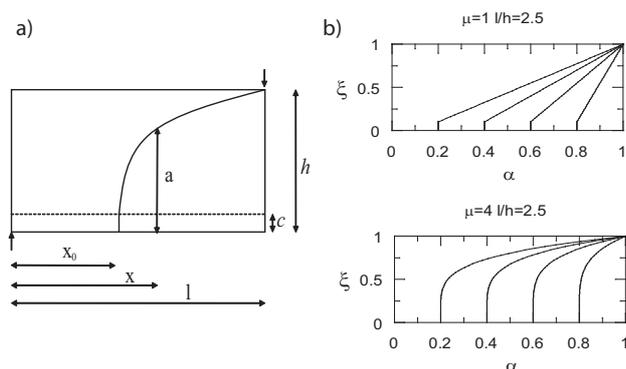


Figura 1: (a) Trayectoria asumida; (b) ejemplos de trayectorias normalizadas.

En este estudio consideramos una fisura, Γ , formada por dos tramos, uno, Γ_1 , perpendicular a la cara inferior y que se extiende desde el borde inferior hasta al punto donde se sitúa el armado, y un segundo tramo, Γ_2 , de forma parabólica, con exponente μ , que se extiende desde la capa de armado hasta el punto de aplicación de la carga, véase la Fig. 1a. Análiticamente esta trayectoria se define como,

$$\begin{aligned} \Gamma_1 \quad & x = x_0 & a \leq c & (1) \\ \Gamma_2 \quad & x = x_0 + \left(\frac{a-c}{h-c}\right)^\mu (l - x_0) & h \geq a \geq c & (2) \end{aligned}$$

El significado de cada variable se muestra en la Fig. 1. Las Eqs. 1 y 2 pueden ser reescritas en forma adimensional, para ello primero vamos a definir los siguientes parámetros,

$$\alpha = \frac{x}{l}; \quad \xi = \frac{a}{h}; \quad \alpha_0 = \frac{x_0}{l}; \quad \zeta = \frac{c}{h} \quad (3)$$

Donde α es la distancia horizontal al apoyo del fondo de fisura en forma adimensional, ξ es la profundidad de la fisura adimensionalizada, α_0 es la posición del inicio de la fisura

y ζ es el recubrimiento expresado en forma adimensional. Todos estos parámetros tienen un valor comprendido entre 0 y 1. Expresando las Eqs. 1 y 2 en función de estos parámetros obtenemos:

$$\Gamma_1 \quad \alpha = \alpha_0 \quad \xi \leq \zeta \quad (4)$$

$$\Gamma_2 \quad \alpha = \alpha_0 + \left(\frac{\xi - \zeta}{1 - \zeta}\right)^\mu (l - \alpha_0) \quad 1 \geq \xi \geq \zeta \quad (5)$$

En la Fig. 1b mostramos dos ejemplos de las trayectorias asumidas en forma adimensionalizada.

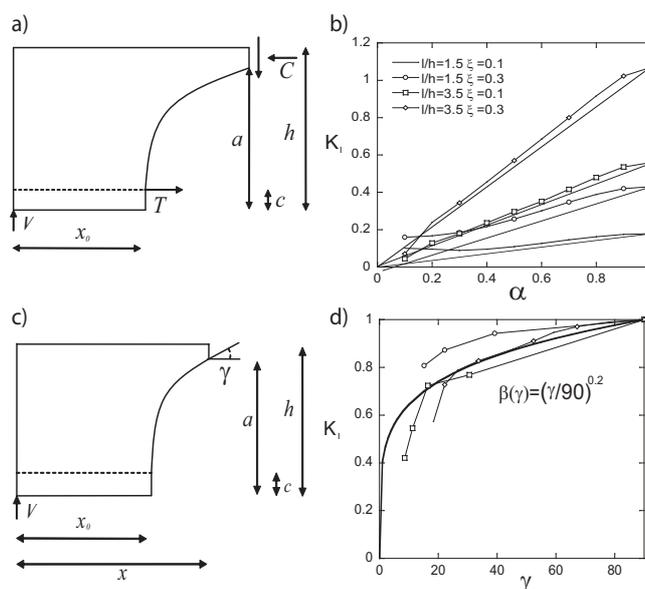


Figura 2: (a) Elemento de hormigón fisurado; (b) comparación entre los resultados teóricos y las aproximaciones realizadas para K_I ; (c) definición del ángulo γ ; (d) comparación entre la función $\beta(\gamma)$ adoptada y resultados exactos obtenidos.

2.2. Factores de intensidad de tensiones

No existe una formulación exacta para evaluar los factores de intensidad de tensiones requeridos para las cargas, geometría y posición de la fisura a utilizar en el modelo. Por ello para obtener unas formulaciones aproximadas realizamos una serie de hipótesis. Los factores de intensidad de tensiones a utilizar son dos, ambos para la geometría expuesta en la Fig. 2a, uno para la fuerza externa, V y el otro para la tracción de refuerzo, P .

Para evaluar el factor de intensidad de tensiones debido a la fuerza exterior asumimos que este puede ser aproximado por el de una viga sometida a flexión pura al igual que hicieron Jenq y Shah en su modelo [7]. El factor de intensidad de tensiones producido en el fondo de fisura por un momento flector viene dado por [8]:

$$K_{IM} = \frac{M}{h^{\frac{3}{2}}b} Y_M(\xi) \quad (6)$$

El momento, M , a utilizar será el que existe en el fondo de fisura que puede expresarse en función del esfuerzo cortante, que en este caso es igual a la reacción en el apoyo, véase la Fig 2a.

$$M = Vx = Vl\alpha(\zeta, \xi) \quad (7)$$

Introduciendo la Eq. 7 en la Eq. 6, podemos expresar el factor de intensidad de tensiones de la siguiente forma:

$$K_{IV} = K_{IM} = \frac{Vl\alpha(\zeta, \xi)}{h^{\frac{3}{2}}b} Y_M(\xi) = \frac{V}{h^{\frac{1}{2}}b} Y_V(\zeta, \xi) \quad (8)$$

Donde, la función de forma $Y_V(\zeta, \xi)$ se expresa como:

$$Y_V(\zeta, \xi) = \frac{l}{h} \alpha(\zeta, \xi) Y_M(\xi) \quad (9)$$

El factor de intensidad de tensiones producido en el fondo de la fisura por unas fuerzas P que actúan al nivel del refuerzo viene dado por:

$$K_{IP} = \frac{P}{h^{\frac{1}{2}}b} Y_{Psc}(\zeta, \xi) \quad (10)$$

La función $Y_{Psc}(\zeta, \xi)$ está definida y puede ser encontrada en manuales con valores del factor de intensidad de tensiones. Para determinar una función aproximada y así obtener el valor de la función de forma se han realizado análisis con elementos de contorno [5]. Una función $\beta(\gamma)$ se ha definido con el fin de corregir el valor de $Y_{Psc}(\zeta, \xi)$ en función del ángulo de inclinación de la tangente a la trayectoria en el fondo de fisura respecto a la horizontal.

$$\beta(\gamma) = \left(\frac{\gamma}{90}\right)^{0,2} \quad (11)$$

Donde γ es el citado ángulo, en grados sexagesimales, Fig. 2c. En la Fig. 2d mostramos una representación gráfica de la función $\beta(\gamma)$ junto con los resultados exactos obtenidos. Finalmente el factor de intensidad de tensiones debido a la tracción del refuerzo puede ser expresado como:

$$K_{IP} = \frac{P}{h^{\frac{1}{2}}b} Y_{Psc}(\zeta, \xi) \beta(\gamma) = \frac{P}{h^{\frac{1}{2}}b} Y_P(\zeta, \xi) \quad (12)$$

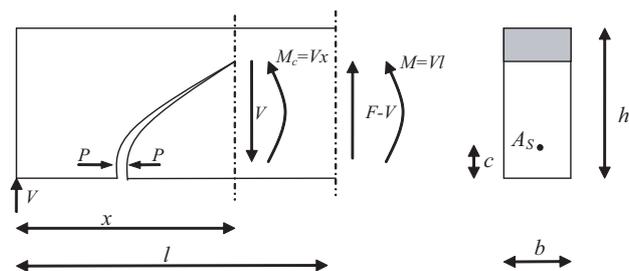


Figura 3: Geometría del elemento fisurado.

3. MODELACIÓN DEL PROCESO DE FRACTURA

Considerando el elemento fisurado mostrado en la Fig. 3, en el que se representa un elemento de hormigón armado fisurado, sometido a la acción de un momento M , función del cortante V y de la posición, x , del fondo de fisura, y a una fuerza P debida a la acción de armado; el desplazamiento Δv bajo el punto de aplicación de la fuerza externa F , y el desplazamiento $\Delta \omega$ entre los puntos de aplicación de la tracción producida por el refuerzo P pueden ser expresados a través de la suma de los desplazamientos producidos por V y P .

$$\Delta v = \Delta v_{VV} + \Delta v_{VP} = \lambda_{VV}V - \lambda_{VP}P \quad (13)$$

$$\Delta \omega = \Delta \omega_{PV} + \Delta \omega_{PP} = \lambda_{PV}V - \lambda_{PP}P \quad (14)$$

Donde λ_{VV} , λ_{VP} , λ_{PV} , λ_{PP} , representan las flexibilidades del elemento, respecto a cada una de las cargas debidas a la existencia de una fisura. Estas flexibilidades pueden hallarse mediante métodos energéticos, considerando la acción simultánea de la fuerza exterior y del refuerzo.

Si G , E son respectivamente la energía de fractura y el módulo elástico del material y K_{IV} and K_{IP} los factores de intensidad de tensiones obtenidos anteriormente, la variación de de la energía del sistema ΔW debida a una propagación de la fisura, Δa puede expresarse como:

$$\Delta W = -Gb\Delta a = -\frac{(K_{IV} + K_{IP})^2}{E} b\Delta a \quad (15)$$

Aplicando el teorema de Clayperyon obtenemos que

$$\Delta W = \frac{1}{2}V\Delta v_{VV} + \frac{1}{2}P\Delta \omega_{PP} + \frac{1}{2}(P\Delta \omega_{PV} + V\Delta v_{VP}) \quad (16)$$

Mediante la aplicación del teorema de reciprocidad sabemos que $P\Delta \omega_{PV} = V\Delta v_{VP}$, integrando e identificando terminos en las Eqs. 15 y 16 obtenemos que:

$$v_{VV} = \frac{2}{V} \int_0^a \frac{K_{IV}^2}{E} b da \quad (17)$$

$$\omega_{PP} = \frac{2}{P} \int_c^a \frac{K_{IP}^2}{E} b da \quad (18)$$

$$P\omega_{PV} = Vv_{VP} = 2 \int_c^a \frac{K_{IP}K_{IV}}{E} b da \quad (19)$$

Sustituyendo los factores de intensidad de tensiones por sus valores, Eqs. 8 y 12, obtenemos las flexibilidades λ_{VV} (desplazamiento vertical bajo el punto de carga producido por una fuerza $V = 1$), λ_{PP} (apertura de fisura horizontal en la posición del refuerzo para una tracción $P = 1$), λ_{PV} (apertura de fisura horizontal en la posición del refuerzo producida por un cortante vertical, $V = 1$) y λ_{VP} (desplazamiento vertical bajo el punto de carga producido por una tracción del refuerzo, $P = 1$).

Las integrales mostradas en las Eqs. 17, 18 y 19 se realizan sobre una trayectoria de fisura curvilínea. Para expresar la integral en función de la profundidad adimensionalizada ξ , deberemos hallar el jacobiano de la expresión con la que definimos la curva, Eqs. 4 y 5. Para la trayectoria seleccionada en este estudio la expresión que define esta función, $g(\zeta, \xi)$, es:

$$g(\zeta, \xi) = 1 \quad \xi < \zeta \quad (20)$$

$$g(\zeta, \xi) = \sqrt{\mu^2 \left(\frac{l}{h}\right)^2 \left(\frac{1}{1-\zeta}\right)^{2\mu} (\xi - \zeta)^{2(\mu-1)} (1 - \alpha_0)^2 + 1} \quad (21)$$

Las flexibilidades λ_{VV} , λ_{VP} , λ_{PV} , λ_{PP} se expresan finalmente como:

$$\lambda_{VV} = \frac{2}{Eb} \left[\int_0^\zeta Y_V^2(\xi) d\xi + \int_\zeta^\xi Y_V^2(\xi) g(\zeta, \xi) d\xi \right] \quad (22)$$

$$\lambda_{PP} = \frac{2}{Eb} \int_\zeta^\xi Y_P^2(\zeta, \xi) g(\zeta, \xi) d\xi \quad (23)$$

$$\lambda_{PV} = \lambda_{VP} = \frac{2}{Eb} \int_\zeta^\xi Y_V(\xi) Y_P(\zeta, \xi) g(\zeta, \xi) d\xi \quad (24)$$

La integración es llevada a cabo a lo largo de toda la longitud de la fisura en el caso de λ_{VV} y a partir del refuerzo en el caso de λ_{PP} , λ_{PV} y λ_{VP} . Esto es debido a que para

fisuras pequeñas que todavía no han cruzado el armado el factor de intensidad de tensiones K_{IP} es nulo.

En este momento ya hemos resuelto las ecuaciones de compatibilidad, pero para obtener una solución al problema debemos imponer un criterio para la propagación de la fisura. La condición impuesta es que la propagación de la fisura se produzca cuando el factor de intensidad de tensiones en el fondo de la fisura tenga un cierto valor K_{IC} , que se considera una propiedad del material. Mediante el principio de superposición obtenemos que el factor de intensidad de tensiones en el fondo de fisura será la suma de los factores de intensidad de tensiones K_{IV} y K_{IP} .

$$K_{IC} = K_I = K_{IV} - K_{IP} \quad (25)$$

Donde K_{IV} y K_{IP} están definidos por las Eqs. 8 y 12. Indicamos que el signo negativo en la Eq. 25 viene dado por que el refuerzo se tracciona impidiendo la apertura de la fisura, tendencia opuesta a la que se expresa en los manuales de donde se obtiene K_{IP} .

La Eq. 25 conjuntamente con las Eqs. 22, 23, 24 resuelven el problema. No obstante dependiendo si el armado se encuentra en fase elástica o ha alcanzado su límite elástico, aparecen dos casos diferentes.

3.1. Caso 1: acero en regimen elástico

Si el armado se encuentra en regimen elástico, asumimos que la apertura de fisura, ω es nula al nivel del mismo. Introduciendo esta hipótesis en la Eq. 14 obtenemos que,

$$\Delta\omega = \Delta\omega_{PV} + \Delta\omega_{PP} = \lambda_{PV}V - \lambda_{PP}P = 0 \quad (26)$$

El valor de la Fuerza P puede ser obtenido directamente como función del cortante aplicado. Sustituyendo las Eqs. 22-24 en la Eq. 26,

$$\frac{P}{V} = \frac{\lambda_{PV}}{\lambda_{PP}} = \frac{\int_\zeta^\xi Y_V(\xi) Y_P(\zeta, \xi) g(\zeta, \xi) d\xi}{\int_\zeta^\xi Y_P^2(\zeta, \xi) g(\zeta, \xi) d\xi} \quad (27)$$

Considerando una relación rígido-plástica en el comportamiento del acero, el cortante para que se produzca la plastificación del acero viene dado por:

$$V_P = P_P \frac{\lambda_{PP}}{\lambda_{PV}} \quad (28)$$

donde $P_P = f_y A_s$ indica el valor de la tracción en el acero al alcanzar el límite elástico, f_y . A_s es la cuantía de acero colocada.

Para evaluar el cortante durante el proceso de fractura, necesitamos imponer la Eq. 25. El factor de intensidad de tensiones en el fondo de fisura sera igual a:

$$K_I = \frac{V}{h^{\frac{1}{2}}b} Y_V(\xi) - \frac{P}{h^{\frac{1}{2}}b} Y_P(\zeta, \xi) \quad (29)$$

Imponiendo la condición $K_I = K_{IC}$ y reordenado la Eq. 29, obtenemos:

$$\frac{V}{K_{IC}h^{\frac{1}{2}}b} = \frac{1}{Y_V(\xi)} \left[1 + \frac{P}{K_{IC}h^{\frac{1}{2}}b} Y_P(\zeta, \xi) \right] \quad (30)$$

introduciendo el valor de P en el caso en el que el acero no plastifica, Eq. 30, el cortante adimensionalizado, V_{adim} , durante el proceso de fractura viene dado por:

$$\frac{V}{K_{IC}h^{\frac{1}{2}}b} = \frac{1}{Y_V(\xi) - \frac{Y_P(\zeta, \xi)\lambda_{PV}}{\lambda_{PP}}} \quad (31)$$

En la Eq. 31 observamos como, siempre que la trayectoria de la fisura sea independiente de las características y cuantía de armado, el cortante, V , durante el proceso de propagación depende unicamente de la profundidad relativa de la fisura, ξ .

3.2. Caso 2: acero en régimen plástico

En este caso la fuerza transmitida por el armado es igual a $P_P = f_y A_s$. Sustituyendo esta condición en la Eq. 30 obtenemos

$$\frac{V}{K_{IC}h^{\frac{1}{2}}b} = \frac{1}{Y_V(\xi)} [1 + N_P Y_P(\zeta, \xi)] \quad (32)$$

Donde N_P es el denominado número de fragilidad de Carpinteri para elementos de hormigón armado. Este número se define como:

$$N_P = \frac{f_y h^{\frac{1}{2}} A_s}{K_{IC} A} \quad (33)$$

Donde A es el área total de la sección, ($A = bh$). La Eq. 32 define el cortante necesario cuando el acero ha alcanzado su límite elástico. En este caso la apertura de la fisura en la posición del armado, ω es diferente de cero.

Las Eqs. 31 y 32 definen el cortante durante el proceso de fractura.

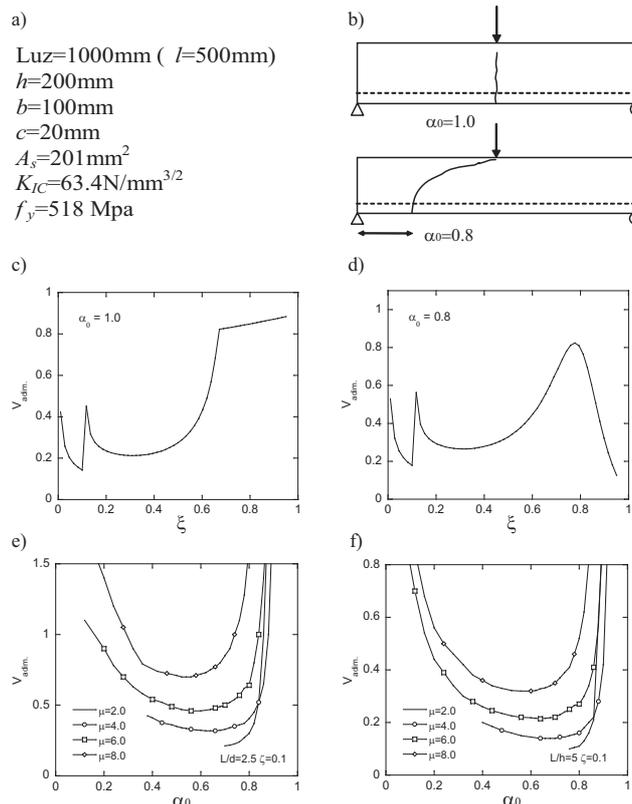


Figura 4: (a) Características del elemento modelado; (b) trayectorias de fisuras modeladas; (c) (d) cortante adimensional frente a la profundidad de fisura para $\alpha_0=1.0$ y $\alpha_0=0.8$ respectivamente; (e) (f) cortante para el que se produce el proceso de inestabilidad frente a la posición de iniciación de la fisura, α_0 , para elementos de esbeltez $l/h = 2,5$ y $l/h = 5,0$ respectivamente.

4. INFLUENCIA DE LA POSICIÓN INICIAL DE LA FISURA

En esta sección mostramos un ejemplo de aplicación del modelo. En la Fig. 4a mostramos los datos seleccionados del elemento a modelar. En la Fig. 4b se representan dos croquis con las trayectorias de fisuras que se han modelado. El exponente, μ utilizado es igual a 4. En la Figs. 4c y d se representan en abscisas la profundidad relativa de la fisura y en ordenadas el cortante expresado de forma adimensionalizada, para los valores $\alpha_0 = 1,0$ y $0,8$ respectivamente. En la Fig. 4c apreciamos como tras cruzar el armado, existe una zona de propagación inestable, entendida ésta como propagación de la fisura cuando la carga descende. Posteriormente se estabiliza este proceso y llegamos a un punto, $\xi \approx 0,7$, donde el acero plastifica. En la Fig. 4d el comienzo de la fisura es similar al del caso de $\alpha_0 = 1,0$, con una zona inestable tras cruzar el refuerzo, estabilizándose posteriormente. No obstante antes de llegar a la plastificación se produce un nuevo proceso de inestabilidad, $\xi \approx 0,75$, en el que la fisura crece atravesando el elemento. Este fenómeno de inestabilidad se corresponde con la denominada rotura por tracción diagonal.

Dependiendo de la posición inicial de la fisura la carga a la que se produce este efecto de inestabilidad varía. En las Figs. 4e y f, mostramos en abscisas la posición de la iniciación de la fisura adimensionalizada (en el apoyo α_0 tiene un valor 0 y en el centro de vano α_0 es igual a 1) y en ordenadas la carga para la que comienza este fenómeno de inestabilidad en forma adimensionalizada. Los resultados se han obtenido para diferentes valores del exponente μ , que define la forma de la parte parabólica de la fisura. En todos los casos se observa como existe una zona de mínimo aproximadamente entre α_0 igual a 0,4 – 0,7. Este resultado indica que las fisuras generadas en esta zona son las que tienen una mayor probabilidad de desarrollar un comportamiento inestable. Las fisuras situadas cercanas al C. V. necesitarían una carga muy elevada, produciéndose antes la plastificación del armado que la propagación inestable. En el caso de las fisuras situadas cercanas al apoyo, en general las curvas $V_{adim} - \xi$ son decrecientes tras atravesar la fisura el armado, lo que indica un proceso de fisuración inestable, no obstante y debido al alto valor del cortante que es necesario para que se generen estas fisuras, el fallo del elemento se produciera por la propagación de las fisuras situadas en el tramo central del semivano. Este mínimo en el valor del cortante dependiendo de la posición de la fisura ha sido también mostrado por Niwa [9], el cual realizó un análisis de la propagación de las fisuras mediante un modelo cohesivo, implementado en un programa de elementos finitos. Por último señalamos como al aumentar la esbeltez del elemento, l/h , si mantenemos constante el exponente μ , las cargas para generar un proceso inestable disminuyen.

5. CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO

Este artículo presenta un modelo basado en conceptos de mecánica de fractura elástica lineal para analizar la propagación de fisuras en elementos de hormigón armado sin armadura transversal. Hemos establecido una serie de hipótesis para aproximar el valor de los factores de intensidad de tensiones necesarios y de la trayectoria de las fisuras. El modelo capta un proceso de inestabilidad que hemos identificado con el denominado fallo por tracción diagonal. Este fallo que se produce para las fisuras que se inician en zonas donde existen tensiones normales y cortantes. Analizando el comportamiento de diversas fisuras dependiendo de la posición de su iniciación, hemos establecido una zona en la que existe una mayor probabilidad de que aparezca una fisura que tenga un comportamiento inestable durante su desarrollo. De esta forma podemos discriminar entre zonas susceptibles a la aparición de fisuras que desarrollen un comportamiento inestable y zonas donde la probabilidad de aparición de éstas es menor.

Como trabajo futuro establecemos el comparar los resultados generados con el modelo con la experimentación realizada. Asimismo se podrán establecer nuevas relaciones entre la forma de la fisura, la esbeltez del elemento y el número de fragilidad de Carpinteri. Finalmente diversas mejoras pueden ser introducidas tanto en la cuantifi-

cación de los factores de intensidad de tensiones, como en trayectorias de las fisuras.

AGRADECIMIENTOS

Jacinto Ruiz Carmona agradece a la Demarcación del Colegio de Ingenieros de Caminos de Castilla-La Mancha, así como al Ministerio de Educación y Ciencia a través del proyecto MAT2003-00843 la financiación concedida para sufragar los gastos durante la estancia de tres meses realizada en el Politecnico di Torino.

REFERENCIAS

- [1] A. Carpinteri, Stability of fracturing process in RC beams. *Journal of Structural Engineering*, 110:544–558, 1998.
- [2] C. Bosco, and A. Carpinteri, Fracture mechanics evaluation of minimum reinforcement in concrete structures. In *Applications of Fracture Mechanics to Reinforced Concrete*, A. Carpinteri, Ed., Elsevier Applied Science, London (1992), pp. 347–377.
- [3] A. Carpinteri, and R. Massabo, Continuous vs. discontinuous bridged-crack model for fiber-reinforced materials in flexure. *International Journal of Solids and Structures*, 34(21):2321–2338, 1997.
- [4] A. Carpinteri, G. Ferro, and G. Ventura, A fracture mechanics approach to over-reinforced concrete beams. In *Fracture Mechanics of Concrete Structures*, Li et al. Eds. (2004), pp. 903–910.
- [5] A. Portela and M. H. Aliabadi, *Crack Growth Analyses Using Boundary Elements*. Computational Mechanics Publications, Southampton. 1992.
- [6] P. G. Gustafsson, *Fracture Mechanics Studies of non-Yielding Materials Like Concrete: Modeling of Tensile Fracture and Applied Strength Analyses*. Report No. TVBM-1007, Division of Building Materials, Lund Institute of Technology, Lund, Sweden. 1985.
- [7] Y. S. Jenq, and S. P. Shah, Shear resistance of reinforced concrete beams. A fracture mechanics approach. In *Fracture Mechanics: Applications to Concrete*, V. Li and Z. P. Bažant, Eds., American Concrete Institute, Detroit (1989), pp. 273–258.
- [8] H. Okamura, K. Watanabe, and T. Takano, Deformation and strength of cracked member under bending moment and axial force. In *Engineering Fracture Mechanics*, 7:531–539, 1975.
- [9] J. Niwa, Size effect analyses for flexural strength of concrete beams using non linear rod element. *Proceedings of JCI*, 15(2):75–80, 1993.

PREDICCIÓN DE FALLO POR FATIGA EN ENTALLAS BAJO CARGA BIAxIAL MEDIANTE TEORÍA DE DISLOCACIONES

V. Chaves¹, A. Navarro¹

¹Dpto de Ingeniería Mecánica y de los Materiales. Escuela Superior de Ingenieros. Universidad de Sevilla.
C/ Avda. Camino de los Descubrimientos, s/n. 41092. Sevilla, España.
E-mail: chavesrv@us.es
Tfno: 954 48 73 11. Fax: 954 46 04 75

RESUMEN

Las técnicas de mecánica de fractura microestructural permiten describir el crecimiento de grietas pequeñas modelando la interacción entre la grieta y las barreras microestructurales. En estos modelos se representa la grieta y su zona plástica asociada mediante una distribución continua de dislocaciones. En este trabajo se muestra una aplicación de estas técnicas a entallas sometidas a carga biaxial. Se predice tanto el punto de iniciación de grieta como la tensión de fallo por fatiga. Se ha estudiado una placa con agujero circular para dos cargas diferentes, tracción-compresión alternativa y torsión alternativa. Una predicción interesante del modelo es que para radios pequeños del agujero existe un amplia zona a lo largo del mismo en la que la probabilidad de iniciación es prácticamente similar.

ABSTRACT

Microstructural fracture mechanics allows the description of short cracks growth by modelling the interaction between the crack and microstructural barriers. In these models the crack and the plastic zone are represented by a distribution of dislocations. An application to notches under biaxial load is shown. The crack initiation point and the fatigue strength are predicted. A plate with a circular hole has been studied for two types of fatigue loading, tension-compression and torsion. An interesting prediction of the model is that for small radii of the notch there is a wide region along the surface where the likelihood of initiation is equally high.

ÁREAS TEMÁTICAS PROPUESTAS: Métodos analíticos y numéricos.

PALABRAS CLAVE: dislocaciones, entalla, biaxial.

1. INTRODUCCIÓN

El fallo por fatiga en componentes industriales tiene lugar principalmente en las concentraciones de tensiones. De modo que cualquier método para predicción de fallo por fatiga debe tener en cuenta el efecto de las mismas. En los últimos años se han propuesto muchos métodos, pero hasta ahora ninguno ha tenido una aceptación generalizada. Uno de ellos es el modelo NR, que emplea técnicas de mecánica de fractura microestructural para describir el crecimiento de grietas pequeñas basándose en la interacción entre la grieta y las barreras microestructurales. La idea básica del modelo es que la zona plástica delante de la grieta avanza a saltos: queda bloqueada en barreras, tales como límites de grano o inclusiones, y permanece bloqueada hasta que se produce el deslizamiento más allá de la barrera. Esto puede ocurrir por activación de fuentes de dislocaciones o por penetración de dislocaciones que atraviesan la barrera. Si la grieta es capaz de superar todas las barreras sucesivas se producirá el fallo del componente. El modelo NR representa la grieta y su zona plástica asociada mediante una distribución continua de dislocaciones infinitesimales. El grupo de investigación de Ingeniería Mecánica de la Universidad de Sevilla ha mejorado el modelo NR en los últimos años,

empleándolo para predecir fallo por fatiga en geometrías simples con entallas en Modo I. En este trabajo se muestra el desarrollo del modelo NR para entallas bajo carga de fatiga biaxial. Se aplica a una placa con agujero circular para dos cargas diferentes, tracción-compresión alternativa y torsión alternativa.

2. MODELO

A partir del equilibrio de dislocaciones *Navarro* y *de los Ríos* desarrollaron un modelo para crecimiento de microgrietas por fatiga en sólidos sin entallas [1]. Los autores suponen que el desplazamiento plástico debido a la fatiga tiene lugar en bandas de deslizamiento rectilíneas que van a lo largo de los granos del sólido. Se supone que la microgrieta surge en aquel grano que, por su tamaño y orientación cristalográfica, presenta más facilidad para la formación de bandas de deslizamiento persistentes. La grieta y la zona plástica asociada a ella se extienden hasta alcanzar la primera barrera microestructural, generalmente un límite de grano, donde permanece bloqueada hasta que la grieta alcanza una longitud crítica tal que en la barrera se alcanza una tensión local capaz de activar el deslizamiento en el siguiente grano. El proceso

de crecimiento y bloqueo en la barrera se va produciendo grano a grano, de modo que la grieta avanza a saltos, de acuerdo con lo observado experimentalmente en grietas pequeñas. Se predice un ritmo de propagación de grieta creciente con el tamaño de grieta y con oscilaciones cada vez menores. La grieta, su zona plástica y la barrera se representa mediante una distribución continua de dislocaciones. La ecuación de equilibrio de fuerzas proporciona una relación entre la longitud de grieta y la tensión local en la barrera. En la Figura 1 se muestra una representación esquemática del modelo.

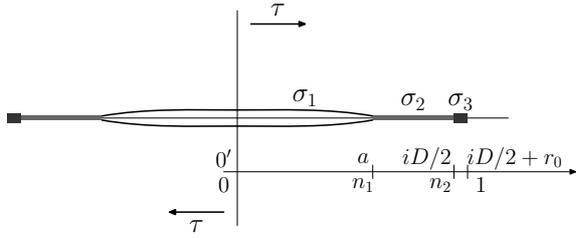


Figura 1: Grieta, zona plástica y barrera en un medio infinito.

Se considera un sólido infinito de un material policristalino, con un tamaño medio de grano D , sometido a tensión uniforme τ y con una grieta de longitud $2a$ en su interior. Se admite que la grieta ha sido nucleada en el centro de un grano y ha crecido hasta alcanzar i granos, con $i = 1, 3, 5, \dots$. Delante de los dos bordes de grieta se encuentran sus zonas plásticas asociadas, que se encuentran bloqueadas al final de un grano por la barrera. La posición del límite de grano será $iD/2$, que representa el número de medios granos atravesados por la zona plástica de cada uno de los lados. Las tensiones $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ representan la resistencia al movimiento de dislocaciones en la grieta, zona plástica y barrera respectivamente. La barrera microestructural se modela mediante una pequeña zona de longitud r_0 ($r_0 \ll D$), que representa el tamaño típico de la interfase entre granos o la distancia típica a la que se encuentran las fuentes de dislocaciones activables en el grano siguiente. A medida que la grieta va creciendo la tensión en la barrera σ_3 necesaria para mantener el equilibrio va aumentando. La tensión σ_3 alcanza su valor máximo cuando la grieta ha alcanzado justamente la barrera y prácticamente no hay zona plástica. Considerando que no hay interferencia entre las caras de la grieta ($\sigma_1 = 0$) y para la grieta al borde la barrera ($n_1 = n_2 = (iD/2)/(iD/2 + r_0) \simeq 1$) se obtiene:

$$\sigma_3 = \frac{1}{\cos^{-1} n_2} \left[\frac{\pi}{2} \tau \right] \quad (1)$$

El paso de la grieta al siguiente grano se producirá si la tensión σ_3 alcanza un valor crítico tal que posibilite la activación de fuentes de dislocaciones. La condición crítica de activación se escribe como

$$\sigma_3^i = m_i^* \tau_c^i \quad (2)$$

donde m_i^* es el factor de orientación cristalográfica en el grano adyacente a la i -ésima barrera y τ_c^i es la tensión crítica necesaria para activar fuentes de dislocaciones en. Si se igualan ambas ecuaciones se obtiene la tensión aplicada mínima necesaria τ_{Li} para activar deslizamiento plástico en el siguiente grano (se emplea la aproximación $\cos^{-1} n_2 = (2(1 - n_2))^{1/2} \approx 2(r_0^i/iD)^{1/2}$):

$$\tau_{Li} = \frac{4}{\pi} m_i^* \tau_c^i \left(\frac{r_0^i}{iD} \right)^{1/2} \quad (3)$$

Con la formulación presentada y para un componente sin concentraciones de tensiones el límite de fatiga τ_{FL} se obtiene formalmente para $i = 1$ en la ecuación anterior, i.e. $\tau_{FL} = \tau_{L1}$. Cuando se dispone de un diagrama K-T determinado experimentalmente, se conocen los valores τ_{Li} . Si no es así, el valor de τ_{Li} se puede obtener mediante la siguiente relación propuesta por *Vallellano et al.* [3]:

$$\tau_{Li} = \tau_{L1} \frac{\sqrt{a_0}}{\left[(iD/2)^f + a_0^f - (D/2)^f \right]^{1/2f}} \quad (4)$$

siendo $a_0 = [K_{th\infty}/Y\sigma_{FL}]^2/\pi$, Y es un factor de forma y el exponente f se puede tomar como 2.5 si no se conoce su valor exacto. $K_{th\infty}$ es el valor umbral del factor de intensidad de tensiones (ver [3] para más detalles).

2.1. El modelo para entallas en modo III.

La existencia de un gradiente de tensiones alrededor de una entalla provoca que las condiciones que afronta la grieta para superar las consecutivas barreras sean diferentes a las de un sólido sin concentración de tensiones. Para que se produzca el fallo por fatiga la grieta debe ser capaz de superar la primera barrera y todas las siguientes. Pero en el caso del cuerpo entallado a medida que crece la grieta disminuye la tensión en el frente de la misma. Ello puede provocar que la grieta supere varias barreras y no sea capaz de hacerlo en las siguientes, de modo que la grieta no se llegue a extender completamente, dando lugar a una grieta no-propagante. La mínima tensión aplicada que hace que la grieta sea capaz de superar todas las barreras será el límite a fatiga del componente entallado. El valor de i para el que se obtiene el máximo indicará la longitud de la mayor grieta no-propagante que podría aparecer en el componente. Es posible obtener una solución analítica del modelo de dislocaciones para un componente con una entalla elíptica sometido a modo III. Haciendo uso de técnicas de transformación conforme en el plano complejo y de la representación del problema elástico a través de potenciales complejos se puede transformar matemáticamente el problema de la grieta con entalla elíptica en un caso simple de grieta creciendo en un medio semiinfinito. La tensión τ_{Li}^N que es necesario

aplicar para que la grieta que se encuentra en el componente entallado supere la i -ésima barrera es la siguiente:

$$\frac{\tau_{Li}^N}{\tau_{FL}} = \left(\frac{\tau_{Li}}{\tau_{FL}} \right) \frac{\sqrt{i}}{\bar{\alpha} + \bar{\beta}} \left[\frac{\bar{\beta}}{\lambda_i} + \frac{\bar{\alpha}}{\sqrt{1 + \lambda_i^2}} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (5)$$

siendo $\bar{\lambda}, \bar{\alpha}, \bar{\beta}, \bar{\gamma}$ parámetros geométricos (véase [3] para más detalle).

2.2. Modelo aproximado para entallas en modo I

Vallellano [4] propuso una generalización heurística de la ecuación para el caso de entallas diferentes a la elíptica y para grietas creciendo en modo I, sustituyendo la tensión τ por σ y utilizando los valores de K_t y ρ correspondientes. La ecuación es la siguiente:

$$\sigma_{Li}^N = \sigma_{Li} \frac{\sqrt{iD/2}}{K_t} \left[\frac{1}{\lambda_i \sqrt{\alpha \rho}} + \frac{(K_t - 1)^2}{\alpha \sqrt{1 + \lambda_i^2}} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (6)$$

Este modelo aproximado ha sido comparado con resultados experimentales obtenidos de la literatura (El-Haddad et al., Frost y Dugdale, Tanaka y Akinawa, Lukás et al., DuQuesnay et al., etc.) [4], obteniéndose predicciones muy buenas.

3. MODELO PARA ENTALLAS EN MODO I

Cuando se considera el problema de una grieta en un componente entallado sometido a Modo I mediante las técnicas de distribución de dislocaciones se obtienen ecuaciones integrales cuya solución analítica es prácticamente imposible. En los núcleos de las ecuaciones, además de las singularidades de tipo Cauchy que reflejan la interacción entre las propias dislocaciones, aparecen términos cuadráticos y cúbicos en el denominador provenientes de la interacción con la superficie libre de la entalla. Para poder formular el problema de una forma eficiente es necesario utilizar como soluciones fundamentales las correspondientes a dislocaciones en presencia de agujeros con la forma deseada. En los estudios que aquí se describen se ha considerado agujeros circulares. En un artículo previo [5] se estudian algunas de las dificultades que aparecen y se discuten algunas estrategias de integración. En general se puede obtener una relación numérica entre la tensión aplicada σ_y^∞ y la tensión en la barrera σ_3 de la forma:

$$\sigma_3^i = f(D, i, r_0, R) \sigma_y^\infty \quad (7)$$

donde R es el radio del agujero. Si la tensión aplicada σ_y^∞ se aumenta hasta que la tensión en la barrera σ_3^i alcance la tensión crítica, la grieta pasará al siguiente grano:

$$\sigma_3^{Ni} = m_i^* \tau_c^i = f(D, i, r_0, R) \sigma_{Li}^N \quad (8)$$

Considerando que el valor de activación $m_i^* \tau_c^i$ es el mismo que para el componente infinito sin entalla se obtiene el límite a fatiga del componente entallado σ_{FL}^N :

$$\sigma_{FL}^N = \max\{\sigma_{Li}^N\} = \max \left\{ \frac{\pi}{4} \sqrt{\frac{iD}{r_0^i}} \sigma_{Li}^\infty \frac{1}{f(D, i, r_0, R)} \right\} \quad (9)$$

Se ha aplicado el método propuesto y se ha contrastado comparando con resultados experimentales y con predicciones realizadas con otros métodos. El primero de ellos es el clásico método de Peterson [6] basado en la distancia crítica del material. El valor de esta distancia se obtiene de la conocida gráfica de Langer [7]. El segundo método es el de la interpretación de la distancia crítica propuesta recientemente por Taylor [8] (Point method) en el que el valor de la distancia crítica se calcula a partir de los parámetros de mecánica de fractura. También se han considerado por completitud los resultados obtenidos con la fórmula aproximada de Vallellano et al. En la Figura 2 se muestran los resultados experimentales obtenidos por DuQuesnay para un acero SAE 1045 steel [9] y la predicciones obtenidas con los diversos métodos. Se trata de una placa plana con entallas circulares cuyo radio varía entre 0.12 y 2.5 mm. Los ensayos de fatiga son de tracción-compresión alternativa ($R = -1$) y el límite de fatiga se ha definido para 10^7 ciclos.

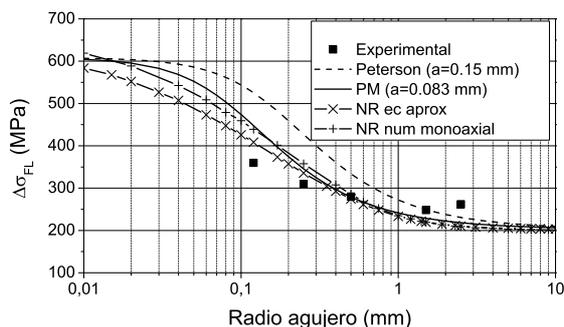


Figura 2: Resultados de DuQuesnay. Agujero circular

En la Figura 3 se muestran los resultados experimentales de El-Haddad para un acero [10] y la predicción obtenida con los diversos métodos. Se trata de predicciones a fatiga para ensayos de tracción-compresión alternativa ($R = -1$) en placas planas con entallas circulares entre 0.2 y 4.8 mm de radio.

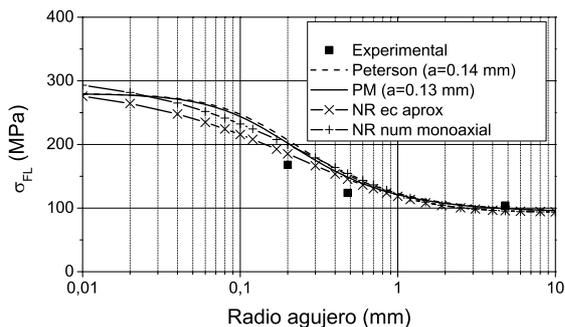


Figura 3: Resultados de El-Haddad. Agujero circular

Puede comprobarse como la elección de la distancia crítica en el método de *Peterson* y *Taylor* puede tener una influencia notable en las predicciones del límite de fatiga en la entalla, sobre todo para valores pequeños del radio. El *Point Method* proporciona predicciones comparables a la obtenida con la implementación numérica del método *NR*. En este caso son ligeramente mejores las predicciones proporcionadas por la fórmula aproximada, que además, y al menos hasta el momento, es de uso más fácil. Esta fórmula, sin embargo, no puede utilizarse para condiciones de carga multiaxial, mientras que el método *NR numérico* sí puede formularse para carga multiaxial, como se muestra a continuación.

4. MODELO NUMÉRICO PARA CARGA BIAxIAL

Cuando la carga es biaxial se hace necesario considerar dos distribuciones de dislocaciones, una con los vectores de burgers perpendiculares a la grieta (*climb*) y otra paralela a la grieta (*glide*). La tensión tangencial sobre las fuentes de dislocaciones tiene componentes provenientes de ambos conjuntos de dislocaciones. La condición de activación en este caso se escribe:

$$\frac{\sigma_3^i}{m_{\sigma_i}^* \tau_c^i} + \frac{\tau_3^i}{m_{\tau_i}^* \tau_c^i} = 1 \quad (10)$$

donde σ_3^i y τ_3^i son las tensiones en la zona de la barrera que equilibran el conjunto de dislocaciones de *climb* y *glide* respectivamente. De nuevo las variables microscópicas $m_{\sigma_i}^* \tau_c^i$ y $m_{\tau_i}^* \tau_c^i$ se obtienen por comparación con el caso monoaxial infinito correspondiente, de modo que la condición de activación para la barrera genérica i se puede escribir:

$$\frac{\sigma_{Li}^i}{\sigma_{Li}} + \frac{\tau_{Li}^i}{\tau_{Li}} = \frac{\pi}{4} \sqrt{\frac{i D}{r_0^i}} \quad (11)$$

donde σ_{Li} y τ_{Li} responden a la ecuación (4) particularizadas para $\sigma_{L1} = \sigma_L$ y $\tau_{L1} = \tau_L$. La condición anterior

puede aplicarse a los casos de tracción pura y torsión pura, lo cual requiere determinar en cada caso la orientación más favorable del plano de la grieta. Puede demostrarse que existe la siguiente relación entre las variables σ_L y τ_L y los límites de fatiga σ_{FL} y τ_{FL} :

$$\sigma_L = \frac{1}{2 - \bar{\alpha}} \sigma_{FL} \quad \tau_L = \frac{1}{2\sqrt{\bar{\alpha} - 1}} \sigma_{FL} \quad (12)$$

siendo $\bar{\alpha} = \sigma_{FL} / \tau_{FL}$. La Figura 4 representa esquemáticamente el problema a resolver en el caso de una placa con una entalla circular. Se considera que el tamaño del agujero es pequeño comparado con la dimensión de la placa. El campo de tensiones aplicado es biaxial. A partir de la dirección, definida con los ángulos θ y θ_1 y la longitud, definida por el número de granos i sobre los que se extiende la banda de deslizamiento, se desea obtener la función de distribución de dislocaciones en la grieta y la barrera y el valor de las tensiones σ_3 y τ_3 que mantienen el equilibrio. En la línea de grieta habrá tensiones $\sigma_y(x)$ y $\tau(x)$ referidas a ejes locales. Estas tensiones se pueden obtener directamente de la solución clásica [11]. Se escriben las ecuaciones de equilibrio de cada dislocación en las direcciones normal y tangencial, utilizando para ello la solución de una dislocación en las cercanías de un agujero de *Dundurs* y *Mura* [12], recogida en el libro de *Hills* [13]. De esta forma las condiciones de contorno sobre el agujero se cumplen automáticamente. Las dos ecuaciones integrales singulares de equilibrio están en este caso acopladas debido a que la grieta puede crecer en una dirección diferente a la normal al contorno.

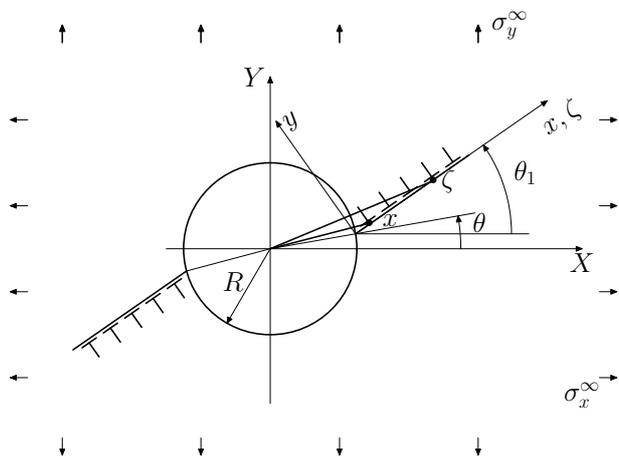


Figura 4: Agujero circular con dos grietas sometido a carga biaxial en un medio infinito

Para obtener el límite de fatiga se procede de la siguiente manera: para cada valor de θ, θ_1 y de la longitud de la grieta i (1, 3, 5, 7, ...) se obtienen los valores de σ_3, τ_3 que mantienen el equilibrio mediante la resolución numérica de las ecuaciones integrales. Se considera una carga externa aplicada unitaria (por ejemplo en torsión $\tau_a = \sigma_y^\infty = -\sigma_x^\infty = 1$). A continuación, para cada combinación (θ, θ_1, i) se aplica el criterio *NR biaxial* (11).

Para que en esta ecuación se alcance la igualdad, las tensiones σ_3, τ_3 han de ir multiplicadas por un cierto factor. Esto equivale a multiplicar por dicho factor la tensión externa aplicada τ_a , ya que las tensiones σ_3, τ_3 son proporcionales a τ_a , obteniéndose así la tensión externa mínima necesaria para superar la barrera. Para cada dirección, definida por los ángulos θ y θ_1 se busca el i para el que se obtiene el mayor valor de τ_a , es decir la barrera más difícil de superar para esa dirección. En esta etapa del desarrollo del modelo se hace por tanto la hipótesis de que la grieta se mantiene en el mismo plano durante los primeros granos. En tanto en cuanto los valores de i en los que se produce el máximo no sean muy elevados la hipótesis parece justificada. El menor de todos los resultados obtenidos anteriormente será el límite de fatiga. Es decir, el límite de fatiga viene determinado por la tensión necesaria para superar la barrera más fuerte en la dirección más débil.

5. APLICACIÓN DEL MODELO BIAXIAL

A continuación se muestra una comparación entre las predicciones a fatiga del modelo *NR biaxial* y resultados experimentales obtenidos por Murakami [14]. Se trata de probetas a las que se le han realizado pequeños agujeros en la superficie. Los agujeros tienen un tamaño mucho menor que la probeta. El diámetro del agujero es igual que su profundidad. Los ensayos de fatiga que se analizan son de flexión rotativa y de torsión alternativa. Se define el límite de fatiga como la tensión nominal máxima para una vida de al menos 10^7 ciclos. El material es S45C (0.46% de C) recocido. Sus propiedades son $\sigma_{UTS} = 620$ MPa, σ_{FL} (flexión) = 240 MPa, τ_{FL} (torsión) = 142MPa. A partir del límite a fatiga a flexión rotativa se puede estimar el límite de fatiga a tracción-compresión alternativa multiplicando por 0.85, quedando σ_{FL} (tracción) = 204 MPa. El tamaño de grano D se estima a partir del valor de $a_0 = 0.15$ mm [15] y un valor de $\frac{m_{\infty}^*}{m_1^*} = 3.1$. Resulta un valor de $D = 0.031$ mm. El tamaño de barrera se toma como una fracción del tamaño de grano, en concreto $r_0 = D/30$. Puede comprobarse que ni el valor de D ni el de r_0 tienen una influencia significativa siempre y cuando se esté en una gama de valores razonable.

5.1. Resultados

Los parámetros del modelo toman los siguientes valores: $\bar{\alpha} = 1.44$, $\sigma_{L1} = 362.10$ MPa, $\tau_{L1} = 154.36$ MPa. En primer lugar se ha aplicado el modelo al caso de tracción-compresión alternativa y se han comparado las predicciones con los resultados experimentales y con las predicciones de los otros modelos mencionados anteriormente. En la Figura 5 se muestran los resultados experimentales y las predicciones.

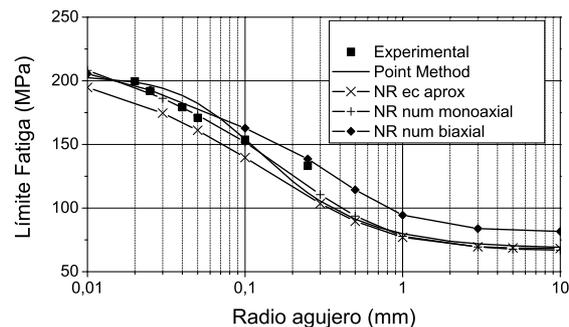


Figura 5: Resultados para tracción-compresión. Probeta con agujero circular

Para radios pequeños todos los modelos proporcionan predicciones cercanas al límite de fatiga del sólido sin entalla. Tentativamente puede decirse que los resultados obtenidos con el modelo *NR biaxial* se ajustan ligeramente mejor a los resultados experimentales que los otros métodos, lo cual en principio no sería extraño dado que los otros modelos son monoaxiales. Hay que señalar sin embargo que uno esperaría que para radios grandes todas las curvas tendieran hacia el valor del límite de fatiga dividido por el K_t , que en este caso es 3. Puede observarse que la curva del modelo biaxial está ligeramente por encima de este valor. Un resultado interesante es que cuando el radio del agujero es pequeño existe un amplio rango de valores de θ que proporcionan prácticamente el mismo valor del límite de fatiga, lo cual indica que debe ser posible encontrar grietas que no nazcan en el plano de simetría. Esto parece confirmarse con los resultados obtenidos por Murakami [14] (Figura 6).

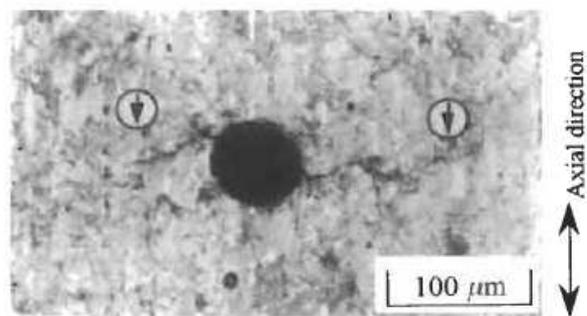


Figura 6: Ejemplo de grietas que no crecen perpendiculares a la carga de tracción. Tomada de Murakami [14]

En la Figura 7 se muestra una comparativa entre los resultados experimentales de torsión alternativa y los modelos *NR numérico biaxial* desarrollado en este capítulo y el modelo *LM-SL* [15]. El modelo *LM-SL* consiste en combinar el método de distancia crítica para entallas *Line method* (LM) y el criterio de Susmel-Lazzarin (SL) para fatiga multiaxial [16]. El modelo *LM-SL* toma como dirección de grieta ($\theta = 0, \theta_1 = 45^\circ$), es decir parte del punto de tensión normal máxima y tiene de dirección

la de tensión tangencial máxima. Ambos modelos dan unas predicciones bastante aceptables y parecidas aunque siempre por debajo de los resultados experimentales.

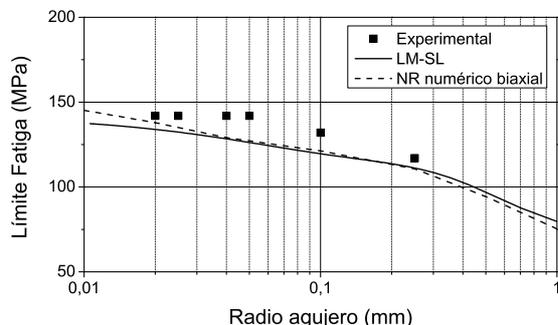


Figura 7: Resultados para torsión alternativa. Probeta con agujero circular

6. CONCLUSIONES

El modelo de predicción de fallo por fatiga denominado *NR*, inicialmente definido para carga monoaxial, se ha extendido al caso de carga biaxial. Ello implica la utilización de técnicas numéricas, ya que la resolución analítica se vuelve extremadamente complicada. Se ha estudiado una placa infinita con una entalla circular sometida a dos tipos de carga: tracción-compresión alternativa y torsión alternativa. El modelo *NR numérico biaxial* proporciona unos resultados cercanos a los experimentales a los predichos por otros modelos. El modelo no parte de una dirección predeterminada de crecimiento de grieta, sino que ésta se obtiene como la dirección en la que es más fácil superar las diferentes barreras. El modelo *NR numérico biaxial* también proporciona el punto de la entalla en el que se inicia la grieta. Para el caso estudiado de entalla circular y para radios pequeños el punto en que comienza la grieta puede ser cualquiera en un amplio rango de ángulos.

REFERENCIAS

- [1] Navarro, A. and De los Ríos, E. R., 1988, *An alternative model for the blocking of dislocations at grain boundaries*, Phil. Mag., Vol 57, nº1, pp 37-42
- [2] De los Ríos, E. R. and Navarro, A., 1990, *Consideration of grain orientation and work hardening on short-fatigue-crack modelling*, Phil. Mag., Vol 61, nº3, pp 435-449
- [3] Vallellano, C., Navarro, A. and Domínguez, 2000, *Fatigue crack growth threshold conditions at notches. Part I: theory*, Fatigue Fract Engng Mater Struct, 23, pp 113-121.
- [4] Vallellano, C., Navarro, A. and Domínguez, 2000, *Fatigue crack growth threshold conditions at notches. Part II: generalization and application to experimental results*, Fatigue Fract Engng Mater Struct, 23, pp 123-128.
- [5] Chaves, V. and Navarro, A., 2005, *Problemas numéricos en la representación de grietas y zonas plásticas mediante dislocaciones*, Anales de mecánica de la fractura.
- [6] Peterson, R. E., 1959, *Notch sensitivity*, Metal fatigue (Ed. G. Sines and J.L. Weisman), pp 293-306.
- [7] Langer, B. F., 1960, *Application of stress concentration factors*, Bettis Tech. Rev. WAPD-BT-18, 1.
- [8] Taylor, D., 1999, *Geometrical effects in fatigue: a unifying theoretical model*, Int. J. Fat., 21, pp 413-420.
- [9] Du Quesnay, D. L., Yu, M. T. and Topper, T. H., 1988, *An analysis of notch-size effects at the fatigue limit*, ASTM Journal of Testing and Evaluation, Vol 16, nº 4, pp 375-385.
- [10] El Haddad, M. H., Topper, T. H. and Smith, K. N., 1979, *Prediction of non propagating cracks*, Engng. Fract. Mech., 11, pp 573-584.
- [11] Timoshenko, S. y Goodier, J. N., 1934, *Theory of elasticity*, McGraw-Hill.
- [12] Dundurs, J., and Mura, T., 1964, *Interaction between an edge dislocation and a circular inclusion*, J. Mech. Phys. Solids, 12, 177-189.
- [13] Hills, D. A., Kelly, P. A., Dai, D. N. and Korsunsky, A. M., 1996, *Solution of cracks problems*, Kluwer academic publishers.
- [14] Murakami, Y., 2002, *Metal fatigue: effects of small defects and nonmetallic inclusions*, Elsevier.
- [15] Taylor, D., 2005, *Notch size effect in multiaxial fatigue*, Jornadas sobre 'Progettazione a fatica in presenza di multiassialità tensionali', Ferrara, Junio 2005.
- [16] Susmel, L., 2003, *A unifying approach to estimate the high cycle fatigue strength of notches subjected to both uniaxial and multiaxial cyclic loading*, Fatigue Fract Engng Mater Struct, Vol. 27, pp 391-411.

CÁLCULO DE LA TENACIDAD DE FRACTURA PARA FISURAS PROFUNDAS EN ALAMBRES DE ALTA RESISTENCIA

Javier Sánchez Montero, José Fullea García, M Carmen Andrade Perdrix

Instituto de Ciencias de la Construcción Eduardo Torroja (CSIC)
C/ Serrano Galvache, 4, 28033 Madrid.
E-mail: javiersm@ietcc.csic.es
Tfno: 91 302 04 40 Ext. 289. Fax: 91 302 07 00

RESUMEN

La dificultad de obtener los valores de tenacidad de fractura, según la normativa vigente, en alambres trefilados empleados como armaduras activas en el hormigón pretensado, ha impulsado la definición de modelos para probetas cilíndricas, que tiene una buena aproximación cuando la profundidad de la fisura que conduce a la fractura, es menor o igual que la mitad del ancho de la misma.

En la bibliografía existente no se ha encontrado el cálculo de la tenacidad de fractura en fisuras superficiales para una geometría cilíndrica, para el caso de que la profundidad de la fisura sea mayor que la semi-anchura de la misma. Para estas condiciones no es posible aplicar ni la ecuación dada por Valiente y Elices, ni la ecuación dada por Levan y Royer. En el presente trabajo se aborda el cálculo de la tenacidad de fractura a partir de la geometría empleada en los ensayos de corrosión bajo tensión cuando la fisura es mayor que la semi-anchura de la misma, estudiando diversas profundidades de fisura. Los resultados obtenidos a través de la simulación se han validado para profundidades de fisura pequeñas con los obtenidos a partir de la ecuación dada por Valiente.

ABSTRACT

The difficulty to obtain the values of fracture toughness according to the standard proceedings in cold drawn wires used like active bars in the prestressed concrete, has impelled the definition of models for cylindrical test wires, that a good approach has when the depth of the crack is smaller or equal than wide half of the same one.

In the existing bibliography has not been the calculation of the fracture toughness in superficial cracks for a cylindrical geometry, for the case that the depth of the crack is greater than the semi-width of the same one. For these conditions it is possible to apply neither the equation given by Valiente and Elices, nor the equation given by Levan and Royer. In the present work approaches the calculation of the fracture toughness from the geometry used in the stress corrosion cracking test when the crack is greater than the semi-width of the same one, studying diverse depths of cracks. The results obtained through the simulation have been validated for small depths of cracks with the obtained ones from the equation given by Valiente.

ÁREAS TEMÁTICAS PROPUESTAS: Métodos Analíticos y Numéricos.

PALABRAS CLAVE: Tenacidad de Fractura, Corrosión Bajo Tensión, Aceros de alta Resistencia.

1. INTRODUCCIÓN

La tenacidad de fractura, K_{IC} , se ha considerado hasta el momento como una característica del material que se mantiene inalterada por el efecto del medio. La determinación de la tenacidad de fractura se realiza con probetas normalizadas de un espesor mínimo, espesor que a su vez depende de las propiedades mecánicas del material. En el presente trabajo se utilizan probetas cilíndricas con una fisura superficial (Figura 1), para las cuales el cálculo de la tenacidad de fractura no se puede realizar por un procedimiento normalizado.

La tenacidad de fractura se estima calculando el factor de intensidad de tensiones en el momento de la rotura.

Para ello se han empleado la ecuación de **Valiente y Elices** [1] (Ecuación 1), y la ecuación de **Levan y Royer** [2] (Ecuación 2), que están definidas para una fisura superficial en una barra (Figura 1):

$$\frac{K_I}{\sigma\sqrt{\pi a}} = \sum_{i=0}^4 \sum_{j=1}^3 C_{ij} \left(\frac{a}{2R}\right)^i \left(\frac{a}{b}\right)^j \quad (1)$$

$$\frac{K_I}{\sigma\sqrt{\pi a}} = \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^3 \sum_{k=0,2,4,6} C_{ijk} \left(\frac{a}{R}\right)^i \alpha^j \left(\frac{s}{s_m}\right)^k \quad (2)$$

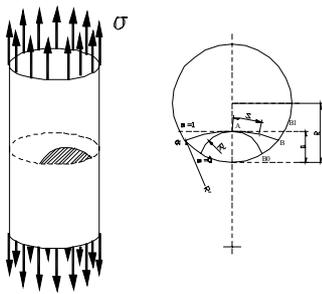


Figura 1. Fisura superficial en una barra.

Sin embargo, las dos ecuaciones anteriores tienen principalmente dos limitaciones para ser aplicadas en este estudio. En primer lugar, se está trabajando con materiales elasto-plásticos, no elásticos lineales, observándose antes de la rotura una deformación plástica. Y en segundo lugar, la geometría de la fisura obtenida por corrosión bajo tensión queda fuera del rango de aplicación de las dos ecuaciones. En la Figura 2 se muestra la diferencia entre los valores del factor de forma calculado por las dos ecuaciones anteriores. Hasta profundidades de fisura en torno a 0.5 veces el radio, se observa una gran concordancia entre ambas ecuaciones. Sin embargo, para profundidades de fisura mayores como es el caso de las obtenidas en este estudio, el valor de intensidad de tensiones calculado a partir de la ecuación de Levan es superior al calculado con la ecuación de Valiente, apareciendo una gran diferencia entre ambas ecuaciones.

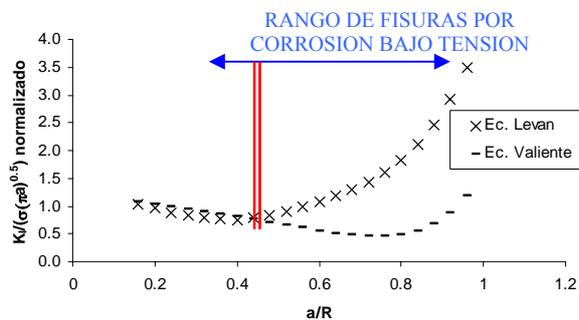


Figura 2. Comparación del factor de forma.

2. CÁLCULO TEÓRICO

El comportamiento tanto del acero trefilado como del alambrión no es elástico lineal, sino elasto-plástico. En la

Tabla 1 se muestran las propiedades mecánicas de los aceros según el número de pasos de trefilado, desde el alambrión de partida hasta el trefilado comercial de 6 pasos [3]. El alambrión empleado en los ensayos es el correspondiente a un paso de trefilado y se ha tratado térmicamente a una temperatura de 250 °C durante 15 minutos [4]. Mientras que el acero trefilado ensayado es el comercial de 6 pasos de trefilado.

En la

Tabla 1 se muestra para cada paso de trefilado en módulo elástico (E), el límite elástico (σ_{02}), la carga máxima (UTS) y los parámetros correspondientes a la ecuación de Ramberg-Osgood (P, n):

$$\epsilon = \sigma/E + (\sigma/P)^n \quad (3)$$

El método de la integral – J fue propuesto por Rice en 1968 [5]. La integral – J permite calcular el campo de tensiones – deformaciones en la punta de una fisura mediante la integración de un “camino” suficientemente alejado de la punta de la fisura. De esta manera, aunque se produzca la plastificación en la punta de la fisura, es posible inferir el comportamiento de la punta de la fisura analizando una región alejada de la misma.

Acero (Pasos de trefilado)	0	1	2	3	4	5	6
E (GPa)	197.4	201.4	203.5	197.3	196.7	202.4	198.8
σ_{02} (GPa)	0.686	1.1	1.157	1.212	1.239	1.271	1.506
UTS (GPa)	1.175	1.294	1.347	1.509	1.521	1.526	1.762
P (GPa)	1.98	2.26	2.33	2.49	2.5	2.74	2.34
n	5.89	8.61	8.7	8.45	8.69	7.98	11.49
K_{IC}	60.1	61.2	70.0	74.4	110.1	106.5	107.9

Tabla 1. Propiedades mecánicas del acero [3].

La integral – J permite caracterizar un material elasto-plástico dañado desde el punto de vista de la mecánica de la fractura. La integral – J se define como:

$$J = \int_{\Gamma} w dy - T_j \frac{\partial u_j}{\partial x} ds \quad (4)$$

donde el primer término se corresponde con la energía elástica, $T_j = \sigma_{ij} n_i$ es el vector de tensión o tracción, Γ representa un contorno arbitrario que contiene el fondo de la fisura, n es un vector unitario normal al camino Γ ; σ , ϵ y u representan la tensión, deformación y campos de desplazamiento respectivamente.

En el caso de una fisura en tres dimensiones (Figura 3) el ABAQUS [6] emplea la siguiente ecuación obtenida a partir de la ecuación de la integral-J para un volumen que contiene el fondo de la fisura:

$$J = - \int_V \left[H : \frac{\partial q}{\partial x} + \left(f \cdot \frac{\partial u}{\partial x} - \sigma : \frac{\partial \epsilon^{th}}{\partial x} \right) \cdot q \right] dV - \int_{A_{ends} + A_{cracks}} t \cdot \frac{\partial u}{\partial x} \cdot q dA \quad (5)$$

La integral-J proporciona una expresión explícita para la energía disponible para propagar la fisura en un medio elástico no lineal y es independiente del camino de integración. Además permite relacionar de una manera sencilla, en el caso bidimensional, el criterio de

rotura basado en un balance energético global con el criterio deducido a partir de las consideraciones locales en el fondo de la fisura.

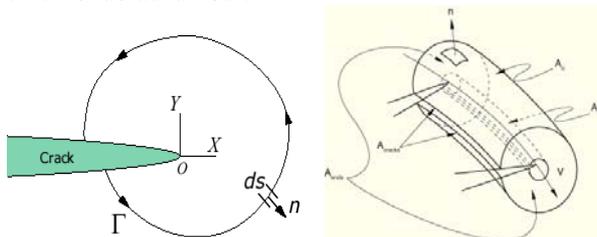


Figura 3. Integral – J, esquema para dos y tres dimensiones. Documentación de ABAQUS [6].

En 1957 G. R. Irwin [7] obtuvo la relación entre el criterio global (J) con el criterio local de fractura (K), el factor de intensidad de tensiones. En el caso de una rotura en modo I se obtiene las siguientes ecuaciones para condiciones de tensión plana y deformación plana:

$$J = \begin{cases} \frac{K^2}{E} & (\text{tensión plana}) \\ \frac{K^2}{E} (1 - \nu^2) & (\text{deformación plana}) \end{cases} \quad (6)$$

Las fisuras obtenidas en los ensayos de corrosión bajo tensión se caracterizan por describir una semielipse de mayor profundidad “a” que semianchura “b” (Figura 4), a diferencia de las obtenidas en fatiga que se puede decir que crecen de una manera iso-K, con el mismo valor del factor de intensidad de tensiones en todos los puntos del frente de la fisura.

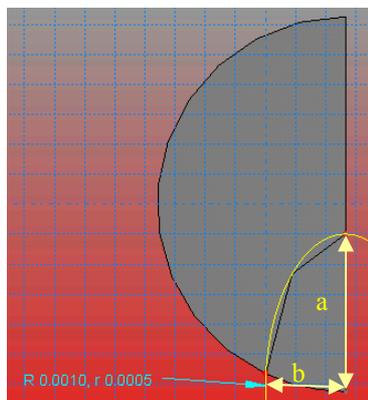


Figura 4. Fisura semielíptica (a, b).

Para fisuras tan agudas en barras no existe un criterio de rotura que permita estimar de forma sencilla la tenacidad de fractura, por lo que se ha estimado la tenacidad de fractura para una barra con una fisura generada por corrosión bajo tensión a partir de la integral-J obtenida por simulación con el programa de elementos finitos ABAQUS 6.5.3 Student Edition. La limitación de esta versión se encuentra sobre todo en el número de nodos que debe de ser menor de 1000 en el modelo. Para optimizar el modelo se ha simulado la cuarta parte de la probeta ya que existen dos planos de

simetría: uno que contiene la fisura y otro axial que divide la fisura en dos. El programa permite definir el frente de la fisura calculando la integral-J a lo largo de dicho frente.

3. EXPERIMENTAL

A continuación se muestran los resultados para los diferentes tamaños de fisura simulados, siempre para el mismo valor del semieje b y las mismas características del material, las correspondientes al acero de 6 pasos de trefilado y las del alambroón ensayado [3,4].

La primera fisura simulada está definida por una elipse de semiejes a = 200 μm y b = 530 μm, centrada en el borde de la probeta donde corta el plano de simetría de la fisura.

En la Figura 5 se muestran los valores de la integral-J para el trefilado calculada sobre los nodos que definen el frente de la fisura. Se observa un cambio brusco en la pendiente para el nivel de carga donde comienza a plastificar toda la superficie de fractura. Lo mismo ocurre para el alambroón (Figura 6).

La segunda fisura se corresponde con la simulación para una fisura casi circular y similar a las obtenidas por fatiga, donde el crecimiento se produce de manera que el factor de intensidad de tensiones se mantiene constante en todos los puntos del frente de fisura. Por lo tanto, los valores de la integral-J se mantienen prácticamente constantes, para un nivel de carga, en todos los nodos que definen la fisura (Figura 7 y Figura 8).

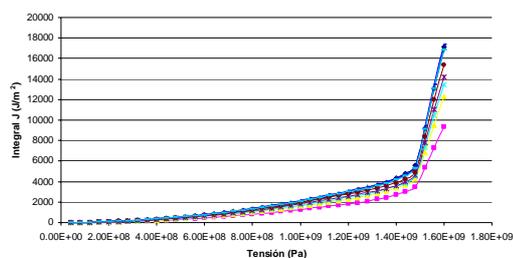


Figura 5. Trefilado. Integral J. Fisura semielíptica (a, b). a = 200 μm, b = 530 μm.

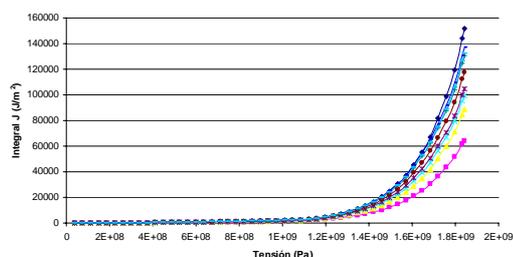


Figura 6. Alambroón. Integral J. Fisura semielíptica (a, b). a = 200 μm, b = 530 μm.

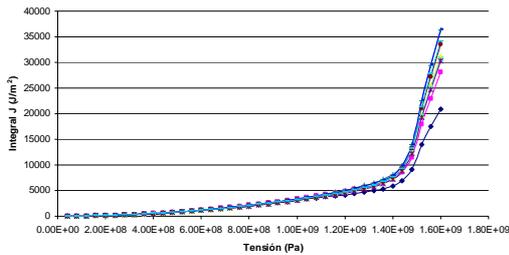


Figura 7. Trefilado. Integral J. Fisura semielíptica (a, b).
a = 400 μm, b = 530 μm.

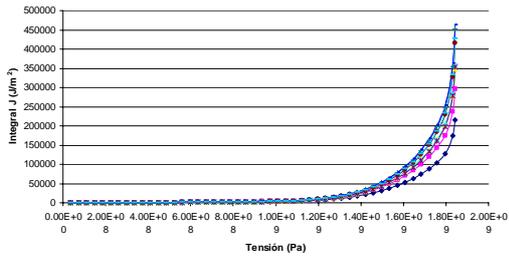


Figura 8. Alambión. Integral J. Fisura semielíptica (a, b).
a = 400 μm, b = 530 μm.

A partir del siguiente caso se obtienen fisuras de mayor profundidad que semi-anchura, es decir, $a > b$.

En la Figura 9 y Figura 10 se muestran los valores de la integral-J, al aumentar la tensión remota, en los nodos que definen la fisura de $a = 600 \mu\text{m}$. Como ocurre en los otros casos se produce un cambio de pendiente al plastificar la superficie de fractura.

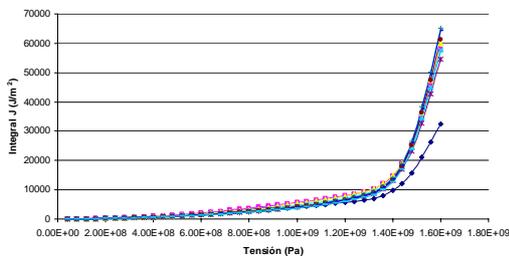


Figura 9. Trefilado. Integral J. Fisura semielíptica (a, b).
a = 600 μm, b = 530 μm.

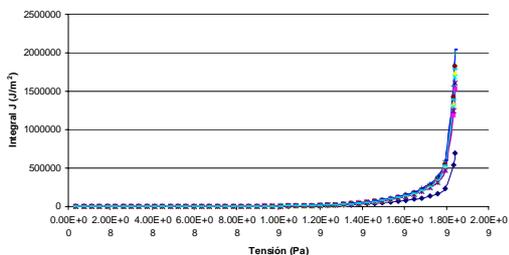


Figura 10. Alambión. Integral J. Fisura semielíptica (a, b).
a = 600 μm, b = 530 μm.

Al aumentar la profundidad de la fisura “a” se alcanza la plastificación antes en el borde de la probeta que en la parte central. En la Figura 11 se muestran los valores

de la integral-J en el frente de la fisura de 800 μm de profundidad para el trefilado y en la Figura 12 para el caso del alambión.

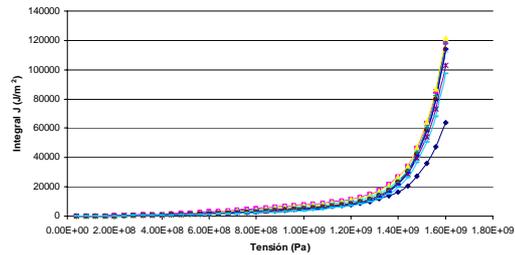


Figura 11. Trefilado. Integral J. Fisura semielíptica (a, b).
a = 800 μm, b = 530 μm.

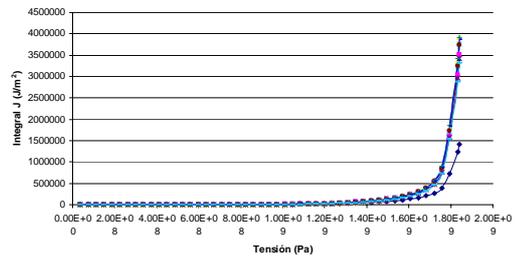


Figura 12. Alambión. Integral J. Fisura semielíptica (a, b).
a = 800 μm, b = 530 μm.

En la Figura 13 y Figura 14 se muestran los valores de la integral-J en el frente de la fisura de profundidad, $a = 1050 \mu\text{m}$.

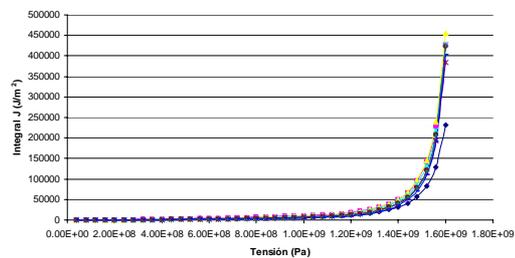


Figura 13. Trefilado. Integral J. Fisura semielíptica (a, b).
a = 1050 μm, b = 530 μm.

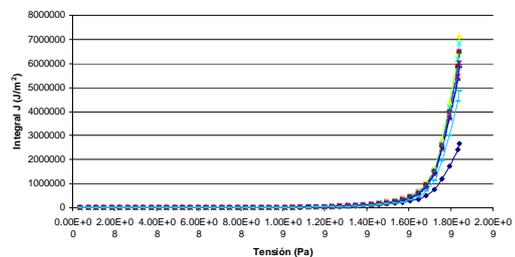


Figura 14. Alambión. Integral J. Fisura semielíptica (a, b).
a = 1050 μm, b = 530 μm.

El último caso simulado se corresponde con una fisura de profundidad $a = 1200 \mu\text{m}$ y $b = 530 \mu\text{m}$. La plastificación de la sección resistente se produce para un nivel de tensiones inferior a los anteriores, como era de

esperar al aumentar el daño. En la Figura 15 y Figura 16 se muestran los valores de la integral-J para ambos materiales.

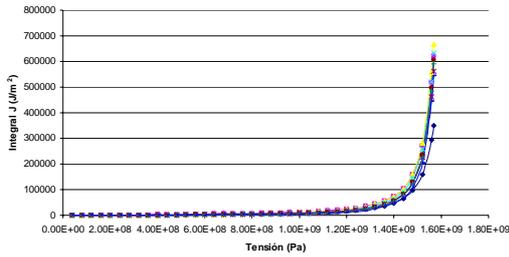


Figura 15. Trefilado. Integral J. Fisura semi-elíptica (a, b). a = 1200 μm, b = 530 μm.

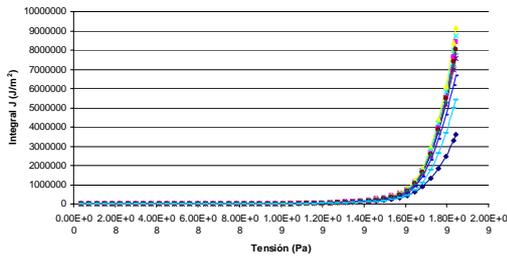


Figura 16. Trefilado. Integral J. Fisura semi-elíptica (a, b). a = 1200 μm, b = 530 μm.

4. DISCUSIÓN

COMPARACIÓN CON LAS ECUACIONES DE VALIENTE Y ELICES EN FISURAS CORTAS

Para determinar la bondad del ajuste se ha comparado los valores del factor de intensidad de tensiones obtenidos a través de la integral-J en el modelo con los obtenidos a través de la ecuación de Valiente y col. [1]. En la Figura 17 y Figura 18 se muestran los resultados obtenidos para las dos fisuras de poca profundidad, a = 200 μm y a = 400 μm, es decir, para a < b rango donde es aplicable la ecuación de Valiente. En ambas fisuras se puede observar una elevada concordancia entre ambos valores, con un error inferior o igual al 10%.

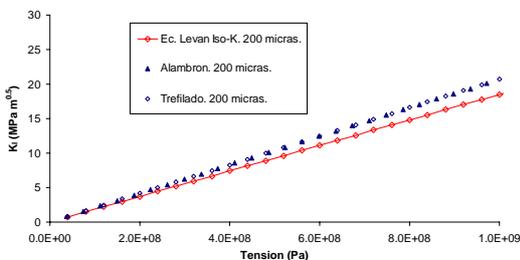


Figura 17. Comparación entre K obtenido a través de la integral-J y el obtenido por la ecuación de Valiente para una fisura de 200 μm.

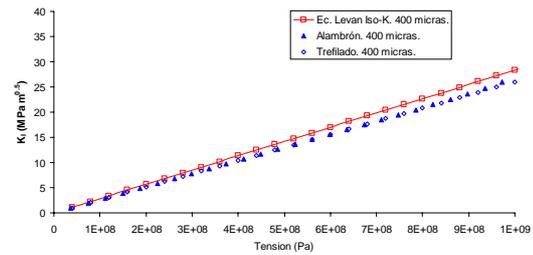


Figura 18. Comparación entre K obtenido a través de la integral-J y el obtenido por la ecuación de Valiente para una fisura de 400 μm.

FACTOR DE INTENSIDAD DE TENSIONES EN FISURAS PROFUNDAS

Para cada tamaño de fisura se ha tomado el valor máximo de la integral-J a cada nivel de carga, siendo este el valor característico de la integral-J. En la Figura 19 y en la Figura 20 se muestran los valores de la integral-J máximos para cada tamaño de fisura en función de la tensión.

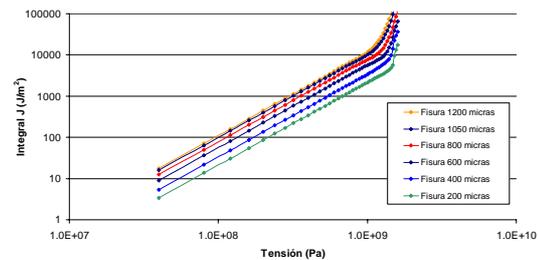


Figura 19. Trefilado. Integral J máxima para cada tamaño de fisura.

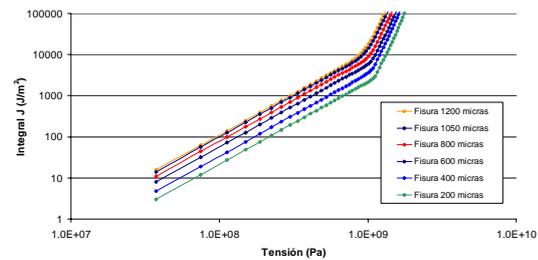


Figura 20. Alambroón. Integral J máxima para cada tamaño de fisura.

Una vez obtenidos los valores de la integral-J se puede aproximar el factor de intensidad de tensiones aplicando la ecuación de Irwin:

$$J * E = K^2 \tag{7}$$

Donde E es el módulo de Young y K es el factor de intensidad de tensiones.

En la Figura 21 y Figura 22 se muestran los valores de K_I obtenidos a partir de los valores correspondientes de la integral-J tanto para el acero trefilado de 6 pasos como para el alambroón.

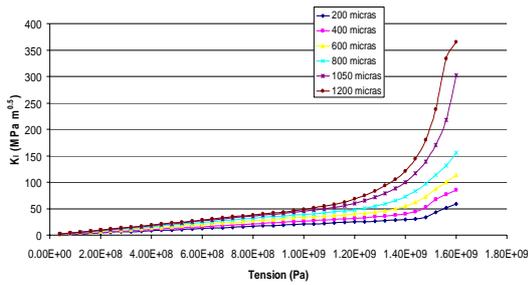


Figura 21. Trefilado. $K_{I\max}$ estimado a partir de la integral-J.

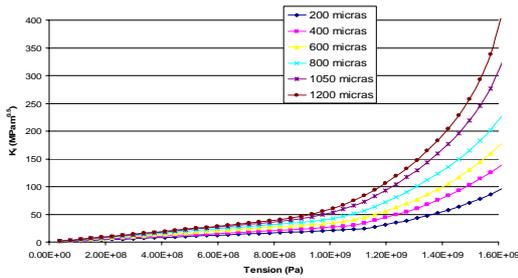


Figura 22. Alambroón. $K_{I\max}$ estimado a partir de la integral-J.

De esta forma es posible representar el denominado K_I normalizado, es decir, $K_I/[\sigma\sqrt{(\pi a)}]=Y$, en función de la tensión remota aplicada y del factor de la geometría de la fisura a/R . En la Figura 23 y Figura 24 se muestran los resultados obtenidos para el acero trefilado y el alambroón.

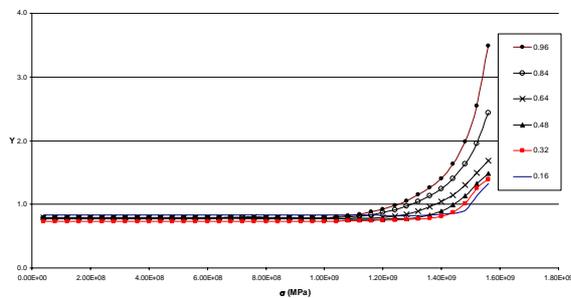


Figura 23. Trefilado. K_I normalizado en función de la tensión y la relación a/R .

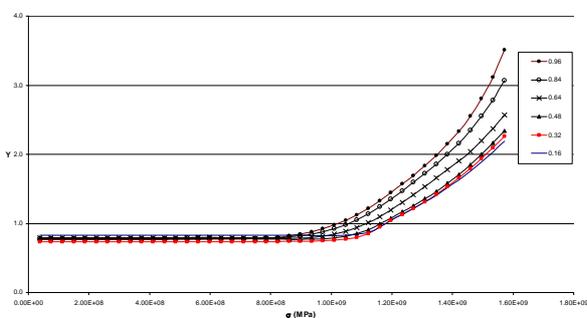


Figura 24. Alambroón. K_I normalizado en función de la tensión y la relación a/R .

5. CONCLUSIONES

A partir del método de la integral J y aplicando elementos finitos se ha obtenido los valores del factor de intensidad de tensiones para fisuras profundas en una geometría cilíndrica.

El método aplicado a las fisuras de poca profundidad concuerda con los resultados dados por Valiente y Elices.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer al Ministerio de Educación y Ciencia la financiación recibida para la realización del proyecto MAT2003-03912 “Métodos no destructivos y estrategias para la evaluación de la corrosión de las estructuras de hormigón pretensadas”.

REFERENCIAS

- [1] Valiente, A. y Elices, M. “Premature Failure of Prestressed Steel Bars” Engineering Failure Analysis, Vol. 5, nº 3, pp. 219-227, 1998.
- [2] Levan, A. y Royer, J. “Part-circular surface cracks in round bars under tension, bending and twisting” Int. Journal of Fracture, 61, 71-99 (1993).
- [3] Toribio, J. “Relationship between microstructure and strength in eutectoid steels” Materials Science and Engineering A 387-389, pp. 227-230, 2004.
- [4] Caballero, L., Fulla, J., Alonso, M. C. y Andrade, C. “Environmentally Assisted Cracking of Pearlitic Steels in Simulated Carbonated Concrete Pore Solutions” 15th Int. Corrosion Congress, Granada, 2002.
- [5] Rice, J. R. “A path independent integral and the approximate analysis of strain concentration by notches and cracks”. J Appl Mech 35: 379-386, 1968.
- [6] ABAQUS 6.5.3 Student Edition, 2005.
- [7] Irwin, G. R. “Analysis of stresses and strains near the end of a crack traversing a plate”. Journal of Applied Mechanics, 24, 361-364, 1957.

CRECIMIENTO DE GRIETAS EN UNA JUNTA DE FLEXIÓN SIMÉTRICA DE UN BICRISTAL DE COBRE

A. Luque, J. Aldazabal, J.M. Martínez-Esnaola, J. Gil Sevillano

CEIT y TECNUN (Universidad de Navarra)
 Paseo de Manuel Lardizabal 15, 20018 San Sebastián
 E-mail: aluque@ceit.es
 Tfno: 943 21 28 00 Fax: 943 21 30 76

RESUMEN

Se ha observado experimentalmente que la propagación de grietas por la junta de grano de un bicristal de cobre depende de la dirección y sentido de propagación de la grieta [1]. En este trabajo se simula ese comportamiento mediante dinámica molecular. Las simulaciones consisten en someter a tracción en modo I una probeta bicristalina tridimensional de cobre con una grieta de borde sobre una junta de flexión simétrica $\Sigma 9[110]/(2\bar{2}1)$. Se ha considerado la propagación de una grieta recta en la dirección dada por $[\bar{1}14]$ y $[1\bar{1}\bar{4}]$. Se estudian las diferencias de comportamiento, a través de la zona plástica y el enromamiento de la punta de la grieta, según el sentido de avance de la misma.

ABSTRACT

The crack growth along the grain boundary of a copper bicrystal has been experimentally [1] observed to depend on the direction and sense of the propagation of the crack. In this work, we simulate this behaviour using molecular dynamics. Simulations consist in performing a mode-I tensile test to a 3-dimensional bicrystalline copper sample, presenting a crack along the symmetric tilt boundary $\Sigma 9[110]/(2\bar{2}1)$. We have considered the growth of a straight crack in the directions given by $[\bar{1}14]$ and $[1\bar{1}\bar{4}]$. We show the differences of plastic zone and crack tip blunting, depending on the sense of advance of the crack.

ÁREAS TEMÁTICAS PROPUESTAS: Métodos Analíticos y Numéricos.

PALABRAS CLAVE: Bicristal, dinámica molecular, propagación de grieta.

1. INTRODUCCIÓN

Durante la pasada década, se ha observado experimentalmente que el comportamiento a fractura por la intercara de los bicristales depende de la dirección de avance de la grieta [1]. Para el caso del cobre, además, se han observado diferencias no sólo en función de la dirección, sino también del sentido. Un bicristal de cobre con una junta de flexión simétrica $\Sigma 9[110]/(2\bar{2}1)$ presenta ese comportamiento. Σ representa el recíproco de la fracción de átomos coincidentes pertenecientes a las dos orientaciones separadas por la junta de grano, la red de lugares de coincidencia (*coincidence site lattice*, CSL) respecto a la red total. Por su parte, $[110]/(2\bar{2}1)$ es la denominación de la junta de flexión cuyo eje coincide con el borde de la grieta y cuyo plano contiene los labios de la grieta, como se puede ver en la figura 1.

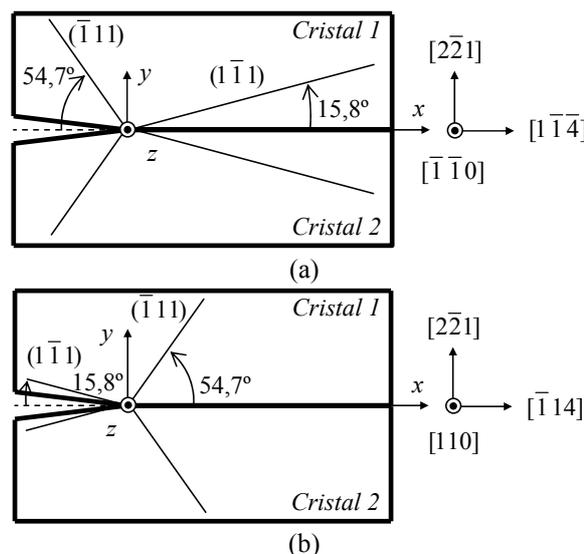


Figura. 1. Representación 2D de un bicristal con una junta $\Sigma 9[110]/(2\bar{2}1)$: (a) configuración frágil y (b) configuración dúctil. Se representan

las trazas de los planos de deslizamiento de la zona [110].

Wang y Anderson [1] constataron un comportamiento a fractura “esencialmente dúctil” (enromamiento por emisión de dislocaciones), cuando la grieta crece en la dirección $[\bar{1}14]$. Alternativamente, cuando la grieta crece en sentido contrario, es decir, $[1\bar{1}\bar{4}]$, el comportamiento observado es “esencialmente frágil” (clivaje).

Para explicarlo, recurrieron al criterio establecido por Rice y Thomson [2], que permite diferenciar la respuesta dúctil o frágil de una grieta en un cristal, al tener en cuenta la competencia entre la energía para emitir dislocaciones desde la punta de la grieta, G_{disl} , y la energía para producir la decohesión atómica en la intercara, G_{cleav} . Así, mientras que para el caso de la grieta creciendo según $[\bar{1}14]$ $G_{\text{cleav}} \approx G_{\text{disl}}$, para el caso contrario $G_{\text{cleav}} < G_{\text{disl}}$.

Aunque el trabajo experimental de Wang y Anderson estaba realizado sobre bicristales de cobre enfragilizados con bismuto, el modelo de Rice y Thomson predice un comportamiento similar para el cobre puro [1]. La explicación obvia del cambio de comportamiento con la orientación parece estar en la asimetría de la orientación de los sistemas de deslizamiento respecto al plano yz (Fig. 1).

Con el fin de justificarlo, otros autores [3,4] han utilizado modelos asintóticos y de elementos finitos, a nivel del continuo, con pequeñas deformaciones e incluyendo el endurecimiento. A partir de estos modelos se ha observado que las tensiones alcanzadas en la punta de la grieta no son sustancialmente diferentes al considerar configuraciones dúctil y frágil. La mayor diferencia aparece en el campo de deformaciones, siendo el tamaño correspondiente a la zona plástica de la configuración dúctil mucho mayor que en la otra configuración. Tang *et al.* [5] han estudiado este mismo comportamiento de fractura mediante elementos finitos, incluyendo una ley de tracción-separación y una ley de endurecimiento del material, y considerando efectos de gradiente de deformaciones. Sus resultados son parecidos a los obtenidos anteriormente por los autores citados en cuanto al tamaño de la zona plástica de cada una de las configuraciones del bicristal, aunque observan una pequeña influencia del gradiente en la resistencia a la fractura de la grieta en el sentido observado experimentalmente.

En este trabajo se ha estudiado el crecimiento de una grieta en la junta de flexión simétrica $\Sigma 9[110]/(\bar{2}\bar{2}1)$ del cobre puro en función del sentido de avance de la misma ($[\bar{1}14]$ ó $[1\bar{1}\bar{4}]$) mediante dinámica molecular.

2. MÉTODO DE SIMULACIÓN

El método empleado para las simulaciones atomísticas ha sido el *embedded-atom method* (EAM [6,7]), ya explicado en anteriores trabajos [8]. Básicamente, este método considera que cada átomo está sometido a dos tipos de interacciones: una de tipo nuclear, dada por el *pair potential*, y otra de tipo electrónico, dada por el *embedding potential*, que depende de la densidad electrónica relativa local.

Este trabajo emplea potenciales correspondientes a átomos de cobre, tabulados en [9]. Conociendo estos valores, se pueden calcular las fuerzas entre átomos y las trayectorias que seguirán éstos, sin más que integrar sus ecuaciones de movimiento [10]. Para ello, los incrementos de tiempo han de ser muy pequeños. En estas simulaciones, Δt toma un valor de $2,5 \cdot 10^{-15}$ s.

La temperatura del sistema se ha fijado en 300 K y, por ello, se ha asignado una velocidad de dirección aleatoria y de módulo igual a la velocidad promedio equivalente a esa temperatura. Para que la temperatura del sistema se mantenga constante en ese valor, en cada etapa de simulación se ha utilizado la técnica de escalado de la velocidad [11], que consiste en modificar el módulo de la velocidad de los átomos para que la velocidad media del sistema sea igual a la velocidad promedio equivalente a la temperatura objetivo,

$$\mathbf{v}'_i = \mathbf{v}_i \sqrt{\frac{3 k_B T_0}{2 \langle K \rangle}} \quad (1)$$

donde \mathbf{v}_i y \mathbf{v}'_i son la velocidad del átomo i antes y después de aplicar la técnica de escalado de la velocidad, respectivamente, k_B la constante de Boltzmann, T_0 la temperatura objetivo y $\langle K \rangle$ la energía cinética media por átomo.

3. CARACTERIZACIÓN DE LA PROBETA Y DEL ENSAYO DEL BICRISTAL

Se han generado dos probetas bicristalinas tridimensionales de cobre, ambas de dimensiones $23 \text{ nm} \times 15 \text{ nm} \times 9 \text{ nm}$, como se muestra en la figura 2. Estas probetas presentan sendas grietas de 0,6 nm de espesor, producidas eliminando los átomos de la junta de grano hasta la mitad de la longitud en el eje x de la probeta.

Con estas dimensiones, las muestras que vamos a simular contienen más de 260.000 átomos. La diferencia entre las dos probetas generadas reside en el sentido en el que avanza la grieta: en un caso es $[\bar{1}14]$ (Fig. 2.a), mientras que en el otro es $[1\bar{1}\bar{4}]$ (Fig. 2.b).

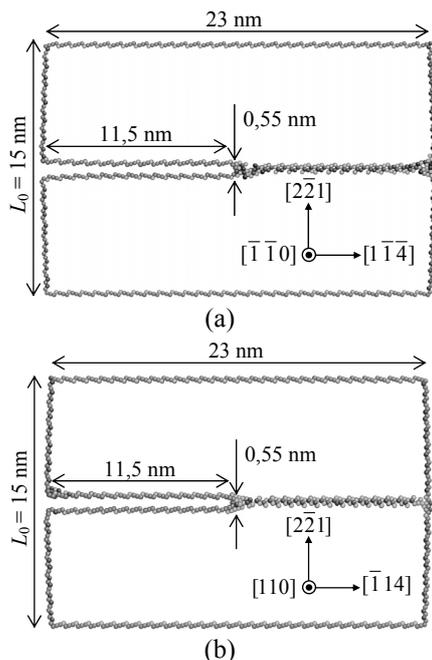


Figura 2. Geometría inicial del bicristal ensayado en (a) la configuración frágil y (b) la configuración dúctil. Las distintas tonalidades de gris corresponden a diferente coordinación. Los átomos de coordinación 12 no se muestran.

En la probeta se han establecido dos zonas rígidas, una en la parte superior de la misma y otra en la inferior, de 0,55 nm de espesor cada una, que van a hacer de mordazas durante el ensayo. Éste consiste en imponer un desplazamiento constante según el eje y de la probeta, de valor igual a $3,78 \cdot 10^{-15}$ m por etapa, a cada una de las capas rígidas. Además, se han impuesto condiciones de contorno periódicas en el eje z , mientras que las superficies perpendiculares a los ejes x e y son libres.

Puesto que la junta de grano entre los cristales supone una zona atómicamente desordenada respecto al cristal perfecto, antes de realizar los ensayos descritos, se ha procedido a una relajación quasi-estática del sistema, a 0 K [12], durante 25 ps, seguida de otra relajación a 300 K, durante 5 ps, para llevar el bicristal a un estado energético metaestable. Al aplicar en la relajación las mismas condiciones de contorno que para el ensayo posterior, pero manteniendo fijas las capas superior e inferior de las probetas, el sistema resulta cargado con tensiones compresivas [13].

Durante las simulaciones se registran la carga remota soportada por la probeta y los desplazamientos impuestos, con el fin de poder obtener las curvas de tensión frente a alargamiento para los dos casos simulados. Además se han almacenado periódicamente las posiciones de los átomos, para realizar un análisis [14] de las mismas, en términos del enromamiento y del tamaño de la zona plástica, según el sentido de avance de la grieta.

4. RESULTADOS

En la figura 3, se muestra la tensión nominal remota, σ_{nom} frente al alargamiento relativo de la probeta, $\Delta L/L_0$, para las dos configuraciones. La tensión nominal se calcula como la resultante de las fuerzas en dirección y aplicadas sobre los átomos de la capa rígida, dividida por el área nominal de dicha capa.

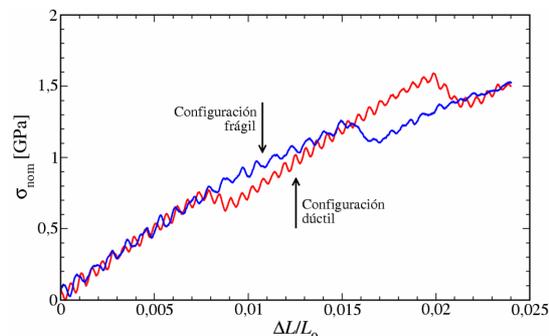


Figura 3. Curva de tensión nominal remota frente a alargamiento relativo de la probeta para las dos configuraciones del bicristal estudiadas.

Para ambas configuraciones, las curvas de tensión nominal son muy similares entre sí. De ellas se ha eliminado la zona de tensión compresiva inicial. Presentan las oscilaciones por efecto de la temperatura. El comportamiento mecánico mostrado en ambos casos es elástico, con un módulo elástico aparente alrededor de 100 GPa, hasta el momento de la emisión de dislocaciones.

Para la configuración dúctil, el régimen elástico lineal se extiende hasta $\Delta L/L_0 = 0,0079$, cuando tiene lugar un descenso importante en el nivel de tensión. Éste está asociado a la emisión de una dislocación en el cristal inferior desde las proximidades de la punta de la grieta, como se puede ver en las figuras 4.a y 4.b, donde se representa la centrosimetría del entorno de los átomos de la probeta. Este parámetro caracteriza el grado de inversión simétrica en el entorno de cada átomo. La dislocación, una parcial $1/6 \langle 112 \rangle$, primero nuclea en la punta de la grieta (Fig. 4.a) y después es emitida a lo largo del plano de deslizamiento $(\bar{1}11)$ (Fig. 4.b).

Más adelante, se emiten algunas dislocaciones desde el extremo exterior de la junta del bicristal, como se ve en la figura 4.c. Esas dislocaciones son del mismo tipo que la dislocación anteriormente emitida, y su emisión y deslizamiento incipiente no provoca un descenso significativo en la tensión.

Cuando se alcanza $\Delta L/L_0 = 0,0199$, tiene lugar la emisión de una segunda dislocación desde la punta de la grieta en el cristal superior (Fig. 4.d). Como se puede ver en la figura 3, ésta produce nuevamente un descenso importante en la tensión nominal. La dislocación en este caso también es una parcial $1/6(\bar{1}11) \langle 112 \rangle$.

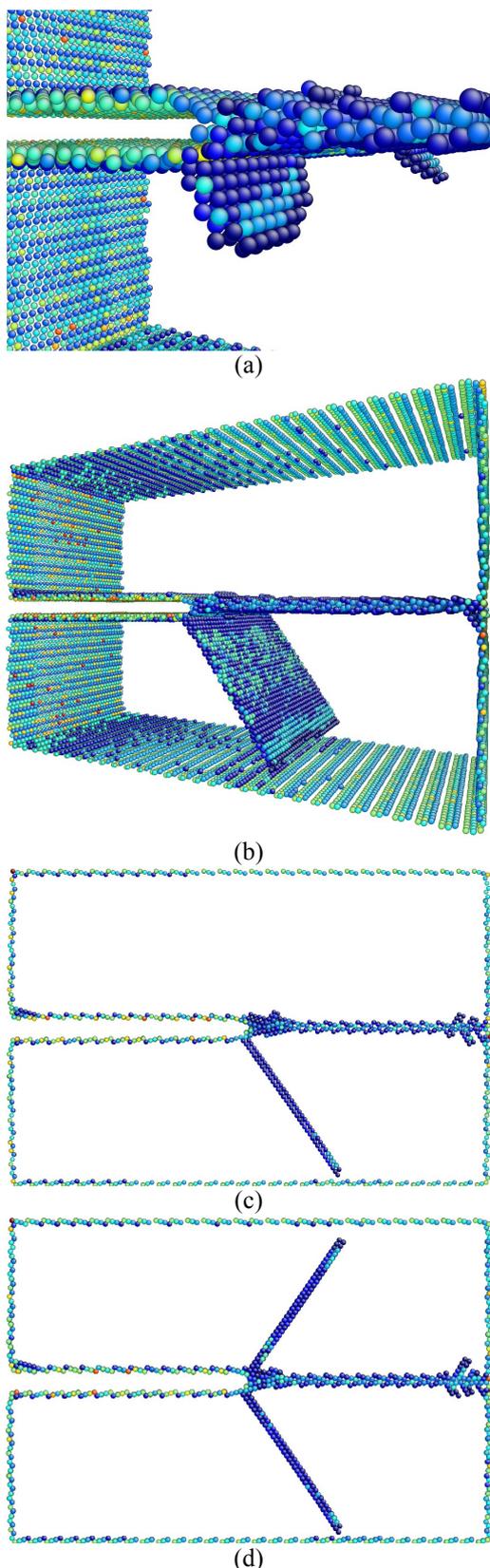


Figura 4. Centrosimetría del entorno de los átomos de la probeta en la configuración dúctil cuando $\Delta L/L_0$ es igual a (a) 0,0079, (b) 0,0091, (c) 0,0190 y (d) 0,0208. Los átomos ordenados en una estructura FCC no se muestran.

En cuanto al bicristal en la configuración frágil, no se abandona el régimen elástico lineal hasta un alargamiento relativo cercano a 0,008. Sin embargo, presenta un corto transitorio inicial al comenzar a cargar la probeta estudiada. Durante ese transitorio, se emite una dislocación desde las proximidades de la grieta, como se ve en la figura 5.a. Considerando las tensiones nominales tan bajas (del orden de la amplitud de las oscilaciones), hay que asociar esta emisión de dislocaciones a una situación en que la estructura local de la junta del bicristal en el borde de la grieta es inestable y propicia esta dislocación. Por tanto, queda fuera del análisis de este trabajo.

Sin embargo, a partir de $\Delta L/L_0 = 0,008$, se produce una pequeña actividad de dislocaciones de otro plano de deslizamiento, en la intersección de la junta con la superficie libre posterior de la probeta, como se ve en la figura 5.b. Dicho plano corresponde con el $(1\bar{1}1)$. A continuación se activa el plano $(\bar{1}11)$ desde esa zona, lejos de la punta de la grieta (Fig. 5.c). Esta emisión sucesiva de dislocaciones parciales se acompaña de una pequeña desviación de la curva lineal de σ_{nom} .

Más adelante, cuando el alargamiento relativo es igual a 0,0149, se produce la generación de una nueva dislocación desde la punta de la grieta, en el grano vecino al de la primera emisión. La nueva dislocación avanza por el plano $(\bar{1}11)$, como se ve en la figura 5.d.

Con los datos obtenidos, vamos a proceder a calcular el valor del factor de intensidad de tensiones, K , para la probeta en las dos configuraciones, en el momento de la emisión de dislocaciones desde la punta de la grieta.

Para ello, ajustamos el campo de desplazamientos de los átomos que se encuentran alrededor de la grieta con la solución elástica lineal, justo antes de la emisión de la dislocación. Para el desplazamiento normal al plano de la grieta, u_2 , suponemos una relación potencial proporcional a $r^{1/2}$, siendo r la distancia a la punta de la grieta. A partir de esto, se puede calcular K_I . En particular para los labios de la grieta tenemos que

$$\Delta u_2 = u_2(r, \theta = \pm\pi) - u_2(0,0) = \pm K_I f \sqrt{r} \quad (2)$$

donde, a parte de las variables ya mencionadas, Δu_2 es el desplazamiento relativo de apertura, θ es el ángulo formado por la coordenada radial de un átomo y el plano de la grieta, y f es un coeficiente que depende de las propiedades elásticas del material. Para el caso de deformación plana e isotropía elástica, $f = 4(1 - \nu^2)/(E\sqrt{2\pi})$, donde ν y E son, respectivamente, el módulo de Poisson y el módulo de Young (que tiene un valor de 160 GPa en la dirección $[2\bar{2}1]$, calculado mediante las constantes elásticas del monocristal de cobre dadas en [15] y considerando la anisotropía elástica).

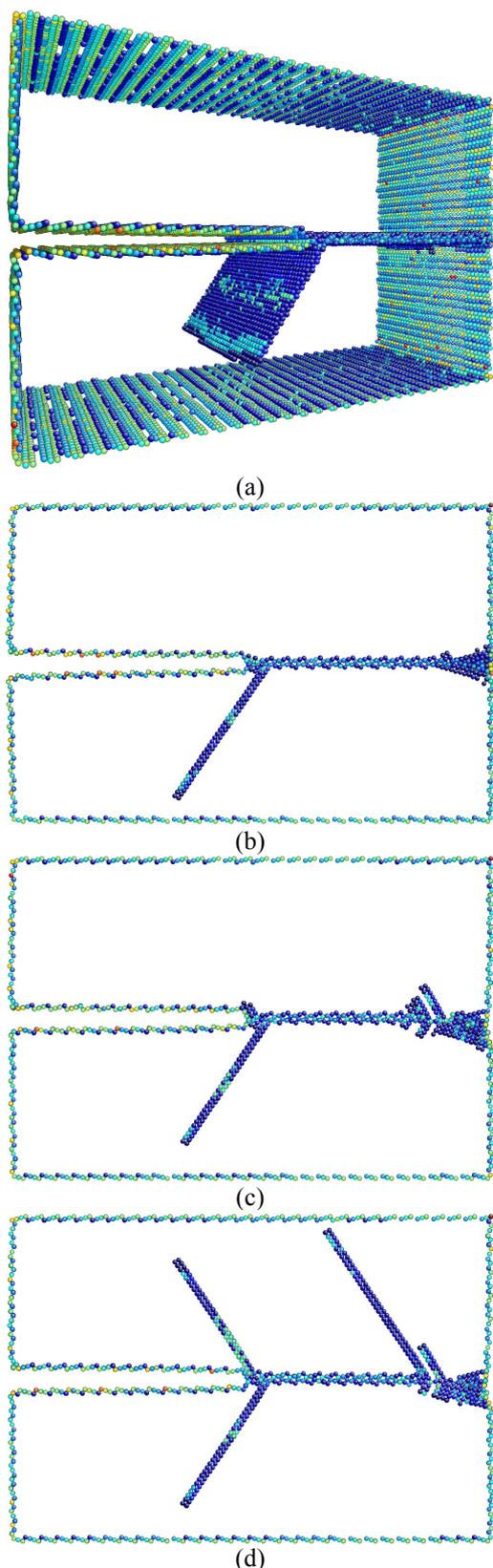


Figura 5. Centrosimetría del entorno de los átomos de la probeta en la configuración frágil cuando $\Delta L/L_0$ es igual a (a) -0,0008, (b) 0,0094, (c) 0,0154 y (d) 0,0188. Los átomos ordenados en una estructura FCC no se muestran.

Esta solución elástica es válida sólo hasta cierta distancia desde la punta de la grieta. La figura 6 muestra la variación de Δu_2 con la distancia radial r . Como se puede ver, el ajuste con $r^{1/2}$ es bastante razonable para $r \leq 3$ nm, para ambas configuraciones.

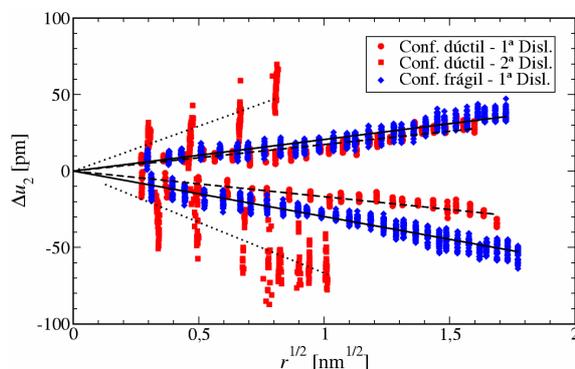


Figura 6. Desplazamiento relativo de apertura Δu_2 en función de $r^{1/2}$ (r es la distancia radial a la punta de la grieta). Los desplazamientos de apertura positivos y negativos corresponden a $\theta = \pi$ y $\theta = -\pi$, respectivamente.

La tabla 1 recoge los valores de tenacidad (promediada a lo largo del frente de la grieta) K_c , para la emisión de la primera dislocación desde la punta de la grieta, para ambas configuraciones, y para la emisión de la segunda dislocación para la configuración dúctil. Además, se incluye el valor de tensión nominal crítica para dichas dislocaciones. Como se ve en la tabla 1, el valor de K_c es mayor en el caso frágil que en el dúctil, pero a su vez menor que el valor de K_c para la emisión de la segunda dislocación en el caso dúctil.

Configuración	σ_c (GPa)	K_c (MPa \sqrt{m})
Dúctil – 1ª Dislocación	0,77	0,054
Frágil – 1ª Dislocación	1,26	0,080
Dúctil – 2ª Dislocación	1,59	0,198

Tabla 1. Tensión remota crítica σ_c y tenacidad K_c para la emisión desde la punta de la grieta de la primera y la segunda dislocación.

Estos valores son menores que los hallados en la bibliografía para la emisión de dislocaciones en cristales de cobre en otras orientaciones cristalógraficas (0,51 MPa \sqrt{m} para una grieta contenida en el plano (111) y con la punta de la grieta en la dirección $[\bar{1}10]$ a 300 K, según [16]). Teniendo en cuenta las características particulares de nuestra probeta, es decir, la orientación cristalógrafica tan especial y la presencia de la junta entre los cristales, así como la temperatura de ensayo, que es de 300 K, es lógico que la emisión de dislocaciones desde la punta de la grieta esté favorecida,

y por tanto, el factor de intensidad de tensiones crítico para el inicio del enromamiento sea menor.

5. CONCLUSIONES

Se ha analizado un bicristal de cobre con una junta de flexión simétrica $\Sigma 9[110]/(2\bar{2}1)$ y una grieta sobre la junta con borde según $\langle 110 \rangle$, cargado en modo I. Se han realizado dos simulaciones, con las mismas condiciones de ensayo, pero teniendo como sentido de avance de la grieta el dado por $[\bar{1}14]$ y el dado por $[1\bar{1}\bar{4}]$, respectivamente.

Tras un comportamiento elástico, las grietas se enroman por emisión de dislocaciones. En la configuración dúctil esa emisión y movimiento de la dislocación parcial ocurre para una menor tensión nominal que en la configuración frágil.

En ambas configuraciones, las dislocaciones emitidas desde la grieta son parciales $1/6\{111\}\langle 221 \rangle$, siendo el plano de deslizamiento activado el correspondiente a $(\bar{1}11)$.

A partir de los desplazamientos de los átomos de los labios en la dirección normal al plano de la grieta, se han calculado los valores de K_c , el factor de intensidad de tensiones para la emisión de una dislocación desde la punta de la grieta. Los resultados son razonables y menores que los correspondientes a decohesión de la junta. Los resultados no justifican el comportamiento frágil de la propagación de la grieta según $[1\bar{1}\bar{4}]$ en el bicristal de cobre puro.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer al Departamento de Educación, Universidades e Investigación del Gobierno Vasco y al Ministerio de Educación y Ciencia la financiación parcial de este trabajo, a través de los proyectos de investigación EX2002-6 y MAT2003-04314, respectivamente. A. Luque agradece también a la Fundación de Centros Tecnológicos – Iñaki Goenaga la beca concedida para la realización de la tesis doctoral.

REFERENCIAS

[1] Wang, J.-S. y Anderson, P.M., “Fracture behaviour of embrittled FCC metal bicrystals”, *Acta Metall. Mater.*, 39, 779-792 (1991).
 [2] Rice, J.R. y Thomson, R., “Ductile versus brittle behaviour of crystals”, *Phil. Mag.*, 29, 73 (1973).
 [3] Saeedvafa, M., “Orientation dependence of fracture in copper bicrystals with symmetric tilt boundaries”, *Mechanics Mater.*, 13, 295-311 (1992).

[4] Mohan R., Ortiz M. y Shih C.F., “Influence of cracking direction on interfacial fracture in bicrystals with symmetric tilt boundaries”, *Transactions of ASME*, 59, 84-91 (1992).
 [5] Tang, H., Acharya, A. y Saigal, S., “Directional dependence of crack growth along the interface of a bicrystals with simmetric tilt boundary in the presence of gradient effects”, *Mechanics Mater.*, 37, 593-606 (2005).
 [6] Daw, M.S. y Baskes, M.I., “Semiempirical, quantum mechanical calculation of hydrogen embrittlement in metals”, *Phys. Rev. Lett.*, 50, 1258-1288 (1983).
 [7] Daw, M.S. y Baskes, M.I., “Embedded-atom method: derivation and application to impurities, surfaces and other defects in metals”, *Phys. Rev. B*, 29, 6443-6453 (1984).
 [8] Luque, A., Aldazabal, J., Martínez-Esnaola, J.M. y Gil Sevillano, J., “Estudio de la resistencia a tracción de whiskers preagrietados mediante técnicas de dinámica molecular”, *Anales de la Fractura*, 22, 69-74 (2005).
 [9] Mishin, Y., Farkas, D., Mehl, M.J. y Papaconstantopoulos, D.A., “Structural stability and lattice defects in copper: ab-initio, tight-binding and embedded-atom calculations”, *Phys. Rev. B*, 63, 224106 (2001).
 [10] D. Raabe, *Computational Materials Science*, Wiley-VCH, Berlín, 1998, pp. 101-102.
 [11] D.C. Rapaport, *The Art of Molecular Dynamics Simulation*, Cambridge University Press, Cambridge, 2001, p. 65.
 [12] Luque, A., *Simulación atomística del comportamiento a fractura de materiales nanocristalinos*, Proyecto Final de Carrera, p. 29, TECNUN (Universidad de Navarra), San Sebastián, 2003.
 [13] Diao J., Gall, K. y Dunn, M.L., “Surface-stress-induced phase transformation in metal nanowires”, *Nature Materials*, 2, 656-660.
 [14] Li, J., “AtomEye: an efficient atomistic configuration viewer”, *Modelling Simul. Mater. Sci. Eng.*, 11, 173-177 (2003).
 [15] Argon, A.S. y MMcClintock, F.A., *Mechanical behaviour of materials*, Addison-Wsley Publ. Comp. Inc., Reading, MA, 1966, pp. 86-87.
 [16] Zhu, T., Li, J. y Yip, S., “Atomistic study of dislocation loop emission from a crack tip”, *Phys. Rev. Lett.*, 93, 025503/1-025503/4.

UNA FORMULACIÓN TENSORIAL ALTERNATIVA DEL ESTADO TENSIONAL Y DEFORMACIONAL EN EL FRENTE DE GRIETA

D. Fernández Zúñiga¹, A. Fernández Canteli¹, E. Castillo²

¹ Dpto de Construcción e Ingeniería de Fabricación. Universidad de Oviedo.
EPSIG, Campus de Viesques, 7.1.10, 33203 Gijón
e-mail: afc@uniovi.es

² Dpto. de Matemática Aplicada. Universidad de Cantabria.
ETSICCP, Avda. de los Castros s/n, 39005 Santander
e-mail: castie@unican.es

RESUMEN

En este trabajo se introduce el *tensor semi-momento de tensión*, $\Sigma_{ij}(r, \theta, z) = \sigma_{ij} \sqrt{2\pi r}$, para analizar el estado tensional y deformacional en la proximidad del frente de grieta bajo sollicitación en modo-I. Su particularización para $r \rightarrow 0$ conduce a la definición del *tensor intensidad de tensión*, $H_{ij}(\theta)$, del que se deriva para una orientación θ dada, el *tensor intensidad de tensión direccional*, K_{ij} , que se interpreta como la generalización del factor de intensidad de tensiones convencional, K_I . El análisis del campo deformacional en el frente de grieta permite demostrar que el tensor intensidad de tensión en el punto medio de la grieta es independiente del espesor de probeta, por lo que los términos superiores de la serie de Williams, particularmente el tensor constante, T_{ij} deben ser considerados en la predicción de inestabilidad de grietas, incluso en el ámbito de la MFEL. Aunque el modelo se desarrolla aquí sólo para el modo-I de carga, es igualmente aplicable al caso de modo-II.

ABSTRACT

In this work, the tensor $\Sigma_{ij}(r, \theta, z) = \sigma_{ij} \sqrt{2\pi r}$, denoted *stress half-moment tensor*, is introduced to analyze the stress and strain fields in the neighbourhood of the crack front under mode-I load condition. Its particularization for $r \rightarrow 0$ leads to the definition of the *stress intensity tensor* $H_{ij}(\theta)$ and, for a given orientation θ , to that of the *directional stress intensity tensor* K_{ij} . This can be considered an extension of the conventional stress intensity factor K_I . The study of the strain field in the proximity of the crack front shows that the stress intensity tensor at the midpoint of the crack does not depend on the specimen thickness. As a consequence, the higher terms of Williams expansion, particularly the tensor T_{ij} of constant components, must be considered when establishing the instability conditions of cracks, even in the scope of the LEFM. Although the procedure has been only applied to mode-I of loading, it can also be extended to mode-II.

ÁREAS TEMÁTICAS PROPUESTAS: Métodos analíticos y numéricos

PALABRAS CLAVE: tensor de intensidad de tensiones, pérdida de constricción, MFEL.

1. INTRODUCCIÓN

La definición correcta del estado tensional tridimensional en el entorno del frente de grieta es fundamental para analizar las condiciones de estabilidad o inestabilidad de una grieta bajo una determinada sollicitación y es, por tanto, una información necesaria para establecer un modelo de rotura válido y a partir de él, un criterio de seguridad fiable [1]. En el modelo uniparamétrico de Irwin en el ámbito de la MFEL, el estado tensional en el entorno de una grieta bajo un modo- α de sollicitación queda inequívocamente definido mediante la consideración de un único

parámetro: el factor de intensidad de tensiones K_α para ese modo de sollicitación. La tensión en un punto cualquiera, cercano al frente de grieta, puede calcularse mediante el desarrollo de Williams:

$$\sigma_{ij}(r, \theta) = \frac{K_\alpha}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(\theta) + \dots \quad (1)$$

El carácter tensorial de la tensión queda preservado mediante las funciones adimensionales $f_{ij}(\theta)$.

Este modelo es aplicable a los casos límite de sollicitación bidimensional, es decir, a los de tensión y deformación plana, pero adolece de falta de generalidad al no ser aplicable al caso general tridimensional, por lo que esta formulación tensorial resulta ficticia, quedando los índices i, j limitados solamente a las situaciones mencionadas, y, por tanto, a los valores 1 y 2.

Una posibilidad alternativa de abordar este problema con mayor generalidad, consiste en definir el estado tensional en el entorno de la grieta mediante un nuevo *tensor semi-momento de tensión* (t.s.t):

$$\Sigma_{ij}(r, \theta, z) = \sigma_{ij}(r, \theta, z) \sqrt{2\pi r}, \quad (2)$$

que es un tensor de segundo orden, al igual que $\sigma_{ij}(r, \theta)$. Si nos limitamos, por conveniencia, a un análisis en el plano medio de la probeta, es decir, para $z = 0$, ver figura 1, el t.s.t. se reduce a:

$$\Sigma_{ij}(r, \theta, z=0) = \Sigma_{ij}(r, \theta) = \sigma_{ij}(r, \theta) \sqrt{2\pi r}. \quad (3)$$

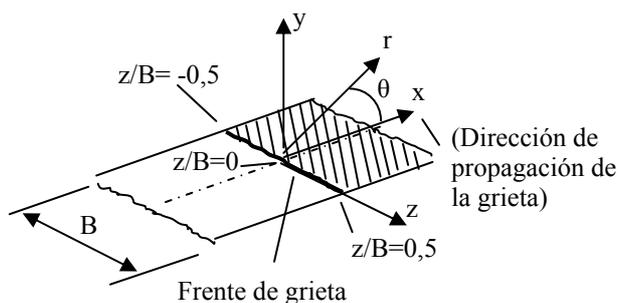


Figura. 1. Frente de grieta en modo-I y sistemas de coordenadas cartesianas y polares.

A partir del t.s.t. se define el *tensor intensidad de tensión* (t.i.t), inspirado en el concepto del factor de intensidad de tensiones de Irwin, como:

$$H_{ij}(\theta) = \lim_{r \rightarrow 0} \Sigma_{ij}(r, \theta) = \lim_{r \rightarrow 0} \sigma_{ij}(r, \theta) \sqrt{2\pi r}. \quad (4)$$

De este modo, se obvia la singularidad de $\sigma_{ij}(r, \theta)$ en $r = 0$ y es posible expresar el tensor de tensiones en la proximidad de la grieta como un desarrollo de Williams de la forma:

$$\sigma_{ij}(r, \theta) = \frac{H_{ij}(\theta)}{\sqrt{2\pi r}} + T_{ij} + r^{1/2} C_{ij}(\theta) + \dots, \quad (5)$$

en la que $H_{ij}(\theta)$ es el tensor intensidad de tensión, T_{ij} es el tensor de componentes constantes y $C_{ij}(\theta)$ el tensor correspondiente al término $r^{1/2}$.

En el análisis de inestabilidad de una grieta interesa considerar el t.i.t. para la orientación crítica, es decir, para la de propagación futura de la grieta. De ahí que se proponga la definición del *tensor intensidad de tensiones direccional* (f.i.t.d.), K_{ij} , como:

$$K_{ij} = H_{ij}(\theta_{cr}) = \lim_{r \rightarrow 0} \sigma_{ij}(r, \theta) \sqrt{2\pi r} \Big|_{\theta=\theta_{cr}}. \quad (6)$$

Comparando las expresiones (1) y (5) se deduce que la relación entre $H_{ij}(\theta)$ y K_{ij} puede expresarse en su forma más general como:

$$H_{ij}(\theta) = K_{ik} g_{kj}(\theta), \quad (7)$$

en la que $g_{kj}(\theta)$ es el *tensor de funciones adimensionales* para la orientación θ de aproximación al frente de grieta. Nótese que mientras $\Sigma_{ij}(r, \theta)$, $H_{ij}(\theta)$ y K_{ij} son tensores simétricos, por su definición a partir del tensor simétrico $\sigma_{ij}(r, \theta)$, el tensor $g_{ij}(r, \theta)$ no tiene necesariamente que serlo.

Como se puede observar, $H_{ij}(\theta)$, a diferencia de lo que ocurre con el f.i.t. en la formulación convencional, K , contiene implícitas las funciones adimensionales $g_{ij}(\theta)$. Esto no representa ningún problema para el análisis de inestabilidad de la grieta, dado que éste se particulariza para la orientación crítica. El campo de tensión $\sigma_{ij}(r, \theta)$ en una dirección cualquiera del entorno de la grieta se calcula mediante la expr. (5). Conocido éste, la relación (7) permite determinar el campo de tensión en otra dirección cualquiera.

Desarrollando (7) y aplicando las condiciones de simetría geométrica y de carga, inherentes a las probetas típicas empleadas en la determinación de la tenacidad a fractura en modo-I, se deducen las relaciones:

$$\begin{aligned} H_{xx}(\theta) &= K_{xx}(\theta) g_{xx}(\theta) \\ H_{xy}(\theta) &= K_{xx}(\theta) g_{xy}(\theta) \\ H_{yx}(\theta) &= K_{yy}(\theta) g_{yx}(\theta) \\ H_{yy}(\theta) &= K_{yy}(\theta) g_{yy}(\theta) \\ H_{zz}(\theta) &= K_{zz}(\theta) g_{zz}(\theta), \end{aligned} \quad (8)$$

siendo nulos los restantes términos de $H_{ij}(\theta)$. Asimismo, se demuestra que $K_{xx} = K_{yy}$ con lo que las matrices del tensor K_{ij} y del tensor de funciones adimensionales $g_{ij}(\theta)$ resultan ser, respectivamente:

$$K_{ij} = \begin{pmatrix} K_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & K_{xx} & 0 \\ 0 & 0 & K_{zz} \end{pmatrix} \quad (9)$$

y

$$g_{ij} = \begin{pmatrix} g_{xx} & g_{xy} & g_{xz} \\ g_{yx} & g_{yy} & g_{yz} \\ g_{zx} & g_{zy} & g_{zz} \end{pmatrix}. \quad (10)$$

Tras la identificación con las correspondientes funciones adimensionales del modelo convencional, $f_{ij}(\theta)$, ver [2], se deduce:

$$\begin{aligned} g_{xx}(\theta) &= f_{xx}(\theta) = \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \operatorname{sen} \frac{\theta}{2} \operatorname{sen} \frac{3\theta}{2} \right) \\ g_{xy}(\theta) &= g_{yx}(\theta) = f_{xy}(\theta) = \cos \frac{\theta}{2} \operatorname{sen} \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \\ g_{yy}(\theta) &= f_{yy}(\theta) = \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \operatorname{sen} \frac{\theta}{2} \operatorname{sen} \frac{3\theta}{2} \right), \end{aligned} \quad (11)$$

y

$$g_{zx}(\theta) = g_{xz}(\theta) = g_{yz}(\theta) = g_{zy}(\theta) = 0, \quad (12)$$

por condiciones de simetría, mientras que, por consideraciones en el campo deformacional, se demuestra (ver apartado 3) que:

$$g_{zz}(\theta) = \cos \frac{\theta}{2}. \quad (13)$$

De aquí se desprende que el modelo convencional de Irwin sólo representa un caso particular de la formulación general tensorial para modo-I aquí propuesta, en el que resulta $K_{xx} = K_{yy} = K_I$. Esta formulación, sin embargo, permite considerar el efecto tridimensional de la constricción lateral debida al espesor de probeta y abre una nueva línea para el análisis general de la influencia de la pérdida de constricción.

2. DEFORMACIÓN TRANSVERSAL ε_{ZZ} EN EL FRENTE DE GRIETA

Consideremos de nuevo el *tensor semi-momento de tensión*, $\Sigma_{ij}(r, \theta)$, en el plano medio de la probeta, es decir, para $z = 0$, definido según la expr. (3). Debido a la simetría geométrica y de carga existentes respecto del plano medio de la probeta, se cumple $\sigma_{xz} = \sigma_{zx} = \sigma_{yz} = \sigma_{zy} = 0$, por lo que los únicos componentes no-nulos del tensor son:

$$\begin{aligned} \Sigma_{xx}(r, \theta) &= \sqrt{2\pi r} \sigma_{xx}(r, \theta) \\ \Sigma_{yy}(r, \theta) &= \sqrt{2\pi r} \sigma_{yy}(r, \theta) \\ \Sigma_{xy}(r, \theta) &= \Sigma_{yx}(r, \theta) = \sqrt{2\pi r} \sigma_{xy}(r, \theta) \\ \Sigma_{zz}(r, \theta) &= \sqrt{2\pi r} \sigma_{zz}(r, \theta). \end{aligned} \quad (14)$$

Consecuentemente, las componentes no-nulas del t.i.t son:

$$\begin{aligned} H_{xx}(\theta) &= \lim_{r \rightarrow 0} \sigma_{xx}(r, \theta) \sqrt{2\pi r} = \lim_{r \rightarrow 0} \Sigma_{xx}(r, \theta) \\ H_{yy}(\theta) &= \lim_{r \rightarrow 0} \sigma_{yy}(r, \theta) \sqrt{2\pi r} = \lim_{r \rightarrow 0} \Sigma_{yy}(r, \theta) \\ H_{xy}(\theta) &= \lim_{r \rightarrow 0} \sigma_{xy}(r, \theta) \sqrt{2\pi r} = \lim_{r \rightarrow 0} \Sigma_{xy}(r, \theta) \\ H_{zz}(\theta) &= \lim_{r \rightarrow 0} \sigma_{zz}(r, \theta) \sqrt{2\pi r} = \lim_{r \rightarrow 0} \Sigma_{zz}(r, \theta). \end{aligned} \quad (15)$$

Aplicando el desarrollo de Williams a σ_{xx} y σ_{yy} se obtiene:

$$\begin{aligned} \sigma_{xx}(r, \theta) &= \frac{H_{xx}(\theta)}{\sqrt{2\pi r}} + T_{xx} + r^{1/2} C_{xx}(\theta) + \dots \\ \sigma_{yy}(r, \theta) &= \frac{H_{yy}(\theta)}{\sqrt{2\pi r}} + T_{yy} + r^{1/2} C_{yy}(\theta) + \dots \end{aligned} \quad (16)$$

y aceptando un desarrollo similar para σ_{zz} resulta:

$$\sigma_{zz}(r, \theta) = \frac{H_{zz}(\theta)}{\sqrt{2\pi r}} + T_{zz} + r^{1/2} C_{zz}(\theta) + \dots \quad (17)$$

La deformación transversal en el frente de grieta $\varepsilon_{zz}(r = 0, \theta)$ puede deducirse a partir de la relación general de Hooke:

$$\varepsilon_{zz}(r, \theta) = \frac{\sigma_{zz}(r, \theta) - \nu[\sigma_{xx}(r, \theta) + \sigma_{yy}(r, \theta)]}{E}. \quad (18)$$

Sustituyendo (16) y (17) en (18) resulta:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{zz}(r, \theta) &= \frac{1}{E} \left[\frac{H_{zz}(\theta)}{\sqrt{2\pi r}} + T_{zz} + r^{1/2} C_{zz}(\theta) + \dots \right. \\ &\quad \left. - \nu \left(\frac{H_{xx}(\theta)}{\sqrt{2\pi r}} + T_{xx} + r^{1/2} C_{xx}(\theta) + \dots \right) \right. \\ &\quad \left. - \nu \left(\frac{H_{yy}(\theta)}{\sqrt{2\pi r}} + T_{yy} + r^{1/2} C_{yy}(\theta) + \dots \right) \right] \end{aligned} \quad (19)$$

y tras el reagrupamiento de términos se llega a:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{zz}(r, \theta) &= \frac{1}{E} \left[\frac{H_{zz}(\theta) - \nu(H_{xx}(\theta) + H_{yy}(\theta))}{\sqrt{2\pi r}} + \right. \\ &\quad \left. (T_{zz} - \nu(T_{xx} + T_{yy})) + \right. \\ &\quad \left. r^{1/2} (C_{zz}(\theta) - \nu(C_{xx} + C_{yy})) + \dots \right]. \end{aligned} \quad (20)$$

Dado que $\varepsilon_{zz}(r, \theta)$ en el frente de grieta, es decir, $\lim_{r \rightarrow 0} \varepsilon_{zz}(r, \theta)$, no puede adoptar un valor singular, para que el desplazamiento transversal

$$u_z(r=0) = \int_{-B/2}^{B/2} \varepsilon_{zz}(r=0) dz \quad (21)$$

sea una magnitud acotada, se tiene que verificar la condición:

$$H_{zz}(\theta) - \nu [H_{xx}(\theta) + H_{yy}(\theta)] = 0, \quad (22)$$

que implica la nulidad del primer término de la expr. (20) para todo $r \neq 0$:

$$\frac{H_{zz}(\theta) - \nu (H_{xx}(\theta) + H_{yy}(\theta))}{\sqrt{2\pi r}} = 0. \quad (23)$$

Esta condición se tiene que cumplir igualmente para $r = 0$, a fin de garantizar la ausencia de discontinuidad de $\varepsilon_{zz}(r, \theta)$ en ese punto. En consecuencia, para un r cualquiera la expr. (20) se reduce a:

$$\varepsilon_{zz}(r, \theta) = \frac{1}{E} [(T_{zz} - \nu(T_{xx} + T_{yy})) + r^{1/2} (C_{zz}(\theta) - \nu(C_{xx} + C_{yy})) + \dots] \quad (24)$$

y, a su vez, para $r = 0$:

$$\varepsilon_{zz}(r=0, \theta) = \lim_{r \rightarrow 0} \varepsilon_{zz}(r, \theta) = \frac{1}{E} [T_{zz} - \nu(T_{xx} + T_{yy})]. \quad (25)$$

Como los términos T_{ij} no son función de la orientación θ , queda demostrado que $\varepsilon_{zz}(r=0, \theta)$ no depende de θ , como corresponde a una magnitud referida al eje z , que no debe resultar afectada por la orientación θ elegida. La expresión (25) nos indica, además, que la deformación $\varepsilon_{zz}(r=0)$ en el frente de grieta está relacionada con el tensor de componentes constantes, T_{ij} , cuyo término en x es la tensión T de la formulación biparamétrica [3].

3. RELACIÓN ENTRE COMPONENTES DEL T.I.T.D. K_{ij} EN EL FRENTE DE GRIETA

Sustituyendo las componentes de $H_{ij}(\theta)$ en la expr. (22) en función de las componentes del t.i.t.d., K_{ij} , y de las del tensor de funciones adimensionales, $g_{ij}(\theta)$, según el sistema de ecuaciones (8) y teniendo, además, en cuenta que $K_{xx} = K_{yy} = K_I$ resulta:

$$K_{zz}g_{zz}(\theta) = \nu [K_{xx}g_{xx}(\theta) + K_{yy}g_{yy}(\theta)] = \nu K_I [g_{xx}(\theta) + g_{yy}(\theta)]. \quad (26)$$

Para la orientación crítica $\theta = 0^\circ$ la expresión anterior se reduce a:

$$K_{zz}g_{zz}(\theta = 0^\circ) = \nu [K_{xx} + K_{yy}], \quad (27)$$

al cumplirse que $g_{xx}(\theta = 0^\circ) = g_{yy}(\theta = 0^\circ) = 1$.

Dado que en deformación plana se verifica:

$$K_{zz}^{DP} = \nu [K_{xx}^{DP} + K_{yy}^{DP}], \quad (28)$$

se deduce que $g_{zz}(\theta = 0^\circ) = 1$, con lo que, finalmente, se llega, con generalidad, a:

$$K_{zz} = \nu [K_{xx} + K_{yy}] = 2\nu K_I, \quad (29)$$

lo que indica que en el frente de grieta, la relación:

$$\frac{K_{zz}}{\nu(K_{xx} + K_{yy})} = \frac{K_{zz}}{2\nu K_I} = 1, \quad (30)$$

propia del caso de deformación plana, se mantiene con independencia del espesor de probeta. Sin embargo, esto no supone que rijan un campo de deformación plana, como afirman otros autores [4,5], dado que, como se ha podido comprobar en el apartado anterior, en todo el frente de grieta, ni la deformación transversal ε_{zz} es nula, ni las componentes K_{xx} , K_{yy} y K_{zz} del t.i.t.d. son constantes, por lo que necesariamente el estado tensional y deformacional en el frente de grieta no corresponde al de deformación plana.

Sustituyendo (29) en (26) resulta:

$$g_{zz}(\theta) = \frac{1}{2} [g_{xx}(\theta) + g_{yy}(\theta)] = \cos \frac{\theta}{2}. \quad (31)$$

como ya se había avanzado en el apartado 1.

4. ÍNDICE DE CONSTRICCIÓN LATERAL

4.1 En el punto medio del frente de grieta

Parece evidente que la constricción lateral en el frente de grieta y en sus inmediaciones queda determinada por la tensión $\sigma_{zz}(r, \theta)$. Sin embargo, comprobado el carácter singular de esa tensión en el frente de grieta, resulta conveniente la definición de otra magnitud alternativa, no singular, para la medida de la constricción, que permita una interpretación más intuitiva y directa en todo el entorno de la grieta. Este sería el caso de $\Sigma_{zz}(r, \theta)$, es decir, de la componente z del tensor semimomento de tensión, $\Sigma_{ij}(r, \theta)$. La normalización de ésta permite definir el *índice de constricción lateral*, $\gamma_{zz}(r, \theta)$, como:

$$\gamma_{zz}(r, \theta) = \frac{\Sigma_{zz}(r, \theta)}{H_{zz}^*(\theta)} = \frac{\sqrt{2\pi r} \sigma_{zz}(r, \theta)}{H_{zz}^*(\theta)}, \quad (32)$$

donde $H_{zz}^*(\theta)$ es la componente según z de un *tensor intensidad de tensión de referencia*, que puede responder a diferentes criterios, (por ejemplo, el correspondiente a deformación plana o al valor medio

en una probeta de espesor B , etc.) de acuerdo con los cuales adopta diferentes valores. Aunque esta elección no es trascendental, influye en el valor absoluto de $\gamma_{zz}(r, \theta)$, lo que debe tenerse presente en la interpretación cuantitativa de los resultados.

En el frente de grieta, $\gamma_{zz}(r, \theta)$ pasa a denominarse $\bar{\gamma}_{zz}(\theta)$ para una mejor identificación. Partiendo de la expr. (32) y teniendo presente (8) resulta:

$$\begin{aligned} \bar{\gamma}_{zz}(\theta) &= \lim_{r \rightarrow 0} \gamma_{zz}(r, \theta) = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\Sigma_{zz}(r, \theta)}{H_{zz}^*(\theta)} \\ &= \frac{H_{zz}(\theta)}{H_{zz}^*(\theta)} = \frac{K_{zz} g_{zz}(\theta)}{K_{zz}^* g_{zz}(\theta)} = \frac{K_{zz}}{K_{zz}^*}, \end{aligned} \quad (33)$$

de donde se deduce que $\bar{\gamma}_{zz}$, al igual que $\varepsilon_{zz}(r=0)$, no depende de la orientación θ considerada, siendo proporcional a K_{zz} en el frente de grieta y, como consecuencia de la expr. (30), también a K_I :

$$\bar{\gamma}_{zz} = \frac{\nu(K_{xx} + K_{yy})}{\nu(K_{xx}^* + K_{yy}^*)} = \frac{2\nu K_I}{2\nu K_I^*} = \frac{K_I}{K_I^*} = \bar{\gamma}_I, \quad (34)$$

por lo que, al ser $K_{xx} = K_{yy} = K_I$, se verifica:

$$\bar{\gamma}_{zz} = \bar{\gamma}_I = \bar{\gamma}_{xx} = \bar{\gamma}_{yy}. \quad (35)$$

Como se ha visto en el apartado 3, la componente K_{zz} del t.i.t.d., K_{ij} , en el centro del frente de grieta, no depende, inesperadamente, del espesor de probeta, por lo que $\bar{\gamma}_{zz} = \bar{\gamma}_I = \bar{\gamma}_{xx} = \bar{\gamma}_{yy}$ tampoco dependen de él. Dado que el espesor de probeta influye indiscutible y notoriamente en el valor de la “tenacidad a fractura” (hablando propiamente, del factor de intensidad de tensiones crítico) en modo-I del material, según ha quedado patente en diferentes investigaciones (ver [6]), la explicación del efecto del espesor de probeta sobre la pérdida de constricción, hay que buscarla en el análisis de los términos superiores de la serie de Williams, particularmente del tensor T_{ij} y no en el t.i.t.d., K_{ij} . En consecuencia, la clave reside en la interpretación del índice de constricción $\gamma_{zz}(r)$ a lo largo del eje r , en las inmediaciones del frente de grieta y no en su valor en $r \rightarrow 0$ en el punto medio del frente de grieta, es decir, en $\bar{\gamma}_{zz}$, de donde se concluye que éste, o equivalentemente K_{zz} es insensible al espesor de probeta.

4.1 A lo largo del frente de grieta

La condición de no-singularidad de $\varepsilon_{zz}(r=0)$ en el frente de grieta, aplicada hasta ahora sólo en su punto medio, es extensible a todo lo largo del frente de grieta. Repitiendo el proceso seguido en el apartado 3, se demuestra que en cada posición del frente de grieta,

$r=0$, referenciada, por conveniencia, a través de la coordenada normalizada z/B , se sigue cumpliendo la relación (30), incluso si el factor de intensidad de tensiones, K_I , y por lo tanto el t.i.t.d., K_{ij} , resulta no ser constante, sino variable a lo largo del frente de grieta, tal como ha sido repetidamente constatado (ver figura 2). Como resultado de la aplicación de las relaciones (26) a (34) en todo el frente de grieta, se llega finalmente a:

$$\bar{\gamma}_{zz}(z/B) = \bar{\gamma}_I(z/B) = \bar{\gamma}_{xx}(z/B) = \bar{\gamma}_{yy}(z/B). \quad (36)$$

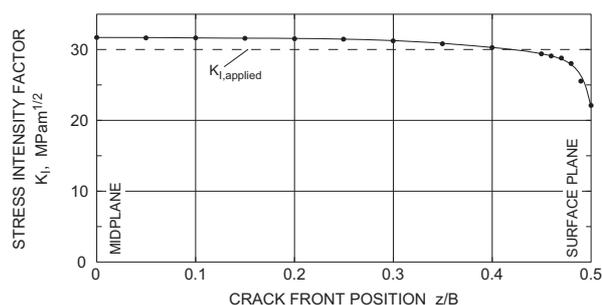


Figura. 2. Variación del factor de intensidad de tensiones $K_I(z/B)$ a lo largo del frente de grieta. (De [1]).

La normalización de $\gamma_{zz}(z/B)$ respecto de su correspondiente valor en el frente de grieta, $\bar{\gamma}_{zz}(z/B)$, resulta ser el *grado de deformación plana* definido como:

$$\sigma_{zz} / \nu (\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) \quad (37)$$

por Nakamura-Parks y otros autores [4,5]. Su interpretación directa como grado de constricción, conduce al mencionado error de apreciación sobre el presunto estado de deformación plana a todo lo largo del frente de grieta.

5. CÁLCULOS NUMÉRICOS

Con el fin de comprobar la validez de las deducciones teóricas precedentes y avanzar en su interpretación para posibles aplicaciones, se realizaron cálculos numéricos con ayuda del programa de elementos finitos ABAQUS [7]. Se consideraron probetas del tipo Arcan-Richard (A-R) según la figura 3 con diferentes espesores de probeta, para una aleación de aluminio Al 7075, con las siguientes propiedades mecánicas y de fractura: $E=71000$ MPa, $\nu=0.34$, $R_{p0.2}=533$ MPa, $K_{Ic}=30$ MPa m^{1/2}. Para todas ellas se tomó un ancho de probeta constante, $W=50$ mm, con una longitud relativa de grieta $a/W=0.50$. La malla elegida (ver figura 3) parte de un tamaño de elemento de 1 μ m que va aumentando en una relación de 1,22 y permite un análisis tensional detallado en la zona del frente de grieta. Las probetas se

sometieron a la carga crítica correspondiente a la tenacidad a fractura del material.

La elección de este tipo de probeta no-homologada, se debe a que, contrariamente a las probetas estándar empleadas en la determinación de la tenacidad fractura en modo-I, como por ejemplo la CT o la SENB, la probeta A-R es también utilizable en el análisis del problema en modo-II. En cualquier caso, la práctica equivalencia entre los resultados del f.i.t. obtenidos con la probeta A-R y con las mencionadas probetas homologadas, ha quedado suficientemente demostrada en [8].

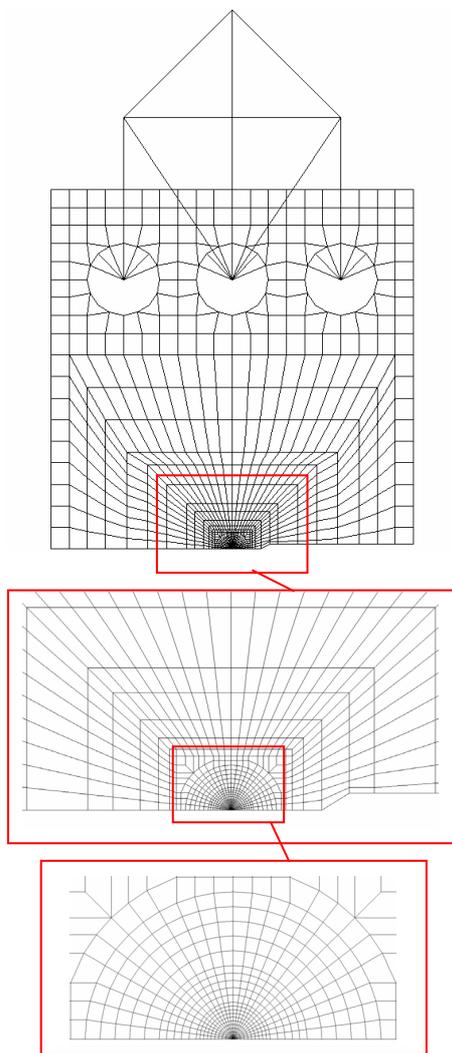


Figura 3. Probeta Arcan-Richard bajo carga en modo-I y malla de elementos finitos empleada.

En primer lugar se calculó la deformación transversal $\varepsilon_{zz}(z/B)$ en el frente de grieta en el plano $\theta=0^\circ$ para una probeta de espesor $B=10\text{ mm}$, en un caso, ver figura 4a, para $z/B=0$ a lo largo del eje r y, en otro, ver figura 4b, para $r \rightarrow 0$ en función de z/B .

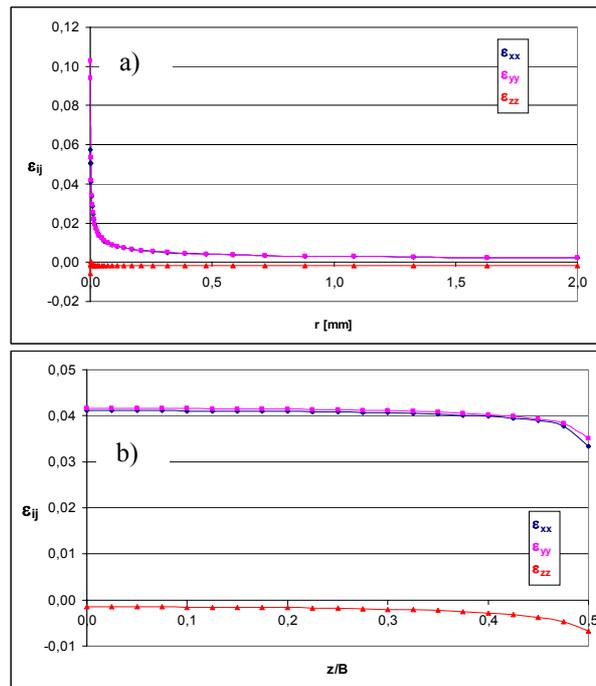


Figura 4. Deformaciones ε_{xx} , ε_{yy} y ε_{zz} para una probeta de 10 mm de espesor (a) a lo largo del eje r y (b) a lo largo del frente de grieta.

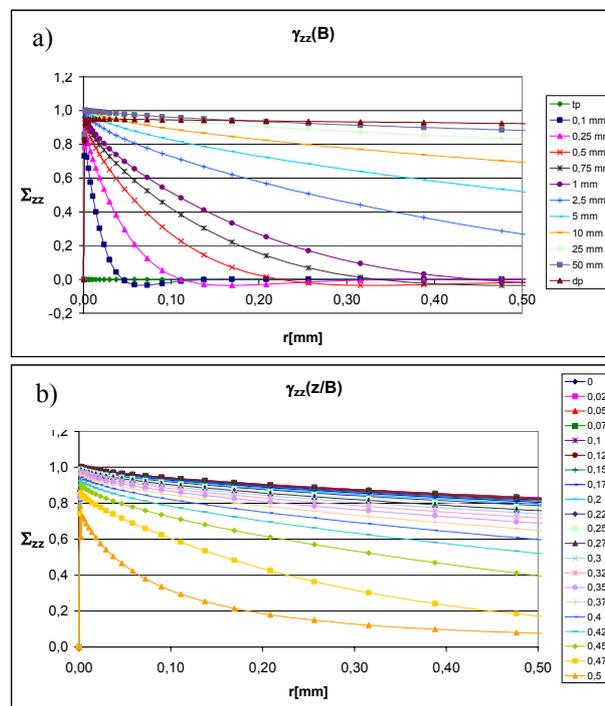


Figura 5. Índice de constricción lateral para $\theta=0^\circ$ en función de r , a) como $\bar{\gamma}_{zz}(r, z/B=0, B)$ para diferentes espesores de probeta y b) como $\bar{\gamma}_{zz}(r, z/B, B=25\text{ mm})$ para una probeta de 25 mm de espesor.

Considerando la constancia relativa de la magnitud de las deformaciones a lo largo del frente de grieta, independientemente de su valor absoluto y de su

tendencia hacia la singularidad, los resultados confirman la no-nulidad de $\varepsilon_{zz}(z/B)$ a lo largo del frente de grieta, como ya se ha mencionado.

A continuación se evaluó el *índice de constricción lateral* para $\theta=0^\circ$; inicialmente en el plano medio de probetas de diferente espesor B , en función de la distancia r al frente de grieta y del espesor, es decir, como $\gamma_{zz}(r, z/B=0, B)$, ver figura 5a, y también para una probeta de 25 mm de espesor en función de la posición relativa al plano medio, z/B , y de la distancia r al frente de grieta, es decir, como $\gamma_{zz}(r, z/B, B=25\text{ mm})$, ver figura 5b.

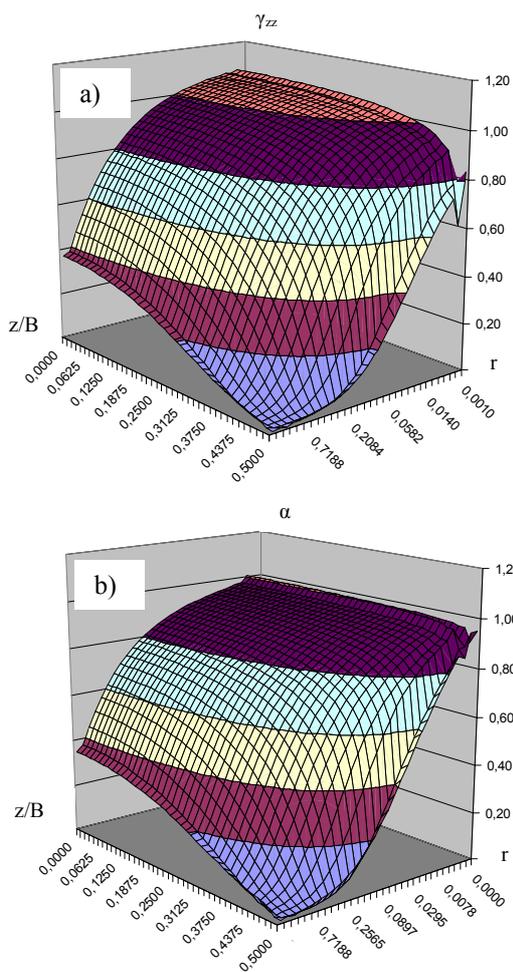


Figura. 6. a) *Índice de constricción lateral* para $\theta=0^\circ$ en función de r , en una probeta A-R de espesor 10 mm, definido como $\gamma_{zz}(r, z/B=0, B=10\text{mm})$ y b) *grado de deformación* según [4], definido como $\alpha = \sigma_{zz} / \nu(\sigma_{xx} + \sigma_{yy})$.

Obsérvese que aunque las gráficas de γ_{zz} en la figura 5a, que podemos denominar curvas de constricción, muestran diferencias notables en función del espesor de probeta, su extrapolación para $r \rightarrow 0$, es decir, $\bar{\gamma}_{zz}$, confirma que los índices de constricción lateral en el plano medio del frente de grieta, $\gamma_{zz}(r, z/B=0, B)$, convergen hacia un único valor, independientemente

del espesor de probeta, tal como ya constataron Nakamura-Parks [4]. Sin embargo, como ya se ha hecho notar, esto no supone aceptar un estado de deformación plana en el frente de grieta.

Con esto, la matriz del t.i.t.d. resulta ser:

$$K_{ij} = \begin{pmatrix} K_I & 0 & 0 \\ 0 & K_I & 0 \\ 0 & 0 & 2\nu K_I \end{pmatrix}, \quad (35)$$

para cualquier espesor de probeta y, en consecuencia, la pérdida de constricción debe buscarse en el tensor T_{ij} o tensores superiores de la serie de Williams.

Por último, en la figura 6a se representa el *índice de constricción lateral*, como $\gamma_{zz}(r, \theta=0^\circ, z/B)$, para una probeta A-R de 10 mm de espesor, mientras que en la figura 6b se muestra la función *grado de deformación plana* definido según Nakamura [4], asimilable al *índice de constricción lateral normalizado*.

6. CONCLUSIONES

Las principales conclusiones que se derivan del presente trabajo son:

- Se ha introducido un nuevo concepto de *tensor semimomento de tensión*, $\Sigma_{ij}(r, \theta)$ para analizar el campo tensional y deformacional en el frente de una grieta, a partir del cual se define el *tensor intensidad de tensión*, $H_{ij}(\theta)$, y de éste, para la dirección crítica $\theta_{cr}=0^\circ$, el *tensor intensidad de tensión direccional*, K_{ij} , que puede ser interpretado como la generalización del factor de intensidad de tensiones convencional de Irwin, K_I .
- Las magnitudes anteriores permiten constatar que el modelo de Irwin, basado en el factor de intensidad de tensiones, es un caso particular del modelo general aquí propuesto.
- La variación del valor de la *“tenacidad a fractura”* del material, K_{Icr} , con el espesor de probeta, es decir, con la constricción lateral, no puede interpretarse mediante el tensor de intensidad de tensiones direccional, K_{ij} , en el punto medio de la grieta, dado que éste no depende del espesor de probeta. En consecuencia, las razones de esta variación han de buscarse en el valor de los tensores correspondientes a los términos superiores de la serie de Williams, en particular en el del tensor de términos constantes, T_{ij} .
- El modelo propuesto abre nuevas perspectivas para la definición de un modelo general para el análisis de la

pérdida de constricción y de su influencia en el establecimiento de las condiciones de inestabilidad de grietas, independientemente de su origen (constricción lateral, tamaño de grieta a/W , modo mixto, etc.).

- El procedimiento, aunque limitado en este trabajo al caso de modo-I, es aplicable directamente al modo-II o modo mixto.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen el apoyo parcial dado por la Dirección General de Investigación Científica y Técnica (DGICYT) (proyectos DPI 2002-04172 y BIA 2005-07802) del Ministerio Español de Educación y Ciencia.

REFERENCIAS

- [1] Fernández Zúñiga, D., Kalthoff, J.F., Fernández Canteli, A., Grasa, J., Doblaré, M., “Three-dimensional finite element calculations of crack tip plastic zones and K_{Ic} specimen size requirements”. *ECF 15, Stockholm*, August, 2004.
- [2] Kanninen, M.F., Popelar, C.H., *Advanced Fracture Mechanics*, Oxford University Press, 1985.
- [3] Betegón, C., Hancock, J., “Two-parameter characterization of elastic-plastic crack-tip fields” *J. of Applied Mechanics*, 113, pág. 104-110, 1991.
- [4] Nakamura, T., Parks, D.M., “Three-dimensional stress field near the crack front of a thin elastic plate”, *J. of Applied Mechanics* 55, *Trans. of ASME*,. pág. 805-813, 1988.
- [5] Kwon, S.W., Sun, C.T., “Characteristics of three-dimensional stress fields in plates with a through-the-thickness crack”, *Int. J. of Fracture* 104, pág. 291-315, 2000.
- [6] Hiese, W., *Gültigkeitskriterien zur Bestimmung von Scherbruchzähigkeiten*, Tesis doctoral, Ruhr-Universität Bochum, 2000.
- [7] Hibbit, H.D., Karlsson, B.I., Sorensen, E.P., *ABAQUS User Manual*, Version 6.2, 2002.
- [8] Fernández Zúñiga D., *Nuevos criterios de validez de ensayo para la determinación de la tenacidad a fractura en modo mixto*. Proyecto de Investigación del Programa de Doctorado. Universidad de Oviedo, Sept. 2003.

ANÁLISIS MESO-ESTRUCTURAL DE LA RETRACCIÓN POR SECADO DEL HORMIGÓN**A.E Idiart¹, C. M. Lopez¹, I. Carol¹**¹ E.T.S. de Ing. de Caminos, C. y P. (ETSECCPB), Universidad Politécnica de Cataluña (UPC).
c/ Jordi Girona, 1-3, Edif. D2 UPC, 08034-BarcelonaE-mail: andres.idiart@upc.edu, carlos.maria.lopez@upc.edu, ignacio.carol@upc.edu

Tel: 93-4016509. Fax: 93-4017251

RESUMEN

En este trabajo se presenta una nueva aplicación del modelo meso-estructural para materiales heterogéneos cuasi-frágiles, desarrollado durante los últimos años dentro del grupo de mecánica de materiales de la ETSECCPB- UPC. La modelización representa explícitamente los principales componentes del material a nivel meso-escala, de modo que en el caso del hormigón se discretizan los áridos de mayor tamaño rodeados de una matriz que caracteriza conjuntamente al mortero y a los áridos de menor tamaño. Dentro de la malla de elementos finitos se incluyen *a priori* elementos junta sin espesor, con el fin de representar las principales trayectorias potenciales de fisuración. En este artículo se presenta un estudio de la retracción por secado del hormigón mediante un análisis acoplado higo-mecánico (HM) del problema de difusión no lineal de humedad en el mortero. El acoplamiento HM se ha implementado mediante una estrategia en “staggered”, que relaciona dos códigos independientes que actúan sobre la misma malla de elementos finitos. En primer lugar se muestra un ejemplo de verificación que incluye resultados de la difusión de humedad y el estado de fisuración para distintas edades. Posteriormente, se analiza de forma preliminar el efecto del tamaño y el porcentaje en volumen de los áridos de mayor tamaño, sobre las deformaciones de retracción y la microfisuración. Los resultados obtenidos ponen de manifiesto la potencialidad del modelo que permite considerar un análisis conjunto mesomecánico – acoplado de probetas de hormigón.

ABSTRACT

This paper describes a new application of the meso-structural model for quasi-brittle heterogeneous materials, which has been developed progressively during recent years within the research group of mechanics of materials at ETSECCPB-UPC. In this model, the main components of the material structure are discretized explicitly at the meso-scale. As a result, in the case of concrete, the largest aggregates are discretized surrounded by a matrix representing both mortar and smaller aggregates. Zero-thickness interface elements are *a priori* introduced systematically in the finite element mesh in order to capture the main potential crack patterns. In this work, a study of the drying shrinkage of concrete is presented in which a coupled hygro-mechanical (HM) analysis is implemented in order to simulate the non-linear diffusion of moisture through the mortar. HM coupling is achieved via a staggered strategy which combines two independent codes acting on the same finite element mesh. First, a verification example is shown which includes the moisture diffusion analysis as well as the crack pattern, both for different ages. Subsequently, some preliminary results are presented in which the effects of size and volume percentage of the largest aggregates on the microcrack formation and the shrinkage strains, are analyzed. Results show that the model represents a powerful tool for tackling coupled - mesomechanical analysis of concrete specimens.

ÁREAS TEMÁTICAS PROPUESTAS: Métodos Analíticos y Numéricos.**PALABRAS CLAVE:** Retracción por secado, Fisuración del hormigón, Modelo mesomecánico con juntas.**1. INTRODUCCIÓN**

Entre los problemas de durabilidad de las estructuras de hormigón, la fisuración producida como consecuencia de la retracción por secado, que significa una vía preferencial de entrada para los agentes nocivos externos, es de suma importancia. Durante los últimos años, diversos aspectos involucrados en esta problemática han despertado un gran interés, tales como la relación local de las deformaciones de retracción con la difusión de humedad y la pérdida de peso, la influencia de la microfisuración en el proceso de secado y retracción, la influencia del tamaño y el porcentaje de

áridos, la interacción con la fluencia por secado, etc. [1-4]. Tradicionalmente, los estudios en este campo se han realizado de un modo fenomenológico, en el cual el hormigón se considera como un material homogéneo.

Un planteamiento más completo y potente puede conseguirse con modelos microestructurales del material, en los que se representa explícitamente la estructura interna de primer nivel (meso-estructura), caracterizada por la geometría y propiedades específicas de sus principales componentes. Durante los últimos años se ha venido desarrollando un modelo mesomecánico para materiales heterogéneos en 2D, más

recientemente extendido a 3D, basado en elementos junta de espesor nulo [5-8]. En este trabajo se presenta la aplicación del modelo al estudio de la retracción por secado del hormigón. El procedimiento se lleva a cabo mediante un análisis acoplado higo-mecánico, implementado mediante una estrategia en “staggered”, en la que se emplea la misma malla de elementos finitos para ambos problemas.

2. MODELO MESO-ESTRUCTURAL

El modelo consiste en la representación explícita en una discretización 2D por el método de los elementos finitos (FEM), de las tres fases componentes principales de la estructura interna del hormigón a un nivel de observación a mesoescala. Por un lado, los áridos de mayor tamaño (aproximadamente el tercio mayor de la granulometría), cuya distribución y forma se genera de forma aleatoria mediante un procedimiento basado en la teoría de Voronoi-Delaunay. Rodeando a la fase granular se discretiza una matriz homogénea, que representa al mortero más los áridos de menor tamaño. Finalmente, se incluye en la malla una red de elementos junta sin espesor, distribuidos a lo largo de todos los contactos entre elementos de áridos y mortero (interfase) y entre algunos contactos de la matriz. Estos elementos junta se insertan *a priori* entre los elementos estándar del medio continuo, de modo que puedan quedar representadas las principales potenciales trayectorias de fisuración [5].

Los áridos y la matriz se discretizan mediante elementos finitos triangulares, pero mientras que a los áridos se les asigna un comportamiento elástico lineal, para la matriz se considera una ley constitutiva visco-elástica con envejecimiento mediante el modelo de la “cadena de Maxwell” [9].

Para los elementos junta se utiliza una ley constitutiva no lineal basada en la teoría de la elastoplasticidad y en conceptos de la mecánica de fractura [5,10]. Posteriores modificaciones y mejoras han incorporado el envejecimiento, de modo que la formulación permite tener en cuenta dos aspectos diferenciados del comportamiento del material: el reblandecimiento debido al trabajo disipado en procesos de fractura, y el incremento de resistencia con el paso del tiempo. Un desarrollo detallado de las leyes constitutivas empleadas en este trabajo, tanto para la matriz de mortero como para los elementos junta, pueden consultarse en [9].

3. RETRACCIÓN POR SECADO

La retracción por secado es un fenómeno complejo en el que se presentan varios efectos acoplados. El proceso está gobernado por el movimiento de humedad dentro del material debido al gradiente existente entre el interior y el exterior de la muestra. La pérdida de agua asociada al avance del secado hacia el interior, causa una reducción del volumen de la pasta de cemento, lo

cual da lugar al desarrollo de nuevas fisuras. Estas nuevas fisuras alteran el campo de humedades ya que representan vías preferenciales para la difusión de humedad, resultando entonces un proceso acoplado de los efectos mecánicos y de difusión. Las distribuciones de temperatura, así como las deformaciones térmicas a que dan lugar, también juegan un papel en el proceso, que de momento no se incluyen en nuestro estudio.

En el modelo propuesto, el análisis se aborda mediante el uso de dos códigos independientes que, para cada incremento de tiempo, realizan un análisis higo-mecánico (HM) acoplado mediante una estrategia en “staggered”. Un código (DRACFLOW) realiza el análisis de difusión no-lineal de humedad y sus resultados en términos de deformaciones volumétricas en puntos de gauss se utilizan como entrada en el segundo código (DRAC) de análisis mecánico. Este último obtiene un campo de desplazamientos actualizado del que derivan nuevas aperturas de fisuras que servirán de entrada al primer código, repitiéndose sucesivamente este proceso hasta alcanzar una tolerancia prefijada, y pasar entonces al siguiente incremento de tiempo. Una ventaja considerable de esta metodología es que se emplea la misma malla de elementos finitos para ambos análisis, con elementos junta y nodos dobles (double noded) también para el análisis de difusión, cuya formulación puede consultarse en [11].

El gradiente de humedad relativa (HR) conduce la difusión no-lineal de la misma en la matriz de mortero, que se rige por la conocida ecuación diferencial expresada en (1) [12]. El coeficiente de difusividad se obtiene mediante la ecuación (2), que depende de HR por medio de una función hiperbólica $f(\beta, H)$, siendo β un factor de forma (figura 1).

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left[D_H \frac{\partial H}{\partial x_i} \right] = \frac{\partial H}{\partial t} \tag{1}$$

$$D_H(H) = D_0 + (D_1 - D_0) f(\beta, H) \tag{2}$$

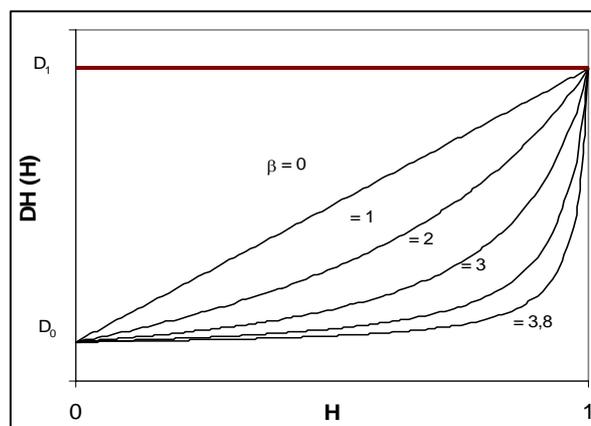


Figura 1. Curva de difusividad en función de la humedad relativa para diferentes valores del factor β .

Así como para el caso del medio continuo se utiliza la expresión (1) para obtener HR, para las juntas se ha implementado una expresión similar, donde la difusividad (o conductividad) de la misma es función tanto de HR como de la apertura de fisura, dependencia que se tiene en cuenta a través de la conocida ley cúbica [13].

Una vez obtenidos los valores de HR en cada punto del dominio, se calcula *a posteriori* la pérdida de peso por unidad de volumen de hormigón, w_e , mediante el empleo de la isoterma de desorción propuesta por Norling [14]. Estas pérdidas de peso producen una reducción volumétrica que en primera aproximación se puede considerar de tipo lineal, como suele encontrarse en la bibliografía [15].

4. RESULTADOS NUMÉRICOS

4.1. Verificación del comportamiento acoplado

En primer lugar se ha simulado la retracción por secado de una muestra de hormigón de 14x14cm², con un arreglo de 6x6 áridos (que corresponde a un 28% en volumen). Para el problema de difusión se establece una condición inicial de HR=1 en toda la malla, y a la edad de 28 días se imponen unas condiciones de borde de HR = 0,5 en los lados izquierdo y derecho, mientras que no se permite el flujo de humedad en las caras superior e inferior. A fin de verificar la respuesta del modelo, se han llevado a cabo diversas simulaciones numéricas [16,17] en régimen acoplado y desacoplado para

diferentes comportamientos constitutivos de los elementos de medio continuo de mortero (elástico y visco-elástico) y de las juntas (ley con y sin envejecimiento). En este trabajo se presentan resultados correspondientes al caso acoplado con visco-elasticidad para la matriz y ley no lineal con envejecimiento para las juntas. En la figura 2 se muestran las distribuciones de HR para las edades de 20, 200 y 10.000 días, así como las pérdidas de peso en gramos. Puede apreciarse en los gráficos que el frente de secado avanza hacia el interior de manera no uniforme, debido a la presencia de los áridos y la influencia de la fisuración.

En las figuras 3 y 4 se presentan resultados del análisis mecánico. En la figura 3 se muestra la evolución del estado de fisuración en las juntas para las mismas tres edades, en las cuales el espesor de línea representa la energía disipada en las interfases en procesos de fractura. Inicialmente, y como cabía esperar, se producen microfisuras perpendiculares a cada uno de los lados laterales sometidos a secado. A medida que este frente penetra en la muestra (en rojo), las fisuras que van quedando atrás se descargan (en azul). Pero también se aprecia que ha medida que progresa el secado, se generan fisuras en el interior de la muestra, por un lado, en las interfases árido-mortero, y sobre todo en el mortero siguiendo una dirección radial a los áridos. Este efecto debido a las partículas embebidas en un medio visco-elástico, concuerda con los resultados obtenidos experimentalmente por Bisschop y van Mier [18]. En la figura 4 se presentan las mallas deformadas a las mismas edades.

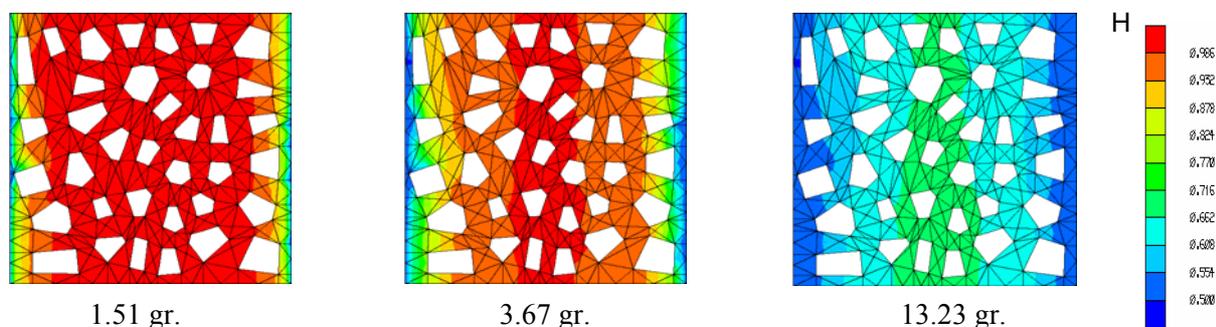


Figura 2. Distribuciones de HR y pérdidas de peso para las edades de 20, 200 y 10.000 días.

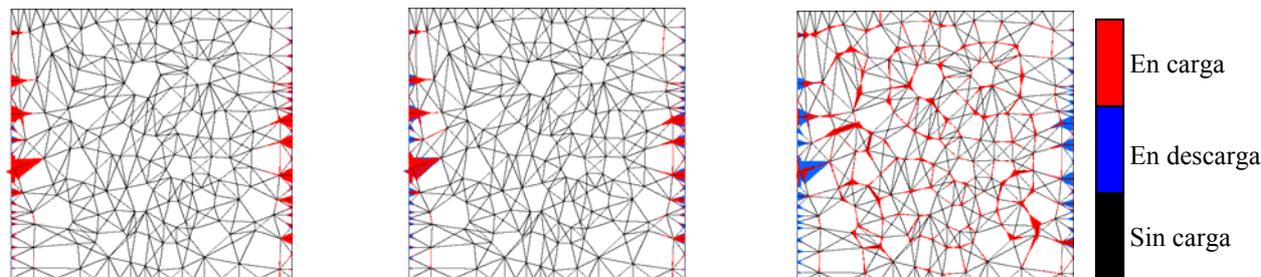


Figura 3. Energía de fractura disipada en las juntas para 20, 200 y 10.000 días.

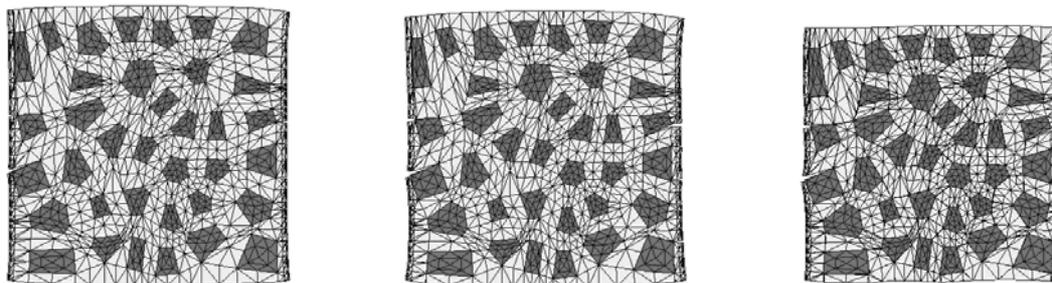


Figura 4. Mallas deformadas para 20, 200 y 10.000 días. Factor de magnificación de 150.

4.2. Influencia del tamaño y porcentaje de los áridos

Los resultados experimentales obtenidos en [18] muestran que cuanto mayor es el tamaño de las partículas (en su caso emplearon esferas de vidrio) o mayor su porcentaje en volumen, la microfisuración radial generada resulta mayor. A fin de contrastar la capacidad del modelo para capturar la influencia del tamaño de los áridos y de la relación árido/matriz de una muestra, se presentan resultados preliminares obtenidos sobre tres mallas con igual número y arreglo de los áridos, en las que la diferencia está en el porcentaje en volumen de áridos (y del tamaño máximo, en consecuencia). Esto se materializó simplemente encogiéndolo en mayor o menor medida un arreglo fijo de áridos de 6x12 en una malla de 15x30cm. En la figura 5 se muestran estas mallas, que presentan un volumen de áridos de 22%, 28% y 32% (16.8, 18.7 y 20.0 mm, respectivamente, de tamaño promedio de las partículas discretizadas).

Se ha simulado numéricamente una retracción por secado de las mismas características que en el ejemplo anterior en cuanto a los parámetros de las leyes constitutivas empleadas, las condiciones iniciales y las de borde. En la figura 6 se presentan la distribución de HR correspondiente a los 10.000 días para los 3 casos y las respectivas pérdidas de peso. Puede apreciarse en la figura que, si bien la influencia no resulta significativa, el frente de secado avanza en mayor grado en la medida en que es menor el tamaño y el porcentaje de la fase de áridos. Por su parte, la pérdida de peso resulta mayor cuanto menor es el porcentaje de áridos, debido lógicamente, al mayor volumen de mortero. La figura 7 presenta la evolución de las deformaciones longitudinales, medidas en los laterales de la muestra con una base de medida igual a la altura total de la malla, en función del tiempo. Se aprecia claramente que cuanto mayor es el porcentaje en volumen de los áridos, menor es la deformación longitudinal.

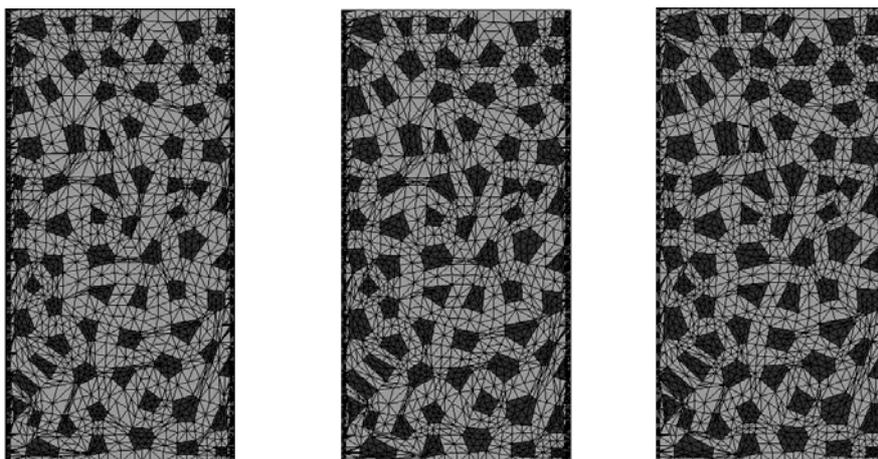


Figura 5. Mallas de EF de una muestra de hormigón de 15x30 cm, con 22%, 28% y 32% en volumen de áridos (de izquierda a derecha, respectivamente).

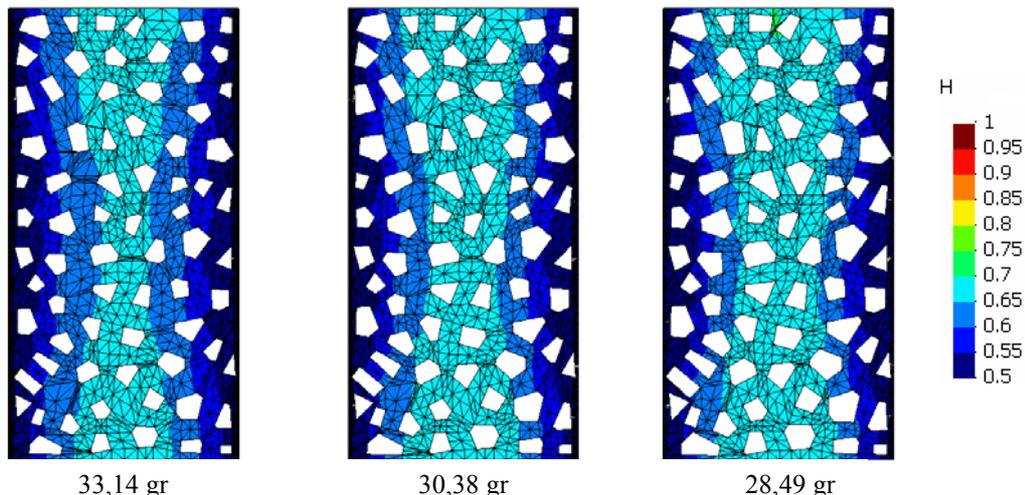


Figura. 6. Distribuciones de HR y pérdidas de peso a la edad de 10.000 días para los 3 casos analizados (22%, 28% y 32% en volumen de áridos, de izquierda a derecha).

En la figura 8 se presenta el estado de fisuración en términos del módulo del vector desplazamiento relativo no recuperable de los elementos junta de las mallas de 22% y 32% para la edad de 10000 días. Si bien el efecto no resulta demasiado notorio en las muestras simuladas, se puede observar que cuanto mayor es el porcentaje en volumen de áridos, se produce un mayor grado de fisuración.

Actualmente se está completando un generador de mallas 2D que permita obtener muestras adecuadas para reproducir resultados experimentales similares a los desarrollados en [18], para un rango más amplio de tamaños y porcentajes de áridos, de modo que la influencia se pueda contrastar de mejor manera. Para ello se requiere separar la incidencia, por un lado, del tamaño máximo de árido (para iguales porcentajes), y por otro, del porcentaje de la fase de árido (con iguales tamaños).

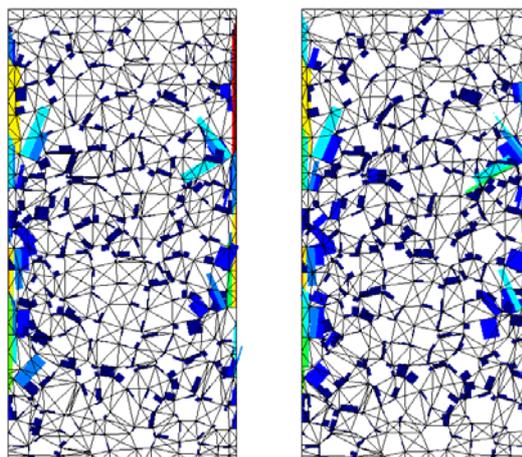


Figura 8. Módulo de los desplazamientos relativos no recuperables de los elementos junta para la edad de 10.000 días (22% de áridos, izquierda; 32% de áridos, derecha).

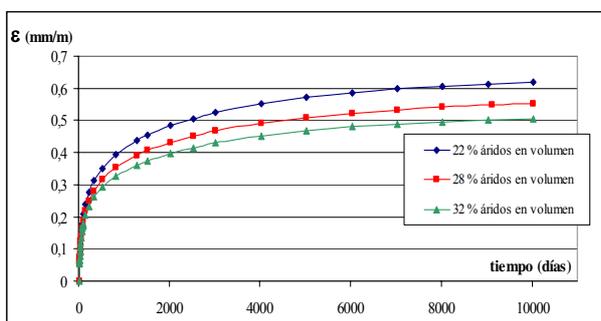


Figura 7. Evolución de deformaciones longitudinales promedio de los laterales de las muestras (base de medida = 30 cm).

5. COMENTARIOS FINALES

En este artículo se han presentado resultados preliminares de la simulación meso-estructural de la retracción por secado en el hormigón. El efecto que la fisuración tiene sobre la difusividad del medio y sobre las deformaciones, se tiene en cuenta mediante un análisis acoplado higo-mecánico en “staggered”. La combinación del análisis acoplado con una geometría meso-estructural y la utilización de juntas sin espesor para representar la fisuración, constituyen un planteamiento novedoso y muy potente para la simulación de procesos complejos del comportamiento conjunto mecánico/difusión de materiales cuasifrágiles. Actualmente se está profundizando el análisis de la influencia del tamaño y la proporción de los áridos en

el fenómeno, a fin de simular los resultados experimentales obtenidos en [18]. Por otro lado, los trabajos actuales y futuros en esta línea se centran también en la consideración del comportamiento integrado de la fluencia básica junto con la retracción y la fluencia por secado, así como otros procesos de difusión que inciden en la durabilidad del hormigón.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen la ayuda recibida a través de los proyectos MAT2003-02481 (MEC), 2004/33 (MFOM) y SGR2005-00842 (Generalitat de Catalunya). El primer y el segundo autor desean agradecer al MEC (Madrid) por la beca doctoral FPI y la incorporación al "Programa Ramón y Cajal", respectivamente, así como la ayuda de viaje de la ETSECCPB para la reunión del GEF.

REFERENCIAS

- [1] Bazant, Z.P. & Xi, Y., "Drying creep of concrete: constitutive model and new experiments separating its mechanisms", *Materials and Structures*, (27) pag. 3-14, 1994.
- [2] Alvaredo, A.M., "Crack formation under hygral or thermal gradients", *FRAMCOS-2*, F.H. Wittmann ed., Freiburg, pag. 1423-1441, 1995.
- [3] Hwang, C.L. & Young, J.F., "Drying shrinkage of Portland cement pastes. I. Microcracking during drying", *Cement and Concrete Research*, USA, Vol. 14, pag. 585-594, 1984.
- [4] Gérard, B. & Marchand, J., "Influence of cracking on the diffusion properties of cement-based materials. Part I: Influence of continuous cracks on the steady-state regime", *Cement and Concrete Research*, USA, Vol. 30, pag. 37-43, 2000.
- [5] Carol, I., López, C.M. y Roa, O., "Micromechanical analysis of quasi-brittle materials using fracture-based interface elements", *Int. Journal of Num. Methods in engineering*, 52, pag. 193-215, 2001.
- [6] López, C.M., Carol, I. y Aguado, A., "Modelización microestructural de la fractura del hormigón. I: tracción y compresión uniaxial y ensayo brasileño", *Anales de Mecánica de la Fractura*, Vol. 19, pag. 471-476, 2002.
- [7] Caballero, A., López, C.M. y Carol, I., "3D meso-structural analysis of concrete specimens under uniaxial tension"; *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, In Press, Corrected Proof, Available online 9 November, 2005.
- [8] Caballero A., Carol, I. y C.M. López, C.M., "3D meso-structural fracture analysis of concrete under uniaxial tension and compression", *Anales de Mecánica de la Fractura*, Vol. 22, pag. 581-585, 2005.
- [9] López, C.M., Ciancio, D., Carol, I., Murcia, J y Cuomo, M., "Análisis microestructural de la fluencia básica del hormigón mediante elementos junta", *Anales de Mecánica de la Fractura*, Vol. 20, pag.95-100, 2003.
- [10] Carol, I., Prat, P.C. y López, C.M., "A normal/shear cracking model. Application to discrete crack analysis", *Journal of Engineering Mechanics*, 123, No 8, 1997.
- [11] Segura J.M. y Carol I., "On zero-Thickness Interface Elements for Diffusion Problems"; *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 28(9), 947-962, 2004.
- [12] Bazant, Z.P. y Najjar, L.J., "Drying of concrete as a nonlinear diffusion problem". *Cement and Concrete Research*, Vol 1, pag. 461-473, 1972.
- [13] Snow, D., *A parallel plate model of fractured permeable media*, Ph.D. Dissertation, California, Berkeley, 1965.
- [14] Norling, K., *Self-desiccation in concrete*, Lic. Thesis, Chalmers Univ. of Tech., Sweden, 1994.
- [15] Granger, L., Torrenti, J.M., Acker, P., "Thoughts about drying shrinkage: Scale effects & modelling", *Mat. & Struct.*, Vol. 30, pag. 96-105, 1994.
- [16] López, C.M., Segura, J.M., Idiart, A.E. y Carol, I., "Mesomechanical Modeling of Drying Shrinkage Using Interface Elements", *Creep, Shrinkage and Durability of Concrete and Concrete Structures. Concreep 7*, G. Pijaudier-Cabot, B. Gérard y P. Acker, eds. Nantes, France, pag. 107-112, 2005.
- [17] López, C.M., Idiart, A.E. y Carol, I., "Mesomechanical Analysis of Concrete Deterioration Including Time Dependence", *Computational Plasticity VIII*, D.J. Owen, E. Oñate y B. Suárez, eds. Barcelona, Spain, pag. 1059-1062, 2005.
- [18] Bisschop, J., van Mier, J.G.M., "Effect of aggregates on drying shrinkage microcracking in cement-based composites", *Materials and Structures*, Vol. 35, pag. 453-461, 2002.

ANÁLISIS MEDIANTE X-FEM DE LA ORIENTACIÓN DE GRIETA EN UN PROBLEMA DE FRETTING-FATIGA CON CONTACTO COMPLETO

E. Giner, A. Vercher, J. E. Tarancón, O. A. González y F. J. Fuenmayor

E.T.S. de Ingenieros Industriales, Departamento de Ingeniería Mecánica y de Materiales
Universidad Politécnica de Valencia, Camino de Vera s/n, 46022 Valencia, España.

E-mail: eginerm@mcm.upv.es

Tfno: 96 387 70 07 Ext. 76218. Fax: 96 387 76 29

RESUMEN

En este trabajo se presenta la aplicación del método de los elementos finitos extendido (X-FEM) al estudio de la orientación y propagación de grieta en un problema de fretting-fatiga bidimensional en condiciones de contacto completo. Para ello, se ha realizado una implementación 2D del método X-FEM en el programa ABAQUS a través de rutinas de usuario. Aprovechando las ventajas de este código comercial en el estudio de problemas no lineales con contacto, se ha aplicado al análisis de un modelo probeta-indentador. Las grandes ventajas que supone la utilización de esta metodología en cuanto a generación de malla así como su mayor precisión en la estimación de K_I y K_{II} , han permitido estudiar paramétricamente la propagación de grieta para diferentes cargas aplicadas a la probeta y para diferentes ángulos de grieta inicial. Se dispone así de una potente herramienta para el estudio de la fase de propagación de grieta en este tipo de problemas.

ABSTRACT

In this paper, the application of the extended finite element method (X-FEM) to a fretting-fatigue problem is presented. More precisely, we study the crack orientation and propagation in a 2D complete contact fretting-fatigue problem. To achieve this goal, a 2D implementation of the X-FEM has been carried out using the finite element software ABAQUS by means of user subroutines. Taking advantage of the features of this commercial code for the study of non-linear contact problems, the method has been applied to a specimen-indenter model. The outstanding advantages of this methodology as far as mesh requirements and accuracy in the estimation of K_I and K_{II} are concerned, have enabled the parametric study of crack propagation for several bulk loads applied to the specimen. The influence of the initial crack angle has also been ascertained. In this way, a very powerful tool for the study of the crack propagation stage in this kind of problems has been introduced.

ÁREAS TEMÁTICAS PROPUESTAS: Métodos numéricos.

PALABRAS CLAVE: Propagación de grieta; X-FEM; fretting-fatiga.

1. INTRODUCCIÓN

Los problemas de fretting-fatiga se caracterizan por la existencia de dos o más componentes en contacto sometidos a desplazamientos relativos de pequeña amplitud. En estas condiciones, el estado de tensiones es complejo, con elevados gradientes en la vecindad de la zona de contacto. Este hecho, unido al carácter cíclico de las sollicitaciones, ocasiona la nucleación de pequeñas grietas que frecuentemente se propagan hasta producir la fractura del componente (fretting-fatiga). Así, es habitual distinguir dos etapas claramente diferenciadas: nucleación de grieta y su posterior propagación.

Es frecuente que los procesos de nucleación sean relativamente rápidos debidos a las fuertes tensiones derivadas del contacto en la superficie y, por tanto, en

estas circunstancias, la mayor parte de la vida del componente se consume en la fase de propagación [1-3]. Por ello, habitualmente un enfoque basado en Mecánica de la Fractura se considera apropiado para estimar la vida en fretting-fatiga [4]. En este trabajo no se considerará la fase de nucleación o iniciación y se asumirá que la grieta se encuentra plenamente formada, con un tamaño suficiente para considerar su entorno como un medio continuo (es decir, su longitud debe ser mayor que varios granos del material) [5].

La fase de propagación en un problema de fretting-fatiga se diferencia esencialmente de un problema ordinario de fatiga en la etapa en la que la longitud de grieta es menor que la dimensión característica del contacto [5]. Por tanto, para analizar la etapa de la propagación de grieta en estas condiciones es absolutamente necesario tener en cuenta la interacción

contacto-grieta para la estimación de los FITs, lo que frecuentemente hace necesario el modelado numérico de esta interacción, por ejemplo, mediante el método de los elementos finitos.

Debido a la complejidad en el modelado del problema de fretting, los trabajos en la literatura incluyen simplificaciones importantes. Diversos autores han abordado el problema de la fase de propagación en 2D. Faanes *et al.* [6] calculan K_I analíticamente asumiendo ciertas distribuciones de tensiones debidas al contacto y utilizando funciones de Green, para grietas rectas perpendiculares a la superficie. Sheikh *et al.* [1] modelan mediante EF el clásico puente de fretting y estudian el FIT para distintas inclinaciones y longitudes de grieta, simplificando el efecto del indentador por unas tracciones de distribución sencilla (es decir, no consideran contacto entre superficies ni deslizamientos). En [2] Adibnazari y Hoepfner estudian experimentalmente cómo varía el ángulo de crecimiento y propagación de grieta con la variación de la presión normal de contacto.

Uno de los trabajos más completos es debido a Mutoh *et al.* [7]: realizan ensayos con puente de fretting y estudian la propagación de grieta tanto experimentalmente como mediante EF. En su modelo de EF se considera la presencia de grietas junto a la zona de contacto. Consideran varios incrementos de grieta para simular el camino seguido en la propagación y lo aplican a la estimación de vida a fatiga.

Por otro lado, en los últimos años el método X-FEM se ha mostrado como una herramienta muy eficiente para el modelado numérico de grietas de la MFEL. En este trabajo, esta herramienta es aplicada al estudio de grietas en condiciones de fretting en 2D. Frente al método tradicional de elementos finitos, el método X-FEM [8,9] presenta grandes ventajas en el modelado numérico de la propagación de grieta. La principal es que no necesita la generación de una malla que tenga en cuenta la discontinuidad geométrica ocasionada por la presencia de las caras de grieta. Por consiguiente, una única malla generada inicialmente es utilizada para cualquier longitud y orientación de grieta.

Aprovechando las ventajas del método X-FEM, y asumiendo la existencia de una pequeña grieta inicial junto a la zona de contacto, en este trabajo se estudia la dirección de la eventual propagación de grieta. El objetivo es evaluar el grado de influencia del campo de tensiones de contacto en el camino de propagación. Para ello se analizan diversos casos, con distintas grietas de partida y distintos estados de carga. La utilización del método de X-FEM permite así evaluar de forma eficiente la influencia de dicha zona de contacto en la propagación. Además, permite disponer de los FITs a lo largo del camino de propagación de una forma muy precisa, al combinar métodos energéticos como el EDI o la integral de interacción con las funciones de enriquecimiento propias del método X-FEM. Un estudio análogo utilizando el MEF tradicional sería menos preciso y extraordinariamente costoso, al obligar

a generar una malla diferente para cada longitud y orientación de grieta.

2. FUNDAMENTO DEL MÉTODO X-FEM

En la formulación convencional de elementos finitos, la existencia de una grieta se modela explícitamente mediante la frontera de los elementos. En contraste, en el método X-FEM los lados de los elementos no tienen por qué coincidir con la posición de la grieta, lo que proporciona una gran versatilidad. El método se basa en el enriquecimiento del modelo de elementos finitos con grados de libertad adicionales en los elementos geoméricamente intersecados por la grieta. De esta forma la discontinuidad se incorpora sin modificar la discretización de la malla, que es generada sin considerar la posición de la grieta. Obviamente, en la implementación del X-FEM, es necesario conocer topológicamente la posición de la grieta respecto a la malla. Con este fin, se utiliza la técnica LSM (Level Set Method) para caracterizar los elementos y nodos afectados por la grieta (denominados elementos y nodos enriquecidos). En la figura 1 se muestra una porción de la malla utilizada en este trabajo mostrando con círculos los nodos enriquecidos con 2 gdl adicionales (total 4 gdl) y con cuadrados los nodos enriquecidos con 8 gdl adicionales (total 10 gdl). Elementos enriquecidos son aquellos que contienen al menos un nodo enriquecido.

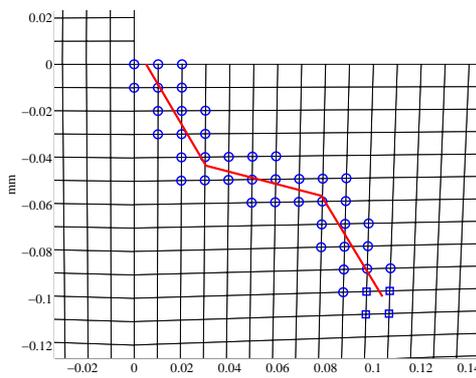


Figura 1. Nodos enriquecidos en X-FEM: con 2 gdl adicionales (círculos) y 8 gdl adicionales (cuadrados).

Los nodos con 2 gdl adicionales (uno para cada dirección del plano) tienen definidas funciones de forma que incluyen la función de Heaviside $H(\mathbf{x})$ (módulo unitario y cambio de signo en la cara de la grieta). Físicamente, esta función introduce la discontinuidad entre caras de grieta. Los nodos con 8 gdl adicionales son enriquecidos en las dos direcciones del plano con 4 funciones $F_j(\mathbf{x})$ que reproducen el comportamiento singular de la MFEL en tensiones. De esta forma, en el caso bidimensional, la interpolación de elementos finitos, considerando un punto de coordenadas \mathbf{x} , resulta [9]:

$$\mathbf{u}_{ef}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{nn_{\text{malla}}} N_i(\mathbf{x}) \left[\mathbf{u}_i + H(\mathbf{x}) \mathbf{a}_i + \sum_{j=1}^4 F_j(\mathbf{x}) \mathbf{b}_i^j \right] \quad (1)$$

donde nn_{malla} es el número total de nodos de la malla, $N_i(\mathbf{x})$, \mathbf{u}_i son las funciones de forma y gdl convencionales de cada nodo i , y \mathbf{a}_i , \mathbf{b}_i^j los gdl libertad

adicionales asociados a las funciones de Heaviside $H(\mathbf{x})$ y de extremo de grieta $F_j(\mathbf{x})$. Es importante indicar que en la ecuación (1) los gdl adicionales \mathbf{a}_i y \mathbf{b}_i^j sólo se añaden para aquellos nodos que son enriquecidos, según la topología grieta-malla. Además, ningún nodo es enriquecido simultáneamente con los gdl \mathbf{a}_i y \mathbf{b}_i^j (son mutuamente excluyentes).

Como sucede en el MEF, es necesario realizar integraciones numéricas en el dominio del elemento para el cálculo de la matriz de rigidez. Sin embargo, el hecho de que exista la discontinuidad debida a la grieta, exige dividir previamente los elementos intersecados por ella en subdominios en los que la grieta sea uno de sus lados.

3. IMPLEMENTACIÓN EN ABAQUS

En este trabajo, se optó por implementar el método X-FEM en el programa ABAQUS. Aunque utilizar un código comercial con este fin supone ciertos condicionantes, presenta la ventaja de aprovechar muchas de las opciones disponibles en un programa de estas características. La figura 2 muestra un esquema del proceso de análisis seguido. Tras la generación de malla, se aplica el método LSM para determinar los nodos y elementos a enriquecer a partir de la geometría que define la grieta (restringida a tramos rectos).

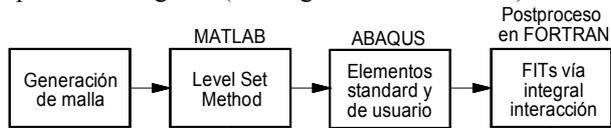


Figura 2. Esquema del proceso de análisis.

En ABAQUS, se ha programado un elemento de usuario que admite múltiples grados de libertad por nodo y que es utilizado en lugar de los elementos standard para los elementos enriquecidos. Este elemento incluye las rutinas de subdivisión e integración necesarias y cálculo de tensiones en los puntos de integración. Los resultados son postprocesados en rutinas externas a ABAQUS, de forma que sea posible incorporar la información asociada a los elementos enriquecidos (en general, ABAQUS no puede procesar información generada por elementos de usuario). Con el fin de que los dos primeros gdl \mathbf{u}_i de un nodo enriquecido i correspondan a la solución física del desplazamiento nodal, se ha implementado el método de acuerdo con la siguiente modificación de la ecuación (1) en la que \mathbf{x}_i representa las coordenadas nodales del nodo i . De esta forma \mathbf{a}_i , \mathbf{b}_i^j no contribuyen al valor del desplazamiento físico en el nodo:

$$\mathbf{u}_{\text{ef}}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{m_{\text{malla}}} N_i(\mathbf{x}) \left[\mathbf{u}_i + (H(\mathbf{x}) - H(\mathbf{x}_i))\mathbf{a}_i + \sum_{j=1}^4 (F_j(\mathbf{x}) - F_j(\mathbf{x}_i))\mathbf{b}_i^j \right] \quad (2)$$

Para la estimación de los FITs se utilizan técnicas energéticas basadas en integrales de dominio (método EDI o integral de dominio equivalente a la integral J)

por su mayor precisión y poca necesidad de intervención del usuario. En concreto, se ha implementado la integral de interacción como integral de dominio, que permite obtener K_I y K_{II} en problemas de modo mixto utilizando campos auxiliares:

$$I^{(1,2)} = \int_{\Omega} \left[\sigma_{ij}^{(1)} \frac{\partial u_i^{(2)}}{\partial x_j} + \sigma_{ij}^{(2)} \frac{\partial u_i^{(1)}}{\partial x_j} - W^{(1,2)} \delta_{1j} \right] \frac{\partial q}{\partial x_j} d\Omega \quad (3)$$

donde los campos $^{(1)}$ son los campos del problema a resolver y $^{(2)}$ son los campos auxiliares convenientemente escogidos. En la ecuación (3), x_1, x_2 son las direcciones locales con respecto al extremo de grieta, δ_{1j} es la delta de Kronecker y q es una función arbitraria y continua que debe valer 0 en el contorno exterior y 1 en el extremo de grieta. Los FITs del problema a resolver se calculan como:

$$K_I = E' I^{(1,\text{aux modo I})} / 2 \quad ; \quad K_{II} = E' I^{(1,\text{aux modo II})} / 2 \quad (4)$$

donde $E' = E$ en tensión plana, $E/(1-\nu^2)$ en deformación plana. La función q tomada es una función anular definida por un radio r_q medido desde el extremo de grieta [8]: $q = 1$ en nodos contenidos por el círculo de radio r_q y $q = 0$ para los demás nodos. Por tanto, y dado que la derivada de la función q aparece en (3), sólo los elementos intersecados por la circunferencia de radio r_q contribuyen al cómputo de $I^{(1,2)}$.

En [10] se dan recomendaciones acerca del radio r_q aconsejable: a) debe ser al menos 1.5 veces el tamaño típico de elemento en la zona h_e y b) el incremento de grieta en la propagación Δa debe ser mayor que r_q . Esta última restricción viene impuesta para garantizar que la integral de dominio se calcula en el último tramo recto de grieta, ya que la integral J asociada no es independiente del camino si la grieta es curva [10]. En definitiva, se debe satisfacer la relación:

$$1.5h_e < r_q < \Delta a \quad (5)$$

Por tanto, Δa debe extenderse a varios elementos como mínimo, condicionando el tamaño máximo de elemento en la zona. Por otro lado, no es aconsejable tomar r_q muy próximo a $1.5h_e$ ya que el cómputo incluiría únicamente elementos cercanos al extremo de grieta, casi todos enriquecidos. Gracias a las funciones de extremo de grieta y al elevado número de puntos de integración utilizados en los elementos enriquecidos, es admisible la relación $1.5h_e < r_q$, que sería impensable si únicamente se utilizaran elementos convencionales. Esta es otra de las ventajas fundamentales del método X-FEM derivada de la gran precisión con que se evalúa el FIT en esta formulación.

En cuanto al criterio de orientación basado en los valores de K_I y K_{II} , se ha escogido el MTS (máxima tensión circunferencial $\sigma_{\theta\theta\text{max}}$):

$$\theta_c = 2 \arctan \frac{1}{4} \left(\frac{K_I}{K_{II}} \pm \sqrt{\left(\frac{K_I}{K_{II}} \right)^2 + 8} \right) \quad (6)$$

donde θ_c es el ángulo que tomará la grieta en cada etapa de propagación medido en ejes locales de extremo de grieta.

4. MODELO NUMÉRICO

El problema estudiado aquí es el de una probeta de sección rectangular sometida a tracción variable y que es comprimida en el centro de su longitud con dos indentadores de ángulo 90° (figura 3).

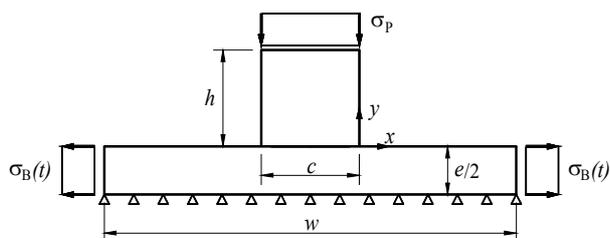


Figura 3. Modelo analizado.

Las dimensiones del modelo son $h = c = e = 10$ mm, $w = 40$ mm. El material es aluminio 7075-T6, con $E = 72$ GPa y $\nu = 0.3$. Se ha supuesto un estado de tensión plana (los valores del FIT son en principio independientes de este estado). El coeficiente de fricción tomado es $f = 0.8$ (ver [7]). La carga normal aplicada es constante y de valor $\sigma_p = 60$ MPa y la carga en la probeta es cíclica, con $R = -1$ y amplitud máxima $\sigma_{B,max}$. Se han analizado 5 valores diferentes de $\sigma_{B,max}$ (20, 40, 60, 120 y 180 MPa). Conviene señalar que, bajo carga cíclica reversa, es decir $R = -1$, la grieta sólo se abre aproximadamente durante el semiciclo de tracción, y por tanto, la parte del semiciclo a compresión tiene poca influencia en el crecimiento de grieta [4]. En esta situación $\Delta K = K_{max}$.

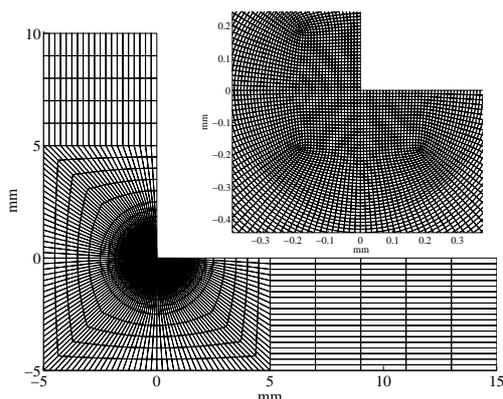


Figura 4. Malla utilizada y detalle en un entorno de 300 μm con respecto al vértice de contacto.

En cuanto a la malla de EF está formada por elementos cuadriláteros lineales (ver figura 4). Nótese el origen de coordenadas en el extremo de la zona de contacto. El tamaño mínimo de elemento en esta zona es $h_e = 10$ μm (ver figura 1). Surge la cuestión de qué tamaño de grieta inicial a_0 debe ser considerado. Se ha tomado $a_0 = 50$ μm , que es del orden del tamaño de varios granos de este material, condición necesaria para considerar

aplicable la MFEL. Este tamaño se ha estimado también utilizando la ecuación de El Haddad [11]:

$$a_0 = \frac{1}{\pi} \left(\frac{\Delta K_{th}}{\Delta \sigma_{N=10^6}} \right)^2 \quad (7)$$

Tomando los siguientes valores dados en [12] para la aleación Al T7075-T6, límite de fatiga del material $\Delta \sigma_{N=10^6} = 214$ MPa y valor umbral $\Delta K_{th} = 2.2$ MPa $\text{m}^{1/2}$ (ambos para $R = -1$) se obtiene que $a_0 = 33.6$ μm , por lo que el valor de $a_0 = 50$ μm se considera aceptable.

El modelo de fricción asumido para la zona de contacto es de tipo Coulomb, y se utiliza la formulación en ABAQUS basada en multiplicadores de Lagrange, que permite modelar exactamente los estados de adhesión cuando aparecen entre zonas en contacto, aspecto importante en el modelado de problemas de fretting.

5. ANÁLISIS DE RESULTADOS

La figura 5 muestra un detalle de la deformada (50x) tras aplicar el método X-FEM con ABAQUS para un instante de amplitud máxima $\sigma_{B,max} = 60$ MPa. Se observa la apertura de la grieta generada por la discontinuidad matemática introducida con el método X-FEM en el seno de los elementos enriquecidos. Se observa también el elevado gradiente de tensiones en el entorno del extremo de grieta. Las pequeñas marcas blancas señalan cada uno de los elementos enriquecidos.

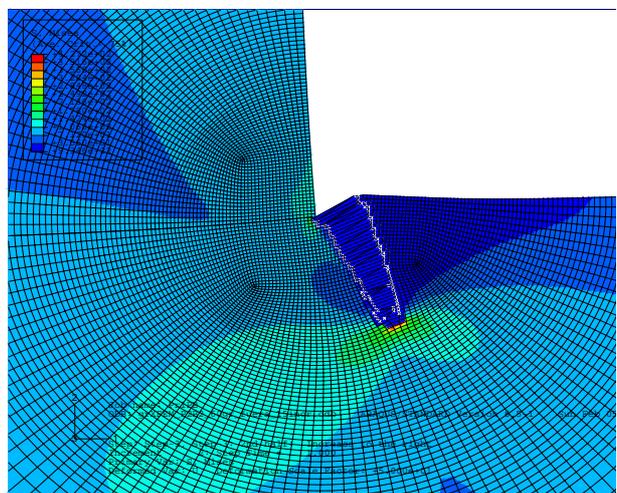


Figura 5. Detalle del campo de von Mises para el instante en que $\sigma_B(t) = \sigma_{B,max} = 60$ MPa, tras 15 incrementos de 25 μm . Deformada con factor de escala 50x.

La figura 6 muestra el camino seguido por la grieta en la propagación para cada uno de los casos de $\sigma_{B,max}$ considerados. Se han tomado 20 incrementos de valor $\Delta a = a_0 = 50$ μm , con un radio $r_q = 40$ μm que satisface la relación (5). Al igual que la longitud a_0 , la inclinación $\theta_{c,0}$ de la grieta inicial nucleada debe ser definida. En principio, puede basarse en datos experimentales recogidos en la bibliografía [2,7]. Para todos los casos de la figura 6 se ha supuesto $\theta_{c,0} = 60^\circ$ con respecto a la superficie libre de la probeta. A medida que se toman

$\sigma_{B,max}$ mayores, la influencia del contacto debido a σ_p es menos apreciable y la grieta tiende a crecer perpendicularmente a la superficie de la probeta.

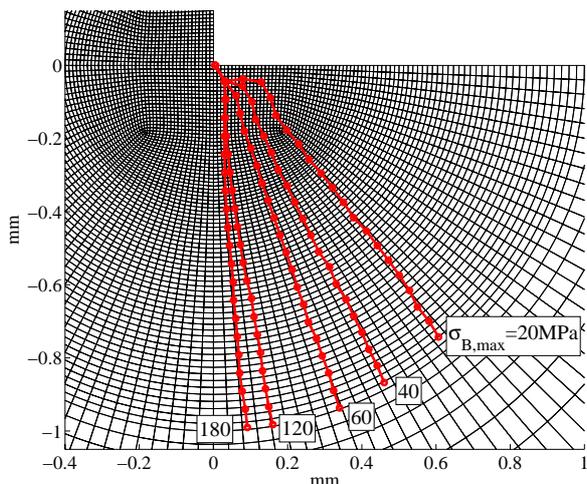


Figura 6. Crecimiento para distintos valores de tensión en la probeta a partir de un ángulo inicial $\theta_{c,0} = 60^\circ$.

Para los casos con poca carga en la probeta ($\sigma_{B,max}$ bajo) el brusco cambio de dirección indica con toda probabilidad que la verdadera grieta inicial tiene otra inclinación menor que 60° . Aún así se observa en la figura 7 que la inclinación inicial no tiene excesivo efecto tras unos pocos incrementos de crecimiento, ya que la propagación de la grieta tiende a seguir un camino natural basado en la máxima liberación de energía. Por otro lado, con $\sigma_{B,max}$ bajo, los valores de los FIT obtenidos en los primeros incrementos de propagación son muy pequeños y en algunos casos por debajo del umbral de crecimiento de modelos de crecimiento de grieta larga, como la ley de Paris. Este aspecto no ha sido considerado en el estudio, pues se ha supuesto que la grieta crece en cualquier caso.

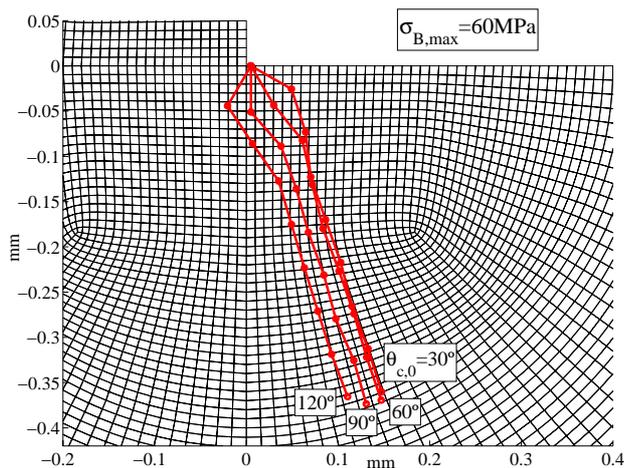


Figura 7. Efecto del ángulo de inicio $\theta_{c,0}$ para la carga $\sigma_{B,max} = 60 \text{ MPa}$.

La figura 8 prueba que una menor discretización del incremento de grieta (20 incrementos $\Delta a = 25 \mu\text{m}$) produce prácticamente los mismos resultados mostrados en la figura 6. Esta concordancia demuestra la robustez del método X-FEM: para $\Delta a = 25 \mu\text{m}$ se ha tomado $r_q = 24 \mu\text{m}$, lo que implica que muy pocos elementos

contribuyen en el cómputo de las integrales de dominio, obteniendo buenas estimaciones.

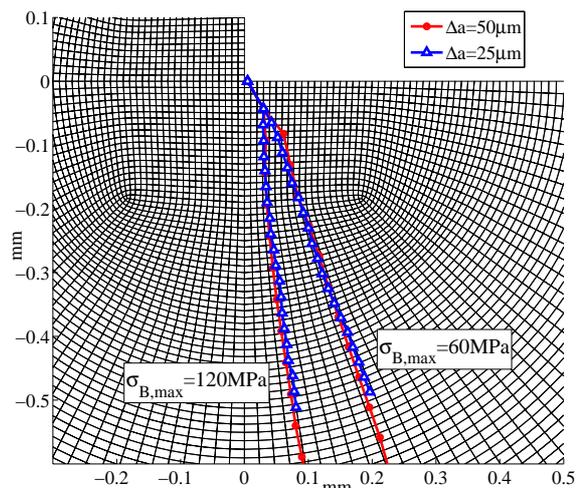


Figura 8. Comparación para dos valores de Δa (50 y $25 \mu\text{m}$) a partir de la misma grieta inicial.

En la figura 9 se ha continuado el crecimiento de grieta hasta la frontera de la probeta. Como es de esperar, la dirección seguida en los tramos finales es normal a la carga aplicada σ_B . Es importante señalar que ha sido necesario ajustar el tamaño de Δa y r_q al tamaño creciente de la malla para satisfacer la relación (5). Se han tomado 20 incrementos con $\Delta a = 50 \mu\text{m}$, 5 incrementos con $\Delta a = 200 \mu\text{m}$ y los restantes con $\Delta a = 1 \text{ mm}$. En las propagaciones no se ha tenido en cuenta si se alcanza el valor K_{Ic} , que implicaría la rotura de la probeta.

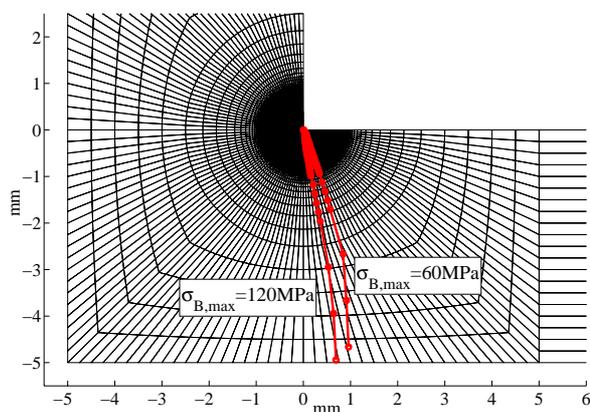


Figura 9. Propagación de grieta hasta la frontera de la probeta aumentando el valor Δa .

El valor numérico de K_I y K_{II} así como el ángulo de propagación calculado vía (6) se representa en la figura 10. Se observa que el camino de propagación es tal que tiende a anular K_{II} y que el signo de K_{II} es opuesto al del ángulo de orientación, según el convenio utilizado habitualmente en la literatura. Los valores de K_I aumentan con la longitud de grieta y pueden ser identificados con ΔK_I .

Esta metodología puede ser de gran utilidad en el cálculo de la vida de propagación de fretting-fatiga por varios motivos: robustez, precisión, la facilidad con se modela geoméricamente la grieta y el hecho de incluir

el efecto del contacto con fricción. El cálculo de la vida en propagación de fretting es tratado en la literatura [4,7,13] aunque con simplificaciones geométricas en la forma de grieta y en el efecto de las tensiones de contacto.

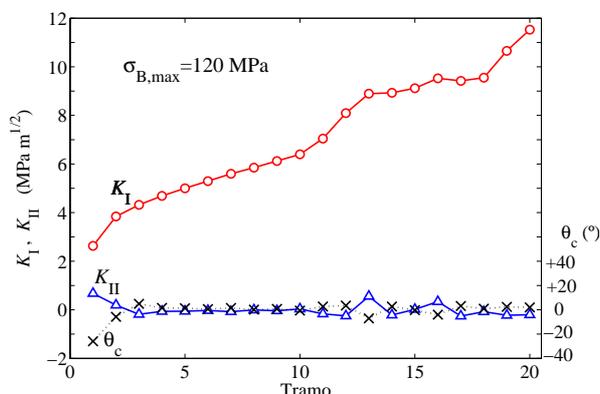


Figura 10. Valores de los FIT y ángulo de orientación para el caso $\sigma_{B,max} = 120$ MPa de la figura 6.

6. CONCLUSIONES

La combinación de las potentes ventajas del método X-FEM y las opciones de ABAQUS para simular problemas de contacto ha permitido definir y aplicar una metodología de análisis para la fase de propagación de grieta en problemas de fretting-fatiga. Para ello se ha implementado el método X-FEM en el programa comercial ABAQUS. Las ventajas que supone la utilización de X-FEM en fretting-fatiga con respecto a los modelos utilizados hasta ahora en la literatura son múltiples. La ventaja fundamental es la gran facilidad para analizar cualquier posición de grieta con respecto a una única malla base. Además, proporciona una elevada precisión en la estimación del FIT, utilizando métodos energéticos basados en integrales de dominio. La precisión obtenida es mucho mayor que con el método de EF convencional debido a la utilización de funciones de enriquecimiento de extremo de grieta. Una ventaja adicional es que el método permite activar la presencia o no de la grieta en determinados momentos del ciclo a través de la restricción de los gdl enriquecidos.

En el trabajo se ha estudiado la influencia de distintas cargas aplicadas a la probeta, así como el efecto del ángulo de la grieta inicial $\theta_{c,0}$ y del incremento de grieta Δa tomado. La metodología propuesta, por su robustez, precisión, generalidad en cuanto a geometría de grieta e inclusión de los efectos de contacto con fricción, puede ser de gran utilidad en el cálculo de la vida de fretting-fatiga en la fase de propagación.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer al Ministerio de Ciencia y Tecnología por el apoyo recibido a través del proyecto DPI2004-07782-C02-02, al Vicerrectorado de Innovación y Desarrollo (Universidad Politécnica de Valencia) y a la Conselleria d'Empresa, Universitat i Ciència de la Generalitat Valenciana por la financiación recibida.

REFERENCIAS

- [1] Sheikh, M.A., Fernando, U.S., Brown, M.W., Miller, K.J.M., *Elastic stress intensity factors for fretting cracks using the finite element method*, Fretting Fatigue, ESIS 18, Ed. R.B. Waterhouse, T.C. Lindley, London (1994), pp. 83-101.
- [2] Adibnazari, S., Hoepfner, D.W., *The role of normal pressure in modelling fretting fatigue*, Fretting Fatigue, ESIS 18, Ed. R.B. Waterhouse, T.C. Lindley, London (1994), pp. 125-133.
- [3] Hattori, T., Nakamura, M., Watanabe, T., *Simulation of fretting-fatigue life by using stress-singularity parameters and fracture mechanics*, *Tribology Int.*, 36, 87-97, 2003.
- [4] Faanes, S., Fernando, U.S., *Life prediction in fretting fatigue using fracture mechanics*, Fretting Fatigue, ESIS 18, Ed. R.B. Waterhouse, T.C. Lindley, London (1994), pp. 149-159.
- [5] Dai, D.N., Hills, D.A., Nowell, D., *Stress intensity factors for three-dimensional fretting fatigue cracks*, Fretting Fatigue, ESIS 18, Ed. R.B. Waterhouse, T.C. Lindley, London (1994), pp. 59-71.
- [6] Faanes, S., Härkegård, G., *Simplified stress intensity factors in fretting fatigue*, Fretting Fatigue, ESIS 18, Ed. R.B. Waterhouse, T.C. Lindley, London (1994), pp. 73-81.
- [7] Mutoh, Y., Xu, J.Q., Kondoh, K. *Observations and analysis of fretting fatigue crack initiation and propagation*, Fretting Fatigue: Advances in Basic Understanding and Applications, STP 1425, ASTM (2003), pp. 61-75.
- [8] Moës, N., Dolbow, J., Belytschko, T., *A finite element method for crack growth without remeshing*, *Int J Numer Methods Engng*, 46(1), 131-150, 1999.
- [9] Sukumar, N., Prevost, J.H., *Modeling quasi-static crack growth with the extended finite element method Part I: Computer implementation*, *Int J Solids Struct* 40(26), 7513-7537, 2003.
- [10] Huang, R., Sukumar, N., Prevost, J.H., *Modeling quasi-static crack growth with the extended finite element method Part II: Numerical applications*, *Int J Solids Struct* 40(26), 7539-7552, 2003.
- [11] El Haddad, M.H., Topper, T.H., Smith, K.N., *Prediction of non propagating cracks*, *Eng Fracture Mech*, 11(3), 573-584, 1979.
- [12] Wittkowsky, B.U., Birch, P.R., Domínguez, J., Suresh, S., *An experimental investigation of fretting fatigue with spherical contact in 7075-T6 aluminum alloy*. Fretting Fatigue: Current Technology and Practices, STP 1367, ASTM (2000), pp. 213-227.
- [13] Navarro, C., García, M., Domínguez, J., *A procedure for estimating the total life in fretting fatigue*, *Fatigue Fract Engng Mater Struct*, 26(5), 459-468, 2003.

APLICACIÓN A MATERIALES ELASTOPLÁSTICOS DE LOS CRITERIOS DE ROTURA EN ENTALLAS EN U

F. J. Gómez y M. Elices

Departamento de Ciencia de Materiales
E.T.S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos
Universidad Politécnica de Madrid
C/ Profesor Aranguren s/n
28040 Madrid, España.
jgomez@mater.upm.es

RESUMEN

El objetivo de la presente comunicación es extender la validez de los criterios de rotura en entallas en U a los materiales elastoplásticos. Recientemente, los autores han propuesto un procedimiento sencillo para calcular la carga de rotura de geometrías entalladas de materiales con rotura en régimen elástico lineal. El método depende de dos constantes: la tenacidad y la resistencia cohesiva, que en el caso ideal de rotura elástica y lineal es igual a la tensión de rotura en tracción. En este trabajo el criterio se generaliza a materiales elastoplásticos, introduciendo una relación empírica entre el límite elástico del material y la resistencia cohesiva. Las predicciones teóricas han sido verificadas satisfactoriamente con resultados experimentales propios en PMMA, y con valores de rotura de probetas entalladas encontradas en la bibliografía: policarbonato, resina epoxi, aluminio a 25°C, 150°C, 250°C y 350°C, acero a -196°C y en materiales compuestos de matriz metálica.

ABSTRACT

The purpose of this paper is to extend the failure criteria for elastic U-notched specimen to elastic ones. Recently, the authors have proposed a simple procedure to obtain the critical load of U-notched solids. This method is applicable to materials with linear elastic failure, and depends on two material constants: the toughness and the cohesive stress, which is equal to tensile stress in a linear elastic material. Introducing an empirical relation between the yield stress and the cohesive stress the criterion could be extended to elastoplastic materials. Theoretical predictions have been verified satisfactorily with experimental results in PMMA, polycarbonate, epoxi, aluminum to 25°C, 150°C, 250°C and 350°C, steel to -196°C and MMC.

ÁREAS TEMÁTICAS PROPUESTAS: Métodos analíticos y numéricos.

PALABRAS CLAVE: Entallas en U, criterios de rotura, modelo cohesivo.

1. INTRODUCCIÓN

Los elementos estructurales que contienen concentradores de tensión como taladros o entallas son elementos débiles que pueden sufrir roturas catastróficas. Para garantizar su integridad, se necesitan criterios que evalúen la carga máxima que resiste un sólido entallado.

En los sólidos fisurados, la carga de rotura se calcula a partir de la singularidad tensional existente, estableciendo que la fisura se propaga cuando el factor de intensidad de tensiones, o la integral J, es igual a la tenacidad de fractura del material. En las geometrías lisas o entalladas con radios relativamente grandes, se aplica un criterio ingenieril según el cual la fractura comienza cuando la tensión en la raíz de la entalla alcanza la resistencia a tracción. En las situaciones intermedias, cuando el radio de curvatura del fondo de la entalla no es pequeño y tampoco es suficientemente grande, son necesarios criterios alternativos.

Los autores han propuesto un procedimiento sencillo para calcular la carga máxima que resiste una geometría entallada, aplicable a materiales con rotura en régimen elástico lineal [1]. El criterio depende exclusivamente de dos parámetros: la tenacidad y la resistencia cohesiva; y ha sido validado experimentalmente frente a gran número de materiales [2]. El principal inconveniente es su limitada aplicación, que se reduce a materiales frágiles en los que la rotura se produce en régimen elástico y lineal.

Con objeto de salvar esta limitación, en este trabajo se propone una regla empírica, que amplía el campo de aplicación del criterio a los materiales elastoplásticos.

A continuación se analiza el criterio de rotura para materiales frágiles, y su posible extensión a materiales elastoplásticos. Se expone la regla propuesta y las predicciones teóricas, que concuerdan con los resultados experimentales propios y de otros autores.

2. CRITERIO DE ROTURA EN MATERIALES ELASTICO LINEALES

La carga máxima que soporta un sólido fisurado solicitado en modo I de un material elástico lineal hasta rotura, se obtiene a partir del criterio clásico de Irwin [3, 4], según el cual la rotura se produce cuando el factor de intensidad de tensiones K_I , que depende de la geometría y de la sollicitación, es igual a un valor crítico, denominado tenacidad de fractura, K_{IC} , función del material.

$$K_I = K_{IC}(\text{material}) \quad (1)$$

Este criterio se generaliza a entallas en forma de V, gracias a la singularidad tensional que existe en el vértice de la entalla. La rotura de un sólido entallado en V se produce cuando el factor de intensidad de tensiones generalizado, K_I^V , función de la geometría y de la sollicitación alcanza un valor crítico, K_{IC}^V , tenacidad generalizada, que depende del material y del ángulo de entalla, β [5, 6].

$$K_I^V = K_{IC}^V(\text{material}, \beta) \quad (2)$$

En las entallas en forma de U no existe una singularidad tensional en la raíz, sin embargo el campo tensional se aproxima a la expresión de Creager y Paris que depende de un único factor [7, 8]. De nuevo se puede establecer un criterio similar al criterio de Irwin, donde ahora, la tenacidad generalizada es función del radio de entalla.

$$K_I^R = K_{IC}^R(\text{material}, R) \quad (3)$$

Gómez y Elices han comprobado la validez de los criterios anteriores en materiales elásticos y lineales hasta rotura [2, 9]. Además han propuesto un criterio de rotura aplicable a entallas en forma de V redondeadas al combinar (2) y (3) [1, 2].

$$K_I^{V,R} = K_{IC}^{V,R}(\text{material}, \beta, R) \quad (4)$$

donde $K_I^{V,R}$, es el factor, de intensidad de tensiones generalizado en una entalla en V redondeada y $K_{IC}^{V,R}$ es la tenacidad generalizada.

La aplicación de estos criterios requiere conocer la función tenacidad generalizada del material dependiente del ángulo y del radio de entalla. Para salvar este inconveniente Gómez y Elices [1] han propuesto un criterio de rotura basado en la adimensionalización de la expresión (4) a partir de la tenacidad de fractura, K_{IC} , y de la longitud característica del material, l_{ch} , definida como

$$l_{ch} = \left(\frac{K_{IC}}{f_t} \right)^2 \quad (5)$$

donde f_t es la resistencia cohesiva del material. La expresión adimensional de la expresión (4) es

$$\frac{K_{IC}^{V,R}}{K_{IC} l_{ch}^{0.5-\lambda}} = K^* \left(\text{material}, \beta, \frac{R}{l_{ch}} \right) \quad (6)$$

donde K^* es una función adimensional del material, del ángulo de entalla y del radio adimensional y λ es función exclusivamente del ángulo de entalla. Para materiales que exhiben un comportamiento elástico y lineal, según Gómez y Elices, la función K^* , no depende del material, solo de las dimensiones locales de la entalla.

$$\frac{K_{IC}^{V,R}}{K_{IC} l_{ch}^{0.5-\lambda}} \approx K^* \left(\beta, \frac{R}{l_{ch}} \right) \quad (7)$$

En el caso particular de entallas en U la adimensionalización se simplifica puesto que desaparece la dependencia con el ángulo de entalla y la función λ toma el valor 0.5.

$$\frac{K_{IC}^{V,R}}{K_{IC}} \approx K^* \left(\frac{R}{l_{ch}} \right) \quad (8)$$

Esta expresión se ha comprobado en entallas en U de alumina sometida a distintas temperaturas y velocidades de ensayo [10-14], nitruro de silicio [15, 16], sílice monocristalina [17] y policristalina [18], circonita parcialmente estabilizada con magnesia [19], circonita parcialmente estabilizada con itria [10], circonita tetragonal totalmente estabilizada con itria [19], y PMMA a -60°C [9]. Los resultados correspondientes a estos materiales aparecen en la figura 1.

La expresión (8) se puede justificar teóricamente a partir de la teoría de la fisura cohesiva [1], o a partir de criterios locales de rotura, como el criterio de máxima tensión circunferencial, tensión media, el criterio de Sih, el criterio de densidad de energía media, criterio local de Mecánica de Fractura Finita, o el criterio de Leguillon [20]. La función K^* , tenacidad generalizada adimensional, depende del criterio de rotura que se adopte pero esta dependencia es pequeña y está dentro del error experimental [20].

Gómez, Elices y Guinea han observado que todos los criterios de rotura anteriores se pueden formular siguiendo una misma estructura [20].

$$\frac{K_{IC}^{V,R}}{K_{IC}} = \sqrt{1 + \frac{\pi R}{4 l_{ch}} + h \left(\frac{R}{l_{ch}} \right)} \quad (9)$$

El criterio de rotura más sencillo de los analizados anteriormente corresponde al criterio de tensión media, y se obtiene cuando la función h es idénticamente nula. En la figura 1 se ha representado dicho criterio de rotura junto a los valores correspondientes a la teoría de la fisura cohesiva.

$$\frac{K_{IC}^{V,R}}{K_{IC}} = \sqrt{1 + \frac{\pi R}{4 l_{ch}}} \quad (10)$$

La expresión (10) permite obtener valores aproximados de la tenacidad generalizada, y es aplicable a materiales con comportamiento elástico lineal hasta rotura, geometrías sometidas a sollicitación simétrica, modo I, y cuyas dimensiones, excepto el radio de curvatura de la entalla, sean muy superiores a la longitud característica [20].

3. EXTENSIÓN DEL CRITERIO A MATERIALES ELASTOPLÁSTICOS

La aplicación directa del criterio de rotura anterior a materiales elastoplásticos no es posible debido a que no se conoce la resistencia cohesiva del material ni la longitud característica del mismo. En este trabajo se propone una regla para estimar dicha tensión a partir del límite elástico, σ_y , según la cual la resistencia cohesiva es aproximadamente 3 veces el límite elástico.

$$f_t \approx 3\sigma_y \quad (11)$$

Para verificar la validez de esta relación se han recopilado resultados de ensayos de rotura de probetas entalladas propios y de otros autores de diferentes materiales: PMMA, policarbonato, resina epoxi, aluminio, aluminio reforzado con carburo de silicio y acero de vasijas.

Tabla 1. Límite elástico, tenacidad de fractura y longitud característica de los materiales analizados.

Material	σ_y (MPa)	K_{IC} (MPam ^{0.5})	l_{ch} (μ m)
PMMA (Gómez)	40	1.04	87
PC (Nisitani)	58	2.2	160
Epoxi 1 (Kinloch)	80	0.72	9
Epoxi 2 (Kinloch)	112	0.69	4
Epoxi 3 (Kinloch)	86	0.70	7
Aluminio 25°C (Srinivas)	320	13.0	180
Aluminio 150°C (Srinivas)	265	10.5	170
Aluminio 250°C (Srinivas)	210	9.0	200
Aluminio 350°C (Srinivas)	161	7.9	270
Acero -196°C (Lee)	918	46.7	290
MMC (Manoharan)	408	17.0	190

Gómez y Elices han analizado la rotura de PMMA producida por entallas a temperatura ambiente, realizando un amplio programa experimental de ensayos de rotura de probetas entalladas con diferentes radios, profundidades de entalla, tamaños y tipos de sollicitación [21, 22]. Los factores de intensidad de tensiones generalizados adimensionales se han representado en la figura 1. La adimensionalización de estos factores se ha realizado con los valores de la tenacidad de fractura y el límite elástico que aparecen en la tabla 1.

Nisitani y Hyakutake estudiaron la fractura de geometrías entalladas simétricas de policarbonato con varios radios, profundidades de entalla y espesores [23]. El límite elástico del material se ha determinado de la curva tensión deformación que aparece en el trabajo de Nisitani [23]. La tenacidad de fractura, que no aparece en el artículo anterior, se ha tomado del libro de Kinloch [24]. Los factores de intensidad de tensiones generalizados adimensionales representados en la figura 1 se han calculado con la expresión (12), donde σ_{max} es la tensión en la raíz de la entalla [24].

$$K_{IC}^{V,R} = \frac{\sigma_{max}}{2} \sqrt{\pi R} \quad (12)$$

Kinloch et al han estudiado el comportamiento de diferentes resinas frente a defectos geométricos tipo entalla [24]. Los resultados de sus investigaciones se recogen en el libro de Kinloch [24] donde aparecen varias curvas del factor de intensidad de tensiones generalizado frente al radio de entalla en tres tipos de resina epoxi: DGEBA (diglicidiléteres del tipo bisfenol A) curada con 5 por ciento de piperidina (epoxi 1), DGEBA curada con 9.8 por ciento de trietilentetramina (TETA) (epoxi 2), DGEBA curada con 14.7 por ciento de TETA (epoxi 3). La adimensionalización de estos resultados se muestra en la figura 1.

Srinivas y Kamat han llevado a cabo un amplio programa experimental para analizar la influencia del radio de entalla y la temperatura en la tenacidad de fractura de una aleación de aluminio reforzada con carburo de aluminio y alumina [25]. El programa experimental consistió en la rotura de probetas compactas en forma de disco con radios de entalla de 0.08, 0.16, 0.35 y 0.5 mm, a distintas temperaturas: 25, 150, 250 y 350°C. La composición química, la tenacidad de fractura y el límite elástico del material a distintas temperaturas, se pueden encontrar en el trabajo de Srinivas y Kumat [25]. El factor de intensidad de tensiones generalizado de las geometrías analizadas se ha calculado a partir del factor de concentración de la entalla K_t , que relaciona la carga aplicada con la tensión en la raíz de la entalla, la profundidad de la misma a , el factor de forma de una probeta compacta en forma de disco ϕ [4], el tamaño W y el espesor B , y el factor aparente K_{ap} [25].

$$K_c^{V,R} = \frac{K_t}{2} \sqrt{\pi WR} \frac{B}{\varphi\left(\frac{a}{W}\right)} K_{ap} \quad (13)$$

Todas las geometrías estudiadas por Srinivas, se han modelizado con el método de los elementos finitos para calcular el factor de concentración K_t . Los valores obtenidos aparecen en la tabla 2

Manoharan y Lewandoski estudiaron el efecto del radio de curvatura en la rotura de un material

compuesto de matriz metálica. Una aleación de aluminio obtenida por metalurgia de polvos con refuerzo de partículas de carburo de silicio de 13 μm de tamaño medio. La composición y las propiedades mecánicas del material, el límite elástico y la tenacidad aparecen en [26]. Ensayaron geometrías prismáticas 12.7x12.7x75 mm sometidas a flexión en tres puntos con radios de entalla de 0.06, 0.26 y 1 mm. Los factores de intensidad de tensiones generalizados se han obtenido a partir de la expresión (13).

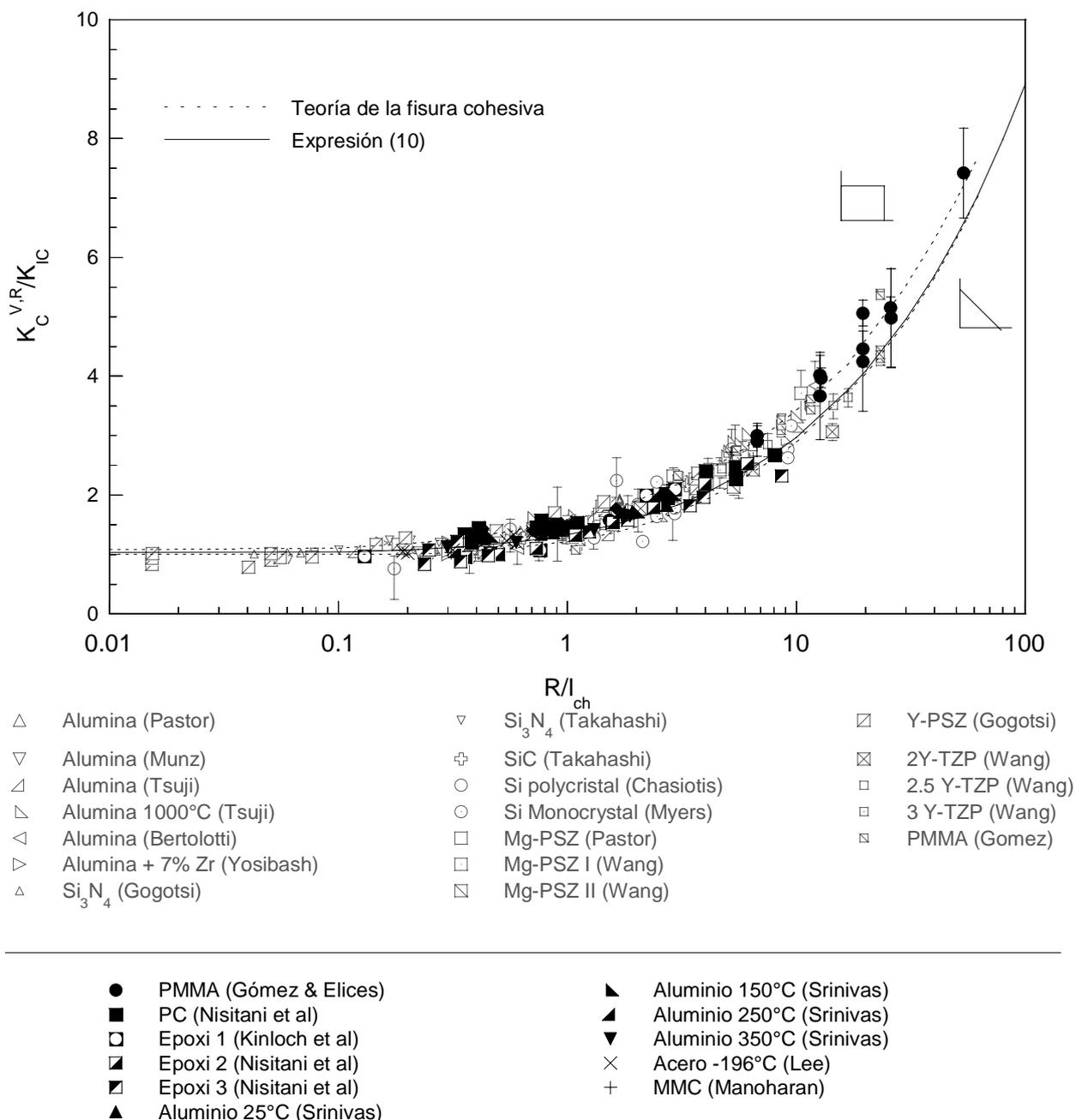


Figura. 1. Valores experimentales de la tenacidad generalizada adimensional en función del radio de entalla, junto a las predicciones del criterio de tensión media, y la teoría de la fisura cohesiva en materiales elásticos y elastoplásticos.

Tabla 2. Factores de concentración de tensiones de las probetas compactas en forma de disco. $a/W=0.5$.

R (mm)	K_t
0.08	10.1
0.16	7.17
0.35	4.86
0.50	4.12

Lee, Jang y Kwon han analizado la rotura de geometrías entalladas de acero de vasijas A 508 [27] sometidas a temperatura de nitrógeno líquido (-196°C). Ensayaron probetas prismáticas de dimensiones $10 \times 10 \times 55$ mm, con entallas donde la relación profundidad canto a/W fue de 0.5, y radios entre 0.06 y 0.28 mm. Los factores de intensidad de tensiones generalizados correspondientes se pueden calcular a partir de la expresión (13). Las propiedades mecánicas del acero a la temperatura de ensayo aparecen en la tabla 1.

La gráfica 1 muestra los factores de intensidad de tensiones adimensionales frente al radio adimensional de la entalla, para todos los materiales estudiados, junto a las predicciones de la teoría de la fisura cohesiva y la aproximación simplificada propuesta. Se observa como todos los resultados se concentran en una banda de rotura que coincide con las predicciones teóricas.

4. CONCLUSIONES

Este trabajo aporta un procedimiento sencillo para estimar la carga de rotura de componentes entallados en forma de U, donde no es directamente aplicable la Mecánica de Fractura.

Se ha generalizado un criterio de rotura aplicable a entallas en U de materiales con rotura en régimen elástico y lineal a medios elastoplásticos, introduciendo una relación sencilla entre el límite elástico y la resistencia cohesiva del material. Los resultados obtenidos son válidos en modo I y en probetas cuyas dimensiones, excepto el radio de curvatura de la entalla son muy superiores a la longitud característica del material.

La aplicación del criterio de rotura requiere conocer exclusivamente dos propiedades mecánicas convencionales, el límite elástico y la tenacidad de rotura del material.

La aproximación utilizada está justificada por la evidencia experimental obtenida con materiales diferentes, polímeros (PMMA y policarbonato), cerámicos, metales (acero y aluminio) y materiales compuestos.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen al Ministerio de Educación y Ciencia la financiación recibida a través del proyecto ENE2005-06478.

REFERENCIAS

- [1] Gómez, F.J., and Elices, M., "A fracture criterion for blunted V-notched samples", *International Journal of Fracture*, 127, pag 239-264, 2004.
- [2] Gómez, F.J., and Elices, M., "Fracture loads for ceramic samples with rounded notches", *Engineering Fracture Mechanics*, 73, pag 880-894, 2006
- [3] Irwin, G.R., "Analysis of Stresses and Strain Near the End of a Crack Traversing Plate", *Journal of Applied Mechanics*, pag 361-364, 1957.
- [4] Elices M., "Mecánica de la Fractura aplicada a sólidos elásticos bidimensionales", Departamento de Ciencia de Materiales. E.T.S.I. Caminos, Canales y Puertos. U.P.M. 1996.
- [5] Gradin, P.A., "A fracture criterion for edge-bonded bi-material bodies", *Journal Composites Material*, 16, pag 448-456, 1982.
- [6] Carpinteri, A., "Stress singularity and generalized fracture toughness at the vertex of re-entrant corners", *Engineering Fracture Mechanics*, 26, pag 143-155, 1987.
- [7] Creager, M., and Paris, P. C., "Elastic field equations for blunt cracks with reference to stress corrosion cracking", *International Journal of Fracture Mechanics*, 3, pag 247-252, 1967.
- [8] Lazzarin, P., and Tovo, R., "A unified approach to the evaluation of linear elastic stress fields in the neighborhood of cracks and notches", *International Journal of Fracture*, 78, pag 3-19, 1996.
- [9] Gómez, F.J., Elices, M., and Planas, M., "The cohesive crack concept: Applications to PMMA at -60°C ", *Engineering Fracture Mechanics*, 72, pag 1268-1285, 2005.
- [10] Pastor, J. Y., *Fractura de materiales cerámicos avanzados*, Tesis doctoral, U.C.M., 1993.
- [11] Munz, D., Bubsey, R.T. and Shannon, J.L., "Fracture Toughness Determination of Al_2O_3 using four point bend specimens with straight-through and chevron notches", *Journal of American Ceramic Society*, 63, pag 300-305, 1980.

- [12] Tsuji, K., Iwase, K. and Ando, K., "An investigation into the location of crack initiation sites in alumina, polycarbonate and mild steel", *Fatigue, Fracture, Engineering Materials and Structures*, 22, pag 509-517, 1999.
- [13] Bertolotti, R. L., "Fracture Toughness of Polycrystalline Al₂O₃", *Journal of the American Ceramic Society*, 56, pag 107, 1973.
- [14] Yosibash, Z., Bussiba, A. and Gilad, I., "Fracture criteria for brittle elastic materials", *International Journal of Fracture*, 125, pag 307-333, 2004.
- [15] Gogotsi, G. A., "Fracture toughness of ceramics and ceramic composites", *Ceramics International*, 7, pag 777-784, 2003.
- [16] Ando, K., Iwasa, M., Kim, A., Chu, A. C. and Sato, S., "Effects of crack length, notch root radius and grain size on fracture toughness of fine ceramics", *Fatigue, Fracture, Engineering Materials and Structures*, 16, pag 995-1006, 1993.
- [17] Myers, R. J. and Hillberry, B.M., "Effect of notch radius in the fracture behaviour of monocrystalline silicon", *ICF4 Proceedings, Waterloo, Canada*, 3, pag 1001-1005, 1977.
- [18] Chasiotis, I. and Knauss, W.G., "The mechanical strength of polysilicon films: Part 2. Size effects associated with elliptical and circular perforations", *Journal of Mechanics and Physics of Solids*, 51, pag 1551-1572, 2003.
- [19] Wang, J., Rainforth, W.M., Wadsworth, I. and Stevens, R., "The effects of notch width on the SENB toughness for oxide ceramics", *Journal of European Ceramic Society*, 10, pag 21-31, 1992.
- [20] Gómez, F.J., Guinea, G.V., and Elices, M., "Failure criteria for linear elastic materials with U-notches", *International Journal of Fracture*, (in press) 2006.
- [21] Gómez F.J., "Un criterio de rotura en sólidos entallados", *Tesis Doctoral, Departamento de Ciencia de Materiales, UPM* (1998).
- [22] Gómez F.J., Elices M. y Valiente A. "Cracking in PMMA containing U-shaped notches", *Fatigue Fracture Engineering Material and Structures*. 23, 795-803 (2000).
- [23] Nisitani, H. and Hyakutake H. "Condition for determining the static yield and fracture of a polycarbonate plate specimen with notches", *Engineering Fracture Mechanics*, 22, pag. 359-368, 1985.
- [24] Kinloch, A.J., and Young, R.J., *Fracture Behaviour of Polymers*, Elsevier Applied Science Publishers, 1983.
- [25] Srinivas, M., and Kamat, S.V., "Influence of temperature and notch root radius on the fracture toughness of a dispersion-strengthened aluminium alloy", *Fatigue Fracture Engineering Material and Structures*, 23, pag 181-183, 1999.
- [26] Manoharan, M., and Lewandowski, J.J., "Effect of microstructure and notch root radius on fracture toughness of an aluminium metal matrix composite", *International Journal of Fracture*, 40, pag R31-R34, 1989.
- [27] Lee, B.W., Jang, J., and Kwon, D., "Evaluation of fracture toughness using small notched specimens", *Materials Science and Engineering*, A334, pag 207-214, 2002.

DEFORMACIÓN ELÁSTICA DE FIELTROS

Á. Ridruejo, C. González y J. LLorca¹

¹ Departamento de Ciencia de Materiales, E.T.S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, Universidad Politécnica de Madrid, C/ Profesor Aranguren s/n, 28040 Madrid, España.
aridruejo@mater.upm.es

RESUMEN

Se presenta un modelo numérico para simular el comportamiento de un fieltro sometido a cargas en su propio plano. El fieltro se idealiza mediante una retícula bidimensional obtenida colocando fibras sobre un área rectangular sin orientación preferente. Las intersecciones de cada fibra con el resto de fibras del fieltro y con las fronteras del área constituyen los nodos del modelo. Aquellos nodos que pertenecen a una misma fibra se unen mediante elementos estructurales de tipo barra articulada. La interacción entre fibras que se cortan se simula mediante elementos que coaccionan la variación del ángulo entre ambas. Las cargas de las barras y los desplazamientos de los nodos se obtienen mediante un método de elementos finitos. Se discute el efecto de la rigidez de las uniones y, finalmente, se comparan los resultados con modelos simplificados para retículas elásticas que incluyen interacciones centrales y angulares.

ABSTRACT

A numerical model has been developed to simulate the mechanical behaviour of a non-woven felt subjected to in-plane loads. The felt is modelled by a 2D mesh formed by random-oriented fibres on a rectangular area. Fibre-fibre and fibre-boundary intersections constitute the model nodes, which are connected by rod elements. Fibre interaction at joints is simulated using angular springs penalizing angle variation between rods. The finite element method provides nodal displacements and axial loads in the rods. Joint stiffness effects on the overall behaviour is examined and finally numerical results are compared with simplified elastic lattice models with central and angular interactions.

ÁREAS TEMÁTICAS PROPUESTAS: Métodos analíticos y numéricos.

PALABRAS CLAVE: FielTROS, comportamiento mecánico, simulación.

1. INTRODUCCIÓN

Los fieltros son materiales constituidos a partir de disposiciones no ordenadas de fibras, que quedan unidas entre sí mediante anclajes de distinta naturaleza, que pueden ir desde la simple imbricación de las fibras hasta la fusión de las mismas, dependiendo del material o de la técnica de procesado. Las propiedades mecánicas de estos materiales en términos de resistencia máxima son moderadas, pero su gran capacidad de deformación, superficie específica y ligereza han ampliado su campo de aplicación a la protección frente a impactos, como materiales aislantes, textiles ignífugos o absorbentes y geotextiles para refuerzo de suelos. Un ejemplo especialmente importante de fieltro es el papel. Se trata de un fieltro de fibras de celulosa imbricadas y unidas mediante puentes de hidrógeno. Más recientemente, desde el punto de vista científico, el estudio de los fieltros ha cobrado interés por su analogía estructural con muchos tejidos biológicos o con el descubrimiento de fibras apenas manipulables con las tecnologías actuales, como los nanotubos de carbono.

Los primeros modelos de comportamiento mecánico para fieltros nacen al amparo de la comunidad científica del papel. Así, Cox [1] desarrolló un modelo analítico

de deformación afin para predecir las constantes elásticas de un fieltro formado por fibras rectas indefinidas perfectamente unidas sin interacción entre ellas. Sin embargo, los fieltros reales se fabrican con fibras de longitud finita depositadas aleatoriamente y cuya geometría dista de ser recta. Autores como Kallmes y Corte [2] estudiaron la geometría de redes bidimensionales idealizadas, y a partir de ella, desarrollaron un modelo estadístico de las propiedades elásticas a partir de tres parámetros: el número de intersecciones totales entre fibras, el número medio de intersecciones por fibra, y una longitud libre media entre intersecciones.

En los últimos años han aparecido algunos análisis numéricos [3] basados en las aportaciones de Kallmes y Corte. Sin embargo, las predicciones de estos modelos, como relatan Berhan *et al* [4], aunque adecuadas para ciertos materiales bien conocidos (Heyden, [5]), predicen rigideces varios órdenes de magnitud superiores a los valores experimentales de manera sistemática en fieltros formados por nanotubos de carbono. Estos autores, si bien ofrecen una explicación basada en el número efectivo y tipología de las uniones, no llegan a explicar de forma completamente

satisfactoria el fenómeno. Entre los factores restantes, en la literatura se menciona el posible efecto de la curvatura inicial de las fibras.

Los modelos numéricos han supuesto un claro avance en la comprensión del comportamiento mecánico de los fieltros, pero en numerosas ocasiones descansan sobre suposiciones *ad hoc* y parámetros de ajuste no siempre bien caracterizados. Para tratar de salvar este escollo existe la posibilidad de aplicar métodos analíticos basados en redes regulares. La simplificación que introduce la hipótesis de periodicidad respecto una malla de geometría aleatoria es considerable, pero permite esclarecer el efecto de las distintas variables y validar las predicciones numéricas más allá de la simplicidad del modelo de Cox. No obstante, la validez de estos modelos en su aplicación a la descripción del comportamiento mecánico de fieltros no está todavía suficientemente establecida.

En este artículo se tratarán de determinar mediante un modelo de elementos finitos bidimensional las propiedades elásticas de un fieltro plano con orientación aleatoria de las fibras, prestando especial atención a la curvatura inicial de las fibras y comparando en los casos oportunos con modelos analíticos de red periódica.

2. MODELO NUMÉRICO

2.1 Generación de la malla

El fieltro se ha modelizado mediante una retícula formada por la superposición de N fibras de longitud indefinida y sección transversal constante A que se depositan sobre un área rectangular de lados BxH, Fig. 1. La posición geométrica de una fibra dentro del tejido queda definida a partir de las coordenadas de su centro geométrico (x_c, y_c) y el ángulo θ que forma con respecto al eje de aplicación de la carga.

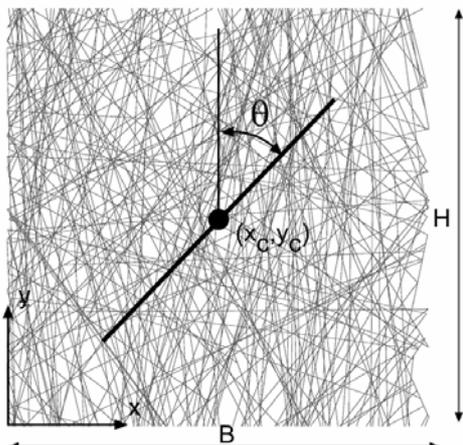


Figura 1. Red bidimensional que representa el fieltro y definición de la posición de una fibra.

El proceso de generación de la retícula es estocástico. Se generan 3 números aleatorios. Dos de ellos servirán para determinar las coordenadas del centro geométrico de la fibra (x_c, y_c) y el tercero para obtener el ángulo θ definido más arriba. Por simplicidad se ha supuesto que la distribución de fibras es homogénea e isotrópica. Se lanza la fibra i-ésima y se calcula la intersección de esta fibra con el resto de fibras del modelo que ya han sido lanzadas (dependiendo de su posición y orientación la intersección puede no existir). Cada intersección de las fibras constituye un nodo del modelo.

La densidad del fieltro, ρ, se calcula como cociente entre la cantidad total de fibra depositada L_T y el área de la retícula BxH,

$$\rho = \frac{L_T}{BH} \quad (1)$$

Kallmes y Corte demostraron matemáticamente que la longitud del fragmento de fibra entre dos nodos consecutivos de la misma se podía calcular para el caso de una distribución isotrópica de fibras según

$$L = \frac{1}{2} \frac{\pi BH}{L_T} \quad (2)$$

que permite, en combinación con la ecuación (1), obtener la relación entre la densidad de la retícula y el tamaño medio del fragmento de fibra de la misma.

$$L = \frac{\pi}{2\rho} \quad (3)$$

El número de fibras utilizado en los modelos satisface dos limitaciones. En primer lugar, la estructura debe estar suficientemente interconectada. Si el fieltro no es suficientemente denso, las fibras no serán capaces de transmitir cargas entre sí, alcanzándose el límite de percolación. Por otra parte, el tamaño de la retícula es un compromiso entre una adecuada representación de los mecanismos de deformación del tejido y los recursos computacionales disponibles.

2.2 Tipología de los elementos

Para simular el comportamiento elástico de un fieltro de fibras se utilizó el método de los elementos finitos. Cada nodo de la retícula posee dos grados de libertad en los desplazamientos en las direcciones x e y, respectivamente. Dos nodos consecutivos de una misma fibra se unen mediante elementos de tipo barra articulada con una sección transversal A y un módulo elástico E_f. Estos elementos son los encargados de transmitir las cargas en la dirección de la propia fibra.

Además se insertan elementos de tipo muelle para permitir la interacción angular entre las fibras del fieltro. Los elementos elegidos son muelles que se encargan de penalizar la variación del α entre dos barras que convergen a un mismo nodo y pertenecen a fibras

distintas. Las fuerzas introducidas por los elementos muelle se calculan suponiendo que la energía elástica almacenada procede de un potencial elástico $W = \frac{1}{2} K(\alpha - \alpha_0)$, donde K es la constante de rigidez del muelle. Este tipo de elementos se introduce para simular la unión elástica que existe en el anclaje entre las fibras debido al proceso de fabricación del fieltro.

2.2 Estructura de las simulaciones

El modelo de elementos finitos descrito en el apartado anterior se utilizó para obtener las propiedades elásticas de fieltros de fibras indefinidas. El módulo elástico y el coeficiente de Poisson del fieltro se obtuvieron imponiendo un estado de tracción uniaxial en la dirección y y a una retícula de tamaño arbitrario 1×1 . En este caso, los desplazamientos verticales de los nodos situados en el extremo inferior del fieltro ($y=0$) fueron restringidos mientras que se impusieron desplazamientos pequeños y arbitrarios, δ , en los nodos situados en el extremo superior de la retícula ($y=H$). Las deformaciones de la retícula en las dos direcciones del espacio, ϵ_x y ϵ_y , se calcularon mediante derivación de un campo de desplazamientos lineal obtenido por ajuste de mínimos cuadrados a los desplazamientos calculados numéricamente con el método de los elementos finitos. El coeficiente de Poisson de la retícula se obtuvo a partir del cociente entre las dos deformaciones anteriormente calculadas.

Finalmente, el módulo elástico del fieltro se calculó a partir de las reacciones verticales aparecidas en los nodos situados en el extremo superior ($y=H$) y la deformación vertical ϵ_y del fieltro.

3. MODELOS ANALÍTICOS

En la presente sección introduciremos los modelos analíticos más sencillos para representar el comportamiento elástico de fieltros de fibras con el objetivo de su comparación posterior con las simulaciones realizadas mediante el método de los elementos finitos presentados en el apartado anterior.

3.1 Modelo de Cox

El modelo de Cox [], elaborado inicialmente para estudiar el comportamiento mecánico del papel, describe el comportamiento de un fieltro formado por fibras rectas e indefinidas y sin interacción entre sí. Cox asumió que la deformación del fieltro es uniforme y demostró que las constantes elásticas en el caso de una distribución homogénea de fibras en todas las direcciones del plano respondían a las de un sólido un sólido elástico e isotropo cuyo módulo de elasticidad y coeficiente de Poisson son, respectivamente,

$$E = \frac{1}{3} E_f A \rho \tag{4}$$

$$\nu = \frac{1}{3} \tag{5}$$

Donde ρ es la densidad de la retícula, E_f el módulo elástico de las fibras y A el área de su sección transversal.

El modelo de Cox, por hipótesis de partida, no reproduce la inhomogeneidad de la deformación en un fieltro de fibras rectas pero mantiene su vigencia como modelo de referencia en el caso de un fieltro de fibras rectas e indefinidas sin interacción entre fibras.

3.2 Modelo de retícula cuadrada con interacción angular entre fibras.

El siguiente modelo analítico permite introducir interacciones angulares entre las fibras para el caso particular de una configuración geométrica sencilla, Figura 2. Se propone una red regular formada por una celda unidad cuadrada formada por cuatro barras elásticas de longitud $L/2$ y sección transversal A que se encuentran articuladas en su nodo de unión. La densidad geométrica de la retícula así formada es $\rho = 2/L$. La interacción angular entre las barras se simula insertando elementos de tipo muelle elástico de constante K que se encargan de penalizar la variación del ángulo recto entre barras.

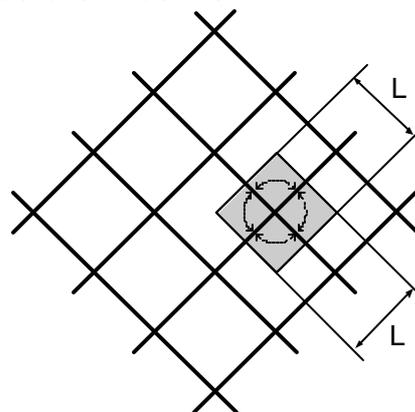


Figura 2. Red cuadrada.

En este caso, el comportamiento elástico de la retícula resultante presenta las simetrías correspondientes a un material con simetría cúbica en el que el módulo elástico y el coeficiente de Poisson son, respectivamente

$$E_x = E_y = 16 \frac{\chi}{(1 + 8\chi)} E_f A \rho \tag{6}$$

$$\nu_{xy} = \frac{1 - 8\chi}{1 + 8\chi} \tag{7}$$

Donde χ es un parámetro adimensional que mide la rigidez relativa entre los mecanismos de deformación axial y de interacción angular entre fibras

$$\chi = \frac{K}{E_f AL} \tag{8}$$

La expresión (7) permite evaluar con facilidad los límites superior e inferior para el coeficiente de Poisson de un material representado por una retícula cuadrada. En este caso, cuando $\chi \rightarrow 0$, la rigidez axial de las fibras predomina sobre la interacción angular de las mismas y el coeficiente de Poisson tiende a la unidad. La interacción angular es despreciable y la retícula se pliega sobre sí misma convirtiéndose en un mecanismo formado por cuatro barras articuladas en el nudo central. Sin embargo, cuando la rigidez de los muelles predomina sobre la rigidez axial de la fibra, $\chi \rightarrow \infty$, no se permite que los ángulos entre éstas varíen y el coeficiente de Poisson tiende hacia -1.

3.2 Modelo de retícula triangular con interacción angular entre fibras.

Consideremos ahora una red triangular y equilátera, Figura 3. Al igual que en el caso anterior, las barras son rectas de longitud $L/2$ y se encuentran articuladas en su vértice de unión. De igual forma se insertan muelles elásticos de constante K que penalizan la variación del ángulo entre fibras.

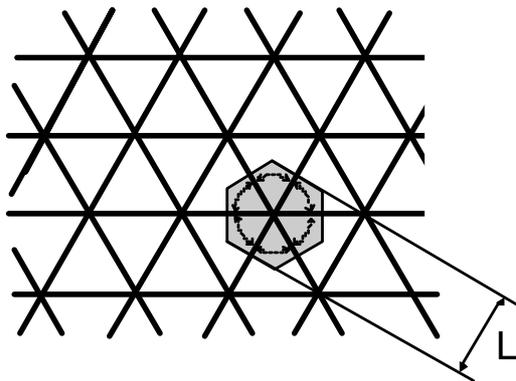


Figura 3. Red triangular.

En este caso, la densidad geométrica de la retícula se puede calcular como $\rho = \sqrt{3}/L$. Ostoja-Starzewski [12] obtuvo las constantes elásticas de este tipo de retícula observando en su caso un comportamiento perfectamente isótropo con un módulo elástico y un coeficiente de Poisson iguales a

$$E = \frac{1}{3} \frac{1+3\chi}{1+\chi} E_f A \rho \tag{9}$$

$$\nu = \frac{1-3\chi}{3+3\chi} \tag{10}$$

Se puede comprobar que, en este caso, los límites del coeficiente de Poisson de la retícula varían entre 1/3 cuando $\chi \rightarrow 0$ y la interacción angular es despreciable y -1 cuando la rigidez de los muelles predomina sobre la rigidez axial de la fibra.

4. RESULTADOS

4.1 Efecto de la densidad

De cara a ilustrar el comportamiento mecánico de este tipo de estructura resulta interesante estudiar la variación del módulo elástico y del coeficiente de Poisson según la densidad para distintos valores de la constante de muelle torsional. Se han seleccionado los valores de $k = 1 \times 10^{-3}$, $k = 1$ y $k = 1 \times 10^3$ Nm para poder barrer un amplio intervalo de posibilidades y comparar así con los distintos modelos analíticos. El primer modelo analítico considerado es el correspondiente a una red cuadrada como la mostrada en la Figura 4. La celda unidad de esta red posee un área igual a L^2 y una densidad $\rho = 2/L$. Esta relación nos permite calcular el parámetro de red equivalente para cada malla del modelo numérico.

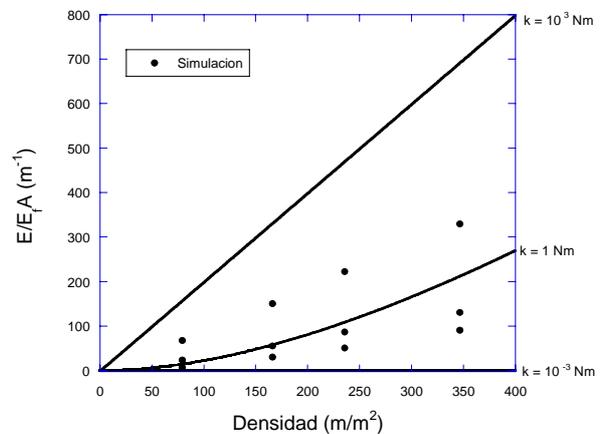


Figura 4. Módulo elástico según la densidad para varios valores de la constante de muelle. Comparación con el modelo de red cuadrada.

Podemos comprobar cómo este modelo tiende a sobrestimar el módulo elástico para las constantes de muelle elevadas. Como era de esperar, unos valores muy reducidos para la constante de muelle ($k = 10^{-3}$ Nm) convierten esta retícula en un mecanismo, de tal forma que es incapaz de transmitir carga.

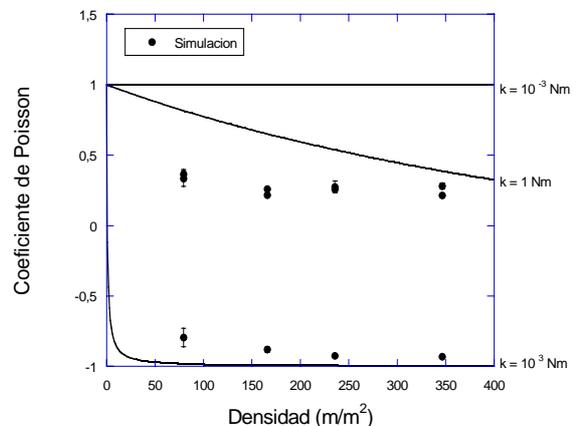


Figura 5. Coeficiente de Poisson en función de la densidad para varios valores de la constante de muelle. Comparación con modelo de red cuadrada.

Este comportamiento característico de la red cuadrada queda patente al observar la figura 5. De acuerdo con la ecuación (7), el coeficiente de Poisson presentará valores entre $\nu = 1$ (mecanismo) y $\nu = -1$ (deformación autosemejante). La transición de uno a otro régimen en función de la densidad es tanto más acentuada cuanto mayor es la constante de muelle.

Análogamente, para el modelo de red triangular la malla considerada es la de la figura 3, que presenta, como se mencionaba antes, una densidad $\rho = \sqrt{3}/L$. Los resultados se muestran en la figura 6.

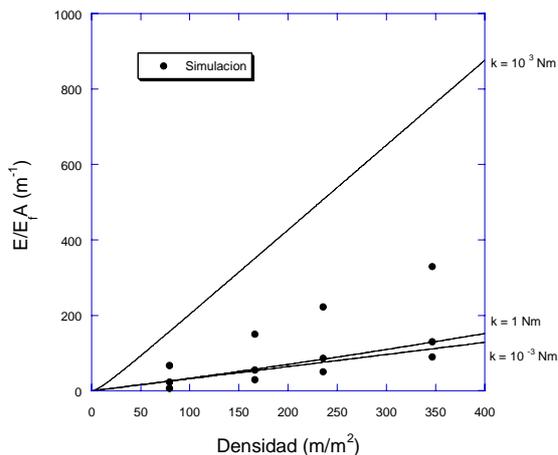


Figura 6. Módulo elástico según la densidad para varios valores de la constante de muelle. Comparación con el modelo de red triangular.

En esta ocasión, un valor pequeño de la constante k no implica la incapacidad para transmitir esfuerzos. La red triangular presenta un “suelo” en los valores del módulo de elasticidad que está muy próximo tanto al valor correspondiente para una k tres órdenes de magnitud mayor como para los valores experimentales (y adicionalmente al modelo de Cox). De hecho, la mayoría de valores realistas de k se encuentran en una banda entre ambas cantidades (de k=10⁻³ a k=1 Nm). Por otro lado, el modelo numérico no alcanza la rigidez prevista cuando la constante de muelle es muy grande.

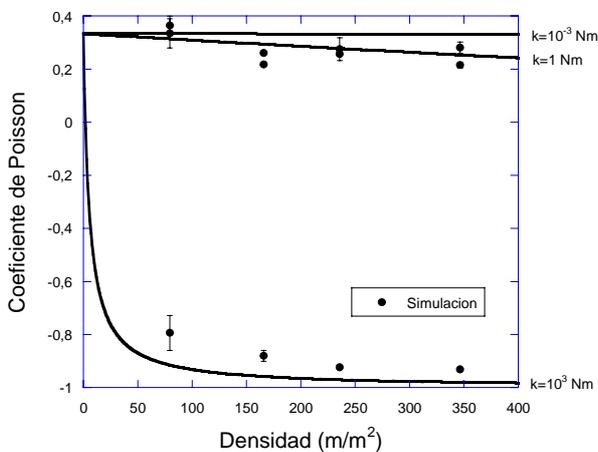


Figura 7. Coeficiente de Poisson según la densidad para varios valores de k. Comparación con el modelo de red triangular

Comprobamos ahora cómo el máximo valor alcanzable para el coeficiente de Poisson para un modelo de red triangular es de $\nu = 1/3$. El fieltro siempre es capaz de transmitir cargas, aun para valores muy pequeños de la constante de muelle torsional. Los resultados de la simulación se aproximan más al modelo de red triangular que al de red cuadrada

4.2 Discusión

Una vez establecidas las características según la densidad de cada modelo, resulta interesante reconstruir la imagen y presentar una visión de conjunto. Para ello, podemos adimensionalizar por un lado el módulo de elasticidad dividiendo por E_tAρ, de tal manera que el modelo de Cox sea simplemente igual a 1/3, y por otro lado representarlo en función del parámetro adimensional χ, análogamente a la expresiones (6-11).

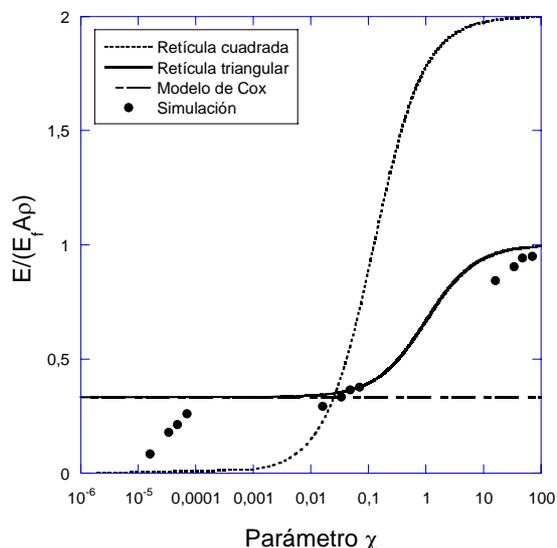


Figura 8. Módulo elástico adimensionalizado en función del parámetro χ. (χ=k/(E_tAL))

En la figura 8 se pueden apreciar claramente los límites de los distintos modelos. Cuando χ tiende a cero, lo que representa interacciones débiles entre fibras, el modelo de retícula cuadrada es incapaz de transmitir esfuerzo, mientras que el modelo de Cox supone un límite inferior para la red triangular. En el régimen opuesto (grandes interacciones), el modelo de red cuadrada resulta ser más rígido que el de red triangular.

Los resultados de las simulaciones se ajustan muy bien a las predicciones del modelo de red triangular, salvo cuando χ es pequeño, por efectos numéricos. Para estos valores bajos de χ, la reducida rigidez de las barras en pequeñas deformaciones hace que la matriz de rigidez del método de elementos finitos tienda ser singular, y el modelo considera que el fieltro es como un mecanismo. Por ello sus valores caen entre la curva de la retícula cuadrada y los correspondientes al modelo de Cox y de retícula triangular.

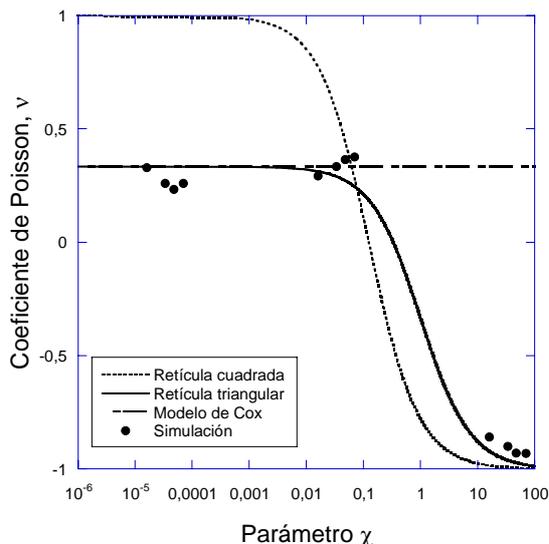


Figura 9. Coeficiente de Poisson en función del parámetro χ . ($\chi=k/(E_fAL)$)

La figura 9 muestra el coeficiente de Poisson en función del parámetro χ . Como se ha mencionado anteriormente, el modelo de red cuadrada toma valores entre 1 y -1, mientras que el de red triangular lo hace entre 1/3 y -1. Los valores obtenidos mediante el cálculo con elementos finitos se ajustan a la pauta del modelo de retícula triangular.

5. CONCLUSIONES

Los fieltros son materiales constituidos por configuraciones desordenadas de fibras. La variedad de fibras de las que pueden estar confeccionados, así como los distintos tipos de uniones entre ellas hacen necesario su estudio no tanto como material sino como una estructura compleja, cuyas propiedades mecánicas dependen tanto de los constituyentes como de la geometría del conjunto.

Los métodos numéricos son los candidatos idóneos para dar respuesta a este reto, pero requieren una adecuada validación y una cuidadosa definición de los parámetros relevantes. Los métodos analíticos contribuyen a esclarecer la situación. Se ha comprobado que el modelo numérico desarrollado se ajusta a las predicciones del modelo de Cox en el régimen de validez de éste. Añadir interacciones angulares entre fibras introduce una considerable complejidad al comportamiento de los fieltros. Los modelos de red periódica, no aplicados hasta ahora en fieltros, han demostrado ser útiles para predecir la dinámica de deformación y esclarecer la influencia de la rigidez del muelle angular sobre las constantes elásticas a pesar de la fuerte idealización que suponen.

Finalmente, el modelo numérico, isótropo por la aleatoriedad de la orientación de las fibras, muestra notable acuerdo con los modelos analíticos, en especial con el de red triangular (que presenta isotropía por la orientación a 60° de sus barras) siempre que la interacción entre fibras supere cierto umbral. Tanto uno

como otro parecen adecuados para describir el comportamiento mecánico de los fieltros en pequeñas deformaciones

REFERENCIAS

[1] H.L. Cox, *British Journal of Applied Physics*, **3**, 72-79 (1952).

[2] O. Kallmes y H. Corte, *Tappi*, **43**, 737-752 (1960).

[3] C. A. Bronkhorst, *Int. J. of Solids and Structures*, **40** (2003) 5441-5454

[4] L. Berhan, Y.B. Yi, A.M. Sastry, E. Munoz, M. Selvidge and R. Baughman, *Journal of Applied Physics*, **95**-8 (2004) 4335-4345

[5] S. Heyden, Tesis Doctoral. Lund University (2000).

[6] J. A. Åström y K.J. Niskanen, *Europhys Lett.*, **21**, 557-562 (1993).

[7] C. González, J. LLorca, I. Romero, *Anales de Mecánica de Fractura*, **20** (2003) 89-94.

[8] C. González, J. LLorca, *Int. J. of Solids and Structures*, **42** (2005) 1537-1545

[9] IRIS, Ignacio Romero. Dpto. de Mecánica de Medios Continuos. Universidad Politécnica de Madrid.

[10] K. Li et al., *Int. J. of Solids and Structures*, **42** (2005) 1777-1795

[11] A. Ridruejo, C. González, J. LLorca, *Anales de Mecánica de Fractura*, **22** (2005) 327-333

[12] M. Ostoja-Starzewski, *Appl. Mech. Rev.*, **55** (1) (2002) 35-60

SIMULACIÓN NUMÉRICA DE LAS CURVAS DE PROPAGACIÓN DÚCTIL ESTÁTICAS Y DINÁMICAS

I. Peñuelas, C. Betegón, J.J. del Coz

Departamento de Construcción e Ingeniería de Fabricación, Universidad de Oviedo.
Edificio Departamental de Viesques, 33203 Gijón.
E-mail: penuelasines@uniovi.es
Tfno: 985 18 19 80. Fax: 985 18 20 55

RESUMEN

En este trabajo se describe un algoritmo desarrollado para modelizar el proceso de fractura dúctil en materiales viscoplásticos. Se analiza además su capacidad para predecir las curvas de propagación dúctil obtenidas sobre una probeta Charpy prefisurada de acero bajo distintas condiciones de carga dinámica. Para ello, se han analizado las ecuaciones constitutivas y los algoritmos de integración para los materiales dúctiles elasto-viscoplásticos. La implementación del algoritmo se ha realizado en el código de elementos finitos ABAQUS, y se ha seguido la metodología de celdas computacionales de Xia y Shih. Los parámetros característicos del material, excepto el límite elástico, se han supuesto independientes de la velocidad de deformación. En todos los casos analizados se observa que, el algoritmo reproduce el aumento de tenacidad producido por el aumento de la velocidad de impacto.

ABSTRACT

In this paper a mathematical algorithm that models the ductile fracture process in viscoplastic materials is described. The algorithm has been applied to predict the *R*-curves for precracked Charpy specimen under different dynamic load conditions. Constitutive relations and numerical integration algorithms for elastic-viscoplastic ductile materials are investigated. An implicit method has been implemented in the finite element commercial code ABAQUS, and the computational cell methodology proposed by Xia and Shih is used. All the material parameters, but the yield stress, have been considered not-dependent on the strain rate. In all the analyzed cases it is observed that the mathematical algorithm is able to reproduce the raise of the material resistance to ductile tearing when the impact loading increases.

ÁREAS TEMÁTICAS PROPUESTAS: Métodos Analíticos y Numéricos.

PALABRAS CLAVE: Propagación dúctil, Fractura dinámica.

1. INTRODUCCIÓN

La fractura dúctil de los materiales metálicos tiene lugar mediante los mecanismos de nucleación, crecimiento y coalescencia de huecos. Estos mecanismos se pueden simular numéricamente utilizando las técnicas de aproximación local de la fractura. De los numerosos modelos acoplados de daño, uno de los más utilizados es el formulado por Gurson [1], que es una modificación del modelo de von Mises en la cual la matriz de material es elastoplástica y donde se introduce una nueva variable interna, que representa la porosidad o fracción volumétrica de huecos, f , cuya evolución depende de los estados de tensión y deformación. El incremento gradual de esta porosidad conduce a la pérdida de capacidad resistente del material, hasta que se produce el fallo final.

El modelo de carga plástica límite propuesto por Thomason [2] para el estudio de la coalescencia de huecos permite mejorar la predicción de la fractura dúctil. De acuerdo este modelo, la coalescencia de

microhuecos es el resultado del fallo por carga límite plástica (estrechamiento microscópico interno) de la matriz entre los huecos, de forma que la fractura dúctil depende de la competición entre dos modos de deformación: uno homogéneo y otro localizado. Despreciando el efecto de forma de los huecos y considerando que los huecos evolucionan siempre de forma esférica, se puede obtener así un modelo de Gurson completo [3], que se ha demostrado resulta bastante preciso tanto para cualquier nivel de triaxialidad como para materiales con o sin endurecimiento por deformación.

En el modelo original de Gurson, la matriz de material se considera elastoplástica. No obstante, en determinadas situaciones, como es el caso de los impactos, es necesario considerar la respuesta del material bajo diferentes velocidades de deformación. El proceso de fractura dúctil se puede modelizar también en estos casos mediante el modelo de Gurson, pero considerando una respuesta elasto-viscoplástica de la matriz del material [4].

Al depender el comportamiento del material de la velocidad de deformación, la integración de las ecuaciones constitutivas del material se complica considerablemente. Sin embargo, en los últimos años han aparecido algunas formulaciones viscoplásticas que siguen un procedimiento matemático similar al de la teoría de flujo plástico [5], haciendo posible usar los métodos tradicionales de integración. En este trabajo, se ha desarrollado un método implícito de integración de las ecuaciones constitutivas que describen el proceso de fractura dúctil de materiales metálicos bajo distintas velocidades de deformación, basado en el modelo de Gurson completo. Este procedimiento es una extensión del algoritmo de Euler inverso al caso elástico-viscoplástico, de modo que la misma rutina integra los modelos elastoplástico y elástico-viscoplástico, siendo el primer modelo un caso particular del segundo, donde el parámetro de viscosidad es nulo. Las ecuaciones constitutivas se han reformulado bajo la hipótesis de velocidad de deformación constante dentro de cada incremento [6]. El sistema de ecuaciones obtenido se resuelve mediante el método de Runge-Kutta, que se ha demostrado produce buenos resultados en el caso elastoplástico [7].

2. ECUACIONES CONSTITUTIVAS

La función de plastificación considerada en este trabajo es la GTN [8], que se escribe en términos del tensor de tensiones σ_{ij} , las variables internas $\bar{\sigma}$ y f , la tensión media de flujo de la matriz del material y la porosidad actual:

$$\phi(\sigma_{ij}, \bar{\sigma}, f) = \frac{\sigma_e^2}{\bar{\sigma}^2} + 2q_1 f^* \cosh\left(\frac{3q_2 \sigma_h}{2\bar{\sigma}}\right) - (1 + q_1^2 f^{*2}) \quad (1)$$

donde

$$\sigma_h = \frac{1}{3} \sigma_{kk}, \quad \sigma_e = \sqrt{\frac{3}{2} \sigma'_{ij} \sigma'_{ij}}, \quad \sigma'_{ij} = \sigma_{ij} - \sigma_h \delta_{ij} \quad (2)$$

Las constantes q_1 y q_2 son parámetros de ajuste que permiten amplificar el efecto de la tensión hidrostática a todos los niveles de deformación y lograr así mayor correspondencia con los resultados numéricos obtenidos para matrices periódicas de huecos. La porosidad modificada, f^* , fue introducida por Tvergaard y Needleman [4] para simular la rápida pérdida en la resistencia que acompaña a la coalescencia de los huecos individuales y viene dada por

$$f^* = \begin{cases} f & \text{si } f \leq f_c \\ f_c + \frac{f^*_u - f_c}{f_f - f_c} \cdot (f - f_c) & \text{si } f > f_c \end{cases} \quad (6)$$

donde f_c es la porosidad crítica, que marca el inicio de la coalescencia, f_f la porosidad final de fallo, para la cual la capacidad de carga del material es nula, y $f^*_u = 1/q_1$ es la porosidad última.

De acuerdo con el modelo de carga plástica límite de Thomason [2], la porosidad crítica no es una constante del material, sino la respuesta del material frente a la coalescencia, expresándose el criterio de coalescencia se mediante la ecuación:

$$\begin{cases} \frac{\sigma_1}{\bar{\sigma}} < \left[\alpha_c \cdot \left(\frac{1}{r_p} - 1 \right) + \frac{\beta_c}{\sqrt{r_p}} \right] \cdot (1 - \pi \cdot r_p^2) & \Rightarrow \text{no coalesc} \\ \frac{\sigma_1}{\bar{\sigma}} = \left[\alpha_c \cdot \left(\frac{1}{r_p} - 1 \right) + \frac{\beta_c}{\sqrt{r_p}} \right] \cdot (1 - \pi \cdot r_p^2) & \Rightarrow \text{coalesc} \end{cases} \quad (3)$$

donde el primer término se relaciona con el estado de deformación homogéneo y el segundo con la carga límite plástica para que se produzca la coalescencia. Además σ_1 es la tensión principal máxima, α_c y β_c son constantes, cuyos valores, en el caso de materiales que siguen una ley de Ramberg-Osgood con coeficiente de endurecimiento n , han sido dados por Pardo y Hutchinson [9] como

$$\alpha_c = 0.12 + \frac{1.68}{n} \quad \text{y} \quad \beta_c = 1.2 \quad (4)$$

Al estar la coalescencia de los huecos considerada en la porosidad modificada, la evolución de la porosidad se debe tanto al crecimiento de los huecos preexistentes como a la nucleación de nuevos huecos, de forma que

$$\dot{f} = \dot{f}_{\text{crecimiento}} + \dot{f}_{\text{nucleación}} \quad (5)$$

donde la velocidad de crecimiento de huecos preexistentes es función de la velocidad de deformación plástica

$$\dot{f}_{\text{crecimiento}} = (1 - f) \cdot \dot{\epsilon}_{kk}^p \quad (6)$$

y la velocidad de crecimiento de huecos depende del tamaño de las partículas nucleantes

$$\dot{f}_n = \dot{f}_{n_{pg}} + \dot{f}_{n_{pp}} \quad (12)$$

Se considera que las partículas grandes, provenientes de segundas fases, se separan de la matriz desde el principio y se modelizan como microhuecos pre-existentes, es decir, se pueden introducir en el modelo como porosidad inicial, f_0 .

Mientras que las partículas pequeñas se supone nuclean mediante un mecanismo controlado por la deformación plástica [10]

$$\dot{f}_{npp} = A \cdot \dot{\bar{\varepsilon}}^p \text{ con } A = \frac{f_N}{S_N \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot \exp\left(-\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\bar{\varepsilon}^p - \varepsilon_N}{S_N}\right)^2\right) \quad (7)$$

donde $\bar{\varepsilon}^p$ es la deformación plástica equivalente de la matriz del material, ε_N es la media, S_N la desviación estándar y f_N la amplitud de la distribución A , que representa la fracción volumétrica de partículas nucleantes.

Como hemos indicado, la respuesta constitutiva de la matriz se considera elástico-viscoplástica, de modo que la tensión de flujo depende únicamente del módulo elástico, E , en la respuesta elástica y de la deformación plástica y la velocidad de deformación plástica en la respuesta viscoplástica

$$\bar{\sigma} = \left(\frac{\dot{\bar{\varepsilon}}^p}{\dot{\varepsilon}_0}\right)^{1/m} \sigma_y(\bar{\varepsilon}_p) \quad (8)$$

donde $\sigma_y(\bar{\varepsilon}_p)$ es un límite elástico modelizado en este caso mediante una ley potencial de Ramberg-Osgood con un coeficiente de endurecimiento n y una constante de proporcionalidad α

$$\sigma_y = \sigma_0 \left(\frac{\bar{\varepsilon}^p}{\alpha \varepsilon_0}\right)^{1/n}, \quad (9)$$

con σ_0 el límite elástico, $\varepsilon_0 = \sigma_0 / E$, y $\dot{\varepsilon}_0$ la velocidad de deformación en el caso estático y m es una constante del material.

3. INTEGRACION DE LAS ECUACIONES

Para integrar las ecuaciones constitutivas, se ha seguido una formulación viscoplástica “continua”, introduciendo una función de plastificación, $\phi(\sigma_{ij}, \kappa_p, \dot{\lambda}) = 0$, de la cual se deriva la condición de consistencia bajo un flujo viscoplástico persistente cuando $\dot{\phi} = 0$. Para ello es necesario expresar las variables internas κ_p en término del multiplicador plástico $\dot{\lambda}$ y los módulos plásticos

$$\dot{\bar{\sigma}} = h_1 \dot{\lambda} + H_1 \ddot{\lambda}, \quad \dot{f} = h_2 \dot{\lambda}, \quad \dot{\bar{\varepsilon}}^p = h_3 \dot{\lambda} \quad (10)$$

La condición de consistencia en viscoplasticidad se puede escribir como

$$\begin{aligned} \dot{\phi} &= \dot{\phi}(\sigma_{ij}, \dot{\sigma}_{ij}, \kappa_p, \dot{\lambda}, \ddot{\lambda}) = \\ &= v_{ij} \dot{\sigma}_{ij} + \xi_1 (h_1 \dot{\lambda} + H_1 \ddot{\lambda}) + \xi_2 h_2 \dot{\lambda} = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

con las derivadas parciales

$$\xi_1 = \frac{\partial \phi}{\partial \bar{\sigma}}, \quad \xi_2 = \frac{\partial \phi}{\partial f} \quad (12)$$

y considerando que

$$\dot{\sigma}_{ij} = \mathbb{C}_{ijkl} (\dot{\varepsilon}_{kl} - \dot{\lambda} v_{kl}) \quad (13)$$

se obtiene

$$\dot{\phi} = v_{ij} \mathbb{C}_{ijkl} \dot{\varepsilon}_{kl} - (v_{ij} \mathbb{C}_{ijkl} v_{kl} - \xi_1 h_1 - \xi_2 h_2) \dot{\lambda} + \xi_1 H_1 \ddot{\lambda} = 0 \quad (14)$$

Siguiendo el procedimiento de [11], y llamando

$$a = v_{ij} \mathbb{C}_{ijkl} \dot{\varepsilon}_{kl}, \quad b = -(v_{ij} \mathbb{C}_{ijkl} v_{kl} - \xi_1 h_1 - \xi_2 h_2), \quad c = \xi_1 H_1 \quad (15)$$

la ecuación (14) se puede simplificar a

$$a + b \dot{\lambda} + c \ddot{\lambda} = 0. \quad (16)$$

Suponiendo que en el incremento de tiempo $[t_n, t_{n+1}]$ la velocidad de deformación plástica $\dot{\varepsilon}_{ij}$ es constante, a es una función lineal de $\dot{\varepsilon}_{ij}$, y b y c son constantes, de modo que haciendo $\dot{\lambda} = p$, la ecuación (16) se puede resolver como una ecuación diferencial de primer orden, y el multiplicador plástico, $\dot{\lambda}$, en el instante $t' = t - t_n$ se obtiene como

$$\dot{\lambda} = \left(\dot{\lambda}_0 + \frac{a}{b}\right) e^{-\frac{b}{c} t'} - \frac{a}{b}, \quad (17)$$

donde $\dot{\lambda}_0$ es el multiplicador plástico en $t = t_n$.

La solución analítica del multiplicador plástico proporciona la clave para calcular el operador viscoplástico de tangente consistente. La ecuación constitutiva principal (13) queda

$$\dot{\sigma}_{ij} = \mathbb{C}_{ijkl} \left(\dot{\varepsilon}_{kl} - \left(\left(\dot{\lambda}_0 + \frac{a}{b} \right) e^{-\frac{b}{c} t'} - \frac{a}{b} \right) v_{kl} \right) \quad (18)$$

Reorganizando los términos y sustituyendo las expresiones para a y b , se obtiene finalmente

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_{ij} &= \mathbb{C}_{ijkl} \dot{\varepsilon}_{kl} - \frac{\mathbb{C}_{ijmn} v_{mn} v_{pq} \mathbb{C}_{pqkl}}{v_{mn} \mathbb{C}_{mnpq} v_{pq} - \xi_1 h_1 - \xi_2 h_2} \left(I - e^{-\frac{b}{c} t'} \right) \dot{\varepsilon}_{kl} - \\ &- \dot{\lambda}_0 e^{-\frac{b}{c} t'} \mathbb{C}_{ijkl} v_{kl} \end{aligned} \quad (19)$$

Como sugirió Carosio [11], en el caso de una evolución de la deformación viscoplástica suave el último término es nulo, pues $\dot{\lambda}_0 = 0$.

Las relaciones constitutivas elasto-viscoplásticas se obtienen finalmente como

$$\dot{\sigma}_{ij} = \mathbb{C}_{ijkl}^{VP} \dot{\epsilon}_{kl},$$

con
$$\mathbb{C}_{ijkl}^{VP} = \mathbb{C}_{ijkl} - \frac{\mathbb{C}_{ijmn} \nu_{mn} \nu_{pq} \mathbb{C}_{pqkl}}{\nu_{mn} \mathbb{C}_{mnpq} \nu_{pq} - \xi_1 h_1 - \xi_2 h_2} \left(1 - e^{-\frac{b}{c} \dot{\epsilon}'} \right) \quad (20)$$

Este operador tangente está limitado por el operador elástico (matriz de rigidez elástica) y el operador tangente del material Gurson elastoplástico. Cuando el coeficiente de velocidad de deformación, m , tiende a infinito, la constante c tiende a cero, mientras que cuando m tiende a cero, c tiende a infinito. Es decir,

$$\mathbb{C}_{ijkl}^{VP} \rightarrow \begin{cases} \mathbb{C}_{ijkl} & m \rightarrow 0 \\ \mathbb{C}_{ijkl}^{gurson} & m \rightarrow \infty \end{cases} \quad (21)$$

Para otros valores de m , \mathbb{C}_{ijkl}^{VP} varía suavemente entre ambos operadores de acuerdo con la función exponencial $1 - e^{-\frac{b}{c} \dot{\epsilon}'}$.

4. RESULTADOS NUMÉRICOS

Aplicando la metodología de celdas computacionales de Xia and Shih [12], se han analizado dinámicamente ensayos de impacto sobre probetas charpy prefisuradas bajo distintas velocidades de impacto, utilizando el código comercial de elementos finitos ABAQUS [13]. Las simulaciones se han realizado en condiciones de deformación plana y con la consideración de grandes deformaciones, utilizándose elementos bilineales, híbridos de cuatro nodos (CPE4H).

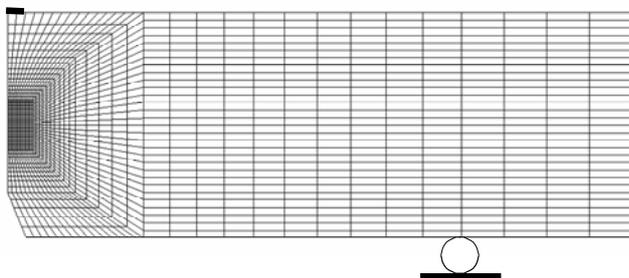


Figura. 1. Malla utilizada.

En la Figura 1 se muestra la malla considerada, que representa la mitad de la probeta, por haberse aplicado simetría. En ella se representan además el cilindro de apoyo y la zona en la que se aplica la carga. En la figura

2 se representa un detalle de la zona del frente de grieta, donde se puede apreciar la fila de celdas de tamaño uniforme correspondientes al material poroso, cuyo tamaño es $l_0 = 0.075 \text{ mm}$.

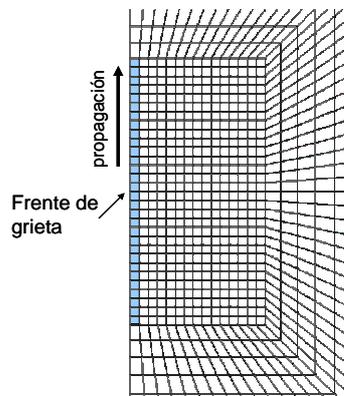


Figura. 2. Detalle de la zona del frente de grieta.

El material seleccionado corresponde a un acero con módulo elástico, $E = 200000 \text{ MPa}$, coeficiente de Poisson, $\nu = 0.3$, alto límite elástico, $\sigma_0 = 625 \text{ MPa}$, y endurecimiento descrito por unos parámetros de la ley de Ramberg-Osgood $n = 10$ y $\alpha = 1.56$. Los parámetros de la respuesta viscoplástica son $m = 10$ y $\dot{\epsilon}_0 = 1 \times 10^{-3}$. Se ha considerado una elevada porosidad inicial $f_0 = 0.01$ y unos parámetros de nucleación $f_N = 0.002$, $\epsilon_N = 0.3$ y $S_N = 0.1$.

La carga se ha aplicado en una pequeña zona de la parte superior de la probeta (marcada en la figura 1 y correspondiente a 1.2 mm), en forma de una determinada historia de velocidad:

$$V(t) = \begin{cases} V_{max} \frac{t}{t_1} & \text{si } t \leq t_1 \\ V_{max} & \text{si } t_1 \leq t \leq t_2 \\ V_{max} \frac{(t_3 - t)}{(t_3 - t_2)} & \text{si } t_2 \leq t \leq t_3 \\ 0 & \text{si } t_3 \leq t \end{cases} \quad (22)$$

con $t_1 = 20 \cdot 10^{-6}$, $t_2 = 22 \cdot 10^{-6}$, $t_3 = 5 \cdot 10^{-3}$ y diez valores distintos de la velocidad de impacto máxima: $V_{max} = 0.3, 0.4, 0.5, 0.75, 1.0, 2.0, 3.0, 4.0, 5.0$ y 6.0 m/s , que representan el rango típico de velocidades de los ensayos con péndulo Charpy. Además se ha incluido el caso cuasiestático, que en las gráficas aparece como $V = 0$.

En la figura 3 se representa la zona inicial de la curva carga-desplazamiento para algunas de las simulaciones realizadas, así como los puntos en los que se ha producido crecimientos de grieta de 0.225 mm y

0.75 mm, observándose cómo al aumentar la velocidad de impacto, también aumenta el desplazamiento para el cual se produce la iniciación.

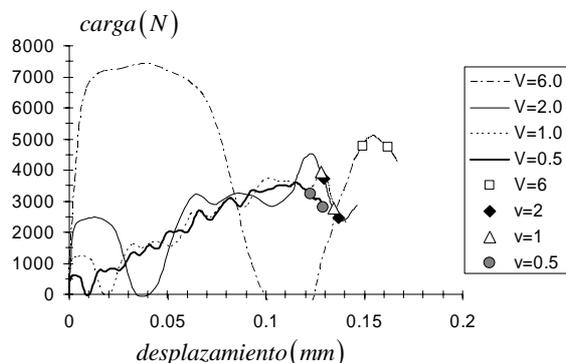


Figura 3. Curvas carga-desplazamiento.

En la figura 4 se muestran las curvas R obtenidas para los distintos ensayos de impacto. En estas curvas, la energía J se ha obtenido directamente a partir de la integración de la curva carga-desplazamiento. A la vista de la figura queda patente la elevada influencia de la velocidad de impacto en el comportamiento a fractura dúctil de los materiales elasto-viscoplásticos en todo el rango de velocidades, pero en especial para velocidades elevadas, apreciándose un aumento en la resistencia a la fractura a medida que aumenta la velocidad de impacto. Así, si se toma como referencia la curva R correspondiente al caso de velocidad de impacto nula (ensayo cuasi-estático), se observa que para las mayores velocidades consideradas se llega prácticamente a triplicar la resistencia a la fractura dúctil, respecto al caso cuasi-estático.

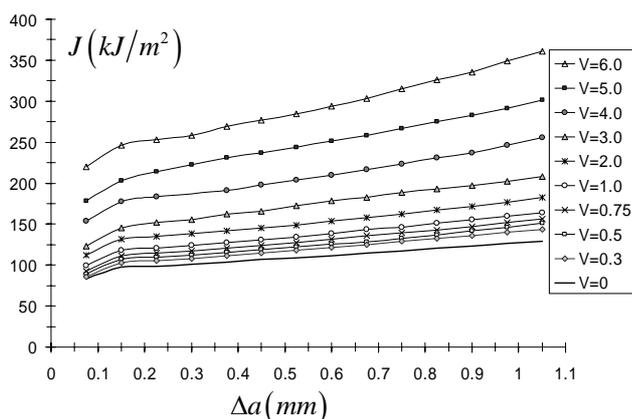


Figura 4. Curvas de propagación dúctil para diferentes velocidades de impacto.

5. CONCLUSIONES

De los resultados obtenidos se pueden extraer las siguientes conclusiones:

- a. El algoritmo implementado es capaz de reproducir el proceso de fractura dúctil en materiales viscoplásticos sometidos a distintas velocidades de deformación.
- b. En el rango de velocidades de impacto correspondiente a un ensayo Charpy, la tenacidad aumenta al aumentar la velocidad de impacto.

REFERENCIAS

- [1] Gurson, A.L., "Continuum theory of ductile rupture by void nucleation and growth: part I – yield criteria and flow rules for porous ductile media", *J. Engrg. Mat. Tech.* 99 (1977), pp 2-15.
- [2] Thomason, P.F, "Ductile fracture of metals", Pergamon Press, Oxford, 1990.
- [3] Zhang, Z.L, Thaulow, C., Odegard, J. "A complete Gurson model approach for ductile fracture", *Engrg. Fract. Mech.* 67 (2000), pp 155-168.
- [4] Pan, J., Saje, M., Needleman A., "Localization of deformation in rate sensitive porous plastic solids", *Int. J. Fract.* 21 (1983) pp 261-278.
- [5] Alfano, G., De Angelis, F., Rosati, L. "General solution procedures in elasto/viscoplasticity", *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* 190 (2001) pp 5123-5147.
- [6] Wallin, M., Ristinmaa, M., "Accurate stress updating algorithm based on constant strain rate assumption", *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* 190 (2001) pp 5583-5601.
- [7] Buttner, J., Simeon, B. "Runge-Kutta methods in elastoplasticity", *Appl. Num. Mathematics* 41 (2002) pp 443-458.
- [8] Pardoen, T., Hutchinson, J.W., "An extended model for void growth and coalescence", *J. Mech. Phys. Solids* 48 (2000), pp 2467-2512.
- [8] Tvergaard V, Needleman A., "Analysis of cup-cone fracture in a round tensile bar", *Acta Metall.* 32 (1984), pp 57-169.
- [9] Chu, C.C., Needleman, A., "Void nucleation effects in biaxially stretched sheets", *J Engng. Mater. Technol.* 102 (1980) pp 249-256.

- [10] Carosio, A., William, K., Etse, G., “On the consistency of viscoplastic formulations”, *Int. J. Solids Struct.* 37 (2000), pp 7349-7369.
- [11] Xia L, Shih CF. “Ductile crack growth – I. A numerical study using computational cells with microstructurally based length scales”. *J. Mech. Phys. Solids* 43 (1995), pp 233-259.
- [12] ABAQUS 6.4., Hibbit, Karlsson and Sorensen, Inc., Pawtucket, 2003.

BEHAVIOR OF CONCRETE UNDER BIAXIAL LOADING. 3D MESO-MECHANICAL AND NUMERICAL APPROACH.**A. Caballero, I. Carol, C. M. López**¹ETSECCPB-UPC. Departamento de Ingeniería del Terreno, Cartográfica y Geofísica. C/ Jordi Girona, 1-3. Campus Nord, Edif. D2, E-08034, Barcelona, España.

E-mail: antonio.caballero@upc.edu; ignacio.carol@upc.edu

RESUMEN

Durante los últimos años, el grupo de mecánica de materiales de la ETSECCPB-UPC ha desarrollado una metodología para el análisis mesomecánico de probetas de hormigón, utilizando elementos de espesor nulo en 2D y 3D, que ha sido descrito en anteriores ediciones de esta publicación así como en artículos de revista. En este planteamiento, la geometría mesoestructural se genera mediante programas de desarrollo propio basados en la teoría de Voronoi/Delaunay. Para el análisis, los elementos de continuo se suponen elásticos y lineales, el comportamiento no lineal y la fractura se consiguen mediante el uso sistemático de elementos de espesor nulo que se insertan a lo largo de ciertos planos potenciales de fractura predeterminados. En este artículo se presentan los primeros resultados obtenidos para estados de carga biaxiales. Los resultados son muy satisfactorios y, en particular, se constata que, incluso probetas con un reducido número de áridos (14 áridos en el presente estudio), permiten obtener la envolvente de rotura para cargas biaxiales así como capturar las diferentes tendencias y orientaciones de la fractura para cada estado biaxial de cargas.

ABSTRACT

In recent years the group of mechanics of materials at ETSECCPB-UPC has developed an approach for mesomechanical analysis of concrete using zero-thickness interface elements in 2D and 3D, which was described in previous issues of this series and in journal papers. In this methodology, the meso-structural geometry is generated with in-house developed computer programs based on Voronoi/Delaunay theory. For the analysis, continuum elements are assumed linear elastic. Non-linearity and fracture phenomena are made possible by the systematic use of zero-thickness interface elements inserted on *a priori* determined potential fracture planes. In this paper, the first results obtained for 3D specimens subject to biaxial loading are presented. The results turn out to be very satisfactory and, in particular, it is observed that even specimens which contain a reduced number of aggregates (14 in the present calculations) lead to a realistic failure envelope under biaxial loading, and they also capture the tendencies of cracking and fracture orientations observed in experiments for different rates of biaxial loading.

ÁREAS TEMÁTICAS PROPUESTAS: Métodos analíticos y numéricos.**PALABRAS CLAVE:** Zero-thickness interface elements, mesomechanical analysis, biaxial loading.**1. INTRODUCTION**

Concrete is one of the most popular construction materials, and people have been using it for long time. Many models, theories and numerical techniques have been developed to represent its mechanical behavior, including a large variety of constitutive models. Among them, one can indicate elasto-plastic models [1, 2], damage models [3, 4] and other novel developments such as the micro-plane model [5, 6]. However, progressively more elaborated constitutive relations have also required a larger number of parameters, sometimes difficult to obtain and with not clear physical meaning.

In the 80's, the mesomechanical approach sometimes known as *numerical concrete* was proposed by [7], and followed later by others. It consisted on discretizing the first level of material (meso-structure) and assigning to each material component its individual geometry and properties. There is no doubt that the complexity of the non-

linear behavior of concrete may be largely associated to its heterogeneity and components. Therefore, it seems reasonable that considering explicitly each material component (geometry and mechanical properties) will allow us to consider simpler constitutive assumptions in exchange for an increasing size of the global problem. After the pioneer work of Roelfstra, different methodologies for considering the meso-structure have been proposed: lattice models, particle models and continuum meso-models.

Lattice models :

In lattice models, the continuum material is discretized by means of a grid or mesh of rod elements (free rotations at nodes) or beam elements (non-free rotations at nodes). Schlangen and van Mier have used a lattice model for modeling concrete cracks [8]. To consider the heterogeneity of the material, the basic lattice is superimposed on an image of the aggregate geometry and the material properties of the elements are assigned depending on their

location: within an aggregate, within the mortar matrix or crossing an interface.

Particle models :

Other authors proposed different models close to the lattice models, but based in a random distribution of particles, [9], which represent the main aggregate pieces in the concrete and their interactions. The main idea of these models has its origin in the *Distinct Element Method* or DEM [10], proposed to describe the behavior of granular materials, especially in the geomechanics context.

Continuum meso-models :

Examples of this approach are [7], [11], [12]. In the model proposed by Roelfstra, the granular inclusions were represented as circles. In the model of Stankowski concrete is represented in terms of polygonal approximations with irregular shapes for the aggregates. Stankowski's model was also proposed in 2D, and only considered interface elements in the contacts between aggregates and mortar, while the matrix elements were assumed elastoplastic. Vonk's model considered interface elements in the contacts between aggregate and mortar, as well as through the mortar. The behavior of the interface elements is governed by a Mohr-Coulomb criterion that is combined with a second surface which limits the tensile strength.

2. 3D MESO-STRUCTURE GENERATION

In this work, a new approach for representing concrete at meso-scale is used. This approach, developed over the last few years by the group of mechanics of materials at ETSECCPB, [13, 14, 15, 16], is based on a meso-structure representation of concrete similar to the representation used by Stankowski. However, in this approach interface elements were also introduced to connect aggregates through the matrix in a similar fashion as the model developed by Vonk.

The methodology followed for the generation of the geometry is based on the Voronoi/Delaunay tessellation theory. Similar methodology was already used for the generation of geometries in 2D analyses of concrete [13] and trabecular bones [17] within the same research group. The 3D version has required the implementation of more efficient algorithms, dealing with specific data structures as well as the development of new algorithms for the geometry treatment.

3. 3D INTERFACE CONSTITUTIVE MODEL

Departing from the initial 2D model proposed by Carol et al., (1997) [18], a new 3D version of the model has been developed. The new version is formulated in terms of three relative displacements, one normal and two tangential on the plane of the interface element. The cracking surface is a hyperboloid, and is defined using three physical parameters: tensile strength (χ), apparent cohesion (C) and friction angle ($\tan \phi$), that evolve according to one

single history variable which accounts the work spent in fracture processes (W^{cr}). The new model contains a series of new changes that may be summarized as follow:

- a) A hyperboloid has been chosen for the plastic potential. The new flow rule is defined by three physical parameters: χ , C_Q and $\tan \phi_Q$, in which χ is the same than for the cracking surface, whereas C_Q and $\tan \phi_Q$ are defined by means of a scaling function of C and $\tan \phi$ respectively. This definition makes the model in general non-associated, although by choosing the adequate parameters associativity may be recovered. The new definition for the flow rule avoids some discontinuities detected in the previous 2D model [18] that affected the convergence rate.
- b) New evolution laws for χ , C and $\tan \phi$ have been chosen. These laws represent a minor change, but avoid discontinuous derivatives at the singular points $W^{cr} = 0$, $W^{cr} = G_f^I$ and $W^{cr} = G_f^{IIa}$, which were present in the original definition of the model using linear decay laws.
- c) The new version of the model incorporates an alternative integration procedure based on "Backward-Euler" scheme. The new integration scheme includes the history variable, W^{cr} , as an independent variable and as a consequence quadratic convergence is obtained in the integration process.

More information about the procedure for the meso-structure generation, constitutive model formulation, numerical aspects and results obtained under uniaxial loading may found in [14, 15, 16].

4. BIAXIAL LOADING

The main purpose of this loading case is to illustrate the capabilities of the model for reproducing more complex loading situations than the uniaxial tension and compression considered in previous papers. The original idea was to replicate exactly the lab experiments carried out by [19]. In those experiments $20 \times 20 \times 5 \text{ cm}^3$ concrete specimens were loaded to failure under various biaxial loading states. However, to replicate exactly those specimens the number of aggregates exceeded the computational power available. This was due to the minimum number of aggregates across the specimen depth, which forced a small aggregate size, then leading to a high number of them over the entire specimen. As an alternative, a cubical specimen has been used for this test. It was expected that a thicker specimen would basically reproduce similar behavior with much lower computational requirements because aggregates can be larger. In particular a 14-aggregate specimen has been used to obtain the biaxial failure envelope.

The original lab experiment was performed under displacement control, but additionally the ratio of the applied

stresses was also under control and maintained a constant ratio σ_1/σ_2 . To reproduce the same loading scenario, computations have been carried out under load control which ensures constant ratio between σ_1 and σ_2 , but using Arc-Length method to be able to reach the peak load. Load is only applied on two faces (active faces) whereas their opposites (passive faces) have been blocked their normal displacement and freed the on-plane displacements. Loading platens corresponding to active faces have been discretized with linear prismatic elements obtained with an “extrusion” meshing method, figure 1. Along the contact between platens and concrete, linear elastic interface elements have been introduced with the following material parameters: $K_N = 10^9$ MPa/m and $K_T = 0,0$ MPa/m. These interface elements prevent inter-penetration of the platen within the concrete body, and at the same time allow free sliding of the concrete mesh with respect to the rigid platen. The material parameters used for the concrete are: $E = 70000$ MPa (aggregate), $E = 25000$ MPa (mortar) and $\nu = 0,20$ (both) for the continuum elements; for the aggregate-mortar interfaces: $K_N = K_T = 10^9$ MPa/m, $\tan \phi_0 = 0,6$, $\tan \phi_r = 0,2$, tensile strength $\chi_0 = 2,0$ MPa, $c_0 = 7,0$ MPa, $G_F^I = 0,03$ N/mm, $G_F^{IIa} = 10G_F^I$; for the mortar-mortar interfaces the same parameters except for $\chi_0 = 4,0$ MPa, $c_0 = 14,0$ MPa, $G_F^I = 0,06$ N/mm.

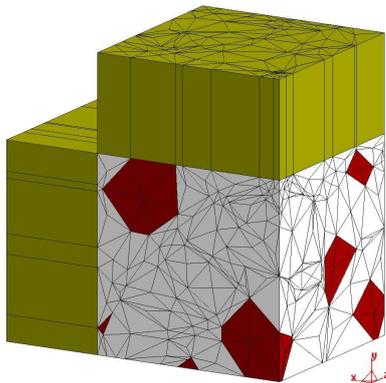


Figura 1: Finite element mesh for concrete and rigid platens used in the biaxial numerical tests.

Seventeen different loading paths with different proportions of σ_1 and σ_2 have been applied to the experiment. In terms of θ (where: $\theta = \tan^{-1}(\sigma_y/\sigma_x)$) they are: 45° , 60° , 75° , 90° , 120° , 135° , 150° , 160° , 170° , 175° , 180° , 187.5° , 195° , 202.5° , 210° , 217.5° and 225° . The uniaxial compressive strength obtained is 36.42 MPa (σ_x), value which is not too far from the average concrete strength used in the experiments, 31.50 MPa. Both biaxial diagrams (numerical and experimental) are compared in figure 2.

In figures 3 to 9 the cracking state view in direction perpendicular to planes XY, XZ and YZ (in terms of relative displacement norm) have been represented for each loading path marked in figure 2. In general, the numerical results obtained agree well with the experimental data in spite of the differences between the specimens used in the calculations and in the experiments. The results reproduce successfully the compressive to tensile strength ratio

(≈ 10), the similar tensile strength for biaxial and uniaxial loading and the increase of strength in the biaxial compression zone. A more detailed description of the results is given in the next subsections.

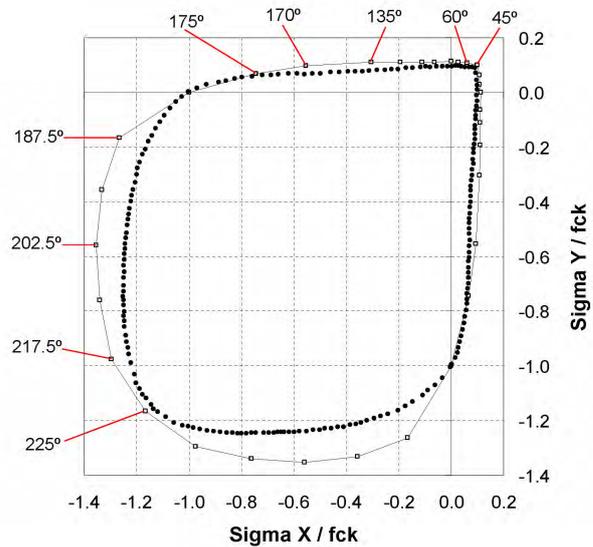


Figura 2: Comparison between experimental (marked using dots, [19]) and numerical failure envelope for biaxial loading (continuous line).

Tension-tension loading (45° and 60°)

Figure 2 showed that the resulting tensile strength is almost the same for any value of θ within the range $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$, with only a slight reduction when $\theta = 45^\circ$. In figure 4, the opening cracks develop through a plane orthogonally oriented to the maximum loading direction (σ_y in this case) and coincides with the observed tendency in the case of uniaxial tension along Y direction. However, when $\sigma_x = \sigma_y$ opening cracks appear more or less 45° oriented due to the absence of a predominant loading direction, figure 3.

Tension-compression loading (170° and 175°)

The results in this loading sector are represented in figures 5 and 6. Figure 2 showed that, within this sector of the diagram, the material strength is mainly governed by the tensile response. The envelope side is close to a horizontal line and the tensile strength is similar to the one under uniaxial tension. However, if compression level increases over 95% of the uniaxial compression strength ($\theta \geq 175^\circ$), the material behavior changes suddenly, and the envelope diagram takes some slope. In terms of crack patterns, similar features may be observed in figures 5 and 6. For instance, for low levels of compression ($90^\circ \leq \theta \leq 170^\circ$), cracking patterns agree with the case of uniaxial tension as shown in figure 5. However for high levels of compression ($175^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$), the cracking patterns agree with the case of uniaxial compression, figure 6. These results reflect the capabilities of this model to capture the failure transition between mode I and mixed mode.

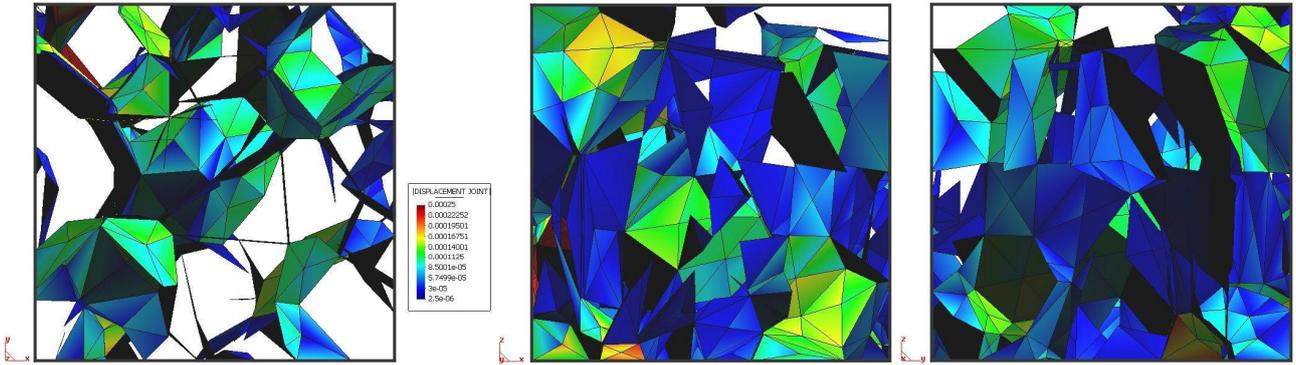


Figura 3: $\theta = 45^{\circ}$. Cracking state for planes XY (left), XZ (center) and YZ (right), in terms of relative displacement norm.

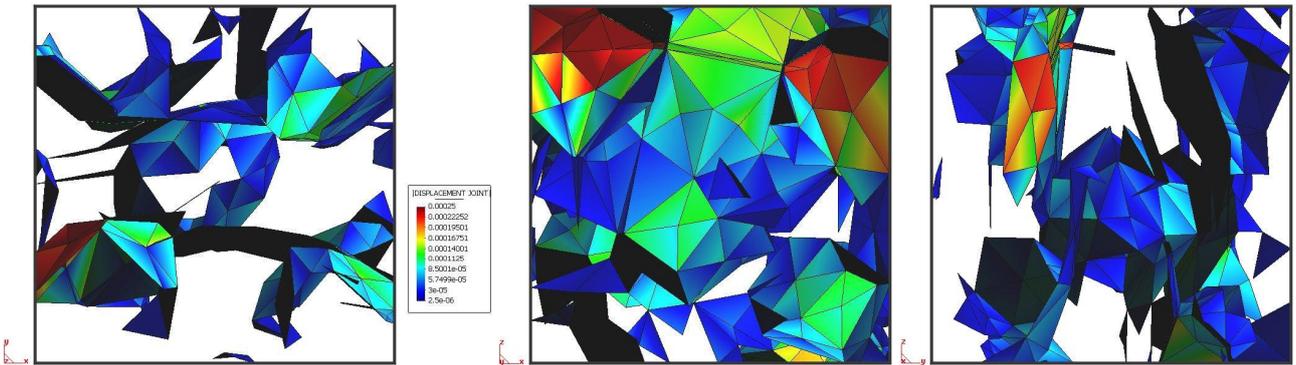


Figura 4: $\theta = 60^{\circ}$. Cracking state for planes XY (left), XZ (center) and YZ (right), in terms of relative displacement norm.

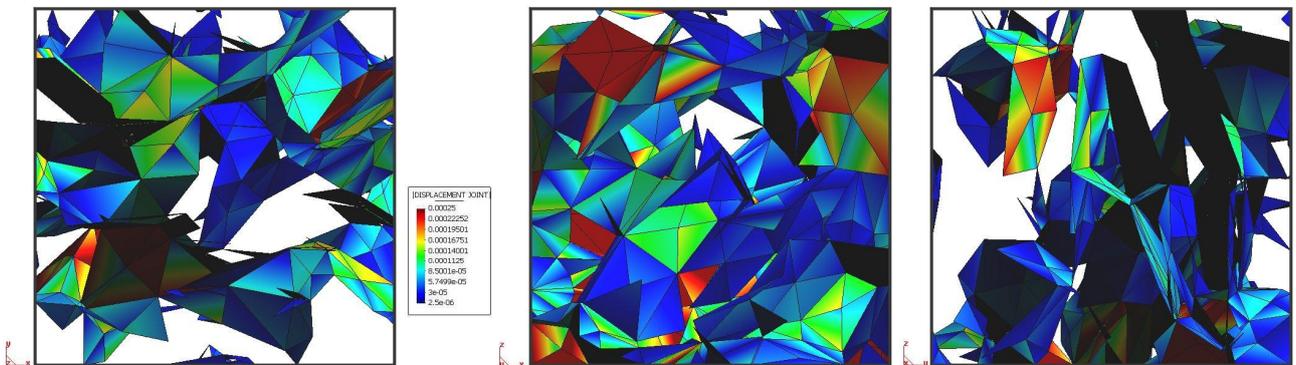


Figura 5: $\theta = 170^{\circ}$. Cracking state in terms of relative displacement norm. Planes XY (left), XZ (center) and YZ (right).

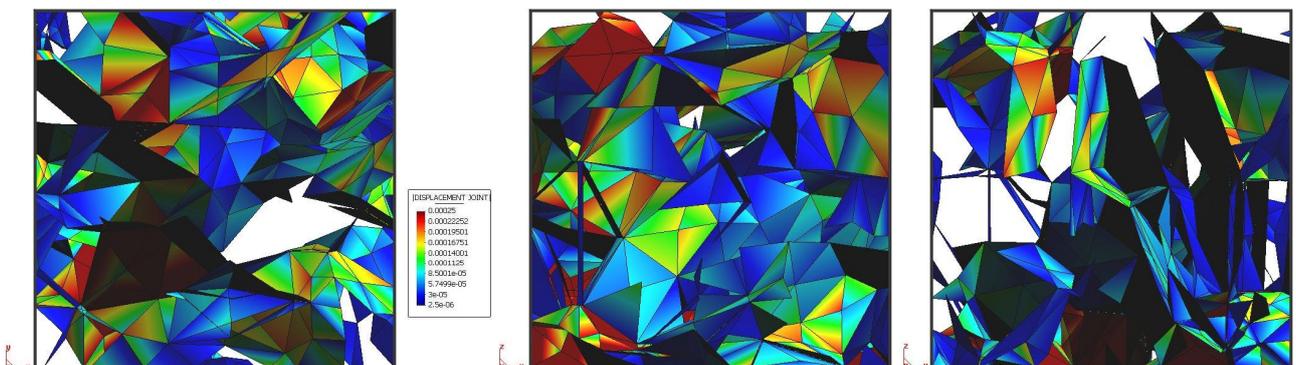


Figura 6: $\theta = 175^{\circ}$. Cracking state in terms of relative displacement norm. Planes XY (left), XZ (center) and YZ (right).

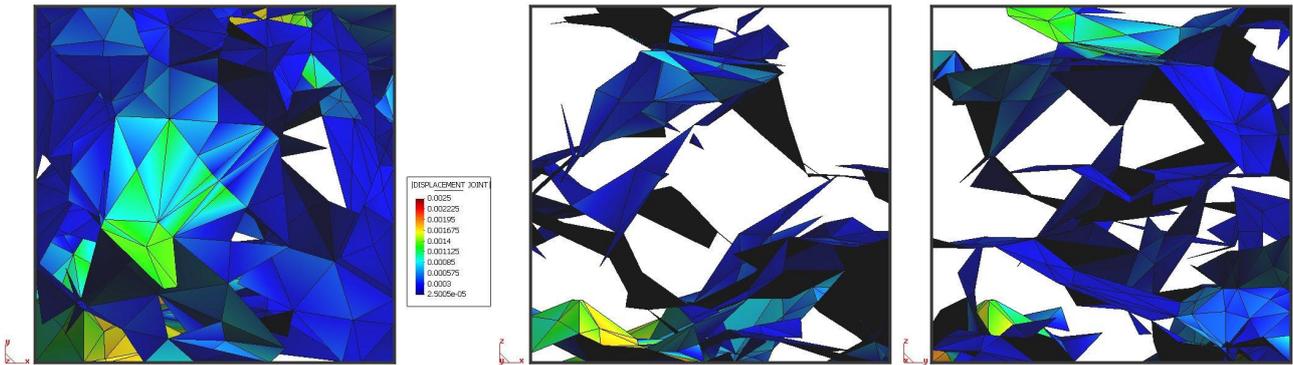


Figura 7: $\theta = 202,5^{\circ}$. Cracking state in terms of relative displacement norm. Planes XY (left), XZ (center) and YZ (right).

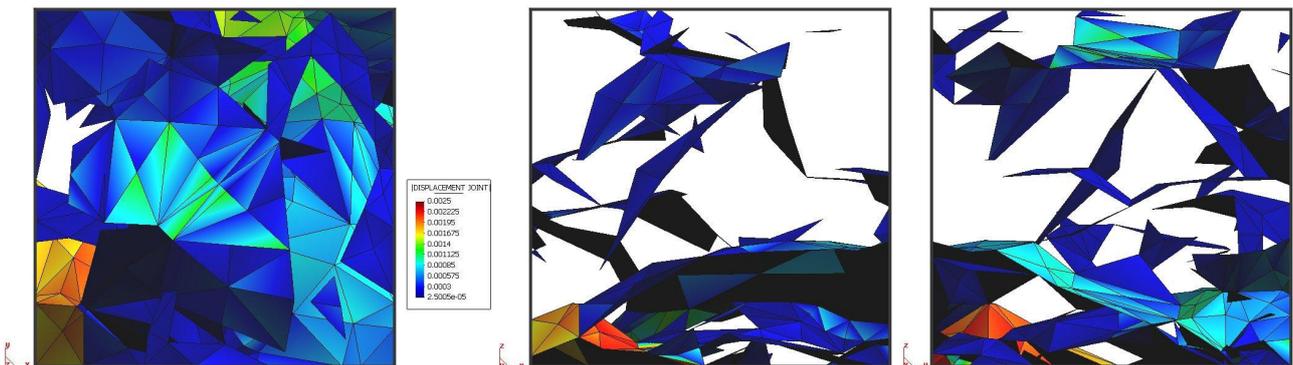


Figura 8: $\theta = 217,5^{\circ}$. Cracking state in terms of relative displacement norm. Planes XY(left), XZ(center) and YZ(right).

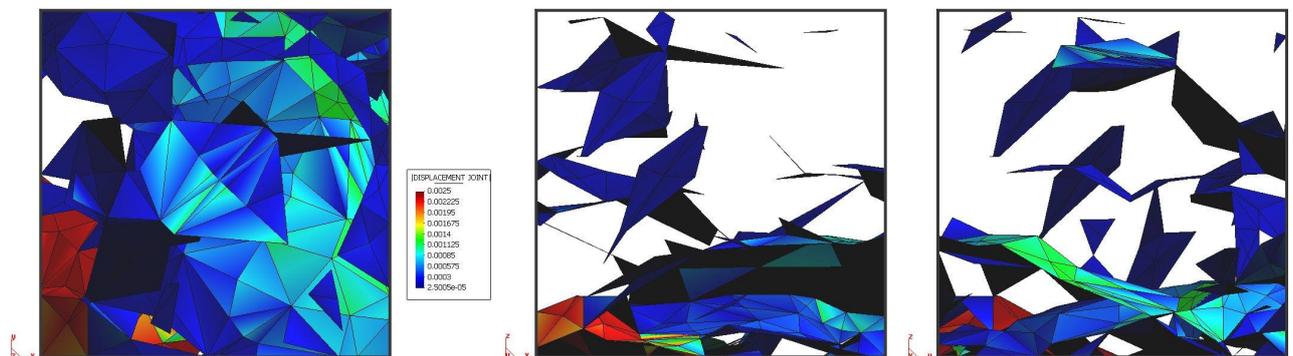


Figura 9: $\theta = 225^{\circ}$. Cracking state in terms of relative displacement norm. Planes XY (left), XZ (center) and YZ (right).

Compression-compression loading (202.5, 217.5 and 225°)

The results in this loading sector are represented in figures 7, 8 and 9. In figure 2 it can be seen that in this sector the final compressive strength increases with respect to the value obtained in uniaxial compression, both in the experiments and in the calculations. In particular, when $\sigma_y/\sigma_x = 1$ the increase is 17%, although the largest increase is obtained for $\sigma_y/\sigma_x = 0,41$, qualitatively close to the experimental results. On the other hand, in figure 2 it is also apparent that although numerical and experimental diagrams agree qualitatively, the first one shows a higher strength than the second. On the other hand, in figures 7, 8 and 9 it is possible to see that the opening cracks are mainly oriented parallel to the loading directions,

and therefore parallel to the XY plane.

5. CONCLUDING REMARKS

In this paper, the 3D meso-mechanical approach proposed recently [14, 16] has been used to analyze a 14-aggregate mesh under biaxial loading. The failure envelope obtained numerically has been compared with the experimental results obtained by Kupfer [19]. In particular, the obtained numerical failure envelope agrees qualitatively well with the experimental results. In addition, the numerical approach also captures similar values of tensile strength for uniaxial and biaxial tension, the increase of compression strength for the biaxial compression with respect to the uniaxial compression, and the relation

$f_c \approx 10f_t$. Current work aims at the extension of this analysis to geometries with larger number of aggregates, to study more complex specimens (cylinders, panels, notched beams, etc.) as well as other loading scenarios.

ACKNOWLEDGEMENTS

This work was in part developed under a FPU doctoral fellowship to the first author and the research project MAT2003-02481 funded by MEC (Madrid). The third author also thanks MEC (Madrid) for his position under the Ramón y Cajal program. Support from UPC for the final three months of doctoral studies of the first author is also gratefully acknowledged.

REFERENCIAS

- [1] A. Chen and W. Chen, "Constitutive relations for concrete," *ASCE J. Engrg. Mech.*, vol. 101, pp. 465–481, 1975.
- [2] E. Pramono and K. Willam, "Fracture energy-based plasticity formulation of plain concrete," *ASCE J. Engrg. Mech.*, vol. 115, pp. 1183–1204, 1987.
- [3] G. Pijauder-Cabot and Z. Bažant, "Nonlocal damage theory," *ASCE J. Engrg. Mech.*, vol. 113, pp. 1512–1533, 1987.
- [4] I. Carol, E. Rizzi, and K. Willam, "On the formulation of anisotropic elastic degradation. I: Theory based on a pseudo-logarithmic damage tensor rate," *Int. J. Solids and Structures*, vol. 38, no. 4, pp. 491–518, 2001.
- [5] I. Carol, P. Prat, and Z. Bažant, "New explicit microplane model for concrete: theoretical aspects and numerical implementation," *Int. J. Solids and Structures*, vol. 29, no. 9, pp. 1173–1191, 1992.
- [6] Z. Bažant and F. Caner, "Microplane model m5 with kinematic and static constraints for concrete fracture and anelasticity i: Theory," *ASCE J. Engrg. Mech.*, vol. 131(1), pp. 31–40, 2005.
- [7] P. Roelfstra, H. Sadouki, and F. Wittmann, "Le béton numérique," *Materials & Structures RILEM*, vol. 18, pp. 309–317, 1985.
- [8] E. Schlangen and J. van Mier, "Micromechanical analysis of fracture of concrete," *Int. J. Damage Mech.*, vol. 1, p. 435, 1992.
- [9] M. Jirásek and Z. Bažant, "Particle model for fracture and statistical micro-macro correlation of material constants," in *Fracture Mechanics of Concrete Structures (FramCoS 2)* (F. Wittman, ed.), (Zürich, Switzerland), Aedificatio Publishers, Freiburg, 1995.
- [10] P. Cundall, "A computer model for simulating progressive large scale movements in blocky rock systems," in *Proceedings of the Symposium of the International Society for Rock Mechanics*, (Nancy, France), pp. 11–18, 1971. Paper No. II-8.
- [11] T. Stankowski, *Numerical simulation of progressive failure in particle composites*. PhD thesis, Dept. CEAE, University of Colorado, Boulder, CO 80309-0428, USA, 1990.
- [12] R. Vonk, *Softening of concrete loaded in compression*. PhD thesis, Technische Universiteit Eindhoven, Postbus 513, 5600 MB Eindhoven, The Netherlands, 1992.
- [13] C. López, *Microstructural analysis of concrete fracture using interface elements. Application to various concretes*. PhD thesis, ETSECCPB-UPC, E-08034 Barcelona (Spain), 1999. (In Spanish).
- [14] A. Caballero, C. López, and I. Carol, "3D meso-structural analysis of concrete specimens under uniaxial tension," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2005. In press.
- [15] A. Caballero, I. Carol, and C. López, "A meso-level approach for the 3D numerical analysis of cracking and fracture of concrete materials," *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*, 2005. Submitted.
- [16] A. Caballero, *3D meso-mechanical numerical analysis of concrete using interface elements*. PhD thesis, ETSECCPB-UPC, E-08034 Barcelona (Spain), 2005.
- [17] I. Carol, C. López, and O. Roa, "Micromechanical analysis of quasi-brittle materials using fracture-based interface elements," *Int. J. Num. Methods in Engineering*, vol. 52, no. 1–2, pp. 193–215, 2001.
- [18] I. Carol, P. Prat, and C. López, "A normal/shear cracking model. Application to discrete crack analysis," *ASCE J. Engrg. Mech.*, vol. 123, no. 8, pp. 765–773, 1997.
- [19] H. Kupfer, H. Hilsdorf, and H. Rüschi, "Behavior of concrete under biaxial stresses," *J. Am. Concrete Inst.*, vol. 66, pp. 656–666, 1969.

MODELADO DE LA INDENTACIÓN DE ESTRUCTURAS MICROELECTRÓNICAS EN SECCIÓN TRANSVERSAL MEDIANTE ELEMENTOS COHESIVOS

D. González¹, J.M. Molina-Aldareguia¹, I. Ocaña¹, M.R. Elizalde¹, J.M. Sánchez¹, J.M. Martínez-Esnaola¹, J. Gil-Sevillano¹, G. Xu², D. Pantuso², B. Sun², B. Miner², J. He², J. Maiz²

¹CEIT y TECNUN (Universidad de Navarra), P. Manuel Lardizabal 15,
20018 San Sebastián, España
E-mail: dgonzalez@ceit.es

²Intel Corporation, Hillsboro 97124 (OR), USA

RESUMEN

La fiabilidad termo-mecánica de las estructuras microelectrónicas es de gran importancia para la industria de los circuitos integrados (IC). La técnica de indentación en sección transversal (CSN) permite evaluar la adhesión de sus intercaras. En este artículo se presenta una simulación numérica de la técnica CSN. El objetivo de la misma es mejorar la medida de las energías de adhesión de las intercaras respecto a los métodos actuales. Para ello, se ha construido un modelo de elementos finitos que reproduce las condiciones del experimento y que predice los caminos y longitudes de la grieta observados experimentalmente. El proceso de fractura ha sido introducido en la simulación por medio de un modelo de zona cohesiva (CZM), que ha sido implementado a través de un elemento finito de usuario.

ABSTRACT

The thermo-mechanical reliability of interconnect structures is of great importance for the integrated circuits (IC) industry. In this context, the cross sectional nanoindentation technique (CSN) is very useful to assess the adhesion of interfaces in patterned interconnect structures. In this paper, the numerical simulation of the CSN experiment in patterned structures is presented. This is used to determine the fracture energy of the interfaces. A finite element (FE) model has been built which reproduces the experimental conditions and predicts the crack lengths and crack paths observed in the experiments. The fracture processes have been incorporated into the FE simulation using the cohesive zone model (CZM), which has been implemented through a user defined finite element.

PALABRAS CLAVE: Nanoindentación, intercara, modelo cohesivo

1. INTRODUCCIÓN

El proceso de miniaturización en los IC y la interacción de los elementos metálicos y el silicio dentro de la estructura producen un aumento de las tensiones de origen térmico, tanto en el proceso de fabricación como durante la vida útil, lo que unido a la introducción de nuevos materiales de baja constante dieléctrica, con pobres propiedades mecánicas desde el punto de vista de la fractura, aumentan el riesgo de fallo por delaminación en las intercaras [1-3]. En la última década se han desarrollado varias técnicas para estudiar el fallo por delaminación de estructuras multicapa [4-8]. Sin embargo, se hace muy necesaria una técnica para el estudio del fallo adhesivo en estructuras electrónicas reales, morfológicamente más complejas que las multicapa, con líneas metálicas interconectadas entre sí y embebidas dentro de capas de material dieléctrico (referenciadas en adelante como estructuras ‘pattern’).

La técnica de indentación en sección transversal (CSN) es una de las más adecuadas para realizar el análisis en estructuras ‘pattern’. Inicialmente fue desarrollada para el estudio de la adhesión de una capa (cerámica o

metálica) de espesor reducido a un sustrato de silicio (estructura referenciada en adelante como ‘blanket’). Está basada en la indentación con una punta Berkovich en el citado sustrato de silicio, cerca de la intercara de ambos materiales, tras haber realizado previamente un corte transversal en la estructura mediante FIB, provocando que en las esquinas de la indentación se inicien grietas que se propagan en el silicio hasta llegar a la intercara, donde deflectan para pasar a propagar por la misma.

El potencial de la técnica CSN reside en el hecho de poder estudiar la delaminación en estructuras ‘pattern’, así como en el posterior estudio que se realiza mediante microscopía electrónica (SEM) del comportamiento seguido por la grieta en su propagación a lo largo de la estructura electrónica, interactuando mecánicamente con los distintos elementos de la misma. Los resultados experimentales demuestran la capacidad de la técnica CSN para medir cualitativamente la adhesión en estructuras ‘pattern’ [9,10], tal como se verá en la siguiente sección. En este artículo se presentan los resultados numéricos obtenidos al modelar el ensayo CSN con

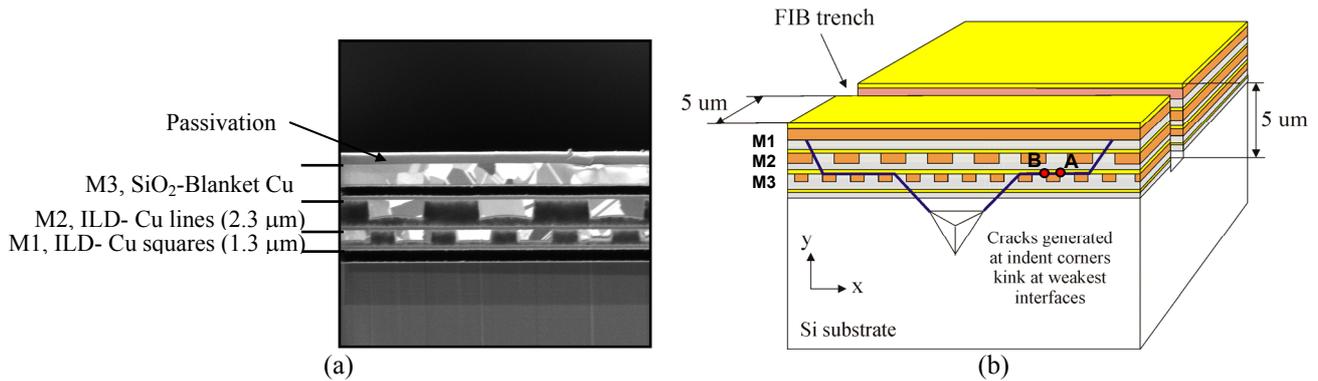


Figura 1. (a) Estructura de las muestras estudiadas, con tres capas de metalización. (b) Esquema de la preparación de la muestra y del procedimiento de indentación.

el programa comercial de elementos finitos ABAQUS [11], con el fin de obtener una herramienta predictiva del comportamiento de la grieta y medir de forma cuantitativa la energía de adhesión en las intercaras entre determinados componentes.

2. LA TÉCNICA CSN

Los experimentos CSN se han realizado en circuitos de ensayo que simulan la tecnología de microprocesador de 90 nm [12]. Estos chips constan de tres niveles de metalización (Cu) embebidos en una capa de material dieléctrico (ILD) y con películas de material aislante ‘etch stop’ (ES) separando los distintos niveles. El nivel de metalización superior (M3) es una película continua de Cu, mientras que en los otros dos niveles el Cu se presenta en forma de líneas (M2) y cuadrados (M1). Se han utilizado tres tipos de material dieléctrico ILD en las muestras, que se referencian como ILD-1, ILD-2 y ILD-3. Cuando el dieléctrico presente en los circuitos es ILD-2, se han utilizado cuatro tipos de material ‘etch stop’ (ES) en la capa aislante entre M1 y M2, ES-1, ES-2, ES-3 y ES-4, manteniéndose constantes todos los demás componentes del sistema (ver fig. 1).

Con objeto de estudiar la fractura en estructuras ‘pattern’, la técnica CSN convencional (diseñada inicialmente para el estudio en estructuras ‘blanket’) ha sido ligeramente modificada. Se realiza una “trinchera” paralela a la superficie de indentación mediante FIB

(focused ion beam) en la estructura, a una distancia de 5 μm y con una profundidad del mismo valor, con la finalidad de facilitar el estudio del comportamiento de la grieta, forzando a que su crecimiento sólo sea en dirección X (una vez alcance la superficie libre), transformando el problema 3-D en uno 2D. Después de la preparación de la muestra, se ejecuta el procedimiento de indentación descrito por Sánchez et al. [4] con un Nano Indenter® XP (MTS). Tras el ensayo, se realiza un análisis fractográfico de los chips mediante SEM para observar el camino descrito por la grieta y medir sus longitudes en las distintas intercaras del sistema.

La fig.2 muestra resultados experimentales típicos obtenidos; se trata de dos chips iguales, con la única diferencia del material ES utilizado en la capa aislante entre M1 y M2. La longitud de grieta propagada entre la capa de ES y la primera capa de metalización (M1) es bastante mayor en el caso del ES-1, lo que indica que las propiedades de adhesión del ES-4 son mucho mejores que las del ES-1 (aparte de la posible influencia que el campo de tensiones pueda tener en el proceso de fractura en función del material aislante ES utilizado, aspecto que se estudiará más adelante). Este tipo de análisis permite ordenar los cuatro materiales aislante ES y los tres materiales dieléctricos ILD en función de las propiedades exhibidas en el fenómeno de fractura [9,10], tal como se recoge en la fig. 3 y en la fig. 4.

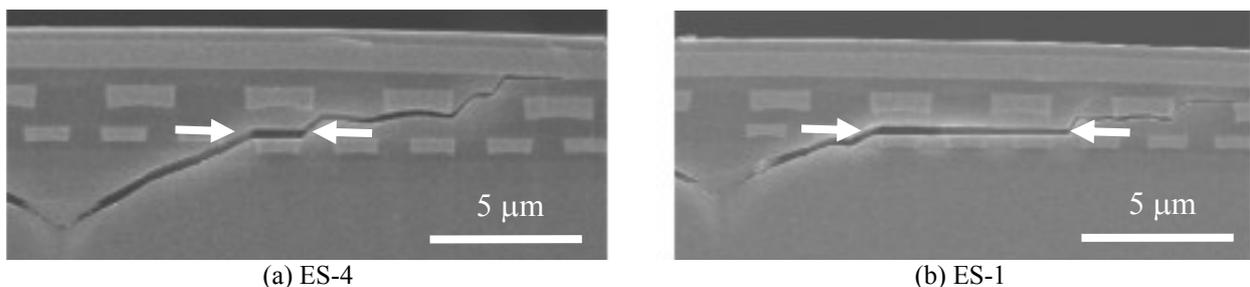


Figura 2. Ejemplos de la técnica CSN: (a) buena adhesión y (b) mala adhesión, de la intercara señalada.

En la fig. 3 se comparan las energías de fractura de la intercara ES/Cu obtenidas mediante ensayo de flexión en cuatro puntos de estructuras ‘blanket’ con las longitudes de grieta medidas entre el ES y la primera capa de metalización (M1) mediante CSN. Aunque realmente hay dos intercara diferentes involucradas en el crecimiento de la grieta debajo de la citada capa de ES (ES/Cu y ES/ILD), sólo la energía de adhesión perteneciente a la intercara ES/Cu varía significativamente entre los ES (la energía de adhesión para la intercara ES/ILD es 3 J/m² para los cuatro materiales).

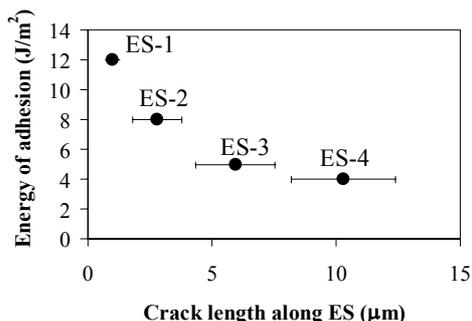


Figura 3. Comparación entre CSN y el ensayo de flexión en cuatro puntos.

En la fig. 4 se comparan los datos para la tensión de fractura medidos por ‘channel cracking’ con la longitud de grieta total en la estructura obtenida por CSN para cada ILD. Ambas figuras (fig. 3 y fig. 4) contrastan positivamente los resultados obtenidos por CSN relativos a longitud de grieta propagada con los obtenidos por el ensayo de flexión en cuatro puntos (energía de adhesión en la intercara ES/Cu) y la técnica de ‘channel cracking’ (tensión de fractura en el ILD).

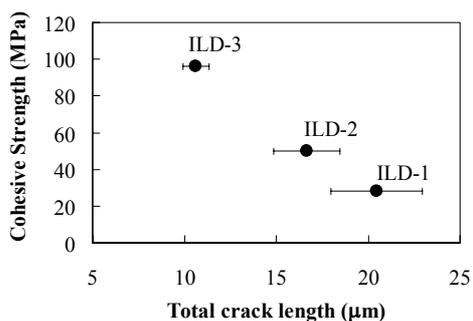


Figura 4. Comparación entre CSN y el ensayo de ‘channel cracking’.

La técnica CSN puede ser considerada, por lo tanto, como un medio rápido para estudiar de manera cualitativa las propiedades a fractura *in-situ* de una estructura ‘pattern’ sin necesidad de construir sistemas más simples con los mismos materiales (como las estructuras ‘blanket’). Permite tener en cuenta tanto los efectos de la complejidad estructural del sistema en sí mismo (con material metálico embebido en capas de

material dieléctrico) así como la posible influencia del proceso de fabricación real del chip. Sin embargo, para entender mejor los distintos comportamientos de la grieta observados experimentalmente y conseguir información de carácter cuantitativo acerca de los mismos, es necesario realizar un análisis numérico del proceso mediante una simulación por elementos finitos.

3. MODELIZACIÓN NUMÉRICA DE LA TÉCNICA CSN

El principal objetivo de este análisis es establecer si las diferencias en los campos de tensiones resultantes de las distintas combinaciones de propiedades elasto-plásticas de los materiales de la estructura ‘pattern’ en combinación con las propiedades a fractura de los mismos y de las intercara de las que forman parte, pueden explicar las distintas tendencias de la grieta observadas experimentalmente.

El fenómeno de fractura ha sido introducido en el modelo de elementos finitos a través del modelo de zona cohesiva (CZM). Esta técnica numérica permite simular la fractura en un análisis de elementos finitos a través de un “elemento de usuario”, referido en adelante como “elemento cohesivo”. El elemento cohesivo, compatible con los elementos finitos estándar del continuo, establece unas fuerzas en sus nodos en función de los desplazamientos relativos de los mismos. Para una determinada separación entre nodos, esas fuerzas se hacen cero. El CZM debe ser considerado como una forma fenomenológica de describir el proceso de fractura más que una explicación física del mismo.

En las siguientes líneas se explican brevemente los fundamentos del modelo CZM utilizado. Para ello, se va a considerar la separación entre dos elementos de área inicialmente unidos en una intercara. Una formulación de ley cohesiva en modos mixtos está basada en la existencia de un potencial Φ que representa el consumo de energía en el proceso de separación. Primero se ha de introducir un desplazamiento equivalente, δ , como

$$\delta = \sqrt{\delta_n^2 + q^2 \delta_t^2} \tag{1}$$

donde δ_t y δ_n son las componentes tangencial y normal, respectivamente, del vector desplazamiento relativo, medidas sobre la superficie cohesiva. El coeficiente ponderador q define la relación entre las aperturas críticas normal y tangencial (y de alguna manera, por lo tanto, la relación entre K_{IIC} y K_{IIIC}). El modelo asume que el potencial Φ sólo depende de la apertura equivalente δ , como

$$\Phi(\delta_n, \delta_t) = \int_0^\delta \sigma(x) dx \tag{2}$$

donde la función $\sigma(\delta)$ representa la tracción normal en ausencia de desplazamiento tangencial (modo I). Esta

tensión $\sigma(\delta)$ ha de considerarse como una tensión equivalente, que depende sólo del desplazamiento equivalente δ . En el caso de tener un modo mixto, las componentes tangencial y normal de la tracción, σ_t y σ_n (medidas sobre la superficie cohesiva), se obtienen al derivar la función potencial Φ respecto de los desplazamientos relativos (δ_t y δ_n),

$$\sigma_n = \frac{\partial \Phi}{\partial \delta_n} = \sigma(\delta) \frac{\delta_n}{\delta} \tag{3}$$

$$\sigma_t = \frac{\partial \Phi}{\partial \delta_t} = \sigma(\delta) q^2 \frac{\delta_t}{\delta}$$

Existen diversas leyes cohesivas σ - δ en la bibliografía referente a la modelación de fractura. Tvergaard y Hutchinson [13,14] señalan que la forma de la ley cohesiva es relativamente poco importante y que los dos parámetros que realmente caracterizan el proceso de fractura son la energía de fractura G_0 de la ley (el área bajo su curva) y la tensión máxima de la misma, σ_{max} . En concreto, aquí se ha utilizado una ley triangular, fig. 5, para la que la energía de fractura viene dada por,

$$G_0 = \int_0^{\delta_c} \sigma(\delta) d\delta = \frac{1}{2} \sigma_{max} \delta_c \tag{4}$$

Se ha considerado el fenómeno de daño en la ley cohesiva una vez que δ supere el valor δ_0 , esto es, se considera el proceso de tracción-separación de nuestro sistema como irreversible a partir de $\delta_{max} > \delta_0$ (siendo δ_{max} el mayor desplazamiento equivalente δ sucedido en el proceso). Mientras se cumpla que $\delta_{max} < \delta_0$, el proceso de carga en la ley cohesiva (δ creciente) se puede considerar como reversible y, por tanto, la descarga de la ley (δ decreciente) se hará por el mismo camino. Una vez que $\delta_{max} > \delta_0$, se da una degradación de la ley cohesiva y un proceso de descarga irreversible hacia el origen de la ley ocurre cuando disminuye δ (ver fig. 5).

Este modelo de CZM se ha sido utilizado como ecuación constitutiva de los elementos cohesivos, cuando, trabajando a nivel de punto de integración del elemento, se han calculado las tensiones en función de los desplazamientos relativos.

El ensayo CSN se ha modelado por elementos finitos como una viga simétrica, utilizando elementos de

deformación plana. Se ha impuesto un desplazamiento vertical y uniforme que simula el efecto de la indentación, en un grupo de nodos en la base de la viga. El resto de los nodos de la base permanecen fijos, así como los del extremo de la viga (ver fig. 6). El Cu es considerado como elástico-perfectamente plástico y todos los demás materiales del sistema como puramente elásticos. Los elementos cohesivos se han introducidos en la estructura en todos los caminos de la grieta observados experimentalmente, indicados en la fig. 6 con líneas blancas. De esta manera, a medida que la condición de contorno “motriz” aumenta (desplazamiento vertical), la grieta puede escoger su camino a través de la estructura guiada por los campos de tensiones generados y las propiedades a fractura de los materiales y las intercaras. Los parámetros de la ley cohesiva (G_0 y σ_{max}) caracterizan el proceso de fractura en cada intercara y en cada material.

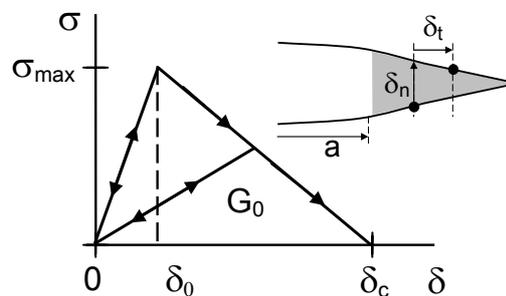


Figura 5. Ley cohesiva del modelo.

4. RESULTADOS DEL MODELO

La fig. 7 es un mapa de contornos de la tensión principal máxima que se da cuando la grieta alcanza la esquina superior derecha de una línea de Cu en el primer nivel de metalización (punto A en la fig. 6) para los dos ES más desiguales en cuanto a propagación de grieta se refiere: ES-1 y ES-4. No se aprecia ninguna diferencia significativa del valor de la tensión principal máxima entre ambos materiales, ni tampoco en las direcciones de las tensiones principales, que, en ambos materiales, empujan a la grieta a saltar fuera de la intercara. Sin embargo, los ensayos muestran una delaminación significativamente mayor en el caso del ES-1, tal como recoge la fig. 2.

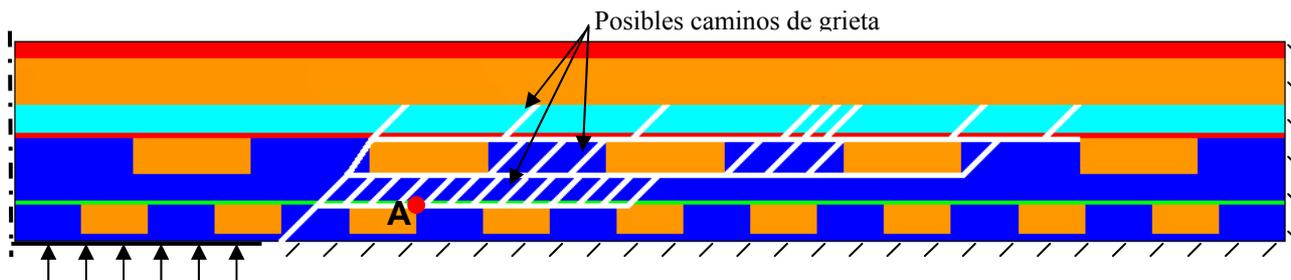


Figura 6. Esquema del modelo utilizado en la modelización del ensayo CSN.

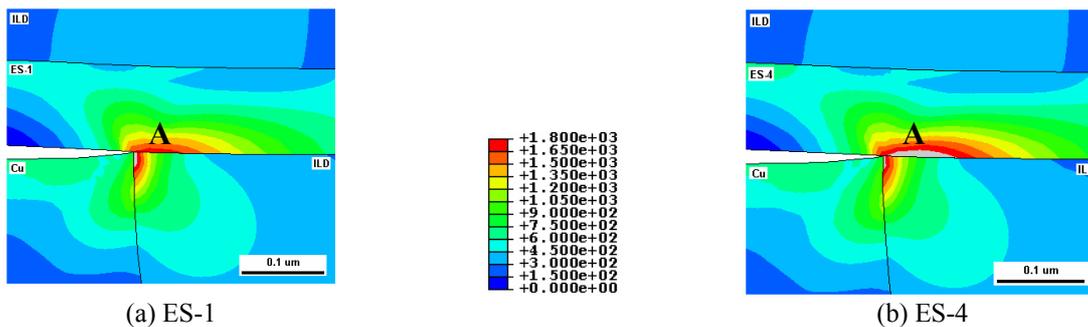


Figura 7. Tensión principal máxima en la proximidad de la punta de la grieta para ES-1 y ES-4.

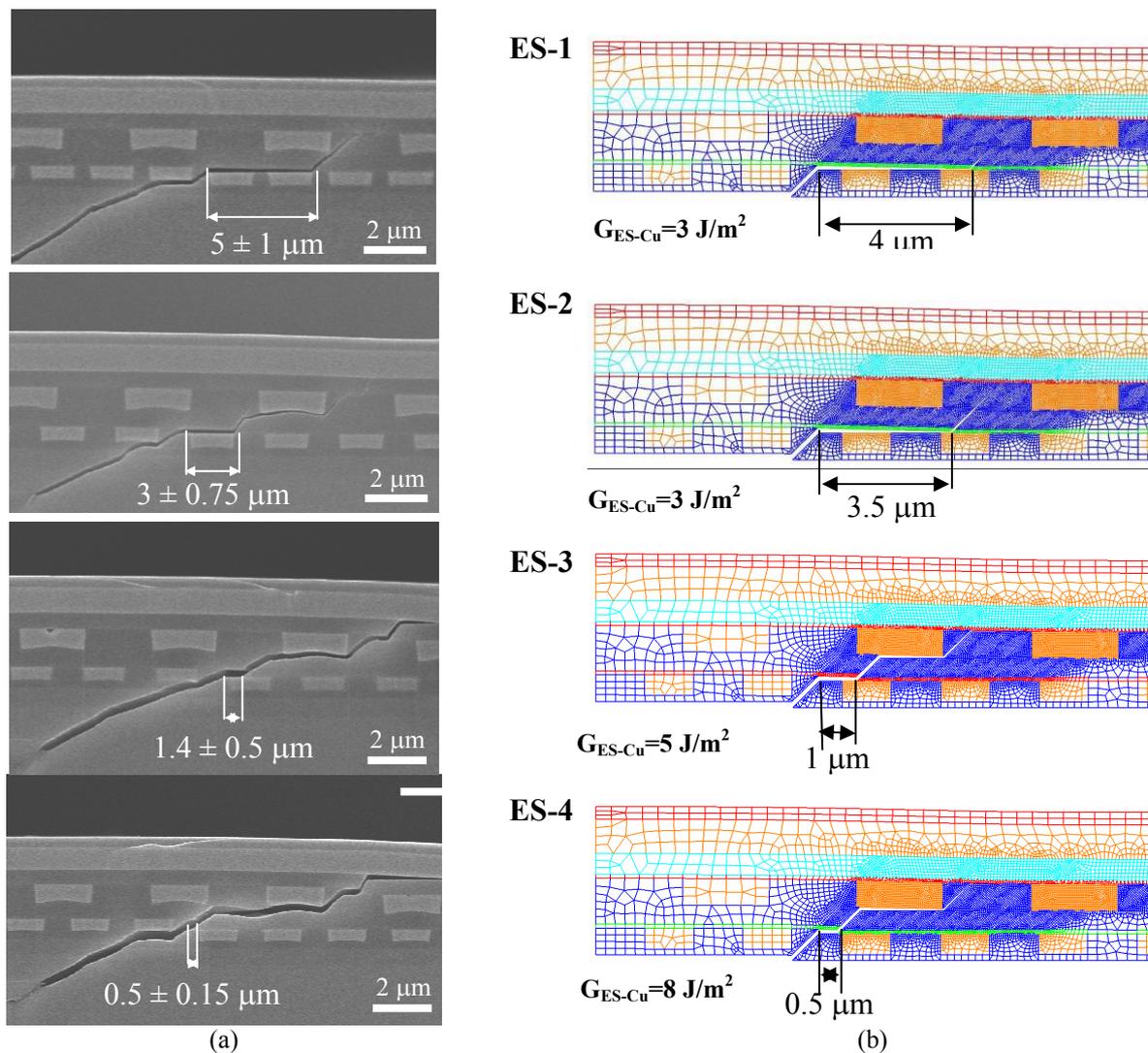


Figura 8. (a) Caminos de grieta experimentales (longitudes de grieta medias y desviación típica) y (b) simulaciones por elementos finitos de la longitud de grieta sobre M1 en las muestras con distintos materiales ES.

Esto confirma la idea de que la longitud de grieta propagada depende fuertemente de las propiedades de adhesión de la intercara y de que esa longitud es un parámetro válido como medida cualitativa de la adhesión. Sin embargo, en un caso general, los campos de tensiones en la intercara pueden variar dependiendo del sistema (debido a las diferentes propiedades

elásticas y las distintas tensiones residuales de cada material ES), influyendo en el comportamiento de la grieta. La longitud de grieta total a lo largo de una intercara podría verse afectada por dichos factores y no ser, por lo tanto, una medida directa de las propiedades de adhesión de la misma. Este hecho queda

perfectamente recogido mediante la utilización de los elementos cohesivos en las intercaras del sistema.

El resultado más relevante de este análisis numérico es que el modelo es capaz de capturar el efecto de las diferentes energías de adhesión entre el ES y el Cu para los distintos materiales ES estudiados. La fig. 8 muestra una selección de resultados experimentales para los cuatro ES (fig. 8a) y los correspondientes resultados obtenidos en la simulación numérica (fig. 8b). Intentando reproducir las longitudes de grieta medias obtenidas experimentalmente entre la capa de ES y el primer nivel metalización (M1), el único parámetro que se ha variado en cada batería de simulaciones ejecutada para cada material ES ha sido la energía de adhesión entre dicho ES y el Cu, G_{ES-Cu} , manteniendo constantes los demás parámetros del sistema (la energía de adhesión entre el ES y el ILD, G_{ILD-Cu} , se ha considerado como independiente del material ES, teniendo en cuenta los resultados experimentalmente en estructuras 'blanket'). La energía de adhesión G_{ES-Cu} finalmente estimada para cada ES será aquella que reproduzca la longitud de grieta media experimental de cada intercara. Estos resultados obtenidos numéricamente para G_{ES-Cu} concuerdan con los obtenidos experimentalmente mediante el ensayo de flexión en cuatro puntos. Los experimentos y las simulaciones siguen la misma tendencia, al disminuir la longitud de grieta a medida que aumenta la energía de adhesión G_{ES-Cu} .

Las simulaciones también reflejan el hecho de que para distintas longitudes medias de grieta medidas experimentalmente en ES-1 y ES-2, los valores de energía de adhesión obtenidos son iguales ($G_{ES-Cu} = 3 \text{ J/m}^2$). Esto es debido a que el comportamiento de la grieta en la intercara está determinado no sólo por las propiedades de adhesión de la misma, como ya se explicó anteriormente, sino también por los campos de tensiones en la proximidad de la punta de la grieta, que pueden variar de un material ES a otro.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer la financiación de Intel Corporation (USA) para la realización de este trabajo. Asimismo, quieren agradecer el apoyo económico recibido del Ministerio de Ciencia y Tecnología (MAT2003-04314 y Programa Torres Quevedo) y del Departamento de Educación, Universidades e Investigación del Gobierno Vasco (EX2002-6).

REFERENCIAS

[1] Nix, W.D., "Mechanical properties of thin films", Met Mater Trans A, 20A(11), 2217-2245, 1989.

[2] Iwai, H., Ohmi, S., "Silicon integrated circuit technology from past to future", Microelectronics Reliability, 42(4-5), 465-491, 2002.

[3] Reynard, J.P., Verove, C. et al., "Integration of fluorine-doped silicon oxide in copper pilot line for 0.12- μm technology", Microelectronic Engineering, 60(1-2), 113-118, 2002.

[4] Sanchez, J.M., El-Mansy, S. et al., "Cross-sectional nanoindentation: a new technique for thin film interfacial adhesion characterization", Acta Mater, 47, 4405-4413, 1999.

[5] Martinez-Esnaola, J.M., Sanchez, J.M. et al., "Interfacial cracking in thin film structures" in Fracture Mechanics: Applications and Challenges, Oxford: Elsevier Science;ESIS publication, 26, 47-71, 2000.

[6] Elizalde, M.R., Sanchez, J.M. et al., "Interfacial fracture induced by cross-sectional nanoindentation in metal-ceramic thin film structures", Acta Mater, 51(14), 4295-4305, 2003.

[7] Volinsky, A.A., Moody, N.R. et al., "Interfacial toughness measurements for thin films on substrates", Acta Mater, 50(3), 441-466, 2002.

[8] Dauskardt, R.H., Lane, M. et al., "Adhesion and debonding of multi-layer thin film structures", Eng Fract Mech, 61(1), 141-162, 1998.

[9] Molina-Aldareguia, J.M., Ocana, I. et al., "A new technique to measure adhesion in patterned thin films", 11th International Conference in Fracture, ICF11, Topic 14: Electronic Materials, Paper 4002, 2005.

[10] Ocana, I., Molina-Aldareguia, J.M. et al., "Fracture characterisation in patterned thin-films by cross-sectional nanoindentation", submitted to Acta Mater.

[11] ABAQUS (2004), Reference Manuals, version 6.5, Hibbit, Karlsson and Sorensen.

[12] Jan, C.H., Bielefeld, J. et al., "90 nm Generation, 300 mm wafer low k ILD/Cu interconnect technology", IEEE IITC Proceedings, 15, 2003.

[13] Tvergaard, V., Hutchinson, J.W., "The relation between crack growth resistance and fracture process parameters in elastic-plastic solids", Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 40, 1377-1397, 1992.

[14] Tvergaard, V., Hutchinson, J.W., "The influence of plasticity on mixed mode interface toughness", Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 41, 1119-1135, 1993.

Simulación del efecto del tamaño en la deformación plástica de monocristales mediante dinámica de dislocaciones.

J. Segurado¹, I. Romero², J. LLorca¹

¹Departamento de Ciencia de Materiales, E.T.S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, Universidad Politécnica de Madrid, C/ Profesor Aranguren s/n, 28040 Madrid, España.
E-mail: jsegurado@mater.upm.es

²Grupo de Mecánica Computacional, E.T.S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, Universidad Politécnica de Madrid, C/ Profesor Aranguren s/n, 28040 Madrid, España.

RESUMEN

La deformación plástica de los materiales cristalinos está causada por el movimiento de las dislocaciones. Este origen microscópico de la plasticidad se manifiesta macroscópicamente como un efecto tamaño cuando se ensayan estructuras de pequeñas dimensiones que no puede ser reproducido mediante los modelos clásicos de plasticidad. Los modelos de dinámica de dislocaciones discretas (DDD) permiten estudiar la plasticidad en estructuras de pequeño tamaño mediante la resolución de la generación, movimiento e interacción de las dislocaciones.

Para este estudio se ha desarrollado un código siguiendo el modelo de DDD de E. Van der Giessen y A. Needleman. Con este modelo se han estudiado dos casos de carga sobre un monocristal rectangular: tracción uniaxial y flexión. En el primer caso el estudio se ha centrado en el efecto del tamaño y por simplicidad se ha considerado solo un familia de planos de deslizamiento a 45°. Se ha simulado la deformación de probetas de 3 tamaños diferentes con una relación entre sus longitudes de 4 a 1. La tensión de cedencia de las probetas disminuyó con el tamaño confirmando el efecto de menor tamaño mayor resistencia. Además, se reprodujeron los patrones de deformación observados experimentalmente. El segundo estudio fue la simulación de una viga monocristalina en voladizo. Se simularon tres casos: los dos primeros con una única familia de planos de deslizamiento a 45 ° y -45° y el tercer caso para un material con las dos familias activas a la vez. La curva fuerza desplazamiento de los dos primeros materiales fueron muy semejantes, mientras que la tensión que se alcanzó en el material con las dos familias activas fue menor.

ABSTRACT

The plastic deformation of crystals is caused by the movement of dislocations. This microscopic background of the plastic deformation appears in the macroscopic scale as a size effect in small structures that cannot be reproduced using classic plasticity models. The discrete dislocation dynamics (DDD) model allows the simulation of plastic deformation in small size structures by means of the generation, movement and interaction of dislocations.

In this research a code following the E. Van de Giessen and A. Needleman DDD model has been developed. Two different load cases of a rectangular single crystal have been studied with this model: uniaxial loading and bending. In the first case, the research has been focused on the size effect and for simplicity only one family of slipping planes, forming 45 ° with the applied load, has been considered. Three samples with increasing sizes by a factor of 4 have been simulated. The material's yield stress decreases with the size, confirming the effect *the smaller the harder*. Moreover, the experimental patterns of deformation were reproduced. The second case was the simulation of a single crystal cantilever beam. Three cases were defined, two of them having only one active family of sliding planes (45 ° and -45°) and the third one with both families. The force-displacement curve of the first two samples were very similar, while the yield stress reached in the material with two active families was smaller.

ÁREAS TEMÁTICAS PROPUESTAS: Métodos numéricos.

PALABRAS CLAVE: Plasticidad, dinámica de dislocaciones, elementos finitos.

1. INTRODUCCIÓN

Cada vez existe un mayor número de aplicaciones donde se usan de piezas de dimensiones muy reducidas (micras o inferior), por ejemplo, en componentes electrónicos o formando partes de micro-máquinas. El comportamien-

to mecánico de los materiales a esas pequeñas longitudes de escala es diferente al comportamiento macroscópico. Estas diferencias en el comportamiento se deben, entre otras razones, al alejamiento de las hipótesis de medio continuo y el empezar al rápido incremento de la relación entre área y superficie. La necesidad de conocer el

comportamiento mecánico de estos componentes ha motivado el desarrollo de nuevos modelos constitutivos del continuo como la plasticidad cristalina y plasticidad no-local y de nuevas técnicas de simulación discreta como la dinámica molecular.

El comportamiento plástico de los materiales cristalinos es un claro ejemplo de esta diferencia de comportamiento según la longitud de escala. El material presenta un efecto del tamaño para pequeñas dimensiones que no se observa en componentes de mayor tamaño [1]. Los modelos clásicos de plasticidad son, al igual que los modelos de comportamiento elástico, independientes del tamaño y no pueden reproducir este efecto. La razón de esta diferencia es la base microscópica de la deformación plástica: el movimiento e interacción de las dislocaciones. A longitudes de escala pequeñas, el efecto de cada dislocación sobre el comportamiento macroscópico es relevante, mientras que para mayores dimensiones los valores promedio definen suficientemente el estado de deformación.

El problema que se plantea en este estudio es la simulación de la deformación de monocristales para obtener el efecto del tamaño en la deformación plástica. Esta simulación puede abordarse con diferentes técnicas como dinámica molecular ([2]) o plasticidad de gradiente [3] aunque se ha considerado que el modelo más adecuado es la dinámica de dislocaciones discretas [4], [5]. Esta técnica permite resolver con las hipótesis de la mecánica de medios continuos cualquier problema de contorno elasto-plástico incluyendo la generación, el movimiento e interacción de las dislocaciones y con un coste computacional abordable al menos en el caso bidimensional.

2. EL MODELO DE DINÁMICA DE DISLOCACIONES DISCRETAS

El modelo que se ha implementado para este estudio es el de E. Van der Giessen y Needleman [5]. Este modelo de DDD es capaz de resolver de forma exacta las condiciones de contorno del problema y eso lo hace adecuado para simular el comportamiento de cualquier geometría y sollicitación. Como contrapartida, aunque el método es válido para tres dimensiones [6] su implementación práctica presenta serias dificultades.

La resolución del problema global de contorno (Fig. 1(a)) con dislocaciones en cualquier se basa en la descomposición en dos subproblemas. El primer problema (Fig. 1(b)) consiste en la resolución de los campos generados por las dislocaciones embebidas en un medio infinito con las propiedades elásticas del material ($\tilde{\sigma}$, $\tilde{\epsilon}$ y $\tilde{\mathbf{u}}$). Las expresiones analíticas de los campos de tensión, deformación y desplazamiento (σ^i , ϵ^i y \mathbf{u}^i) que cada dislocación produce en un punto son conocidas (Volterra, 1907) y, por superposición, el valor total de los campos en ese punto es la suma de las contribuciones de todas las dislocaciones.

$$\tilde{\mathbf{u}} = \sum_i \mathbf{u}^i \quad ; \quad \tilde{\sigma} = \sum_i \sigma^i \quad ; \quad \tilde{\epsilon} = \sum_i \epsilon^i \quad (1)$$

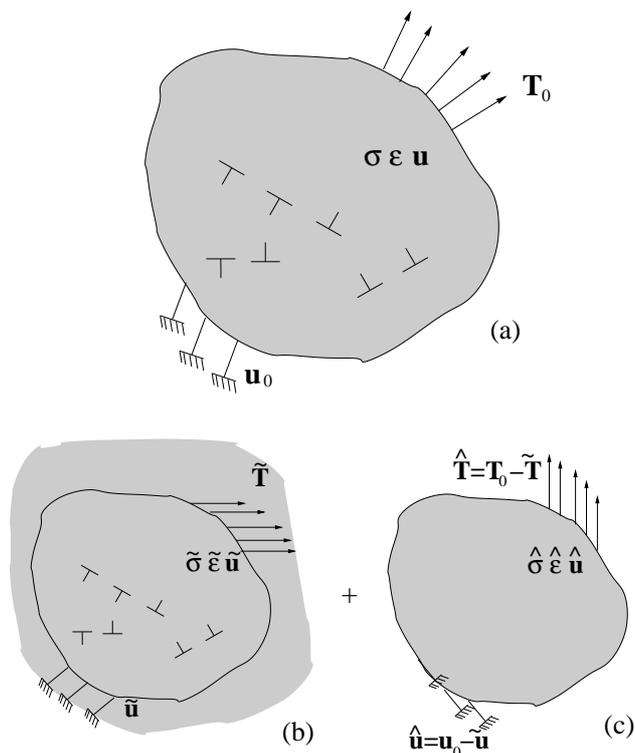


Figura 1: Descomposición del problema. (a) Problema global. (b) Dislocaciones en un medio infinito. (c) Problema elástico complementario.

El segundo problema (Fig. 1(c)) es un problema elástico de contorno, donde las condiciones de tensión o desplazamiento en las superficies externas se obtienen restando a las condiciones del problema global (\mathbf{T}_0 y \mathbf{u}_0) las tensiones o desplazamientos que producen las dislocaciones en cada punto de ese contorno. La solución de este problema son los campos $\hat{\sigma}$, $\hat{\epsilon}$ y $\hat{\mathbf{u}}$.

El problema de contorno global queda resuelto con la suma de los campos obtenidos en los dos sub-problemas.

$$\mathbf{u} = \tilde{\mathbf{u}} + \hat{\mathbf{u}} \quad ; \quad \sigma = \tilde{\sigma} + \hat{\sigma} \quad ; \quad \epsilon = \tilde{\epsilon} + \hat{\epsilon} \quad (2)$$

El movimiento de cada dislocación se produce como efecto de las tensiones producidas por las demás dislocaciones y la tensión del problema de contorno. La fuerza resultante sobre una dislocación i es la fuerza de Peach-Koehler, y su proyección sobre la dirección $\mathbf{t}^i \times \mathbf{n}^i$ es

$$f^i = \mathbf{n}^i \cdot \left(\hat{\sigma} + \sum_{i \neq j} \sigma^j \right) \cdot \mathbf{b}^i \quad (3)$$

donde \mathbf{b}^i y \mathbf{t}^i son el vector de burgers y el vector tangente de la dislocación i , respectivamente, y \mathbf{n}^i es la normal al plano de deslizamiento.

La velocidad de cada dislocación en la dirección $\mathbf{t}^i \times \mathbf{n}^i$ es proporcional a la proyección de la fuerza de Peach-Koehler en dicha dirección (f_i),

$$v^i = \frac{1}{B} f_i \quad (4)$$

donde B es una constante de proporcionalidad que se puede medir experimentalmente.

En dos dimensiones se consideran únicamente dislocaciones en arista, rectas y perpendiculares al plano estudiado. Los planos de deslizamiento son también perpendiculares al plano de estudio y pueden estar orientados en cualquier dirección. Las dislocaciones se representan como puntos que se desplazan sobre los planos de deslizamiento (líneas) y con un vector de burgers paralelo a la dirección de deslizamiento. El modelo incluye una serie de reglas para las interacciones de las dislocaciones: (1) Generación de dislocaciones mediante fuentes de Frank-Read cuando la tensión alcanza un valor límite en la fuente (τ_{nuc}) durante un tiempo t_{nuc} . El bucle de dislocación se sustituye en el modelo por un par de dislocaciones de signo contrario y situadas a la distancia mínima para la que el bucle es estable. (2) La aniquilación de dos dislocaciones contrarias muy cercanas en el mismo plano. (3) El bloqueo de las dislocaciones debido a la presencia de obstáculos y la posibilidad de salto térmicamente activado cuando se alcanza una tensión límite τ_{obs} .

2.1. Implementación del modelo

El modelo descrito se ha implementado en un código propio. El código resuelve de forma explícita un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias cuyo resultado es la evolución de las posiciones de las dislocaciones. El proceso se hace mediante el método de Euler, y las posiciones de las dislocaciones en el paso de tiempo N dependen de las posiciones en $N - 1$ de forma explícita

$$\mathbf{x}_N^i = \mathbf{x}_{N-1}^i + \mathbf{v}^i \Delta t = \mathbf{x}_{N-1}^i + \frac{1}{B} f^i(\mathbf{x}_{N-1}^j) \Delta t \quad (5)$$

donde la fuerza sobre cada dislocación f^i depende de las posiciones de las dislocaciones en el paso anterior.

El cálculo de la fuerza requiere en cada paso la resolución de un problema de contorno para la obtención del término $\hat{\sigma}$ y para esto se ha empleado el código de elementos finitos FEAP [7]. La forma de abordar los cálculos fue invertir una única vez la matriz de rigidez al principio del problema y en cada paso sustituir las nuevas condiciones de contorno en fuerzas y desplazamientos. Las condiciones de contorno en fuerzas se obtuvieron integrando los campos $\hat{\sigma}$ sobre las superficies de los elementos de contorno. La obtención de la tensión $\hat{\sigma}$ en cada dislocación se hizo extrapolando las tensiones a los nodos y luego interpolando con las funciones de forma del elemento que contiene a la dislocación, que puede calcularse de forma sencilla en función de la posición en el caso de mallas estructuradas. El tiempo empleado en la resolución del problema de contorno y la obtención de tensiones nodales fue de décimas de segundo para mallas con 2500 elementos.

Los cálculos del término $\hat{\sigma}$ son de orden n^2 , siendo n el número total de dislocaciones. El tiempo de proceso destinado a esta evaluación crece muy rápidamente con el número de dislocaciones y se hace preponderamen-

te frente al problema de contorno, limitando el número máximo de dislocaciones a calcular. En los cálculos realizados se han llegado a incluir más de 2000 dislocaciones en un ordenador personal.

La generación, aniquilación y bloqueo de dislocaciones se hace al final de cada paso en función de las posiciones actualizadas. Para minimizar la incedencia del tamaño de paso, Δt , la aniquilación se activa si se detecta cruce de dislocaciones aunque nunca se hayan acercado a distancias menores de la crítica.

3. RESULTADOS

Se ha realizado simulaciones de la deformación de monocristales de aluminio con propiedades obtenidas de la literatura [8]. Las propiedades elásticas son $E = 70$ GPa y $\nu = 0.33$. El vector de burgers vale $b = 0.25$ nm. Se han tomado densidades de fuentes y obstáculos iguales y de valor $\rho = 56 \mu\text{m}^{-2}$ y un valor del coeficiente de arrastre $B = 10^{-4}$. Las fuentes se activan para una tensión cortante media $\tau_{nuc} = 50$ MPa según una distribución normal de desviación 1 MPa y un tiempo de activación $t_{nuc} = 10^{-8}$ s. La tensión para la que una dislocación sobrepasa un obstáculo fue de $\tau_{obs} = 150$ MPa.

Se han realizado simulaciones de dos problemas: una tracción uniaxial y una viga empotrada en flexión.

3.1. Tracción uniaxial

Se han realizado ensayos de tracción uniaxial sobre monocristales con una única familia de planos de deslizamiento activos formando 45° con la base. La probeta tiene una relación largo ancho de 3. La carga se aplica en forma de un desplazamiento creciente con el tiempo a una velocidad de deformación $\dot{\epsilon} = 2000 \text{s}^{-1}$. El paso de tiempo empleado para la simulación es fijo y de valor $\Delta t = 10^{-10}$ y la discretización espacial consistió en una malla de 2500 cuadriláteros de deformación plana.

Para estudiar el efecto del tamaño en la curva tensión-deformación uniaxial se realizaron simulaciones de 3 tamaños de probetas de longitudes 0.75, 3 y 12 μm . Las curvas tensión deformación obtenidas se han representado en la figura 2.

La curva tensión-deformación de la probeta de menor tamaño es la que tiene un valor medio de la tensión de cedencia mayor pero con grandes oscilaciones periódicas. La razón de esa oscilación es que en la probeta, por su pequeño tamaño, no aparecen a la vez más de dos dislocaciones. Cuando una dislocación alcanza la frontera, se produce un deslizamiento plástico del cristal en ese plano y de valor b y se relaja la tensión. Este fenómeno se repite de forma periódica porque la tensión aumenta de nuevo hasta la emisión de dos nuevas dislocaciones.

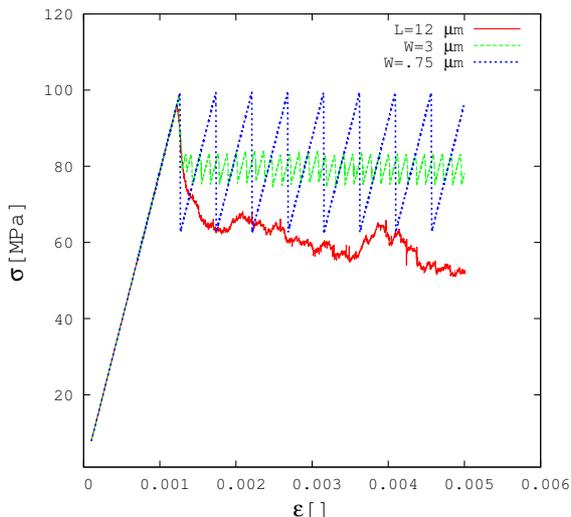


Figura 2: Curvas tensión-deformación uniaxial para monocristales de longitudes 0.75, 3 y 12 μm

Un resultado importante que puede observarse en la Fig. 2 es que la tensión de cedencia disminuye al aumentar el tamaño del cristal. Este efecto del tamaño obtenido en las simulaciones coincide con el conocido efecto de *menor más resistente*, y que se ha reproducido experimentalmente recientemente en [1]. Para cristales pequeños, la tensión de cedencia está directamente relacionada con la tensión de activación de las fuentes de Frank-Read, τ_{nuc} al ser pequeña la probabilidad de que las dislocaciones se topen con obstáculos. Conforme aumenta el tamaño del cristal, el número de obstáculos por plano de deslizamiento es grande y éstos empiezan a jugar un papel importante, reduciendo de forma notable la tensión de cedencia.

La distribución de las dislocaciones en el cristal para la probeta de mayor tamaño y deformación máxima se han representado en la Fig. 3. En la figura se puede observar como las dislocaciones sólo se concentran en ciertos planos ya que una vez generadas las primeras dislocaciones, la tensión media en zonas con dislocaciones es mayor, aumentando así la probabilidad de nucleación de nuevas dislocaciones en esas mismas regiones. Dentro de cada plano, las dislocaciones se disponen formando apilamientos en los obstáculos que llegan a tener más de diez dislocaciones. Este número depende de la tensión τ_{obs} .

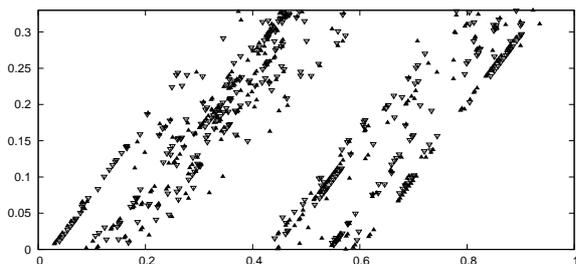


Figura 3: Distribución espacial de las dislocaciones en el

material con $L = 12\mu\text{m}$ para una deformación del 0.4 %.

La deformación total de la probeta para ese mismo estado de carga se ha representado en la Fig. 4(a). La figura muestra como la deformación cortante está localizada en los planos con mayor densidad de dislocaciones. El tamaño relativamente grande de la probeta —el número de planos de deslizamiento es más de 200— hace que la concentración de la deformación no sea tan marcada como en el caso de la probeta pequeña, donde toda la deformación se concentra en un único plano (Fig. 4(b)).

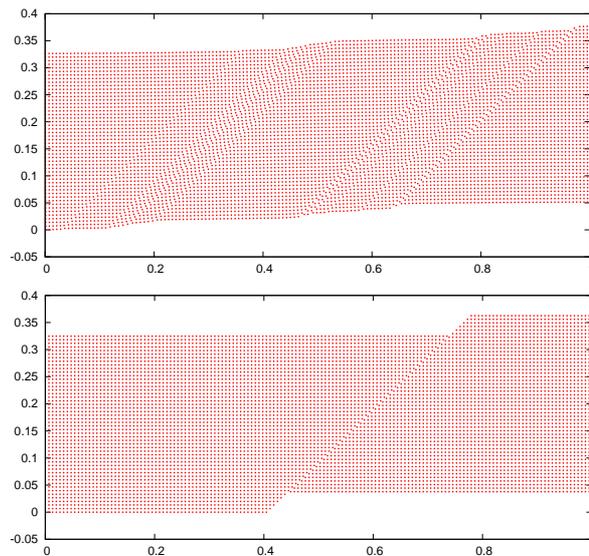


Figura 4: Deformada de las probetas para una deformación del 0.4 % y magnificación (x10) (a) $L = 12\mu\text{m}$ (b) $L = 4\mu\text{m}$.

3.2. Flexión sobre viga empotrada

Se ha analizado la deformación de una viga monocristalina de dimensiones $12 \times 4\mu\text{m}$ en voladizo sometida a un desplazamiento monótono vertical de su extremo (Fig. 5). Este caso es muy interesante ya que la distribución de tensiones en la probeta no es homogénea.

Se ha simulado el comportamiento hasta una flecha del 4 % del canto para un material con una única familia de planos de deslizamiento formando ángulos de 45° y -45° . Además se ha simulado un segundo cristal con las dos familias activas a la vez. En todos los casos las densidades de fuentes y obstáculos fue la misma: $\rho = 56\mu\text{m}^{-2}$. Las propiedades de los materiales fueron las del apartado anterior, así como el paso de tiempo y la discretización espacial. La fuerza que equilibra el desplazamiento aplicado en cada paso se obtuvo integrando de forma numérica la tensión del problema global en el empotramiento, según

$$F = - \int_0^W (\hat{\tau}_{xy} + \hat{t}_{xy})|_{x=0} dy \quad (6)$$

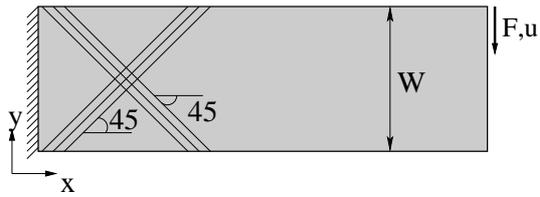


Figura 5: Viga monocristalina en voladizo con las condiciones de contorno. En el gráfico se muestran las dos familias de planos de deslizamiento

Las curvas fuerza-desplazamiento obtenidas para los materiales indicados arriba se han representado en la Fig. 6. Los resultados del material con una única familia de planos de deslizamiento orientados a 45° y -45° son análogos, mientras que la curva fuerza-desplazamiento para el material con ambos planos activados está, como era de esperar, claramente por debajo de las anteriores. Este comportamiento es debido a que la densidad de obstáculos por plano de deslizamiento es la mitad en el segundo caso al haber el doble número de planos.

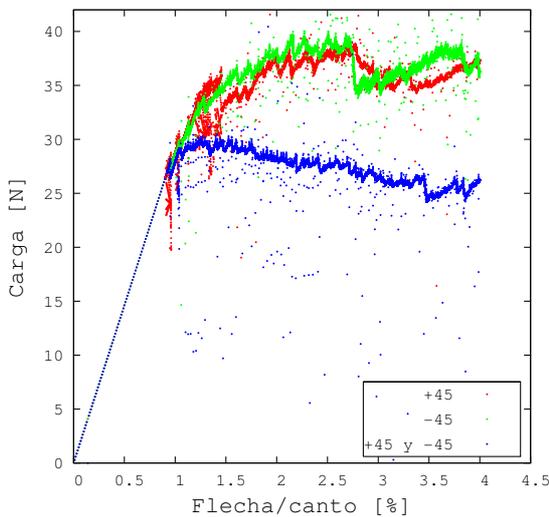


Figura 6: Curvas Fuerza-desplazamiento para los monocristales con las diferentes familias de planos de deslizamiento activados

La distribución de las dislocaciones en la probeta para el cristal con sus planos de deslizamiento a 45° y el cristal con las dos familias de planos activas se ha representado en la Fig. 7. Las dislocaciones presentes en el cristal con un único plano activo a 45° son mayoritariamente de signo positivo y son dislocaciones geoméricamente necesarias Fig. 7(a). Cada una de esas dislocaciones añade a la parte del cristal situada tras su plano de deslizamiento una fila extra de átomos y la suma de todos ellos produce en la probeta la curvatura compatible con el tipo de carga aplicada. El patrón de dislocaciones en el material con planos a -45° es el contrario: dislocaciones de signo negativo situadas principalmente en la esquina superior izquierda que producen una curvatura de la probeta análoga a la anterior. En el caso del cristal con las dos familias de planos de deslizamiento, Fig. 7(b) se observa una mezcla

de los dos resultados anteriores: dislocaciones de signo mayoritariamente positivo en los planos a 45° y negativas en los de -45° . El efecto conjunto de ambos tipos de dislocaciones produce una curvatura compatible con la carga aplicada, pero la tensión necesaria para producirla se reduce considerablemente (Fig. 6).

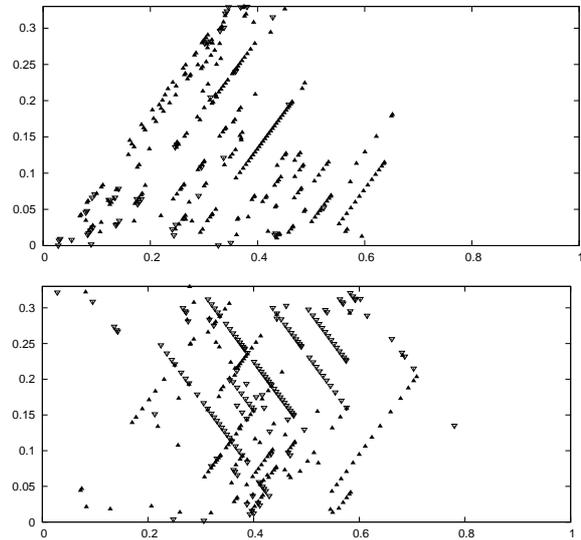


Figura 7: Distribución espacial de las dislocaciones en el cristal con (a) único sistema de deslizamiento a 45° y (b) Dos sistemas de deslizamiento activos a 45° y -45°

Las configuraciones deformadas de los monocristales para una deformación del 4 % se han representado en la Fig. 8

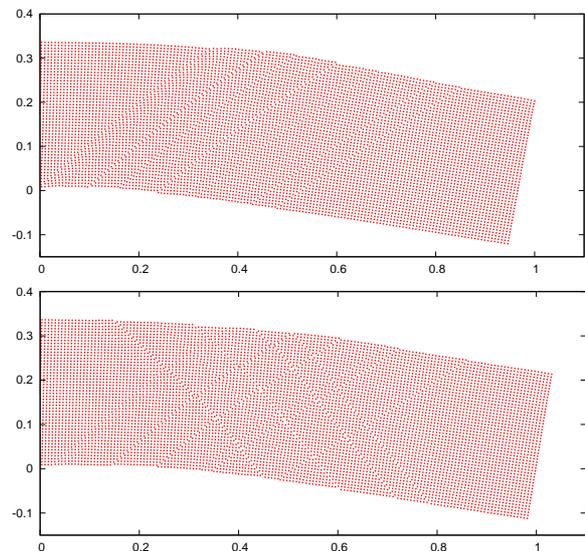


Figura 8: Deformada de las probetas para flecha relativa del 4 % y magnificación (x10) (a) planos de deslizamiento a 45° . (b) Planos de deslizamiento a 45° y -45°

En las gráficas del desplazamiento total representado en

las Figs. 8(a) y (b) se pueden observar planos de discontinuidad del desplazamiento a 45° en (a) y a 45° y -45° en (b). El material con una sola familia de planos de deslizamiento presenta una mayor número de planos activos cerca del empotramiento quedando la deformación plástica más localizada en esa región. El material con las dos familias de planos presenta sin embargo una mayor homogeneidad de la deformación plástica debido a dos factores: Existe un mayor número de planos donde se pueden crear dislocaciones y además tanto la parte superior como inferior del empotramiento tienen planos cercanos (en el caso del cristal con un único sistema a 45° , la parte superior cercana al empotramiento estaba obligada a deformarse elásticamente al no existir planos de deslizamiento en esa zona).

4. CONCLUSIONES

Se ha desarrollado un código propio de DDD basado en el modelo de Van der Giessen y Needleman [5] para el estudio de problemas de contorno bidimensionales teniendo en cuenta la generación, movimiento e interacción de dislocaciones. Este código se ha empleado para el estudio de la deformación elasto-plástica de monocristales metálicos sometidos a tracción uniaxial y flexión.

La simulación de la deformación uniaxial de los monocristales se ha realizado sobre 3 probetas de diferente tamaño y las curvas tensión deformación obtenidas han reproducido un efecto tamaño del tipo *cuanto menor más resistente*. Se ha observado que la tensión de cedencia para tamaños pequeños está relacionada directamente con la tensión de activación de las fuentes de Frank-Read mientras que para tamaños mayores los obstáculos juegan un papel importante en dicha tensión. Se ha observado que las dislocaciones no se distribuyen de forma homogénea en todo el material sino que se concentraron en ciertos planos, formando dentro de ellos apilamientos frente a obstáculos. La deformación plástica en cristales pequeños se concentró en un único plano, mientras que para tamaños mayores se distribuyó de forma algo más homogénea.

La deformación de vigas en voladizo de monocristales se ha simulado para cristales con una única familia de planos de deslizamiento activa (a 45° y -45°) o con ambas familias activas a la vez. Las curvas fuerza-desplazamiento obtenidas indican mayor deformación plástica (y por tanto menor tensión de cedencia) en el material con las dos familias activas. La menor tensión de cedencia de este ti-

po de cristal es debida a una menor densidad de obstáculos por plano. Las curvas obtenidas para los cristales con un único plano a 45° o -45° fueron muy similares. La observación de la distribución de las dislocaciones en el material reveló la presencia de dislocaciones geométricamente necesarias y de signo positivo en el cristal con planos a 45° y negativo en el cristal con planos a -45° . El material con ambas familias de planos activas presentó los dos tipos de dislocaciones.

REFERENCIAS

- [1] M.D. Uchich, D.M. Dimiduk, J.N. Florando, and W.D. Nix. Sample dimensions influence strength and crystal plasticity. *Science*, 305:986–989, 2004.
- [2] F.F. Abraham, R. Walkup, H. Gao, M. Duchaineau, T.D. de la Rubia, and M. Seager. Simulating materials failure by using up to one billion atoms and the world's fastest computer: work hardening. *Proceedings of the national academy of sciences of the united states of America*, 99(9):5783–5787, 2002.
- [3] E.C. Aifantis. On the role of gradients in the localization of deformation and fracture. *International Journal on Engineering Science*, 30:1279–1299, 1992.
- [4] L.P. Kubin, G. Canova, M. Condat, B. Devincre, V. Pontikis, and Y. Bréchet. Dislocation microstructures and plastic flow: A 3d simulation. *State Solid Phenomena*, 23-24:455–472, 1992.
- [5] E. Van der Giessen and A. Needleman. Discrete dislocation plasticity: A simple planar model. *Modelling and Simulation in Material Science and Engineering*, 3:689–735, 1995.
- [6] D. Weygand, L.H. Friedman, E. Van der Giessen, and A. Needleman. Aspects of boundary-value problem solutions with three-dimensional dislocation dynamics. *Modelling and Simulation in Material Science and Engineering*, pages 437–468, 2002.
- [7] R. L. Taylor. *FEAP, A finite element analysis program. v 7.5*. University of California, 2005.
- [8] V.S. Deshpande, A. Needleman, and E. Van der Giessen. Plasticity size effects in tension and compression of single crystals. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 53:2661–2691, 2005.

DETERMINACIÓN DE LA INTEGRAL J EN VIGAS ROBLONADAS DE ACERO ESTRUCTURAL ANTIGUO MEDIANTE MÉTODOS DE ESTIMACIÓN

J. Moreno¹, A. Valiente²

¹ Departamento de Ingeniería Civil, Escuela Politécnica Superior, Campus San Amaro.
Universidad de Burgos, C/ Villadiego s/n, 09001 Burgos, España.

e-mail: jrevilla@ubu.es

Tfno.: 947 25 94 21. Fax: 947 25 94 85

² Departamento de Ciencia de Materiales, E.T.S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos.
Universidad Politécnica de Madrid, C/ Profesor Aranguren s/n, 28040 Madrid, España.

e-mail: avaliente@mater.upm.es

Tfno.: 91 336 67 53. Fax: 91 336 66 80

RESUMEN

Este trabajo presenta los resultados de aplicar métodos de estimación de la integral J a vigas roblonadas antiguas con chapas fisuradas de hierro pudelado. Debido a la ductilidad que puede llegar a exhibir el material, la determinación de la tolerancia al daño de estas vigas hace necesario recurrir a criterios de fractura elastoplástica y afrontar el elevado coste computacional que conlleva la determinación de la integral J en un sólido hiperestático compuesto, cuyos componentes (chapas y angulares) interaccionan mediante fuerzas dependientes del tamaño de fisura. Este coste puede reducirse sensiblemente estimando la integral J mediante el método semiempírico propuesto por el instituto EPRI (Electric Power Research Institute) para los aceros y elementos estructurales empleados en la industria energética, pero antes su validez debe extenderse a las configuraciones hiperestáticas y al hierro pudelado dúctil de las vigas roblonadas antiguas. La contribución de este trabajo es la comparación de los valores estimados de la integral J y los calculados numéricamente mediante la modelización completa por elementos finitos de una configuración de viga roblonada consistente en una chapa fisurada y dos angulares. El material de la viga es el hierro pudelado de un puente antiguo de carretera, cuya tenacidad de fractura se ha medido mediante probetas compactas preagrietadas con rotura dúctil incluso a -20°C . La comparación ofrece resultados muy satisfactorios para los intervalos de carga y de tamaño de fisura explorados.

ABSTRACT

This work deals with the application of the J -integral estimation method to cracked riveted beams of old puddle iron. The ductility that these materials can exhibit makes necessary the use of elastoplastic fracture criteria for damage tolerance evaluations and this requires a high computational effort, since it involves the determination of the J -integral for cracked riveted beams whose plates and angles interact by means of redundant forces dependent on crack size. The J -integral estimation method proposed by the Electric Power Research Institute would allow such an effort to be widely reduced provided that it were shown to be valid for that type of beams. This work contributes to this end by comparing the J -integral values resultant from the estimation method and from a complete finite element modelling of a riveted beam consisting of two angles and a cracked plate. The beam was assumed to be made of an actual puddle iron coming from an old road bridge. This material failed in a ductile manner when fracture tested by using fatigue precracked compact specimens, even at -20°C . The two types of compared values agree for the ranges of load and crack size explored.

PALABRAS CLAVE: Tenacidad de fractura. Integral J . Acero estructural antiguo. Hierro pudelado dúctil.

1. INTRODUCCIÓN

No son numerosas las investigaciones realizadas sobre la integridad estructural de vigas roblonadas de aceros antiguos, fundamentalmente a causa de la complejidad que presenta el análisis fracto-mecánico de elementos estructurales compuestos por chapas y angulares unidos de manera discontinua por medio de roblones. La mayoría de estas investigaciones sólo contemplan el fallo de la viga por fractura del componente fisurado, aislándolo de los componentes sin daño y omitiendo la interacción entre ellos [1-4]. Los criterios de fractura empleados abarcan la rotura frágil [1, 2] y la rotura dúctil [2, 3].

La presencia de una fisura en un componente produce una pérdida localizada de rigidez y da lugar a que los esfuerzos se redistribuyan, con mayor intensidad en las proximidades de la fisura. Estas fuerzas transmitidas por las uniones roblonadas influyen notablemente en la sollicitación a fatiga y a fractura del componente fisurado [5], a la vez que activan modos de fallo propios de uniones roblonadas para transmisión de esfuerzos (cizallamiento de roblones, aplastamiento de taladros o agotamiento de secciones netas) [6].

El diagrama de integridad estructural de una viga roblonada es el conjunto de combinaciones de valores tamaño

de fisura-carga aplicada que producen el fallo de la viga, en particular por rotura del componente fisurado. La fractura del acero estructural antiguo puede ser frágil o dúctil [4], incluso en el caso del hierro pudelado, el material de este tipo de menor calidad. Cuando la fractura es dúctil, es necesario recurrir a la Mecánica de Fractura Elastoplástica y al cálculo de la integral J para construir el diagrama de integridad estructural, con el consiguiente coste computacional que esto comporta.

En este trabajo se analiza la validez del método del instituto EPRI (Electric Power Research Institute) [7] para estimar la integral J en vigas roblonadas de hierro pudelado dúctil, como forma de reducir el coste computacional de la determinación directa. En primer lugar se comparan valores estimados y valores experimentales de la integral J obtenidos en ensayos de tenacidad realizados con probetas compactas de hierro pudelado de un puente español de carretera. Posteriormente se calcula la integral J de una viga roblonada del mismo material con el alma fisurada mediante un modelo completo de elementos finitos que se aplica reiteradamente con distintos valores del tamaño de fisura y de la carga aplicada. Los resultados se comparan con los valores estimados, los cuales predicen la dependencia de integral J con la carga aplicada, pero no con el tamaño de fisura. Para determinar esta dependencia también se ha recurrido al método de elementos finitos.

2. MÉTODO DE ESTIMACIÓN

La aproximación desarrollada por el EPRI [7] para aceros dúctiles de vasijas y tuberías de la industria energética conduce a estimar la integral J_{ep} y cualquier desplazamiento u_{ep} en régimen elastoplástico como los valores \hat{J}_{ep} y \hat{u} dados por:

$$J_{ep} \cong \hat{J}_{ep} = J_{el} + J_{pl} \tag{1}$$

$$u_{ep} \cong \hat{u}_{ep} = u_{el} + u_{pl} \tag{2}$$

donde J_{el} y J_{pl} , u_{el} y u_{pl} son los valores de la integral y del desplazamiento para la carga y configuración geométrica dados (incluido el tamaño de fisura) y para dos materiales elásticos teóricos, uno hookeano y otro hiperelástico incompresible, que se definen a partir de las propiedades elastoplásticas del material real. Su módulo de elasticidad E y su coeficiente de Poisson ν son los del material hookeano, mientras que la constante tensional σ_0 y el exponente de endurecimiento por deformación n resultantes de ajustar su curva tensión-deformación plástica $\sigma-\varepsilon$ mediante una ley potencial del tipo:

$$\varepsilon = \left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right)^n \tag{3}$$

determinan la densidad de energía de deformación ω del material hiperelástico incompresible según:

$$\omega = \frac{\sigma_0 \bar{\varepsilon}^{n+1}}{n+1} \tag{4}$$

donde $\bar{\varepsilon}$ es la deformación equivalente de Von Mises.

3. TENACIDAD DE FRACTURA DE UN HIERRO PUDELADO ESTRUCTURAL

Con motivo de las obras de reparación de un puente de carretera en celosía construido en España a finales del siglo XIX con hierro pudelado se pudieron extraer del cordón inferior muestras como la que se observa en la figura 2, procedentes de las chapas de alma y de las chapas de ala. A pesar del intenso estado de corrosión de las muestras, para los dos tipos de chapas fue posible mecanizar probetas compactas de canto útil $W = 25$ mm, con el plano de la fisura perpendicular a la directriz de la viga y espesores respectivos 7,5 y 4,5 mm (Figura 1).

Una vez mecanizadas, las probetas fueron prefisuradas por fatiga para realizar ensayos de tenacidad de la chapa de alma y chapa de ala, en ambos casos a 20°C y a -20°C. Se aplicó el procedimiento de ensayo de la norma ASTM E813 [8], con medida del desplazamiento sobre la línea de acción de la carga, descargas parciales periódicas y recarga posterior.

En todos los casos la fractura se produjo por desgarramiento dúctil, bajo fuertes deformaciones plásticas que se extendían por todo el ligamento resistente de la probeta y originaban la deslaminación por pandeo de la zona comprimida del ligamento resistente. Antes de la separación final en dos mitades, las probetas fueron fisuradas de nuevo por fatiga para delimitar con nitidez la parte desgarrada del ligamento.

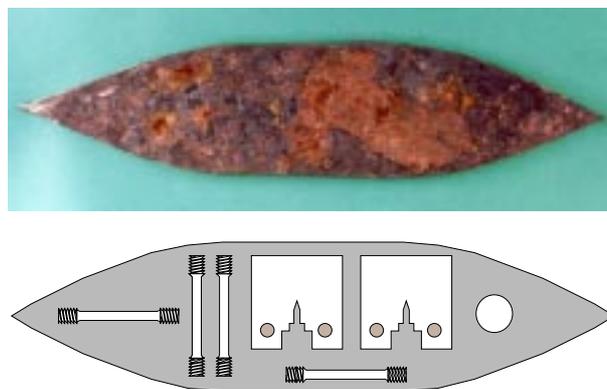


Figura 1.- Muestras y probetas de hierro pudelado.

Con el registro carga-desplazamiento de cada ensayo, y en particular con las pendientes de los tramos de descarga, se determinaron el tamaño de fisura y la integral J a lo largo del ensayo. Las curvas integral J -crecimiento de fisura obtenidas (curvas $J-\Delta a$) son del tipo indicado en la figura 2.

La iniciación del desgarramiento se determina por medio de estas curvas y el valor de la integral J correspondiente se identifica con la tenacidad de fractura, J_{IC} . La tabla 1 recoge los valores de esta tenacidad obtenidos en los ensayos.

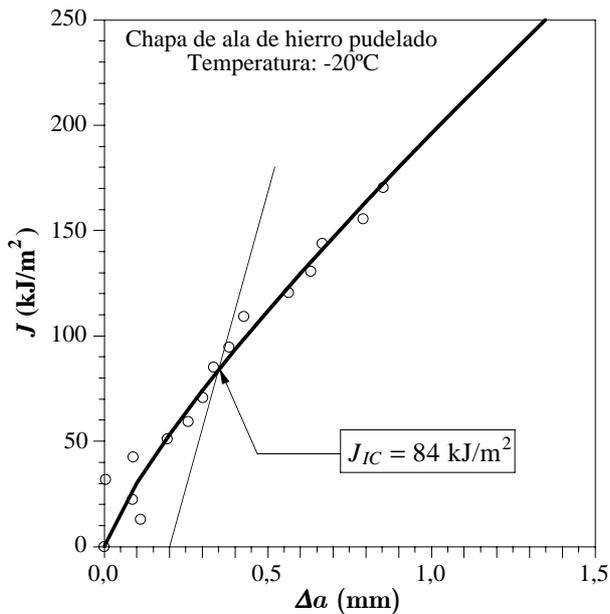


Figura 2.– Curva J - Δa de la chapa de ala a -20°C .

Tabla 1. Resultados de los ensayos de tenacidad de hierro pudelado a 20°C y a -20°C

Chapa	Temperatura	J_{IC} (kJ/m ²)
ALMA (7,5 mm)	20°C	107
	-20°C	112
ALA (4,5 mm)	20°C	62
	-20°C	84

El método de estimación EPRI puede aplicarse a las probetas compactas prefisuradas, ya que para esta configuración las expresiones de las integrales J_{el} y J_{ep} , y de los desplazamientos u_{el} y u_{ep} del punto de aplicación de la carga son funciones conocidas de la carga, del tamaño de fisura y de las constantes de los materiales teóricos [7]. Esto permite predecir las curvas experimentales carga-desplazamiento mediante el método de estimación, comparar la predicción con la curva registrada en el ensayo, y utilizar la comparación como elemento de valoración del método de estimación para su aplicación a los aceros estructurales antiguos. Los valores E , ν , σ_0 y n respectivamente medidos para el hierro pudelado fueron 209 GPa, 0,28, 431 MPa y 9.

Los resultados de la comparación son del tipo que se observa en la figura 3, correspondientes a una probeta de la chapa de alma ensayada a 20°C . La curva estimada y la curva experimental son prácticamente indistinguibles a lo largo de todo el ensayo. Esta notable concordancia de resultados es una primera confirmación de la validez del método de estimación para el hierro pudelado dúctil.

4. CÁLCULO DE LA INTEGRAL J DE VIGAS ROBLONADAS

La figura 4 muestra la configuración de viga roblonada elegida para comparar los valores de la integral J determinados conforme al método de estimación y calculados

numéricamente mediante modelos de elementos finitos por aplicación de la definición de integral J .

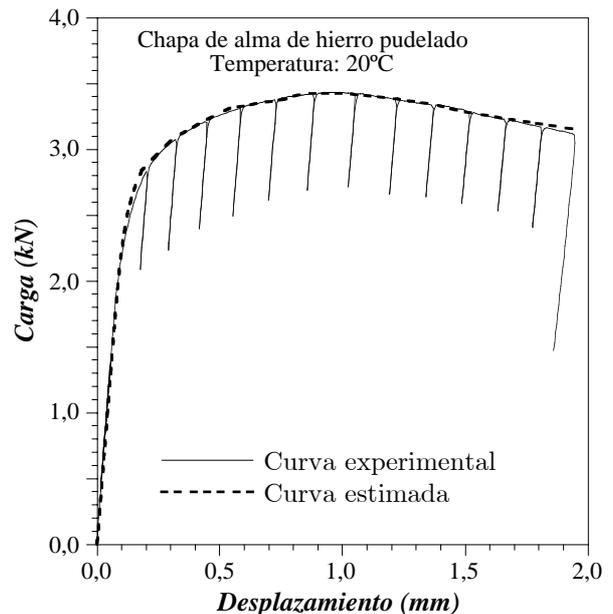
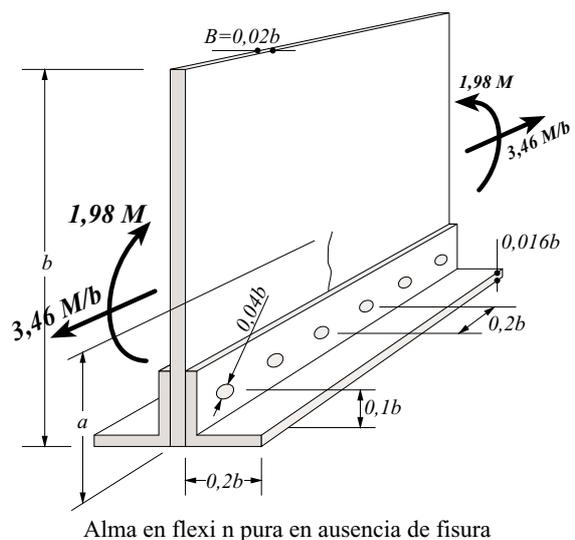


Figura 3.– Curvas carga–desplazamiento experimental y estimada de la chapa de alma a 20°C .

La viga de la figura 4 está compuesta por una chapa y una pareja de angulares, dos de cuyos lados hacen las veces de ala y los otros dos forman el alma junto con la chapa. Una de las secciones transversales contiene una fisura de tamaño a desarrollada en el alma, con iniciación en el borde traccionado y crecimiento hacia el borde comprimido hasta aflorar por encima de los angulares.

La viga está sometida a esfuerzo axial y momento flector en una proporción tal que ambos esfuerzos dan lugar a una distribución lineal de tensiones en la sección transversal de la viga con resultante y momento flector sobre el alma 0 y M , respectivamente.



Alma en flexión pura en ausencia de fisura

Figura 4.– Viga roblonada empleada para calcular la integral J .

El cálculo de la integral J de esta viga roblonada, tanto por el método de estimación como por aplicación de la definición, se ha llevado a cabo mediante mallas bidimensionales de elementos finitos como la que puede verse en la figura 5, correspondiente a una fisura de tamaño $0,4b$. Dada la simetría geométrica y de carga respecto al plano de la fisura, estas mallas representan la mitad de la viga y en ella se superponen dos mallas proyectadas: sobre el alma: la de chapa de alma y la de los angulares, ambas conectadas a través de los roblones. Los lados de los angulares que actúan de ala se tienen en cuenta dotando a los elementos donde se proyectan de un espesor igual a la anchura que ocupan en la sección transversal.

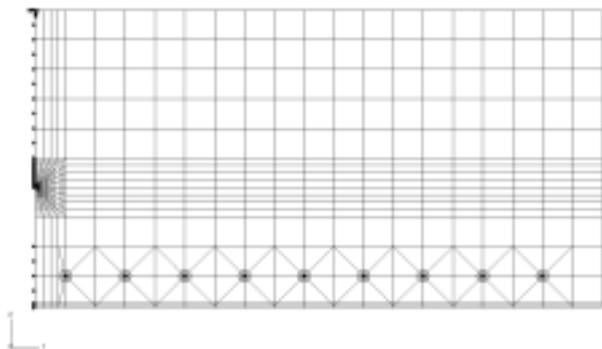


Figura 5. Malla bidimensional de elementos finitos para el cálculo de la integral J (tamaño de fisura $0,4b$).

Los efectos cuantitativos de emplear mallas bidimensionales con elementos finitos de varios espesores para el cálculo de vigas fisuradas son conocidos. Mediante este procedimiento, Feng y otros [9] han calculado factores de intensidad de tensiones para fisuras excéntricas de doble frente en almas de vigas laminadas con sección en doble T. Los resultados obtenidos diferían de los valores calculados con mallas tridimensionales en menos del 7% y rebajaban el tiempo de cálculo a la sexta parte.

En todas las mallas se han utilizado elementos elasto-plásticos de tensión plana con 8 nodos CPS8R [10], si bien transformando los del frente de la fisura en elementos singulares con nodos a un cuarto. Como curva tensión-deformación de los elementos se ha adoptado la del hierro pudelado del apartado 3 con módulo de elasticidad $E = 209\text{ GPa}$, límite elástico $R_{p0,2} = 209\text{ MPa}$, resistencia a tracción $R_m = 1,45R_{p0,2}$, y exponente de endurecimiento por deformación $n = 9$.

Para modelizar las uniones roblonadas, y en particular el contacto de los roblones con los taladros de la chapa de alma y de los angulares, se han empleado haces de barras articuladas rígidas que unen el centro del roblón (punto común de las mallas del alma y de los angulares) con puntos equiespaciados de la mitad del contorno del taladro donde el roblón ejerce el empuje.

El cálculo numérico de la integral J mediante las mallas descritas se ha llevado a cabo con ayuda del código comercial de elementos finitos Abaqus [10], que dispone de herramientas implementadas específicamente para tal fin. Los valores de la integral J calculados corresponden a las combinaciones de las series de tamaños de fisura

$0,1b, 0,2b, 0,3b, 0,4b$ y $0,5b$, y de momentos flectores en el alma $0,92M_e, 0,46M_e, 0,23M_e$ y $0,115M_e$, donde M_e es el momento flector en el alma cuando los esfuerzos aplicados a la viga hacen que se inicie la plastificación de la sección transversal en ausencia de fisura:

$$M_e = \frac{R_{p0,2}b^3}{300} \tag{5}$$

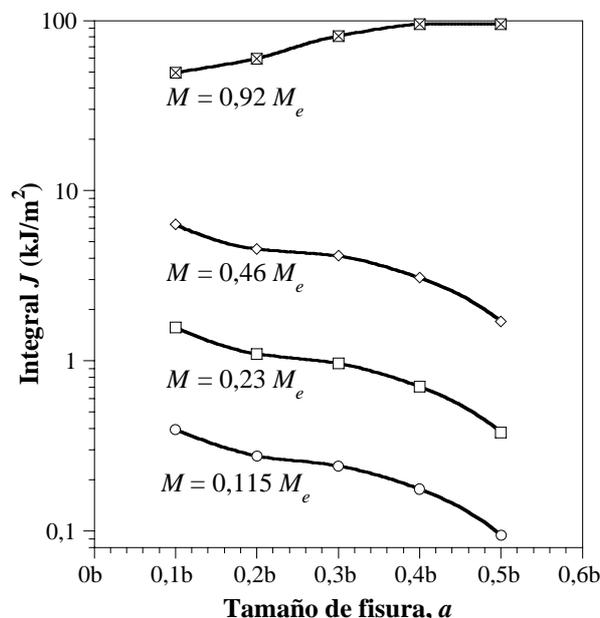


Figura 6. Integral J de la viga roblonada.

5. ESTIMACIÓN DE LA INTEGRAL J DE VIGAS ROBLONADAS

Aunque los valores de la integral J del apartado anterior sólo son válidos para una configuración geométrica de viga y para un material dados, cada tamaño de fisura a y cada valor de la carga, dada por el momento M , requieren un cálculo específico del modelo de elementos finitos. Esto constituye una dificultad operativa para aplicar la condición de que la integral J alcance el valor crítico J_{IC} como criterio de fractura elasto-plástico:

$$J(M, a) = J_{IC} \tag{6}$$

ya que al alto coste computacional que conlleva la determinación de la función $J(M, a)$ hay que añadir los inconvenientes para formular el criterio derivados del hecho de que dicha función sólo sería conocida por puntos.

El método de estimación de la integral J expuesto en el apartado 2 tiene la ventaja de que la dependencia entre la integral J y la carga queda establecida de antemano, como consecuencia de las hipótesis que admite. Aplicada a cada caso específico, y en particular a la viga roblonada de la figura 4, la ecuación (1) adopta la forma:

$$\frac{\hat{J}_{ep}}{R_{p0,2}(b-a)} = \left(j_{el,e}(a) \frac{M}{M_e} \right)^2 + \left(j_{pl,e}(a) \frac{M}{M_e} \right)^{n+1} \tag{7}$$

donde $j_{el,e}(a)$ y $j_{pl,e}(a)$ son funciones adimensionales del tamaño de fisura que se obtienen directamente de las dos contribuciones J_{el} y J_{pl} a la integral \hat{J}_{ep} debidas al momento de M_e . Consecuentemente, la determinación de cada una de estas funciones implica el cálculo de la integral para la misma viga roblonada y para los materiales hookeano e hiperelástico descritos en el apartado 2. Esto requiere un modelo numérico de elementos finitos que no difiere del utilizado en el apartado 4, pero el coste computacional es menor porque los cálculos sólo deben repetirse para la serie de tamaños de fisura considerada.

En la tabla 2 figuran los valores de las funciones $j_{el,e}(a)$ y $j_{pl,e}(a)$ resultantes de aplicar el código Abaqus con la malla de la figura 5 para la serie de tamaños de fisura 0,1b, 0,2b, 0,3b, 0,4b y 0,5b.

Tabla 2.– Funciones para estimar la integral J de la viga roblonada.

a	0,1b	0,2b	0,3b	0,4b	0,5b
$j_{el,e}(a)$	0,01751	0,01553	0,01558	0,01438	0,01150
$j_{pl,e}(a)$	0,45175	0,48651	0,52736	0,55910	0,57938

Con la ecuación (7) y con los valores tabulados de estas funciones, es posible estimar la integral J de la viga roblonada para los tamaños de fisura y las cargas a que corresponden los valores de esa misma integral calculados en el apartado 4, con los resultados de la figura 6.

Los valores calculados J_{ep} y los estimados \hat{J}_{ep} según el procedimiento descrito se comparan en la figura 7. La bisectriz del diagrama cartesiano que constituye esta figura representa la condición de coincidencia perfecta y su proximidad a los puntos dibujados pone de relieve la mínima diferencia existente entre ambos tipos de valores para los intervalos de carga y de tamaño de fisura explorados. El positivo resultado de la comparación respalda la validez del método de estimación de la integral J para vigas roblonadas de aceros de construcción antiguos.

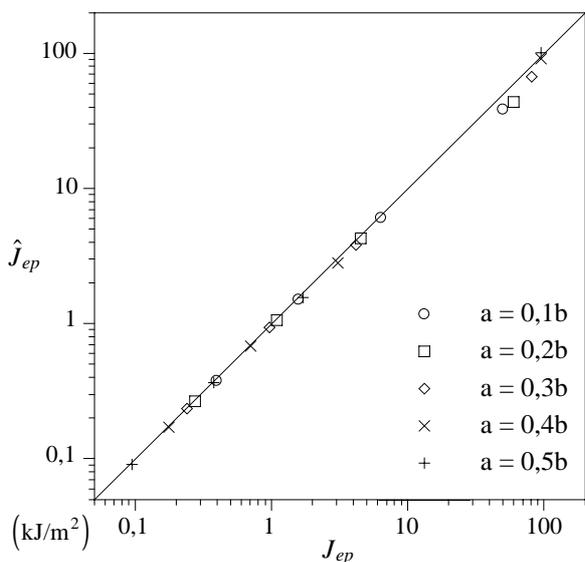


Figura 7.– Integral J calculada y estimada.

6. DIAGRAMA DE ROTURA DE LA VIGA ROBLONADA

Con ayuda del método de estimación, la determinación del momento límite M_L^f que produce el fallo de la viga por fractura de la chapa de alma para un tamaño dado a de fisura, sólo requiere resolver la ecuación resultante de eliminar J entre las ecuaciones (6) y (7):

$$\frac{J_{IC}}{R_{p0,2}(b-a)} = \left(j_{el,e}(a) \frac{M_L^f}{M_e} \right)^2 + \left(j_{pl,e}(a) \frac{M_L^f}{M_e} \right)^{n+1} \quad (8)$$

La tabla 3 recoge los valores del momento M_L^f correspondientes a la serie de tamaños de fisura estudiados y a un valor de la tenacidad de fractura $J_{IC} = 70 \text{ kJ/m}^2$, acorde con los valores de tenacidad medidos para el hierro pudelado del apartado 3.

Tabla 3.– Carga de fallo de la viga roblonada por fractura del alma.

a	0,1b	0,2b	0,3b	0,4b	0,5b
M_L^f/M_e	1,019	0,980	0,923	0,892	0,884
\bar{M}_L^f/M_e	1,108	0,854	0,661	0,499	0,360

El método de estimación puede aplicarse también a la chapa de alma fisurada sin considerar las fuerzas de interacción que transmiten los roblones, si bien es necesario para ello conocer las funciones $j_{el,e}(a)$ y $j_{pl,e}(a)$ de las ecuaciones (7) y (8) correspondientes a la configuración de la chapa de alma, es decir, una placa rectangular de gran longitud y espesor uniforme, con una fisura perpendicular a los bordes longitudinales que arranca de uno de ellos y que está sometida a flexión pura. Esta configuración es muy común y para el material hookeano del método de estimación está recogida en cualquier manual de factores de intensidad de tensiones, pero no sucede igual con el material hiperelástico de exponente $n = 9$. Por ello, nuevamente se ha utilizado el código de elementos finitos Abaqus y la malla de la figura 5 sin angulares, y se han determinado los valores de las funciones $j_{el,e}(a)$ y $j_{pl,e}(a)$ de la chapa de alma para los mismos tamaños de fisura que la viga roblonada. Estos valores han permitido resolver la ecuación (8) con $J_{IC} = 70 \text{ kJ/m}^2$ y las soluciones obtenidas \bar{M}_L^f son las que figuran en la tabla 3.

Las dos series de valores del momento límite que puede soportar la viga hasta que se produce el fallo por desgarramiento dúctil de la chapa de alma se han representado en función del tamaño de fisura con los resultados que se observan en la figura 8. La diferencia entre los dos tipos de predicción es altamente significativa, salvo para los tamaños de fisura más pequeños, que son los de menos interés para programas de vigilancia basados en predicciones de tolerancia al daño [11], porque la fisura estaría oculta bajo los angulares y no sería detectable visualmente. Para tamaños de fisura mayores la omisión de las fuerzas de interacción transmitidas por los roblones conduce a cargas de fallo excesivamente conservadoras que podrían tener fuertes repercusiones en el coste de los programas de vigilancia, si se opta por esta

modalidad de preservar la integridad estructural [11].

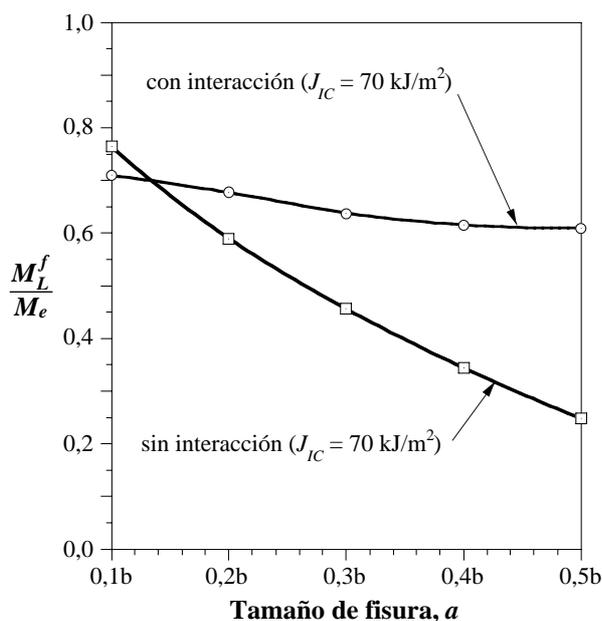


Figura 8.— Carga que produce el fallo de la viga roblonada por fractura del alma.

7. RECAPITULACIÓN Y CONCLUSIONES

Los ensayos de fractura realizados con el hierro pudelado procedente de un puente de carretera en servicio indican que la tenacidad de estos materiales es muy inferior a la de los aceros de construcción actuales, pero también que el comportamiento de este material no siempre es frágil y que para los espesores de chapa habitualmente empleados la fractura puede tener lugar en condiciones de plasticidad extendida. Esto hace necesario recurrir a criterios de fractura basados en la integral J a fin de preservar la integridad de estructuras construidas con este tipo de material.

La tipología estructural más frecuente en hierro pudelado son las vigas roblonadas y el cálculo de la integral J para vigas de este tipo con componentes fisurados conlleva un alto coste computacional. En efecto, los modelos numéricos de elementos finitos son el método de resolución más indicado y cada tamaño de fisura y cada nivel de carga requieren un cálculo específico. La complejidad de estos modelos se ve acrecentada por la necesidad de considerar las fuerzas de interacción en los roblones debidas a la fisura para evitar resultados excesivamente conservadores, pero esta complejidad se reduce sustancialmente empleando los valores de la integral J obtenidos mediante el método de estimación del instituto EPRI, con el cual la integral J es una función predefinida de la carga aplicada.

La validez del método de estimación de la integral J para vigas roblonadas de aceros de construcción antiguos ha sido confirmada en este trabajo, teniendo en cuenta además la interacción entre componentes. Las dos comparaciones llevadas a cabo con este fin involucran configuraciones geométricas muy dispares, pero en ambas re-

sulta una coincidencia sin apenas diferencias entre valores estimados y valores experimentales o valores calculados por aplicación de la definición. Estos resultados no son automáticamente extrapolables a materiales y configuraciones distintas de las estudiadas, pero indican que el método de estimación de la integral J es más que una posibilidad prometedora para su aplicación a vigas roblonadas de aceros antiguos con daños por fisuración.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer la financiación recibida a través del proyecto MAT2002-01422 y del proyecto de la Junta de Castilla y León *Diagramas de rotura de para la evaluación de elementos estructurales en construcciones metálicas*.

REFERENCIAS

- [1] Brühwiler, E., Smith, I.F.C. y Hirt, M.A. "Fatigue and Fracture of Riveted Bridge Members" *Journal of Structural Engineering ASCE*, **116**, 198-214, 1990.
- [2] Morf, U. "Investigation on Obsolete Structural Elements and Retrofit of Old Steel Structures" *IABSE Symposium 73*, "Extending the Lifespan of Structures" 547-552, San Francisco, 1995.
- [3] Sedlacek, G., Hensen, W. "Nouvelles méthodes de calcul pour la réhabilitation des ponts métalliques anciens" *Construction Métallique* **3**, 3-12, 1992.
- [4] Stötzel, G., Sedlacek, G., Langenberg, P. y Dahl, W. "Material Identification and Verification for the Residual Safety of Old Steel Bridges", *IABSE Workshop 76*, "Evaluation of Existing Steel and Composite Bridges" 241-251, Lausana, 1997.
- [5] Moreno, J. y Valiente, A. "Cálculo del factor de intensidad de tensiones en vigas roblonadas" *Anales de Mecánica de Fractura* **19**, 465-470, 2002.
- [6] Moreno, J. y Valiente, A. "Efecto de las uniones roblonadas en la integridad estructural de vigas metálicas antiguas" *Anales de Mecánica de Fractura*, **21**, 511-517, 2004.
- [7] Kumar, V., German, M.D. y Shih, C.F. "An Engineering Approach for Elastic-Plastic Analysis" *EPRI NP-1931 Report, Project 1287-1*, 1981.
- [8] ASTM Standard E813-88, "Standard Test Method for J_{IC} , A Measure of Fracture Toughness" West Conshohocken, PA, 1988.
- [9] Feng, D., Albrecht, P., y Wright, W.J., "Stress Intensity Factors for Cracks in Bridge Girders" *Report*, Department of Civil Engineering, University of Maryland, Maryland, 1996.
- [10] ABAQUS, Inc., "User Manual. ABAQUS Standard V6.3", Pawtucket, RI, 2003.
- [11] Comité Europeo de Normalización (CEN), Norma EN1993-1 (Eurócodigo EC3: Proyecto de estructuras de acero), Bruselas, 2006.

CONSIDERACIONES ENERGÉTICAS DE LA DILATANCIA Y SU INFLUENCIA EN LA FISURACIÓN EN MODO MIXTO PARA MATERIALES CUASIFRÁGILES

V. O. García Álvarez¹ C. M. López Garello²

¹ E-mail: vgarcia@ciccp.es

² Departamento de Ingeniería del Terreno, Cartográfica y Geofísica
ETSECCPB, Universitat Politècnica de Catalunya, 08034 Barcelona. España
E-mail: carlos.maria.lopez@upc.edu

RESUMEN

En los materiales heterogéneos como el hormigón el camino de fisuración presenta irregularidades y ramificaciones, de modo que desplazamientos relativos tangenciales producen un acoplamiento de las tensiones normales y de corte, acompañado de una separación de las caras de fisura (efecto de dilatación). El problema del modo mixto de fractura se puede abordar de una forma consistente mediante elementos junta de espesor nulo en un análisis numérico mediante el método de los elementos finitos. Las leyes constitutivas de estos elementos junta permiten un acoplamiento de los efectos normal/corte e incorporan conceptos de la mecánica de fractura. En este artículo, continuación del trabajo presentado en el XXII Encuentro del Grupo Español de Fractura, se estudia el fenómeno de la dilatación teniendo en cuenta su incidencia tanto en la regla de flujo como en la definición del trabajo consumido en el proceso de fractura. Se analiza la influencia de la dilatación cuando se impone una relación fija de desplazamientos relativos de apertura y de corte en una fisura en desarrollo, y se presentan resultados de la simulación numérica de los ensayos experimentales llevados a cabo por Hassanzadeh (1990).

ABSTRACT

In heterogeneous materials like concrete crack path presents irregularities, so that relative sliding between crack faces make a coupling between normal and shear stresses, with a opening of crack (dilatancy effect). Mixed mode crack problem can be approached consistently using interface elements with zero thickness by means of finite element method. Constitutive laws of these interface elements are based on Fracture Mechanics and they allow a coupling of normal/shear effect. In this contribution, which is a continuation of the contribution presented in the XXII Encuentro del Grupo Español de Fractura, dilatancy effect is studied taking into account its influence not only in the "flow rule", but also in the definition of work wasted away by the fracture process. Dilatancy influence is analyzed when a fix relation between crack opening and crack sliding is imposed, and results of a numerical simulation of tests made by Hassanzadeh (1990) are shown.

ÁREAS TEMÁTICAS PROPUESTAS: Métodos Analíticos y Numéricos o Fractura de materiales compuestos.

PALABRAS CLAVE: Modo mixto de Fractura, Dilatación, Material cuasifrágil.

1. INTRODUCCIÓN

Los ensayos experimentales llevados a cabo en materiales cuasifrágiles en modo mixto de fractura ponen de manifiesto la importante influencia del efecto de la dilatación [1,2]. En [1] se han utilizado probetas prismáticas de hormigón de 6 cm de altura y con base cuadrada de 7 cm de lado, que presentan en la mitad de la altura una entalla perimetral de 1.5 cm de ancho. Durante la primera parte del ensayo, la muestra está sometida a tracción pura hasta que se alcanza el pico de tensiones normales y una fisura en Modo I comienza a formarse a través de la sección transversal reducida. A partir de este punto, se aplican simultáneamente desplazamientos relativos de apertura (normal) y de corte en una proporción fija caracterizada por el ángulo $\tan \gamma = \omega_h^{cr} / \omega_n^{cr}$. En la figura 1 (a) y (b) se reproducen

los gráficos presentados en [1] para valores de $\gamma = 30^\circ$, 60° y 75° . Los resultados muestran un comportamiento complejo de la evolución de las tensiones, que varían de tracción/corte a compresión/corte. Este comportamiento resulta más acentuado en la medida en que el desplazamiento relativo de corte que se impone resulta mayor y puede atribuirse a la dilatación generada por la heterogeneidad del material cuyo desarrollo normal se ve impedido por una relación de desplazamientos impuestos menor. En la figura 1 (c) y (d) se muestran resultados experimentales similares obtenidos en [2].

Una forma consistente de abordar el problema del modo mixto de fractura en materiales cuasifrágiles es mediante el enfoque de la fisuración discreta con elementos junta sin espesor que representan el comportamiento de las discontinuidades y la fisuración. Las leyes constitutivas

de estos elementos junta permiten un acoplamiento de los efectos normal/corte e incorporan conceptos de la mecánica de fractura. En un trabajo previo [3], se ha empleado un modelo de fisura cohesiva en modo mixto para analizar el fenómeno de dilatación en la fractura de materiales cuasifrágiles. El modelo tiene en cuenta la

incidencia de la dilatación no sólo en la regla de flujo, sino también en la definición del trabajo consumido en el proceso de fractura. En este trabajo se continúa el estudio anterior y se presentan resultados de la simulación numérica de los ensayos experimentales llevados a cabo por Hassanzadeh [1].

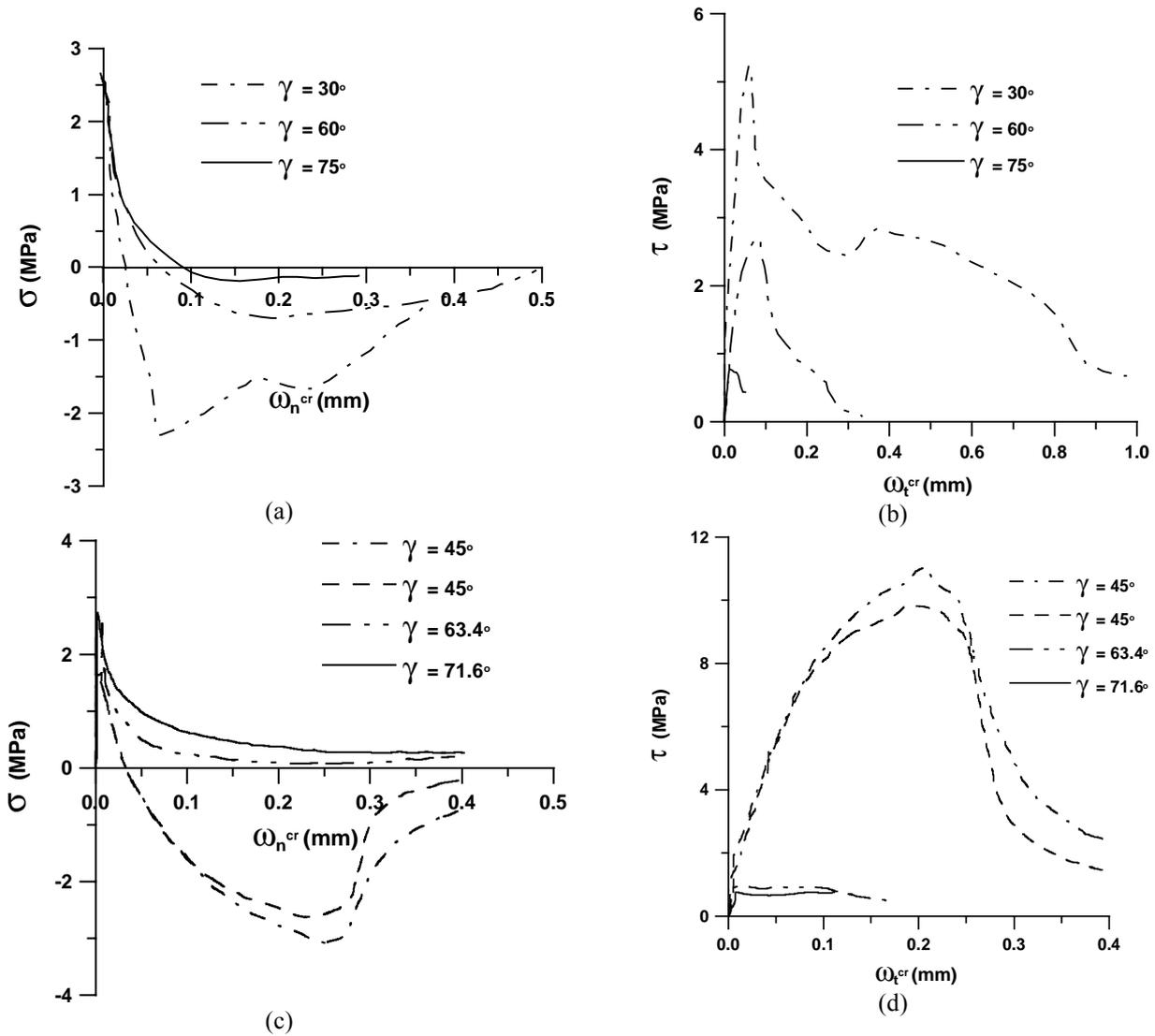


Figura 1. Resultados experimentales obtenidos en [1] (superior) y [2] (inferior): (a) y (c) curvas apertura de fisura-tensión normal, (b) y (d) deslizamiento tangencial – tensión tangencial.

2. MODELO CONSTITUTIVO

2.1. Formulación del modelo

Como ya se ha comentado, el problema del modo mixto de fractura se puede abordar convenientemente mediante elementos junta sin espesor, que permiten integrar y extender de un modo natural el “fictitious crack model” (modelo de la fisura ficticia) de Hillerborg [4] en un análisis numérico mediante el método de los elementos finitos. El comportamiento se formula en

términos de la componente normal y tangencial de las tensiones en el plano medio de la junta y los desplazamientos relativos correspondientes. El criterio de fractura F se define mediante una hipérbola de tres parámetros (figura 2) que puede expresarse como [5,6]:

$$F = \tau^2 + \tan^2 \phi (\sigma - \chi)(2a - \sigma + \chi) = 0 \quad (1)$$

donde σ y τ son la tensión normal y de corte, χ es la

resistencia a tracción, $\tan\phi$ es el ángulo de fricción entre las caras de la fisura y el parámetro a representa la distancia horizontal entre el vértice de la hipérbola y sus asíntotas (alternativamente, suele emplearse el parámetro c , ordenada en el origen de las asíntotas, que representa la cohesión aparente).

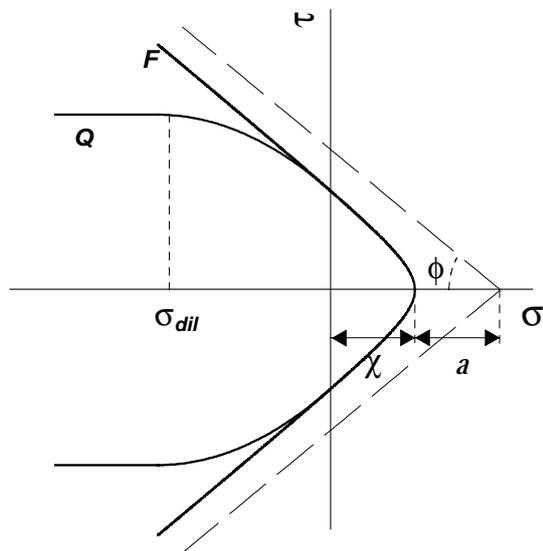


Figura 2. Superficie de fractura y potencial plástico.

Una vez iniciada la fisuración, la superficie de fractura se contrae mediante el decrecimiento de los parámetros χ y a de la hipérbola. La evolución de estos parámetros depende de la energía disipada (W^{cr}) durante la propagación de la fisura, que se puede descomponer en las energías disipadas en modo I y en modo II, cuyas expresiones en modo diferencial son:

$$dW^{cr} = dW_I^{cr} + dW_{II}^{cr} \quad (2)$$

$$dW_I^{cr} = \sigma d\omega_n^{cr} \quad \text{si } \sigma \geq 0; \quad dW_I^{cr} = 0 \quad \text{si } \sigma < 0 \quad (3)$$

$$dW_{II}^{cr} = \tau d\omega_t^{cr} \quad \text{si } \sigma \geq 0 \quad (4)$$

donde $d\omega_n^{cr}$ y $d\omega_t^{cr}$ representan el incremento de desplazamientos relativos de apertura de fisura en la dirección normal y tangencial, respectivamente. Para la componente en modo II en compresión se van a analizar las siguientes tres alternativas:

$$dW_{II}^{cr} = (|\tau| - |\sigma| \tan\phi) |d\omega_t^{cr}| \quad \text{si } \sigma < 0 \quad (5)$$

$$dW_{II}^{cr} = (|\tau| - |\sigma| \tan\phi) |d\omega_t^{cr}| - |\sigma| d\omega_n^{cr} \quad \text{si } \sigma < 0 \quad (6)$$

$$dW_{II}^{cr} = \left(|\tau| d\omega_t^{cr} - |\sigma| d\omega_n^{cr} \right) \left(1 - \frac{|\sigma| \tan\phi}{|\tau|} \right) \quad \text{si } \sigma < 0 \quad (7)$$

La ecuación (5) representa la expresión clásica en la que al trabajo de corte se le resta el trabajo de fricción pura [5,7]. Las expresiones (6) y (7) tienen en cuenta también la energía de dilatación, aunque de manera diferente. La expresión (6) [6,8] consiste en restar directamente la energía de dilatación (propuesta 1), mientras que en la ecuación (7) [9], sólo se resta una parte de la energía de dilatación (propuesta 2).

Para controlar el proceso de fractura, el modelo posee dos parámetros que representan las energías de fractura en modo I y II, G_F^I y G_F^{II} . La regla de flujo es asociada en tracción $F = Q$ (Q potencial plástico), aunque no en compresión, donde se define una ley de dilatación para que ésta disminuya progresivamente con el nivel de compresión $\sigma \rightarrow \sigma^{dil}$ (Figura 1) y con la degradación de la junta $a \rightarrow 0$. Se dispone de parámetros adicionales α_χ y α_a que controlan la forma de evolución de las curvas de reblandecimiento, y α_d que controla la evolución de la dilatación en compresión mediante un factor que reduce la componente normal de la regla de flujo. Una descripción mas detallada puede verse en [3,5,6].

2.2. Verificación del modelo

En un artículo del anterior Congreso del Grupo Español de Fractura [3] se ha presentado el comportamiento del modelo en ensayos de corte con confinamiento. En esta sección se analiza el comportamiento en un ensayo consistente en mantener una relación constante entre la apertura de la fisura y el deslizamiento relativo de las caras de la misma, representada por la tangente del ángulo γ (similar a los ensayos experimentales de [1, 2]). Para ello se ha realizado un ensayo constitutivo numérico en el que se han empleado los siguientes parámetros del modelo: $D_n = D_t = 10^2$ MPa/mm (coeficientes elásticos de deformación en dirección normal y tangencial de los elementos junta), $\tan\phi = 0.75$, $\chi_0 = 2.8$ MPa, $a_0 = 10$ MPa, $G_F^I = 0.1$ N/mm, $G_F^{II} = 1.8$ N/mm, $\sigma_{dil} = 30$ MPa, y $\alpha_d = 2$, para los ángulos γ de 10° , 30° y 60° .

Los resultados obtenidos se muestran en la figura 3. En 3 (a) se representan las tensiones normales en función de los desplazamientos relativos normales. Se observa en estas curvas, que al igual que en los ensayos experimentales las tensiones normales caen más rápidamente, cambian de signo, alcanzan un pico de compresión mayor (en términos absolutos) y finalmente tienden a anularse asintóticamente, de manera más pronunciada a medida que se impone una mayor proporción de deslizamiento tangencial (disminución del ángulo γ). En la figura 3 (b), que muestra las tensiones de corte en función de los desplazamientos relativos

tangenciales, se aprecia que las tensiones alcanzan un valor de pico más alto cuando el γ impuesto es menor. También se observa en las figuras la influencia de considerar el efecto de la dilatación dentro del balance energético del proceso de fractura, que se hace más acentuado en la medida que se impone una mayor proporción de deslizamiento tangencial.

En la figura 3(c) se muestra la evolución de la energía disipada en el proceso de fractura en función del deslizamiento tangencial. Se observa que con la disminución del valor de γ , la evolución de la energía disipada presenta un crecimiento más acentuado al comienzo del proceso. Lógicamente, al final del proceso de fractura, en todos los casos se tiende al valor de G_F^{II} .

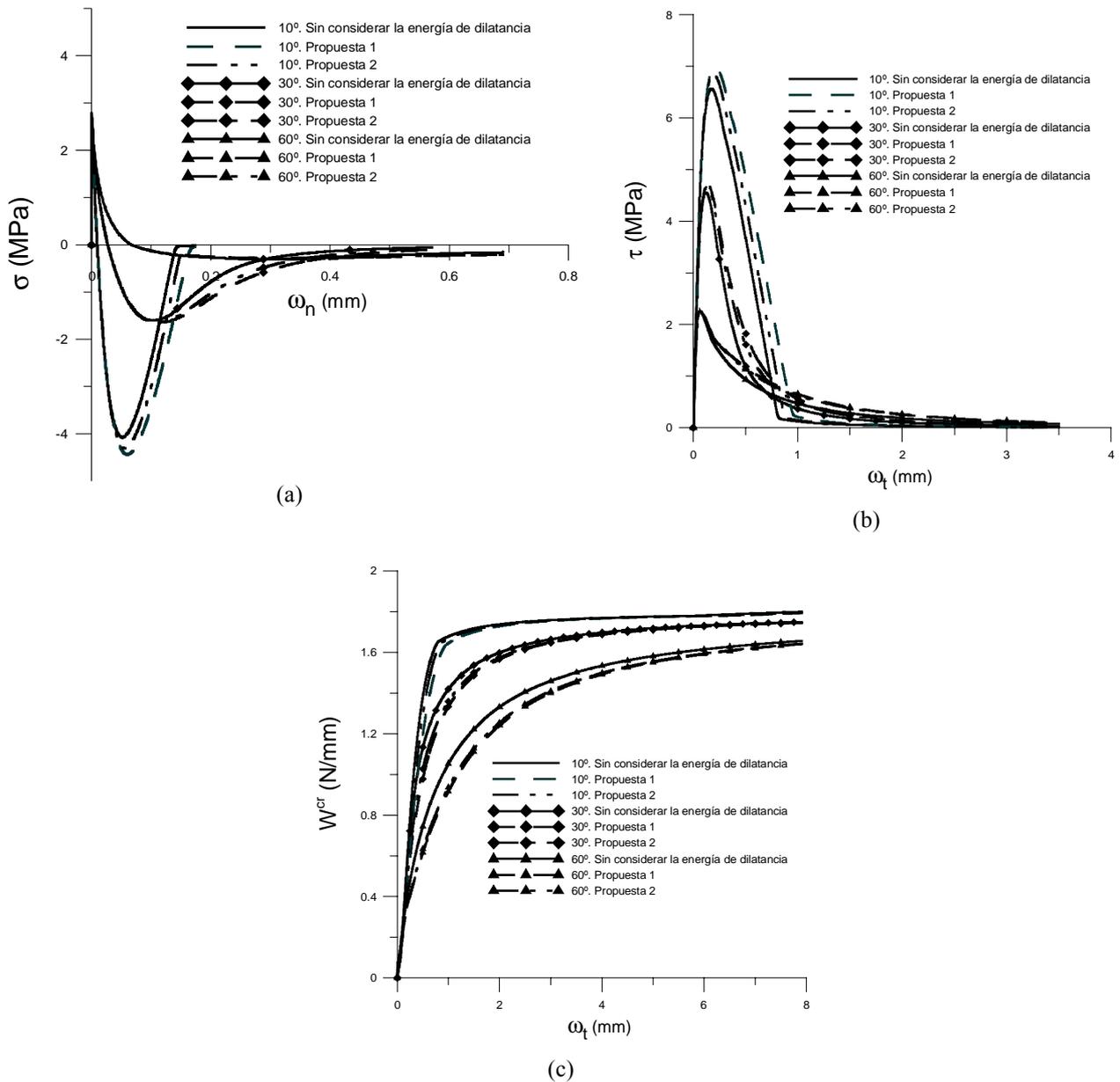


Figura 3. Influencia de la consideración de la dilatación en el balance energético: (a) y (b) curvas apertura – tensión normal y deslizamiento tangencial – tensión tangencial; (c) evolución de la disipación de la energía de fractura con el deslizamiento tangencial.

3. SIMULACIÓN NUMÉRICA DE ENSAYOS EXPERIMENTALES

En la figura 4 se muestra un ajuste numérico aproximado obtenido para las curvas experimentales con γ igual a 30° y 60° publicados en [1]. Se han empleado los mismos parámetros que en la simulación anterior.

La observación de los resultados obtenidos da lugar a las siguientes apreciaciones:

1) el modelo constitutivo reproduce adecuadamente el complejo comportamiento experimental observado en

ensayos en los que se impone una relación fija de desplazamientos de apertura y de corte.

2) La consideración de la energía de dilatación tanto para γ igual a 30° como para γ igual a 60° influye de manera considerable en los resultados.

3) La incidencia de incluir la energía de dilatación en el análisis aumenta en la medida que se impone una mayor proporción de deslizamiento de corte. Esto se podría analizar y contrastar de forma más adecuada si se contara con ensayos experimentales para valores de γ menores de 30° .

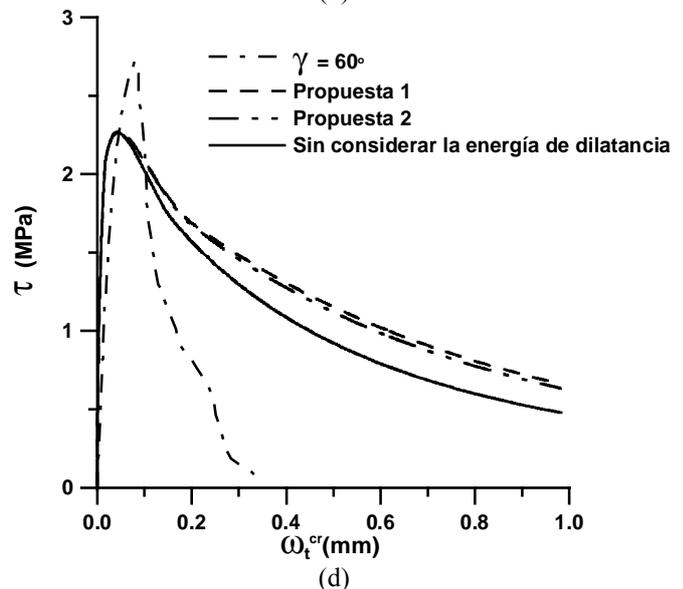
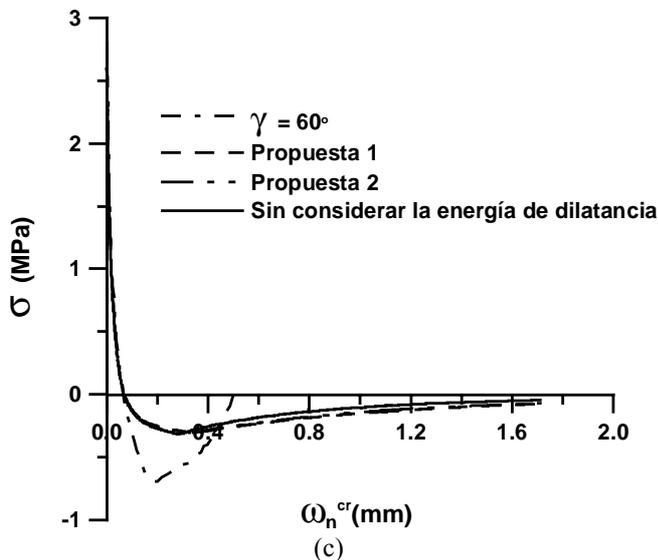
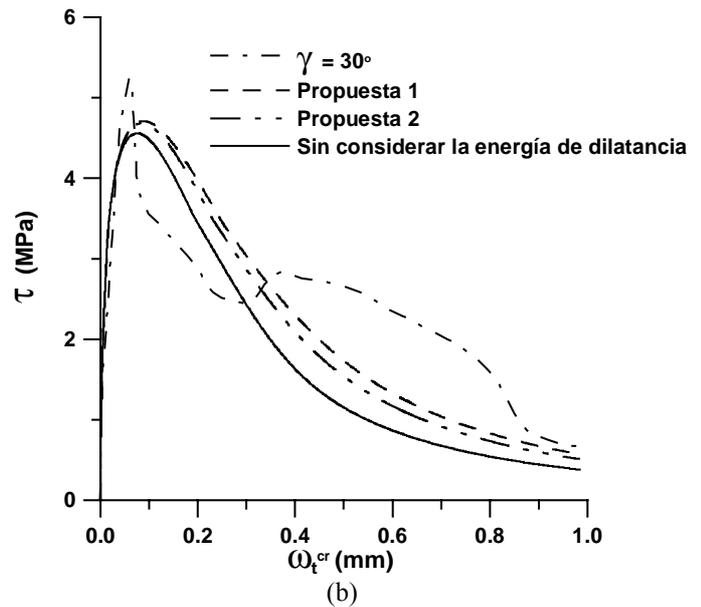
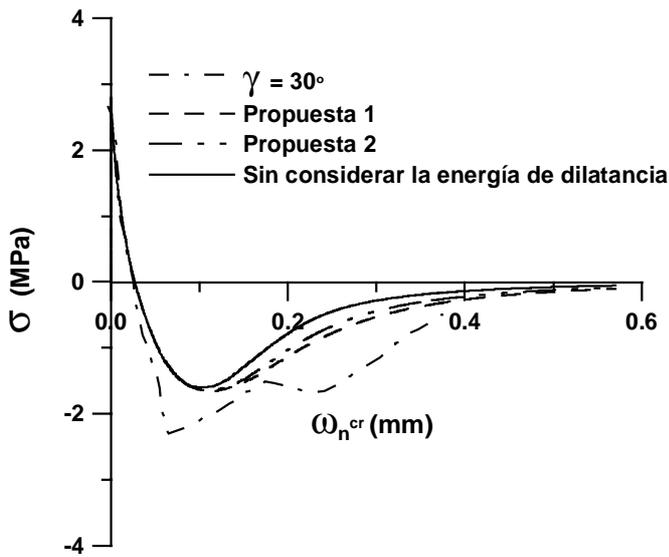


Figura 4. Simulación numérica de los resultados experimentales obtenidos por Hassanzadeh [1]: (a) y (b) γ igual a 30° ; (c) y (d) γ igual a 60° .

4. CONSIDERACIONES FINALES

En este trabajo se ha utilizado un modelo de fisura cohesiva para materiales heterogéneos como el hormigón a fin de analizar el efecto de la dilatación mediante tres propuestas. Por un lado, este efecto se ha tenido en cuenta de una forma más habitual, sólo a través de la “regla de flujo”. Las otras dos alternativas consisten en considerar el efecto también en la expresión del trabajo disipado en fractura (variable de historia del modelo).

Se ha analizado el efecto de la dilatación en un ensayo en modo mixto de fractura llevado a cabo como se propone en [1] y en [2], manteniendo una relación constante a lo largo de todo el ensayo entre la apertura de la fisura y el deslizamiento relativo entre las caras de la misma. Se presenta también la simulación de los ensayos realizados por Hassanzadeh para γ igual a 30° y 60°.

Del análisis numérico y del ajuste de los ensayos experimentales se ha podido apreciar la considerable influencia de incluir la energía de dilatación, en mayor medida cuando aumenta la proporción de la componente de cortante.

AGRADECIMIENTOS

El segundo autor agradece al MEC (Madrid) la incorporación al sistema español de ciencia y tecnología mediante el “Programa Ramón y Cajal”.

REFERENCIAS

- [1] Hassanzadeh, M. “Determination of fracture zone properties in mixed mode I and II”. *Engineering Fracture Mechanics*, 35 (4/5), pp. 845-853 (1990).
- [2] Nooru-Mohamed, M. B. “*Mixed-Mode Fracture of concrete: An experimental approach*”. PhD thesis, Delft University of Technology, Delft, Holanda (1992).
- [3] García Álvarez, V.O. y López C.M., “Modelización del efecto de la dilatación en materiales cuasifrágiles. Influencia en modo mixto de fractura”. *Anales de Mecánica de la Fractura*, Vol. 22, pp. 541-546 (2005).
- [4] Hillerborg A., Modéer M. y Petersson, P.E., “Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of Fracture Mechanics and Finite Elements”, *Cement and Concrete Research*, 6 (6): 773-781 (1976).
- [5] Carol, I., Prat, P. C., y López, C. M. “A normal/shear cracking model. Application to discrete crack analysis”, *J. Engng. Mech. ASCE*, 123, pp. 765–773 (1997).
- [6] García Álvarez, V. O., “*Estudio de la fractura en modo mixto de los materiales cuasifrágiles: Aplicación al hormigón convencional y al hormigón de alta resistencia*”, Tesis Doctoral, ETS. d’Enginyers de Camins, Canals i Ports, Universitat Politècnica de Catalunya, Barcelona (1997).
- [7] Willam, K. J., “Experimental and computational aspects of concrete fracture”, en *Computer aided analysis and design of concrete structures* (Ed. F. Damjanic, H. Hinton, N. Bicanic and V. Simovic), pp. 33-70, Pineridge Press, New Jersey (1984).
- [8] García-Álvarez, V. O., Gettu, R. y Carol, I. “Numerical analysis of mixed mode fracture in concrete using interface elements”, in *ECCOMAS 2000*, Barcelona (2000).
- [9] López, C. M., “*Análisis microestructural de la fractura del hormigón utilizando elementos finitos tipo junta. Aplicación a diferentes hormigones*”, Tesis Doctoral, ETS. d’Enginyers de Camins, Canals i Ports, Universitat Politècnica de Catalunya, Barcelona (1999)

ANÁLISIS NUMÉRICO DE FRACTURA DINÁMICA DE POLIMEROS FRÁGILES

J. A. Loya¹, K. Ravi-Chandar²,

¹Dpto de Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras, Universidad Carlos III de Madrid.

Avda. de la Universidad 30, 28911-Leganés, Madrid, España.

E-mail: jloya@ing.uc3m.es

Tfno: 916 24 88 80. Fax: 916 24 94 30

²Dpto de Ingeniería Aeroespacial e Ingeniería Mecánica, University of Texas at Austin,
210 E. 24th Street, RW 117B 1 University Station, C0600, Austin, TX 78712-0235, EE.UU.

E-mail: kravi@mail.utexas.edu

RESUMEN

En este trabajo se ha analizado numéricamente el comportamiento en fractura de polímeros frágiles. Para ello, se han realizado simulaciones numéricas de probetas planas entalladas deformadas en modo I a distinta velocidad de deformación mediante el Método de los Elementos Finitos, utilizando el código comercial ABAQUS, y se ha implementado en una subrutina de usuario un modelo de daño basado en los modelos de Celda introducidos por Brodberg. El modelo de daño propuesto considera que se produce una disminución de la densidad volumétrica de un elemento cuando aumenta el nivel de daño en su interior, ocasionando una pérdida de rigidez en dicho elemento. Este sencillo modelo, que depende de 3 parámetros, ha sido adaptado al caso particular del polímero HOMALITE-100, reproduciendo, adecuadamente, valores experimentales del instante de propagación inestable de fisura, velocidad de propagación y longitud alcanzada hasta ramificación.

ABSTRACT

This work presents a numerical analysis of dynamic fracture behaviour of brittle polymers. Numerical simulations of plane specimens loaded in mode I at different strain rate have been achieved by the Finite Element Method, using the ABAQUS commercial code, and a damage model implemented in a user subroutine. This damage model considers that the mass density decreases in an element as the internal damage increases, causing a stiffness loosing in that element. This simple model depends on three parameters, and has been adapted to the case of HOMALITE-100, obtaining the crack propagation time, crack propagation velocity and crack length before branching, reproducing successfully experimental results published.

ÁREAS TEMÁTICAS PROPUESTAS: Métodos Analíticos y Numéricos.

PALABRAS CLAVE: Propagación dinámica de fisuras, Fractura Frágil, Modelos de Daño.

1. INTRODUCCIÓN

Resultados experimentales como los obtenidos por Ravi-Chandar [1], Ravi-Chandar y Knauss [2, 5], Kalthoff et al.[6] y Kalthoff [7], han permitido analizar la propagación dinámica de fisuras en materiales con comportamiento predominantemente frágil empleando diversos dispositivos experimentales. En particular, destacan los trabajos [1, 5] donde se observó la propagación de fisuras en el polímero HOMALITE 100, cuyo comportamiento es frágil, mediante un complejo dispositivo eléctrico de gran potencia y técnicas de fotografía de alta velocidad, logrando medir en probetas planas, deformadas en modo I a distinta velocidad de deformación, el instante de propagación inestable de la fisura, su velocidad de propagación, y la longitud de la misma hasta al inicio de la primera ramificación. De sus observaciones se obtuvie-

ron importantes conclusiones, como por ejemplo, que la velocidad de propagación de la fisura depende de la carga aplicada y que puede considerarse constante durante su crecimiento.

Otros autores han intentado justificar numéricamente estos resultados mediante la aplicación de diversos modelos de daño, pero sin llegar a reproducirlos. Entre estos criterios, los modelos de Celda introducidos por Brodberg [8], donde el tamaño de celda representa una longitud característica del material, se revelan como un método de sencilla aplicación para explicar el comportamiento de materiales frágiles ante fractura, como demostró Johnson [9, 13] al ratificar alguna de las conclusiones observadas por Ravi-Chandar, en particular la de velocidad de propagación constante.

En este trabajo se pretende analizar numéricamente el comportamiento en fractura de probetas planas de polímeros frágiles a alta velocidad de deformación. Para lo cual, junto con Método de los Elementos Finitos implementado en el código comercial ABAQUS [14], se ha desarrollado una subrutina de usuario que incluye un modelo de daño basado en la variación de densidad volumétrica de los elementos, permitiendo simular la propagación de fisuras en probetas de materiales frágiles.

2. DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

Las simulaciones numéricas realizadas en este trabajo corresponden a los ensayos realizados por Ravi-Chandar [1] y Ravi-Chandar y Knauss [2, 5] en probetas planas de HOMALITE-100 deformadas en modo I a distinta velocidad de deformación.

La geometría de probetas ensayadas se muestra en la Fig. 1, y sus dimensiones evitan la posible interferencia de la reflexión de ondas generadas durante la sollicitación de la probeta. Sus dimensiones son las siguientes: ancho $B = 500 \text{ mm}$, alto $H = 300 \text{ mm}$, espesor $e = 4,76 \text{ mm}$, y entalla $a_0 = 300 \text{ mm}$.

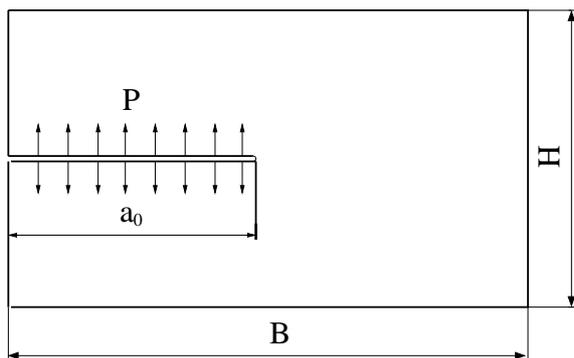


Figura 1: Geometría de la probeta.

En dichos ensayos, las probetas fueron sollicitadas mediante un complejo dispositivo eléctrico en el que se colocan unos terminales de cobre (*copper strips*) en las superficies libres de la entalla (véase Fig. 2).

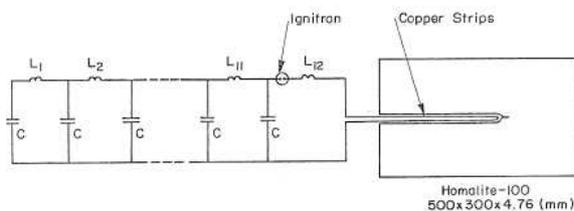


Figure 2. Electromagnetic loading scheme and specimen configuration.

Figura 2: Esquema del dispositivo experimental [1].

Al activar el dispositivo, la energía almacenada en la batería de condensadores permite liberar hasta un máximo de 20 kV . La corriente eléctrica circulante provoca la

aparición de fuerzas de repulsión entre los terminales de cobre, que tienden a separarse entre sí deformando la probeta en modo I. La presión generada sobre la entalla de la probeta, $P(t)$, aumenta de manera progresiva hasta el instante $t_0 = 25 \mu\text{s}$, donde alcanza un valor constante, P_0 , proporcional a la intensidad eléctrica circulante (Fig. 3).

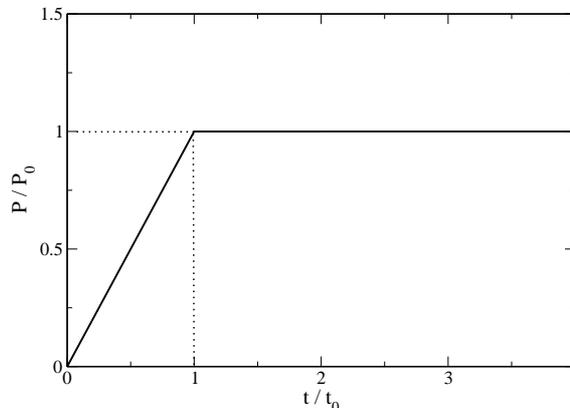


Figura 3: Carga aplicada a la probeta.

La sollicitación de la probeta provoca la aparición y propagación de fisuras cuyo instante de propagación, velocidad y longitud hasta su ramificación puede ser determinada mediante técnicas fotográficas de alta velocidad.

3. SIMULACIÓN NUMÉRICA

Mediante el Método de los Elementos Finitos implementado en el código comercial ABAQUS [14], se ha estudiado el comportamiento dinámico de las probetas planas mencionadas anteriormente sometidas a la aplicación de carga P_0 según la rampa de carga descrita en la Fig. 3.

Debido a las características del problema, se ha utilizado un modelo numérico bidimensional que considera únicamente la mitad de la probeta por cuestiones de simetría, imponiendo las correspondientes condiciones de contorno (Fig. 4).

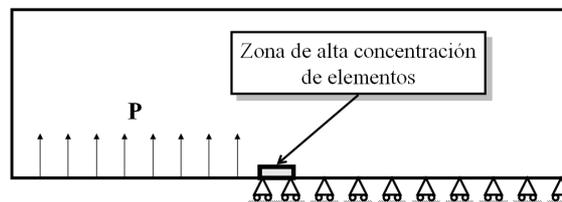


Figura 4: Esquema del modelo numérico

La malla de la probeta consta de 103368 nodos y 102883 elementos tipo CPS4R para un comportamiento en tensión plana. Para tener en cuenta los gradientes de tensión y deformación que se producen en las proximidades del extremo de la fisura, se ha refinado la malla de la probeta en esta zona, siendo el lado del menor elemento de $2,8 \mu\text{m}$ aproximadamente.

El comportamiento frágil del material se ha simulado mediante un modelo de daño implementado en una subrutina de usuario que se detalla a continuación, donde las propiedades mecánicas del material son $E=4550\text{ MPa}$ y $\nu=0.31$, y la densidad inicial $\rho_0=1230\text{ kg/m}^3$.

4. MODELO DE DAÑO

En las proximidades del fondo de fisura, se puede asumir la existencia de múltiples puntos donde la nucleación de defectos puede tener lugar. Estos lugares de nucleación se consideran semejantes entre sí y distribuidos de manera homogénea en toda la probeta.

El comportamiento ante fractura de materiales frágiles puede explicarse mediante modelos de Celda, que subdividen la región que pudiese ser influenciada por la propagación de defectos (en este caso toda la probeta) en celdas en cuyo interior se considera la presencia de pequeñas microgrietas y defectos. Bajo el efecto de ciertas solicitaciones, puede producirse un aumento en el número y tamaño de los defectos, llegando a coalescer y a dar lugar a grietas macroscópicas que se propagan a través del material. Cada celda puede representarse mediante un elemento finito. Debido a la limitación del coste computacional, el tamaño de celda con el que se pretende reproducir el comportamiento característico del material, resulta ser muy superior al que representa el material.

El modelo de daño propuesto en este trabajo, se basa en la reducción de la rigidez de ciertos elementos al aumentar su daño interior, lo que puede asociarse con la disminución de densidad volumétrica del elemento, ρ . Esta pérdida de rigidez se consigue multiplicando los correspondientes coeficientes de la matriz de rigidez por una variable de estado $\omega(\rho)$, procedimiento que ha sido implementado en una subrutina de usuario tipo VUMAT[14].

Por encima de un valor crítico de densidad, ρ_1 , se considera que el elemento está intacto, $\omega(\rho) = 1$, y presenta un comportamiento elástico lineal con las propiedades anteriormente descritas.

Cuando la densidad volumétrica disminuye por debajo de ρ_1 , comienza la pérdida de rigidez de dicho elemento, descrita mediante la siguiente ecuación:

$$\omega(\rho) = \frac{(\rho/\rho_2)^n - 1}{(\rho_1/\rho_2)^n - 1}, \quad \text{si } \rho_1 < \rho < \rho_2 \quad (1)$$

hasta alcanzar una rigidez nula, $\omega(\rho) = 0$, si la densidad disminuye hasta ρ_2 . Por tanto, ρ_1 determina el instante en el que el elemento inicia la pérdida de rigidez, ρ_2 determina su rotura completa, y n afecta a la velocidad de transición entre ρ_1 y ρ_2 .

El daño se ha considerado acumulativo, por lo que la rigidez de un elemento no puede aumentar una vez que el ablandamiento se ha iniciado.

En primer lugar, el modelo de daño ha sido aplicado al caso simplificado de un elemento de tensión plana sometido a una de carga de tracción F (Fig. 5) para distintos valores de ρ_1 , ρ_2 y n , detallados en la Tabla 1, obteniéndose las correspondientes curvas fuerza-desplazamiento (Fig.6).

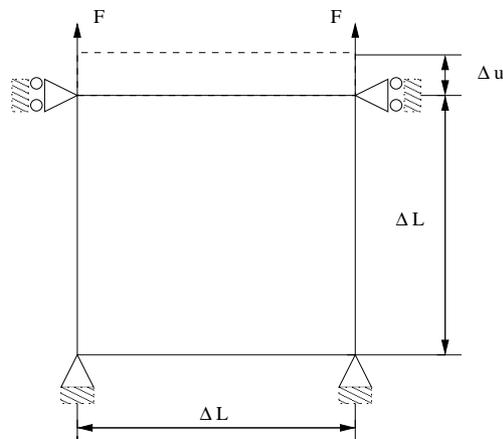


Figura 5: Caso simplificado de tracción en un elemento.

Caso	ρ_1 (kg/m ³)	ρ_2 (kg/m ³)	n
a	1225	900	1
b	1215	1000	1
c	1225	1000	1
d	1225	1000	10

Tabla 1: Combinación de parámetros del modelo de daño.

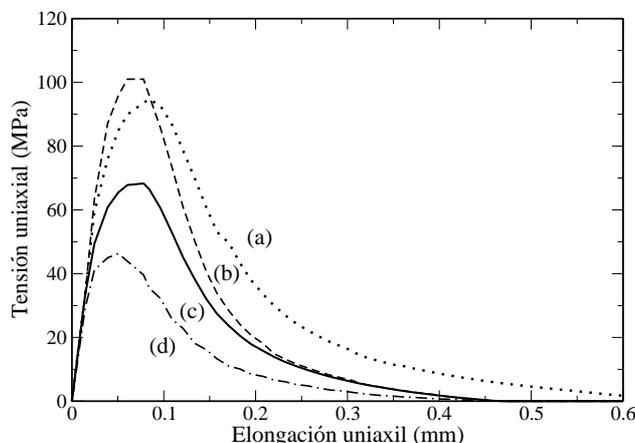


Figura 6: Curvas fuerza-desplazamiento según los casos de la Tabla 1.

En la Fig. 6 se aprecia que en todos los casos las curvas dejan de ser lineales a partir de un valor de carga, dependiente de ρ_1 . En los casos (b) y (c) se observa que cuanto menor es este valor, más tarde comienza el crecimiento de daño en el interior del elemento, siendo mayor la tensión máxima capaz de soportar.

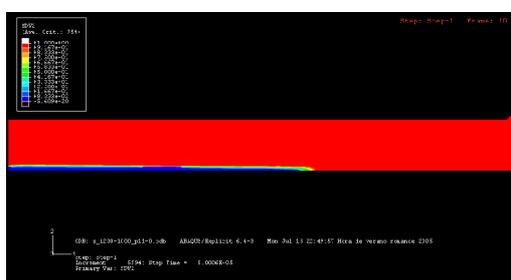
El incremento del parámetro n (casos (c) y (d)) produce que el daño en el interior del elemento aumente de manera más rápida, disminuyendo la tensión máxima que es capaz de resistir.

Comparando los casos (a) y (c), se aprecia que cuanto más alejado se encuentra ρ_2 de ρ_1 , mayor es la tensión capaz de soportar el elemento así como la elongación alcanzada sin romper completamente.

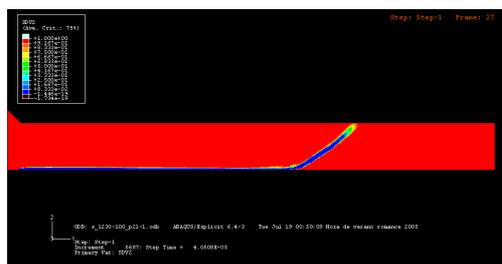
5. COMPORTAMIENTO DEL MODELO A DISTINTA VELOCIDAD DE SOLICITACIÓN

Para analizar el comportamiento del modelo de daño según la velocidad de solicitación, se han considerando distintos valores de P_0 para unos valores determinados de ρ_1 , ρ_2 y n .

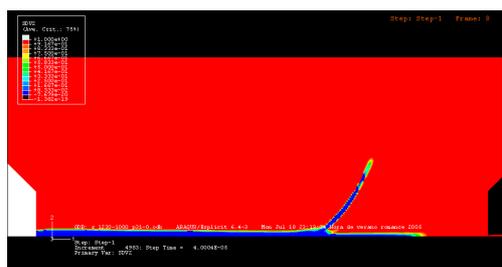
Las Fig. 7 y Fig. 8 muestran, respectivamente, los elementos dañados de la probeta que simbolizan la fisura, y el correspondiente campo de tensiones de Von Mises en el mismo instante de la simulación, $t = 45 \mu s$, para los valores de $P_0 = 10, 20, 30$ y 40 MPa . En estas figuras se aprecia, cualitativamente, que al aumentar la velocidad de sollicitación, la longitud que alcanza la fisura antes de su ramificación, L , disminuye.



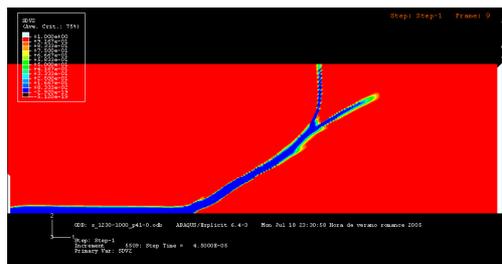
(a) P=10 MPa.



(b) P=20 MPa.

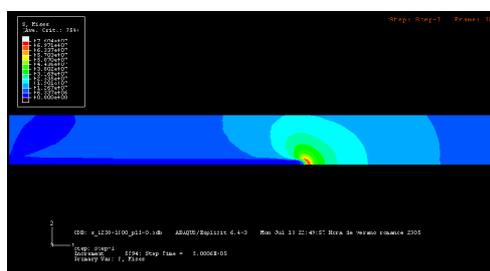


(c) P=30 MPa.

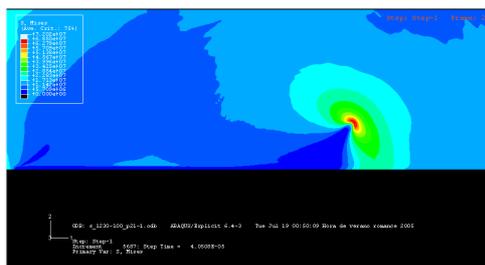


(d) P=40 MPa.

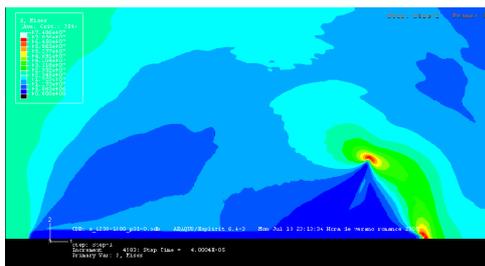
Figura 7: Elementos dañados.



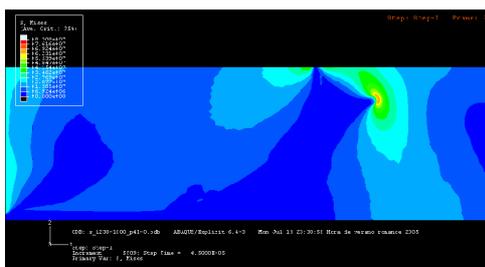
(a) P=10 MPa.



(b) P=20 MPa.



(c) P=30 MPa.



(d) P=40 MPa.

Figura 8: Campo de tensiones de Von Mises.

6. CALIBRACIÓN DEL MODELO DE DAÑO

Para comparar resultados numéricos, como el instante de rotura, t_f , longitud de fisura, L , y velocidad de propagación, v , con resultados experimentales obtenidos en probetas sometidas a distintos valores de carga P_0 , es necesario calibrar previamente el modelo de daño.

Por simplicidad, de los tres parámetros se ha fijado $n=1$; siendo necesario solamente dos datos para calibrar el modelo. Los resultados experimentales utilizados en la calibración, corresponden a los obtenidos en el siguiente caso de carga:

P_0 (MPa)	t_f (μs)	L (mm)	v (m/s)
1,10	56	∞	240

Tabla 2: Resultados experimentales empleados en la calibración del modelo.

Para calcular ρ_1 , que determina el instante de propagación de fisura, t_f , se la analizado la evolución de la densidad, $\rho(t)$, en el elemento del fondo de fisura con mayor Factor de Intensidad de Tensiones sin aplicar el modelo de daño (Fig. 9), obteniéndose $\rho_1 = \rho(t_f) \approx 1217$ MPa.

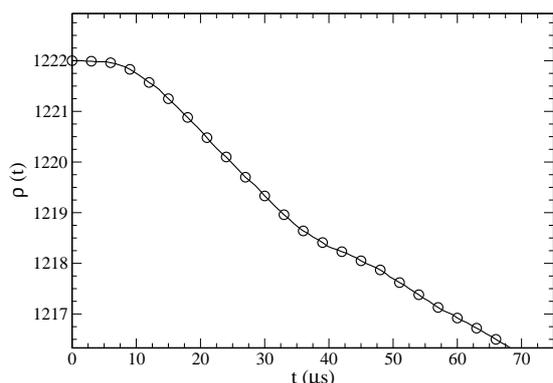


Figura 9: Evolución temporal de $\rho(t)$. $P_0=1,10$ MPa.

En la Fig. 10 se representan los elementos dañados (fisura) para dos valores de ρ_2 en el mismo instante ($t = 40$ μs), siendo en ambos casos $\rho_1=1217$ kg/m^3 y $n=1$.



(a) $\rho_2=1207$ kg/m^3 .



(b) $\rho_2=1093$ kg/m^3

Figura 10: Efecto de ρ_2 en la propagación de fisura.

En las figuras se aprecia que, para un determinado instante, cuanto menor es la diferencia ($\rho_1 - \rho_2$), la fisura es más larga, se propaga más rápidamente. En particular, la velocidad $v = 240$ m/s se obtiene con $\rho_2 \approx 1120$ MPa, quedando definidos los parámetros del modelo.

7. COMPARACIÓN DE RESULTADOS NUMÉRICOS Y EXPERIMENTALES

Una vez calibrado el modelo ($\rho_1=1217$ kg/m^3 , $\rho_2=1120$ kg/m^3 y $n=1$) se han realizado simulaciones numéricas con distintos valores de P_0 .

Los resultado numéricos obtenidos para el instante de rotura, t_f , longitud de fisura, L , y velocidad de propagación, v , se presentan junto a los experimentales para distintos valores de sollicitación en la Tabla 3. A tenor de los resultados presentados, se concluye que los resultados numéricos obtenidos con el modelo de daño propuesto concuerdan aceptablemente con los resultados experimentales.

P_0 (MPa)	t_f (μs)		L (mm)		v (m/s)	
	Exp.	Num.	Exp.	Num.	Exp.	Num.
5,50	18	23	20	19.5	410	380
10,40	15	12	14	15.9	457	470
15,40	10	8,8	5	8,9	-	503

Tabla 3: Comparación de resultados experimentales y numéricos.

8. CONCLUSIONES

En este trabajo se ha analizado numéricamente el comportamiento en fractura de polímeros frágiles. Para ello, se han realizado simulaciones numéricas de probetas planas, deformadas en modo I a distinta velocidad de deformación, mediante el Método de los Elementos Finitos, y se ha implementado un modelo de daño del material en una subrutina de usuario.

El modelo de daño propuesto considera que al aumentar el nivel de daño en el interior de un elemento, disminuye su densidad, ocasionando una pérdida de rigidez en dicho elemento.

Esta relación se establece mediante 3 parámetros, ρ_1 , ρ_2 y n , donde el primero determina el comienzo de la pérdida de rigidez de un elemento, ρ_2 indica la rotura total, y n afecta a la velocidad de transición entre ρ_1 y ρ_2 .

En particular, se han realizado simulaciones numéricas de los ensayos dinámicos realizados por Ravi-Chandar en 1982 en probetas planas de HOMALITE-100, en las que actúa una tensión P_0 en las caras libres de la entalla.

Tras calibrar los parámetros del modelo de daño, los resultados numéricos obtenidos para el instante de rotura,

longitud de fisura y velocidad de propagación, concuerdan de manera satisfactoria con los resultados experimentales.

AGRADECIMIENTOS

Uno de los autores, J.A. Loya, desea agradecer a la Universidad Carlos III de Madrid su ayuda a través del *Programa de Movilidad para Jóvenes Doctores*, que le ha permitido realizar una estancia post-doctoral en la Universidad de Texas en Austin, EE.UU. (Department of Aerospace Engineering and Engineering Mechanics, the University of Texas at Austin).

REFERENCIAS

- [1] K. Ravi-Chandar, *An experimental investigation into the mechanics of dynamic fracture*, Ph.D. Thesis, California Institute of Technology, Pasadena, California, EE.UU, 1982.
- [2] K. Ravi-Chandar, W.G. Knauss, An Experimental Investigation into Dynamic Fracture .1. Crack Initiation And Arrest, *International Journal of Fracture* 25 (4): pp. 247-262, 1984.
- [3] K. Ravi-Chandar, W.G. Knauss, An Experimental Investigation into Dynamic Fracture .2. Microstructural Aspects, *International Journal of Fracture* 26 (1): pp. 65-80, 1984.
- [4] K. Ravi-Chandar, W.G. Knauss, An Experimental Investigation into Dynamic Fracture .3. On Steady-State Crack-Propagation and Crack Branching, *International Journal of Fracture* 26 (2): pp. 141-154, 1984.
- [5] K. Ravi-Chandar, W.G. Knauss, An Experimental Investigation into Dynamic Fracture .4. On the Interaction of Stress Waves with Propagating Cracks, *International Journal of Fracture*, 26, (3): pp. 189-200, 1984.
- [6] J.F. Kalthoff, S. Winkler, J. Beinert, Dynamic Stress Intensity Factors for Arresting Cracks in DCB Specimens, *International Journal of Fracture*, 12, (2): pp. 317-319, 1976.
- [7] J.F. Kalthoff, *On some current problems in experimental fracture.*, W.G. Knauss, K. Ravi-Chandar, A.J. Rosakis eds., *Workshop on Dynamic Fracture*, Caltech (1983), Pasadena, Ca., EE.UU., pp. 11-35, 1983.
- [8] K. B. Broberg, The cell model of materials, *Computational Mechanics*, 19: pp. 447-452, 1997. Brodberg (1997)
- [9] E. Johnson, *Influence of Process Region Characteristics on Rapid Crack Propagation*, Ph.D. Thesis, Lund Institute of Technology, Lund, Suecia, 1991.
- [10] E. Johnson, Process region changes for rapidly propagation cracks, *International Journal of Fracture*, 55, (1): pp. 47-63, 1992.
- [11] E. Johnson, Process region changes for rapidly propagation cracks, *International Journal of Fracture*, 55, (1): pp. 47-63, 1992.
- [12] E. Johnson, Process region influence on crack branching, *International Journal of Fracture*, 57, (2): pp. R27-R29, 1992.
- [13] E. Johnson, Process region influence on energy release rate and crack-tip velocity during rapid crack propagation, *International Journal of Fracture*, 61, (2): pp. 183-187, 1993.
- [14] Hibbitt, Karlsson y Sorensen, Inc, *ABAQUS User's Manual Version 6.4*, (2003)

ESTUDIO PRELIMINAR DEL MODELO DE GURSON CON PARÁMETROS DEPENDIENTES DE LA TRIAXIALIDAD

G. Vadillo¹, J. Fernández-Sáez¹

¹Departamento de Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras.
Universidad Carlos III de Madrid. Avenida de la Universidad, 30. 28911 Leganés. Madrid
E-mail: gvadillo@ing.uc3m.es
Tfno: 916 24 95 00 Ext. 8809. Fax: 916 249 973

RESUMEN

La fractura dúctil de materiales metálicos es el resultado de tres procesos que interactúan mutuamente: la nucleación, el crecimiento y la coalescencia de los microvacíos que se generan en el material. Un procedimiento para analizar estos procesos, consiste en considerar el material como un medio continuo, en el que la evolución de los microvacíos se representa mediante una variable adicional que es la porosidad (fracción volumétrica de microvacíos). La ley constitutiva más utilizada para analizar la rotura de materiales dúctiles es la de Gurson-Tvergaard-Needleman (modelo GTN). Este modelo depende de dos parámetros q_1 y q_2 que, como diferentes autores han puesto de manifiesto, no son constantes universales, sino que dependen de diferentes factores, unos dependientes del material y otros relativos al campo tensional. En este trabajo se ha realizado un estudio preliminar de esta dependencia implementando las ecuaciones constitutivas de un material de Gurson-Tvergaard-Needleman con parámetros dependientes de la triaxialidad del campo tensional en un código comercial de elementos finitos. Para mostrar la influencia de la utilización de esta aproximación con relación a las convencionales, (parámetros constantes), se ha realizado la simulación numérica de un ensayo de tracción sobre una probeta entallada lateralmente.

ABSTRACT

The ductile fracture is the result of three different processes: nucleation, growth and coalescence of microvoids. The most used constitutive law for ductile fracture is the Gurson-Tvergaard-Needleman model (GTN), which use an internal variable (porosity) to represent the evolution of microvoids. This model depends on q_1 and q_2 parameters, that, like different authors have pointed out, are not constant but depend on material's properties as well as on the triaxiality of the stress field. In this work, a preliminary study has been done implementing the GTN constitutive equations with stress dependent parameters in a commercial FEM code through an user subroutine. To analyze the differences between this approach and the corresponding to constant parameters, the results of numerical simulations of a tensile test on a round notched bar have been presented.

ÁREAS TEMÁTICAS PROPUESTAS: Métodos analíticos y numéricos

PALABRAS CLAVE: Fractura dúctil, triaxialidad, modelo de Gurson

1. INTRODUCCIÓN

La fractura dúctil en un material metálico se produce como resultado de la interacción de varios procesos que se producen simultáneamente en el material [1]: nucleación de microvacíos, como consecuencia de la rotura o descohesión de inclusiones, crecimiento de estos microvacíos debido al estado tenso-deformacional y su coalescencia, dando lugar a la formación de superficies libres y fisuras macroscópicas. Este último proceso está motivado por la localización de la deformación en los espacios entre microvacíos. Es evidente la diferencia de escalas espaciales involucradas en el problema (desde las micras que representan tamaños característicos de las inclusiones, por ejemplo, hasta los metros, dimensión que puede representar el tamaño del componente estructural donde están contenidas). Por este motivo se hace necesario el desarrollo de modelos macroscópicos, desarrollados en el

marco de la Mecánica de los medios continuos, que sean de utilidad en problemas de ingeniería. En esa dirección, se han realizado numerosos modelos para cuantificar el crecimiento de microvacíos entre los que destacan el de McClintock [2] y el de Rice y Tracey [3].

Sin embargo, el modelo de daño dúctil utilizado es el de Gurson [4] en el que la presencia de microvacíos se representa mediante una variable adicional que es la porosidad (fracción volumétrica de microvacíos). Este modelo fue desarrollado originalmente a partir de una solución aproximada de una celda de un material considerado rígido plástico con un microvacío esférico contenido en ella. Posteriormente, Tvergaard [5, 6] y Tvergaard y Needleman [7] añadieron al modelo dos nuevos parámetros, q_1 y q_2 , con el objetivo de ajustar sus resultados en materiales con endurecimiento por deformación. Faleskog y otros [8] pusieron de manifiesto que estos parámetros pueden

depender de las propiedades del material tales como su resistencia a tracción o su capacidad de endurecimiento por deformación. Además, Kim y otros [9] han mostrado la dependencia de estos parámetros del propio estado tensional a través de la triaxialidad del mismo, T , definida ésta como el cociente entre la tensión hidrostática y la tensión equivalente de Von Mises ($T = \sigma_h/\sigma_e$). Por otra parte, una variable fundamental en este modelo es la porosidad crítica, que es un parámetro necesario para definir el inicio del proceso de coalescencia. Diversos investigadores han puesto de manifiesto la dependencia de este parámetro con la triaxialidad del campo tensional.

Así pues, aunque recientemente se ha reconocido y cuantificado la dependencia de los parámetros del modelo de Gurson-Tvergaard-Needleman (modelo GTN) con la triaxialidad del campo tensional [9], no se han implementado en las correspondientes ecuaciones constitutivas.

En este trabajo se ha realizado un análisis preliminar de esta dependencia implementando en un código comercial de elementos finitos las ecuaciones constitutivas de un material de Gurson-Tvergaard-Needleman con parámetros dependientes de la triaxialidad del campo tensional. La implementación se ha realizado mediante una subrutina de usuario. Para mostrar la influencia de la utilización de esta aproximación con relación a las convencionales, (parámetros constantes) se ha realizado la simulación numérica de un ensayo de tracción sobre una probeta entallada lateralmente.

2. DEPENDENCIA DE LOS PARÁMETROS DEL MODELO GTN CON EL ESTADO TENSIONAL

La función de plastificación del modelo GTN viene dada por:

$$\Phi = \frac{\sigma_e^2}{\bar{\sigma}^2} + 2q_1 f^* \cosh\left(\frac{3q_2 \sigma_h}{2\bar{\sigma}}\right) - 1 - (q_1 f^*)^2 \quad (1)$$

σ_e , y σ_h son, respectivamente, la tensión equivalente de Von Mises y la tensión hidrostática cuyas expresiones son:

$$\sigma_e = \left(\frac{3}{2}\boldsymbol{\sigma}' : \boldsymbol{\sigma}'\right)^{\frac{1}{2}}, \quad \sigma_h = \frac{1}{3}\boldsymbol{\sigma} : \mathbf{1} \quad (2)$$

donde $\boldsymbol{\sigma}'$ es el tensor desviador de tensiones dado por:

$$\boldsymbol{\sigma}' = \boldsymbol{\sigma} - \sigma_h \mathbf{1} \quad (3)$$

La variable f^* indica la fracción volumétrica de microvacíos y se puede escribir como:

$$f^* = \begin{cases} f & \text{si } f \leq f_c \\ f_c + \frac{(1/q_1 - f_c) \cdot (f - f_c)}{(f_f - f_c)} & \text{si } f_c < f < f_f \\ 1/q_1 & \text{si } f \geq f_f \end{cases} \quad (4)$$

Los parámetros q_1 , q_2 y f_c son parámetros que, además de depender de propiedades del material, varían también con la porosidad inicial y con el estado tensional a través de parámetros de triaxialidad del mismo.

Este hecho ha sido puesto de manifiesto por Kim y otros [9] que han comparado el comportamiento de: (1) una celda unitaria axisimétrica compuesta por una matriz elastoplástica de Von Mises con un único hueco esférico en su centro y (2), una celda sin hueco que obedece al modelo GTN y con una porosidad inicial, f_0 , igual a la del modelo de celda con hueco. Aplicando a las celdas unas condiciones de contorno tales que, en cada análisis, se mantiene constante la triaxialidad, obtuvieron el valor de los parámetros q_1 y q_2 que hace que el comportamiento de ambas celdas sean idénticos, lo cual permite establecer la influencia de las variables analizadas (triaxialidad y porosidad inicial) en dichos parámetros.

En la figuras 1 y 2 se muestran los valores obtenidos por Kim y otros [9] para dos valores diferentes de la porosidad inicial, f_0 .

Para los subsiguientes análisis, los valores discretos presentados en [9] han sido ajustados por el método de los mínimos cuadrados mediante polinomios de tercer grado de la forma:

$$q_i(T) = A_i T^3 + B_i T^2 + C_i T + D_i \quad (i = 1, 2) \quad (5)$$

cuyos coeficientes se muestran en la tabla 1 (parámetro q_1) y en la tabla 2 (parámetro q_2)

f_0	A_1	B_1	C_1	D_1
0.001	0.4	-2.9571	6.9786	-3.47
0.025	0.0333	-0.6914	2.1574	-0.398

Tabla 1: Valores de los coeficientes del polinomio de ajuste para $q_1(T)$.

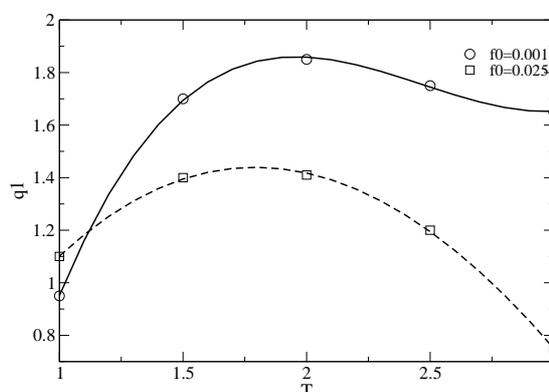


Figura 1: Variación de q_1 con la triaxialidad.

f_0	A_2	B_2	C_2	D_2
0.001	-0.0667	0.5	-1.2333	1.9
0.025	0.0333	-0.0143	-0.3012	1.33

Tabla 2: Valores de los coeficientes del polinomio de ajuste para $q_2(T)$.

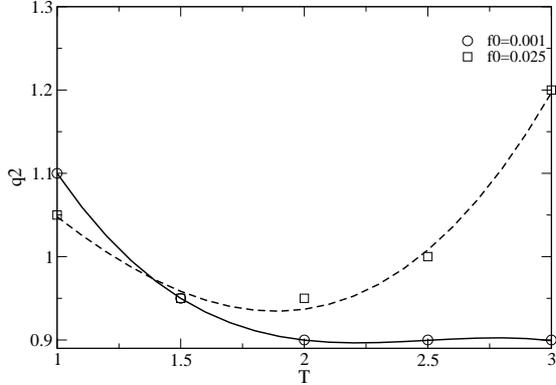


Figura 2: Variación de q_2 con la triaxialidad

También se han ajustado con un polinomio de tercer grado los valores de porosidad crítica f_c frente a la triaxialidad, presentados en la referencia [9]. Los coeficientes del polinomio de ajuste se muestran en la tabla 3 y su correspondiente representación gráfica en la figura 3.

f_0	A	B	C	D
0.001	0.002	-0.0129	0.0247	0.0166
0.025	-0.0053	0.0246	-0.0471	0.1222

Tabla 3: Valores de los coeficientes del polinomio de ajuste para $f_c(T)$.

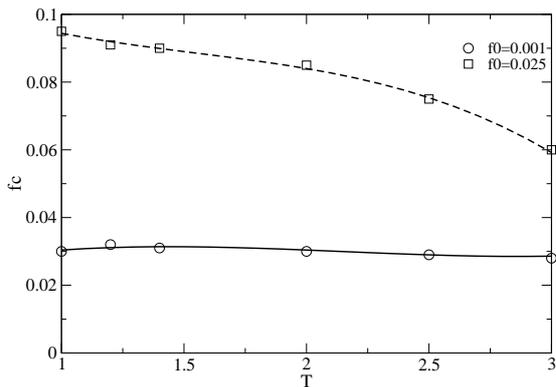


Figura 3: Variación de la porosidad crítica con la triaxialidad

3. MODELO GTN CON PARÁMETROS DEPENDIENTES DEL CAMPO TENSIONAL

A continuación se indican las ecuaciones constitutivas del modelo GTN donde los parámetros q_1 , q_2 y f_c dependen de la triaxialidad del campo tensional.

Se considera un material hipoplástico, y se hace la hipótesis de que el tensor gradiente de velocidades \mathbf{d} , se puede descomponer como suma de una parte elástica \mathbf{d}^e y una parte plástica, \mathbf{d}^p , es decir:

$$\mathbf{d} = \mathbf{d}^e + \mathbf{d}^p \quad (6)$$

La derivada de Jaumann del tensor de tensiones de Cauchy, $\hat{\boldsymbol{\sigma}}$, se relaciona con la parte elástica del gradiente de velocidades mediante la relación dada por:

$$\hat{\boldsymbol{\sigma}} = \mathcal{L} : \mathbf{d}^e = \mathcal{L} : (\mathbf{d} - \mathbf{d}^p) \quad (7)$$

donde \mathcal{L} es el tensor isótropo lineal, de expresión:

$$\mathcal{L} = 2G\mathbf{I}^{dev} + K\mathbf{1} \otimes \mathbf{1} \quad (8)$$

siendo G y K las constantes elásticas del material:

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad K = \frac{E}{3(1 - 2\nu)} \quad (9)$$

y E y ν el Módulo de Young y el coeficiente de Poisson respectivamente.

La función de plastificación viene dada por la expresión 1 donde los parámetros q_1 y q_2 dependen de la triaxialidad, y del valor de daño inicial f_0 :

$$q_1 = q_1(T, f_0) \quad q_2 = q_2(T, f_0) \quad (10)$$

y su dependencia para f_0 fijo, viene dada por la expresión 5.

La fracción volumétrica de microvacíos, f^* , está descrita en la ecuación 4.

Se considera una evolución del límite elástico $\bar{\sigma}$ con la deformación plástica equivalente como sigue:

$$\bar{\sigma} = A + B\bar{\varepsilon}_p^n \quad (11)$$

donde $\bar{\varepsilon}_p$ se calcula haciendo la hipótesis de equivalencia del de trabajo plástico a nivel macroscópico y microscópico, es decir:

$$\bar{\varepsilon}_p = \frac{\boldsymbol{\sigma} : \mathbf{d}^p}{(1 - f)\bar{\sigma}} \quad (12)$$

Aplicando la regla de normalidad, \mathbf{d}^p se puede obtener:

$$\mathbf{d}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial \Phi}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \quad (13)$$

donde $\dot{\lambda}$ es un escalar denominado multiplicador plástico.

Las derivada $\partial\Phi/\partial\sigma$ se calcula como:

$$\frac{\partial\Phi}{\partial\sigma} = \frac{\partial\Phi}{\partial\sigma_e} \frac{\partial\sigma_e}{\partial\sigma} + \frac{\partial\Phi}{\partial\sigma_h} \frac{\partial\sigma_h}{\partial\sigma} + \frac{\partial\Phi}{\partial f} \frac{\partial f}{\partial\sigma} + \frac{\partial\Phi}{\partial\bar{\varepsilon}_p} \frac{\partial\bar{\varepsilon}_p}{\partial\sigma} + \frac{\partial\Phi}{\partial q_1} \frac{\partial q_1}{\partial\sigma} + \frac{\partial\Phi}{\partial q_2} \frac{\partial q_2}{\partial\sigma} \quad (14)$$

donde la dependencia de los parámetros q_1 y q_2 con el estado tensional se tiene en cuenta en los dos últimos sumandos de la ecuación anterior.

Por simplicidad, en este trabajo se ha considerado la evolución de la porosidad únicamente debida al crecimiento de microvacíos y no a la nucleación. Con esta hipótesis, la variación temporal de f viene dada por:

$$\dot{f} = (1 - f)\mathbf{d}^p : \mathbf{1} \quad (15)$$

El multiplicador plástico $\dot{\lambda}$ se calcula imponiendo las condiciones de Kuhn-Tucker, que son:

- En el proceso de carga elástica o descarga, el estado de tensiones está siempre por debajo de la superficie de fluencia $\Rightarrow \Phi < 0$ y el multiplicador plástico $\dot{\lambda} = 0$
- En el proceso de carga plástica, el estado de tensiones está siempre en la superficie de fluencia $\Rightarrow \Phi = 0$ o $\dot{\Phi} = 0$ y el multiplicador plástico $\dot{\lambda} > 0$

Para integrar las ecuaciones del modelo, es necesario recurrir a un procedimiento numérico, ya que no se dispone de soluciones analíticas. Para ello se ha utilizado el esquema utilizado por Aravas [10], que está basado en el Método de Euler con diferencias hacia atrás. Este método se basa en el algoritmo de predicción elástica y corrección plástica con retorno a la superficie de fluencia (retorno radial). Conocidas todas las variables en un instante de tiempo t , y dado un incremento de deformación $\Delta\varepsilon$, el algoritmo de integración calcula las variables de estado y el tensor de tensiones en el instante de tiempo $t + \Delta t$. La ventaja fundamental de este método con respecto a otros es que es incondicionalmente estable. Además, para mantener el orden de convergencia del método de integración, se ha utilizado un operador tangente consistente con el algoritmo de integración utilizado.

4. SIMULACIÓN NUMÉRICA

Se ha realizado una modelización numérica por el método de los elementos finitos de un ensayo de tracción sobre una probeta cilíndrica entallada lateralmente (ver figura 4). Se ha utilizado el programa comercial ABAQUS con una subrutina de usuario UMAT [11] en la que se ha implementado el modelo GTN con los parámetros dependientes del estado tensional, como se ha indicado

en el apartado anterior. Dada la doble simetría de la probeta: axial respecto a su eje de revolución y plana respecto al plano de las sección más estrecha, únicamente es necesario considerar un cuarto de la probeta.

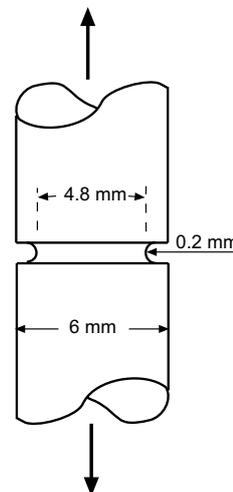


Figura 4: Probeta con entalla ensayada a tracción.

En la malla se han empleado 750 elementos isoparamétricos de 8 nodos con integración reducida en 4 puntos de Gauss y 2385 nodos. Como condición de solicitación en el ensayo simulado se ha impuesto desplazamiento uniforme de la base de la probeta respecto al plano de simetría, paralelo al eje de revolución.

Un detalle de la malla de la zona más próxima al plano de simetría se muestra en la figura 5

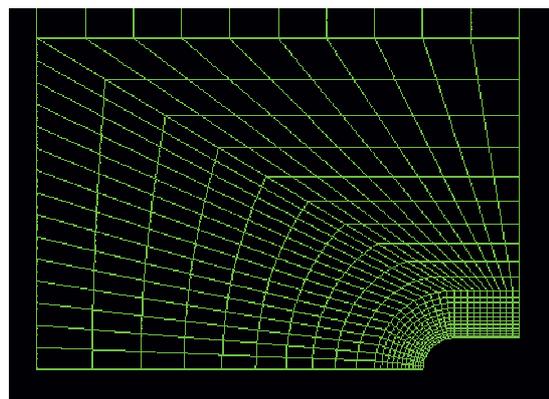


Figura 5: detalle de la malla utilizada.

Se han analizado 5 casos diferentes correspondientes a diferentes valores de los parámetros q_1 , q_2 y f_c tal como se indica en la tabla 4.

Caso	q_1	q_2	f_c
1	0,95	0,9	0,03
2	1,85	0,9	0,03
3	0,95	1,1	0,03
4	1,85	1,1	0,03
5	variable	variable	variable

Tabla 4: Valores de las constantes del modelo para cada uno de los casos analizados. ($f_0 = 0,001$)

Los valores de q_1 y q_2 de los 4 primeros casos corresponden a las combinaciones de valores máximos y mínimos obtenidos por Kim y otros [9] (ver figuras 1, 2, 3) y el caso 5 corresponde al caso en que los parámetros varían con la triaxialidad.

En todos los casos se ha considerado que el material de la matriz obedece a una ley de endurecimiento por de formación dada por:

$$\bar{\sigma} = 410 + 400\varepsilon_p^{0,1} \quad (16)$$

El módulo de Young y el coeficiente de Poisson del acero analizado fueron, respectivamente, 200 GPa y 0,3.

Como resultado del análisis se ha seleccionado la evolución de la carga aplicada a la probeta en función de la disminución de diámetro, que se muestra en la figura 6 para los cinco casos analizados, donde, además, se ha incluido el caso de material de Von Mises.

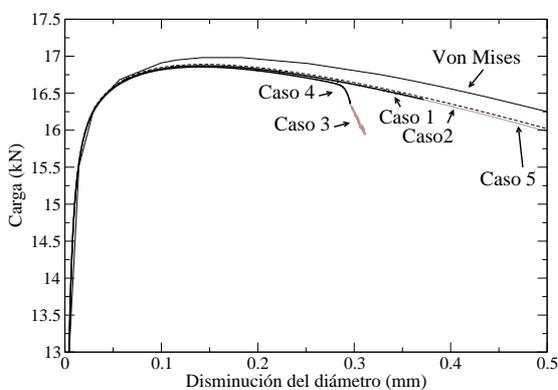


Figura 6: Carga-Disminución del diámetro

Las curvas correspondientes a los diferentes casos del modelo GTN siguen trayectorias coincidentes (e inferiores a la correspondiente al material de Von Mises) hasta que se alcanzan las condiciones de porosidad crítica, condición que se manifiesta con un cambio brusco de pendiente en los casos 3 y 4, únicos casos en los que se alcanza dicha porosidad crítica.

En las figuras 7 a 9 se representa la variación de porosidad frente a la disminución del diámetro en tres elementos situados en el plano de simetría de la probeta: uno situado en el eje de simetría (figura 7), otro situado inicialmente

a una distancia de 2,14 mm del eje de simetría (figura 8) y el tercero situado en el fondo de la entalla (figura 9)

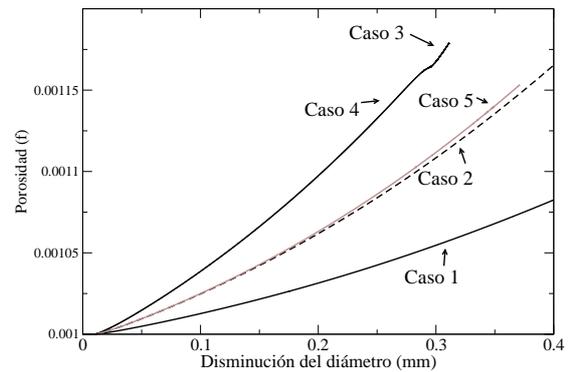


Figura 7: Variación de la porosidad con la disminución de diámetro. Elemento del plano simetría situado en el eje de simetría

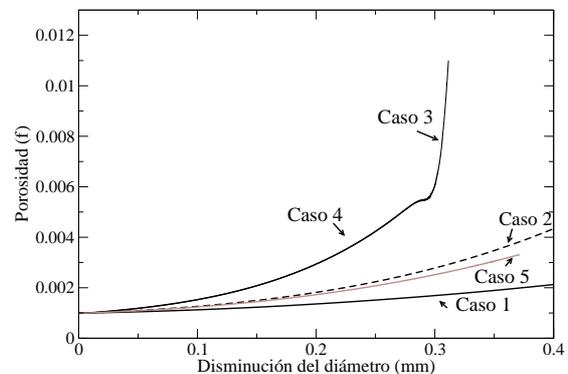


Figura 8: Variación de la porosidad con la disminución de diámetro. Elemento del plano simetría situado a 2,14 mm del eje de simetría

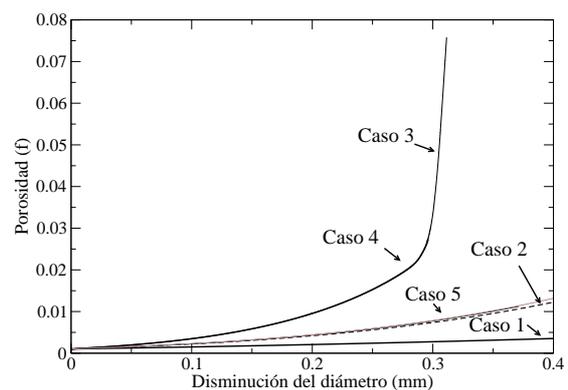


Figura 9: Variación de la porosidad con la disminución de diámetro. Elemento del plano simetría situado en el fondo de la entalla

Estas curvas ponen de manifiesto la influencia que tiene la elección de parámetros en la evolución de la porosidad y en el instante en el que se alcanzan las condiciones

críticas. En este sentido, el parámetro más influyente es q_2 , que, para el valor de porosidad analizada, es a su vez el que menos varía con la triaxialidad, en tanto que el parámetro q_1 , que varía más acusadamente con la triaxialidad, es menos influyente en el comportamiento observado.

En todos los elementos analizados, la porosidad obtenida en el caso en el que los parámetros son variables (caso 5), se sitúa en valores intermedios a los casos en los que q_2 toma valores extremos. A la vista de la evolución de la porosidad en esos elementos se puede concluir que la rotura de este tipo de probetas comienza en el fondo de la entalla y se propaga hacia el eje de simetría.

5. CONCLUSIONES

En este trabajo se ha realizado un análisis preliminar de la dependencia de los parámetros del modelo de Gurson-Tvergaard-Needleman con la triaxialidad implementando dicha dependencia en un código comercial de elementos finitos. La implementación se ha realizado mediante una subrutina de usuario. Para mostrar la influencia de la utilización de esta aproximación con relación a las convencionales, (parámetros constantes) se ha realizado la simulación numérica de un ensayo de tracción sobre una probeta entallada lateralmente, poniéndose de manifiesto la influencia que tiene la elección de parámetros en la evolución de la porosidad y en el instante en el que se alcanzan las condiciones críticas que dan lugar a la inestabilidad y a la rotura de la probeta. Este trabajo se debe continuar analizando otros niveles de porosidad inicial, otras geometrías y la influencia de otras variables del campo tensional como es el parámetro de Lode.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean expresar su agradecimiento al Ministerio de Ciencia y Tecnología por la financiación del Proyecto DPI2005-06769

REFERENCIAS

- [1] R.H. Van Stone, T.B. Cox, J.R. Low y J.A. Pisiotta, *Microstructural aspects of fracture by dimple rupture*, International Metals Review, 211, 30, 157–179, 1985.
- [2] F.A. McClintock, *A criterion for ductile fracture by growth of holes*, Journal of Applied Mechanics, 35, 363–371, 1968.
- [3] J.R. Rice y D.M. Tracey, *On the ductile enlargement of voids in triaxial stress fields*, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 17, 201–217, 1969.
- [4] A.L. Gurson, *Continuum of ductile rupture by void nucleation and growth: Part I-Yield criteria and flow rules for porous ductile media*, Journal of Engineering Materials and Technology, 99, 2–55, 1977.
- [5] V. Tvergaard, *Influence of voids on shear bands instabilities*, International Journal of Fracture, 17, 389–407, 1981.
- [6] V. Tvergaard, *On localization of ductile materials containing spherical voids*, International Journal of Fracture, 18, 237–252, 1982.
- [7] V. Tvergaard y A. Needleman, *Analysis of the Cup-Cone fracture in a round tensile bar*, Acta Metallurgica, 32, 157–169, 1984.
- [8] J. Faleskog, X. Gao y C.F. Shih, *Cell model for nonlinear fracture analysis- I. Micromechanics calibration*, International Journal of Fracture, 89, 355–373, 1998.
- [9] K. Kim, X. Gao y T.S. Srivatsan, *Modeling of void growth in ductile solids: effects of stress triaxiality and initial porosity*, Engineering Fracture Mechanics, 71, 379–400, 2004.
- [10] N. Aravas, *On the numerical integration of a class pressure-dependent plasticity models*, International Journal for Numerical Methods, 24, 1395–1416, 1987.
- [11] ABAQUS/Standard User Manual, version 6.4. ABAQUS Inc., Richmond, USA, 2003

INFLUENCIA DEL CAMPO RESIDUAL TENSO-DEFORMACIONAL EN LA FRAGILIZACIÓN POR HIDRÓGENO DE ACEROS DE PRETENSADO

V. Kharin, J.G. Ballesteros, J.A. Blanco, D. Vergara y J. Toribio

Universidad de Salamanca, E.P.S., Avda. Requejo 33, 49022 Zamora, Tel: (980) 54 50 00; Fax: (980) 54 50 02

RESUMEN

La fractura asistida por hidrógeno (FAH) tiene un papel importante en el rendimiento en ambientes agresivos de los alambres trefilados de acero de pretensado. El conocimiento de las tensiones residuales y deformaciones plásticas en alambres debido al trefilado, al igual que la hidrogenación de alambres por ambientes agresivos, son la clave para predecir la vida de éstos hasta la rotura. Este artículo supone un avance de análisis previos de FAH en alambres trefilados de pretensado mediante una modelización numérica, primero, del proceso de trefilado, para obtener así la distribución de tensiones residuales y de deformaciones plásticas, y después, de la difusión de hidrógeno asistida por el estado tenso-deformacional en alambres para crear las condiciones de iniciación de FAH. Los resultados generados prueban la importancia del campo de tensiones y deformaciones residuales en la acumulación de hidrógeno en alambres, al igual que sus posibles consecuencias en FAH.

ABSTRACT

Hydrogen induced fracture (HIF) plays an important role in the performance of cold-drawn prestressing steel wires in harsh environments. To this end, the knowledge of residual stresses and plastic strains in wires due to cold-drawing, as well as of wires hydrogenation from harsh environments are the keys to successful predictions of wire lives. This paper advances previous analyses of HIF in cold-drawn prestressing wires via numerical modelling, first, of the cold-drawing process to gain the distributions of residual stresses and plastic strains, and next, of the stress-strain assisted hydrogen diffusion in wires towards creation of the conditions for HIF nucleation. Generated results prove the relevant role of residual stress-and-strain field in hydrogen accumulation in the wires, as well as their possible consequences for HIF.

ÁREAS TEMÁTICAS PROPUESTAS: Métodos Analíticos y Numéricos.

PALABRAS CLAVE: Aceros de pretensado, Fragilización por hidrógeno, Tensiones y deformaciones residuales, Simulación numérica, Trefilado.

1. INTRODUCCIÓN

Los alambres de acero son empleados en las estructuras de hormigón pretensado como medio para introducir en éste un campo de tensiones adicional de tal forma que la combinación de estas tensiones de pretensado y de la sollicitación en obra genere unas tensiones encuadradas dentro de los límites admisibles de seguridad [1]. Los alambres de pretensado están hechos generalmente de acero perlítico sometidos a un grado de trefilado que les confiere elevadas propiedades mecánicas. Estos materiales se someten a altas tensiones en servicio, además de estar habitualmente envueltos en ambientes agresivos, e.g., humedad atmosférica. Esto les hace sensibles a las fisuras superficiales originadas por corrosión bajo tensión. La fractura asistida por el ambiente de aceros de pretensado ha sido objetivo de numerosos estudios, que coinciden en la importancia de la fractura asistida por hidrógeno (FAH), o fragilización por hidrógeno, en el deterioro de las estructuras [2].

El ensayo de Tiocianato Amónico (Ammonium Thiocyanate Test—ATT) adoptado por la Federación

Internacional de Pretensado es considerado apropiado para el control del acero [3]. Sin embargo, a pesar de estar aceptado como un ensayo normalizado, éste ni indica como la FAH avanza en alambres de pretensado ni revela la influencia de varios factores de fabricación o de servicio. Por consiguiente, siguen necesitándose una mejor interpretación del ATT y una comprensión del desarrollo de la FAH en los aceros de pretensado, prestando atención a los factores más sustanciales para conseguir una mejora en el comportamiento de estos materiales en ambientes agresivos. Entre dichos factores, el papel de las tensiones residuales se considera uno de los de mayor relevancia.

Existen varios aspectos que deben ser abordados para evaluar el papel de las tensiones residuales en la susceptibilidad a la FAH en alambres de pretensado: (i) las tensiones residuales *per se* como una alteración del campo de tensiones generado por la sollicitación aplicada; (ii) el suministro de hidrógeno generado por el ambiente corrosivo hacia los lugares de futura rotura que se ve afectado por la distribución de tensiones y deformaciones plásticas; y (iii) el efecto dañino del

hidrógeno sobre el material *per se*. Este artículo considera principalmente el primero de estos aspectos.

Este artículo presenta un avance del modelo anterior [4] desarrollado para analizar la influencia de los perfiles de tensiones en la hidrogenación de alambres trefilados de acero de pretensado y su posterior FAH. El principal objetivo ha sido obtener una mejor comprensión e interpretación de la FAH en este tipo de materiales.

2. TEORÍA DE FAH EN METALES

La FAH depende de la cantidad de hidrógeno en los posibles puntos de fractura microestructural en metales, por lo que la fractura local está asociada a una combinación crítica del campo tenso-deformacional y la concentración de hidrógeno en elementos relevantes del material x_c , tal como se describe en otros artículos [5-7]. HIF avanza por nucleación de (micro)daños asistida por hidrógeno en la zona con la combinación “concentración-tensión-deformación” más desfavorable, lo cual puede ser resuelto para un estado tenso-deformacional dado, despejando la concentración crítica de hidrógeno $C_{cr} = C_{cr}(\mathbf{x})$ como una función del punto material identificado por su vector \mathbf{x} .

El hidrógeno penetra desde el ambiente hacia el interior del material y se acumula a lo largo del tiempo t en posibles puntos de fractura hasta que en alguno de ellos su concentración $C(\mathbf{x},t)$ alcance el nivel crítico C_{cr} a un tiempo t_f , momento en el cual la fractura tiene lugar. Por lo tanto, el criterio para determinar el tiempo hasta fractura t_f toma la forma:

$$C(\mathbf{x},t) = C_{cr}(\mathbf{x}), \quad (1)$$

donde el punto de fractura $\mathbf{x} = \mathbf{x}_c$ (o la escala dimensional del núcleo de rotura) debe ser especificado, e.g., como se sugiere en otras publicaciones [4,7,8].

La difusión de hidrógeno en metales es a menudo el modo de transporte que controla el tiempo de fractura. La difusión en sólidos avanza hacia la máxima entropía del sistema que corresponde a la distribución uniforme de cantidad del elemento dado, representada por su concentración C , entre los sitios disponibles para estar ocupados por éste, cuya densidad puede ser caracterizada por el factor de solubilidad K_S . Este último depende de la dilatación de la red del metal inducida por la tensión hidrostática $\sigma = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)/3$, donde $\sigma_{1,2,3}$ son las tensiones principales, y por la cantidad de imperfecciones de red (trampas de hidrógeno, cf. [9]), lo cual puede ser asociado con la deformación equivalente ε_p de tal manera que la solubilidad de hidrógeno afectada por el estado tenso-deformacional puede ser expresado con la siguiente ecuación [6-8]:

$$K_S = K_{S\varepsilon}(\varepsilon_p) \exp(\Omega\sigma) \text{ con } \Omega = \frac{V_H}{RT}, \quad (2)$$

donde $K_{S\varepsilon}$ es la componente de solubilidad dependiente de la deformación, V_H es el volumen parcial molar de hidrógeno en el metal, R la constante de gases, y T la temperatura. Esto conduce a que el flujo de difusión afectado por el estado tenso-deformacional \mathbf{J} [6-8] se defina como:

$$\mathbf{J} = -D(\varepsilon_p) \left\{ \nabla C - C \left[\Omega \nabla \sigma + \frac{\nabla K_{S\varepsilon}(\varepsilon_p)}{K_{S\varepsilon}(\varepsilon_p)} \right] \right\}, \quad (3)$$

donde $D = D(\varepsilon_p)$ es el coeficiente de difusión de hidrógeno en el metal. El balance de masa proporciona la ecuación de difusión en términos de la concentración C de la forma habitual:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = -\text{div } \mathbf{J}. \quad (4)$$

La entrada de hidrógeno dentro del metal (las condiciones de contorno) corresponde al equilibrio entre su actividad termodinámica ambiental y la concentración dentro del metal a la entrada de la superficie Γ :

$$C(\Gamma, t) = C_\Gamma, \quad C_\Gamma = C_0 K_{S\varepsilon}(\varepsilon_p(\Gamma)) \exp(\Omega\sigma(\Gamma)), \quad (5)$$

donde C_0 es la concentración de equilibrio de hidrógeno en un material virgen (libre de tensiones y deformaciones) bajo condiciones ambientales dadas, las cuales se presentan aquí como una medida de la capacidad de hidrogenación del ambiente. Por último, la condición inicial, $C(\mathbf{x},t=0) = C_0(\mathbf{x})$, debe ser definida para cada caso particular.

Dentro de este marco, aprovechando las circunstancias típicas encontradas en los alambres de pretensado en servicio o en ensayos, se puede adoptar un razonable modelo simplificado de FAH, tal como fue expuesto previamente [4,8]. En todo caso, para evaluar la hidrogenación del metal y establecer el criterio de FAH con el fin de encontrar el tiempo de rotura del alambre es necesario conocer la distribución de las tensiones y deformaciones residuales causadas por el trefilado.

3. TENSIONES Y DEFORMACIONES RESIDUALES DEBIDAS AL TREFILADO

Para proceder a la implementación del modelo propuesto para describir el desarrollo de FAH en alambres de pretensado, el primer paso es determinar las tensiones y deformaciones plásticas residuales generadas por el trefilado. Aunque recientemente se han publicado algunos datos sobre las medidas experimentales y de simulaciones numéricas de las tensiones residuales causadas por el trefilado [10,11], estos a menudo no son lo suficientemente completos. Además, todavía no se han aportado datos sobre las

distribuciones de deformaciones plásticas causadas por el mismo. Para rellenar esta deficiencia, se ha asumido una simulación del proceso de conformación plástica en la que se ha obligado a pasar a un alambre con un diámetro inicial $d_0 = 12$ mm por una hilera de trefilado con un diámetro interior $d_1 = 9.6$ mm y un ángulo de entrada $\alpha = 7.6^\circ$, de este modo el alambre trefilado ha revelado un diámetro final $d_2 = 9.64$ mm (Fig. 1).

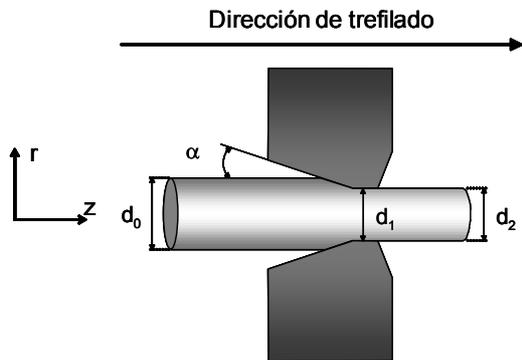


Figura 1. Boceto del proceso mecánico de trefilado.

El material simulado fue un acero perlítico de alta resistencia (0.74% C, 0.70% Mn, 0.20% Si, 0.015% P, 0.023% S) cuya curva ingenieril de tensiones $\underline{\sigma}$ vs. deformaciones $\underline{\epsilon}$, acorde a la cual se obtuvo un módulo de Young $E = 199$ GPa y un límite elástico $\sigma_Y = 710$ MPa, es mostrada en la Fig. 2. Para llevar a cabo la simulación con el método de elementos finitos, se ha elegido un modelo constitutivo de sólido elastoplástico con superficie de cedencia de von Mises y endurecimiento por deformación isótropo siguiendo los datos de curva maestra dada en la Fig. 2. Para la hilera de trefilado, se consideró un material elástico con el módulo de Young de 600 GPa, correspondiente al carburo de Tungsteno.

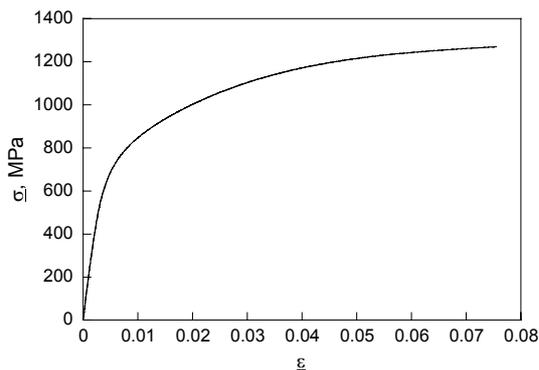


Figura 2. Curva empírica tenso-deformacional del acero.

Obviamente, el planteamiento axisimétrico es adecuado para este tipo de simulaciones. El modelo de elementos finitos correspondiente fue creado en las coordenadas cilíndricas (r,z) mostradas en la Fig. 1. Se consideró apropiado una longitud de la barra a trefilar igual a $10d_0$ para, de esta manera, eliminar el efecto de borde en el campo tenso-deformacional resultante en el alambre. La condición de contorno de desplazamiento axial fue

impuesta en el extremo de la barra. Se realizaron cálculos con grandes deformaciones elastoplásticas usando un código de elementos finitos con formulación lagrangiana actualizada. Se emplearon varias mallas de elementos finitos formadas por cuadriláteros de cuatro nodos hasta verificar la convergencia de la solución respecto a la malla. La simulación del trefilado se visualiza en Fig. 3.

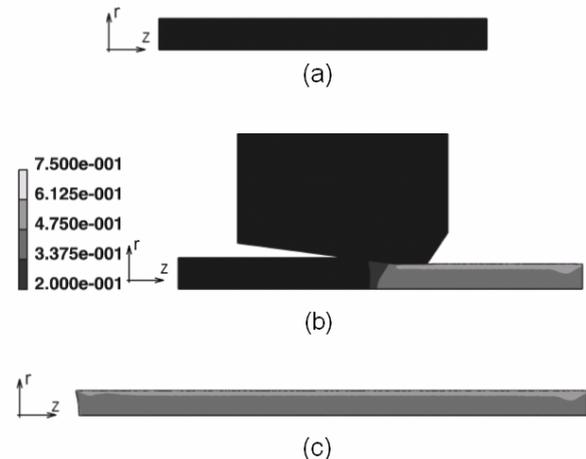


Figura 3. Simulación del proceso de trefilado: (a) barra antes del proceso; (b) barra dentro de la hilera de trefilado; (c) barra después del trefilado. Los contornos de bandas indican los niveles de deformación plástica equivalente ϵ_p .

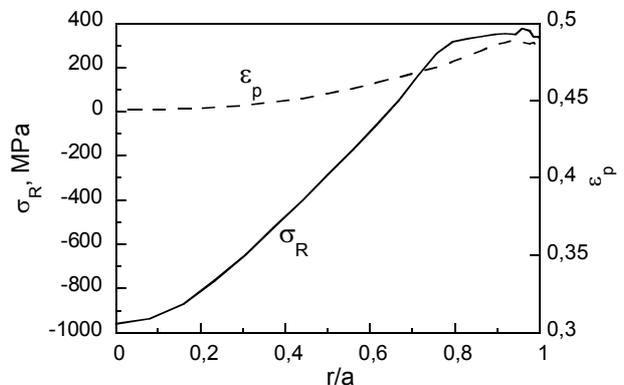


Figura 4. Distribución de las tensiones residuales y las deformaciones plásticas en el proceso de trefilado.

Considerando solamente la tensión hidrostática residual σ_R y la deformación plástica equivalente ϵ_p como las variables relevantes para el análisis de la hidrogenación de alambres trefilados, la Fig. 4 muestra la distribución radial de σ_R y ϵ_p a lo largo del radio de la barra deformada $0 \leq r \leq a = d_2/2$ en su sección donde el efecto de los extremos resulta insignificante y las variables de interés llegan a ser independientes de z . Los resultados obtenidos se ajustan de manera razonable a los datos experimentales y a los obtenidos mediante simulación por otros autores [10,11].

4. ACUMULACIÓN DE HIDRÓGENO EN ALAMBRES DE PRETENSADO

Las condiciones de servicio del acero de pretensado normalmente combinan un estado de tracción aplicada (tensión uniforme σ_{app}) con los efectos de un ambiente agresivo. Los ensayos experimentales tipo ATT intentan reproducir estas condiciones en los ambientes controlados. Las coordenadas cilíndricas son las más apropiadas para analizar esta situación de hidrogenación de barras. Considerando que para alambres largos no hay variabilidad con las coordenadas axial z y circunferencial θ de ningún parámetro relevante al proceso de hidrogenación, el más adecuado se considera el planteamiento unidimensional en términos de la variable r aplicado al alambre trefilado de radio a . Para estudiar el fenómeno de difusión asistida por las tensiones y las deformaciones en el problema axisimétrico, se ha empleado la resolución del problema de difusión (3)-(5) por el método de elementos finitos, tal como fue realizado anteriormente [12]. Aplicando el proceso de Galerkin, se emplearon las mismas funciones de forma de los elementos $N_e(r)$ como funciones de peso [13], e incluso se usaron para aproximar la distribución de tensiones $\sigma_R(r)$ y deformaciones plásticas ε_p (Fig. 4) considerando que

$$\sigma_R(r) = \sum \sigma_{Rj} N_j(r) \quad \text{y} \quad \varepsilon_{pj}(r) = \sum \varepsilon_{pj} N_j(r), \quad (6)$$

donde $j = 1, \dots, M$ recorre el total de M nodos de la malla de elementos finitos.

La temperatura empleada se fijó como $T = 323$ K. El volumen parcial molar de hidrógeno en aleaciones de hierro se consideró $V_H = 2 \text{ cm}^3/\text{mol}$ [9]. No se dispone de datos directos sobre la difusividad y solubilidad de hidrógeno en el acero en cuestión. Respecto a la primera, las medidas para aleaciones de hierro bcc a temperaturas por debajo de 500 K varían de 10^{-13} a $10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$ [14]. En los aceros perlíticos trefilados en particular, donde se produce una alta deformación plástica en la ferrita que presentará alta densidad de dislocaciones y se combina con láminas de cementita con grandes áreas de intercaras, siendo todas éstas trampas energéticas para el hidrógeno [9,14], la difusividad del hidrógeno a temperatura ambiente puede ser tan baja como $10^{-12} \text{ m}^2/\text{s}$ o menos. Con este razonamiento, y adoptando una aproximación razonable para presentar el efecto de la deformación plástica en la difusividad de hidrógeno y la solubilidad en metales [15], se puede considerar para los aceros fuertemente trefilados que:

$$D(\varepsilon_p) = D_0 \exp(-\alpha \varepsilon_p), \quad (7)$$

$$K_{S\varepsilon}(\varepsilon_p) = 1 + \beta \varepsilon_p, \quad (8)$$

donde $D_0 = 3 \cdot 10^{-12} \text{ m}^2/\text{s}$ para la temperatura elegida, y los coeficientes de ajuste $\alpha = 2.9$ y $\beta = 4$.

Para distinguir la contribución de las tensiones y de las deformaciones plásticas en la hidrogenación de alambres, las Figs. 5 y 6 comparan ésta con la solución clásica de difusión en un material (i.e., sin considerar los efectos del campo tenso-deformacional), estando estas figuras en términos de la concentración adimensional $C(r,t)/C^*$, donde C^* representa la capacidad sinérgica de hidrogenación del ambiente junto a la tensión aplicada σ_{app} , i.e., $C^* = C_0 \exp(\Omega \sigma_{app}/3)$. A tiempos largos de simulación, la concentración calculada $C(r,t \rightarrow \infty)$ manifiesta una buena aproximación a la solución de equilibrio teórico $C_\infty(r)$. Para este último hay la solución exacta estacionaria del problema de difusión en cuestión [5-7].

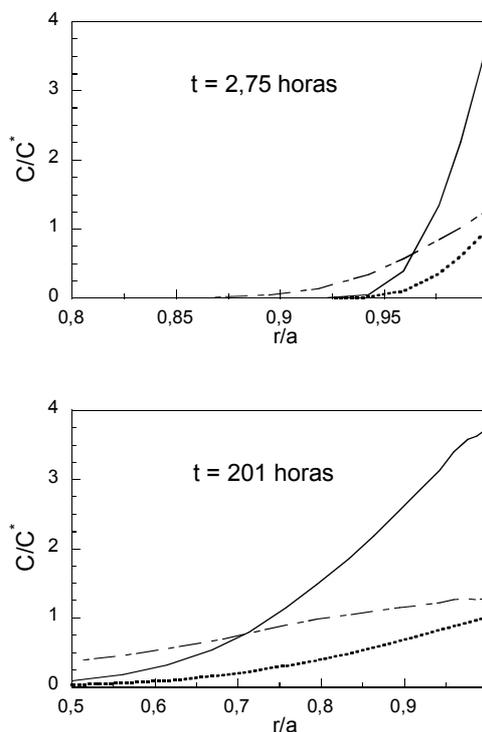


Figura 5. Distribución de la concentración en alambres trefilados al tiempo indicado como resultado de considerar el estado tenso-deformacional (línea continua), sólo las tensiones (rayas), y difusión sin influencia del campo tenso-deformacional (punteado).

Se observa como el efecto de las tensiones residuales y las deformaciones en la hidrogenación consiste en una notable sobresaturación del alambre con hidrógeno, en comparación con el material virgen. La distinción entre difusión asistida por sólo tensiones o por tensiones y deformaciones es que bajo los efectos de deformación la sobre-hidrogenación relativa ocurre a menores profundidades desde la superficie del alambre $r = a$ y la sub-hidrogenación ocurre en los puntos de mayor profundidad. La división entre estas dos zonas de sobre o sub-hidrogenación se desplaza con el tiempo hacia las profundidades mayores.

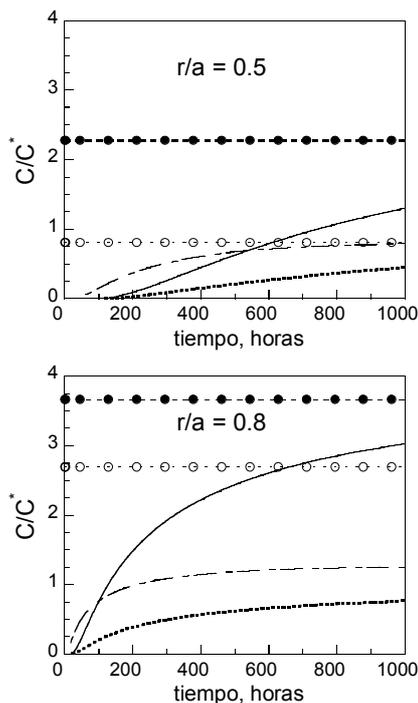


Figura 6. Evolución de la concentración a las profundidades indicadas como resultado del efecto de estado tenso-deformacional (línea continua), sólo de las tensiones (rayas), y difusión sin influencia del campo tenso-deformacional (punteado). Las líneas horizontales indican los niveles de la concentración de equilibrio C_{∞} considerando el estado tenso-deformacional (círculos rellenos) y considerando solo las tensiones (círculos huecos).

Respecto a la hidrogenación de la capa superficial de determinado espesor, donde surge la FAH (cf. [4,8]), el campo de deformaciones residuales reduce la cantidad total de hidrógeno acumulado en esta capa a tiempos cortos, y aumenta esta cantidad a tiempos de difusión mayores. De este modo, si se compara con lo calculado para difusión asistida sólo por las tensiones, en un elemento de material dado, en un posible foco de FAH x_c en particular, la deformación plástica generada durante el trefilado favorece que se alcance un mayor nivel de concentración C , especialmente en la capa superficial del alambre donde se inicia la FAH, pero esto necesita mayor tiempo de difusión.

De este modo, las consecuencias de las deformaciones plásticas generadas por el trefilado para la acumulación de hidrógeno pueden ser distintas cuando los posibles focos de FAH se sitúen en lugares diferentes. Por ejemplo, en el marco de un modelo de FAH en los alambres de pretensado [4,8] el criterio de rotura local requiere alcanzar un valor determinado de cantidad (concentración) de hidrógeno sobre una escala microestructural x_c cerca de la superficie, la cual se identifica con el tamaño de la fisura superficial crítica. Para este último se puede considerar un razonable valor medio de 450 μm . Entonces en las cercanías de

respectivo punto crítico $r_c = a - x_c \approx 0.9a$, dependiendo de la concentración crítica requerida C_{cr} , el efecto de la deformación plástica favorecerá (Fig. 5, arriba) o obstaculizará (Fig. 5, abajo) el alcance de la concentración C_{cr} . Esto tendrá consecuencias correspondientes para la predicción del tiempo de fractura t_f en el caso de alcanzar la concentración crítica dependiente de la tensión axial local $C_{cr} = C_{cr}(\sigma_{ef})$, donde la tensión efectiva σ_{ef} es la suma de la aplicada y la residual. Desafortunadamente, tal consideración todavía no incluye una serie de factores esenciales para el avance de FAH, ya que éste muestra una fuerte dependencia con la microestructura, la cual, a su vez, se ve afectada notablemente en los alambres por el proceso de trefilado. Por consiguiente, la concentración crítica debe depender no sólo de las tensiones, sino también de la microestructura del acero de pretensado, i.e., de la deformación plástica generada por el trefilado. De ese modo, para revelar los efectos de trefilado sobre FAH en los alambres de pretensado se requiere aclarar el mecanismo de FAH y establecer un criterio de fallo considerando los efectos microestructurales del trefilado sobre los eventos de microrotura.

Sin embargo, la teoría presentada puede ser empleada para interpretar las consecuencias de distintos tratamientos, que afectan a los campos residuales tenso-deformacionales, sobre el funcionamiento de los alambres de pretensado bajo el riesgo de FAH. Ésta también puede ser útil para revelar la situación en los focos de FAH (i.e., los niveles de tensiones, deformaciones y hidrogenación en estos) con el fin de esclarecer los mecanismos de FAH en los alambres y establecer los criterios adecuados para la predicción de su vida hasta la rotura.

5. CONCLUSIONES

Se presenta una teoría para predecir la vida de alambres de acero perlítico de alta resistencia sometidos a condiciones de fragilización por hidrógeno. Esta teoría combina la consideración de la difusión de hidrógeno asistida por el estado de tensiones y deformaciones en el metal y el criterio de fractura local inducida por hidrógeno en términos de su concentración crítica. La teoría vincula los efectos de varios procedimientos de fabricación con la durabilidad de los alambres, a través de la influencia de los campos residuales tenso-deformacionales, que se generan por distintos tratamientos de los alambres, sobre la difusión de hidrógeno hacia posibles focos de rotura.

Para predecir la FAH en alambres con el uso de esta teoría, es necesario conocer las distribuciones de deformaciones plásticas y de tensiones residuales triaxiales generadas durante el proceso de trefilado. Para determinarlas, un camino factible es la modelización numérica. Se presentan los resultados de la simulación del proceso de trefilado, que ofrece las deseadas

distribuciones inhomogéneas de tensiones residuales triaxiales y deformaciones plásticas, cuyas magnitudes y gradientes son los factores influyentes en la hidrogenación del metal dentro del marco de la teoría adoptada.

Se realizó también una simulación numérica de la difusión de hidrógeno asistida por las tensiones y las deformaciones en alambres de pretensado. Se manifestó la relevancia de las tensiones y de las deformaciones plásticas residuales en la acumulación de hidrógeno en los lugares de fractura de los alambres. Así, se adquiere la conciencia del papel de ambos factores — de las tensiones y deformaciones residuales — que se generan por el trefilado, y potencialmente por otros tipos de tratamientos, para el funcionamiento y rendimiento de los alambres de pretensado.

La teoría y modelización propuestas son una prometedora herramienta para predecir la vida en servicio de estos alambres de pretensado, sometidos a condiciones ambientales de FAH tras un proceso de conformación plástica que les confiere un estado de tensiones y deformaciones residuales. Esta teoría prevé las consecuencias de diversos procedimientos de manufactura y tratamientos que afectan al campo de tensiones y deformaciones residuales, y de este modo condicionan la durabilidad de materiales destinados a trabajar en un ambiente con riesgo de FAH.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean hacer constar su agradecimiento a las siguientes instituciones: MCYT-FEDER (Proyecto MAT2002-01831), MEC (Proyecto BIA2005-08965), Junta de Castilla y León (Proyectos SA078/04 y SA067A05) y Fundación "Memoria de D. Samuel Solórzano Barruso".

REFERENCIAS

[1] Valiente, A., Elices, M., Premature failure of prestressed steel bars. *Engineering Failure Analysis*, 1998, **5**, 219-227.

[2] Bergsma, F., Boon, J.W., Etienne, C.F., Détermination de la sensibilité des aciers précontrains à la fragilisation par l'hydrogène. *Revue de Métallurgie*, 1978, **75**, 153-164.

[3] FIP-78. *Stress Corrosion Test. Stress Corrosion Cracking Resistance for Prestressing Tendons. Techn. Rep. No. 5*. FIP, Wexham Springs, Slough, 1981.

[4] Toribio, J., Elices, M., Influence of residual stresses on hydrogen embrittlement susceptibility of prestressing steels. *International Journal of Solids and Structures*, 1991, **28**, 791-803.

[5] Toribio, J., Kharin, V., K-dominance condition in hydrogen assisted cracking: the role of the far field. *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*, 1997, **20**, 729-745.

[6] Toribio, J., Kharin, V., Evaluation of hydrogen assisted cracking: the meaning and significance of the fracture mechanics approach. *Nuclear Engineering and Design*, 1998, **182**, 149-163.

[7] Kharin, V., Toribio, J. Effect of residual stress profile on hydrogen embrittlement susceptibility of prestressing steel. *Anales de Mecánica de la Fractura*, 2005, **22**, 464-469.

[8] Kharin, V.S., Crack growth in deformed metals under the action of hydrogen. *Soviet Materials Science*, 1987, **23**, 348-357.

[9] Hirth, J.P., Effects of hydrogen on the properties of iron and steel. *Metallurgical Transactions*, 1980, **11A**, 861-890.

[10] Campos, J.M., Elices, M., Tensiones residuales internas en alambres trefilados. *Anales de Mecánica de la Fractura*, 1987, **4**, 143-157.

[11] Elices, M., Influence of residual stresses in the performance of cold-drawn pearlitic wires. *Journal of Materials Science*, 2004, **39**, 3889-3899.

[12] Toribio, J., Kharin, V., Role of fatigue crack closure stresses in hydrogen assisted cracking, in: *Advances in Fatigue Crack Closure Measurement and Analysis*. Second Volume, pp. 440-458, ASTM STP 1343, Philadelphia, 1999.

[13] Zienkiewicz, O.C., Taylor, R.L., *The Finite Element Method*. Vols. 1-2. McGraw-Hill, London, 1991-1994.

[14] Kolachev, B.A., *Hydrogen Brittleness of Metals*. Matallurgia, Moscow, 1985.

[15] Astiz, M.A., Álvarez, J.A., Gutiérrez-Solana, F., Modelo numérico para analizar el efecto del hidrógeno sobre los procesos de fisuración dúctil. *Anales de Mecánica de la Fractura*, 1998, **15**, 79-84.

INFLUENCIA DE LA VELOCIDAD DE DEFORMACIÓN EN LA FRAGILIZACIÓN POR HIDRÓGENO DE ALAMBRES ENTALLADOS DE ACERO EUTECTOIDE

D. Vergara¹, M. Lorenzo², V. Kharin¹ y J. Toribio¹

¹ Ingeniería de Materiales, Universidad de Salamanca, E.P.S., Avda. Requejo 33, 49022 Zamora
Tel: (980) 54 50 00; Fax: (980) 54 50 02, Correo-e: dvergara@usal.es

² Ingeniería Mecánica, Universidad de Salamanca, E.T.S.I.I. de Béjar, Avda. Fernando Ballesteros 2, 37700 Béjar (Salamanca)

RESUMEN

Se analizan ensayos de tracción a velocidad de extensión constante (TVEC) sobre probetas entalladas de acero perlítico eutectoide en un ambiente que facilita la fractura asistida por hidrógeno (FAH). Dichos ensayos se suponen los más idóneos para establecer el criterio cuantitativo de FAH en términos de las variables clave: tensiones, deformaciones y concentración de hidrógeno en el foco de FAH. En este marco conceptual, el efecto de velocidad de deformación en la FAH se relaciona con la acumulación de hidrógeno en los lugares potenciales de fractura, la cual se condiciona por los estados transitorios de tensiones. Se han realizado simulaciones numéricas de difusión de hidrógeno asistida por tensiones en las probetas durante los ensayos de TVEC para distintas velocidades de sollicitación y geometrías de entalla. Se han demostrado que a menores velocidades se alcanzan mayores concentraciones de hidrógeno en la zona de proceso de fractura, lo cual provocará mayor reducción de la resistencia. Asimismo, se ha puesto de manifiesto que el efecto de la geometría de la entalla para el desarrollo de FAH es una consecuencia del perfil del campo tensional (gradientes de tensiones) generado en torno a una entalla.

ABSTRACT

Constant-extension-rate tensile (CERT) tests on notched specimens of eutectoid pearlitic steels in an environment causing hydrogen assisted fracture (HAF) are analyzed. Such tests are supposed the best suited for establishing the quantitative criterion of HAF in terms of the key variables: stresses, strains and hydrogen concentration in the HAF locus. Within this conceptual framework, the effect of strain rate on HAF is related with the accumulation on hydrogen in prospective rupture sites, which is conditioned by transient stress-states. Numerical simulations of hydrogen diffusion assisted by stresses generated in the specimens during CERT tests are performed for various loading rates and notch geometries. It is demonstrated that under slower rates higher hydrogen concentrations are attained in the fracture process zone, which causes greater reduction of strength. In addition, it is shown that the role of notch geometry for the development of HAF is a consequence of the stress-field shape (stress gradients) generated near the notch.

ÁREAS TEMÁTICAS PROPUESTAS: Métodos Analíticos y Numéricos.

PALABRAS CLAVE: Fragilización por hidrógeno, Probetas entalladas, Simulación numérica.

1. INTRODUCCIÓN Y ANTECEDENTES

Los aceros eutectoides perlíticos se emplean en las estructuras de hormigón pretensado gracias a su elevada resistencia. Estos materiales se ven sometidos a menudo en servicio a los efectos del hidrógeno, bien producido de manera natural bajo condiciones ambientales [1,2], o bien al someterlos a protección catódica frente a la corrosión [3,4]. Dichas circunstancias causan en los metales un riesgo de fragilización por hidrógeno, conociéndose este fenómeno como fisuración (o fractura) asistida por hidrógeno (FAH). Este riesgo es especialmente elevado en los aceros perlíticos que son altamente sensibles al efecto dañino del hidrógeno.

Para garantizar el mejor rendimiento de los aceros de pretensado bajo las condiciones que posibilitan la

FAH, existen una serie de cuestiones que requieren aclaración, como, por ejemplo, la generación de hidrógeno en un ambiente determinado, la evaluación de la actividad del hidrógeno en la intercara acero-hormigón, la interacción del hidrógeno con el metal y su comportamiento en éste, y el propio efecto dañino de hidrógeno en el material. Por este motivo, para esclarecer los límites de seguridad, predecir la durabilidad o mejorar el rendimiento de los aceros de pretensado bajo la posibilidad de FAH, es necesario conocer los efectos del hidrógeno sobre el comportamiento del material, lo que puede ser caracterizado a través de la influencia de su concentración sobre el inicio y el avance de la fractura en el acero.

Para esclarecer los límites de seguridad de elementos estructurales con riesgo de FAH en términos de la

combinación de (i) la capacidad del ambiente de hidrogenar el material y de (ii) la situación tenso-deformacional en el elemento, que al fin y al cabo condiciona la FAH, y para comprender el propio mecanismo del efecto del hidrógeno sobre la fractura, se suelen utilizar los ensayos de tracción a velocidad de extensión constante (TVEC — *constant extension rate tensile tests*, CERT), siendo una de las formas de TVEC la sollicitación de probetas entalladas [3-6]. Allí, la reducción de la carga de rotura a causa del hidrógeno, comparando ésta con la de aire, se considera como indicador del grado de sensibilidad de un material al hidrógeno [5,6], aunque, debido a la ambigüedad de este tipo de ensayos, no es posible emplear tales resultados como una característica cuantitativa del comportamiento del material *per se*: los valores de la carga de rotura bajo los efectos de FAH suelen manifestar amplia variabilidad, en particular, en función de la velocidad de sollicitación y de la geometría de las entallas. Este inconveniente puede resolverse mediante una evaluación de la concentración local de hidrógeno en el foco de FAH, junto con relevantes variables mecánicas como las tensiones o las deformaciones, lo cual establece el criterio de FAH.

Particularmente, los ensayos TVEC sobre probetas entalladas permiten localizar los focos de FAH al conocer la disposición de tensiones y deformaciones extremas en las probetas entalladas [3-6], y por consiguiente, revelar datos sobre las variables que rigen los micromecanismos de fractura [5]. A su vez, esto facilita una cuantificación de la combinación crítica de la actividad de hidrógeno (de su concentración) y de variables mecánicas (tensiones y deformaciones locales) en el foco de FAH, i.e., establecer el criterio de iniciación de éste [3,4,6]. Obviamente, para lograr tal objetivo es imprescindible (i) localizar el foco de FAH, lo que se puede conseguir empleando las técnicas de metalografía de secciones de probetas a punto de romperse y de fractografía [3-5], y (ii) determinar las magnitudes locales de todas las variables involucradas — concentración de hidrógeno junto con las tensiones y deformaciones. Las últimas — las variables mecánicas en probetas entalladas — se pueden definir con una exactitud satisfactoria empleando métodos y códigos de simulación numérica de la evolución de estados tenso-deformacionales en sólidos elastoplásticos, tal como se emplearon con éxito en anteriores análisis de FAH [3-6], para este fin.

Por otro lado, la cuantificación de hidrogenación del metal en el foco de FAH tropieza con mayores dificultades, que en la mayoría de los citados análisis no han logrado superarse. Como consecuencia, en éstos se establecían correlaciones entre los eventos de FAH y las correspondientes variables mecánicas, por un lado, y la concentración promedia o remota de hidrógeno previamente inyectado en el metal, por otro [3,4]. El establecimiento de una correlación directa entre FAH y la concentración local de hidrógeno en su foco sigue

resultando un estudio de gran dificultad, la cual radica en la necesidad de evaluar de una manera fiable la concentración local de hidrógeno en el mismo foco de FAH. Además, para interpretar la dependencia de la carga de rotura de probetas entalladas sometidas a ensayos TVEC bajo los efectos del hidrógeno, es necesario conocer la distribución de la concentración de éste durante el transcurso de dicho ensayo [5].

Como el transporte de hidrógeno en los metales hacia los focos de FAH es un proceso condicionado por los campos de tensiones y deformaciones plásticas [7], los cuales son transitorios en los ensayos TVEC, entre los más avanzados códigos de uso general de simulación numérica de problemas acoplados de multifísica no existe todavía ninguno que ofrezca las opción de cálculo de la evolución de la difusión asistida por los campos mecánicos transitorios. Sin embargo, recientemente se han realizado sendas modelizaciones numéricas de difusión de hidrógeno asistida por las tensiones en probetas entalladas durante TVEC para estados previos de hidrogenación uniforme [6]. Siendo esto sólo el inicio de tales análisis numéricos, esta tarea todavía está lejos de completarse.

En el presente trabajo se emplea el desarrollo de una aplicación propia expuesta anteriormente [8] para los problemas de difusión asistida por tensiones transitorias basada en el método de elementos finitos y realizada como suplemento a un código de uso general para problemas no-lineales de mecánica de sólidos, con el cual se obtienen los datos necesarios sobre el campo de tensiones en las probetas entalladas sometidas a TVEC. Con esta aplicación se ha realizado la modelización de acumulación de hidrógeno en las probetas entalladas de acero eutectoide perlítico en el transcurso de TVEC a distintas velocidades de sollicitación. De este modo se ha demostrado la dependencia del nivel de hidrogenación en las zonas de origen potencial de FAH con dicha velocidad. A menores velocidades de sollicitación se alcanzan mayores concentraciones de hidrógeno en la zona de proceso de fractura, lo cual provoca una reducción de la resistencia. Asimismo, se ha puesto de manifiesto que el efecto de la geometría de la entalla se puede interpretar como una consecuencia de la configuración del campo tensional correspondiente (gradientes de tensiones) para el fenómeno de FAH.

2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Con el fin de verificar los orígenes de la dependencia de la FAH con la velocidad de sollicitación, se pretende evaluar la acumulación de hidrógeno a lo largo del tiempo t en ensayos de TVEC realizados con probetas entalladas de acero inmersas en un ambiente que actúa como fuente de hidrógeno. En las condiciones más típicas de funcionamiento de materiales estructurales bajo riesgo de FAH, el mecanismo dominante del

transporte de hidrógeno hacia los focos potenciales de FAH [7] es el fenómeno de difusión. En el caso de campos mecánicos no-homogéneos, la difusión se ve asistida por las tensiones de acuerdo a la siguiente ecuación [5,7]:

$$\frac{\partial C(\mathbf{x},t)}{\partial t} = D \operatorname{div} \operatorname{grad} C(\mathbf{x},t) - \frac{V_H}{\mathcal{R}T} \operatorname{grad} \sigma(\mathbf{x},t) \operatorname{grad} \sigma(\mathbf{x},t) \quad (1)$$

donde C es la concentración de hidrógeno, \mathbf{x} el vector de coordenadas espaciales, D el coeficiente de difusión, V_H el volumen parcial molar de hidrógeno en el metal, σ el campo de tensión hidrostática, \mathcal{R} la constante universal de los gases, y T la temperatura. Las probetas se consideran libres de hidrógeno antes del inicio del ensayo, así que la condición inicial para la concentración se considera nula:

$$C(x,t)|_{t=0} = 0 \quad (2)$$

Se supone que la interacción con el ambiente corresponde al equilibrio entre la actividad termodinámica del hidrógeno en el exterior y en la superficie S_{eq} de entrada en el metal, que se expresa por la condición de contorno [7]:

$$C(\mathbf{x},t) = C_{eq}(\mathbf{x},t) = C_0 \exp\left(\frac{V_H \sigma(\mathbf{x},t)}{\mathcal{R}T}\right) \text{ para } \mathbf{x} \in S_{eq} \quad (3)$$

donde la actividad de hidrógeno en el sistema se representa por medio de su concentración C_0 que se establece en el material libre de tensiones y deformaciones en equilibrio con el ambiente [7]. C_0 se puede definir a partir de datos experimentales sobre la penetrabilidad P de hidrógeno a través de material bajo las condiciones dadas de hidrogenación, siendo esta penetrabilidad $P = DC_0$ por definición. Obviamente, el campo de tensión hidrostática σ debe determinarse a partir de la simulación de la sollicitación de la probeta elegida, i.e., mediante la resolución del correspondiente problema elastoplástico de mecánica de sólidos.

Se han elegido probetas de geometría cilíndrica de diámetro d , con una entalla axisimétrica de profundidad A y radio en su fondo R (figura 1), que son utilizadas frecuentemente para ensayos de FAH [3-5] por considerarlas las más adecuadas para este fin [9]. Éstas se someten a TVEC aplicando en los extremos remotos de la entalla una velocidad de desplazamiento axial \dot{u}_R constante. Gracias a la simetría axial de la geometría y a las condiciones inicial (2) y de hidrogenación (3), y suponiendo un material isotrópico, el análisis puede ser limitado a un problema axisimétrico de mecánica y transporte en coordenadas cilíndricas (r,z) , que además, gracias a la simetría de la entalla, se puede reducir a un problema de contorno para media probeta (figura 1, abajo) con condiciones de

contorno correspondientes a la simetría en respectivos bordes S_f del dominio a analizar. Respecto a estos últimos, aparte de las condiciones obvias de simetría mecánica en S_f , la simetría de difusión se representa en términos de flujo de hidrógeno J :

$$J|_{S_f} = 0 \quad (4)$$

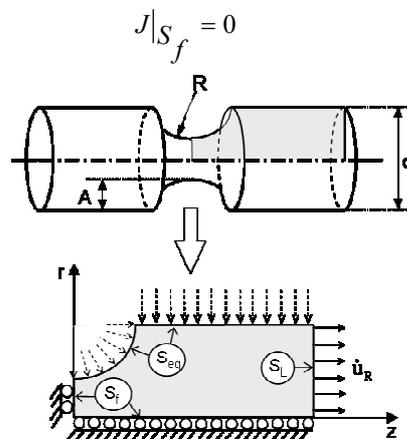


Figura 1. Esquemas de la probeta analizada (arriba) y del correspondiente problema de contorno de mecánica y transporte (abajo).

Para resolver este problema acoplado de mecánica y difusión se adopta el procedimiento numérico conforme a lo expuesto anteriormente [8]. En éste, se combina un código convencional para la resolución numérica de problemas no-lineales mecánicos respecto al campo elastoplástico tenso-deformacional por el método de elementos finitos, con otro desarrollado especialmente para el problema de difusión asistida por las tensiones transitorias. En ambas fases se emplea la misma malla de elementos finitos.

Con el uso de las mencionadas herramientas numéricas se prosigue la simulación numérica de los procesos conducentes a FAH en las probetas entalladas, bajo TVEC. Se ha modelizado el alambrcn de acero eutectoide (C 0,75%, Mn 0,67%, Si 0,20%, P 0,009%, S 0,009%, Cr 0,187%, V 0,053%), material que ya fue estudiado anteriormente en ambiente inocuo [9,10]. Éste tiene un módulo de Young de 197 GPa, un límite elástico de 720 MPa, una tensión de rotura en aire de 1270 MPa. Su curva maestra de comportamiento elastoplástico en términos de tensión y deformación plástica equivalente, σ_{eq} y ϵ_{eq} , que se ha empleado en los cálculos de los estados tenso-deformacionales, se representa en la figura 2. De acuerdo con referencias previas [11,12], se han empleado los siguientes valores para las constantes relevantes de interacción metal-hidrógeno: $D = 6.6 \cdot 10^{-11} \text{ m}^2/\text{s}$ y $V_H = 2 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3/\text{mol}$.

Las probetas en cuestión tienen $d = 12 \text{ mm}$. Las geometrías de entalla analizadas corresponden a las proporciones empleadas en otros estudios realizados con el mismo tipo de acero por otros investigadores [5,9,10]: $R/d = 0,03$ con $A/d = 0,1$ (entalla A) y $0,3$ (entalla B).

Para simular el ensayo TVEC, se ha trabajado con tres velocidades de deformación distintas $\dot{u}_R = 0,1, 0,01$ y $0,001$ mm/min.

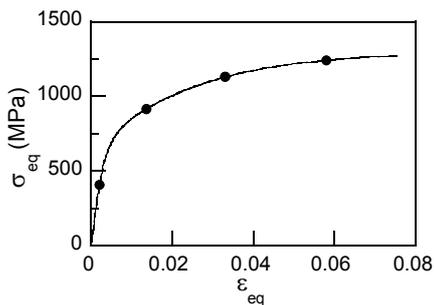


Figura 2. Curva tensión-deformación del acero.

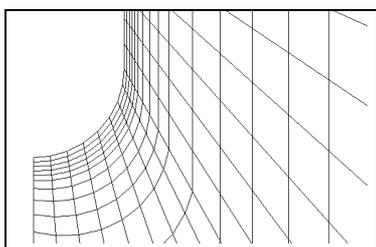


Figura 3. Detalle de la malla en la entalla.

Para realizar los cálculos por medio del método de los elementos finitos se han empleado elementos lineales. En la figura 3 se representa un detalle de la malla en las cercanías de la entalla, que es la zona de mayor interés desde el punto de vista de FAH. Esto se debe a que es allí donde se localizan las mayores tensiones hidrostáticas [9,10] y, por lo tanto, el hidrógeno tiende a acumularse en esta zona conforme a la ecuación (1).

3. RESULTADOS NUMÉRICOS

Suponiendo el comportamiento constitutivo del material intrínsecamente independiente del tiempo (y de la velocidad de sollicitación), se ha representado en la figura 4 la evolución de los campos tenso-deformationales en las probetas analizadas durante TVEC, en función de tiempo de ensayo hasta la rotura en ambiente inocuo (aire) t_f . Este tiempo de referencia se obtiene a partir de los datos experimentales sobre el desplazamiento terminal de fractura en aire u_{Rf} [10], siendo aplicado en este estudio para determinadas velocidades de sollicitación \dot{u}_R , i.e., $t_f = u_{Rf} / \dot{u}_R$. Para las probetas con entallas de geometrías A y B, los ensayos realizados en aire dan, respectivamente, $u_{Rf}(A) = 0,4$ y $u_{Rf}(B) = 0,13$ mm [10].

Para representar el resultado de los cálculos de la concentración de hidrógeno con un mejor enfoque a FAH, se han tenido en cuenta datos previos experimentales (figura 5) sobre comportamiento en FAH de idénticas probetas de acero eutectoide perlítico semejante al considerado en este trabajo [5]. Los tiempos de rotura bajo los efectos de hidrógeno t_{FAH} ,

dependiendo de la velocidad de tracción, formaron para ambas geometrías prácticamente las mismas fracciones del tiempo de rotura de éstas en el aire, cuyo valor promedio $t_{FAH}/t_f \approx 0,5$ (figura 5). Determinando la zona de proceso de FAH como la extensión de la zona TTS, x_{TTS} , revelada en los análisis fractográficos de probetas mencionadas [5], se puede estimar la posición del foco de FAH con su respectiva profundidad desde el fondo de entalla x_{FAH} , resultando para ambas probetas tipo A y B, $x_{FAH}(A) \approx 200$ μm y $x_{FAH}(B) \approx 100$ μm , respectivamente. Entonces, los datos de mayor interés pueden ser los obtenidos en el cálculo de la concentración en torno a los tiempos indicados de difusión y en la zona de localización de los focos potenciales de FAH.

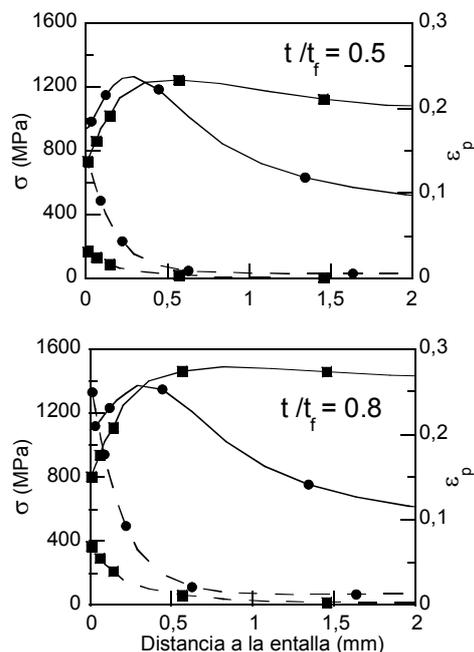


Figura 4. Tensiones hidrostáticas σ (líneas continuas) y de deformaciones plásticas equivalentes ε_p (líneas discontinuas) a lo largo del eje de entalla en probetas de geometría A (círculos) y B (cuadrados) a los tiempos de ensayo indicados.

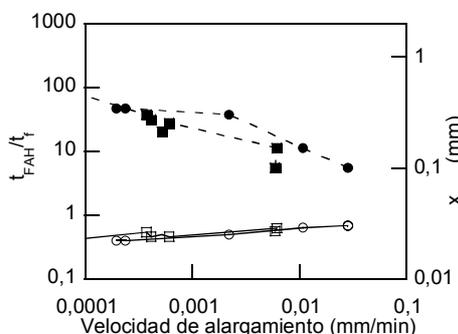


Figura 5. Datos experimentales [5] sobre la extensión de TTS (puntos sólidos) y tiempos relativos de FAH (puntos huecos) para las probetas entalladas de tipo A (círculos) y B (cuadrados).

Los gráficos en la figura 6 muestran los efectos de la configuración del campo de tensiones, condicionada por la geometría de entalla, y de la velocidad de sollicitación sobre la distribución de concentración de hidrógeno bajo el fondo de entalla, al tiempo de difusión correspondiente al esperado inicio de FAH bajo TVEC, estimado a base de los experimentos citados en el párrafo anterior [5].

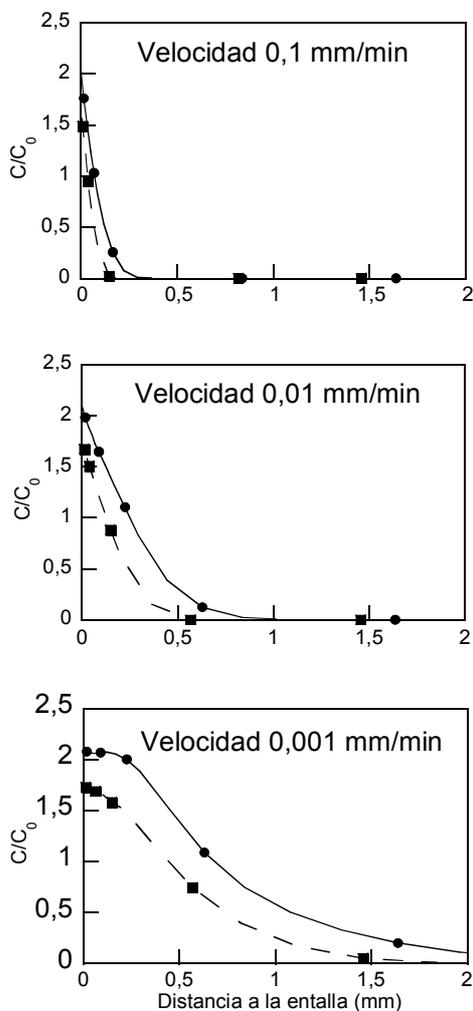


Figura 6. Distribución de concentración de hidrógeno bajo el fondo de entalla en las probetas con geometría de entalla tipo A (líneas continuas) y tipo B (líneas discontinuas), para el tiempo de difusión $t/t_f = 0,5$ a las velocidades de sollicitación indicadas.

Los gráficos de la figura 7 representan los efectos de la velocidad de sollicitación sobre la evolución de la concentración de hidrógeno en torno a los supuestos focos de HAF, x_{FAH} , para distintas configuraciones del campo de tensiones generadas en probetas con entallas A y B. Además, en estos gráficos se comparan dichas evoluciones con la hidrogenación del metal en ensayos ultra-lentos, i.e., cuando para cada instante de sollicitación se mantiene el equilibrio entre la actividad de hidrógeno en el ambiente (representada por C_0) y la concentración acumulada en el metal, que depende de la distribución instantánea de tensiones en éste. Este

estado de hidrogenación en equilibrio con el ambiente se determina conforme a la ecuación (3) considerada para todo el sólido en cuestión, i.e., para todo x .

Obviamente, cuando todas las demás circunstancias de ensayo sean iguales, la concentración de hidrógeno en las cercanías de la punta de entalla aumenta a medida que la velocidad de deformación es menor. Esto se corresponde perfectamente con las expectativas que se derivan de la suposición de que el transporte de hidrógeno hacia los focos de FAH esta gobernado por su difusión en el metal: a menores velocidades de sollicitación hay más tiempo de difusión de hidrógeno, y por consiguiente, se alcanzan mayores concentraciones de éste para cada nivel instantáneo de carga. A menor velocidad de deformación la concentración de hidrógeno se aproxima más al nivel máximo termodinámicamente admisible (y alcanzable), $C(x,t) \rightarrow C_{eq}(x,t)$, y esto sucede mas rápido para menores profundidades de penetración de hidrógeno.

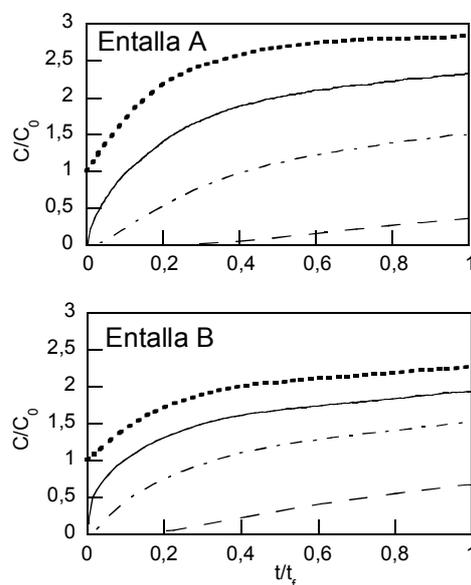


Figura 7. Evolución de la concentración en las probetas de geometrías A y B en torno a los respectivos lugares estimados de inicio de FAH, x_{FAH} , para las velocidades de TVEC de 0,001 (línea continua), 0,01 (línea punto-raya) y 0,1 (línea discontinua) mm/min junto con la concentración termodinámicamente admisible de equilibrio C_{eq} (línea de puntos).

4. CONCLUSIONES

Se han analizado numéricamente ensayos típicos de fragilización por hidrógeno de aceros eutectoides en ambiente agresivo bajo distintas velocidades de extensión de probetas cilíndricas entalladas. Con el fin de interpretar los efectos de la velocidad y de la geometría de entalla sobre la resistencia del acero a FAH, se han realizado simulaciones de la evolución del campo denso-deformacional y de la distribución del hidrógeno en las probetas durante el ensayo.

Conforme a las soluciones numéricas de difusión de hidrógeno asistida por las tensiones transitorias durante el ensayo, el nivel de hidrogenación para cada nivel determinado de sollicitación mecánica (y su correspondiente campo tenso-deformacional) resulta más elevado a menores velocidades de ensayo. Esto explica el aumento de resistencia de metal bajo fragilización por hidrógeno a velocidades de sollicitación elevadas, que habitualmente es observado.

Asimismo, se ha puesto de manifiesto que el efecto de la geometría de la entalla se puede interpretar como una consecuencia de la configuración (magnitudes y gradientes) del campo tensional correspondiente para el fenómeno de difusión de hidrógeno asistida por las tensiones, con las consecuencias pertinentes para la fractura.

En combinación con la identificación de la *posición del foco de fractura* asistida por hidrógeno por medios metalográficos o fractográficos de las probetas entalladas, los resultados generados para el *estado tenso-deformacional* y la *concentración de hidrógeno* durante el ensayo proporcionan la posibilidad de definir el criterio cuantitativo de fractura asistida por hidrógeno en términos de la combinación crítica de las tres variables claves mencionadas. Este criterio abre el camino para la evaluación del comportamiento mecánico de elementos estructurales bajo los efectos dañinos del hidrógeno.

AGRADECIMIENTOS

La investigación fue realizada con la ayuda del Ministerio de Ciencia y Tecnología (Proyecto MCYT-FEDER MAT2002-01831), Ministerio de Educación y Ciencia (Proyecto BIA2005-08965), Junta de Castilla y León (Proyectos SA078/04 y SA067A05), y Fundación "Memoria de D. Samuel Solórzano Barruso".

REFERENCIAS

- [1] Valiente, A., Elices, M., Premature failure of prestressed steel bars. *Eng. Failure Anal.*, 1998, **5**, 219-227.
- [2] Bergsma, F., Boon, J.W., Etienne, C.F., Détermination de la sensibilité des aciers précontrains à la fragilisation par l'hydrogène. *Rev. de Métallurgie.*, 1978, **75**, 153-164.
- [3] Enos, D.G., Williams, A.J., Scully, J.R., Long-term effects of cathodic protection of prestressed concrete structures: hydrogen embrittlement of prestressing steel. *Corrosion*, 1997, **53**, 891-908.
- [4] Enos, D.G., Scully, J.R., A critical-strain criterion for hydrogen embrittlement of cold-drawn, ultrafine pearlitic steel. *Metall. Mater. Trans.*, 2002, **A33**, 1151-1166.
- [5] Toribio, J., Lancha, A.M., Elices, M., Macroscopic variables governing the microscopic fracture of pearlitic steels. *Mater. Sci. and Eng.*, 1991, **A145**, 167-177.
- [6] Wang, M., Akiyama, E., Tsuzaki, K., Crosshead speed dependence of the notch tensile strength of a high strength steel in the presence of hydrogen. *Scr. Mat.*, 2005, **53**, 713-718.
- [7] Toribio, J., Kharin, V., Evaluation of hydrogen assisted cracking: the meaning and significance of the fracture mechanics approach. *Nucl. Eng. and Des.*, 1998, **182**, 149-163.
- [8] Vergara, D., Lorenzo, M., Kharin, V., Toribio, J., Two-dimensional numerical modeling of hydrogen diffusion assisted by stress and strain. *Anales Mec. Fract.*, 2005, **22**, 87-92.
- [9] Toribio, J., Ayaso, F.J., Optimisation of the round-notched specimen for hydrogen embrittlement testing of materials. *J. Mater. Sci. Lett.*, 2004, **39**, 4675-4678.
- [10] Ayaso, F.J., *Fractura de alambres entallados de acero eutectoide progresivamente trefilado*. Tesis Doctoral, A Coruña, 2001.
- [11] Lillard, R.S., Enos, D.G., Scully, J.R., Calcium hydroxide as a promoter of hydrogen absorption in 99.5% Fe and a fully pearlitic 0.8% C steel during electrochemical reduction of water. *Corrosion*, 2000, **56**, 1119-1132.
- [12] Hirth, J.P., Effects of hydrogen on the properties of iron and steel. *Met. Trans.*, 1980, **11A**, 861-890.

CALCULO DEL TÉRMINO NO SINGULAR DE TENSIONES EN UNA GRIETA 3D MEDIANTE UNA INTEGRAL INDEPENDIENTE DEL DOMINIO

J. E. Ortiz, V. Mantič y F. París

Escuela Superior de Ingenieros, Universidad de Sevilla
Camino de los Descubrimientos s/n, E-41092 Sevilla, España.
E-mail: jortiz@esi.us.es, mantic@esi.us.es, paris@esi.us.es
Tfno: 954-487299. Fax: 954-461637

RESUMEN

El término no singular de tensiones, denominado también “T-stress”, es el término asociado al autovalor $\lambda=1$ en la serie desarrollada por Williams (1957) para el campo de tensiones lineal elástico cercano al vértice de una grieta. En las tres últimas décadas se ha demostrado que este término puede incidir en muchos de los problemas de la Mecánica de la Fractura Elástica Lineal. Por ejemplo, puede cambiar el tamaño y la forma de la zona plástica en el entorno del vértice de la grieta o cambiar la dirección de la propagación, entre otros aspectos. Los métodos de cálculo de esta tensión finita usualmente se han desarrollado para problemas planos. En este trabajo se presenta un método para determinar las tensiones no singulares existentes en el campo de tensiones en el entorno del vértice de una grieta tridimensional. El método está basado en una integral independiente del dominio que utiliza convenientemente campos auxiliares para eliminar los términos singulares de la serie. Se presenta su implementación en la etapa de postprocesamiento del método de los elementos de contorno. Se ha modelado el problema de una placa con grieta lateral para la cual se ha determinado el término T-stress en deformación plana y su variación a lo largo del frente de la grieta para el problema tridimensional.

ABSTRACT

T-stress is the no-singular stress of the Williams (1957) series expansion for linear elastic crack tip fields. It is known that this term has a significant influence on crack growth direction and crack path stability. Several numerical or analytical methods were developed to calculate the elastic T-stress in 2D in the past. Many researchers have provided T-stress solutions for 2D cracked bodies under uniform tension, bending loading conditions or under non-linear stress distributions. However, T-stress solutions for 3D cracked specimens are very limited. In the present paper a path independent integral is presented to evaluate the T-stress along the crack front for 3D bodies. The method used adequate auxiliary fields to eliminate the singular terms of the series expansion. The domain-independent representation for this integral is presented together with the details of its BEM implementation. The present procedure allows a direct evaluation of the T-stress to be performed in a precise way. A benchmark problem is modelled by BEM to evaluate T-stress in the plane strain and 3D solutions.

ÁREAS TEMÁTICAS PROPUESTAS: Métodos Analíticos y Numéricos.

PALABRAS CLAVE: T-stress, integral independiente del dominio, elementos de contorno.

1. INTRODUCCIÓN

El denominado “T-stress” es el término no singular en la serie desarrollada por Williams [1] para el campo de tensiones elástico lineal cercano al vértice de una grieta. En 2D, este término es una tensión paralela a la grieta y es el segundo parámetro después del conocido factor de intensidad de tensiones asociado a los términos singulares. Depende fuertemente del tipo de carga así como de la longitud de grieta y de la geometría de la probeta.

En las dos décadas últimas, se ha demostrado que este parámetro puede llegar a incidir en problemas de la Mecánica de la Fractura. Por ejemplo, en la propagación

de grietas, controlada por la Mecánica de la Fractura Elástica Lineal, la estabilidad está gobernada por el valor y el signo del “T-stress”. Teóricamente se sabe que cuando esta tensión es positiva, la grieta es direccionalmente inestable siguiendo una pequeña desviación que hace que ésta no retorne a su línea inicial de propagación [2]. A su vez, en la Mecánica de la Fractura Elasto-Plástica se ha demostrado que los campos de tensiones y deformaciones en la zona plástica alrededor del vértice de la grieta pueden ser caracterizados de una forma más precisa cuando están determinados los parámetros J y T [3, 4]. En este caso, los valores negativos (compresivos) de “T-stress” pueden causar una reducción de la constricción en el vértice de la grieta y por tanto disminuir el nivel de las

tensiones de apertura en el fondo de ésta para un mismo valor de J aplicado. Consecuentemente, estructuras con altos niveles de T compresivo, tales como una placa con grieta central sujeta a tracción, requieren mayores valores de J para alcanzar las condiciones necesarias de fractura. Por ello, aparentemente en estos casos el material exhibe mayores valores de tenacidad de fractura. Por otro lado, en estructuras con T positivo, tales como barras con grietas profundas sujetas a flexión, exhiben una aparente disminución en la tenacidad respecto su valor cuando T es igual cero.

En el contexto de la fractura bidimensional, "T-stress" es independiente de las propiedades elásticas del material. Los valores de "T-stress" coinciden en tensión plana o deformación plana. Por el contrario, en fractura tridimensional el valor de T depende de las propiedades mecánicas del material así como del espesor de la probeta. En estos casos, T puede incrementarse considerablemente a lo largo del espesor de la probeta logrando cambiar sustancialmente la forma y el tamaño de la zona plástica alrededor y a lo largo del frente de la grieta. Sin embargo, los estudios de la incidencia del "T-stress" en fractura tridimensional son limitados [5, 6] y en la actualidad no se conoce el comportamiento de este parámetro para distintas geometrías de probetas 3D.

En este trabajo se presenta un método para el cálculo de los valores del "T-stress" en grietas 3D en medios homogéneos. El método está basado en una integral independiente del dominio. Se presenta su implementación en la etapa de post-procesamiento del Método de los Elementos de Contorno. Se ha modelado el problema de una placa con grieta lateral para la cual se ha determinado el término T-stress en deformación plana y su variación a lo largo del frente de la grieta para el problema tridimensional.

2. INTEGRAL INDEPENDIENTE DE DOMINIO PARA EL CALCULO DE "T-STRES"

La distribución de tensiones y desplazamientos en la vecindad del frente de una grieta 3D puede expresarse en función de los primeros términos de un desarrollo en serie [6, 7]:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \begin{bmatrix} f_{11}(\theta) & f_{12}(\theta) & 0 \\ f_{21}(\theta) & f_{22}(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & f_{33}(\theta) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} T_{11}(z) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & T_{33}(z) \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} = \frac{K_I}{4G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \begin{bmatrix} g_1(\theta) \\ g_2(\theta) \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (T_{11}-\nu T_{33}) \frac{r \cos \theta}{E} \\ -(T_{11}+T_{33}) \frac{r \sin \theta}{E} \\ \int (T_{33}-\nu T_{11}) \frac{dz}{E} \end{bmatrix} \quad (2)$$

donde K_I representa el factor de intensidad de tensiones y T_{ij} el estado de tensiones constantes, definidos ambos a lo largo del frente de la grieta. Usualmente se denomina $T_{11}=T$.

Según Huber et al. [8], la integral J para grietas 3D puede escribirse como sigue:

$$J = \lim_{\Gamma \rightarrow 0} \int_{\Gamma} (W n_1 - \sigma_{ij} n_j u_{i,1}) d\Gamma \quad (3)$$

donde W es la densidad de energía de deformación y n_j es el vector normal a Γ , ver figura 1.

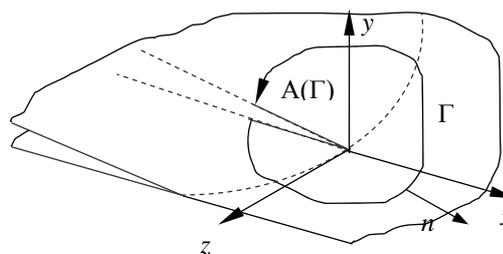


Figura 1: Camino de integración en una grieta 3D.

Considere dos estados de equilibrio con variables de campo denotadas con superíndices (A) y (B), respectivamente. El principio de superposición de dos estados de equilibrio da un tercer estado también en equilibrio (A+B). Aplicando este principio se establece [5]:

$$M^{(A,B)} = \lim_{\Gamma \rightarrow 0} \int_{\Gamma} (\sigma_{ij}^A \varepsilon_{ij}^B n_1 - \sigma_{ij}^A u_{i,1}^B n_j - \sigma_{ij}^B u_{i,1}^A n_j) d\Gamma \quad (4)$$

$M^{(A,B)}$ se denomina integral de interacción y puede expresarse en términos de la integral J . Usando (4) pueden calcularse los términos "T-stress"; para ello en este trabajo se asume como estado (A) la solución correspondiente a la obtenida por el Método de los Elementos de Contorno (MEC) para el problema de la grieta 3D. Para el segundo estado (B) se asume la solución correspondiente al problema de la grieta semiinfinita cargada por una fuerza puntual perpendicular al frente de la grieta y contenida en el plano de ésta, bajo la condición de deformación plana [11], ver Apéndice.

Para un camino circular Γ de radio ε que tiende a cero, la integral (4) se escribe como sigue:

$$M^{(A,B)} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{-\pi}^{\pi} (\sigma_{ij}^A \varepsilon_{ij}^B n_1 - \sigma_{ij}^A u_{i,1}^B n_j - \sigma_{ij}^B u_{i,1}^A n_j) \varepsilon d\theta \quad (5)$$

Considerando que $n_3=0$, $\sigma_{3\alpha}=0$ ($\alpha=1,2$) y $u_{3,1}=0$ en ambos campos (A, B) en el límite cuando $\varepsilon \rightarrow 0$ y que las tensiones singulares en (1) y los gradientes de los desplazamientos compatibles con estas tensiones contribuyen solamente a las componentes del plano, se demuestra que:

$$M^{(A,B)} = \frac{f}{E} (T - \nu T_{33}) \quad (6)$$

Adicionalmente una segunda relación puede establecerse para problemas 3D bajo la condición de deformación plana generalizada [6]:

$$T_{33} = \nu T + E \varepsilon_{33} \quad (7)$$

Reemplazando en (6), se obtiene una expresión para T:

$$T = \frac{E}{f(1-\nu^2)} (M^{(A,B)} + \nu \varepsilon_{33}) \quad (8)$$

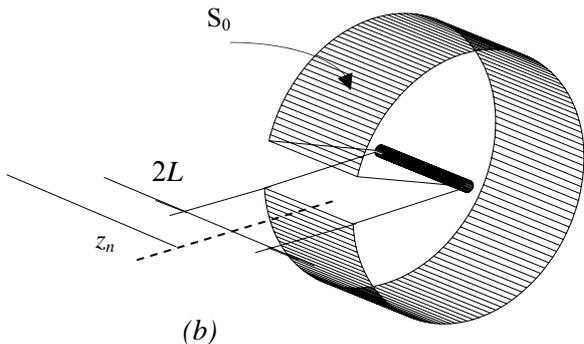
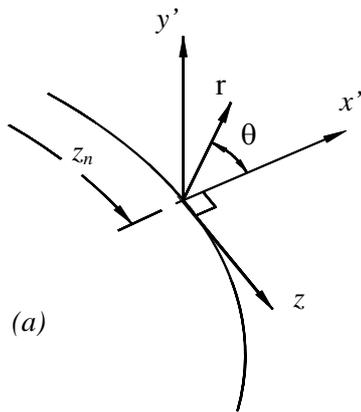
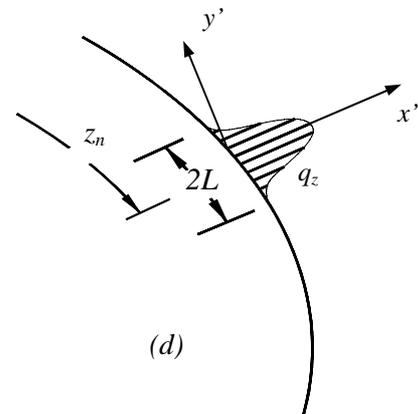
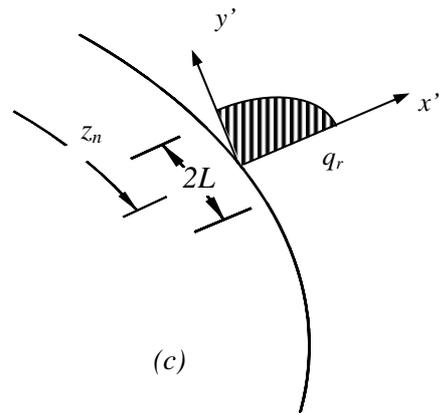


Figura 2: (a) Definición del sistema de coordenadas cartesianas locales en el punto z_n , (b) Dominio cilíndrico V, (c) Función auxiliar q_r a lo largo del segmento $2L$, (d) Función auxiliar q_z a lo largo del segmento $2L$.

La expresión (4) es válida únicamente en el límite cuando $\Gamma \rightarrow 0$ por lo que una expresión más conveniente en 3D puede obtenerse usando las estrategias introducidas en [12], así:

$$M^{(A,B)} = \int_V (\sigma_{ij}^A \varepsilon_{ij}^B n_1 - \sigma_{ij}^A u_{i,1}^B n_j - \sigma_{ij}^B u_{i,1}^A n_j) q_{,1} dV \quad (9)$$

Donde V es un volumen conteniendo al punto z_n sobre el frente de grieta donde los términos “T-stress” serán calculados.

La evaluación de la integral (9) se lleva a cabo en un sistema de coordenadas locales (x', y', z') con origen en la posición global en un punto fijo z_n sobre el frente de grieta donde T(z_n) es requerido, ver figura 2 (a). En este trabajo el volumen V es un dominio cilíndrico de longitud $2L$ alrededor del frente de la grieta conteniendo

el punto z_n , ver figura 2 (b). La función auxiliar q está definida en el dominio V como el producto de dos funciones $q_r(r)$ y $q_z(z)$. La primera de estas funciones tiene valor unitario sobre el frente de la grieta, cero sobre la superficie cilíndrica del volumen V y es suave en el resto del volumen, mientras que la segunda es una función suave entre $-L$ y $+L$ y cero en estos puntos, ver figura 2 (c) y (d).

3. DETALLES DE LA IMPLEMENTACIÓN

El procedimiento para obtener $T(z_n)$ vía la expresión (8) ha sido implementado en la etapa de postprocesamiento del código del MEC 3-D. El código MEC aplicado para resolver el problema elástico isótropo 3-D esta basado en la solución de las ecuaciones integrales de contorno usando la identidad de desplazamientos de Somigliana. Algunas características relevantes de este código son: elementos cuadráticos isoparamétricos de nueve nodos, integración numérica regular por cuadratura Gaussiana con 16 puntos usando subdivisión de elementos en el caso de la integral cuasi-singular, transformación a coordenadas polares para la integral débilmente singular y la condición de movimiento como sólido rígido para la evaluación de la suma de los coeficientes de los términos libres y el valor principal de Cauchy de la integral fuertemente singular.

El cálculo de “T-stress” en una posición z_n sobre el frente de grieta mediante la expresión (8) requiere de la evaluación de una integral de dominio presentada en (9). Una selección natural usando un código del MEC es considerar los puntos z_n coincidentes con los nodos del modelo del MEC sobre el frente de la grieta mientras la longitud de integración L en la figura 2(b) es igual a la longitud de los elementos según corresponda el caso, tal como se explicará más adelante. La porción de volumen V en la que la integral de dominio es evaluada, se discretiza usando celdas de 27-nodos. Las tensiones y las derivadas de los desplazamientos dentro de las celdas son aproximadas por productos de las funciones de interpolación de las celdas Ψ_i y los valores nodales de σ_{ij} y $u_{i,j}$, respectivamente. Los valores nodales de estas variables se calculan siguiendo los procedimientos para puntos internos [13]. La integración se lleva a cabo usando la cuadratura de Gauss con $8 \times 8 \times 8$ puntos en el volumen de cada celda, ver figura 3.

Como se describe en la figura 4, tres casos diferentes necesitan ser considerados, dependiendo si el nodo M de interés (correspondiente con la posición z_n) está situado en el centro del lado del elemento que coincide con el frente de grieta (nodo central), si está entre dos elementos (nodo compartido) o si se encuentra situado en la superficie externa (nodo sobre la superficie). Si M es un nodo central o se encuentra sobre la superficie, la longitud $2L$ (el segmento sobre el frente de la grieta en el cual se calcula la integral) abarca un elemento, conectando los nodos $M-1$, M , y $M+1$ y los nodos $M-2$, $M-1$ y M , respectivamente.

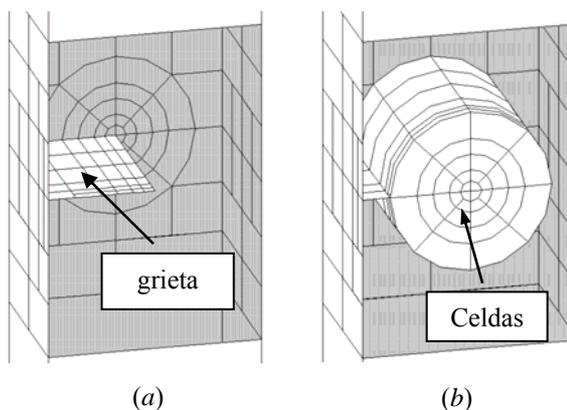


Figura 3: (a) discretización del MEC, (b) celdas de integración.

Por otro lado, si M es un nodo compartido, $2L$ abarca dos elementos, conectando los nodos desde $M-2$ a $M+2$, ver figura 4. La evaluación de $T(z_n)$ vía (8) para un punto z_n coincidente con el nodo de la superficie, ver figura 4, no es admitida en general.

En este trabajo ambas funciones $q_z(z)$ y $q_r(r)$ varían cuadráticamente en la dirección tangencial y normal al frente de la grieta, respectivamente. Esta definición bicuadrática de q ha sido empleada con excelentes resultados en la evaluación de la integral de interacción para grietas en trabajos previos, ver Cisilino y Ortiz [9]. La función $q=q_r(r)q_z(z)$ es interpolada en todos los puntos dentro del volumen de integración usando los elementos de volumen isoparamétricos estándar:

$$q = \sum_{i=1}^{27} \Psi_i Q^i \tag{10}$$

donde Ψ_i son las funciones de forma definidas dentro del volumen de cada celda y Q^i son los valores nodales de la función q para cada nodo i . De acuerdo a la definición de q (ver Ec. (10)), $Q^i = 0$ si el nodo i está sobre S_o , mientras que para el resto de los nodos, los Q^i vienen dados por los valores del producto $q_r(r)q_z(z)$ en esos nodos, en particular $Q^i = 1$ sobre el frente de la grieta, ver figura 2. Aplicando la regla de la cadena:

$$q_{,j} = \sum_{i=1}^{27} \sum_{k=1}^3 \frac{\partial \Psi_i}{\partial \zeta_k} \frac{\partial \zeta_k}{\partial x_j} Q^i \tag{11}$$

donde ζ_k son las coordenadas intrínsecas en el espacio de las celdas isoparamétricas.

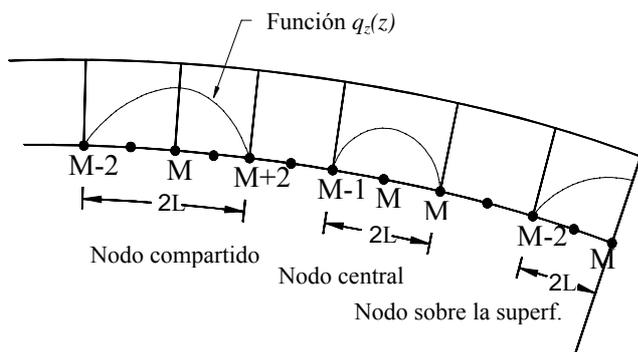


Figura 4: Esquema de las celdas en la región del frente de la grieta.

x_3/t	r/a			promedio
	0.2	0.3	0.4	
0.0000	0.987	1.030	1.018	1.012
0.1430	0.987	1.029	1.018	1.011
0.2860	0.987	1.029	1.018	1.011
0.4290	0.987	1.029	1.018	1.011
0.5710	0.987	1.029	1.018	1.011
0.6430	0.986	1.029	1.017	1.011
0.7140	0.986	1.028	1.016	1.010
0.7860	0.984	1.026	1.015	1.008
0.8570	0.980	1.023	1.011	1.005
0.9290	0.983	1.028	1.015	1.009
1.0000	0.986	1.031	1.017	1.011

Tabla I: valores de T/T_{ref} a lo largo del frente de grieta en deformación plana.

4. EJEMPLO NUMÉRICO: PLACA GRUESA CON GRIETA LATERAL

Considérese una placa gruesa con grieta lateral y sujeta a una tensión remota uniaxial σ . Detalles de la geometría y dimensiones se presentan en la figura 5. La malla del modelo MEC consiste en 136 elementos cuadráticos y 565 nodos. Para el cálculo del “T-stress”, se ha dispuesto de cuatro anillos de celdas con radio r/a igual a 0.1, 0.2, 0.3 y 0.4 alrededor y a lo largo del frente de la grieta, resultando así un total de 140 celdas.

En la Tabla I se presentan los valores del “T-stress” en deformación plana para celdas con radio r/a igual a 0.2, 0.3 y 0.4. Estos valores han sido normalizados respecto a la solución numérica obtenida por Sherry et al. [10]. Las diferencias entre ambas soluciones no superan el 3% y para el promedio entre los valores de “T-stress” antes obtenido apenas llega a superar el 1%.

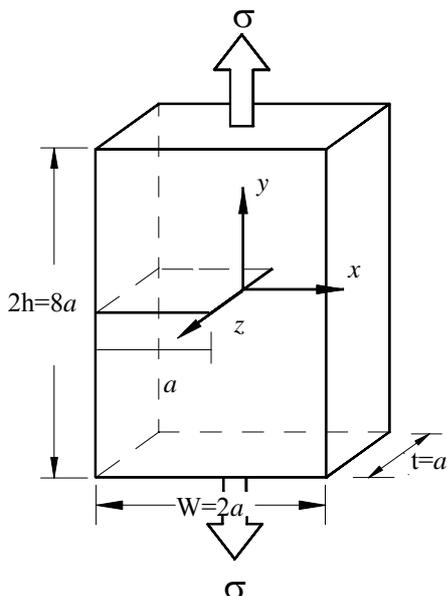


Figura 5: Placa con grieta lateral.

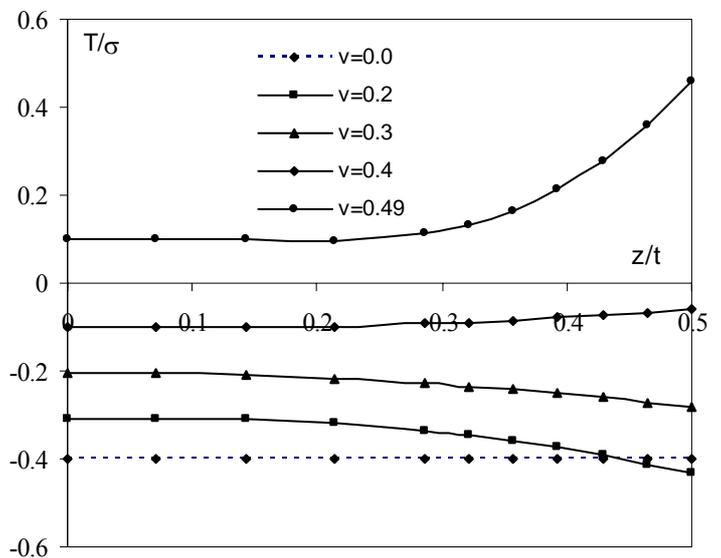


Figura 6: Valores normalizados T/σ a lo largo del frente de la grieta 3D.

Las soluciones para “T-stress” en 3D se presentan en la figura 6 para valores del coeficiente de Poisson igual a 0.0, 0.2, 0.3, 0.4 y 0.49. Los patrones de comportamiento de estos valores a lo largo del frente de grieta concuerdan con los presentados por Sládek y Sládek [6].

5. CONCLUSIONES

Se ha presentado una integral independiente del dominio para el cálculo de los términos no singulares de tensiones en grietas 3D. Asimismo, se ha presentado su implementación usando la solución del Método de los Elementos de Contorno. El método desarrollado permite obtener excelentes resultados numéricos para el cálculo del “T-stress” en problemas de grietas 3D.

6. AGRADECIMIENTOS

Se desea agradecer al Programa Juan de la Cierva por financiamiento concedido al Dr. J. Ortiz. Por su parte, el Dr. V. Mantič y el Dr. F. París agradecen la financiación del proyecto No. MAT2003-03315 del Ministerio de Educación y Ciencia del gobierno de España.

REFERENCIAS

[1] Williams, M.L., On the stress distribution at the base of a stationary crack., *J. of Appl. Mech.* 24, 109-114, 1957.
 [2] Cotterell, B., Notes on the paths and stability of cracks, *Int. J. Fract. Mech.* 2, 526-533, 1966.
 [3] Harlin, G. and Willis, J. R., The influence of crack size on the ductile-brittle transition, *Proc Roy. Soc. A415*, 197-226, 1988.
 [4] Betegon, C. and Hancock, J. W., The effect of non-parameter characterisation of elastic-plastic crack-tip fields, *J. Appl. Mech.* 58, 104-113, 1991.
 [5] Nakamura, T. and Parks, D.M., Determination of elastic T-stress along three-dimensional crack fronts using an interaction integral, *Int. J. Solids Struct.* 29, 1597-1611, 1992.
 [6] Sládek, J. and Sládek, V., Evaluation of the elastic T-stress in three-dimensional crack problems using an integral formula, *Int. J. of Fract.* 101, L47-L52, 2000.
 [7] Parks, D.M., Three-dimensional aspect of HRR-dominance, *Defect Assesment in Components – Fundamentals and Applications ESIS/EGF9. Mechanical Engineering Publications, London* 205-231, 1991.
 [8] Huber, O., Nickel, J and Kuhn, G., On the decomposition of the *J*-integral for 3D crack problems, *Int. J. of Fract.* 64, 339-348, 1993.
 [9] Cisilino, A. and Ortiz, J., Boundary element analysis of three-dimensional mixed-mode cracks via the interaction integral, *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* 194, 935–956, 2005.
 [10] Sherry, A.H., France, C.C. and Goldthorpe M.R., Compendium of T-stress solution for two and three-dimensional cracked geometries, *Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct.* 18, 141-155, 1995.
 [11] Kfoury, A.P., Some evaluation of the elastic T-term using Eshelby’s method, *Int. J. Fract.* 30, 301-315, 1986.

[12] Shih, C.F. Moran, B. and Nakamura, T., Energy release rate along a three-dimensional crack front in and thermally stressed body, *Int. J. Fract.* 30, 79-102, 1986.
 [13] Sladek V. and Sladek J. Improved computation of stresses using the boundary element method. *Applied Mathematic Modelling* 10, 249-255, (1986).

APENDICE

Componentes cartesianas de las derivadas de desplazamientos y tensiones en una grieta semiinfinita cargada por una fuerza puntual perpendicular al frente de la grieta y contenida en el plano de ésta, bajo condición de deformación plana [11].

$$\begin{aligned}
 u_{1,1} &= -\frac{f}{4\pi r} \frac{k \cos \theta + \cos 3\theta}{2G} \\
 u_{1,2} &= -\frac{f}{4\pi r} \frac{-k \sin \theta + \sin 3\theta}{2G} \\
 u_{2,1} &= -\frac{f}{E' \pi r} [1 + (1 + \nu') \cos^2 \theta] \sin \theta \\
 u_{2,2} &= -\frac{f}{E' \pi r} (-\sin^2 \theta + \nu' \cos^2 \theta) \cos \theta \\
 \sigma_{11} &= -\frac{f}{\pi r} \cos^3 \theta \\
 \sigma_{12} &= -\frac{f}{\pi r} \cos^2 \theta \sin \theta \\
 \sigma_{22} &= -\frac{f}{\pi r} \cos \theta \sin^2 \theta \\
 \sigma_{33} &= -\nu \frac{f \cos \theta}{\pi r}
 \end{aligned}
 \tag{12}$$

Donde E es el módulo elástico, G es el módulo de cizalladura y ν es el coeficiente de Poisson. En deformación plana $k=(3-4\nu)$, $E'=E/(1-\nu^2)$ y $\nu'=\nu/(1-\nu)$.

DINÁMICA DISCRETA DE DISLOCACIONES EN CRISTALES

M. P. Ariza¹, M. Ortiz², A. Ramasubramanian²

¹Grupo de Estructuras, Escuela Superior de Ingenieros, Universidad de Sevilla,
Camino de los Descubrimientos s/n, 41092-Sevilla.
E-mail: mpariza@us.es
Tfno: 954 48 72 93 Ext. 5289. Fax: 954 48 72 95

²Graduate Aeronautical Laboratories, Division of Engineering Applied Sciences,
California Institute of Technology, Pasadena, CA 91125, USA.
E-mail: ortiz@aero.caltech.edu, ashwin@caltech.edu

RESUMEN

En este trabajo se presenta el estudio tridimensional de la dinámica de dislocaciones en materiales con estructura cristalina cúbica centrada en el cuerpo basado en la elasticidad discreta de cristales. Para construir una mecánica discreta de redes, hemos tomado prestadas ideas del cálculo diferencial discreto y de la geometría algebraica. La noción de complejos de redes proporciona una herramienta adecuada para la manipulación de formas y campos definidos sobre el cristal. Las interacciones atómicas se incluyen en el modelo mediante la linealización de potenciales atómicos, esto permite la utilización eficiente de la transformada rápida de Fourier. En esta teoría, las dislocaciones se tratan como estructuras de mínima energía que conducen a invariantes de redes locales pero autodeformaciones globalmente incompatibles. El carácter discreto de la teoría elimina de forma automática la necesidad de radios de corte en los núcleos de dislocaciones. La cuantificación de los deslizamientos para cada sistema de deslizamiento como múltiplos enteros del vector de Burgers nos lleva a un problema complejo de optimización de enteros. Presentamos resultados numéricos que ilustran la capacidad de nuestro método para resolver problemas tridimensionales de gran tamaño.

ABSTRACT

We present a study of 3D dislocations dynamics in BCC crystals based on discrete crystal elasticity. Ideas are borrowed from discrete differential calculus and algebraic geometry to construct a mechanics of discrete lattices. The notion of lattice complexes provides a convenient means of manipulating forms and fields defined over the crystal. Atomic interactions are accounted for via linearized embedded atom potentials thus allowing for the application of efficient fast Fourier transforms. Dislocations are treated within the theory as energy minimizing structures that lead to locally lattice-invariant but globally incompatible eigendeformations. The discrete nature of the theory automatically eliminates the need for core cutoffs. The quantization of slip to integer multiples of the Burgers vector along each slip system leads to a large integer optimization problem. We present numerical calculations that illustrate the potential of our approach for the simulation of large 3D systems.

ÁREAS TEMÁTICAS PROPUESTAS: Métodos analíticos y numéricos.

PALABRAS CLAVE: Materiales cristalinos, nanomecánica, dislocaciones.

1. INTRODUCCIÓN

Este trabajo se centra en la aplicación de teorías discretas de cristales elásticos a la plasticidad de cristales basada en el movimiento e interacción de dislocaciones, en particular a cristales con estructura cúbica centrada en el cuerpo. En una publicación reciente Ariza y Ortiz [1] han aplicado elementos de la topología algebraica a la formulación de la mecánica discreta de redes cristalinas. La idea principal de ese trabajo era desarrollar herramientas analíticas para modelos de redes.

Modelos multiescala de las propiedades mecánicas de los materiales, tales como plasticidad en cristales, requieren un conocimiento profundo de procesos de deformación y defectos en la escala de longitud atómica como punto de

partida básico para el estudio tridimensional de dinámica de dislocaciones a microescala [2] y otras simulaciones a mayores escalas de longitud [3].

Los modelos discretos de dislocaciones se utilizan ampliamente como método computacional para estudiar el comportamiento mecánico de los cristales. La mayoría de estos métodos se basan en la teoría elástica lineal de dislocaciones. A pesar de su sencillez se ha conseguido conocer bastante sobre los mecanismos de deformación y endurecimiento en cristales. Los modelos discretos de dislocaciones han permitido establecer una conexión entre los defectos en cristales y su comportamiento macroscópico. Además, los modelos discretos de dislocaciones son capaces de considerar aspectos que son inaccesibles tanto para los cálculos atómicos, de-

bido a las limitaciones de cálculo, como para la teoría plástica de medios continuos aplicable a escalas de longitud mayores. En general, algunas de las limitaciones que presentan estos modelos se deben principalmente a que están basados en la teoría elástica lineal de dislocaciones (véanse [4], [5], [6], [7]). La teoría desarrollada por Ariza y Ortiz, y en la que se basa este trabajo, pretende en gran parte corregir algunas de dichas limitaciones. Tener en cuenta desde el principio el carácter discreto de las redes, es un primer paso que dota a la teoría de algunas características deseables. El modelo tiene de manera natural resolución atómica que elimina de forma automática las divergencias asociadas con los radios de corte en los núcleos. La elasticidad de las redes se incluyen utilizando potenciales empíricos, que añaden una importante mejora respecto a la teoría elástica isotropa. De esta forma, cada línea de dislocación posee su propia estructura del núcleo que depende del potencial interatómico y las transiciones topológicas aparecen de forma natural sin necesidad de establecer de manera explícita reglas de interacción. Los aspectos teóricos relativos a la mecánica discreta de redes cristalinas pueden verse en detalle en [1]. Otro elemento importante en nuestro modelo es el uso de la teoría de autodeformaciones de Mura [8] para calcular la energía almacenada en el cristal dado un conjunto de dislocaciones. En el tercer apartado presentamos como pueden obtenerse las constantes de fuerza a partir de potenciales empíricos, en particular potenciales de Finnis-Sinclair [9].

La aproximación discreta en combinación con el formalismo de la transformada de Fourier permite el cálculo a gran escala de una distribución de deslizamientos en un cristal de forma eficiente. Dado que las restricciones cristalográficas hacen que el valor del deslizamiento sea un múltiplo entero del vector de Burgers, el cálculo de la mínima energía de un conjunto de dislocaciones se reduce principalmente a un problema de optimización entera. Basándonos en la hipótesis de estructuras de dislocaciones de baja energía (LEDS) [10], hemos desarrollado un algoritmo iterativo de búsqueda que obtiene estados de equilibrio metaestable de baja energía del cristal. El problema se reduce al cálculo de equilibrio local en un grupo bastante reducido, respecto al número total, de aristas. Las ventajas desde el punto de vista computacional son significativas. Demostramos la eficacia de esta aproximación mediante una aplicación al problema de un punto de dilatación en el interior de un sólido cristalino.

2. COMPLEJOS DE REDES PARA CRISTALES CÚBICOS CENTRADOS EN EL CUERPO (BCC)

Los mecanismos de dislocaciones en redes cristalinas, pueden expresarse en término de campos definidos en la propia red, i.e., el campo de desplazamientos y la densidad de energía; y campos que se definen en redes auxiliares, i.e., los campos de autodeformaciones que describen las dislocaciones.

La red de Bravais para un cristal con estructura cúbica

ca centrada en el cuerpo se genera a partir de la base $(-a/2, a/2, a/2)$, $(a/2, -a/2, a/2)$, $(a/2, a/2, -a/2)$. En las Fig. 1 a 3 puede verse la representación de un complejo CW para esta red, siendo $\epsilon_1 = (1, 0, 0)$, $\epsilon_2 = (0, 1, 0)$, $\epsilon_3 = (0, 0, 1)$, $\epsilon_4 = (1, 1, 1)$, $\epsilon_5 = (0, 1, 1)$, $\epsilon_6 = (1, 0, 1)$ and $\epsilon_7 = (1, 1, 0)$.

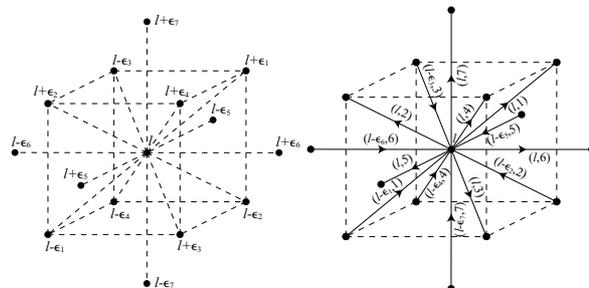


Figura 1: Representación del complejo de red cúbica centrada en el cuerpo. a) Vértices. b) Grupo de aristas elementales.

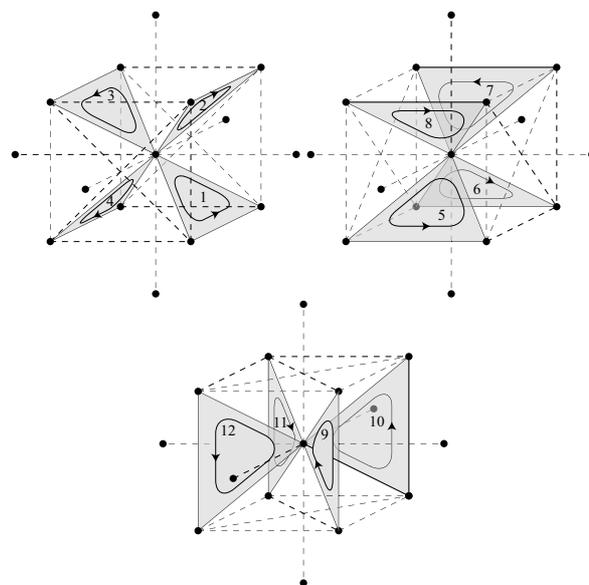
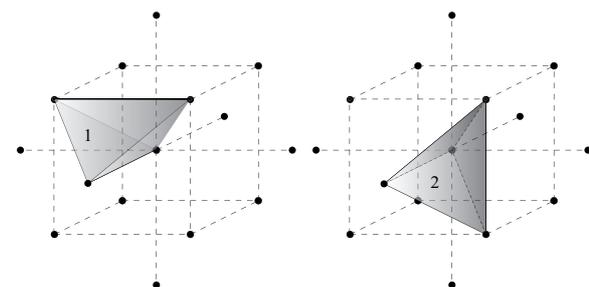


Figura 2: Representación del complejo de red cúbica centrada en el cuerpo. Grupo de áreas elementales.



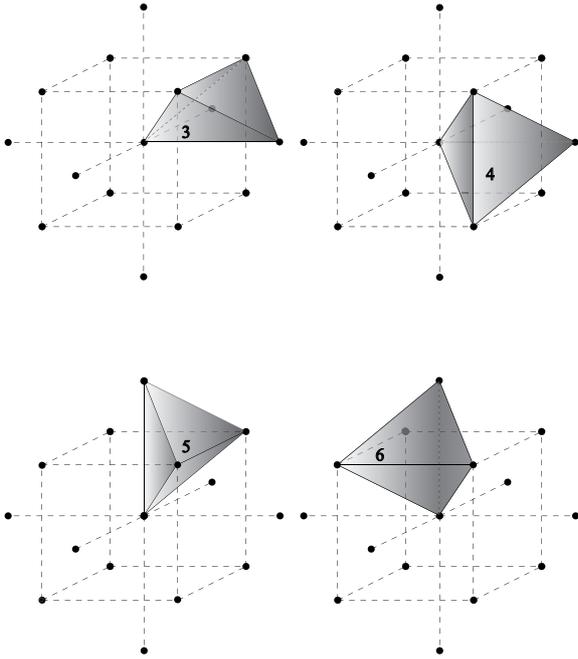


Figura 3: Representación del complejo de red cúbica centrada en el cuerpo. Grupo de volúmenes elementales.

S. D.	A2	A3	A6	B2	B4	B5
$\sqrt{3}s$	$[\bar{1}11]$	$[\bar{1}\bar{1}1]$	$[\bar{1}\bar{1}\bar{1}]$	$[111]$	$[111]$	$[111]$
$\sqrt{2}m$	$(0\bar{1}1)$	(101)	(110)	$(0\bar{1}1)$	$(\bar{1}01)$	$(\bar{1}10)$
S. D.	C1	C3	C5	D1	D4	D6
$\sqrt{3}s$	$[11\bar{1}]$	$[11\bar{1}]$	$[11\bar{1}]$	$[1\bar{1}\bar{1}]$	$[1\bar{1}\bar{1}]$	$[1\bar{1}\bar{1}]$
$\sqrt{2}m$	(011)	(101)	$(\bar{1}10)$	(011)	$(\bar{1}01)$	(110)

Tabla 1: Sistemas de deslizamiento en cristales cúbicos centrados en el cuerpo en notación de Schmid y Boas. m es la normal unitaria al plano de deslizamiento y s el vector unitario en la dirección del vector Burgers. Nótese que los vectores se expresan en coordenadas cartesianas y no en la base del cristal.

El complejo se escoge de forma que contiene las direcciones de deslizamiento $\frac{1}{2}\langle 111 \rangle$ y los planos de deslizamiento $\{110\}$. A partir de las figuras se deduce que el conjunto de vértices se numera como una red simple; el conjunto de aristas elementales como una red compleja formada por siete subredes simples; el conjunto de áreas elementales como una red compleja formada por doce subredes simples; y el conjunto de volúmenes elementales como una red compleja formada por seis subredes. Como referencia, en la Tabla 1 se presentan los principales sistemas de deslizamiento de las redes BCC, puede verse fácilmente que los conjuntos elementales de aristas y áreas tienen en cuenta estos sistemas.

3. ENERGÍA ALMACENADA EN DISLOCACIONES DISCRETAS

En la aproximación lineal del problema, la energía es una forma cuadrática de los campos de desplazamiento y autodeformaciones, y admite la representación [1]

$$E(\mathbf{u}) = \int_{E_1} \int_{E_1} \frac{1}{2} B_{ik}(e_1, e'_1) du_i(e_1) du_k(e'_1) \quad (1)$$

$$\equiv \frac{1}{2} \langle \mathbf{B} d\mathbf{u}, d\mathbf{u} \rangle$$

y

$$E(\mathbf{u}) = \int_{E_0} \int_{E_0} \frac{1}{2} A_{ik}(e_0, e'_0) u_i(e_0) u_k(e'_0) \quad (2)$$

$$\equiv \frac{1}{2} \langle \mathbf{A} \mathbf{u}, \mathbf{u} \rangle$$

donde $\mathbf{u} : E_0 \rightarrow \mathbb{R}^n$ es el campo de desplazamientos, y $\mathbf{A} : E_0^2 \rightarrow \text{sym}\mathbb{R}^{n \times n}$ and $\mathbf{B} : E_1^2 \rightarrow \text{sym}\mathbb{R}^{n \times n}$ representa las constantes de fuerza armónicas del cristal. Por invariancia respecto a traslaciones se tiene

$$\mathbf{B} d\mathbf{u} = \Psi * d\mathbf{u} \quad (3a)$$

$$\mathbf{A} \mathbf{u} = \Phi * \mathbf{u} \quad (3b)$$

donde Ψ y Φ son los campos de constantes de fuerza de la red y $*$ indica convolución.

Dada una deformación homogénea invariante de la red de la forma

$$\mathbf{F} = \mathbf{I} + \frac{\xi}{d} \mathbf{b} \otimes \mathbf{m} \quad (4)$$

donde \mathbf{m} es la normal unitaria al plano de deslizamiento, \mathbf{b} el vector de Burgers, d la distancia entre planos y $\xi \in \mathbb{Z}$ la magnitud del deslizamiento. Las autodeformaciones β son

$$\beta = (\mathbf{F} - \mathbf{I}) d\mathbf{x}(e_1) = (d\mathbf{x}(e_1) \cdot \mathbf{m}) \frac{\xi}{d} \mathbf{b}. \quad (5)$$

El producto $(d\mathbf{x}(e_1) \cdot \mathbf{m})$ es cero cuando la arista correspondiente está contenida en el plano de deslizamiento y es igual a la distancia entre planos d en caso contrario. Podemos suponer que autodeformaciones exactas, o compatibles, de estipo no cuestan energía al cristal. Por lo tanto, la energía elástica puede escribirse como

$$E(\mathbf{u}, \xi) = \frac{1}{2} \langle \mathbf{B}(d\mathbf{u} - \beta), d\mathbf{u} - \beta \rangle \quad (6)$$

que sustituye a la Eq.1 cuando existe deslizamiento cristalográfico.

Suponiendo una distribución de fuerzas $\mathbf{f} : E_0 \rightarrow \mathbb{R}^n$ actuando sobre el cristal, la energía potencial total de la red viene dada por

$$F(\mathbf{u}, \xi) = E(\mathbf{u}, \xi) - \langle \mathbf{f}, \mathbf{u} \rangle \quad (7)$$

Minimizando $F(\mathbf{u}, \xi)$ con respecto a \mathbf{u} nos da la ecuación de equilibrio

$$\mathbf{A} \mathbf{u} = \mathbf{f} + \delta \mathbf{B} \beta \quad (8)$$

donde $\delta \mathbf{B} \beta$ puede considerarse la distribución de auto-fuerzas correspondientes a la autodeformaciones β . La

energía almacenada en el cristal en término del campo de deslizamiento se escribe como

$$E(\xi) = \frac{1}{2} \langle \mathbf{H}\xi, \xi \rangle \quad (9)$$

donde el operador \mathbf{H} se define por

$$\langle \mathbf{H}\xi, \xi \rangle = \langle \mathbf{B}\beta, \beta \rangle - \langle \mathbf{A}^{-1}\delta\mathbf{B}\beta, \delta\mathbf{B}\beta \rangle \quad (10)$$

en la que β y ξ se relacionan mediante $\beta = \sum_{s=1}^M \sum_{e_1 \in E_1(\mathbf{m}^s)} \xi^s(e_1) \mathbf{b}^s e^1$. Por invariancia frente a traslaciones debemos tener

$$\mathbf{H}\xi = \mathbf{Y} * \xi \quad (11)$$

para un módulo de endurecimiento discreto \mathbf{Y} , el cual queda totalmente definido a partir de las constantes de fuerza del material.

3.1. Potenciales interatómicos

Es frecuente el uso de potenciales empíricos o semiempíricos para modelar defectos en amateriales. Existen numerosas variantes de dichos potenciales, e.g. potenciales por pares como el clásico de Lennard-Jones, funcionales por pares como el método de átomos embebidos (EAM) para metales FCC [11], el método de de átomos embebidos modificado (MEAM) para metales BCC [12], el potencial Finnis-Sinclair para metales de transición [9], potenciales Stillinger-Weber para cristales covalentes [13], entre muchos otros. Para poder aplicar algunas herramientas analíticas como la transformada de Fourier, es necesario adaptar estos potenciales para cristales armónicos, es decir obtener las constantes de fuerza a partir de los potenciales interatómicos.

La energía de un cristal, en el caso del método EAM, tiene la siguiente expresión

$$E = \frac{1}{2} \sum_{i,j} V_{ij}(r_{ij}) + \sum_i F_i(\rho_i) \quad (12a)$$

$$\rho_i = \sum_j \Phi_{ij}(r_{ij}) \quad (12b)$$

donde i, j, \dots identifica los átomos, $r_{ij} = |\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j|$ son las distancias interatómicas, \mathbf{x}_i son las posiciones atómicas, V y Φ son los potenciales de pares, ρ es la densidad electrónica, y F es la función de embebido. Para interacciones entre vecinos próximos y utilizando el cálculo discreto de redes, la energía puede escribirse

$$E = \frac{1}{2} \int_{E_0} \int_{E_0} V(|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|) + \int_{E_0} F(\rho) \quad (13a)$$

$$\rho = \int_{E_0} \Phi(|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|) \quad (13b)$$

o tambien

$$E = \int_{E_1} V(|d\mathbf{x}(e_1)|) + \int_{E_0} F(\rho) \quad (14a)$$

$$\rho(e_0) = \int_{E_1 \cap \text{St}(e_0)} \Phi(|d\mathbf{x}(e_1)|). \quad (14b)$$

Linealizando la energía, las constantes de fuerza pueden escribirse como

$$B(e_1, e_1) = P I + Q \frac{d\mathbf{x}(e_1) \otimes d\mathbf{x}(e_1)}{|d\mathbf{x}(e_1)|^2} \quad (15a)$$

$$B(e_1, e'_1) = R \frac{d\mathbf{x}(e_1) \otimes d\mathbf{x}(e'_1)}{|d\mathbf{x}(e_1)||d\mathbf{x}(e'_1)|}, \quad (15b)$$

$$\text{si } \{e_1, e'_1\} \text{ tienen un vértice común} \quad (15c)$$

$$B(e_1, e'_1) = 0 \quad \text{otro caso} \quad (15d)$$

donde, $r \equiv |d\mathbf{x}(e_1)|$ y $r' \equiv |d\mathbf{x}(e'_1)|$, y P, Q y R son combinaciones de derivadas primeras y segundas de V, F y ϕ .

4. RESULTADOS NUMÉRICOS

4.1. Energía y estructura del núcleo de una dislocación de tornillo en material BCC

Debido a la estructura atómica de su núcleo, la movilidad de dislocaciones largas de tornillo [111] en metales BCC está fuertemente restringida, haciéndolas responsables del comportamiento plástico del material a baja temperatura. Hemos obtenido la energía asociada con una dislocación recta para materiales de transición (Mo, V, Ta y W).

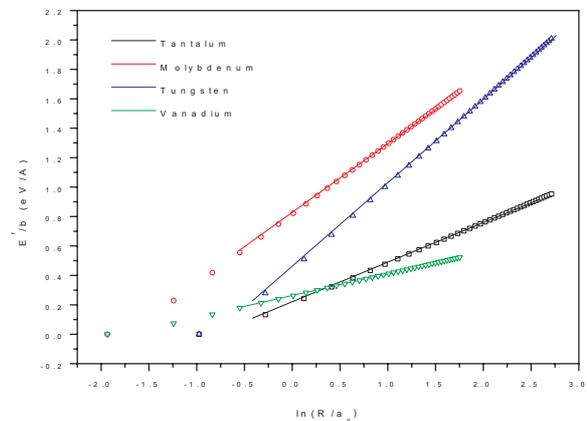


Figura 4: Energía de una dislocación de tornillo [111] en función de $\ln(R/R_c)$.

En la teoría elástica de medios continuos, la energía de formación por unidad de longitud de una dislocación de tornillo infinita recta incluye dos términos, la energía del núcleo almacenada en r_o y la energía elástica [14] almacenada en la región cilíndrica de radios exterior e interior, R y r_o respectivamente

$$E^f = E_{core}^f + A \ln \left(\frac{R}{r_o} \right) \quad (16)$$

el coeficiente A es función de los módulos elásticos c_{11} , c_{12} y c_{44} y de los cosenos directores de la línea de la dislocación según los ejes cúbicos [15], [16], y el vector de Burgers b . Ya que A no es un parámetro físico, en el sentido de que depende de r_o , hemos comparado en la tabla 2 $A^{elasticidad}$ calculado directamente a partir de los módulos elásticos obtenidos de las constantes de fuerza y la pendiente de las rectas de los resultados obtenidos $A^{teoría\ discreta}$.

	$A^{elasticidad}$	$A^{teoría\ discreta}$
Tungsten	0.597	0.567
Tantalum	0.244	0.269
Vanadium	0.161	0.147
Molybdenum	0.453	0.466

Tabla 2: Comparación del coeficiente elástico A calculado a partir del módulo elástico y los datos obtenidos ($eV/\text{Å}$).

La figura 5 representa la diferencia de desplazamientos de la estructura del núcleo de la dislocación, puede verse que presenta los tres ejes de simetría propios del material. Estos resultados comparan bien con los obtenidos por [17], entre otros.

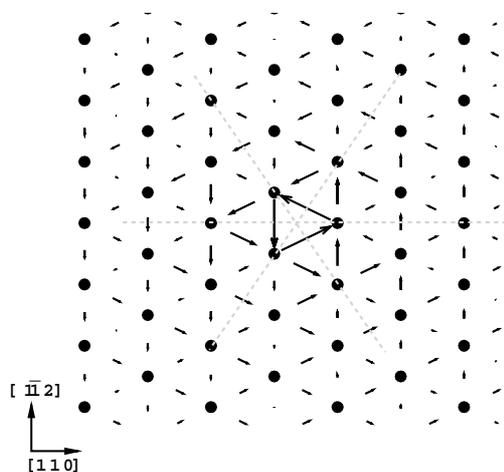


Figura 5: Diferencia de desplazamientos para una dislocación tipo tornillo en Mo utilizando un cuadrupolo como celda periódica.

4.2. Punto de dilatación

Las dislocaciones en su conjunto experimentan una serie de interacciones no elásticas unas con otras, con la red,

con impurezas, etc.. Estos procesos son en general disipativos e irreversibles, por lo tanto es preciso tener en cuenta leyes cinemáticas. Los detalles sobre la determinación de las estructuras de equilibrio de dislocaciones y el proceso de cálculo pueden verse en [18].

En la figura 6 puede verse uno de los estados en el proceso iterativo de solución para el caso de un punto de dilatación, que nos sirve como primera aproximación al problema de un nanohueco sometido a presión interna. Las esferas representan posiciones en las que se ha producido deslizamiento y se ha alcanzado el equilibrio (oscuras) y posiciones atómicas en las que no se satisfacen las condiciones de equilibrio metaestable.

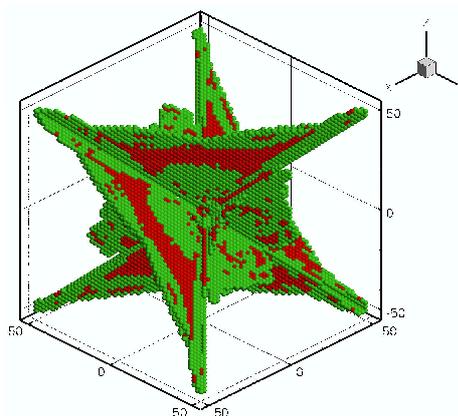


Figura 6: Resultados intermedios para una celda que contiene 1 millón de átomos de Vanadio. Las esferas más claras indican posiciones atómicas en las que no se ha alcanzado en equilibrio.

5. CONCLUSIONES

En este trabajo se ha extendido la teoría discreta desarrollada por Ariza y Ortiz al estudio tridimensional de la dinámica de dislocaciones en materiales con estructura cristalina cúbica centrada en el cuerpo. Se ha mostrado como pueden obtenerse las constantes de fuerza del material de forma eficaz a partir de la linealización de potenciales empíricos tipo Finnis-Sinclair, comparando los campos de desplazamiento y la energía de los núcleos de dislocaciones rectas aisladas para distintos materiales con los resultados obtenidos por otros autores.

Hemos desarrollado un algoritmo iterativo de búsqueda que obtiene estados de equilibrio metaestable de baja energía del cristal de manera eficiente y demostrado la eficacia de esta aproximación mediante una aplicación al problema de un punto de dilatación en el interior de un sólido cristalino.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean expresar su agradecimiento por el apoyo recibido al US Department of Energy a través del

proyecto Caltech's ASC Center on the Simulation of the Dynamic Response of Materials.

REFERENCIAS

- [1] Ariza, M. P. and Ortiz, M., Discrete Crystal Elasticity and Discrete Dislocations in Crystals, *Archive for Rational Mechanics and Analysis*, **178** pp. 149-226, 2005.
- [2] Bulatov, V.V., Current Developments and Trends in Dislocation Dynamics, *J. Computer-Aided Mater. Design*, **9**(2) pp. 133-144, 2002.
- [3] Becker, R., Developments and Trends in Continuum Plasticity, *J. Computer-Aided Mater. Design*, **9**(2) pp. 145-163, 2002.
- [4] Kubin, L. P. and Canova, G., The modelling of dislocation patterns, *Scripta Metallurgica et Materialia*, **27**(8) pp. 957-962, 1992.
- [5] Madec, R. and Devincere B. and Kubin L. P., Simulation of dislocation patterns in multislip, *Scripta Materialia*, **47**(10) pp. 689-695, 2002.
- [6] Wang, Y. U. and Jin, Y. M. and Cuitino, A. M. and Khatachuryan, A. G., Nanoscale phase field microelasticity theory of dislocations: model and 3D simulations, *Acta Materialia*, **49**(10) pp. 1847-1857, 2001.
- [7] Xiang, Y. and Cheng, L. T. and Srolovitz, D. J. and E, W., A level set method for dislocation dynamics, *Acta Materialia*, **51**(18) pp. 5499-5518, 2003.
- [8] Mura, T., *Micromechanics of defects in solids*, Kluwer Academic Publishers, Boston, 1987.
- [9] Finnis, M. W. and Sinclair, J. E., A Simple Empirical N-Body Potential for Transition-Metals, *Philosophical Magazine A-Physics of Condensed Matter Structure Defects and Mechanical Properties*, **50**(1) pp. 45-55, 1984.
- [10] Kuhlmann-Wilsdorf, D., The theory of dislocation-based crystal plasticity, *Philosophical Magazine A*, **79**(4) pp. 955-1008, 1999.
- [11] Daw, M. S., *The Embedded Atom Method: A Review*, Many-Atom Interactions in Solids, Springer Proceedings in Physics pp. 49-63, Berlin, 1990.
- [12] Yuan, X. Y. and Takahashi, K. and Ouyang, Y. F. and Onzawa, A., Development of a modified embedded atom method for bcc transition metals, *Journal of Physics-Condensed Matter*, **15**(50) pp. 8917-8926, 2003.
- [13] Stillinger, F. H. and Weber, T. A., Computer simulation of local order in condensed phases of silicon, *Physical Review B*, **B 31**(8) pp. 5262-5271, 1985.
- [14] Foreman, A. J. E., Dislocation energies in anisotropic crystals, *Acta Metallurgica*, **3**(4) pp. 322-330, 1955.
- [15] Head, A. K., The [111] dislocation in a cubic crystal, *Physics Status Solidi*, **6** pp. 461-465, 1964.
- [16] Stroh, A. N., Dislocations and cracks in anisotropic elasticity, *Philosophical Magazine*, **3** pp. 625-646, 1958.
- [17] Ismail-Beigi, S. and Arias, T. A., Ab initio study of screw dislocations in Mo and Ta: a new picture of plasticity in bcc transition metals, *Physical Review Letters*, **84**(7) pp. 1499-1502, 2000.
- [18] Ramasubramanian, A. Ariza, M.P. and Ortiz, M., Discrete Dislocation Dynamics, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, en preparación.

EL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS DE CONTORNO APLICADO A MECÁNICA DE LA FRACTURA EN SÓLIDOS PIEZOELECTRICOS

J. A. Sanz¹, M. Solís², M. P. Ariza²

¹Grupo de Estructuras y Modelado de Materiales
Instituto de Investigación en Ingeniería de Aragón, Universidad de Zaragoza
Campus Río Ebro. Ed. Agustín de Betancourt, c/ María de Luna s/n, 50018-Zaragoza, España.
jose@unizar.es Tfno: 976 76 10 00 Ext. 5187. Fax: 978 76 25 78

²Grupo de Estructuras, Escuela Superior de Ingenieros, Universidad de Sevilla
Camino de los Descubrimientos s/n, 41092, Sevilla, España.
msolis@us.es, mpariza@us.es Tfno: 954 48 72 93 Fax: 954 48 72 95

RESUMEN

En este trabajo se presenta una formulación del Método de los Elementos de Contorno para resolver problemas de grietas contenidas en sólidos anisótropos piezoeléctricos. Se trata de una formulación clásica (ecuación integral de contorno en desplazamientos) en la que se utiliza la solución fundamental de Deeg. En el frente de grieta se utilizan elementos a un cuarto y a un cuarto singulares. A partir de las tracciones de los nodos a un cuarto de estos últimos se obtienen los factores de intensidad de tensiones (FIT) asociados al desplazamiento de apertura de grieta y al salto de potencial eléctrico entre las caras de la grieta, como una incógnita más del sistema de ecuaciones algebraico. Los FIT pueden ser evaluados de manera alternativa a través de los desplazamientos y potencial eléctrico en nodos a un cuarto siguiendo el formalismo de Stroh. Se presentan una serie de resultados numéricos para algunos problemas de interés. En aquellos casos en que existen soluciones previamente obtenidas por otros autores se obtiene un alto grado de acuerdo en los resultados. Además de la formulación propuesta, se establecen las bases para el desarrollo de una formulación hipersingular del método (ecuación integral de contorno en tracciones) para este tipo de problemas.

ABSTRACT

A classical BE approach for 3D anisotropic piezoelectric fracture mechanics problems is presented in this paper. The displacement boundary integral equation is written based on Deeg's fundamental solution. Singular quarter-point and quarter-point elements are use at the crack front. Stress Intensity Factors (SIFs) and Electric displacement Intensity Factor (ESIFs) are obtained directly from nodal tractions at quarter-point nodes of singular elements. ESIFs can also be obtained from displacements and electric potential discontinuity at quarter point nodes of one quarter point elements inside the crack. Several numerical results are presented in this paper. They are in very good agreement with previous results obtained by other authors, when they exist. The ideas about the development of an hypersingular BE formulation is also discussed here.

ÁREAS TEMÁTICAS PROPUESTAS: Métodos Analíticos y Numéricos, Fractura de Cerámicos y Polímeros

PALABRAS CLAVE: Fractura 3D, Materiales piezoeléctricos, Elementos de contorno

1. INTRODUCCIÓN

El Método de los Elementos de Contorno (MEC) es una herramienta numérica que ha mostrado ser de gran utilidad para la resolución de problemas de sólidos con grietas en su interior. La principal ventaja del método reside en su capacidad de reducir el problema al contorno, frente a otros métodos numéricos de dominio, con lo que se evita la integración sobre zonas del dominio en los que el campo de tensiones pueda ser singular (como es la zona del frente de grieta, desde el punto de vista de la Mecánica de la Fractura Elástica Lineal). Por tanto resulta especialmente adecuada la aplicación de este método numérico a la Mecánica de la Fractura de materiales piezoeléctricos, que exhiben un comportamiento frágil.

El fenómeno de la piezoelectricidad fue originalmente descubierto por P. y J. Curie, quienes observaron experimentalmente la aparición de cargas eléctricas sobre la superficie de algunos tipos de cristales cuando éstos eran sometidos a esfuerzos mecánicos, y viceversa. Estos científicos ya propusieron incluso algunos usos prácticos de este tipo de materiales, como es su empleo en la fabricación de transductores de presión, fuerza, etc. Utilizando el efecto inverso, pueden funcionar como actuadores, respondiendo ante impulsos eléctricos de control.

Dado el gran número de aplicaciones prácticas de estos materiales, existe un creciente interés en el estudio de su comportamiento, lo cual incluye evidentemente el análisis de la integridad estructural desde el punto de vista de la Mecánica de la Fractura. En este campo se pueden

destacar los trabajos de Barnett y Lothe [1], Deeg [2], Pak [3, 4] o Sosa [5].

Una de las dificultades que plantea el estudio de este tipo de materiales reside en la asimetría de la red cristalina del material, necesaria para la aparición del fenómeno piezoeléctrico, lo que conlleva que los materiales piezoeléctricos sean anisótropos o al menos transversalmente isótropos. Este hecho, junto con el acoplamiento elástico-eléctrico, que incluye el potencial y desplazamiento eléctrico como nuevas variables del problema, hacen que la resolución de problemas de Mecánica de la Fractura sea compleja, especialmente en 3D.

2. EL PROBLEMA PIEZOELÉCTRICO

El problema piezoeléctrico se puede entender como el modelado de dos fenómenos de diferente naturaleza física, i.e, eléctrico y elástico acoplados a través de ecuaciones constitutivas. Entre ambos tipos de problemas se pueden establecer equivalencias entre sus variables asociadas (entre paréntesis se escriben las unidades correspondientes a cada variable en el Sistema Internacional): el tensor de tensiones σ (N/m²) tiene su equivalencia en el vector desplazamiento eléctrico \mathbf{D} (C/m²), mientras que el desplazamiento \mathbf{U} (m) se corresponde con el potencial eléctrico Φ (V) y las deformaciones ε con el campo eléctrico \mathbf{E} (V/m). Finalmente, la proyección del tensor de tensiones mecánicas da lugar al vector de tracciones mecánicas (N/m²), mientras que la proyección del desplazamiento eléctrico da lugar a densidad de carga por unidad de superficie (C/m²).

En base a estas relaciones, resulta útil escribir las ecuaciones de equilibrio, compatibilidad, ley de comportamiento y condiciones de contorno que gobiernan el problema siguiendo la notación condensada propuesta por Barnett y Lothe [1] y utilizada posteriormente por un gran número de autores. En dicha notación, se trabaja con las variables internas y externas del problema elástico *extendidas* al caso piezoeléctrico, cuya transformación como tensor de las magnitudes tensoriales extendidas no se cumple. De esta forma, se trabajará con una serie de subíndices escritos en mayúscula que podrán adoptar valores entre 1 y 4, y otros en minúscula que irán de 1 a 3.

Así pues, la ecuación de equilibrio estático para un material piezoeléctrico en notación extendida se escribe como:

$$\Sigma_{iJ,i} + b_J = 0 \quad (1)$$

donde Σ_{iJ} es la matriz tensión-desplazamiento eléctrico, definida como,

$$\Sigma_{iJ} = \begin{cases} \sigma_{ij} & \text{para } J = 1, 2, 3 \\ D_i & \text{para } J = 4 \end{cases} \quad (2)$$

y b_J es el vector columna de fuerzas de volumen extendido (fuerza y carga eléctrica).

El vector extendido de desplazamientos-potencial eléctrico, U_K es

$$U_K = \begin{cases} u_k & \text{para } K = 1, 2, 3 \\ \Phi & \text{para } K = 4 \end{cases} \quad (3)$$

A partir de este vector de desplazamientos se define la matriz de deformaciones extendida Z_{Kl} (deformaciones y campo eléctrico), pudiéndose escribir las ecuaciones de compatibilidad de la siguiente manera

$$Z_{Kl} = \begin{cases} \frac{1}{2}(U_{k,l} + U_{l,k}) & \text{para } K = 1, 2, 3, K = l \\ (U_{k,l} + U_{l,k}) & \text{para } K = 1, 2, 3, K \neq l \\ \Phi_{,l} & \text{para } K = 4 \end{cases} \quad (4)$$

La ley de comportamiento de un material piezoeléctrico se puede escribir como,

$$\Sigma_{iJ} = E_{iJKl} Z_{Kl} \quad (5)$$

siendo E_{iJKl} la matriz de constantes electro-elástica,

$$E_{iJKl} = \begin{cases} C_{ijkl} & \text{para } J, K = 1, 2, 3 \\ e_{lij} & \text{para } J = 1, 2, 3, K = 4 \\ e_{ikl} & \text{para } J = 4, K = 1, 2, 3 \\ -\epsilon_{il} & \text{para } J, K = 4 \end{cases} \quad (6)$$

Introduciendo las ecuaciones de compatibilidad (4) en la ley de comportamiento piezoeléctrica (5), se puede comprobar que la ley de comportamiento puede escribirse como

$$\Sigma_{iJ} = E_{iJKl} U_{K,l} \quad (7)$$

Para acabar de definir el problema piezoeléctrico quedaría imponer las condiciones de contorno del problema. Estas condiciones de contorno pueden ser en desplazamientos (desplazamiento o potencial eléctrico en el contorno conocidos) o en tracciones. Para este segundo tipo queda definir el vector de tracciones extendido \mathbf{T} como la proyección del tensor de tensiones extendido sobre la normal exterior al contorno:

$$T_J = \Sigma_{iJ} n_i = E_{iJKl} U_{K,l} n_i \quad (8)$$

siendo n_i la normal exterior al contorno.

En sólidos piezoeléctricos, las condiciones de contorno merecen una consideración especial, sobre todo en el caso de existir grietas. Si en el problema elástico parece claro que se puede admitir como válida una condición de contorno de tracciones nulas en ambas caras de la grieta (en ausencia de presión interna en la grieta y despreciando fuerzas de contacto), las condiciones de contorno eléctricas en la grieta no resultan tan fáciles de especificar. Al abrirse la grieta, se ha de establecer un equilibrio eléctrico con el medio que queda en su interior. Según se considere este equilibrio se pueden imponer distintas condiciones de contorno, que pueden ser fundamentalmente de tres tipos: condición exacta (consideración de la interacción con el medio en el interior de la grieta, tratando éste como un medio dieléctrico con sus correspondientes propiedades), condición permeable (continuidad de carga y potencial entre las caras de la grieta) y condición impermeable (la permitividad eléctrica del medio interior de la grieta se supone muy baja y se tiene por tanto carga eléctrica nula en ambas caras de la grieta).

El debate sobre la conveniencia de considerar un tipo u otro de condición de contorno sigue abierto (véase por ejemplo [3, 6, 7, 8, 9, 10]). Sin embargo, la mayoría de autores suelen aplicar la condición de grieta impermeable, ya que parece estar bastante próxima a la realidad y numéricamente es fácil de aplicar. En el presente trabajo ésta será la condición de contorno en la grieta que se considere, que junto con la condición de tracciones mecánicas nulas hacen que el vector de tracciones extendido en las superficies de la grieta sea nulo.

3. FORMULACIÓN MEDIANTE EL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS DE CONTORNO

La formulación del problema piezoeléctrico mediante el método de los elementos de contorno es análoga a la de un problema elástico [11], por lo que la ecuación integral de contorno en desplazamientos, en ausencia de fuerzas de dominio, y para un punto \mathbf{y} situado dentro del dominio o perteneciente al contorno (Γ) puede escribirse como

$$C_{KM}(\mathbf{y})U_K(\mathbf{y}) + \int_{\Gamma} T_{KM}^*(\mathbf{x} - \mathbf{y})U_M(\mathbf{x})d\Gamma_x - \int_{\Gamma} U_{KM}^*(\mathbf{x} - \mathbf{y})T_M(\mathbf{x})d\Gamma_x = 0 \quad (9)$$

donde U_K y T_M son las componentes del vector de desplazamientos y tracciones extendidos, U_{KM}^* y T_{KM}^* son las matrices de desplazamientos y tracciones extendidos de la solución fundamental y C_{KM} es un tensor que depende de la geometría del contorno en el punto \mathbf{y} , siendo $C_{KM} = (1/2) \cdot \delta_{KM}$ para un punto suave del contorno y $C_{KM} = \delta_{KM}$ para un punto interno.

Los términos de la solución fundamental se hallan a partir de la función de Green para materiales anisótropos

piezoeléctricos obtenida por Deeg [2]. Esta función se expresa en términos de una integral sobre una esfera unidad centrada en el punto de colocación, por lo que su implementación es costosa desde un punto de vista computacional. Detalles sobre la eficiente evaluación de esta solución fundamental se pueden encontrar en [12].

El proceso de construcción del sistema de ecuaciones que permite hallar las tracciones y desplazamientos extendidos en el contorno es análogo al caso de problemas elásticos. En el frente de grieta se utilizan elementos a un cuarto y a un cuarto singulares, que permitirán obtener los FIT directamente a partir de los valores nodales de los nodos a un cuarto [13].

A partir de la ecuación integral de contorno en desplazamientos se puede obtener la ecuación integral en tracciones (ecuación hipersingular) mediante la derivada respecto al punto de colocación y combinación de las ecuaciones derivadas según la ley de comportamiento del material, de forma que en el término libre aparezcan las tracciones extendidas en el punto de colocación. Así se obtiene la ecuación (10) para un punto \mathbf{y} interno o perteneciente a un punto de la grieta (supuesta autoequilibrada y con geometría suave)

$$T_J(\mathbf{y}) + \int_{\Gamma} s_{iMJ}^*(\mathbf{x} - \mathbf{y})N_i(\mathbf{y})U_M(\mathbf{x})d\Gamma_x - \int_{\Gamma} d_{iMJ}^*(\mathbf{x} - \mathbf{y})N_i(\mathbf{y})T_M(\mathbf{x})d\Gamma_x = 0 \quad (10)$$

donde $N_i(\mathbf{y})$ es la normal unitaria externa en el punto \mathbf{y} , mientras que los términos s_{iMJ}^* , d_{iMJ}^* son combinaciones lineales de las derivadas de la solución fundamental en tracciones y desplazamientos.

Para la formulación hipersingular del método se utiliza la solución fundamental obtenida por Dunn y Wiencke [14] para materiales transversalmente isótropos piezoeléctricos. Esta solución fundamental limita la aplicabilidad de la formulación frente a la solución de Deeg, ya que ésta permitía la consideración de cualquier tipo de anisotropía. Sin embargo, hay que tener en cuenta que la mayoría de materiales piezoeléctricos de interés tecnológico son transversalmente isótropos. Además, las expresiones de la solución fundamental de Dunn y Wiencke son explícitas, y no en forma integral, con lo que se reduce significativamente la complejidad computacional del desarrollo del problema.

Al igual que con la formulación clásica, la formulación hipersingular se puede implementar de forma análoga al problema elástico, ya que el tipo de singularidades que aparecen en las expresiones son similares. De esta forma, se pueden aplicar las técnicas de regularización de términos hipersingulares y fuertemente singulares y técnicas de multicolocación propuestas en [15] para materiales isótropos y en [16] para materiales transversalmente isótropos.

4. OBTENCIÓN DE FACTORES DE INTENSIDAD DE TENSIÓN

Las tensiones extendidas $\Sigma_{i,j}$ presentan una singularidad del tipo $1/\sqrt{r}$ en torno al vértice de la grieta, al igual que ocurre con el problema elástico [3, 7]. Del mismo modo, los desplazamientos extendidos sobre la grieta presentan también un comportamiento del tipo \sqrt{r} . Esto permite definir los FIT de manera análoga al problema elástico. La única diferencia radica en que, además de los FIT asociados a los modos I,II y III de apertura de grieta, aparece un Factor de Intensidad de Desplazamiento Eléctrico, asociado al comportamiento singular del desplazamiento eléctrico en el frente de grieta.

Así pues, a partir de las tracciones de los nodos a un cuarto de los elementos singulares situados en el frente de grieta, se pueden obtener los Factores de Intensidad de Tensiones y de desplazamiento Eléctrico (FITEs) [13]. Si se consideran las direcciones 1 y 2 contenidas en el plano de la grieta, siendo 1 tangente al frente grieta y 2 normal a dicho frente, y la dirección 3 perpendicular al plano de la grieta, se pueden escribir los FITEs como

$$K_I = \overline{P}_3^k \sqrt{2\pi L} \quad K_{II} = \overline{P}_1^k \sqrt{2\pi L}$$

$$K_{III} = \overline{P}_2^k \sqrt{2\pi L} \quad K_{IV} = \overline{P}_4^k \sqrt{2\pi L} \quad (11)$$

donde L es la longitud del elemento singular a un cuarto en dirección perpendicular al frente de grieta, y P_4 es la componente del vector de tracciones extendido asociado al desplazamiento eléctrico.

Otra forma alternativa de evaluar los FITEs es a partir de los desplazamientos extendidos de apertura de grieta de los elementos a un cuarto, siguiendo el formalismo de Stroh [17] aplicado al problema piezoelectrico [4]. Esta segunda opción es la utilizada en la formulación hipersingular del MEC propuesta, donde solo se discretiza el contorno externo y la superficie de la grieta, y por tanto no hay elementos singulares sino elementos a un cuarto en el frente de grieta.

5. EJEMPLOS NUMÉRICOS

En este apartado se presentan una serie de ejemplos numéricos para validar la formulación clásica del MEC presentada. En la discretización del contorno se utilizan elementos cuadráticos estándar, siendo a un cuarto y a un cuarto singulares los adyacentes al frente de grieta pertenecientes a la superficie de la grieta y al dominio interno respectivamente.

La ausencia de resultados publicados que sean conocidos por los autores para problemas 3D de Mecánica de la Fractura en materiales piezoelectricos, hacen que se tomen como referencia resultados de problemas 2D.

En los problemas resueltos se considera una grieta recta

contenida en el plano de simetría de una pieza prismática y cilíndrica. En ambos casos se obtiene la solución para dos tipos de sollicitación: en el primero de ellos se aplica tracción mecánica uniforme (1Pa) sobre las caras del contorno paralelas a la grieta y en dirección normal al plano de la grieta. En el segundo caso de carga se impone una densidad de carga eléctrica uniforme ($1C/m^2$) sobre dichas caras.

Se comprueba que el potencial eléctrico bajo la acción de tracciones mecánicas es idéntico que el desplazamiento en dirección normal al plano de la grieta bajo la acción de carga eléctrica por reciprocidad.

Se presentan resultados para dos tipos de materiales piezoelectricos comerciales: PZT4 y PZT6B. Las propiedades de estos materiales aparecen en la tabla 1.

Material		PZT4	PZT6B
Const. elásticas ($10^9 N/m^2$)	C_{11}	139	168
	C_{12}	77.8	60
	C_{13}	74.3	60
	C_{33}	113	163
	C_{44}	25.6	27.1
Const. Piezoeléctr. (C/m^2)	e_{31}	-6.98	-0.9
	e_{33}	13.84	7.1
	e_{15}	13.44	4.6
Const. dieléctr. ($10^{-9} C/(Vm)$)	ϵ_{11}	6.0	3.6
	ϵ_{33}	5.47	3.4

Tabla 1: Propiedades de materiales considerados.

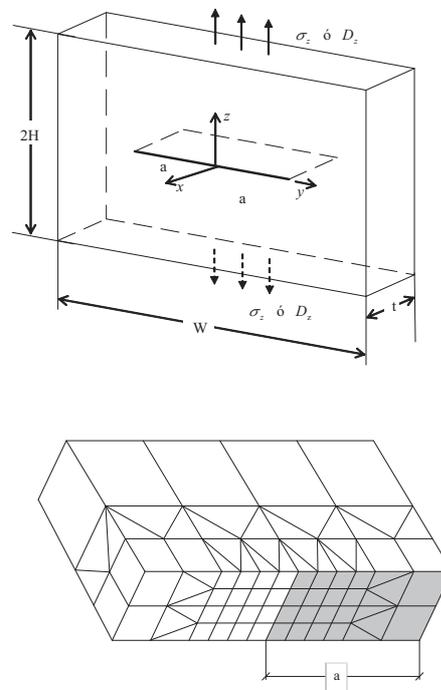


Figura 1: Geometría y discretización de grieta recta en pieza prismática.

5.1. Pieza prismática con grieta recta central

Se considera una pieza prismática con una grieta recta central en su plano medio de relación de aspecto $2a = 2H = W/2 = 4t$, sometida a tracción o densidad de carga uniformes en las caras paralelas a la grieta. La geometría del problema se muestra en la figura. Debido a la simetría, tan solo un cuarto del dominio es discretizado (figura 1). Para comparar los resultados con los obtenidos con la formulación 2D presentada por García-Sánchez et al [18], se imponen condiciones de deformación plana

En la figura 2 se muestran los desplazamientos y potencial eléctrico a lo largo de la línea media de la grieta para los dos materiales considerados. Los resultados presentan un magnífico acuerdo con los obtenidos con la formulación 2D de García-Sánchez et al [18].

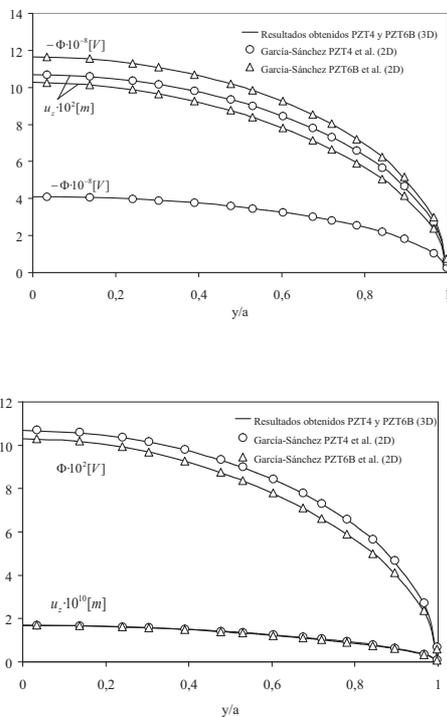


Figura 2: Resultados grieta recta en pieza prismática. a) Carga eléctrica. b) Carga mecánica

Los valores de los FITEs obtenidos a partir de las tracciones para material PZT4 extendidas son: $K_I = 1,8077\sigma_z\sqrt{\pi a}$ y $K_{IV} = 1,6211D_z^*\sqrt{\pi a}10^{10}$ para la carga de tracción de 1 Pa, y $K_I = 0,1721\sigma_z^*\sqrt{\pi a}10^{-8}$ y $K_{IV} = 1,1601D_z\sqrt{\pi a}$ para la densidad de carga de $1C/m^2$.

Para material PZT6B se obtiene: $K_I = 1,971\sigma_z\sqrt{\pi a}$ y $K_{IV} = 0,491D_z^*\sqrt{\pi a}10^{10}$ para la carga de tracción de 1 Pa, y $K_I = 1,375\sigma_z^*\sqrt{\pi a}10^{-8}$ y $K_{IV} = 1,167D_z\sqrt{\pi a}$ para la densidad de carga de $1C/m^2$.

Donde las expresiones de los FITEs son normalizadas a

través de la carga mecánica aplicada σ_z y D_z^* teniendo éste su mismo valor numérico y análogamente para carga eléctrica.

Los valores de los FITEs obtenidos a partir de los desplazamientos de apertura de grieta coinciden con los obtenidos a partir de las tracciones.

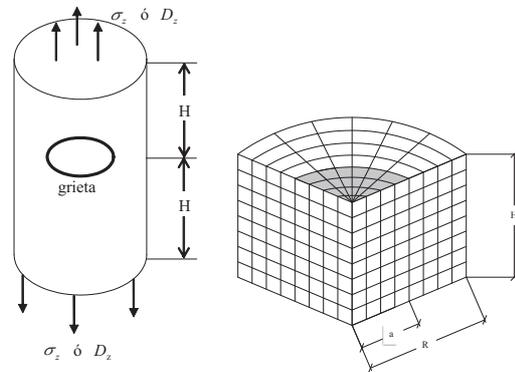


Figura 3: Geometría y discretización de cilindro con grieta interna.

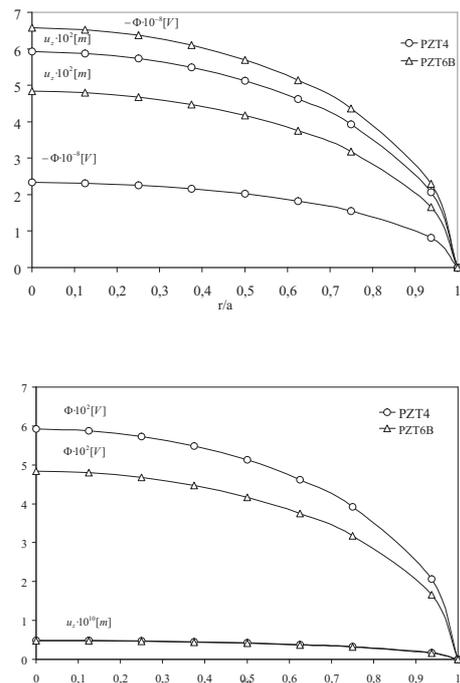


Figura 4: Resultados cilindro con grieta interna. a) Carga eléctrica. b) Carga mecánica

5.2. Cilindro con grieta circular en su plano medio

La geometría y discretización de la grieta se presenta en la figura 3 ($H = R = 2a$). Debido a la simetría del problema, solo se discretiza 1/8 del dominio.

Los desplazamientos y potencial eléctrico en la grieta se presentan en la figura 4. Los valores obtenidos para los FITEs a partir de las tracciones extendidas para material PZT4 son: $K_I = 0,691\sigma_z\sqrt{\pi a}$ y $K_{IV} = 0,075D_z^*\sqrt{\pi a}10^{10}$ para la carga de tracción de 1 Pa, y $K_I = 0,0181\sigma_z^*\sqrt{\pi a}10^{-8}$ y $K_{IV} = 0,663D_z\sqrt{\pi a}$ para la densidad de carga de $1C/m^2$.

Para PZT6B se obtiene: $K_I = 0,7079\sigma_z\sqrt{\pi a}$ y $K_{IV} = 0,027D_z^*\sqrt{\pi a}10^{10}$ para la carga de tracción de 1 Pa, y $K_I = 0,132\sigma_z^*\sqrt{\pi a}10^{-8}$ y $K_{IV} = 0,658D_z\sqrt{\pi a}$ para la densidad de carga de $1C/m^2$.

Los autores no conocen resultados previos para este problema.

6. CONCLUSIONES

Se ha desarrollado una formulación de elementos de contorno para resolver problemas de Mecánica de la Fractura 3D en materiales anisótropos piezoeléctricos. Los resultados numéricos obtenidos demuestran la precisión y robustez de la formulación.

También se han presentado los fundamentos para el desarrollo de una formulación hipersingular del MEC para este tipo de problemas. En un futuro trabajo se presentarán resultados con dicha formulación, que permitirá resolver problemas más complejos.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido posible gracias a la financiación por parte del Ministerio de Educación y Ciencia (DPI-08147-C02-02)

REFERENCIAS

- [1] D.M. Barnett and J. Lothe, Dislocations and Line Charges in Anisotropic Piezoelectric Insulators, *Physica Status Solidi (b)*, Vol. **67**, pp. 105–111, 1975.
- [2] W.F Deeg, *The Analysis of Dislocation, Crack and Inclusion Problems in Piezoelectric Solid*. PhD Thesis, (1980), Stanford University.
- [3] Y.E. Pak, Crack extension force in a piezoelectric material, *J. Appl. Mech.*, 1990, **57**, 647-653.
- [4] Y.E. Pak, Linear Electro-Elastic Fracture Mechanics of Piezoelectric Materials, *Int. J. Fracture*, 1992, **54**, pp. 79–100.
- [5] H. Sosa, On fracture mechanics of piezoelectric solids, *Int. J. Solids Struc.*, 1992, **29**, 2613-2622.
- [6] V.Z. Parton, Fracture Mechanics of Piezoelectric Materials, *Acta Astronautica*, 1976, **3**, 671-683.
- [7] Z. Suo , C-M Kuo, DM Barnett , JR Willis, Fracture mechanics for piezoelectric ceramics, *Journal of Mech. Phys. Solids*, 1992, **40**, 739-765.
- [8] T.H. Hao, Z.Y. Shen, A new boundary condition of electric fracture mechanics and its applications, *Engrg. Fract. Mech.*, 1994, **47**, 793-802.
- [9] L. Kogan, C.Y. Hui, V. Molkov, Sttress and induction field of a spheroidal inclusion or a penny-shaped crack in a transversely isotropic piezoelectric material, *Int. J. Solids Struct.*, 1996, **33**, 2719-2737.
- [10] Z.C. Ou, Y.H. Chen, Discussion of the crack face electric boundary condition in piezoelectric fracture mechanics, *Int. J. Fracture*, 2003, **123**, L151-L155.
- [11] C.A. Brebbia, y J. Domínguez, *Boundary Elements. An Introductory Course*, segunda edición. Computational Mechanics Publications, Southampton y MacGraw-Hill, New York.
- [12] J.A. Sanz, M.P.Ariza, J.Dominguez, Three-Dimensional BEM for Piezoelectric Fracture Analysis, *Eng. Anal. Bound. Elem.*, 2005, Vol. **39**, 586-596.
- [13] M.P. Ariza, A. Saez and J.Domínguez, A singular element for three-dimensional fracture mechanics analysis, *Engrg. Anal. Bound. Elem.*, 1997, **20**, 275-285. 1997, **20**, 287-298.
- [14] M.L. Dunn, H.A. Wienecke, Green's Functions fot Transversely Isotropic Piezoelectric Solids, *Int. J. Sol. and Structures*, 1996, **33**, 4571-4581.
- [15] J. Domínguez, M.P. Ariza, R.Gallego, Flux and Traction Boundary Elements without Hypersingular or Strongly Singular Integrals, *Int. J. Numer. Meth. Eng.*, 2000, **48**, 111-135.
- [16] M.P. Ariza, J. Dominguez, Boundary element formulation for 3-D transversely isotropic cracked bodies, *Int. J. Numer. Meth. Engng.*, 2004, **60**, 719-753.
- [17] A.N. Stroh, Steady State Problems in Anisotropic Elasticity, *J. Mathematical and Physics*, 1962, **41**, 77-103.
- [18] F. Garcia-Sanchez, A.Saez, J.Dominguez, Anisotropic and Piezoelectric Materials Fracture Analysis by BEM, *Comp. and Structures*, 2005, **83**, 804–820.

CRECIMIENTO DE GRIETA POR FATIGA ALEATORIA MEDIANTE EL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS EXTENDIDO

J. Grasa¹, J. A. Bea¹, J. F. Rodríguez¹ M. Doblaré¹

¹GEMM, Grupo de Mecánica Estructural y Modelado de Materiales. Instituto de Investigación en Ingeniería de Aragón (I3A).
Universidad de Zaragoza. Campus Río Ebro. Ed. Agustín de Betancourt,
c/ María de Luna s/n, 50005-Zaragoza, España.
E-mail: jgrasa@unizar.es
Tfno: 976 76 10 00 Ext. 5107. Fax: 978 76 25 78

RESUMEN

En el campo de la mecánica de la fractura el método de los elementos finitos extendido simplifica enormemente la simulación numérica de problemas de crecimiento de grieta. A través de esta técnica, a diferencia del método convencional, no es necesaria la adaptación de la malla a la geometría variable de la discontinuidad. En este tipo de simulaciones, además, las variables implicadas han sido consideradas tradicionalmente como deterministas es decir, definidas únicamente por un valor. La incertidumbre asociada a este tipo de magnitudes (acciones exteriores, geometría, propiedades de los materiales,...) se encuentra siempre presente llegando a provocar respuestas lejanas al valor promedio. Es por ello que, la consideración de estas variables como aleatorias aproxima más la simulación a la realidad proporcionando resultados en términos de probabilidad de ocurrencia. En el presente trabajo se muestra la aplicación de una técnica de simulación numérica que, de manera simple, recoge la aleatoriedad del problema y reduce el coste computacional al eludir el continuo remallado de la geometría. Esta metodología denominada elementos finitos extendido probabilistas es aplicada, a modo de ejemplo, al crecimiento de grietas por fatiga en una geometría normalizada (probeta compacta ASTM). La implementación del método se ha elaborado sobre un software comercial y se ha contrastado por medio de simulaciones de Monte Carlo.

ABSTRACT

In fracture mechanics the extended finite element method allows numerical simulation of crack growth problems. By mean of this methodology, and unlike conventional finite element method, is not necessary an adaptable mesh to the variable discontinuity geometry. In these kind of simulations, moreover, variables implied have been traditionally considered as deterministic (defined by a unique value). Uncertainties associated with these magnitudes (loads, geometry, material properties,...) are considerable and may cause unexpected responses. So that, considering these variables as random is an approximation more realistic, providing results in terms of probabilities. The present work shows the application of a numerical simulation technique that consider the problem randomness and reduce the cpu time avoiding geometry remeshing. This methodology named probabilistic extended finite elements is applied to determine the crack growth life in a normalized geometry (ASTM). Implementation has been performed in commercial software and application examples compared with Monte Carlo simulations are presented.

ÁREAS TEMÁTICAS PROPUESTAS: Métodos Analíticos y Numéricos.

PALABRAS CLAVE: Fatiga aleatoria, elementos finitos extendidos

1. INTRODUCCIÓN

El método de los elementos finitos extendidos [1][2][3] aplicado a problemas de mecánica de la fractura permite, de una forma sencilla, simular el crecimiento de grietas en el interior de componentes. La principal ventaja de este método es el empleo de una única malla de elementos finitos evitando, de esta forma, continuos remallados adaptados a la evolución de la discontinuidad.

Por otro lado, en el cálculo de la vida a fatiga de un componente existen numerosas incertidumbres que pueden afectar a su respuesta y, en último término a su vida útil. Estas magnitudes, tradicionalmente, han sido consideradas como deterministas, es decir, definidas por un único valor. Acciones exteriores, geometría, propiedades

de los materiales, etc. son ejemplos de este tipo de variables tratando de realizar una simulación lo más próxima a la realidad deberían considerarse como aleatorias.

Es en el cálculo de la vida de un componente en la fase de crecimiento de grieta donde la aleatoriedad de las variables que intervienen en el problema adquiere un papel determinante. La respuesta del elemento puede experimentar grandes variaciones respecto al valor medio esperado. Es por ello que, el estudio de este fenómeno desde un punto de vista aleatorio, proporcionará resultados más cercanos a la realidad.

El presente trabajo muestra la aplicación de una técnica probabilista de simulación a fatiga en crecimiento de grieta. Esta metodología esta basada en la utilización con-

junta del método de los elementos finitos extendido, en una versión probabilista desarrollada por los autores, y los modelos de acumulación de daño de Bogdanoff y Kozin [5]. La formulación del método aparece recogida en el segundo y tercer epígrafe, mostrando en el apartado de resultados, la aplicación a una geometría normalizada (ASTM E647-86) y su comparación a través de simulaciones de Monte Carlo.

2. EL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS EXTENDIDOS PROBABILISTA

La aproximación del campo de desplazamientos en el método de los elementos finitos extendido [1][2][3] depende de la posición que tome el frente de grieta respecto al elemento considerado. En el caso en el que la grieta atraviese por completo al elemento se utiliza la función salto definida como (1) en el sistema de coordenadas local de la grieta (donde la coordenada y es perpendicular a las caras de la discontinuidad).

$$H(y) = \begin{cases} 1 & \text{for } y > 0 \\ -1 & \text{for } y < 0 \end{cases} \quad (1)$$

El campo de desplazamientos en el interior del elemento atravesado por la grieta viene expresado como (2) donde J es el conjunto de nodos de los elementos atravesados por la grieta. u_i y b_j son los grados de libertad del elemento y N_j las funciones de forma de elementos finitos.

$$\mathbf{u} = \sum_{i \in I} \mathbf{u}_i N_i + \sum_{j \in J} \mathbf{b}_j N_j H(x), \quad (2)$$

Cuando el frente de grieta se encuentra en el interior del elemento, el enriquecimiento se realiza con las cuatro funciones (3) para el caso bidimensional.

$$\{F_i(r, \theta)\} = \left\{ \sqrt{r} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right), \sqrt{r} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \sqrt{r} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin(\theta), \sqrt{r} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin(\theta) \right\} \quad (3)$$

Donde (r, θ) son las coordenadas cilíndricas locales al frente de grieta. El campo de desplazamientos para el elemento con el frente de grieta en su interior quedará como (4):

$$\mathbf{u} = \sum_{i \in I} \mathbf{u}_i N_i + \sum_{k \in K} N_k \left(\sum_{l \in L} \mathbf{c}_k^l F_l(\mathbf{x}) \right) \quad (4)$$

u_i y c_i son los grados de libertad del elemento y N_i son las funciones de forma.

El campo global de desplazamientos puede escribirse como (5)

$$\mathbf{u} = \sum_{i \in I} \mathbf{u}_i N_i + \sum_{j \in J} \mathbf{b}_j N_j H(x) + \sum_{k \in K} N_k \left(\sum_{l \in L} \mathbf{c}_k^l F_l(x) \right) \quad (5)$$

Haciendo uso de esta formulación y considerando las posibles variables aleatorias implicadas en el problema pueden aplicarse desarrollos en serie en torno a la media en la ecuación general de equilibrio :

$$\mathbf{K}(\alpha_i) \mathbf{u}(\alpha_i) = \mathbf{f}(\alpha_i), \quad (6)$$

donde se observa que tanto la matriz de rigidez global \mathbf{K} , el vector de cargas \mathbf{f} y el vector de incógnitas en desplazamientos \mathbf{u} dependen de las variables aleatorias α_i . Estos desarrollos comprenden la base del denominado método de la perturbación [4] para el cálculo por elementos finitos estocásticos.

El desarrollo en serie de Taylor para el vector de desplazamientos resultaría:

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}^0 + \sum_{i=1}^N \mathbf{u}_i^I \alpha_i + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \mathbf{u}_{ij}^{II} \alpha_i \alpha_j + \dots \quad (7)$$

con:

$$\mathbf{u}_i^I = \left. \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \alpha_i} \right|_{\alpha=0} \quad \mathbf{u}_{ij}^{II} = \left. \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial \alpha_i \partial \alpha_j} \right|_{\alpha=0} \quad (8)$$

Expresiones equivalentes se obtendrían para \mathbf{K} y \mathbf{f} además de para deformaciones y tensiones. Considerando únicamente aproximación de primer orden y aplicando las propiedades del análisis lineal estadístico se llega a las expresiones de media (9) y covarianza (10) para el vector solución del problema de elementos finitos:

$$E^I[\mathbf{u}] = \mathbf{u}^0, \quad (9)$$

$$\text{Cov}^I[\mathbf{u}, \mathbf{u}] = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \mathbf{u}_i^I (\mathbf{u}_j^I)^T E[\alpha_i \alpha_j] \quad (10)$$

De manera análoga es posible obtener media y varianza para deformaciones y tensiones.

La combinación de la formulación extendida de elementos finitos y el método de la perturbación, hacen posible la obtención de las variables solución del problema en términos de un valor medio y una dispersión (estadísticos media y varianza).

3. CRECIMIENTO DE GRIETA POR FATIGA ALEATORIA

3.1. MODELOS B DE ACUMULACIÓN DE DAÑO

Los modelos de acumulación de daño de Bogdanoff y Kozin [5], basados en procesos de cadenas de Markov [6], establecen las siguientes hipótesis de partida para su construcción.

1. Existen "ciclos de daño (CD)" repetitivos de severidad constante.

2. Los niveles de daño son discretos $1, 2, \dots, j, \dots, b$, siendo éste último el estado de fallo del componente.
3. La acumulación de daño en un CD depende sólo del propio CD y del nivel de daño en el inicio del CD.
4. El nivel de daño en un CD solamente puede incrementarse a lo sumo del nivel ocupado en el inicio del CD al nivel inmediatamente superior.

El tiempo se considera discreto por la primera hipótesis, lo que unido a la hipótesis 2 hace que el modelo tenga niveles de daño finitos (y discretos) y que el tiempo sea discreto, por lo que se pueden utilizar las cadenas de Markoff.

Considerando D_0 como la variable aleatoria nivel de daño del componente en el instante de tiempo $t = 0$, la distribución inicial de los diferentes niveles de daño puede definirse por un vector p_0 como:

$$p_0 = \{\pi_1 \quad \pi_2 \quad \dots \quad \pi_{b-1} \quad 0\} \quad (11)$$

donde $P(D_0 = j) = \pi_j \geq 0$ y además se debe cumplir la condición $\sum_{j=1}^{b-1} \pi_j = 1$. En 11 se ha considerado que no tiene sentido que algún componente inicie su vida en el estado b , por lo que se ha tomado $\pi_b = 0$.

Asociada a cada CD existe la misma matriz de probabilidad de transición P , ya que por la primera hipótesis todos los ciclos tienen la misma severidad. Y puesto que sólo puede irse de un nivel de daño al inmediato superior, P debe ser de la forma (12):

$$P = \begin{pmatrix} p_i & q_j & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & p_i & q_j & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p_i & q_j & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & p_i & q_j \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (12)$$

donde p_i es la probabilidad de permanecer en el mismo nivel de daño durante un CD, y q_j la probabilidad de que en un CD el daño avance al siguiente nivel, esto es, del estado j al $j + 1$. Luego, $1 > p_i > 0, p_i + q_j = 1$. Sea D_x la variable aleatoria "nivel de daño en el instante de tiempo x " con probabilidad:

$$P(D_x = j) = p_x(j) \quad j = 1, 2, \dots, b \quad (13)$$

cumpliéndose que $P(j) \geq 0$ y $\sum_{j=1}^b p_x(j) = 1$. Por lo tanto $p_x(b)$ es una función de distribución con respecto al tiempo. Esta función de distribución $F_W(x; b)$ asociada a la variable "tiempo necesario para alcanzar el estado b ", la cual se denota como W_b es por lo tanto definida como:

$$F_W(x, b) = P(W_b \leq x) = p_x(b), \quad x = 0, 1, 2, \dots \quad (14)$$

Utilizando los resultados de las cadenas de Markov [6] puede escribirse p_x de nuevo como:

$$p_x = p_{x-1}P = p_0P^x \quad x = 0, 1, 2, \dots, b \quad (15)$$

A partir de ahora se va a suponer que $\pi_1 = 1$, lo cual significa que el proceso de daño acumulado se inicia en el nivel 1 para el instante $x = 0$. La transformación geométrica de la función de distribución $F_W(x; b)$ de la variable aleatoria $W_{1,b}$ se obtiene como:

$$E\{W_{1,b}\} = \sum_{j=1}^{b-1} (1 + r_j) \quad Var\{W_{1,b}\} = \sum_{j=1}^{b-1} r_j(1 + r_j) \quad (16)$$

$$\mu_3\{W_{1,b}\} = \sum_{j=1}^{b-1} r_j(1 + r_j)(1 + 2r_j) \quad (17)$$

En estas expresiones aparece el término r_j que es el cociente entre p_j y q_j :

$$r_j = \frac{p_j}{q_j} \quad (18)$$

$$p_j + q_j = 1 \quad (19)$$

El valor medio y la varianza, ecuaciones (16) y (17) son sencillas de obtener. Estas dos primeras expresiones se utilizarán como punto de partida para la construcción del modelo B de salto unidad, ya que va a ser posible estimar la media y la varianza de la vida a fatiga para unas determinadas longitudes de grieta, por lo que el primer miembro de las ecuaciones de (16) y (17) va a ser conocido para dichas longitudes de grieta a_i . Se va a tomar un modelo B constante en bloques, lo que significa que va a haber un conjunto de submatrices dentro de la matriz de probabilidad de transición del modelo con sus elementos constantes.

La forma de determinar dichos elementos es la siguiente: considérese la primera longitud de grieta A_1 donde se conoce los dos primeros términos de (16) y (17). Dicha longitud de grieta define b_1 niveles de daño, los cuales poseen idéntico r_j (este es el motivo por el cual el modelo B se denomina constante en bloques). Por tanto, en el segundo término de dichas ecuaciones aparecen tan sólo como incógnitas b_1 y r_j (este último constante), donde obviamente debe cumplirse que b_1 sea un número natural. Teniendo en cuenta lo dicho, es posible determinar b_1 y r_j , lo cual permite obtener la primera de las submatrices citadas. Para la siguiente longitud de grieta a_2 se procede de un modo análogo, pero teniendo en cuenta que el alcanzar dicha longitud lleva asociado b_2 niveles de daño, y que al extender los sumatorios de los segundos miembros de (16) y (17) hay que considerar b_1 y r_j calculados para A_1 . De nuevo se disponen de dos ecuaciones con dos incógnitas (una de ellas natural).

Procediendo de esta forma para cada una las longitudes de grieta consideradas en el proceso de fatiga es posible construir el modelo de salto unidad. Para ello es necesario realizar el análisis por elementos finitos extendidos

probabilistas en varias longitudes de grieta comprendidas entre una longitud inicial y una final, siendo estas a su vez variables aleatorias.

3.2. ESTIMACIÓN DE LA ESPERANZA Y LA VARIANZA PARA LA VIDA A FATIGA

El modelo de Paris-Erdogan para el cálculo de la vida a fatiga en metales [7] expresa la vida de un componente T como:

$$T = \int_{A_i}^{A_f} \frac{dA}{D(\Delta K_{eq})^n} \quad (20)$$

y su versión discretizada:

$$T = \sum_{i=1}^{ns} \frac{A_i}{D(K_{eq_i})^n} \quad (21)$$

donde A_i es el incremento de longitud de grieta en el paso i -ésimo, D y n son los parámetros a fatiga del material, K_{eq_i} es la diferencia de los factores de intensidad de tensiones equivalentes en modo I, y ns es el número de pasos en los cuales se divide la trayectoria que sigue la longitud de grieta. De [8][9] es posible obtener la esperanza y varianza del número de ciclos de vida entre dos longitudes de grieta como (22) y (23).

$$E \left[\sum_{i=1}^{ns} T_i \right] = \sum_{i=1}^{ns} \frac{\mu_{A_i}}{\mu_D (\mu_{K_{eq_i}})^{\mu_N}} + \frac{1}{2!} \left(2 \sum_{i=1}^{ns} \left[\frac{\partial^2 T_i}{\partial A_i \partial K_{eq_i}} \Big|_{\mu_{A_i}, \mu_{K_{eq_i}}} \frac{\partial K_{eq_i}}{\partial A} \Big|_{\mu} Var(A_i) + \sum_{j=1}^4 \frac{\partial^2 T_i}{\partial X_j^2} \Big|_{\mu_{X_j}} Var(X_j) \right] \right) \quad (22)$$

$$Var \left[\sum_{i=1}^{ns} T_i \right] \approx \sum_{i=1}^{ns} \left(\frac{\partial T_i}{\partial A_i} \Big|_{\mu_{X_i}} \right)^2 Var(A_i) + \sum_{i=1}^{ns} \left(\frac{\partial T_i}{\partial K_{eq_i}} \Big|_{\mu_{X_i}} \right)^2 Var(K_{eq_i}) + \sum_{i=1}^{ns} \frac{\partial T_i}{\partial A_i} \Big|_{\mu_{X_i}} \frac{\partial T_i}{\partial K_{eq_i}} \Big|_{\mu_{X_i}} \frac{\partial K_{eq_i}}{\partial A} \Big|_{\mu_{X_i}} Var(A_i) + \sum_{i=1}^{ns} \sum_{j=1}^i \frac{\partial T_i}{\partial A_j} \Big|_{\mu_{X_j}} \frac{\partial T_i}{\partial K_{eq_i}} \Big|_{\mu_{X_i}} \frac{\partial K_{eq_i}}{\partial A} \Big|_{\mu_{X_j}} Var(A_j) \quad (23)$$

En (22) y (23) se ha considerado únicamente la longitud de grieta como variable aleatoria. De aquí que aparezcan solamente términos relacionados con A_i y con K_{eq_i} que es, a su vez, función de la longitud de grieta. Los términos $\frac{\partial T_i}{\partial A_i}$ y $\frac{\partial T_i}{\partial K_{eq_i}}$ se obtienen directamente de derivar (20).

La derivada $\frac{\partial K_{eq}}{\partial A}$ se obtiene a partir de un método de diferencias centrales:

$$\frac{\partial K_{eq}(A)}{\partial A} \approx \frac{K_{eq}(A+h) - K_{eq}(A-h)}{2h} \quad (24)$$

Estos dos parámetros, media y varianza del número de ciclos de vida permiten construir el modelo de acumulación de daño de Bogdanoff y Kozin tal y como se ha desarrollado en el apartado anterior. Este modelo proporcionará la probabilidad de fallo del componente para una determinada vida.

4. RESULTADOS

En este apartado se muestran los resultados obtenidos para el cálculo de la vida a fatiga de una probeta de tipo compacto ASTM (figura 1). Para ello, se ha construido una malla de elementos finitos como la que aparece en la figura 2. En esta discretización, el avance de la grieta se simula modificando el enriquecimiento de los nodos de la malla afectados por la posición del frente de la grieta.

El avance de la grieta ha sido discretizado en diez incrementos de la longitud inicial a la final. Estas longitudes final e inicial han sido consideradas como variables aleatorias, la tabla 1 recoge los estadísticas para estos parámetros así como las propiedades elásticas y a fatiga del material.

En cada incremento de longitud de grieta es necesario calcular la media y la varianza del factor de intensidad de tensiones K_{eq_i} , que en el problema considerado se trata de K_I ya que la probeta está solicitado únicamente en modo I.

Los estadísticos del factor de intensidad de tensiones han sido contrastados con simulaciones de Monte Carlo para cada incremento de longitud. La figura 3 muestra la discretización de la geometría adaptada a la posición de la grieta inicial.

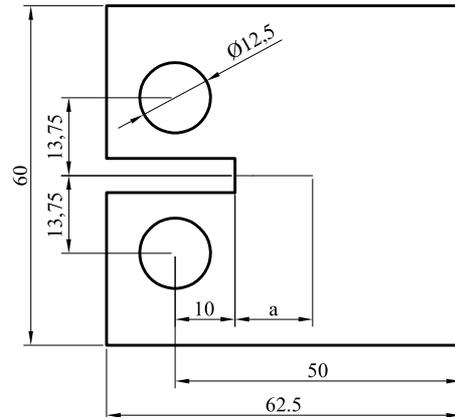


Figura 1: Geometría de la probeta compacta ASTM de espesor 6mm.

En cada incremento de longitud de grieta es necesario calcular la media y la varianza del factor de intensidad de tensiones K_{eq_i} , que en el problema considerado se trata de K_I ya que la probeta está solicitado únicamente en modo I.

Los estadísticos del factor de intensidad de tensiones han sido contrastados con simulaciones de Monte Carlo para cada incremento de longitud. La figura 3 muestra la discretización de la geometría adaptada a la posición de la grieta inicial.

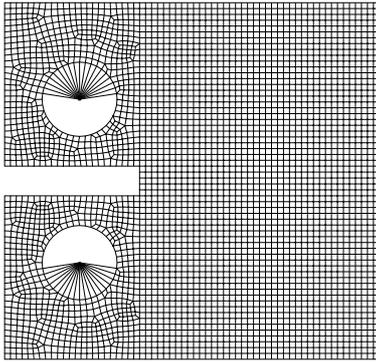


Figura 2: Malla regular de elementos finitos con enriquecimiento variable dependiendo de la posición de la grieta.

Carga (N)	5850	det.
D	$1,17 \cdot 10^{-12}$	det.
n	3.54	det.
E (MPa)	210000	det.
ν	0.3	det.
A_i (mm)	3.2	Var=0,33
A_f (mm)	23.2	Var=0,33

Tabla 1: Carga determinista aplicada sobre la probeta (P), propiedades del material y longitudes de grieta inicial y final con sus respectivas varianzas.

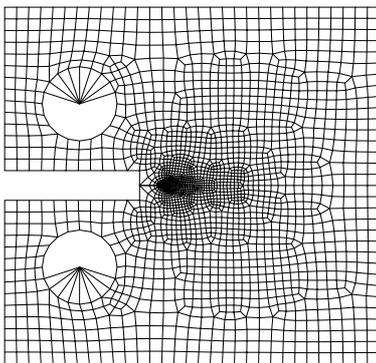


Figura 3: Malla de elementos finitos convencional para una longitud de grieta determinada.

	PXFEM	Monte Carlo
K_I (MPa \sqrt{m})	22,31	22,29
Var[K_I]	0,1842	0,1344

Tabla 2: Resultados del método probabilista enriquecido y simulaciones de Monte Carlo (tamaño de muestra=10.000) para $A_i = 3, 2$.

La figura 6 muestra la curva de probabilidad de fallo obtenido del modelo B de acumulación de daño.

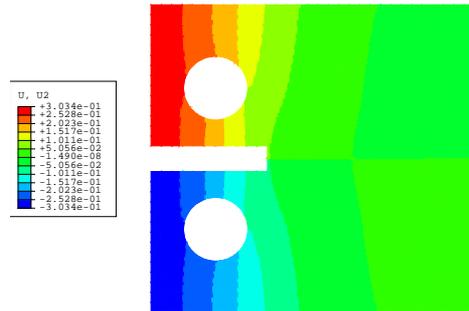


Figura 4: Campo de desplazamientos en la dirección vertical para la longitud de grieta inicial de 3.2 mm.

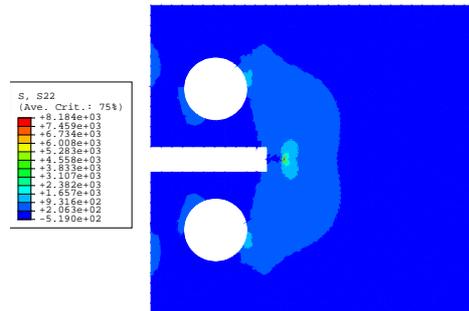


Figura 5: Campo de tensión en la dirección vertical para la longitud de grieta inicial de 3.2 mm.

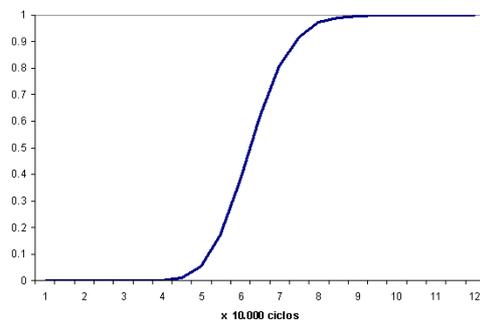


Figura 6: Curva de probabilidad de fallo de la construcción del modelo B.

5. CONCLUSIONES

El método de elementos finitos extendido probabilista aproxima correctamente tanto el valor medio de la solución como su dispersión en la proximidad de la grieta (tabla 2).

La simulación del crecimiento de la grieta con este método evita la adaptación de la malla de elementos finitos a la geometría variable de la discontinuidad.

Los resultados obtenidos por el método han sido contrastados con simulaciones de Monte Carlo para todos los incrementos en la longitud de la grieta obteniéndose errores mínimos.

Esta metodología permite además obtener la probabilidad de fallo del componente en crecimiento de grieta a partir de los modelos B de Bogdanoff y Kozin de una forma simple.

Todo el proceso ha sido desarrolladas sobre un software comercial que le otorga una gran robustez y precisión en los resultados.

REFERENCIAS

- [1] T. Belytschko and T. Black, *Elastic crack growth in finite elements with minimal remeshing*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 45, 601-620, 1999.
- [2] N. Moes, J. Dolbow and T. Belytschoko , *A finite element method for crack growth without remeshing*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 46, 131-150, 1999.
- [3] N. Sukumar, N. Moes, B. Moran and T. Belytschoko, *Extended finite element method for three-dimensional crack modeling*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 48, 11, 131-150, 1999.
- [4] W. K. Liu, T. Belytschoko and G. H. Berterfield, *Probabilistic Finite Element Method*, Computational Mechanics of Probabilistic and Reliability Analysis, 1989.
- [5] J. L. Bogdanoff and F. Kozin, *Probabilistic models of cumulative damage*, Wiley, New York, 1985.
- [6] A. Papoulis, *Probability, random variables and stochastic processes*, McGraw-Hill, 1965.
- [7] P. C. Paris and F. Erdogan, *A critical analysis of crack propagation laws*, ASME J. Basic Engrg, 85, pp. 528-534, 1965.
- [8] J. A. Bea, *Simulación del crecimiento de grietas por fatiga aleatoria mediante elementos finitos probabilistas*, Tesis doctoral, 1989
- [9] J. A. Bea, M. Doblaré and L. Gracia, *Evaluation of the probability distribution of crack propagation life in metal fatigue by means of probabilistic finite element method and B-models*, Eng. Fract. Mech., 63,6,675-711,1999

APLICACIONES PRÁCTICAS EN INGENIERÍA

EFFECTO DE LAS TENSIONES RESIDUALES SOBRE LAS PRESTACIONES DE DIVERSOS COMPONENTES

A. M. IRISARRI

INASMET – TECNALIA
Mikeletegi P. 2 20009 SAN SEBASTIÁN
E-mail airisar@inasmets.es

RESUMEN

En el presente trabajo se analizan brevemente diversos métodos utilizados para la medida de las tensiones residuales, centrándose principalmente en dos de ellos. El primero, difracción de rayos X, posee un carácter no destructivo por lo que es posible su aplicación sobre componentes sin requerir éstos ninguna reparación posterior. Sin embargo, cuenta con el inconveniente de que, por la técnica convencional, sólo permite valorar las tensiones residuales existentes en la superficie de los mismos. El segundo (taladro de un agujero ciego) ofrece la ventaja de permitir una valoración de las tensiones en una mayor profundidad pero induce un cierto daño en la pieza que precisa ser reparada, antes de poder volver a servicio, aunque generalmente esta reparación es sencilla. Finalmente, se exponen tres ejemplos de la aplicación de estas técnicas para la medida de las tensiones residuales en tres componentes reales.

ABSTRACT

This paper briefly analyses various methods used for the measurement of the residual stresses, mainly centred in two of them. The first one, X –Ray diffraction, possesses the advantage of its non destructive character, allowing to use it directly on the components, without requiring them any repair. However, it has the counterpart that, using the conventional technique, only allows to evaluate the residual stresses on the surface of the components. The second one (blind hole drilling) offers the advantage of allowing to evaluate the stresses deeper but induces a certain damage on the part, obliging to repair it before the part could be back in service, even if usually this repair is easily carried out. Finally, three examples of the use of these techniques for the measurement of residual stresses on real components are illustrated.

ÁREAS TEMÁTICAS PROPUESTAS: Aplicaciones Prácticas en Ingeniería

PALABRAS CLAVE: Tensiones residuales, Determinación, Prestaciones en servicio.

1. INTRODUCCIÓN

Las tensiones residuales suelen definirse como aquellas tensiones que permanecen en el núcleo de un cuerpo cuando no se aplica ninguna fuerza externa (incluida la gravedad) u otras fuentes de tensiones residuales tales como un gradiente térmico [1] Aunque es sobradamente conocido, conviene recalcar que en un cuerpo en reposo la consecución del equilibrio supone que la fuerza y el momento resultantes deben ser nulos. Es decir, la existencia de tensiones de tracción en una zona obliga a que otra parte del mismo se halle necesariamente solicitada a compresión y viceversa. Por tanto, cuando se elimina una capa de material que poseía una tensión residual de un signo el cuerpo deja de hallarse en equilibrio y se produce una distorsión.

Aunque, como el mismo señala en uno de sus artículos, la idea de generar una compresión en

la superficie de las piezas de acero para mejorar sus prestaciones es probablemente tan vieja como el propio acero, fue Almen [2] el primero en ofrecer a principio de los años 40 del pasado siglo una explicación razonada de la razón por la que se producía esta mejora. Muchos siglos antes los herreros y espaderos tras de forjar el producto a su forma lo martilleaban fuertemente al objeto de incrementar su resistencia pero ésta era una operación basada en un conocimiento totalmente empírico. Almen sugirió que puesto que los fallos por fatiga se generan únicamente por las tensiones de tracción la aplicación de tensiones de compresión disminuirá el nivel de aquéllas,, mejorando las prestaciones a fatiga del componente. Por otra parte, recalco que la consecución de una superficie de las piezas con un acabado excelente puede conducir a una falsa sensación de seguridad puesto que el proceso de retificado empleado para ello puede provocar la aparición de tensiones residuales de tracción,

lo que disminuye la vida a fatiga de la pieza. Por el contrario, un granallado de la superficie o pese a ofrecer un acabado rugoso, menos atractivo, mejora el comportamiento frente a la fatiga. En su honor, la unidad de intensidad de granallado recibe el nombre de Almen.

Las tensiones residuales pueden dividirse en dos grandes grupos, macro y micro tensiones, pudiendo hallarse ambos presentes al mismo tiempo. Las macro tensiones, que a menudo se denominan tensiones Tipo I, varían dentro del material de la pieza a lo largo de una distancia mucho mayor que el tamaño de grano. Por el contrario, el origen de las micro tensiones se debe buscar en diferencias en la microestructura del material. A su vez estas tensiones suelen ser divididas en dos grupos; Tipo II y Tipo III. Las tensiones residuales Tipo II varían en la escala de un grano. Las de Tipo III corresponden a las tensiones generadas a nivel atómico, surgiendo dentro de un grano como consecuencia de la presencia de las dislocaciones u otros defectos cristalinos [3]. Estas micro tensiones a menudo tienen su origen en la presencia de diferentes fases o constituyentes en un material

Prácticamente todos los procesos de fabricación (moldeo, conformado, soldadura, tratamiento térmico o superficial, o mecanizado) introducen tensiones residuales en el componente, sea éste metálico o no, con el consiguiente efecto sobre sus prestaciones en servicio, mejorándolas en el caso de que las tensiones sean de compresión o empeorándolas cuando las tensiones generadas son de tracción. A la vista de este comentario es evidente que las tensiones residuales no deben ser consideradas únicamente como un parámetro dependiente del proceso de producción sino que constituyen un factor sobre el cual es posible actuar para conseguir una mejora del producto.

Pese a este indiscutible efecto de las tensiones residuales su medida no ha recibido la atención que merece, produciéndose, desgraciadamente, aún muchos fallos por haber tenido únicamente en cuenta las tensiones aplicadas. Por otro lado, es cierto que algunos códigos de construcción las incluyen en el cálculo de la máxima tensión que puede soportar un equipo pero en ausencia de una medida fiable de las mismas las valoran de una forma conservadora, obligando a utilizar componentes más robustos que los que serían realmente necesarios.

2. INFLUENCIA DE LAS TENSIONES RESIDUALES SOBRE LA VIDA EN SERVICIO DE LOS COMPONENTES.

Además de sobre la fatiga, ya comentada, las tensiones residuales ejercen un efecto sobre la resistencia frente a la corrosión bajo tensión, la adhesión de los recubrimientos al sustrato, la fricción, el desgaste, la estabilidad dimensional o la resistencia a tracción [1]. No obstante, en el presente trabajo tan sólo se analiza brevemente su influencia sobre la fatiga y la corrosión bajo tensión.

El diagrama de Goodman de la figura 1 ayuda a comprender el efecto de las tensiones residuales sobre las prestaciones a fatiga del componente. Cuando éste no presenta ningún tipo de tensión residual la curva que delimita una cierta vida a fatiga viene dada por la parábola de Gerber que se halla representada en la figura. Por tanto, si la tensión media aplicada es σ_{M0} , podrá soportar como máximo una tensión alternada de σ_{A0} . Si en el proceso de fabricación del componente se ha generado una tensión residual de tracción σ_R , la tensión media que realmente soporta la pieza será $\sigma_{MT} = \sigma_{M0} + \sigma_R$ con lo que se reduce la máxima tensión hasta un valor σ_{AT} . Cuando la tensión residual σ_R es de compresión la tensión media se reduce a $\sigma_{MC} = \sigma_{M0} - \sigma_R$ y la tensión alternada se incrementa hasta σ_{AC} .

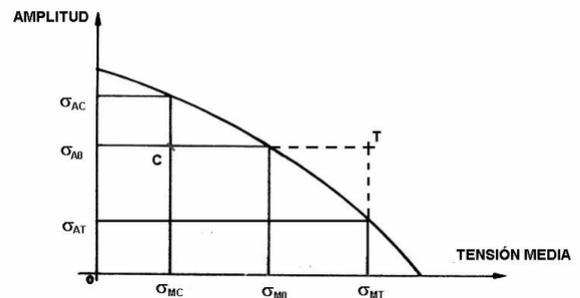


Figura 1. Efecto de las tensiones residuales sobre la vida a fatiga de un componente.

En el supuesto de que se mantuviera la misma tensión alternada la presencia de una tensión residual de tracción conduciría a que la parábola de Gerber de la figura no es la que delimita la vida a fatiga del componente sino aquella otra que pasa por el punto T, correspondiente a una vida menor. Por el contrario, cuando la tensión residual es de compresión será la parábola que pasa por el punto C la correspondiente a la vida (mayor) a fatiga del componente. Es evidente, por tanto, que las tensiones residuales ejercen un notable efecto sobre la vida a fatiga de los componentes.

Sin entrar en detalles conviene recordar que la aparición de un fallo por corrosión bajo tensión exige la presencia de tres factores; un material susceptible al ataque, un medio corrosivo y una tensión. Es precisamente en este último factor donde entran en juego las tensiones residuales puesto que se superponen a las aplicadas. No es raro el observar fallos por este mecanismo en piezas que no tenían ninguna tensión exterior aplicada pero presentaban un elevado nivel de tensiones residuales como consecuencia de su proceso de fabricación. Una vez más, el efecto de las tensiones residuales depende de su signo, acelerando el fallo las de tracción y retrasándolo las de compresión.

3. MÉTODOS DE MEDIDA DE LAS TENSIONES RESIDUALES

No es el objetivo del presente trabajo entrar a detallar los distintos métodos de medida de las tensiones residuales. En la referencia [4] puede hallarse una sucinta descripción de algunos de ellos así como un criterio para la selección del más adecuado para unas necesidades concretas. En las referencias [3], [5] y [6] se ofrece mayor detalle de los diferentes métodos.

Un factor a ser tenido muy en cuenta a la hora de optar por una técnica concreta es el carácter destructivo o no de la misma. En el supuesto de que el componente deba retornar al servicio en el supuesto de una valoración favorable, no es posible usar un método que provoque un daño irreparable a la pieza. El grado de accesibilidad del equipo a los puntos donde se desea medir las tensiones es otro factor a considerar. Cuando la geometría del componente no permite el acceso a la zona concreta en que se desea llevar a cabo las medidas puede ser necesario seccionarlo pero teniendo la seguridad de que este corte no provoque un cambio en la tensión a medir. Es evidente que en este caso el componente queda destruido por lo que este método es aplicable solamente para conocer el estado de otros que han sido fabricados en las mismas condiciones.

Finalmente, la posibilidad de desplazar a campo el equipo puede ser un factor determinante a la hora de seleccionar un método de medida puesto que en ocasiones se requiere efectuar la medida sobre una parte que no puede ser desmontada de la instalación para trasladarla al laboratorio. Sin llegar a este extremo la selección de un equipo relativamente fácil de transportar representa una ventaja si las medidas se deben realizar sobre piezas de grandes dimensiones de manipulación dificultosa.

En este punto tan sólo se comentan brevemente los métodos del taladro del agujero ciego y la difracción de rayos X que han sido los utilizados en los casos prácticos que se comentan en este trabajo. Existe una segunda razón que justifica centrarse en estos métodos. Una encuesta realizada entre las empresas del Reino Unido [7] los señala como los dos más ampliamente utilizados.

Se debe señalar que todos los métodos miden la deformación y no la tensión, obteniéndose ésta mediante cálculo a partir de las deformaciones medidas en un mínimo de dos direcciones y, en general, un máximo de nueve. Debe evitarse el medir la deformación en una única dirección salvo que razones geométricas o económicas aconsejen lo contrario [4]. En el supuesto de que sólo se mida una componente de la deformación (deformación uniaxial) se debe recalcar que este único valor del vector no constituirá la base para calcular la tensión.

Los diferentes métodos de medida se pueden clasificar en función de los tipos de tensiones que son capaces de medir o de que su carácter sea destructivo o no. También en función de la capacidad de trasladar a campo o no el equipo o del coste que suponen tanto el propio equipo como las medidas que se realizan pero las dos señaladas son las más habituales y son las que se utilizarán en el presente trabajo.

Desde el punto de vista de la capacidad de medida de los distintos tipos de tensiones, la mayoría de las técnicas posibilitan la medida de las tensiones residuales macroscópicas (las de Tipo I) pero sólo la difracción de rayos X o de neutrones, el sincrotrón que produce rayos X de alta energía o la piezo-espectroscopía Raman poseen la resolución necesaria para la medida de las micro - tensiones (Tipos II y III) que se generan en el la microestructura del material [3]. En el lado opuesto aquellos métodos que se basan en la eliminación de material remueven un volumen del mismo tan grande que las micro - tensiones que pudieran existir se compensan entre sí dando una resultante nula. Por tanto, no se pueden determinar las tensiones de los Tipos II y III por estos métodos.

Respecto al carácter destructivo o no de cada una de las técnicas resulta evidente que aquellas que implican eliminar material tienen carácter destructivo o, cuando menos, semidestructivo. La pieza analizada queda inservible o debe ser sometida a una reparación con el riesgo en este último caso de que en la operación se generen nuevas tensiones o se altere la microestructura, por lo que es preciso cuidar el proceso..

Sin embargo, aquellos métodos basados en la difracción (rayos X, sincrotrón, neutrones) y los magnéticos o ultrasónicos tienen un carácter no destructivo. La excepción a esta regla se halla en la difracción de rayos X cuando se acompaña de la eliminación de capas sucesivas de material para poder determinar las tensiones a una mayor profundidad.

El método de taladrado de un agujero ciego requiere el taladrar un pequeño orificio de una profundidad aproximadamente igual al diámetro de la broca utilizada para el taladrado. Por tanto, supone la eliminación de una pequeña porción de material poseyendo un carácter destructivo o, en el caso de reparar el daño, semidestructivo. La eliminación de material tensionado conduce a un alivio de la deformación en el adyacente y es la medida de esta deformación la que permite el cálculo de las tensiones que poseía la pieza antes de proceder al taladrado. La medida de la deformación se efectúa mediante una roseta de tres galgas extensométricas dispuestas alrededor del orificio. El método se halla normalizado en ASTM [8], aunque esta metodología se halla actualmente sometida a un cierto criticismo y únicamente se recomienda para medidas básicas donde el campo de tensiones es esencialmente uniforme [3]. Se han propuesto otros métodos de análisis para el cálculo de la distribución de las tensiones residuales en campos no uniformes en que la metodología propuesta por la norma no se puede aplicar estrictamente pero aún no han sido incluidos en la norma [9]

Entre las ventajas del método del taladro del agujero se han señalado el ser rápido, simple, ampliamente disponible, portátil, poder usarse en una gran variedad de materiales (metálicos, plásticos y cerámicos) y el permitir la medida de las tensiones en componentes de gran espesor mediante el taladro de un agujero profundo. A ello hay que añadir el bajo coste del equipo y el limitado nivel de conocimientos requerido para su empleo. No debe sorprender, por tanto, que éste sea el método más extensamente utilizado [7]. En el lado contrario se hallan la dificultad para interpretar los datos, su carácter destructivo o, cuando menos, semidestructivo, la limitada sensibilidad y resolución de la deformación y las incertidumbres asociadas a las dimensiones del agujero, rugosidad de la superficie, planitud y preparación de la muestra [3].

El segundo método más utilizado, de acuerdo con la mencionada encuesta [7] es la difracción de rayos X. Presenta respecto al anterior las ventajas de poseer un carácter no destructivo y permitir la medida tanto de las macro como de

las micro – tensiones. El mayor inconveniente se halla en la restricción de las medidas, por la técnica convencional a la superficie de la pieza, aunque esta limitación es relativa en la mayoría de las situaciones puesto que la totalidad de los fallos producidos por corrosión bajo tensión y la mayor parte de los de fatiga tienen su origen en la periferia del componente por lo que el interés se centra en conocer el estado tensional en esa zona. En el caso de requerirse una medida en mayor profundidad hay que recurrir al uso del sincrotrón, de la difracción de neutrones o a la eliminación de capas y realización de medidas sucesivas, calculando las tensiones realmente existentes en el punto antes de que se produjera la eliminación de material. Los dos primeros métodos, además de resultar notablemente más caros que un difractor de rayos X, tienen el inconveniente de que los equipos no pueden ser desplazados a campo. Por su parte la valoración de las tensiones por el método de eliminación de capas no se puede considerar sencilla.

Aunque la difracción de rayos X se puede usar en principio en cualquier material cristalino sea metálico o cerámico surgen dificultades cuando el material posee un tamaño de grano grande, una textura muy acusada o en el constituyente minoritario de un material con microestructura bifásica (por ejemplo la medida de tensiones en la fase beta de las aleaciones de titanio alfa – beta es casi imposible).

Sin entrar en detalles conviene señalar que el método se basa en la medida del parámetro de red cristalina mediante la ley de Bragg. Cuando el material presenta tensiones (deformaciones) residuales se produce una distorsión de la red y el parámetro varía. Una comparación entre los valores de este parámetro de red en el material libre de tensiones y tensionado permite calcular la deformación sufrida y a partir de ella, el valor de la tensión residual. Es evidente que para lograr una medida precisa de esta tensión se debe establecer la comparación con un material totalmente libre de tensiones, utilizándose para ello material en polvo. En la referencia [5] se puede hallar una descripción detallada de esta técnica así como de la metodología propuesta para solventar las dificultades en algunos casos y las ecuaciones que permiten obtener la tensión a partir de la medida del parámetro de red. En la práctica el programa de ordenador incorporado al equipo efectúa este cálculo.

4. CASOS PRÁCTICOS

En este apartado se analizan algunos casos en que se midieron las tensiones residuales para explicar algunos resultados anómalos, mejorar

las prestaciones de un componente o ahorrarse una operación costosa y compleja. El primero de ellos corresponde a un conjunto de probetas de fatiga de una aleación base níquel en las cuales se había provocado distintos niveles de daño. Estas probetas se ensayaron con control por deformación a dos temperaturas; 300 y 600° C. Los ensayos realizados a la temperatura más alta condujeron al resultado esperado de que un mayor daño provoca una disminución de la vida a fatiga. Sin embargo, en los efectuados a 300° C no se observó un efecto apreciable del daño sobre la vida a fatiga hasta que aquél adquirió una magnitud considerable. Aún más, el examen de las probetas puso de manifiesto que el inicio del fallo se había producido en una zona alejada de la entalla, introducida en la probeta con el fin de simular el daño de servicio.

La observación de las superficies de fractura en el microscopio electrónico de barrido reveló que el origen de la rotura se hallaba en los ángulos redondeados de las probetas y se asoció con la presencia de carburos de niobio, de titanio y niobio y, en menor medida, partículas con un alto contenido en hierro que fueron identificadas como fases de Laves. Ante la posibilidad de que existiera una mayor concentración de estas fases en la zona donde se situó el inicio del fallo que pudiera haberlo promovido se decidió efectuar un estudio metalográfico. Este estudio demostró que la distribución de estas fases era homogénea en todo el material, no existiendo una mayor concentración en los puntos de origen por lo que no justificaba la localización del mismo. Otra comprobación que se llevó a cabo fue la relativa al alineamiento de las probetas en la máquina de ensayos. Caso de haber sido éste defectuoso se hubieran generado tensiones de flexión, con la consiguiente influencia negativa sobre la vida a fatiga. Se pudo comprobar que el alineamiento era correcto por lo que esta posibilidad debía de ser también descartada.

El hecho de que las probetas ensayadas a mayor temperatura no mostraran la misma tendencia llevó a pensar en la posibilidad de que la causa se hallara en las tensiones de mecanizado. A la temperatura más alta éstas podían aliviarse por la acción térmica pero cuando los ensayos de fatiga se realizaban a la temperatura más baja no se llegaba a aliviar dichas tensiones. Se debe hacer constar que las probetas fueron tan sólo mecanizadas sin ser sometidas a ningún pulido posterior. Por ello se realizó una medida de las tensiones residuales de varias probetas mediante difracción de rayos X en un punto alejado de la rotura, obteniendo valores de tracción muy altos (superiores a la mitad del límite elástico a 300° C). La superposición de esta tensión residual y

la aplicada en el ensayo aceleraban el fallo. Así y todo restaba el explicar la razón por la cual la concentración de tensiones que debía provocar la entalla no era suficiente para que el origen del fallo se localizara en ese punto.

Desgraciadamente no fue posible efectuar una medida de la tensión residual existente en el fondo de la entalla pero si se pudo constatar que su extremo no era tan agudo como se suponía sino que se hallaba bastante redondeado con lo que el factor de concentración de tensiones no sería tan elevado como el esperado. Por otra parte, una medida de las tensiones residuales existentes a una mayor profundidad reveló que éstas se hacían nulas e incluso pasaban a ser de compresión. A la vista de estos resultados se consideró que la entalla provocaba un alivio de las elevadas tensiones residuales de tracción del mecanizado. Esto supone que la tensión en otros en el fondo de la entalla y el origen del fallo pasa a situarse en esos puntos. A la temperatura más alta, al producirse un alivio de las tensiones de mecanizado por el calentamiento que sufre la probeta la concentración de tensiones que se genera en el fondo de la entalla es suficiente para que el fallo se produzca en ese punto.

El segundo caso práctico es el referente a unos cuadros de bicicleta. La enorme competencia en este sector lleva a la necesidad de fabricar cuadros más ligeros, resistentes y con adecuada rigidez pero sin olvidar, a su vez, que tengan un precio razonable. Ello condujo a la elección de las aleaciones de aluminio de alta resistencia pero que en este caso, contrariamente a lo que sucede en la industria aeronáutica incluyen soldaduras en el proceso de fabricación. No es necesario señalar que las soldaduras constituyen una de las principales fuentes de generación de tensiones residuales y que habitualmente el fallo de los componentes soldados se inicia en los puntos donde existe una alta tensión residual de tracción. Por tanto, una mejora de la vida a fatiga de los cuadros debe pasar lógicamente por la ausencia de defectos en las uniones soldadas pero sin olvidar la influencia de estas tensiones. Si se lograra disminuir las tensiones de tracción de la unión en estado bruto de soldadura o, lo que sería muchísimo mejor, transformar estas tensiones de tracción en otras de compresión se habría logrado una notable mejora en la calidad de los cuadros, consolidando la posición de la empresa en el mercado.

En estado bruto de soldadura las uniones poseen las esperadas tensiones residuales de tracción que ejercen un efecto negativo sobre la vida a fatiga de los cuadros. La vida a fatiga en estas condiciones es bastante pobre aunque rebase el

nivel mínimo exigido. El pulido y limado de las juntas mejora las prestaciones elevando la vida a fatiga en más de seis veces la conseguida con el material en estado bruto. Una mejora similar se consigue con la aplicación del granallado (shot peening) pero cuando se consigue la máxima mejora es cuando las juntas soldadas son pulidas y limadas antes de proceder al granallado. En este caso la mejora se cifra en nada menos que veinte veces como media y quince veces en el peor de los casos. La medida de las tensiones residuales en la unión soldada reveló que éstas eran de compresión en la periferia de toda ella (metal aportado, zonas afectadas y tubos de las aleaciones base). Al restarse esta tensión de las aplicadas en servicio la tensión total que soporta realmente la junta resulte más baja y la vida a fatiga, consecuentemente, más larga.

En el tercer ejemplo práctico la preocupación máxima no se hallaba en el comportamiento frente a la fatiga del equipo sino en garantizar que ofrecería la adecuada resistencia frente a la corrosión bajo tensión. Se trataba de uniones circunferenciales entre tubos de gran espesor de un acero resistente a la fluencia tipo P22 con un inoxidable austenítico estabilizado con niobio del tipo AISI 347. El metal de aporte usado fue lógicamente también inoxidable. El problema surge por las dificultades de dar un tratamiento post-soldadura adecuado a esta junta. En el caso de elegir los parámetros óptimos para el primero se podría producir una indeseada precipitación de carburos de cromo en el inoxidable, con el riesgo de que perdiera este carácter. Si se opta por aplicar el tratamiento aconsejado para el inoxidable el acero resistente a la fluencia se vería negativamente afectado. Además, no se debe olvidar que la aplicación de un tratamiento térmico consume tiempo y dinero.

La geometría del tubo soldado no permitía el acceso a la zona de raíz de la junta, aquella donde pudieran surgir problemas. Ello obligó a cortar una apreciable longitud de tubería para evitar que estos cortes estuvieran próximos a la unión soldada y a seccionar el trozo cortado en cuatro sectores de 90° cada uno. Las medidas de las tensiones residuales se efectuaron, primero por difracción de rayos X y posteriormente por el método del taladro del agujero ciego en el punto medio de estos cortes. Los valores fueron muy similares en ambos casos, la que otorga fiabilidad a las medidas. El único riesgo se halla en el posible alivio de tensiones al efectuar el corte. Sin embargo, las medidas realizadas en el la superficie exterior del tubo (cara de la unión)

antes y después del corte fueron prácticamente coincidentes. Ello apunta a que no se produjo ningún alivio apreciable de tensión en el corte, otorgando validez a los valores registrados. En el metal depositado y la zona afectada de la raíz de la junta se midieron tensiones de tracción pero los niveles de la misma fueron considerados aceptables por la ingeniería permitiendo evitar la aplicación del tratamiento post-soldadura con el consiguiente ahorro de tiempo y dinero.

REFERENCIAS

- [1] Lu J. *Handbook on Residual Stresses. Volume I.* Society for Experimental Mechanics, Inc., pag. XIII - XXIV, 2005
- [2] Almen J. O. *Peened Surfaces Improve Endurance of Machine Parts.* Metal Progress, February, pag. 209 – 215, 1943.
- [3] Kandil F. A., Lord J. D., Fry A. T y Grant P. *A Review of Residual Stress Measurement Methods – A Guide to Technique Selection* NPL Report MATC(A)04, February 2001.
- [4] Walker D. *Residual Stress Measurements Techniques* Advanced Materials & Processes. August, pag. 30 – 33.
- [5] *Handbook of Measurement of Residual Stresses.* Society for Experimental Mechanics, Inc., 1996.
- [6] Borland D. W. *Residual Stress Measurement – Methods, Limitations and Significance. Quality Control and Assurance in Advanced Surface Engineering.* Inst. Of Materials, pag. 113 – 125, 1997.
- [7] Kandil F. A., Lord J. D., Mummery P. y Webster G. A. *U. K. Needs for Residual Stress Measurements.* NPL Report CMMT(D) 177, December 1998.
- [8] ASTM E837-99 *Standard Test Method for Determining Residual Stresses by the Hole-Drilling Strain Gage Method.* ASTM Annual Book of Standards.
- [9] Petrucci G y Zuccarello B. *A New Calculation Procedure for Non-uniform Residual Stress Analysis by the Hole-Drilling Method.* Journal of Strain Analysis Vol. 33. N° 1, pag. 27-37, 1998.

CARACTERIZACIÓN DE LA DUCTILIDAD Y DEL COMPORTAMIENTO MECÁNICO A VELOCIDAD DE DEFORMACIÓN VARIABLE DE HORMIGONES DE ALTA RESISTENCIA

G. Ruiz, J. R. Del Viso y J. R. Carmona

E.T.S. Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, Universidad de Castilla-La Mancha, Avenida Camilo José Cela s/n, 13071 Ciudad Real, España.

E-mail: Javier.RdelViso@uclm.es

Tfno: 926 29 53 00 Ext. 6311. Fax: 926 29 53 91

Resumen. Este trabajo trata sobre el comportamiento mecánico del hormigón de alta resistencia cuando se ensaya a compresión y en control de deformación. Los ensayos se realizan a cuatro velocidades de deformación diferentes, en el rango de 1.5×10^{-3} a $5.0 \times 10^{-8} \text{ s}^{-1}$. Los resultados obtenidos permiten cuantificar la ductilidad del material. Por ejemplo, la deformabilidad del hormigón de alta resistencia en carga máxima es superior a la de un hormigón convencional de comparación. Además, la densidad de energía necesaria para romper el hormigón de alta resistencia es un 70% mayor que la necesaria en el caso del convencional. En este sentido se puede decir que el hormigón de alta resistencia es más dúctil que el convencional. Sin embargo, la longitud característica del hormigón de alta resistencia es la mitad que la del convencional que hemos usado para comparar resultados, lo cual significa que es más frágil en los procesos en los que la fractura del hormigón es dominante.

Abstract. We investigate the mechanical behavior of high strength concrete in compression and tested in strain control. The tests are performed at four strain rates that go from 1.5×10^{-3} to $5.0 \times 10^{-8} \text{ s}^{-1}$. Our results allow us to quantify the ductility of this particular concrete. For instance, the strain at maximum load is bigger than in the case of normal concrete specimens used as a reference. Besides, the energy density required to fully exhaust the carrying capacity of the high strength material is 70% bigger than that of the reference. In this sense we can affirm that our high strength concrete is more ductile than conventional concrete. Nonetheless, its characteristic length is half of that of the reference, which means that our high strength concrete would behave in a brittle fashion in damage processes where fracture is dominant.

Áreas temáticas propuestas: Aplicaciones Prácticas en Ingeniería.

Palabras clave: Hormigón de Alta Resistencia, Ductilidad, Velocidad de Deformación Variable.

1. INTRODUCCIÓN

Las diferencias principales entre un hormigón de alta resistencia y un hormigón convencional vienen determinadas por la mayor densidad, mayor uniformidad y menor porosidad de la pasta de cemento del hormigón de alta resistencia con respecto al convencional. En el caso del hormigón de alta resistencia es normal que queden en la pasta partículas de cemento sin hidratar. Dichas partículas son más resistentes que los productos que las rodean, resultantes de los procesos de hidratación del cemento, y son en gran parte las responsables de la ganancia de resistencia del hormigón. Además, reducen sensiblemente la permeabilidad de la matriz —pasta de cemento endurecida—, con lo cual se consigue mayor durabilidad. Por otra parte, el aumento de resistencia está acompañado normalmente por un aumento del módulo de elasticidad, ya que la rigidez de la matriz se aproxima a la de los áridos. Si, como ocurre en la presente investigación, se utiliza humo de sílice, la estructura de la intercara entre la matriz y los áridos se densifica, lo cual contribuye todavía más tanto al aumento de resistencia como a la disminución de la permeabilidad.

Si nos centramos en los aspectos puramente mecánicos se sabe, como ya hemos indicado, que el aumento de la resistencia a compresión del hormigón conlleva un aumento de la pendiente de ascenso de la curva tensión-deformación (σ - ϵ). En el entorno de la carga máxima comienzan a generarse los procesos de microfisuración que conducen a la pérdida de resistencia. Para el mismo nivel de deformación el hormigón de alta resistencia se microfisura menos que el hormigón convencional. Además, la microfisuración apenas afecta a los granos de cemento no hidratados ni a la intercara entre la matriz y los áridos. Al aumentar la deformación, las microfisuras coalescen hasta formar grietas cuya evolución puede ser muy rápida debido a la alta cantidad de energía elástica almacenada en el material [1,2]. El proceso de rotura llega a ser estable en algunas condiciones, especialmente cuando se reduce el tamaño de la probeta —y consiguientemente la cantidad de energía elástica almacenada— y si el ensayo se realiza en control de deformación. Se puede entonces registrar la curva de ablandamiento en compresión, es decir, la rama descendente de la curva σ - ϵ . La pendiente de dicha rama es mayor, en valor absoluto, que la de un hormigón convencional.

Normalmente el ensayo de compresión se realiza en control de carga y con probetas cilíndricas de 150×300 mm (diámetro \times altura), lo cual conduce, en el caso del hormigón de alta resistencia, a una rotura muy inestable, casi explosiva.

El parámetro que mejor describe la fragilidad intrínseca del hormigón es la "longitud característica", l_{ch} . Como su nombre indica, es un parámetro con dimensiones de longitud y que está relacionado, junto a las condiciones de contorno y de carga, con la longitud de la zona de fractura. Valores pequeños de l_{ch} indican fragilidad intrínseca del material. Cuanto mayor sea l_{ch} el hormigón se comportará de manera más dúctil. En hormigones convencionales la longitud característica toma valores en la horquilla de 250 a 350 mm; en hormigones de alta resistencia esperamos valores de l_{ch} menores.

Sin embargo, el comportamiento frágil o dúctil en un determinado elemento estructural no depende únicamente de l_{ch} . La geometría, las condiciones de contorno y, muy especialmente, el tamaño de la pieza condicionan el tipo de comportamiento. Por ejemplo, si comparamos vigas en masa o con poca armadura, fabricadas con el mismo hormigón y estrictamente homotéticas entre sí, comprobaremos que las vigas pequeñas son más dúctiles y, proporcionalmente a su tamaño, resisten más. Las vigas grandes resisten, en proporción, menos que las pequeñas y, además, tienen un comportamiento más frágil. Este fenómeno es normalmente conocido como "efecto de escala" y tiene su origen en la diferente manera en que se desarrollan los procesos de fractura dentro del elemento estructural [2, 3, 4].

Otro factor a tener en cuenta en la realización de este tipo de ensayos es la velocidad de deformación. En realidad, no hay ningún aspecto de la respuesta tensodeformacional del hormigón que sea independiente de la velocidad de deformación [5]. Esta dependencia se atribuye en primer lugar al comportamiento viscoelástico de la pasta de cemento originado por el flujo viscoso del agua a través de su red de poros. A mayor contenido de agua, mayor sensibilidad del hormigón a la velocidad de deformación [6].

Los factores mencionados en los párrafos anteriores inducen a pensar que el hormigón de alta resistencia es menos sensible que el convencional a la velocidad de deformación ($d\varepsilon/dt$). Sin embargo, no hemos encontrado suficiente evidencia a este respecto en la bibliografía científica. Por otro lado, ni siquiera en el caso de hormigones convencionales se encuentran datos para velocidades de deformación inferiores a $3 \times 10^{-7} \text{ s}^{-1}$. Por todo ello nos ha parecido necesario realizar este estudio con el objeto de caracterizar la ductilidad y el comportamiento mecánico a velocidad de deformación variable de hormigones de alta resistencia.

A continuación, en la sección 2, explicamos el planteamiento del programa experimental. La sección 3 está dedicada al material y probetas utilizadas durante la campaña de ensayos, mientras que la metodología empleada se resume en la sección 4. En la 5 presentamos

una selección de los resultados y en la sección 6 pasamos a comentar sus tendencias más significativas. El artículo termina sacando una serie de conclusiones (sección 7).

2. PLANTEAMIENTO DEL PROGRAMA EXPERIMENTAL

El programa experimental a realizar se basa en los antecedentes científicos descritos en la sección anterior y en algunos condicionantes particulares de este proyecto. Se trata de obtener la curva σ - ε a diferentes velocidades de deformación de un hormigón de alta resistencia. Debido a que el material debe ser muy resistente, y previsiblemente muy frágil, son necesarios los siguientes puntos:

1. En primer lugar, es necesario caracterizar cuantitativamente la fragilidad o ductilidad del material a través de la longitud característica, l_{ch} , según la siguiente ecuación:

$$l_{ch} = \frac{E_c G_F}{f_t^2} \quad (1)$$

Donde:

- E_c es el módulo de elasticidad (medido sobre cilindro estándar de 15×30 cm, probeta C1).
- f_t es la resistencia a tracción indirecta (Compresión diametral medida sobre cilindro C1).
- G_F es la energía de fractura (ensayo a flexión en tres puntos medido sobre prismas entallados de $10 \times 10 \times 42$ cm, probeta G_F).

Con este parámetro podemos seleccionar el tamaño de probeta óptimo para realizar el ensayo de compresión.

2. Una vez conocida la longitud característica podríamos seleccionar el tamaño de probeta óptimo para realizar ensayos de compresión en control de deformación para obtener la curva σ - ε completa a varias velocidades de deformación. Vamos a elegir entre la probeta cilíndrica de 10×20 cm (C2) —la cual se suele usar en el caso de hormigones de alta resistencia— y el cilindro de 7.5×15 cm (C3). Esta probeta puede resultar aceptable para hormigones de alta resistencia, ya que esperamos una longitud característica corta.

Es prudente confirmar que el tamaño de la probeta elegida es realmente representativo. Esto lo podemos conseguir por medio de un análisis de las propiedades mecánicas estándar obtenidas ensayando probetas de los tres tamaños.

3. Finalmente, las velocidades de deformación vienen dadas por la capacidad para controlar su movimiento de la máquina de ensayo disponible. Además, queremos barrer un rango de velocidades muy amplio. La variable de control va a ser la distancia entre los platos de compresión, δ , y las velocidades de movimiento seleccionadas son las indicadas en la Tabla 1, donde las velocida-

des de deformación media se calculan como δ/L , siendo L la altura de la probeta. La velocidad más lenta se multiplica por $10^{1.5}$ para conseguir la siguiente velocidad, y así sucesivamente se obtienen las cuatro velocidades. Las velocidades propuestas se mueven en un rango de 4.5 órdenes de magnitud.

Tabla 1. Velocidades de deformación media

Velocidad de deformación media	Tiempo aproximado de ensayo
$5.5 \times 10^{-8} \text{ s}^{-1}$	30 horas
$1.7 \times 10^{-6} \text{ s}^{-1}$	60 min
$5.5 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$	1.5 min
$1.7 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$	3 s

3. MATERIALES Y PROBETAS

El material que ensayamos es un hormigón de alta resistencia que emplea como árido grueso una andesita con partículas de un tamaño máximo de 12 mm. El cemento que se emplea es un CEM I 52.5 R; además, se usa humo de sílice y fluidificante (B-255 Bettor). La relación agua/cemento es de 0.28. Los diferentes tipos de probetas ensayadas se clasifican en la Tabla 2.

Tabla 2. Tipos de probetas

Tipo	Nombre	Dimensiones (mm)
cilíndrica	C1	150 × 300
cilíndrica	C2	100 × 200
cilíndrica	C3	75 × 150
prismática	GF	100 × 100 × 420

En la Tabla 3 exponemos los resultados obtenidos en la caracterización del hormigón de alta resistencia.

Tabla 3. Características del HAR

	f_c MPa	f_{is} MPa	E_c GPa	G_F N/m	l_{ch} mm
media	106.5	6.3	38.3	140.2	135
desv. est.	2.1	0.6	0.6	17.3	—

Selección del tamaño óptimo

Hemos resumido las propiedades mecánicas estándar del hormigón de alta resistencia en la Tabla 3. La longitud característica, l_{ch} , que resulta de aplicar la fórmula (1) es, como indica la tabla 3, de 135 mm.

En la sección 2 ya hemos explicado que si relacionamos una dimensión representativa de la probeta cilíndrica — por ejemplo el diámetro D — con l_{ch} tendremos un número de fragilidad adimensional, $\beta = D/l_{ch}$, que caracteriza la fragilidad del comportamiento de la probeta.

Cuanto mayor sea β , más frágil será la probeta. Inversamente, la probeta será más dúctil cuando β adopte valores pequeños. Dos cilindros con la misma relación D/l_{ch} se comportarán de forma análoga en un ensayo de compresión con las mismas condiciones de contorno y velocidad de deformación.

La selección del tamaño óptimo entre las probetas C2 y C3 lo podemos hacer comparando sus respectivos valores de β , 0.74 y 0.56, con los de un hormigón convencional en probeta C1. El valor de la longitud característica l_{ch} de un hormigón convencional varía entre 250-300 mm —tomaremos 275 mm—, por lo que $\beta = 150/275 = 0.55$. Si buscamos el tamaño que mejor se ajusta a este número de fragilidad para el hormigón de alta resistencia ($\beta_{HC} = \beta_{HAR}$) es inmediato ver que es la probeta C3 la que va a tener un comportamiento parecido a la C1 con un hormigón convencional.

4. METODOLOGÍA EMPLEADA

Ensayos σ - ϵ en control de deformación

Hemos realizado ensayos σ - ϵ en control de deformación sobre probetas C3 y a varias velocidades. Como hemos indicado anteriormente, hemos tomado como variable de control la distancia entre platos de compresión, δ . Es una variable que mide el acortamiento total de la probeta sin tener en cuenta la deformación del marco de la máquina ni del utillaje que se utilice. Podemos verdaderamente hablar de control de la deformación, ya que si dividimos δ por la altura de la probeta tendremos una medida de la deformación media, incluyendo las condiciones de contorno cerca de los apoyos. Además, δ es una medida muy estable en la que se difuminan los posibles desplazamientos debidos a la aparición de grietas en la rama de descarga. Como podemos observar en la foto de la Fig. 1, la medida de δ la hemos hecho promediando las lecturas de dos LVDTs Solartron de ± 2.5 mm colocados en los extremos opuestos de un diámetro de los platos de compresión de la máquina de ensayos; por supuesto la rótula se ha bloqueado al inicio de cada ensayo, de manera que la rotación de cualquier sección sólo podría deberse a la excentricidad de la carga por una incorrecta colocación de la probeta, lo cual se ha intentado reducir al mínimo.

Además, hemos realizado la medida del acortamiento de la zona de deformación constante de las probetas (aproximadamente, el tercio intermedio) con dos extensómetros tipo clip Instron 2630, que están especialmente diseñados para aguantar la rotura de una probeta de acero a tracción y, en consecuencia, han resistido sin dañarse la rotura del hormigón de alta resistencia. Hemos adaptado los clips a las probetas de hormigón cambiando las cuchillas de filo por unas cuchillas de punta. También hemos comprobado que las medidas del módulo de elasticidad obtenidas con los clips 2630 son idénticas a las obtenidas con otros extensómetros disponibles (Instron 2620, más precisos pero que no se pue-

den llevar a rotura). La foto de la Fig. 1 muestra los dos clips montados sobre una probeta. También se puede observar que la probeta está zunchada con cinta aislante. Ésto nos ha servido para (1) mantener todos los fragmentos de la probeta rota en su sitio y poder así estudiar mejor así el patrón de fisuración; y (2) para evitar en lo posible el intercambio de humedad con el ambiente del Laboratorio, lo cual es especialmente importante en los ensayos largos —algunos, de más de 30 horas—. Las fuerzas transversales que produce un zunchado de cinta aislante sobre una probeta de hormigón de alta resistencia son perfectamente despreciables.



Fig. 1. Probeta C3 con los dos extensómetros tipo clip 2630 montados para medir la deformación hasta rotura y los dos LVDTs utilizados para controlar el ensayo y medir la deformación media.

5. RESULTADOS

La Fig. 2 muestra una de las curvas σ - ϵ obtenidas en los ensayos a velocidad muy lenta. Para cada velocidad se realizaron cuatro ensayos. De cada uno de ellos se han obtenido la velocidad de deformación real, $d\epsilon/dt$, los módulos de elasticidad secante y tangente, E_o y E_{sec} , la resistencia máxima y la deformación en carga máxima, σ_c y ϵ_c , así como la tensión y la deformación últimas.

Tabla 4. Resultados experimentales

Velocidad de deformación media (s ⁻¹)		$d\epsilon/dt$ (s ⁻¹)	E_o (GPa)	E_{sec} (GPa)	σ_c (MPa)	ϵ_c (%)
1.7×10^{-3}	media	1.5×10^{-3}	44.0	37.5	112.1	0.34
	desv. est.	8.5×10^{-5}	1.6	4.5	9.0	0.03
5.5×10^{-5}	media	4.5×10^{-5}	42.9	37.5	102.3	0.34
	desv. est.	3.7×10^{-6}	6.0	1.1	4.6	0.03
1.7×10^{-6}	media	1.4×10^{-6}	37.7	36.1	97.7	0.36
	desv. est.	1.1×10^{-7}	1.1	0.6	1.8	0.03
5.5×10^{-8}	media	4.7×10^{-8}	32.8	31.7	88.1	0.39
	desv. est.	5.9×10^{-9}	2.7	1.3	5.3	0.03

En la Tabla 4 se indican los valores medios de los resultados obtenidos para cada tipo de ensayo y la desviación estandar.

6. ANÁLISIS DE RESULTADOS

En esta sección analizamos los resultados experimentales que se han presentado. Nos interesan especialmente la deformabilidad y el comportamiento en fractura del hormigón de alta resistencia, ya que ambos van a caracterizar su ductilidad.

6.1. Ductilidad

Longitud característica

La longitud característica es un parámetro adecuado para caracterizar la fragilidad o ductilidad intrínseca del material en lo que respecta a su comportamiento en fractura. Al elegir el tamaño adecuado para la probeta cilíndrica con la que realizar los ensayos ya hemos hecho un pequeño estudio comparativo basándonos en la longitud característica del material l_{ch} . El hormigón de alta resistencia que hemos estudiado tiene una l_{ch} de 135 mm. Por otro lado, podemos estimar que el valor de la l_{ch} de un hormigón convencional usado en construcción varía entorno a los 250-300 mm, es decir, aproximadamente el doble. Desde este punto de vista, podemos decir que el hormigón de alta resistencia sería la mitad de dúctil que el convencional, lo cual nos ha permitido elegir como probeta idónea para nuestros ensayos el cilindro de tamaño C3.

Es importante recordar que tanto la longitud de un proceso de fractura en el hormigón como la capacidad de dicho proceso para disipar energía son proporcionales a l_{ch} . Por tanto, y como ya hemos explicado anteriormente, dos estructuras semejantes y que tengan la misma proporción de sus dimensiones con l_{ch} van a generar, en fractura —o si se prefiere, estado límite último— procesos de fisuración semejantes y con dimensiones proporcionales entre sí. Es en este sentido en el que l_{ch} caracteriza la ductilidad o fragilidad intrínseca del hormigón, es decir, l_{ch} habla fundamentalmente de la ductilidad asociada a procesos de fractura, pero no da información sobre otras propiedades para determinar la ductilidad del material. La más relevante es, a nuestro juicio, la deformación en carga máxima, cuyo análisis exponemos a continuación.

Deformación en carga máxima

Con la experimentación realizada hemos observado que la deformación en carga máxima del hormigón de alta resistencia es sensiblemente mayor que la de un hormigón convencional de referencia —que hemos tomado en el laboratorio— en todo el rango de velocidades estudiadas. Pero hasta incluso para el caso de las velocidades más rápidas se sigue cumpliendo lo mismo. Por

tanto, podemos decir que la deformabilidad del hormigón de alta resistencia en el tramo ascendente de la curva σ - ϵ es excelente y, en este sentido, podemos decir que se trata de un hormigón más dúctil que uno convencional, aunque no obstante debemos estudiar el material teniendo en cuenta la rama de ablandamiento o rama descendente de la curva σ - ϵ .

Rama de ablandamiento de la curva σ - ϵ

La Fig. 2 compara la curva σ - ϵ completa de uno de los ensayos, el C3_19_V1, y la curva de otra probeta de un hormigón convencional de referencia que hemos tomado en el laboratorio. Ambos ensayos están hechos a velocidad muy lenta. En el caso de la probeta de hormigón convencional se consiguió medir parte de la curva de ablandamiento a pesar de que el control del ensayo se hacía con la variable de posición del actuador.

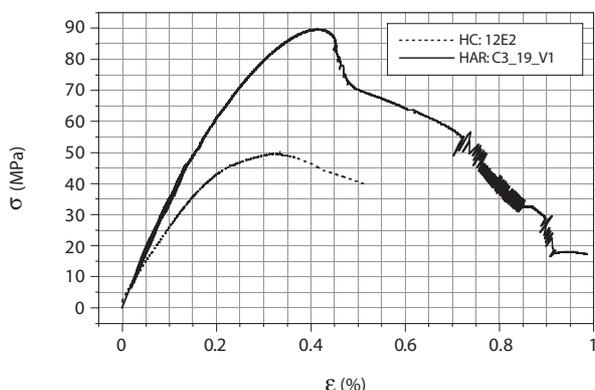


Fig. 2. Curvas σ - ϵ correspondientes a las probetas C3_19_V1 de HAR y otra de hormigón convencional tomada de referencia en laboratorio.

En la Fig. 2 se observa que la curva del hormigón de alta resistencia se mantiene en todo momento por encima de la del hormigón convencional y, por lo tanto, la densidad de energía necesaria para romper completamente la probeta es mayor. En concreto, el área bajo la curva σ - ϵ en el caso de la probeta de hormigón convencional —prolongando la rama descendente hasta que corte con el eje de abscisas— vale 0.32 MJ/m^3 , mientras que el valor análogo en el caso de la probeta C3_19_V1 es de 0.54 MJ/m^3 . En este caso particular hay que emplear casi un 70% más de energía por unidad de volumen para romper el material por completo en compresión. Si utilizásemos este dato para caracterizar la ductilidad del material podríamos decir que el hormigón de alta resistencia es más dúctil que el hormigón convencional con el que lo estamos comparando.

Sin embargo, esta densidad de energía no se consume de manera uniforme dentro del material. Los patrones de fisuración muestran claramente que, al pasar la carga máxima, se producen fracturas inclinadas que nacen en los bordes de las bases del cilindro. Estas fracturas terminan nucleándose en una fractura principal que atra-

viesa al cilindro diagonalmente. Lógicamente, el proceso de fisuración consume energía fundamentalmente en la superficie en la superficie de la fractura, no en el volumen. Además, a partir de un determinado momento empieza a actuar también la fricción entre los planos que intenten moverse. Por ello la cola de la curva de ablandamiento no tiende a cero, sino a un valor positivo constante que tiene que ver con el rozamiento entre las dos partes de la superficie rota. En el caso de que el hormigón estuviera confinado este valor de resistencia residual podría ser muy alto.

6.2. Comportamiento mecánico en función de la velocidad de deformación

Variación de la resistencia a compresión con la velocidad de deformación

La Fig. 3 muestra la variación de la resistencia a compresión del hormigón de alta resistencia que estamos estudiando con la velocidad de deformación, $d\epsilon/dt$. Para representar la Fig. 3 hemos utilizado el siguiente ajuste:

$$\sigma_c = 126 + 5.1 \log(d\epsilon/dt) \quad (2)$$

El coeficiente de regresión del ajuste de la resistencia a compresión en (2) es 0.991, y su curva está representada a trazos en la Fig. 3. La ecuación (2) indica que σ_c tiene una variación exponencial con $d\epsilon/dt$. Sin embargo, los parámetros que tienen que ver con la deformación (ϵ_c y E) experimentan una inflexión en torno a la velocidad estándar, lo cual puede indicar que hay un cambio físico en el mecanismo de la deformación. Probablemente, y teniendo en cuenta los antecedentes ya expuestos en la introducción, a velocidades lentas y muy lentas el agua puede fluir a través de la red de poros; sin embargo, a velocidades rápidas y muy rápidas el agua se queda bloqueada.

La longitud característica, l_{ch} , mantiene un valor casi constante durante un rango de velocidades de deformación muy extenso. Únicamente disminuye para velocidades de deformación muy lentas.

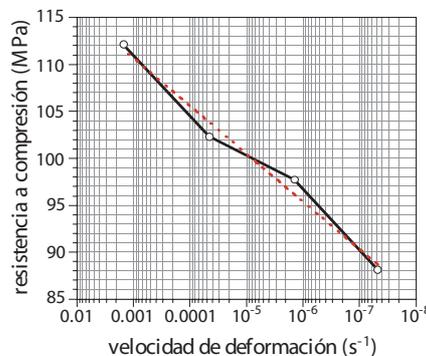


Fig. 3. Variación de la resistencia a compresión con la velocidad de deformación.

7. CONCLUSIONES

Hemos realizado un programa experimental para determinar la ductilidad y el comportamiento mecánico a velocidad de deformación variable de un hormigón de alta resistencia. Ha consistido en ensayos de caracterización estándar y de energía de fractura para poder determinar la longitud característica del material, l_{ch} , que ha resultado ser de 135 mm, aproximadamente la mitad que la de un hormigón convencional. Por ello, hemos seleccionado un cilindro de 75×150 mm como probeta óptima para realizar ensayos σ - ε , ya que la relación entre sus dimensiones con la longitud característica es similar a la que existe entre el cilindro estándar y la l_{ch} de un hormigón convencional.

El análisis del conjunto de los resultados experimentales ha permitido determinar la deformabilidad de este hormigón. Lo hemos comparado con un hormigón convencional de referencia con los siguientes puntos relevantes:

- La longitud característica del hormigón de alta resistencia es la mitad que la del convencional. Eso significa que es la mitad de dúctil en los procesos en los que la fractura del hormigón es dominante. También indica que este hormigón se comportaría, en fractura, igual que el convencional si el tamaño de la estructura fuera la mitad.
- La deformabilidad del hormigón de alta resistencia en carga máxima es superior a la del hormigón convencional. Por ejemplo, en el caso del ensayo a velocidad muy lenta hemos obtenido una deformación crítica del 0.39% (media de cuatro ensayos), superior en un 34% a la deformación crítica equivalente en el caso del hormigón convencional.
- La densidad de energía necesaria para romper completamente el hormigón de alta resistencia en compresión —en nuestras condiciones de ensayo— es, aproximadamente, un 70% superior a la correspondiente al hormigón convencional.
- La rama de ablandamiento de las curvas σ - ε contiene una componente debida al desplazamiento de las superficies de fractura que se forman al romperse la probeta. Esto genera una inflexión en la curva de ablandamiento que puede ser más o menos acusada en función de la posición relativa con respecto al plano principal de fisuración de los extensómetros que se usan para medir la deformación. Este desplazamiento —o su deformación asociada— deben tenerse en cuenta al hacer cálculos estructurales siempre que haya suficiente confinamiento.

AGADECIMIENTOS

Los autores expresan su agradecimiento a la empresa OHL por la financiación concedida. Javier Rodríguez del Viso y Jacinto Ruiz Carmona agradecen a la JCCM y al Fondo Social Europeo la beca pre-doctoral concedida.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] R. Gettu, Z. P. Bazant, and M. E. Karr. Fracture properties and brittleness of high-strength concrete. *ACI Materials Journal*, 87(6):608–618, 1990.
- [2] Z. P. Bazant and J. Planas. Fracture and Size Effect in Concrete and Other Quasibrittle Materials. CRC Press, Boca Raton, Florida, 1998.
- [3] G. Ruiz, M. Elices, and J. Planas. Experimental study of fracture of lightly reinforced concrete beams. *Materials and Structures*, 31:683–691, 1998.
- [4] G. Ruiz, M. Elices, and J. Planas. Size effect and bond-slip dependence of lightly reinforced concrete beams. In A. Carpinteri, editor, *Minimum Reinforcement in Concrete Members*, pages 67–97. Elsevier, London, 1999.
- [5] S. Mindess, J. F. Young, and D. Darwin. Concrete. Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey, second edition, 2003.
- [6] S. A. Kaplin. Factors affecting the relationship between rate of loading and measured compressive strength of concrete. *Magazine of Concrete Research*, 32(111):79–88, 1980.
- [7] ACI Committee 363. State-of-the-Art Report on High-Strength Concrete—ACI 363R-92. Technical report, ACI Manual of Concrete Practice, Part 1, American Concrete Institute, Farmington Hills, MI, USA, 2001.
- [8] D. Darwin, S. Barham, R. Kozul, and S. Luan. Fracture energy of high-strength concrete. *ACI Materials Journal*, 98(5):410–417, 2001.
- [9] CEB-FIP. Model Code 1990, Final Draft. Technical Report 203–205, EFP Lausanne, 1991.
- [10] A. J. Zielenski and R. W. Reinhardt. Stress-strain behavior of concrete and mortar at high rates of tensile loading. *Cement and Concrete Research*, 12(3):309–319, 1982.
- [11] G. Ruiz, M. Ortiz, and A. Pandolfi. Three-dimensional finite-element simulation of the dynamic Brazilian tests on concrete cylinders. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 48:963–994, 2000.
- [12] I. Jawed, G. Childs, A. Ritter, and S. Winzer. High-strain-rate behavior of hydrated cement pastes. *Cement and Concrete Research*, 17(3):433–440, 1987.
- [13] C. Rocco, G. V. Guinea, J. Planas, and M. Elices. Size effect and boundary conditions in the Brazilian test: experimental verification. *Materials and Structures*, 32:210–217, 1999.
- [14] RILEM TC 50-FMC. Determination of the fracture energy of mortar and concrete by means of the three-point bend tests on notched beams. *Materials and Structures*, 18:285–290, 1985. (RILEM Draft Recommendation, TC 50-FMC Fracture Mechanics of Concrete).
- [15] G. V. Guinea, J. Planas, and M. Elices. Measurement of the fracture energy using three point bend tests. 1. Influence of experimental procedures. *Materials and Structures*, 25:121–218, 1992.
- [16] J. Planas, M. Elices, and G. V. Guinea. Measurement of the fracture energy using three point bend tests. 2. Influence of bulk energy dissipation. *Materials and Structures*, 25:305–312, 1992.
- [17] M. Elices, G. V. Guinea, and J. Planas. Measurement of the fracture energy using three point bend tests. 3. Influence of cutting the P- δ tail. *Materials and Structures*, 25:327–334, 1992.

ROTURA RETARDADA DEL ACERO INOXIDABLE 17-7

A. García-Pontes¹, J. C. Glez², J. A. Rodríguez¹, E. J. Herrera¹

¹ Grupo de Metalurgia e Ingeniería de los Materiales, E.T.S. de Ingenieros, Universidad de Sevilla,
Camino de los Descubrimientos s/n, 41092 Sevilla, España.
E-mail: jarortiz@us.es
Tfno: 954 487305. Fax: 954 460475

²Ugine & ALZ Research Centre, Groupe Arcelor,
BP 15, 62330 Isbergues, Francia

RESUMEN

Partiendo de chapa de acero inoxidable 17-7 con acabado BA (recocido brillante), cuyo contenido de hidrógeno era de 7 ppm, se prepararon muestras con contenido decreciente en hidrógeno, conseguidas por deshidrogenación a temperatura (extracción en caliente). Las distintas muestras fueron sometidas al ensayo Swift para medir su aptitud a la embutición. La finalidad era conocer el umbral de hidrógeno por encima del cual aparece la rotura retardada en los cubiletes conformados, así como las características de la fractura. Se ha podido concluir que el agrietamiento, que conduce a la rotura, se produce por un mecanismo de coalescencia de microfisuras. La fractura, en general, tiene un carácter mixto intergranular/transgranular; sin embargo, el carácter frágil e intergranular aumenta con el contenido de hidrógeno. El umbral de hidrógeno para la rotura retardada es de aproximadamente 3.3 ppm de H.

ABSTRACT

Sheet of stainless steel 17-7 in the BA (bright annealed) finish (hydrogen content 7 ppm) was used as starting material to prepare steel samples with decreasing hydrogen content. This was achieved by thermal desorption. The different samples were subjected to the Swift cup test of drawability. The aim was to find the hydrogen threshold that causes delayed cracking of the cups and to know the traits of fracture. It is concluded that cracking leading to delayed fracture takes place by a mechanism of coalescence of microcracks. Fracture, in general, has an intergranular/transgranular character, but the brittle and intergranular character increases with the hydrogen content. The hydrogen threshold for delayed fracture is ca. 3.3 ppm H.

ÁREAS TEMÁTICAS PROPUESTAS: Aplicaciones Prácticas en Ingeniería.

PALABRAS CLAVE: Rotura Retarda, Acero Inoxidable, Embutición Profunda.

1. INTRODUCCIÓN

La embutición es una operación de conformado de chapas que permite fabricar piezas de diferente complejidad en grandes series, permitiendo una producción rápida y de bajo coste. La chapa se conforma por la acción de un punzón que fuerza el metal y lo adapta al interior de la cavidad de una matriz (Figura 1). La deformación plástica tiene lugar por efecto de distintos tipos de tensiones (tracción, bitracción, cizalladura y flexión-deflexión) y el material, si es lo suficientemente dúctil, sufre deformaciones muy altas.

Ciertos aceros inoxidables austeníticos conformados por embutición profunda fallan por un agrietamiento retardado. Uno de ellos es el acero 17-7 con acabado de recocido brillante (BA).

El acero 17-7 (17% Cr-7% Ni) es de interés industrial por su buena relación resistencia-peso, su alta ductilidad, su gran capacidad de endurecimiento por deformación y su menor precio, debido al menor contenido de elementos de aleación, en particular de

níquel, con respecto al más usado de los inoxidables, el acero 18-10. La gran capacidad de endurecimiento por deformación del acero 17-7 debe atribuirse a su baja energía de defectos de empaquetamiento (stacking faults), debido a sus bajos contenidos relativos de elementos de aleación, especialmente de níquel. Esto provoca que durante la deformación plástica se formen diversos defectos reticulares complejos, además de las dislocaciones, y ocurran transformaciones martensíticas [1-4].

El recocido brillante da una apariencia muy atractiva al acero, lo que permite su uso externo directo, sin necesidad de acabado posterior. Este recocido se realiza en una atmósfera rica en hidrógeno y a alta temperatura, lo cual conlleva que el material se cargue en este gas. Una condición indispensable para el agrietamiento retardado es la presencia del hidrógeno. Otros factores acompañantes de este fallo son la acritud del material y las tensiones residuales de tracción.

Hay que tener en cuenta que las piezas embutidas tienen unas tensiones residuales internas muy altas, del orden del límite elástico del acero [5]. Dichas tensiones

residuales son debidas a heterogeneidades estructurales. La falta de homogeneidad puede tener su origen en la diferente deformación de dos dominios contiguos para mantener la continuidad material o en distorsiones microestructurales no uniformes causadas, por ejemplo, por transformaciones martensíticas. La relajación de dichas tensiones residuales tiene lugar mediante el agrietamiento de la pieza. La importancia de las tensiones residuales ha merecido que el fenómeno de la rotura retardada sea conocido también en la literatura germana como “grietas por tensiones” (Spannungsrissen) [6].

El nombre de rotura retardada se debe a que el fenómeno no tiene lugar directamente durante el proceso de embutición, ni una vez terminado, sino que necesita cierto tiempo, variable entre unos minutos hasta varios días, para su aparición. Esto pone de manifiesto el peligro de este agrietamiento, ya que la pieza recién fabricada parece ser una pieza segura, pero puede comenzar a agrietarse una vez en servicio, lo que puede conducir a que el fallo sea catastrófico.

El principal ensayo para caracterizar la capacidad de un material a ser conformado por embutición profunda es el ensayo Swift [7], siendo usado tradicionalmente también para observar la susceptibilidad de los aceros inoxidables austeníticos a la rotura diferida [8].

En el presente trabajo se ha tratado de encontrar el umbral de hidrógeno a partir del cual aparece la rotura retardada en los cubiletes del ensayo Swift, usado para medir la aptitud a la embutición. Tomando como origen una chapa de acero inoxidable rica en hidrógeno (7ppm), introducido por un recocido brillante (BA), se prepararon muestras con contenido decreciente en hidrógeno obtenidas por desorción del hidrógeno en caliente. Así mismo, las distintas muestras embutidas se estudiaron por microscopía óptica y electrónica (SEM). La finalidad era estudiar el papel de la microestructura del acero embutido en la rotura retardada: grado de susceptibilidad al agrietamiento de las distintas fases y/o sus intercaras, tipo de fractura y sus posibles mecanismos.

2. MATERIAL Y ENSAYO DE EMBUTICIÓN

El material estudiado ha sido chapa de acero inoxidable austenítico 17-7 (AISI 301), de espesor 0.79 mm, acabado BA, que contenía 7 ppm de hidrógeno, siendo su composición química la siguiente:

Fe- 0.043% C- 0.073% N- 17.61% Cr- 7.54% Ni- 1.05% Mn- 0.65% Si- 0.49% Cu- 0.10% Co- 0.12% Mo- 0.10% V- 0.001% S- 0.025% P.

La embutibilidad de la chapa se midió por el ensayo Swift [7, 9, 10]. En este ensayo, un disco circular de chapa se fija con el sujeta-chapa, en forma de anillo, y se conforma en un vasito o cubilete por intermedio de un punzón cilíndrico de base plana (Figura 1). La máquina utilizada fue una prensa Roell & Kortauss. Los parámetros elegidos para la embutición fueron los siguientes:

- Diámetro del disco: D= 70 mm
- Diámetro del punzón: d= 33 mm

- Velocidad del punzón: 0.2 mm/s
- Presión sujeta-chapa : 5500–6000 N
- Lubricante: Molykote® (grasa mineral)
- Juego matriz-punzón: 1.1 mm
- La relación de embutición, por definición:

$$\beta = \frac{D}{d} = 2.12 \quad (1)$$

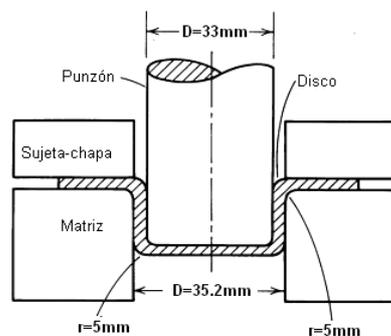


Figura. 1. Conformado por embutición profunda.

La relación de embutición es el parámetro más importante, pues determina la deformación máxima y las tensiones residuales de la pieza. En la literatura técnica es conocido que el agrietamiento se facilita cuando la relación de embutición aumenta, ya que las tensiones residuales aumentan también [6]. Existe un valor máximo de este parámetro que es el LDR (Limiting Drawing Ratio), por encima del cual no se debe embutir puesto que el disco se romperá en la presa al no soportar los esfuerzos del conformado. Se ha elegido una relación de embutición (2.12) próxima a dicho valor límite que, en este caso, es de alrededor 2.2, con el fin de encontrarse en una situación desfavorable, es decir, que se facilite la rotura. De este modo, si no se agrieta en estas condiciones, tampoco lo hará en otras menos severas.

La rotura retardada de los vasitos embutidos aparece tras un intervalo de tiempo, que puede variar desde solamente algunos minutos hasta varios días. En esta investigación se ha tomado como criterio de susceptibilidad a la rotura la aparición del agrietamiento al cabo de una semana desde el conformado.

La justificación de la rotura diferida, es decir, retardada, está ligada a la presencia del hidrógeno. Este elemento, debido a su pequeño tamaño, puede difundirse, a temperatura ambiente, a través del acero y situarse sobre ciertos defectos reticulares, por ejemplo, dislocaciones, fragiliza el material y disminuye la cohesión atómica, [11, 12], lo cual, favorece la rotura. Pero, naturalmente, la difusión requiere algún tiempo.

La chapa de acero de partida con acabado BA [13, 14], fue sometida durante su proceso de fabricación a un tratamiento térmico (recocido brillante) a 1120° C durante 1 minuto, en atmósfera rica en hidrógeno (90% H₂-10% N₂). Como consecuencia de este tratamiento el acero absorbió 7 ppm de hidrógeno.

La chapa de acero 17-7 con acabado BA sometida a embutición se agrieta. El agrietamiento comienza unos 10 minutos tras el proceso de conformación, teniendo

lugar la rotura al cabo de una hora aproximadamente. El proceso comienza a manifestarse con pequeños sonidos o ruidos metálicos, algunos minutos después del conformado. Se pueden atribuir dichos ruidos a un agrietamiento o fisuración interna o, al menos, a grietas no visibles a simple vista. Las grietas iniciales se reparten homogéneamente en el perímetro del cubilete siendo la separación entre las mismas de 5 a 10 mm. Estas grietas suelen comenzar por el borde superior del cubilete, tanto si se han cortado las orejas como si está entero, y suelen ser más largas por su pared exterior, llegando a tener una longitud de 20 mm al final de la propagación. Desde su aparición, la grieta crece de forma discontinua. Cada avance del frente de grieta viene también acompañado por un ruido metálico y tras una parada, en que la fisura parece no evolucionar, continúa de nuevo la propagación. Al terminar el proceso de rotura, el vasito, debido a la relajación de las tensiones, adopta la forma de una flor (Figura 2). A este respecto, algunos investigadores denominan “rotura en margarita” a este fallo [8]. La rotura en margarita, producida por un multiagrietamiento, indica que las tensiones responsables del fallo son locales, ya que, si actuase una tensión circunferencial única, la aparición de una sola grieta sería suficiente para la relajación de las tensiones residuales.

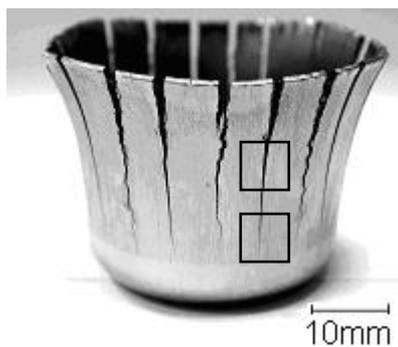


Figura. 2. Vasito Swift de la chapa de acero 17-7 con 7 ppm H.

3. INFLUENCIA DEL HIDRÓGENO

La chapa inicial tenía un contenido en hidrógeno muy alto, debido al recocido brillante con que había sido tratada, y los vasitos Swift procedentes de la misma sufrían un agrietamiento retardado muy severo, como se observa en la figura 2. Partiendo de esta chapa rica en hidrógeno (7 ppm) se disminuyó el contenido en dicho elemento hasta encontrar el umbral, por debajo del cual, la embutición de un cubilete Swift era segura.

La deshidrogenación se llevó a cabo por desorción térmica. El tratamiento a temperatura se hizo en atmósfera protectora, usando argón o nitrógeno, a la presión de una atmósfera en ambos casos.

Como la pérdida de hidrógeno tiene lugar por un proceso de difusión hacia la superficie de la chapa, se eligieron las temperaturas de desorción buscando un compromiso entre el incremento de difusividad del hidrógeno y la solubilidad de este elemento en el acero.

Ambos factores difusividad y solubilidad aumentan con la temperatura, por lo que, para conseguir una buena deshidrogenación, el aumento del primer factor debe ser predominante.

Las temperaturas de desorción utilizadas fueron de 350° y 450° C, respectivamente. El tiempo de tratamiento varió entre un mínimo de 30 minutos y un máximo de tres horas. De esta manera, se consiguieron muestras de chapas conteniendo 5.5, 5.4, 4.2, 3.6, 3.3 y 2.4 ppm H respectivamente. (Figura 3)

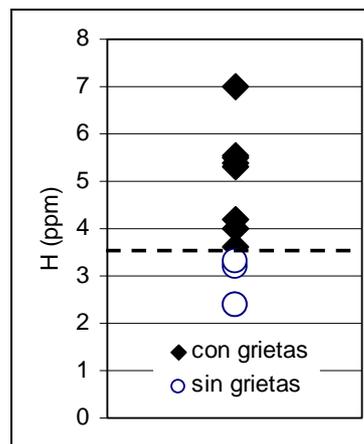


Figura. 3. Contenido de hidrógeno y agrietamiento. En la zona por encima de la línea de trazos tiene lugar la rotura retardada.

La determinación del hidrógeno en la chapa se realizó con un dispositivo que permite la extracción de gases en estado sólido a alta temperatura (1000° C). El gas generado es arrastrado por nitrógeno y se analiza por un detector de conductividad térmica, tras haber sido purificado previamente. La conductividad térmica de este gas depende de su composición química y dicha conductividad se mide en la termorresistencia de un puente de Wheatstone.

En la figura 3 se muestra el contenido final de hidrógeno de las distintas chapas deshidrogenadas y de la chapa original, indicando si fallan o no por rotura retardada tras realizar el ensayo de Swift. Puede observarse que el umbral de hidrógeno por debajo del cual no aparece la fisuración se encuentra entre 3.3-3.6 ppm de H. Así pues, las muestras con contenido igual o inferior a 3.3 ppm no sufren la fractura diferida. Este nivel de hidrógeno (3.3 ppm) se alcanza con un recocido de deshidrogenación, en atmósfera inerte, a 450° C durante 2 h. Por consiguiente, las chapas de acero 17-7 con acabado BA deberían ser sometidas a un tratamiento de deshidrogenación en las condiciones anteriores para evitar la rotura retardada de las piezas embutidas.

Los aceros con acabado 2D o 2B [13, 14], que no se someten durante su proceso de fabricación a un tratamiento a alta temperatura en atmósfera de hidrógeno, no sufren la rotura diferida tras la embutición, ya que los contenidos de hidrógeno se encuentran por debajo del nivel de seguridad indicado en el párrafo anterior.

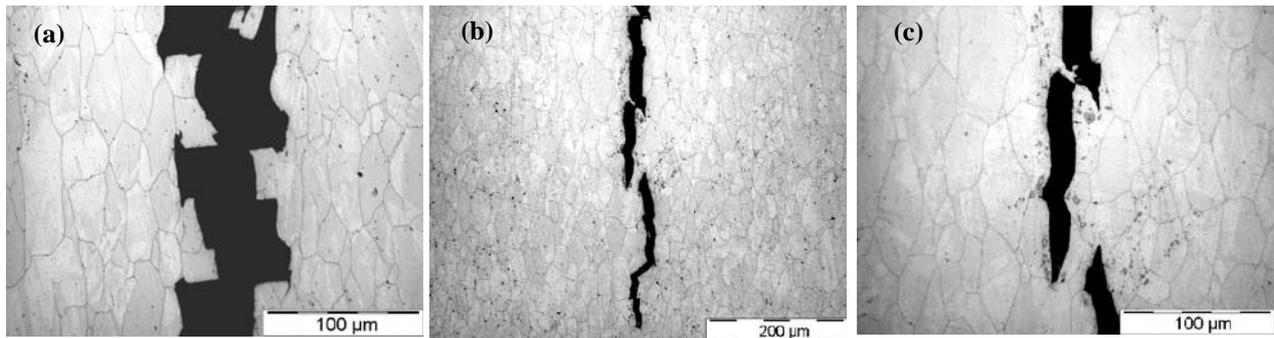


Figura. 4. Microscopía óptica de las fisuras del cubilete con 7 ppm H: a) Parte central de la grieta, b) Vértice de la grieta, c) Vértice de la grieta a mayor aumento. Ataque Electronítrico.

4. MECANISMO DE AGRIETAMIENTO

Muestras obtenidas de los vasitos fallados se estudiaron por microscopía óptica y electrónica de barrido (SEM). La finalidad fue completar las observaciones visuales realizadas durante el fenómeno de agrietamiento para conocer el mecanismo de rotura.

El examen metalográfico tuvo por objeto encontrar los lugares preferentes de nucleación y propagación de las grietas. Las probetas extraídas de las faldas de los cubiletes fallados se cortaron de forma que se pudiese estudiar el perfil de la fractura (Figura 2, zonas con recuadros). Dado que durante el desbaste y pulido de las muestras puede tener lugar una deformación plástica superficial, las muestras pulidas mecánicamente se sometieron a un pulido electrolítico previo al ataque. Detalles de este pulido, así como de los ataques correspondientes, se recogen en la tabla 1. Se emplearon dos tipos de ataques: ataque electrolítico con ácido nítrico y ataque químico con un reactivo de Beraha.

Operación	Disolución	Condiciones
Pulido Electrolítico	3% Ác. Acético, 97% Ác. Perclórico	45 V, 1-5 minutos
Ataque Electronítrico	40 % HNO ₃ , 60 % H ₂ O	20 mA/cm ² , 2 minutos
Ataque Beraha	50 ml H ₂ O, 0.15 g K ₂ S ₂ O ₅ , 10 ml HCl	De 10 en 10 segundos

Tabla 1. Condiciones de la preparación metalográfica.

El ataque electronítrico se usa para revelar los límites de grano. El ataque Beraha permite distinguir la martensita (α') de la austenita, ya que colorea la primera de marrón y no ataca la segunda.

Las imágenes agrupadas en la figura 4 muestran el perfil de una grieta principal de un cubilete fallado. Las micrografías corresponden a la parte central de la grieta y a su vértice, respectivamente, (Figura 2, zonas con recuadros). Puede observarse que las grietas tienen un carácter mixto: intercrystalino y transcrystalino, puesto que el material se separa tanto en los límites de grano como en el interior de los mismos. En la figura 4a, que

corresponde a la parte central de la grieta, aparece una grieta escalonada o en zig-zag. Esta morfología es consecuencia del estado tensional complejo existente en el cubilete embutido. En el vértice de la grieta se observa (Figura 4b) que la grieta principal se ha formado por unión de varias grietas más pequeñas o microfisuras. Estas microfisuras están separadas entre sí por zonas estrechas de material que o bien se rompen, con la consiguiente coalescencia de las mismas (Figura 4c, parte superior), o bien sufren una deformación plástica adicional.

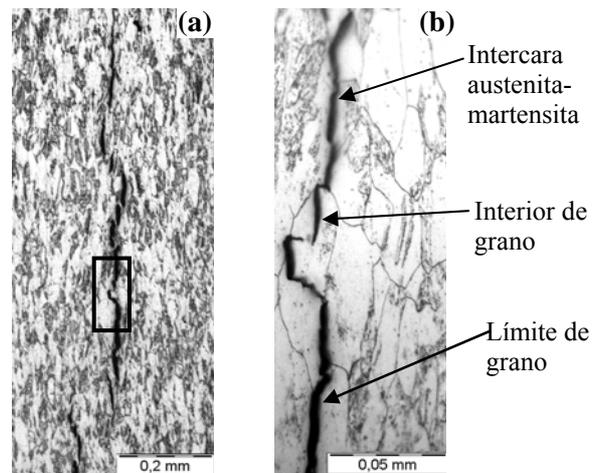


Figura. 5. a) Microfisuras alineadas; b) Detalle de la figura 5a. Ataque doble: Beraha y electronítrico.

La micrografía óptica que aparece en la figura 5a corresponde a un conjunto de microgrietas alineadas en la dirección de una generatriz del cubilete. Estas microgrietas no forman parte de una de las grietas principales que causaron el fallo, sino que están situadas en su cercanía y, en gran medida, son paralelas a su dirección. Las microfisuras observadas en la figura 5a fueron reveladas mediante pulido electrolítico, pues estaban ocultas bajo la capa superficial deformada provocada por la preparación mecánica. Tras el ataque Beraha se aplicó el ataque electronítrico con el fin de observar conjuntamente los límites de grano y las fases. El doble ataque hace que la coloración dada por el ataque Beraha se vuelva más tenue. En dicha

micrografía, que está en blanco y negro, la martensita es la fase grisácea y la austenita, la blanca. El hecho de que estas microgrietas se mantengan como tales y no hayan dado lugar a una grieta mayor visible apoya la hipótesis de que el agrietamiento que condujo a la rotura tuvo lugar por un mecanismo de formación de microgrietas y su posterior coalescencia.

La nucleación de las microfisuras tiene lugar preferentemente en las intercaras austenita-martensita (Parte superior de la figura 5b), y en los límites de grano de la austenita (Parte inferior de la figura 5b); sin embargo, también ocurre en el interior de los granos austeníticos (Parte central de la figura 5b). En este último caso, las microfisuras resultantes suelen seguir pasos en zig-zag o más complejos. La nucleación se inicia, pues, en lugares típicos de gran concentración de defectos (límites de grano e intercaras austenita-martensita), a los que ha de añadirse, en los aceros inoxidables austeníticos deformados en frío, el interior de los granos [4].

5. TIPO DE FRACTURA

Los estudios microfractográficos, encaminados a conocer el tipo de fractura, se hicieron con muestras pertenecientes a dos cubiletes rotos con alto contenido en hidrógeno, a saber, 7 y 5.55 ppm, respectivamente. La rotura es preferentemente intergranular y de tipo frágil, no observándose normalmente hoyuelos (dimples), tal como puede verse en las figuras 6 a 9. El carácter intergranular y frágil es claramente mayor en la muestra de mayor contenido de hidrógeno, como se comprueba comparando las figuras 6 y 8 con la figura 9. En todas las microfractografías se detectan características típicas de las fracturas inducidas por hidrógeno [15-17], que se indican a continuación: Huellas lineales paralelas (slip traces) en las superficies de los granos, debidas al deslizamiento que da lugar a la deformación plástica (Figura 6).

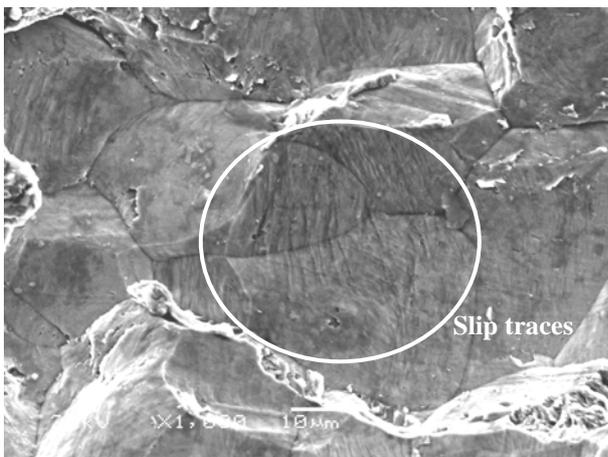


Figura. 6. Fractura frágil y granos con huellas de deslizamiento (7 ppm H).

Crestas o desgarros peliformes (hair lines), debidas a pequeñas deformaciones plásticas locales que suceden durante la separación que conduce a la rotura, quedando

una serie de salientes dúctiles en regiones predominantemente frágiles. Las líneas peliformes pueden también estar ramificadas dando lugar a “patas de gallo” (crow’s feet) o formas semejantes a raíces (Figura 7).

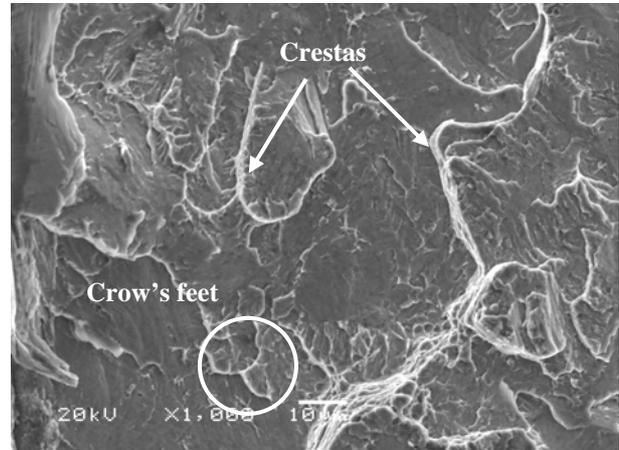


Figura. 7. Región de rotura transgranular con zonas locales dúctiles (7 ppm H).

Pequeñas fisuras secundarias perpendiculares a la superficie de fractura, (Figura 8). Este tipo de grietas, denominadas, a veces, en la literatura “shatter cracks” [17] son el resultado final de la precipitación interna del hidrógeno durante el tratamiento de recocido brillante. Durante este tratamiento el acero tras calentamiento a 1120° C se enfría bruscamente y, dado que la solubilidad del hidrógeno disminuye drásticamente con la temperatura, se encuentra sobresaturado en dicho elemento, teniendo lugar una precipitación preferente en sitios de alta concentración de defectos. En tales localizaciones la disminución de la cohesión atómica facilita el resquebrajamiento. [11, 12]

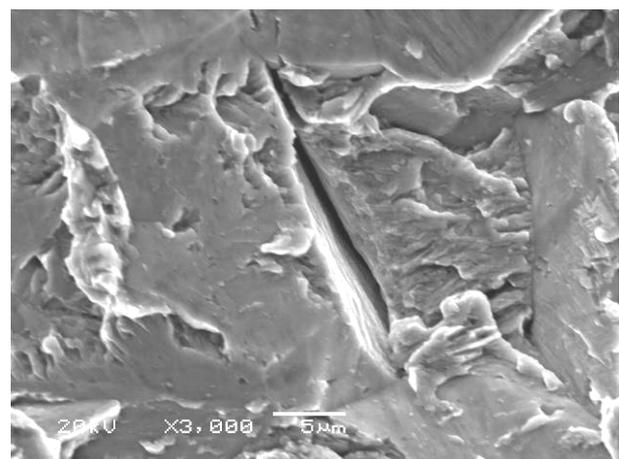


Figura. 8. Grieta secundaria en fractura frágil (7 ppm H).

La fractura de la muestra con menor cantidad relativa de hidrógeno (5.5 ppm H) presenta una fractura mixta intergranular y transgranular (Figura 9) habiéndose incrementado notablemente el carácter transgranular en relación a la muestra de 7 ppm H, como se ha indicado previamente. En las regiones transgranulares se

observan salientes o rugosidades que indican que la fractura ha sido parcialmente dúctil. En las regiones intergranulares, claramente frágiles, se detectan, a su vez, las características fractográficas mencionadas anteriormente debidas a la presencia de hidrógeno.

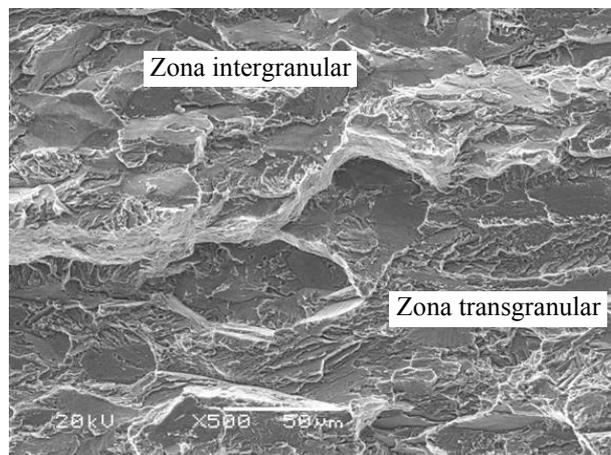


Figura. 9. Microfractografía con zonas trasgranulares e intergranulares (5.5 ppm H).

6. CONCLUSIONES

El acero inoxidable 17-7, en estado de recocido brillante (BA), sufre la rotura retardada cuando se somete al ensayo Swift.

Esta rotura puede evitarse mediante un tratamiento de deshidrogenación, en atmósfera inerte, a 450° C durante 2 horas. Se disminuye, de esta manera, el contenido de hidrógeno hasta 3.3 ppm H, aproximadamente, que es el umbral por debajo del cual el acero 17-7 no es susceptible a la fractura diferida.

Las chapas con acabado 2D o 2B, que durante su proceso de fabricación no se someten a tratamientos en atmósfera reductora a alta temperatura, pueden embutirse sin experimentar rotura diferida, ya que su contenido de hidrógeno se encuentra por debajo de 3.3 ppm H.

El fenómeno de la rotura retardada ocurre por un mecanismo de doble multiagrietamiento: microscópico y macroscópico. Las macrogrietas que originan la rotura se forman por coalescencia de microgrietas.

La nucleación de las microfisuras tiene lugar preferentemente en las intercaras austenita-martensita y en los límites de grano de la austenita, pero también, en el interior de los granos austeníticos.

La observación microfractográfica indica que la fractura es frágil y tiene un carácter mixto intergranular/transgranular, incrementándose el carácter intergranular al aumentar el contenido de hidrógeno de la chapa. Así mismo, se detectan en el examen de las superficies fracturadas detalles característicos del efecto del hidrógeno como promotor de la rotura.

REFERENCIAS

- [1] « Manuel technique des aciers inoxydables », Pyc Edition/Semas, Paris (1977) pp. 83-87.
- [2] Rousseau, D., Blanc, G., et al., « Stabilité structurale à la déformation et au froid des aciers inoxydables austénitiques au Cr-Ni », Mém. Etud. Sci. Rev. Metall., 67(5), 315-334 (1970).
- [3] Lacroisey, F. and Pineau, A., « Martensitic transformations induced by plastic deformation in the Fe-Ni-Cr-C system », Metall. Trans., 3, 387-396 (1972).
- [4] Herrera, E. J., « Consideraciones sobre el endurecimiento por deformación de aceros inoxidable austeníticos », Deformación Metálica, 79, 34-46 (1982).
- [5] Siebel, E., Mülhäuser, W., « Residual stresses by deeping drawing », Mitt. Forschungsgesellschaft f. Blechverarbeitung 21, 241-244 (1995).
- [6] Gumpel, P., u. a., « Rostfreie Stähle », Kontakt & Studium, B. 493, Expert Verlag, Renningen-Malmsheim (1996) pp. 101-138.
- [7] ASM Handbook Vol. 14, « Forming and Forging », ASM, Metals Park, OH (1988) pp. 891-892.
- [8] Giraud, H., Tillier, B., « Casse différée en austénitiques », Note LAB 30645 LAB BT/NB, Centre Recherche UGINE, Guegnon (1983).
- [9] Budiansky, D., Wang, N. M., « On the Swift cup test », J. Mechanics and Physics Solids, 14, 357-366 (1966).
- [10] Hawtin, L. R., « Recommended procedure for performing the Swift cup test », Sheet Metal Ind., 46 (5), 418-421 (1969).
- [11] Nelson, H.G., « Testing for hydrogen environment embrittlement: Primary and secondary influences », en Hydrogen Embrittlement Testing, STP 543, ASTM, Philadelphia P.A. (1975) pp. 106-123.
- [12] Moro, L. et al., « The electronic structure and bonding of hydrogen near a FCC Fe stacking fault », J. Physics D (Appl. Phys.), 33, 292-298 (2000).
- [13] Di Caprio, G., « Gli acciai inossidabili », Ulrico Hoepli, Milano (1981) pp. 202-203, 387-389.
- [14] ASTM Standard « General requirements for flat-rolled stainless and heat-resisting steel plate, sheet and strip », ASTM A480/A480M-05.
- [15] ASM Handbook Vol. 12, « Fractography », ASM, Metals Park, OH (1987) pp. 356-357.
- [16] Engel, L., Klingele, H., « An atlas of metal damage », Wolfe/ C. Hanser, Munich (1981) pp. 121-132.
- [17] ASM Handbook Vol. 13A, « Corrosion: Fundamentals, Testing and Protection », ASM, Metals Park, OH (2003) pp. 367-377.

EFFECTO DE UN RECUBRIMIENTO DEL TIPO SOL-GEL EN LA VIDA A FATIGA DE LA ALEACION DE ALUMINIO 2024-T3

A. Monsalve¹, M. Toledano², M. Páez³, A. Artigas¹, A. Castillo¹ y Y. Sepúlveda³

Dpto. Ingeniería Metalúrgica, Facultad de Ingeniería, USACH, Santiago, Chile

amonsalv@usach.cl

(1) Dpto. Química de los Materiales, Facultad de Química y Biología, USACH, Santiago, Chile.

(²) E.T.S.I. Caminos, Canales y Puertos, Universidade da Coruña, Campus Elviña, A Coruña.

mtoledano@udc.es

(3) Depto. Química de Materiales, Fac. Qca. y Biología, USACH

mpaez@usach.cl

Resumen. Se trazaron las curvas S-N-P (esfuerzo, número de ciclos, probabilidad de falla), a la aleación de aluminio 2024 T3. Previamente las probetas fueron sometidas a diversos tratamientos de protección superficial: desengrasado, decapados (tanto de acuerdo a los procedimientos industriales como decapados básicos), realizándose finalmente un tratamiento del tipo sol-gel. Los resultados obtenidos muestran que la vida útil a fatiga aumenta en aquellas probetas recubiertas con sol-gel, aunque también la rugosidad superficial generada con el tratamiento de decapado parece influir notablemente en la respuesta a fatiga. Se compararon las curvas obtenidas tomándose el límite de fatiga a 10 millones de ciclos como parámetro de comparación, obteniéndose los mejores resultados para el caso de decapado industrial y tratamiento de sol-gel. Para el caso de utilizarse decapado básico, el mejor resultado se obtuvo para el decapado con 0,5% de NaOH, que coincide con el que genera la menor rugosidad superficial. El tratamiento sol-gel se realizó mediante la aplicación de alcoholóxido de zirconio. Se comparan finalmente los resultados obtenidos con aquellos encontrados para otros tipos de recubrimientos tales como anodizado, encontrándose mejores resultados en el caso de usar tratamientos sol-gel.

PALABRAS CLAVE: Fatiga, Fractura, Curvas S-N, Aluminio.

Abstract. The S-N-P (stress, number of cycles, failure probability) curves for 2024 T3 aluminium alloy, have been obtained. Previously, samples were submitted to different pickling treatment such as degreasing and pickling after which a sol-gel surface treatment was applied. The results obtained shown an increase in the fatigue life in those samples submitted to a sol-gel treatment, although it seems that the surface rugosity produced by different pickling process can influence the fatigue life. The obtained curves were compared using the fatigue limit to 10 millions of cycles as the comparison parameter. The best results corresponded to the case of industrial pickling followed by sol-gel treatment. For the case of basic pickling, the best result corresponds to a 0,5% of NaOH process, which produces the lower rugosity. The sol-gel treatment was applied through zirconium alcoholoxide. Finally, the results obtained for other surface treatments are compared, such as anodizing, finding best results in the case of sol-gel.

1. INTRODUCCIÓN

Las aleaciones de aluminio utilizadas en aeronáutica se endurecen mediante el empleo de elementos aleantes capaces de formar precipitados del tipo G-P (Guinier y Preston) con el aluminio, lo que se denomina envejecimiento. El efecto de incrementar la resistencia mecánica va acompañado de una disminución en la resistencia a la corrosión debida a la formación de sitios anódicos, asociados a la presencia de estos precipitados [1]. Este comportamiento hace necesaria la aplicación de tratamientos de protección superficial con el fin de contrarrestar el deterioro en la resistencia a la corrosión [2]. Algunos de estos tratamientos de protección superficial, como el denominado *conversion coating* están bastantes consolidados a nivel industrial, en tanto otros, como los tratamientos de anodizado, requieren de algo más de investigación, fundamentalmente

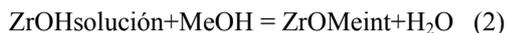
relacionada con el empleo de electrolitos apropiados. No obstante todas las ventajas asociadas al empleo de recubrimientos anticorrosivos, la resistencia a la fatiga se ve afectada en mayor o menor medida por cada uno de estos tratamientos [3]. En trabajos anteriores se ha estudiado la influencia que ejercen diversos tipos de tratamientos de protección superficial en la vida útil a fatiga [4,5]. Recientemente la investigación en este tema apunta al empleo de recubrimientos basados en la técnica de sol-gel, aplicados con el fin de mejorar la resistencia a la corrosión [6-10]. En el presente trabajo, se analiza la influencia del recubrimiento sol-gel en comparación con otros tratamientos, analizándose de manera detallada, la influencia de diversas rugosidades superficiales en la respuesta a fatiga, logradas a través de diversos tratamientos de decapado.

Los recubrimientos sol-gel investigados están basados en zirconoles [11]. Las reacciones asociadas a ese tipo de recubrimientos se pueden escribir como:



Esta reacción transforma el alcóxido de zirconio en zircanol (ZrOH), generando el alcohol ROH.

A partir de la reacción anterior, es posible que el zircanol reaccione con el hidróxido del metal a proteger de acuerdo a:



En esta reacción de condensación, el hidróxido del metal (MeOH), se encuentra sobre la superficie del metal debido a que previamente, dicha superficie ha sido tratada con una solución alcalina (NaOH). Esta reacción genera ZrOMe en la interfase metal-solución, que corresponde a un sol (es decir una dispersión coloidal de partículas finas). Al aplicar temperatura, se produce secado de la película de sol, generando una estructura tridimensional de zircoxanos (ZrOZr) denominada gel, de acuerdo a la reacción:



Antes de la condensación, las moléculas de zircanol (ZrOH) son adsorbidas en la superficie del metal hidroxilado, a través de enlaces de hidrógeno formados entre los grupos ZrOH y MeOH del metal hidroxilado. Después de la condensación y durante el secado, se forman los enlaces covalentes MeOZr y ZrOZr en la interfase. Con esto, se obtiene un excelente enlazado de una película de óxido de zirconio sobre la superficie de los metales tratados.

2. PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

Caracterización del Material y Tratamientos Superficiales

La aleación de aluminio seleccionada en esta investigación es la aleación 2024-T3, ampliamente utilizada en la industria aeronáutica en la fabricación de componentes estructurales por su elevada tenacidad y resistencia a la corrosión bajo tensión.

La composición química de esta aleación se determinó por espectrometría de emisión óptica y coincide con las descritas en la literatura [3]. Las propiedades mecánicas se determinaron mediante el ensayo de tracción. Los resultados obtenidos se presentan en la Tabla 1.

El tratamiento térmico T3 corresponde a un tratamiento de solubilización cercano a 490°C, seguido de temple, trabajo en frío y envejecimiento natural [3].

Tabla 1. Propiedades mecánicas de la aleación 2024 T3. [12].

Aleación	E (GPa)	σ_{YS} (MPa)	σ_{UTS} (MPa)	Elong. %
2024 T3	72	345	485	18

La aleación base se obtiene a partir del proceso de laminación del aluminio. Las probetas son extraídas de las chapas con orientación T-L con respecto a la dirección del laminado, según la muestra B en la Fig.1. Con esta orientación se garantiza que las condiciones con las que va a fatigar sean las más críticas, favoreciendo la etapa de crecimiento subcrítico de las fisuras. En esta figura se observa además que la orientación de los granos en el corte transversal coincide con la dirección de laminación y, por tanto, se puede asegurar que los resultados que se obtengan de los ensayos de fatiga corresponderán a la situación en servicio más desfavorable para el componente.

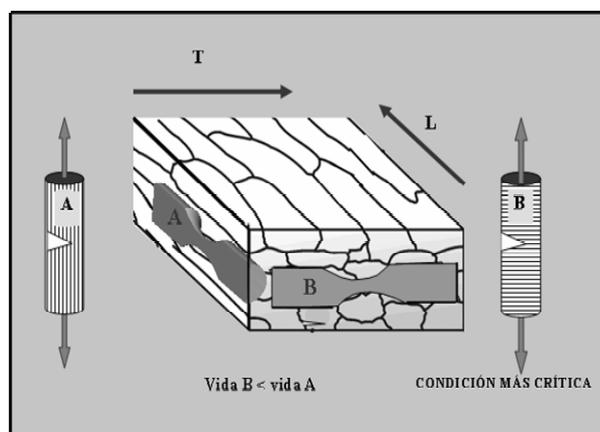


Fig. 1. Orientación de las probetas según el sentido de laminación del material.

Las probetas son mecanizadas con sección circular y con rebaje en el centro, variando el diámetro entre 9 mm en los extremos, donde se produce el amarre de la probeta y 4 mm en la zona central rebajada. Con esta geometría se consigue que las mayores tensiones superficiales se produzcan en el centro de la probeta, y se generen las primeras fisuras de fatiga que promuevan la fractura inestable.

El decapado industrial utilizado en el presente trabajo corresponde al utilizado por la Empresa Nacional de Aeronáutica (ENAER) previo al anodizado de las piezas de aluminio. Este decapado está principalmente basado en soluciones de ácido crómico y fosfórico ($\text{H}_2\text{CrO}_4\text{-H}_3\text{PO}_4$). Para el desengrase se emplea tricloroetileno a 84° C por 5 min, inmersión en solución comercial TURCO 4215-S a 60°C por 10 min con agitación y enjuague con agua bidestilada a temperatura ambiente por 5 min. Luego se procede al decapado que consiste en la inmersión en solución comercial SMUT-GO#4 (30-45 g/l al 10% de ácido nítrico a temperatura ambiente por 5 min con

agitación) y enjuague con agua bidestilada a temperatura ambiente [8].

En el caso del recubrimiento sol-gel, las probetas fueron sometidas a un proceso de desengrase basado en Turco 4215-S. A continuación, las probetas fueron sumergidas en una solución de NaOH al 0,03% con una gota de Triton X100, que es un agente tensoactivo, cuya función es lograr una completa mojabilidad en la superficie de la probeta. A continuación las probetas son sumergidas en la solución de propóxido de zirconio al 5% en 1-propanol por 60 segundos, con agitación mecánica y a temperatura ambiente. Luego que se retiran las probetas de la solución de propóxido de zirconio y se espera 60 segundos a que se seque a temperatura ambiente. Posteriormente se llevan las probetas a un horno a 60 °C y se dejan secar por 30 minutos. Al retirar las probetas se retira el exceso de precipitado que queda en la superficie. El proceso de sol-gel se repite por segunda vez, desde la inmersión en la solución en sol-gel, hasta el proceso de secado en el horno. Se cuidó que el tiempo transcurrido entre el decapado básico y el tratamiento superficial de sol-gel no fuera superior a 2 min, con el fin de evitar el deterioro de la superficie.

Ensayos de Fatiga

Para la caracterización de la vida a fatiga se utilizó una máquina de fatiga en flexión rotativa, a una frecuencia de 100 Hz y con razón de carga $R = -1$.

Los resultados experimentales de estos ensayos dan pares de valores S-N, dicho de otro modo, se relaciona la resistencia (S) a la rotura del material, normalmente expresada en función de la tensión máxima del ciclo (σ_{max}), con la vida esperada (N), a este nivel constante de tensión cíclica. Es conocido, que este tipo de ensayos arrojan una dispersión de los resultados muy elevada, por lo que es preciso utilizar un método estadístico, que permita interpolar los resultados, para manejar datos fiables. La metodología estadística que se ha utilizado es la propuesta por W. Maening, descrita por los autores en artículos anteriores [4-6]. Mediante esta metodología probabilística se obtienen curvas S-N-P, incluyendo la probabilidad de fractura como un tercer parámetro.

3. RESULTADOS

Curvas S-N-P

En la figura 2 se muestran las curvas S-N-P de la aleación 2024 sometida al proceso de desengrasado, de acuerdo al procedimiento descrito anteriormente.

En la figura 3 se muestra la curva de Wohler correspondiente a la aleación sometida sólo al tratamiento superficial de decapado de acuerdo al procedimiento industrial, esto es, decapado ácido.

Con el fin de estudiar la influencia que ejerce el tratamiento de sol-gel sobre la respuesta a fatiga, en la

figura 4 se muestra la curva de S-N correspondiente a la aleación sometida al decapado industrial y posteriormente al tratamiento de sol-gel. La comparación entre ambas curvas se muestra a su vez en la figura 5, pudiéndose apreciar una mejora en la respuesta a fatiga en el caso de aplicar el recubrimiento de sol-gel. Esta mejora en la respuesta a fatiga puede explicarse debido a una mejora en la terminación superficial del material.

Con el fin de estudiar el efecto que ejercen distintos tratamientos de decapado sobre la respuesta a fatiga de esta aleación, en la figura 6 se muestra la curva de Wohler de la aleación sometida a un tratamiento de decapado básico (0,03% de NaOH) y en la figura 7 se muestra la curva correspondiente a un decapado básico con 0,5% de NaOH. A su vez, en la figura 8 se muestra la comparación entre ambas curvas, pudiendo apreciarse una mejora en la respuesta a fatiga en el caso de utilizar un decapado 0,5% NaOH. Esto se puede explicar a partir de la medida de rugosidad que se muestra en la tabla 2, donde puede apreciarse que la menor rugosidad corresponde al decapado 0,5% NaOH.

Tabla 2. Medidas de rugosidad obtenida para diversos tratamientos de decapado.

Tipo de decapado	Indus trial	0.03% NaOH	0.5% NaOH	1% NaOH	2% NaOH	5% NaOH
Rugosidad (μm)	0.186	0.166	0.150	0.180	0.188	0.195

En esta tabla también se muestran los resultados de la rugosidad superficial para los casos de 1, 2 y 5% de NaOH, pudiendo apreciarse que la menor rugosidad en el caso de decapados básicos se obtiene para el decapado con 0,5% de NaOH.

Tabla 3. Límites de fatiga de las aleaciones estudiadas.

Tratamiento	S _{FL1%} (MPa)	S _{FL50%} (MPa)	S _{FL99%} (MPa)
Desengrasado	84	125	176
Decapado Ind.	108	161	209
Sol Gel (Dec. Ind.)	119	168	224
Sol Gel (Dec. Bás. 0.03%)	110	138	179
Sol Gel (Dec. Bás. 0.5%)	100	150	215

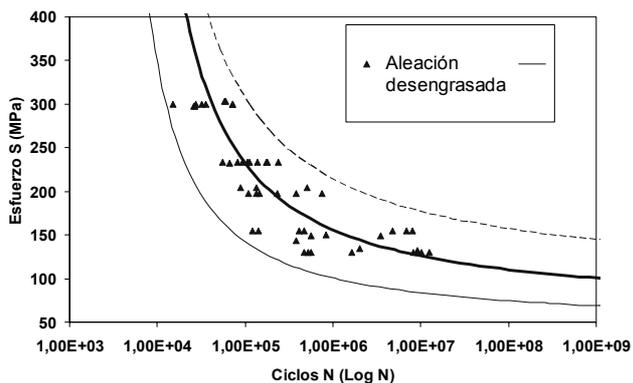


Fig. 2. Curvas S-N-P para la aleación sometida al tratamiento de desengrasado.

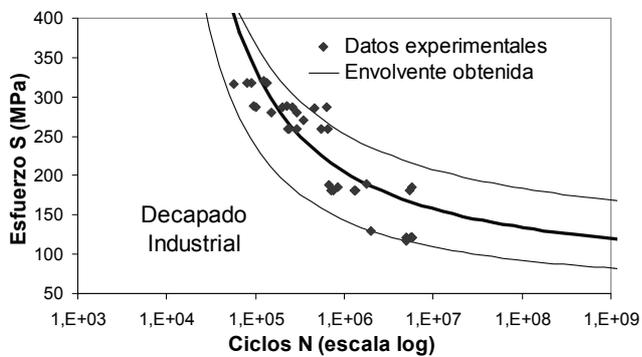


Fig. 3. Curvas S-N-P para la aleación sometida al tratamiento de decapado industrial.

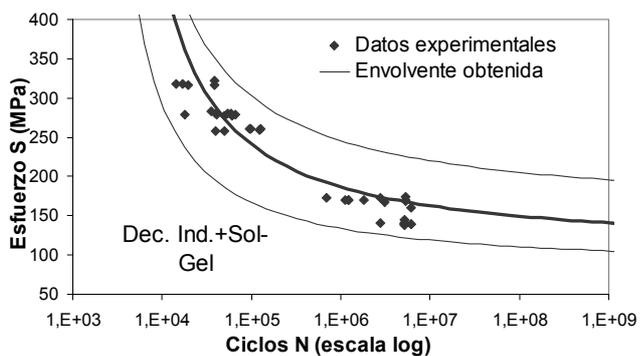


Fig. 4. Curvas S-N-P para la aleación de aluminio 2024 sometida al tratamiento de decapado industrial seguido de sol-gel.

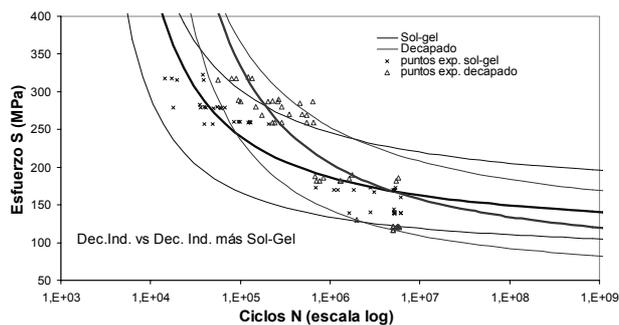


Fig. 5. Curvas S-N-P para la aleación sometida al tratamiento de decapado industrial comparada con el decapado industrial seguido del tratamiento de sol.gel.

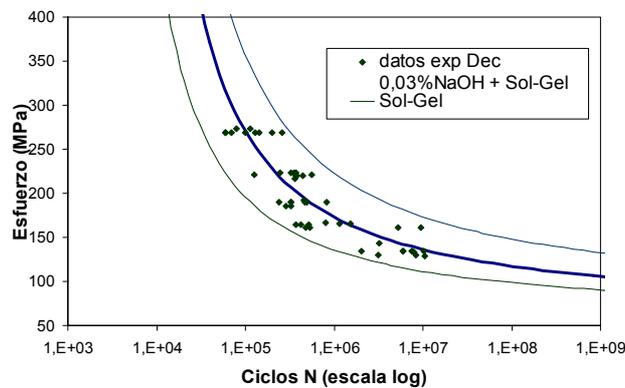


Fig. 6. Curva S-N-P para la aleación sometida a un tratamiento de decapado básico con NaOH al 0,03% seguido de sol-gel.

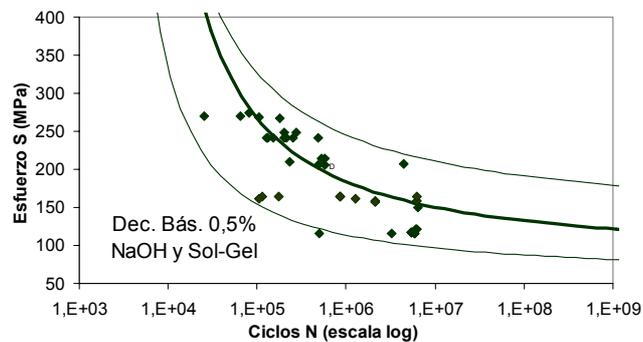


Fig. 7. Curva S-N-P para la aleación sometida a un tratamiento de decapado básico con NaOH al 0,5% seguido de sol-gel.

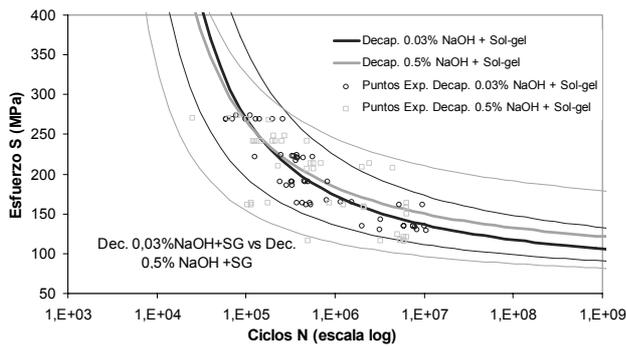


Fig. 8. Comparación entre las curvas S-N-P para la aleación sometida a un tratamiento de decapado básico con NaOH al 0,5% seguido de sol-gel y la aleación sometida a un decapado básico con NaOH 0,03% seguido de sol-gel.

A partir de las curvas de Wohler es posible calcular el límite de fatiga en cada uno de los casos estudiados. Estos resultados se muestran en la tabla 3, donde puede observarse que los mejores resultados corresponden a la aleación sometida a tratamiento de decapado industrial seguido del recubrimiento de sol-gel.

De los dos decapados básicos estudiados, el que entrega mejores resultados es el decapado basado en 0,5% de NaOH (mayor límite de fatiga a 50% y 99% de probabilidad de fractura), que a su vez corresponde al caso que genera la menor rugosidad superficial.

Por otro lado, puede observarse que el tratamiento de decapado industrial, mejora la resistencia a la fatiga en relación a la aleación desengrasada.

El peor de los resultados desde el punto de vista de la resistencia a la fatiga corresponde a la aleación sólo desengrasada. Esto puede explicarse por la rugosidad superficial resultado que está de acuerdo con la mala terminación superficial asociada a aquellas probetas sólo desengrasadas.

Finalmente, los resultados relativos a vida útil correspondientes a la aleación sometida al tratamiento de decapado básico de 0,03% NaOH son aceptables, dado que, aunque se encuentran por debajo de los correspondientes al decapado 0,5%, en general son mejores que los correspondientes al desengrasado y al decapado industrial.

En la tabla 4 se muestran los resultados correspondientes a los límites de fatiga evaluados a 10 millones de ciclos [13]. Al comparar estos resultados con los mostrados en la tabla 3, se observa que los tres tipos de tratamientos de sol-gel presentan mejores resultados que cualquiera de los tratamientos de anodizado estudiados. Esto ocurre para los límites de fatiga de 1, 50 y 99% de probabilidad de fractura.

Con el fin de establecer una correlación clara entre la rugosidad superficial y la respuesta a fatiga en esta aleación, es necesario efectuar distintos tratamientos de decapado, trazando en cada caso la curva de Wohler y evaluando el límite de fatiga en cada caso A partir de esto, será posible establecer una relación entre rugosidad superficial y límite de fatiga.

Tabla 4. Límites de fatiga de las aleaciones estudiadas y sometidas a diversos tratamientos de anodizado.

Tratamiento	S _{FL1%} (MPa)	S _{FL50%} (MPa)	S _{FL99%} (MPa)
Anodizado Crómico	105	130	148
Anodizado Sulfúrico	96	120	136
Anodizado Sulfúrico-Bórico	83	110	130

4. CONCLUSIONES

Se ha logrado determinar la influencia de distintos tratamientos superficiales sobre la vida a fatiga de la aleación 2024 T3.

El tratamiento de desengrasado es el que está asociado a la peor respuesta a fatiga, lo que puede explicarse por la terminación superficial propia de este tratamiento.

El decapado industrial y tratamiento de sol-gel es el tratamiento que mejor resultado entrega desde el punto de vista de vida útil a fatiga. Esto se manifiesta en un mayor valor del límite de fatiga.

Los tratamientos de decapado básico seguidos del tratamiento de sol-gel, entregan buenos resultados a fatiga, sin embargo, los límites de fatiga obtenidos permanecen por debajo de aquellos correspondientes a la aleación sometida al tratamiento de decapado industrial seguido de sol-gel.

5. AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer al proyecto Fondecyt N° 1060050 por el apoyo dado al presente proyecto. Además, desean agradecer a la Academia Politécnica Aeronáutica, a la Empresa Nacional de Aeronáutica ENAER y a la Universidad de A Coruña por el interés y permanente compromiso mostrado por la línea de investigación.

6. REFERENCIAS

[1] E.P. Short and P. Sheasby., Trans. Inst. Metal Finish, 47, 27 (1969).

- [2] G.E.Thompson and G.C.Wood. "Corrosion: Aqueous Processes and Passive films" (Treatise on Material Science and technology), V.23, 1983.
- [3] ASM Speciality Handbook, Aluminium and Aluminium Alloys, 1998.
- [4] Parra R., Monsalve A., Páez M., Sepúlveda Y., Valencia N.y Toledano M., "Influencia de los tratamientos superficiales en la vida útil a fatiga de la aleación de aluminio 2024 T3", Jornadas Conamet-Sam, La Serena, 3-5 de noviembre, 2004.
- [5] Monsalve A., Páez M., Toledano M., Artigas A., Parra R., Sepúlveda Y., "Curvas S-N-P en aleaciones de aluminio 2024-T3 y 7075-T7351 y su dependencia con los tratamientos superficiales", XXII Encuentro del Grupo Español de Fractura, Almagro, 9-11 de marzo, 2005, España.
- [6] Parkhill R.L., Knobbe E.T., Donley M.S., *Application and evaluation of environmentally compliant pray-coated ormosil films and corrosion resistant of treatments for aluminium 2024 T3*, Progress in Organic Coatings 41 (2001), 261-265.
- [7] Khobaib M., Reynolds L.B., Donley M.S., *A comparative evaluation of corrosion protection of sol-gel based coating systems*, Surface and Coatings Technology, 140 (2001), 16-23.
- [8] Voevoding N., Jeffcoate C., Simon L., Khobaib M., Donley M., Characterization of pitting corrosion in bare sol-gel coated aluminium 2024 T3 alloy, Surface and Coatings Technology, 140 (2001), 29-34.
- [9] Yang X.F., Tallman D.E., Gelling V. J., Bierwagen G.P., Kasten L. J., Berg J., *Use of a sol-gel conversion coating for aluminum corrosion protection*, Surface and Coatings Technology, 140 (2001), 44-50.
- [10] Monsalve, A., Toledano M., Segovia C., Artigas A., Sepúlveda Y. y Páez M., "Efecto de un recubrimiento sol-gel en la resistencia a la fatiga de la aleación de aluminio 2024 T3", III Congreso Internacional de Materiales, Simposio Materia 2005, Cartagena de Indias, Colombia. 12 al 16 de septiembre 2005.
- [11] Segovia C., "Influencia de los tratamientos superficiales, alodine y sol-gel, en la vida útil a fatiga de la aleación de aluminio aeronáutico 2024-T3" Tesis de Ingeniería Metalúrgica, USACH, 2004. A. Monsalve, Corrosión y Selección de Materiales, Apuntes de Curso, Universidad de Santiago de Chile, Facultad de Ingeniería, 2005.
- [12] Parra R., "Influencia de los tratamientos superficiales en la vida útil a fatiga de aleaciones de aluminio aeronáutico", Tesis de Ingeniería, Chile, 2004.
- [13] Monsalve, A., Toledano, Segovia C., Artigas A., Sepúlveda Y. y Páez, M., "Estudio comparativo entre diversos tratamientos de protección superficial en la aleación de aluminio 2024 T3", Jornadas SAM-CONAMET 2005, Mar del Plata, Argentina, Octubre 2005.

PEQUEÑOS INVENTOS PARA EL ANALISIS EXPERIMENTAL DE PROBETAS SINGULARES EN MECÁNICA DE FRACTURA

J. M. Alegre¹, D. Ferreño², F. Gutierrez-Solana Salcedo².

¹ Area MMCyTE, Dpto Ingeniería Civil. Escuela Politécnica Superior, Universidad de Burgos. C/ Villadiego s/n, 09001, Burgos, Spain. (E-mail: jalegre@ubu.es)

² Departamento de Ciencia de Materiales, E.T.S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, Universidad Cantabria, Avda de los Castros s/n, 39005, Santander, Spain. ferrenod@unican.es

RESUMEN

Uno de los principales inconvenientes que se presentan a lo hora de realizar ensayos mecánicos sobre probetas singulares, por su tamaño o por su forma, viene derivado de la propia instrumentación disponible para realizar las medidas experimentales. En general, los utillajes y dispositivos de laboratorio permiten efectuar medidas sobre probetas normalizadas; sin embargo, en determinadas ocasiones, bien sea por la escasa cantidad de material disponible o bien por que se desea ensayar una pieza real de geometría compleja, las probetas no se ajustan a las dimensiones normalizadas. En este artículo se presentan una serie de pequeños inventos que permiten adaptar los instrumentos de precisión disponibles para la medición de estas probetas singulares. En el trabajo se describen los problemas encontrados, las soluciones aportadas y los resultados obtenidos. El objetivo principal de este artículo es la de facilitar las actividades experimentales de investigadores que se encuentren con dificultades similares.

ABSTRACT

One of the main inconveniences appearing when performing mechanical tests on singular specimens, due to their size or shape, is derived from the available set-ups to perform the experimental measurements. In general, the laboratory set-ups and devices allow performing measurements on standard specimens; nevertheless, sometimes, either due to the shortage of available material or due to the need of testing a real part with a complex geometry, specimens do not fit standard dimensions. In this paper, some little inventions to adapt the available precision devices for measurements on singular specimens are presented. In the work, the problems that were found, the solutions achieved and the results obtained are described. The main goal of this paper is to facilitate the experimental activities of researchers with similar.

Palabras clave: Probetas singulares, experimentación

1. INTRODUCCIÓN

Uno de los principales problemas encontrados en la experimentación de probetas singulares es la necesidad de adaptación de la instrumentación disponible a la realización del ensayo. En general, la instrumentación presente en los laboratorios permite realizar medidas experimentales en probetas de dimensiones normalizadas. Sin embargo, en muchas aplicaciones, la cantidad de material disponible es escasa y se requiere la mecanización de probetas de reducido tamaño. En consecuencia es necesario diseñar instrumentos que nos permitan efectuar las medidas deseadas en las probetas de reducido tamaño, acoplando los instrumentos disponibles.

En este artículo se presentan algunos de pequeños inventos que permiten utilizar los instrumentos de precisión disponibles para la medición de estas probetas singulares. El objetivo principal de este artículo es la de facilitar las actividades experimentales de investigadores que se encuentren con dificultades similares.

2. DISPOSITIVO EXPERIMENTAL PARA MEDIR LA DEFORMACIÓN MEDIA DE ROTURA EN PROBETAS DE TRACCIÓN ENTALLADAS

Las probetas de tracción entalladas axisimétricas permiten determinar el comportamiento mecánico de un material en función de la triaxialidad de tensiones [1]. La deformación axial media en el cuello de la probeta (mínima sección transversal), se puede obtener, en virtud de la conservación de volumen en plasticidad, a partir de la reducción de área y, en consecuencia de la variación del diámetro según la siguiente expresión:

$$\varepsilon_m = \ln\left(\frac{A_0}{A}\right) = \ln\left(\frac{\frac{\pi}{4}\phi_0^2}{\frac{\pi}{4}\phi^2}\right) = 2 \ln\left(\frac{\phi_0}{\phi}\right) \quad (1)$$

donde A_0 y ϕ_0 son el área y diámetro iniciales de la mínima sección transversal, y A y ϕ son el área y diámetro de la mínima sección transversal en un momento dado del ensayo.

En la expresión anterior se asume que la mínima sección transversal permanece circular a lo largo de la deformación. Aunque esto es esperable en materiales perfectamente isótopos no se da en la mayoría de las situaciones reales, sino que se produce generalmente una ovalización de la sección a lo largo del proceso de deformación como puede observarse en la Figura 1. Este grado de ovalización es más frecuente en probetas de reducido tamaño, donde la heterogeneidad del material se hace más acusada.

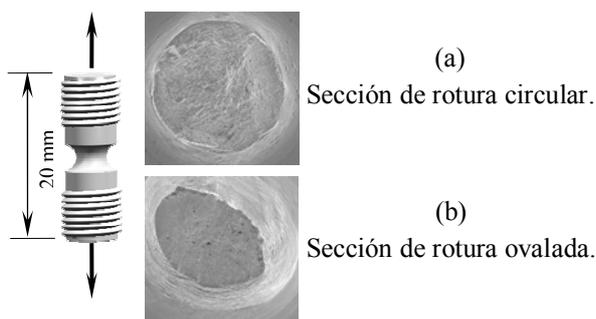


Figura 1. Posibles tipos de sección de rotura en el ensayo de probetas entalladas.

Este hecho implica que la medida de la variación diametral presente una elevada dispersión en ensayos repetidos, al depender del diámetro en el que se efectúe la medida y de la posición relativa de éste con respecto al óvalo formado. De esta manera, cada ensayo realizado presenta un grado de incertidumbre creciente con el grado de ovalización de la sección medida.

Extensómetro perimetral

Ante esta situación se decidió diseñar un nuevo método experimental para determinar la deformación media a partir de la evolución del perímetro de la sección deformada. De este modo, derivada directamente de la (1), se obtiene la deformación media por la expresión:

$$\epsilon_m = \ln\left(\frac{A_0}{A}\right) = 2 \cdot \ln\left(\frac{\phi_0}{\phi}\right) = 2 \cdot \ln\left(\frac{\pi \cdot \phi_0}{\pi \cdot \phi_r}\right) = 2 \cdot \ln\left(\frac{\lambda_0}{\lambda}\right) \quad (2)$$

donde λ_0 es el perímetro inicial de la mínima sección transversal y λ es el perímetro de la mínima sección transversal en un momento dado del ensayo.

Debido a que la expresión (2) también presupone una sección final de rotura circular, este nuevo procedimiento también presenta el inconveniente de la ovalización de la sección. No obstante se minimiza la dispersión de los resultados, dado que ahora éstos no dependen de la posición del extensómetro, como ocurre en el primer caso analizado, sino solamente de la diferencia de áreas para igualdad de perímetros entre las secciones circular y oval.

Para la realización de esta técnica de medida ha sido preciso diseñar un nuevo extensómetro. El dispositivo consiste en rodear la mínima sección transversal de la probeta con un hilo fino y resistente, manteniendo una pequeña tensión en sus extremos que asegure un contacto permanente con la probeta a lo largo de todo el ensayo. En la Figura 2 se muestra un esquema del dispositivo que consta básicamente de dos patillas rígidas, montadas en forma de cruz, que aseguran la tensión en el hilo al mantenerse abierta por la acción de dos muelles. El sistema se complementa con un varillaje telescópico (C-D) donde se acopla un extensómetro axial que recoge de forma lineal la variación perimetral sufrida por la probeta.

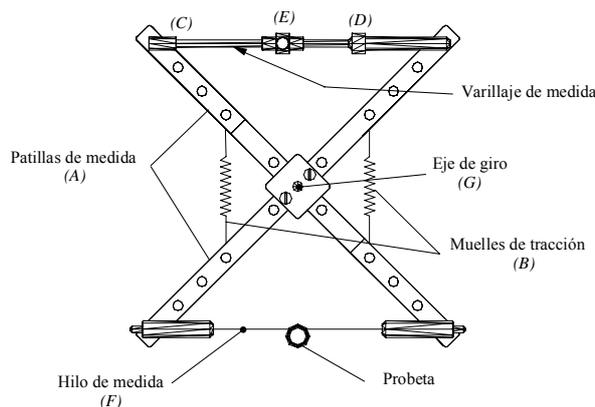


Figura 2. Extensómetro perimetral.

Los elementos que fijan el hilo y los que soportan el extensómetro tienen permitido el giro en su punto de unión con la patilla correspondiente. Con el fin de que el varillaje se adapte a extensómetros lineales, con distinta apertura de patillas, una de ellas se instala sobre el elemento (E), capaz de deslizarse sobre (C), modificando la base de medida inicial.

Como se puede observar en la misma Figura 2, la posición del varillaje de medida es completamente simétrica a la posición del hilo, con respecto al eje de giro (G). De este modo, la medida recogida por el extensómetro lineal, a lo largo del ensayo, se corresponde directamente con la variación perimetral experimentada en la mínima sección de la probeta. Sin embargo se han mecanizado otros taladros en las varillas para permitir otras relaciones de medida.

En general, las máquinas de tracción aplican los desplazamientos a la probeta con el movimiento de un solo cabezal, por lo que la mínima sección transversal de la probeta sufre un pequeño desplazamiento durante el proceso de carga. Debido a esto, el conjunto del extensómetro perimetral, se instala suspendido de un hilo, permitiendo que éste se ajuste a la posición de la probeta en todo instante. Con el objetivo de estabilizar el conjunto, debido fundamentalmente al momento generado por el desalineamiento de los dos extremos del hilo al rodear la probeta, se ha acoplado un contrapeso,

alineado con el eje (G). Cuanto mayor sea la separación entre el contrapeso y las patillas de medida (A), mayor estabilidad presentará el conjunto. La Figura 3 muestra un esquema de la disposición de todo el conjunto incluyendo el contrapeso.



Figura 3. Ensayo de tracción empleando el extensómetro perimetral.

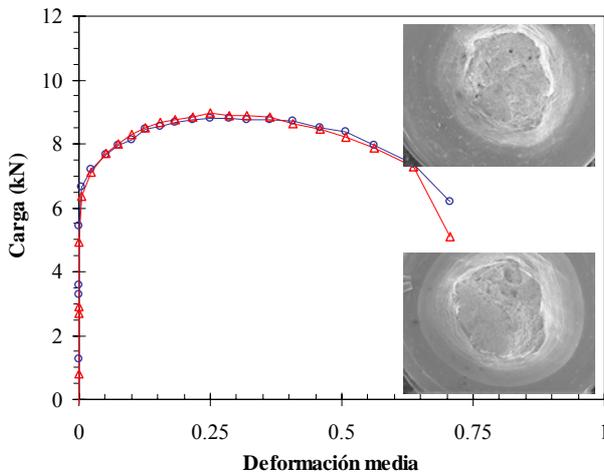


Figura 4. Curvas carga-deformación media, de dos ensayos de tracción con probeta entallada y sección final de rotura (extensómetro perimetral).

Los resultados obtenidos en los ensayos realizados con el extensómetro perimetral resultan siempre muy estables. La Figura 4, muestra las curvas carga-deformación media de dos probetas iguales obtenidas de dos ensayos de tracción, donde se observa la sección final de rotura.

Estimación de los errores

En el extensómetro diametral, el área de la sección se obtiene mediante la medida aleatoria de uno de sus diámetros, mientras que con el extensómetro perimetral,

se obtiene a partir de la medida de su perímetro. Cualquiera de los dos métodos es totalmente válido en el caso de que la sección se deforme uniformemente, es decir permanezca circular durante el proceso de deformación. Por el contrario si ésta adquiere un cierto grado de ovalización durante la ejecución del ensayo, tanto la medida de un diámetro determinado, como la del perímetro se traducen en un error que depende del grado de ovalización $f = a/b$, definido como el cociente entre el semieje mayor y menor de la forma elíptica generada.

Cuando se usa el extensómetro diametral, el área ovalada real (A_{real}) se hace equivalente a un área circular obtenida con la medida de un diámetro de la sección real (A_{eq}). Sin embargo, durante el ensayo se mide aleatoriamente un diámetro comprendido entre $2b \leq D_{medido} \leq 2a$, por lo que se comete un error comprendido entre la medida del diámetro máximo posible, $D_{medido} = 2a$,

$$\xi_a = \frac{A_{eq} - A_{real}}{A_{real}} = \frac{\pi a^2 - \pi ab}{\pi ab} = \frac{a}{b} - 1 > 0 \tag{3}$$

y la medida del diámetro mínimo posible, $D_{medido} = 2b$,

$$\xi_b = \frac{A_{eq} - A_{real}}{A_{real}} = \frac{\pi b^2 - \pi ab}{\pi ab} = \frac{b}{a} - 1 < 0 \tag{4}$$

Es decir que el error cometido por la técnica diametral, expresado en términos de grado de ovalización, estará comprendido entre,

$$\xi_b \leq \xi \leq \xi_a \Rightarrow (f^{-1} - 1) \leq \xi \leq (f - 1) \tag{5}$$

Con la técnica perimetral, se mide el perímetro P_{medido} de la sección ovalada real, y a partir de él se supone que el área es circular. Dado que el área de una sección elíptica es menor que el área de una sección circular de igual perímetro, se comete un error fijo para cada grado de ovalización, que vendrá dado por,

$$\xi = \frac{A_{eq} - A_{real}}{A_{real}} = \frac{\frac{P_{medido}^2}{4\pi} - \pi ab}{\pi ab} = \frac{P_{medido}^2}{4\pi^2 ab} - 1 \tag{6}$$

En la Tabla 1, se muestran los errores que se cometen en la estimación del área mediante las dos técnicas analizadas, para diferentes grados de ovalización de la sección. Para la técnica de la medida de un diámetro, el error es indeterminado pudiendo encontrarse aleatoriamente entre los dos valores reflejados. Por el contrario, mediante la medida del perímetro el error cometido es sensiblemente inferior y siempre dando valores de la sección mayores de los reales.

Tabla 1. Errores cometidos en la estimación del área deformada.

Ovalización, f	Errores con Ext. Diametral	Errores con Ext. Circunferencial
1.00	0 %	0 %
1.25	De -20.0% a +25.0 %	1.87 %
1.50	De -33.3% a +50.0 %	6.26 %

La estimación del área tiene como objetivo final calcular la deformación media utilizando la expresión (1), $\epsilon_m = \ln(A_0 / A)$. Teniendo en cuenta el error en la medida del área de la sección, la deformación obtenida por el extensómetro será:

$$\epsilon_{medida} = \ln\left(\frac{A_0}{(1 + \xi) \cdot A}\right) = \ln\left(\frac{A_0}{A}\right) - \ln(1 + \xi) \quad (7)$$

Con lo que se puede estimar el error cometido en la determinación de la deformación, ξ_ϵ , como:

$$\xi_\epsilon (\%) = \frac{\epsilon_m - \epsilon_{medida}}{\epsilon_m} = \frac{\ln(1 + \xi)}{\epsilon_m} \quad (8)$$

Para el extensómetro diametral, teniendo en cuenta las expresiones (3) y (4), el error cometido en la determinación de la deformación media será:

$$\left. \begin{aligned} \ln(1 + \xi_b) &= \ln\left(\frac{b}{a}\right) = -\ln(f) \\ \ln(1 + \xi_a) &= \ln\left(\frac{a}{b}\right) = +\ln(f) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \xi_\epsilon (\%) = \pm \frac{\ln(f)}{\epsilon_m} \quad (9)$$

Para el extensómetro perimetral el error cometido en la estimación de la deformación media será:

$$\xi_\epsilon (\%) = \frac{\ln(1 + \xi)}{\epsilon_m} = \frac{\ln\left(\frac{P_{medido}^2}{4\pi^2 ab}\right)}{\epsilon_m} \quad (10)$$

En la Tabla 2 se presentan los errores en la deformación media obtenida mediante las dos técnicas extensométricas en función de la ovalización de la sección, f , cuando la deformación media real de la sección sea $\epsilon_m = 1$. Para esta deformación media real ($\epsilon_m = 1$), si la ovalización de la sección fuese, por ejemplo, $f=1.25$, el extensómetro diametral proporcionaría un valor de deformación entre [0.777, 1.223], lo que supone un error de $\pm 22,3\%$, mientras que el perimetral 0.9815, es decir un error de -1.85% . Como se puede apreciar, con el extensómetro perimetral siempre se obtienen valores de deformación media ligeramente inferiores a los reales. Esto es debido a que el área estimada es siempre mayor, por lo que siempre se estará del lado de la seguridad. Por el contrario, con el extensómetro diametral se miden valores de la deformación media por

encima o por debajo, tanto en área como en deformación, lo que, además del elevado error cometido, proporciona valores que pueden estar del lado de la inseguridad.

Tabla 2. Errores cometidos en la deformación media, para una deformación real, $\epsilon = 1$.

Ovalización, f	Errores con Ext. Diametral	Errores con Ext. Circunferencial
1.00	0 %	0 %
1.25	± 22.3 %	-1.85 %
1.50	± 40.5 %	-6.08 %

3. ADAPTACIÓN DE LA EXTENSOMETRÍA PARA EL ENSAYO DE PROBETAS RECONSTRUIDAS

Los programas de vigilancia de las centrales nucleares permiten evaluar la evolución de las propiedades del material constitutivo de la vasija por medio de extracciones periódicas de las probetas que se encuentran almacenadas en las cápsulas de vigilancia. El procedimiento convencional de caracterización se basa en ensayos de impacto Charpy [2-3] sobre probetas entalladas. Sin embargo, la tendencia actual de caracterización aspira a evaluar las propiedades en fractura del material sin abandonar los procedimientos clásicos.

Una posibilidad atractiva para conjugar ambas posibilidades consiste en reconstruir probetas normalizadas de fractura a partir de las mitades de probetas Charpy ya ensayadas. Así, se dispone simultáneamente de ambas fuentes de información. Las configuraciones experimentales más difundidas de probetas reconstituidas son las probetas Charpy prefiguradas (PCCv), y las probetas compactas (CT).

La problemática de la caracterización de estas probetas es particularmente complicada dado que el ensayo pretende estudiar el comportamiento del material en la zona de transición dúctil-frágil. En este caso, los movimientos que experimenta la probeta durante el ensayo son necesariamente pequeños, dado que se trata de una rotura frágil en una probeta pequeña. En consecuencia, las deformaciones provenientes de cualquier utillaje que se interponga entre probeta y máquina de ensayo resultan inaceptables. Y desgraciadamente, las dimensiones físicas de los utillajes empleados son de importancia puesto que deben superar la distancia interceptada por la cámara climática que se adapta a la máquina de ensayo para garantizar la temperatura del ensayo.

Probetas CT reconstruidas

Por lo tanto es necesario diseñar utillajes para medir directamente los desplazamientos deseados de la

probeta. La Figura 5 recoge el montaje experimental. Como puede apreciarse, se han añadido sendas extensiones a las patillas del extensómetro, las cuales se adaptan a unas ranuras practicadas en las caras superior e inferior de la probeta CT, ranuras alineadas con la carga aplicada. El sistema se rigidiza por medio de un elemento circunferencial. De esta forma, la curva que relaciona la carga aplicada, directamente detectada por la máquina de ensayo, con el desplazamiento detectado por el extensómetro modificado permite obtener la energía absorbida durante el ensayo.

Por supuesto, la validez del procedimiento aquí expuesto asume la representatividad de las mediciones proporcionadas por el extensómetro modificado. Sin embargo, como es evidente, las patillas añadidas modifican completamente dichos valores: el extensómetro está diseñado para registrar los movimientos que se producen en los extremos de sus patillas, no de los posibles apéndices que se puedan haber añadido. Por este motivo, es necesario proceder a una correcta calibración del montaje.

Este proceso conlleva varias etapas. Primeramente, se ha estimado la deformación que experimenta el utilaje durante un ensayo; esta deformación será, presumiblemente, de naturaleza elástica, por tratarse de piezas, robustas, de espesores importantes. Dicha información puede obtenerse realizando un *ensayo ficticio* en el cual se utiliza una pieza muy rígida en sustitución de la probeta, de manera que los movimientos por ella experimentados resulten despreciables frente a los del utilaje. El desplazamiento registrado por el cabezal de la máquina se corresponde, por tanto, con las deformaciones elásticas experimentadas por los vástagos y pasadores. Se dispone, de esta forma de un registro, prácticamente lineal, que relaciona carga aplicada con desplazamientos asociados al utilaje. Los resultados de este *ensayo ficticio* se resumen en la siguiente expresión:

$$P(kN) = 11.01 \cdot \delta_{util} (mm) \quad (11)$$

En segundo lugar, se ha obtenido una correlación del movimiento registrado por el extensómetro, δ_1 , con el que se produce en los extremos de las extensiones, δ_2 . El procedimiento consiste en registrar un movimiento que se aplica de forma controlada en los extremos de las extensiones junto con el movimiento que se produce en las patillas del extensómetro, el cual se vuelca automáticamente en el archivo de resultados que genera el software de ensayo. Para pequeños movimientos la relación entre desplazamientos en patillas y extensiones es lineal, de acuerdo con la fórmula:

$$\delta_2 = 1.5056 \cdot \delta_1 \quad (12)$$

Una vez que se han cumplimentado las dos etapas anteriores, sólo resta comprobar su validez.

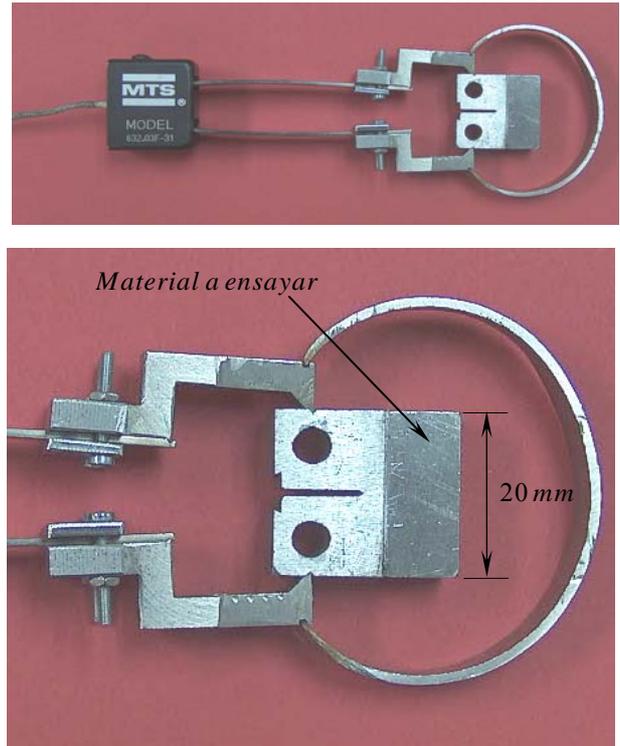


Figura 5. Utilaje diseñado para el ensayo de probetas reconstruidas CT.

Para ello se ha realizado un ensayo sobre una probeta CT prefisurada registrando simultáneamente los desplazamientos que proporciona el extensómetro modificado así como con los que provienen del cabezal de la máquina, obtenida automáticamente a partir del software de ensayo. Los primeros se calculan a partir de la información del extensómetro utilizando la correlación lineal (12) descrita en el párrafo anterior.

La Figura 6 reproduce estos resultados experimentales. Como puede apreciarse en ella se presentan dos curvas afines. La que manifiesta mayores desplazamientos es la que registra los movimientos en los cabezales de la máquina mientras que la otra se corresponde con el extensómetro modificado.

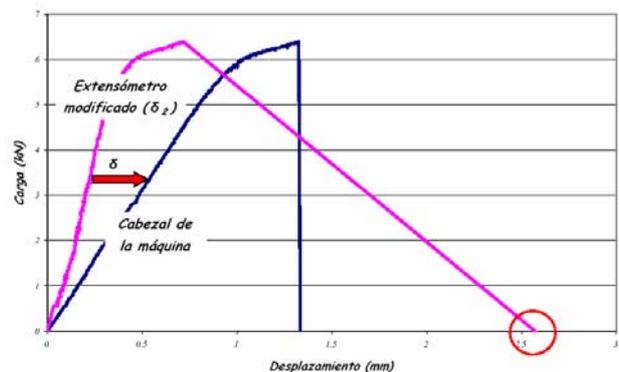


Figura 6. Curvas experimentales registradas en máquina y en extensómetro

La diferencia entre ambos valores debe corresponderse con los valores de desplazamiento registrados sólo para el utillaje, tal y como se describió más arriba. Esta diferencia se indica con una flecha roja en la Figura 6, bajo el epígrafe ' δ '. De esta manera se dispone de una primera herramienta para validar el procedimiento. El grado de acuerdo alcanzado resultó altamente satisfactorio, con discrepancias incluidas dentro de la propia desviación estadística.

Un segundo procedimiento para validar la calidad del resultado viene también representado en la propia Figura 6. Como se aprecia, la apariencia de ambas líneas tras rotura difiere sensiblemente. La curva correspondiente a la lectura en cabezal desciende casi en vertical; ello es debido a que al producirse la rotura frágil la resistencia ofrecida por la probeta desaparece mientras que el cabezal sigue avanzando a una velocidad constante -por tratarse de un ensayo en control de deformación- muy reducida.

Por otra parte, la curva relacionada con el extensómetro experimenta durante la descarga un movimiento importante puesto que al producirse la fractura la fisura avanza súbitamente, por tratarse de un proceso de clivaje. El punto que se señala con una circunferencia roja en la Figura 6 representa el movimiento que ha experimentado la probeta CT entre las ranuras donde se apoya el extensómetro, tras producirse la rotura. Si el sistema está correctamente calibrado, ése debe ser el valor que se mida con un calibre suficientemente preciso. Esa comprobación fue realizada sobre seis probetas, estimándose el error medio en un 0.2%, lo cual es indicativo de una alta precisión.

Probetas PCCv reconstruidas

La problemática surgida en este caso es bastante similar a la expuesta para el caso de probetas CT, sin embargo, el proceso resolutivo es mucho más sencillo. La Figura 7 recoge una fotografía del montaje experimental diseñado para registrar los movimientos del ensayo asociados exclusivamente con la deformación de la probeta. Aquí se trata de intentar evitar en la medida de lo posible la deformación del elemento indentador, que se trata de un vástago de gran longitud permitiendo así salvar la longitud de la cámara climática.

Como puede apreciarse se han añadido dos piezas mecanizadas en metacrilato, en forma de cuña, en las cuales descansan las patillas del extensómetro. Aquí no resulta necesaria añadir ninguna clase de extensión y se trabaja directamente con la lectura que el extensómetro proporciona al sistema de toma de datos, lo cual simplifica el proceso. La pieza superior se atornilla en la parte baja del vástago indentador, mientras que la pieza inferior descansa en el banco de apoyo donde se posiciona la probeta ensayada. De esta forma puede asumirse que los movimientos registrados evitan la mayoría de los desplazamientos asociados al montaje

experimental. De nuevo los resultados obtenidos fueron plenamente satisfactorios.



Figura 7. Utillaje diseñado para el ensayo de probetas PCCv

4. CONCLUSIONES

La técnica del extensómetro diametral presenta grandes inconvenientes en la medida de la deformación media de aleaciones dúctiles, en las cuales puede producirse una ovalización de la sección. La técnica de medida basada en un extensómetro perimetral minora ostensiblemente esta dispersión debida a la ovalización, lo cual disminuye no sólo el número de ensayos necesarios para caracterizar el material, sino que también se consigue mayor precisión.

Por otro lado, se ha presentado la posibilidad de utilizar extensiones en los extensómetros habituales para la medición de movimientos en probetas CT de reducidas dimensiones, tales como las que se reconstruyen a partir de mitades de Charpy previamente ensayadas, se presenta como una alternativa de interés siempre que se respeten las exigencias para la correcta calibración del montaje experimental. De esta forma pueden evitarse los movimientos espurios que se registran directamente en la máquina de ensayo, asociados con las deformaciones del utillaje. Asimismo, en probetas PCCv puede solventarse esta problemática, con garantías, por medio de soluciones mucho más sencillas.

5. BIBLIOGRAFIA

- [1] ESIS P6-98: Procedure To Measure And Calculate Material Parameters For The Local Approach To Fracture Using Notched Tensile Specimen.
- [2] D. Ferreño, R. Cicero, R. Lacalle, I. Gorrochategui. Evaluación de la integridad estructural de la vasija de un reactor nuclear en régimen dinámico. Anales de Mecánica de la Fractura, Vol. 22, marzo de 2005.
- [3] American Society of Mechanical Engineers (ASME) Boiler and Pressure Vessel Code, Section XI: Rules for Inservice Inspection of Nuclear Power Plant Components. American Society of Mechanical Engineers, New York.

SIMULACIÓN DEL EFECTO DE LA PLASTIFICACIÓN EN LA PROPAGACIÓN DE FISURAS POR FATIGA EN MODO MIXTO

D. Ferreño (1), J. M. Alegre (2), J. M. Revilla (2).

(1) Departamento de Ciencia de Materiales, E.T.S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, Universidad Cantabria, Avda de los Castros s/n, 39005, Santander, Spain.
ferrenod@unican.es

(2) Area MMCyTE, Dpto Ingeniería Civil. Escuela Politécnica Superior, Universidad de Burgos. C/ Villadiego s/n, 09001, Burgos, Spain.
E-mail: jalegre@ubu.es

RESUMEN

Las condiciones de propagación en el frente de fisura implican, en situaciones generales, solicitaciones mixtas combinando los modos I y II. En consecuencia la trayectoria seguida por la fisura en su avance viene determinada por los valores que los factores de intensidad de tensiones K_I y K_{II} adoptan en cada momento. Las teorías que predicen la propagación de la fisura en modo mixto son bastante exactas para el caso de materiales frágiles, sin embargo, para los materiales que presentan cierto grado de ductilidad las predicciones del camino de propagación ya no son tan alentadoras. En este trabajo se presenta un estudio por elementos finitos que simula la propagación de una fisura por fatiga en un componente bidimensional, considerando la pequeña plastificación que se produce en el frente de fisura a través de un modelo de material elástico-perfectamente plástico. Se observa como la desviación originada por la plastificación mejora ostensiblemente las predicciones del camino de la propagación. El estudio desarrollado incorpora un exhaustivo análisis del efecto del tamaño de malla y del paso de avance de la fisura en la simulación, proporcionando una serie de recomendaciones para posteriores simulaciones.

ABSTRACT

Crack propagation usually involves mixed loading conditions, combining mode I and mode II. As a consequence, the path crack can be determined by using the actual stress intensity factors' (SIF) value. The models that can predict the crack path evolution under mixed mode loading are quite exact for brittle materials, but for ductile materials these predictions are not so encouraging, as a consequence of the effect on the SIF values of the crack tip yielding. In this work, a FE study that simulates the fatigue crack propagation in a two-dimensional component, considering the effect of the small yielding in the crack tip, is effected. A perfectly plastic elastic material has been considered to define the material behaviour. It is showed that crack path predictions are widely improved using an elasto-plastic analysis. Also, in this study an exhaustive analysis of the effect both the mesh size and the crack advance substeps of the crack path predictions has been effected, providing a series of recommendations for future simulations.

Palabras clave: Propagación des fisuras, modo mixto, pequeña plastificación

1. INTRODUCCIÓN

La mayoría de los estudios de crecimiento de fisura se limitan a solicitaciones en modo I de carga, donde la tensión es normal al plano de la fisura. Sin embargo, en muchas ocasiones no se produce esta circunstancia y el frente de fisura se encuentra sometido a un modo mixto de carga (modo I y modo II) con esfuerzos de tracción fuera del plano de la fisura que tienden a desviarla de su trayectoria inicial. Este hecho afecta, en problemas de fatiga, tanto a la dirección de crecimiento de la fisura como a su velocidad de propagación.

Existen en la bibliografía numerosos criterios [1-5] para determinar el camino seguido por la fisura durante la

propagación de la misma en modo mixto. La inmensa mayoría utilizan los factores de intensidad de tensiones (FIT) que proporcionan las bases de la Mecánica de Fractura Elástico Lineal (MFEL), como base para predecir el camino de la fisura. En consecuencia, la correcta evaluación de los FITs constituye la primera etapa a satisfacer en cualquier estudio numérico de propagación de fisuras por fatiga.

Por otro lado, las bases de la MFEL en las que se apoyan los criterios comentados sólo resultan estrictamente válidas cuando el tamaño de la zona plástica que se desarrolla en el frente de fisura sea despreciable frente a las dimensiones geométricas del componente. En el momento en el que la zona plástica

alcanza cierta entidad es preciso realizar análisis elasto-plásticos para la correcta descripción del fenómeno.

Sin embargo, cuando el tamaño de la zona plástica sea relativamente pequeño la MFEL sigue siendo válida, efectuando ciertas correcciones en el FIT, tal y como postuló Irwin [6]. En este trabajo se pretende seguir la misma línea que Irwin para ampliar la utilización de los modelos de propagación de fisura en el caso de pequeñas zonas plásticas en la punta de la grieta. En este caso, la correcta definición de los FIT es, si cabe, más importante dado que en la estimación de vida en fatiga su valor va elevado al exponente de Paris.

Finalmente, destacar que en este estudio no han considerado efectos que pueden resultar importantes en la estimación de la vida en fatiga de componentes de material dúctil, como es el caso del cierre de grieta como consecuencia de la plastificación del frente de fisura.

2. EVIDENCIA EXPERIMENTAL

Para alcanzar los objetivos propuestos se ha ensayado a fatiga una probeta tipo CT con un taladro desviador de la fisura para asegurar condiciones de modo mixto en el frente de propagación. Las dimensiones aparecen recogidas en la Figura 1, siendo el espesor de 8 mm, lo cual permite suponer condiciones de tensión plana. El material es una aleación de aluminio 7050, cuyas propiedades mecánicas se presentan en la Tabla 1.

Tabla 1: Propiedades mecánicas del material ensayado

E (GPa)	σ_Y (MPa)	s_U (MPa)	e_{Smax} (%)	ν
71.7	469	524	11	0.33

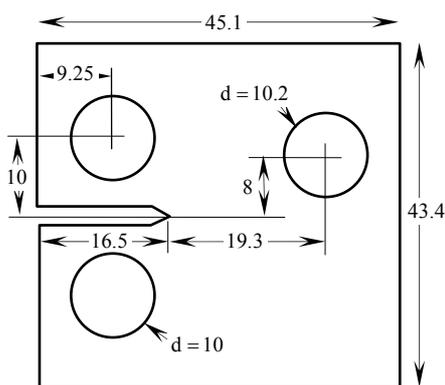


Figura 1. Geometría analizada. (cotas en mm)

El historial de fatiga de la pieza comienza con un nivel bajo de carga (0.1 kN) que va aumentándose hasta observar el inicio de la propagación al cabo de 38500 ciclos con un nivel de carga de 4.4 kN. Para reducir en la medida de lo posible la plastificación en la punta de la fisura durante la propagación de la misma, y conseguir un mayor avance con bajos niveles de

plastificación, una vez observada esta iniciación se ha aplicado un nivel de carga variable con el número de ciclos, del tipo $P_{max} \text{ (kN)} = 8 \cdot 10^6 \cdot N_{acum}^{-1.36}$, donde a medida que la fisura avanza las cargas son reducidas. Bajo las condiciones expuestas, después de 186000 ciclos y bajo una carga ya de solo 0.6 kN la fisura alcanza el taladro desviador presentando la trayectoria que aparece en la Figura 2.

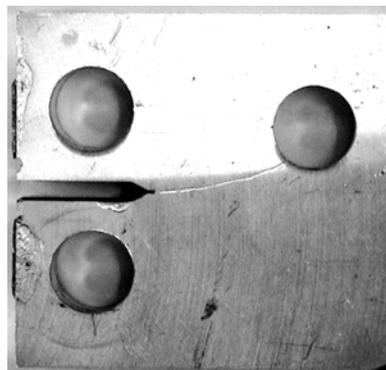


Figura 2. Resultado experimental

3. ALGORITMO DE SIMULACIÓN

La simulación de la propagación de fisura se ha efectuado utilizando el código de elementos finitos ANSYS [7]. Se ha desarrollado un algoritmo que analiza la evolución de la fisura de forma automática, siguiendo los siguientes pasos:

- Partiendo del tamaño y orientación iniciales del frente de la fisura, se calculan los FITs de acuerdo con las cargas aplicadas.
- A partir de estos valores, se calcula la modificación del ángulo de la fisura, $\Delta\theta$, de acuerdo con un criterio de trayectoria determinado.
- Con este valor de ángulo y utilizando un avance diferencial en la fisura Δa se determina la posición del frente de fisura en el siguiente paso.
- Se construye de nuevo la geometría con la nueva fisura, mediante una curva spline que incluya todos los puntos calculados en la propagación de los pasos anteriores.
- Se vuelven a calcular los FIT y la nueva previsión de ángulo de propagación.

Los pasos anteriores se repiten de forma automática hasta que la fisura alcanza uno de los bordes de la geometría. En nuestro caso hasta que alcanza el taladro desviador.

4. EVALUACIÓN NUMÉRICA DE K_I Y K_{II}

Uno de los principales pasos en la metodología anterior es la correcta determinación de los FIT en cada paso de cálculo. Entre las técnicas más comunes para el cálculo de los factores de intensidad de tensiones en modelos 2D, cabe mencionar (a) la técnica de correlación de

desplazamientos [8,9], (b) la evaluación de la tasa de liberación de energía potencial [10], y (c) el cálculo de la integral J por medio de una integral de dominio [11]. Bittencourt [12] ha demostrado que en el caso de materiales elástico-lineales y con mallados suficientemente refinados los tres grupos de procedimientos convergen a las mismas predicciones. En nuestro caso, se ha optado por obtener los FITs a través de la técnica de correlación de desplazamientos por tratarse de un procedimiento ventajoso desde el punto de vista computacional.

Para ello, el entorno de la fisura ha sido modelado mediante una roseta de elementos finitos concéntricamente dispuestos alrededor de la punta de la fisura, tal y como se presenta en la Figura 3. Se trata de elementos cuadráticos de 8 nodos, 4 en los vértices del elemento y 4 en la mitad de cada arista, que han sido convenientemente modificados para así poder reproducir las singularidades de tipo $r^{-1/2}$ en los campos de tensiones y deformaciones. El resto de la geometría ha sido mallada con elementos cuadráticos de 8 nodos convencionales, que proporcionan mayor precisión que los elementos triangulares, típicamente empleados en el mallado libre (no estructurado) de áreas. En ambos casos se trata de elementos PLANE 82 de ANSYS [7].

Con este tipo de elementos los factores de intensidad de tensiones en modo I y II pueden evaluarse como,

$$K_I = \frac{\mu}{\kappa+1} \sqrt{\frac{2\pi}{L}} [4(v_b - v_d) + v_e - v_c] \quad (1)$$

$$K_{II} = \frac{\mu}{\kappa+1} \sqrt{\frac{2\pi}{L}} [4(u_b - u_d) + u_e - u_c] \quad (2)$$

$$\mu = \frac{E}{2(1+\nu)}; \quad \kappa = \begin{cases} 3-4\nu & (\text{deformación plana}) \\ (3-\nu)/(1+\nu) & (\text{tensión plana}) \end{cases}$$

donde E es el modulo de elasticidad, ν es el coeficiente Poisson, L es la longitud del elemento singular, y u_j, v_i son los desplazamientos nodales en las direcciones x e y respectivamente donde x es la dirección actual de la fisura y y es la dirección perpendicular. Las expresiones son fácilmente demostrables a partir de las fórmulas para los movimientos propias de la MFEL.

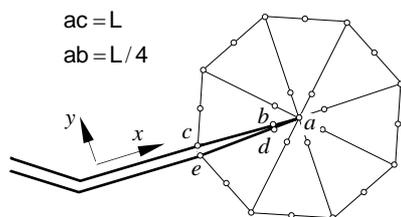


Figura 3. Elementos singulares en la punta de la fisura.

La calidad de la técnica descrita ha sido contrastada comparándola con resultados de soluciones analíticas contenidas en manuales de factores de intensidad de tensiones [13]. Los resultados indican que con una

roseta de 12 elementos los resultados de los FIT son plenamente satisfactorios, siendo prácticamente coincidentes en la estimación de K_I y con errores del 3% por debajo en la estimación de K_{II} .

5. CRITERIOS PARA LA PREDICCIÓN DE LA TRAYECTORIA

El segundo paso en la simulación de la propagación de la fisura lo constituye la determinación del ángulo de propagación. En ese sentido la literatura ofrece para el caso de materiales elástico-lineales varios modelos de predicción de la nueva trayectoria de la fisura [14-16]. En este trabajo se han considerado tres de ellos.

3.1. Criterio de la máxima tensión circunferencial.

Propuesto originalmente por Erdogan y Sih [14], se trata de uno de los criterios más simples y ampliamente difundidos en la bibliografía. Una de sus principales ventajas es que permite obtener una expresión analítica para el cálculo del ángulo de avance. Como su propio nombre indica el criterio establece que la propagación la fisura se produce en aquella dirección para la cual la tensión circunferencial es máxima.

Las ecuaciones que proporcionan los valores de tensiones radiales σ_r , circunferenciales σ_θ , y tangenciales $\tau_{r\theta}$, en un punto (r, θ) del frente de fisura para una sollicitación mixta de intensidad K_I y K_{II} son

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[K_I \left(1 + \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) + K_{II} \left(\frac{3}{2} \sin\theta - 2 \operatorname{tg}\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) \right] \\ \sigma_\theta &= \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[K_I \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) - \frac{3}{2} K_{II} \sin\theta \right] \\ \tau_{r\theta} &= \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[K_I \sin\theta + K_{II} (3 \cos\theta - 1) \right] \end{aligned} \quad (3)$$

Donde el ángulo θ viene definido en sentido antihorario a partir de la dirección de la fisura ya existente. Dichas ecuaciones son validas tanto en condiciones de tensión plana como en deformación plana.

Según este criterio la propagación se produce según el ángulo θ en el cual σ_θ alcanza su máximo valor o, equivalentemente, $\tau_{r\theta} = 0$, ya que en esa situación, $\sigma_\theta = \sigma_I$. Por lo tanto, entrando en (3) se obtiene la solución no trivial (4):

$$(\sin\theta) K_I + (3 \cos\theta - 1) K_{II} = 0 \quad (4)$$

Puede demostrarse, manipulando adecuadamente la fórmula anterior, que la solución a la misma responde a la expresión (5). El signo a considerar en la suma entre corchetes será positivo cuando $K_{II} < 0$ y negativo en

caso contrario. De esta forma, dado que $K_I > 0$ por definición, se deduce que el signo del ángulo de propagación es opuesto al signo de K_{II} .

$$\theta = 2 \arctg \left[\frac{1}{4} \frac{K_I}{K_{II}} \pm \sqrt{\left(\frac{K_I}{K_{II}}\right)^2 + 8} \right] \quad (5)$$

Para los casos extremos en los que la sollicitación sea sólo en modo I ($K_{II} = 0$) o en modo II ($K_I = 0$), la fórmula (5) predice ángulos de valor $\theta = 0^\circ$ y $\theta = \pm 70.54^\circ$, dependiendo del signo de K_{II} , respectivamente.

3.2. Criterio de la máxima tasa de liberación de energía

Según este punto de vista, dada una fisura sollicitada en modo mixto, suponiendo un material homogéneo e isotrópico, la dirección de propagación, θ , coincide con aquella en la cual la tasa de liberación de energía G , presenta un máximo es decir, $G(\alpha) = G_{\max} \Rightarrow \theta = \alpha$.

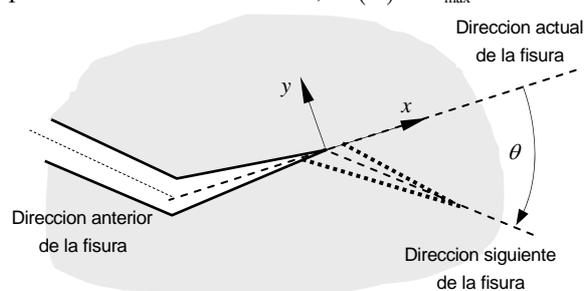


Figura 4: Crecimiento infinitesimal desde el frente de una fisura macroscópica

Existen diferentes alternativas para computar la función $G(\alpha)$; en la referencia [15] se recogen hasta 5 métodos; quizá, la alternativa más directa es la que se expone a continuación. A partir de la situación de la Figura 4, siendo K_I y K_{II} los factores de intensidad de tensiones correspondientes a la fisura macroscópica para las condiciones de sollicitación dadas, los valores correspondientes cuando se añade una pequeña fisura infinitesimal orientada según un ángulo α , $k_I(\alpha)$ y $k_{II}(\alpha)$, puede expresarse como:

$$k_I(\alpha) = \frac{1}{4} \left[3 \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) + \cos\left(\frac{3\alpha}{2}\right) \right] K_I - \frac{3}{4} \left[\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) + \sin\left(\frac{3\alpha}{2}\right) \right] K_{II} \quad (6)$$

$$k_{II}(\alpha) = \frac{1}{4} \left[\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) + \sin\left(\frac{3\alpha}{2}\right) \right] K_I + \frac{1}{4} \left[\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) + 3 \cos\left(\frac{3\alpha}{2}\right) \right] K_{II} \quad (7)$$

La expresión de la tasa de liberación de energía a partir de $k_I(\alpha)$ y $k_{II}(\alpha)$ es la que se presenta en (8); a partir de ella resulta relativamente sencillo obtener el ángulo de propagación $\theta = \alpha$ puesto que sólo resta obtener su máximo, de acuerdo con (9). Una posibilidad interesante pasa por desarrollar una expresión analítica

para (8) a partir de (6) y (7), de la cual obtener sus raíces numéricamente, comprobando que se cumple (9).

$$G(\alpha) = \frac{k_I^2(\alpha) + k_{II}^2(\alpha)}{E} \quad (8)$$

$$\left. \frac{dG(\alpha)}{d\alpha} \right|_{\alpha=\theta} = 0 \quad ; \quad \left. \frac{d^2G(\alpha)}{d\alpha^2} \right|_{\alpha=\theta} \leq 0 \quad (9)$$

La máxima desviación de la trayectoria se produce cuando la sollicitación es en modo II, $K_I = 0$; introduciendo las expresiones (6) y (7) particularizadas para este caso en la fórmula (8) y posteriormente maximizando se llega, evitando soluciones triviales, al mismo resultado que por el procedimiento de la MTC. Por ello, debe tenerse en cuenta que sólo es necesario localizar el máximo de $G(\alpha)$ para valores comprendidos en el intervalo $\pm 70.54^\circ$, como se ilustra en la Figura 5.

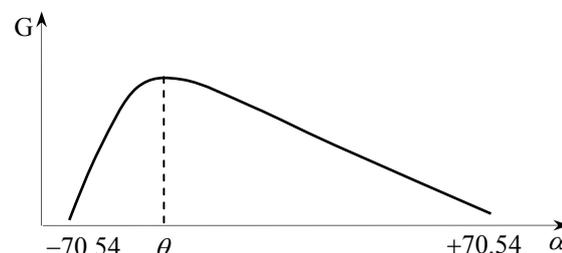


Figura 5: Curva $G(\alpha)$ para el criterio de la máxima tasa de liberación de energía [15]

3.3. Criterio de la mínima densidad de energía de deformación.

Sih [16] considera que valores elevados de la densidad de energía, W_e , tienden a dificultar el crecimiento de la fisura. Por ello, puede asumirse que la grieta se desarrolla en la dirección que minimiza esta energía. Sea w la densidad de energía de deformación, definida como $w = (dW_e/dV)$. Esta cantidad es proporcional al cuadrado de las tensiones y, dado que las tensiones presentan una singularidad del tipo $r^{-1/2}$, la singularidad de w es de la forma r^{-1} . Por lo tanto, el llamado factor de densidad de energía de deformación, que se define como $S = r \cdot w$ permanece acotado en el frente de fisura. La expresión analítica de esta cantidad es

$$S = r \cdot w = a_{11} K_I^2 + 2a_{12} K_I K_{II} + a_{22} K_{II}^2 \quad (11)$$

donde los coeficientes vienen definidos como

$$a_{11} = \frac{1}{16\pi G} [(3 - 4\nu - \cos\theta)(1 + \cos\theta)]$$

$$a_{12} = \frac{1}{16\pi G} 2\text{sen}\theta [\cos\theta - 1 + 2\nu]$$

$$a_{22} = \frac{1}{16\pi G} [2(1 - 2\nu)(1 - \cos\theta) + (1 + \cos\theta)(3\cos\theta - 1)]$$

La dirección de propagación coincide con el valor del ángulo θ , comprendido en el intervalo $[\theta_{\min}, \theta_{\max}]$, que minimiza la función S , Figura 6 [16]. Desde el punto de vista computacional el algoritmo ha sido preparado para barrer el ángulo θ y localizar el mínimo de la función S . Para el caso de una sollicitación pura en modo II el método MDED predice un ángulo de valor $\theta = \pm \arccos(0.5 - \nu)$.

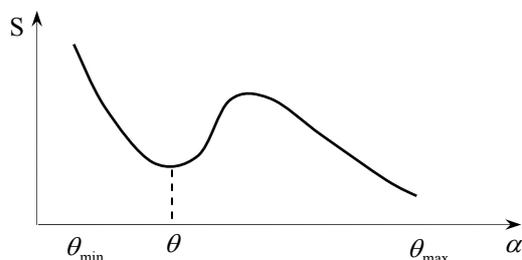


Figura 6. Factor de densidad de energía de deformación en función de α [16]

6. SIMULACION DE LA PROPAGACIÓN

Como se ha comentado anteriormente, el objetivo del presente trabajo es analizar el efecto de la plastificación del material en la simulación de la trayectoria. Para poder comparar los resultados se ha efectuado un análisis de predicción de trayectoria considerando el material como elástico lineal, o como elasto-plástico.

6.1 Resultados de la simulación con modelo de material elástico lineal

La bibliografía consultada [16] y en las simulaciones efectuadas se ha podido constatar que para mallados suficientemente refinados y en régimen elástico lineal, los tres algoritmos de avance presentados ofrecen resultados muy similares. Se han cotejado diferentes tamaños de elemento de fisura y de elemento de malla global apreciándose una escasa repercusión en la curva seguida por la fisura.

En la Figura 7 se comparan la trayectoria experimental con las predicciones del modelo de elementos finitos (en este caso, según el método de MTC), considerando un modelo de material elástico lineal. Existe una mínima discrepancia entre las trayectorias en las dos caras de la probeta debido a las ligeras heterogeneidades del material junto con las inevitables imperfecciones geométricas y experimentales. Sin embargo solo se presenta una curva para mayor claridad. El rasgo más destacable, sin embargo, viene dado por la discrepancia entre resultados experimentales y las predicciones numéricas de la trayectoria de la fisura. Como se puede apreciar, las simulaciones subestiman el efecto desviador de la trayectoria inducido por el taladro. Este efecto se aprecia con mayor nitidez en la Figura 8, donde aparece la pieza en su totalidad.

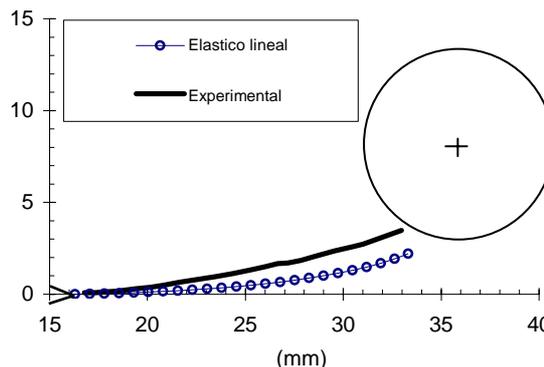


Figura 7. Comparación de resultados numéricos y experimentales

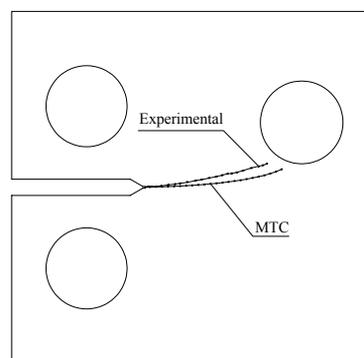


Figura 8. Comparación entre resultados numéricos y experimentales

Cabe preguntarse acerca del origen de la mencionada discrepancia. Una primera posibilidad contemplada justificaría el efecto como una consecuencia del ángulo de salida en el caso experimental; pudiera ser que, en el proceso de fabricación de la entalla sobre la probeta de aluminio, ésta hubiera quedado orientada accidentalmente con un cierto ángulo de partida que, desde un principio condicionara la trayectoria final. En ese sentido, el modelo numérico ha sido modificado de forma que permita contemplar diferentes ángulos de salida. El efecto del ángulo de partida se atenúa rápidamente, creciendo las dos fisuras de forma paralela, y separadas una distancia mínima que para el caso de 30° de ángulo de salida inicial en lugar de 0° es de tan solo 0.2 mm.

6.2. Resultados de la simulación con modelo de material elasto-plástico.

Dado el comportamiento elasto-plástico del material utilizado, la explicación más razonada de la diferencia observada la podemos encontrar como consecuencia de las plastificaciones inevitables en el frente de fisura durante el proceso experimental.

En este sentido, se ha realizado el cálculo por elementos finitos considerando un modelo de material bilineal

elástico-perfectamente plástico, de acuerdo con las constantes mecánicas del aluminio empleado recogidas en la Tabla 1. Como se puede apreciar en la Figura 9, incluso este modelo de material tan simplista supone una mejora considerable de las predicciones. De nuevo la diferencia que se aprecia en la parte final del avance, entre simulación y experimentación, es debida a la alteración que la presencia próxima del taladro origina sobre los estados tensionales. En esta situación, las plastificaciones presentes, de gran entidad, inhabilitan a los FITs como parámetros representativos del proceso.

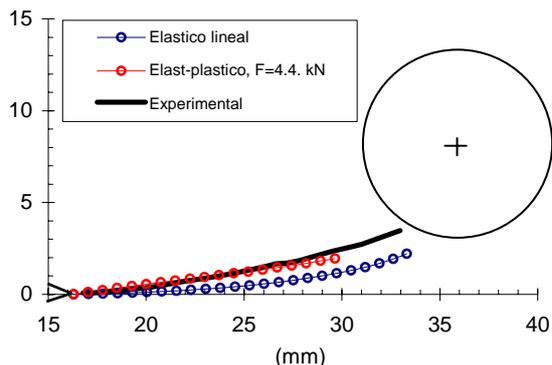


Figura 9. Comparación de los resultados empíricos y numéricos considerando también plasticidad

7. CONCLUSIONES

En el presente trabajo se han analizado los modelos numéricos predictivos de la trayectoria seguida por una fisura en una pieza bidimensional en condiciones de sollicitación mixta. Como conclusiones más relevantes del mismo cabe destacar las siguientes:

Los principales procedimientos de predicción de trayectoria no presentan grandes diferencias entre sí, para mallados suficientemente densos.

En el caso de materiales que presente cierto grado de ductilidad la predicción de la seguida por la fisura durante su propagación debe estimarse considerando el comportamiento elasto-plástico del mismo. La hipótesis simplista según la cual se asume un comportamiento puramente elástico del material puede conducir a resultados no realistas. En este sentido, se recomienda considerar siempre el comportamiento plástico del material, incluso ante sollicitaciones moderadas.

Debe mencionarse que este trabajo supone sólo una primera etapa que deberá ser completada incluyendo, además, un procedimiento de estimación del número de ciclos resistido por el componente. De esta manera se dispondrá de una herramienta de estimación de la vida residual, lo cual supone un objetivo de relevancia desde el punto de vista práctico.

8. BIBLIOGRAFÍA

- [1] Shih, C.F., de Lorenzi, H.G., German, M.D., "Crack Extension Modeling with Singular Quadratic Isoparametric Elements", *International Journal of Fracture*, 12, pp. 647-651, 1976.
- [2] Rybicki, E.F., Kanninen, M.F., "A Finite Element Calculation of Stress-Intensity Factors by a Modified Crack Closure Integral", *Engineering Fracture Mechanics*, 9, pp. 931-938, 1977.
- [3] Raju, I.S., "Calculation of Strain-Energy Release Rates with Higher Order and Singular Finite Elements", *Engineering Fracture Mechanics*, 28, 251-274, 1987.
- [4] Nikishkov, G.P., Atluri, S.N., "Calculation of Fracture Mechanics Parameters for an Arbitrary Three-Dimensional Crack by the Equivalent Domain Integral Method", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 24, pp. 1801-1821, 1987.
- [5] Dodds, R.H. Jr., Vargas, P.M., "Numerical Evaluation of Domain and Contour Integrals for Nonlinear Fracture Mechanics", Report, Dept. of Civil Engineering, U. of Illinois, Urbana-Champaign, 1988.
- [6] Irwin, G.R.: "Plastic zone near a crack and fracture toughness" Proc. 7th Sagamore Conf., p. IV-63 (1960).
- [7] Ansys Inc. User Manual. (2006)
- [8] Shih, C.F., de Lorenzi, H.G., German, M.D., "Crack Extension Modeling with Singular Quadratic Isoparametric Elements", *International Journal of Fracture*, 12, pp. 647-651, 1976.
- [9] R.S. Barsoum (1976) On the use of isoparametric finite elements in linear fracture mechanics, *Int. J. for Numerical Methods in Engineering* 10, 25-37.
- [10] Raju, I.S., "Calculation of Strain-Energy Release Rates with Higher Order and Singular Finite Elements", *Engineering Fracture Mechanics*, 28, 251-274, 1987.
- [11] Dodds, R.H. Jr., Vargas, P.M., "Numerical Evaluation of Domain and Contour Integrals for Nonlinear Fracture Mechanics", Report, Dept. of Civil Engineering, U. Illinois, Urbana-Champaign, 1988.
- [12] Bittencourt, T.N., Wawrzynek, P.A., Ingraffea, A.R., Sousa, J.L.A., "Quasi-Automatic Simulation of Crack Propagation for 2D LEFM Problems", *Eng. Fract. Mech.* 55, pp. 321-334, 1996.
- [13] Tada, H., Paris, P.C., Irwin, G.R., "The Stress Analysis of Cracks Handbook. Third Edition", ASME International (2000).
- [14] Erdogan, F., Sih, G.C., "On the crack extension in plates under plane loading and transverse shear", *ASME J: Basic Eng.*, 85, pp. 519-527, 1963.
- [15] Bouchard, P.O., Bay, F., Chastel, Y., "Numerical modelling of crack propagation: automatic remeshing and comparison of different criteria", *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 192, pp. 3887-3908, 2003.
- [16] Sih, G.C., Macdonald, B., "Fracture mechanics applied to engineering problems-strain energy density fracture criterion", *Engrg. Fract. Mech.*, 6, pp. 361-386, 1974.

MÉTODO EFICIENTE PARA LA IDENTIFICACIÓN DE FISURAS EN ELEMENTOS MECÁNICOS

L. Rubio¹, B. Muñoz¹, P. J. Lorca²

¹Departamento de Ingeniería Mecánica
Universidad Carlos III de Madrid, Avda. de la Universidad, 30, 28911 Leganés, Madrid, España.
E-mail: lrubio@ing.uc3m.es
Tfno: 91 624 94 03. Fax: 91624 94 30

²Departamento de Expresión Gráfica, E.U.I.T. Industriales
Universidad Politécnica de Madrid

RESUMEN

En este trabajo se ha desarrollado un método para la detección de un defecto en forma de fisura y para la estimación del tamaño del mismo. El método está basado en el análisis de la primera y segunda derivadas de la deformada estática de un componente mecánico. Para el estudio se ha partido del clásico modelo de viga fisurada constituido por dos tramos intactos conectados por un muelle situado en la sección fisurada y cuya rigidez está relacionada con el tamaño de la fisura. El análisis se ha realizado con datos obtenidos a partir de un modelo de elementos finitos bidimensional de una viga en voladizo sometida a una carga puntual en el extremo libre. El método propuesto constituye un sistema adecuado para la detección de defectos en estructuras dada la facilidad de aplicación del mismo y a los excelentes resultados obtenidos en la estimación de posición y de tamaño.

ABSTRACT

In this work a method for the detection and identification of a crack has been developed. It is based on the analysis of the first and second derivatives of the static deflection of a mechanical component. For this study, the cracked beam has been simulated using the well-known model that consists in two beams connected by a spring whose stiffness depends, basically, on the size of the crack. The input data for the method are those obtained by a FEM model of a cantilever beam subjected to a load in its free side. Due to the excellent results obtained for both the location and size estimations of the crack and considering the application simplicity, the method can be considered a good system for crack detection and identification.

ÁREAS TEMÁTICAS PROPUESTAS: Aplicaciones Prácticas en Ingeniería. Métodos Analíticos y Numéricos.

PALABRAS CLAVE: Detección de fisuras, Problema inverso.

1 INTRODUCCIÓN

En los últimos tiempos, se está poniendo cada vez más dedicación en la detección e identificación de defectos en elementos mecánicos y estructurales dado que de esta forma resulta más fácil el establecimiento de programas efectivos de mantenimiento predictivo de sistemas mecánicos y estructurales de responsabilidad. La presencia de fisuras en estos elementos produce, como es sabido, modificaciones en su comportamiento estático y dinámico debidas a la pérdida de rigidez. Este hecho ha sido ampliamente utilizado para estudiar el comportamiento de elementos fisurados [1, 2, 3]. También ha sido utilizado por otros autores [4, 5, 6, 7, 8] para resolver el problema inverso, es decir, determinar las propiedades del elemento fisurado (posición y tamaño de fisura) a partir del estudio de su comportamientos.

El modelo más habitual de viga fisurada [3, 6, 9, 10, 11] es considerar la presencia de la fisura, suponiendo la viga dividida en dos tramos intactos que se unen en la sección fisurada por un resorte cuya rigidez está relacionada con

la características de la fisura [12].

A partir de este modelo de viga fisurada, la mayoría de los autores identifican las fisuras en vigas basándose en el análisis de las frecuencias o los modos de vibración, como son los trabajos indicados anteriormente. Sin embargo, son pocos los trabajos en los que se establece la identificación de fisuras a partir de la deformada estática del elemento estructural. En el reciente estudio de Rucka y otros [13] se localiza, de esta manera, la presencia de la fisura en una viga en voladizo aunque no se hace ninguna consideración sobre su tamaño.

En el presente trabajo se propone la resolución del problema inverso consistente en determinar e identificar, en términos de posición y tamaño, una fisura en una viga en voladizo a partir de la deformada estática de la misma, y de sus derivadas primera y segunda.

2 METODOLOGÍA

Como se ha indicado, la presencia de una fisura en el seno de un componente mecánico o estructural produce la disminución de su rigidez dando lugar a modificaciones en el comportamiento tanto estático como dinámico, disminuyendo sus frecuencias de vibración, aumentando las deformadas estáticas, modificándose los modos de vibración, entre otros.

El modelo más extendido para simular al presencia de una fisura en un elemento longitudinal es el de considerar dos tramos unidos en la sección transversal que contiene a dicha fisura mediante un resorte cuyas propiedades están relacionadas con las características de la misma. Así lo han planteado diversos autores como Adams y otros[12]. La fisura da lugar a una discontinuidad en el giro, $\Delta\theta$, que es directamente proporcional al momento flector, M , transmitido por la sección fisurada. Este hecho es el que permite establecer el método que se propone en este trabajo. La discontinuidad en los giros se puede expresar como:

$$\Delta\theta_f = C_m M_f \quad (1)$$

donde el subíndice f indica sección fisurada, y donde C_m representa la flexibilidad del resorte y se puede escribir en función de la geometría de la sección transversal y del material de la viga mediante, [14]:

$$C_m = \frac{W}{EI} m \quad (2)$$

en esta expresión, m es una función que depende de la relación entre el tamaño de la fisura, a , y el canto de la viga, W , y que se puede escribir como $\alpha = \frac{a}{W}$, y de la geometría de la sección transversal. Para su evaluación se utilizan conceptos de Mecánica de Fractura y en el caso de secciones y geometrías concretas tiene expresiones conocidas, (ver Tada [15]).

Considerando que el ángulo girado es la primera derivada de la deformada con respecto a x :

$$\theta = y'(x) \quad (3)$$

y que el momento flector es proporcional a la segunda derivada, como indica la ecuación diferencial,

$$M = y''(x) \cdot EI \quad (4)$$

sustituyendo en la ecuación (1), las expresiones (3), (4) y (2) y despejando, el parámetro m se puede obtener como

función de los valores que toman la primera y segunda derivadas de la deformada estática de la viga en la sección que contiene a la fisura, respectivamente, y'_f y y''_f :

$$m = \frac{1}{W} \frac{\Delta y'_f}{y''_f} \quad (5)$$

El método para la determinación de la posición y el tamaño de la fisura, entonces seguiría los siguientes pasos:

- Obtener la deformada estática de la viga
- Calcular la derivada primera de la deformada
- Determinar la posición de la fisura
- Calcular la discontinuidad (o el salto) de la primera derivada en la sección fisurada
- Calcular la segunda derivada de la deformada
- Determinar el valor de la segunda derivada en la sección fisurada
- Calcular el valor del parámetro m
- Obtener con las expresiones adecuadas de m (según la geometría de la viga) el valor de la longitud de la fisura.

El método permite determinar, de esta manera, la presencia de la fisura y su tamaño en vigas para las que se conocen las expresiones tanto de la flexibilidad como del parámetro m , como es el caso de la viga en voladizo y de sección rectangular que se analizará en el apartado siguiente.

Para el caso en que la viga no presentara sección rectangular, el procedimiento requeriría la obtención previa de la función de flexibilidad para la geometría concreta, así como la función m relacionada con el tamaño de la fisura y la geometría de la viga.

3 EJEMPLO DE APLICACIÓN

Se considera una viga en voladizo de longitud $L = 500mm$ cuya sección transversal rectangular viene dada por el espesor $b = 20mm$ y canto $W = 25mm$, como se muestra en la figura 1. La viga está sometida en su extremo libre a una carga puntual de valor $P = 1000N$. El material de la viga es acero cuyo módulo de Young es $E = 210GPa$ y su coeficiente de Poisson es $\mu = 0.3$

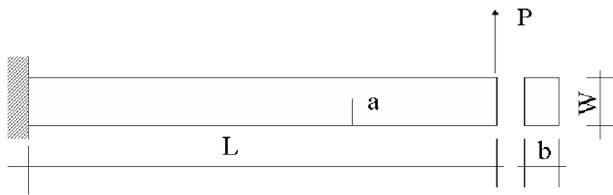


Figura 1: Geometría de la viga en estudio

Esta viga presenta una fisura de longitud $\alpha_{real} = 0.5$ situada a una distancia, adimensionalizada con la longitud, desde el apoyo izquierdo (empotramiento) de $x_{real} = 0.75$.

Para llevar a cabo el trabajo se ha realizado un modelo bidimensional de la viga fisurada mediante el Método de los Elementos Finitos con el programa comercial ANSYS [16]. Con la resolución del modelo numérico se han obtenido los desplazamientos verticales de la parte opuesta de la viga a aquella en la que se encuentra la fisura, con el fin de reproducir los resultados que se obtendrían en un ensayo experimental. En la figura 2, se presentan los resultados del análisis. En abscisas se representa la longitud adimensionalizada de la viga y en ordenadas los desplazamientos verticales.

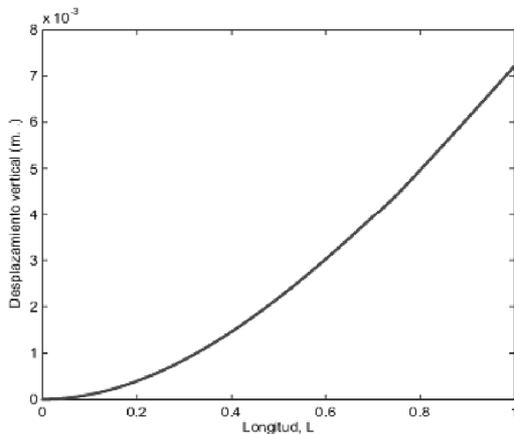


Figura 2: Deformada estática de la viga $\alpha_{real} = 0.5$ y $x_{real} = 0.75$

Para poder determinar la existencia de una fisura utilizando la deformada mostrada en la figura 2 sería necesario disponer de la deformada estática de la misma viga intacta y establecer la comparación entre los resultados.

Es, sin embargo, en el análisis de la primera derivada donde realmente es posible deducir la presencia de la fisura, como se puede observar en la figura 3 y sin necesidad de disponer de los resultados de la viga intacta.

Efectivamente, en el caso de la primera derivada, se produce una discontinuidad en las proximidades de la sección donde se encuentra la fisura. De la misma manera, de la observación de la segunda derivada de la deformada, se puede también deducir la presencia del defecto (figura

4).

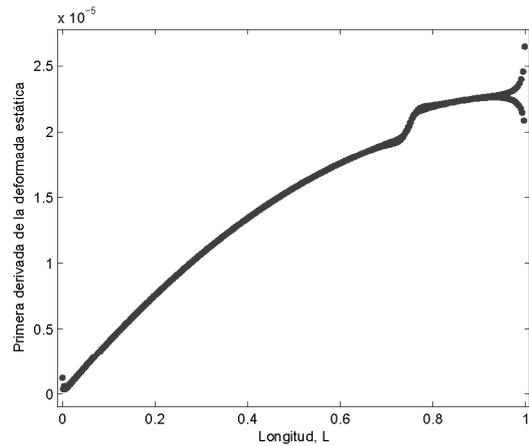


Figura 3: Primera derivada de los desplazamientos de la viga $\alpha_{real} = 0.5$ y $x_{real} = 0.75$

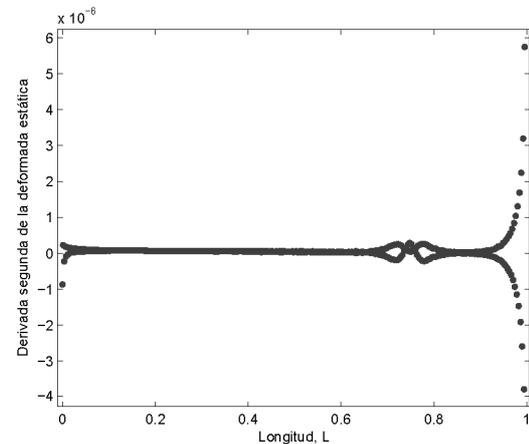


Figura 4: Derivada segunda de la deformada estática de la viga $\alpha_{real} = 0.5$ y $x_{real} = 0.75$

En la curva de la figura 3, se observan puntos en los extremos con comportamiento anómalo, esto es consecuencia de la presencia de la carga en un extremo y de la reacción en el empotramiento. En la derivada segunda, figura 11, aparecen unas perturbaciones en la zona de la sección fisurada, consecuencia de los cambios en la inercia de la viga producidos por la fisura.

Como se ha indicado en el apartado de metodología, utilizando resultados de las derivadas primera y segunda de la deformada estática de la viga, es posible determinar no sólo la presencia de la fisura y el intervalo en el que se encuentra, sino también la posición exacta y el tamaño de la misma. El procedimiento explicado en el apartado anterior se resume a continuación para el caso particular que se está analizando, es decir, viga en voladizo de sección transversal rectangular.

En la gráfica en la que se representa la primera derivada, figura 3, se observan dos curvas claramente diferenciadas en las proximidades de la sección fisurada y a ambos

lados de la misma. Para determinar el valor de la discontinuidad en la primera derivada se sigue el siguiente procedimiento representado en la figura 5 y resumido en los siguientes puntos:

- Ajuste de las dos curvas que definen la primera derivada de la deformada, y'_1 e y'_2 , respectivamente.
- Determinación del intervalo en el que se encuentra la sección fisurada, x_1 y x_2
- Determinación de la sección fisurada, en el interior del intervalo, que se convertirá en la posición estimada de la fisura, x_{est}
- Obtención de los valores de la primera derivada en la sección fisurada utilizando las dos curvas de ajuste, esto dará lugar a dos valores y'_{1f} y y'_{2f}
- Obtención del valor de la discontinuidad como diferencia entre los valores anteriores, $\Delta y'_f$

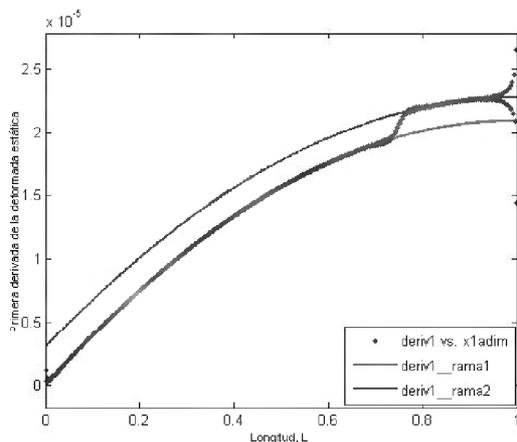


Figura 5: Primera derivada y curvas de ajuste

La primera derivada de la deformada se ajusta mediante sendos polinomios de segundo grado cuyas expresiones viene dadas por:

Primera curva (denominada en la gráfica 5 *deriv1_rama1*):

$$y'_1 = -2.097 \cdot 10^{-5} \cdot x^2 + 4.186 \cdot 10^{-5} \cdot x + 3.887 \cdot 10^{-8} \quad (6)$$

y segunda (denominada *deriv1_rama2*):

$$y'_2 = -2.054 \cdot 10^{-5} \cdot x^2 + 4.107 \cdot 10^{-5} \cdot x + 2.242 \cdot 10^{-6} \quad (7)$$

De la determinación de estos dos polinomios de ajuste, se obtiene el intervalo en el que se encuentra la sección fisurada, marcado por los puntos en los que cada una de

las curvas de ajuste se separa de curva correspondiente a la primera derivada. En el caso particular en estudio, estos puntos se corresponden con valores de la longitud adimensionalizada de la viga de $x_1 = 0.7304$ y $x_2 = 0.7636$. Se considera como posición estimada de la fisura el punto medio de ambos, es decir, el punto $x_{est} = 0.747$.

La siguiente etapa del procedimiento es la obtención de los valores de la primera derivada en la sección fisurada utilizando las dos curvas de ajuste, para dar lugar a los valores y'_{1f} y y'_{2f} que permitirán la determinación de la discontinuidad en la sección fisurada.

Los valores que toman las curvas de ajuste en la sección fisurada son:

$$y'_{1est}(0.747) = 1.9603 \cdot 10^{-5} \quad (8)$$

$$y'_{2est}(0.747) = 2.1458 \cdot 10^{-5} \quad (9)$$

Por tanto, la discontinuidad de la primera derivada (o salto entre las dos curvas) en la sección fisurada es la diferencia de ambos:

$$\Delta y'_{0.747} = y'_{2est}(0.747) - y'_{1est}(0.747) = 0.1855 \cdot 10^{-5} \quad (10)$$

Siguiendo las etapas propuestas en el apartado de metodología, es necesario determinar el valor de la segunda derivada en la sección fisurada. Para ello, se seguirá un procedimiento similar al realizado para la primera derivada:

- Ajuste de la recta que define la segunda derivada de la deformada
- Determinación del valor que toma la segunda derivada en la sección fisurada, y''_f

La curva correspondiente a la segunda derivada se ajusta mediante un polinomio, en este caso de primer grado, figura 6, cuya expresión es la siguiente:

$$y'' = -8.252 \cdot 10^{-8} \cdot x + 8.336 \cdot 10^{-8} \quad (11)$$

El valor que toma la segunda derivada en la sección fisurada, x_{est} obtenida previamente, es:

$$y''_{est}(0.747) = 2.1716 \cdot 10^{-8} \quad (12)$$

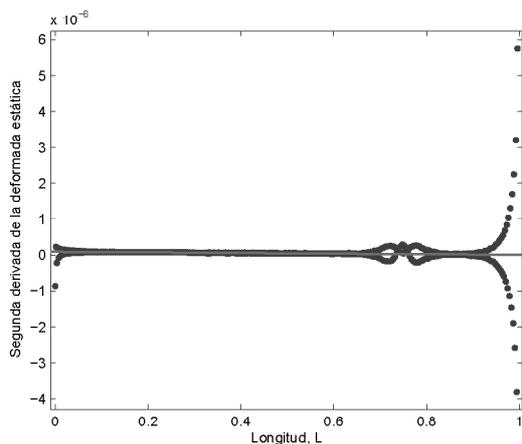


Figura 6: Segunda derivada y curva de ajuste

De esta manera se puede obtener el valor del parámetro m , mediante la expresión (5)

$$m_{est} = \frac{1}{W} \frac{\Delta y'_{est}}{y''_{est}} = 3.417 \quad (13)$$

Como se indicaba en apartados precedentes, para la evaluación del parámetro m se utilizan conceptos de Mecánica de Fractura. En el caso concreto que se considera, viga de sección rectangular con fisura de frente recto, la expresión para la función m es [15]:

$$m(\alpha) = 2 \left(\frac{\alpha}{1-\alpha} \right)^2 \cdot g(\alpha) \quad (14)$$

siendo $g(\alpha)$:

$$g(\alpha) = 5.93 - 19.69\alpha + 37.14\alpha^2 - 35.84\alpha^3 + 13.2\alpha^4 \quad (15)$$

Sustituyendo el valor obtenido del parámetro m , en 13, en la expresión 14, se obtiene el parámetro α , que representa la longitud de la fisura. En el caso sometido a estudio α toma un valor de $\alpha_{est} = 0.499$.

Siguiendo el mismo procedimiento, se han considerado distintos valores de la profundidad de la fisura para el mismo caso de viga en voladizo con el fin de comprobar la sensibilidad del procedimiento al tamaño del defecto. En la tabla 1 se muestran los resultados de tamaño y posición estimados de la fisura (α_{est} y x_{est}), junto con los datos reales (α_{real} y x_{real}) y los errores que se cometen en las estimaciones ($\epsilon_{\alpha_{est}}$ y $\epsilon_{x_{est}}$), calculados como:

$$\epsilon_{\alpha} = \frac{\alpha_{est} - \alpha_{real}}{\alpha_{real}} \cdot 100 \quad (16)$$

$$\epsilon_x = \frac{x_{est} - x_{real}}{x_{real}} \cdot 100 \quad (17)$$

α_{real}	α_{est}	$\epsilon_{\alpha}(\%)$	x_{real}	x_{est}	$\epsilon_x(\%)$
0.2	0.210	5	0.75	0.749	-0.13
0.3	0.314	4.5	0.75	0.749	-0.13
0.4	0.411	2.77	0.75	0.749	-0.13
0.5	0.499	-0.2	0.75	0.747	-0.4
0.6	0.599	-0.17	0.75	0.751	0.2
0.7	0.697	-0.52	0.75	0.746	-0.47
0.8	0.801	0.125	0.75	0.747	-0.4
0.9	0.906	0.67	0.75	0.753	0.39

Tabla 1: Resultados de detección e identificación de una fisura en una viga en voladizo.

Para el caso de la estimación del tamaño de la fisura los errores están siempre por debajo del 5 % y en la estimación de la posición siempre son inferiores al 0.5%. Estos resultados permiten considerar el procedimiento como un método fiable para la detección e identificación de fisuras en vigas.

Los resultados mostrados hasta el momento corresponden a valores de la deformada estática de la viga tomados en 512 puntos de la longitud de la misma. Esto es, en puntos entre los que hay una distancia adimensionalizada de $1.95 \cdot 10^{-3}$, lo que significa en el caso concreto de la viga en estudio, puntos distanciados aproximadamente $1mm$.

La utilización de un número de puntos tan elevado, y tan próximos entre si, hace que el procedimiento resulte inviable, en la práctica, para su implementación experimental. Con el fin de adaptarlo a situaciones reales de experimentación se ha realizado el análisis para datos tomados en un número de puntos más reducido. En la tabla 2 se muestran los resultados obtenidos para la misma viga, tomando 512, 256, 128, 64, 22 y 16 puntos.

nº de puntos	$\epsilon_{\alpha}(\%)$	$\epsilon_x(\%)$
512	-0.2	-0.4
256	0.24	-0.27
128	0.36	-0.5
64	0.88	0
22	0.76	2.6
16	4.42	0

Tabla 2: Errores de estimación para distinto número de puntos de control.

Como era previsible, los resultados de la estimación del tamaño de la fisura presentan mayor error conforme el número de puntos disminuye, llegándose a errores del 4.42% cuando el número de puntos es 16. En el caso de la estimación de la posición los errores que se cometen son insignificantes e incluso nulos, independientemente del número de puntos de medida de la deformada que se

tomen. La excepción a la tendencia se da cuando el número de puntos tomado es 22, en ese caso los errores de la estimación del tamaño disminuyen, mientras que los de la posición aumentan. Esto se puede deber a que al tomar ese número de puntos la fisura queda descentrada respecto de los puntos de control. En cualquier caso, los resultados siguen siendo muy buenos.

4 ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

De los resultados presentados en este trabajo, se puede concluir lo siguiente. Se ha desarrollado un método para la detección e identificación de fisuras en vigas en voladizo de sección rectangular utilizando las derivadas primera y segunda de la deformada estática provocada por la presencia de una carga puntual aplicada en el extremo libre.

Se han obtenido las estimaciones de los parámetros de posición y tamaño para diferentes tamaños de fisura, encontrándose que el método estima de manera excelente las posiciones de la fisura independientemente del tamaño de la misma. Por su parte, las estimaciones del tamaño de la fisura mejoran con el tamaño de la misma, pero incluso para los tamaños de fisura más pequeños los errores no son muy grandes (inferiores al 5%) y además las estimaciones son conservadoras.

De la misma manera se han analizado los resultados disminuyendo el número de puntos de toma de datos de la deformada. En este estudio, se observa que las estimaciones de posición son excelentes para cualquier número de puntos de control. En el caso de la estimación del tamaño, se observa como conforme disminuye el número de puntos, las estimaciones empeoran aunque para el menor número de puntos considerado, 16 en concreto, la longitud de la fisura se estima con un error inferior al 5%. De estos resultados se puede concluir, que la utilización de un número de puntos de control entre 64 y 16, número admisible para la implementación experimental del método, permitiría en ensayos sobre elementos estructurales reales la estimación óptima tanto de la posición como del tamaño de la fisura.

En el trabajo presentado, se ha desarrollado un método que permite la detección e identificación de fisuras en elementos mecánicos y estructurales mediante el análisis de la deformada estática del mismo, y de sus derivadas primera y segunda. Los excelentes resultados obtenidos para la estimación de la posición y el tamaño de la fisura en una viga en voladizo, y dada su sencillez de implementación, permiten pensar en el método como una manera fiable de abordar el problema inverso de la identificación de fisuras en este tipo de elementos.

REFERENCIAS

[1] P. Gudmundson, Eigenfrequency changes of structures due to cracks, notches or other geometrical

changes, *Journal of Mechanics and Physics of Solids* 30, pp. 339–353, 1982.

- [2] A.D. Dimarogonas, C. Papadopoulos, Vibrations of cracked shafts in bending, *Journal of Sound and Vibration* 91, pp. 583–593, 1983.
- [3] H.P. Lee, T.Y. Ng, Natural frequencies and modes for the flexural vibration of cracked beam, *Applied Acoustic* 43, pp. 151–163, 1994.
- [4] P. Cawley, R.D. Adams, The location of defects in structures from measurements of natural frequencies, *Journal of Strain Analysis* 14, pp. 49–57, 1979.
- [5] M.H.H. Shen, J.E. Taylor, An identification problem for vibrating cracked beams, *Journal of Sound and Vibration* 150 (3), pp. 457–484, 1991.
- [6] Y. Narkis, Identification of crack location in vibrating simply supported beams, *Journal of Sound and Vibration* 172 (4), pp. 549–558, 1994.
- [7] T.J. Kim, Y.S. Ryu, H.M. Cho, N. Stubbs, Damage identification in beam-type structures: frequency-based method vs mode-shape-based method, *Engineering Structures* 25 (1), pp. 57–67, 2003.
- [8] H.P. Lin, Direct and inverse methods on free vibration analysis of simply supported beams with crack, *Engineering Structures* 26 (4), pp. 427–436, 2004.
- [9] G. Bamnias, A. Trochides, Dynamic behavior of a cracked cantilever beam, *Applied Acoustic* 45 (2), pp. 97–112, 1995.
- [10] J. Fernández-Sáez, L. Rubio, C., Navarro, Approximate calculation of the fundamental frequency for bending vibrations of cracked beams, *Journal of Sound and Vibration* 225 (2), pp. 345–352, 1999.
- [11] J. Fernández-Sáez, C. Navarro, Fundamental frequency of cracked beams: an analytical approach, *Journal of Sound and Vibration* 256 (2), pp. 17–31, 2002.
- [12] R.D. Adams, P. Cawley, C.J. Pye, B.J. Stone, A vibration technique for non-destructively assessing the integrity of structures, *Journal of Mechanical Engineering science* 20, pp. 93–100, 1978.
- [13] M. Rucka, K. Wilde, Crack identification using wavelets on experimental static deflection profiles, *Engineering Structures* 28 (4), pp. 279–288, 2006.
- [14] A. Valiente, M. Elices, F. Ustáriz, Determinación de esfuerzos y movimiento en estructuras lineales con secciones fisuradas, *Anales de Mecánica de la Fractura* 7, pp. 272–277, 1990.
- [15] H. Tada, P. Paris, G. Irwin, *The stress Analysis of Cracks Handbook*, Paris Productions, Inc, St. Louis, 1985.
- [16] ANSYS, *User's Manual*, Houston, Ansys Inc., Pennsylvania, 2000.

IDENTIFICACIÓN DE FISURAS EN ELEMENTOS MECÁNICOS SOMETIDOS A TORSIÓN MEDIANTE TÉCNICAS DE OPTIMIZACIÓN

L. Rubio¹, B. Muñoz¹, P. J. Lorca²

¹Departamento de Ingeniería Mecánica
Universidad Carlos III de Madrid, Avda. de la Universidad, 30, 28911 Leganés, Madrid, España.
E-mail: lrubio@ing. uc3m.es
Tfno: 91 624 94 03. Fax: 91624 94 30

²Departamento de Expresión Gráfica, E.U.I.T. Industriales
Universidad Politécnica de Madrid

RESUMEN

En este trabajo se ha desarrollado un procedimiento para la identificación de fisuras basado en el comportamiento dinámico de un eje de sección circular sometido a solicitaciones de torsión. La presencia de una fisura en una estructura produce cambios en sus frecuencias de vibración que pueden ser utilizados para determinar las propiedades de la misma (posición y tamaño) resolviendo lo que se conoce como problema inverso. En este trabajo el problema inverso se aborda mediante la utilización de la técnica de optimización por el criterio de mínimos cuadrados aplicada a una solución cerrada para la determinación de frecuencias de torsión obtenidas mediante el método de perturbaciones para un eje fisurado. La metodología se ha aplicado con éxito a un eje en voladizo.

ABSTRACT

An effective crack identification procedure has been developed based on the dynamic behaviour of a cracked shaft. The presence of a crack in a structure produces a change in its frequency response that can be used to determine the crack properties (position and size), solving what is called an inverse problem. In this work, such an inverse problem has been solved by the use of the classical optimization technique of minimizing the least square criterion applied to the closed-form expression for the torsional frequencies of vibration obtained through the perturbation method. The methodology has been successfully applied to a cantilever shaft.

ÁREAS TEMÁTICAS PROPUESTAS: Aplicaciones Prácticas en Ingeniería. Métodos Analíticos y Numéricos.

PALABRAS CLAVE: Detección de fisuras, Problema inverso, Ejes fisurados.

1 INTRODUCCIÓN

En los últimos tiempos se está prestando cada vez más atención a los métodos de monitorización y de inspección no destructiva de estructuras en muchos campos de la ingeniería. Como consecuencia, la investigación en la resolución de problemas de identificación de fisuras es cada vez más frecuente. En el caso de los ejes, que son elementos mecánicos con solicitaciones dinámicas específicas, la posibilidad de establecer planes de mantenimiento predictivo, basados en la identificación precoz de fisuras, se convierte en un tema de gran interés y actualidad.

Es bien conocido que los defectos reducen la rigidez de los elementos mecánicos haciendo variar su comportamiento dinámico y reduciendo sus frecuencias de vibración. Muchos autores han investigado, de diferentes modos, la relación existente entre las características de una fisura, posición y tamaño, y las propiedades dinámicas del elemento mecánico o estructural. En este sentido, hay trabajos en los que se analiza el problema directo de conocer el comportamiento dinámico de vigas fisuradas [1, 2, 3]. En otros trabajos, se analiza el problema in-

verso de identificar fisuras a partir del conocimiento del comportamiento dinámico de la estructura [4], bien mediante técnicas de optimización [5, 6, 7], u otras técnicas [8, 9, 10, 11].

El modelo más habitual de viga fisurada para el análisis de su comportamiento [3, 8, 12, 13, 14] es considerar la presencia de la fisura, suponiendo la viga dividida en dos tramos intactos que se unen, en la sección que contiene a la fisura, por un resorte cuya rigidez está relacionada con las características de la misma [15]. Así, algunos autores [1, 16, 17] han calculado las frecuencias de vibración de vigas fisuradas aplicando al modelo anterior, el método de las perturbaciones. Con este método, Rubio y otros [17] han obtenido expresiones cerradas para el cálculo de las frecuencias de vigas fisuradas de Euler Bernoulli con cualquier condición de apoyo.

La aproximación clásica a los problemas inversos es su formulación como un problema de optimización en el que la función objetivo proporciona el ajuste entre los valores de referencia y los predichos por el modelo. Considerando la identificación de fisuras como un problema inverso,

Shen y otros [5], Suh y otros [6] y Rubio [18], han obtenido diversas propiedades de las fisuras.

En el caso de ejes fisurados existen distintos tipos de fisuras, las transversales como las estudiadas en las vigas anteriormente indicadas, pero también las circulares exteriores para cuya detección e identificación se pueden seguir los mismos conceptos que los empleados para las vigas de sección rectangular mencionadas previamente. En estos casos, resulta apropiado el estudio del comportamiento del eje a torsión, tal y como lo hace Chondros [19].

En el presente trabajo se propone la resolución del problema inverso consistente en determinar e identificar, en términos de posición y tamaño, una fisura en un eje en voladizo a partir de sus frecuencias torsionales de vibración.

2 FORMULACIÓN DIRECTA DEL PROBLEMA

Se considera un eje de longitud L , y radio R , sometido a vibración torsional. Las frecuencias de vibración en torsión del eje sin fisura toman la forma:

$$\omega_i = \frac{\beta_i}{L} \cdot c_s \tag{1}$$

donde

$$\beta_i = \frac{(2i - 1)}{2} \cdot \pi \tag{2}$$

$$c_s = \sqrt{\frac{G}{\rho}} \tag{3}$$

siendo G el módulo de torsión y ρ la densidad del material e i el número de frecuencias.

Si el eje presenta una fisura circular exterior (figura 1) habrá dos parámetros que necesariamente tendrán que ser considerados: el tamaño o profundidad de fisura a , y la posición medida desde uno de los extremos del eje, b . Estos dos parámetros son las variables principales del problema. Se va a considerar una tercera variable que es la velocidad de propagación c_s , que permitirá conocer las propiedades del material, que inicialmente serán también desconocidas.

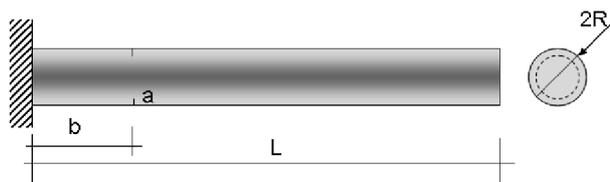


Figura 1: Eje fisurado del problema

El modelo de eje fisurado que se ha seguido en este estudio es el de una viga constituida por dos tramos intactos conectadas por un resorte en la sección que contiene a la fisura. En este caso, el modelo se aplica a un eje sometido a torsión. El modelo da lugar a una discontinuidad de los giros, $\Delta\theta$, en la sección fisurada, que es proporcional al momento torsor, M_T :

$$\Delta\theta = C_\eta M_T \tag{4}$$

donde C_η es la constante de flexibilidad que puede ser expresada como:

$$C_\eta = \frac{2R}{GI_p} \cdot \eta(\alpha, \text{geometría de sección del eje}) \tag{5}$$

η es una función que depende del ratio $\alpha = \frac{a}{R}$ y de la geometría de la sección transversal del eje y que puede ser evaluado mediante la teoría de la Mecánica de Fractura. Para el caso particular de un eje con fisura circular, η toma la forma (Tada y otros [20]):

$$\eta(\alpha) = 4\pi(1 - \nu^2) \int_0^\alpha \frac{\alpha}{(1 - \alpha)^5} F^2(\alpha) d\alpha \tag{6}$$

en esta expresión $F(\alpha)$ es:

$$F(\alpha) = \frac{3}{8} \sqrt{1 - \alpha} \cdot f(\alpha) \tag{7}$$

en donde

$$f(\alpha) = 1 + \frac{1}{2}(1 - \alpha) + \frac{3}{8}(1 - \alpha)^2 + \frac{5}{16}(1 - \alpha)^3 + \frac{35}{128}(1 - \alpha)^4 + 0.208(1 - \alpha)^5 \tag{8}$$

Los giros, θ_1 y θ_2 , en cada parte de la sección fisurada, vienen dados por la ecuación diferencial:

$$\frac{c_s^2}{L^2} \cdot \frac{d^2\theta_j}{dx^2} + \omega^2 \cdot \theta_j = 0 \dots (j = 1, 2) \tag{9}$$

El subíndice $j = 1$ indica parte izquierda del eje fisurado y $j = 2$ indica parte derecha del eje fisurado.

Las condiciones de contorno necesarias para resolver la ecuación (9) y obtener los giros, son las condiciones en cada extremo y las condiciones de continuidad en la sección fisurada:

- continuidad de momentos torsores

$$\frac{d\theta_1(\hat{b})}{dx} = \frac{d\theta_2(\hat{b})}{dx} \quad (10)$$

- discontinuidad de giros

$$\Delta\theta(\hat{b}) = C_\eta \cdot M_T = \frac{R}{L}\eta(\alpha)\frac{d\theta_1(\hat{b})}{dx} \quad (11)$$

donde $\hat{b} = \frac{b}{L}$.

La solución de la ecuación (9) tomará las formas siguientes (correspondientes a los dos tramos a ambos lados de la fisura):

$$\theta_1 = C_1 \cdot \cos(\lambda\hat{x}) + C_2 \cdot \sin(\lambda\hat{x}) \quad (12)$$

$$\theta_2 = C_3 \cdot \cos(\lambda\hat{x}) + C_4 \cdot \sin(\lambda\hat{x}) \quad (13)$$

donde

$$\hat{x} = \frac{x}{L} \quad (14)$$

$$\lambda = \frac{\omega L}{c_s} \quad (15)$$

De las expresiones anteriores se deduce la ecuación característica correspondiente al problema:

$$\cos \lambda + \lambda H \cos(\lambda\hat{b}) \left[\sin(\lambda\hat{b}) \cos \lambda - \cos(\lambda\hat{b}) \sin \lambda \right] = 0 \quad (16)$$

donde

$$H = \frac{R}{L} \cdot \eta(\alpha) \quad (17)$$

La ecuación (16) permite obtener las frecuencias naturales conocidas las variables posición de la fisura, \hat{b} , y tamaño de la misma, α , a través de la función $\eta(\alpha)$.

El problema también se puede resolver mediante el método de las perturbaciones, ampliamente utilizado por otros autores, p.e. [1, 16, 17], considerando que la solución para el eje fisurado se puede expresar a partir de la solución para el eje no fisurado como:

$$\begin{aligned} \theta_1(\hat{x}) &= \theta_0(\hat{x}) + \varepsilon\psi_1(\hat{x}) \\ \theta_2(\hat{x}) &= \theta_0(\hat{x}) + \varepsilon\psi_2(\hat{x}) \\ \Lambda &= \lambda + \varepsilon\mu^2 \end{aligned} \quad (18)$$

donde ε es un parámetro positivo del orden de C_η y donde ψ_1, ψ_2 y μ son variables del problema que tienen que ser obtenidas como parte de la solución y θ_0 es el giro de la viga no fisurada. En esta formulación se han despreciado términos de orden de ε^2 .

De las ecuaciones (9) y (18), se pueden obtener las frecuencias del eje fisurado, ω_i , a partir del conocimiento de las frecuencias del eje sin fisura, ω_{i0} y de la flexibilidad del resorte que simula la presencia de la misma, c_s :

$$\omega_i^2 = \omega_{i0}^2 - \frac{c_s^2}{L^2} \cdot \frac{R}{L} \cdot \eta(\alpha) \cdot \frac{\left(\frac{d\theta_{i0}(\hat{b})}{dx}\right)^2}{\int_0^1 \theta_{i0}^2 d\hat{x}} \quad (19)$$

El giro θ_{i0} puede tener diferentes expresiones dependiendo de las diferentes condiciones de apoyo del eje. Para el caso concreto en estudio de un eje en voladizo, se tiene que:

$$\theta_{i0} = C_2 \sin(\beta_i\hat{x}) \quad (20)$$

Sustituyendo (20) en (19):

$$\omega_i = \omega_{i0} \left[1 - \frac{R}{L} \cdot \eta(\alpha) \cdot \cos^2(\beta_i\hat{b}) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (21)$$

en donde

$$\omega_{i0} = \frac{\beta_i}{L} \cdot c_s \quad (22)$$

Esta ecuación, 21 permite obtener las frecuencias torsionales de un eje fisurado en voladizo, conocidas las frecuencias del mismo eje intacto, las características de la fisura (tamaño y posición), y las propiedades geométricas y de material del eje.

3 PROBLEMA INVERSO

El problema que se propone en este trabajo no es el cálculo de las las frecuencias de vibración de ejes fisurados, sino encontrar las propiedades de la fisura (tamaño y posición), si ésta existe, a partir del conocimiento del comportamiento dinámico del eje, es decir, a partir, por ejemplo de sus n primeras frecuencias de vibración torsional. Este es un problema inverso clásico de identificación de fisuras, para cuya resolución, se hace uso de una técnica ampliamente utilizada de optimización que es el criterio de mínimos cuadrados utilizado por algunos autores [6, 18].

La función de mérito del problema de optimización se puede escribir como:

$$F(c, \hat{b}, \eta) = \sum_{i=1}^n (\omega_i^* - \omega_i(c, \hat{b}, \eta))^2 \quad (23)$$

donde n es el número de frecuencias utilizadas en el análisis, ω_i^* son los valores de referencia de las frecuencias naturales que pueden ser obtenidas, por ejemplo, experimentalmente, y ω_i son las frecuencias calculadas haciendo uso del método de las perturbaciones indicado en el apartado anterior (ecuación 21).

Sustituyendo (21) en (23), se tiene la expresión de la función de mérito para el caso en estudio:

$$F(c, \hat{b}, \eta) = \sum_{i=1}^n \left(\omega_i^* - \omega_{i0} \left[1 - \frac{R}{L} \cdot \eta \cdot \cos^2(\beta_i \hat{b}) \right]^{\frac{1}{2}} \right)^2 \quad (24)$$

Los parámetros c_s , \hat{b} y η , son las variables del problema de optimización, mientras que ω_i^* son los datos de entrada al problema. Es necesario indicar que c_s , la velocidad de propagación que contiene información de las propiedades del material, es también una incógnita del problema. De manera que, el conocimiento de las propiedades del material, Módulo de cortante, G , y densidad, ρ , del eje no es necesario para la solución del problema de identificación de la fisura.

El problema de optimización se completa con algunas restricciones:

- la velocidad de propagación es positiva, $c > 0$, (ver ecuación 3)
- la función η es positiva y no supera el valor correspondiente a fisuras superiores a un tercio del radio del eje, $0 < \eta < 0.7$ (ver ecuación 6)
- la fisura está situada a lo largo del eje, $0 < \hat{b} < 1$

La solución del problema de optimización se ha obtenido mediante la utilización del código GAMS [21] y [22]. Para la resolución del problema no lineal, GAMS utiliza un algoritmo modificado del algoritmo del gradiente reducido generalizado (GRG).

4 EJEMPLO DE APLICACIÓN

La metodología explicada en apartados anteriores se ha aplicado a un caso concreto, eje en voladizo con las siguientes propiedades: longitud, $L = 2m$ y radio de la sección transversal, $R = 0.1m$. El eje contiene una fisura circular exterior con posición y tamaño inicialmente desconocidos, y es de un material cuyas propiedades son también desconocidas.

El estudio se ha llevado a cabo para cuatro casos distintos en los que se han variado las posiciones de la fisura y el tamaño de la misma. Los datos de entrada de estos cuatro casos son las 5 primeras frecuencias de vibración torsional obtenidas, para la realización de este trabajo, mediante la resolución de un modelo analítico en el que la fisura se modela como un resorte.

Los valores de referencia de las frecuencias se muestran en la tabla 1.

	Caso1	Caso2	Caso3	Caso4
ω_1^* (Hz)	2468.3	2464.0	2458.3	2463.8
ω_2^* (Hz)	7408.5	7409.3	7404.7	7361.8
ω_3^* (Hz)	12349.6	12330.8	12261.1	12349.8
ω_4^* (Hz)	17282.5	17238.3	17277.9	17176.9
ω_5^* (Hz)	22213.3	22215.7	22124.0	22174.8

Tabla 1: Frecuencias de vibración de un eje fisurado

El objetivo es encontrar, a partir de la expresión cerrada para las frecuencias de un eje fisurado dada por la ecuación (21), y utilizando las frecuencias de referencia de la tabla 1, los parámetros de la fisura: posición y tamaño, y adicionalmente la velocidad de propagación, que como se ha indicado previamente no es necesario conocer con anterioridad.

Una vez formulado el problema, y usando el código GAMS para resolver el problema de optimización, se han obtenido resultados para las siguientes variables:

- posición estimada, \hat{b}_{est}
- tamaño estimado, α_{est}
- velocidad de propagación estimada, c_{est}

Los resultados del problema para los cuatro casos mostrados en la tabla 1, se incluyen en las siguientes tablas.

En la tabla 2, se muestran los resultados correspondientes a la posición estimada, frente a la posición de referencia utilizada para obtener las frecuencias, y el error cometido en la estimación.

	Caso1	Caso2	Caso3	Caso4
\hat{b}_{est}	0.216	0.3	0.4	0.6
\hat{b}_{real}	0.2	0.3	0.4	0.6
$\varepsilon_{\hat{b}}(\%)$	8	0	0	0

Tabla 2: Resultados de la estimación de la posición

El error en la estimación de la posición se ha calculado de la siguiente forma:

$$\varepsilon_{\hat{b}} = \frac{\hat{b}_{est} - \hat{b}_{real}}{\hat{b}_{real}} \cdot 100 \quad (25)$$

De estos resultados se concluye que el método estima perfectamente la posición de la fisura, excepto en zonas próximas al empotramiento.

La tabla 3, muestra los resultados de la estimación del parámetro η , del tamaño de la fisura (obtenido a partir de la ecuación (6)) en comparación con los datos reales, junto con los errores cometidos en la estimación.

	Caso1	Caso2	Caso3	Caso4
η_{est}	0.014	0.06	0.143	0.144
α_{est}	0.0487	0.099	0.1492	0.1496
α_{real}	0.05	0.1	0.15	0.15
$\varepsilon_{\alpha}(\%)$	-2.6	-1	-0.53	-0.27

Tabla 3: Resultados de la estimación del tamaño

El error en la estimación del tamaño de la fisura se ha calculado de la siguiente forma:

$$\varepsilon_{\alpha} = \frac{\alpha_{est} - \alpha_{real}}{\alpha_{real}} \cdot 100 \quad (26)$$

Estos datos muestran como la estimación del tamaño de la fisura es muy buena en todos los casos, con errores inferiores al 2.6%, siendo además estas estimaciones conservadoras. Del análisis de los resultados se observa la tendencia de que a medida que la fisura crece, la estimación de la misma es más próxima a los datos de referencia.

De los resultados obtenidos, mostrados en las tablas 2 y 3, y analizando los resultados de los casos 3 y 4, en los que el tamaño es $\alpha = 0.15$ y la posición varía, la fisura es estimada mejor, en su tamaño, cuanto más alejada se encuentra del empotramiento pasando de un error del -0.53% para el caso de la posición $\hat{b} = 0.4$ a un error del -0.27% para $\hat{b} = 0.6$. Este resultado confirma la tendencia observada en el análisis de los resultados de la posición.

En el caso1, cuyos valores de referencia son: $\alpha = 0.05$ y $\hat{b} = 0.2$, las estimaciones tanto de posición como de tamaño son peores que para el resto de los casos. Esta situación puede deberse a la proximidad de la fisura al empotramiento, hecho que ya se ha comprobado provoca peores estimaciones, y al tamaño de fisura, excesivamente pequeño.

Por último, la tabla 4, muestra los resultados de la velocidad de propagación del material para cada caso, los valores de referencia y el error cometido en la estimación:

	Caso1	Caso2	Caso3	Caso4
$c_{est}(m/s)$	3144.74	3144.8	3144.76	3144.91
$c_{real}(m/s)$	3144.85	3144.85	3144.85	3144.85
ε_c	-0.003	-0.002	-0.003	0.002

Tabla 4: Resultados de la estimación de la velocidad de propagación

El error en la estimación del tamaño de la velocidad de propagación del material se ha calculado de la siguiente forma:

$$\varepsilon_c = \frac{c_{est} - c_{real}}{c_{real}} \cdot 100 \quad (27)$$

En el caso del material los resultados indican que el modelo estima perfectamente las propiedades del mismo.

En general, se puede concluir que a medida que el tamaño de la fisura crece las estimaciones son mejores. Aun así, las estimaciones para fisuras muy pequeñas, son suficientemente buenas como para que el método pueda ser considerado apropiado para la identificación de fisuras, sobre todo cuando éstas son incipientes.

5 CONCLUSIONES

En este trabajo se ha presentado el desarrollo de un método para la detección e identificación de fisuras circulares en ejes de sección transversal circular en voladizo utilizando, para la resolución del problema inverso, la técnica clásica de optimización por el criterio de mínimos cuadrados. La citada técnica de optimización ha sido aplicada a la expresión analítica para el cálculo de las frecuencias torsionales de un eje fisurado, obtenida por el método de las perturbaciones.

De los resultados obtenidos se puede concluir que el método desarrollado permite la identificación de la fisura con resultados excelentes para fisuras de pequeño tamaño, inferiores al 15% del radio. Los resultados indican que se estiman las posiciones de la fisura a lo largo del eje con errores inferiores al 8% (siendo los mayores en posiciones cercanas al empotramiento) y las estimaciones de tamaño, siempre conservadoras, inferiores al 2.6%.

Los excelentes resultados obtenidos para la estimación de la posición y el tamaño de una fisura circular en un eje voladizo, y dada su sencillez de implementación, permiten pensar en el método como una manera fiable de abordar el problema inverso de la identificación de fisuras pequeñas en este tipo de elementos.

REFERENCIAS

- [1] P. Gudmundson, Eigenfrequency changes of structures due to cracks, notches or other geometrical changes, *Journal of Mechanics and Physics of Solids* 30, pp. 339–353, 1982.
- [2] A.D. Dimarogonas, C. Papadopoulos, Vibrations of cracked shafts in bending, *Journal of Sound and Vibration* 91, pp. 583–593, 1983.
- [3] H.P. Lee, T.Y. Ng, Natural frequencies and modes for the flexural vibration of cracked beam, *Applied Acoustic* 43, pp. 151–163, 1994.
- [4] P. Cawley, R.D. Adams, The location of defects in structures from measurements of natural frequencies, *Journal of Strain Analysis* 14, pp. 49–57, 1979.
- [5] M.H.H. Shen, J.E. Taylor, An identification problem for vibrating cracked beams, *Journal of Sound and Vibration* 150 (3), pp. 457–484, 1991.
- [6] M.W. Suh, J.M. Yu, J.H. Lee, Crack identification using classical optimization technique, *Key Engineering Materials* 183 (1), pp. 61–66, 2000.
- [7] M.B. Shim, M.W. Suh, Crack identification using evolutionary algorithms in parallel computing environments, *Journal of Sound and Vibration* 262 (1) pp. 141–160, 2003.
- [8] Y. Narkis, Identification of crack location in vibrating simply supported beams, *Journal of Sound and Vibration* 172 (4), pp. 549–558, 1994.
- [9] A. Morassi, M. Rollo, Identification of two cracks in a simply supported beam from minimal frequency measurements, *Journal of Vibration and Control* 7 (5), pp. 729–734, 2001.
- [10] T.J. Kim, Y.S. Ryu, H.M. Cho, N. Stubbs, Damage identification in beam-type structures: frequency-based method vs mode-shape-based method, *Engineering Structures* 25 (1), pp. 57–67, 2003.
- [11] H.P. Lin, Direct and inverse methods on free vibration analysis of simply supported beams with crack, *Engineering Structures* 26 (4), pp. 427–436, 2004.
- [12] G. Bammios, A. Trochides, Dynamic behavior of a cracked cantilever beam, *Applied Acoustic* 45 (2), pp. 97–112, 1995.
- [13] J. Fernández-Sáez, L. Rubio, C., Navarro, Approximate calculation of the fundamental frequency for bending vibrations of cracked beams, *Journal of Sound and Vibration* 225 (2), pp. 345–352, 1999.
- [14] J. Fernández-Sáez, C. Navarro, Fundamental frequency of cracked beams: an analytical approach, *Journal of Sound and Vibration* 256 (2), pp. 17–31, 2002.
- [15] R.D. Adams, P. Cawley, C.J. Pye, B.J. Stone, A vibration technique for non-destructively assessing the integrity of structures, *Journal of Mechanical Engineering science* 20, pp. 93–100, 1978.
- [16] A. Morassi, Cracked-induced changes in eigenfrequencies of beam structures, *Journal of Engineering Mechanics* 119 (9), pp. 1798–1803, 1993.
- [17] L. Rubio, S. de Luna, J. Fernández-Sáez, C. Navarro, Cálculo de las frecuencias propias de vigas fisuradas, *Anales de Ingeniería Mecánica* 13 (2), pp. 745–754, 2000.
- [18] L. Rubio, An efficient method for crack identification in simply-supported beams, en proceso de revisión *Engineering Structures*.
- [19] T.G. Chondros, Variational formulation of a rod under torsional vibration for crack identification, *Theoretical and Applied Fracture Mechanics* 44, pp. 95–104, 2005.
- [20] H. Tada, P. Paris, G. Irwin, *The stress Analysis of Cracks Handbook*, Paris Productions, Inc, St. Louis, 1985.
- [21] GAMS, *General Algebraic Modeling System*, <http://www.gams.com>.
- [22] E. Castillo, A. Conejo, P. Pedregal, R. García, N. Alguacil, *Building and solving mathematical programming models in engineering and science, pure and applied mathematics*, Wiley, New York, 2001.

METODOS COMPUTACIONALES APLICADOS A LA PREDICCIÓN DE RESISTENCIA RESIDUAL DE PANELES DE ALA O FUSELAJE

F. Martín de la Escalera¹, E. Miron¹, S. Santos², J. Fernandez-Sáez²

¹ Gamesa Desarrollos Aeronáuticos. Departamento de Integridad Estructural
Llano Castellano 13
28034 Madrid, España.

E-mail: fmiron@aero.gamesa.es; fmartin@aero.gamesa.es
Tfno: +34 917280808; Fax: +34 917280904

² Departamento de Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras
Escuela Politécnica Superior. Universidad Carlos III de Madrid
Avd de la Universidad, 30
28911 Leganés-Madrid, España.

E-mail: ppfer@ing.uc3m.es
Tfno: +34 916249964 ; Fax: +34 916249430

RESUMEN

En el campo del análisis de tolerancia al daño en el sector aeronáutico existen diversos métodos analíticos para evaluar la resistencia residual de las estructuras en presencia de grietas. En el caso de paneles delgados de materiales dúctiles (revestimientos de aluminio de ala o fuselaje) los efectos plásticos obligan a utilizar métodos de mecánica de fractura no lineal. Entre estos métodos, la implementación del CTOA (Crack Tip Opening Angle) crítico como criterio de fractura en modelos de elementos finitos, es de especial interés por su generalidad, y su probado éxito en la predicción de resistencia residual de paneles con presencia de daño múltiple (en estructuras envejecidas), o con gran plasticidad y altas deformaciones fuera del plano (efecto de la presión interna de un fuselaje de avión). El presente trabajo forma parte del proceso de implementación de estas nuevas técnicas en la metodología de análisis estructural de la empresa.

ABSTRACT

In the field of damage tolerance analysis in the aeronautical industry it is of application several analytical methods to evaluate the residual strength of cracked structures. In the case of ductile materials thin panels (such as wing or fuselage aluminium skins) the plastic effects force the analysis with non linear fracture mechanics tools. Among these methods, the implementation of the CTOA (Crack Tip Opening Angle) critical as fracture criterion in finite element models, is of special interest due to its generality, and its success in predicting the residual strength of panels with multiple site damage (aging structures), or with high plasticity and out of plane deformations (effect of the internal pressure in aircraft fuselage). This paper summarizes part of the process of implementation of these new tools within the structural analysis methodology of the company.

ÁREAS TEMÁTICAS PROPUESTAS: Fractura de Materiales Compuestos o Aplicaciones Prácticas en Ingeniería.

PALABRAS CLAVE: Fractura, Computacional, CTOA.

1. INTRODUCCIÓN

Las consideraciones de tolerancia al daño de una estructura aeronáutica son una parte esencial del proceso de certificación de un avión, y engloba procedimientos analíticos junto con ensayos que permiten verificar la bondad de aquellos.

Desde el punto de vista analítico la industria aeronáutica viene utilizando unas herramientas de cálculo que han probado su éxito a lo largo del tiempo, en el diseño de estructuras que cumplen los requisitos de seguridad exigidos por la normativa. Sin embargo, la continua optimización de las estructuras que impone la competitividad, íntimamente ligada a las reducciones de

peso, obligan a eliminar el grado de conservadurismo que tienen los métodos analíticos, aunque manteniendo siempre como aspecto esencial la seguridad.

En este sentido los métodos computacionales de mecánica de fractura suponen un gran avance, especialmente en lo que se refiere al modelado de la propia fisura en modelos de elementos finitos. Con estos procedimientos se consigue el doble objetivo de eliminar ciertos conservadurismos ligados a análisis más sencillo, junto con el permitir abordar problemas de mayor complejidad tanto de configuración como de aplicación de cargas.

El presente trabajo forma parte de un programa de Gamesa Desarrollos Aeronauticos con el objetivo de adquirir nuevas técnicas de análisis que le permitan aumentar su competitividad en el diseño de estructuras aeronáuticas, a la vez que le sirvan para juzgar con mayor criterio los diversos métodos analíticos empleados por sus diversos clientes en la resolución de los problemas de tolerancia al daño.

Resistencia residual

Una parte importante de la metodología de tolerancia al daño es el análisis de resistencia residual, que consiste en demostrar la resistencia de la estructura ante carga límite en presencia de grietas.

Los métodos analíticos habituales consisten en utilizar las propiedades de tenacidad a fractura del material, K_c , junto con el parámetro geométrico factor de intensidad de esfuerzos K . Este procedimiento tiene una aplicación muy general en cuanto a configuración estructural, con más limitaciones en cuanto a modo de aplicación de la carga, pero siempre en condiciones de comportamiento lineal del material, en que el régimen plástico está muy localizado en una pequeña zona alrededor del borde de la grieta. Es esencialmente la metodología de la mecánica de fractura elástico-lineal (MFEL). El valor de la tenacidad a fractura depende del nivel de restricción de deformación en el borde de la grieta, lo que se traduce en la práctica a tabular valores de K_c en función del espesor de la pieza, lo que está condicionando un estado de esfuerzos planos, de deformación plana, o mixto.

En el caso particular de resistencia residual de paneles delgados, como son revestimientos de ala o de fuselaje, la zona de deformación plástica del material puede ser muy importante, y la mecánica de fractura elástico-lineal pierde consistencia, siendo necesario aplicar métodos de mecánica de fractura elasto-plástica (MFEP). De los diversos procedimientos disponibles, es práctica habitual en el sector aeronáutico la utilización de las curvas-R por su simplicidad, pues combina resultados experimentales de probetas junto con el mismo factor de intensidad de esfuerzos K empleado en la MFEL. Este procedimiento tiene en cuenta la plasticidad pues utiliza resultados de probetas en régimen plástico, a la vez que introduce como parámetro de análisis la extensión estable de grieta que se produce ante la aplicación de la carga estática antes de la rotura final de la pieza.

Este procedimiento de curvas-R tiene ciertas limitaciones, como puede ser la no generalidad de configuración (en particular depende del ancho del espécimen), la necesidad de correcciones para tener en cuenta el efecto de la presión interna de un fuselaje que produce importantes deformaciones fuera del plano, no permite simular el fenómeno de giro de la grieta que se observa en ciertas condiciones al aproximarse a rigidizadores, o su dificultad para predecir adecuadamente la resistencia residual en presencia de

daño múltiple (como puede ocurrir en uniones longitudinales o circunferenciales de revestimientos de fuselaje).

Crack Tip Opening Angle

Otros procedimientos analíticos abordan parte de estas limitaciones. Entre éstos, el ángulo crítico de apertura de grieta CTOA (Crack Tip Opening Angle) se ha mostrado como muy adecuado para simular el crecimiento estable e inestabilidad que se producen durante el proceso de fractura (ref. [1]). Según este procedimiento la extensión de la grieta ante una carga dada se produce cuando el CTOA alcanza un valor crítico. Este valor crítico se mide en probetas con una configuración determinada ($M(T)$, $C(T)$), y posteriormente se aplica a estructuras complejas.

Dadas las características del procedimiento, es especialmente interesante para su aplicación en modelos de elementos finitos. Según diversos estudios realizados permite una aplicación generalizada solventando las limitaciones mencionadas anteriormente. Aunque el CTOA crítico no es constante, con valores más elevados al comienzo del proceso de fractura, la utilización de un valor constante permite resolver de forma satisfactoria los problemas de ingeniería. Al igual que la tenacidad a fractura, dicho valor depende del estado de restricción de desplazamiento en el borde de la grieta, lo que se traduce en la práctica en valores diferentes dependiendo del espesor.

Métodos computacionales

Diversos programas de ordenador permiten realizar simulaciones numéricas con el criterio de CTOA crítico, entre ellos códigos de acceso libre como Franc2D/L y Franc3D, y códigos de acceso restringido como ZIP2D, ZIP3D y STAGS.

Gran parte del trabajo desarrollado en Gamesa se realiza con el código de elementos finitos MSC/NASTRAN. En el presente trabajo se abordan los pasos iniciales llevados a cabo para implementar el procedimiento de análisis basado en CTOA crítico en NASTRAN.

Todo el proceso de desarrollo para implementar este procedimiento lleva asociado una campaña de ensayos que permitan validar la metodología, campaña que están actualmente en proceso. Otra parte del procedimiento es validación con metodologías existentes, que ya han sido validadas satisfactoriamente por organismos competentes como es la NASA.

En este sentido se incluyen en este trabajo las tareas realizadas de validación, así como los primeros resultados de su implementación en NASTRAN. Para esta validación se ha utilizado como referencia los resultados de la ref. [2], basados en el programa Franc2D/L.

Metodología de análisis

La implementación del método de análisis basado en CTOA crítico requiere en primer lugar la obtención de estos valores críticos. Para ello se utilizan probetas de configuración bien conocida, como son M(T) (carga característica de tracción) y C(T) (carga característica de flexión). El valor CTOA crítico se puede medir directamente en el ensayo, o calcularlo a partir de una correlación de un modelo de elementos finitos de la probeta con los resultados del ensayo de la curva carga – extensión de grieta. La siguiente figura muestra los resultados de una probeta C(T) con desplazamiento impuesto.

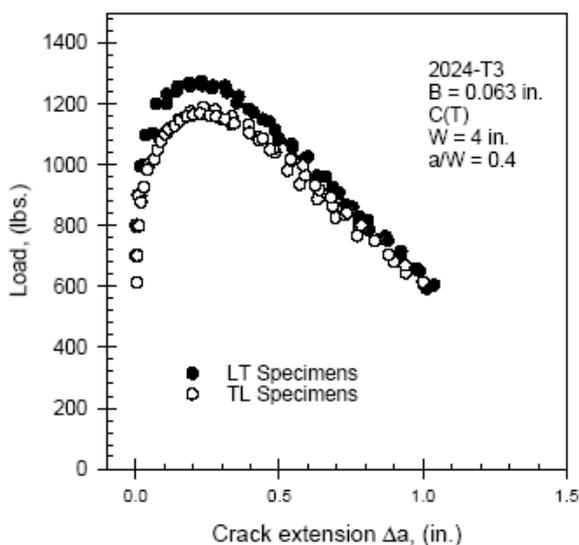


Figura 1. Carga frente a extensión de grieta (ref. [3])

En la correlación, se modifica el valor del CTOA crítico en el modelo hasta ajustar la curva experimental.

Como se ha comentado, el nivel de restricción de desplazamiento en el borde de la grieta influye en valor crítico, lo que viene condicionado por efector tridimensionales. El ajuste requiere por tanto la simulación mediante un modelo tridimensional.

En un modelo bidimensional, el problema surge en la simulación de estos efectos tridimensionales y adecuada restricción de desplazamientos. Los análisis realizados asumiendo hipótesis de estado de esfuerzos planos o bien de deformación plana, no correlacionan adecuadamente los resultados experimentales, uno no impone ninguna restricción y el otro demasiada. J.C. Newman (ref. [2], [4]) asumió un estado mixto, con elementos en deformación plana en un núcleo cerca de la grieta y en tensión plana lejos, consiguiendo una adecuada correlación al ajustar el ancho de ese núcleo de elementos en deformación plana.

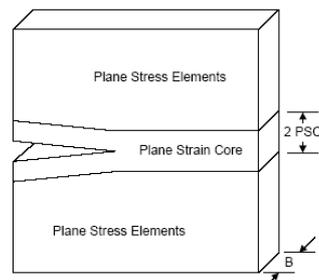


Figura 2. Tensión plana con núcleo en deformación plana (ref. [2])

Algoritmo

La implementación del método de simulación de fractura con criterio CTOA crítico en el código Franc2D/L descrito en la ref. [2], utiliza dos procedimientos algorítmicos, lo que permite diversas aplicaciones.

Por una parte está el procedimiento basado en liberación de nodo (nodal realease), utilizable cuando el camino de fractura es conocido a priori. Nodos coincidentes en dicho camino de grieta están unidos por muelles que son liberados a medida que la grieta se extiende. Los procedimientos desarrollados permiten modificar la matriz de rigidez en su forma invertida, lo que acelera la velocidad del proceso. Tras la liberación del muelle se realiza un proceso de re-equilibrio.

Por otra parte está el procedimiento de remallado, en que la malla se modifica según avanza la grieta siguiendo unos criterios de incremento y dirección establecidos. De esta forma no es necesario conocer a priori el camino de carga. Los desplazamientos se distribuyen adecuadamente a la nueva malla, y se realiza un proceso de re-equilibrio.

En el caso de NASTRAN, el procedimiento utilizado es semejante al primero mencionado. Se simulan nodos coincidentes a lo largo del camino predeterminado de fractura, y se unen mediante MPC que se van liberando según avanza la grieta. El proceso se lleva a cabo mediante un Restart que lleva el sistema al equilibrio antes de ir aumentando la carga. El procedimiento de Restar no admite la simulación de los muelles mediante elementos Celas o Bars.

2 ANÁLISIS COMPARATIVO FRANC2D-L vs MSC/NASTRAN

En este apartado se muestra un análisis comparativo del modelo elastoplástico incorporado en dos códigos de simulación numérica mediante tecnología de elementos finitos: Franc2D/L y MSC/NASTRAN. El análisis comparativo consta de dos fases. La primera de ellas se basa en un análisis estructural utilizando un material elástico lineal, tanto en tensión como en deformación plana, mientras que la segunda considera un material elastoplástico.

El material utilizado es al aluminio 2024-T3, cuyas propiedades se muestran en la figura 1. Para la segunda fase del análisis, en el que el material se considera elastoplástico, la curva de tensión-deformación del material es la definida en la figura 1.

En este análisis la estructura no está fisurada, únicamente tiene un taladro, que será concentrador de tensiones, como se verá al analizar los resultados obtenidos. Las dimensiones de la pieza se muestran en la figura 3.

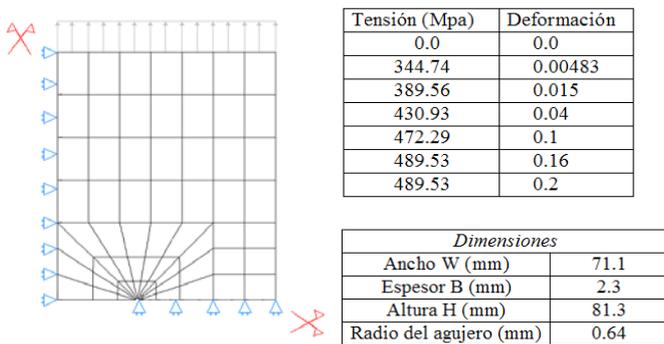


Figura. 3. Dimensiones y malla utilizada para un aluminio 2024-T3, así como la curva de material empleada

El código Franc2D/L utiliza como tipología de elemento finito, elementos cuadrados con nodos en las esquinas y en el medio de cada lado, que son elementos de alto orden y a los que denominaremos *cquad8*. En el análisis realizado con MSC/NASTRAN se han utilizado en primer lugar elementos de bajo orden, es decir, elementos cuadrados con nodos en las esquinas solamente (*cquad4*) y posteriormente se repite el proceso utilizando elementos de alto orden (*cquad8*).

	FRANC2D/L	NASTRAN		FRANC2D/L VS NASTRAN	
		CQUAD4	CQUAD8	Error relativo (%) <i>cquad4</i>	Error relativo (%) <i>cquad8</i>
Σ Reacciones y [KN]	29.85	29.76	29.80	0.30	0.15
σ_I (Zona1) [MPa]	(214.91; 323.09)	246.00	283.72	8.56	-5.46
σ_{II} (Zona1) [MPa]	(-57.92; -107.21)	-83.08	-77.29	-0.58	6.43
σ_I (Zona2) [MPa]	(755.67; 863.92)	552.48	598.19	31.78	26.13
σ_{II} (Zona2) [MPa]	(90.05; 139.34)	78.67	80.53	31.43	29.81
Desplz.Y (Nodo1) [mm]	0.042	0.050	0.044	-18.18	-4.24

Tabla 1. Análisis comparativo Franc2D/L vs NASTRAN

En la tabla 1 se observa que los resultados obtenidos utilizando elementos finitos *cquad8* con NASTRAN son similares a los obtenidos usando Franc2dl (está en el rango de valores de tensión), mientras que con elementos finitos tipo *cquad4* se aprecian diferencias mayores en los valores obtenidos frente a los calculados

mediante Franc2D/L. Estas diferencias pueden ser motivadas por varias razones:

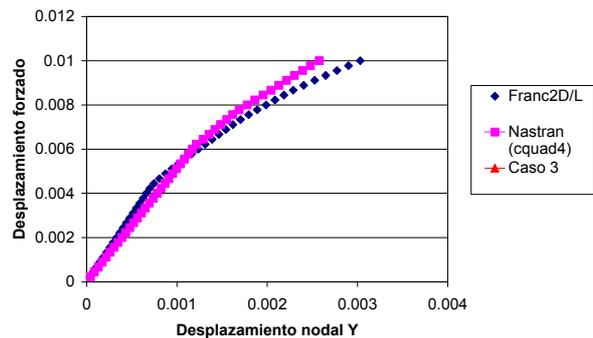
- 1.- En la zona estudiada existen gradientes de tensiones altos. Esto supone acarrear errores de postproceso en cada código debido al alisado posterior del campo de tensiones.
- 2.- Las diferencias existentes entre los resultados comparando el comportamiento del *cquad8* y *cquad4* se deben al exceso de rigidez a cortadura del *cquad4* frente al elemento de alto orden *cquad8*

Por otro lado la tabla 2 se ha realizado la misma comparativa que en el caso anterior pero utilizando un material elastoplástico. Para hacer la simulación de este modelo no lineal se ha tenido que recurrir a elementos finitos tipo *cquad4* con el NASTRAN, ya que este código no permite el uso de elementos *cquad8* para realizar análisis no lineal elastoplástico. Al analizar estos resultados se observa que la diferencia entre los valores obtenidos con NASTRAN y Franc2D/L es superior a los casos anteriores de material elástico. Esta diferencia radica en que se han utilizado elementos de mallado de menor precisión en el NASTRAN (*cquad4*) y además ambos programas utilizan métodos de convergencia distintos para el análisis estático no lineal. La diferencia entre los valores no es muy alta, por lo que los valores obtenidos con el Franc2D/L para el caso plástico se pueden considerar fiables.

	FRANC2D/L	NASTRAN	FRANC2D/L VS NASTRAN
		CQUAD4	Error relativo (%)
Σ Reacciones y [KN]	28.38	29.00	-2.19
$\sigma_{I\text{max}}$ (Zona1) [MPa]	(199.74; 232.08)	263.31	-21.93
$\sigma_{I\text{max}}$ (Zona2) [MPa]	(329.02; 361.36)	374.59	-8.51
Desplz.Y (Nodo1) [mm]	0.077	0.066	14.85

Tabla 2. Análisis comparativo Franc2D/L vs NASTRAN con presencia de plasticidad

Desplazamiento aplicado frente a desplazamiento en un nodo



Gráfica 1. Análisis comparativo Franc2D/L vs NASTRAN con presencia de plasticidad

3 OBTENCION DE CURVAS DE RESISTENCIA RESIDUAL EN PROBETAS M(T) Y C(T).

En este apartado se muestra el cálculo de Resistencia Residual para una probeta M(T). Se estudiará la propagación de fisura suponiendo tres casos diferentes:

- CASO 1: toda la probeta se encuentra en tensión plana, utilizando la técnica de autoremallado (mapping & remeshing).
- CASO 2: toda la probeta se encuentra en deformación plana, con la técnica de autoremallado.
- CASO 3: la probeta presenta un estado de “plane strain core”, con $h_c = 1\text{mm}$ de altura. Esto implica que toda la probeta está en tensión plana excepto una zona de altura h_c alrededor de la fisura que se encontrará en deformación plana. Para la realización del análisis se va a utilizar tanto la técnica de autoremallado como la de liberación de nodos, pudiendo comparar así los resultados obtenidos con ambas técnicas.

El material que se va a utilizar es aluminio 2024 T3, por tanto las propiedades son las mismas que las que se muestran en la en la figura 1. Las dimensiones de la probeta están indicadas en la figura 4 :

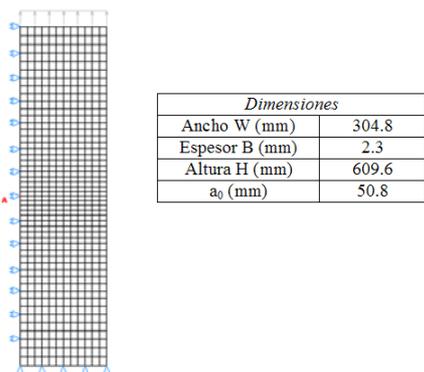


Figura 4. Malla y dimensiones de la probeta M(T)

Los valores de CTODc utilizados en este análisis se recogen a la siguiente tabla:

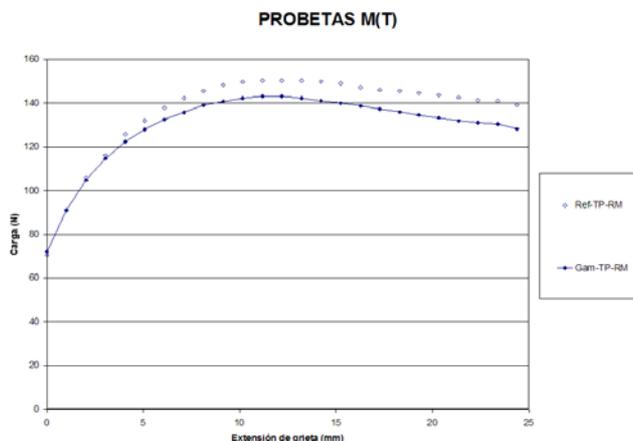
CTODc INIT ¹ (mm)	0.094
CTODc (mm)	0.094

Tabla 3. CTODc para Aluminio 2024 T3 con espesor B=2.3 mm

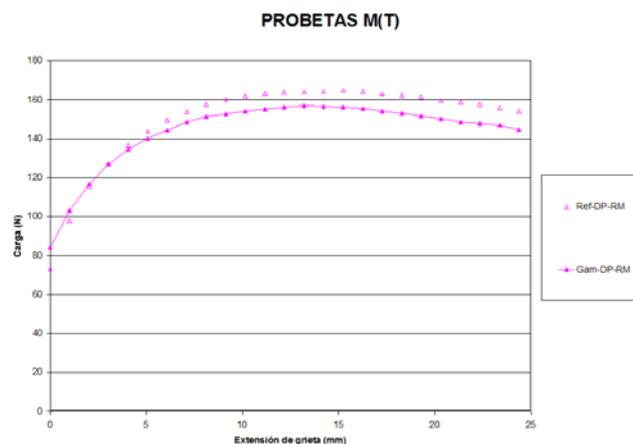
Para el análisis de fractura de esta probeta se utilizará el programa Franc2D/L. En los tres casos se usará el método de propagación de fisura “Mapping and remeshing” que el software tiene implementado, pero

además en el caso de considerar el hc core se utilizará la técnica de “Nodal Release”, como ya se ha comentado anteriormente.

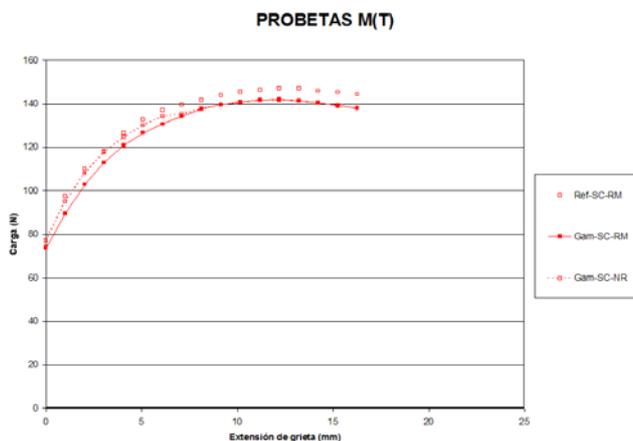
Los resultados obtenidos se compararán con los que aparecen en una tesis realizada por Mark A. James, [2].



Gráfica 2. Curva de resistencia residual en probeta M(T) en tensión plana y mediante técnica de “mapping & remeshing”



Gráfica 3. Curva de resistencia residual en probeta M(T) en deformación plana, mediante técnica de “nodal release”



Gráfica 4. Curva de resistencia residual en probeta M(T) en tensión plana y plane strain core, mediante técnica de “nodal release” y “mapping & remeshing”

De igual forma que en el caso de la probeta M(T) se han realizado experimentos numéricos via Franc2d-l con probetas C(T), comparando los resultados obtenidos con los datos encontrados en [2]. La geometría y dimensiones de la probeta están indicadas en la figura 2. Las siguientes Gráficas muestran los resultados de las correlaciones obtenidas. Se ha considerado en todos los experimentos el hecho de incluir o excluir en el modelo la presencia de la entalla de la probeta C(T).

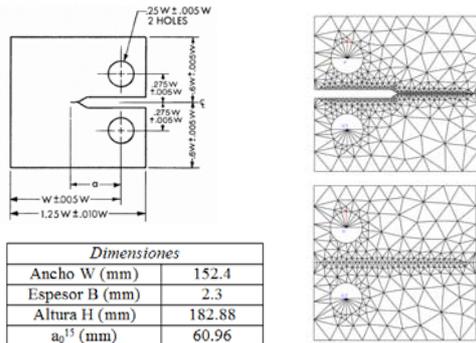
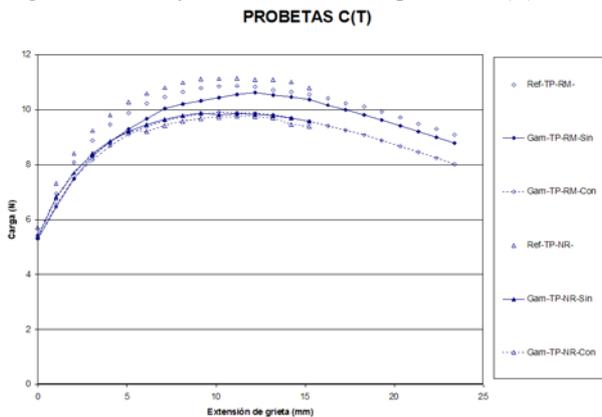
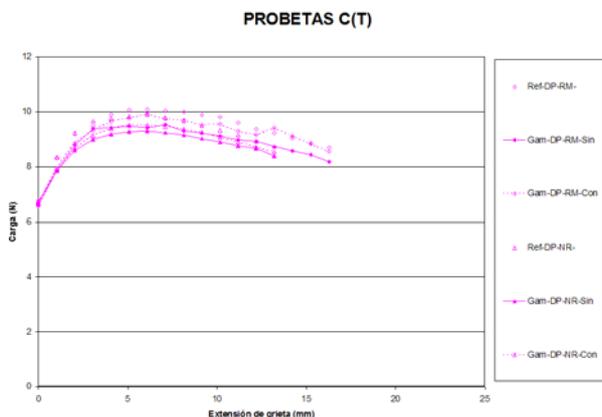


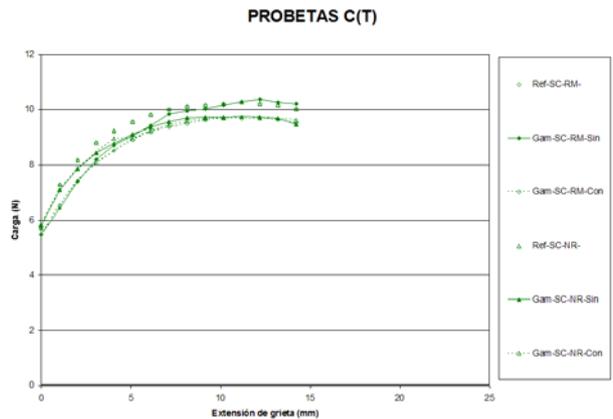
Figura 3. Malla y dimensiones de la probeta C(T)



Gráfica 5. Curva de resistencia residual en probeta C(T) en tensión plana, mediante técnica de “nodal release” y “mapping & remeshing”.



Gráfica 6. Curva de resistencia residual en probeta C(T) en tensión plana, mediante técnica de “nodal release” y “mapping & remeshing”.



Gráfica 7. Curva de resistencia residual en probeta C(T) en tensión plana, mediante técnica de “nodal release” y “mapping & remeshing”.

4 GENERALIZACION DE RESULTADOS

El objetivo de este estudio es hallar la correlación existente de los valores obtenidos mediante modelos generados en Franc2D/L con datos experimentales [3]. El análisis considera dos probetas M(T) de distintas anchuras, $W=304.8$ mm (12inch²) y $W=609.6$ mm y una probeta C(T) de ancho $W=152.4$ mm. El material usado para las probetas es aluminio 2024 T3, cuyas propiedades son conocidas e indicadas en apartados anteriores. La siguiente tabla resume las dimensiones de las probetas utilizadas en los tres estudios realizados:

	CASO A	CASO B	CASO C
Tipo de probeta	M(T)	M(T)	C(T)
Ancho W (mm)	304.8	609.6	152.4
Espesor B (mm)	1.6	1.6	1.6
Altura H (mm)	1346.2	2565.4	182.9

Tabla 4. Dimensiones de las probetas utilizadas

Los datos de la NASA usados como referencia [3] en este estudio se basan en probetas de espesor $B=1.6$ mm, distinto al utilizado en los estudios anteriores. El criterio de fractura que se utilizará será el del CTOD, y como el CTODc depende del espesor del espécimen no se podrá utilizar el usado en el apartado anterior, y por tanto el CTODc se tendrá que estimar. El problema se simulará con el software Franc2D/L utilizando un modelo en dos dimensiones. Como se ha visto en estudios anteriores, para representar lo más posible la realidad con modelos en dos dimensiones se utilizará “plane strain core”. Se usará le técnica “Autoremeshing”, pues como se pudo comprobar en estudios anteriores los resultados son similares a los obtenidos con “Nodal Release” y el mallado es más sencillo. Como el análisis se realiza en dos dimensiones se supondrá que no existe pandeo al realizar en ensayo de fractura, es decir, se supondrá que

² Todos los procesos de cálculo se han realizado utilizando valores en unidades inglesas, ya que las referencias están en esas unidades. Sin embargo se muestran en el informe presente los datos convertidos en unidades del sistema internacional.

se usan guías antipandeo. La NASA distingue también entre dos tipos de orientación de la probeta, en función de la orientación de grano del material (L-T o T-L). Para la realización de este estudio se supone que el ensayo se realiza según la orientación L-T.

Los pasos a seguir en el análisis propuesto son los siguientes:

- A. Comparación de las curvas obtenidas con los datos de referencia y los obtenidos mediante el software Franc2D/L tomando como CTODc el usado en estudios anteriores (CTODc=0.094mm, ver tabla 6.
- B. Variación del CTODc hasta que ambas curvas queden ajustadas.
- C. Comprobación del ajuste de las curvas al variar la anchura de la probeta o su geometría
- D. Comprobación de la influencia del parámetro de gobierno del “plane strain core” (hc core) en los resultados.

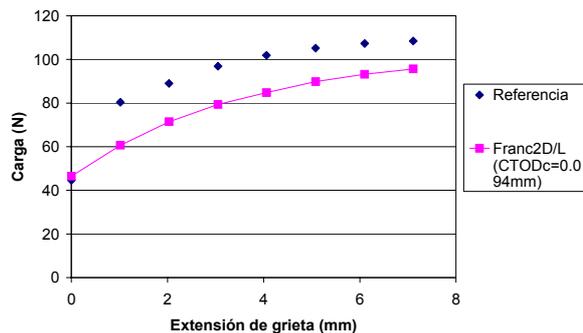
A. CORRELACIÓN DE CURVAS CON PRIMERA APROXIMACIÓN DE CTODc

El estudio se inicia simulando un ensayo de fractura para una probeta M(T), caso A, cuyas dimensiones están definidas en la tabla 7. La longitud de fisura inicial será a=50.8mm, que se corresponde con el valor calculado mediante la expresión $2a/W=1/3$. Como el espesor es distinto al utilizado en estudios anteriores, no se conoce el valor de CTODc, que se deberá estimar. Se tomará como primera aproximación el valor conocido CTODc=0.094mm, que se corresponde con un espesor de probeta B=2.3mm. En función de la desviación en los resultados obtenidos respecto a los datos de referencia se variará el valor de CTODc hasta obtener un ajuste de los datos. Como el estudio se realiza usando “plane strain core” aparecerá otro parámetro cuyo valor es desconocido, hc core. Inicialmente se supondrá hc=1.02mm, ya que diversos artículos publicados coinciden en que ese es un valor con el que se obtienen resultados bastante razonable. Posteriormente se realizará un estudio de sensibilidad del hc core, variando su valor y observando su influencia en los resultados.

<i>Aa (mm)</i>	<i>P (KN)</i>	<i>P referencia (KN)</i>	<i>Error relativo (%)</i>
0.00	46.49	44.62	-4.21
1.02	60.70	80.36	24.47
2.03	71.45	89.05	19.77
3.05	79.38	96.92	18.09
4.06	84.80	101.93	16.81
5.08	89.84	105.19	14.59
6.10	93.22	107.31	13.13
7.11	95.66	108.48	11.81

Tabla 5. Error relativo para probeta M(T) de W=304.8mm con CTODc=0.094mm

CURVA DE RESISTENCIA RESIDUAL PARA M(T)
(w = 304.8 mm)



Gráfica 8. Curva de resistencia residual para probeta M(T) de W=304.8mm con CTODc=0.094mm”.

El error mostrado en la tabla 8 y los datos representados en la Gráfica 8 indican una apreciable diferencia entre los datos de referencia y los obtenidos mediante el software Franc2D/L, por tanto el valor del CTODc elegido como primera aproximación no es el correcto. Como la curva de resultados con Franc2D/L está por debajo de la de referencia, el valor del CTODc real será mayor que el utilizado como primera aproximación.

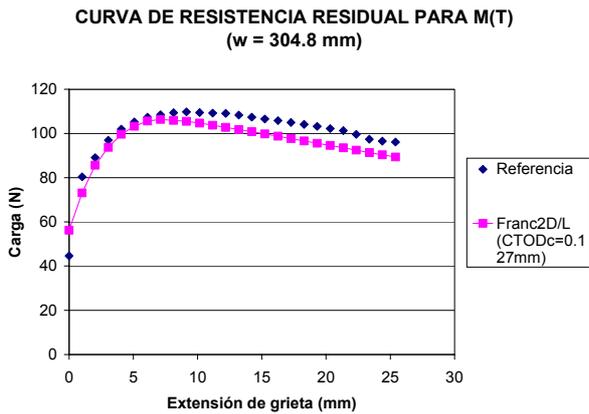
B. ESTIMACIÓN DEL VALOR DE CTODc

Aumentando progresivamente el valor el CTODc se estima que el valor con el que los resultados se ajustan más a los de referencia es CTODc=0.127mm.

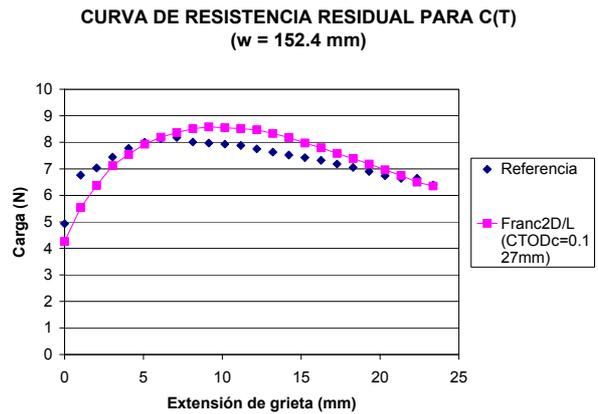
<i>Aa (mm)</i>	<i>P (KN)</i>	<i>P referencia (KN)</i>	<i>Error relativo (%)</i>
0.00	56.24	44.62	-26.05
1.02	73.08	80.36	9.06
2.03	85.66	89.05	3.81
3.05	93.71	96.92	3.31
4.06	99.63	101.93	2.25
5.08	103.23	105.19	1.86
6.10	105.63	107.31	1.56
7.11	106.30	108.48	2.00
8.13	105.94	109.35	3.12
9.14	105.45	109.76	3.93
10.16	104.70	109.45	4.34

Tabla 6. Error relativo para probeta M(T) de W=304.8mm con CTODc=0.127mm

Los resultados mostrados en la tabla 9 demuestra que la estimación del valor de CTODc es buena, ya que el error relativo entre los datos de referencia y los obtenidos mediante el Franc2D/L es menor del 10%. Esta correlación entre los valores de resistencia residual calculada, teniendo en cuenta un CTODc=0.127mm, y los valores de referencia, se muestra a continuación:



Gráfica 9. Curva de resistencia residual para probeta M(T) de W=304.8mm con CTODc=0.127mm

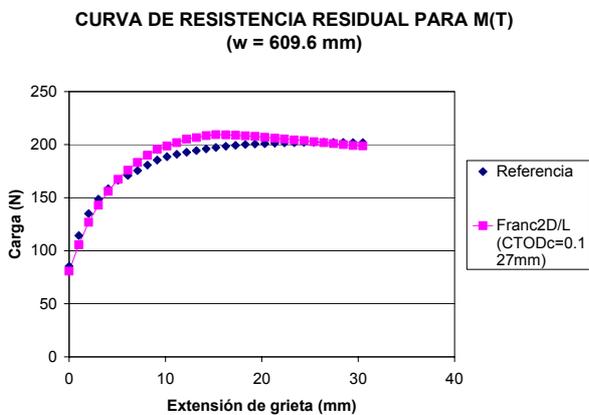


Gráfica 10. Curva de resistencia residual para probeta C(T) de W=152.4mm con CTODc=0.127mm

C. CORRELACIÓN DE CURVAS VARIANDO LA GEOMETRÍA Y LA ANCHURA DE LA PROBETA

VARIACIÓN DE LA ANCHURA DE LA PROBETA:

El paso siguiente consiste en demostrar la invariabilidad del concepto de CTODc (éste únicamente está asociado al tipo de material y al espesor). Para ello se obtendrá la curva de resistencia residual en una probeta igual que la adjuntada anteriormente, pero de anchura W=609.6mm (ver CASO B de la tabla 7).



Gráfica 10. Curva de resistencia residual para probeta M(T) de W=609.6mm con CTODc=0.127mm

La ref. [10] muestra que, aun variando el ancho de la probeta, existe una buena correlación entre los resultados procedentes de la simulación con Franc2D/L y los datos obtenidos de la referencia documental, usando el CTODc propuesto.

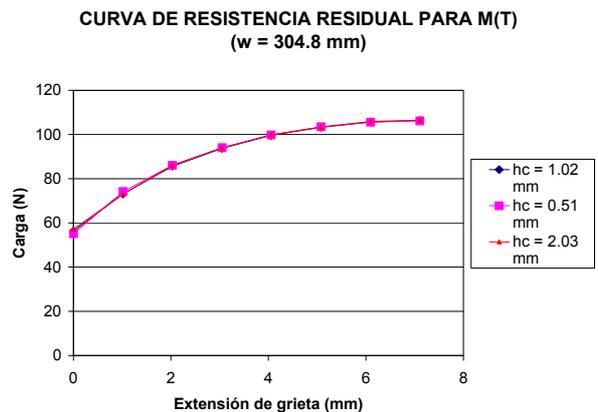
VARIACIÓN DE LA GEOMETRÍA DE LA PROBETA:

A continuación se realizará el mismo estudio pero esta vez utilizando una probeta C(T) con las dimensiones mostradas en el CASO C de la tabla C.

En este caso se observa, al igual que en el anterior, que los resultados se ajustan de forma correcta a los datos de referencia.

D. ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD DEL hc CORE

Para terminar el estudio se realizará un análisis de sensibilidad para determinar la influencia en los resultados del otro parámetro variable del proceso, el hc core. Durante todo el proceso se ha considerado hc=1.02mm, como ya se comentó anteriormente. Para determinar la influencia de este parámetro en los resultados se variará el valor de este parámetro aumentándolo y disminuyéndolo. Se tomarán dos casos diferentes: hc=0.51mm y hc=2.03mm, y la probeta que se utilizará será la del principio, es decir, probeta M(T) con una anchura de W=304.8mm. Evidentemente el CTODc utilizado será el que se ha estimado y usado durante todo el proceso de análisis. Los resultados obtenidos se muestran a continuación:



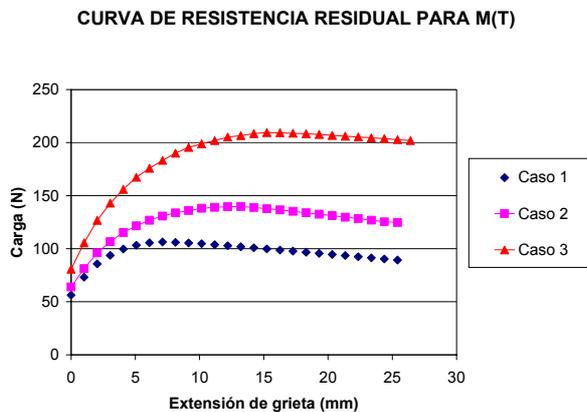
Gráfica 11. Análisis de sensibilidad del hc core

En la Gráfica 11 se observa que la diferencia de resultados al variar el h_c core es mínima. Lógicamente si se eligiera h_c cores muy altos la variación sería apreciable, pero se considerará que el h_c core con el que se obtienen resultados más semejantes a los reales es del mismo orden de magnitud que el espesor de la probeta.

Para finalizar este análisis se ha representado en la misma gráfica las curvas de resistencia residual para una probeta M(T) en tres casos, variando el espesor y la anchura de la probeta. El objetivo de este último ensayo es comparar la variación de la carga máxima en función de los parámetros mencionados.

PROBETA M(T)			
	CASO 1	CASO2	CASO3
Ancho W (mm)	304.8	304.8	609.6
Espesor B (mm)	1.6	2.3	1.6
CTODc (mm)	0.127	0.094	0.127

Tabla 7. Casos de estudio para análisis comparativo de la resistencia residual en probeta M(T)



Gráfica 12. Análisis comparativo de resistencia residual para probeta M(T)

V RESULTADOS OBTENIDOS CON MSC/NASTRAN

El objetivo de las secciones precedentes es adquirir la tecnología de obtención de CTOA crítico correlando modelos de elementos finitos de probetas con los resultados de carga – extensión de grieta de ensayos de dichas probetas.

Pero el objetivo principal de este trabajo es analizar la viabilidad de Nastran para realizar este tipo de correlaciones, y su posterior aplicación a modelos de estructuras complejas. En esta sección se muestran los resultados obtenidos con el procedimiento descrito en la introducción.

Se simulan nodos coincidentes a lo largo del camino predeterminado de fractura, y se unen mediante MPC que se van liberando según avanza la grieta. El proceso se lleva a cabo mediante un Restart que lleva el sistema al equilibrio antes de ir aumentando la carga.

Se ha utilizado una probeta M(T) de ancho $w = 304.8$ mm y espesor 1.6 mm, comparado con los resultados experimentales de la ref. [3]. Se muestran los resultados para un valor CTOD crítico de 5.4 grados, y un núcleo de elementos de 1 mm en deformación plana.

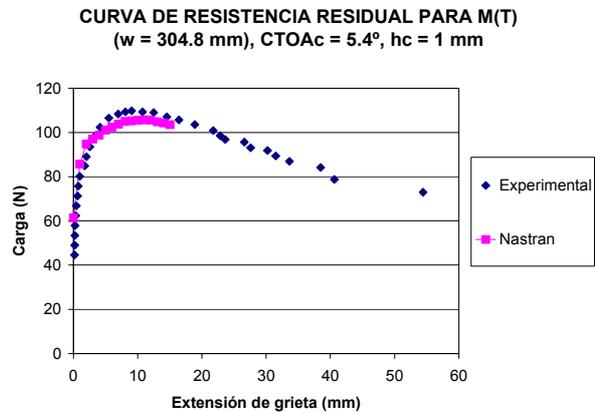


Figura 14 Comparación de resultados de Nastran con h_c core frente a resultados experimentales

El procedimiento utilizado en Nastran requiere ajustar el paso de incremento de carga para conseguir una adecuada convergencia. Está en proceso de desarrollo una automatización del algoritmo utilizado para permitir analizar de forma eficiente el efecto de diversos parámetros, pero los resultados iniciales son muy satisfactorios.

6. CONCLUSIONES

- Se ha corroborado que las hipótesis y parámetros de la Mecánica de Fractura Elástico Lineal, como el factor de intensidad de tensiones, aplicadas a la resolución del problema de progreso de grieta en paneles delgados, no reproduce de forma correcta los datos aportados de forma experimental.
- Incluso, se plantean dudas acerca de la fiabilidad de los resultados obtenidos mediante metodologías que tiene en cuenta conceptos de la Mecánica de Fractura Elastoplástica, como son las curvas “R”, en la resolución de problemas de propagación de fisuras en paneles delgados.
- El hecho de acudir a parámetros de control de progreso de grieta, como son el “Crack Tip Opening Angle” (CTOA) y el “Crack Tip Opening Displacement” (CTOD), en paneles delgados con amplias zonas de plasticidad en el borde de fisura, ofrece resultados que reproducen con bastante aceptación los obtenidos mediante ensayo.

- El uso del CTOA supone el parámetro básico de gobierno de una simulación numérica del progreso de grieta en especímenes metálicos delgados donde la presencia de plasticidad es significativa. El CTOA se considera como un factor invariante asociado tanto al tipo de material metálico y dependiente únicamente del espesor del espécimen.
- Como consecuencia directa de lo indicado en el punto anterior, valores de CTOA y CTOD asociados a especímenes de pequeño tamaño, probetas M(T) y C(T), son directamente aplicables a simulaciones de progreso de grieta en paneles rigidizados de ala o fuselaje.
- Como consecuencia directa de lo indicado en el punto anterior, valores de CTOA y CTOD asociados a especímenes de pequeño tamaño, probetas M(T) y C(T), son directamente aplicables a simulaciones de progreso de grieta en paneles rigidizados de ala o fuselaje.
- Utilizar un modelo de elasticidad bidimensional en tensión plana para representar un problema de crecimiento de fisura en un panel delgado, requiere el uso del concepto denominado "Plane Strain Core". El parámetro h_c core permite representar el estado triaxial de tensiones existente en el frente de grieta. Se estiman valores de h_c del orden del espesor de la placa. No obstante, una variación en términos de igual orden de magnitud del h_c no supone cambios significativos en la respuesta del modelo matemático.

7. FUTURAS LINEAS DE INVESTIGACIÓN

- Dado que el parámetro CTOA es aplicable a probetas de laboratorio, como se ha demostrado en los análisis expuestos en el presente trabajo (probeta M(T) y C(T)), es necesario verificar los resultados obtenidos mediante datos procedente de experimentos realizados en laboratorio. En este sentido, la documentación y bibliografía consultada ofrece numerosos datos procedente de experimentación. Por el contrario, hay poca información de la metodología, instrumentación y software empleado en la medición del CTOA, tanto directamente como mediante la obtención de la curva de Resistencia Residual, mediante ensayo. En la siguiente figura aparecen correlaciones procedentes de experimentos numéricos y ensayos en laboratorio de la Resistencia Residual en probetas tanto compactas C(T) como centradas M(T). Los resultados obtenidos de modelos numéricos son procedentes tanto de modelos de Elementos

Finitos tridimensionales como bidimensionales, utilizando para ello códigos como STAGS o ZIP3D.

- A lo largo de todo este trabajo los análisis realizados han sido bajo hipótesis de elasticidad bidimensional, utilizando para ello correcciones del tipo "Plain Strain Core". Un futuro trabajo es la realización de los mismos experimentos numéricos teniendo en cuenta un modelo de elasticidad tridimensional. En la documentación consultada tanto de la NASA como de BOEING, se utilizan códigos o gestores de progreso de grieta como es el caso del FRANC3D, ZIP3D, WARP3D y "solvers" tanto en tecnología de Elementos Finitos como de Elementos de Contorno (STAGS, BES, etc.). En las siguientes figuras se muestra resultados obtenidos de modelos tridimensionales realizados con los códigos señalados en líneas anteriores, considerando tanto probetas de ensayo como modelos de paneles rigidizados de ala y fuselaje. Cabe destacar que debido a razones de certificación de estructuras aeronáuticas por parte de la autoridad certificadora, los análisis tridimensionales deben de ser desarrollados en el código de Elementos Finitos MSC/NASTRAN.
- Finalmente se podrá realizar una aproximación del comportamiento del progreso de una grieta en un panel rigidizado completo, teniendo en cuenta todos los factores tanto desde el punto de vista geométrico (panel plano o curvo, geometría de rigidizadores, larguerillos integrados o remachados, etc.), de cargas, no linealidades no solo de material sino también geométricas (grandes desplazamientos fuera del plano).

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer desean agradecer al Instituto Nacional de Técnica Aeroespacial INTA su colaboración en este trabajo.

REFERENCIAS

- [1] J.C. Newman Jr, M.A. James, U. Zerbst, *A review of the CTOA/CTOD fracture criterion*, Engineering Fracture Mechanics 70, 2003, pp 371-385.
- [2] Mark A. James, *A plane stress finite element model for elastic-plastic mode I/II crack growth*, doctor of philosophy dissertation, 1998.
- [3] William M. Jonhston, *Fracture Tests on Thin Sheet 2024-T3 Aluminum Alloy for Specimens With and Without Anti-Buckling Guides*, NASA/CR-2001-210832, 2001.

- [4] J.C. Newman Jr., B.C. Booth, K.N. Shivakumar, *An elastic-plastic finite element analysis of the J-resistance curve using a CTOD criterion*, Fracture Mechanics: Eighteenth Symposium, ASTM 945, 1988, pp 665-685.
- [5] J.C. Newman, *An Elastic-Plastic Element Analysis of Crack Initiation, Stable Crack Growth, and Instability*, 1984

ANÁLISIS A FRACTURA DE RECIPIENTES A PRESIÓN FABRICADOS EN ACEROS DE ALTA RESISTENCIA “HSS”

M. A. Guerrero¹, M^a C. Betegón²

¹ Centro Tecnológico del Acero y Materiales Metálicos (Fundación ITMA)
Parque Empresarial Principado de Asturias (PEPA), C/ Calafates Parcela L-3.4,
33417 Avilés (Asturias) España.
e-mail: m.armindo@itma.es
Tfno: 985 129 120. Fax: 985 129 008

² Dpto. de Construcción e Ingeniería de Fabricación. Campus de Viesques. Ed. 7
Universidad de Oviedo
33203 Gijón (Asturias) España.
e-mail: cova@uniovi.es

RESUMEN

El empleo de métodos de diseño mediante análisis por elementos finitos “Design by Analysis - Direct Route” en lugar de las recomendaciones basadas en la experiencia y en fórmulas “Design by Formula” permite eliminar los innecesarios conservadurismos de los códigos de diseño existentes, aplicando métodos modernos y fiables. El análisis de un recipiente a presión fabricado en acero de alta resistencia P500 aplicando la mecánica de la fractura nos permite asegurar que dicho material se encuentra injustificadamente castigado por la EN 13445, ya que a pesar de la experiencia práctica existente sobre su uso, su buena soldabilidad y comportamiento frente a los tratamientos térmicos post-soldeo, este material se encuentra excluido de la fabricación de recipientes a presión debido a que los criterios de selección de los materiales para evitar la fractura frágil según la EN 13445 Parte 2 Anexo B, sólo permiten el uso de aceros con un límite elástico máximo de 460 MPa. Se ha comprobado que el citado material es capaz de soportar satisfactoriamente la presencia de grietas bajo las presiones de diseño y en las condiciones más desfavorables.

ABSTRACT

The application of design methods based on finite element analysis “Design by Analysis - Direct Route” as an alternative to the recommendations based on the experience and formulas “Design by Formula” allows to remove the unnecessary conservatism of the current design codes, applying modern and reliable methods. The analysis of a pressure vessel made of P500 High Strength Steel (HSS) applying the fracture mechanics concludes this material is unfairly punished by EN 13445, in spite of the practical experience in its use and good welding and behaviour under post weld heat treatment, this material is excluded for pressure vessel applications because of the steel selection criteria to avoid brittle fracture in EN 13445 Part 2 Annex B is limited to steels with maximum yield strength of 460 MPa. It has been demonstrated this material is able to support properly the presence of cracks under design pressure and unfavourable conditions of operation.

ÁREAS TEMÁTICAS PROPUESTAS: Aplicaciones Prácticas en Ingeniería.

PALABRAS CLAVE: Recipiente a presión, Fractura, Análisis tensional.

1. INTRODUCCIÓN

La fabricación de recipientes a presión (RP) representa un amplio mercado en todo el mundo y la decisión para la compra de un RP está sujeta a diferentes factores: económicos, técnicos y reguladores.

La estrategia europea en busca de una mejora continua de la competitividad ha optado por el desarrollo de aceros de alta resistencia “High Strength Steel (HSS)”, desarrollados con éxito a lo largo de las últimas tres décadas, pero que presentan restricciones en su utilización debido principalmente a la falta de experiencia de uso y a no encontrarse recogidos por los conservadores códigos de diseño actuales de RP.

Para salvar estos obstáculos, que todavía están incluidos en la EN 13445 [1], nueva Normativa Europea para RP, se están abordando numerosos proyectos de investigación dirigidos a la aplicación del método de diseño mediante análisis “Design by Analysis - Direct Route (DBA)”, el cual aborda los modos de fallo directamente, y plantea una alternativa al diseño tradicional mediante fórmulas “Design by Formula (DBF)”, lo que permitiría la reducción de los factores de seguridad, el empleo de valores de resistencia de diseño mayores y el uso de aceros modernos de alta resistencia y características mejoradas.

Uno de estos proyectos fue el proyecto ECOPRESS “Economical and Safe Design of Pressure Vessels Applying New Modern Steels”, iniciado por EPERC y

financiado por la Comunidad Europea, y que presentaba los siguientes objetivos:

- Desarrollo de RP tecnológica y económicamente optimizados empleando nuevos aceros de alta resistencia, aceros dúplex y aceros sujetos a tratamiento termomecánico.
- Acumular experiencia para eliminar los innecesarios conservadurismos de los códigos de diseño actuales, aplicando métodos modernos y fiables.
- Aplicar el método DBA en lugar del tradicional DBF.
- Proponer recomendaciones eficientes para el diseño, la fabricación y la inspección de RP.

Para ello, se llevó a cabo un extenso programa de ensayos a pequeña y gran escala, junto con simulaciones numéricas empleando el método de los elementos finitos (FEM). Además, se realizaron ensayos sobre probetas de espesor real (Wide Plate Tests) con objeto de validar los resultados numéricos.

Los resultados del proyecto ya están siendo empleados tanto por los miembros del consorcio como por terceras partes y serán implementados en la próxima revisión de la EN 13445 [1].

2. OBJETO Y METODOLOGÍA

En este trabajo nos centraremos en los análisis de mecánica de la fractura realizados y validados en el proyecto ECOPRESS con objeto de garantizar la integridad estructural de un RP “tipo”, fabricado en acero HSS P500 (con un límite elástico superior a 500 MPa).

Todos los análisis realizados se llevaron a cabo mediante FEM, empleando el código ANSYS. La metodología que se ha seguido consta de los siguientes pasos:

- Validación de los cálculos FEM en modelos con defectos (grietas) con los ensayos “Wide Plate” realizados en laboratorio.
- Cálculo mediante FEM de los parámetros de la mecánica de la fractura: factor intensidad de tensiones “ K_I ” e “integral J”, en los modelos de las probetas “Wide Plate”. Validación de resultados mediante las fórmulas disponibles.
- Análisis de la fractura en un RP “tipo” fabricado en acero HSS P500, suponiendo grietas con diferentes configuraciones: longitudinal y circunferencial.

3. PROPIEDADES DEL MATERIAL “P500”

Este acero fue seleccionado por los fabricantes de RP socios del proyecto ECOPRESS ya que, a pesar de la experiencia práctica ya existente en su uso y su buena soldabilidad y comportamiento frente a los tratamientos térmicos post-soldeo, la norma EN 13445 [1] impide su

uso en estas aplicaciones debido a que los criterios de selección de materiales para evitar la fractura frágil que se citan en la Parte 2 Anexo B, sólo permiten el uso de aceros con un límite elástico máximo de 460 MPa.

Las propiedades mecánicas convencionales y la tenacidad a la fractura del acero HSS P500 se obtuvieron a partir de los ensayos experimentales que se citan a continuación [2].

La Figura 1 muestra la curva verdadera tensión – deformación. Además, se ha representado el comportamiento de otros dos aceros convencionales con objeto de comparar su diferente comportamiento.

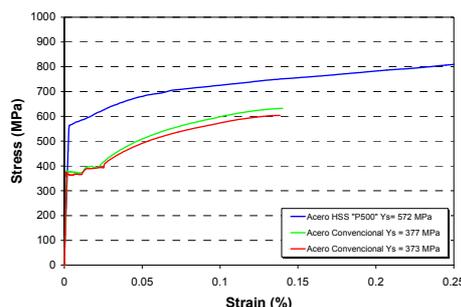


Figura 1. HSS P500 vs. aceros convencionales.

A partir de los resultados de los ensayos de impacto (Charpy) realizados a diferentes temperaturas, se determinó la evolución de la tenacidad a fractura del acero utilizando para ello las metodologías de la Master Curve [3] y del procedimiento SINTAP [4]. La Figura 2 muestra los resultados obtenidos en ambos casos. Se observa que la tenacidad a la fractura del acero HSS P500 varía entre 50 y 250 MPa m^{1/2}, en el intervalo comprendido entre -150°C y 20°C.

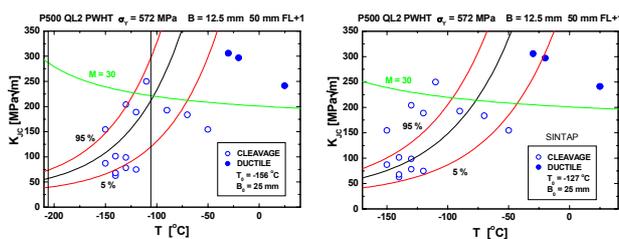


Figura 2. a) Análisis mediante la Master Curve. b) Análisis mediante el procedimiento SINTAP.

4. SIMULACIÓN DEL ENSAYO “WIDE PLATE” MEDIANTE FEM

Los ensayos de laboratorio con probetas de pequeño tamaño sólo reflejan el comportamiento del material en una zona muy concreta del mismo, y es muy dependiente de la zona del espesor del material de donde se haya obtenido dicha la probeta, por lo que se obtendrán las propiedades de esa zona en particular y no el comportamiento de la chapa con su espesor real. Para paliar este problema se realizaron ensayos sobre probetas con el espesor real de la chapa, 50mm (Wide Plate Tests).

4.1. Ensayos "Wide Plate Test"

Para la realización de estos ensayos se prepararon probetas de tracción de 300 mm de ancho con doble entalla (Double Edge Cracked Tensile "DECT"), con una relación $2a/W$ igual a 0.2 y con una entalla inicial de 15 mm por cada lado, que se hizo crecer hasta 30mm, $a_0 = 30$ mm. Todas las probetas se instrumentalizaron con galgas extensométricas según se muestra en la Figura 3:

- S1 y S2: medida de la deformación en el punto central de la probeta.
- C1 a C4: medida de la apertura de grieta (crack displacement "CTOD").
- E1 a E3: medida de deformaciones.

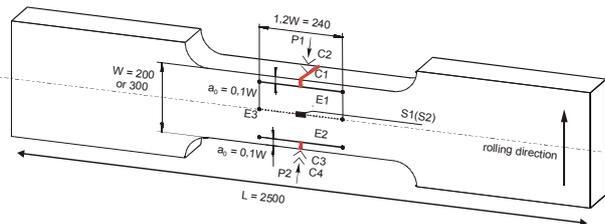


Figura 3. Probeta instrumentada.

4.2. Simulación del ensayo "Wide Plate Test" con FEM

Con objeto de simular el ensayo físico realizado en el laboratorio, se realizó un cálculo estructural mediante FEM, construyendo un modelo en 3D, modelizando una parte representativa de la probeta. Aprovechando la simetría que ésta presentaba respecto a los tres planos espaciales, tanto desde el punto de vista geométrico como de carga, se modelizó un octavo de la misma (ver Figura 4).

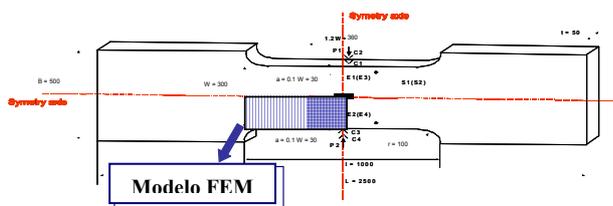


Figura 4. Elección de la porción a simular.

En la modelización se empleó el elemento sólido estructural en 3D Solid45 de 8 nodos. Con objeto de mejorar la precisión alrededor de la punta de la grieta, los elementos Solid45 que formaban el frente de la grieta se sustituyeron por elementos Solid95, versión de orden superior del elemento de 8 nodos, definido por 20 nodos.

Así, el modelo FEM finalmente generado constaba de 2332 nodos y 1740 elementos (Figura 5) y en su construcción se tuvo en cuenta la posición de las galgas extensométricas (C1-C4), (E1-E3) y (S1-S2), colocando nodos en sus posiciones específicas, con objeto de que los resultados obtenidos mediante FEM fuesen comparables con los ensayos de laboratorio.

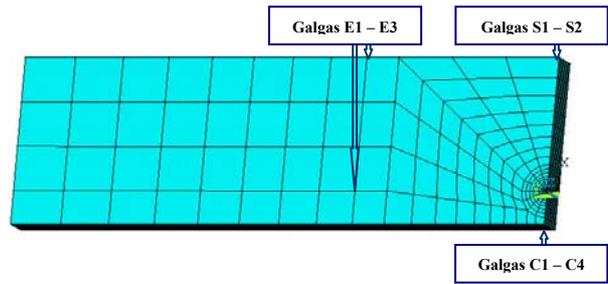


Figura 5. Modelo de elementos finitos en 3D. Un octavo. Posiciones de las galgas extensométricas.

4.3. Análisis de Resultados del "Wide Plate Test".

En la Figura 6 se muestra la coincidencia existente entre los resultados obtenidos de los ensayos realizados en el laboratorio [2] y la simulación numérica mediante FEM. Así, podemos confirmar la validez de los resultados de las tensiones y deformaciones obtenidos de la simulación numérica mediante cálculos FEM.

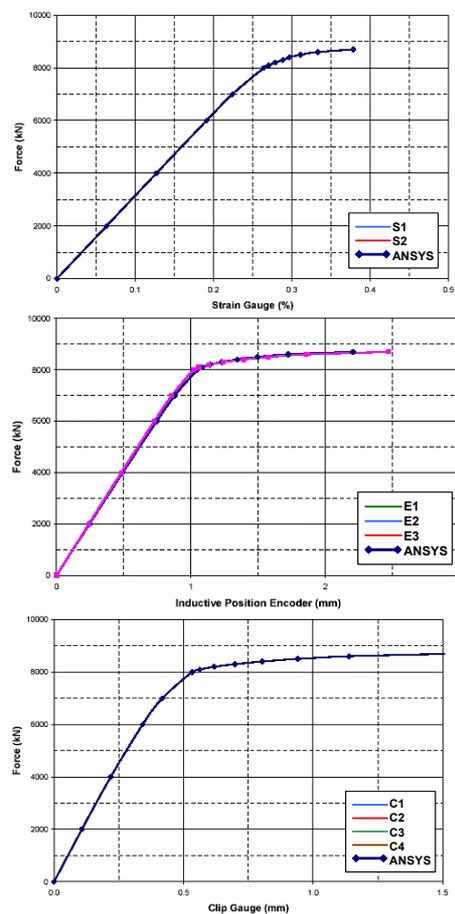


Figura 6. Resultados. Ensayos de laboratorio vs. FEM.

5. CÁLCULO DEL FACTOR DE INTENSIDAD DE TENSIONES K_I

5.1. Cálculo de la Integral J mediante FEM

La ecuación (1) muestra la expresión aplicada para el cálculo de la "integral J" asumiendo que el plano de la

grieta corresponde al plano X-Y, siendo X la dirección de crecimiento de la grieta.

$$J = \int_{\Gamma} W dy - \int_{\Gamma} \left(t_x \frac{\partial U_x}{\partial x} + t_y \frac{\partial U_y}{\partial y} \right) dS \quad (1)$$

5.2. Cálculo del Factor de Intensidad de Tensiones K_J

El cálculo del factor de intensidad de tensiones K_J se realizó mediante la ecuación que relaciona este parámetro con la integral J:

$$K_J = \sqrt{\left(\frac{E}{1-\nu^2} \right) \cdot J} \quad (2)$$

5.3. Análisis de Mecánica de Fractura del "Wide Plate Test"

Empleando el modelo FEM generado y aplicando las expresiones (1) y (2), se determinó la evolución de la integral J y del factor de intensidad de tensiones K_J con la tensión aplicada. Con objeto de ver la influencia del espesor de la probeta, se evaluaron estos parámetros a diferentes profundidades en la dirección del espesor: $Z=0\text{mm}$ (centro), $Z=12.5\text{mm}$ (a un cuarto de espesor) y $Z=25\text{mm}$ (superficie). Las Figuras 7 y 8 resumen los resultados obtenidos.

Además, en la Figura 8 se comparan los resultados del factor de intensidad de tensiones K_J obtenido mediante FEM, con el obtenido a partir de la expresión (3) disponible en la literatura [5] para el tipo de probeta objeto de estudio (DENT):

$$K_I = \sigma \cdot \sqrt{\pi \cdot a} \cdot F\left(\frac{a}{W}\right) \quad (3)$$

$$F\left(\frac{a}{W}\right) = \frac{1.122 - 0.561\left(\frac{a}{w}\right) - 0.205\left(\frac{a}{w}\right)^2 + 0.471\left(\frac{a}{w}\right)^3 + 0.190\left(\frac{a}{w}\right)^4}{\sqrt{1 - \left(\frac{a}{w}\right)}}$$

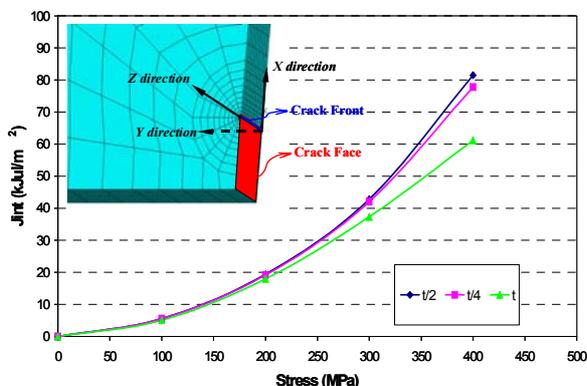


Figura 7. Evolución de la Integral J con la tensión.

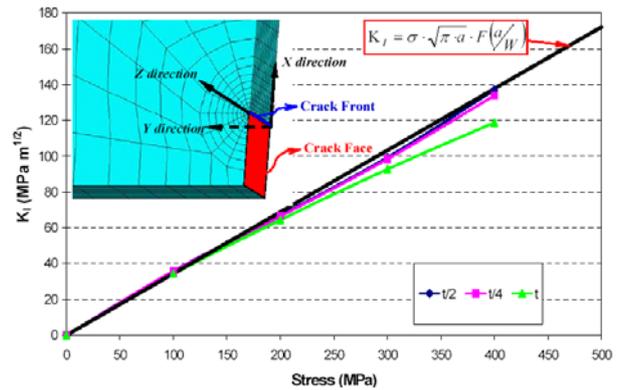


Figura 8. Evolución de K_J con la tensión.

5.4. Análisis de Resultados

Los resultados obtenidos mediante FEM en el centro de la probeta coinciden perfectamente con los obtenidos a partir de la expresión analítica (3); debido a que estas fórmulas son correctas bajo la hipótesis de deformación plana, situación que siempre se da en el plano medio de la probeta.

Sin embargo, a medida nos movemos hacia la superficie de la probeta, la divergencia de los resultados aumenta ya que la hipótesis de deformación plana deja de ser cierta, tanto es así, que en la cara exterior de la probeta existe un estado de tensión plana.

6. ANÁLISIS DE UN RECIPIENTE A PRESIÓN UTILIZADO LA MECÁNICA DE LA FRACTURA

Los cálculos realizados utilizando la mecánica de fractura se basan en la existencia de un defecto (grieta) inicial con un cierto tamaño, y tiene por objeto asegurar que en ningún caso se excede el tamaño máximo de grieta admisible.

Empleando el mismo procedimiento utilizado en el apartado anterior para el cálculo del factor K_J , se realizó el cálculo de un RP genérico, fabricado en acero HSS P500 sometido a una presión interior de 82.5 bares (8.25MPa), condiciones de operación habituales para un RP como el analizado; y en el que se incluyeron defectos de geometría semi-elíptica situados en la cara exterior de la virola central, con dos configuraciones diferentes: a) grieta longitudinal (90°) y b) grieta circunferencial (0°) (ver Figura 9).

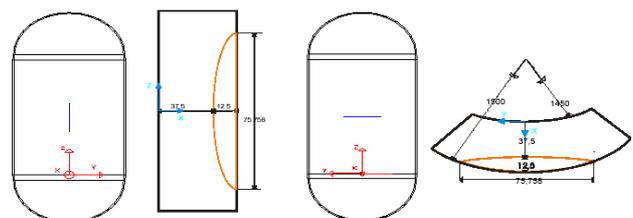


Figura 9. Representación esquemática de las grietas. a) Longitudinal. b) Circunferencial.

La forma y el tamaño de la grieta se corresponden con el máximo admisible según el norma europea, grietas semi-elípticas de profundidad, $a=t/4$ y una relación de forma $a/c=0.33$, donde “a” y “c” son los semi-ejes de la grieta y “t” el espesor de la chapa. Así; el tamaño final de la grieta analizado fue 75.758 mm.

6.1. Modelo Grosero del Recipiente a Presión Completo

Se generó un modelo FEM del RP completo (896 nodos y 825 elementos) empleando el elemento sólido estructural en 2D Shell63, de espesor igual al de la chapa (50mm). Como condición de contorno se estimó que el recipiente se sujetaba con un faldón inferior, y como cargas, se estimaron la presión interior de diseño 8.25 MPa y el peso propio del equipo

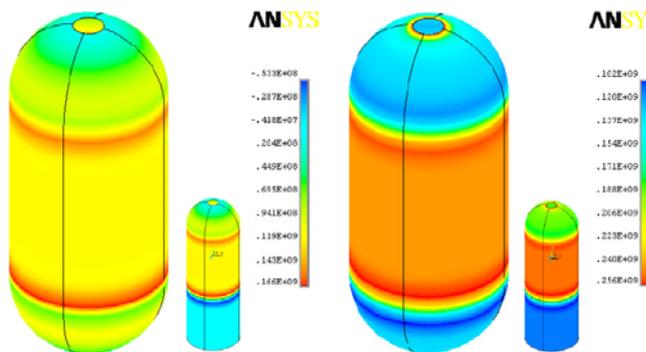


Figura 10. Tensiones. a) Axial σ_{α} . b) Circunferencial σ_t .

Así, realizando un análisis estructural estático, se obtuvieron las tensiones principales, en las direcciones ortogonales a las superficies semi-elípticas de las grietas, responsables de sus respectivas aperturas: $\sigma_{\alpha}= 120$ MPa y $\sigma_t= 240$ MPa. La Figura 10 presenta dichas distribuciones de tensiones.

6.2. Sub-Modelo Refinado de la Sección Objeto de Estudio

También se generaron los sub-modelos de detalle en 3D, incluyendo las grietas, empleando el elemento sólido estructural en 3D Solid45; comentado en el Apartado 4.

Dado que las grietas se han supuesto en la parte central de la virola (ver Figuras 11 y 12), sobre la pared del cilindro, las tensiones permanecerán constantes en el contorno del submodelo, siempre que el tamaño de la sección analizada sea suficientemente grande y la concentración de tensiones debida a la grieta no afecte a las tensiones en el contorno de la sección considerada. Así, se comprobó que para una sección de 350x350mm se cumplían estas premisas.

El submodelo generado con la grieta longitudinal contiene 15556 elementos y 17736 nodos mientras que el submodelo con la grieta circunferencial está formado por 15484 elementos y 17640 nodos. Las Figuras 11 y 12 muestran diferentes vistas y detalles de los modelos

generados. También en estas figuras se muestra el efecto que implica colocar las condiciones de contorno derivadas del modelo grosero sobre la sección de corte de los submodelos sólidos en 3D con las grietas.

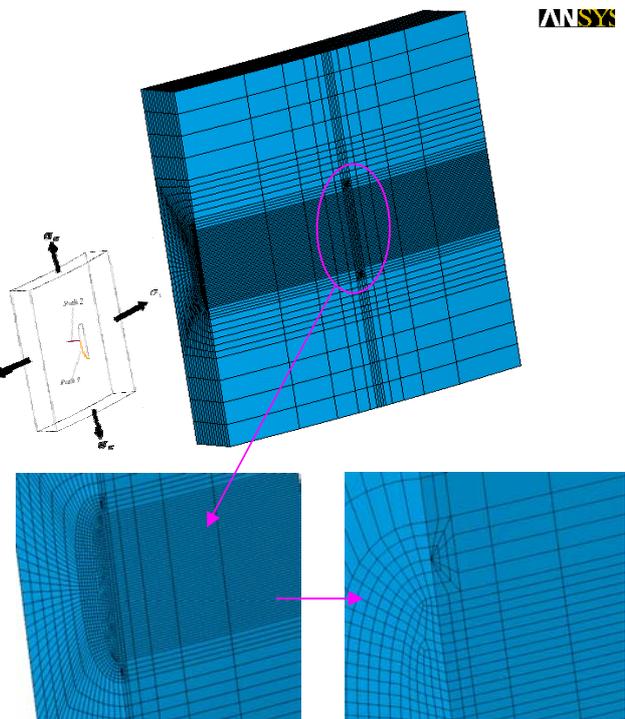


Figura 11. Sub-modelo de la grieta longitudinal.

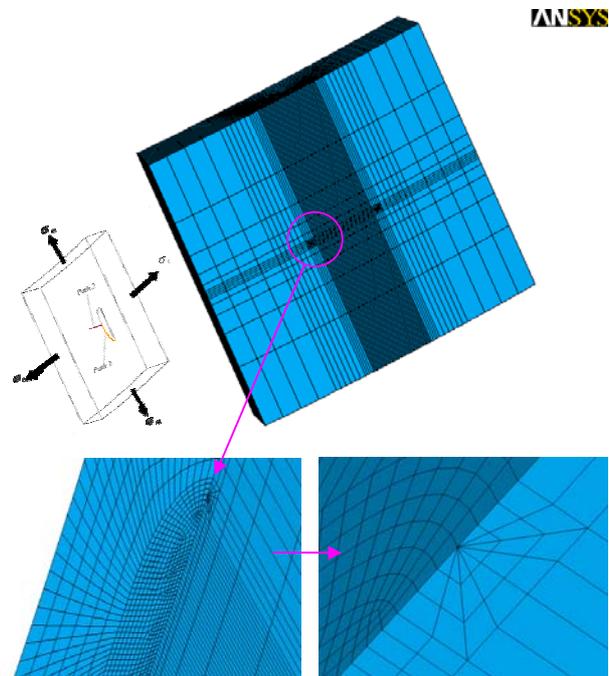


Figura 12. Sub-modelo de la grieta circunferencial.

6.3. Resultados en la grieta circunferencial

La Figura 13a presenta el estado triaxial de tensiones existente a lo largo del espesor de la chapa. Aquí, la tensión axial es la tensión normal a la superficie de la grieta y por tanto la causante de su apertura. La Figura

13b presenta la evolución del factor de intensidad de tensiones, a lo largo del frente de la grieta.

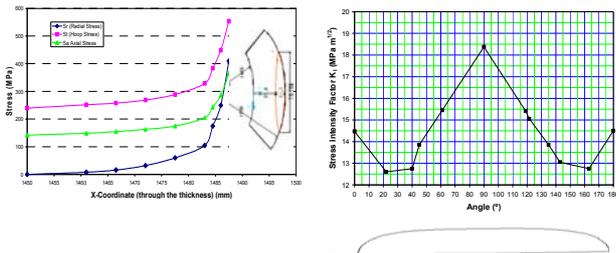


Figura 13. a) Distribución de las tensiones principales. b) Evolución de K_I a lo largo del frente de la grieta.

Las Figuras 14 a y b muestran, la evolución de la tensión circunferencial y axial a lo largo del frente de grieta.

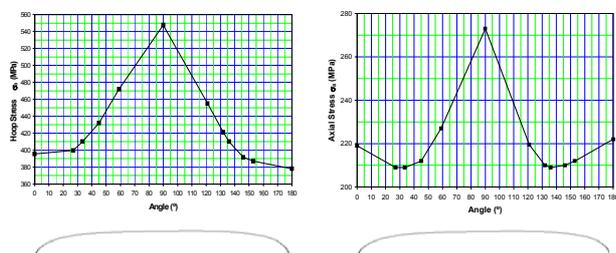


Figura 14. Grieta circunferencial. Tensiones a) $\sigma_{\text{Circunferencial}}$. b) σ_{Axial} .

6.4. Resultados en la grieta longitudinal

La Figura 15a muestra el estado tri-axial de tensiones a lo largo del camino "Path 1" (frente de la grieta). En este caso, la tensión circunferencial es la tensión normal a la superficie de la grieta y por tanto la causante de su apertura. La Figura 15b presenta la evolución del factor de intensidad de tensiones a lo largo del frente de la grieta longitudinal.

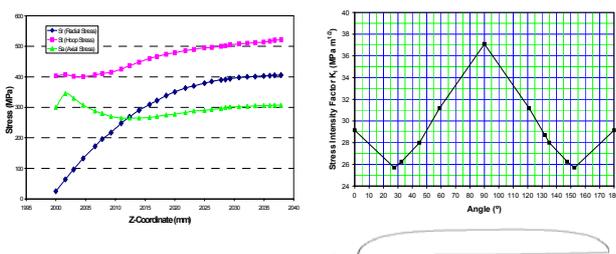


Figura 15. a) Distribución de las tensiones principales. b) Evolución de K_I a lo largo de la grieta.

6.5. Análisis de los Resultados

Como puede verse en las Figuras 13b y 15b, los valores máximos del factor de intensidad de tensiones K_I calculados con ambas grietas fueron 18.4 y 37.2 $\text{MPa m}^{1/2}$. Estos valores quedan muy por debajo de la tenacidad a fractura K_{IC} del acero HSS P500, que varía entre 50 y 250 $\text{MPa m}^{1/2}$; por lo que no tendrá lugar el crecimiento de estas grietas y, habida cuenta de que se estaba estudiando el peor caso permitido por la norma europea, estamos en disposición de asegurar que el

empleo del acero HSS P500 en la fabricación del RP estudiado no compromete su seguridad desde el punto de vista de la mecánica de la fractura.

7. CONCLUSIONES

Tras los análisis realizados mediante FEM, se demuestra que:

- Los resultados de los análisis FEM simulando el Wide Plate Test concuerdan con las medidas obtenidas utilizando galgas extensométricas colocadas sobre las probetas en los ensayos realizados en el laboratorio.
- Los valores del factor de intensidad de tensiones obtenidos mediante FEM coinciden, en general, con los obtenidos a partir de fórmulas analíticas disponibles en la literatura.
- Y finalmente, la presencia de posibles grietas no detectadas por métodos de ensayo no destructivos en el acero HSS P500, empleado en la fabricación de RP, no compromete su seguridad desde el punto de vista de la mecánica de la fractura, ya que los valores máximos del factor de intensidad de tensiones obtenidos a lo largo de los frentes de las grietas analizadas permanecen siempre por debajo de la tenacidad a fractura del material determinada entre -150°C y 20°C.

Por todo ello se ha comprobado que aunque el acero HSS P500 se encuentra excluido por la EN 13445 Parte 2 Anexo B para la fabricación de RP sin embargo su uso sería plenamente satisfactorio y seguro incluso en las circunstancias más desfavorables.

REFERENCIAS

- [1] EN 13445. Recipientes a Presión No Sometidos a la Acción de Llama. Parte 3. Diseño.
- [2] Langenberg, P. (Ed.) et al., ECOPRESS, Economical and safe design of pressure vessels applying new modern steels; European RTD 5th framework project "GROWTH"; Proj.-No. GRD1-1999-10640, Final Report, Aachen, December 2003.
- [3] K. Wallin, "Application of the Master Curve Method to Crack Initiation and Crack Arrest," Proceedings of ASME Pressure Vessels and Piping Conference, PVP-Volume 393, Fracture, Fatigue and Weld Residual Stress, Boston, Massachusetts, August 1-5, 1999.
- [4] Wallin, K. & Nevasmaa, P., 'Structural Integrity Assessment Procedures for European Industry (SINTAP) - Sub-Task 3.2 Report: Methodology for the Treatment of Fracture Toughness Data - Procedure and Validation', Report No. VAL A: SINTAP / VTT / 7. VTT Manufacturing Technology, Espoo 1998. 52 p.
- [5] Fracture Mechanics. Fundamentals and Applications. Second Edition. T.L. Anderson. CRC Press, 1995

NUEVOS MATERIALES BASE ALUMINIO PARA MOLDES DE INYECCIÓN DE PLÁSTICOS

J. A. Picas¹, J. Guasch², A. Forn¹, A. Castaño², E. Ruperez¹

¹Centro de Diseño de Aleaciones Ligeras y Tratamientos de Superficie (CDAL),
Universidad Politécnica de Cataluña, Avda Víctor Balaguer s/n, 08800-Vilanova i la Geltrú, España.
E-mail: josep.picas@upc.edu
Tfno: 93 896 7733. Fax: 93 896 7700

²Fundación ASCAMM,
Avda. Universitat Autònoma 23, 08290 Cerdanyola del Vallès, España.
E-mail: jguasch@ascamm.com

RESUMEN

El presente trabajo tiene como objetivo estudiar la posibilidad de utilizar aleaciones de aluminio reforzado (AMCp) para la fabricación de moldes de inyección de plásticos, como alternativa a los utillajes de acero utilizados habitualmente. Con este material se pretende reducir el ciclo de inyección, aprovechando la mejora en la conductividad térmica que supone el empleo de aleaciones de aluminio y, al mismo tiempo, mejorar las propiedades de resistencia al desgaste mediante la utilización de partículas cerámicas de refuerzo. En primer lugar se ha realizado un análisis comparativo de las propiedades mecánicas y tribológicas de dos aleaciones de aluminio (A6061 reforzada con Al_2O_3 y A7022) y del acero W1.2738, utilizado en la fabricación de moldes, con y sin tratamiento térmico. Para evaluar la eficacia de estos materiales en el proceso de inyección de plásticos, se ha diseñado un molde con insertos fabricados con cada uno de estos materiales. El molde se ha diseñado con la finalidad de provocar el desgaste de los insertos con un reducido número de ciclos de inyección. Para forzar el desgaste se ha inyectado un plástico con una carga muy abrasiva (poliamida con un 30% en peso de fibra de vidrio).

ABSTRACT

The objective of this work is study the possible utilisation of a reinforced aluminium alloy (AMCp) on moulds used for manufacturing plastic parts by injection moulding as an alternative to the steel moulds currently in use. These new materials will permit an injection cycle reduction, as a consequence of the thermal conductivity enhancement, and a wear resistance improvement by the employing ceramic particles as reinforcement. First, a comparative analysis of mechanical and tribological properties of three materials was carried out: AW6061/ Al_2O_3 reinforced aluminium alloy, AW7022 aluminium alloy and W1.2738 steel (without treatment and heat treated) used for injection moulds. In order to evaluate the performance of these materials a comparative study of the different tool materials for mould cavities was carried out in situ. The mould design characteristics were purposely chosen in order to accelerate the degradation of the mould cavity surface. A reinforced polyamide, containing 30% of weight of short glass fibres, well known for their abrasive character, was injected.

ÁREAS TEMÁTICAS PROPUESTAS: Aplicaciones Prácticas en Ingeniería.

PALABRAS CLAVE: Aluminio reforzado, desgaste, moldes de inyección de plásticos.

1. INTRODUCCIÓN

En el moldeo por inyección de polímeros termoplásticos en sectores tales como la industria electrónica o la de automoción, las demandas, en términos de tolerancias dimensionales y acabados superficiales de las piezas, son cada vez más exigentes. A esto cabe sumarle el hecho que frecuentemente los polímeros técnicos inyectados son reforzados con fibras de vidrio o carga mineral, ambos componentes duros y abrasivos, que implican un mayor desgaste del molde y consecuentemente comportan una disminución de la calidad de las piezas inyectadas a lo largo de la producción. Para evitar que esto suceda, es necesario estudiar nuevos materiales que permitan optimizar la

resistencia a desgaste del molde, así como establecer modelos de predicción de su vida útil.

Dentro de las posibles alternativas, los materiales reforzados de matriz aluminio tienen cualidades muy atractivas y se están empleando actualmente en la fabricación de componentes estructurales en diversos sectores industriales, ya que permiten mejorar las prestaciones de los componentes junto a una reducción de su coste y peso. En los últimos quince años, las industrias del transporte (especialmente en el sector espacial y del automóvil) han sido muy activas en el campo de la investigación y desarrollo de componentes AMCp, incorporando partículas de refuerzo de SiC o Al_2O_3 a aleaciones de aluminio. El objetivo de estos

estudios ha sido el de reemplazar aleaciones más pesadas, como las de titanio en la industria aeronáutica y aceros y fundiciones de hierro en automoción. La utilización de materiales reforzados ha permitido incrementar las propiedades mecánicas, en especial la resistencia a la fatiga y resistencia al desgaste de las aleaciones de aluminio [1,2].

Estas buenas propiedades mecánicas y de resistencia al desgaste, junto con la elevada conductividad térmica que presentan las aleaciones de aluminio, permiten proponer el empleo de las aleaciones de aluminio reforzadas en el campo de la fabricación de moldes para la industria de inyección de plásticos. En los últimos años se han llevado a cabo diferentes intentos para aplicar las aleaciones de aluminio no reforzadas en la fabricación de moldes de inyección [3-6]. Su utilización en este campo ha encontrado problemas por las elevadas tensiones mecánicas involucradas en estos procesos, así como por la baja resistencia al desgaste que presentan la mayoría de aleaciones empleadas [7].

Las propiedades que hacen interesantes las aleaciones de aluminio en la fabricación de moldes son su baja densidad específica junto con una elevada conductividad térmica. La baja densidad específica puede comportar una reducción del peso del molde de aluminio de hasta un 65% en comparación con los actuales moldes de acero. Esto significaría una considerable ventaja durante la fabricación del molde y procesos de ensamblaje y mantenimiento durante las etapas de producción. Por otra parte, la buena conductividad térmica del aluminio (cuatro veces superior a la de los aceros) supondría una rápida y uniforme distribución y disipación del calor, que permitiría el mantenimiento de los moldes a una temperatura correcta, mejorando la calidad del producto y reduciendo los tiempos de ciclo de inyección. Las principales desventajas de las aleaciones de aluminio son sus bajas propiedades mecánicas y de resistencia al desgaste, aspectos que quedan notablemente mejorados mediante el empleo de aleaciones de aluminio reforzadas, mantenido a su vez la baja densidad específica y alta conductividad térmica.

En muchas ocasiones la evaluación en condiciones industriales de los materiales que constituyen el molde puede presentar notables dificultades, debido a la complejidad de la tecnología de conformación y del número de ciclos necesarios para provocar un desgaste significativo. Por este motivo, en el presente estudio se ha realizado el diseño de una metodología experimental de inyección forzada que origine un desgaste acelerado del molde, simulando la degradación superficial que tendría lugar en condiciones normales de producción y consecuentemente poder establecer una relación comparativa entre los materiales y tratamientos que se han utilizado y predecir la vida útil del molde. Así mismo, para forzar el desgaste se ha inyectado un plástico reforzado con un de fibra de vidrio.

2. PARTE EXPERIMENTAL

2.1. Materiales y caracterización

Los materiales propuestos para fabricar las cavidades o postizos del molde de inyección de plástico han sido: un acero empleado habitualmente en la fabricación de moldes, 40CrMnNiMo8-6-4 (W 1.2738) sin tratamiento térmico y con tratamiento térmico de temple desde 870 °C y revenido a 180 °C durante 3 horas; una aleación de aluminio de alta resistencia AW 7022 (AlZnMgCu0.5) y una aleación de aluminio AW6061 (AlMg1SiCu) reforzada con partículas de Al₂O₃ (AMC). En la tabla 1 se indican las características de estos materiales.

La aleación AW6061/(Al₂O₃)_p está reforzada con un 23% de partículas de Al₂O₃, con un tamaño medio de 13.6 μm y un factor de forma de 0.58. El material fue suministrado por Duralcan en forma de lingotes de diámetro 270 mm y fue obtenido mediante proceso de colada. Las partículas de refuerzo están constituidas por polvo de óxido de aluminio calcinado, con una composición química del 98,5% de Al₂O₃. Posteriormente, el lingote fue extruido a una temperatura de 450 °C para obtener barras de 90 mm de diámetro. Finalmente el material fue sometido a un tratamiento térmico T6, caracterizado por un tratamiento de puesta en solución a 560 °C durante 2 horas y temple en agua, seguido de un tratamiento de envejecimiento a 175°C durante de 10 horas.

	Acero	A7022	AMC
Densidad / kg.m ⁻³	7850	2760	2900
Calor específico J.(kg.k) ⁻¹	460	921	893
Conductividad térmica W.(m.k) ⁻¹	33	135	132
Coef. de expansión térmica. (x10 ⁻⁶)	12.8	23.6	18.9
Módulo elástico / GPa	210	72	92

Tabla 1. Características de los materiales estudiados.

El material inyectado fue una poliamida reforzada con un 30% en peso de fibra de vidrio (Biomid 6 gf 30), con un diámetro medio de las fibras de 12 μm y una densidad de 1.37 g.cm⁻³.

La microestructura de los diferentes materiales se estudió por microscopía óptica y electrónica de barrido. Las propiedades tribológicas se evaluaron mediante ensayos "pin on disc" de acuerdo con la norma ASTM G-99. Los ensayos se efectuaron a una velocidad lineal constante de 10 cm.s⁻¹ y con una carga aplicada de 10 N, empleando como pin una bola de WC-6%Co de 6 mm de diámetro. Todos los ensayos se realizaron sin lubricación. La velocidad de desgaste se calculó a partir de la medición del área transversal de los canales de desgaste mediante un rugosímetro-perfilómetro. Se realizaron un mínimo de tres ensayos para cada material.

2.2. Diseño y fabricación del molde

Para evaluar la eficacia de los materiales propuestos en el proceso de inyección de plástico se ha realizado el diseño de un molde, con cuatro cavidades o postizos, que comporte una inyección forzada del plástico a inyectar con la finalidad de facilitar un proceso de desgaste en determinadas zonas y poder realizar un estudio comparativo del comportamiento térmico y de desgaste de los diferentes materiales con el mínimo número de ciclos de inyección. El sistema de control de desgaste se ha basado en la geometría de la pieza a inyectar (figura 1) que incluye: choque frontal del material plástico con el material del molde, largo recorrido para llenado de la cavidad, ángulos rectos internos y estrechamientos de caudal.

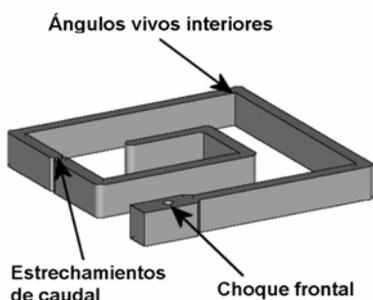


Figura. 1. Geometría de la pieza a inyectar.

Sobre la base de esta geometría, se ha diseñado un molde de cuatro cavidades o postizos (Figura 2). Las cavidades, de dimensiones 38 mm x 39 mm x 5 mm, presentan las siguientes características: punto de inyección único, colada fría con distribución simétrica, entrada submarina, refrigeración individualizada por postizo (forma de U) y el máximo desmoldeo posible para minimizar el uso de expulsores.

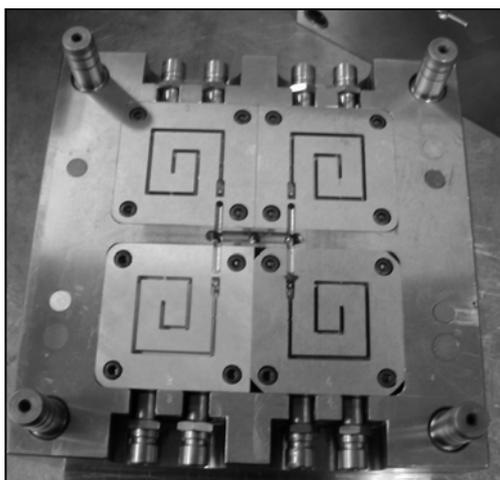


Figura. 2. Molde de inyección multi-cavidad.

Por otra parte, mediante el uso de las aleaciones de aluminio en moldes de inyección se pretende reducir el tiempo de ciclo a tenor de su mayor conductividad térmica. Así mismo, cabe esperar una mayor

uniformidad en la distribución de temperaturas del molde que permita aumentar la estabilidad dimensional de la pieza inyectada. Para el análisis y evaluación del comportamiento térmico de los materiales propuestos en moldes de inyección de termoplásticos se ha recurrido a herramientas de simulación MEF (Moldflow).

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

3.1. Caracterización microestructural

La figura 3 muestra la microestructura de la aleación AW7022 de una sección cortada y pulida en sentido longitudinal, en la que se puede observar la textura típica de un material extruido y la presencia de los compuestos intermetálicos de $MgZn_2$ y Mg_2Si .

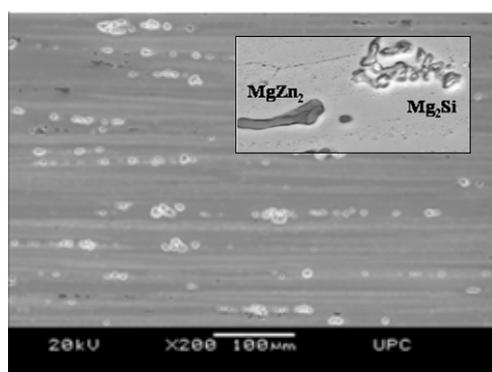


Figura. 3. Micrografía MEB de la aleación AW7022.

En la figura 4 se muestra la microestructura de la aleación de aluminio AW6061 reforzada con 23% de partículas de Al_2O_3 (tamaño medio de las partículas: 13,6 µm; factor de forma: 0,58). La caracterización microestructural de este material revela una distribución homogénea de las partículas de alúmina en la matriz de aluminio. Cabe destacar la reacción producida, durante el proceso de agitación y colada, entre la matriz y la superficie de las partículas de alúmina que origina la formación espínela $MgAl_2O_4$ en la interfase [8].

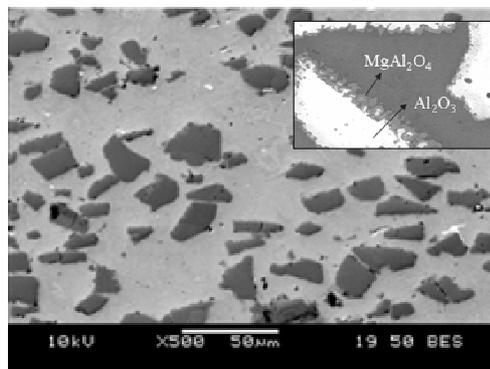


Figura. 4. Micrografía MEB de la aleación de aluminio reforzado A6061/(Al_2O_3)p.

Finalmente, el acero de forja W1.2738 muestra una microestructura bainítica con carburos dispersos de cromo y molibdeno que después del tratamiento térmico presenta la típica microestructura de martensita revenida con carburos de Cr y Mo.

3.2. Propiedades tribológicas

Para evaluar las propiedades tribológicas de los diferentes materiales, se realizaron ensayos de fricción con un equipo pin-on-disk. En la Tabla 2 se indican los valores medios de coeficiente de fricción y velocidad específica de desgaste. Durante los ensayos el valor del coeficiente de fricción fue aumentando como consecuencia de la creación de micro-contactos adhesivos entre el pin y el material base, así como un aumento del área de contacto entre ambos. Además, en la aleación de aluminio reforzado se observó la producción de un desgaste abrasivo por un “tercer cuerpo” originado por el desprendimiento de algunas partículas de refuerzo dentro del canal de desgaste.

	Dureza	Coef. fricción	Vel. espec. de desg./m ³ .(m.N) ⁻¹
Acero	31 HRC	0.39	1.5 10 ⁻¹⁵
Acero T.T.	53 HRC	0.27	0.7 10 ⁻¹⁵
A7022	171 HB	0.43	5.8 10 ⁻¹³
AMC	128 HB	0.44	2.3 10 ⁻¹³

Tabla 2. Propiedades tribológicas de los materiales estudiados.

La velocidad específica de desgaste del acero, con y sin tratamiento térmico, es significativamente inferior en comparación con los dos materiales base aluminio. Esto puede atribuirse a la diferencia de propiedades mecánicas existente entre los diferentes materiales. En la tabla 2 se indican los valores de dureza. Finalmente y como era de esperar, el aluminio reforzado A6061/(Al₂O₃)p muestra un mejor comportamiento a desgaste en comparación con la aleación A7022, como consecuencia del efecto de las partículas de refuerzo que mejoran la resistencia al desgaste de las aleaciones de aluminio.

3.3. Ensayos de inyección y evaluación del desgaste del molde

Para evaluar el comportamiento de los materiales propuestos en el proceso de inyección de plástico, se realizó el proceso de inyección en un molde con cuatro cavidades o postizos (ver figura 2) mediante una máquina de inyección de 40 toneladas de fuerza de cierre. El tiempo de ciclo fue de 18 segundos, con un peso de cada pieza fabricada es de 2.8 g y el de la colada de 5.2 g. La figura 5 muestra las cuatro piezas inyectadas, correspondientes a las cuatro cavidades del molde.

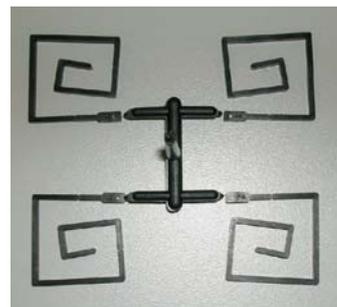


Figura 5. Piezas de plástico obtenidas por inyección.

Para evaluar el desgaste de las diferentes cavidades del molde durante el proceso de inyección se efectuó la caracterización macroscópica mediante microscopia electrónica de barrido (electrones retrodispersados), tomando como referencia la observación de las cuatro cavidades antes de iniciar el proceso de inyección (blanco) y posteriormente mediante observaciones periódicas cada cierto número de inyectadas (1400, 4000, 7000, 10000 y 15000 ciclos). En la figura 6 se muestran algunas macrografías, previas al proceso de inyección, de las secciones más críticas de los postizos (canal de entrada, choque frontal del material plástico con cilindro interno, zonas de estrechamientos de caudal, ángulos rectos internos). En total se han caracterizado 11 zonas en cada a postizo.

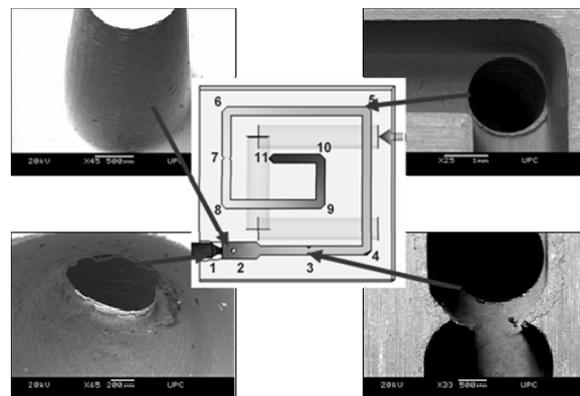


Figura 6. Zonas críticas del postizo.

Durante el proceso de inyección, la superficie del molde estuvo sometida a elevados esfuerzos mecánicos y sollicitaciones. Tras realizar una serie limitada de inyectadas, se observó que el mayor desgaste se produjo en la entrada a cavidad y en la pared frontal del postizo. Esta zona es la que recibe el mayor impacto del flujo de polímero reforzado, siendo el desgaste por erosión el principal mecanismo de desgaste. En la Figura 7 se muestran imágenes MEB de la pared frontal de los diferentes insertos después de 15000 inyectadas. En el postizo de aluminio AW7022 se observó deformación plástica y erosión, incluso para un número reducido de ciclos, aumentando con el número de inyectadas. Ambos fenómenos tienen lugar también en los postizos de acero y aluminio reforzado AW6061/Al₂O₃, si bien no se observan en el acero tratado.

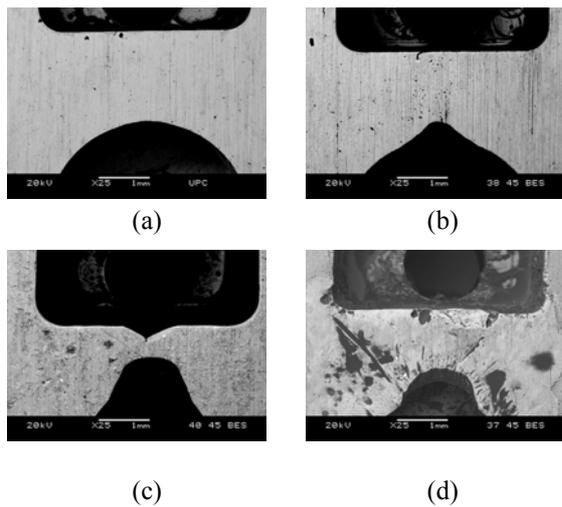


Figura 7: Micrografías MEB de la pared frontal de los postizos (a) acero 1.2738 templado y revenido; (b) acero 1.2738; (c) AW7022; (d) AW6061/Al₂O₃.

El porcentaje de desgaste de los diferentes postizos se evaluó a partir de los cambios dimensionales de los canales del molde, principalmente a partir de las variaciones del espesor de la pared frontal respecto al valor inicial para cada punto de inspección (cada “n” número de inyectadas). En la Figura 8 se presenta la evolución del desgaste medido experimentalmente en los cuatro postizos.

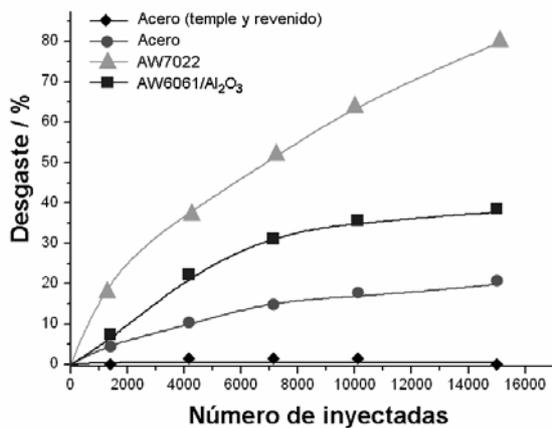


Figura 8: Evolución del desgaste de los insertos en función del número de inyectadas.

Excepto para el acero tratado térmicamente, que no experimentó desgaste, las curvas de desgaste se adaptan a una función tipo Avrami (ecuación 1) en la que la velocidad de desgaste crece exponencialmente con el número de ciclos. La tabla 3 presenta los parámetros calculados para cada material.

$$D = a(1 - e^{-bn}) \quad (1)$$

Material	a	b (x10 ⁵)
Acero 1.2738 (sin T.T.)	21.3	17
AW7022	89.5	13
AW6061/Al ₂ O ₃	41.6	18

Tabla 3. Parámetros correspondientes a la ecuación 1.

De los resultados anteriores puede deducirse el ranking en términos de resistencia al desgaste de los materiales empleados. El acero 1.2738 tratado térmicamente (53 HRC) es el que presenta mayor resistencia al desgaste, seguido del mismo acero sin tratamiento (31HRC), el aluminio reforzado AW6061/Al₂O₃ (128HB) y en último lugar, el aluminio AW7022 (171HB). A pesar de que el aluminio sin refuerzo AW7022 presenta una matriz de mayor dureza que la del aluminio reforzado (AW6061), las partículas de alúmina incrementan la resistencia al desgaste del AMC.

Mediante la extrapolación de los resultados obtenidos (ecuación 1) puede concluirse que el incremento de la resistencia al desgaste del aluminio reforzado se traducirá en una mayor durabilidad de los postizos, ya que resistirán un mayor número de inyectadas, y consecuentemente se incrementará la vida útil del molde en comparación con los moldes de aluminio.

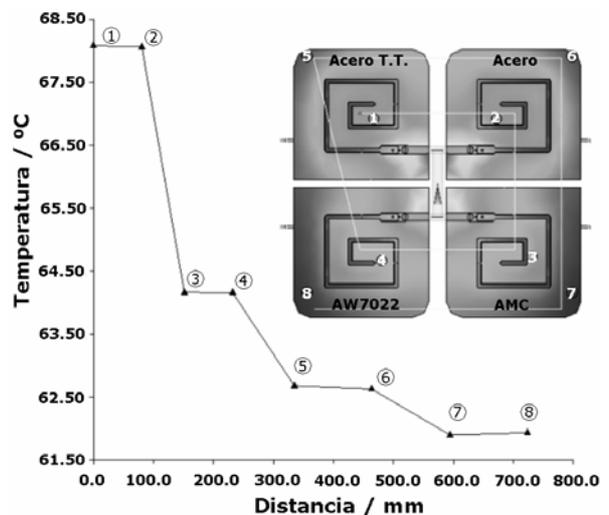


Figura 9: Distribución de temperaturas en la interfase molde-postizo.

3.4. Simulación de los ciclos térmicos

En la Figura 9 se muestra la distribución de temperaturas en la interfase del molde con los diferentes cavidades o postizos. Puede observarse que la temperatura en la superficie de contacto molde-postizos de acero (puntos 1, 2, 5, 6) es más elevada que la de la superficie de contacto molde-postizos de aluminio (puntos 3, 4, 7, 8). Además, en este último caso, se observa una distribución de temperaturas mucho más uniforme. A pesar de que estas diferencias de

temperatura son cuantitativamente poco significativas, pues se trata de una pieza relativamente pequeña, los resultados de la simulación confirman la tendencia esperada: los insertos de aluminio y aluminio reforzado presentan una mayor capacidad de transmisión térmica ya que su temperatura está más próxima a la del refrigerante. Con objeto de validar la tendencia observada, se realizó la simulación del comportamiento térmico de una pieza de mayores dimensiones (240x310x430mm) y con canales de refrigeración de larga longitud. Los resultados obtenidos confirmaron que mediante el empleo de aleaciones de aluminio se puede eliminar el calor aportado por la pieza en menor tiempo, debido a que el intercambio térmico a través del molde se produce más rápidamente. Consecuentemente, el empleo de aleaciones base aluminio permite reducir el tiempo de ciclo de inyección, en comparación con los moldes de acero.

4. CONCLUSIONES

La metodología desarrollada para el análisis de desgaste acelerado en moldes de inyección de plástico ha hecho posible el análisis del desgaste de los diferentes postizos en un tiempo reducido. Esta metodología se ha basado en la inyección de un polímero reforzado con carga abrasiva en un molde multi-cavidad diseñado para inducir un desgaste forzado. El principal mecanismo de desgaste ha sido de tipo erosivo como consecuencia del fuerte impacto producido por el flujo de polímero en la cavidad de entrada y en la pared frontal del postizo. Al mismo tiempo, se ha observado un mecanismo de deformación plástica del material.

La adición de partículas cerámicas de alúmina a la aleación AW6061 ha supuesto un notable aumento de su resistencia a desgaste manteniendo al mismo tiempo la baja densidad específica y la elevada conductividad térmica de la matriz. No obstante, la resistencia a desgaste del AMCp continua siendo inferior a la del acero para herramientas.

La mayor conductividad térmica del aluminio (4 veces superior a la del acero) ha permitido una mejor distribución de temperatura en el molde y una evacuación del calor más eficaz, mejorando la calidad superficial de las piezas inyectadas. Además, podrá comportar una reducción del tiempo de ciclo de inyección, en comparación con los moldes de acero usados habitualmente.

Este estudio ha demostrado que las aleaciones de aluminio reforzado (tipo AW6061/Al₂O₃) pueden emplearse en la industria del moldeo por inyección como alternativa a los actuales moldes de acero puesto que presentan unas propiedades tribológicas mejoradas en comparación con las aleaciones de aluminio, manteniendo a la vez una elevada conductividad térmica.

Finalmente, cabe comentar que el empleo de aleaciones de aluminio reforzado puede comportar un aumento significativo del coste final del molde, en comparación con las aleaciones de aluminio convencionales. Tanto como consecuencia de un mayor coste de la materia prima, como por una mayor dificultad en el proceso de mecanizado del material reforzado. Por este motivo, y para minimizar el incremento del coste final del molde, podría plantearse el empleo conjunto de aleaciones de aluminio y de las aleaciones de aluminio reforzado, combinando las ventajas de ambos materiales. Así, podría emplearse una aleación reforzada, con mejores propiedades tribológicas, únicamente en las zonas más críticas del molde, con la finalidad de minimizar el desgaste y deterioro del mismo.

5. AGRADECIMIENTOS

Los autores desean hacer constar su agradecimiento al ministerio de Ciencia y Tecnología la ayuda recibida a través del proyecto CICYT DPI2002-04581-C02.

6. REFERENCIAS

- [1] Development of models for the prediction of the in-service performance of MMC components (MISPOM). Proyecto Europeo Brite Euram número BRPR-CT97-0396.
- [2] Computer assisted optimisation of the forming process of MMC components (COFCOM), Proyecto Europeo Brite Euram número BRPR-CT97-0396.
- [3] Perryman, J., *Using aluminium and copper alloys for production injection molds*, Processing Annual Technical Conference ANTEC, Toronto (Canada). Soc. of Plastics Engineers, Brookfield, CT, USA, pag. 977-978, 1997.
- [4] Bevan G., Torriani C., *The properties and characteristics of aluminium alloys and their suitability for moulding thermoplastics*, Metall. Ital., Mar. 2000, 92, (3), pag. 25-41.
- [5] Fouray A., Marichez S., Planquais F., *The aluminium solution*, Processing Annual Technical Conference ANTEC, Indianapolis (USA), Soc. of Plastics Engineers, Brookfield, CT, USA, pag. 1036-1040, 1996.
- [6] Weng Z.J., *Fast molding technology of aluminium alloy molds*, Met.Ind., 31, (5), pag. 34-37, 1997.
- [7] Nerone J., Iyer N., Ramani K., *Exploration of the use of advanced aluminium alloys for improved productivity in plastic injection moulding*, J. Inject. Molding Technol., 4, (3), pag. 137-151, 2000.
- [8] Forn A., Baile M.T., Rupérez E., *Spinel effect on the mechanical properties of metal matrix composite AA6061/(Al₂O₃)_p*, J.Mat. Proc.Technol., 143, pag. 58-61, 2003.

CENTRIFUGAL VERSUS GRAVITY CASTING TECHNIQUES OVER MECHANICAL PROPERTIES

Chirita, G.¹, Stefanescu, I.², Soares, D.¹, Silva, F.S.¹

¹ Mechanical Engineering Department; School of Engineering, Minho University, PORTUGAL
Tel (+351) 253 510254 - Fax (+351) 253 516007
E-mail: fsamuel@dem.uminho.pt

² Faculty of Mechanical Engineering, Dunarea de Jos University Galati, ROMANIA
Tel. +40 236/414871
ioan.stefanescu@ugal.ro

RESUMEN

Este artículo se preocupa por el estudio del efecto de las características de la técnica de fundición centrífuga en comparación con la técnica de fundición por gravedad. Se hace un análisis de las características más importantes que ocurren en propiedades mecánicas debido a la fuerza centrífuga. Se hace una comparación de propiedades mecánicas de probetas obtenidas por ambas técnicas en tres aleaciones diferentes de Al-Si: un hypoeutéctico, un eutéctico, y un hypereutéctico. Se ha observado que el efecto centrífugo puede aumentar, en algunos casos, la fuerza de ruptura en aprox. 50%, y la deformación de ruptura se acerca al 300% en relación a la técnica la gravedad. El módulo de young puede aumentar también cerca del 20%. Estos efectos pueden variar con la posición relativa de las probetas en la muestra fundida. La más alta de las distancias en relación al centro de rotación (la fuerza centrífuga más alta) son mayores las propiedades mecánicas. Así, se puede obtener un material con graduación funcional de propiedades, las cuales solo pueden cambiar en un eje. La gradación de las propiedades mecánicas parece ser dependiente del material. El proceso centrífugo parece ser mucho más efectivo en términos de propiedades mecánicas en comparación con el proceso por gravedad.

Las palabras clave: Proceso Centrífugo; Propiedades Mecánicas; Propiedades de Fatiga

ABSTRACT

This paper is concerned with the study of the effect of the centrifugal casting technique on castings as compared to the traditional gravity casting technique.

An analysis of the most important features that occur in mechanical properties due to the centrifugal force is made on this paper. A comparison of mechanical properties of specimens obtained by both centrifugal casting technique and gravity casting technique is also made in three different Al-Si alloys: an hypoeutectic alloy, an eutectic alloy, and an hypereutectic alloy.

It has been observed that the centrifugal effect may produce an increase, in some alloys, in rupture strength in approx. 50%, and in rupture strain in about 300% as compared to the gravity casting technique. The young modulus may also increase in about 20%. These effects may vary with the relative position of the specimen on the casting. The higher the distance in relation to the rotation centre (higher centrifugal force) the bigger the increase in mechanical properties. Thus, a functional graded material, with properties changing along one axis may be obtained. The graded effect on mechanical properties seems to be material dependent.

The centrifugal casting process may be, therefore, much more effective in terms of obtained mechanical properties as compared to gravity casting.

Keywords: Centrifugal Casting; Mechanical Properties; Fatigue Properties

1. INTRODUCTION

The use of aluminium-silicon casting alloys as structural materials is determined by their physical properties (primarily influenced by their chemical composition) and their mechanical properties (influenced by chemical composition and microstructure). The high specific tensile strength of aluminium alloys is very strongly influenced by their composed poly-phase microstructure. The properties of a specific alloy (hypoeutectic, eutectic or hypereutectic) can be attributed to the individual physical properties of its main phase components (α -aluminium solid solution

and silicon crystals) and to the volume fraction and morphology of these components.

The mechanical properties of cast aluminium-silicon alloys can be improved by cast technology [1].

Centrifugal casting is one of the cast technology usually associated with obtaining of functionally graded materials mainly composite materials or metallic materials which have high differences of density and low solubility on different phases or different materials of the same alloy [2].

According to [3] centrifugal casting has been mainly used for obtaining cylindrical parts. The two basic types of centrifugal casting machines are: the horizontal types, which rotate about horizontal axis, and the vertical type, which rotates about a vertical axis. Horizontal centrifugal casting machines are generally used to make pipe, tube, bushing, cylinder sleeves (liners), and cylindrical or tubular castings that are simple in shape. The range of applications of vertical centrifugal casting machines is considerably wider: gear blanks, pulley sheaves, wheels, impellers, electric motor rotors, valve bodies, plugs, yokes, brackets, etc. Castings that are not cylindrical, or even symmetrical, can be made using vertical centrifugal casting. Centrifugally cast parts have a high degree of metallurgical cleanliness and homogeneous microstructures, and they do not exhibit the anisotropy of mechanical properties evident in rolled/welded or forged parts [3]. Mechanical properties of Al-Si cast alloy depend not only on chemical composition but, more important, on micro structural features such as morphologies of α -Al dendrite, eutectic Si particles and other intermetallics that are present in the microstructure [4].

According to Q.G.Wang the tensile properties and fracture behaviour of cast aluminium alloys A356 and A357 are strongly depend on secondary dendrite arm spacing (SDAS), Mg content, and, in particular, the size and shape of eutectic silicon particles and Fe-rich intermetallics [5].

Almost no records have been found in literature regarding the effect of centrifugal casting process on a material (alloy) with phases that have low differences in density as the ones used in this study.

According to this study, the centrifugal effect on castings may be divided in three main features: centrifugal pressure; intrinsic vibration of the process; and fluid dynamics. The effect of each of these variables will be the responsible for the differences in both mechanical and/or metallurgical properties on the castings. These properties will be compared to the properties obtained in traditional gravity casting, in the discussion section on this paper.

2. EXPERIMENTAL METHODS AND MATERIALS

Materials

The materials used were an AlSi7 alloy, an AlSi12 alloy and an AlSi18 alloy. AlSi7 and AlSi18 were heat treated, respectively:

AlSi7 – 8h at 540°C, quenched in water and tempered at 4h at 160°C;

AlSi18 – tempered at 8h at 200°C.

Methods

The materials were melted in an induction vacuum furnace at a temperature of 670°C for AlSi12, at 740°C for AlSi7, and 800°C for AlSi18. The permanent mould was preheated at 130°C for all castings. On centrifugal casting while the mould was rotating around the central axis of the casting machine, the molten aluminium was poured into the mould cavity (Fig.1). For gravity casting was used the same induction vacuum melting equipment and the same melting temperatures used in centrifugal casting, but in this case the melt was poured into the mould manually (Fig.2).

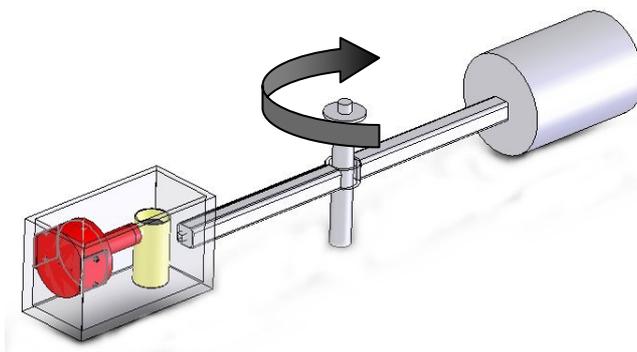


Figure 1.- Centrifugal casting

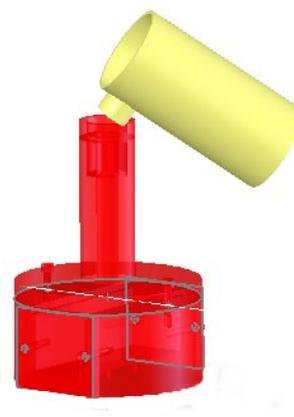


Figure 2. - Gravity casting

Three castings for each alloy and casting technique were used. Three specimens from each casting, from the centrifugal castings (fig.3) and from the gravity castings (fig.4) were cut in order to compare the properties of the aluminium alloys in different places of the ingot. Globally, 54 specimens were tested, 18 of each alloy. The arrows on the figures 3 and 4 show the direction of pouring of the melted alloy.

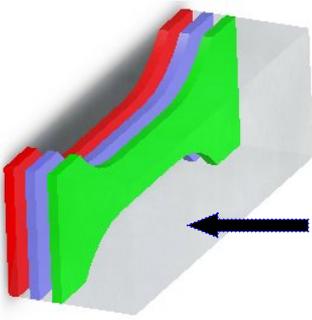


Figure 3. – Specimens position on ingot obtained by centrifugal casting

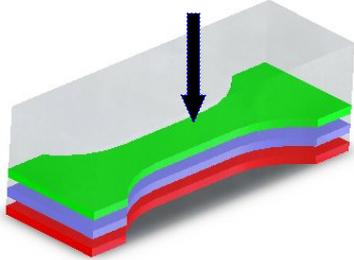


Figure 4. - Specimens position on ingot obtained by gravity casting

Tensile tests were done in a Dartec tensile testing machine at room temperature.

3. RESULTS

The obtained results are shown on figs 5 to 13

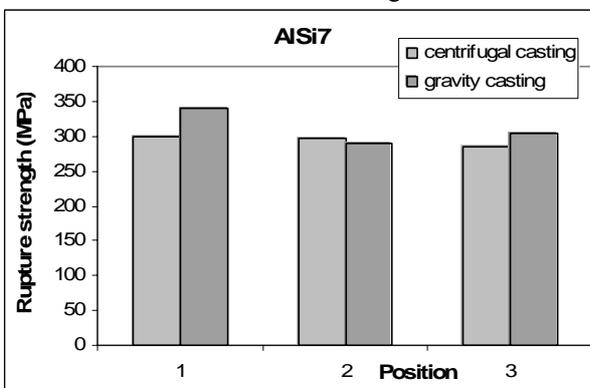


Fig.5. – Rupture strength AISi7

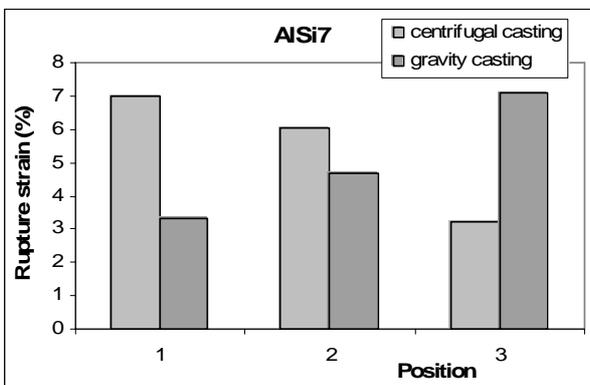


Fig.6. – Rupture strain AISi7

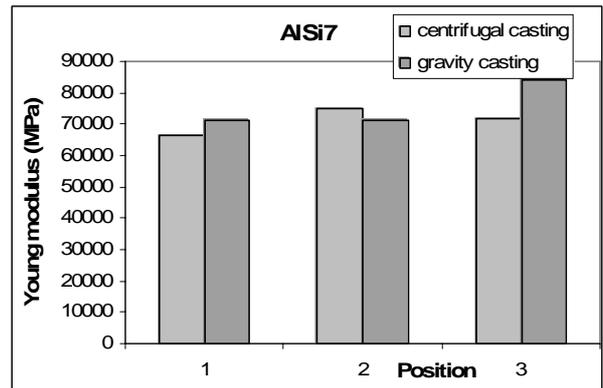


Fig.7.-Young modulus AISi7

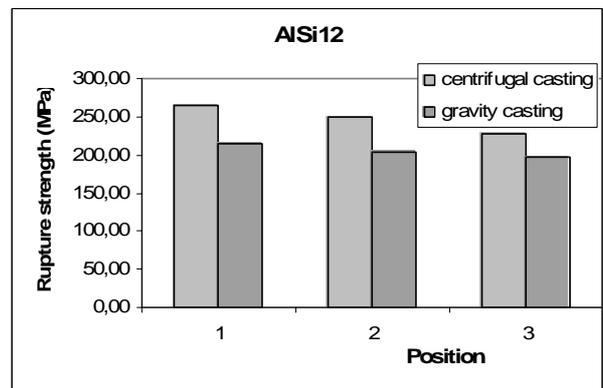


Fig.8. –Rupture strength AISi12

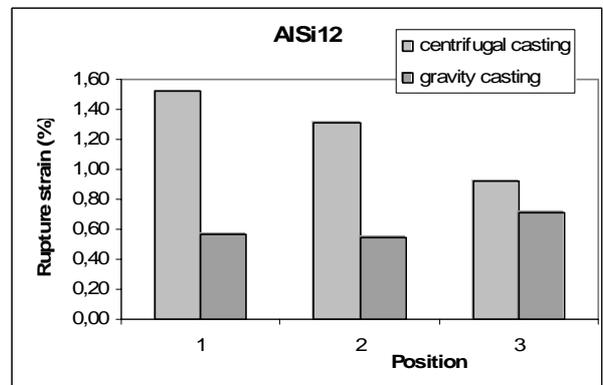


Fig.9. –Rupture strain AISi12

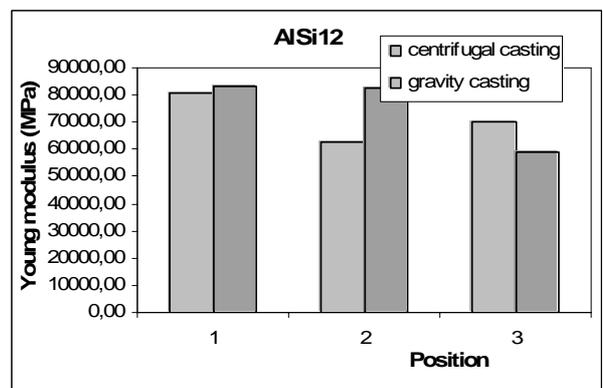


Fig.10.- Young modulus AISi12

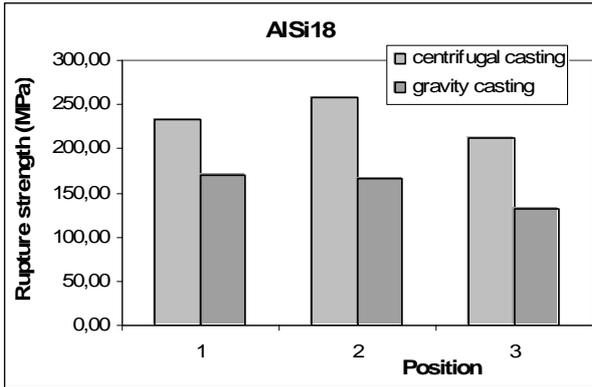


Fig. 11. – Rupture strength AISi18

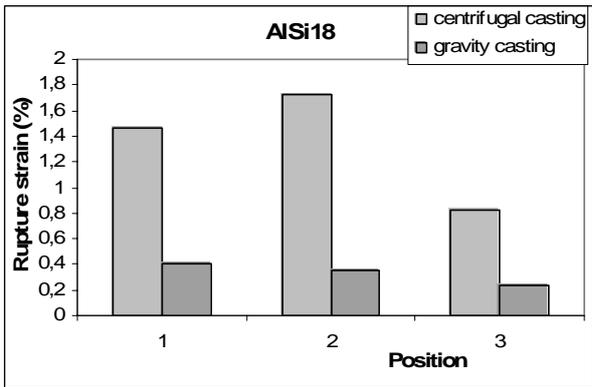


Fig. 12. – Rupture strain AISi18

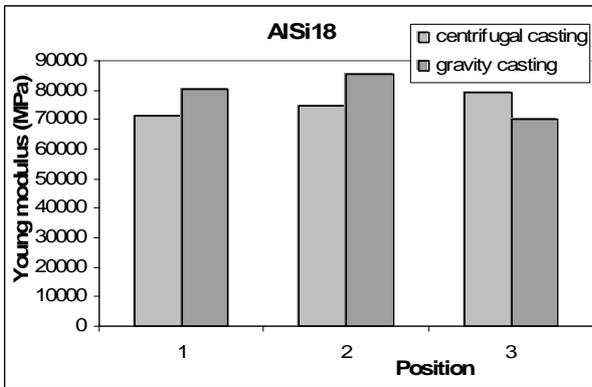


Fig. 13.-Young modulus AISi18

The results can be summarized, for each alloy, like this:

AISi7

- The rupture strength shows a slight tendency to increase from position 3 to position 1 in both centrifugal and gravity castings (fig.5);
- Rupture strain shows a tendency to increase from position 3 to position 1 in centrifugal castings and a tendency to decrease from position 3 to position 1 in gravity castings (fig.6);

- The young modulus shows no substantial difference among the different positions for centrifugal casting and also for gravity casting (fig.7);

AISi12

- In centrifugal castings the rupture strength shows a tendency to increase from position 3 to position 1. In gravity castings there is no substantial difference among the different positions (fig.8);
- In centrifugal castings the rupture strain shows a huge tendency to increase from position 3 to position 1. In gravity castings there is not, again, a substantial difference among the different positions (fig.9);
- In centrifugal castings the young modulus shows also a tendency to increase from position 3 to position 1. In gravity castings there is not, again, a substantial difference among the different positions (fig.10);
- Mechanical property results (rupture strength and rupture strain) show higher values for the centrifugal casting process in any position, when compared to gravity castings (figs 8 to 10);

AISi18

- In centrifugal castings the rupture strength and the rupture strain show a high increase when compared to gravity castings in all 3 positions and also show a tendency to increase from position 3 to position 1(fig.11 and 12);
- The young modulus shows no substantial difference among the different positions for centrifugal casting and also for gravity casting (fig.10);
- Mechanical property results (rupture strength and rupture strain) show higher values for the centrifugal casting process in any position, when compared to gravity castings (figs 8 to 10);

4. DISCUSSION

Although the centrifugal effect is not yet very well explained by the scientific community it is assumed in this paper that the centrifugal effect on castings may be divided in three main features: centrifugal pressure; intrinsic vibration of the process; and fluid dynamics. The effect on mechanical properties of each of these variables will be briefly discussed subsequently.

Centrifugal pressure

The centrifugal effect is not so elevated to cause a shift of solidification diagram due to high pressure like in squeeze casting [6]. Thus the solidification diagram remains the same on the solidification during the centrifugal process.

However the centrifugal pressure is important on the positioning of the densest phases during solidification. The densest phases have a tendency to move to the outer part of the casting [7]. Thus it is expected that in alloys where there are phases or metals with different densities the densest ones will concentrate on the outer part of the casting. This is what happens with most of

composite particle reinforced materials obtained by centrifugal casting [8] (also called functionally graded materials).

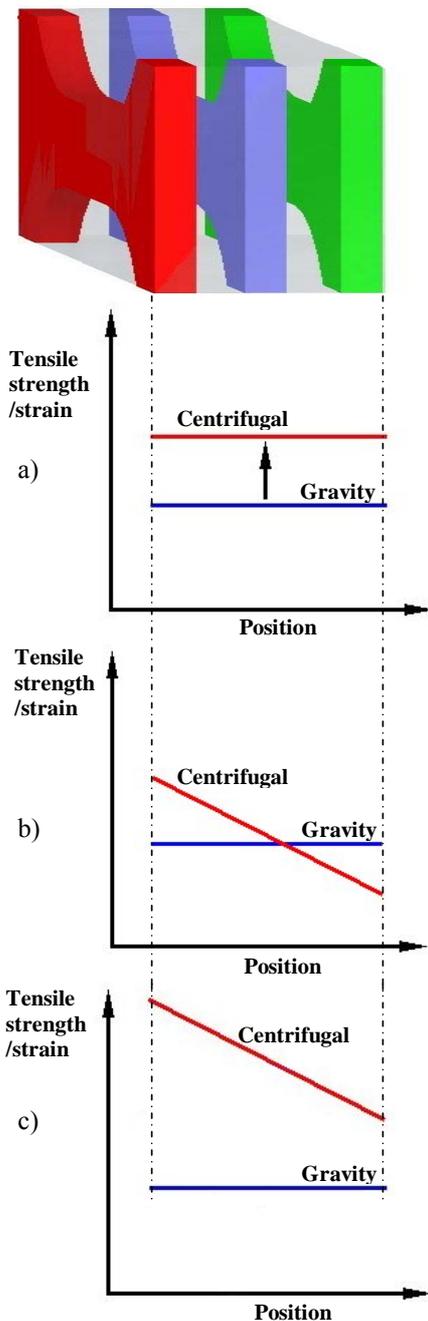


Figure 14. Mechanical properties/specimen position

When this effect exists it is expected that there is a different chemical composition (or at least different concentration of phases) along one direction of the casting and the resulting mechanical properties (tensile strength and strain) would be, probably, an increase in one side of the casting but would be a decrease on the other side, when compared to gravity casting of the same material. This is schematically represented in fig.14b).

Vibration

Although vibration is not directly associated with the centrifugal castings, it is always associated with this centrifugal process because of the inherent vibration of the equipments, mainly on vertical equipments. Thus it is important to take into consideration that this feature may also have an important effect on mechanical and metallurgical properties of the castings. The eventual effect of vibration would be, according to [9] an increase in the overall mechanical properties of the casting due to more refined grains (this is attributed to the higher density of germens of solidification). Schematically and again comparing to gravity casting it would be obtained a shift on mechanical properties such as that shown on fig. 14a).

Fluid Dynamics

The dynamics of the fluids is expected to be very different under gravity pressure (gravity casting) and under centrifugal pressure + gravity pressure (centrifugal casting). It is expected that the turbulence of the melt in the centrifugal process is much higher inside the mould. According to [10] the first melt that reaches the wall surface of the mould (where the first germens of solidification appear) will come backwards to the inside part of the casting and this will increase the number of solidification sites in the inner part of the casting and consequently promote a quicker solidification and a refined microstructure, as compared to the gravity casting process.

This effect, in terms of mechanical properties, would be similar to the vibration effect and can be schematically represented by the same figure (Fig.14a).

If both the centrifugal pressure and at least vibration or fluid dynamics were active at the same time, the schematic effect would be that shown on fig14c.

Based on these assumptions, the results obtained in this study may be explained in the following way, for each material:

AlSi7- A very slight increase from position 3 to position 1 is found for both centrifugal and gravity castings. The same is found for young modulus. Thus, no special feature is found that can be attributed to the centrifugal process. However the rupture strain varies substantially from position 3 to position 1 and have the opposite tendency in gravity castings and in centrifugal castings. Thus, it seems that there is an effect of the centrifugal process increasing this property (rupture strain) from position 3 to position 1.

However, except for rupture strain, the centrifugal process seems to have no special effect on mechanical properties for this alloy.

AlSi12- It is observed a sharp increase of the properties (rupture strength and strain) in the centrifugal direction (from position 3 to position 1). This effect is not observed on gravity castings. This could be explained based on the pressure effect. However it would be expected that, based only on the centrifugal pressure, the mechanical properties would decrease in the other

side (position 3)(fig. 14b). But this does not happen. An explanation would be if it is considered that one of the other two effects (vibration or fluid dynamics) would also be present. These features would promote an increase in the overall properties of the casting (in positions 1, 2, and 3) in such a way that even in the inside part of the castings (position 3) the mechanical properties would be higher than the properties obtained on gravity castings (fig 14a). If the active mechanism is the vibration or the fluid dynamics it is not known at this stage of the study. Thus, the obtained results may be explained if at least two of the previous effects are active during the centrifugal process (pressure + vibration) or (pressure+fluid dynamics). This effect is represented in fig 14c.

AlSi18 - The rupture strength shows a high increase when compared to gravity castings in all 3 positions. This could be explained on the assumption that only the vibration and/or the fluid dynamics are present (fig. 14a). The rupture strain, besides the previous effect, shows also the centrifugal pressure effect (fig. 12). Thus, for rupture strain the results could be explained with both effects (pressure + vibration) or (pressure+fluid dynamics) (fig. 14 c). For young modulus no special effect is detected.

When a comparison between the three alloys is made, it seems that the silicon content strongly influences the way each variable affects the mechanical properties of the different alloys. Hypoeutectic alloys seem to be less sensitive to pressure, vibration and fluid dynamics.

Eutectic alloys are sensitive to the centrifugal effect and hypereutectic are even more sensitive.

In order to understand the influence of the different variables of the centrifugal phenomena in different Al-Si alloys a wider study is being carried out. The following analysis are being made: fluid dynamics behaviour through finite element analysis and through measurement of temperature profile on different points of the mould during castings; chemical analysis along the castings; quantitative metallurgical analysis of the different phases along the centrifugal direction on the castings; mechanical properties finite element prediction based on the metallurgical phases.

With these analyses it is expected that will be possible to explain the reason why hypoeutectic, eutectic, and hypereutectic alloys have a different sensitiveness to centrifugal castings and to the three variables discussed.

5. CONCLUSIONS

The main conclusions of this work are:

- the centrifugal casting process may be effective even for materials with similar phase densities or metal densities in the same alloy;
- It is possible to obtain much better mechanical properties along the whole casting, as compared to the gravity casting process;

- It seems that the process could be explained based on at least two variables: centrifugal pressure + vibration or centrifugal pressure + fluid dynamics;
- It seems that the silicon content is very important in the effectiveness of the previous variables on Al-Si alloys.

ACKNOWLEDGMENTS

This work is being supported by an FCT grant (SFRH / BD / 19618 / 2004) Portugal.

REFERENCES

- [1]. ASM International, *Aluminium-Silicon Casting Alloy: Atlas of Microfractographs*, pags.1-9.
- [2]. S. Suresh, A. Mortensen, "Fundamentals of Functionally Graded Materials – Processing and Thermomechanical Behaviour of Graded Metals and Metal-Ceramic Composites"; *ASM International and The Institute of Materials* 1995, 1997; IOM Communications Ltd 1998.
- [3]. ASM International, *Metal Handbook*, Ninth Edition, Vol. 15 Casting pag. 296-307.
- [4]. Hengcheng Liao, Yu Sun and Guoxiong Sun, "Correlation between mechanical properties and amount of dendritic α -Al phase in as-cast near-eutectic Al-11,6% Si alloys modified with strontium", *Materials Science and Engineering A335* (2002) 62-66.
- [5]. Q.G.Wang, "Micro structural effect on the tensile and fracture behaviour of aluminium casting alloy A 356/357", *Metallurgical and Materials Transaction*, Vol. 34 A, December 2003, 2887-2899.
- [6]. M.R. Ghomaschi, A. Vikhrov, "Squeeze casting: an overview", *Journal of Materials Processing Technology*, 101 (2000), 1-9.
- [7]. A. Halvae, A. Talebi, "Effect of process variables on microstructure and segregation in centrifugal casting of C9220 alloy", *Journal of Materials Processing Technology*, 118 (2001) 123-127.
- [8]. J.K.Kim, P.K.Rohatgi, "Interaction between moving cellular solidification front and graphite particles during centrifugal casting", *Materials Science and Engineering A244* (1998) 168-177.
- [9]. Numan Abu-Dheir, Marwan Khraisheh, Kozo Saito, Alan Male, "Silicon morphology modification in the eutectic Al-Si alloy using mechanical mold vibration", *Materials Science and Engineering A393* (2004) pp. 109-117.
- [10]. S.R.Chang, J.M. Kim and C.P.Hong, "Numerical simulation of microstructure evolution of Al alloys in centrifugal casting", *ISIJ International*, Vol 41 (2001), No.7, pp.738-747.

DEVELOPMENT OF A FRETTING FATIGUE APPARATUS

M. Buciumeanu, A. S. Miranda, F.S. Silva

Mechanical Engineering Department; School of Engineering, Minho University, Portugal
E-mail: mihaela@dem.uminho.pt
Tel (+351) 253 510254 - Fax (+351) 253 516007

RESUMEN

Este artículo se preocupa por una descripción del desarrollo de un aparato para hacer pruebas de fretting fatiga. El dispositivo se encuentra en una maquina hidráulica universal. El aparato está equipado con dos células de carga que permiten medir la fuerza normal y la fuerza tangencial de los contactos, entre la probeta y los contactos metálicos, durante la prueba de fatiga. Partiendo que el sistema no es completamente rígido (hay un desplazamiento pequeño de los contactos metálicos debido a la deformación de células de carga) hay una necesidad de un extensímetro de medir con precisión el desplazamiento relativo entre superficies de contacto (la probeta y los contactos metálicos). El dispositivo permite hacer diferentes mediciones entre la probeta y los contactos metálicos, cambiando la posición del contacto entre la probeta y los contactos metálicos. Es un aparato versátil que tiene la ventaja principal de medir diferentes variables al mismo tiempo. Algunos resultados experimentales se presentarán y serán discutidos en este trabajo que muestra la habilidad del aparato para medir las variables pertinentes durante una prueba de fatiga (la carga normal y la carga tangencial en los contactos metálicos, y en el desplazamiento relativo entre los contactos metálicos y la probeta).

ABSTRACT

This paper is concerned with a description of the development of a fretting fatigue testing apparatus. The device is assembled on a universal servo hydraulic testing machine.

The apparatus is equipped with two load cells allowing the measurement of the normal and the tangential contact forces, between the pads and the specimen, during the fatigue test. Since the system is not completely rigid (there is a small displacement of the pads due to the load cells deformation, in order to read the forces that act on it) there is a need of an extensometer to measure with accuracy the relative displacement between contact surfaces (specimen and pad). The device also allows the testing of different relative displacements, for fixed loading conditions, by changing the contact position between the pad and the specimen.

It is a versatile apparatus that has as main advantage the ability to measure a number of different variables during the test.

Some experimental results will be presented and discussed on this work showing the ability of the apparatus to measure all the relevant variables during a fatigue test (normal load and tangential load on the pads, and relative displacement between the pad and specimen).

ÁREAS TEMÁTICAS PROPUESTAS: Aplicaciones Prácticas en Ingeniería.

PALABRAS CLAVE: Fretting Fatigue; Experimental Apparatus; Loading and displacement parameters.

1. INTRODUCCIÓN

Fretting fatigue testing apparatus must be carefully designed in order to meet the objectives of the test to be performed. The objectives of these tests (the scientific ones) are to understand the mechanisms involved in this process and to look for solutions to avoid this type of failure (fretting fatigue). Fretting fatigue constitutes a serious problem in a wide range of mechanical components. The fretting fatigue phenomenon is a dangerous situation that arises in many machine and engineering structures, such as aircrafts, spacecrafts, automobile, electrical equipment, manufacturing equipment, human body implants, etc. As an example, figure 1 shows one automotive-formed suspension

component in which the main damaging factor was related to fretting fatigue. There is a contact between a screw head (with or without washer) and the formed component. In this area we have fretting fatigue. Maybe there are more types of failure acting together, such as corrosion, but the main damaging factor is fretting fatigue.

Fretting fatigue arises wherever to components are in contact and there is a small amplitude oscillatory movement. This movement is usually the result of one of the components of the contact being subjected to cyclic stresses.

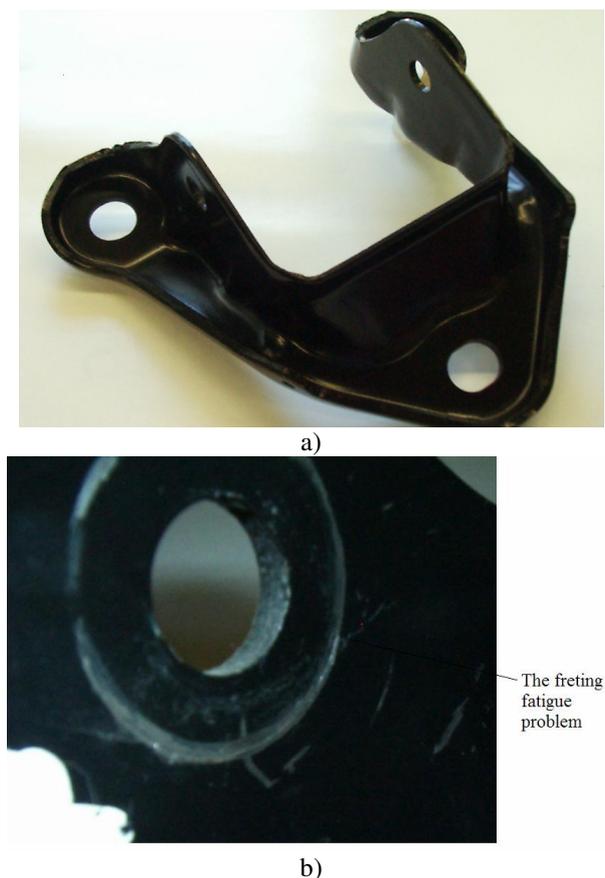


Figure. 1. One example of a real situation of fretting fatigue: a) a formed component; b) detail of the fretting fatigue damaged location

The main problem to understand this process is that there are a number of factors that act at the same time and some of them have not yet been very well understood. For example: slip amplitude, magnitude and distribution of contact pressure, the particular material combination and the condition of the mating surfaces, frictional forces and near surface stresses, cyclic frequency, temperature, and environment are some of the factors that are important for this phenomenon. Many of the local parameters listed above are interdependent.

Generally speaking the scope of the testing can be classified into the following areas: simulation of a real engineering fretting problem; material ranking tests; idealized fretting fatigue tests [1]. The latter tests are those where is intended to understand the mechanism of the fretting fatigue process. The main advantage of these tests is that it is possible to determine the relative importance of the variables involved in the process and extend this knowledge to a wide range of conditions. The device presented in this paper is included in this category. The present work relates to the design and the validation of this new fretting fatigue device.

In the technical literature fretting fatigue testing equipments can be found ranging from very simple

devices to more complex systems [1,2,3,4]. Almost all the devices for fretting fatigue use a servo hydraulic testing machine. In the most common ones are used two fretting pads that are pressed against the specimen surface. A constant normal load is applied via the lateral springs. While the force applied to these springs is kept constant, it is possible to apply a cyclic axial stress on the specimen (the pads are kept fixed in the vertical axis with the help of two springs). With this type of apparatus it is only possible to measure the machine axial load using a load cell that is part of the servo hydraulic testing system. The contact force is measured, prior to the test, on each side of the fretting specimen by pressure gages, being assumed that it remains constant during the whole fretting fatigue test [2,3].

The most complete apparatus that can be found in the technical literature to perform fretting fatigue experiments is shown in figure 2 [4]. This device allows accurate measurements of the normal force and the tangential contact force, prior and during the test, and the relative displacement between contacting surfaces during the test. This equipment uses two load cells to measure the normal force and four load cells to measure the tangential force exerted on the fretting pads by the specimen. The friction coefficient may be determined as the ratio of the tangential to the normal force value.

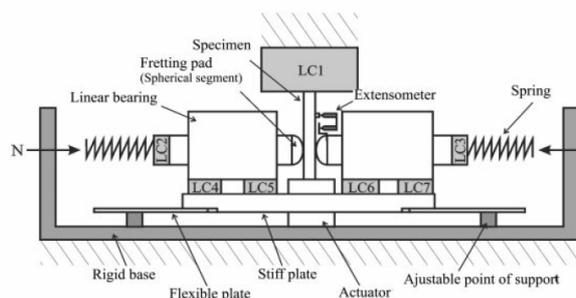


Figure. 2. Schematic of a type of fretting fatigue apparatus [4].

2. PRESENTATION OF THE FRETTING FATIGUE DEVICE DEVELOPED

An exploded view of the fretting fatigue apparatus is shown in figure. This view of the device allows looking at every component separately.

The fretting fatigue testing apparatus has been developed to work in conjunction with a servo hydraulic testing system. Figure 4 shows a picture of this machine. The capacity of the servo hydraulic testing machine is 600 000 N under static conditions and 500000 N for fatigue loading. The maximum cyclic loading frequency of the machine is 50 Hz, but the frequency used in the fretting fatigue tests will be around 8 to 12 Hz.

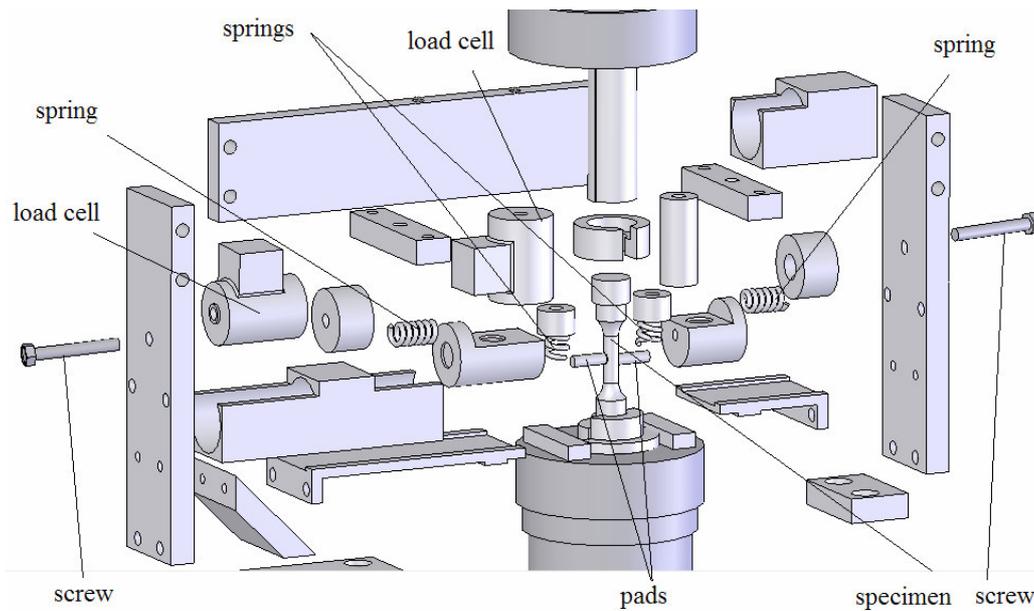


Figure 3. The exploded view of the equipment described in this paper

The equipment was conceived to work at ambient temperature, in laboratory environment, but can be adapted to work at low and high temperature tests.



Figure 4. The fretting fatigue apparatus assembled in the servo hydraulic test machine

The device uses a specimen with a special shape. The specimen has two flat faces (A and B) and works only in the vertical position. The bottom side of the specimen remains fixed (on the fixed part of the machine), the cyclic varying load being applied on the top part of the specimen by the actuator of the machine. The geometry of the specimen is presented in figure 5.

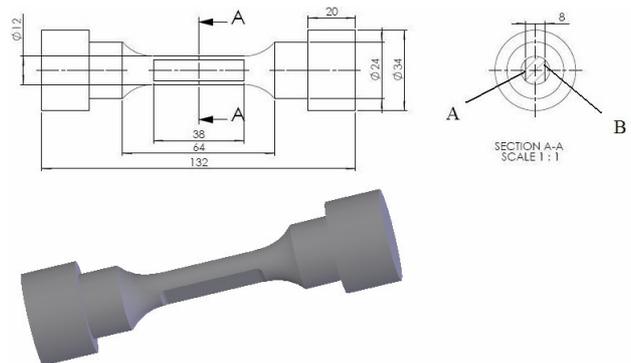


Figure 5. The specimen geometry

Two cylindrical fretting pads are used which are clamped onto the lateral guiding parts of the apparatus. The two pads are pressed normal to the flat faces of the specimen by means of two metal springs, which are loaded by adjustable screws (see figures 3 and 6). The mechanical properties of the materials used for the specimen and the pads are given in Table 1.

	Mechanical properties			
	Young modulus (GPa)	0.2% Yield strength (MPa)	Tensile strength (MPa)	Rupture strain (%)
a	70	499	554	10.2
b	210	1100	1250	10

Table 1 Mechanical properties of the materials used for the specimen (a- Al7175 alloy) and the pads (b- 34CrNiMo6steel)

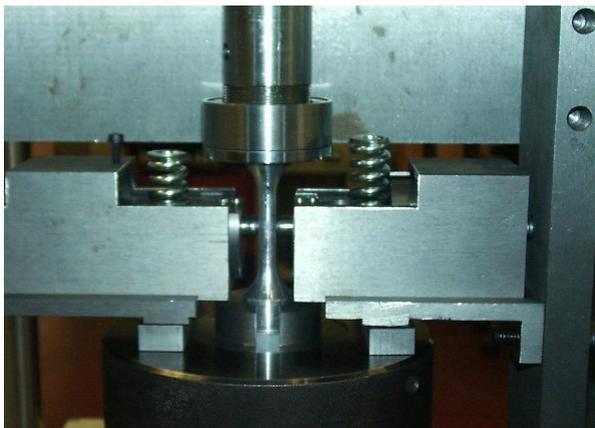


Figure 6. Detail of the fretting fatigue apparatus

The required normal load between specimen and pads is given by the compression of the springs, which can be adjusted and measured with a load cell. When the cyclic load is applied to the specimen, the pads and the frame have tendency to move upwards and downwards. To avoid this movement two vertical springs acting on the pads are used (see figures 3 and 6).

This apparatus seems to be able to reproducing the fretting fatigue phenomenon. This fretting fatigue apparatus is robust (rigid) enough to be used with various pad geometries (replaceable fretting contact pads) and under variable loading conditions.

3. VARIABLES MEASURED DURING THE FRETTING FATIGUE TESTS AND DISCUSSION OF RESULT OBTAINED

The parameters that can be recorded (and some of them controlled) during the test with this apparatus are the following:

- a. The normal contact load that is applied to either side of the specimen by means of the spring and screw;
- b. The tangential contact load that is applied to avoid the movement;
- c. The relative displacement between contacting surfaces (specimen and pad).

To monitor these three variables two load cells and one extensometer are used.

The load cells (see figures 3 and 7) allow controlling the normal contact force and the tangential contact force prior to testing and the monitoring of those forces during the fatigue test. A 1000 N load cell is used for measuring the tangential force and a 2500 N load cell is used for measuring the normal force.

The MTS extensometer, which measures the relative displacement between pads and specimen, has been adapted to the shape of both the specimen and the pads. One knife edge of the extensometer was attached to the pad where a cut has been made (so that the knife edge does not slip during the test), and the other knife edge

was attached to the specimen. The extensometer was clamped to the specimen and to the pad with two metal springs (see figure 7).

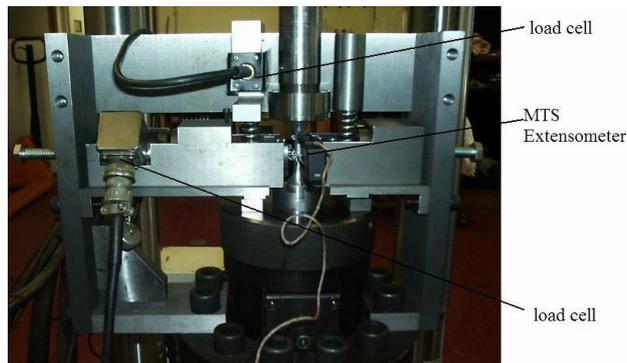


Figure 7. View of the fretting fatigue apparatus

To record all the variables in real time a data acquisition system (Spider 8) that can be seen in figure 8 was used. The data acquisition system show in figure 8 sends the information to the computer. It has been used a program (Catman 3.1) that records the data at the same time from the two load cells and from the extensometer.



Figure 8. The data acquisition system

The computer that works in conjunction with the servo hydraulic test machine records different testing variables such as the machine axial cyclic load that is applied on the specimen, the time, the number of cycles, the stroke and the strain.

The set up of the apparatus is being concluded and the initial tests are underway. In what follows preliminary results are presented and some of the features are discussed.

The axial load of the machine was cycled between constant limits, from a minimum of 0,8 N to a maximum of 8000 N with a sinusoidal cycle.

The axial cyclic load applied to the specimen was monitored with the load cell of the machine. Figure 9a shows the load history of the load. Figures 9b and 9c show the load history of the normal and the tangential

force, respectively. Figure 9d shows the variation of the relative displacement with time.

Normal load

In most equipments described in the technical literature [2,3] it is assumed that the normal force (between pads and specimen) is kept constant during the fretting fatigue tests, but this is not realistic. The normal force is set to a given value prior to the test, but this value will change during the test. The pads have tendency to move back and forward this being one of the reasons why on figure 9b a small variation of the normal force is observed. As a fact this variation is expected due to the symmetric deformation of the specimen in the direction transversal to the direction of the load applied by the machine. This is the reason why the machine cycle and the normal load cycles are shifted by 180°. This effect is clearly captured by the load cell that monitors this force. It is also expected that during the test the mean value of this normal load may decrease due to wear of the specimen and pads.

Tangential load

The tangential force is a consequence of the contact friction between pads and specimen. It can be seen that although the waveform is almost the same as the one of the applied load, the tangential load is slightly shift in relation to the applied load. This is not fully understood yet but it seems that it may be explained by the overall compliance of the system, or by the friction regime (slip or stick/slip regime), or both. A deeper analysis and some more test results will be needed to fully understand this behaviour.

Relative displacement

A special device with adapted legs was used to measure the relative displacement between the contact bodies.

The knife edges of the extensometer were fixed exactly perpendicular on the specimen surface and on the pad, because only in this case the exactly relative displacements between two points (one on the specimen and the other one on the pad) can be read.

The shape of the waves is very smooth and follows the waveform of the load machine, as expected.

Exact quantification of the loads and displacement still need a calibration of springs and an assessment of the compliance of the system.

More tests are needed to fully understand the shape of the waves and its relation to the previous features and to the friction regime. However it seems that every small detail can be captured by the load cells and extensometer.

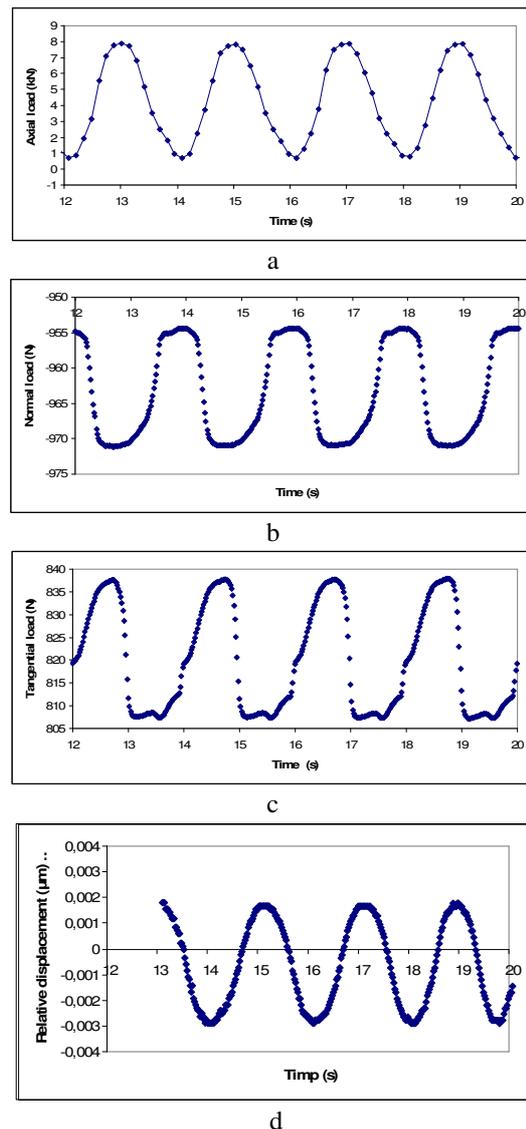


Figure. 9. The load history during the fretting fatigue test: a. the axial load of the servo hydraulic machine; b. the normal load; c. the tangential load, d. the relative displacement.

4. CONCLUSIONS

The design and the utilities of a newly developed fretting fatigue apparatus have been described. It is a very versatile apparatus that has as main advantage the ability to measure a number of different variables during the test. It is to set and record the normal and tangential loads and the relative displacement specimen/pads. It also allows the study of the effect of changes on the relative displacement for the same loading conditions by changing the contact position between pads and specimen. This will allow a better understanding of the influence of this very important variable while keeping constant all the other parameters.

It also appears that every small detail (load or displacement) can be detected and recorded by the equipment. It will thus be possible to assess the

influence of the referred variables and this will allow a better understanding of the fretting phenomena. Further tests and calibrations are needed in order to properly quantify the variables.

ACKNOWLEDGEMENT

The research presented here was carried out in Materials Testing Laboratory of the Mechanical Engineering Department of University of Minho, and was supported by “Fundação para a Ciência e a Tecnologia” (Portugal) through the PhD grant with the reference SFRH / BD / 19555 / 2004.

REFERENCES

- [1] Hills, D. A., Nowell D., “Mechanics of Fretting Fatigue”, *Kluwer Academic Publishers*, Canada, 1994.
- [2] Mall, S., Namjoshi, S. A., Porter, W. J., “Effects of microstructure on fretting fatigue crack initiation behaviour of Ti-6Al-4V”, *Materials Science and Engineering A383*, pag.334—340, 2004.
- [3] Ren, W., Mall S., Sanders, J. H., Sharma, S. K., “Evaluation of coatings on Ti-6Al-4V substrate under fretting fatigue”, *Surface & Coatings Technology*, pag. 192 177-188, 2005.
- [4]. Wittkowsky, B. U, Birch, P. R., Dominguez, J., Surech, S., “An apparatus for quantitative fretting fatigue testing”, *Blackwell Science Ltd. Fatigue Fract Engng Struct* 22, pag. 307-320, 1999.

INFLUENCIA DE LA FORMULACION SOBRE LA CONDUCTA MECANICA DE UNA RESINA FENÓLICA

A.Valea; I.Mondragón; M.L. González

Dpto, Ingeniería Química y del Medio Ambiente.
Universidad del País Vasco UPV/EHU.
Escuela Universitaria de Ingeniería Técnica Industrial de Bilbao.
Email: iapvapea@lg.ehu.es

RESUMEN

La continua investigación y desarrollo de nuevos materiales y tecnologías, tomando en consideración una elevada protección FST (fuego, humos y toxicidad) y reducción del peso, ha hecho posible el desarrollo de distintas estructuras fenólicas que reúnen buenas características mecánicas y de FST. La construcción de paneles utiliza un laminado vidrio/fenólico hecho con tejido de vidrio. Sistemas semejantes se han investigado en el presente trabajo. Aquí, hemos estudiado la influencia de diferentes concentraciones de catalizador y morfologías de refuerzo sobre las propiedades mecánicas y térmicas de laminados vidrio/fenólicas.

ABSTRACT

The continuous research and development of new materials and Technologies looking for highest FST (fire, smoke, toxicity) protection and the weight reduction has done possible the development of different phenolic structures that have good mechanical and FST requirements. The panel construction uses a glass/phenolic laminate made from fibreglass fabrics. Similar systems are researched in the present work. Here, we have studied the influence of different concentration of catalysts and reinforcement morphologies on the thermal and mechanical properties of glass/phenolic laminates.

ÁREAS TEMÁTICAS PROPUESTAS: Aplicaciones prácticas en Ingeniería

PALABRAS CLAVE: Resinas fenólicas; composites ; Propiedades mecánicas

1.- INTRODUCCIÓN

Los termoestables fenólicos son actualmente algunos de los materiales más utilizados por sus excelentes prestaciones y bajo costo, aunque uno de los inconvenientes más importantes son las dificultades de su transformación, lo que hace que sea éste uno de los motivos de investigación y desarrollo. Las resinas fenólicas son muy complejas y sus diferentes estructuras dependen de la relación fenol/formaldehído empleada, del pH de la mezcla reaccionante y de la temperatura de la reacción.

Las **NOVOLACAS** se preparan por reacción de un fenol con una cantidad en defecto estequiométrico de formaldehído y en condiciones ácidas. Al no tener grupos metilol reactivos no forman estructuras entrecruzadas al calentarse. Deben mezclarse con compuestos capaces de formar puentes metilénicos para que reticulen por calentamiento (resinas de dos etapas).

Los **RESOLES** son productos de la reacción de fenol con un aldehído en exceso y en condiciones básicas. El calentamiento de estas resinas conduce al entrecruzamiento, simplemente ajustando el pH, por lo que se llaman resinas transformables en un solo paso.

Las **propiedades** más importantes de los termoestables fenólicos son su dureza y rigidez, las propiedades aislantes y sus excelentes propiedades de retardación al fuego, poseen baja toxicidad y escasa producción de humos. Las resinas fenólicas encuentran su mayor interés en el campo de las aplicaciones de ingeniería como materiales reforzados. Por esta razón en el presente trabajo se presentarán algunos resultados sobre las propiedades mecánicas de materiales compuestos con elevados contenidos en fibra de vidrio de refuerzo.

2.- METODOLOGIA EXPERIMENTAL

Se ha utilizado una resina fenólica TH-500 catalizada con un catalizador lento C-500 (ambos suministrados por Fers, S.A). La resina se ha reforzado con mat de fibra de vidrio (Owens Corning M705-ensimage silano-de 300g/m²) y también con tejido de FV

(formado por 60 hebras por mecha) de 500 g/m² (Vetrotex), equilibrado 0°/90°.

La reactividad de la resina TH-500 con el catalizador C-500 se ha medido siguiendo el procedimiento S.P.I. modificado. El baño de termostatación (Univeba-401-Selecta ±0,02 °C) se pone a 87°C midiéndose el tiempo de gelificación (entre 65,6°C hasta 87,8°C), el tiempo total de curado y la temperatura máxima exotérmica.

Se han preparado placas de tamaño 200x200 mm², laminando por contacto a mano, utilizando diferentes concentraciones (i) de catalizador C-500 y cambiando la morfología del refuerzo (j) De esta forma cada placa se ha designado con una nomenclatura simbólica "placa i,j" según su formulación y características morfológicas.

En función del refuerzo utilizado (j) se han fabricado dos tipos de placas:

Placas i..1 : con 5 capas de mat

Placas i.2 : con 3 capas de tejido equilibrado (0°/90°)

Para cada tipo de placa se han ensayado cinco formulaciones diferentes (j) variando en cada caso la cantidad de catalizador empleada:

Placa 1.j : con 8 phr de catalizador

Placa 2.j : con 10 phr de catalizador

Placa 3.j : con 12 phr de catalizador

Placa 4.j : con 14 phr de catalizador

Placa 5.j : con 16 phr de catalizador.

Los refuerzos se secaron en estufa (120°C/4h) antes de proceder al laminado. El laminado composite resina-refuerzo se somete a vacío de 80-85 kPa durante al menos 3h y después se mantienen estas condiciones durante 24h hasta conseguir el curado. Transcurrido este tiempo se somete a un postcurado 80°C/3días.

A partir de estas placas se fresan (ATS FAAR) probetas normativas para llevar a cabo ensayos mecánicos y térmicos.

- Ensayo de Tracción (cf. UNE 53280-79), velocidad de ensayo 2mm/min. , en una máquina universal de ensayos Ibertest mod. Elib W50, utilizando extensómetro láser Laserscan 200.
- Ensayo de Flexión en tres puntos (cf. UNE 53288-80), velocidad de ensayo 1,9 mm/min., con precarga inicial de 0,01 kN, en una máquina de ensayos Ibertest mod. Elib W50 utilizando una separación entre rodillos de apoyo de 59,6 mm.

- Ensayo de impacto Charpy (cf. UNE 53021-81) con un péndulo Charpy J. Bot i Riera 7,5J.
- Los ensayos termomecanicodinámicos (DMTA) en un equipo Polymer Lab. provisto de sistema criogénico por N₂ (liq) con cabezal de flexión para determinar: Módulo de almacenamiento (E'); módulo de pérdidas (E'') y tangente de pérdidas (tan δ) frente a T(°C).
- El contenido en FV de las placas fabricadas se ha determinado por el procedimiento gravimétrico estándar (cf. UNE 53269-90) después del tratamiento en mufla (800°C).

3.- RESULTADOS Y DISCUSIÓN

3.1.- Resultados para la reactividad de la resina fenólica TH-500 en función de la cantidad de catalizador

En la tabla 1 se recogen los resultados de reactividad (medida según SPI) para dos sistemas que incorporan 8 phr y 16 phr de catalizador C-500

	8 phr catalizador	16 phr catalizador
Temperat. pico exotérmico (°C)	100	104
Tiempo de gel (s)	138	55,5
Tiempo de curado (s)	300	90

Tabla 1: Resultados de las medidas de reactividad (SPI)

Los aspectos más relevantes son que la temperatura del pico exotérmico no varía sustancialmente al duplicar la concentración del catalizador. El tiempo de curado se reduce de forma significativa (26,5 s por cada 1 phr de catalizador adicional añadido) y lo mismo sucede para el tiempo de gel, que disminuye 10,31 s por cada phr adicional añadido de catalizador.

3.2.- Propiedades mecánicas de la resina fenólica TH-500 reforzada con 3 capas de tejido en función de la concentración de catalizador C-500 y el contenido en F.V

En la tabla 2 se recogen los resultados obtenidos para las placas ensayadas a tracción (cf. UNE 53 023), impacto (cf. UNE 53 021) y flexión (cf. UNE 53 288) correspondientes a los composites reforzados con 3 capas de tejido FV (placas i.2) en función del catalizador y del contenido en FV.

Tabla 2: Resultados de las propiedades mecánicas y térmicas que se citan

	8 phr catalizador	10 phr catalizador	12 phr catalizador	14 phr catalizador	16 phr catalizador
Contenido % FV	78,21	71,51	58,36	57,73	55,93
Alargamiento %	2,148	1,446	2,261	3,1816	4,5110
Resistencia max. a tracción (MPa)	138,75	113,77	86,26	155,34	84,825
Módulo elástico en tracción (MPa)	6338,2	13160,0	21890,0	6157,5	10243,0
Resistencia max a flexión (MPa)	115,00	125,05	148,00	170,00	172,80
Resistencia a impacto (kJ/m ²)	400918,37	494703,48	439468,67	368641,04	267011,82
Tg (°C)	275		234	292	221

Como puede apreciarse, los resultados deberían discutirse separadamente para las dos placas que presentan contenidos de refuerzo de 75±3% y para las otras tres que presentan un contenido de FV de 57 ± 2%. Para las primeras, como era de esperar, la resistencia máxima en tracción aumenta al hacerlo el contenido en FV; mientras que el módulo en tracción, el alargamiento, la resistencia en flexión y la resistencia a impacto disminuyen al aumentar el contenido en FV. No obstante hay que tomar con precaución esta conclusión ya que la disminución en las propiedades mecánicas también podría deberse a un curado incompleto.

Los resultados DMTA que se recogen en la Tabla 2 corresponden a las temperaturas de α-transición (0,1 Hz) para las diferentes concentraciones de catalizador. Cuando se comparan las formulaciones conteniendo similares contenidos de refuerzo, se observa que la Tg disminuye al crecer la concentración de catalizador (a razón de 6,8°C por cada phr adicional de catalizador) lo que confirmaría un comportamiento plastificante producido por el vehículo del catalizador, lo que justificaría el anómalo comportamiento en las propiedades mecánicas anteriormente discutidas.

3.3- Comportamiento de la resina fenólica TH-500 reforzada con 5 capas de mat (300 g/m²) en función de la cantidad de catalizador C-500 y del contenido en FV.

En la Tabla 3 se recogen los resultados obtenidos para las placas del composite fenólico ensayadas en tracción (cf. UNE 53023), flexión (cf. UNE 53288) e impacto (cf. UNE 53021).

Los resultados deberían discutirse separadamente para las placas con contenidos de refuerzo 47,2 ± 3,5% FV. Y las otras dos cuyo contenido en FV es 60,4 ± 2,15%

Para las **primeras** la resistencia máxima en tracción crece al hacerlo el contenido en FV, como era de esperar, teniendo menor incidencia la concentración de catalizador (que provoca la reticulación). El alargamiento en el caso de refuerzo con mat aumenta también con el contenido en FV (a diferencia del composite con tejido como refuerzo) debido a la mayor deformabilidad del mat. El módulo elástico y la resistencia máxima en flexión lógicamente disminuye al hacerlo el contenido en mat de FV de refuerzo.

Tabla 3.- Resultados de las propiedades mecánicas que se citan

	8 phr catalizador	10 phr catalizador	12 phr catalizador	14 phr catalizador	16 phr catalizador
Contenido FV (%)	50,56	57,25	43,76	48,09	61,58
Alargamiento (%)	2,839	1,539	1,157	1,453	2,277
Resist. Máx. Tracción (MPa)	83,22	62,41	64,24	75,97	102,50
Mód. Elástico Tracción (MPa)	2952,1	3590,4	1467,8	6276,5	1381,7
Resist. Máx. Flexión (MPa)	122,40	62,35	87,45	133,10	121,47
Resist. Impacto aparente (kJ/m ²)	955326,1	829151,3	719955,2	670927,1	803416,9

La resistencia a impacto aparente parece disminuir levemente cuando lo hace el contenido en mat de FV de refuerzo.

En el caso de los composites con mayor contenido en FV (**las segundas**) la resistencia máxima en tracción y la resistencia máxima en flexión crecen también al hacerlo el contenido en FV. Sin embargo, puede notarse que el alargamiento aumenta y el módulo disminuye al crecer el contenido en FV probablemente como consecuencia de defectos de falta de humectación de la fibra y la resistencia a impacto aparentemente disminuye ligeramente, posiblemente por la misma razón.

4. CONCLUSIONES

1.- En el intervalo de concentraciones de catalizador estudiado (8-16 phr) al aumentar la concentración de éste la temperatura del pico exotérmico de la resina crece hasta los 104°C a razón de 0,5°C por cada 1phr de catalizador adicional

En la misma dirección, el tiempo de gelificación de la resina disminuye en 10,31 s por cada 1 phr de catalizador adicional

El tiempo de curado de la resina fenólica decrece con la cantidad de catalizador a razón de 26,25 s por cada 1 phr de catalizador adicional.

2.- La técnica de vacío aplicada permite obtener placas de fenólica reforzada con porcentajes muy elevados de fibra de refuerzo (hasta 78,21% de tejido de fibra de vidrio). La impregnación de la fibra y el elevado

porcentaje en el composite final se favorece con las menores cantidades de catalizador posible.

3.- En placas fenólicas reforzadas con tejido (con contenidos del 75±3% en fibra de vidrio y concentraciones de catalizador 8-10 phr) el aumento en la concentración de catalizador disminuye el alargamiento total y la resistencia máxima en tracción, mientras que aumenta el módulo elástico en tracción y la resistencia máxima en flexión.

Sin embargo, el alargamiento total en placas reforzadas con tejido para contenidos menores de fibra (57 ±2%) y mayores de catalizador (12-16 phr) aumenta con la concentración de catalizador, posiblemente por predominar el carácter plastificante del vehículo, así aumenta la resistencia máxima en flexión y disminuye el módulo elástico en tracción.

4.- En el intervalo de catalizador comprendido entre 8-16 phr la temperatura de transición vítrea de la resina reforzada con tejido disminuye a razón de 6,8°C por cada 1 phr adicional de catalizador añadido.

Las anteriores conclusiones deben tenerse en cuenta a la hora de diseñar los procesos de fabricación con resinas fenólicas ya que el procesado y las propiedades finales dependen del ciclo de fabricación.

AGRADECIMIENTO: Los autores desean agradecer el apoyo económico de la UPV/EHU y del Gobierno Vasco.

FACTORES DE INTENSIDAD DE TENSIONES Y PROPAGACIÓN DE FISURAS POR FATIGA EN GEOMETRÍAS CILÍNDRICAS

N. Álvarez¹, B. González¹, J.C. Matos², J. Toribio¹

¹Ingeniería de Materiales, Universidad de Salamanca
E.P.S., Campus Viriato, Avda. Requejo 33, 49022-Zamora, España.
Correo-e: toribio@usal.es
Tfno: 980 54 50 00 Ext. 3673. Fax: 980 54 50 02

²Departamento de Informática y Automática, Universidad de Salamanca
E.P.S., Campus Viriato, Avda. Requejo 33, 49022-Zamora, España.
Correo-e: jcmatos@usal.es

RESUMEN

En este artículo se analizan comparativamente distintas soluciones numéricas para el factor de intensidad de tensiones adimensional en geometrías cilíndricas fisuradas transversalmente, sometidas a cargas de tracción axiales, obtenidas por otros autores mediante diferentes métodos. Las soluciones se comparan en los valores del centro del frente de fisura y en el punto de contacto con la superficie del cilindro, estudiando un amplio abanico de factores de forma y profundidades de fisura relativas, con el fin de disponer de soluciones aplicables a distintos problemas ingenieriles.

ABSTRACT

In this paper different stress intensity factor solutions numerically obtained by previous researchers on transversely cracked cylinders under tensile loading are analyzed. Solutions are compared in the matter of stress intensity values at the center of the crack front and at the external surface of the cylinder, and a wide range of crack aspect ratios and relative crack depths are studied, in order to provide the engineer with solutions applicable to different real situations.

ÁREAS TEMÁTICAS PROPUESTAS: Aplicaciones Prácticas en Ingeniería.

PALABRAS CLAVE: Factor de intensidad de tensiones, Cilindro fisurado, Fatiga.

1. INTRODUCCIÓN

Las formas cilíndricas como tornillos, ejes, bulones, pernos o alambres, son muy abundantes en el campo de la Ingeniería Estructural. En ellas, la fatiga es una de las principales causas del crecimiento de fisuras junto con la corrosión bajo tensión y la corrosión-fatiga, y produce fisuras de forma almendrada en la sección transversal.

La caracterización del crecimiento de estas fisuras por fatiga, -cuyo frente de fisura ha sido comúnmente caracterizado como recto, circular, o elíptico con centro en el borde del alambre-, implica el necesario conocimiento del factor de intensidad de tensiones (FIT) adimensional, Y . Este ha sido obtenido por varios autores bajo diferentes condiciones de carga (tracción, torsión y flexión) y deducidos a partir de distintos procedimientos: método de flexibilidad, elementos finitos, análisis de la integral de contorno, técnicas experimentales, etc.

El presente trabajo pretende reunir y comparar soluciones del FIT adimensional para estas geometrías sometidas a carga de tracción axial, mediante una revisión bibliográfica [1] de los autores más relevantes.

2. PROPAGACIÓN DE FISURAS

En el crecimiento de fisuras por fatiga se han seguido diversos criterios (como el isoparamétrico, ángulo de intersección recto [2]), pero cuando se está bajo la ley de Paris debe cumplirse, en el crecimiento entre cualesquiera puntos P e I de la superficie de fisura,

$$\frac{da(P)}{da(I)} = \left[\frac{\Delta K_I(P)}{\Delta K_I(I)} \right]^m = \left[\frac{Y(P)}{Y(I)} \right]^m \tag{1}$$

Considerándose además, que el crecimiento siempre es en dirección perpendicular al frente de fisura (Figura 1). Por lo tanto es fundamental, para calcular el crecimiento de fisuras por fatiga, conocer como varía el factor de intensidad de tensiones adimensional a lo largo del frente de fisura [3-7].

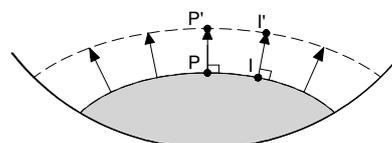


Figura 1. Crecimiento de fisuras por fatiga.

3. FIT ADIMENSIONAL

En el caso de una barra cilíndrica sometida a carga de tracción axial y con una fisura contenida en su sección transversal, considerando la Mecánica de Fractura tridimensional, el factor de intensidad de tensiones adimensional en modo I depende de la geometría de la fisura, la profundidad de la misma y la posición sobre el borde de la fisura (Figura 2).

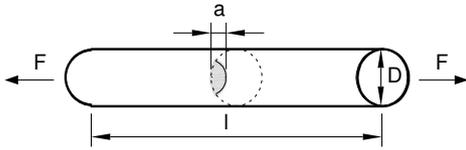


Figura 2. Barra con fisura sometida a tracción.

A. Valiente [8] formuló dos soluciones en el centro de la fisura partiendo de un modelo de frente recto bajo carga axial. Las expresiones obtenidas del FIT adimensional dependen sólo de la profundidad de fisura relativa $\xi=a/D$ (Figura 3).

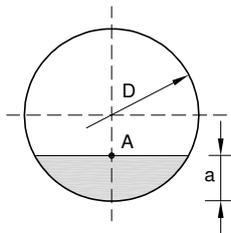


Figura 3. Caracterización fisuras (Valiente).

En la primera solución se evaluó la flexibilidad de la probeta y se calculó la tasa de liberación de energía, obteniéndose el FIT adimensional siguiente:

$$Y = (0.473 - 3.286\xi + 14.797\xi^2)^{\frac{1}{2}} (\xi - \xi^2)^{\frac{1}{4}} \quad (2)$$

Para la otra solución propuesta utilizó el método de la rigidez diferencial a partir de una extensión virtual local de la fisura, alcanzando la siguiente expresión:

$$Y = 1.4408 - 3.6364\xi + 19.3500\xi^2 - 34.7849\xi^3 + 36.8446\xi^4 \quad (3)$$

M. A. Astiz [9] obtuvo la tasa de liberación de energía mediante el método de extensión virtual de fisura y calculó el factor de intensidad de tensiones bajo la hipótesis de deformación plana.

Construyó una malla tridimensional de elementos finitos con 325 nodos y 216 elementos, simulando un cuarto de una barra con una fisura de geometría elíptica con centro en el borde de la barra y carga en tracción. En el cálculo utilizó dos mallas geoméricamente idénticas: una con elementos estándar isoparamétricos hexaédricos y prismáticos, y la otra con elementos prismáticos singulares y elementos cúbicos no-compatibles.

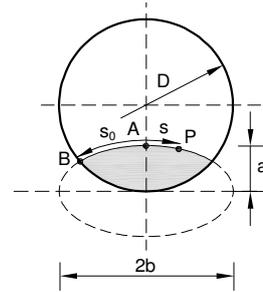


Figura 4. Caracterización fisuras (Astiz).

Los casos calculados fueron $a/D = 0.057, 0.100, 0.143, 0.200, 0.257, 0.314, 0.371, 0.429, 0.486$; $alb = 0.0, 0.2, 0.5, 1.0, 2.0$ (45 geometrías) y $s/s_0 = 0.00, 0.25, 0.50, 0.75, 1.00$ (Figura 4). Para $s/s_0=0$ el autor realizó un ajuste de los datos a una superficie de interpolación polinómica, usando el método de mínimos cuadrados, con coeficientes C_{ij} (Tabla 1), obteniendo la expresión:

$$Y = \sum_{i=0}^4 \sum_{j=0}^3 C_{ij} (a/D)^i (a/b)^j \quad (4)$$

Tabla 1. Coeficientes de Astiz, C_{ij} .

$i \setminus j$	0	1	2	3
0	1.118	-0.171	-0.339	0.130
2	1.405	5.902	-9.057	3.032
3	3.891	-20.370	23.217	-7.555
4	8.328	21.895	-36.992	12.676

A. Carpinteri [10,11] calculó el FIT adimensional para fisuras de frente recto y arco de elipse a partir de la tensión normal de apertura, σ_y , calculada mediante elementos finitos tridimensionales isoparamétricos de 20 nodos. Simuló la singularidad de la raíz cuadrada de la tensión y deformación en la punta de la fisura, moviendo los nodos centrales cercanos al frente de fisura a la posición de un cuarto.

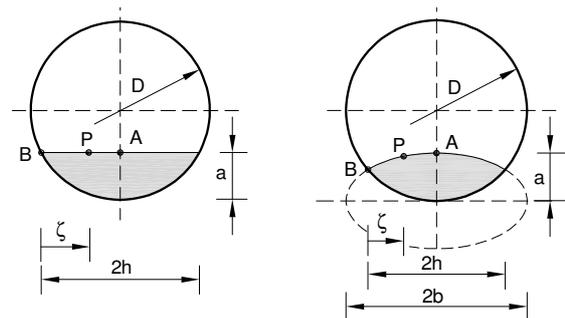


Figura 5. Caracterización fisuras (Carpinteri).

El autor representó un cuarto de la geometría con 548 nodos y 84 elementos para la fisura de frente recto y 1175 nodos y 210 elementos para frente curvo. En la modelización $\xi=a/D$ varió desde 0.1 a 0.6 en intervalos de 0.1 y alb entre 0.0 y 1.0 en intervalos de 0.2 (42 geometrías). Los valores en el punto B de la Figura 5 se corresponden con los calculados en $\zeta/h=0.1$, punto muy próximo al extremo. A partir de los resultados obtenidos por Carpinteri, Shih y Chen [5] realizaron sendos ajustes para el centro y borde de la fisura (A y B).

$$Y_A = 0.67 - 0.033(a/b) + 5.73(a/D) - 0.29(a/b)^2 - 2.943(a/b)(a/D) - 22.692(a/D)^2 + 2.41(a/b)^2(a/D) + 10.684(a/b)(a/D)^2 + 49.34(a/D)^3 - 8.82(a/b)^2(a/D)^2 \quad (5)$$

$$Y_B = 0.455 - 0.233(a/b) + 4.893(a/D) + 0.113(a/b)^2 + 0.197(a/b)(a/D) - 21.03(a/D)^2 + 0.557(a/b)^2(a/D) + 3.134(a/b)(a/D)^2 + 49.497(a/D)^3 - 5.415(a/b)^2(a/D)^2 - 1.124(a/b)(a/D)^3 - 24.702(a/D)^4 \quad (6)$$

A. Levan y J. Royer [2] calcularon el FIT adimensional para varillas con fisuras transversales de forma circular, a partir de la ecuación de la integral de contorno desarrollada para problemas de fractura. La fisura y la superficie lateral fueron discretizadas con elementos finitos isoparamétricos bidimensionales de 6 y 8 nodos, utilizando elementos con nodos a un cuarto a lo largo del frente de fisura.

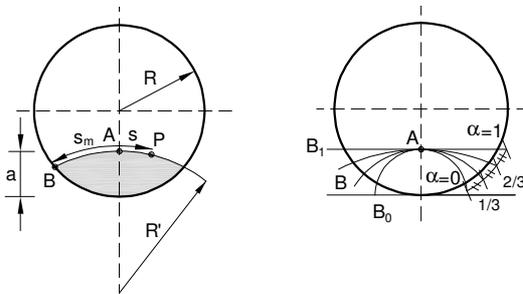


Figura 6. Caracterización fisuras (Levan y Royer).

El parámetro $\alpha = (B_0B/B_0B_1)$ indica la curvatura del frente de fisura (Figura 6) y está comprendido entre 0 y 1. Se realizaron modelizaciones para α igual a 0, 1/3, 2/3, 1 y a/R igual a 0.04, 0.12, 0.24, 0.40, 0.60, 0.85 (24 geometrías). Usando el método de mínimos cuadrados ajustaron los valores discretos a una forma polinómica, resultando los coeficientes C_{ijk} (Tabla 2). La expresión obtenida, válida para $0 \leq a/R \leq 0.9$ y $0 \leq \alpha \leq 1$, es:

$$Y = \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^3 \sum_{k=0,2,4,6} C_{ijk} (a/R)^i \alpha^j (s/s_m)^k \quad (7)$$

Tabla 2. Coeficientes de Levan y Royer, C_{ijk} .

<i>i</i>	<i>j</i> \ <i>k</i>	0	2	4	6
0	0	0.66837	-0.12819	0.65362	-0.63476
0	1	1.4917	-1.5181	1.7418	-3.6700
0	2	-1.7108	3.4585	-11.730	14.317
0	3	0.67685	-2.2663	8.5036	-9.3203
1	0	0.027839	1.7235	-6.2703	6.4590
1	1	-8.1658	17.088	-47.996	57.275
1	2	18.184	-51.812	189.23	-204.58
1	3	-10.094	34.890	-134.13	139.02
2	0	0.37008	-4.8335	18.126	-18.218
2	1	15.716	-33.545	94.702	-114.49
2	2	-40.103	111.48	-401.24	432.53
2	3	23.819	-77.165	291.88	-301.35
3	0	0.18566	4.0254	-13.204	13.326
3	1	-7.6417	16.116	-37.988	50.833
3	2	23.886	-59.707	203.96	-224.29
3	3	-13.916	42.030	-156.16	162.11

N. Couroneau y J. Royer [4] realizaron un análisis mediante elementos finitos de un cuarto de la geometría, usando elementos tridimensionales isoparamétricos de 15 y 20 nodos. Los nodos de la mitad del lado adyacente al frente de fisura fueron desplazados a la posición de un cuarto, para inducir la singularidad de la raíz cuadrada del campo de desplazamiento.

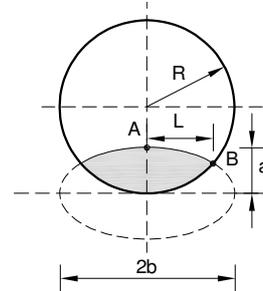


Figura 7. Caracterización fisuras (Couroneau y Royer).

Para obtener el FIT adimensional utilizaron un método de extrapolación, a partir del desplazamiento de los nodos del frente de fisura, y considerando un estado de deformación plana. Los resultados del punto B se refieren a una zona del frente muy cercana al borde. Los autores calcularon 100 geometrías, para a/R desde 0.1 a 1 en incrementos de 0.1 y a/b de 0 a 1 en incrementos de 0.111 (Figura 7).

En el punto central del frente de fisura realizaron una aproximación polinómica bivalente del factor de intensidad de tensiones adimensional usando el método de mínimos cuadrados. La expresión alcanzada fue:

$$Y \approx \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 K_{ij} \cdot T_i(a/R) \cdot T_j(a/L) \quad (8)$$

En donde los coeficientes K_{ij} se calculan a partir de los coeficientes k_{ij} de la Tabla 3.

$$K_{ij} = \begin{cases} k_{ij}/4 & \text{si } i = j = 1 \\ k_{ij}/2 & \text{si } i \text{ ó } j = 1 \\ k_{ij} & \text{si } i \text{ y } j \neq 1 \end{cases}$$

Tabla 3. Coeficientes de Couroneau y Royer, k_{ij} .

<i>i</i> \ <i>j</i>	1	2	3
1	4.503	-6.452·10 ⁻¹	1.534·10 ⁻¹
2	8.086·10 ⁻¹	-1.910·10 ⁻¹	8.430·10 ⁻²
3	2.376·10 ⁻¹	-6.183·10 ⁻²	2.945·10 ⁻²

El polinomio de segundo grado es representado con una doble serie de Chebyshev con argumentos definidos entre -1 y 1. Las funciones de Chebyshev de grado 1, 2 y 3 son:

$$T_1(x) = 1$$

$$T_2(x) = x$$

$$T_3(x) = -1 + 2x^2$$

Los argumentos de las funciones son:

$$\frac{a}{R} = \frac{2(a/R) - [(a/R)_{\max} + (a/R)_{\min}]}{(a/R)_{\max} - (a/R)_{\min}} \quad (9)$$

$$(a/R)_{\min} = 0.1 \quad \text{y} \quad (a/R)_{\max} = 1$$

$$\frac{a}{L} = \frac{2(a/b) - [(a/L)_{\max} + (a/L)_{\min}]}{(a/L)_{\max} - (a/L)_{\min}} \quad (10)$$

$$(a/L)_{\min} = (a/L)_{a/b=0} = (2(a/R)^{-1} - 1)^{-1/2} \quad (11)$$

$$(a/L)_{\max} = (a/L)_{a/b=1} = (1 - 1/4(a/R)^2)^{-1/2} \quad (12)$$

Y. S. Shih y J. J. Chen [12], construyeron un modelo de elementos finitos tridimensional de un cuarto de la barra fisurada elípticamente, con elementos regulares de 20 nodos y elementos colapsados singulares que exhiben la singularidad de la raíz cuadrada en la tensión a lo largo del frente de la fisura. El FIT adimensional lo obtuvieron a partir de la solución del desplazamiento de la punta de la fisura, poniendo especial cuidado en el cálculo de la orientación de cada nodo de la misma.

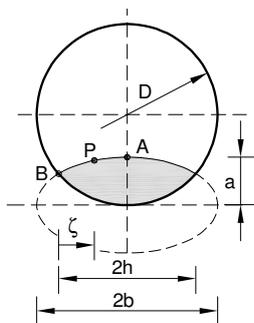


Figura 8. Caracterización fisuras (Shih y Chen).

Los autores utilizaron 42 geometrías con a/D igual a 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6 y a/b igual a 0.0, 0.2, 0.4, 0.5, 0.6, 0.8, 1.0 (Figura 8). A partir de los resultados se ajustaron varias curvas para la obtención del FIT adimensional en los puntos A y B, donde se observa un mal ajuste que en algunos casos produce valores negativos [13].

C. Q. Shin y C. S. Cai [14] calcularon el factor de intensidad de tensiones adimensional a lo largo de una fisura superficial semielíptica contenida en una varilla, partiendo del análisis de las tensiones obtenidas mediante elementos finitos y utilizando el método de extensión virtual de la fisura.

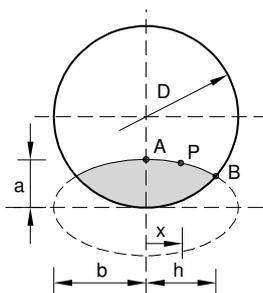


Figura 9. Caracterización fisuras (Shin y Cai).

Representaron solamente un cuarto del problema con elementos colapsados con nodos a un cuarto. El estudio fue realizado en probetas con extremos constreñidos (1mm para una longitud mitad de barra de 90mm) y libres, donde a/b varía desde 0 a 1 en incrementos de 0.1, a/D de 0.067 a 0.8 en 11 incrementos iguales y x/h de 0 a 1 en 6 incrementos iguales, siendo evaluados 13 puntos en 121 geometrías (Figura 9). El valor en el punto B lo tomaron por extrapolación de la curva de ajuste de los puntos interiores. Obtuvieron la siguiente expresión de ajuste en función de los coeficientes M_{ijk} para extremos libres (Tabla 4) y constreñidos (Tabla 5):

$$Y = \sum_{i=0}^2 \sum_{j=0}^7 \sum_{k=0}^2 M_{ijk} (a/D)^i (a/b)^j (x/h)^k \quad (13)$$

Tabla 4. Coeficientes de Shin y Cai, M_{ijk} .
a) extremos libres

i	$j \setminus k$	0	1	2
0	0	0.220	0.123	-0.409
0	1	28.513	0.511	-9.764
0	2	-354.782	-2.034	128.817
0	3	2178.632	-19.569	-727.078
0	4	-7140.202	144.435	2201.067
0	5	12957.447	-359.284	-3732.813
0	6	-12227.977	393.518	3343.521
0	7	4721.868	-159.206	-1240.214
1	0	-0.326	0.065	1.011
1	1	-3.780	-6.878	-3.946
1	2	79.489	47.747	41.099
1	3	-571.094	-119.954	-316.682
1	4	1976.255	14.769	1284.860
1	5	-3583.421	423.169	-2563.292
1	6	3256.770	-661.610	2455.158
1	7	-1163.158	306.176	-880.302
2	0	0.266	0.118	-1.584
2	1	-9.118	-3.515	45.562
2	2	85.381	75.016	-552.891
2	3	-465.013	-587.594	3322.477
2	4	1475.911	2197.404	-10812.317
2	5	-2794.532	-4264.810	19328.127
2	6	2878.868	4138.287	-17829.715
2	7	-1261.348	-1588.135	6638.698

b) extremos constreñidos

i	$j \setminus k$	0	1	2
0	0	1.095	0.113	-0.896
0	1	-1.336	1.824	3.092
0	2	13.108	-21.709	-4.197
0	3	-43.689	105.483	-13.255
0	4	134.868	-271.225	51.548
0	5	-242.653	387.47	-59.329
0	6	254.093	-290.024	13.481
0	7	-108.196	88.387	10.854
1	0	-1.177	0.271	0.904
1	1	17.924	-11.649	0.701
1	2	-137.252	98.358	-32.641
1	3	545.816	-415.027	204.104
1	4	-1223.334	982.713	-568.407
1	5	1541.587	-1329.634	857.543
1	6	-1006.656	961.893	-657.659
1	7	264.206	-288.565	191.57
2	0	0.725	-0.388	0.008
2	1	-17.427	10.074	-4.883
2	2	134.652	-80.088	55.092
2	3	-551.902	328.165	-305.079
2	4	1239.493	-772.921	916.962
2	5	-1548.537	1055.952	-1545.428
2	6	969.388	-784.581	1372.595
2	7	-227.132	245.798	-485.556

4. DISCUSIÓN

Se ha representado el FIT adimensional en el centro (punto A) y borde de la fisura (punto B) para cada uno de los autores estudiados, considerándose frentes de fisura de geometría elíptica con centro en el borde de la varilla, de diferentes relaciones de aspecto (alb), 0.0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0, y profundidades de fisura relativas (a/D), 0.0, 0.2, 0.4, 0.5, 0.6, 0.8, 1.0 (Figuras 10 a 15).

Todos los autores consideraron extremos libres, salvo Shin y Cai que incluyeron además el cálculo para extremos constreñidos. Los valores de Levan y Royer que se calcularon para fisuras de forma circular se han obtenido a partir de la transformación del frente elíptico a circular [15]. Los valores de Carpinteri y de Shih y Chen representados son los obtenidos en sus respectivos métodos y no a partir del ajuste.

En los resultados se produce una buena correlación para todas las relaciones de aspecto y profundidades de fisura entre 0.1 y 0.4, creciendo las discrepancias a partir de este último, donde Levan y Royer son los autores que obtienen valores más elevados. El mejor acuerdo entre todos los autores ocurre para el caso de fisura circular y cálculo en el centro de la fisura.

Para cada profundidad de fisura relativa el factor de intensidad de tensiones adimensional es mayor para frentes rectos que para frentes de fisura circulares. Existe una relación de aspecto crítica (alb)_c para cada valor de a/D , tal que para relaciones de aspecto menores el factor de intensidad de tensiones adimensional es mayor en el centro de la fisura y para mayores lo es en el borde (Figuras 16 y 17). Este valor (alb)_c disminuye su valor conforme aumenta la profundidad de fisura relativa.

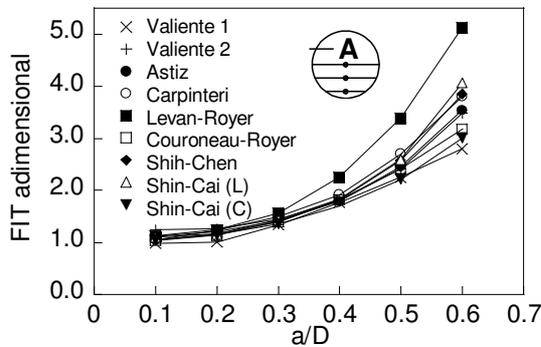


Figura 10. FIT adimensional $alb=0.0$ (punto A).

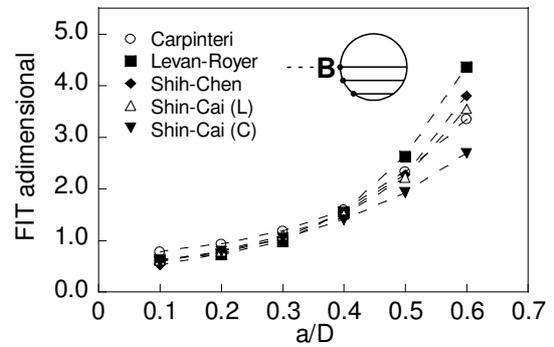


Figura 13. FIT adimensional $alb=0.0$ (punto B).

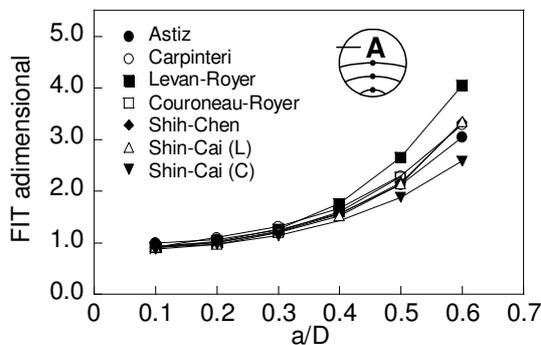


Figura 11. FIT adimensional $alb=0.5$ (punto A).

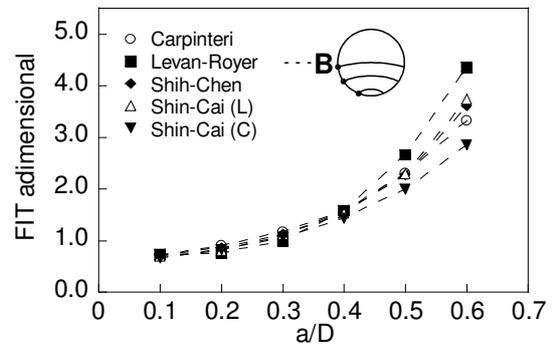


Figura 14. FIT adimensional $alb=0.5$ (punto B).

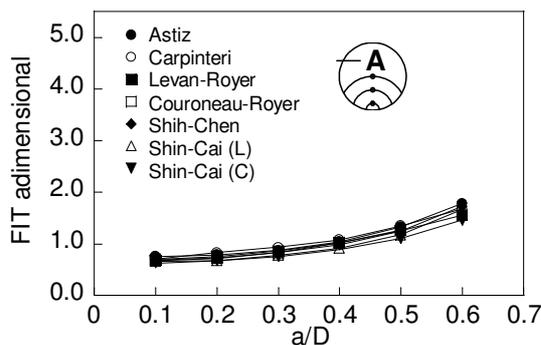


Figura 12. FIT adimensional $alb=1.0$ (punto A).

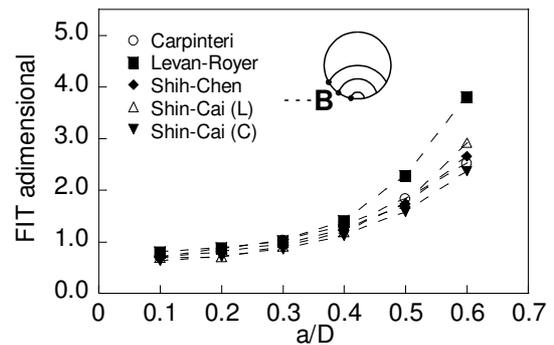


Figura 15. FIT adimensional $alb=1.0$ (punto B).

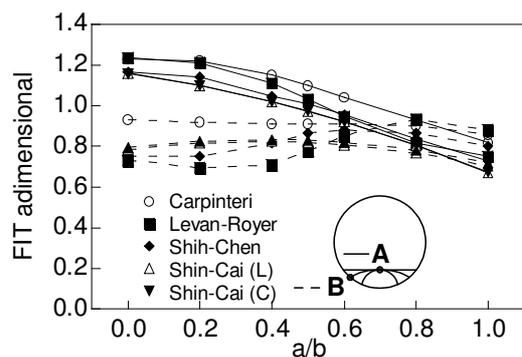


Figura 16. FIT adimensional $a/D=0.2$ (puntos A y B).

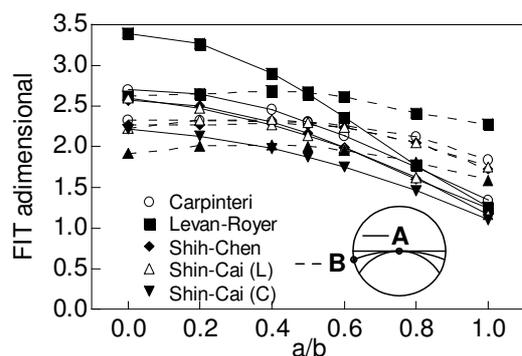


Figura 17. FIT adimensional $a/D=0.5$ (puntos A y B).

5. CONCLUSIONES

El factor de intensidad de tensiones adimensional varía con la profundidad de fisura relativa de forma creciente, con la relación de aspecto de forma decreciente y con el punto sobre el frente de fisura de forma continua entre centro y borde, creciendo o decreciendo en función de los dos valores anteriores.

Existe, para cada profundidad de fisura relativa a/D , una relación de aspecto crítica $(a/b)_c$ decreciente con la profundidad de fisura, tal que para $a/b < (a/b)_c$ el FIT adimensional es mayor en el centro y si $a/b > (a/b)_c$ es mayor en el borde.

Para a/D entre 0.1 y 0.4 existe una buena concordancia entre todos los autores. Entre 0.4 y 0.6 Levan y Royer obtienen valores del FIT adimensional más elevados. Por el contrario, Shin y Cai para probetas con los extremos constreñidos, obtienen los valores más bajos, debido a que dicho constreñimiento impide parte de la flexión, limitando la apertura de fisura.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido financiado por las siguientes instituciones: MCYT-FEDER (Proyecto MAT2002-01831), MEC (Proyecto BIA2005-08965), Junta de Castilla y León (Proyectos SA078/04 y SA067A05) y Fundación "Memoria de D. Samuel Solórzano Barruso".

REFERENCIAS

- [1] Si, E. (1990). Stress intensity factors for edge cracks in round bars. *Engineering Fracture Mechanics* **37**, 805-812.
- [2] Levan, A., Royer, J. (1993). Part-circular surface cracks in round bars under tension, bending and twisting. *International Journal of Fracture* **61**, 71-99.
- [3] Carpinteri, A. (1993). Shape change of surface cracks in round bars under cyclic axial loading. *International Journal of Fatigue* **15**, 21-26.
- [4] Couroneau, N., Royer, J. (2000). Simplified model for the fatigue growth analysis of surface cracks in round bars under mode I. *International Journal of Fatigue* **20**, 711-718.
- [5] Shih, Y.S., Chen, J.J. (1997). Analysis of fatigue crack growth on a cracked shaft. *International Journal of Fracture* **19**, 477-485.
- [6] Lin, X.B., Smith, R.A. (1998). Fatigue growth simulation for cracks in notched and unnotched round bars. *International Journal of Mechanics* **40**, 405-419.
- [7] Lin, X.B., Smith, R.A. (1997). Shape growth simulation of surface cracks in tension fatigued round bars. *International Journal of Fatigue* **19**, 461-469.
- [8] Valiente, A. (1980). Criterios de fractura para alambres. Tesis Doctoral, Universidad Politécnica de Madrid, 112-114.
- [9] Astiz, M.A. (1986). An incompatible singular elastic element for two- and three-dimensional crack problems. *International Journal of Fracture* **31**, 105-124.
- [10] Carpinteri, A. (1992). Stress intensity factors for straight-fronted edge cracks in round bars. *Engineering Fracture Mechanics* **42**, 1035-1040.
- [11] Carpinteri, A. (1992). Elliptical-arc surface cracks in round bars. *Fatigue Fracture of Engineering Materials* **15**, 1141-1153.
- [12] Shih, Y.S., Chen, J.J. (2002). The stress intensity factor study of an elliptical cracked shaft. *Nuclear Engineering and design* **214**, 137-145.
- [13] Cai, C.Q., Shin, C.S. (2004). A discussion on "The stress intensity factor study of an elliptical cracked shaft" by Y.S. Shih and J.J. Chen. *Nuclear Engineering and Design* **227**, 355-358.
- [14] Shin, C.S., Cai, C.Q. (2004). Experimental and finite element analyses on stress intensity factors of an elliptical surface crack in a circular shaft under tension and bending. *International Journal of Fracture* **129**, 239-264.
- [15] Matos, J.C., González, B., Escuadra, J., Toribio, J. (2004). Un procedimiento automático de ajuste de una elipse para modelizar el frente de una fisura superficial. *Anales de Mecánica de Fractura* **22**, 81-86.

REDISTRIBUCIÓN DEL ESTADO TENSIONAL EN ALAMBRES DE ACERO DE ALTA RESISTENCIA

M. Lorenzo¹, D. Vergara², V. Kharin² y J. Toribio²

¹ Ingeniería Mecánica, Universidad de Salamanca.
E.T.S., Ingeniería Industrial, Avda. Fernando Ballesteros 2, 37700 Béjar (Salamanca).
Tel: (923) 40 80 80; Fax: (923) 40 81 27, Correo-e: mlorenzo@usal.es

² Ingeniería de Materiales, Universidad de Salamanca
E.P.S., Campus Viriato, Avda. Requejo 33, 49022 Zamora

RESUMEN

En este artículo se ha analizado la evolución de diferentes perfiles de tensiones residuales presentes en alambres de acero de alta resistencia al ser sometidos a diversas sollicitaciones de fatiga. De acuerdo a los resultados obtenidos se ha observado una redistribución del estado tensional en la superficie, más acusada en aquellos casos en los que el nivel de sollicitación supera el límite elástico. Este efecto sobre el estado tensional puede resultar altamente relevante en el análisis de la difusión de hidrógeno asistida por el estado tensional, principal mecanismo de transporte de hidrógeno en los fenómenos de fragilización por hidrógeno en el interior de los materiales metálicos.

ABSTRACT

This paper analyzes the evolution of the residual stresses in high strength steel wires when diverse fatigue loadings are applied. According to the obtained results, a stress redistribution at surface is observed, it being more accused in the cases where the maximum loading exceeds the yield strength. This effect on the stress state could be relevant in the analysis of hydrogen diffusion assisted by stresses, main transport mechanism in hydrogen embrittlement phenomena in metallic materials.

ÁREAS TEMÁTICAS PROPUESTAS: Aplicaciones Prácticas en Ingeniería

PALABRAS CLAVE: Tensiones residuales, Acero de pretensado, Fatiga.

1. INTRODUCCIÓN

Dentro de los aceros de alta resistencia los más utilizados en ingeniería civil son los denominados aceros de pretensado. Este tipo de material presenta, debido al proceso de fabricación, un estado tensional en ausencia de carga en el que existen tensiones residuales [1]. Se puede considerar que los valores máximos de estas tensiones se localizan en la superficie de dicho material, siendo la evolución de éstas a lo largo del alambre decreciente con la profundidad hasta un punto a partir del cual el valor de las tensiones residuales permanece constante [2]. Se pueden utilizar múltiples técnicas para determinar experimentalmente las tensiones residuales presentes en una pieza [3], entre todas la más extendida es la difracción de rayos X.

Las tensiones residuales juegan un papel importantísimo en los procesos de iniciación y propagación de fisuras. Dependiendo de cual sea el estado tensional presente en la superficie del alambre este efecto puede ser beneficioso, en caso de tener estados tensionales de compresión, o perjudicial, en caso de que las tensiones sean de tracción [4].

A partir del efecto beneficioso en el comportamiento a fractura que producen las tensiones residuales con estados de compresión en la superficie se han venido utilizado en la industria varios tratamientos que proporcionan estados de tensiones residuales de compresión en la superficie, que puede retardar los procesos de iniciación y propagación de fisuras [4], tales como el conocido tratamiento de granallado.

En estudios previos [5] se comprobó que el estado tensional sufría leves variaciones en una serie de perfiles de tensiones residuales sometidos a diferentes cargas sinusoidales a las que se habían variado el número de ciclos y el nivel de sollicitación máximo. A pesar de que esas diferencias eran pequeñas se podía apreciar que la reducción era mayor al aumentar el valor de las tensiones en la superficie del alambre. Para poder corroborar esa tendencia se han considerado en el presente estudio nuevos perfiles con tensiones más altas en la superficie, ± 500 y ± 800 MPa, de tal forma que se pueda observar la evolución de esa reducción con el valor de la tensión en la superficie del alambre.

La importancia de este estudio radica en que la distribución de tensiones hidrostáticas, producida a partir del estado tensional residual, condiciona el flujo de hidrógeno en su interior de tal forma que, según los modelos de difusión asistida por el estado tenso-deformacional [6,7] se difunde no solo hacia los lugares donde la concentración de hidrógeno es menor sino también hacia los lugares donde la tensión hidrostática es mayor causando el fenómeno conocido como fisuración asistida por hidrógeno (FAH).

2. MODELIZACIÓN NUMÉRICA

En este estudio se han considerado seis sollicitaciones de fatiga en las que se han variado el número de ciclos y el nivel de sollicitación máximo para poder determinar la influencia de estos parámetros sobre los diferentes perfiles de tensiones residuales. En todos los casos las cargas son oscilaciones sinusoidales, de 10, 20 y 100 ciclos, que varían entre un estado de carga nulo y un estado de carga máximo de 1000 MPa y 1200 MPa (i.e. aproximadamente un 75 y 90 % del límite elástico de un acero de pretensado utilizado en construcción, $\sigma_Y = 1300$ MPa).

Las seis sollicitaciones de fatiga aplicadas a los alambres estudiados se pueden clasificar atendiendo a los dos parámetros que definen estos perfiles: el nivel de sollicitación máxima, $\sigma_{m\acute{a}x.}$, y el número de ciclos, n. Los valores de estos parámetros se incluyen en la Tabla 1.

Tabla 1. Parámetros de las seis cargas consideradas.

	I	II	III	IV	V	VI
$\sigma_{m\acute{a}x.}$ (MPa)	1000	1000	1000	1200	1200	1200
n	10	20	100	10	20	100

La forma de los perfiles de tensiones residuales se puede idealizar de la forma mostrada en la Fig. 1. Con este modelo se puede caracterizar el perfil de tensiones residuales con tan solo dos parámetros: la tensión en la superficie del alambre (σ_T) y la profundidad a partir de la cual las tensiones permanecen constantes (r_0). De esta forma se definen los ocho perfiles analizados en el presente estudio en los que se consideran cuatro estados de tracción en la superficie y otros cuatro de compresión, tal como se muestra en la Tabla 2.

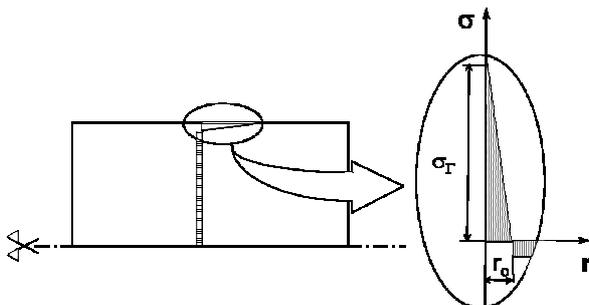


Fig. 1. Esquema del perfil de tensiones residuales idealizado.

Tabla 2. Parámetros de los ocho perfiles de tensiones residuales considerados.

	1	2	3	4
σ_T (MPa)	100	-100	200	-200
r_0 (μ m)	250	250	250	250
	5	6	7	8
σ_T (MPa)	500	-500	800	-800
r_0 (μ m)	500	500	500	500

El análisis del efecto de la sollicitación por fatiga aplicada al alambre de acero de pretensado sobre los diferentes perfiles de tensiones residuales se lleva a cabo mediante la simulación del problema planteado por el *Método de los Elementos Finitos (M.E.F.)*. Debido a la simetría de revolución de la geometría del alambre se puede simplificar el caso tridimensional (3D) a un problema bidimensional (2D) equivalente en el que se definen las condiciones de contorno, en cargas y desplazamientos, apropiadas para el caso analizado, tal como se indica en la Fig. 2.

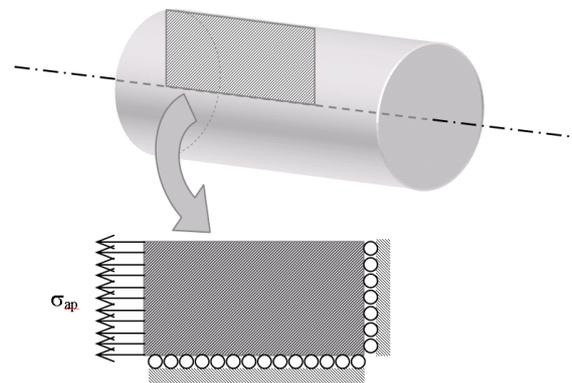


Fig. 2. Probeta y condiciones de contorno: desplazamientos impuestos y carga aplicada, σ_{ap} .

Para concluir el preproceso del análisis del problema planteado por el *M.E.F.*, es necesario realizar el mallado de la probeta. Entre todos los criterios posibles, el más apropiado para este caso particular es tratar de reproducir el perfil de tensiones residuales asignado al alambre con la mayor fidelidad posible. El perfil de tensiones residuales presenta dos zonas claramente diferenciadas: una variable cercana a la superficie del alambre y otra constante que se extiende hasta el eje de simetría (ver Fig. 1). Por este motivo la malla debe ser más densa en la zona variable del perfil y, de esta manera, poder aproximar con mayor precisión la forma del perfil idealizado. De acuerdo a este criterio, cuanto más refinada sea la malla en las proximidades de la superficie más precisa será la aproximación del perfil de tensiones residuales respecto al perfil idealizado, mostrado en la Fig. 1.

Finalmente para incluir el perfil de tensiones residuales en la malla, en la que se han utilizado elementos cuadriláteros de cuatro nodos debido a la simplicidad de la geometría, se asigna a cada elemento en dirección radial la tensión que tiene esa profundidad en el perfil idealizado, tal como queda esquematizado en la Fig. 3.

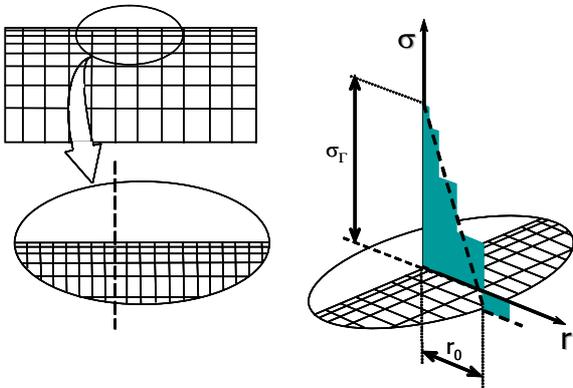


Fig. 3. Mallado de la probeta y detalle de la asignación de las tensiones residuales.

Para obtener los resultados que permiten determinar el efecto de la sollicitación por fatiga sobre los perfiles de tensiones residuales es necesario realizar diferentes simulaciones en las que considera cada una de las cargas aplicada sobre cada uno de los alambres con un perfil de tensiones residuales asignado.

3. INFLUENCIA DE LA SOLICITACIÓN

La distribución de tensiones axiales, σ_z , obtenidas en los instantes finales de las seis sollicitaciones de fatiga consideradas se muestra en las Figs. 4 y 5, donde se analizan los perfiles de tensiones residuales del tipo 5 y 7 respectivamente (ver Tabla 2). Para poder observar esta redistribución se comparan los perfiles de tensiones en los instantes finales de las seis cargas con el estado inicial, el cual es representado mediante una línea sólida.

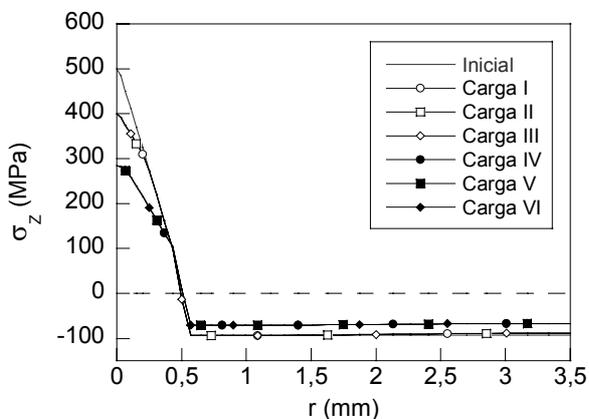


Fig. 4. Distribución de tensiones axiales de un alambre con el perfil de tensiones residuales 5 en el instante de final de carga.

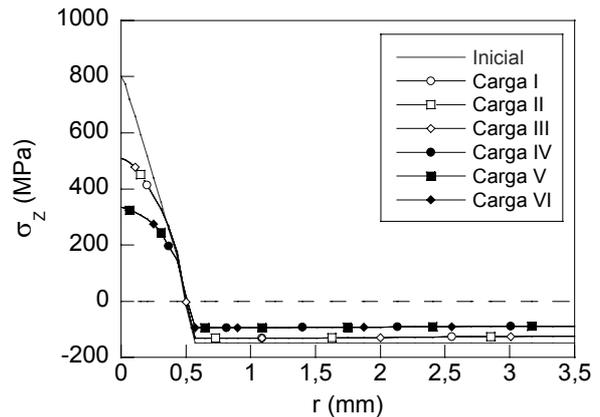


Fig. 5. Distribución de tensiones axiales de un alambre con el perfil de tensiones residuales 7 en el instante de final de carga.

Observando los perfiles de tensiones obtenidos se puede diferenciar claramente la influencia de los dos parámetros considerados en el presente estudio: el nivel de sollicitación máxima y el número de ciclos. Mientras que la influencia del primero resulta altamente significativa la del segundo es despreciable, puesto que los perfiles obtenidos en las simulaciones con el mismo nivel de sollicitación máxima y distintos números de ciclos, cargas I, II y III o IV, V y VI, dan como resultado perfiles de tensiones idénticos.

La influencia del nivel de sollicitación máxima queda reflejada al observar las tensiones en la superficie del alambre (σ_r). Los perfiles de tensiones estudiados con estados de tracción en la superficie sufren una reducción sustancial de este valor en los perfiles 5 y 7, mostrados en las figuras anteriores, mientras que en los perfiles denominados 1 y 3 (ver Tabla 2) estas diferencias existen, aunque la reducción que se produce es notablemente menos significativa.

Asimismo se aprecia, al comparar los valores de esta reducción de los dos perfiles mostrados en las Figs. 4 y 5, que las diferencias son mucho más acusadas cuanto mayor sea el estado tensional residual en la superficie del alambre, σ_r . Por lo tanto resulta lógico centrar el estudio de las causas de este comportamiento en el análisis de la evolución de la reducción, que a partir de este momento se denota por $\Delta\sigma_r$, respecto a la tensión residual en la superficie.

Esta reducción en la zona variable del perfil de tensiones provoca una redistribución del estado tensional en las secciones del material. De este modo la zona del perfil que se sitúa a profundidades mayores del valor r_0 sufre una ligera variación para mantener el equilibrio tensional de la sección. La variación es más acusada en el exterior que la zona interna del perfil debido a que los valores de las tensiones en la zona cercana a la superficie se distribuyen a lo largo de una distancia menor a la longitud sobre la que se distribuyen las tensiones en la zona constante.

Este mismo comportamiento se puede apreciar a través del análisis de la evolución durante los tres últimos ciclos de carga de las tensiones axiales de dos nodos representativos, uno en el exterior, que representa a la zona variable del perfil, y otro interno, que representa a la zona constante del perfil. En la Fig. 6 se muestra el primero de ellos con línea sólida y al segundo con línea discontinua.

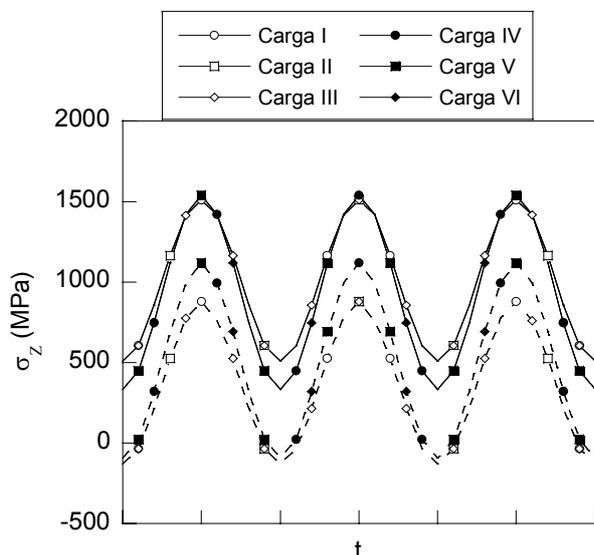


Fig. 6. Evolución de tensiones axiales de un nodo externo (línea sólida) y otro interno (línea discontinua), durante los tres últimos ciclos de carga de un alambre con el perfil de tensiones residuales 7.

En la figura anterior se observa que las tensiones de los nodos siguen de forma precisa la historia sinusoidal de carga alcanzando valores cercanos al límite elástico en los puntos de máxima sollicitación externa. Analizando los valores de las tensiones en los instantes de carga máxima en los dos perfiles mostrados en la Fig. 6 se puede observar que las diferencias entre las tensiones en el nodo interno producidas por las cargas con los niveles de sollicitación 0.75 y 0.90 σ_y se reducen hasta ser prácticamente inexistentes, situándose las tensiones axiales en ambos casos por encima del límite elástico del material (1300 MPa). Por este motivo parece existir una relación entre la reducción de la tensión en la superficie del material y los fenómenos de plasticidad producidos de forma localizada por la sollicitación en las proximidades de la superficie del alambre. El estudio más detallado de este comportamiento será el objeto de análisis en el siguiente apartado.

Finalmente en los resultados de las simulaciones realizadas sobre alambres con perfiles de tensiones residuales de compresión en la superficie denominados 6 y 8 (Fig. 7) se observa que los perfiles de tensiones en el instante final de carga son exactamente iguales para las seis sollicitaciones simuladas. Por tanto en este tipo de perfiles se puede asumir que ni el nivel de sollicitación máximo ni el número de ciclos de la sollicitación por fatiga modifican el perfil inicial de tensiones.

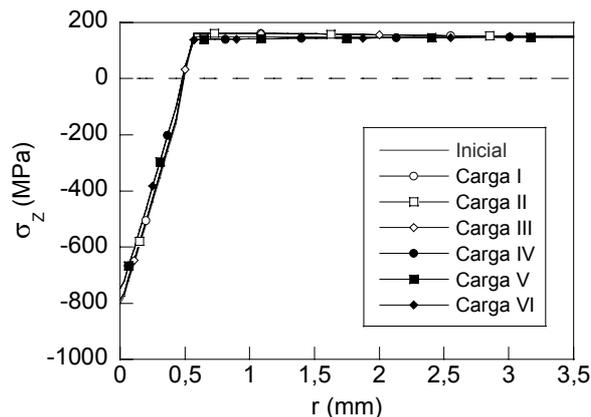


Fig. 7. Distribución de tensiones axiales de un alambre con el perfil de tensiones residuales 8 en el instante de final de carga.

Por tanto una vez comprobado que el efecto del número de ciclos no es significativo sobre el perfil de tensiones residuales independientemente de cual sea el estado tensional en la superficie de la pieza, i.e. tracción o compresión, el estudio se puede reducir al análisis de dos únicas cargas con un mismo número de ciclos y diferente nivel máximo de sollicitación, i.e. cargas I y IV (ver Tabla 1). De esta forma se podrá observar la evolución de los perfiles de tensiones a lo largo de la sollicitación y finalmente aclarar las posibles causas de este comportamiento.

4. REDUCCIÓN DEL ESTADO TENSIONAL

Tal como se ha comentado anteriormente la sollicitación por fatiga provoca una redistribución del estado tensional inicial del alambre manifestada a través de una reducción de la tensión axial en el exterior de la pieza (σ_r). El estudio de la tendencia de la reducción del estado tensional en la superficie (Δσ_r) frente a la tensión en la superficie (σ_r) así como de la evolución de las tensiones axiales en el alambre a lo largo de los diferentes instantes característicos de la sollicitación de fatiga puede aclarar las posibles causas de este comportamiento.

Para poder comparar las distribuciones de los estados tensionales del alambre en los instantes característicos de la sollicitación, i.e., instante inicial, instante de carga máxima, instante de carga mínima y final, es necesario definir una nueva variable denominada tensión efectiva, σ_z^{*}, que permite comparar de forma directa la evolución del perfil de tensiones residuales en todos los instantes de carga.

$$\sigma_z^* = \sigma_z + \sigma_{ap} \quad (1)$$

En todos los casos analizados se ha obtenido la misma tendencia mostrada en la Fig. 8 para el caso del perfil de tensiones residuales 7 durante el proceso de aplicación de la carga IV.

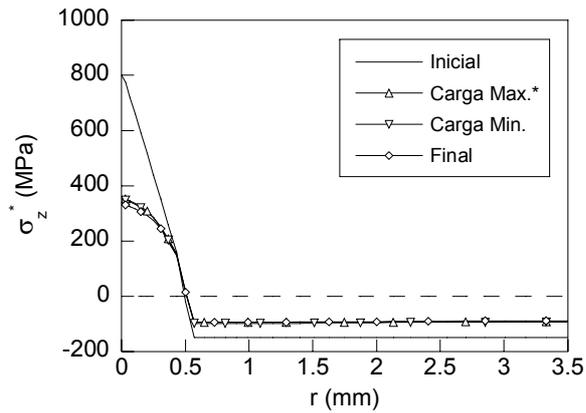


Fig. 8. Perfiles de tensiones axiales efectivas en los instantes característicos de carga del perfil tipo 7 con la carga tipo IV aplicada.

En esta grafica se puede observar como la redistribución del perfil de tensiones residuales aparece en el primer ciclo de carga. Una vez superado el primer ciclo los perfiles se estabilizan y no se ven modificados en los posteriores ciclos de la sollicitación, tal como era de esperar puesto que se ha utilizado en las simulaciones un material con endurecimiento isótropo.

La evolución de la reducción de la tensión efectiva en la superficie ($\Delta\sigma_r$) con la tensión residual en la superficie (σ_r) se puede analizar representando la reducción adimensionalizada ($\Delta\sigma_r/\sigma_r$). En estas gráficas se puede observar de forma más clara la evolución creciente con el valor de la tensión axial superficial (σ_r), en los perfiles con estados de tracción, Fig. 9.

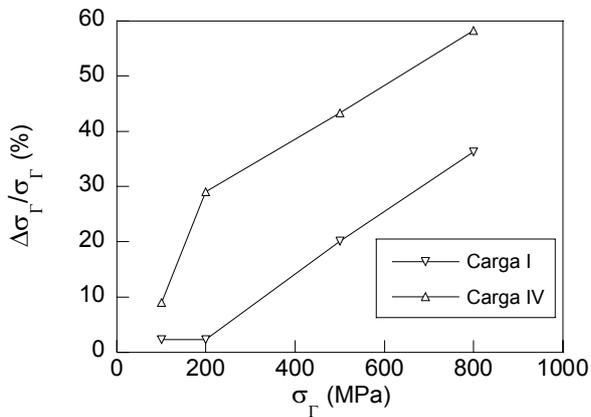


Fig. 9. Reducción de la tensión en la superficie del alambre para los diferentes perfiles de tensiones estudiados con estados de tracción en la superficie

En la Fig. 9 se puede observar la tendencia creciente del parámetro $\Delta\sigma_r$ con el estado tensional en la superficie del alambre (σ_r) para los perfiles con estados de tracción en la superficie. La evolución de esta reducción es monótona creciente para los dos tipos de carga considerados, I y IV, con la excepción del perfil 1.

Asimismo se puede comprobar que la reducción del estado tensional en la superficie mantiene la misma proporcionalidad respecto a σ_r independientemente de cual sea la carga aplicada. También es destacable, como muestra cuantitativa de la importancia de este fenómeno de reducción, los valores de reducción que se alcanzan en los perfiles con tensiones residuales en la superficie más altas, i.e. 500 y 800 MPa, rondando el 45-60% en el caso de la carga mayor (IV) y 20-30% en la menor (I). En el caso de los perfiles con estados de compresión en la superficie se han obtenido valores de reducción lo suficientemente pequeños, en torno al 5%, como para asumir que son errores producidos en el cálculo.

Para analizar con más detalle este efecto se representan en la Fig. 10 las tensiones máximas de un nodo externo alcanzadas durante la sollicitación por fatiga frente a la tensión residual en la superficie del alambre para los cuatro perfiles de tensiones residuales con estados de tracción en la superficie.

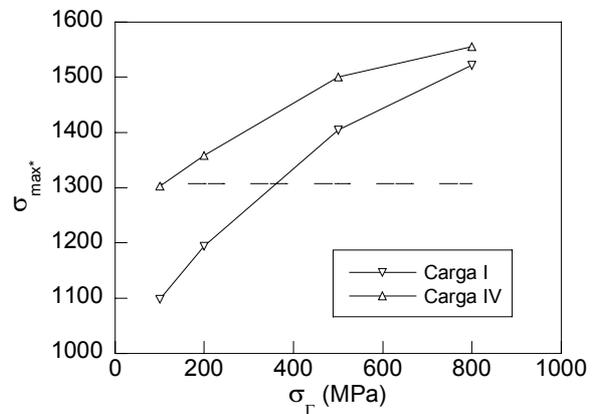


Fig. 10. Evolución de las tensiones máximas para los perfiles con estados de tracción en la superficie

Tal como se puede apreciar, las tensiones máximas alcanzadas durante la sollicitación de fatiga mayor, tipo IV, superan el límite elástico en los cuatro perfiles considerados, y por tanto en el alambre existen puntos, precisamente los más próximos a la superficie, que entran en el régimen plástico. La carga menor aplicada al alambre, tipo I, presenta la misma evolución que la carga IV pero en este caso sólo las tensiones máximas de dos de los cuatro perfiles simulados superan el límite elástico del material.

De acuerdo con los resultados de los cuatro perfiles de tensiones residuales de tracción con la carga IV aplicada sobre el alambre que se muestran en la grafica anterior, la zona más externa del alambre plastifica mientras que el resto de la sección permanece en régimen elástico. De esta forma, al cesar la carga, las deformaciones elásticas desaparecen en la probeta y este hecho provoca la aparición de un constreñimiento de la zona plástica que impide a la pieza recuperar su geometría inicial.

Este comportamiento microestructural puede ser la causa del efecto observado a nivel macroestructural en las simulaciones realizadas: la reducción del estado tensional en la superficie del alambre y la consecuente redistribución del estado tensional en las secciones del alambre respecto al perfil residual que presenta inicialmente el material.

Este mismo comportamiento cabría esperarlo en todos los casos en los que las tensiones máximas alcanzadas en el material abandonen el campo elástico, i.e., en el caso de los perfiles 5 y 7, con tensiones de 500 y 800 MPa en la superficie respectivamente, cuando se les aplica la carga tipo I, y de la misma forma no debería aparecer en los casos en los que todos los puntos del material permanecen en el régimen elástico, i.e., perfiles 1 y 3, con estados en la superficie de 100 y 200 MPa respectivamente.

Esto es exactamente lo que se puede ver en la Fig. 9 al observar la evolución de la reducción adimensionalizada de la tensión en la superficie. Las variaciones en los perfiles 1 y 3 son prácticamente iguales y despreciables frente a los valores obtenidos en los perfiles 5 y 7, en los que los puntos de la superficie superan el límite elástico del acero.

Por tanto estos resultados confirman el papel fundamental que juega la plasticidad en la reducción del estado tensional en la superficie de los alambres de pretensado simulados en el presente estudio. Este comportamiento se podría asemejar al denominado retardo por sobrecarga que aparece en la propagación de fisuras debido al efecto localizado de la constricción que produce la zona plástica en las proximidades de la punta de la fisura.

En el caso de los perfiles de tensiones residuales de compresión las tensiones máximas se alcanzan en los puntos internos del material, pero en ningún caso se sobrepasa ampliamente el límite elástico, y por tanto de acuerdo a lo expuesto anteriormente se justifica el hecho de que en ninguno de los perfiles de compresión aparezcan reducciones significativas en el estado tensional en la superficie del alambre.

5. CONCLUSIONES

A la vista de los resultados obtenidos en el análisis de la influencia de los parámetros que caracterizan la sollicitación por fatiga sobre los perfiles de tensiones residuales presentes en los aceros de pretensado se ha observado que el nivel de sollicitación máximo afecta de forma significativa a determinados perfiles, aquellos que presentan altos estados de tensiones de tracción en la superficie. Esta influencia queda reflejada en la reducción del estado tensional en la superficie del alambre y la consecuente redistribución del estado tensional en las secciones de la pieza para mantener el equilibrio.

La reducción del estado tensional en la superficie del alambre se debe a que durante el proceso de carga una serie de puntos del material, situados en la zona externa del alambre, superan el límite elástico, generando una zona plástica que impide al material recuperar su estado inicial al cesar la carga debido a la constricción que generan los fenómenos de plasticidad en dicha zona. Por este motivo esta reducción es sólo apreciable en aquellos perfiles en los que las tensiones a las que está sometido el material permiten que aparezca esa plasticidad localizada.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean hacer constar su agradecimiento a las siguientes instituciones: MCYT-FEDER (Proyecto MAT2002-01831), MEC (Proyecto BIA2005-08965), *Junta de Castilla y León* (Proyectos SA078/04 y SA067A05) y Fundación "Memoria de D. Samuel Solórzano Barruso".

REFERENCIAS

- [1] Atienza, J. M., Martínez-Pérez, M. L., Ruiz-Hervias, J., Mompean, F., García-Hernández, M., and Elices M., (2005). Residual stresses in cold drawn ferritic rods. *Scripta Materialia*, 2005, **52**, 305–309.
- [2] Campos, J. M., Elices, M., Influencia de las tensiones residuales en la fragilización por hidrógeno de alambres trefilados. *Anales de Mecánica de Fractura*, 1986, **3**, 251-256.
- [3] Kandil, F. A., Lord, J.D., Fry, A.T., Grant, P.V., (2001). A review of residual stress measurement methods- a guide to technique selection. *National Physical Laboratory*.
- [4] Everett Jr., R. A., Matthews, W. T., Prabhakaran, R., Newman Jr., J.C., Dubberly, M. J., The Effects of Shot and Laser Peening on Fatigue Life and Crack Growth in 2024 Aluminum Alloy and 4340 Steel. *NASA Center for AeroSpace Information 7121 Standard Drive Hanover, MD 21076-1320*.
- [5] Lorenzo, M., Vergara, D., Toribio, J., Influence of fatigue loading on the residual stress profile in high strength steels wires. *Anales de Mecánica de Fractura*. 2004, **21**, 120-125.
- [6] Toribio, J., Elices, M., Influence of residual stresses on hydrogen embrittlement susceptibility of prestressing steels. *International Journal of Solids & Structures*. 1991, **28**, 791-803.
- [7] Toribio, J., Kharin, V., A hydrogen diffusion model for applications in fusion nuclear technology. *Fusion Engineering and Design*. 2000, **51-52**, 213-218.

INFLUENCIA DE LA FRACTURA DEL HORMIGÓN EN LA TENSIÓN TANGENCIAL DESARROLLADA EN LA INTERCARA DE PROBETAS DE HORMIGÓN CON ALAMBRE PRETESO.

J. M. Benítez¹, J. C. Gálvez², B. S. Tork³

¹ Departamento de Mecánica Aplicada e Ingeniería de Proyectos, E.T.S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, Universidad de Castilla La Mancha, Avda. Camilo José Cela s/n 13071 Ciudad Real, España.

E-mail: josemaria.benitez@uclm.es

Tfno: 926 29 53 00 Ext. 3296. Fax: 926 29 53 91

² Departamento de Ingeniería Civil: Construcción. Materiales de Construcción, E.T.S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, Universidad Politécnica de Madrid, C/ Profesor Aranguren s/n,

28040 Madrid, España.

jcgálvez@caminos.upm.es

³ Structural Department. Faculty of Engineering. Ain Shams University.

El Cairo. Egipto

RESUMEN

La eficacia de la transmisión de la fuerza de pretensado, en elementos de hormigón, se puede ver mermada por la posible fisuración longitudinal del recubrimiento. En la actualidad no se disponen de datos experimentales que evidencien la influencia de la fractura del hormigón en la tensión de adherencia desarrollada en la intercara acero-hormigón durante el destesado. En este trabajo se propone un ensayo que permite evaluar dicha tensión de adherencia durante el proceso de destesado, poniéndose de manifiesto que ésta mejora ostensiblemente cuando el recubrimiento del hormigón permanece sin fisurar.

ABSTRACT

The efficacy of prestressing force transmission, in precast prestressed concrete elements, is directly related with the cover split cracking. Nowadays, there are not experimental results available which show the concrete cracking influence in the bond stress developed at the concrete and steel interface during the release of the prestressing force. This paper proposes a new test for the bond stress evaluation during the prestressing force release. It shows that the bond improves when the concrete cover remains intact.

ÁREAS TEMÁTICAS PROPUESTAS: Aplicaciones Prácticas en Ingeniería.

PALABRAS CLAVE: Hormigón, Fractura, Adherencia

1. INTRODUCCIÓN

La relevancia de la prefabricación de elementos estructurales es cada vez mayor en el mundo de la construcción. El carácter industrial de la actividad de los prefabricados es capaz de hacer frente, por una parte, al creciente encarecimiento de la mano de obra, y por otra, a la necesidad de disminuir los plazos de ejecución de las obras. Valga como ejemplo el ámbito de la edificación, donde la mayoría de los forjados están contruidos con viguetas, semiviguetas y losas alveorales, todas ellas prefabricadas y pretensadas.

Estos elementos suelen ser rectos y fabricados en mesas de prefabricación, donde se disponen las armaduras, alambres o cordones, para que una vez tesadas sean hormigonadas, sometiendo posteriormente todo el conjunto a un proceso de curado acelerado de calor y

temperatura. Una vez realizadas las anteriores operaciones se procede al corte de las armaduras pretesas, para que transmitan al hormigón la fuerza de pretensado [1]. La adherencia hormigón-acero es la responsable de la transmisión de esas tensiones.

Durante la transferencia del pretensado, la adherencia se ve favorecida por un doble efecto: 1) al producirse el destesado se incrementa el diámetro de la armadura por efecto Poisson y 2) al intentar deslizar el alambre, las grafilas provocan una compresión en el hormigón, tal y como se observa en la Figura 1, la cual puede ser descompuesta según los ejes perpendicular y paralelo a la directriz de la armadura. De esa manera, la componente perpendicular al acero estará en equilibrio con el anillo de tracciones mostrado en la Figura 1, mientras que la componente paralela a la directriz, denominada *tensión tangencial o de adherencia*, se

opondrá al deslizamiento relativo entre el hormigón y el acero. Aunque este efecto de cuña provocado por las grafilas parece favorable, no lo es si el anillo de tracciones alcanza la resistencia a tracción del hormigón, ya que provocaría la fisuración longitudinal del mismo, como se muestra en la Figura 2, disminuyendo así la adherencia entre los dos materiales [4-6].

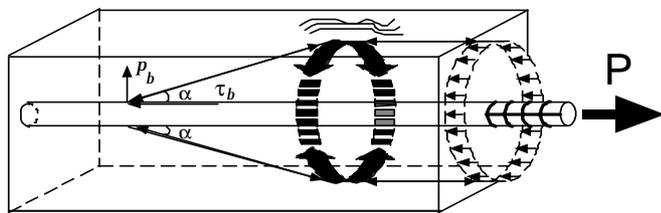


Figura 1. Esquema de compresiones en el hormigón propuesto por Teffers [7].

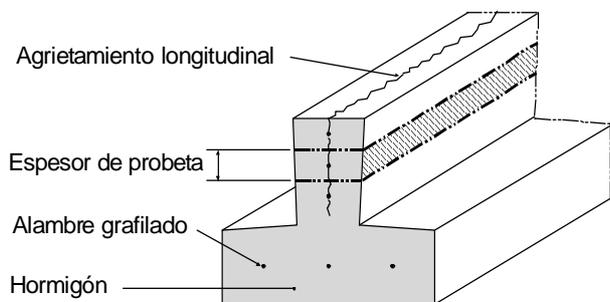


Figura 2. Esquema del agrietamiento longitudinal de una vigueta, en donde se muestra el espesor de la probeta adoptado.

Para poder evaluar esa capacidad adherente, combinadamente o no con la fisuración longitudinal del hormigón, es necesario disponer de datos experimentales que permitan determinar la tensión tangencial y estudiar su evolución durante el proceso de destesado.

En este trabajo se presenta un ensayo que permite evaluar la evolución de la adherencia, entre el hormigón y el alambre de pretensado, durante el destesado en función de la profundidad de la grafila, del recubrimiento del hormigón y de la posible fisuración por hendimiento del hormigón, proporcionando unos resultados novedosos al no existir en la actualidad ni experimentación ni expresiones precisas para evaluar la tensión de adherencia en función de las variables mencionadas.

2. MATERIALES EMPLEADOS Y FABRICACIÓN DE LAS PROBETAS

En total se fabricaron 36 probetas con las dimensiones especificadas en la Figura 3. La longitud adherente elegida en todas las probetas fue aquella que

garantizara que la tensión tangencial desarrollada en la intercara acero-hormigón fuera constante, eligiéndose para ello una longitud adherente de 6ϕ , siendo ϕ el diámetro de la armadura.

A pesar de que las caras de la probeta y de la superficie sobre la que se apoyaba durante el ensayo estaban rectificadas, se dispusieron entre ambas unas bandas de teflón cuyo fin era disminuir el rozamiento entre las caras en contacto. Un leve defecto en la disposición del teflón podría provocar una flexión que fracturase el hormigón, por lo que se decidió fabricar 18 probetas con una altura de 6ϕ , y las otras 18 con una altura de $20\text{mm} + 6\phi + 20\text{mm}$, de tal manera que en ambos casos la longitud adherente fuera siempre 6ϕ . Mediante el incremento de la altura, a través de los dos tramos no adherentes de 20 mm, se pretendía reducir la capacidad de flexión del prisma de hormigón resultante.

El alambre que se utilizó fue Y1770 C con un diámetro de 4 mm y con tres profundidades de grafila, tal y como se muestra en la Tabla 1. Se fabricaron las probetas con una anchura constante de 60 mm, pero con dos tipos de recubrimiento, uno de 3.25ϕ y 2.25ϕ .

El procedimiento de fabricación consistió en la introducción, en un bastidor, de un alambre que posteriormente se traccionó, mediante una máquina servocontrolada, hasta alcanzar una carga de 17 kN. Una vez alcanzada la carga, el alambre quedó unido al bastidor por su parte inferior a través de un sistema de cuña y barrilete, materializándose el anclaje superior mediante una pieza roscada desplazable según la dirección de la armadura, tal y como aparece en la Figura 4. Seguidamente se transfirió toda la carga al bastidor a través de los anclajes descritos, controlándose en todo momento la tensión de la armadura a través de un extensómetro resistivo adosado a la zona central del alambre.

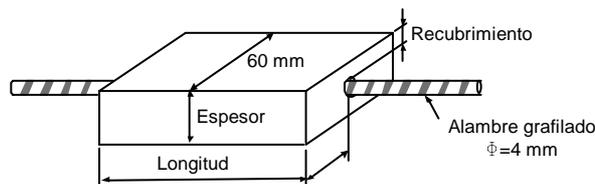


Figura 3. Dimensiones de las probetas.

Finalmente se acoplaron al bastidor los moldes de caras rectificadas mediante un sistema de tornillos niveladores, los cuales garantizaban el paralelismo y perpendicularidad entre las caras del molde y la armadura. Para materializar las zonas no adherentes, en las probetas de mayor longitud, se dispusieron, antes del hormigonado, en los extremos de las probetas y alrededor del alambre, dos tubos, de 20 mm de longitud cada uno, de material elastómero con coeficiente de

dilatación lineal negativo, de tal forma que al calentarlos la armadura quedaba totalmente protegida por ellos, retirándolos posteriormente una vez hormigonada la pieza.

En la Tabla 2 se recogen las características mecánicas de los materiales empleados.

Denominación	Profundidad de la grafila (mm)
Grafila ligera	0.024-0.031
Grafila mediana	0.074-0.077
Grafila profunda	0.117-0.130

Tabla 1. Características geométricas de las grafilas.

Hormigón	Acero de pretensar
$E = 22 \text{ GPa}$	$E = 193 \text{ GPa}$
$f_{ck} = 32 \text{ MPa}$	$\sigma_{0.2} = 1755 \text{ MPa}$
$f_{ct} = 3.4 \text{ MPa}$	$\sigma_u = 1935 \text{ MPa}$
$G_F = 113 \text{ N/m}$	$\epsilon_u = 5.25 \%$

Tabla 2. Propiedades mecánicas de los materiales.

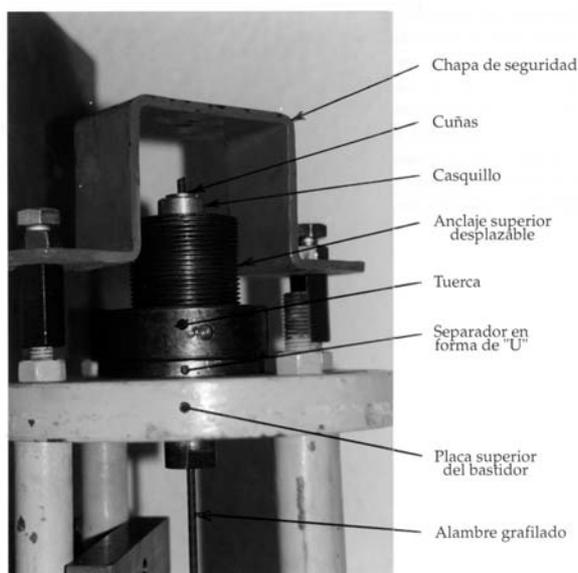


Figura. 4. Dispositivo de anclaje a la parte superior del bastidor.

3. PROCEDIMIENTO DE ENSAYO

El ensayo se realizó en dos etapas sucesivas: en una primera se transmitió toda la fuerza de pretensado del bastidor a la máquina servocontrolada, mientras que en la segunda fase se transfirió la fuerza de pretensado de la máquina a la probeta de hormigón.

En la primera parte del ensayo, el bastidor se unió a la parte inferior de la máquina, mientras que la unión con la parte superior se realizó a través del atornillamiento de la rosca del anclaje superior del bastidor al pistón de la máquina. A continuación se desplazó hacia arriba el pistón a una velocidad de 0.1 mm/min hasta que se alcanzó una carga de 17 kN, momento en el que tanto el bastidor como la probeta quedaban libres de carga, quedando transferida en su totalidad a la máquina de ensayos. En ese momento se retiró el pasador en forma de "U" del anclaje superior del alambre.

En la segunda fase se desplazó hacia abajo el pistón, a una velocidad de 0.3 mm/min, para que se transmitiera la carga de pretensado de la máquina al hormigón a través del acero. A medida que descendía el pistón se iban liberando los extremos del acero, concluyéndose el ensayo al quedar descargados totalmente.

Durante el ensayo se midieron las siguientes variables:

- Carga P aplicada por la máquina de ensayos.
- Desplazamiento del pistón.
- Acortamiento longitudinal del hormigón. Se midió en dos puntos equidistantes de uno de los planos de simetría vertical de la probeta, obteniéndose el promedio.
- Deslizamiento relativo del alambre con respecto al hormigón.
- Acortamiento del alambre en dos secciones, una por encima de la probeta y otra por debajo. Mediante estos registros se pudieron obtener las fuerzas por encima y por debajo del hormigón, resultando de la diferencia de ambas la fuerza de rozamiento entre alambre y hormigón.
- Apertura de la fisura longitudinal que pudiera aparecer (COD).

En la Figura 5 se puede apreciar la instrumentación de la probeta con todos los extensómetros que recogen las medidas de las variables antes mencionadas.

4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Debido a la gran cantidad de resultados, se han representado sólo aquellos correspondientes a las grafilas más y menos profundas, distinguiendo en trazo grueso aquellas probetas cuyos registros del COD han sido nulos y por consiguiente no han experimentado fisuración longitudinal.

En las Figuras 6 y 7 se muestran los resultados de los ensayos correspondientes a probetas de recubrimiento 2.25ϕ y 24 mm de longitud. En ellas se aprecia que el fallo de la adherencia se produce para valores de la tensión tangencial mayores en el caso de utilizar la

grafila profunda, lo que se traduce en un mayor acortamiento de la probeta. Si se compara la evolución de la adherencia después de su deterioro, se observa la tendencia creciente de la misma en el caso de que no se produzca fisuración longitudinal, mientras que al existir este tipo de fallo, el descenso de la tensión de adherencia es evidente. La explicación se basa en el hecho de que el hormigón, al no fisurarse mantiene su capacidad de confinamiento, con lo que unido al aumento de diámetro por efecto Poisson, se desarrolla en la intercara un rozamiento que favorece el crecimiento de la tensión tangencial.



Figura 5. Dispositivo de ensayo.

En las Figuras 8 y 9, se muestran los registros correspondientes a probetas de recubrimiento 2.25ϕ y altura 64 mm. Cabe ser destacado que aunque en el caso de las grafilas profundas se produzca un fallo por hendimiento, previamente se ha producido un agotamiento de la adherencia. Los resultados una vez más ponen de manifiesto la tendencia al crecimiento de la tensión tangencial, incluso en el caso de las probetas fabricadas con grafilas profundas. En estos casos, la fisuración longitudinal se produjo en la etapa final del destesado, por lo que al ser sensiblemente menor el tamaño de la fisura, la capacidad de confinamiento se habrá visto muy poco mermada. Si a esto le unimos el hecho de la profundidad de la grafila, parece lógico que el rozamiento entre el acero y el hormigón sea aún más efectivo y por consiguiente aumente la tensión de adherencia.

En las Figuras 10 y 11 se representan los resultados de las probetas con recubrimiento 3.25ϕ y longitud de 24 mm. En este caso parece un hecho anómalo que una de las probetas correspondientes a la grafila ligera alcance un valor de la tensión de adherencia similar a la correspondiente a grafila profunda, y además en ambos casos se produzca un fallo por hendimiento. Sin embargo, al observar la parte lineal de la figura 10, se ve que en el caso de grafila ligera la pendiente va disminuyendo más rápidamente hasta alcanzar el máximo, lo que nos lleva a deducir que al producirse la

flexión se está induciendo un confinamiento local en la zona de compresiones, lo que conlleva la transmisión del destesado al hormigón. En cuanto a la evolución de la adherencia después del fallo, en el caso de producirse fisuración longitudinal se aprecia claramente como disminuye los valores de la tensión tangencial, mientras que si no se produce, el valor de ésta aumenta considerablemente.

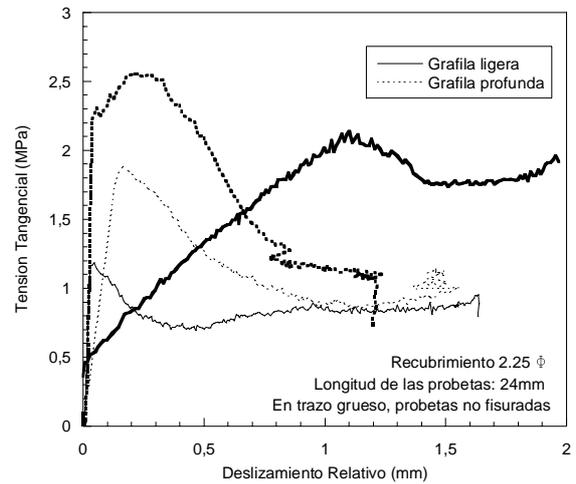


Figura 6. Resultados experimentales de la tensión tangencial frente al deslizamiento relativo acero-hormigón, de las probetas con recubrimiento 2.25ϕ y longitud de probeta 24 mm.

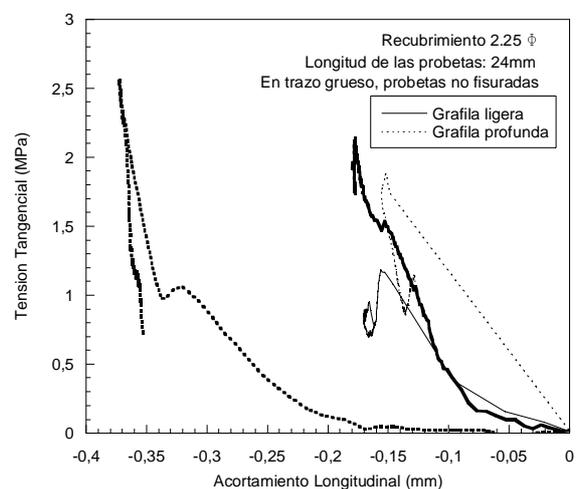


Figura 7. Resultados experimentales de la tensión tangencial frente al acortamiento longitudinal del hormigón, de las probetas con recubrimiento 2.25ϕ y longitud de probeta 24 mm.

Por último en las Figuras 12 y 13 se recogen los resultados de las probetas con recubrimiento 3.25ϕ y longitud 64 mm. En este caso ninguna probeta experimentó fisuración por hendimiento según el eje de la probeta. Una vez más se pone de manifiesto la

capacidad de la intercara para seguir transmitiendo la carga de desestado una vez comenzado el deterioro de la misma. Las tensiones tangenciales de fallo son mayores en el caso de las grafilas profundas, aumentando en este caso más a medida que se produce el deterioro de la intercara. En cuanto a los valores del acortamiento, éstos arrojan valores similares con ambas profundidades de grafila.

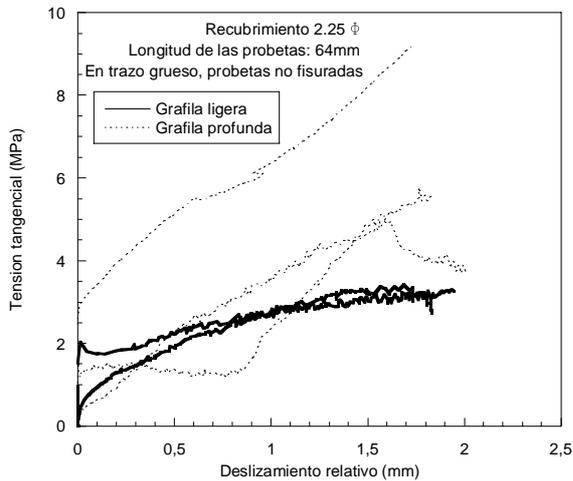


Figura. 8. Resultados experimentales de la tensión tangencial frente al deslizamiento relativo acero-hormigón, de las probetas con recubrimiento 2.25 φ y longitud de probeta 64 mm.

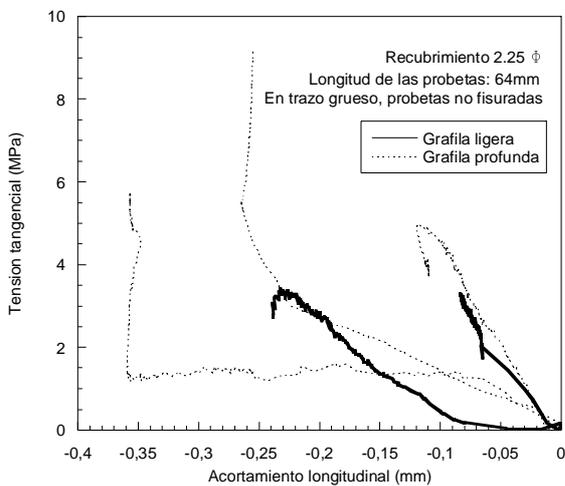


Figura. 9. Resultados experimentales de la tensión tangencial frente al acortamiento longitudinal del hormigón, de las probetas con recubrimiento 2.25 φ y longitud de probeta 64 mm.

5. CONCLUSIONES

Se ha presentado un ensayo que permite medir la tensión de adherencia entre el hormigón y el acero durante el proceso de desestado.

De los ensayos realizados se puede concluir que la tensión de adherencia en elementos de hormigón pretensados con alambre grafilado se ve favorecida por el efecto Poisson, que aumenta el rozamiento entre el acero y el hormigón, y por la capacidad de confinamiento del hormigón sin fisurar. Además, se produce una mejora de la adherencia a medida que se aumenta la profundidad de la grafila, aunque tiene el inconveniente de elevar el riesgo de fisuración del hormigón a medida que el recubrimiento disminuye.

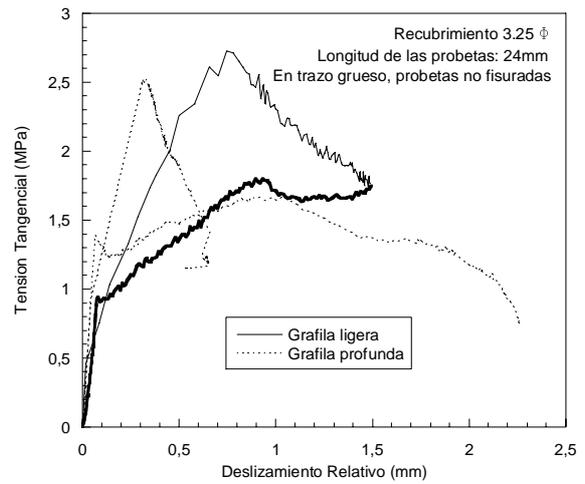


Figura. 10. Resultados experimentales de la tensión tangencial frente al deslizamiento relativo acero-hormigón, de las probetas con recubrimiento 3.25 φ y longitud de probeta 24 mm.

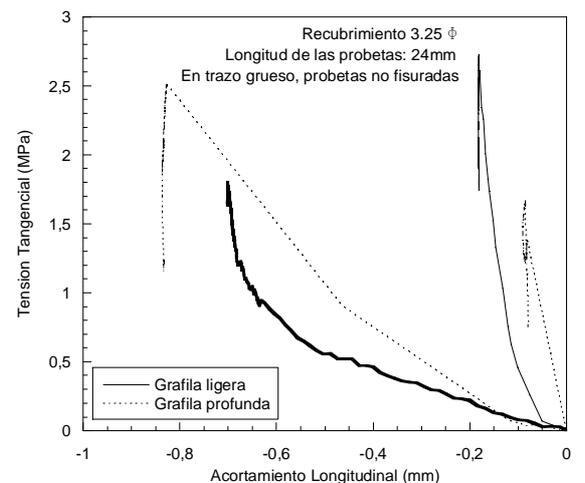


Figura. 11. Resultados experimentales de la tensión tangencial frente al acortamiento longitudinal del hormigón, de las probetas con recubrimiento 3.25 φ y longitud de probeta 24 mm.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen a la empresa EMESA-TREFILERÍA S.A. el suministro de los alambres de pretensado, y en especial a su Director de Calidad, D. Luis del Pozo, las acertadas indicaciones y comentarios realizadas durante el desarrollo de este trabajo. También agradecen a la empresa HORSISA el suministro del cemento y los áridos. Además agradecen al Ministerio de Ciencia y Tecnología la ayuda BIA2005-9250-C03-02. Agradecen al Prof. Jaime Planas, de la Universidad Politécnica de Madrid, su asesoramiento durante el desarrollo del trabajo.

REFERENCIAS

- [1] Calavera J. *Cálculo, construcción, patología y rehabilitación de forjados de edificación*, 5ª Ed., INTEMAC, 2002.
- [2] Páez A. *El hormigón pretensado*, Ed. Bellisco (1989).
- [3] A.C.I. Committee 318 *Building code requirements for reinforced concrete* (ACI 318/89) and *Commentary* (ACI 318R-89), American Concrete Institute, Detroit, 1989.
- [4] Gálvez, J.C., Tork, B. y Planas, J., *Concrete splitting during the release of prestressing force in indented wires*, Bond in Concrete: from Research to Standards, pp. 95-102, Hungary, 2002.
- [5] Tork B., Gálvez J.C., Planas J. y Elices M. *Fisuración longitudinal de elementos pretensados durante la transferencia de la fuerza de pretensado: I. Parte experimental*, Hormigón y Acero, 212, pp. 61-71, 1999.
- [6] Tork B., Cendón, D.A., Gálvez J.C. y Planas J., *Fisuración longitudinal de elementos pretensados durante la transferencia de la fuerza de pretensado: I Modelización numérica*, Hormigón y Acero, 216, pp. 87-101, 2000.
- [7] Tepfers R. *A theory of bond applied to overlapped tensile reinforcement splices for deformed bars*, Chalmers University of Technology, Division of Concrete Structures 73:2, Goteborg, Sweden, 1973.
- [8] UNE 36094 *Alambres y cordones para armaduras de hormigón pretensado*, AENOR, 1997.
- [9] Tork, B.S, *Estudio de los mecanismos combinados de fisuración y adherencia en elementos de hormigón armado y pretensado*, Tesis Doctoral dirigida por J.C. Gálvez, Universidad Politécnica de Madrid, 1999.

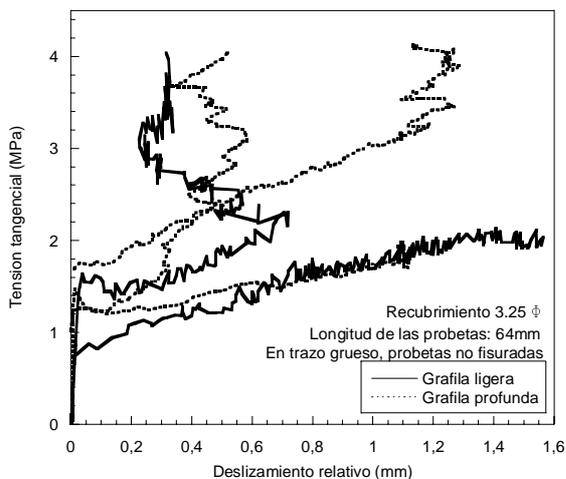


Figura. 12. Resultados experimentales de la tensión tangencial frente al deslizamiento relativo acero-hormigón, de las probetas con recubrimiento 3.25φ y longitud de probeta 64 mm.

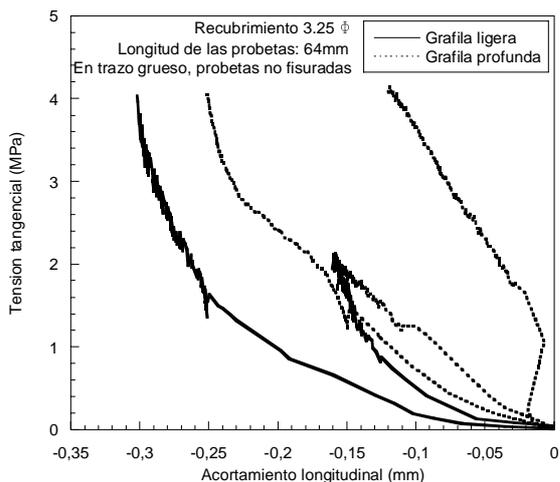


Figura. 13. Resultados experimentales de la tensión tangencial frente al acortamiento longitudinal del hormigón, de las probetas con recubrimiento 3.25φ y longitud de probeta 64 mm.