

APLICAÇÃO DE TÉCNICAS DE SUB-MODELAÇÃO NO CONTEXTO DA ANÁLISE DE PROPAGAÇÃO DE FENDAS DE FADIGA EM ESTRUTURAS DE GRANDES DIMENSÕES

C.M.C. Albuquerque ¹, P.M.S.T. de Castro ², R.A.B. Calçada ³

^{1,3} Departamento de Engenharia Civil, ² Departamento de Engenharia Mecânica,
Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Rua Dr. Roberto Frias, 4200-465 Porto, Portugal
E-mail¹: cmca@fe.up.pt ; E-mail²: ptcastro@fe.up.pt ; E-mail³: ruiabc@fe.up.pt

ABSTRACT

Fracture Mechanics based fatigue analyses of structures requires the knowledge of the time dependence of the stress intensity factor K as a function of the several static and dynamic loadings. The huge scale differences between a Civil Engineering structure and its structural details may complicate those analyses, implying large computational costs. Seeking computational efficiency, a strategy was developed and tested on a simple cracked beam, consisting of the use of the concept of modal stress intensity factor and a numerical technique - shell-to-solid sub-modelling - to deal with substructures. These procedures were evaluated, and it is concluded that both contribute effectively to the reduction of the computational cost of fatigue analyses of large Civil Engineering structures.

RESUMO

A análise da resistência de estruturas à fadiga, com base na mecânica da fractura, implica a obtenção da evolução temporal do factor de intensidade de tensão, K , face aos diversos cenários de carregamento estáticos e dinâmicos a que a estrutura se encontra sujeita. Em estruturas de Engenharia Civil, esta abordagem é geralmente dificultada pela diferença de escala das dimensões da estrutura e dos detalhes, o que acarreta elevados custos computacionais. No sentido de tornar todo o processo mais eficiente computacionalmente, duas medidas foram adoptadas na análise de uma fenda numa viga simplesmente apoiada: foi introduzido o conceito do factor de intensidade de tensão modal e foi aplicada uma técnica de sub-modelação, designada *shell-to-solid submodelling*. A adequabilidade destas medidas foi analisada concluindo-se que ambas contribuem de forma efectiva para a redução do custo computacional e para tornar exequível a análise da propagação de fendas em grandes estruturas de Engenharia Civil.

KEY WORDS: fatigue, stress intensity factor, modal superposition, sub-modelling.

PALAVRAS-CHAVE: fadiga, factor de intensidade de tensão, sobreposição modal, sub-modelação.

1. INTRODUÇÃO

O fenómeno da fadiga é um dos principais responsáveis pela degradação e o eventual colapso de estruturas de Engenharia Civil. Em termos regulamentares, este problema é em geral abordado com recurso às conhecidas curvas S-N ou de Whöler. No entanto estas apresentam um elevado número de limitações.

Uma abordagem alternativa para a análise do comportamento à fadiga assenta nos conceitos da mecânica da fractura, nomeadamente no conceito de factor de intensidade de tensão, K , e na Lei de Paris e suas sucedâneas. O rigor e precisão dos resultados assim obtidos tem vindo a ser comprovado há várias décadas em áreas como a Engenharia Mecânica e Aeroespacial encontrando, contudo, menor receptividade no âmbito da Engenharia Civil. Isto deve-se, entre outros motivos, à diferença de escala de dimensões entre o detalhe da estrutura de Engenharia Civil susceptível de apresentar uma fenda e a estrutura na sua globalidade, o que leva geralmente a elevados custos computacionais [1].

Neste artigo apresentam-se os primeiros resultados de um estudo desenvolvido no sentido de tornar

computacionalmente eficiente o estudo da fadiga de estruturas de Engenharia Civil, com base na mecânica da fractura.

2. SOBREPOSIÇÃO MODAL DE FACTORES DE INTENSIDADE DE TENSÃO

Um grande número de resultados experimentais suporta a teoria de que a taxa de crescimento de uma fenda se correlaciona com a variação cíclica do factor de intensidade de tensão, K . Mais concretamente, os 3 modos de ruptura e/ou propagação de fendas conhecidos (modos I, II e III) relacionam-se com K_I , K_{II} e K_{III} , respectivamente. No presente trabalho, a designação K referir-se-á sempre a K_I .

Assim, para a determinação da lei de propagação de uma dada fenda face a um histórico de carregamento, é necessário conhecer a evolução de K ao longo do tempo (devido ao referido carregamento), bem como alguns parâmetros característicos dos materiais.

No entanto, a determinação do valor de K por via analítica é possível apenas para um número limitado de

casos simples, de interesse sobretudo académico. Assim, em estruturas de geometria complexa, sujeitas a carregamentos também eles complexos, é necessário o recurso a métodos numéricos aplicados a modelos de elementos finitos tridimensionais. Estes modelos numéricos são geralmente pesados computacionalmente, dificultando ou mesmo inviabilizando a sua utilização em análises dinâmicas.

Genericamente, K pode ser representado da seguinte forma:

$$K = \underbrace{C\sqrt{\pi a}}_{\text{Características geométricas}} \cdot \underbrace{\sigma}_{\text{Característica do carregamento}} \quad (1)$$

em que C é uma função da geometria da estrutura e das dimensões da fenda, σ é a tensão nominal a que o elemento se encontra sujeito e a é a semi-dimensão da fenda. Numa estrutura sujeita a uma carga permanente (peso próprio, tensões residuais, etc...) o estado de tensão daí decorrente dará origem a um factor de intensidade de tensão dado por:

$$K_{\text{estático}} = C\sqrt{\pi a} \cdot \sigma_{\text{estático}} \quad (2)$$

Se a mesma estrutura estiver sujeita a um carregamento dinâmico, tem-se:

$$K_{\text{dinâmico}}(t) = C\sqrt{\pi a} \cdot \sigma_{\text{dinâmico}}(t) \quad (3)$$

O factor de intensidade de tensão total será, então:

$$K_{\text{total}}(t) = K_{\text{estático}} + K_{\text{dinâmico}}(t) \quad (4)$$

Durante o processo de abertura e fecho de uma fenda ocorrem fenómenos de contacto entre as faces da mesma e como tal está-se perante um processo não linear. No entanto, se o referido fenómeno não linear local não afectar significativamente o comportamento linear global da estrutura, então, o factor de intensidade de tensão K , pode ser obtido através do método da sobreposição modal. De acordo com o método da sobreposição modal:

$$\sigma_{\text{dinâmico}}(t) = \sum_j \sigma_j \cdot Y_j(t) \quad (5)$$

referindo-se o índice j a cada um dos modos de vibração da estrutura e sendo $Y_j(t)$ a coordenada modal do j -ésimo modo de vibração. Tem-se então:

$$\begin{aligned} K_{\text{din}}(t) &= C\sqrt{\pi a} \cdot \sum_j \sigma_j \cdot Y_j(t) = \\ &= \sum_j C\sqrt{\pi a} \cdot \sigma_j \cdot Y_j(t) = \sum_j K_j \cdot Y_j(t) \end{aligned} \quad (6)$$

onde, o factor de intensidade de tensão modal, K_j , é o valor do factor de intensidade de tensão obtido na configuração deformada do j -ésimo modo de vibração. Obtém-se, então, finalmente:

$$K_{\text{total}}(t) = K_{\text{estático}} + \sum_j K_j \cdot Y_j(t) \quad (7)$$

Como é sabido, desprezando os fenómenos de fecho de fenda devido à plasticidade local na extremidade da mesma, o factor de intensidade de tensão associado ao modo I de ruptura, K_I , apenas toma valores positivos e diferentes de zero quando a fenda está aberta, assumindo o valor zero quando a mesma está fechada. No entanto, uma análise numérica com recurso a um modelo elástico levará à obtenção, em primeira instância, de valores sempre iguais ou superiores a zero, quer a fenda esteja fechada quer esteja aberta. Para distinguir as situações de fenda aberta e de fenda fechada deverá usar-se um dos seguintes parâmetros:

- o deslocamento relativo entre nós coincidentes mas de faces opostas da fenda, na direcção perpendicular ao plano da fenda;
- o sinal da força perpendicular ao plano da fenda presente ao nível da frente da mesma (positivo se for uma força de tracção e negativo se for uma força de compressão).

A aplicação de qualquer um destes critérios permitirá a definição do sinal de K_I , obtido para a configuração da deformada associada quer ao carregamento estático quer aos diferentes modos de vibração. A expressão final de K ao longo do tempo será, então:

$$\begin{aligned} K_{\text{total}}(t) &= \\ &= \begin{cases} K_{\text{estático}} + \sum_j K_j \cdot Y_j(t) & \Leftarrow K_{\text{estático}} + \sum_j K_j \cdot Y_j(t) \geq 0 \\ 0 & \Leftarrow K_{\text{estático}} + \sum_j K_j \cdot Y_j(t) < 0 \end{cases} \quad (8) \end{aligned}$$

Conclui-se assim, que, face à presença de uma fenda numa estrutura, o cálculo do factor de intensidade de tensão ao longo do tempo quando esta mesma estrutura é sujeita a um carregamento dinâmico, se resume aos seguintes passos:

1. Cálculo da estrutura face ao carregamento estático e extracção de $K_{\text{estático}}$ e respectivo sinal.
2. Análise modal da estrutura e obtenção, para cada j -ésimo modo, do valor de K_j e respectivo sinal.
3. Obtenção da evolução temporal das coordenadas modais $Y_j(t)$.
4. Obtenção de $K_{\text{total}}(t)$ por aplicação da expressão (8).

O presente método apresenta três vantagens principais:

1. Para uma estrutura com N modos de vibração, o factor de intensidade de tensão tem de ser calculado apenas $N+1$ vezes. A coordenada modal de cada modo pode ser determinada posteriormente, de forma eficiente, resolvendo cada um dos problemas de 1 grau de liberdade, através, por exemplo, do método de Newmark.

2. O contributo de cada modo de vibração para o valor de K em cada instante pode ser obtido directamente.
3. A aplicação de um carregamento dinâmico distinto apenas implicará recalcular $Y_j(t)$.

Pelo contrário, uma análise tradicional implicaria a análise de toda a estrutura ao longo do tempo e o cálculo de K para cada incremento de tempo (tipicamente vários milhares de vezes) [1].

3. TÉCNICAS DE SUB-MODELAÇÃO

Na secção anterior foi demonstrado como a aplicação do método da sobreposição modal à determinação da evolução temporal de K pode permitir reduzir bastante o volume de cálculos necessários.

No entanto, o problema da dimensão do modelo numérico não se encontrava ainda resolvido. Para solucionar este problema recorreu-se à técnica de *shell-to-solid submodeling* [2]. Esta técnica, especialmente adequada à análise de detalhes de dimensões reduzidas quando comparadas com a dimensão global da estrutura e sujeitos a estados complexos de tensão, compreende os seguintes passos:

1. Construção de um modelo global da estrutura, constituído por elementos de casca;
2. Construção de um modelo local do detalhe com elementos de volume (este modelo terá significativamente menos elementos do que teria toda a estrutura se fosse modelada com elementos de volume);
3. Indicação dos nós do modelo local que constituem a fronteira do mesmo;
4. Cálculo do modelo global da estrutura;
5. Imposição do campo de deslocamentos do modelo global aos nós de fronteira do modelo local, sendo a interpolação dos referidos deslocamentos feita a partir das funções de forma dos elementos de casca do modelo global e dos deslocamentos e rotações nodais do mesmo modelo;
6. Cálculo do modelo local da estrutura.

Este procedimento pode ser usado para a imposição sobre o modelo local quer de campos de deslocamentos estáticos, quer de campos de deslocamentos modais, o que permite calcular $K_{estático}$ e os vários K_j , respectivamente.

4. APLICAÇÃO AO CASO DE UMA VIGA SIMPLEMENTE APOIADA

4.1. Modelos numéricos

De forma a ilustrar e validar o método proposto, analisou-se, nesta secção, o comportamento de uma viga

simplesmente apoiada, contendo uma fenda semi-elíptica, quando sujeita a um carregamento dinâmico, provocado por um conjunto de cargas móveis. A estrutura em causa apresenta um vão de 10 m e uma secção rectangular com 0,4 m de largura e 0,15 m de altura. A fenda, situada a meio vão, na superfície inferior da viga, apresenta um comprimento de 0,10 m à superfície e uma profundidade de 0,05 m.

O material considerado foi um material elástico, isotrópico e homogéneo, com módulo de elasticidade 210 GPa e coeficiente de Poisson igual a 0,3 ou seja, propriedades semelhantes às de aços estruturais correntes.

Foram analisados 3 modelos da estrutura:

- MEF1 - modelo de controlo construído com elementos de viga (Figura 1), no qual a fenda não se encontra modelada;
- MEF2 - modelo com elementos de volume (Figura 2) e no qual foi modelada a fenda da estrutura (Figura 3).
- MEF3a - modelo com elementos de casca e no qual a fenda não se encontra modelada;
- MEF3b - sub-modelo com elementos de volume, no qual a fenda se encontra modelada (Figura 4).

Todos os modelos foram desenvolvidos com recurso ao software ANSYS®.

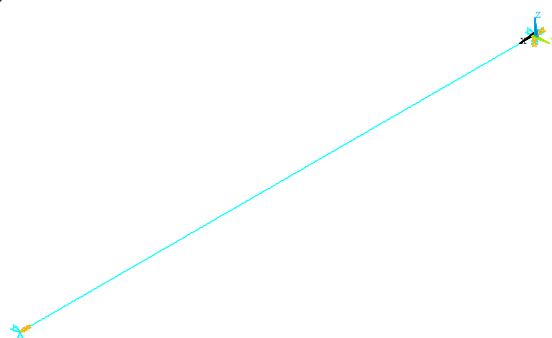


Figura 1. Modelo numérico MEF1.

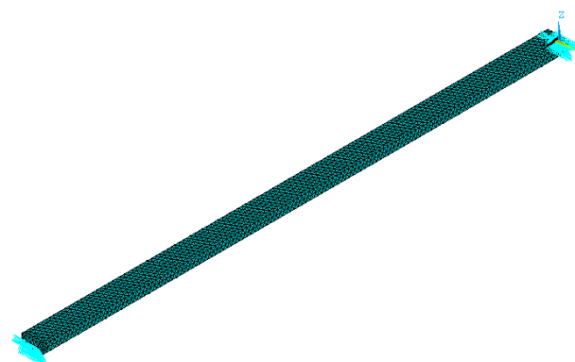


Figura 2. Modelo numérico MEF2.

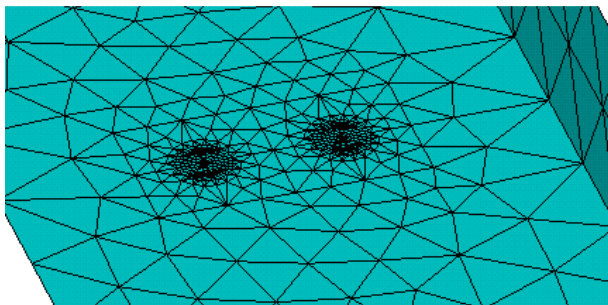


Figura 3. Malha superficial de elementos finitos nas imediações da fenda.

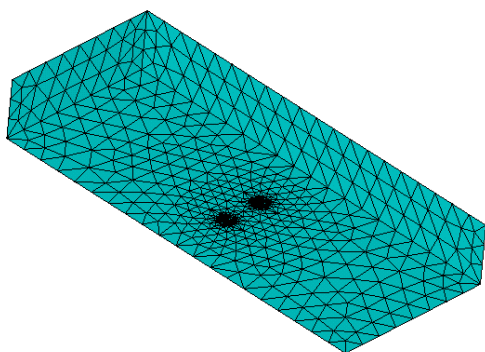


Figura 4. Sub-modelo MEF3b.

Os modelos apresentam as seguintes dimensões:

Tabela 1. Dimensões dos modelos numéricos

MODELO	Nº DE NÓS	Nº DE ELEMENTOS	GRAUS DE LIBERDADE
MEF1	501	500	3 006
MEF2	78 157	32 651	234 471
MEF3a	10 521	10 000	63 126
MEF3b	67 025	28 601	201 075

4.2. Flecha estática a meio vão

A flecha da viga face ao peso próprio foi o primeiro parâmetro da resposta de cada um dos modelos a ser comparado. Como se pode observar na Tabela 1, ambas as modelações apresentam uma boa concordância de resultados entre si, sendo os respectivos resultados idênticos ao valor teórico expectável. Este resultado indicia que a presença da fenda não afecta significativamente o comportamento global da estrutura.

Tabela 2. Flecha a meio vão

MODELO	FLECHA A 1/2 VÃO (mm)	DIFERENÇA RELATIVA
Teórico	25,47	0,00%
MEF1	25,47	0,00%
MEF2	25,55	0,34%
MEF3a	25,47	0,00%
MEF3b	25,47	0,00%

4.2. Factor de intensidade de tensão estático

Face ao efeito do peso próprio, a fenda tende a abrir (Figura 5). O valor do correspondente $K_{estático}$, ao longo da frente da fenda, foi obtido com recurso ao método do fecho virtual de fenda (VCCT - *virtual crack closure technique*) [3]. No caso do modelo MEF2, $K_{estático}$ foi obtido directamente do modelo sujeito ao peso próprio. No caso do modelo MEF3b, $K_{estático}$ foi obtido após a imposição, no mesmo modelo, do campo de deslocamentos obtido com o modelo MEF3a.

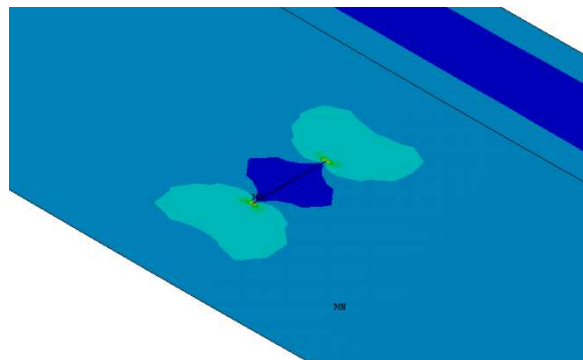


Figura 5. Amplitude máxima de tensão nas imediações da fenda.

Os resultados encontram-se apresentados na Figura 7, em função do ângulo ϕ (Figura 6). A diferença entre os resultados do modelo MEF2 e MEF3b é inferior a 4% para qualquer ponto da frente da fenda.

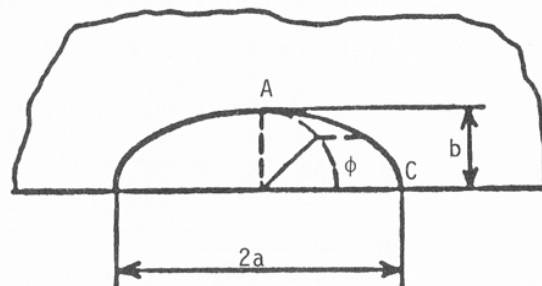


Figura 6. Convenção adoptada [4].

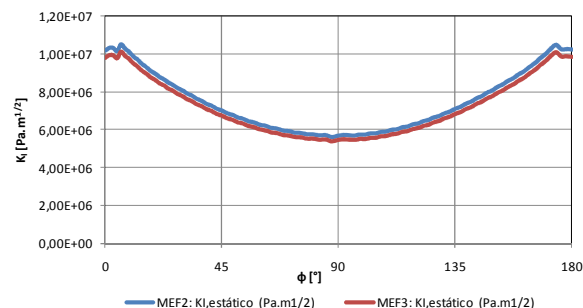


Figura 7. $K_{estático}$ ao longo da frente da fenda.

4.2. Factores de intensidade de tensão modais

Foi efectuada uma análise modal dos modelos MEF1, MEF2 e MEF3a, tendo sido determinados os modos de

vibração presentes na gama dos 0Hz aos 60Hz (Tabela 2).

Tabela 2. Frequências de vibração

#	DESCRIÇÃO	MEF1	MEF2	MEF3a
1	Flexão vertical	3,518	3,512	3,518
2	Flexão vertical	14,067	14,029	14,077
3	Flexão vertical	31,636	31,427	31,688
4	Flexão vertical	56,205	55,744	56,368

Para a configuração deformada de cada um dos modos de vibração, obteve-se, novamente através do VCCT, o factor de intensidade de tensão correspondente ao referido modo, K_j . Mais uma vez, enquanto que no caso do modelo MEF2 os valores de K_j foram obtidos directamente, no caso do MEF3b, os valores de K_j foram obtidos depois de imposto o campo de deslocamentos modais obtido com o modelo MEF3a. Novamente, a diferença entre os resultados nos modelos MEF2 e MEF3b é inferior a 4%. Nas Figuras 8 a 11 encontram-se representados os valores de K_j , bem como a forma do modo de vibração, para 2 dos modos de vibração obtidos.

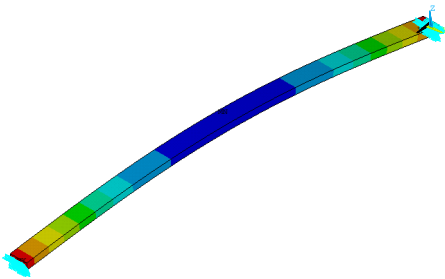


Figura 8. Configuração do 1º modo de flexão vertical.

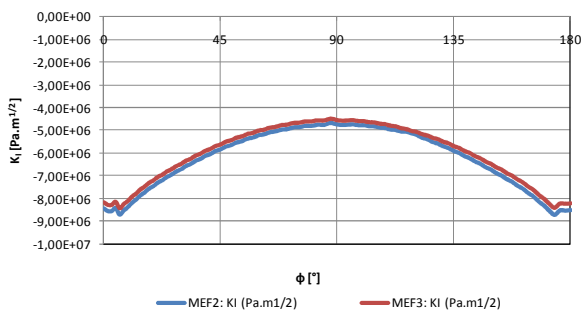


Figura 9. Modo 1: K_1 ao longo da frente da fenda.

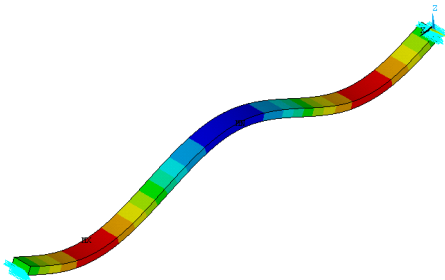


Figura 10. Configuração do 3º modo de flexão vertical.

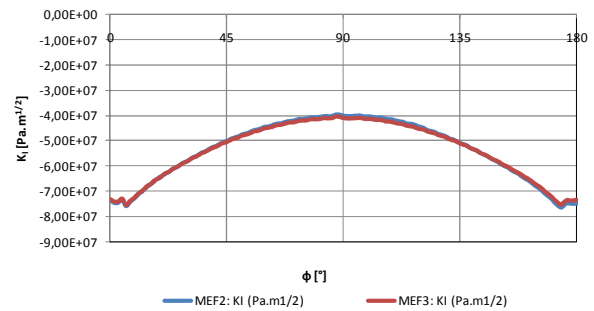


Figura 11. Modo 3: K_3 ao longo da frente da fenda.

Note-se que quer o 1º quer o 3º modos apresentam deformadas que provocam tensões de compressão na face inferior da viga e o consequente fecho da fenda. Tal traduz-se na obtenção de factores de intensidade de tensão modais, K_1 e K_3 , com sinal negativo ao longo de toda a frente da fenda.

4.2. Evolução temporal de K

A resposta dinâmica de ambos os modelos da ponte, face à passagem do conjunto de cargas móveis a 125 m/s, foi obtida, pela aplicação do método da sobreposição modal. Foi considerado o contributo dos vários modos de vibração presentes na gama de frequências analisada (0 Hz aos 60 Hz), tendo-se adoptado um coeficiente de amortecimento constante para todos os modos de vibração ($\xi = 0,5\%$). Na resolução do problema numérico utilizou-se o método de Newmark com incrementos de tempo de $\Delta t = 0,001$ s.

A evolução do factor de intensidade de tensão ao longo do tempo foi, então, obtida, para o modelo MEF 2, por aplicação da expressão (8). Os resultados assim obtidos, para o ponto A, cuja localização se indica na Figura 6, encontram-se representados na Figura 12:

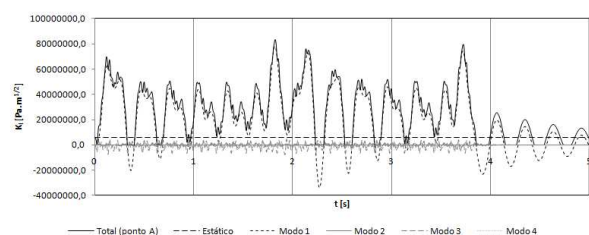


Figura 12. Evolução temporal de K para a passagem do conjunto de cargas móveis.

Comparando os resultados obtidos nos modelos MEF2 e MEF3b, observa-se uma concordância grande entre os dois modelos (Figuras 13 e 14).

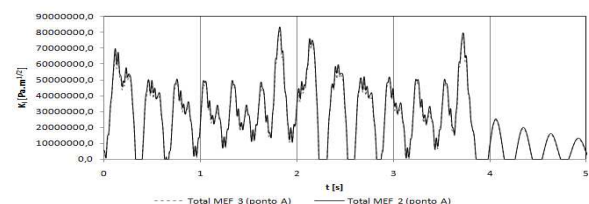


Figura 13. K_{total} para $t \in [0; 5]$ seg.: MEF2 vs. MEF3b.

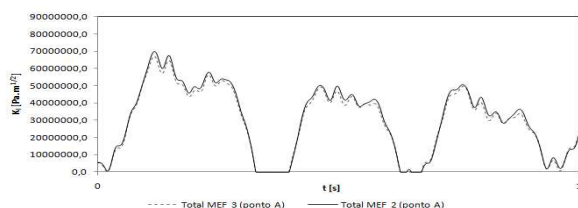


Figura 14. K_{total} para $t \in [0; 1]$ seg.: MEF2 vs. MEF3b.

De forma a validar os resultados obtidos, estes foram comparados com os resultantes da aplicação da expressão empírica proposta por Newman e Raju [5], para a situação de fenda semi-elíptica, numa estrutura sujeita a momentos flectores. A referida expressão foi aplicada usando os momentos flectores a meio vão, extraídos do modelo MEF1, aproveitando dessa forma a semelhança de comportamento demonstrada entre este modelo e os modelos MEF2 e MEF3a. Os factores de intensidade de tensão assim calculados foram idênticos aos obtidos pela metodologia aqui apresentada, tal como ilustrado na Figura 15, referente à evolução temporal de K no ponto C da fenda, ponto esse identificado na Figura 6.

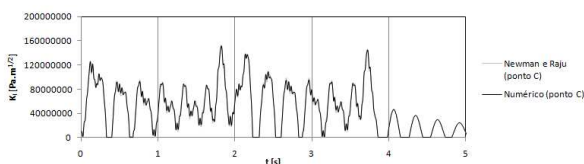


Figura 15. K_{total} : MEF2 vs. Newman e Raju.

Finalmente, comparando a evolução de K ao longo do tempo, nos pontos A e C da frente da fenda (Figura 16), verifica-se que os maiores valores de K ocorrem no ponto C. Deste modo, a propagação da fenda face ao presente carregamento não será uniforme, prevendo-se uma propagação mais rápida à superfície e uma propagação mais lenta na direcção do interior do elemento estrutural.

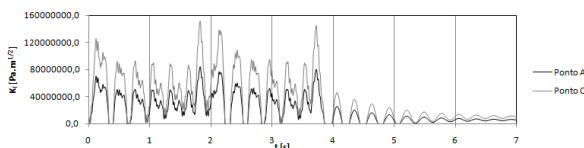


Figura 16. Evolução temporal de K em dois diferentes pontos da frente da fenda.

5. CONCLUSÕES

O problema da integridade estrutural face ao problema da fadiga, em componentes metálicos, pode ser abordado de forma rigorosa com recurso aos conceitos da mecânica da fractura. No entanto, no âmbito da Engenharia Civil, esta abordagem não é geralmente usada devido às diferentes escalas dimensionais das estruturas e dos detalhes susceptíveis de apresentar dano por fadiga. O presente artigo apresenta as primeiras conclusões relativas à aplicação da mecânica da fractura

no contexto da análise dinâmica de estruturas pelo método da sobreposição modal. Uma nova metodologia, para obtenção da evolução temporal de K , foi proposta e validada com base num caso simples. As principais conclusões obtidas foram as seguintes:

- O cálculo de K , em fendas contidas em detalhes com geometrias e carregamentos complexos, envolve a construção de modelos de elementos finitos de grandes dimensões, pelo que é importante minorar a quantidade de cálculos a efectuar sobre os referidos modelos.
- A sobreposição modal de factores de intensidade de tensão permite a drástica redução do número de cálculos envolvidos na obtenção da evolução temporal de K , pois implica resolver a estrutura apenas para o carregamento estático e para cada um dos modos de vibração a ela associados.
- Esta mesma metodologia apresenta ainda a vantagem de permitir obter de forma imediata o contributo do carregamento permanente, de cada modo de vibração ou até de grupos de modos, para o valor total de $K(t)$.
- A utilização da técnica de sub-modelação permite reduzir substancialmente a dimensão dos modelos numéricos utilizados, sendo a redução tanto maior quanto maior a diferença de escala dimensional entre a estrutura global e o detalhe que contém a fenda.

Em futuros desenvolvimentos do presente trabalho pretende-se melhorar o processo de sub-modelação através da incorporação no sub-modelo das forças de inércia associadas aos modos de vibração.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem o apoio financeiro da Fundação para a Ciência e a Tecnologia (FCT) através do projecto de investigação PTDC/ECM/69697/2006.

REFERÊNCIAS

- [1] Albuquerque C.M.C., de Castro P. M. S. T. and Calçada R.B., *Aplicação da mecânica da fractura no contexto da análise dinâmica de estruturas pelo método da sobreposição modal*. VII Congresso de Construção Metálica e Mista, Lisboa, 2009.
- [2] Advanced Analysis Techniques Guide, in Release 12.0 Documentation for ANSYS. 2009, ANSYS, Inc.
- [3] Krueger, R., *The Virtual Crack Closure Technique: History, Approach and Applications*. 2002: Hampton, Virginia, USA.
- [4] Murakami, Y., *Stress intensity factors handbook*. Vol. 2. 1987, Oxford: Pergamon Press.
- [5] Newman Jr., J.C. and I.S. Raju, *An empirical stress-intensity factor equation for the surface crack*. Engineering Fracture Mechanics, 1981. 15(1-2).