

# Anales de Mecánica de la Fractura

TEXTO DE LAS COMUNICACIONES PRESENTADAS

EN EL SEXTO ENCUENTRO DEL

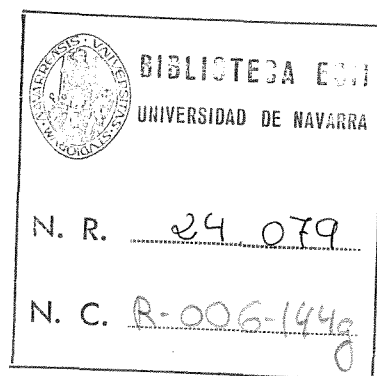
**GRUPO ESPAÑOL DE FRACTURA**

---

*Sevilla*

*2 y 3 de Marzo de 1989*

# Anales de Mecánica de la Fractura



N. 6, Año 1989

Editado por la  
Secretaría del Grupo  
Español de Fractura  
C.E.I.T., Apartado 1.555 - 20080 SAN SEBASTIAN

Depósito Legal: SS 458/86  
I.S.S.N. 02/3 - 3725

## INDICE

EDITORIAL .....	1
<b>METALLURGICAL CONSIDERATIONS ON CRACK PROPAGATION</b>	
E.R. de los Ríos .....	3
<b>TENACIDAD DE FRACTURA DE CEMENTOS OSEOS</b>	
Vila M.M., Silvestre A. y Planel J.A. ....	13
<b>TENACIDAD A LA FRACTURA DE ACEROS RAPIDOS SINTERIZADOS EN ATMOSFERA INDUSTRIAL</b>	
Martínez V., Palma R.H. y Urcola J.J. ....	20
<b>MODIFICACION DE LA TENACIDAD A LA FRACTURA DEL PMMA POR ADICION DE PARTICULAS ELASTOMERICAS</b>	
Martínez A.B., y Paredes M.LL. ....	26
<b>RELACION ENTRE LA ESTRUCTURA Y EL COMPORTAMIENTO A LA FRACTURA DE MATERIALES COMPUESTOS CON PARTICULAS</b>	
Maspoch M.LL. y Martínez A.B. ....	31
<b>IMPORTANCIA DE LA VELOCIDAD DE DEFORMACION LOCAL EN LA FRACTURA EN AMBIENTES AGRESIVOS</b>	
Toribio J. y Elices M. ....	39
<b>SUSCEPTIBILIDAD DE LA ALEACION AA 7017 A LA CORROSION BAJO TENSION: INFLUENCIA DEL TIPO DE ENSAYO Y DEL TIPO DE PROBETA</b>	
L.Caballero, C.García Cordovilla, A.Pamies, V. Sánchez Gálvez, E. Louis y M. Elices ...	45
<b>SUSCEPTIBILIDAD A LA CORROSION BAJO TENSION DE PIEZAS SOLDADAS DE LA ALEACION AA 7017 (Al-Zn-Mg): EFECTO DE LA MI- CROESTRUCTURA</b>	
C. García Cordovilla, E.Louis, A.Pamies, L.Caballero, M.Elices y V. Sánchez Gálvez ....	52
<b>FACTOR DE INTENSIDAD DE TENSIONES EN UN TORNILLO FISURADO SOMETIDO A TRACCION Y FLEXION</b>	
Toribio J., Sánchez-Gálvez V., Astiz M.A. y Campos J.M. ....	58
<b>MEDICION DE TENSIONES RESIDUALES EN UN TORNILLO FISURADO: APLICACION AL CALCULO DEL FACTOR DE INTENSIDAD DE TENSIONES</b>	
Campos J.M., Toribio J., Sánchez-Gálvez V. y Astiz M.A. ....	65
<b>BANCO FOTOELASTICO PARA ANALISIS DE ESTRUCTURAS FISURADAS SOMETIDAS A CARGAS DE IMPACTO</b>	
F. París, J. Cañas y E. Lara. ....	72

TENACIDAD A LA FRACTURA DE LAS UNIONES SOLDADAS DE UN ACERO INOXIDABLE AUSTENOFERRITICO 22.05 L.M. Plaza, F. Santamaría, E. Erauskin, A. Gil-Negrete y A.M. Irisarri .....	80
ESTUDIO DE DOS ROTURAS DE COMPONENTES DE AUTOMOVILES Herrera E.J., Soria L. y Gallardo J.M. ....	87
FRACTURA DE UNA MATRIZ DE ACERO INOXIDABLE PROMOVIDA POR DIVERSOS FACTORES Herrera E.J., Soria L. y Gallardo J.M. ....	92
EVALUACION DE AREAS DE ABERTURAS DE FISURAS EN TUBOS DE GENERADORES DE VAPOR POR EL METODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS Terna Bros J., Cueto-Felgueroso C. y García J.M. ....	98
ANALISIS MATEMATICO DE LA CONTRASTACION EXPERIMENTAL DE LOS MODELOS DE FRACTURA DE HORMIGON Llorca J., Planas J. y Elices M. ....	105
VARIACION DE LA ENERGIA DE FRACTURA CON EL TAMAÑO EN MODELOS DE FISURAS COHESIVAS: MODELO DE LIGAMENTO PERTURBADO Planas J., Elices M y Guinea C.V. ....	110
APROXIMACION DE MODELOS DE FISURA COHESIVA POR MODELOS ELASTICOS MODIFICADOS BASADOS EN CURVAS R-CTOD Planas J., Elices M. y Toribio J. ....	115
PREDICCION ANALITICA DEL COMPORTAMIENTO DE ESTRUCTURAS DE HORMIGON MEDIANTE UN MODELO CON APROXIMACION DISCRETA DE LA FISURACION P.F. Miguel, M.A. Fernández y M.A. Jawad .....	121
APLICACION DEL METODO DE PREDICCION DE VIDA DE PARTICION DE LOS INTERVALOS DE DEFORMACION MODIFICADO POR CONSIDERACIONES DE DEFORMACION Y DE VELOCIDADES DE DEFORMACION Simón S., Rodríguez J.M. y Fuentes M. ....	127
APLICACION DEL METODO DE PREDICCION DE VIDA DE PARTICION DE LOS INTERVALOS DE DEFORMACION A UN ACERO INOXIDABLE AUSTENITICO AISI 316L A 625° C Simón S., Rodríguez J.M. y Fuentes M. ....	133
INFLUENCIA DE LA LONGITUD DEL REGISTRO DE CARGA EN LA DISTRIBUCION DE LA VIDA A FATIGA CON CARGA ALEATORIA J. Domínguez .....	139

## FATIGA DE ALUMINA BAJO CARGAS CICLICAS

Sabadell J.M., Batlle M. y Anglada M. .... 145

FATIGA OLIGOCICLICA DEL ACERO Fe-28Cr-2Mo-4Ni DESCOMPUESTO  
ESPINODALMENTE

Anglada M., Iturgoyen L. e Isalgué A. .... 152

PROPAGACION Y CIERRE POR FATIGA DE UNA MICROFISURA SUPER-  
FICIAL

Llorca J. y Sánchez-Gálvez V. .... 158

NUCLEACION DESDE LA PUNTA DE UNA GRIETA POR EMISION DE  
DISLOCACIONES CUÑA

C. Atkinson y C. Bastero .... 164

## INFLUENCIA DE LA TENSION T EN EL DOMINIO DE J

Bategón C. y Hancock J.W. .... 169

NOTA MATEMATICA: UNA INTEGRAL INVARIANTE PARA EL CAMPO  
DE TEMPERATURAS EN LA PROPAGACION RAPIDA DE GRIETAS EN  
MEDIOS TERMOELASTICOS ACOPLADOS

J.M. Bastero y J.M. Martínez Esnaola .... 175

ELEMENTOS SINGULARES DE ALTO ORDEN EN MECANICA DE FRAC-  
TURA ELASTICA LINEAL

Gavete L., Michavila F. y Herranz J. .... 178

ANALISIS DE SINGULARIDADES ELASTICAS EN ENTALLAS ANGULARES  
BAJO CARGA ANTIPLANA

R. Marcos, J.M. Martínez Esnaola y J.M. Bastero .... 186

FACTORES DINAMICOS DE INTENSIDAD DE TENSION EN PROBLEMAS  
ELASTICOS TRANSITORIOS

Dominguez J. y Gallego R. .... 191

TRATAMIENTO DE GRIETAS EN REGIONES CILINDRICAS SOMETIDAS A  
CARGAS DINAMICAS

P. Pintado y F.G. Benítez .... 201

UN MODELO ESTADISTICO DE ROTURA FRAGIL DE MATERIALES  
POLICRISTALINOS QUE CONTENGAN UNA DISPERSION DE PARTICULAS  
FRAGILES

R. García Arrizabalaga y J. Gil Sevillano .... 208

ANALISIS ESTADISTICO DE LA TENACIDAD A ROTURA FRAGIL DE UN  
ACERO BAINITICO A 533B EN LA ZONA DE TRANSICION DUCTIL-  
FRAGIL

Viviente Solé J.L., Menchaca Falcón H., Rodríguez Ibabe J.M. y Gil Sevillano J. .... 214

CRITERIOS DE FRACTURA APLICABLES A LOS POLIMEROS REFOR-  
ZADOS CON FIBRAS EN PRESENCIA DE ENTALLAS  
Belzunce F.J., Gutiérrez A. y Viña J. .... 219

MICROMECHANISMOS DE FISURACION POR CORROSION BAJO TENSION  
DE ACEROS DE BAJA ALEACION  
Gutierrez-Solana F., González Martínez J.J. y Varona Ruiz J.M. .... 225

CARACTERIZACION EN FATIGA DE MATERIAL DE PUENTES  
METALICOS ANTIGUOS DE FERROCARRIL  
Varona J.M., Hernández A., Gorrochategui I., Gutierrez-Solana F., González J. .... 231

Por tercera vez el Encuentro del Grupo Español de Fractura ha tenido carácter itinerante. Esta vez se reunió en Sevilla y los anfitriones del Encuentro -J. Domínguez, J. García-Lomas y A. Navarro, de la Escuela Superior de Ingenieros Industriales de Sevilla- sentaron el precedente de distribuir las Actas de la reunión a su inicio. El deseo de dar continuidad, aunque sólo sea formal, a los Anales de Fractura, justifica la publicación de este Sexto Volumen. Tanto el material, como los originales empleados en esta edición, coinciden con los de las Actas. Su única diferencia estriba en la inclusión, en este volumen, del texto de la ponencia invitada -a cargo del Dr. E.R. de los Ríos del Departamento de Ingeniería Mecánica de la Universidad de Sheffield- y de otras dos contribuciones que, por llegar rezagadas a los organizadores de la reunión de Sevilla, no figuran en las Actas. A los organizadores de este Encuentro corresponde, obviamente también, el mérito de la edición de este Sexto Volumen que hoy presentamos.

Una vez más, los editores desean hacerse eco del buen nivel medio alcanzado en las contribuciones recogidas en estos Anales, y se complacen en expresar su agradecimiento a todos los participantes.

Los editores,

Manuel Elices Calafat

Manuel Fuentes Pérez

San Sebastián, Diciembre 1989



## METALLURGICAL CONSIDERATIONS ON CRACK PROPAGATION

E.R. de los Ríos

Department of Mechanical Engineering, University of Sheffield, Mappin Street,  
Sheffield, U.K.

The effect of metallurgical variables on crack propagation can best be appreciated by first looking at the various stages of fatigue crack growth (Fig. 1).

The first stages in the growth of a fatigue crack are highly dependent on the microstructure of the material. Cracks are initiated either by extrinsic surface defects such as machine marks, pores, voids, etc, or by extrinsic defects such as intrusions or extrusions and grain boundaries. The initiated crack continues to grow in stage I by a shear mechanism along the persistent slip band (psb). This is the microstructural stage of short crack growth (MSC) showing that periods of high growth are followed by periods of low growth. This period may extend for two or three grains ( $d_1$ ,  $d_2$ ,  $d_3$ ). The crack may also halt several times at microstructural barriers then continue to propagate before it enters a period of more steady growth which is the physical small crack period.

This zone is bounded by the MSC at small crack lengths and by the LEFM zone at longer crack lengths. The boundary with the MSC region depends on the length of the dominant microstructural barrier which depend on stress level and microstructural features. The boundary with the LEFM zone is both stress and crack lengths dependent and is related to the transition point between the structure-sensitive mode of crack growth towards the threshold branch of the long crack growth rate curve and the structure-insensitive mode in the upper branch. This transition point has been examined by various authors, for example, Taylor quotes  $l_2 = 10d$  (crack length equal to ten times the grain diameter), Yoder et al states that the transition takes place when the reversed plastic zone size is of the order of the grain size. It follows that  $K_T = 5.5 \sigma_{ys} \sqrt{d}$ , and also Liu and Liu, determined an empirical expression for this transition as  $K_{ch} = (0.7 \pm 0.1) K_c$ .

The boundaries between these different types of crack regimes can also be established by using modified Kitagawa-Takahashi diagrams. A particularly useful map of this kind is that developed by Brown in which six different fatigue fracture mode zones are easily distinguished. In here the LEFM region is limited to below stress range of  $2\sigma_{cy}/3$  (where  $\sigma_{cy}$  is the cyclic yield stress) to comply with small scale yielding (SSY) conditions. At higher stress range levels up to a limit of  $2\sigma_T$  (where  $\sigma_T$  is the tensile strength) cracks are described by EPFM analysis, growing by either a mode I or a mode III mechanism according to stress levels. In the microstructural crack region crack growth is by stage I but at low stress levels, the limited plasticity at the tip of the crack can be accommodated by slip in first one slip system and consequently the mode of fracture is crystallographic. Cracks can form at stresses below the fatigue limit as long as plasticity, even in the most elementary form, can be activated, so that the limit for crack initiation should theoretically be as low as the stress required for psb formation. Fig. 2.

Short crack propagation

Before discussing the methods used to study short crack growth a description of the experimental technique used in the formation and monitoring of short cracks will be briefly given.

Techniques used to initiate short crack growth

The most common forms of fatigue loading used in the study of short cracks are axial, bending and torsion. In particular, the latter, using hour-glass specimens proved to be a very useful combination for the following reasons (see Fig. 3).

- i) the surface area for crack initiation is restricted to the central portion of the specimen without unduly introducing stress concentrations.
- ii) in torsional loading, because cracks grow preferentially along the surface, cracks remain in stage I for longer time (length) so that this important stage of crack growth can be studied much more thoroughly.

#### Techniques used to monitor short crack growth

Possibly the most popular method used at present to detect and monitor short fatigue cracks is the replication method. Its popularity stems from its simplicity, reproducibility, quickness (the test has to be stopped for only a few minutes) and the facility of storing the replicas in a library type system for future reference.

In essence, the method consists of taking replicas at given intervals over the test period and then observing them in the reverse order, commencing with the latest replica where the main cracks can be easily located, and working backwards through the series. If the surface of the specimen is etched, then there will be a large number of reference points for helping in the location of the same crack or area whilst examining the next replica. If the specimens is unetched, or there are a few reference points, then it may be necessary to inscribe marks on the specimen surface away from the most likely fatigue crack initiation area (i.e. micro-hardness indentation marks a few a millimeters away from the minimal cross-section area in an hour-glass shape specimen). These reference marks are used as the origin of a co-ordinate system to build-up a map with the location of all features of interest (i.e. cracks). The series of replicas constitutes, therefore, a chronological record of the whole fatigue damage process.

On completion of the test, the series of replicas is examined to yield quantitative data which can be used to derive empirical expressions for crack growth, life prediction exercises, or to test theories or models for short crack growth propagation. The most pertinent data related to crack growth experiments is crack length and crack orientations. The former is used to obtain crack growth rate and the latter the direction of crack growth.

These operations can be easily performed with the aid of image analysis equipment, which should allow the operator to

- i) define the origin and orientation of the co-ordinate system to which position and orientation of cracks will be related.
- ii) keep several images in the frame store at any one time.
- iii) calibrate the system according to the magnification used and to compensate for distortions that may exist in the microscope lens or camera.
- iv) be able to cope with cracks extending by more than one frame length.

#### Acoustic Microscopy

Although direct observation of fatigue specimens or the examination of replicas by optical microscopy is extensively used in fatigue short crack research and valuable information has and will still continue to be obtained, there are some practical limitations inherent in these methods which are extremely difficult to overcome. Firstly is the problem of limited resolution - between 0.5-  $\mu\text{m}$  for an optical microscope, which coupled with the difficulty of finding replicating material to duplicate very fine details, means that very fine cracks will pass unnoticed when using these methods. Secondly, is the masking effect of other features on the specimen surface which hides the presence of the crack. the typical case is low and medium carbon steel specimens where the first sign of fatigue damage is the formation of multiple persistent slip bands (psb) which form and extend across ferrite grains. A small proportion of these psb contain cracks which initially grow along the psb plane. Within this stage of growth the cracks are indistinguishable from the psb until at a much later stage, the crack begins to propagate into the adjacent grain, see Fig. 4. Scanning acoustic microscopy (SAM) offers the possibility of overcoming this limitation without any need for replicas. In a SAM, the contrast arises from the interaction of the sound beam with the elastic properties of the material.

The basic components and operations of the SAM can be described with the help of Figure 5. A piezoelectric transducer converts the transmitted radio frequency (RF) electromagnetic pulses to acoustic pulses which are brought to a focus at the focal plane of the lens. Pulses reflected from the object are collected by the same lens, and the transducer converts them back to electrical pulses which, after detection, provide a video signal. This signal is the input to the display system and is used to intensity-

modulate an electron beam on the display monitor. Conversely, this signal is passed onto a frame store which holds that value for intensity at an address that corresponds to the position of the lens, relative to the specimen. The lens is scanned over the field of view, in a raster manner, in synchronism with the electron beam on the display, or conversely its position is measured (for example by a transducer) and then fed to the frame store. The image is thus built up point by point.

In acoustic microscopy the two important waves considered in the interpretation of images are the normal to the surface of the specimen and the incident on the specimens at the Rayleigh angle, Fig. 6. The best contrast is attained when the specimen is marginally defocussed towards the lens (-z) because this enhances the interference between the normal and Rayleigh reflections. The image then becomes sensitive to anything that affects the propagation of Rayleigh waves.

The special case considered here is that of surface cracks and, in particular, fine and close cracks or cracks which are masked by other features such as deformation bands. Incident waves that are geometrically reflected from the surface will be negligibly affected by the crack, in light microscopy in particular, a crack that is finer than the resolution will not normally be detectable. Rayleigh waves would, on the other hand, strike the cracks from the side and therefore would be strongly affected by cracks of even less than a wavelength.

In Fig. 7 a SAM and a optical image taken at the same location within the cross-section of a 316 stainless steel fatigue specimen with some very fine surface cracks are compared. One particularly fine crack is almost undetectable with the optical microscope, Fig. 7a, even the first short segment being scarcely visible. The acoustic micrograph, Fig. 7b, shows some of the grain contrast.

In conclusion, it will be seen from the evidence now presented, that a scanning and fatigue system can be designed in such a way that a given test can be continuously monitored to study the formation of cracks and short crack propagation, in-situ, during the progress of the fatigue test. It will be possible, without etching, to measure the length of cracks, or microstructural features, estimate their orientation, and establish their relationship to grain structure and second phases.

#### Microstructural short cracks

Irrespective of the precise cause (inclusions, micronotches, etc) by which fatigue cracks are initiated, they propagate along slip bands, Figure 4 which illustrates this situation clearly, shows the various stages in the development of a crack. In Fig. 4(b) slip bands are seen to form preferentially along the applied maximum shear directions but not all the grains with a favourably orientated slip system will be able to generate slip bands. Plastic deformation is facilitated in b.c.c. metals because of the multiplicity of slip systems available; in iron the {101}, {211} and {123} all act as slip plane with the direction of slip always being the close-packed direction [111] which is common to all three sets of planes. At a later stage [Fig. 4 (c)] a crack is seen to have grown along the slip band and extends through its entire length. The crack as yet as not been able to break through the ferrite grain boundaries at either end and consequently there is a temporary of crack growth. The reason why the crack has not been able to propagate into the adjacent grain is undoubtedly due to the difference in orientation of the two grains. One grain is orientated to permit slip along the maximum shear direction parallel to the specimen axis while the other grain is placed to slip along the complementary maximum shear direction transverse to the specimen axis. Nevertheless, these crystallographic barriers to crack propagation are not impenetrable and the crack continues to grow once this partial barrier has been in the second grain.

Barriers of a more formidable nature to crack propagation are the pearlite regions where many of the cracks, particularly transverse cracks may be arrested.

This example gives a clear indication of the importance of microstructural barriers to crack growth in the development of new fatigue resistance materials. A fine grain size is beneficial in both the microstructural and the physical crack growth region. In the former, by increasing the number of barriers that the short crack has to overcome before entering the next stage of crack growth, and in the latter by increasing the value of the new flow stress in the plastic zone through the well known Hall-Petch relationship  $\sigma_y = \sigma_0 + K_y d^{-1/2}$ .

A higher flow stress means a smaller plastic zone size, a smaller crack tip plastic displacement and consequently a lower crack growth rate.

The example also shows the effect of anisotropy on crack growth rate. If the material shows a preferred crystallographic orientation there would be no change in crack growth direction on crossing a grain boundary. In terms of the strength of barriers they will be weak barriers and the retardation in crack growth rate will be minimal.

The other aspect illustrated by the example is relative resistance of the various microstructural constituents to crack propagation. The pearlite, in this case, offers a much larger resistance to crack propagation than the ferrite. This is in relation to their different flow stresses. All the parameters used to characterised crack growth rate such as crack tip opening displacement or plastic zone size are inversely related to the crack tip flow stress of the material and consequently a crack will be retarded or even stopped when its tip comes against a high strength constituent.

The effects of grain size, precipitates and uniaxial microstructures is illustrated in schematic form in Figure 8. Fine grain structures have a lower crack growth rate in the short crack region, due to the smaller crack tip plastic zone, but a larger crack growth rate in the near threshold region. This is due mainly to two reasons, the first being a higher threshold value for fine grain materials, which is related to the higher yield stress and the second to the lower contribution of surface roughness friction.

The effect of precipitates is different according to whether they are shearable by dislocations (under-aged, UA) or not shearable (over-aged, OA). The largest differences between the two extreme types seem to occur in the vicinity of the microstructural barriers to short crack growth slip occurring in the plastic zone at the crack tip is more reversible in under-aged structures. For a crack growing along a single slip band at the crack tip, the crack propagation rate should be proportional to the number of dislocations emitted along the slip plane during the loading half of the cycle which do not return along the same plane during the unloading half. The number of dislocations which contribute to crack advance in each cycle is thus directly related to heterogeneity of the strain, i.e., the ease of cross-slip. The superior near threshold crack propagation resistance of the UA condition is mainly due to the increased slip reversibility although some effect of increased crack deflection cannot be ruled out.

Regarding the microstructural effects of two phase alloys, some evidence suggests that large differences in behaviour can be observed when the second phase is softer as opposed to harder than the primary phase.

The stress intensity factor ahead of the crack is enhanced in the proximity of soft phase while the opposite occurs with a hard phase giving a type of behaviour illustrated by Fig.8c. The initial part of the short crack region should be common to the three alloys showing the usual deceleration of crack growth rate with crack length. The pure ferrite will show just one main dip in the curve, coincident with the tip of the crack approaching the ferrite grain boundary. The other two alloys will show another dip related to the location of the second phase along the crack path. The alloy with the harder second phase will show the largest deceleration. Therefore the steel containing cementite will show the deepest dip.

#### Short Crack Modelling

Short cracks are not amenable to LEFM characterization for several reasons. The stress required for short crack growth are greater than  $\sigma_{cy}/3$ , usually quoted as the limit for LEFM; the large plastic zone associated with a short crack invalidates the necessary condition for LEFM crack tip plasticity of small scale yielding (SSY). Miller for example gives the following values for the limits of applicability of LEFM; if the plastic zone size  $r_p = a/50$  ( $a$ : crack length),  $\Delta K = \Delta\sigma\sqrt{\pi a}$  and  $r_p = A(\Delta K/\sigma_{cy})^2$  with  $A = 0.1$ , then  $\sigma < 0.3\sigma_{cy}$ . The limiting crack length was estimated to lie in the range 0.1 to 0.5 mm. Below this range LEFM cannot be applied, because the applied stress to cause crack growth will be too high and the stress strain field at the crack tip will not be quantified with sufficient accuracy.

Elasto-plastic fracture mechanics (EPPM) solutions have to be developed, therefore, to describe short fatigue crack growth rate. The approach for any mode of crack growth should be able to regard the peculiarities of short and long cracks, namely, the accelerating and decelerations arrest at stresses below the fatigue propagation threshold for a given crack length, strength of microstructural barriers, crystal orientations, work hardening transition to long crack behaviour and finally long crack growth.

Two approaches developed here in Sheffield which deal with most of the points raised above related to the behaviour of short cracks will be described next.

The Two Equations Approach

The first is the empirical approach of Hobson who suggest equations of the type

$$\frac{da}{dN} = c (d - a) \quad (1)$$

for the short crack region, and

$$\frac{da}{dN} = Ga - D \quad (2)$$

for the physical small crack and long crack region. The coefficients C, G and D are obtained through fitting the two equations to experimental data; C and G depend on the applied stress while D is a constant for the material and represents the crack growth threshold. The point of intersection of the regression line with the abscissa in Fig. 9 gives the value of d, which is also of the same order as the distance to the dominant microstructural barrier to fatigue crack growth. When fitting equations of this type to experimental data the values of C and G are stress/strain dependents and a large scatter is observed. Such a dispersion is to be expected due to some cracks being able to propagate much more quickly than others because of variations in the crystallographic orientations of individual grains and also proximity of other cracks.

Assuming that the fast growing cracks are more likely to cause failure a statistical representation of the fastest growing observed cracks should be employed to estimate the stress dependent values of C and G.

For a 0.4 C steel Hobson found that the following expressions fit satisfactorily the data

$$\frac{da}{dN} = 1.64 \times 10^{-34} (\Delta\sigma)^{11.14} (d-a) \quad (3)$$

and

$$\frac{da}{dN} = 5.4 \times 10^{-23} \Delta\sigma^{6.54} a 4.24 \times 10^{-3} \quad (4)$$

Fig. 9 shows the range of valid crack lengths for the application of each equation. Region (1) the microstructural crack zone where equation (1) is used to calculate fatigue life in this period. Region (2) is the interactive zone where both the microstructural and fracture mechanics mechanisms, equation (1) and (2) operate and finally in the continuum fracture mechanics region (3), equation (3) is used. By con-

sidering the three areas of crack growth the lifetime can be calculated, Table I.

A single equation approach

This model developed by Navarro and De los Rios is based on two fundamental works; one by Bilby et al. about the spread of plasticity at a crack tip, and the second by Petch on the yielding of polycrystal metals. The model considers a crack initiated at the surface by an inclusion or a hard second phase particle or by localized plastic deformation on a psb (intrusions or extrusions). The crack proceeds to grow along the psb which is blocked by the grain boundary and it will remain blocked for as long the stress ahead of the slip band is unable to initiate slip in the next grain. As the crack grows, the stress concentration ahead of the blocked slip band increases, until it attains a value sufficiently high to operate a dislocation source in the next grain. At this point the plastic zone (slip band associated with the crack extension process) extends right across the next grain. This obviously means that the plastic-elastic interface should coincide at every instant with a grain boundary.

If the applied stress is below the fatigue limit, the stress ahead of the slip band will not be sufficiently high to initiate slip in the next grain and therefore the crack will arrest on reaching the grain boundary.

Since crack growth rate is proportional to the plastic zone size it will decrease as the crack lengthens, up to the point where slip is initiated in the next grain; the plastic zone size increases suddenly by a length equivalent to the grain size and so does crack growth rate. This intermittent growth rate of the crack will dampen its oscillations, as the crack becomes longer until, at the transition length from microstructurally short to a physically small crack, the oscillations will cease and there will only be a monotonic increase of crack growth rate.

Theory

For the full proof of the equation which follow the reader is directed to the original references listed at the end of the test.

After solving the equilibrium equations for all the internal and external forces acting on the system, the equation for the plastic displacement at the tip of the crack is determined for conditions where the applied

stress  $\sigma$  is much higher than the friction stress as:

$$\phi = \frac{2}{G} \frac{\sqrt{1-n^2}}{n} \sigma a \quad (5)$$

where  $\phi$ : crack tip plastic displacement  
 $n$ :  $a/c$   
 $a$ : half surface crack length (Fig.10)  
 $c$ : half surface crack length and plastic zone size  
 $\sigma$ : applied stress  
 $G$ : shear modulus

Many models proposed to described crack growth rate in elasto-plastic conditions considered  $da/dN$  as a function of crack tip displacement. Following similar argument,

$$\frac{da}{dN} = f \phi \quad (6)$$

A theoretical estimation of the factor  $f$  is extremely difficult since knowledge of the dislocation storage and annihilation rate would be required in order to calculate the fraction of dislocations actually involved in crack extension. An empirical determination of this factor, is however, possible if short crack growth rate data from at least three levels of stress is available. As an example using 0.4 C steel it varied from approximately 0.025 to 0.25 over a range of applied stress 630-1000 MPa.

The condition for crack propagation in this model is governed by the stress ahead of the plastic zone being able to operate dislocation sources in the next grain and is given by:

$$\frac{s(\xi_0)}{\sigma} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{\sqrt{\xi_0-1}} \left[ 1 - \frac{2}{\pi} \frac{\sigma_0}{\sigma} \cos^{-1} n \right] + \frac{\sigma_0}{\sigma} \quad (7)$$

where  $\xi^0$ :  $(r_0 + c) / c$   
 $r_0$ : distance from the grain boundary to the nearest dislocation source in the next grain  
 $\sigma_0$ : friction stress

For a constant amplitude applied stress and a given friction stress, the stress concentration ahead of the plastic zone depends solely on the parameter  $n$ . As the crack grows, but with the plastic zone still being blocked by the grain boundary, the parameter  $n$  increases towards a critical value  $n = n_c$ , at which point, the stress concentration reaches a level sufficiently high to activate dislocation sources and consequently, the plastic zone extends right across the next grain. In the same interval crack growth rate decreases to its lowest value.

Upon slip transmission, the value of  $n$  changes suddenly to the new lower value  $n_g$  related to the larger plastic zone.

$$n_g = n_c \frac{i}{1+i} \quad \text{for } i = 1,3,5\dots \quad (8)$$

where  $i$  is the number of half grains transversed by the crack. In response to a lower value of  $n$  crack growth rate suddenly increases to a new maximum (equation 5).

The discontinuous character of the slip transfer (slip-jumps) is repeated grain after grain, giving an oscillating pattern to crack growth, Fig.11. It is the relative importance of these jumps upon the overall description of crack growth that differentiates the microstructurally short and the physical short crack period, the latter being described by continuum mechanics.

The stress concentration is at a maximum when  $n = 1$  (i.e. when the crack reaches the grain boundary where the plastic zone is blocked); but even at this maximum level, particularly when the applied stress level is low, the stress might still be insufficient to initiate slip in the next grain and, consequently, the crack arrests, i.e. the plastic displacement is zero in equation (5).

The fatigue limit  $\sigma_{FL}$  is therefore identified with the applied stress below which a crack that has grown within one grain ( $a = D/2$ ) is unable to initiate slip in a neighbouring grain. When the non-propagation condition is considered for a crack spanning over an arbitrary  $i$  number of half grains ( $a = c = iD/2$ ), the stress equivalent to the fatigue limit for this crack length,  $\sigma_{Li}$ , is related to the actual fatigue limit through the simple relation

$$\sigma_{Li} = \frac{\sigma_{FL}}{\sqrt{i}} \quad (9)$$

If the number  $i$  of half grains transversed by the crack is large then the incremental ratio between the slip jump-length and crack length  $\Delta i/i$  ( $\approx 2/i$ ) is small and, therefore, the stress  $\sigma_{Li}$  defined above may be considered to be little affected by the slip jumps and to vary continuously.

Equation (7) is used to determine the value of  $n_c$  in every grain by equating  $S(\xi_0)$  with  $\sigma_{Li}$  and through (9), with  $\sigma_{FL}$ . Thus, knowing the fatigue limit, estimating the values of the friction stress and assuming that a dislocation source is located at a distance of approximately one micron, equation (7) fixes the values of  $n_c$  in each interval of slip.

Once  $n_c$  has been determined,  $n_s$  is calculated by using expression (8), allowing, subsequently,  $n$  to vary from  $n_s$  to  $n_c$  in every interval of slip, until crack length achieves the critical failure length. In this matter, the whole  $da/dN$  vs crack length is obtained.

Figure 12 shows the model applied to some experimental results obtained by Hobson on a 0.4 C steel. The two limit curves, plotted using equation (1) with  $n_s$  upper curve and  $n_c$  lower curve, seem to provide reasonable bounds to the experimental crack growth data. Equation (4) derived by Hobson is also plotted in this figure.

Writing equation (6) in terms of  $n$  and  $c$  and considering that in each interval  $c$  is constant (the plastic zone is blocked by a grain boundary) the intergration of equation (6) over each interval gives

$$N_i = \frac{G}{f\Delta\sigma} (\sin^{-1} n_c^1 - \sin^{-1} n_s^1) \quad (10)$$

and the total life-time is therefore

$$N = \sum_{i=1}^{2a/D} N_i \quad i = 1, 3, 5 \dots 2a/D \quad (11)$$

where  $D$  is the grain diameter.

Calculations using this method have been carried out using the data of Hobson to determine lifetime to failure. The results listed in Table II show that the predicted lifetimes are in very good agreement with the experimental results; also given in this table are lifetime predictions obtained by integrating equations (3) and (4) over their respective ranges of applications.

In closing this lecture it seems that the microstructural-sensitive mode of crack growth occurs when the cyclic plastic zone is impeded by an obstacle or barrier. The nature, strength, number and density of these barriers determine not only crack growth rate but also the possibility of crack arrest. Developments or short crack resistant materials can now be accomplished with much more certainty based on the concept of microstructural barriers to crack propagation. Obviously each type of barrier will have its own characteristic arrest period and there will also be an optimum size and distribution of barriers of a given strength for a particular material.

#### References

- Bilby B.A., Cottrell A.H. and Swinden K.H. (1963) *proc. R. Soc. Lond.* 1272, 304.
- Brown M.W. (1986), In *The Behaviour of Short Fatigue Cracks*, (Ed. K.J. Miller and E.R. de los Rios) MEP London, 423.
- Hobson P.D., Brown M.W. and De los Rios E.R. (1986) *ibid*, 441.
- Kitagawa H. and Takahashi S. (1976), 2nd Int. Conf. on the Mechanical Behaviour of Materials (ICM2) Boston, USA, 627.
- Liu H.W. and Liu D. (1986), *Scripta Metallurgica* 16, 595.
- Miller K.J. (1986), *The Short Crack Problem in Mechanical and Thermal Behaviour of Metallic Materials*, Italy 165.
- Navarro A. and De los Rios E.R. (1986) *Phil Mag.* 57, 15; (1988), *Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct.* 11, 383.
- Petch N.J. (1953) *J. Iron Steel Inst.* 174, 25.
- Taylor D. (1982) *Fatigue Engng. Mater. Struct.* 5, 305.
- Yoder G.R., Cooley L.A. and Crooker T.W. (1982) *Scripta Metallurgica* 16, 1021.

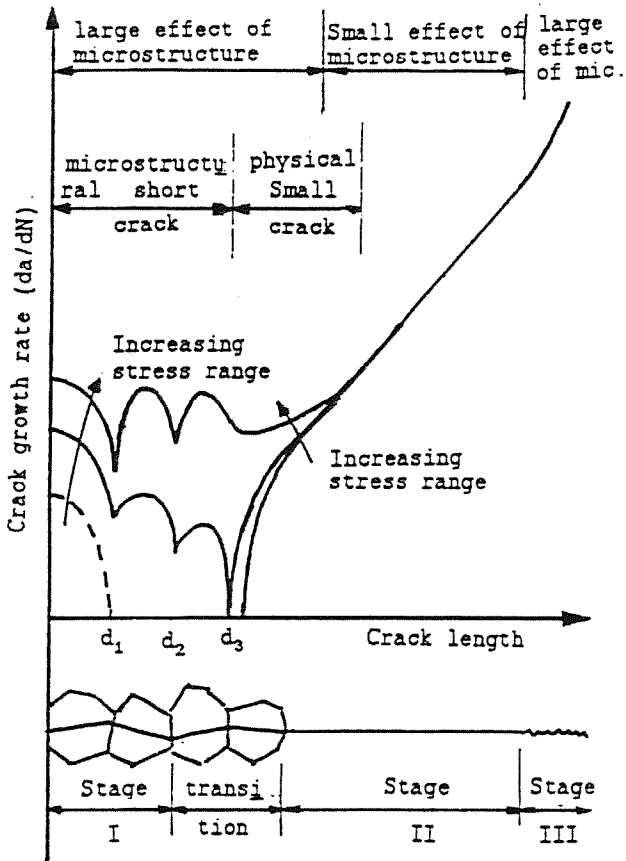


Fig.1 Schematic representation of the various stages in fatigue crack growth.

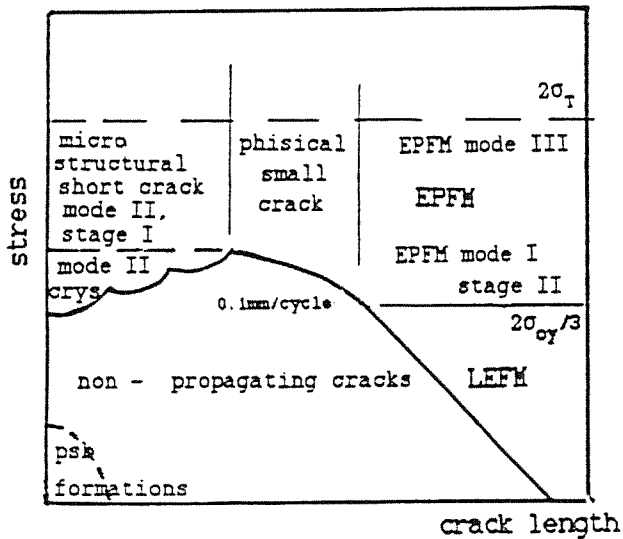


Fig.2 The fatigue mechanisms map of Brown.

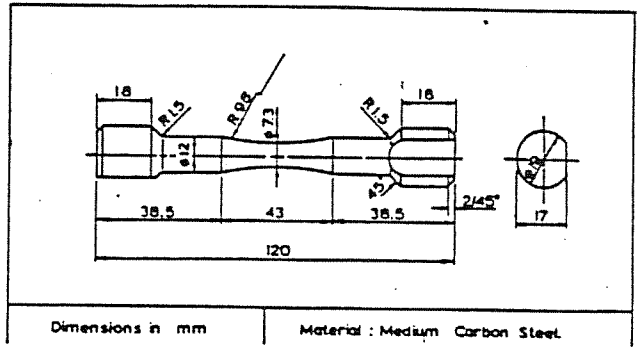


Fig.3 Hour-glass shape specimen.

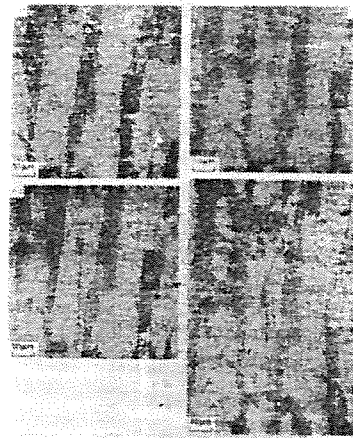


Fig.4 Short crack development in 0.4 C steel. Plastic replica.

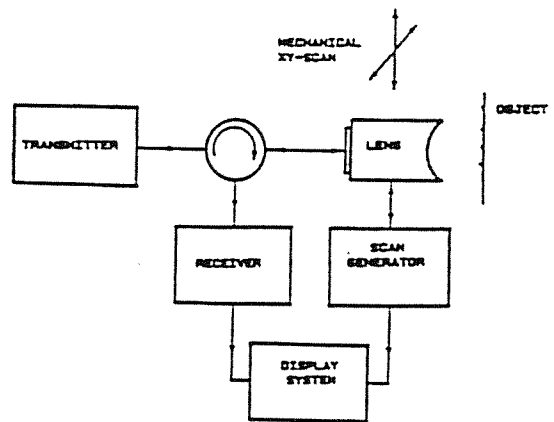


Fig.5 Acoustic microscope block diagram.



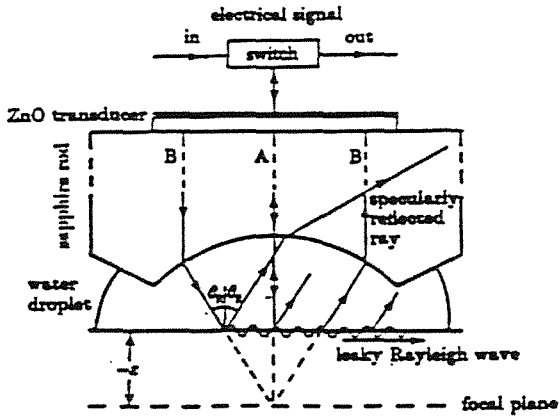


Fig.6 The acoustic lens and main acoustic waves.

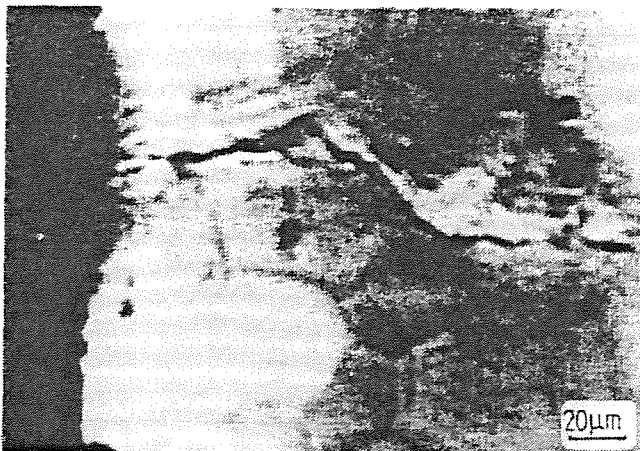
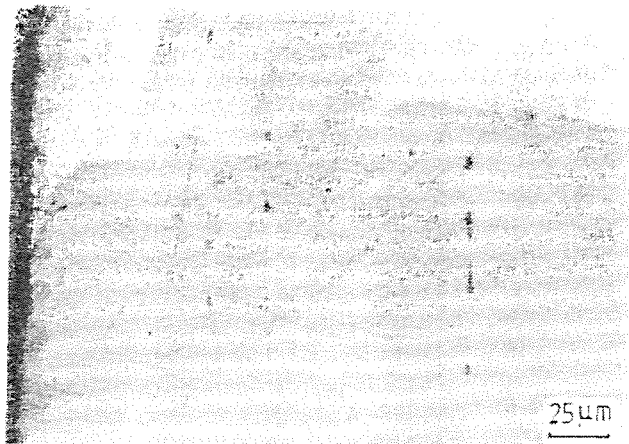


Fig.7 Short crack as detected by  
 a) Optical microscopy  
 b) Acoustic microscopy.

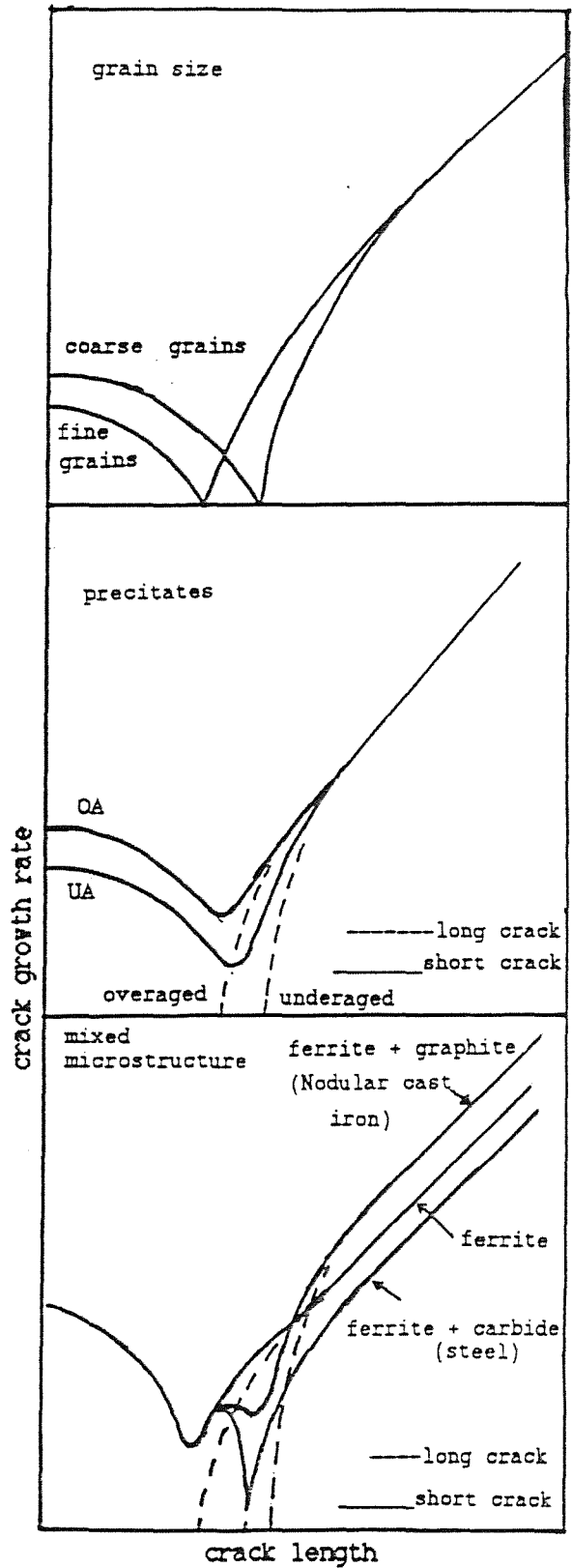


Fig.8 Effect of grain size, precipitation and second phase on fatigue crack growth.

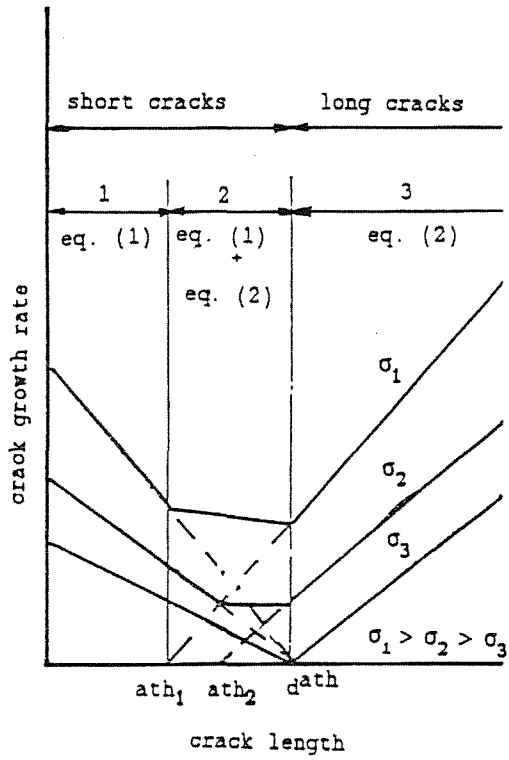


Fig.9 Schematic of low growth rates for short and long fatigue crack growth.

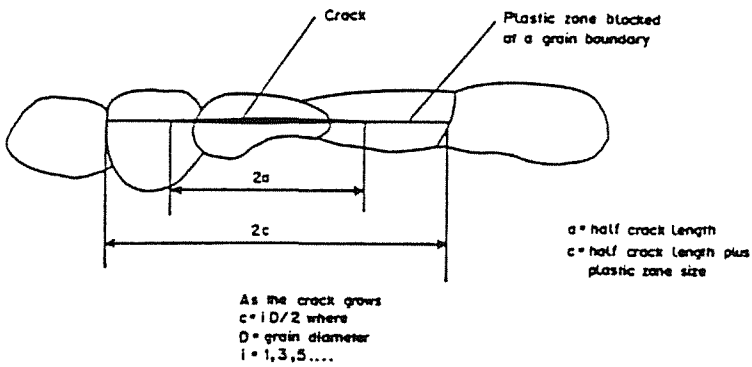


Fig.10 Schematic of a crack and blocked slip band.

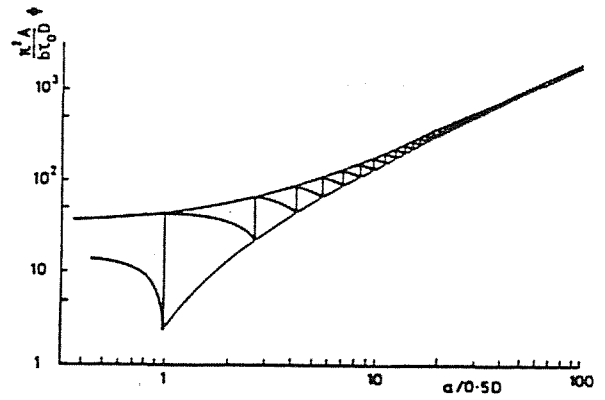


Fig.11 Oscillating pattern of the plastic displacement at the tip of a short crack.

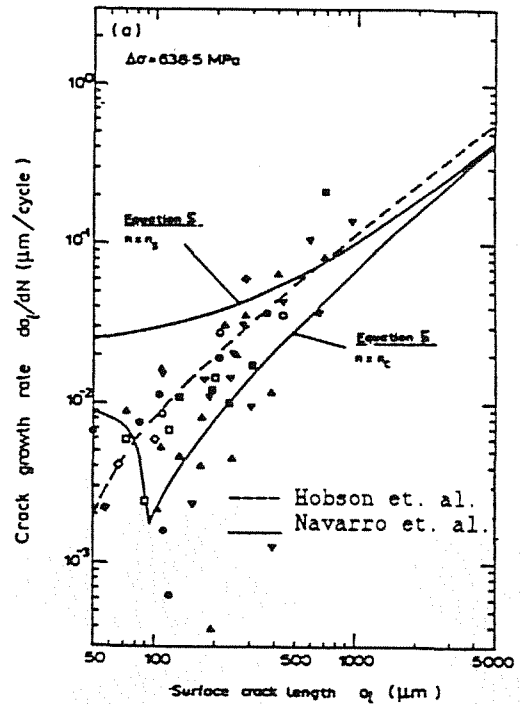


Fig.12 Model predictions and experimental results of crack growth rate in a 0.4 C steel.

## TENACIDAD DE FRACTURA DE CEMENTOS OSEOS

Vila, M.M., Silvestre, A., Planell, J.A.

Departamento de Ciencia de los Materiales e Ingeniería Metalúrgica  
E.T.S. Ingenieros Industriales de Barcelona. Univ. Politec. de Cataluña  
Avda. Diagonal 647, -08028-BARCELONA

**Resumen.**- La necesidad de mejorar las propiedades mecánicas de los cementos óseos acrílicos utilizados para la fijación de prótesis ortopédicas al hueso es un hecho demostrado clínicamente. En el presente trabajo se estudia el efecto que produce la adición de un copolímero elastomérico a la matriz de un cemento óseo convencional y en especial su influencia sobre la tenacidad a fractura. Se han preparado diversos materiales con diferentes fracciones de volumen de segunda fase. Se ha demostrado que la adición del copolímero elastomérico produce un sustancial aumento de la deformación a rotura en el ensayo de tracción así como una mejora de la tenacidad a fractura. A partir de un 10% de segunda fase la grieta en una probeta C.T. se propaga de forma estable siendo el mecanismo de descohesión de partículas de PMMA y de desgarro dúctil de la matriz el que controla el avance de la misma.

**Abstract.**- It is well known from clinical experience that there is a need to enhance the mechanical properties of acrylic bone cements used to stabilize orthopaedic prostheses to bone. The effect of adding rubbery copolymer to a conventional bone cement matrix is studied in the present investigation and specially the influence on the fracture toughness. Several materials with different second phase volume fractions have been prepared. It has been shown that fracture toughness as well as strain to fracture in a tensile test increase substantially by increasing the volume fraction of the elastomeric copolymer. The crack propagation in C.T. specimens becomes stable over a 10% second phase volume fraction. The mechanism which controls crack propagation is the decohesion between PMMA particles and the ductile tearing of the matrix.

## 1. INTRODUCCION

Uno de los métodos empleados en cirugía ortopédica para la fijación de prótesis al hueso consiste en utilizar un cemento óseo. Esta técnica ha gozado de gran aceptación a lo largo de los últimos veinticinco años, estando bien estudiada y descrita (1). Su éxito clínico se debe en parte a que no conlleva grandes problemas en la técnica quirúrgica al tiempo que la recuperación del paciente acostumbra a ser bastante rápida y sin demasiadas complicaciones. Los cementos óseos comunmente utilizados son polímeros acrílicos basados en polimetilmetacrilato (PMMA) y se encuentran bien descritos en la literatura (1,2).

Sin embargo, el método no está exento de problemas. Sin duda el mayor de todos ellos reside en la tasa demasiado elevada de aflojamientos a medio y largo plazo que obligan a efectuar operaciones de recambio de prótesis. Este problema está bien documentado (3-5) y en general parece demostrarse que es el fallo mecánico del cemento óseo, el principal responsable del fallo aunque

la técnica del cirujano puede tener también una influencia decisiva (6). Aunque en general, el fallo del cemento óseo se inicia en las intercaras prótesis-cemento ó cemento-hueso, parece indudable que la mejora de las características mecánicas del mismo y en especial de su tenacidad a fractura ayudaría a impedir su rotura y en concreto el aflojamiento de la prótesis.

Las técnicas empleadas hasta la fecha para mejorar las propiedades mecánicas del material han consistido fundamentalmente en reforzar el cemento óseo mediante fibras de carbono (7-9) ó mediante partículas de hidroxapatita (10). En ambos casos se consigue un aumento considerable del módulo elástico aunque no de la tenacidad a fractura. Más aún, parece que el hecho de reforzar con fibras afecta negativamente a la distribución de cargas desde la prótesis al hueso (8). El éxito reciente, alcanzado al mejorar sensiblemente la tenacidad a fractura del PMMA industrial mediante partículas elastoméricas (11-14), ha llevado a pensar que este mismo principio podría ser aplicado al caso de los cementos óseos acrí-

licos. De hecho ha aparecido ya en la literatura el primer trabajo en esta dirección (15), aunque el material empleado en este caso aprovecha el material empleado industrialmente y se aleja en cierto modo de los métodos que se utilizan en el quirófano.

El presente trabajo pretende estudiar el aumento de tenacidad que puede alcanzarse al modificar un cemento óseo convencional mediante partículas elastoméricas, en orden a evaluar sus posibilidades como nuevo biomaterial para la fijación de implantes quirúrgicos al hueso.

## 2. MATERIALES Y METODO EXPERIMENTAL

El cemento óseo Rostal utilizado en el presente trabajo ha sido gentilmente cedido por Industrias Quirúrgicas de Levante S.A. Las partículas utilizadas para el refuerzo fueron adquiridas comercialmente y consisten en un copolímero termoplástico basado en butadieno junto con radicales acrílico y estirénico.

La técnica de preparación ha pretendido respetar y seguir el método que se lleva a cabo en el quirófano con los cementos óseos convencionales. Dicho método consiste en mezclar los 40 grs. del contenido de una bolsa estéril formado fundamentalmente de PMMA en polvo con los 20 ml del contenido de una ampolla consistente básicamente en monómero metilmetacrilato. Esta mezcla se bate lentamente hasta obtener una masa pastosa que puede inyectarse en la cavidad ósea. La reacción de polimerización produce el fraguado del cemento acompañado de una fuerte exotermia del orden de unos 90°C. La relación de peso de polvo en gramos a volumen de monómero en ml debe ser de 2:1 puesto que se alcanza así la mínima liberación de monómero al tejido circundante durante el fraguado (2). Así, en el presente trabajo se ha incrementado siempre el volumen de monómero en una cantidad equivalente a la mitad del peso de partículas elastoméricas añadidas al material de partida. Las partículas del copolímero se han disuelto en el monómero de metilmetacrilato antes de proceder a la mezcla de éste con el polvo de PMMA, dado el superior tamaño de las primeras en relación a las segundas. Se han elaborado cementos modificados que contienen 0,5,10,15,20 y 25% de segunda fase en volumen. No se ha preparado material con contenido igual ó superior al 30% de segunda fase por el difícil proceso de mezcla que ello entraña ya que tales contenidos comienzan a dificultar la obtención de una mezcla homogénea.

Con la mezcla en estado pastoso se moldearon probetas para ensayos de tracción y de compresión así como de tipo C.T. para medir la tenacidad a fractura del material. Las probetas en el interior de los moldes de acero inoxidable estuvieron sujetas a una tensión compresiva durante el fraguado tal como indica la norma ASTM F451-76 para las probetas de compresión.

Todos los ensayos se realizaron en una máquina Instron electromecánica. Los ensayos de tracción se llevaron a cabo a una velocidad de desplazamiento del cabezal de 1mm/min, utilizándose un extensómetro para medir la deformación de las probetas. Los ensayos de compresión se realizaron a una velocidad de avance del cabezal de

5mm/min.

Las probetas C.T. se mecanizaron a partir de las planchas moldeadas hasta obtener las dimensiones mostradas en la Fig. 1.

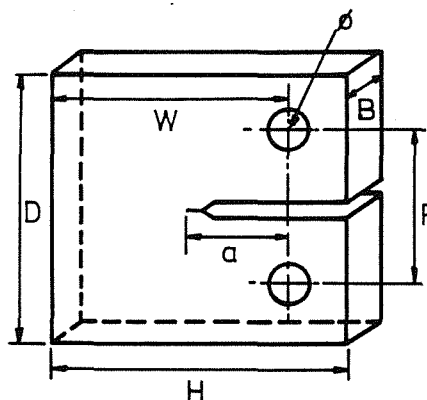


Fig. 1. Dimensiones de las probetas C.T. B=6mm, W=23mm, a=11.35mm, P=16.66mm, H=28.75mm, D=27.6mm, Ø=5.75mm.

En la punta de la entalla mecanizada se produjo una grieta aguda mediante un bisturí, siguiendo el procedimiento utilizado en este tipo de materiales (15,16). El espesor B de la probeta se escogió de tal manera que corresponde al doble del mínimo necesario para obtener condiciones de deformación plana en la punta de la grieta de un cemento óseo convencional. Aunque la adición de una segunda fase elastomérica podría llevar a perder dichas condiciones de deformación plana en algunos de los nuevos materiales, se desechó la idea de moldear probetas más gruesas debido a la exotermia de polimerización y a la dificultad que presenta el trabajado del material en estado pastoso para obtener secciones gruesas.

El factor de intensidad de tensiones utilizado (15,17) se calculó a partir de:

$$K_I = \frac{P Y}{B W^{3/2}} \quad (1)$$

donde P es la carga a la cual se empieza a propagar la grieta, B es el espesor de la probeta, W es la anchura de la misma e Y es un factor geométrico dado por:

$$Y = 29.6 \left(\frac{a}{W}\right)^{1/2} - 185.5 \left(\frac{a}{W}\right)^{3/2} + 655.7 \left(\frac{a}{W}\right)^{5/2} - 1017 \left(\frac{a}{W}\right)^{7/2} + 638.9 \left(\frac{a}{W}\right)^{9/2} \quad (2)$$

Para la determinación de  $K_{Ic}$  en cada material se siguió el procedimiento establecido en la norma ASTM E399-83. Se calculó además la relación de resistencia  $R_{sc}$  para probetas C.T. tal como indica dicha norma, de acuerdo con la expresión:

$$R_{sc} = \frac{2 P_{max} (2W+a)}{B (W-a)^2 \sigma_y} \quad (3)$$

donde  $P_{max}$  es la fuerza máxima obtenida en el ensayo y  $\sigma_y$  es el límite elástico a tracción.

Se midió además la velocidad de propagación de la grieta mediante un catetómetro. Aunque el método es aproximado, la obtención de un valor de velo-

TABLA I. Propiedades Mecánicas de los cementos óseos

MATERIAL	$E_t$ (GPa)	$\sigma_e$ (MPa)	$\sigma_t$ (MPa)	$\epsilon$ (%)	$E_c$ (GPa)	$\sigma_c$ (MPa)
0%	2.64 (0.09)	43.8 (2.2)	43.8 (2.2)	1.9 (0.5)	3.56 (0.44)	87.9 (7.2)
5%	2.48 (0.06)	39.0 (3.7)	42.0 (1.2)	2.1 (0.6)	3.48 (0.68)	82.2 (5.2)
10%	2.31 (0.05)	32.9 (1.9)	38.8 (5.1)	2.8 (0.8)	3.61 (0.61)	78.3 (3.9)
15%	1.78 (0.10)	27.8 (0.2)	34.2 (2.2)	2.9 (0.2)	2.78 (0.34)	76.3 (4.8)
20%	1.26 (0.04)	25.8 (2.4)	28.8 (3.4)	3.6 (0.8)	2.57 (0.45)	49.9 (4.7)
25%	1.27 (0.10)	25.6 (0.5)	28.4 (0.6)	3.7 (0.3)	2.19 (0.50)	41.8 (2.7)

idad media aporta información relevante respecto del proceso de fractura del material.

Finalmente, las superficies de fractura de las probetas C.T. se estudiaron en un microscopio electrónico de barrido.

### 3. RESULTADOS

#### 3.1 Ensayos de tracción y de compresión

En la Tabla I se exponen los resultados obtenidos de los ensayos de tracción y de compresión para las diferentes fracciones de volumen de segunda fase elastomérica. El 0% corresponde al cemento Rostal convencional. Para cada fracción de volumen se dan los valores obtenidos para el módulo elástico a tracción  $E_t$ , el límite elástico  $\sigma_e$ , la resistencia a tracción  $\sigma_t$ , la deformación a rotura  $\epsilon$ , el módulo elástico a compresión  $E_c$  y la resistencia a compresión  $\sigma_c$ . Entre paréntesis se da la desviación estándar de cada valor.

Cabe señalar que, como era de esperar, la adición de una segunda fase elastomérica produce una disminución del módulo elástico, del límite elástico y de la resistencia, mientras que aumenta la elongación a rotura. La Fig. 2 pone de manifiesto la variación del módulo elástico a tracción, observándose un acusado descenso del mismo por encima del 10% de segunda fase. La Fig. 3 muestra la disminución de la resistencia a tracción y el aumento de la deformación a rotura. En este caso la variación parece ser más lineal. Cabe destacar aquí la pobre ductilidad del material que con un 25% de segunda fase no supera el 4% de deformación a rotura a pesar del aumento que ello supone en casi un 100% respecto de la correspondiente al cemento óseo convencional.

Puede notarse que tanto el módulo como la resistencia a compresión son sensiblemente superiores a los obtenidos a tracción. Este hecho está bien documentado en el caso de los cementos óseos convencionales (18) y en general en los polímeros (19). Puesto que no existen otras referencias

relativas a cementos óseos con la matriz reforzada con una segunda fase elastomérica como la em-

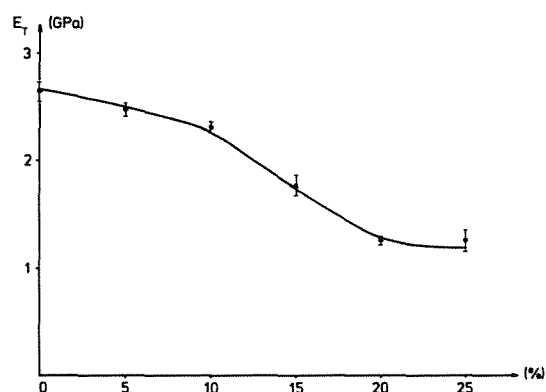


Fig. 2. Efecto de la adición del copolímero elastomérico sobre el módulo elástico a tracción.

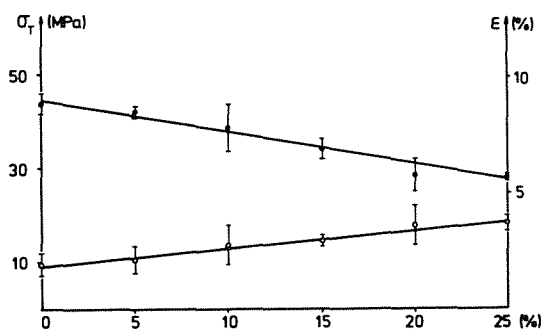


Fig. 3. Efecto de la adición de copolímero elastomérico sobre la resistencia a tracción,  $\sigma_t$  (•) y sobre la deformación a rotura  $\epsilon$  (◦).

pleada aquí, no es posible realizar comparaciones. Sin embargo, en el caso del cemento convencional, los resultados son muy parecidos a los que se en-

cuentran en la literatura (18).

### 3.2 Tenacidad a fractura y fractografía

Al realizar los ensayos con las probetas C.T. mostradas en la Fig. 1, se hizo patente que para los materiales con contenidos de segunda fase iguales ó superiores al 10% se producía propagación estable de la grieta. Este proceso iba acompañado de un emblanquecimiento general en la región próxima a la punta de la misma. Este cambio de color puede explicarse mediante los procesos de crazing y de shear yielding responsables del comportamiento dúctil en los polímeros. La observación a simple vista de las superficies de fractura, así como la medición de la velocidad de propagación de la grieta, demostraron que para los materiales con un 5% y con un 10% de segunda fase, la etapa inicial de propagación era estable, pasando a ser catastrófica de forma inmediata en el primer caso (menos de 1 mm), y al cabo de cierto tiempo (3 mm) en el segundo. Para cantidades superiores la propagación era estable hasta la rotura final de la probeta.

Todo ello se traducía de forma clara en la curva de carga-alargamiento que se obtenía de la máquina de ensayos. Al pretender aplicar la norma, ASTM E 399-83 para el cálculo de  $K_{IC}$ , se comprobó que las curvas obtenidas eran de tipo I y que la relación entre la carga máxima y la carga obtenida al trazar una secante de pendiente un 5% inferior a la región lineal de la curva era superior a 1.10 para los materiales conteniendo una proporción igual ó superior al 10% de segunda fase. En consecuencia, se pasó a calcular  $R_{SC}$ , la relación de resistencia, tal como indica la norma. Asimismo se ha calculado  $K_{I\max}$  que es sin duda un valor superior al  $K_{IC}$  del material en cuestión. La Tabla II ofrece un resumen de los resultados obtenidos. En ella se expresan, para cada fracción de volumen de segunda fase los valores medidos de la tenacidad a fractura  $K_{IC}$ , el factor de intensidad de tensiones máximo,  $K_{I\max}$ , la

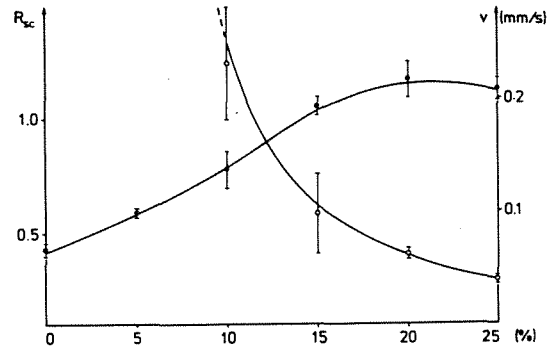


Fig. 4. Efecto de la adición de copolímero elastomérico sobre la relación de resistencia  $R_{SC}$  (●) y sobre la velocidad media de propagación de la grieta  $v$  (○).

relación de resistencia  $R_{SC}$  y la velocidad media de propagación de la grieta. Entre paréntesis se expresa la desviación estándar de cada determinación.

Como puede observarse,  $K_{IC}$  sólo se ha podido determinar correctamente para el cemento óseo convencional y para el modificado con un 5% de segunda fase. Cabe destacar el aumento de  $K_{I\max}$  y de  $R_{SC}$  con el contenido de segunda fase hasta alcanzar el 20% para descender de nuevo al llegar al 25%. Este es un hecho conocido en numerosos composites para los cuales, por encima de un determinado valor de segunda fase la tenacidad disminuye. Finalmente, la velocidad media de propagación de la grieta, no se ha podido determinar ni para el cemento convencional ni para el que contiene un 5% de copolímero con radical elastomérico. En estos materiales, la propagación era inestable prácticamente desde el principio. Para el material con un 10% de segunda fase la propagación, a lo largo de los 3 mm iniciales, era estable para pasar a ser catastrófica a continuación.

TABLA II. Tenacidad a fractura,  $K_{IC}$ , Factor de intensidad de tensiones máximo,  $K_{I\max}$ , Relación de resistencia,  $R_{SC}$  y velocidad media de propagación de la grieta  $v$ , para los distintos cementos óseos.

MATERIAL	$K_{IC}$ (MPam <sup>3/2</sup> )	$K_{I\max}$ (MPam <sup>3/2</sup> )	$R_{SC}$	$v$ (mm s <sup>-1</sup> )
0%	1.39 (0.13)	1.39 (0.13)	0.43 (0.03)	-
5%	1.70 (0.06)	1.70 (0.06)	0.59 (0.02)	-
10%	-	1.89 (0.21)	0.78 (0.08)	0.230 (0.050)
15%	-	2.17 (0.07)	1.06 (0.04)	0.097 (0.035)
20%	-	2.24 (0.15)	1.18 (0.08)	0.062 (0.005)
25%	-	2.15 (0.09)	1.14 (0.05)	0.039 (0.004)

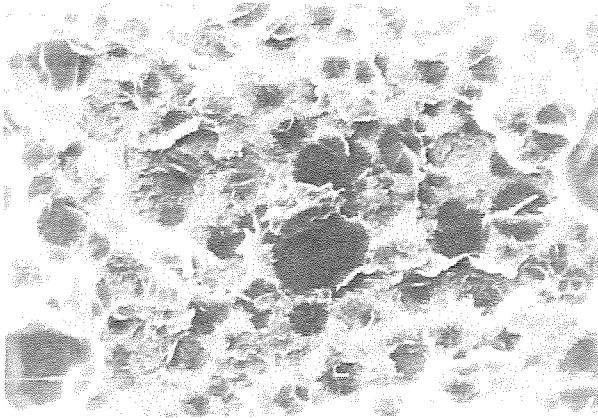


FIG. 5. Micrografía de la superficie de fractura del cemento óseo convencional. Corresponde a la propagación inestable de la grieta que ha avanzado de izquierda a derecha. Cada trazo blanco representa  $10 \mu\text{m}$ .

Para el resto de materiales la propagación fué estable todo el tiempo, lo que permitió medir una velocidad media. Se observa que dicha velocidad disminuye de forma progresiva. La Fig. 4 pone de manifiesto el comportamiento de  $R_{SC}$  y de  $v$  con la fracción de volumen de copolímero elastomérico.

El estudio fractográfico llevado a cabo mediante microscopía electrónica de barrido puso de relieve un mecanismo diferente en el caso de propagación catastrófica de la grieta en relación a la propagación estable. Las Figs. 5 y 6 muestran el aspecto de la superficie de fractura cerca de la entalla inicial. Se observa un avance relativamente plano. La grieta en su progresión ha cortado las partículas de PMMA del polvo inicial constitutivo del cemento óseo. No se observa descohesión entre partículas y matriz. La Fig. 6 muestra un detalle de dos partículas seccionadas por la grieta. La matriz de monómero polimerizado no se presenta severamente deformada.

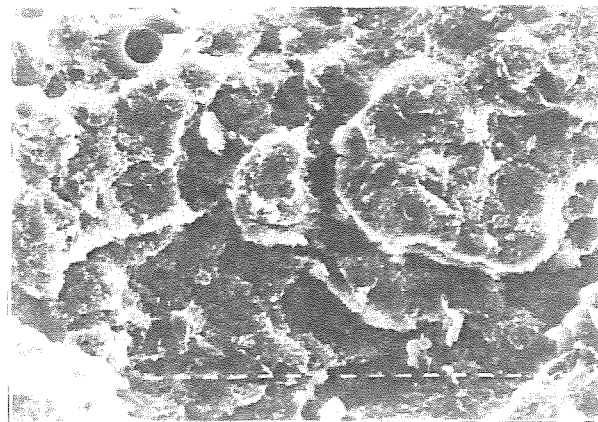


FIG. 7. Micrografía de la superficie de fractura del cemento que contiene un 5% de segunda fase. Corresponde a la región inicial de propagación estable. La grieta ha avanzado de arriba a abajo. Cada trazo blanco representa  $10 \mu\text{m}$ .

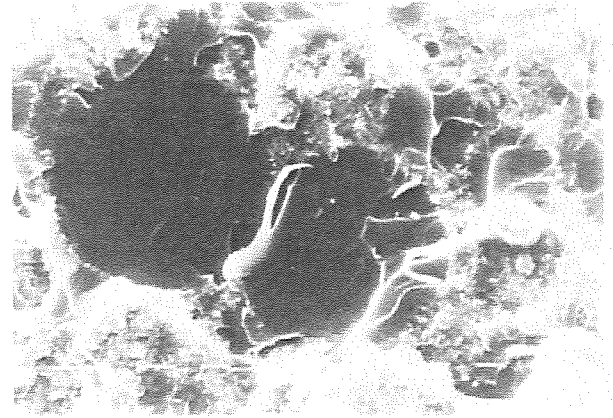


FIG. 6. Detalle de partículas de PMMA partidas de forma frágil en el avance inestable de la grieta que ha tenido lugar de arriba a abajo. Cada trazo blanco representa  $10 \mu\text{m}$ .

Las Figs. 7 y 8 muestran el aspecto de la superficie de fractura en regiones de propagación estable y de propagación catastrófica respectivamente de una probeta conteniendo el 5% de segunda fase. En la Fig. 7 se observa como la grieta no tiende a avanzar plana y se empiezan a observar descohesiones partícula-matriz. En la Fig. 8 se observa un detalle similar al presentado para las probetas de cemento óseo convencional.

Al aumentar la fracción de volumen de copolímero elastomérico al 10%, la fractura parece ya tener lugar siguiendo la morfología de las partículas de PMMA, tal como muestran las Figs. 9 y 10. Puede observarse como el mecanismo de descohesión entre bolas y matriz empieza a ser dominante y en el detalle de la Fig. 10 se aprecia ya una matriz severamente deformada.

Finalmente, para un 25% de segunda fase se observa claramente como la fractura se ha producido por descohesión entre partículas con rotura por

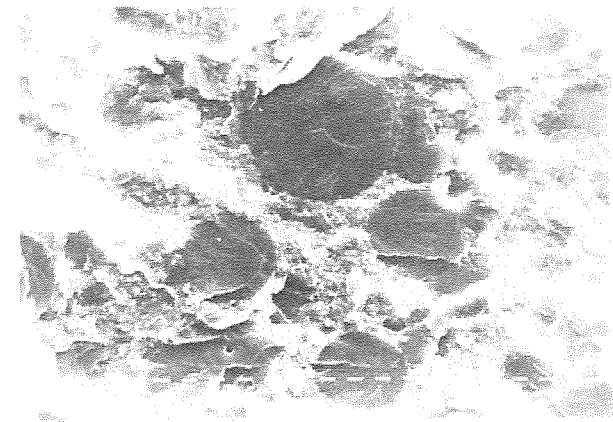


FIG. 8. Detalle de partículas de PMMA seccionadas de forma frágil en la propagación inestable de la grieta para el cemento que contiene un 5% de segunda fase. La grieta ha avanzado de arriba a abajo. Cada trazo blanco representa  $10 \mu\text{m}$ .

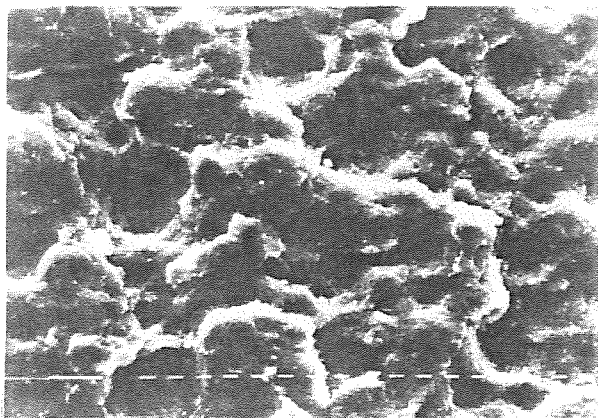


FIG. 9. Micrografía de la superficie de fractura del cemento que contiene un 10% de segunda fase. La propagación estable de la grieta produce descohesiones entre las partículas de PMMA y la matriz. La grieta ha avanzado de arriba a abajo. Cada trazo blanco representa 10  $\mu\text{m}$ .

desgarro de la matriz circundante como muestran las Figs. 11 y 12. En particular en el detalle presentado por esta última se observa muy claramente el efecto producido por la rotura dúctil de la matriz, rica ahora en el copolímero elastomérico. En ambas la grieta se ha propagado de arriba a abajo.

#### 4. DISCUSION

Los resultados obtenidos demuestran claramente que la adición de una segunda fase elastomérica disuelta en la matriz del cemento óseo tiene por efecto el disminuir el módulo elástico y la resistencia del material a la vez que aumenta la elongación a rotura. Este es un comportamiento inverso al obtenido reforzando con fibras de carbono (7,9) ó con partículas de hidroxapatita (10) y en la línea de los resultados obtenidos al modificar el cemento con partículas elastoméricas (15). Cabe señalar que hasta el 15% la re-

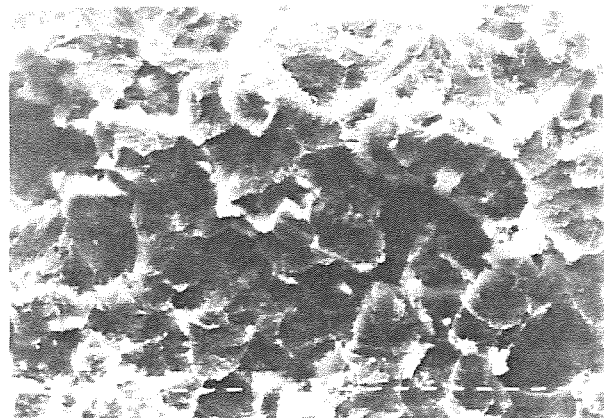


FIG. 11. Micrografía de la superficie de fractura del cemento que contiene un 25% de segunda fase. La propagación estable produce la descohesión de las partículas de PMMA así como el desgarro dúctil de la matriz. La grieta ha avanzado de arriba a abajo. Cada trazo blanco son 10  $\mu\text{m}$ .

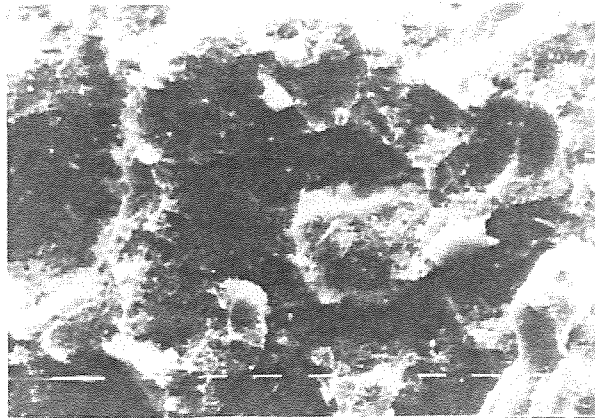


FIG. 10. Detalle de partículas de PMMA descohesionadas en el avance estable de la grieta del cemento con un 10% de segunda fase. La grieta se ha propagado de arriba a abajo. Cada trazo blanco representa 10  $\mu\text{m}$ .

sistencia a compresión se mantiene superior a los 70 MPa. Dado que la norma ASTM F451-76 para cementos óseos acrílicos sólo exige, de entre todas las características mecánicas medidas, una resistencia a compresión mínima de 70 MPa, es lógico pensar que al buscar una aplicación clínica al nuevo material no podrán añadirse contenidos de segunda fase superiores al 15%.

La tenacidad a fractura del cemento óseo convencional coincide con los resultados obtenidos en otros cementos (18,20,21). La adición de segunda fase produce un sensible aumento de la tenacidad, en la misma línea de Murakami et al. (15).

Dicho aumento de tenacidad produce, para las dimensiones de las probetas utilizadas, la propagación estable de la grieta. Dicha propagación estable produce una zona plástica por delante de la misma que puede llegar a ser superior a los 3mm en el material que contiene un 25% de segunda fase. La deformación plástica debe explicarse

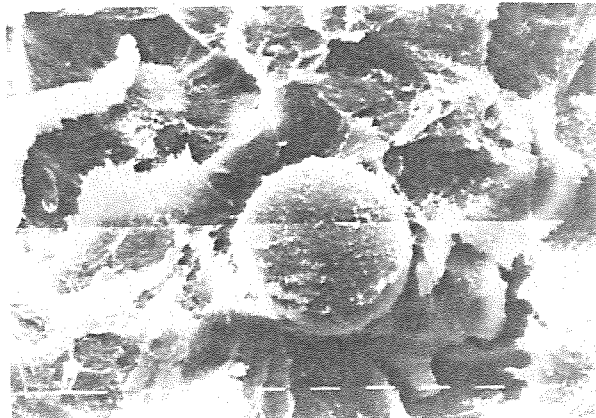


FIG. 12. Detalle de una partícula descohesionada con la matriz circundante severamente desgarrada en el cemento con un 25% de segunda fase. La grieta ha avanzado de arriba a abajo. Cada trazo blanco representa 10  $\mu\text{m}$ .



mediante el mecanismo de crazing así como el comportamiento gomoso de la matriz. El crazing se pone de manifiesto por el cambio de color a blanco que se produce en la grieta. Este mecanismo parece jugar un papel importante en el PMMA reforzado con una segunda fase elastomérica (22) y deberá ser estudiado con mayor profundidad. Por su parte, el mecanismo de descohesión de partículas de PMMA acompañado del desgarro dúctil de la matriz es el responsable de la disminución de la velocidad de propagación de la grieta y del aspecto dúctil de la superficie de fractura. De hecho, el efecto del copolímero elastomérico es el de transformar la matriz rígida inicial de monómero polimerizado en una matriz de comportamiento gomoso.

De entre los diferentes materiales ensayados, probablemente aquellos que contienen un 10% ó un 15% de segunda fase elastomérica son los que parecen ofrecer un mejor potencial como alternativa a los actuales cementos óseos convencionales, dada su mejor tenacidad así como su buen comportamiento mecánico.

##### 5. AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen a la CAICYT la financiación del presente trabajo a través del proyecto PA 0320/85 así como a Industrias Quirúrgicas de Levante S.A. el haber suministrado el cemento óseo Rostal.

##### 6. REFERENCIAS

- (1) Charnley J. (1970) "Acrylic Cement in Orthopaedic Surgery", Williams and Wilkins, Baltimore.
- (2) Lautenschlager E.P., Stupp S.I. y Keller J.C. (1984) "Functional Behaviour of Orthopaedic Biomaterials", Vol. II: Applications. Eds. Ducheyne P. y Hastings G.W., CRC Press Boca Raton, Florida.
- (3) Wilson J.N. y Scaler J.T. (1970) Clin. Orthop. Rel. Res. 72, 145.
- (4) Amstutz H.C. (1970) Clin. Orthop. Rel. Res. 72, 123.
- (5) Wilson Jr. P.D. (1987) Clin. Orthop. Rel. Res., 225, 228.
- (6) Eftekhari N.S. (1987) Clin. Orthop. Rel. Res. 225, 207.
- (7) Pilliar R.M., Blackwell R., MacNab I. y Cameron H.V. (1976) J. Biomed. Mater. Res. 10, 893.
- (8) Wright T.M. y Trent P.S. (1979) J. Mater. Sci. 14, 503.
- (9) Robinson R.P., Wright T.M. y Burstein A.H. (1981) J. Biomed. Mater. Res. 15, 203.
- (10) Castaldini A., Cavallini A., Moroni A. y Olmi R. (1984) "Biomaterials and Biomechanics 1983", Eds. Ducheyne P., Van der Perre G. y Aubert A.E., Ebevier Science Pub. Amsterdam, 91.
- (11) Hooley C.J., Moore D.R., Whale M. y Williams M. J. (1981) Plast. Rubber Process. Appl. 1, 345.
- (12) Bucknall C.B., Partridge I.K. y Ward M.V. (1984) J. Mater. Sci. 19, 2064.
- (13) Frank O. y Lehman J. (1986) Colloid. Polym. Sci. 264, 473.
- (14) Shah N. (1988) J. Mater. Sci. 23, 3623.
- (15) Murakami A., Behiri J.C. y Bonfield W. (1988) J. Mater. Sci. 23, 2029.
- (16) Parvin M. y Williams J.G. (1975) Int. J. of Fracture 11, 963.
- (17) Kinloch A.J. y Young R.J. (1983) "Fracture Behaviour of Polymers" Applied Science Pub. London, 103.
- (18) Saha S. y Pal S. (1984) J. Biomed. Mater. Res. 18, 435.
- (19) Ward I.M. (1983) "Mechanical Properties of Solid Polymers" John Wiley, New York.
- (20) Freitag J.A. y Cannon J.L. (1976) J. Biomed. Mater. Res. 10, 805.
- (21) Beaumont P.W.R. y Young R.J. (1975) J. Biomed. Mater. Res. 9, 423.
- (22) Bucknall C.B., Clayton D. y Kearst W.E. (1972) J. Polym. Sci. 7, 1443.

## TENACIDAD A LA FRACTURA DE ACEROS RÁPIDOS SINTERIZADOS EN ATMÓSFERA INDUSTRIAL

Martínez V., Palma R.H. y Urcola J.J.

CEIT (Centro de Estudios e Investigaciones Técnicas de Guipúzcoa)  
Apartado, 1555  
20080 - SAN SEBASTIAN

**Resumen.**- La presente comunicación centra su estudio en la influencia que tiene la temperatura de revenido sobre la tenacidad a la fractura en dos aceros rápidos de herramientas T15 y T42, sinterizados en una atmósfera industrial compuesta de 90% N<sub>2</sub>-9% H<sub>2</sub> y 1% CH<sub>4</sub>. El factor de intensidad crítica de tensiones en deformación plana ha sido evaluado a través del ensayo Barker utilizándose probetas cilíndricas cortas. Se han cuantificado los cambios microestructurales debidos a los tratamientos térmicos, midiendo la cantidad de austenita retenida y la dureza. También se utilizó la metalografía óptica y electrónica de barrido (SEM). En los dos aceros se observó que el tipo de fractura es predominantemente transgranular, con facetas del tipo mixto (quasi-cleavage).

**Abstract.**- The present work was centered on the study of the influence of tempering temperature upon the fracture toughness of two different high speed steels-T15 and T42-, used as cutting tools, sintered under an industrial atmosphere constituted by 90% N<sub>2</sub>-9% H<sub>2</sub>+1% CH<sub>4</sub>. The critical stress intensity factor in plane strain, was determined using the Barker's method applied to short rod samples. The microstructural changes produced by the heat treatments were quantified measuring the amount of retained austenite and the final hardness of the specimens. These microstructural changes were also followed by optical and scanning electron microscopy. Both steels exhibited fracture surfaces indicating the predominance of transgranular fracture, but also containing some facets associated to the occurrence of a quasi-cleavage fracture mode.

## 1. INTRODUCCION

Durante las dos últimas décadas, se manifiesta un creciente interés por la utilización de los aceros rápidos de herramientas en la fabricación de rodamientos para ejes de turbina de motores de aviación. Un ejemplo de ello son los aceros M50 y T1 utilizados en U.S.A. y en U.K. respectivamente, por lo tanto, dicha aplicación exige elevados valores de tenacidad. En la actualidad existe una especial preocupación por lograr una mejor comprensión del concepto y de la medición de la tenacidad en estos aceros rápidos.

Hoy los rodamientos son más grandes, pesan menos y rotan a velocidades mayores que los producidos hace 30 años. Su modo normal de fallo es por fatiga de contacto, originándose en su superficie un astillamiento, que en muchos casos da lugar a que se generen grietas en el material. Esto hace que se requieran tenacidades a la fractura mínima de 35 MPa m<sup>3/2</sup>, para cubrir esas velocidades rotacionales. Se debe tener presente también, que las temperaturas normales de trabajo de estos ro-

damientos son de ≈200°C, alcanzándose en algunos casos 350°C. Todas estas condiciones de trabajo, exigen el desarrollo de materiales fracto-tenaces y que retengan su dureza a dichas temperaturas de trabajo.

Estudios previos [1] se han centrado, tanto, en las propiedades de fatiga como de tenacidad a la fractura en los aceros rápidos M50 y T1; posteriormente Averbach [2] usó esta información para evaluar el riesgo de fallo en los rodamientos. Para éstos autores, la tenacidad a la fractura es principalmente dependiente de la matriz y la cantidad de carburos tiene un efecto menos importante. Otros autores [3-6] concluyen que, si bien es cierto, la cantidad de carburos precipitados no juega un papel preponderante en la tenacidad, ésta si depende de la distribución, morfología y tamaño de los mismos. Wronski et al [7] y Shelton and Wronski [8] han puesto de manifiesto que en los aceros con más bajos contenidos en inclusiones, la iniciación de la fractura está asociada a agrupaciones de carburos.

La metalurgia de polvos ofrece ventajas en cuanto a permitir un control realmente efectivo en la distribución y tamaños de carburos. La utilización de una atmósfera industrial compuesta de 90% N<sub>2</sub>-9% H<sub>2</sub> y 1% CH<sub>4</sub> ha resultado ser muy eficiente para sinterizar polvos de diferentes aceros rápidos. Se han logrado densidades cercanas a la teórica sobre un 99% en los aceros M2 [9], T42 [10], T6 [11], M42 [12] y T15 [9,11], con microestructuras similares o aún más finas que las obtenidas con el proceso tradicional de sinterización en vacío. Durante la sinterización ocurre una nitrogenación de los polvos, alcanzándose valores de 0,4-0,5% de nitrógeno.

La técnica para medir la tenacidad a la fractura, tradicionalmente se realiza de acuerdo al método recomendado por la norma ASTM E399-81. Sin embargo, esta norma y, para determinados materiales, presenta dos dificultades: gran tamaño de la muestra y necesidad de crear un pre-agrietamiento por fatiga. Existe desde el año 1979 [13] una nueva técnica basada en una muestra de geometría cilíndrica de pequeña longitud -short rod- con la que pueden evitarse las dos dificultades planteadas anteriormente.

En el presente trabajo se comparan los factores críticos de intensidad de tensiones en deformación plana (K<sub>IC</sub>) para dos aceros rápidos de alta aleación T15 y T42. Se analiza la influencia de los tratamientos térmicos de temple y revenidos múltiples a distintas temperaturas, así como la influencia de la austenita retenida. La cantidad de este microconstituyente fué determinada a través de técnicas de difracción de rayos x.

## 2. PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

Los polvos utilizados en este trabajo fueron fabricados por Powdrex Ltd. y atomizados con agua. El análisis químico de ambos polvos se presenta en la Tabla 1., y tras ser mezclados durante dos horas con una adición de 0,2% en peso de grafito de alta pureza, se compactaron uniaxialmente en cantidades de 30 grs. en una matriz cilíndrica de 16 mm. de diámetro con una presión de 500 MPa. La sinterización se efectuó en un horno Lindberg horizontal de 28 calefactores de carburo de silicio, con tres zonas de calentamiento; cada una con su propio controlador. Como cámara de horno se utilizó un tubo de acero refractario, con un sistema de bridas refrigeradas en sus extremos que permiten la entrada y salida de la mezcla gaseosa industrial empleada como atmósfera en el proceso de sinterización. Una parte del tubo que da fuera del horno utilizándose así como cámara de pre-calentamiento y enfriamiento de las muestras.

TABLA 1. Composición química de los polvos (% peso)

Acero	C	W	Mo	Cr	V	Co	Mn	O (ppm)
T 15	1.64	12.4	0.56	4.37	4.70	4.99	0.24	794
T 42	1.43	8.82	3.22	4.18	2.94	9.44	0.21	530

La determinación de las condiciones de sinterización; caudal de gas, temperatura y tiempo para cada acero se tomaron de resultados previos [9,10] lográndose densidades totales.

Las probetas antes de ser tratadas térmicamente fueron mecanizadas a las dimensiones y geometría requeridas para el ensayo de tenacidad Barker, de acuerdo a la Fig.1. Para facilitar el mecanizado de los cilindros Barker, las muestras fueron recocidas a 900°C durante 1h. y posteriormente enfriadas dentro del horno a una velocidad de ≈20°C h<sup>-1</sup> hasta 680°C y luego a ≈120°C h<sup>-1</sup> hasta temperatura ambiente. La dureza disminuyó a 340HV10 para el acero T42 y a 360HV para el T15.

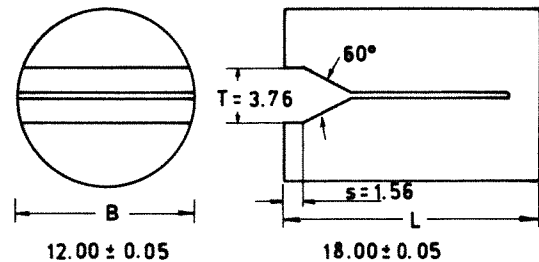


Fig.1.-Dimensiones y geometría de la probeta Barker de tenacidad

En la Tabla 2 se encuentran resumidas las diferentes temperaturas y tiempos de los tratamientos térmicos de austenización y revenido realizados a los dos aceros. El tiempo de austenización fué de 3 min. para cada acero y como atmósfera protectora se empleó la mezcla gaseosa industrial de sinterización. Todas las muestras fueron enfriadas posteriormente en aceite hasta temperatura ambiente. Después de austenizadas, las muestras fueron revenidas por tres veces a las temperaturas indicadas en la Tabla 2, siendo el tiempo de revenido de 1 hora.

Tabla 2. Temperaturas de tratamientos térmicos.

Acero	Temperatura (°C)	
	Austeniz.	Revenido
T 15	1210	500 - 550 - 585
T 42	1190	500 - 550 - 585

Se midió el tamaño de grano austenítico en nuestras templadas, usándose la técnica de intersección lineal media sobre un mínimo de 500 a 600g.

Los ensayos de tenacidad a la fractura de cilindros cortos se realizaron en una máquina universal Instron, a una velocidad de desplazamiento de cabezal de 0.05 mm.min<sup>-1</sup>. Este tipo de ensayo, como lo ha descrito Barker [13], no requiere de un pre-agrietamiento, debido a que por las características geométricas de la muestra se crea una grieta que crece de forma estable hasta alcanzar su tamaño crítico (A<sub>C</sub>), a partir del cual se propaga de un modo inestable. Finalmente, la tenacidad a la fractura se calcula a través de la siguiente expresión:

$$K_Q = \frac{A F}{B} \frac{c}{3/2} \quad (1)$$

y en que K<sub>Q</sub> es el valor del factor de intensidad de tensiones, que podría obtenerse considerando la aproximación tradicional de la mecánica elás-

tica lineal de la fractura (LEFM) aplicada a la probeta Barker. A es un factor dependiente de la geometría de la probeta y se recomienda un valor de 22 [14] B es el diámetro de la muestra y  $F_C$  es la carga asociada al punto en que el tamaño de la grieta es  $A_C$ . Ahora, el grado de plasticidad que tiene una muestra que se comporta de un modo elasto-plástico queda definido a través de un parámetro "p" que corrige la expresión (1) y que permite calcular el factor de intensidad crítica de tensiones en deformación plana ( $K_{IC}$ ):

$$K_{IC} = \frac{AF_C}{B^{3/2}} \left( \frac{1+p}{1-p} \right)^{1/2} \quad (2)$$

El valor de "p" se determina a través de dos ciclos de carga y descarga, como mínimo, durante el ensayo. Si  $p = 0$ , o sea en el caso de que el material tenga un comportamiento elástico lineal,  $F_C$  es la carga máxima del ensayo. Si  $p \neq 0$ ,  $F_C$  es la carga promedio de ciclo carga-descarga considerado para evaluar "p".

Las superficies de fractura de las probetas Barker ensayadas fueron examinadas en un microscopio de barrido Philips 501B. De estas mismas probetas se obtuvieron muestras para observación metalográfica y determinación de dureza Vickers (HV10), también se evaluó la cantidad de austenita retenida a través de difracción de rayos x, usando el método propuesto por Miller [15] y que considera las intensidades de los picos difractados por los planos (220) y (311) de la austenita y el (211) de la ferrita:

$$\% \gamma = 1.4I_{\gamma} / (I_{\alpha} + 1.4I_{\gamma}) \quad (3)$$

donde  $I_{\gamma} = (I_{220})_{\gamma} + (I_{311})_{\gamma} / 2$ ,  $I_{\alpha} = (I_{211})_{\alpha}$

### 3. RESULTADOS Y DISCUSION

Las densidades geométricas medidas a los cilindros cortos, usados para la fabricación de probetas Barker, resultaron ser superiores al 99% de la densidad teórica, tanto para el acero T15 como el T42. Los tamaños de grano austeníticos medidos en la condición de templado, resultaron ser de  $15.4 \pm 0.09 \mu\text{m}$  para el acero T42 y de  $21.1 \pm 0.9 \mu\text{m}$  para el acero T15. En ambos aceros se encontró que el tamaño máximo promedio de carburos masivos ( $M_6C$ ) fue inferior a  $5.4 \mu\text{m}$  y sus fracciones volumétricas resultaron ser de  $1.1 \pm 0.4\%$  en el acero T42 y de  $2.1 \pm 0.4\%$  en el acero T15. Estos resultados son similares a los encontrados en productos densos obtenidos por sinterización en vacío [10,16,17] ó en gas [10,19].

En la Fig.2 se presentan las micrografías SEM muestran los cambios microestructurales tras los revenidos triples. Las micrografías (a) y (b) de la Fig. 2 corresponden a muestras del acero T15 y que han sido austenizadas a  $1210^{\circ}\text{C}$  durante 3 min. templadas y luego revenidas por tres veces a  $500^{\circ}\text{C}$  (Fig.2(a)) y a  $585^{\circ}\text{C}$  (Fig.2(b)). Las Fig. 2(c) y (d) pertenecen a muestras del acero T42 austenizadas a  $1190^{\circ}\text{C}$  templadas y revenidas a las mismas temperaturas que las empleadas para el acero T15. Los microconstituyentes que se observan en ambos aceros son similares, variando un poco en su composición y fracción volumétrica. En las Fig. 2 (a) y (c) -revenido triple a  $500^{\circ}\text{C}$  se aprecia que la matriz es principalmente austenita retenida, como se pone de manifiesto en la Tabla 3, observándose que para ambos aceros la

cantidad de austenita retenida es alta cuando el revenido se realiza a  $500^{\circ}\text{C}$  ( $85.2\%$  para el T15 y  $55.0\%$  para el T42).

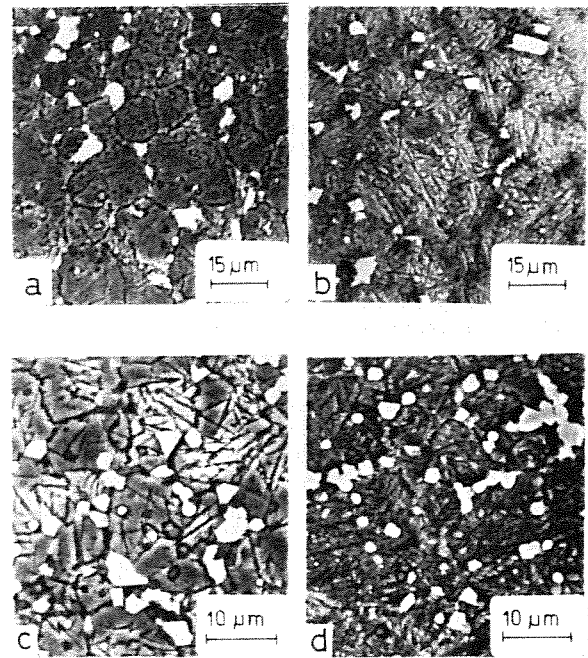


Fig.2 Microestructura de los diferentes tratamientos térmicos. (a) y (b) acero T15 y (c) y (d) acero T42, templado y revenidos a  $500$  y  $585^{\circ}\text{C}$ . SEM

Esta estabilidad de la austenita se debe a la gran cantidad de elementos aleantes en solución que retardan la cinética de transformación de la misma. En las micrografías (b) y (d) de la Fig.2 revenido triple a  $585^{\circ}\text{C}$  se observa un aumento de la cantidad de martensita con el incremento de la temperatura de revenido, siendo esto coherente con la disminución de la cantidad de austenita retenida mostrada en la Tabla 3. La mayor cantidad de este microconstituyente que presenta el acero T15 respecto del acero T42, se debe principalmente a que ha sido austenizado a una temperatura más alta, solubilizándose así una mayor cantidad de elementos de aleación.

Tabla 3.- Cantidad de aust. retenida y durezas después de cada tratamiento térmico.

Acero	Temperatura de Revenido ( $^{\circ}\text{C}$ )					
	500		550		585	
	% $\gamma_{\text{ret}}$	HV 10	% $\gamma_{\text{ret}}$	HV 10	% $\gamma_{\text{ret}}$	HV 10
T 15	85.2	490	40.6	796	12.0	907
T 42	55.0	630	32.5	850	10.5	955

La eliminación de la austenita residual viene acompañada por un aumento de la dureza, como se pone de manifiesto en la Tabla 3. El aumento de dureza con la temperatura y el tiempo de revenido, en los aceros del tipo T, se debe a la eliminación de la austenita residual y a la precipitación de carburo MC, rico en vanadio. Wright et al

[20] encontraron que en el acero T42 el endurecimiento secundario ocurre a  $\approx 525^{\circ}\text{C}$  para revenidos triples de 1½ hora y Beiss et al [21] señalan que el acero T15 sinterizado alcanza su máxima dureza cuando es austenizado a  $1260^{\circ}\text{C}$  y revenido tres veces a  $\approx 540^{\circ}\text{C}$ . Palma et al [10] observaron que, debido a la atmósfera gaseosa industrial (base nitrógeno) utilizada en el proceso de sinterización, el carburo MC es reemplazado por un carbonitruro MX. Se espera, por tanto, que durante el revenido, y a las temperaturas más altas, el endurecimiento secundario sea producido por la precipitación de carbonitruros MX. De acuerdo a la Tabla 3, la dureza máxima ocurriría alrededor de los  $585^{\circ}\text{C}$ , ya que para el acero T15 se alcanza una dureza de 907 HV10 y 955 HV para el acero T42. En ambos aceros, debido al alto contenido de nitrógeno (0,45% en peso), que conduce a una austenita residual muy difícil de transformar, el pico de dureza tiene lugar a mayores temperaturas que en los mismos aceros, pero sin nitrógeno.

La tendencia común de los trabajos sobre tenacidad de aceros rápidos de herramientas ha sido relacionar  $K_{IC}$  directamente con la dureza, dado que en general se acepta que el factor de intensidad crítica de tensiones en deformación plana, es una propiedad fundamentalmente dependiente de la matriz. Ahora, el factor que imparte la propiedad a la matriz es la cantidad de austenita retenida. Las Fig. 3 y Fig. 4 presentan estas características y en ellas se puede observar la variación de  $K_{IC}$  con aquellos parámetros. De dichas figuras parece deducirse también que el mecanismo de fractura en aceros rápidos sinterizados sigue siendo controlado por factores microestructurales de la matriz.

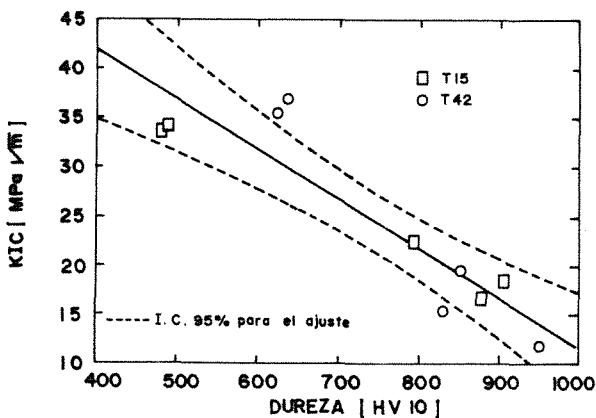


Fig. 3. Dependencia de  $K_{IC}$  respecto de la dureza después del tratamiento térmico.

La influencia de la austenita retenida ha sido planteada por varios autores [1,3,21,22], coincidiendo todos ellos en que la presencia de este microconstituyente contribuye a mejorar la tenacidad a la fractura. En los aceros rápidos de herramientas, la austenita retenida posee en solución una gran cantidad de elementos aleantes y además una elevada dureza, pero aún así, es más tenaz que la martensita.

Por lo tanto, su presencia impedirá que nucleen nuevas grietas en el frente de la grieta principal, lográndose así, un enroscamiento de ésta que frenará su propagación a través de la matriz.

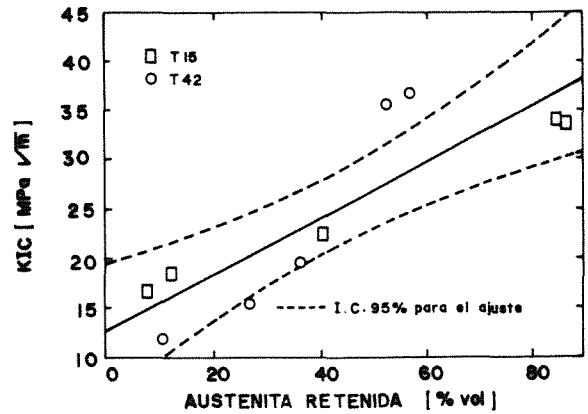


Fig. 4.- Relación entre  $K_{IC}$  y austenita retenida para los aceros T42 y T15, después de ser templados y revenidos.

La observación de las superficies de fracturas a través de microscopía electrónica de barrido (SEM) muestra un comportamiento muy similar en los dos aceros. La Fig. 5 muestra claramente que el aspecto de la fractura, ya sea si se trata del acero T15 (c y d) y T42 (a y b) es transgranular compleja ó modo mixto -quasi-cleavage-. Si se comparan las superficies obtenidas en las probetas templadas y revenidas a  $500^{\circ}\text{C}$ - Fig. 5(a) y (c)- con las templadas y revenidas a  $585^{\circ}\text{C}$ -Fig. 5(b) y (d)- se observa en estas últimas la presencia de más facetas, pero que son de menor tamaño y no exhiben apariencia de microplasticidad

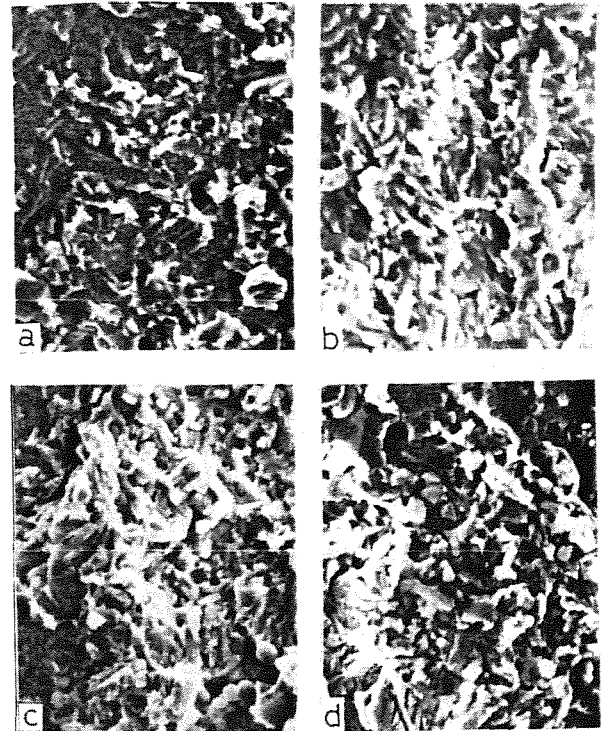


Fig. 5.- Fractografías (a) y (b) acero T42 revenidas a 500 y  $585^{\circ}\text{C}$ , (c) y (d) acero T15 revenidas a 500 y  $585^{\circ}\text{C}$  respectivamente. SEM. 1250 X

En ninguna de las superficies analizadas se encontró evidencia de microporos y no se advierte una influencia notable de la estructura de reve-

nido en el tipo de fractura. Ahora, lo que si se observa en las superficies de fracturas es una gran cantidad de carburos y muy pocos de ellos fracturados. Para verificar el efecto de la propagación de la grieta, y dilucidar si ésta progresaba a través de un camino preferencial, se realizó un corte perpendicular a la superficie de fractura. La Fig. 7 corresponde a una probeta del acero T42 templada desde 1190°C y revenida a 585°C y en ella se observa uno de los pocos carburos masivos agrietados, del tipo  $M_6C$ . Además, se observó la presencia de poros aislados a corta distancia de la superficie de fractura  $\approx 30\mu m$  sin ninguna grieta adyacente que lo conectaran con ella. Esto es una confirmación más de la restricción que imponen las entallas laterales de la probeta Barker a la propagación de la grieta.

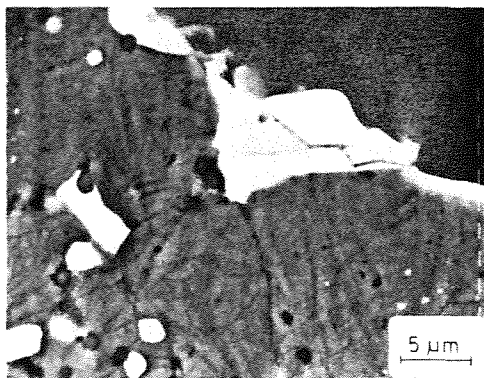


Fig. 6.-Superficie perpendicular al plano de la fractura. SEM.

Finalmente en la Fig. 7 se comparan los valores de  $K_{IC}$  obtenidos en el presente trabajo con otros resultados de la bibliografía. Se observa claramente que para bajas durezas los resultados del presente trabajo corresponden a tenacidades mucho más elevadas. Este hecho puede ser debido, además de la presencia de una mayor cantidad de austenita residual, a que los carburos primarios son más finos en el caso de los aceros obtenidos mediante metalurgia de polvos. En cambio para elevadas durezas estas diferencias se hacen mucho más pequeñas, como se observa en la Fig. 7. Esto podría indicar que el  $K_{IC}$  depende exclusivamente de los factores estructurales de la matriz, pues a tan elevadas durezas y pequeñas zonas plásticas, la probabilidad de incluir un carburo primario en los mismos, es muy baja.

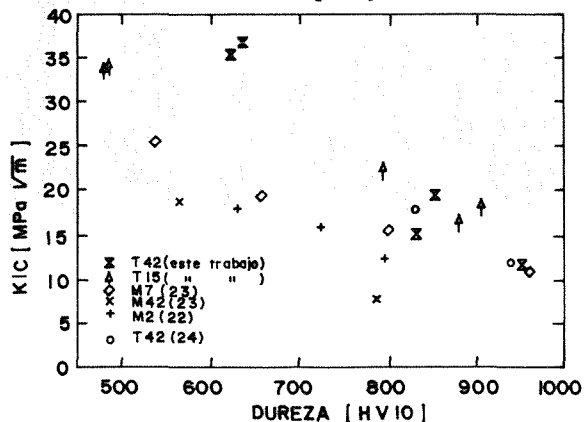


Fig. 7. Correlación de valores de  $K_{IC}$  para diferentes aceros rápidos de herramienta.

#### 4. CONCLUSIONES

1. La tenacidad a la fractura de los aceros rápidos T42 y T15 sinterizados en atmósfera industrial aumenta con la cantidad de austenita retenida y disminuye con la dureza.
2. La presencia de nitrógeno en los aceros rápidos de herramienta del tipo T eleva las temperaturas de máximo endurecimiento secundario, posibilitando así, tener una mayor tenacidad a la fractura que aceros del mismo tipo pero fabricados por rutas diferentes a las del presente trabajo.
3. Los carburos primarios no disueltos, al parecer no son un factor microestructural preponderante en la determinación del factor de intensidad crítica de tensiones en deformación plana, al menos a elevadas durezas.

#### 5. REFERENCIAS

- [1] Rescalvo J.A. and Averbach B.L. (1979), "Fracture and Fatigue in M-50 and 18-4-1 High-Speed Steels", Metall. Trans., Vol. 10A, p. 1265-1271.
- [2] Averbach B.L. (1980), "Fracture of Bearing Steel", Metall. Progress, 118, 8, p. 19-24
- [3] Johnson A.R. (1977), "Fracture Toughness of AISI M2 and AISI M7 High-Speed Steels", Metall. Trans., Vol. 8A, p. 891-897.
- [4] Curry D.A. and Knott F.J. (1979), "Effect of Microstructure on Cleavage Fracture Toughness of Quenched and Tempered Steels", Metall. Science, 13, p. 341-350.
- [5] Olsson L.R. and Fischmeister H.F. (1978) "Fracture Toughness of Powder Metallurgy and Conventionally Produced High-Speed Steels", Powder Metallurgy, 1, p. 13-28.
- [6] Fischmeister H.F. (1983), "Toughness in High-Speed Steel and Hard Metals", in Specialty Steels and Hard Materials, Pergamon Press, p. 127-140.
- [7] Wronski A.S., Hussain Al-Yasiri L.B. and Jagger F.L. (1977), "Comparison of Strength and Toughness of Wrought and Directly Sintered T6 High-Speed Steel", Powder Metallurgy, No. 3, p. 109-118.
- [8] Shelton P.W. and Wronski A.S. (1987), "Strength, Toughness and Stiffness of Wrought and Directly Sintered T6 High-Speed Steel at 20-600°C", Mat. Science and Tech., Vol. 3, p. 260-267.
- [9] Martínez V. (1987), Tesis Master, E.S.I.I., Universidad de Navarra, España.
- [10] Palma R.H., Martínez V. y Urcola J.J. (1988), "Sinterización de un Acero Rápido de Herramientas T42 en Atmósfera Gaseosa Industrial y Vacío, con Adición de Grafito", presentado a la Revista de Metalurgia CENIM.
- [11] Martínez V., Palma R.H. y Urcola J.J. (1988), "Influence of HIP After Sintering on Frac-

- ture Toughness of High-Speed Steels", Proc. Int. Conf. on HIP of Materials, Antwerp, Bél.
- [12] Martínez V., Palma R.H. y Urcola J.J. (1988), "Sinterización y Tratamiento Térmico de un Acero de Herramienta M42", presentado a la Revista de Metalurgia CENIM.
- [13] Barker L.M. (1979), "Short Bar Specimen for  $K_{IC}$  Measurements", ASTM-STP 678, p.73-82.
- [14] Barker L.M. and Baratta F.I. (1980), "Comparison of Fracture Toughness Measurements by the Short Rod and ASTM Standard Method of Test  $K_{IC}$  (E399-72)", J. Test and Eval., 8, p. 97-102.
- [15] Miller R.L. (1964), "A Rapid X-Ray Method for the Determination of Retained Austenite" Trans. ASM, Vol. 57, p.892-899,
- [16] Palma R.H., Martínez V. y Urcola J.J. (1987), "Sinterización en Mezcla Gaseosa de Polvos de Aceros Rápidos de Herramientas", II Congreso Mundial Vasco, Bilbao, España.
- [17] Price W.J.C., Rebbeck M.M., Wronski A.S. and Amen S.A. (1985), "Effect of Carbon Additions on Sintering to Full Density of BT1 Grade High-Speed Steel", Powder Metallurgy, 28, 1, p.1-6.
- [18] Bee J.V. Wood J.V., Brown P.R. and Nurthen P.D. (1985), "Phase Distributions During the Sintering of High-Speed Steel Powders", Powder Metall. Meeting, San Francisco, U.S.A.
- [19] Wright C.S. and Irani R.S. (1984), "Towards Equilibrium Durint Tempering a High-Speed Steel", J. Mat. Sci., Vol.11, p.3389-3398.
- [20] Beiss P. and Podob M.T. (1982), "Production and Heat Treatment of Full Dense Pressed and Sintered P.M. Tool Steels", Powder Metallurgy, Vol. 25, 2, p.69-74.
- [21] Lee S.C. and Worzala (1981), "Fracture Behaviour of AISI-M2 High-Speed Tool Steel", Metall. Trans., Vol. 12A, p.1477-1484.
- [22] Okorafor O.E. (1987), "Fracture Toughness of M2 and H13 alloys Tool Steels", Mat.Sci. and Techn., Vol. 3, p.118-124.
- [23] Ericksson J. (1973), "Fracture Toughness of Hard High-Speed Steel, Tool Steels and White Cast Irons", Scand. J. Metall., 2, p.197-203.
- [24] Wright C.S., Wronski A.S. and Rebbeck M.M. (1984), "Strength and Toughness of T42 High-Speed Steel", Metals Technology, Vol.11, p. 181-188.

**MODIFICACION DE LA TENACIDAD A LA FRACTURA DEL PMMA POR LA ADICION DE PARTICULAS ELASTOMERICAS****Martinez, A.B , Paredes, M.LL.**

Departamento de Ciencia de los Materiales e Ingenieria Metalurgica  
E.T.S. Ingenieros Industriales de Barcelona  
Avda. Diagonal 647. -08028-BARCELONA

**Resumen-** Se preparan materiales compuestos dosificando fracciones en peso de polibutadieno en metacrilato de metilo, polimerizandose a continuación. Se estudia la influencia de la fracción en peso añadida de polibutadieno sobre la morfología y la tenacidad a la fractura de los materiales compuestos obtenidos.

**Abstract-** We prepared composite materials dosaging fractions in weight of polybutadiene on methyl methacrilate, before it polymerices. We have studied the influence of the added rubber on the morphology and fracture toughness of the obtained composites.

**1. INTRODUCTION**

El PMMA es un termoplástico vítreo que presenta una fractura frágil por un mecanismo de crazing (1-3), es decir, por la formación de crazes, percursores de grietas. Estas así pueden formarse con bajas energías y propagarse.

En otros termoplásticos vítreos (1-7) mediante la adición de una segunda fase elastomérica que adopta la forma de partículas esféricas, se ha conseguido un aumento notable de la tenacidad a la fractura en adición a una ligera disminución de los valores de otras propiedades mecánicas.

Por analogía con el PS que presenta un comportamiento similar, con la inclusión de partículas de PB, se espera una mayor capacidad de absorción de la energía de deformación aplicada, como consecuencia de la mayor absorción de energía por la nucleación de multitud de pseudogrietas (crazes) en la matriz, estando el origen de los crazes en los ecuadores de las partículas elastoméricas.

La función de las partículas de polibutadieno (PB) es iniciar el crecimiento de múltiples crazes en la matriz. Bajo la tensión aplicada los crazes se originan en el punto de máxima concentración triaxial de tensiones (ecuadores de las partículas). Los crazes crecen normales a la tensión máxima aplicada. Las partículas de caucho actúan como extremos de crazes previniendo el crecimiento de grandes crazes. Resultando así que se generen un gran número de pequeños crazes formados en ausencia de las partículas de caucho. El múltiple crazing que ocurre a través de un comparativamente gran volumen del material modificado con caucho, explica la gran absorción de energía en los ensayos de fractura así como el enblanquecimiento (stress whitening) que acompaña a la deformación y rotura.

Con el objetivo de mejorar la tenacidad a fractura del PMMA, y en particular para sus aplicaciones como adhesivo o cemento, se ha pretendido su modificación mediante la adición de una segunda fase elastomérica.



## 2. MATERIALES

Para la fabricación de estos materiales compuestos se ha partido de una disolución de la fracción en peso, wf, seleccionada de polibutadieno (PB) en el monómero metacrilato de metilo (MMA) a la que se adicionó un 0.05% en peso de peróxido de benzoilo (BPO) como iniciador y 0.6% en peso de una solución de sulfosuccinato sódico, al 10% en peso en MMA, como desmoldeante.

Esta disolución se prepolimerizó a 80°C de temperatura durante aproximadamente 2 horas, período durante el cual, el material aumenta su viscosidad y toma la apariencia de un jarabe. Mediante esta prepolimerización se evitan las consecuencias de la autoaceleración y al mismo tiempo se reduce la fuerte evolución de la contracción en el molde (8).

Las planchas de este material compuesto se obtuvieron mediante la polimerización del jarabe anteriormente citado, que fué colocado en un molde formado por dos planchas de vidrio y un separador que garantiza la estanqueidad. Este proceso tuvo lugar en una estufa a 50°C de temperatura durante 72 horas, y posteriormente se postcuró a 120°C durante 1 hora, a fin de reducir el contenido en monómero residual.

Para la fase elastomérica se ha utilizado un polibutadieno de Mn aproximada de 100.000 marca Cariflex.

## 3. ENSAYO DE TORSION DOBLE

Los valores de la tenacidad a la fractura,  $K_{IC}$ , para los diferentes composites se obtuvieron mediante el ensayo de torsión doble. Esta técnica permite una determinación fácil y rápida del parámetro crítico de intensidad de tensión  $K_{IC}$ , y se encuentra descrito en detalle en (9-10).

Se puede demostrar que  $K_{IC}$  es independiente de la longitud de la grieta  $y$  que para un material elástico es:

$$K_{IC} = W_n P_c \left[ \frac{3(1 + \nu)}{w t^3 t_n \psi} \right]^{1/2}$$

donde  $P_c$  es la carga crítica para la propagación de la grieta,  $W_n$  es el brazo del momento aplicado,  $\nu$  es el coeficiente de Poisson ( $\nu = 0.33$ ),  $w$  la anchura de la probeta,  $t_n$  es el espesor en el plano de la grieta y  $\psi$  una corrección geométrica dada por:

$$\psi = 1 - 0.63 d + 1.2 d e^{-1/d}$$

donde  $d = 4t/w$

En este ensayo, las grietas pueden propagarse de dos maneras diferentes que presentan formas distintas en los gráficos carga-desplazamiento registrados (12). La propagación puede ser estable y continua o inestable y discontinua (sick-slip).

Las probetas utilizadas en el ensayo de torsión doble, mostrado en la figura 1, se mecanizaron

de las planchas obtenidas por colada. Las dimensiones nominales fueron 85\*40\*6 mm, y la longitud de la entalla longitudinal fué 1.90 mm. Las entallas se agudizaron con un aguja de afeitar antes de ensayarse en una máquina universal de ensayos marca INSTRON a temperatura ambiente y una velocidad de desplazamiento de las mordazas de 0.5 mm/min.

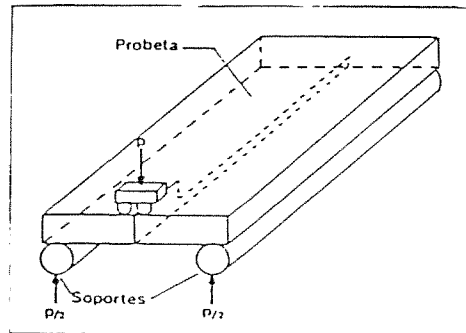


Fig. 1. Geometría del ensayo de torsión doble

## 4. MICROSCOPIA ELECTRONICA

Las superficies de fractura obtenidas de las probetas ensayadas, se examinaron en un microscopio electrónico de barrido (SEM) PHILLIPS 500. Las superficies se metalizaron con una delgada capa de oro afin de hacer dichas superficies conductoras y reducir la carga eléctrica.

La morfología de los materiales compuestos fabricados se observó por microscopía electrónica de transmisión (TEM). Las muestras fueron sometidas a un tratamiento de tinción, con vapores de  $Os_4$  durante 72 horas (13), y posteriormente mediante un ultramicrotomo SORVALL se obtuvieron cortes muy finos (aproximadamente 90 nm), que se depositaron sobre rejillas y se observaron en un microscopio electrónico de transmisión SIEMENS Elmiskop I.

## 5. DISCUSION DE LOS RESULTADOS

La figura 2 muestra los valores de la tenacidad a la fractura,  $K_{IC}$ , obtenidos mediante la técnica de torsión doble y que corresponden a los materiales compuestos con diferentes fracciones en peso de polibutadieno. En todos estos materiales compuestos ensayados, la propagación grietas fué estable y continua.

Las superficies de fractura de las probetas modificadas con PB mostraron un emblanquecimiento (stress-whitening) de reducido espesor.

En esta figura, se observa un notable aumento de la tenacidad a la fractura respecto al PMMA. Este aumento de  $K_{IC}$  es fuertemente creciente hasta llegar a un máximo aparente alrededor de una fracción en peso de 0.035 en PB, a partir de esta fracción en peso  $K_{IC}$  decrece hasta alcanzar se a una fracción en alrededor del 0.055 en PB, el mismo valor que el correspondiente al PMMA, y aumentando aún más la fracción en peso de PB, los valores de  $K_{IC}$  para estos composites aumentan ligeramente.

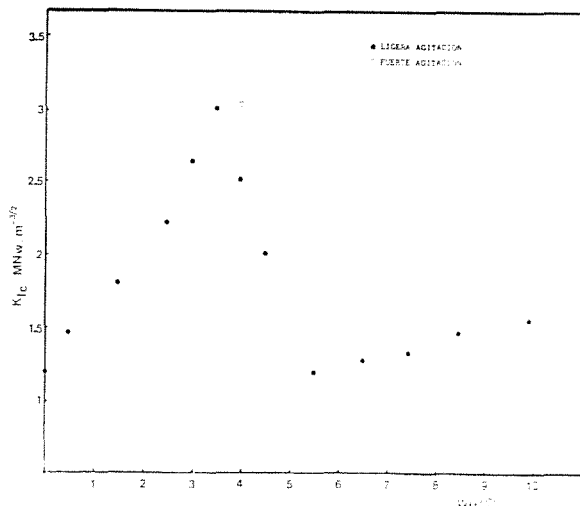


Fig. 2. Valores de  $K_{IC}$  en función de  $W_f$

Sin embargo se observan discontinuidades en los valores de  $K_{IC}$  obtenidos de distintas placas fabricadas con fracciones en peso comprendidas entre 0.04 y 0.05 en PB, variando en ellos únicamente la magnitud de la agitación durante el proceso de prepolimerización.

En la fig. 3, se muestran las micrografías electrónicas de transmisión que corresponden a los composites con fracción en peso 0.04 de PB. La parte teñida de negro en las micrografías corresponde al PB, al quedar éste teñido por el  $O_2$  (13). En la fig. 3b, se observa la inversión de fase producida por la agitación durante la prepolimerización. Esta estructura da lugar a un mayor valor de  $K_{IC}$  igual que se ha observado en el poliestireno al añadirle PB y obtenerse también la inversión de fase (5-7). La fig. 3a, muestra la típica estructura celular en forma de panel de abejas obtenida como consecuencia de la separación de fases.

El polibutadieno es soluble en MMA monómero. A medida que progresa la polimerización y aumenta la masa molecular del PMMA, tiene lugar una disminución de la entropía de mezcla  $\Delta S_m$ , y por consiguiente en la expresión de la energía libre de mezcla

$$\Delta G_m = \Delta H_m - T \Delta S_m$$

al ser  $\Delta H_m$  positiva y reducirse  $\Delta S_m$ , disminuye la miscibilidad ocurriendo la separación de fases que origina una estructura celular en la que el PB forma la fase continua. En ausencia de agitación no ocurre la inversión de fases.

En la fig. 4, se muestra la micrografía de la superficie de fractura del composite con una fracción en peso de 0.03 de PB obtenida con agitación. Se puede observar la presencia de partículas más o menos esféricas con subestructura también esférica, con una cierta adhesión con la matriz. Esta estructura puede relacionarse con la mostrada en la figura 3b y obtenida por transmisión con lo que la matriz estaría formada por PMMA así como las bolitas que forman la subestructura, bolitas que están envueltas por el

elastómero que las ancla también con la matriz. Este elastómero podría estar injertado y posiblemente lo esté ligeramente.

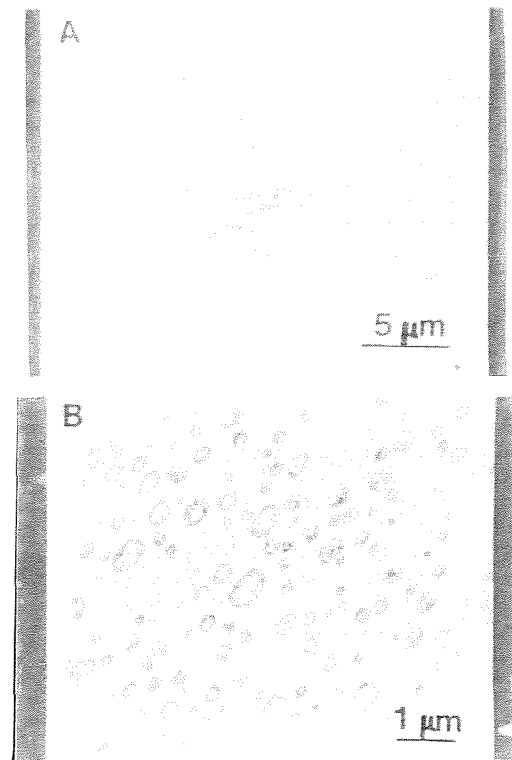


Fig. 3. Micrografías por TEM del composite con  $W_f = 0.04$   
a) ligera agitación  
b) fuerte agitación

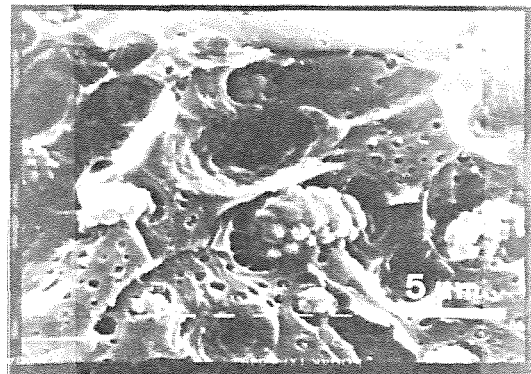


Fig. 4. Superficie de fractura observada por SEM del composite con  $W_f = 0.03$

La fig. 5, muestra la morfología del composite con una fracción en peso de 0.085 en PB, en la que se observa que la matriz está formada por el PB y las partículas por PMMA.

En la fig. 6, se muestran las micrografías de las superficies de fractura de los composites con fracciones en peso de 0.055, 0.085 y 0.10 en PB que se corresponden con el mismo tipo de morfología mostrado en la fig. 5. A medida que aumenta la fracción en peso se observa una disminución del tamaño de las partículas de PMMA y se produce

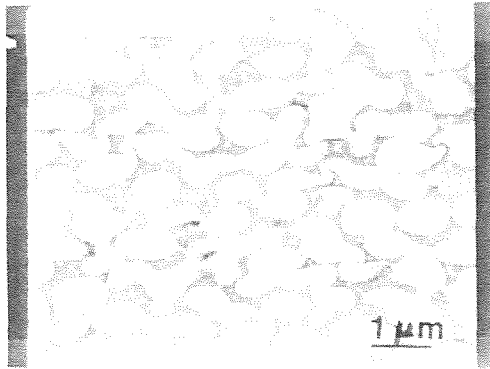


Fig. 5. Micrografía por TEM del composite con  $W_f = 0.085$

un ligero aumento de  $K_{IC}$ , sin embargo, para esta morfología los valores de  $K_{IC}$  obtenidos son solo ligeramente superiores a los del PMMA sin modificar, y por su aspecto, estructura y naturaleza de la matriz, presumiblemente presentarán unos valores de las propiedades mecánicas notablemente inferiores a los composites con inversión de fase y cuya estructura se asemeja a la presentada en la fig. 3b.

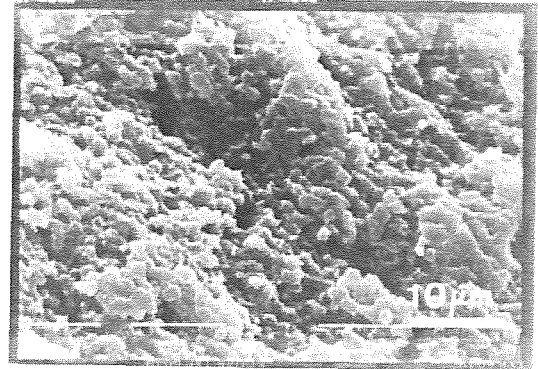


Fig. 6. Superficies de fractura observadas por SEM

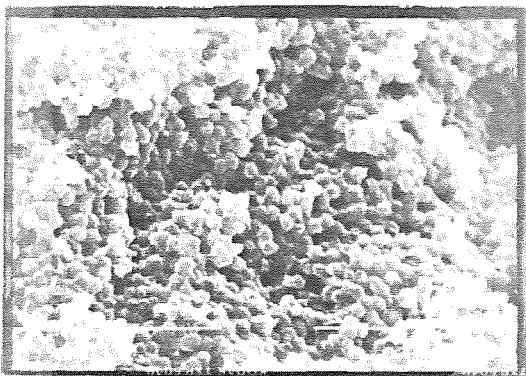
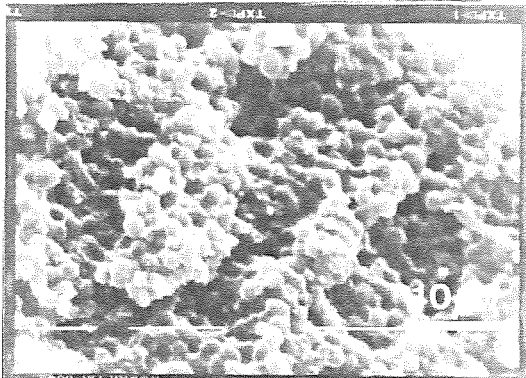
- a) Composite con  $W_f = 0.055$
- b) Composite con  $W_f = 0.085$
- c) Composite con  $W_f = 0.10$

## 6. CONCLUSIONES

- . La tenacidad a la fractura del PMMA se puede mejorar mediante la adición de polibutadieno.
- . La tenacidad a la fractura de estos materiales compuestos depende básicamente de la morfología.
- . La agitación durante la prepolimerización produce la inversión de fases y es con la consecuente morfología así obtenida cuando se alcanzan los mayores valores de  $K_{IC}$ .

## 7. REFERENCIAS

- (1) R.P. Kambour, "A review of crazing and fracture in thermoplastics". J.Polym.Sci. Macromol. Reviews 7(1973)154.
- (2) A.J. Kinloch, R.J. Young, "Fracture behaviour of polymers" Applied Science Publishers, London 1983.
- (3) N. Shah, "Effect of modifier concentration on the fracture behaviour of rubber-modified PMMA". J.Mat.Sci.23(1988)3623-3629.
- (4) R.D. Deanin and A.M. Crugnola, "Toughness and brittleness of plastics".Advances in Chemistry Series 154, ACS, Washington,1976
- (5) J.A. Manson, L.H.Sperling, "Polymer blends and Composites", Plenum Press, New York, 1976.
- (6) R.P. Kambour, "A review of crazing and fracture in thermoplastics",J.POLYM.Sci. Macromol.Reviews. 7(1973)1-154.
- (7) E.R.Wagner and L.M. Robeson, "Impact polystyrene: Factors controlling the rubber efficiency", Rubb.Chem.Technol. 43(1970) 1129-1137.
- (8) F.W. Billmeyer, "Textbook of Polymer Science" John Wiley Sons, 3 edition, New York, 1984.



- (9) A.G. Evans, "A method for evaluating the time-dependent failure characteristics of brittle materials and its applications to polycrystalline alumina", J.Mat.Sci. 7(1972) 1137-1146.
- (10) A.B. Heredia y A.B. Martinez, "Comportamiento a la fractura de resinas de poliester cargadas con microesferas de vidrio", Rev.Plast.Mod. 363(1986)331-336.
- (11) D.R. Biswas and V.K. Pujavi, "Verification of the double-torsion equation by using different thickness samples of a machinable glass-ceramic", J.Am.Ceram.Soc. 64(1981)c98
- (12) A.B. Martinez y A.B. Heredia, "Influencia de la interfase en la fractura de materiales compuestos con cargas rígidas de forma esférica", Rev. Plast.Mod. 366(1986) 768-773.
- (13) K. Kato, "Osmium tetroxide fixation of rubber latices", Polym. Lett. 4(1966)35-38.

RELACION ENTRE LA ESTRUCTURA Y EL COMPORTAMIENTO A LA FRACTURA DE MATERIALES  
COMPUESTOS CON PARTICULAS

Maspoch, M.LL. , Martinez, A.B.

Departamento de Ciencia de los Materiales e Ingenieria Metalurgica  
E.T.S. Ingenieros Industriales de Barcelona  
Avda. Diagonal 647. -08028-BARCELONA

Resumen- Se preparan materiales compuestos por una matriz de poliéster insaturado y una segunda fase de partículas elastoméricas. Se estudia la influencia sobre la tenacidad a la fractura, de la fracción en volumen, de la morfología del composite y de la adhesión en la interfase entre las partículas y la matriz.

Abstract- We prepared composite materials dosaging fractions in weight of differents rubbers to an unsaturated polyester resin, before it cured. We have studied the influence of the volumen fraction, morphology, and particle-matrix interphase adhesion on the fracture toughness.

## 1. INTRODUCCION

Los poliesteres insaturados son termoestables cu ya temperatura de transición vitrea está alrede-  
dor de 80°C y su comportamiento es muy fragil a temperatura ambiente.

En la literatura (1-2) estan descritos diversos métodos para la modificación de la tenacidad a la fractura de los materiales plásticos sin alterar de forma significativa otras propiedades. Se ha estudiado(3-6) el comportamiento a la fractura de los poliesteres insaturados cargados con una segunda fase de partículas esféricas y rígidas, y para otros termoestables, generalmente resinas epoxi (6-18), el comportamiento a la fractura cuando estan modificados con una segunda fa-  
se de partículas esféricas elastoméricas.

La modificación de las resinas epoxi mediante la adición, antes de producirse el curado, de una segunda fase elastomérica, ha dado lugar a cambios en los valores de las propiedades mecánicas y de los parámetros de fractura, consiguiendose

a veces notables aumentos en los valores de estos últimos. En estos composites es muy importante el estudio de la separación de fases, ya que la morfología resultante afectará a las propiedades del material curado obtenido.

Se han propuesto diferentes mecanismos (6) para explicar los importantes aumentos de la energía de fractura encontrados. Sin embargo existe ahora una considerable evidencia (6-7,9-10) que esta alta tenacidad deriva de la pérdida de agudez de la punta de avance de la grieta, que se produce por la cavitación de las partículas de caucho bajo el estado triaxial de tensión en que se encuentra la punta de la grieta. Esta cavitación disminuye la tensión de cedencia (yield stress) y provoca una extensa cedencia a cizalladura (shear yielding) que explica el emblanquecimiento (stress-whitening) del material.

En este artículo se presentan algunos de los resultados preliminares obtenidos en el estudio que estamos realizando sobre la modificación de un poliéster insaturado mediante la adición de

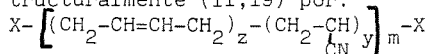
una segunda fase elastomérica.

Con los diferentes elastómeros utilizados se han obtenido muy distintas morfologías que afectan de diferente forma a los valores de los parámetros de fractura.

## 2. MATERIALES

Para la matriz se ha utilizado una resina de poliéster insaturado ESTRATIL A-228 facilitada por RIO RODANO S.A., que contiene un 35% en peso de estireno y tiene una viscosidad de 5 poises a 25°C. Por cada 100g. de resina se adicionaron lcc. de MEKP (solución al 50% en peso) como iniciador y 0.1cc. de Octoato de Cobalto (solución al 6% como acelerante). El curado tuvo lugar a 30°C de temperatura y se realizó un postcurado a 60°C durante 48 horas

Para la fase elastomérica se han empleado los elastómeros líquidos HYCAR facilitados por F.B. GOODRICH. Estos elastómeros en general copolímeros butadieno/acrilonitrilo se pueden representar estructuralmente (11,19) por:



donde X puede ser: H para HYCAR 1312, -COOH para los HYCAR CTBN ; y - CH=CH<sub>2</sub> para los HYCAR VTBN. El HYCAR VTBNX posee en adición al VTBN otros grupos vinilo colgantes, mientras que el HYCAR CTB está formado por un homopolímero de butadieno con grupos carboxilo terminales. Estos elastómeros son líquidos de elevada viscosidad, según el tipo entre 600 y 2500 poises a 27°C lo que equivale a pequeñas masas moleculares ( $\bar{M}_n = 3800$  aproximadamente).

También se han empleado otros elastómeros de elevada masa molecular, tales como el poliéster termoplástico elastómero HYTREL de DU PONT, y el modificador de impacto PARALOID BTA este último facilitado por ROHM AND HAAS ESPAÑA S.A.

En la tabla I se muestran las características más destacables de los elastómeros líquidos HYCAR usados en este trabajo.

TABLA 1 Características de los cauchos líquidos HYCAR tomadas de la referencia (19)

	%Contenido Acrilonitrilo	Parámetro solubilidad	$\bar{M}_n$	Equivalente vinilo en peso	Peso específico 25/25°C
CTB 2000x162	0	8.04	4200		0.907
CTBN 1300x31	10	8.45	3800		0.924
CTBN 1300x8	18	8.77	3600		0.948
CTBN 1300x13	26	9.14	3200		0.960
VTBN 1300x22	16			1400	0.984
VTBNX 1300x23	16			1100	0.985

## 3. PROBETAS

Para la preparación de las planchas de nuestros materiales compuestos se dosificó a la resina de poliéster la fracción en peso del elastómero y se mantuvo la agitación durante el suficiente tiempo hasta que se observó visualmente la uniformidad de la mezcla. En este momento se catalizó para el curado y después la mezcla se coló en el molde donde se curó y postcuró. De estas planchas se mecanizaron las probetas para el ensayo de torsión doble, mostrado en la figura 1, que tiene unas dimensiones nominales de 85x40x6mm. La profundidad de la entalla longitudinal fué de 1.75mm.

Se extrajeron porciones de las planchas que fueron pulidas y observadas en el microscopio óptico

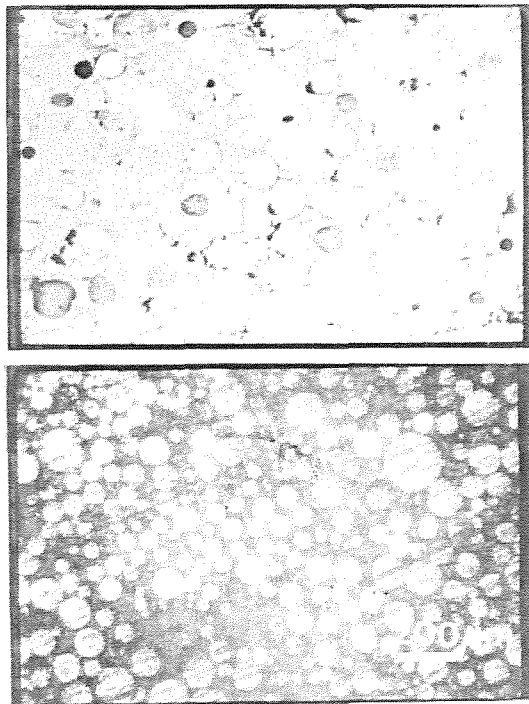


Fig. 2. Micrografía óptica de superficies pulidas a) VTBN  $W_f = 0.170$   
b) VTBN  $W_f = 0.231$

(figura 2), tomándose micrografías que fueron analizadas determinándose la forma, tamaño y fracción en volumen de las partículas de segunda fase.

Estas micrografías de la sección pulida de la plancha fueron cubiertas por una malla cuadrada y contados  $N_L$  y  $N_A$  que corresponden, respectivamente, al número de partículas interceptadas por unidad de longitud de una línea de la malla al azar y al número de partículas interceptadas por unidad de área de un plano al azar.

El radio medio y la fracción en volumen para partículas esféricas vienen dados por las expresiones (20)

$$\bar{r} = \frac{2N_L}{\pi N_A}$$

$$V_f = \frac{8N_L^2}{3\pi N_A}$$

La distribución de partículas (figura 2) fue uniforme en todas las probetas ensayadas.

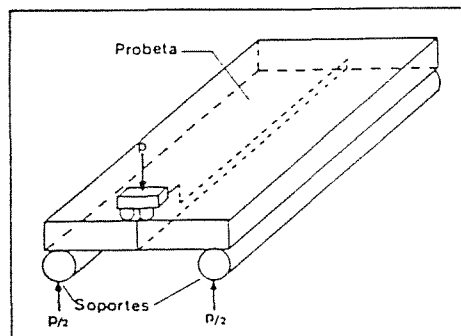


Fig. 1. Geometría del ensayo de torsión doble

## 4. ENSAYO DE TORSION DOBLE

Mediante el ensayo de torsión doble (3,21) se ha estudiado la propagación de grietas y se ha determinado de una forma fácil y rápida el parámetro crítico de intensidad de tensión  $K_{Ic}$ .

Se puede demostrar que  $K_{Ic}$  es independiente de la longitud de la grieta  $l$  y que para un material elástico

$$K_{Ic} = W_n P_c \left[ \frac{3(1+\nu)}{W t^3 t_n \psi} \right]^{1/2}$$

donde  $P_c$  es la carga crítica para la propagación de la grieta,  $W_n$  es el brazo del momento aplicado,  $\nu$  es el coeficiente de Poisson del material ( $\nu = 0.39$ ),  $W$  la anchura de la probeta,  $t$  el espesor de la probeta,  $t_n$  el espesor de la probeta en el plano de la grieta y  $\psi$  una corrección geométrica que viene dada (22) por

$$\psi = 1 - 0.63 d + 1.2 d e^{-1/d}$$

donde  $d = 4t/W$

Los ensayos se realizaron en una máquina universal de ensayos INSTRON a temperatura ambiente y a una velocidad de desplazamiento de las mordazas de 0.5mm/min.

Las grietas pueden propagarse de dos maneras diferentes que presentan formas distintas en los gráficos carga-desplazamiento registrados en el ensayo de torsión doble (3). La propagación puede ser estable y continua tal como la mostrada en la figura 3a, o inestable y discontinua tal como la mostrada en la figura 3b. Cuando la propagación es inestable y discontinua se puede observar dos valores de la carga,  $P_i$  y  $P_a$  que corresponden a valores de iniciación y paro del crecimiento de la grieta, que permiten determinar los parámetros de fractura correspondientes a la iniciación y al paro.

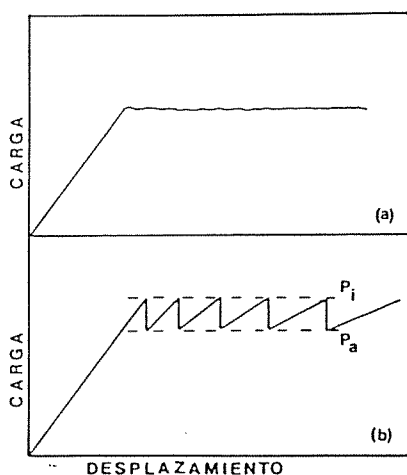


Fig. 3. Gráficos carga-desplazamiento  
a) Propagación continua  
b) Propagación discontinua

## 5. MICROSCOPIA

Las superficies de fractura se examinaron en un microscopio óptico (MO) de reflexión, y también en un microscopio electrónico de barrido (SEM) PHILLIPS 500. En este último caso, para hacer las superficies conductoras, éstas se metalizaron

previamente a su observación mediante la deposición de una delgada capa de oro. En algún caso, a fin de distinguir la fase que contiene el caucho, las superficies de fractura se trataron, previamente a su observación, con  $OsO_4$ .

La morfología de los materiales compuestos fabricados también se examinó por microscopía electrónica de transmisión (TEM). Las muestras fueron sometidas a un tratamiento de tinción con vapores de  $OsO_4$  durante 72 horas (23), y posteriormente mediante un ultramicrotomo SORVALL se obtuvieron cortes muy finos que se depositaron sobre rejillas y se observaron en un microscopio electrónico de transmisión SIEMENS Elmiskop I. El tetróxido de osmio se fija a los dobles enlaces residuales del elastómero.

## 6. MODULO ELASTICO

Los módulos elásticos se han calculado mediante el ensayo de flexión utilizándose una distancia entre apoyos de 70mm y como probetas las dos medidas obtenidas después de realizar el ensayo de torsión doble.

Los ensayos se realizaron a temperatura ambiente en una máquina universal de ensayos INSTRON, a una velocidad de separación de las mordazas de 1mm/min.

## 7. DISCUSION DE LOS RESULTADOS

El resumen de los resultados experimentales obtenidos se presenta en la tabla 2. En esta tabla resumen puede observarse que los tipos de distribución de partículas que se han obtenido, con los diferentes elastómeros ensayados, pueden clasificarse en tres tipos. Una distribución de partículas de formas irregulares (figura 4), otro tipo de distribución binodal formado por partículas esféricas que contienen una subestructura de partículas esféricas (figura 5), y por último una distribución de partículas esféricas sin subestructura apreciable en las micrografías obtenidas por SEM (figuras 6 y 7).

La distribución de partículas con formas irregulares, se ha obtenido con los elastómeros sólidos HYTREL y BTA que no son solubles con la formulación del poliéster insaturado antes del curado, sino que solamente se hinchan parcialmente formando geles lo que junto a la práctica imposibilidad de formarse injertos durante el curado, dan lugar a las partículas irregulares del elastómero. Estas partículas elastoméricas muestran (figura 4) cierta adhesión en la interfase con la matriz de poliéster a causa de una posible interpenetración molecular originada en los geles.

Los elastómeros líquidos HYCAR 1312, CTB y CTBN, no son solubles en la formulación del poliéster. Una vez añadidos a la formulación del poliéster y dispersados finamente mediante la agitación, tienden a separarse y con el tiempo se forman dos fases continuas. Sin embargo como la viscosidad del medio es elevada y el tiempo de curado corto, se puede evitar la separación en dos fases continuas. La no solubilidad reduce las posibilidades de injerto sobre los dobles enlaces del butadieno de los elastómeros. La figura 5 muestra las micrografías (SEM) de las superficies de fractura en las que se observa la estructura en forma

TABLA 2. Resumen de los resultados experimentales

ELASTOMERO	$w_f$	$V_f$ (experi.)	$V_f$ (teórico)	$\bar{r}$ ( $\mu\text{m}$ )	Distribución	Propagación	E (GPa)	$K_{Ic}$ ( $\text{MNm m}^{-3/2}$ )
NO	0					Discontinua	3.37	i 0.50 p 0.49
HYTREL	0.091				Irregular	Continua		0.65
BTA	0.091				Irregular	Discontinua		i 0.75 p 0.66
HYCAR 1312	0.091	0.25	0.12	36 0.5	Binodal	Discontinua	1.34	i 0.69 p 0.49
CTB	0.091	0.33	0.12	25	Binodal	Discontinua	2.57	i 0.55 p 0.45
CTBN 1300x8	0.091	0.30	0.11	15	Binodal	Discontinua	2.22	i 0.78 p 0.43
CTBN 1300x13	0.091	0.28	0.11	37	Binodal	Discontinua	2.15	i 0.65 p 0.41
CTBN 1300x31	0.091	0.17	0.11	15	Binodal	Discontinua	2.54	i 0.66 p 0.44
	0.048	0.17	0.06	11	Binodal	Discontinua	2.68	i 0.53 p 0.43
	0.024	0.13	0.03	13	Binodal	Discontinua	2.77	i 0.50 p 0.44
VTBN	0.026	0.11	0.032	6.4	Esférica	Discontinua	3.20	i 0.63 p 0.50
	0.048	0.13	0.067	9.5	Esférica	Continua	2.68	0.59
	0.091	0.29	0.11	19	Esférica	Continua	2.68	0.77
	0.132	0.32	0.16	19	Esférica	Continua	2.10	0.72
	0.170	0.34	0.20	20	Esférica	Continua	1.81	0.80
	0.231	0.44 part. 0.56 matriz	0.27	45	Esférica	Continua	1.46	
VTBNX	0.025	0.13	0.03	10	Esférica	Discontinua	2.99	i 0.54 p 0.52
	0.091	0.23	0.11	11	Esférica	Continua	2.37	0.79
	0.167	0.38	0.20	25	Esférica	Continua	1.81	0.74

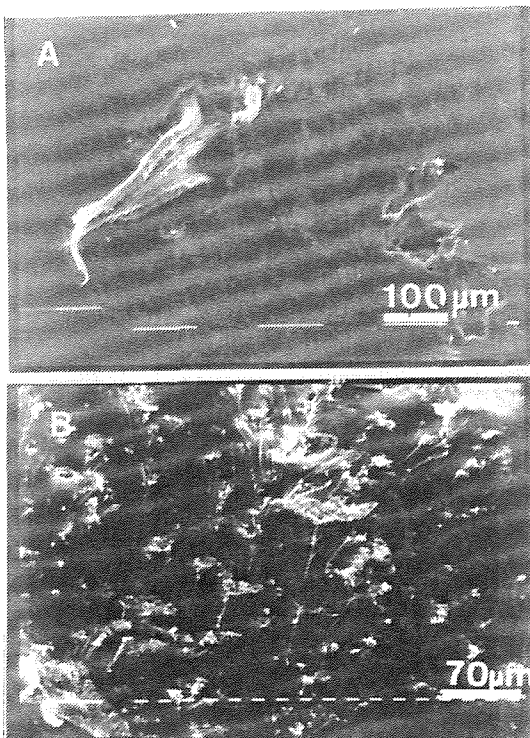


Fig. 4. Micrografías SEM de las superficies de fractura de los composites

a)HYTREL  $w_f = 0.091$ b)BTA  $w_f = 0.091$ 

de partículas esféricas de la segunda fase, así como su escasa adhesión a la matriz.

En la figura 5a se observa claramente una distribución binodal de partículas esféricas. Unas de aproximadamente  $0.5 \mu\text{m}$  de radio medio y otras de mayor tamaño,  $36 \mu\text{m}$  de radio medio, que poseen una subestructura en forma de partículas esféricas de aproximadamente  $0.5 \mu\text{m}$  de radio medio tal como se puede observar con mayor detalle en la micrografía de la figura 5b.

Conocidas las densidades del poliéster y de los elastómeros, podemos calcular la fracción en volumen teórica de partículas de caucho que debería tener para cada fracción en peso el material compuesto. Si se comparan estos valores teóricos con los determinados experimentalmente se observa (Tabla 2) que los valores teóricos están muy por encima del posible error experimental de los encontrados indicando que las partículas esféricas deben contener algo más que elastómero. Fracciones en volumen de 0.25 y 0.12, experimental y teórica respectivamente, para una fracción en peso de 0.091 de HYCAR 1312.

Para estudiar con mayor detalle la morfología de estos materiales compuestos, previa tinción con  $\text{OsO}_4$  que se fija sobre los dobles enlaces residuales del butadieno de los elastómeros, se realizaron cortes ultramicrotómicos que se observaron por TEM y cuyas micrografías se muestran en la figura 8. La parte oscura de las micrografías corresponde al elastómero como consecuencia del



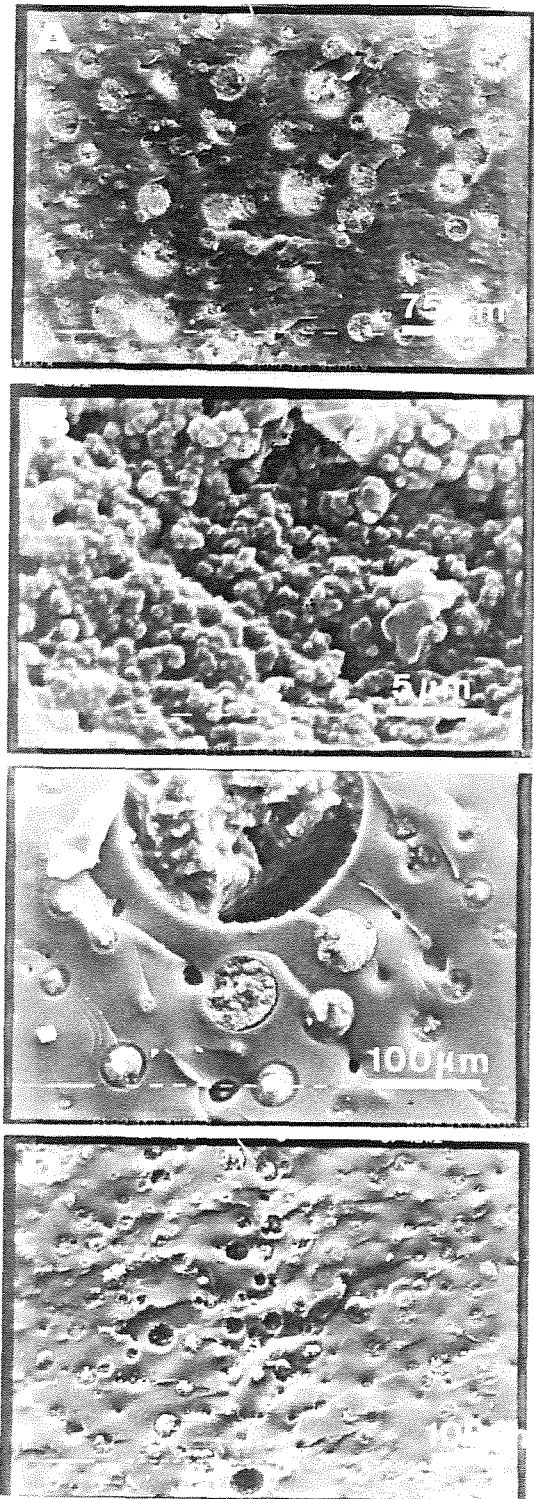


Fig. 5. Micrografía SEN de la superficie de fractura de los composites  
 a)HYCAR 1312.Visión general. $W_f = 0.091$   
 b)HYCAR 1312.Detaille subestructura de la partícula. $W_f = 0.091$   
 c)CTB.Visión general. $W_f = 0.091$   
 d)CTBN 1300x31. $W_f = 0.091$ .Línea de paro.

contraste facilitado por la tinción con  $OsO_4$ . La figura 8a corresponde a las partículas grandes con subestructura, mientras que la figura 8b, a las partículas de pequeño tamaño del material compuesto con  $W_f = 0.091$  de HYCAR 1312.

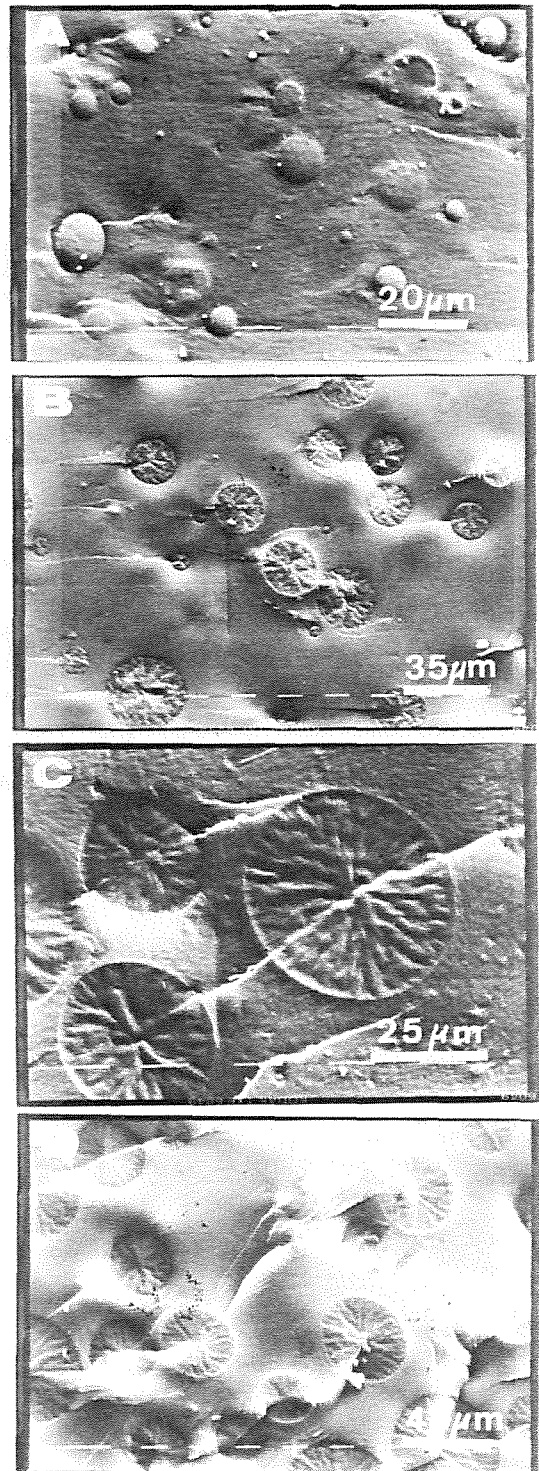


Fig. 6. Micrografías SEM de las superficies de fractura de los composites con diferentes fracciones de VTBN.  
 a) $W_f = 0.026$   
 b) $W_f = 0.048$   
 c) $W_f = 0.091$   
 d) $W_f = 0.132$

Esta morfología puede pues explicarse como que las partículas pequeñas están formadas por una microesfera de poliéster rodeada por una piel de elastómero. Según las condiciones y el tiempo en que transcurre el curado, estas microesfe

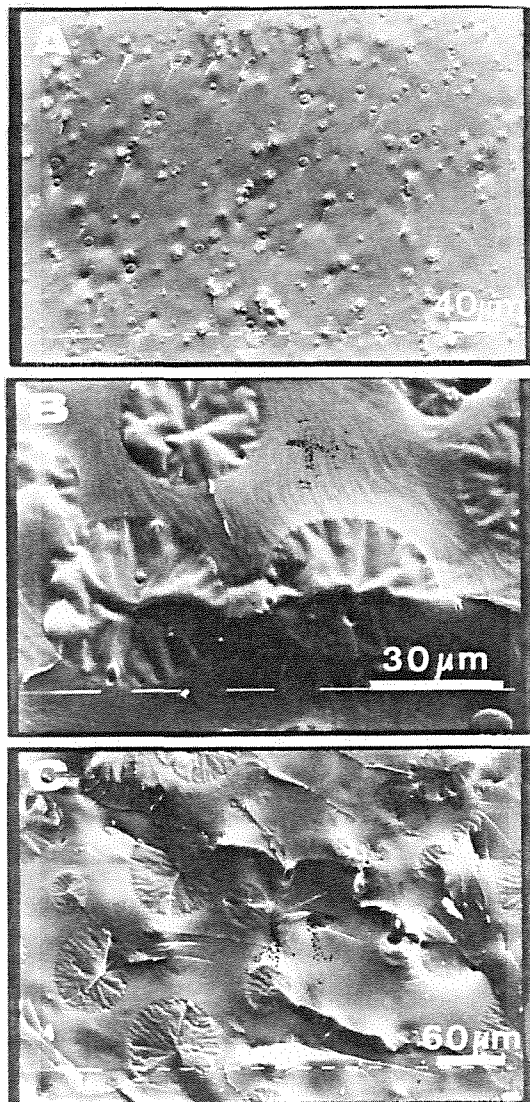


Fig. 7. Micrografías SEM de las superficies de fractura de los composites con VTBNX.

- a)  $W_f = 0.024$   
 b)  $W_f = 0.091$   
 c)  $W_f = 0.167$

ras se agregan formando así las estructuras esféricas de mayor tamaño.

En micrografías TEM de partículas grandes tales como la mostrada en la figura 8a, hemos medido los porcentajes de blanco y negro de dentro de la partícula obteniéndose un 62% de negro, es decir de volumen de caucho. Si multiplicamos este valor por la fracción en volumen de partículas (0.25) determinado experimentalmente se obtiene un valor de 0.15 para la fracción en volumen de caucho, lo que coincide razonablemente bien dentro del error experimental con el valor de la fracción en volumen de caucho calculada teóricamente que era de 0.12.

Los elastómeros líquidos VTBN y VTBNX parecen ser parcialmente solubles en la formulación del poliéster, y los grupos vinilo terminales y en el caso del VTBNX además los colgantes sí que son capaces de reaccionar y de entrecruzarse con el poliéster ó el estireno de la formulación.

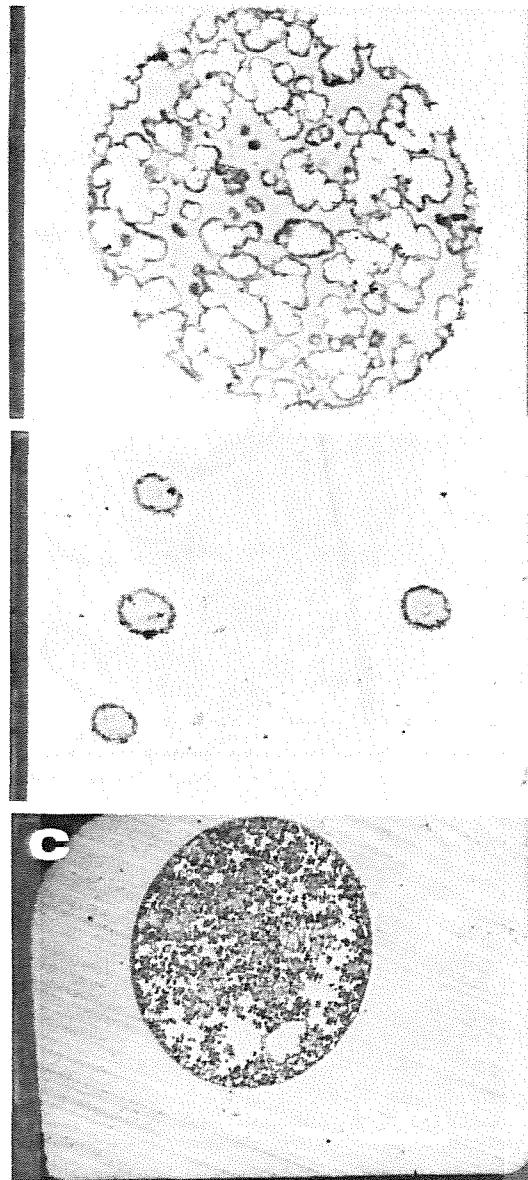


Fig. 8. Micrografías TEM de cortes ultramicrotómicos de los composites

- a) HYPAR 1312. Partícula grande.  $W_f = 0.091$   
 b) HYPAR 1312. Partícula pequeña.  $W_f = 0.091$   
 c) CTBN 1300x31.  $W_f = 0.091$

En las figuras 6 y 7 se muestran las micrografías (SEM) obtenidas de las superficies de fractura de materiales compuestos con VTBN y VTBNX cuyas fracciones en volumen son inferiores a 0.20. En todas ellas se observa la presencia de partículas esféricas sin subestructura, pero el aspecto o rugosidad superficial de estas partículas varía con la fracción en peso de elastómero. Las partículas están adheridas a la matriz.

Los valores de la fracción en volumen encontrados experimentalmente, son muy superiores a los valores teóricos calculados para la fracción en volumen en los diferentes composites con diferentes fracciones en peso de VTBN y VTBNX indicando con ello, que las partículas esféricas no están formadas únicamente por elastómero.

En la figura 9 se muestran las micrografías (TEM)

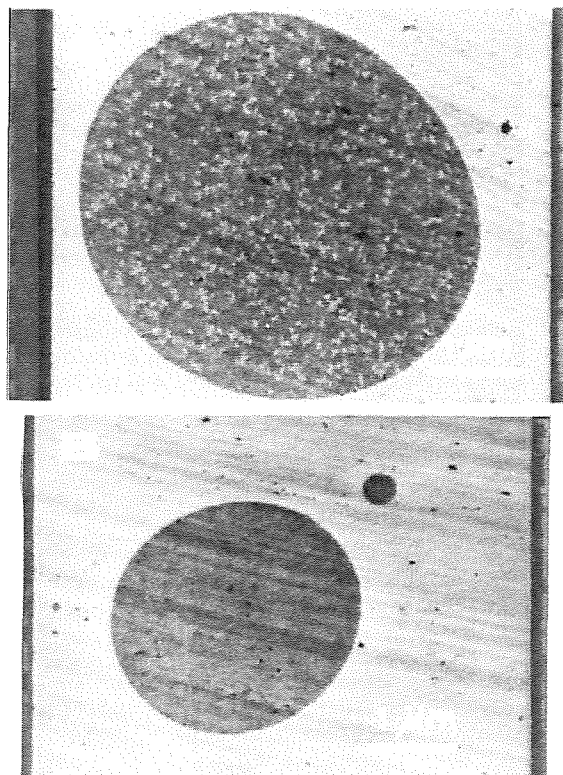


Fig. 9. Micrográficas TEM de cortes ultramicrotómicos de los composites

- a) VTBN.  $W_f = 0.026$   
 b) VTBNX.  $W_f = 0.091$

obtenidas de cortes ultramicrotómicos de composites con VTBN y VTBNX teñidas previamente con  $OsO_4$ . En estas micrográficas se observa la existencia de una irregularidad estructural (figura 9a) formada por muy pequeñas regiones difusas de poliéster en el seno del caucho que forma la partícula. Estas irregularidades pueden difuminarse totalmente (figura 9b). Puede pues deducirse que estas partículas esféricas están formadas por caucho y poliéster entrecruzados en mayor o menor grado, explicándose así las discrepancias entre los valores de las fracciones en volumen experimentales y calculadas.

En la figura 10a se muestra una micrografía de la superficie de fractura (SEM) del composite con  $W_f = 0.231$  de VTBN. Se observa una estructura superficial en forma de granos. Si se observa un grano más detalladamente (figura 10b) parece intuirse la existencia de una estructura de forma esférica en el interior de cada grano, y muy adherida a él. Con VTBNX y  $W_f = 0.277$  se obtienen micrográficas (SEM) de las superficies de fractura, similares.

La micrografía óptica de una sección pulida del mismo composite (figura 2b) muestra la presencia de una fracción en volumen de 0.44 de partículas esféricas de un radio medio de 45  $\mu m$  inferior al tamaño de los granos observados en la micrografía de la figura 10b.

Para identificar el caucho, se tiñó la superficie de fractura con  $OsO_4$  y se observó en el microscopio electrónico de barrido obteniéndose la micrografía mostrada en la figura 10c donde la

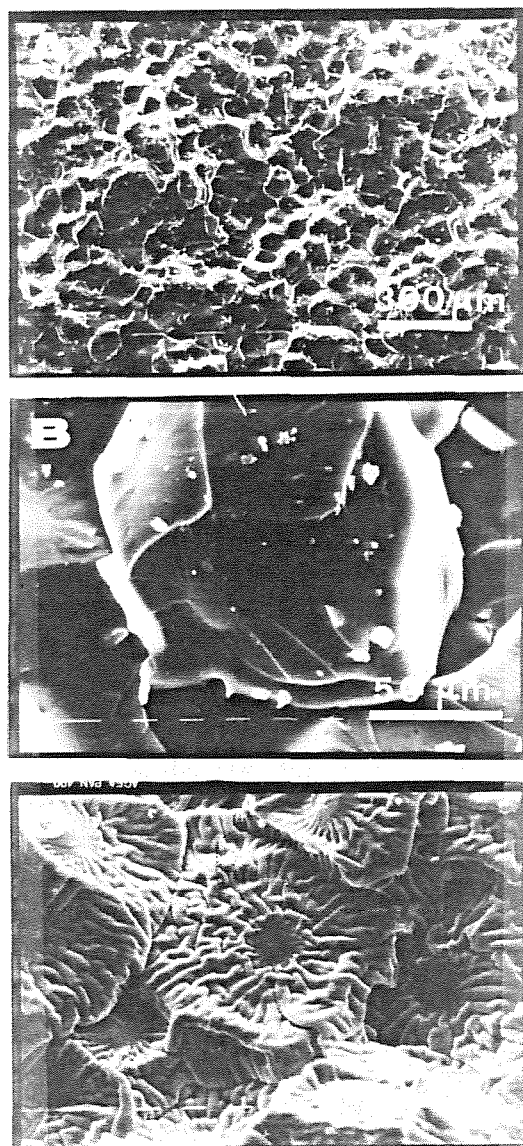


Fig. 10. Micrográficas SEM de la superficie de fractura del composite con  $W_f = 0.231$  de VTBN.

- a) Observación general  
 b) Detalle de una partícula  
 c) Detalle de una partícula. Muestra teñida con  $OsO_4$

partícula esférica no se ve alterada por el ataque del  $OsO_4$ . Ello parece indicar que ha habido una inversión de fases y el composite está constituido por una fracción en volumen de 0.44 de partículas esféricas de poliéster con un radio medio de 45  $\mu m$  firmemente adheridas a la matriz.

La fracción en volumen teórica de caucho es de 0.27 mientras que la fracción en volumen experimental encontrada para la matriz es de 0.56, ello indica que la matriz está formada por caucho y poliéster entrecruzados en mayor o menor grado y el bajo módulo elástico del composite explica la imposibilidad de utilizar la técnica de la torsión doble en este material compuesto.

La adición de elastómeros líquidos no solubles (CTB, CTBN, HYCAR 1312) a la formulación del poliéster y que no se entrecruzan con la matriz,

no originando así una buena adhesión en la interfase, no aumenta los valores de la tenacidad a la fractura.

A medida que aumenta la adhesión en la interfase (HYTREL, BTA) se producen aumentos de  $K_{Ic}$ , sin embargo, los elastómeros líquidos VTBN y VTBNX que reaccionan con el poliéster y tienen una buena adhesión en la interfase entre la partícula y la matriz, presentan menores incrementos en los valores de  $K_{Ic}$  de lo que en principio cabría esperar, probablemente por la pérdida de las propiedades elastoméricas de las partículas esféricas como consecuencia del gran volumen de injerto del poliéster sobre el caucho líquido.

Esta pérdida de las propiedades elastoméricas puede además explicar el inusual aspecto para un elastómero que tiene la fractura de las partículas esféricas. Tal como puede observarse en las micrografías de las superficies de fractura mostradas en las figuras 6 y 7.

#### 8. AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen a B.F.GOODRICH CHEMICAL SALES COMPANY B.V. el haberles facilitado las muestras de los elastómeros líquidos HYCAR, a ROHM AND HAAS ESPAÑA S.A. por la muestra de PARALOID BTA, y a DU PONT por la muestra de HYTREL.

#### 9. REFERENCIAS

- (1) A.J.Kinloch y R.J.Young, "Fracture behaviour of polymers". Applied Science Publishers, London, 1983
- (2) C.B.Bucknall, "Toughened plastics", Applied Science Publishers, London, 1977
- (3) A.B.Heredia y A.B.Martinez, "Aplicación del ensayo de torsión doble al estudio de la fractura de materiales termoestables compuestos", Anales Mecanica Fractura 3(1986)199-206
- (4) A.B.Heredia y A.B.Martinez, "Comportamiento a la fractura de resinas de poliéster cargadas con microesferas de vidrio", Rev.Plást. Mod. 363(1986)331-336
- (5) A.B.Martinez y A.B.Heredia, "Influencia de la interfase en la fractura de materiales compuestos con cargas rígidas de forma esférica", Rev.Plást.Mod. 366(1986)768-773
- (6) A.C.Moleney et al, "Review. Parameters determining the strength and toughness of particulate filled composites", J.Mat.Sci. 22 (1987)381-393
- (7) A.J.Kinloch et al, "Deformation and fracture behaviour of a rubber toughened epoxy", Polymer 24(1983)1341-1354 y 1355-1363
- (8) A.J.Kinloch, D.L.Hunston, "Effect of volume fraction of dispersed rubbery phase on the toughened epoxy polymers", J.Mat.Sci.Letters 5(1986)1207-1209
- (9) A.F.Yee, R.A.Pearson, "Toughening mechanisms in elastomer modified epoxies", J.Mat.Sci. 21(1986)2462-2474
- (10) R.A.Pearson, A.F.Yee, "Toughening mechanisms in elastomer modified epoxies", J.Mat.Sci. 21(1986)2475-2488
- (11) C.K.Riew et al, "Rubber toughened thermosets" Toughness and brittleness of plastics, Advances in chemistry series 154, American Chemical Society, Washington, 1976
- (12) E.Butta et al, "Morphology and mechanical properties of amine-terminated Butadiene-Acrylonitrile/Epoxy blends", Polym.Eng.Sci. 26(1986)63-73
- (13) J.N.Sultan y F.J.McGarry, "Effect of rubber particle size on deformation mechanisms in glassy epoxy", Polym.Eng.Sci. 13(1973)29-33
- (14) M.A.Maxwell y A.F.Yee, "The effect of strain rate on the toughening mechanisms of rubber modified plastics", Polym.Eng.Sci. 21(1981)205-211
- (15) W.D.Bascon et al, "The fracture of an epoxy polymer containing elastomeric modifiers", J.Mat.Sci. 16(1981)2157-2164
- (16) C.B.Bucknall y I.K.Partridge, "Phase separation in crosslinked resins containing polymeric modifiers", Polym. Eng.Sci. 26(1986)54-62
- (17) S.C.Kunz y P.W.R.Beaumont, "Low-temperature behaviour of epoxy-rubber particulate composites", J.Mat.Sci. 16(1981)3141-3152
- (18) S.Kunz-Douglas et al, "A model for the toughness of epoxy-rubber particulate composites", J.Mat.Sci. 15(1980)1109-1123
- (19) HYCAR reactive liquid polymers, Product data, B.F.Goodrich, Cleveland, 1983
- (20) R.C.Gifkins, "Optical microscopy of metals", Sir Isaac Pitman and Sons Ltd., Melbourne, 1970
- (21) J.G.Williams, "Fracture mechanics of polymers", Ellis Horwood Ltd., Chichester, 1984
- (22) D.R.Biswas y W.K.Pujari, "Verification of the double-torsion equation by using different thickness samples of a machinable glass-ceramic", J.Am.Ceram.Soc. 64(1981)c98
- (23) K.Kato, "Osmium tetroxide fixation of rubber lattices", Polym.Lett. 4(1966)35-38

## IMPORTANCIA DE LA VELOCIDAD DE DEFORMACION LOCAL EN LA FRACTURA EN AMBIENTES AGRESIVOS

Toribio, J., Elices, M.

Departamento de Ciencia de Materiales  
E.T.S. Ingenieros de Caminos (Universidad Politécnica de Madrid)  
Ciudad Universitaria s/n  
28040 MADRID

**Resumen.** - El objetivo del presente artículo consiste en demostrar la importancia de la velocidad de deformación local en la fractura en ambientes agresivos. Los ensayos de fractura se han llevado a cabo sobre probetas entalladas inmersas en ambiente de hidrógeno. El análisis fractográfico muestra una topografía específica de fractura para la zona afectada por hidrógeno: *T.T.S. (Tearing Topography Surface)*, zona crítica en ambiente agresivo. El criterio de fractura, basado en la tensión efectiva o equivalente de Von Mises, se formula cinemáticamente: la tensión efectiva o equivalente crítica del material es función de la velocidad de deformación local en el fondo de la entalla. Los resultados son independientes de la geometría, lo que demuestra la validez de la formulación empleada y por tanto la importancia de la velocidad de deformación local.

**Abstract.** - The objective of the present paper is demonstrating the role of local strain rate in fracture under aggressive environments. Fracture tests have been carried out on notched samples subjected to hydrogen environment. The fractographic analysis shows a specific fracture topography corresponding to the hydrogen affected zone: *T.T.S. (Tearing Topography Surface)*, critic zone in aggressive environment. The fracture criterium, based on effective or equivalent stress (in the Von Mises sense), receives a kinematic approach: the critic equivalent stress of the material is a function of the local strain rate at the notch tip. The results are geommetry-independent, what proves the validity of the present approach, and so the role of local strain rate.

## 1. INTRODUCCION

El ensayo a velocidad de deformación constante se usa hoy día con gran profusión no sólo como un método de ensayo en control de calidad, sino también para el estudio experimental de los fenómenos de corrosión bajo tensión (disolución anódica y fragilización por hidrógeno) [1,2]. Los ensayos pueden llevarse a cabo sobre muestras planas, entalladas o fisuradas. Si se asume que el daño causado por el ambiente agresivo en los tres tipos de muestra es producido por el mismo proceso de flujo localizado, resulta relevante obtener el valor de la velocidad de deformación local - en muestras fisuradas o entalladas - con respecto a la velocidad de deformación remota - en muestras planas - proporcionada por la máquina de ensayo [3,4,5].

En este trabajo se relacionan la velocidad de deformación remota  $\dot{\epsilon}_R$  y la velocidad de deformación local  $\dot{\epsilon}_L$  en probetas circularmente entalladas de diferentes geometrías, con el fin de obtener la relación entre la velocidad de deformación de la máquina de ensayo y la velocidad de deformación en el fondo de la entalla, en régimen elastoplástico.

Para comprobar la validez de estos resultados se han comparado ensayos de fragilización por hidrógeno con diferentes geometrías de entalla (para inducir diferentes velocidades de deformación local cuando son ensayados a la misma deformación remota), obteniéndose que la velocidad de deformación local es un parámetro relevante para tales procesos.

## 2. VELOCIDAD DE DEFORMACION LOCAL EN EL FONDO DE LA ENTALLA

A fin de asegurar distintas velocidades de deformación en el fondo de la entalla, se han considerado cuatro geometrías de probetas axilsimétricas entalladas circularmente, como puede verse en la Fig. 1. En estas muestras la agresividad de la entalla se mide a través del radio en el fondo de la entalla  $R$  y de la profundidad de entalla  $A$ . Los valores escogidos son:

Geometría	R/D	A/D
A	0.03	0.10
B	0.05	0.39
C	0.36	0.09
D	0.40	0.40

donde  $D$  es el diámetro de la probeta. Los resultados de cálculo confirman que se ha cubierto un amplio rango de velocidades de deformación local.

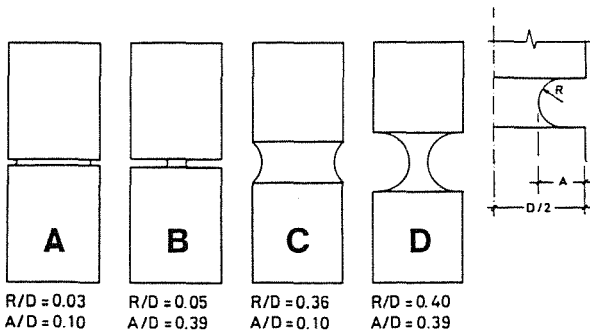


Fig. 1.- Geometrías estudiadas.

El material, elastoplástico con endurecimiento por deformación, se ha modelizado utilizando una ecuación del tipo Ramberg-Osgood:

$$\epsilon = \frac{\sigma}{E} + \left( \frac{\sigma}{P} \right)^m \quad (1)$$

donde  $E = 199$  GPa,  $P = 2.1$  GPa y  $m = 4.9$ , valores que corresponden al acero eutectoide escogido para experimentación. La curva aparece dibujada en la Fig. 2.

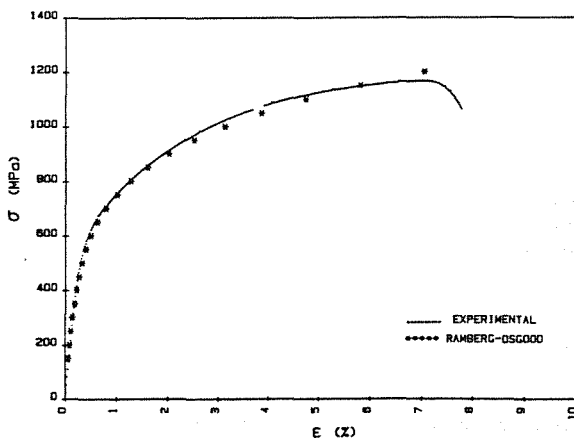


Fig. 2.- Material.

Los cálculos se han realizado mediante el Método de los Elementos Finitos en régimen elastoplástico, utilizando la Teoría de la Plasticidad incremental. La sollicitación se introduce mediante desplazamientos impuestos en los extremos de la muestra, escalón a escalón.

Teniendo en cuenta que los resultados numéricos son desplazamientos nodales, las deformaciones se definen dividiendo tales desplazamientos por una longitud adecuada. Para la deformación local en el fondo de la entalla,  $\epsilon_L$ , se ha elegido una longitud de referencia o base de medida local  $L_L = 0.01D$ , tras comprobar que es lo suficientemente pequeña para que los resultados numéricos - relación entre las velocidades de deformación local y remota - no dependan de su elección (Método convergente), y además bastante mayor que las características microestructurales del acero utilizado: el tamaño de la colonia de perlita (Modelo congruente con la realidad física). Precisando más, para  $D = 11$  mm la longitud de referencia local es  $L_L = 110$  mm y el tamaño medio de la colonia de perlita es igual a  $15 \mu\text{m}$ . Esta deformación local ha de ser comparada con la deformación remota,  $\epsilon_R$ , obtenida dividiendo el desplazamiento remoto - desplazamiento en el extremo de la muestra - por una longitud arbitraria, el diámetro de la muestra.

Las deformaciones local y remota son, por tanto:

$$\epsilon_L = \frac{u_L}{L_L} = \frac{u_L}{0.01D} \quad (2)$$

$$\epsilon_R = \frac{u_R}{D} \quad (3)$$

y las velocidades de deformación  $\dot{\epsilon}_L$  y  $\dot{\epsilon}_R$ :

$$\dot{\epsilon}_L = \frac{u_L^{i+1} - u_L^i}{0.01D \Delta t} \quad (4)$$

$$\dot{\epsilon}_R = \frac{u_R^{i+1} - u_R^i}{D \Delta t} \quad (5)$$

donde los índices  $i$ ,  $i+1$  se utilizan para designar los valores en los instantes  $t$  y  $t+\Delta t$  respectivamente. Los valores relativos de las velocidades de deformación local y remota dependerán de la geometría, de las propiedades del material y del desplazamiento remoto si aparece plasticidad, es decir:

$$\dot{\epsilon}_L / \dot{\epsilon}_R = f \left( \nu, m, \frac{P}{E}; \frac{R}{D}, \frac{A}{D}, \frac{L}{D}; \epsilon_R \right) \quad (6)$$

donde  $\nu$  es el coeficiente de Poisson,  $m$ ,  $P$  y  $E$  están definidos en la ecuación (1), y  $R$ ,  $A$ ,  $L$  y  $D$  son parámetros geométricos, según se ha esquematizado en la Fig. 1, donde  $L$  es la longitud de la muestra. Los resultados de cálculo, para  $L = 4D$ , se muestran en la Fig. 3: relación entre las velocidades de deformación local y remota en función de la deformación remota.

El análisis de estos resultados muestra que la agresividad de la entalla influye claramente

en la velocidad de deformación local, siendo la profundidad la variable relevante.

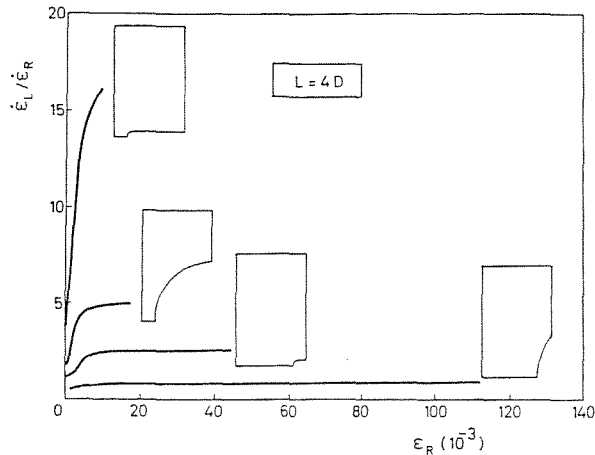


Fig. 3.- Relación entre las velocidades de deformación local y remota.

3. PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL.

En el programa experimental se ha utilizado un acero eutectoide ferrítico-perlítico, suministrado en barras de 12 mm de diámetro. La composición química y las propiedades mecánicas se han resumido en la Tabla 1 y en la Tabla 2.

TABLA 1. Composición química

C%	Mn%	Si%	P%	S%	Fe%
.85	.60	.26	<.01	<.03	balance

TABLA 2. Propiedades mecánicas

E (GPa)	$\sigma_u$ (MPa)	$\epsilon$ ( $\sigma$ máx) (%)	Ramberg-Osgood P (GPa)	m
199±.9	1151±6	6.1±.2	2.1	4.9

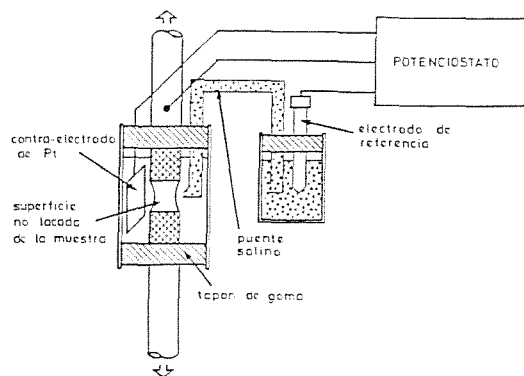


Fig. 4.- Dispositivo experimental.

El ambiente agresivo consistió en una solución acuosa de 1g/l de hidróxido cálcico más 0.1g/l de Cloruro sódico. En la preparación de dicha solución se utilizó agua desionizada con una conductividad eléctrica inferior a  $1\mu S/cm$ , y tanto el hidróxido cálcico como el cloruro sódico fueron de pureza analítica. El valor del pH fue 12.5 y todos los ensayos fueron realizados a temperatura ambiente (16 a 22°C).

Con el fin de facilitar la entrada de hidrógeno todos los ensayos se llevaron a cabo a -1200 mV E.C.S., potencial catódico en el cual el efecto fragilizador es máximo [6]. El esquema de montaje aparece en la Fig. 4. El potencial constante se impuso mediante un potencióstato, al que se conectaron los tres electrodos: el de trabajo (probeta), el de referencia (E.C.S.) y el contraelectrodo de platino. A fin de localizar la penetración de hidrógeno se cubrió con laca anticorrosiva toda la superficie de la muestra a excepción de la entalla.

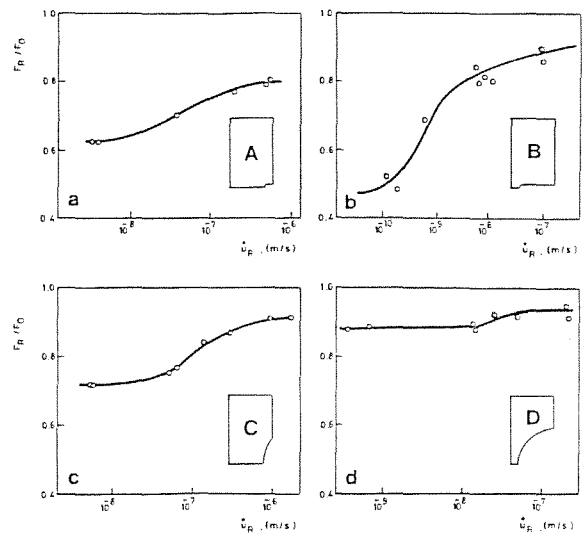
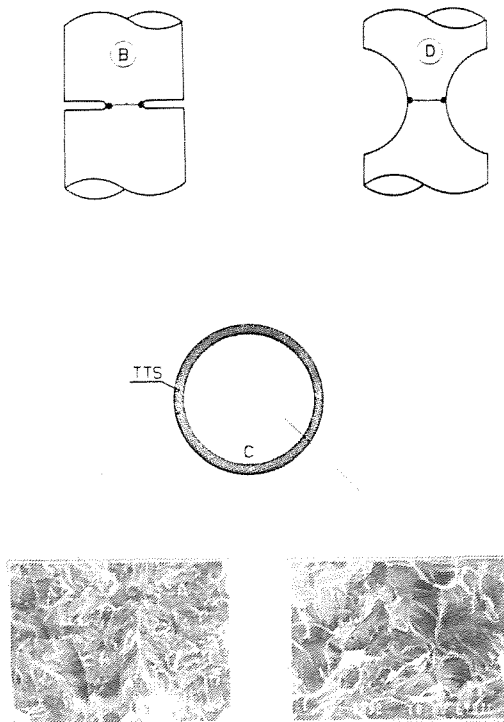


Fig. 5.- Resultados de los ensayos.

Se han realizado 31 ensayos en total, con distintas velocidades de desplazamiento remoto  $v_R$ , comprendidas entre  $10^{-10}$  y  $2 \cdot 10^{-6}$ , de acuerdo con la experiencia previa [7].

Los resultados se muestran en las figuras 5a, 5b, 5c y 5d, correspondientes a las geometrías A, B, C y D. Se representa en el eje horizontal la velocidad de desplazamiento remoto  $v_R$ , y en el eje vertical la carga de rotura en ambiente agresivo,  $F_R$ , normalizada dividiéndola por la carga de rotura en aire  $F_0$ , obtenida realizando, para cada geometría, dos ensayos de fractura en aire [8, 9]. Los resultados muestran la bien conocida tendencia de los ensayos de fragilización por hidrógeno [10]: carga de rotura creciente con la velocidad de deformación remota, debido a que el hidrógeno tiene menos tiempo de penetrar y difundirse. Debe resaltarse que aun en ensayos muy breves el efecto fragilizador del hidrógeno es importante (apreciable reducción de la carga de rotura). Para velocidades de ensayo muy lentas (ensayo cuasi-estático) la carga de rotura tiende a un valor asintótico.

El análisis fractográfico de todas las probetas (Fig. 6, para las geometrías B y D) muestra que la fisura se inicia siempre en una región del fondo de la entalla donde la fractura puede clasificarse como TTS (tearing topography surface) [11,12,13]. Esta zona está fuertemente relacionada con los fenómenos de fragilización por hidrógeno, como lo prueba el hecho de que su tamaño depende de la velocidad de deformación, y su valor asintótico coincide con la profundidad del punto de la probeta en el que la tensión hidrostática - que gobierna la difusión de hidrógeno - es máxima [14,15]. Fuera de la región TTS las superficies de fractura pueden clasificarse como del tipo cuasi-clivaje.



TTS = Tearing Topography Surface C = Cuasi-clivaje

Fig. 6.- Superficies de fractura.

#### 4. IMPORTANCIA DE LA VELOCIDAD DE DEFORMACION LOCAL EN EL FONDO DE LA ENTALLA

Los resultados de fragilización por hidrógeno dibujados en la Fig. 5 demuestran con total claridad que aunque han sido realizados a la misma velocidad de desplazamiento remoto,  $u_R^*$  (o velocidad convencional de deformación remota  $\epsilon_R^* = u_R^*/D$ ), la carga de rotura depende de la geometría de la entalla. Si, como cabe esperar, la velocidad de deformación local en el fondo de la entalla es el parámetro más relevante, redibujando las cargas de rotura en función de la velocidad de deformación local,  $\epsilon_L^*$ , los resultados deberían agruparse.

Teniendo en cuenta que la carga de rotura está influida también por la triaxialidad - función de la geometría de la entalla - resulta

necesario aplicar un criterio de fractura más general que incluya el tensor de tensiones. Según han demostrado los autores [8,9] un criterio de fractura válido para alambres entallados es el siguiente: *la fractura tiene lugar cuando la tensión efectiva o equivalente (en sentido de Von Mises) alcanza un valor crítico sobre una zona crítica, es decir, cuando:*

$$\langle \bar{\sigma} \rangle = \bar{\sigma}_c \quad (7)$$

donde  $\langle \rangle$  significa promedio en la zona TTS, según se ha verificado anteriormente [8,14].

$\bar{\sigma}_c$  se calcula mediante dos operaciones: en primer lugar, a partir de la carga de rotura, se computa la distribución de tensiones y deformaciones; en segundo lugar, la tensión efectiva o equivalente se promedia sobre la zona TTS, conocida a partir de las mediciones fractográficas. Este procedimiento permite un cambio de  $F_R/F_0$  a  $\bar{\sigma}_L/\bar{\sigma}_0$ , donde  $\bar{\sigma}_0$  es la tensión efectiva crítica en ambiente agresivo, promediada sobre una región característica con significado microestructural, el tamaño medio de dos colonias de perlita, zona crítica en ambiente inerte [8,9].

La siguiente operación es el cambio de  $\epsilon_R^*$  a  $\epsilon_L^*$ . Como se deduce de la expresión (6),  $\epsilon_L^*$  depende de la geometría y de la deformación remota  $\epsilon_R$ , aparte de las propiedades del material, consideradas aquí como constantes. Esta dependencia puede ser tenida en cuenta, como se demuestra en [8], promediando  $\epsilon_L^*$  sobre la zona TTS y durante el periodo de ensayo, es decir, desde  $t = 0$  hasta  $t = t_R$ . Tal promedio espacio-temporal será representado por  $\langle \langle \epsilon_L^* \rangle \rangle$ .

Finalmente la velocidad de deformación local se incluye en el parámetro adimensional:

$$\langle \langle \epsilon_L^* \rangle \rangle x^2/D^*$$

donde  $D^*$  es el coeficiente de difusión de hidrógeno en acero y  $x$  una longitud característica. Puede demostrarse [15] que  $x$  es la profundidad del punto en el que la tensión hidrostática ( $\sigma_{11}$ ) es máxima. En la Fig. 5 puede observarse que en todas las geometrías la carga de rotura alcanza un valor asintótico para velocidades de deformación suficientemente bajas (ensayo cuasi-estático:  $u_R^* = 5 \cdot 10^{-8}$  m/s para las geometrías A, C y D;  $10^{-10}$  m/s para la geometría B). En tales ensayos cuasi-estáticos la extensión de la zona TTS resulta coincidir con la profundidad del punto en el que la tensión hidrostática es máxima [8,14,15]. Estos valores son, para las cuatro geometrías:

Geometría A:	$x_{TTS} = 0.3$ mm
Geometría B:	$x_{TTS} = 1.2$ mm
Geometría C:	$x_{TTS} = 0.8$ mm
Geometría D:	$x_{TTS} = 1.2$ mm

Utilizando estos valores los resultados de la Fig. 5 pueden representarse dibujando (Fig. 7)  $\bar{\sigma}_L/\bar{\sigma}_0$  frente a  $\langle \langle \epsilon_L^* \rangle \rangle x^2/D^*$ .

Como puede verse, todos los resultados se agrupan en la misma curva, lo que demuestra la



importancia de la velocidad de deformación local en la fractura en ambientes agresivos. Esta *curva universal*, independiente de la geometría, representa la relación funcional entre la tensión efectiva crítica del material en ambiente agresivo y la velocidad de deformación local en el fondo de la entalla. Ambas variables se han adimensionalizado adecuadamente a partir de los valores de profundidad de la zona TTS y del punto en el cual la tensión hidrostática es máxima, que en los ensayos cuasi-estáticos coinciden.

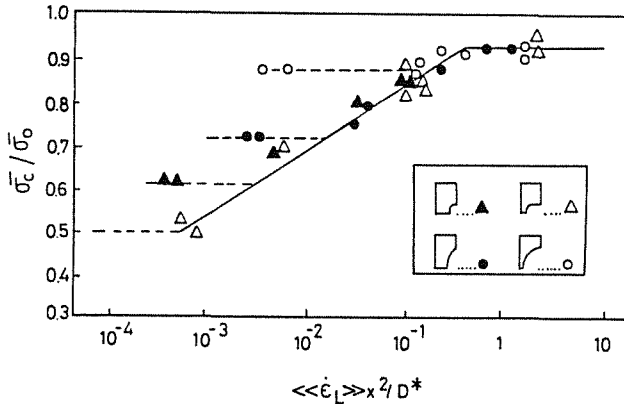


Fig. 7.- Importancia de la velocidad de deformación local.

De la observación de la Fig. 7 se deduce que para altas velocidades de deformación (el hidrógeno apenas tiene tiempo de difundirse) la tensión efectiva crítica alcanza un límite superior: el 93% del valor en ambiente inerte. Esta pérdida de capacidad resistente aun en ensayos muy breves es consecuencia de la casi instantánea absorción del hidrógeno adsorbido en la superficie del metal [8, 15]. Para velocidades de deformación muy bajas (ensayos cuasi-estáticos), la tensión efectiva crítica toma un valor asintótico distinto para cada geometría. Este valor delimita el campo de validez de la formulación cinemática utilizada: para valores superiores la tensión efectiva crítica es función de la velocidad de deformación local; para valores inferiores la tensión efectiva crítica es constante. En este último caso (ensayo cuasi-estático) la velocidad de deformación es tan pequeña que prácticamente se alcanza en cada instante la concentración de equilibrio hidrógeno-metal en todos los puntos de la probeta, por lo cual la fragilización no depende ya de la velocidad.

En la Fig. 8 se representan los valores asintóticos de la tensión efectiva del material frente al factor de triaxialidad de cada geometría. Este factor se define como el valor máximo de la triaxialidad (cociente entre tensión hidrostática y equivalente) en cualquier punto de la probeta, y es función única de la geometría, sin depender del proceso de carga [16]. De la Fig. 8 se desprende que la fragilización producida por el hidrógeno es más fuerte cuanto mayor es el factor de triaxialidad.

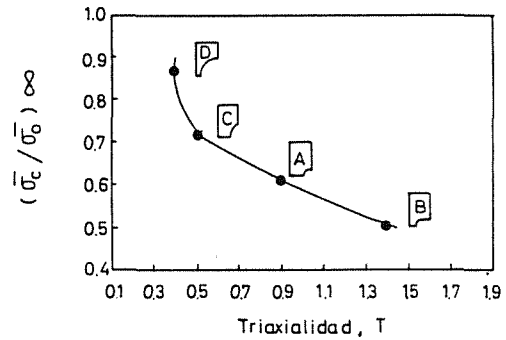


Fig. 8.- Valores asintóticos (ensayos cuasi-estáticos).

## 5. CONCLUSIONES

1) Se ha formulado un criterio de fractura en ambiente agresivo para alambres entallados de acero de alta resistencia: la rotura se producirá cuando la tensión efectiva o equivalente alcance un valor crítico sobre una distancia crítica. La zona crítica o de fractura es la zona TTS. Los parámetros críticos del material dependen de la cantidad de elemento agresivo (hidrógeno) que haya penetrado.

2) Se ha demostrado la importancia de la velocidad de deformación local en la fractura en ambientes agresivos: la tensión efectiva crítica del material es función de la velocidad de deformación local en el fondo de la entalla. Esta función es independiente de la geometría, por lo que la formulación cinemática del criterio de fractura resulta totalmente coherente.

3) Se han obtenido, para cada geometría, los valores asintóticos de la tensión efectiva crítica del material, que resultan función monótona decreciente de la triaxialidad. Estos valores corresponden a los ensayos cuasi-estáticos, y delimitan el campo de validez del modelo propuesto.

## 6. REFERENCIAS

- [1] Ugiansky, G.M., Payer, J.H. (1979) "Stress corrosion cracking, the slow strain-rate technique". ASTM STP 665.
- [2] Toribio, J., Elices, M. (1988) "Slow strain-rate technique applied to round-notched wires". Corrosion 88, pp.88-92, N.A.C.E. Publishers.
- [3] Toribio, J., Elices, M. (1986) "Evolución del fenómeno de plastificación en el fondo de una entalla. Su aplicación a la corrosión bajo tensión". Rev. Iber. Corros y Prot., Vol XVII, No.1, pp 49-56.
- [4] Toribio, J. (1987) "Fracture of notched wires in inert and aggressive environments". Curso sobre espectroscopia de aniquilación de positrones en Ciencia de Materiales. San Lorenzo de El Escorial.

- [5] Toribio, J., Elices, M. (1988) "Effect of Local Strain in Stress Corrosion Testing", in "FAILURE ANALYSIS. THEORY AND PRACTICE" (EMAS Eds), pp. 301-303.
- [6] Sánchez-Gálvez, V., Caballero, L., Elices, M. (1985). "The Effects of Strain-Rate on the SCC of Steels for Prestressing Concrete", in ASTM STP 866, (G.S. Haynes and R. Baboian, Eds.)
- [7] Parkins, R.N., Elices, M., Sánchez-Gálvez, V., Caballero, L. (1982) "Environment sensitive cracking of pre-stressing steels". Corr.Sci., Vol.22, No.5, pp.379-405.
- [8] Toribio, J. (1987) "Fractura elastoplástica de alambres entallados". Tesis Doctoral, Universidad Politécnica de Madrid.
- [9] Toribio, J., Elices, M. (1987) "Un criterio de fractura para alambres entallados". Anales de Mecánica de la Fractura, Vol 4.
- [10] Kim, C.D., Wilde, B.E. "A Review of the Constant Strain-Rate SCC Test", in Ref [1].
- [11] Thompson, A.W., Chesnutt, J.C. (1979). "Identification of a Fracture Mode: The Tearing Topography Surface". Met. Trans., Vol. 10A, pp. 1193-1196.
- [12] Costa, J.E., Thompson, A.W. (1982). "Hydrogen Cracking in Nominally Pearlitic 1045 Steel" Met. Trans., Vol. 13A, pp. 1415-1318.
- [13] Lancha, A.M. (1987). "Influencia del trefilado en la corrosión bajo tensión de aceros eutectoides". Tesis Doctoral. Universidad Complutense de Madrid.
- [14] Toribio, J., Elices, M. (1987) "Estudio cinemático de la fragilización por hidrógeno en alambres entallados". Anales de Mecánica de la Fractura, Vol. 4.
- [15] Toribio, J., Elices, M. (1988). "Importancia de la difusión en el transporte de hidrógeno en metales". Anales de Ingeniería Mecánica, Año 6, Núm.3, pp.33-38.
- [16] Toribio, J., Elices, M. (1987). "Evolución de la zona plastificada y de los factores de triaxialidad y concentración en una probeta entallada". Anales de Ingeniería Mecánica, Año 5, Núm.2, pp.273-279.

**SUSCEPTIBILIDAD DE LA ALEACION AA 7017 A LA CORROSION BAJO TENSION: INFLUENCIA DEL TIPO DE ENSAYO Y DEL TIPO DE PROBETA.**

L. Caballero<sup>1</sup>, C. García Cordovilla<sup>2</sup>, A. Pamies<sup>2</sup>, V. Sánchez Gálvez<sup>1</sup>, E. Louis<sup>3</sup> y M. Elices<sup>1</sup>.

1. Dpto. de Ciencia de Materiales. ETSI de Caminos, UPM, Ciudad Universitaria s/n, 28040-Madrid.
2. Centro de Investigación y Desarrollo, INESPAI. S.A., Aptdo. 25, 03008-Alicante.
3. Dpto. de Física Aplicada, U. de Alicante, Aptdo. 99, 03080-Alicante.

**Resumen.**- La proliferación de ensayos y de tipos de probetas en los estudios de Corrosión bajo Tensión, produce una variedad de datos cuya correlación es difícil. En particular, el ensayo de tracción lenta (Slow Strain Rate Test) permite la elección de varias magnitudes físicas (resistencia, tiempo, ductilidad,...) como indicadores de la Corrosión bajo Tensión. La adopción de una u otra magnitud puede dar lugar a resultados contrapuestos. Los resultados de este trabajo, obtenidos para la aleación AA 7017 expuesta a una disolución acuosa del 3,5% NaCl, son un buen ejemplo de las dificultades descritas. Se han realizado ensayos de tracción lenta con probetas lisas y entalladas, y ensayos con probetas fisuradas (DCB) autotesadas. La experimentación se ha completado con un estudio fractográfico detallado. Analizados desde el punto de vista de la Mecánica de la Fractura, los resultados ganan en coherencia. Las diferencias aparentes provienen de intentar describir, con un solo parámetro de susceptibilidad, un fenómeno complejo como es la Corrosión bajo Tensión.

**Abstract.**- A high number of different tests, using several types of specimens are currently utilized for the SCC determination, leading to a large amount of stress corrosion data. These data are not easily correlated. In this way, the strength, time, ductility,... can be used in the Slow Strain Rate Test (SSRT) as a measurement of the stress corrosion effect. Nevertheless, the obtained results may depend strongly on the selected parameter. The results of this work constitute a good example of the above mentioned difficulties. AA7017 alloy has been tested in a 3,5% NaCl aqueous solution. Both SSRT with smooth and notched samples and constant strain tests with DCB specimens have been performed. A detailed fractographic study has also been carried out. The results obtained can be analyzed in the frame of the Fracture Mechanics. When the results from different variety of specimens are compared, same differences are observed. They are caused by the use of a single sensitivity parameter to describe the complex stress corrosion cracking phenomenon.

## 1. INTRODUCCION

El diseño de un método de ensayo de corrosión bajo tensión, que sea rápido y sensible, ha sido durante bastante tiempo una necesidad desatendida.

Los ensayos tradicionales, de tipo estático y utilizando probetas lisas, adolecen de una duración excesiva, debido a las propias características del fenómeno de corrosión bajo tensión. A los conocidos ensayos de deformación constante y de carga constante, se ha añadido hace algunos años el ensayo de tracción lenta (Slow Strain Rate Test) de Parkins y col.[1].

En cuanto a los tipos de probeta, a la tradicional probeta lisa se le han incorporado probetas entalladas y fisuradas, permitiendo esta última y desde el comienzo del ensayo, su eva-

luación desde el punto de vista de la Mecánica de la Fractura.

Los ensayos de deformación constante y de carga constante se caracterizaban por la deformación inicial o la carga inicial, y como indicadores de sensibilidad proporcionaban el tiempo de rotura, así como una deformación o una tensión umbrales. Los nuevos ensayos, en cambio, admiten como índices a todas las magnitudes físicas que se pueden obtener con un ensayo de tracción: carga de rotura, alargamiento, reducción de área, energía de fractura, tiempo de rotura,... Sin embargo, la utilización de estas magnitudes no está exenta de dificultades tales como excesiva dispersión, poca sensibilidad o determinación laboriosa. Una extensa revisión de la aplicación del ensayo de tracción lenta a las aleaciones de aluminio ha sido publicada por Holroyd y Sca-

mans [2], en la que tratan algunos de estos problemas.

Para evitar las dificultades existentes con los ensayos de tracción lenta, Stolz [3] ha evaluado la sensibilidad de la reducción de área como índice de la corrosión bajo tensión; para ello utilizó probetas cilíndricas, tanto lisas como entalladas, y probetas de deformación plana; como conclusión propone a estas últimas como más adecuadas.

En el presente trabajo se considera que la carga de rotura es un índice con menos dispersión, de más fácil medida y con mayor significado para caracterizar un fenómeno que se singulariza por la fisuración y la fragilización del material. Los autores consideran que, si bien es una magnitud poco sensible a las fisuras pequeñas, típicas de los ensayos acelerados de materiales de sensibilidad media, el diseño adecuado de las probetas puede potenciar su utilidad.

## 2. METODO EXPERIMENTAL

### Material

Se ha utilizado la aleación AA7017 en el estado T651 (solubilizado + estirado al 2% de deformación + envejecido), suministrado por Alcan Plate en forma de plancha de 30mm de espesor.

### TABLE 1. Composición Química

Zn	Mg	Fe	Si	Mn	Cr	Cu	Zr	Ti	Ni	Al
4,91	2,4	0,23	0,09	0,30	0,17	0,12	0,13	0,04	0,01	resto

Su microestructura es anisótropa, de tipo hojaldrado, debido al proceso de laminación. Como consecuencia, las propiedades son sensibles a la orientación. La dirección estudiada es la transversal corta (ST) ya que es la más débil a la corrosión bajo tensión. Las características mecánicas determinadas en las probetas lisas que se describen después son:

### TABLE 2. Características Mecánicas\*

E	$\sigma_{0,2}$	$\sigma_R$	alargamiento	R.A.
GPa	MPa	MPa	% sobre 10 mm	%
62,8	397	461	8,5	16,6

\*) Valores medios de tres ensayos.

La tenacidad de fractura para la configuración ST-L (solicitud en la dirección transversal corta ST y propagación en la dirección de laminación L), determinada según la norma ASTM E-399, es  $K_{Ic} = 27.6 \text{ MPA}\cdot\text{m}^{1/2}$ .

### Probetas

Se han utilizado tres tipos de probetas: cilíndricas lisas, cilíndricas con entalla anular en V de fondo redondeado, y probetas del tipo doble viga empotrada (DCB). Sus caracte-

rísticas geométricas, sus dimensiones, y su orientación respecto a las direcciones del material se muestran en la fig.1.

### Ensayos de corrosión bajo tensión

El medio agresivo fue una disolución acuosa al 3,5% de NaCl, pH = 6,5, utilizada a la temperatura ambiente de  $22 \pm 3 \text{ }^\circ\text{C}$ .

Las probetas cilíndricas, tanto lisas como entalladas, se han ensayado a tracción lenta a diferentes velocidades de sollicitación (1,0, 0,3 y 0,1  $\mu\text{m}/\text{min}$ , fundamentalmente) utilizando una máquina de ensayos, rígida y con una capacidad máxima de 100 KN. Las células de corrosión, de 150  $\text{cm}^3$  de capacidad estaban fabricadas con metacrilato y goma virgen, y permitían el libre acceso de aire a la disolución. Los dispositivos de acoplamiento a la máquina de ensayos y la probeta, excepto una zona central de unos 6mm de altura, fueron lacados para aislarlos del medio agresivo.

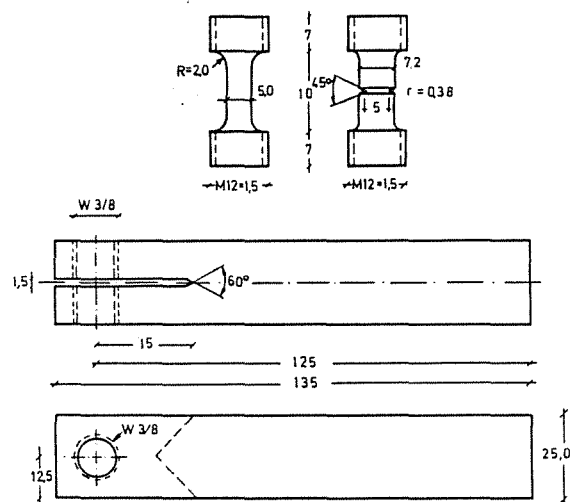


Fig. 1. Tipos y dimensiones, en mm., de las probetas.

Las probetas de doble viga empotrada (DCB) se ensayaron autotesadas a deformación constante; para ello se han utilizado tornillos de acero inoxidable. Previamente a la fisuración, se protegió la superficie de la probeta con una laca resistente al medio, dejando desnuda una banda central de un 1 cm de anchura que se extendía a lo largo del cuerpo de la probeta. Los tornillos también estaban protegidos, pese a quedar siempre fuera de la disolución. La fisura inicial se produjo por sobrecarga, apretando los tornillos; inmediatamente después se midió la apertura de la fisura sobre la línea de carga, y se sumergió verticalmente en una célula rectangular de metacrilato llena con 1 lt de disolución agresiva.

Gran parte de los ensayos se realizaron a potencial constante, utilizando un potenciostato conectado a la célula de corrosión en un montaje convencional de tres electrodos. Como electrodo auxiliar se utilizó hilo de platino; un electrodo de calcmelanos saturado (ECS) sirvió de referencia.

Para normalizar las magnitudes físicas utilizadas como índices de corrosión bajo tensión en los ensayos de tracción lenta, se les ha expresado en tanto por ciento del valor obtenido en ensayos realizados con la misma velocidad de sollicitación y ambiente inerte. Como tal se utilizó aire desecado con perclorato de magnesio anhidro. Como carga de rotura se ha tomado, como es habitual en este tipo de ensayos, la carga máxima alcanzada.

Las dimensiones características de las probetas antes y después de los ensayos, así como el tamaño de las fisuras, se midieron con una resolución de 10  $\mu\text{m}$  utilizando un proyector de perfiles. El tamaño medio de las fisuras de corrosión bajo tensión de las probetas cilíndricas se obtuvo promediando los valores medidos sobre dos diámetros perpendiculares orientados en las direcciones L y LT del material.

En las probetas cilíndricas, el factor de intensidad de tensiones de las fisuras finales, se ha calculado con la expresión de Bueckner [4]

$$\frac{K_I}{\sigma(\pi d)^{1/2}} = 0,762\left(\frac{d}{D}\right)^{-3/2} - 0,563\left(\frac{d}{D}\right)^{-1/2} \quad (1)$$

en que  $\sigma$  es la tensión remota, D el diámetro de la probeta, y d el diámetro de la sección resistente. En las probetas DCB, se utilizó la expresión de Hyatt [5]

$$K_I = \frac{\delta E H (3H(a + 0,6H)^2 + H^3)^{1/2}}{4((a + 0,6H)^3 + H^2a)} \quad (2)$$

siendo  $\delta$  la apertura de la fisura medida sobre la línea de carga, H la mitad del canto de la probeta, E el módulo elástico, y a es la profundidad de la fisura.

### 3. RESULTADOS EXPERIMENTALES

#### Probetas DCB ensayadas a deformación constante

Estos ensayos permiten obtener el factor de intensidad de tensiones umbral  $K_{Isc}$  y la velocidad de crecimiento de las fisuras para valores de  $K_I$  mayores que el umbral. La curva típica para las aleaciones de la serie 7000 es la esquematizada en la fig. 2. En los ensayos a deformación constante, utilizando probetas prefisuradas, esta curva se recorre en el sentido decreciente de  $K_I$ . Debido a la larga duración de estos ensayos, no se dispone aún de resultados definitivos para la aleación. Se puede adelantar sin embargo que la velocidad en la zona II depende poco del potencial aplicado y que su valor es algo mayor que  $10^{-2}$  m/s

#### Probetas ensayadas a tracción lenta

Se ha recurrido también a realizar ensayos de tracción lenta, que proporcionan información más rápidamente, estudiando el efecto del potencial electroquímico en la interfase material-medio y la influencia de la velocidad de sollicitación.

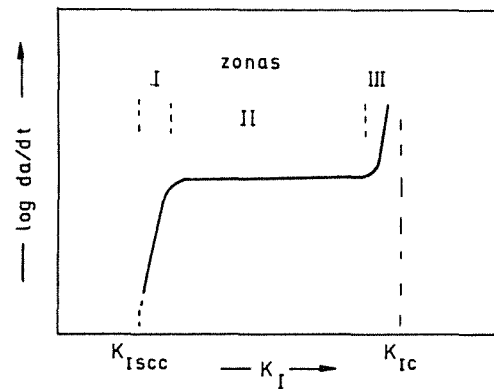


Fig. 2. Esquema del efecto de  $K_I$  sobre la velocidad de propagación de una fisura.

En la fig. 3, se ofrecen los resultados obtenidos con probetas lisas y las velocidades de sollicitación de 1,0, 0,3 y 0,1  $\mu\text{m}/\text{min}$ , representados como carga de rotura normalizada frente al potencial aplicado. Los valores correspondientes a los ensayos a potencial libre de corrosión se han representado entre paréntesis, abarcando éste los valores recorridos por el potencial durante el ensayo. Para las dos velocidades más lentas, la mínima susceptibilidad ocurre para potenciales próximos a  $-900 \text{ mV}_{ECS}$  entre los cuales se encuentra el potencial libre de corrosión; los potenciales anódicos o catódicos respecto a  $-900 \text{ mV}_{ECS}$  intensifican el efecto del medio agresivo. Para la velocidad de 1,0  $\mu\text{m}/\text{min}$  el efecto de la corrosión bajo tensión sobre la carga de rotura es despreciable entre  $-1200$  y  $-800 \text{ mV}_{ECS}$ . Con las tres velocidades, si se superan los potenciales de  $-1400 \text{ mV}_{ECS}$  en dirección catódica y  $-800 \text{ mV}_{ECS}$  en dirección anódica, la corrosión reduce mucho la sección de las probetas y la pérdida de resistencia deja de ser representativa del efecto de la corrosión bajo tensión.

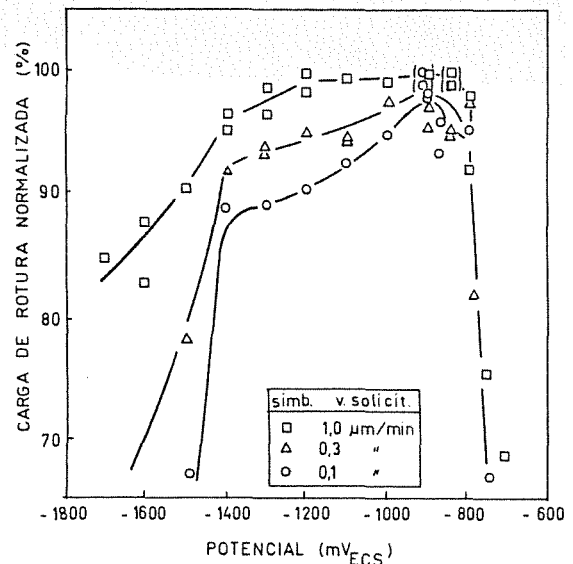


Fig. 3. Probetas lisas. Efecto del potencial y la velocidad de sollicitación según la carga de rotura normalizada.

Comparando las tres curvas, se observa que la velocidad de sollicitación tiene poca influencia en la zona de potenciales de  $-900 \text{ mV}_{\text{ECS}}$ . Para potenciales superiores o inferiores a esa zona, la carga de rotura es más baja cuanto menor es la velocidad de sollicitación.

Observadas las superficies de fractura al microscopio electrónico se apreció en todas ellas, incluso en los casos en que no hay pérdida en la carga de rotura, una fisura anular de corrosión bajo tensión que ocupaba el contorno de la superficie. En la fig. 4 se muestra una fractura típica. Para cada potencial, la profundidad de la fisura era mayor cuanto menor era la velocidad del ensayo. Seccionando longitudinalmente algunas de las probetas ensayadas, se observó además la existencia de múltiples fisuras distribuidas sobre la superficie de las probetas.

Así pues, la carga de rotura desciende al aumentar el tamaño final de la fisura, pero el descenso es demasiado suave dentro del intervalo de fisuras que aparecen en estos ensayos, de tal forma que, por ejemplo, a potencial libre de corrosión y  $0,1 \mu\text{m}/\text{min}$ , la profundidad media de la fisura era de unos  $200 \mu\text{m}$  y no se observó influencia alguna sobre la carga de rotura.

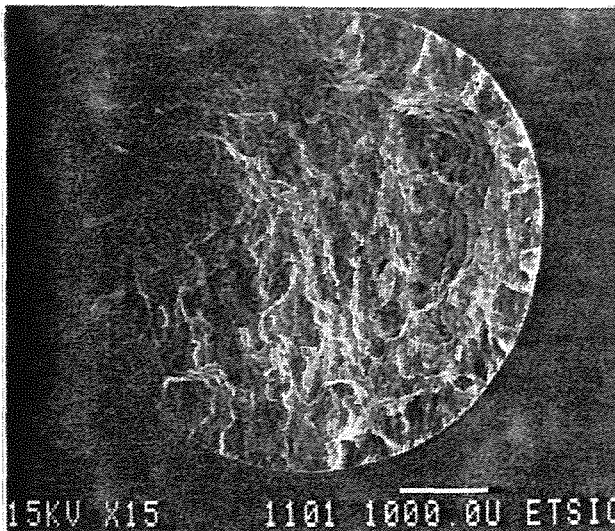


Fig. 4. Superficie de fractura típica de las probetas lisas ensayadas en ambiente agresivo.

Si se representa la carga de rotura, alcanzada en los ensayos con las probetas lisas, en función del tamaño medio de la fisura de corrosión bajo tensión, como se ha hecho en la fig. 5, se obtiene la tendencia característica de la carga de rotura en tracción para probetas con fisuras cortas, es decir, cuando las condiciones de fractura son elastoplásticas. De acuerdo con esto, la poca sensibilidad de la carga de rotura como índice de la corrosión bajo tensión es característico de las probetas lisas sometidas a condiciones experimentales en que la fisura final es pequeña.

Se plantea así qué modificación de la geometría de las probetas aumentaría la sensibilidad de la carga de rotura al efecto del tamaño

de fisura. La mayor sensibilidad se consigue cuando la rotura de la probeta se produce en las condiciones en que la MFEL es aplicable. Para ello se puede recurrir a probetas prefisuradas o a probetas con entalla aguda; en estas últimas, la nucleación de una fisura en el fondo de la entalla equivaldría aproximadamente a una fisura efectiva cuyo tamaño fuera la profundidad de la entalla más la correspondiente a la fisura de corrosión bajo tensión.

En la fig. 6 pueden verse los resultados correspondientes a  $0,3 \mu\text{m}/\text{min}$  en probetas entalladas, también se incluyen algunos resultados para  $0,1 \mu\text{m}/\text{min}$ . Se representa la carga de rotura normalizada en función del potencial aplicado. Como referencia se ha dibujado también la curva obtenida con probetas lisas a  $0,3 \mu\text{m}/\text{min}$ . El aumento de la sensibilidad de la carga de rotura, como indicador de la corrosión bajo tensión, es evidente. Se observa que el efecto del potencial es similar al indicado por los ensayos con probeta lisa, apareciendo el mínimo de corrosión bajo tensión sobre los  $-900 \text{ mV}_{\text{ECS}}$  y dos zonas de clara intensificación del fenómeno hacia potenciales más anódicos y más catódicos que él. La existencia de la zona anódica aparece más claramente en estas probetas.

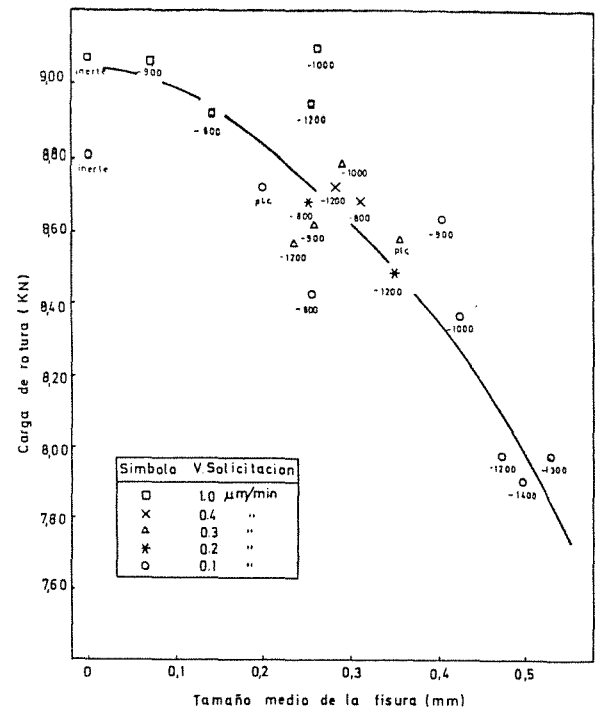


Fig. 5. Probetas lisas. Relación entre la carga de rotura y la profundidad de las fisuras.

La carga de rotura es también más sensible a la velocidad de sollicitación, como se muestra en la fig. 7 para el potencial de  $-1200 \text{ mV}_{\text{ECS}}$ . Para iguales condiciones experimentales, la pérdida de carga es mayor en las probetas entalladas, y la pendiente de su curva es más pronunciada.

La fractografía de las probetas muestra el mismo aspecto que en las probetas lisas: una fisura anular de corrosión bajo tensión y una

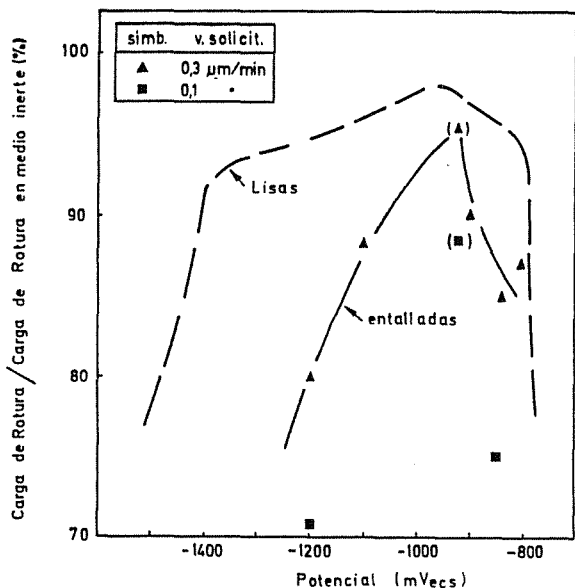


Fig. 6. Probetas entalladas. Efecto del potencial y la velocidad de sollicitación según la carga de rotura normalizada.

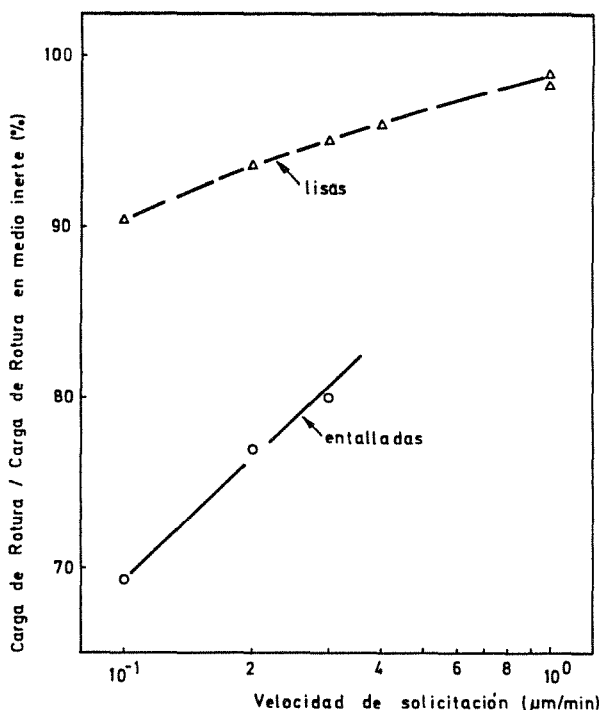


Fig. 7. Influencia de la velocidad de sollicitación sobre la carga de rotura normalizada de probetas lisas y entalladas, para -1200 mVecs.

zona central de fractura dúctil. El efecto del potencial y de la velocidad de sollicitación sobre la carga de rotura concuerda bien con el efecto sobre el tamaño de las fisuras.

La relación de la carga de rotura con el tamaño medio de la fisura es la representada en la fig. 8, en la que se ha dibujado también la carga de rotura prevista por la MFEL, para un tamaño efectivo igual a la profundidad de la entalla más el tamaño de la fisura de corro-

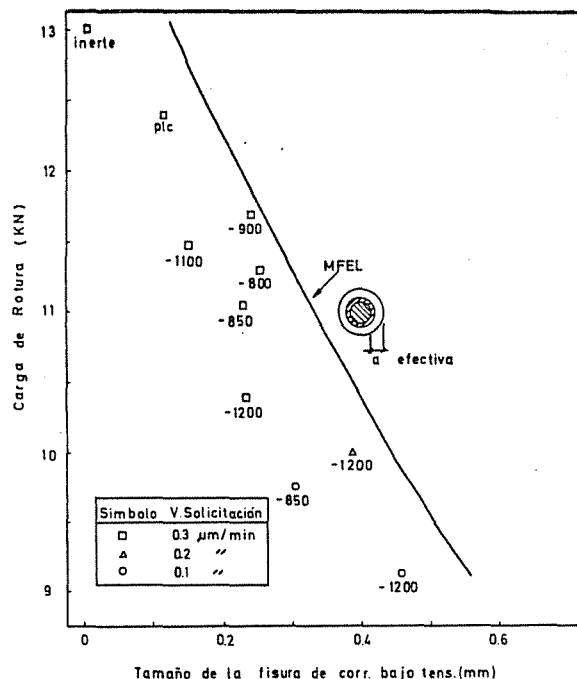


Fig. 8. Probetas entalladas. Relación entre la carga de rotura y la profundidad de las fisuras.

sión bajo tensión. Se puede observar que la carga de rotura experimental es sistemáticamente menor, lo que puede deberse a subestimar sistemáticamente el tamaño de la fisura o algún efecto fragilizador del medio agresivo, pero la tendencia es la prevista

Con el fin de evitar los inconvenientes de la carga de rotura como índice de susceptibilidad en las probetas lisas, es habitual utilizar como índices otras magnitudes características de los ensayos de tracción, como la energía de fractura, la reducción de área, el alargamiento o la duración del ensayo. Es decir magnitudes asociadas a la ductilidad. De ellas, la energía de fractura es muy laboriosa de determinar; la reducción de área requiere la medida precisa de las dimensiones de las probetas antes y después del ensayo, y presenta en nuestro caso una dispersión tan fuerte que la inutiliza como indicador fiable; por último, la duración del ensayo o el alargamiento (calculado como la duración del ensayo por la velocidad de sollicitación) son magnitudes de más fácil determinación.

Para continuar con la comparación de los dos tipos de probetas, se muestran, fig. 9, los resultados de los mismos ensayos de la fig. 3 pero utilizando el alargamiento normalizado como índice de sensibilidad. Puede verse que, en apariencia, el alargamiento es una magnitud más sensible al efecto del medio agresivo, pero su dispersión es demasiado fuerte. Así mismo, la influencia del potencial es menos clara que el obtenido a partir de la carga de rotura y que el observable sobre las superficies de fractura, especialmente con las dos velocidades de sollicitación más altas. Pero es en el efecto de la velocidad de sollicitación donde el alargamiento muestra más claramente sus limitaciones. Así, restringiéndonos a los poten-

ciales entre -1400 y -800 mV<sub>ECS</sub>, el alargamiento indica que la corrosión bajo tensión para 1,0  $\mu\text{m}/\text{min}$  es mucho menor que para 0,1  $\mu\text{m}/\text{min}$ , cualquiera que sea el potencial; sin embargo, el tamaño de la fisura obtenida a potencial libre de corrosión con 0,1  $\mu\text{m}/\text{min}$  es similar al tamaño de las fisuras originadas para -800, -1000, -1100 y -1200 mV<sub>ECS</sub> con la velocidad de 1,0  $\mu\text{m}/\text{min}$ .

El motivo de la limitación aludida en el párrafo anterior se debe a que las probetas lisas ensayadas en ambiente inerte, rompen con mayor alargamiento cuanto menor es la velocidad de sollicitación; es decir, se debe fundamentalmente a un desplazamiento en el nivel de referencia.

En cambio, en las probetas entalladas sollicitadas a 0,3  $\mu\text{m}/\text{min}$ , el alargamiento o a la duración del ensayo proporcionan el mismo tipo de curva que la mostrada en la fig. 6 para la carga de rotura. Para 0,1  $\mu\text{m}/\text{min}$ , se dispone aún de pocos resultados para poder asegurar lo mismo.

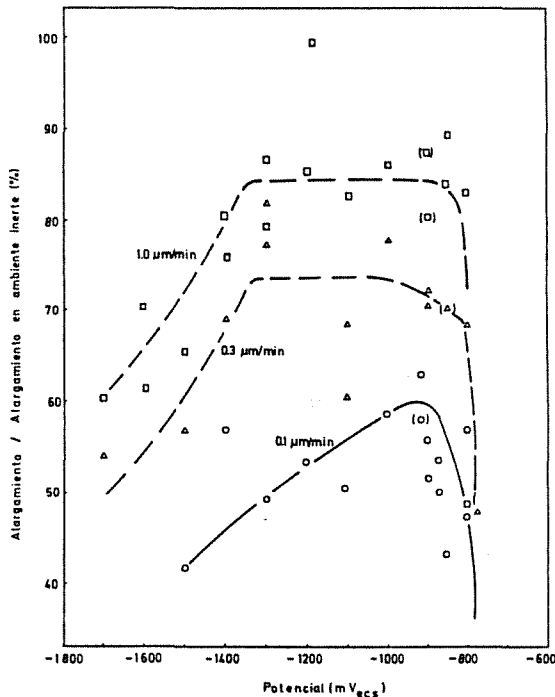


Fig. 9. Probetas lisas. Efecto del potencial y la velocidad de sollicitación según el alargamiento normalizado.

#### DISCUSION

Como se ha expuesto antes, el efecto del potencial se detecta de forma cualitativamente similar en la carga de rotura de las probetas lisas ensayadas a 0,3 y 0,1  $\mu\text{m}/\text{min}$ , en el alargamiento (o el tiempo hasta rotura) de las mismas probetas a 0,1  $\mu\text{m}/\text{min}$ , y en la carga de rotura y el alargamiento de las probetas entalladas para 0,3 y 0,1  $\mu\text{m}/\text{min}$ . Sin embargo, la existencia de una zona de corrosión bajo tensión anódica respecto a -900 mV<sub>ECS</sub> queda oscurecida en las probetas lisas.

Junto con esta coincidencia cualitativa, aparecen diferencias cuantitativas importantes que limitan fuertemente la información proporcionada por las probetas lisas. Las causas de esas diferencias tienen su origen en las características mecánicas de las probetas y en la multiplicidad de etapas de la corrosión bajo tensión.

Comenzando por las características mecánicas de las probetas sin fisura se ofrece en la fig. 10, la evolución de la carga frente al tiempo. Se puede observar el crecimiento prácticamente lineal de la carga en las entalladas, y el crecimiento casi lineal al principio seguido de una zona de variación casi nula de la carga en las lisas.

Respecto a la acción de la corrosión bajo tensión, esta bien establecido que una probeta no fisurada pasa por una serie de etapas: la iniciación, que suele estar asociada a la existencia de deformación plástica, y la propagación de la fisura en una forma que generalmente es la esquematizada en la fig. 2. La importancia de cada etapa, dentro del proceso global, puede ser aumentada o disminuida por la elección de la geometría de la probeta y las condiciones de sollicitación.

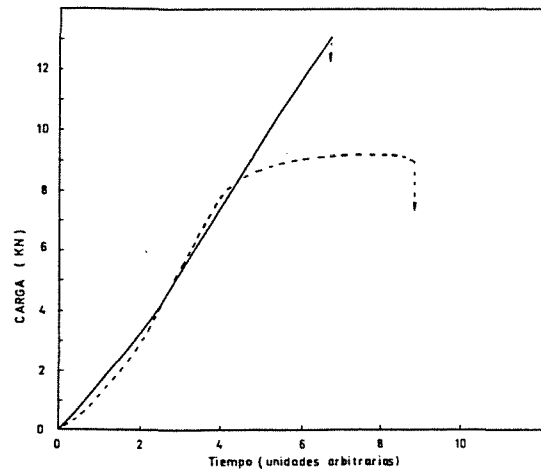


Fig. 10. Evolución de la carga con el tiempo. Ensayos de tracción lenta en aire seco.

Desde el punto de vista de iniciación es importante el comienzo de la deformación plástica. Toribio [6] ha estudiado este tipo de geometrías, obteniendo que la deformación plástica en el fondo de la entalla comienza a tensiones medias, en el cuello, bastante menores que el límite elástico. Puesto que las secciones mínimas son iguales en ambas probetas, la plastificación comienza a cargas bastante menores en la entallada. Por tanto, la probeta entallada podría iniciar las fisuras antes que la lisa.

La deformación plástica en las probetas lisas no está restringida geoméricamente, la iniciación puede producirse en varios lugares de la superficie, mientras que en las entalladas esta limitada al fondo de la entalla.

Volviendo al aspecto mecánico de las probetas, la aparición y propagación de fisuras durante



los ensayos en ambiente agresivo modifica solo ligeramente la curva carga-tiempo, en el sentido de que la rotura se produce antes. En las entalladas, la carga última es proporcional al tiempo hasta rotura, y la relación de ambos con el tamaño de fisura es lineal, ya que, como se vió en la fig. 8, la carga de rotura sigue la tendencia de la expresión de Bueckner. En las las probetas lisas, en cambio, la rotura se produce en la zona en que la carga varía poco con el tiempo, lo que implica una baja sensibilidad a la fisura. Esto se ve acentuado por el hecho de que la carga máxima se alcanza a un tiempo sensiblemente menor que la carga última, cuando la fisura puede estar propagándose a la mayor velocidad, como se discute más adelante. En definitiva, la carga de rotura de las probetas lisas puede no estar directamente relacionada con la fisura final.

En la etapa de propagación, de acuerdo con la fig. 2, es importante  $K_I$ , ya que controla la velocidad de avance de la fisura, pero no es menos la velocidad de crecimiento de  $K_I$ , ya que de ella depende el tiempo de avance hasta la rotura.

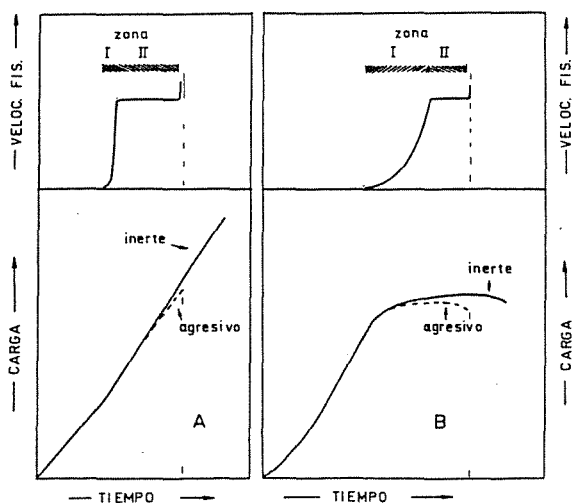


Fig. 11. Esquema de las etapas y velocidad de propagación de una fisura de corrosión bajo tensión. A) Probeta entallada. B) Probeta lisa.

En la fig. 11 se muestra esquemáticamente lo que esto implicaría para cada tipo de probeta. En la entallada, a una temprana iniciación le sigue una etapa corta de propagación en zona I ya que la carga crece, y el resto del ensayo ocurre en la zona II. En la muestra lisa, la iniciación ocurrirá en la zona plástica, ocupando una buena parte del ensayo en llegar hasta ella; la propagación en zona I puede tener una duración importante ya que la carga crece lentamente y la fisura también; la propagación en zona II, que ocupa el resto del ensayo, se produce con el crecimiento de  $K_I$  controlado por el avance de la fisura.

Las consecuencias de este esquema son compatibles con el hecho de que, siendo mayor la duración de los ensayos en las probetas entalladas, el tamaño final de las fisuras es muy similar en ambos tipos de probetas, para potenciales y velocidades de sollicitación iguales.

La gradación de las condiciones de iniciación son compatibles con el tamaño final de las fisuras y las velocidades de crecimiento de las fisuras en zona II, determinadas en las probetas DCB.

#### CONCLUSIONES

1. Se ha demostrado que la carga de rotura es un índice de corrosión bajo tensión muy sensible si las probetas se diseñan adecuadamente. La condición del diseño es que rompan en las condiciones gobernadas por la MFEL.
2. Se ha diseñado una probeta simplemente entallada que cumple la condición anterior. Al utilizarla en la aleación AA7017-T651 y comparar los resultados con los de probetas lisas, se han encontrado fuertes limitaciones en estas últimas.
3. Se ha propuesto un esquema interpretativo, basado en las características mecánicas de las probetas y en las etapas de una fisura de corrosión bajo tensión, que permite explicar las diferencias entre ambos tipos de probetas.

#### 5. REFERENCIAS

- [1] Parkins R.N. (1979), ASTM STP-665, pp. 5-25.
- [2] Holroyd N.J.H. y Scamans G.M. (1984), ASTM STP-821, pp. 202-241.
- [3] Stoltz R.E. (1981), Metall.Trans. 12A, marzo, pp.543-545.
- [4] Bueckner H.F. (1964), ASTM STP-381, pp 82
- [5] Hyatt M.V. (1970), Corrosion, 26(11), pp 487-503.
- [6] Toribio J. (1987) "Fractura Elastoplástica de Alambres Entallados", Tesis Doctoral, U. Politécnica de Madrid.

SUSCEPTIBILIDAD A LA CORROSION BAJO TENSION DE PIEZAS SOLDADAS DE LA ALEACION AA 7017 (Al-Zn-Mg): EFECTO DE LA MICROESTRUCTURA

C. Garcia Cordovilla<sup>1</sup>, E. Louis<sup>1,2</sup>, A. Pamies<sup>1</sup>, L. Caballero<sup>3</sup>, M. Elices<sup>3</sup> y V. Sanchez Galvez<sup>3</sup>.

1. Industria Española del Aluminio, S.A., Centro de Investigación y Desarrollo Apartado 25, 03080 Alicante.
2. Departamento de Física Aplicada, Universidad de Alicante, Apartado 99, 03080 Alicante.
3. Departamento de Física de Materiales. E.T.S. Ingenieros de Caminos, Ciudad Universitaria, 28040 Madrid.

RESUMEN

Con objeto de investigar los efectos de la zona afectada térmicamente sobre la susceptibilidad a la corrosión bajo tensión de piezas de Al-Zn-Mg soldadas, se han fabricado probetas con microestructura similar a la de la zona blanca. La susceptibilidad a la corrosión bajo tensión se ha evaluado mediante ensayos de tracción lenta (SSRT). Los resultados indican que las probetas con estructura similar a la de la zona blanca son mucho más sensibles a la corrosión bajo tensión que el metal en su estado original (T651).

ABSTRACT

In order to investigate the effects of the heat-affected zone on the susceptibility to stress corrosion of Al-Zn-Mg weldments, massive samples having a microstructure similar to that shown by the so-called white zone, have been obtained. Their susceptibility to stress corrosion was then evaluated by means of the slow strain rate test (SSRT). The results indicate that white zone-like samples are much more sensitive to stress corrosion than the parent alloy in the T651 temper.

1 - INTRODUCCION

La mayor limitación para una explotación exhaustiva de las aleaciones soldables de Al-Zn-Mg está en la aparición de corrosión localizada en la soldadura y zonas adyacentes [1-3]. El agrietamiento se inicia generalmente en la zona de interfase entre el cordón de soldadura y el metal base (weld-toe), propagándose por corrosión bajo tensión a través de la zona adyacente al cordón o zona blanca (ZB) [4-6], así llamada debido a su aspecto después de ser atacada con ácido nítrico [6]. Además del trabajo dirigido a evitar (o retrasar) la iniciación del agrietamiento [4,7], se ha realizado un gran esfuerzo para tratar de identificar y entender las propiedades de la zona blanca responsable de la gran sensibilidad a corrosión bajo tensión de estos materiales [6,8,13]. En este contexto destaca el trabajo de Schmiedel y Gruhl [8]. Estos autores

fabricaron muestras con microestructura similar a la de la zona blanca lo que les permitió estudiar las propiedades macroscópicas de una región tan pequeña (0.3 - 1.0 mm de anchura) [6]; si bien otras características como gradientes de composición no son tenidas en cuenta su trabajo reviste una considerable importancia. Esos autores [8] resaltan la influencia de las condiciones del ciclo térmico usado para reproducir la microestructura de la ZB sobre su susceptibilidad a corrosión bajo tensión, mientras que por otro lado únicamente utilizan ensayos normalizados en los que se mide la duración de una probeta sometida a carga constante para evaluar esta susceptibilidad a CBT.

En el presente trabajo se han seguido las sugerencias de Schmiedel y Gruhl para estudiar la corrosión bajo tensión en la ZB. No se han variado las condiciones de ciclo térmico; en cambio, se han tratado de reproducir, dentro de las posibilidades de las

tecnicas empleadas, las velocidades de calentamiento y enfriamiento alcanzadas durante la soldadura en las proximidades de la zona blanca. Por otro lado se ha hecho un gran esfuerzo para evaluar cuantitativamente la sensibilidad a la corrosión bajo tensión. Así, se han utilizado ensayos que permitan evaluar la naturaleza y mecanismos de la fractura, tales como ensayos de tracción lenta (SSRT) [14, 16]. Nuestros resultados confirman los obtenidos por Schmiedel y Gruhl en cuanto que las muestras con estructura similar a la zona blanca son mas sensibles a corrosión bajo tensión que el metal en su estado original T651.

En lo referente a los métodos experimentales, se hace hincapié en el procedimiento empleado para la obtención de muestras con estructura similar a la zona blanca. Una descripción detallada de los ensayos de SSRT se da en la referencia [16]. La sección dedicada a los resultados comienza describiendo y comparando la microestructura de la zona afectada térmicamente en una soldadura con la obtenida en este trabajo. Los resultados de los ensayos SSRT se comparan con los dados en la literatura.

## 2 - MATERIALES Y PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

El material usado en esta investigación fué suministrado por Alcan Plate (Kitts Green U.K.) en planchas de 10 y 30 mm de espesor en el estado T651. La composición del material en % de peso es : Zn 5.01, Mg 2.44, Cu 0.12, Cr 0.17, Zr 0.13, Mn 0.29, Fe 0.23, Si 0.11, Ti 0.05. La soldadura se ha efectuado mediante el proceso MIG en modo automático con uniones a tope y juntas en V a 90°; siendo los parámetros de soldadura los siguientes : 240A, 30V, 0.46 m/min, material de aporte (AA5356) de 1.6 mm de diámetro y numero de pasadas 3+1 para el material de 10 mm. Con objeto de caracterizar el ciclo térmico de la zona afectada durante el proceso de soldadura se colocaron diversos termopares de Cromel-Alumen de 0.2 mm de diámetro, a diferentes distancias del borde de la junta que iba a ser soldada. La posición exacta de los termopares respecto al cordón de soldadura se comprobó con posterioridad por medio de microscopía óptica. La temperatura máxima alcanzada por el cordón en la zona próxima a la interfase estaba comprendida entre 640-690°C mientras que la temperatura en la zona afectada oscilaba entre 580-620°C. La temperatura en la región cercana a la llamada zona blanca se determinó a partir de los valores obtenidos por varios procesos de soldadura y oscilaba alrededor de 600°C. La velocidad de calentamiento era del orden de 100°C s<sup>-1</sup>, mientras que la de enfriamiento en el rango de 600-300°C, era del orden de 20°C s<sup>-1</sup>. El estudio de la microestructura de las muestras soldadas se hizo antes y despues de un envejecimiento artificial de 80°C/8h mas 145°C/6h.

Con objeto de reproducir la microestructura de la zona blanca se siguió el procedimiento de Schmiedel y Gruhl [8]. Esto es, las muestras de aluminio provistas de termopar se introdujeron en un bloque de Cu, con un orificio central, precalentado hasta una determinada temperatura. Una vez alcanzada la temperatura deseada, las muestras se sacaron y templaron en diferentes medios. Para este trabajo se utilizaron muestras de dimensiones 150x30x15 mm (mecanizadas en la dirección LxSTxLT) de forma que pudieran obtenerse suficientes probetas como para completar una serie de ensayos SSRT. Un ejemplo del ciclo térmico descrito se muestra en la Fig. 1 donde se aprecia que la velocidad de calentamiento es del orden de 3°C s<sup>-1</sup> y la de enfriamiento en el rango 600-300°C es de 7.5°C s<sup>-1</sup>, esta última se obtuvo colocando las muestras entre dos bloques grandes de aluminio. Comparando estos valores con los alcanzados en un proceso MIG de soldadura se puede notar que la maxima diferencia está en la velocidad de calentamiento y no en la de enfriamiento. El efecto que la velocidad de calentamiento tiene sobre la microestructura se estudió variando el tamaño de las probetas y la temperatura del horno, alcanzándose velocidades de calentamiento comprendidas entre 0.5 - 10°C s<sup>-1</sup>, (velocidades mas altas podrian obtenerse unicamente mediante calentamiento por efecto Joule).

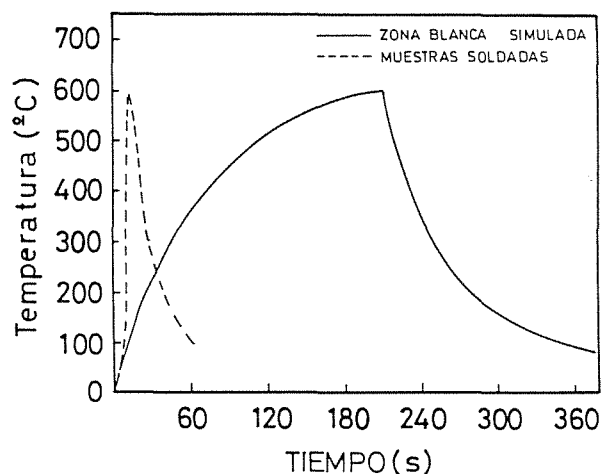


Fig. 1. Ciclos térmicos representativos de los utilizados para fabricar muestras ZBS (zona blanca simulada). Se indica como referencia el calentamiento correspondiente a la zona afectada de las muestras soldadas.

La evaluación de la susceptibilidad a corrosión bajo tensión se llevó a cabo mediante ensayos de tracción lenta (SSRT) en probeta cilíndrica lisa. Los ensayos se realizaron en una solución acuosa (no desoxigenada) de ClNa al 3.5%, pH 6.5, y temperatura del orden de 25°C. Gran parte de los mismos se efectuaron

a potencial constante utilizando un potenciostato conectado a la célula de corrosión en un montaje convencional de tres electrodos. Como electrodo auxiliar se utilizó hilo de platino; un electrodo de calomelanos saturado (ECS) sirvió de referencia. El intervalo de potenciales estudiado fue de  $-800$  a  $-1400$  mV(ECS), estando las velocidades de sollicitación comprendidas en el intervalo de  $10^{-5}$  y  $10^{-7}$  m min $^{-1}$ . Como referencia se utilizaron los valores obtenidos en aire seco (muestras inmersas en perclorato magnésico anhidro); los valores de la carga de rotura obtenidos en medio agresivo se presentan en porcentajes de reducción de la carga de rotura respecto del obtenido en aire seco. El eje de las probetas cilíndricas y la dirección de sollicitación coinciden con la dirección transversal corta del material.

Una descripción más detallada de los procedimientos experimentales se puede encontrar en la referencia [16]. El estudio de la microestructura de las muestras se realizó mediante microscopía óptica mientras que las superficies de fractura se estudiaron mediante microscopía electrónica de barrido.

### 3 - RESULTADOS Y DISCUSION

#### 3.1.- Microestructura de la zona blanca

La microestructura de la zona blanca en material soldado ha sido investigada por varios autores [5, 6, 8-13]. Sus características más sobresalientes en comparación con la del metal base han sido resaltadas por Cordier et al. [5] y pueden resumirse como sigue: a) estructura recristalizada con granos grandes y equiaxiales, b) menor número de partículas intermetálicas en el interior de los granos, c) mayor cantidad de compuestos intermetálicos y partículas precipitadas en fronteras de grano y más finamente repartidos y d) zonas libres de precipitado más estrechas.

Alguna de las características descritas en el párrafo anterior son claramente visibles en las micrografías de las muestras soldadas estudiadas en este trabajo (Fig. 2). Primeramente hay que resaltar que la anchura de la zona blanca en muestras soldadas varía en un rango de  $200-500$   $\mu\text{m}$  dependiendo de las condiciones de soldadura. El aspecto general de la microestructura de las soldaduras alrededor de la zona blanca, se muestra en la Fig. 2a. Un detalle de la anterior micrografía, Fig. 2b, muestra las características microestructurales de la citada ZB (a-c del párrafo anterior). En ella se ve de forma destacada la distribución de partículas en forma de cadena sobre las fronteras de grano. El tratamiento post-soldadura revela aún más las características más sobresalientes de la zona blanca de forma que la precipitación es solo visible cerca de las fronteras de grano formando un sombreado en un lado de las mismas. Esta asimetría puede indicar la dirección del desplazamiento de las fronteras de grano originado por el calentamiento rápido durante la soldadura. El hecho de que

no aparezcan partículas reveladas en el interior de los granos después del tratamiento de post-soldadura puede deberse a dos causas [6]: a) ausencia de partículas intermetálicas tales como  $\text{ZrAl}_3$  y b) enriquecimiento de las fronteras de grano con los principales elementos aleantes (Zn y Mg).

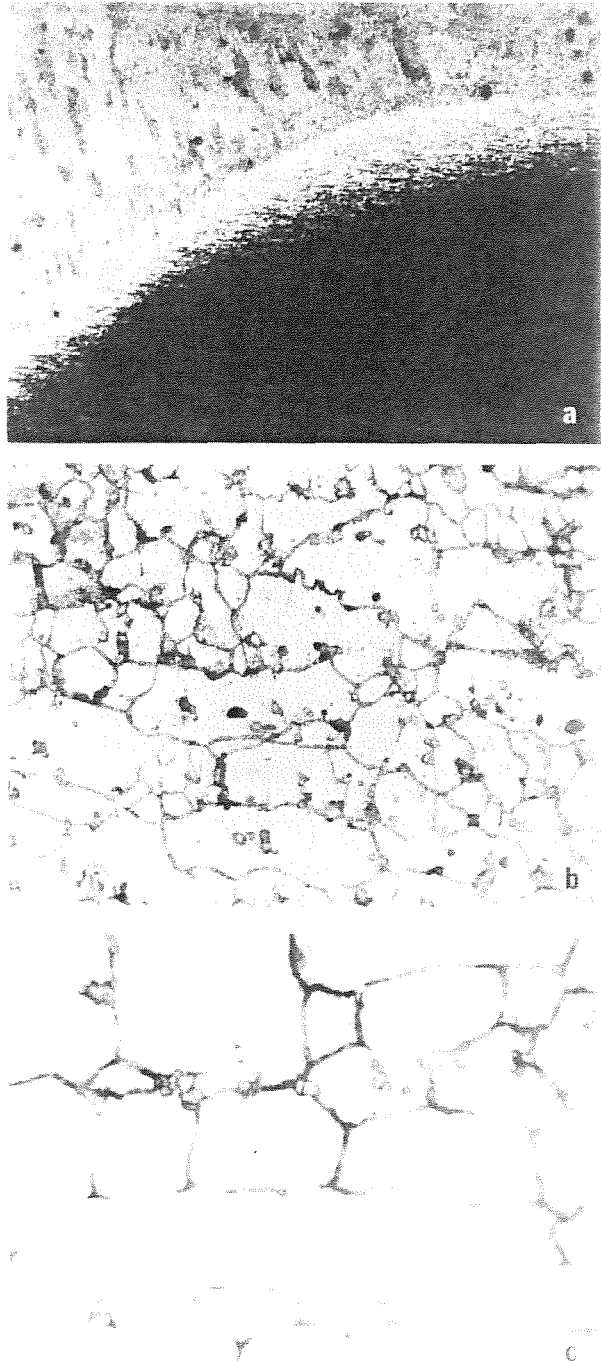


Fig. 2. Microestructura (micrografías ópticas) de: a) aspecto general de la zona blanca en muestras soldadas ( $\times 20$ ), b) detalle de la anterior ( $\times 500$ ) y c) detalle de las muestras con estructura similar a la zona blanca (ZBS) ( $\times 500$ ).

Ambas causas pueden ser consecuencia del arrastre de partículas y elementos en solución por las fronteras en movimiento [6]. También es digno de mención el hecho de que los granos sean muy irregulares (tanto en tamaño como en forma) y que en algunos casos presenten fronteras que han sufrido una fusión parcial.

La microestructura de las muestras con estructura similar a la de la zona blanca (ZBS) se ilustra en la Fig. 2c. Si se compara con la zona blanca real pueden destacarse las siguientes diferencias: a) granos de tamaño mayor, b) mayor cantidad de partículas en el interior de los granos. Este último hecho se resalta en las muestras sometidas a un tratamiento de envejecimiento posterior. Ambas características podrían ser la consecuencia de la menor velocidad de calentamiento conseguida durante la fabricación de muestras con estructura similar a la ZB. Con objeto de probar esta hipótesis se hizo un estudio de la evolución de la microestructura con la velocidad de calentamiento en el intervalo de  $0.5\text{--}10^\circ\text{C s}^{-1}$ . Los resultados obtenidos efectivamente apuntan en esta dirección, si se aumenta la velocidad de calentamiento desde 3 a  $10^\circ\text{C s}^{-1}$  disminuye en un factor dos el tamaño de grano. La cantidad de partículas en el interior de los granos disminuye también de forma apreciable.

Dejando a un lado estas pequeñas diferencias se puede decir que la muestra con estructura similar a la ZB reproduce las características más sobresalientes de la zona blanca en un proceso de soldadura.

### 3.2.- Ensayos de corrosión bajo tensión, tracción lenta, probeta lisa (SSRT)

Las propiedades mecánicas y electroquímicas más destacables de esta aleación en el temple T651 y con tratamiento térmico para reproducir la microestructura de la zona blanca (ZBS), se presentan en la Tabla I. Los valores de  $K_{IC}$  se han determinado de acuerdo con la norma ASTM E-399 en la dirección transversal corta. El potencial libre de corrosión (referido al electrodo de calomelanos saturado) se midió en una disolución aireada de  $\text{ClNa}$  al 3.5% con un pH de 6.5, la misma en la que se realizaron los ensayos de corrosión bajo tensión. Se incluyen igualmente en la Tabla I los resultados más relevantes de los ensayos de corrosión bajo tensión a tracción lenta (SSRT).

Los resultados de los ensayos de SSRT para una velocidad de sollicitación de  $0.3 \mu\text{m. min}^{-1}$  y un intervalo de potenciales comprendido entre  $-800$  y  $-1500$  mV (ECS) para muestras de zona blanca simulada sin y con tratamiento posterior (ZBS y ZBSP) se presentan en la Fig. 3, donde se incluyen también, como referencia, los valores correspondientes al temple original T651. Los resultados indican una gran dependencia de la carga de rotura con el potencial en una región de

potenciales en la que el material en estado T651 presenta una meseta; esta dependencia es más acusada en el caso del material con tratamiento posterior. En la zona comprendida entre  $-1050$  y  $-1250$  mV (ECS) la disminución de características es mucho menor que en el resto, lo que indica la existencia de una ventana de potenciales con mayor resistencia a corrosión bajo tensión, este resultado es similar al obtenido por Holroyd et al. [4] con muestras soldadas.

TABLA I. Características de la aleación AA7017 en el estado T651 y tratada térmicamente para reproducir la microestructura de la zona blanca en muestras soldadas (ZBS)

Estado	$K_{IC}$ (MPa.m <sup>1/2</sup> )	PLC (mV <sub>ECS</sub> )	RESULTADOS SSRT $\sigma$ (MPa)		
			AIRE SECO	Na Cl (3.5%)	
				PLC	-1200 mV(ECS)
T651	28	-915	450	430	416
ZBS	38	-926	271	115	197

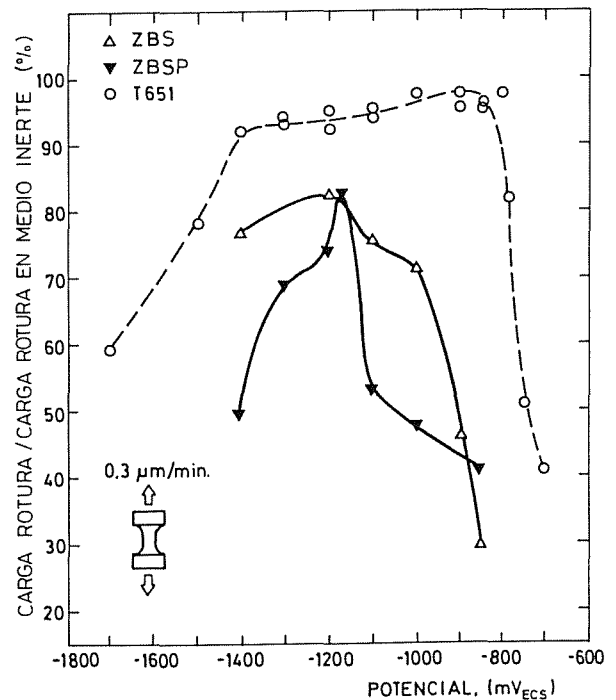


Fig. 3. Resultado de los ensayos de corrosión bajo tensión a tracción lenta para el material con estructura similar a la zona blanca antes (ZBS) y después de un envejecimiento artificial (ZBSP). Se indica como referencia el resultado correspondiente al estado T651.

Se ha estudiado también el efecto de la velocidad de sollicitación en este tipo de ensayo. El resultado para un potencial fijo de  $-1200$  mV (ECS) puede verse en la Fig. 4. Al igual que en el párrafo anterior la carga de rotura disminuye más rápidamente en el caso del material ZBS o ZBSP que en el T651, incluso para velocidades en las que ésta prácticamente no varía, lo que indica una mayor sensibilidad de estos materiales a corrosión bajo tensión. En cualquier caso el comportamiento a CBT es siempre peor en las probetas sometidas a un tratamiento posterior, de acuerdo igualmente con los resultados obtenidos por otros autores [9, 13] con probetas soldadas y sometidas a envejecimientos, que como en este caso, no incluyan tratamiento de solubilizado.

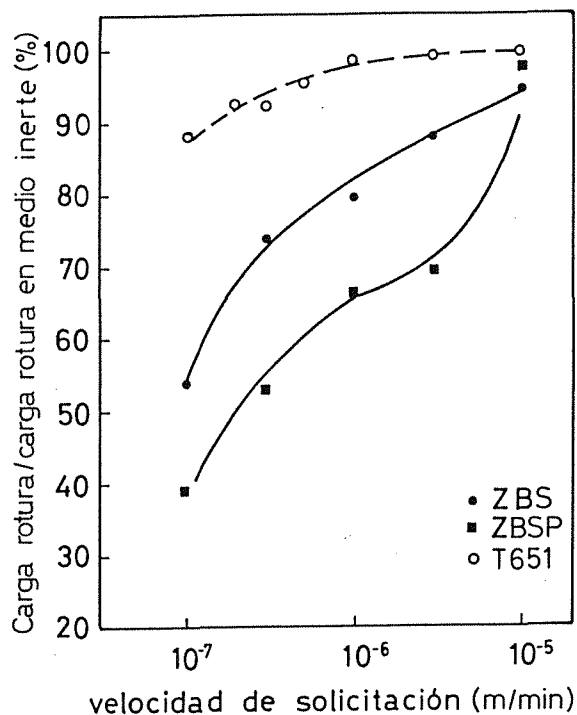


Fig. 4. Efecto de la velocidad de sollicitación sobre la carga de rotura para el material con estructura similar a la zona blanca antes (ZBS) y después de un envejecimiento artificial (ZBSP). Se indica como referencia el resultado correspondiente al estado T651.

Dentro del estudio fractográfico correspondiente a este material se presenta el aspecto de la superficie de una muestra de material T651 sometida a un ensayo de tracción lenta a un potencial de  $-1200$  mV (ECS) (Fig. 5a) junto al resultado de una muestra de zona blanca simulada (ZBS), ensayada en las mismas condiciones (Fig. 5b y 5c). En la Fig. 5a puede verse que la superficie de fractura tiene dos zonas bien diferenciadas; un anillo exterior con estructura plana correspondiente a corrosión bajo tensión y una zona central de fractura dúctil por nucleación y coalescencia de huecos correspondiente a fractura por sobrecarga. Por el contrario, la Fig. 5b,

correspondiente a ZBS, no tiene ninguna zona diferenciada, presentando un aspecto similar toda la superficie de fractura. La fractura es intergranular y revela la microestructura recristalizada y de grano grueso característica de las probetas ZB (Fig. 5c), es interesante resaltar que las superficies de fractura de soldaduras reales [4, 9] son muy similares a la mostrada en la Fig. 5c. La superficie de fractura de una probeta de zona blanca simulada con tratamiento posterior es muy similar a la anteriormente descrita por lo que no se presenta. Finalmente resaltar que la superficie de fractura de las probetas ensayadas en medio inerte, es similar a la obtenida en medio agresivo.

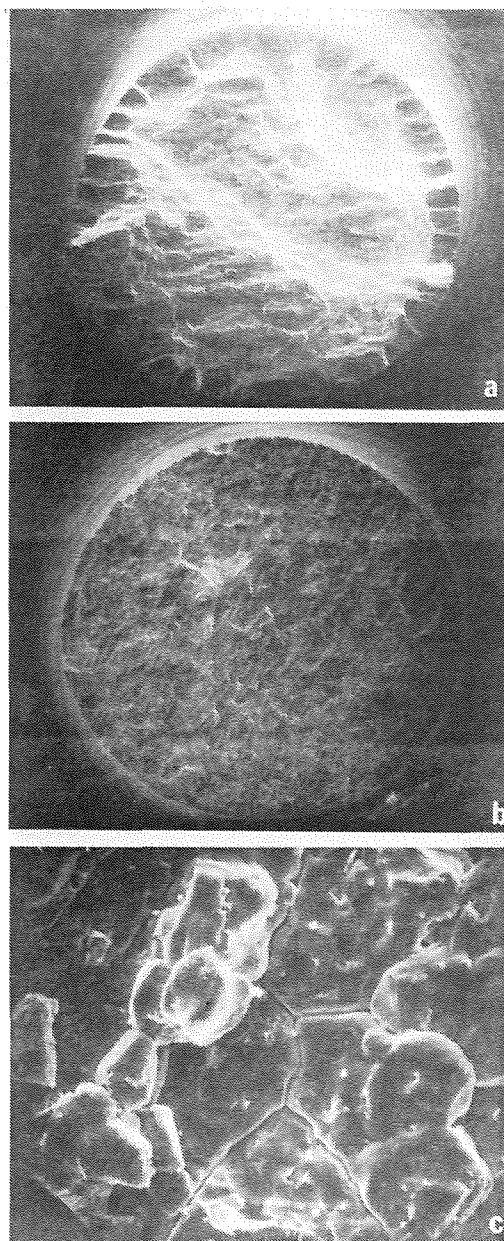


Fig. 5. Micrografías correspondientes a las superficies de fractura de la aleación AA7017 ensayada a corrosión bajo tensión a tracción lenta ( $-1200$  mV SCE y  $3 \times 10^{-7}$  m  $\text{min}^{-1}$ ). a) aspecto general del estado T651 ( $\times 13.5$ ), b) aspecto general de la zona blanca simulada ( $\times 13.5$ ) y c) detalle de la anterior ( $\times 300$ ).

## 4 - CONCLUSIONES

- i) Las características microestructurales más relevantes de la zona blanca en piezas soldadas, es decir, granos recristalizados y cantidades reducidas de partículas (precipitados o intermetálicos) se pueden reproducir satisfactoriamente mediante los métodos empleados en este trabajo [8].
- ii) Los resultados de corrosión bajo tensión a baja velocidad de deformación, indican que las probetas con microestructura similar a la de la zona blanca (ZBS) son mucho más sensibles a la corrosión bajo tensión que el material en temple T651. Este resultado está de acuerdo con los obtenidos por Schmiedel y Gruhl [8] mediante ensayos normalizados a carga constante.
- iii) Tanto los resultados de corrosión bajo tensión a tracción lenta como las superficies de fractura de las probetas ZBS, son notablemente similares a los observados por Holroyd et al [4] en piezas soldadas. Este acuerdo, fundamenta la relevancia del presente estudio.

## 5 - AGRADECIMIENTOS

El presente trabajo ha sido parcialmente financiado por la Comisión Interministerial de Ciencia y Tecnología (proyecto n° PC85-0096-C01-01), a la que los autores expresan su reconocimiento. Asimismo, agradecen a INESPAL, S.A. su autorización para la publicación de este trabajo.

## REFERENCIAS

- [1] S. Abis y E.D. Russo, in Proc. Conf. L'alluminio nei trasporti, Milano, 1987.
- [2] G.M. Scamans, J.A. Hunter and N.J.H. Holroyd in Proc. 8th International Light Metal Conference, Leoben-Vienna 1987, Vol I, pp 699-705.
- [3] K.G. Kent "Metals and Materials, Metallurgical Reviews, Review 147" (1970) 135.
- [4] N.H. Holroyd, G.M. Scamans y W. Hepples in Proc. Conf. "Fatigue Corrosion Cracking, Fracture Mechanics and Failure Analysis", ASM, 1985 pp 291-302.
- [5] H. Cordier, M. Shippers y I.J. Polmear, Z. Metallkunde, 68, 280-284, (1977).
- [6] I.J. Polmear, in Recrystallization and Grain Growth of Multi-Phase and Particle Containing Materials. RISØ 1980, pp 177-187.

- [7] E.D. Russo y S. Abis, in "Advanced Materials Research and Developments for Transport" Light Metals 1985, pp 227-234.
- [8] H. Schmiedel y W. Gruhl, Metall. 38, 32-37 (1984).
- [9] B. Grzemba, H. Cordier y W. Gruhl, Aluminium, 63, 496-503 (1987).
- [10] M.S. Sahman and I.J. Polmear, Z. Metallkunde, 74, 733 (1983).
- [11] M.S. Sahman, H. Cordier and I.J. Polmear, Z. Metallkunde, 73, 589 (1982).
- [12] I.J. Polmear, J. Materials Sci. 13, 222 (1978).
- [13] M.C. Reboul, B. Dubost and M. Leshermes, Corrosion Science, 25, 999 (1985).
- [14] N.J.H. Holroyd and D. Hardie, Corrosion Science, 21, 129-144 (1981).
- [15] N.J.H. Holroyd and G.M. Scamans in "Environment-Sensitive Fracture: Evaluation and Comparison of Test Methods", ASTM-STP 821, pp 202-241, Philadelphia (1984).
- [16] L. Caballero, C. Garcia-Cordovilla, A. Pamies, V. Sanchez Galvez, E. Louis y M. Elices, presentado en este mismo congreso.

## FACTOR DE INTENSIDAD DE TENSIONES EN UN TORNILLO FISURADO SOMETIDO A TRACCION Y FLEXION

Toribio, J., Sánchez-Gálvez, V., Astiz, M.A., Campos, J.M.

Departamento de Ciencia de Materiales  
E.T.S. Ingenieros de Caminos (Universidad Politécnica de Madrid)  
Ciudad Universitaria s/n  
28040 MADRID

**Resumen.**- En este artículo se calcula numéricamente el factor de intensidad de tensiones en un tornillo con una fisura de borde tipo lúnula bajo la acción de sollicitaciones de tracción uniforme en dirección axial y flexión pura. El cálculo tensional se lleva a cabo mediante el Método de los Elementos Finitos, utilizando elementos singulares de tipo Henshell y Shaw a lo largo de la línea de la fisura. El factor de intensidad de tensiones se obtiene utilizando un método energético: el Método de la Rigidez Diferencial, basado en el cálculo de la tasa de liberación de energía. En los cálculos se introducen dos innovaciones tendentes a mejorar la precisión de los resultados: el desplazamiento de los nodos contenidos en el plano normal y en la línea de la fisura, evitando así tanto la modificación de la singularidad como el alabeo de la fisura.

**Abstract.**- In this paper the stress intensity factor on a cracked bolt loaded in tension and bending has been computed. The calculation has been carried out by using the Finite Element Method. Henshell and Shaw singular elements have been employed along the crack line. The stress intensity factor has been obtained by using an energetic method: the Stiffness Derivative Method, based on the computation of the energy release rate. Two modifications have been introduced into the computation in order to improve the accuracy of the results: the displacement of the nodes included in the normal plane and in the crack line, avoiding so both the changing of the singularity and the crack curving.

## 1. INTRODUCCION

Las uniones atornilladas son actualmente profusamente empleadas en el acoplamiento de elementos estructurales muy grandes. En los últimos años, con el desarrollo de la investigación aero-espacial, la importancia de conocer las condiciones de seguridad de los elementos de unión atornillados ha ido en aumento, dadas las condiciones adversas de trabajo de este tipo de estructuras, así como la necesidad estricta de prevención de fallo o colapso estructural.

La probabilidad de aparición de fisuras superficiales en el tornillo se ve acrecentada por la oscilación de las cargas sobre la estructura y por la agresividad del entorno. En efecto: los dos mecanismos principales de crecimiento de fisuras en condiciones sub-críticas son la fatiga y la corrosión bajo tensión.

Las referencias bibliográficas concernientes al cálculo numérico del factor de intensidad de tensiones en un tornillo fisurado son escasas, y únicamente está resuelto parcialmente el problema para el caso de sollicitación de tracción en la dirección del eje del tornillo. [1,2]. Esto ha obligado a la Agencia Espacial Europea al estudio en profundidad del tema. [3,4]. En el presente artículo se aborda el problema de cálculo del factor de intensidad de tensiones en un tornillo fisurado sometido a tracción y flexión.

Los resultados del cálculo, presentados en forma gráfica y también analítica - mediante ajuste polinómico - podrán aplicarse para cuantificar la velocidad de crecimiento de las fisuras en fatiga o la influencia de los parámetros de fractura en el crecimiento en condiciones de corrosión bajo tensión.



## 2. DEFINICION DEL PROBLEMA

La geometría analizada consiste en un tornillo de métrica ISO-M8 con una fisura de borde con forma de lúnula semielíptica. Las dimensiones del tornillo son:

Diámetro máximo: 8 mm  
 Diámetro mínimo: 6.77 mm  
 Paso de rosca: 1 mm

La fisura es de forma semielíptica (Fig. 1), con semiejes  $a$  y  $b$ , correspondientes, respectivamente, a la profundidad y a la dimensión transversal. Se han considerado dos tipos de fisura semielíptica:

- Superficial:  $a/b = 0.2$
- Circunferencial:  $a/b = 1.0$

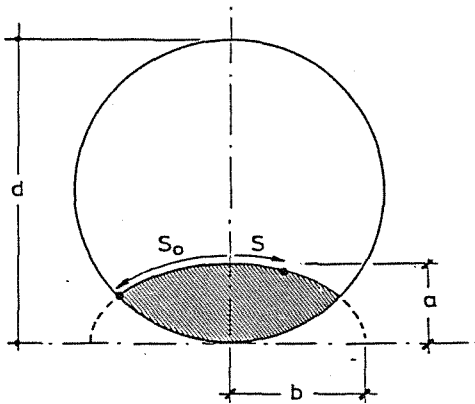


Fig. 1.- Definición del problema.

En el cálculo se utilizan cinco profundidades de fisura:  $a/d = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4$  y  $0.5$ , donde  $a$  es la profundidad de fisura y  $d$  el diámetro neto (mínimo) del tornillo.

Se analizan dos tipos de sollicitación sobre el tornillo fisurado:

- Carga axial: Tensión uniforme aplicada sobre la sección transversal del tornillo
- Momento flector: Distribución triangular de tensiones aplicadas sobre las secciones transversales del tornillo.

El objetivo del cálculo es la obtención, para el tornillo fisurado, del factor de intensidad de tensiones en todos los puntos del borde de la fisura. Este factor es una función de la profundidad y forma de la fisura, así como del punto elegido sobre la línea de la fisura. Es decir, se trata de obtener:

$$K_I = K_I(a, b, s)$$

## 3. METODO DE CALCULO

### 3.1. Generación de malla

La generación de malla se realiza mediante una aplicación transfinita. El diseño de la malla

requiere la división de ésta en macroelementos, que posteriormente se dividen en elementos. Se utiliza un algoritmo de minimización del ancho de banda.

Es posible utilizar tres tipos de macroelementos, todos ellos capaces de generar elementos finitos isoparamétricos. Los macroelementos pueden verse en la Fig. 2:

- Sólido pentaédrico susceptible de dividirse en pirámides triangulares. Es un hexaedro degenerado, con una de sus caras colapsada.
- Sólido pentaédrico susceptible de dividirse en prismas según una distribución uniforme de elementos.
- Sólido hexaédrico susceptible de dividirse en cubos por medio de planos coordenados.

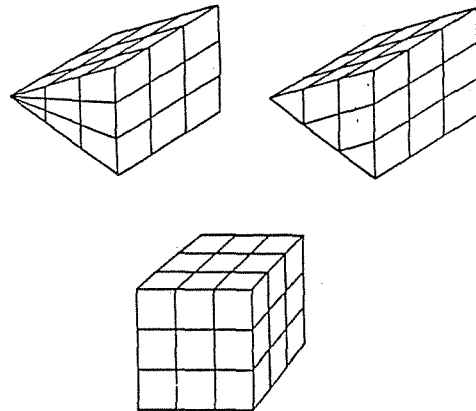


Fig. 2.- Tipos de macroelemento

Los elementos generados a partir de los macroelementos son siempre elementos isoparamétricos prismáticos de 15 nodos y paralelepípedicos de 20.

El tornillo presenta doble simetría geométrica y de cargas, por lo que sólo es necesario analizar la cuarta parte. De acuerdo con esto, se ha diseñado una malla de elementos finitos [3,4] con las siguientes características:

- Número de macroelementos: 39
- Número de elementos: 584
- Número de nodos: 3057
- Número de grados de libertad: 9171

La Fig. 3 muestra un perfil del tornillo discretizado en Elementos Finitos, mientras que la Fig. 4 ofrece una vista general. En la Fig. 5 se aprecia la planta del plano fisurado, y por tanto la distribución horizontal de elementos finitos en él. Una vista general del esquema de discretización utilizado en las proximidades de la línea de la fisura se muestra en la Fig. 6.

### 3.2 Cálculos tenso-deformacionales

El cálculo de tensiones y deformaciones se lleva a cabo mediante el Método de los

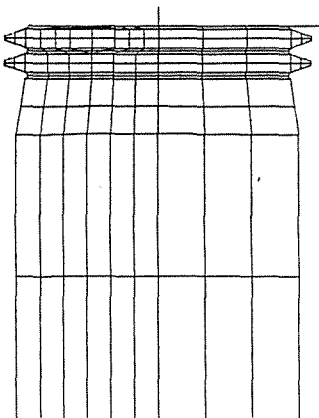


Fig. 3.- Perfil del tornillo.

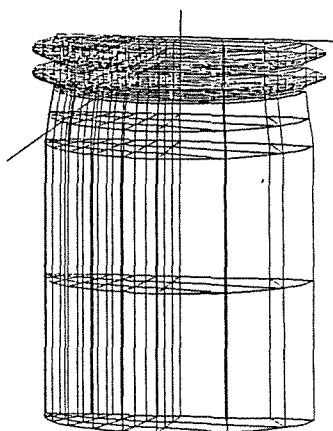


Fig. 4.- Vista del tornillo.

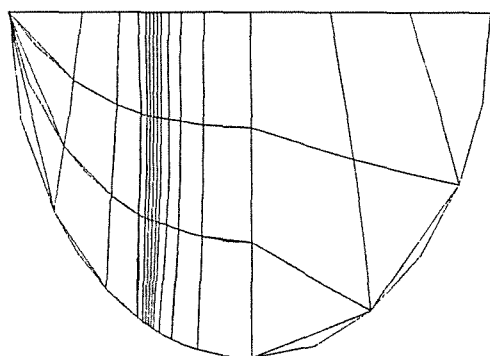


Fig. 5.- Planta del plano fisurado.

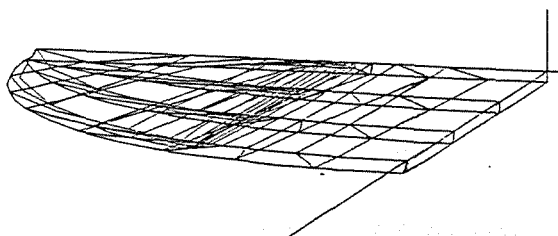


Fig. 6.- Detalle de la fisura.

elementos Finitos en régimen elástico-lineal. Con el fin de modelizar adecuadamente la singularidad que se produce en la fisura se han utilizado elementos finitos isoparamétricos singulares del tipo de Henshell y Shaw [5,6,7] para los elementos en contacto con la fisura.

La singularidad se modeliza trasladando el nodo de la posición central de todo segmento transversal a la línea de la fisura y en contacto con ella, a la posición a distancia  $1/4$  de la longitud total del segmento respecto al extremo de la fisura. Solamente se ha utilizado un núcleo de elementos singulares, sin un anillo posterior de elementos de transición.

Se ha tanteado también la posibilidad de utilización de elementos colapsados junto al fondo de la fisura. Estos elementos dan mayor precisión y permiten modelizar la singularidad también en una dirección interior al elemento. Dicha posibilidad se ha desestimado atendiendo a las siguientes razones [8]:

- La diferencia entre los resultados obtenidos utilizando elementos convencionales y colapsados es inferior al 1.5 %.

- La utilización de elementos colapsados requiere el uso de funciones de forma modificadas y trabajo extra, en vista de lo cual resulta más aconsejable utilizar elementos singulares del tipo  $1/4$  (Henshell y Shaw) en análisis tridimensionales.

### 3.3 Obtención del Factor de Intensidad de Tensiones

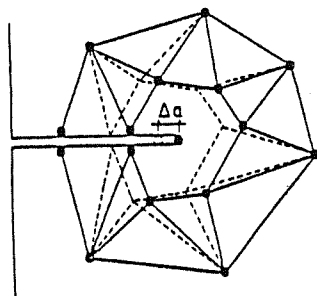
Para calcular el Factor de Intensidad de Tensiones a partir de los resultados del cálculo tenso-deformacional, se ha empleado un método energético: El Método de la Rigidez Diferencial [9-12], basado en el cálculo de la Tasa de Liberación de Energía  $G$ . Es, por lo tanto, un enfoque global del problema, y como principales virtudes posee las de precisión de los resultados y economía de cálculo.

El Método consiste en calcular la Tasa de Liberación de Energía  $G$  por diferencia de energías entre dos situaciones con la fisura de longitud dada y con esa misma longitud incrementada una cantidad muy pequeña. Dicho valor  $G$ , viene dado por la expresión [9,12]:

$$G = - \frac{1}{2} \{u\}^T \frac{K_{a+\Delta a} - K_a}{\Delta a} \{u\} \quad (1)$$

donde  $\Delta a$  es el incremento dado a la longitud de fisura (Fig. 7),  $K_a$  y  $K_{a+\Delta a}$  las matrices de rigidez correspondientes al cuerpo fisurado con fisuras  $a$  y  $a+\Delta a$  respectivamente, y  $\{u\}$  el vector desplazamientos nodales. La Fig. 8 muestra el desplazamiento horizontal, perpendicular a la línea de la fisura, del nodo en el cual se quiere calcular el factor de intensidad de tensiones, con el consiguiente incremento de área de la fisura.

La precisión de los resultados, inherente al



$$G = -\frac{1}{2} \{u\}^T \frac{K_{a+\Delta l} - K_a}{\Delta a} \{u\}$$

Fig. 7.- Método de la Rigidez Diferencial: desplazamiento de nodo.

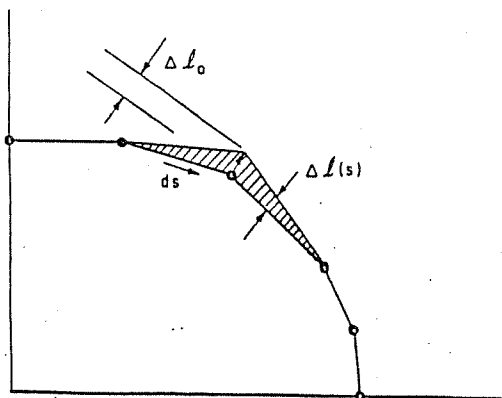


Fig. 8.- Método de la Rigidez Diferencial: incremento de área.

carácter energético/global de método, ha sido suficientemente probada [9,10]. La economía de cálculo viene dada por el hecho de que únicamente el primer núcleo de elementos finitos alrededor del extremo de la fisura sufre deformación (Fig. 7), y por tanto cambios en la matriz de rigidez. El elemento singular junto al fondo de la fisura experimenta un desplazamiento de sólido rígido y el resto de los elementos no sufren modificación.

La elección del desplazamiento  $\Delta a$  aplicado se ha hecho a partir de la experiencias de cálculo anteriores, tanto propias como de otros investigadores [8,12]. De acuerdo con esta experiencia el valor elegido ha sido:

$$\Delta a = 0.0001 a$$

En los cálculos que aquí se presentan se incluyen dos innovaciones tendientes a mejorar la precisión de los resultados:

- Para evitar perder la relación 1/4 de distancias en los segmentos de elemento singular transversales a la línea de la fisura, se han desplazado también los nodos intermedios de dichos segmentos un valor igual a 0.75 el desplazamiento del nodo principal. De esta forma se conserva la relación 1 a 4 y por tanto la modelización de la singularidad.

- Para evitar el alabeo de la línea de la fisura al realizar el desplazamiento del nodo

principal, se han desplazado también los nodos de centro de lado contiguos a éste y localizados sobre la propia línea de la fisura. Así se evita que esta línea se curve, con los consiguientes errores en la determinación del área incrementada.

#### 4. ANALISIS DE RESULTADOS

Los resultados de cálculo se presentan en forma adimensional, utilizando el factor  $Y$  definido por:

$$Y = \frac{K_I}{\sigma(\pi a)^{1/2}}$$

donde  $K_I$  es el factor de intensidad de tensiones, a la profundidad de fisura (Fig. 1) y  $\sigma$  la tensión dada por:

- tensión remota sobre la sección transversal del tornillo en el caso de *carga axial*

- Tensión máxima en la sección transversal del tornillo (distribución lineal de tensiones) en al caso de *momento flector*.

Las Figs 9 y 10 ofrecen la distribución del factor de intensidad de tensiones (F.I.T.) a lo largo de la línea de la fisura para los casos de carga axial y momento flector, respectivamente. Las Figs. 11 y 12 muestran el F.I.T. en el centro de la fisura, y las Figs. 13 y 14 dicho valor en el borde de la fisura (superficie del tornillo). Los valores numéricos se dan en la Tabla 1 (Carga axial) y en la Tabla 2 (Momento Flector).

Los resultados concuerdan bien con los valores del factor de intensidad de tensiones en tornillos obtenidos por Reibaldi [1] y por Nord y Chung [2], aunque el número de geometrías y profundidades de fisura es mucho mayor en el trabajo que aquí se presenta.

A la vista de las Figs. 9 a 14 se puede afirmar lo siguiente:

- En fisuras superficiales el F.I.T. es mayor en el centro de la fisura, mientras que en fisuras semicirculares es mayor en el borde (Figs. 9 y 10). Esta conclusión es válida para todo tipo de profundidades de fisura y para los dos tipos de carga sobre el tornillo.

- Los valores del F.I.T. en el centro de la fisura son mayores para los casos de fisuras superficiales y carga axial, y menores para los casos de fisuras semicirculares y momento flector aplicado (Figs. 11 y 12).

- Los valores del F.I.T. en el borde de la fisura son mayores para los casos de fisura semicircular y carga axial, y menores para los casos de fisura superficial y momento flector aplicado (Figs. 13 y 14).

Por último se ha realizado un ajuste polinómico de los resultados, obteniendo, para cada geometría y punto de la fisura, las siguientes expresiones analíticas de factor de

Tabla 1. Factor adimensional Y (carga axial)

a/b	a/d	S/S <sub>0</sub> = 0	1/4	2/4	3/4	1
0.2	0.1	0.99	0.89	0.84	0.76	0.65
	0.2	1.06	0.89	0.85	0.76	0.66
	0.3	1.25	0.89	0.85	0.78	0.70
	0.4	1.77	0.89	0.86	0.81	0.74
	0.5	2.08	0.89	0.87	0.83	0.78
1	0.1	0.75	1.01	1.03	1.10	1.22
	0.2	0.795	1.00	1.01	1.04	1.16
	0.3	0.88	1.00	1.02	1.08	1.22
	0.4	1.05	1.01	1.03	1.13	1.31
	0.5	1.27	1.01	1.06	1.19	1.43

Tabla 2. Factor adimensional Y (momento flector)

a/b	a/d	S/S <sub>0</sub> = 0	1/4	2/4	3/4	1
0.2	0.14	0.79	0.79	0.78	0.70	0.57
	0.25	0.83	0.82	0.79	0.70	0.59
	0.37	0.91	0.90	0.86	0.79	0.69
	0.5	1.08	1.07	1.03	0.96	0.88
1	0.14	0.51	0.52	0.53	0.57	0.64
	0.25	0.52	0.53	0.56	0.63	0.74
	0.37	0.52	0.54	0.59	0.70	0.87
	0.5	0.56	0.59	0.66	0.83	1.06

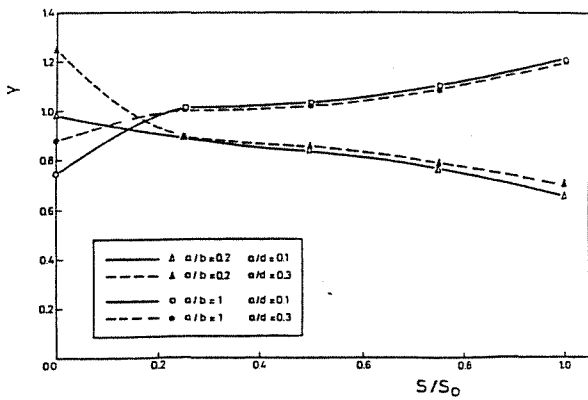


Fig.9.- F.I.T. a lo largo de la línea de la fisura (Carga axial).

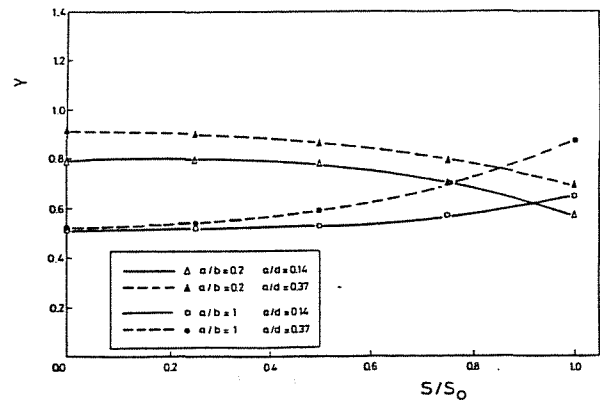


Fig.10.- F.I.T. a lo largo de la línea de la fisura (Momento flector).

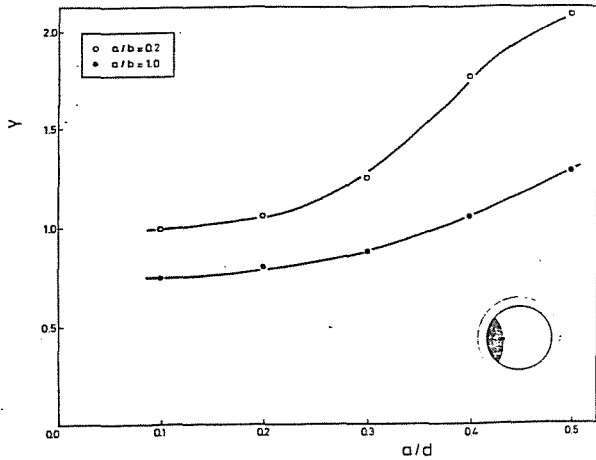


Fig. 11.-F.I.T. en el centro de la fisura (Carga axial).

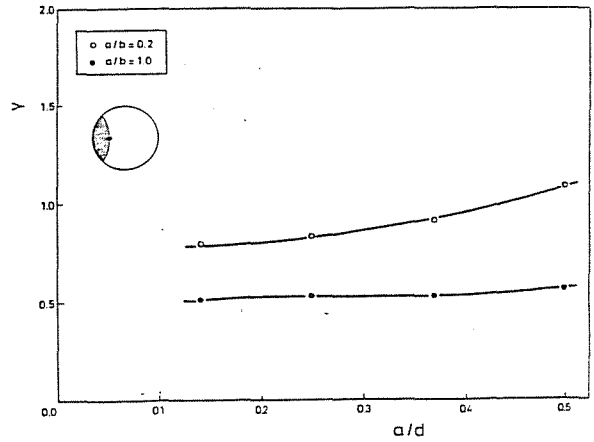


Fig. 12.-F.I.T. en el centro de la fisura (Momento flector).

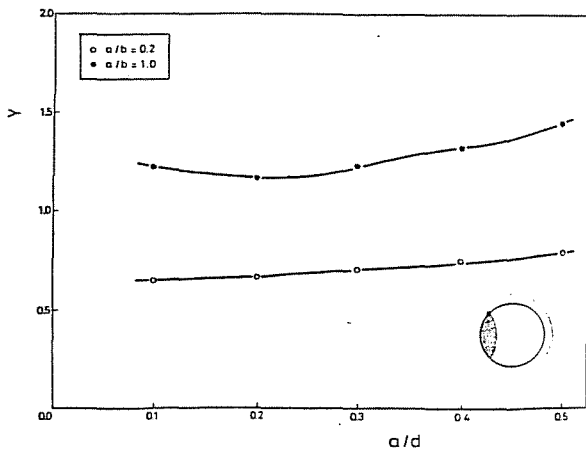


Fig. 13.-F.I.T. en el borde de la fisura (Carga axial).

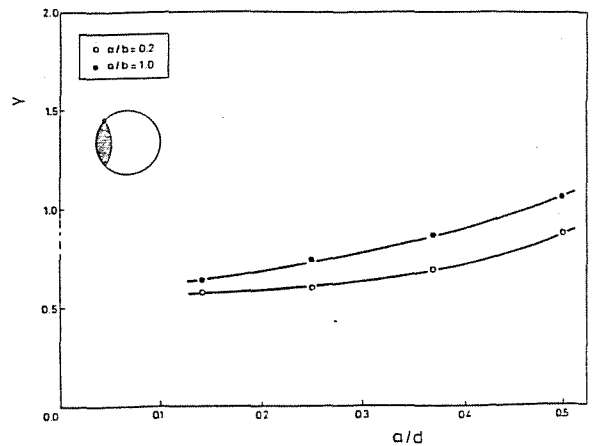


Fig. 14.-F.I.T. en el borde de la fisura (Momento flector).

intensidad de tensiones en función de la profundidad:

- Carga axial:

$a/b=0.2$	$S/S_0=0$	$Y = 0.968 - 0.581 (a/d) + 5.786 (a/d)^2$
	$S/S_0=1/2$	$Y = 0.838 + 0.027 (a/d) + 0.071 (a/d)^2$
	$S/S_0=1$	$Y = 0.634 + 0.082 (a/d) + 0.429 (a/d)^2$
$a/b=1$	$S/S_0=0$	$Y = 0.778 - 0.569 (a/d) + 3.107 (a/d)^2$
	$S/S_0=1/2$	$Y = 1.056 - 0.349 (a/d) + 0.714 (a/d)^2$
	$S/S_0=1$	$Y = 1.292 - 1.101 (a/d) + 2.786 (a/d)^2$

- Momento flector:

$a/b=0.2$	$S/S_0=0$	$Y = 0.821 - 0.486 (a/d) + 2.003 (a/d)^2$
	$S/S_0=1/2$	$Y = 0.864 - 0.948 (a/d) + 2.557 (a/d)^2$
	$S/S_0=1$	$Y = 0.635 - 0.837 (a/d) + 2.657 (a/d)^2$
$a/b=1$	$S/S_0=0$	$Y = 0.530 - 0.193 (a/d) - 0.499 (a/d)^2$
	$S/S_0=1/2$	$Y = 0.524 - 0.027 (a/d) + 0.509 (a/d)^2$
	$S/S_0=1$	$Y = 0.561 + 0.410 (a/d) + 1.173 (a/d)^2$

## 5. CONCLUSIONES

1) Se ha obtenido el factor de intensidad de tensiones en un tornillo fisurado sometido a sollicitaciones de tracción y flexión, para diversas formas y profundidades de fisura.

2) Se han introducido mejoras en el procedimiento de cálculo numérico tendentes a evitar la desaparición de la singularidad y el alabeo de la línea de la fisura.

3) Se ha realizado una interpolación polinómica con los resultados obtenidos, a fin de tener una expresión analítica del factor de intensidad de tensiones en función de la profundidad. Esta expresión resulta de gran utilidad para estudiar el crecimiento sub-crítico de la fisura (fatiga y corrosión bajo tensión).

## 6. REFERENCIAS

- [1] Reibaldi, G.G. (1984). "Stress intensity factor solutions for a cracked bolt". Sixth Int. Conf. on Fracture (ICF6), Vol.2, pp. 1177-1183.
- [2] Nord, K.J., Chung, T.J. (1986). "Fracture and surface flaws in smooth and threaded round bars". Int. J. Fracture. Vol. 30, pp. 47-55.
- [3] Bartelds, G., De Koning, A.U. (1978). "Application of Finite Element Methods to the analysis of cracks". National Aerospace Laboratory NLR. Report NLR TR 78138 U
- [4] Sánchez-Gálvez, V., Astiz, M.A., Toribio, J., Campos, J.M. (1988). "Stress intensity factors in cracked bolts". European Space Agency Report.
- [5] Henshell, R.D., Shaw, K.G. (1975). "Crack tip elements are unnecessary". Int. J. Num. Meth. in Eng., Vol. 9, pp. 495-507.
- [6] Barsoum, R.S. (1976). "On the use of isoparametric finite elements in linear Fracture Mechanics". Int. J. Num. Meth. in Eng., Vol. 10, pp. 25-37.
- [7] Barsoum, R.S. (1977). "Triangular quarter point elements as elastic and perfectly plastic crack tip elements". Int. J. Num. Meth. in Eng., Vol. 11, pp.85-98.
- [8] De Koning, A.U. (1979). "Comparison of some methods to calculate stress intensity values from results of Finite Element Analyses".
- [9] Parks, D.M. (1974). "A stiffness derivative Finite Element technique for determination of crack tip stress intensity factors". Int. J. Fracture, Vol. 10, pp. 487-502.
- [10] Hellen, K.T. (1975). "On the method of virtual crack extensions". Int. J. Num. Meth. in Eng., Vol. 9, pp.187-207.
- [11] Astiz, M.A. (1986). "An incompatible singular elastic element for two- and three-dimensional crack problems". Int. J. Fracture, Vol. 31, pp. 105-124.
- [12] Astiz, M.A., Elices, M. (1980). "On the application of the stiffness derivative method to two and three-dimensional fracture problems". Proc. 2nd. Int. Conf. Num. Meth. in Fracture Mechanics, pp. 93-106.

## MEDICION DE TENSIONES RESIDUALES EN UN TORNILLO FISURADO: APLICACION AL CALCULO DEL FACTOR DE INTENSIDAD DE TENSIONES

Campos, J.M., Toribio, J., Sánchez-Gálvez, V., Astiz, M.A.

Departamento de Ciencia de Materiales  
E.T.S. Ingenieros de Caminos (Universidad Politécnica de Madrid)  
Ciudad Universitaria, s/n  
28040 MADRID

**Resumen.**- En el presente artículo se describe la medición de tensiones residuales en el fondo de rosca de un tornillo de métrica M30. Los resultados se emplean para calcular numéricamente el factor de intensidad de tensiones -en el tornillo fisurado- producido por las primitivas tensiones residuales. Se han elegido cuidadosamente los parámetros óptimos de medida: posición relativa entre el haz de rayos X y la muestra, así como el tamaño de la zona irradiada o *spot*. La medición arroja como resultado tracciones en la superficie del tornillo, lo que contradice los escasos datos existentes en la literatura. Se ha realizado un test de contrastación para comprobar el signo de las tensiones residuales cuando el tornillo es sometido a carga externa. Dicho test confirma los resultados de la primera medición. El cálculo tensional se lleva a cabo mediante el Método de los Elementos Finitos. El factor de intensidad de tensiones se obtiene utilizando el Método de la Rigidez Diferencial, basado en el cálculo de la tasa de liberación de energía.

**Abstract.**- This paper deals with the measurement of the residual stresses on the thread root of a M30 bolt. The results are used in the computation of the stress intensity factor -on the cracked bolt- generated by the prior residual stresses. The optimum measurement parameters have been carefully chosen: relative position between the X-ray beam and the sample, and the irradiated spot size. The results are tensions in the bolt surface, what is opposite to the few existing bibliographic data. A checking test has been performed in order to check the sign of these residual stresses on the externally loaded bolt. Such a test confirms the results of the first measurement. The stress computation is carried out by using the Finite Element Method. The Stiffness Derivative Method has been employed in order to obtain the energy release rate and so the stress intensity factor.

## 1. INTRODUCCION

El presente artículo describe un procedimiento de medida original e innovador cuyos resultados constituyen los primeros valores experimentales de las tensiones residuales en el fondo de rosca de un tornillo conformado por laminación. Las medidas se han realizado sobre un perno roscado M30 facilitado por la compañía alemana ERNO-MBB y forman parte de las investigaciones que el Departamento de Ciencia de Materiales realiza para la Agencia Espacial Europea dentro del programa "Damage Tolerance of Metallic Structures".

En primer lugar se ha realizado una exhaustiva búsqueda bibliográfica en la bases de datos europea (METADDEX) y americana (NASA), con el fin de conocer el estado del arte. Tan sólo se han encontrado cinco referencias [1-5] de las cuales cuatro [1,2,4 y 5] muestran el efecto que las tensiones residuales producen sobre diversos comportamientos mecánicos de los materiales, pero sin evaluar su magnitud.

Únicamente Vassilaros [3] presenta cálculos de las tensiones residuales en el fondo de una rosca conformada por laminación utilizando el método de los elementos finitos junto a la teoría de las líneas de deslizamiento. En cualquier caso no se ha encontrado ningún valor experimental de las tensiones residuales en el fondo de rosca.

Ante esta situación se ha considerado la capacidad de diversas técnicas experimentales para la medida de tensiones residuales en dichos fondos de rosca cuya compleja geometría ha limitado la utilización de una técnica no destructiva que permite acceder a los puntos de medida sin contacto íntimo con el material. Esta técnica ha sido la difracción de rayos X y se han obtenido los valores de tensiones residuales en dichos puntos con la exactitud y fiabilidad requeridas en esta investigación.

Se han medido tensiones residuales en las direcciones axial ( $\sigma_{zz}$ ) y circunferencial

( $\sigma_{\theta\theta}$ ) bien sobre un único fondo de rosca o sobre varios consecutivos. Para eliminar interferencias entre la óptica de rayos X y los puntos de medida se han limitado las direcciones espaciales de posicionamiento relativo entre ambos, eligiendo diferentes métodos operativos y montajes experimentales para las direcciones de medida de tensiones residuales axiales y circunferenciales.

Para asegurar la difracción de rayos X únicamente sobre la superficie de los fondos de rosca ha sido necesario recubrir el perfil restante del tornillo (flancos y crestas) con un material absorbente de radiación cuya elección y colocación ha necesitado una investigación paralela que ha aportado un procedimiento original de enmascarado.

Finalmente se han obtenido experimentalmente valores de las tensiones residuales en los fondos de rosca que contradicen, por su signo, a los calculados por Vassilaros [3]. Esta circunstancia ha obligado a diseñar un sofisticado dispositivo experimental que permite contrastar el signo de dichas tensiones cuando se somete el cuerpo del tornillo a un estado de compresión simple en una máquina universal de ensayos, midiéndose simultáneamente por difracción de rayos X las tensiones producidas en los fondos de rosca por dicho estado de carga. Los resultados obtenidos en este ensayo de contrastación validan satisfactoriamente las primeras medidas experimentales de tensiones residuales en los fondos de rosca de un tornillo conformado por laminación.

## 2. FUNDAMENTOS DE MEDIDA

El análisis de las tensiones residuales se fundamenta en el principio de difracción por apilados regulares y ordenados de átomos cuando son incididos por un haz de ondas planas. La relación entre las distancias interplanares  $d_{hkl}$  de las familias de planos de difracción (hkl), el ángulo de difracción ( $\theta$ ) y la longitud de onda ( $\lambda$ ) de la radiación incidente fué propuesta por Bragg [6]. Cuando el espectro de la radiación X alcanza el valor característico, su longitud de onda permanece casi-constante alcanzando una intensidad muy superior a la del espectro continuo de rayos X. Así, la diferenciación de la ley de Bragg alcanza la forma:

$$\Delta d/d_0 = -1/2 \Delta 2\theta \cdot \cotg\theta_0 \quad (1)$$

donde  $d_0$  y  $\theta_0$  son los valores teóricos para la situación de material no deformado. El primer término de (1) es la deformación normal  $\epsilon_n$  de la familia de planos que difractan [6,7 y 8]. La normal "n" a dicha familia de planos está relacionada con la normal "N" de la superficie de medida mediante los ángulos no coplanarios  $\phi$  y  $\psi$  respecto a un sistema de referencia elegido arbitrariamente.

Las deformaciones normales  $\epsilon_n$  son microscópicas pues afectan a determinadas familias de planos cuya posición es favorable para la difracción. Su promedio sobre un volumen más amplio de material, del tamaño de decenas de

granos, permite obtener las deformaciones de tipo macroscópico ( $\epsilon_{\phi\psi}$ ) para las direcciones estudiadas  $\phi$  y  $\psi$ . La teoría de medios continuos permite obtener la tensión macroscópica en el punto de medida a partir de la correspondiente deformación [6,7 y 8]. Las hipótesis realizadas sobre el material son:

- A nivel macroscópico, material continuo y homogéneo.
- Estado homogéneo de deformaciones y tensiones.
- Comportamiento elástico y lineal.
- Tamaño de grano suficientemente pequeño y de orientación aleatoria para considerar al material como un medio isótropo.

Así, para cada dirección  $\phi$ , la tensión  $\sigma_{\phi}$  se obtiene a partir de la medida de deformaciones  $\epsilon_{\phi\psi}$  para los sucesivos valores de  $\psi$  mediante el procedimiento de exposición múltiple y la denominada "ley del  $\text{sen}^2\psi$ " [6]:

$$\epsilon_{\phi\psi} = \sigma_{\phi} \text{sen}^2\psi + \omega/E (\sigma_1 + \sigma_2) \quad (2)$$

para materiales sin textura microscópica sometidos a estados de tensión plana. En (2)  $\sigma_1$  y  $\sigma_2$  son las componentes principales del tensor biaxial de tensiones,  $\omega$  y E son valores característicos del material. La pendiente de la recta (2) aporta el valor de  $\sigma_{\phi}$  y su coeficiente de correlación el error  $\Delta\sigma_{\phi}$ . El incumplimiento de cualquiera de las hipótesis establecidas origina la pérdida de linealidad entre los puntos experimentales y la expresión teórica (2), aumentando el valor de  $\Delta\sigma_{\phi}$ .

Para una dirección determinada por  $\phi$  y  $\psi$ , la deformación está interrelacionada con el desplazamiento (1) y con el ensanchamiento del pico difractado por un volumen de tamaño característico en el material. En la escala macroscópica la deformación  $\epsilon_{\phi\psi}$  se considera uniforme causando solamente un desplazamiento del pico de difracción ( $\Delta 2\theta$ ). En la escala microscópica la deformación se considera no uniforme originando un ensanchamiento del pico de difracción a mitad de altura ( $\Delta b$ ). La deformación producida en un material produce ambos efectos [7]. Estudiar la evolución de  $\Delta b$  con la deformación macroscópica determina cualitativa y cuantitativamente el nivel de microdeformación plástica.

La puesta en práctica de esta técnica pasa por la elección adecuada del sistema de colimación a interponer entre el elemento generador de rayos X y el punto de medida y entre éste y el elemento de detección. La colimación de rayos X selecciona su dirección, concentrando el haz emitido hacia el punto de medida y el haz difractado hacia el detector. Existen dos sistemas para realizar estas funciones. La colimación mediante haces focalizados limita el ángulo de dispersión de rayos X disminuyendo su tamaño (haces circulares en torno a  $\phi=1\text{mm}$ ) requiere una gran precisión en el posicionamiento relativo entre los elementos de generación y detección y el punto de medida (en torno a décimas de mm para divergencias inferiores a  $1^\circ$  [6]). La colimación mediante haces paralelos guiados por las fuentes de Soller permite irradiar con haces mucho más



amplios los puntos de medida (en torno a decenas de  $\text{mm}^2$ ). Las fuentes de Soller se componen de un elevado número de láminas paralelas que limitan el ángulo de dispersión a  $0.349$  y  $19$  [6]. Este sistema permite errores de posicionamiento relativo de hasta  $\pm 2$  mm y es mucho menos crítico que el anterior.

### 3. PROCEDIMIENTO OPERATIVO

#### 3.1 Material y probeta utilizada

La muestra utilizada es un perno roscado M30 (ISO) de 16 mm de longitud, extraído de otro de longitud muy superior. El perfil de rosca se conforma por laminación (presumiblemente en caliente dado su tamaño). Posteriormente se somete a un proceso de temple y revenido. Las cotas más representativas se han medido en un proyector de perfiles NIKON con óptica de 20 aumentos (Fig. 1a).

Debido al tamaño de la muestra, su seccionado para extraer probetas de ensayos de tracción originaría perturbaciones en las tensiones residuales de los fondos de rosca. Por ello, la caracterización mecánica del material se ha realizado mediante un ensayo de microdureza con una carga de indentación de 1 Kg sobre una punta Vickers. La dureza es muy alta (583 HV).

La estructura del material se ha obtenido sobre una de las secciones planas del tornillo cuyo acabado metalográfico fué atacado con Villela durante 6 min. La Fig. 2 muestra la micrografía obtenida en un microscopio óptico NIKON. Su aspecto es el de un acero inoxidable martensítico. Se observan gran cantidad de juntas de macla, presumiblemente originadas por el proceso de temple, las poligonales de los granos austeníticos primitivos y zonas blancas de austenita retenida.

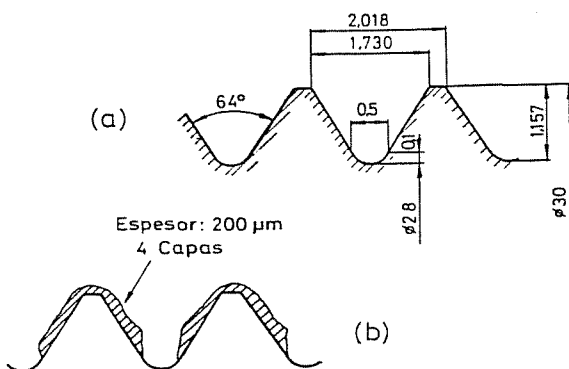


Fig. 1. Cotas geométricas (a) y recubrimiento del tornillo (b).

#### 3.2 Preparación de la muestra

La doble curvatura de los fondos de rosca hace que esta superficie alabeada alcance una anchura constante de  $500 \mu\text{m}$  y una altura de  $100 \mu\text{m}$  (Fig. 1a). En esta superficie alabeada se desean medir las tensiones residuales y es preciso aislarla de las superficies de flancos

y crestas cuya difracción de rayos X no interesa. Estos objetivos se alcanzan eligiendo un material para recubrimiento de flancos y crestas que absorba adecuadamente la radiación y que permita una colocación cómoda.

De los múltiples materiales de recubrimiento ensayados, se elige una pintura elastomérica comercializada por CIBA-GEIGY que se usa para el curado del hormigón. Se aplica mínimamente diluida para aumentar su relación adherencia/cohesión y su viscosidad. El espesor mínimo de pintura que absorbe la radiación es de  $150 \mu\text{m}$  aunque el espesor medio utilizado en este trabajo ha superado las  $200 \mu\text{m}$  (Fig. 1b).

Se ha desarrollado un procedimiento original para la colocación del recubrimiento:

- Se limpia y desengrasa la muestra y un alambre calibrado de  $\phi 485 \mu\text{m}$ .
- Se enrolla y fija el alambre sobre el fondo de rosca.
- Se calienta el conjunto con aire caliente a  $45^\circ\text{C}$  durante 5 min. para favorecer el secado rápido de la primera película de pintura que contacta con el material, para elevar, aún más, su relación adherencia/cohesión.
- Se pinta el tornillo, retirando cuidadosamente el alambre antes del secado completo de la pintura.
- Se completa el secado con aire caliente, se mide el espesor de pintura y se comprueba su uniformidad con un proyector de perfiles. Este proceso se repite desde b) hasta alcanzar el espesor adecuado del recubrimiento (Fig. 1b).

Finalmente se realizan una serie de marcas indelebles sobre las superficies planas del tornillo que identifican a las generatrices más adecuadas para la medida de tensiones residuales (Fig. 3).

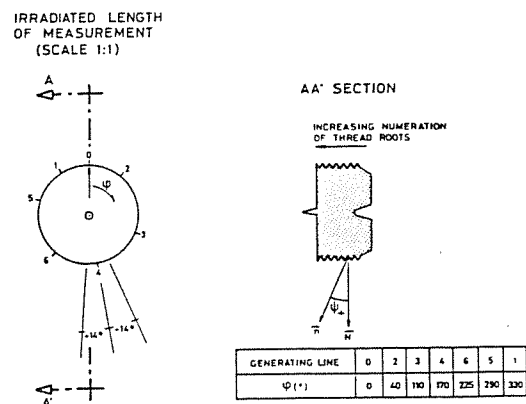


Fig. 3. Generatrices de medida.

#### 3.3 Optimización de las condiciones de medida

Para la medida de tensiones residuales se ha utilizado un equipo automático RIGAKU-Strainflex. Dada la geometría del fondo de rosca se ha utilizado un sistema colimador de haces paralelos mediante sendas fuentes de Soller con ángulo de dispersión de  $19$  interpuestas entre el emisor y la pieza y entre

ésta y el detector de rayos X. La ventana utilizada para la salida de rayos X es de  $4 \times 8 \text{ mm}^2$  proporcionando una superficie enfocada, perpendicular a la dirección incidente de rayos X, de  $7 \times 10 \text{ mm}^2$ . El error máximo de posicionamiento puede alcanzar  $\pm 2 \text{ mm}$ . Dicho tamaño de radiación focalizada permite la medida simultánea de tensiones residuales sobre cuatro fondos de rosca consecutivos.

La medida de tensiones residuales en dirección circunferencial ( $\psi=00$ ) se obtiene utilizando el procedimiento ordinario de posicionamiento y cálculo ISO-INCLINATION-PSF con montaje goniométrico  $\Omega$ . Las tensiones residuales en dirección axial ( $\psi=zz$ ) presentan, para su medida, problemas de interferencias entre los haces de rayos X emitidos y difractados con las condiciones de contorno impuestas por el recubrimiento de los flancos del tornillo. Por ello se limitan a 7 los ángulos  $\psi$ . En esta dirección de medida se utiliza el procedimiento SIDE-INCLINATION-MSF de posicionamiento y cálculo con montaje goniométrico  $\psi$ .

Las condiciones de medida utilizadas han sido:

- Radiación K $\alpha$  del Cromo de longitud de onda  $\lambda_{CrK\alpha}=2.291$  Angstroms y filtro de Vanadio.
- Tensión emisión: 30 kV. Intensidad: 10 mA.
- Máxima penetración en el material: 16  $\mu\text{m}$ .
- Familia de planos que difractan: (2,1,1). Fase  $\alpha$  del acero (martensita-BCC). Pico teórico de difracción:  $2\theta_{\alpha}=156^{\circ}$ .
- Superficie de medida:  $0.5 \times 7 \times t$  ("t": nº de fondos de rosca irradiados simultáneamente).
- En dirección  $00$ :  $\psi_{\alpha}=0,5,10,15,20,25,30,35,40$  y  $45^{\circ}$  (positivos y negativos).
- En dirección  $zz$ :  $\psi=0,5,10,15,20,25$  y  $30^{\circ}$  (positivos excepto en las medidas sobre la generatriz nº 0 en la que también se eligen los valores negativos).

Se comprueba la linealidad (2) y se verifica la ausencia de triaxialidad, gradientes elevados de tensiones y tamaño grueso de grano. Se observa sólo una ligera textura en dirección axial para determinadas generatrices ( $\Delta\langle\Delta\sigma\rangle$ ).

#### 4. RESULTADOS

Una vez comprobada la bondad del método de cálculo se realizan medidas sobre las 7 generatrices estudiadas. El nivel de microplastificación es muy elevado como refleja el valor de  $\Delta b$ . Los resultados se muestran en la tabla I. En dirección circunferencial se observan fuertes compresiones con un grado de microplastificación superior al existente en dirección axial. Las tensiones residuales axiales muestran fuertes tracciones a lo largo de generatrices enfrentadas y tracciones medias en sendas generatrices enfrentadas perpendiculares a las anteriores (Fig. 4). Existe independencia entre la cantidad de fondos de rosca irradiados simultáneamente y la magnitud de tensiones residuales medidas.

Sin embargo el signo medido de  $\sigma_{zz}$  (tracción) se contradice con el signo calculado por Vassilaros [3] (compresión). Por esta razón se contrasta el signo de las tensiones residuales

TABLA I. Resultados experimentales.

Gen.	F.ros.	Dir.	$\sigma$ (*) (MPa)	$\Delta\sigma$ (MPa)	$\Delta b$ ( $\mu$ )
0	2 a 5	$00(\psi+)$	-490	$\pm 18$	4.063
		$00(\psi-)$	-594	$\pm 27$	4.080
	2 a 5	$zz(\psi+)$	+218	$\pm 32$	4.000
		$zz(\psi-)$	+253	$\pm 34$	3.833
	3	$zz(\psi+)$	+215	$\pm 112$	3.768
2	2,3,4	$zz$	+308	$\pm 116$	3.843
		$zz$	+272	$\pm 113$	3.724
	3	$zz$	+298	$\pm 174$	3.620
3	4,5	$zz$	+795	$\pm 134$	3.713
		$zz$	+740	$\pm 138$	3.450
4	3,4,5	$zz$	+476	$\pm 42$	3.664
		$zz$	+420	$\pm 86$	3.864
	4	$zz$	+401	$\pm 116$	3.586
6	5	$zz$	+740	(**)	3.675
5	1,2	$zz$	+416	$\pm 72$	4.063
		$zz$	+382	(**)	3.649
1	3,4,5	$zz$	+346	$\pm 123$	3.866
		$zz$	+455	$\pm 98$	3.764
	4	$zz$	+308	$\pm 136$	3.789

\* +: tracciones, -: compresiones.

\*\* Se producen interferencias para  $\psi_{\alpha}(+)=30^{\circ}$ , debiéndose realizar manualmente el proceso de cálculo.

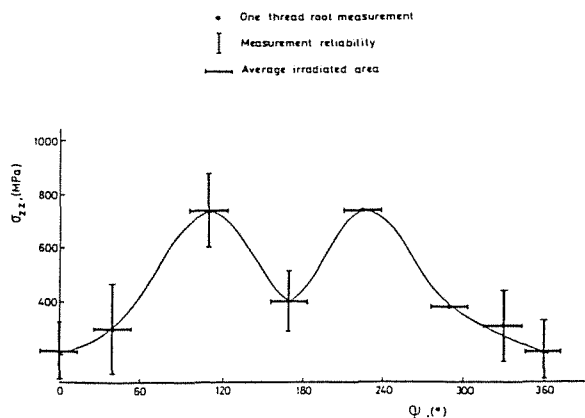


Fig. 4. Evolución de  $\sigma_{zz}$  a lo largo de las generatrices.

medidas por difracción de rayos X. Para ello se miden las tensiones en los fondos de rosca situados en determinadas generatrices antes y después de la aplicación de una carga axial de compresión en una máquina universal de ensayos mecánicos. Si las tensiones iniciales fueran de compresión, éstas deberían aumentar tras la aplicación de la carga, y si fueran de tracción, deberían disminuir. Se diseña un dispositivo especial de transmisión

de carga que intercala sendas pastillas de neopreno expandido que, a modo de rótula, aseguran el centrado de la carga (Fig. 5). El acoplamiento con la máquina de ensayos mecánicos durante la medida simultánea de las tensiones por rayos X se muestra en las Fig. 6 y 7. La tabla II muestra los resultados obtenidos que validan la magnitud y signo de las tensiones residuales medidas previamente. Se observa un aumento de microplastificación con la carga aplicada. Durante el ensayo de contrastación no pudo aumentarse más la carga debido a las limitaciones de capacidad de los dispositivos de transmisión. Pese a ello, se demuestra que las tensiones residuales medidas son reproducibles y de tracción (positivas).



Fig. 2. Micrografía a 700 aumentos.

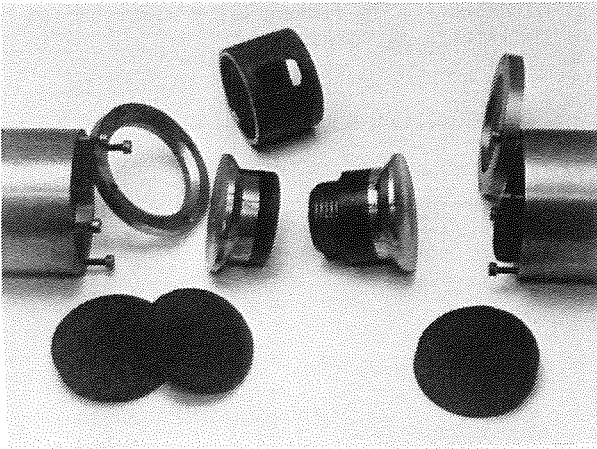


Fig. 5. Dispositivo centrador de carga.

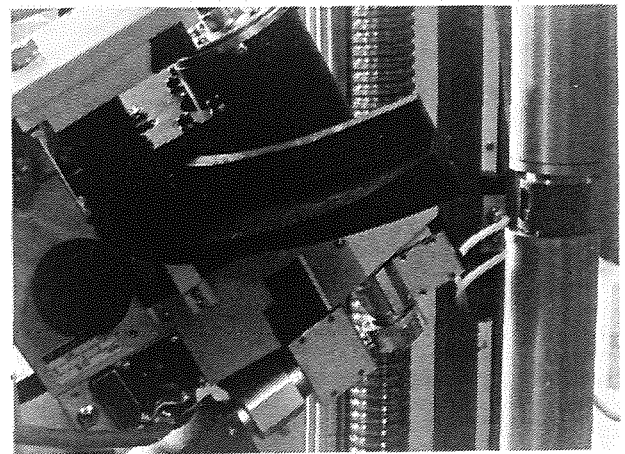


Fig. 7. Detalle del montaje experimental.

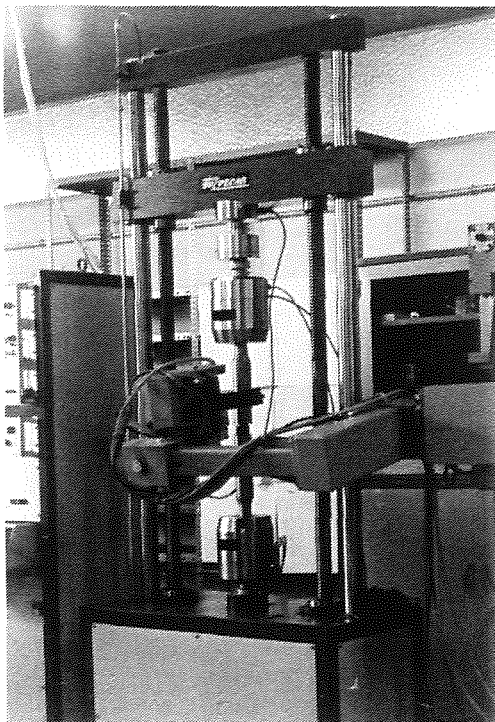


Fig. 6. Montaje experimental.

TABLA II. Resultados de contrastación.

Gen.	F.apl. (Kg)	$\sigma_{ap}$ (MPa)	$\sigma_x$ (MPa)	$\Delta\sigma_x$ (MPa)	$\Delta b$ ( $\varnothing$ )
0	0	0	+396	$\pm 28$	3.734
	-4000	-65	+370	$\pm 62$	3.817
	0	0	+410	$\pm 66$	3.787
2	0	0	+450	$\pm 71$	3.803
	-4000	-65	+400	$\pm 73$	3.945
4	0	0	+511	$\pm 100$	3.785
	-6400	-104	+404	$\pm 54$	4.030

5. APLICACION AL CALCULO NUMERICO DEL FACTOR DE INTENSIDAD DE TENSIONES (FIT).

Partiendo de las tensiones residuales medidas en el tornillo no fisurado, se calcula numéricamente el factor de intensidad de tensiones en el tornillo fisurado, para cuantificar su influencia respecto a la Mecánica de Fractura.

Asumiendo un material elástico-lineal, puede aplicarse el principio de superposición. En un sólido no fisurado, sometido a una distribución general de tensiones, el FIT es cero (Fig. 8a). Tal cuerpo es equivalente a otro fisurado en el que la acción del material se sustituye por una distribución de tensiones externas aplicadas sobre los labios de la fisura, opuesta a la anterior (Fig. 8b). En este caso el FIT también es cero. La descarga de los labios de fisura del cuerpo (b) es equivalente a añadir un tercer cuerpo (c) con una distribución de tensiones opuesta a la del cuerpo (b) que coincide precisamente -incluido el signo- con la distribución inicial de tensiones residuales. La superposición de (b) y (c) conduce a (d), objetivo del análisis: un cuerpo fisurado y descargado, con la fisura abierta por las tensiones residuales. Por ser  $K^{(b)}=0$ , resulta  $K^{(c)}=K^{(a)}$ . Por consiguiente, el FIT del cuerpo descargado y con la fisura abierta debido a las tensiones residuales se computa mediante un cuerpo fisurado y sometido, en los labios de fisura, a la distribución de tensiones residuales que existía en el fondo de rosca del sólido no fisurado.

Se han modelizado dos fisuras superficiales (Fig. 9a):

- Semiéptica:  $a/b = 0.2$
- Semicircular:  $a/b = 1$

La condición de carga es la máxima tensión residual medida en la superficie del fondo de rosca ( $\sigma_{res,1} = +800$  MPa) y en profundidad  $-x$  se ha adoptado una distribución triangular de tensiones, de acuerdo con la experiencia de los autores con alambres trefilados [7], con una profundidad máxima de 100 a 200  $\mu\text{m}$  (Fig. 9b). La magnitud  $\sigma_{res,2}$  se obtiene por consideraciones de equilibrio y es inferior al 3% de  $\sigma_{res,1}$  por lo que se ha despreciado en el cálculo. La distribución triangular de tensiones se ha introducido en los cálculos mediante cargas nodales aplicadas en la parte externa de los labios de la fisura, manteniendo constante la carga por unidad de longitud.

Los resultados del cálculo (tabla III), muestran el factor de corrección (Y) para las dos formas de fisura, tres profundidades y

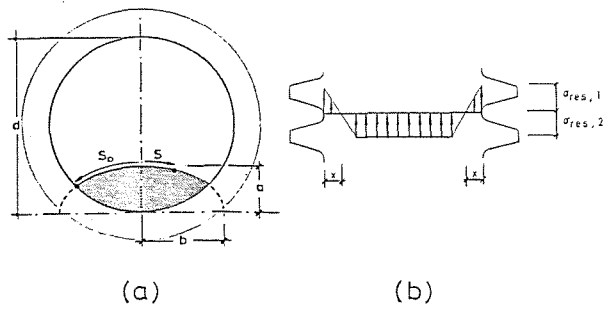


Fig. 9. Geometría de fisura (a) y distribución interna de cargas (b).

TABLA III. Resultados del cálculo.

a/b	a/d	s/s <sub>0</sub>	Y	
0.2	0.1	0	0.046	
		1/3	0.042	
		2/3	0.044	
	0.3	0	0.056	
		1/3	0.028	
		2/3	0.030	
	0.5	0	0.022	
		1/3	0.006	
		2/3	0.008	
1	0.1	0	0.006	
		1/3	0.013	
		2/3	0.027	
	0.3	0	0.008	
		1/3	0.014	
		2/3	0.035	
	0.5	0	0.004	
		1/3	0.009	
		2/3	0.018	
			1	0.035

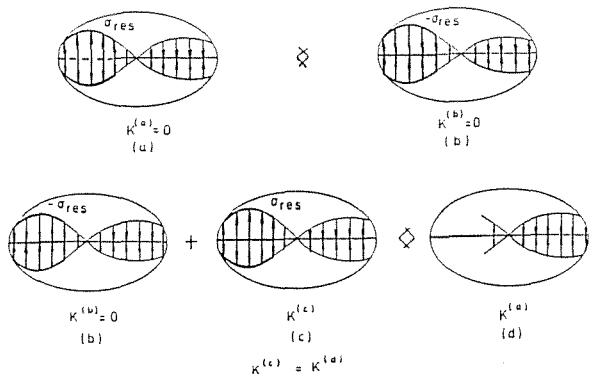


Fig. 8. Principio de superposición.

cuatro puntos a lo largo del borde de la misma. El factor de corrección corresponde a la tensión residual  $\sigma_{res,1}$ :

$$K_I = Y \cdot \sigma_{res,1} \cdot (\pi a)^{1/2} \quad (3)$$

Los resultados muestran que:

- Los FIT causados por las tensiones residuales son muy bajos, claramente inferiores a los producidos por una tracción uniforme semejante aplicada sobre la base del tornillo [10,11].

- El FIT aumenta próximo a la superficie. Así, el principal efecto de las tensiones residuales de tracción es la tendencia a aumentar la excentricidad de la fisura.

- La influencia de las tensiones residuales en la propagación de fisuras por fatiga es despreciable, pues no incrementan el rango de variación del FIT ( $\Delta K$ ). Este efecto se limita a un pequeño incremento de la relación de tensiones ( $R$ ), que tiene una influencia mínima en la propagación de fisuras por fatiga.

- Las tensiones residuales influirían más en la iniciación de fisuras por fatiga (100 ó 200  $\mu\text{m}$ ) pero, en este caso, la aproximación elástico-lineal no sería válida y necesitaría un amplio desarrollo futuro en este campo.

## 6. CONCLUSIONES

1) Por primera vez se han medido las tensiones residuales en el fondo de una rosca utilizando la difracción de rayos X. Las tensiones son de compresión en dirección circunferencial y de tracción en dirección axial.

2) El método empleado es válido para la dirección circunferencial. En dirección axial aparece un ligerísimo efecto de textura, no verificándose con total exactitud la "ley del  $\text{sen}^2\psi$ ". No obstante la precisión obtenida es buena por la repetitibilidad de los resultados sobre los distintos fondos de rosca en una misma generatriz.

3) La forma peculiar de la curva de las tensiones residuales axiales a lo largo de las distintas generatrices es consecuencia de la simetría del proceso de laminación del tornillo.

4) La anchura del pico de difracción indica que el material está fuertemente microplastificado. Las generatrices con mayores tensiones residuales de tracción son aquellas en las que la microplastificación es más reducida.

5) Los factores de intensidad de tensiones debidos a las tensiones residuales son muy bajos, incrementándose cerca de la superficie. Su influencia en propagación de fisuras por fatiga es despreciable; no así en iniciación, pero en este caso la aproximación elástico-lineal no es válida.

## 7. BIBLIOGRAFIA

[1] Kudriautsev, I.V. y Timonin, V.M., (1975), "Fatigue strength of large threaded joints in nonsymmetrical bending", Strength of Materials and Structures, Kiev, Izdatelstvo Naukova Dumka. NASA.

[2] Koutski, I.A., Pokorny, R. y Vanecek, V., (1980), "Low-alloy steels for bolts", Metal Science and Heat Treatment, Vol. 21, nº 11-12, pp. 896-900. NASA.

[3] Vassilaros, M.G., (1980), "Analysis of residual stresses resulting from cold rolling of notches and their effect on fatigue behavior", Naval Ship Research and Development Center, Bethesda, Md. Ship Materials Engineering Dept.. NASA.

[4] Freidin, E.I., (1980), "Residual stresses in bolt threads", Vestn. Mashinostr., Vol. 11, pp.34-34. METADEX.

[5] Freidin, E.I., Ivanov, S.I., Krasota, V.K., Shatunov, M.P. y Trofinov, N.G., (1983), "Residual stresses and fatigue resistance of threaded connections", Problemy Prochnosti, Vol. 12, pp. 22-23. METADEX.

[6] Castex, L. et al., (1981), "Determination des contraintes résiduelles par diffraction des rayons X", ENSAM, Publications Scientifiques et Techniques, Vol. 22. Paris.

[7] Campos, J.M. y Elices, M., (1987), "Tensiones residuales internas en alambres trefilados", Anales de Mecánica de la Fractura, Vol. 4.

[8] Maeder, G., (1986), Ann. Chim. Fr., Vol. 11, pp. 159-175.

[9] Maeder, G. (1986) Chemica Scripta, Vol. 26A, pp. 23-31.

[10] Sánchez-Gálvez, V., Astiz, M.A., Toribio, J., Campos, J.M. (1988). "Stress intensity factors in cracked bolts". European Space Agency Report.

[11] Toribio, J., Sánchez-Gálvez, V., Astiz, M.A., Campos, J.M. (1989). "Factor de intensidad de tensiones en un tornillo fisurado sometido a tracción y flexión". VI Encuentro del Grupo Español de Fractura. Sevilla (España).

BANCO FOTOELASTICO PARA ANALISIS DE ESTRUCTURAS FISURADAS  
SOMETIDAS A CARGAS DE IMPACTO

F. París; J. Cañas ; E. Lara

E. T. S. Ingenieros Industriales de Sevilla.  
Avda. Reina Mercedes s/n. 41012 Sevilla.

**RESUMEN:**

Se presenta un banco de Fotoelasticidad Dinámica con una cámara Cranz-Schardin de 9 disparos que permite obtener información en nueve instantes de tiempo en órdenes de microsegundos. Este orden permite analizar periodos transitorios consecutivos a la producción de un impacto sobre una estructura. En el presente trabajo se incluye el análisis de un pórtico fisurado encontrándose que el nivel de resolución alcanzado en la configuración de isocromáticas es suficiente como para poder aplicar distintas alternativas (de campo singular y de campo lejano) en orden a determinar los factores de intensificación de tensión,  $K_I$  y  $K_{II}$ .

**ABSTRACT :**

A Dynamic Photoelastic arrangement using a nine spark Cranz-Schardin camera is presented. A level of resolution of microseconds in the pictures is obtained. This level allows to analyze transient periods immediately after an impact has been produced on the structure. The analysis of a cracked portal frame is included finding that the level of resolution in the isochromatic pattern is good enough to apply several methods, based on the singular field or on a far field solution, in order to estimate the values of the stress intensity factors,  $K_I$  and  $K_{II}$ .

**1.- INTRODUCCION**

El análisis de estructuras fisuradas sometidas a cargas de impacto constituye un tema de gran interés dentro de la Ingeniería Mecánica y Civil, no tan sólo por el número de casos en que dicha situación puede presentarse, sino sobre todo por las condiciones de seguridad que suele acompañar a las estructuras donde dichas situaciones se presentan (plataformas off-shore, todo tipo de estructuras militares, etc..).

Se trata de un problema enormemente complejo donde confluyen varias fuentes de no linealidades, cada una de las cuales constituye por sí misma una rama de la Mecánica de Medios Continuos. Por un lado, el carácter dinámico de la

situación agravado por la necesidad del estudio del régimen transitorio posterior al impacto. Por otro lado, la existencia de fisuras requiere la introducción de los conceptos asociados a la Mecánica de la Fractura. Finalmente, dichas fisuras pueden generar la aparición de zonas de comportamiento plástico del material (con la posible aparición de rótulas en el caso de estructuras apuntadas), con lo que no sería válido el utilizar una teoría elástica lineal de comportamiento del material.

Por todo ello, no existen estudios analíticos que se puedan considerar generales, para abordar este tipo de problemas, si bien soluciones particulares han sido obtenidas, Sih y Loeber [1], Than y Lu [2], Lin, Keer y Achenbach [3].

Los métodos numéricos han sido utilizados para abordar situaciones más complicadas. Así, formulaciones con Diferencias Finitas, Chen [4]; Elementos Finitos, Murti y Valliappan [5], y Elementos de Contorno, Dominguez y Chirino [6], han sido presentadas. En todos los tratamientos, el problema aparece con un alto nivel de complejidad derivado en algunos casos de la necesidad de utilizar una discretización muy fina en el entorno de la fisura o un tamaño de elemento condicionado por el intervalo de integración, y en otros por el volumen de información necesaria que es preciso alcanzar para problemas con geometrías reales.

La Fotoelasticidad Dinámica aparece en la actualidad como una herramienta útil para abordar este tipo de problemas. Ha sido utilizada para problemas de propagación de grietas, Kobayashi y Fourney [7], así como para analizar comportamiento mecánico en ensayos, Mines y Ruiz [8].

No existen muchos trabajos encaminados al análisis del régimen transitorio que sigue al impacto. Ruiz, Salvatorelli y Hillsdon [9] han estudiado el efecto de grietas en la resistencia estructural de configuraciones de vigas y pórticos simples bajo cargas de impacto, usando Fotoelasticidad Dinámica y realizando un análisis del problema con Diferencias Finitas. Más recientemente Ruiz, Salvatorelli y París [10], profundizaron en la evolución de los factores de intensificación de tensiones en los instantes posteriores al impacto a partir de la Fotoelasticidad Dinámica, usando cámara de un solo disparo.

En este trabajo se aborda la realización e instrumentación de un ensayo para analizar problemas de estructuras fisuradas sometidas a cargas de impacto, utilizando cámara de múltiple disparo. Los equipos utilizados se describen en el apartado 2. El apartado 3 se dedica a la descripción del ensayo y a mostrar algunos resultados obtenidos de la información que produce el ensayo.

Dado que este trabajo representa una primera etapa en el estudio de estructuras fisuradas sometidas a cargas de impacto, en el laboratorio de Resistencia de Materiales de la E. T. S. I. I. de Sevilla, se ha puesto un énfasis especial en enumerar las dificultades encontradas en la realización y puesta a punto del ensayo así como las soluciones adoptadas para resolverlas.

## 2.- DESCRIPCIÓN DEL BANCO DE FOTOELASTICIDAD DINÁMICA.

La Fig. 1 representa esquemáticamente la descripción y conexión de los diferentes elementos que constituyen el

banco para realizar pruebas de impacto de baja energía.

La parte superior representa la configuración de un polariscopio circular clásico con la inclusión de una lente que permite recoger la información de una cámara de Cranz-Schardin de nueve disparos. Todos estos elementos se encuentran situados sobre una viga para permitir su correcta alineación, condición absolutamente indispensable para obtener buenos resultados.

La parte inferior de la Figura recoge los dispositivos electrónicos utilizados para instrumentalizar y controlar el experimento.

A continuación se detallan los elementos de mayor interés.

### - Unidad productora de luz.

Para esta clase de ensayos se pueden utilizar dos tipos de unidad productora de luz. Las de múltiple disparo y las de un solo disparo. Estas últimas tienen como ventaja fundamental por el mayor tamaño del negativo que se puede usar, la calidad de la imagen obtenida Ruiz et al [10]. Su mayor inconveniente es que sólo puede obtenerse información de un instante del ensayo y si se quiere reproducir la evolución de una variable con el tiempo, es preciso superponer resultados de diferentes experimentos. La unidad múltiple de producción de luz subsana este problema si bien no resulta fácil obtener una calidad equivalente debido al menor tamaño de los negativos y a la dificultad de ajustar con la misma precisión las nueve imágenes. Problemas de interferencia aparecen también por lo que no es fácilmente reproducible un ensayo, en el sentido de obtener información en los mismos instantes de tiempo y en general, en unos previamente establecidos.

Las características de la luz producida en cada disparo son las siguientes:

Duración del flash :  $10^{-7}$  segundos.

Energía del flash : 2.5 Julios.

Dado que en el tipo de material que se va a utilizar para el specimen, la velocidad de propagación de la onda es del orden de 2000 m/seg, la información que se obtiene recoge un posible desplazamiento de las líneas isocromáticas de 0.2 mm., lo que se puede considerar suficiente para el análisis que se realiza.

### - La probeta.

Dado que se trata de un impacto de baja energía y que el tamaño de grieta está condicionado por el tamaño de la estructura que es posible ensayar, es deseable más que nunca

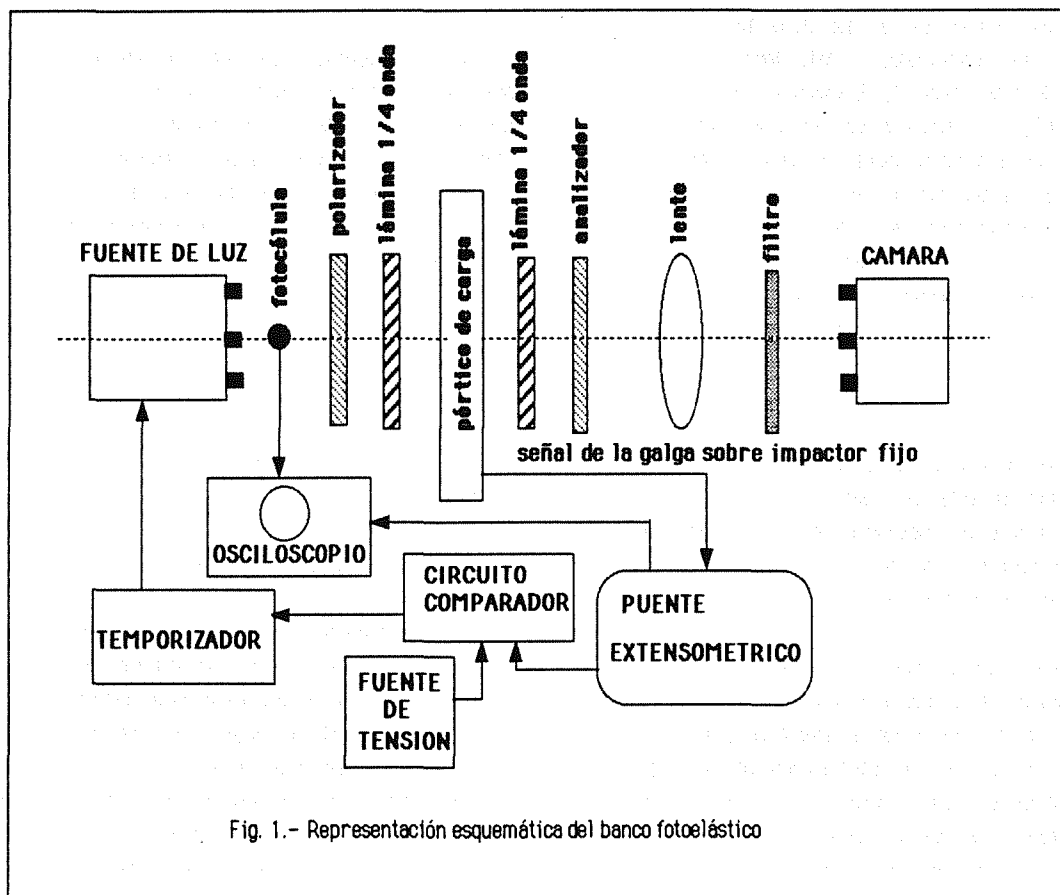


Fig. 1.- Representación esquemática del banco fotoelástico

disponer de un material fotoelástico con un valor de factor de franja lo más pequeño posible, y que al mismo tiempo sea fácilmente trabajable, fundamentalmente en lo que a preparación de grietas se refiere. Esta circunstancia descarta a cierto tipo de materiales como el Makrolon de bajo valor de factor de franja pero muy dúctil, lo que hace inviable la mecanización de fisuras. Se ha utilizado Araldite CT-200 con las siguientes propiedades:

Módulo de Elasticidad:  $320 \text{ Kg/mm}^2$   
 Densidad:  $1120 \text{ Kg/m}^3$   
 Coeficiente de Poisson: 0.36  
 Factor de franja estático:  $1.05 \text{ Kg/mm}$

Este tipo de material admite el trabajo en frío sin que se generen tensiones residuales. Las grietas que se realizan con un pelo de marquetería previamente amolado, quedando finalmente con un espesor de 0.2 mm.

La mecanización de la grieta en orden a simular la teórica debe guardar un cierto compromiso para reproducir, por un lado, el campo tensional teórico, y evitar, por otro, tanto roturas del pórtico como imágenes no deseables que

más adelante se indican.

#### - El dispositivo de carga de la probeta.

En orden a conseguir una mayor repetibilidad en el impacto, este se efectúa utilizando un impactor fijo que descansa directamente sobre la probeta y que recibe a su vez el impacto de un proyectil que se desliza en el interior de un tubo guía. La repetibilidad se chequea comparando para diferentes pruebas, la señal de una banda extensométrica adosada a la superficie del impactor fijo. La señal de esta banda extensométrica permite también disponer de un origen de tiempos al que referir las secuencias de los destellos de luz. El impactor fijo es una barra cilíndrica de Perspex y el móvil es una barra cilíndrica hueca para admitir peso variable.

#### - La cámara.

Este elemento constituye, dentro del polariscopio el de más parámetros a ajustar con una gran sensibilidad a cada uno de ellos por lo que resulta con diferencia, el elemento más complejo dentro del polariscopio.



Las variables que influyen en el correcto funcionamiento de este elemento son la distancia a la lente, el enfoque (profundidad del fuelle a la cámara), la alineación (en las tres dimensiones), y externamente a la cámara pero asociados a ella hay que introducir los filtros, la película a usar y el posterior procesado de la misma.

Los asociados a factores geométricos, hay que combinarlos de la manera más adecuada posible para conseguir que las imágenes aparezcan en las nueve lentes de la cámara, lo menos distorsionadas posible y con el mayor tamaño posible para mejorar el nivel de resolución del negativo.

Dado que durante el ensayo no es posible ajustar ningún parámetro, es preciso antes de realizarlo proceder a un ajuste en régimen estático, para lo cual se colocan nueve fuentes permanentes de luz en las posiciones de los nueve disparos, cargándose el pórtico estáticamente, lo que permite determinar la combinación de variables geométricas que mejor visión de las franjas produce.

Para el trabajo en blanco y negro los filtros son absolutamente necesarios pese a que disminuyen la cantidad de luz (no excesiva) que recibe la película. Se han probado diferentes filtros, encontrándose los mejores resultados en cuanto a nitidez y estrechamiento de las isocromáticas para filtros verdes Kodak Wratten nº 58. También la película Kodak TMY-120 produce franjas mejor definidas y mayor contraste.

#### - La instrumentación electrónica.

La instrumentación electrónica empleada en el ensayo tiene como función recoger la evolución de las deformaciones en el impactor fijo usado en el sistema de carga y utilizada para provocar la activación de la fuente de luz de acuerdo al tiempo de retardo seleccionado previamente al ensayo.

Como se indica en la Fig. 1., la señal recogida por la banda extensométrica situada en el impactor fijo se registra gráficamente en el osciloscopio y pasa a un circuito comparador cuya misión es convertirla en una función escalón que produce la activación del temporizador que de acuerdo a los intervalos previamente seleccionados activa a su vez la producción de los nueve destellos de luz.

Dado que la fiabilidad del temporizador no es muy alta, una fotocélula recoge la intensidad de la luz asociada a los nueve destellos, quedando dicha información en el osciloscopio para poder establecer los intervalos reales de tiempo en que se han producido los destellos.

### 3.- Descripción del Ensayo y Resultados

El ensayo debe realizarse con el laboratorio en oscuridad total, alcanzada la cual, la película se coloca manualmente en exposición. Previamente, en el temporizador se han seleccionado los intervalos de tiempos deseados entre sucesivos destellos de luz, así como el retraso inicial. Al producirse el impacto, la banda adosada al impactor fijo se deforma y de acuerdo con el proceso anteriormente explicado se almacena la señal de dicha banda extensométrica y la de la fotocélula en el osciloscopio, habiendo quedado impreso en la película nueve situaciones posteriores al impacto.

La Fig. 2., recoge esquemáticamente la configuración de una estructura ensayada.

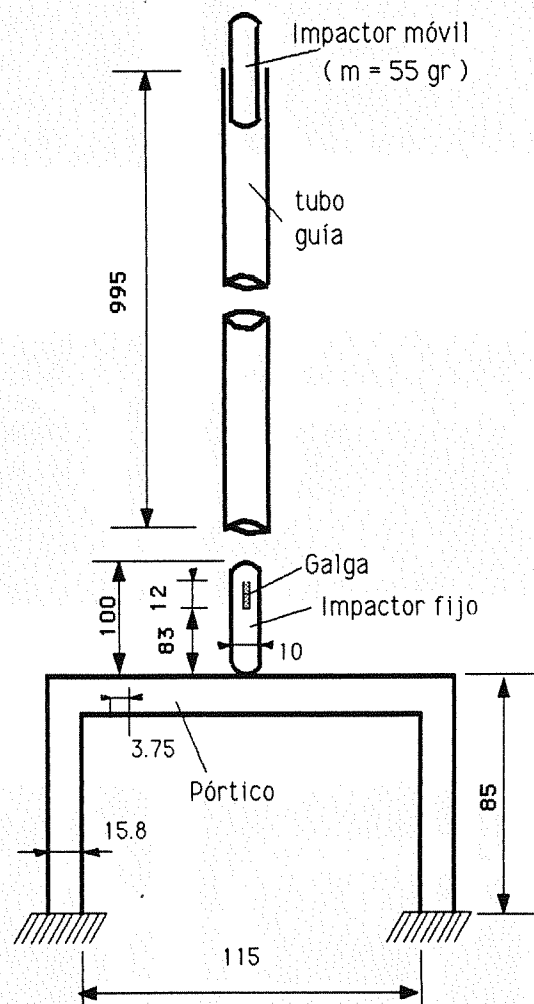


Fig. 2.- Esquema de la estructura ensayada (cotas en mm.)

Se trata de un pórtico de tres barras, doblemente

empotrado, con un espesor de 3 mm. La Fig. 3., recoge la información obtenida en el osciloscopio y la Fig. 4., muestra la secuencia de 9 configuraciones de isocromáticas obtenidas en los tiempos que se indican y que han sido deducidas de la señal de la fotocélula registrada en el osciloscopio.

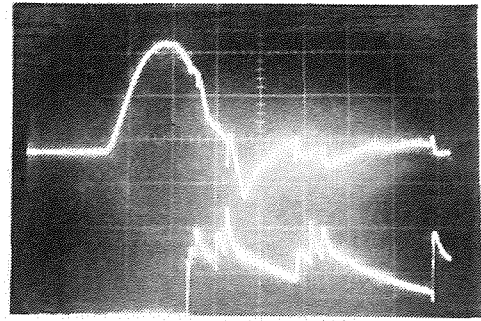
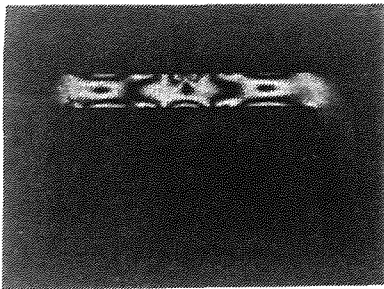
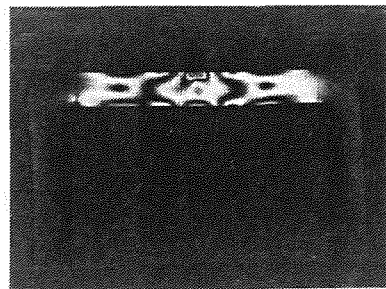


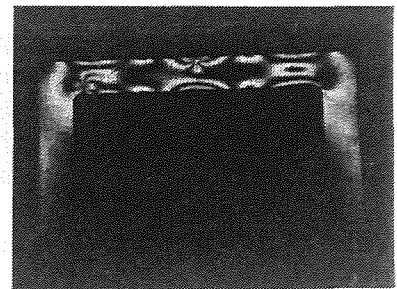
Fig. 3. Información obtenida del osciloscopio



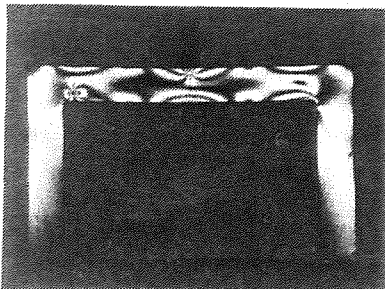
Fotografía 1 (t = 68  $\mu$  sg.)



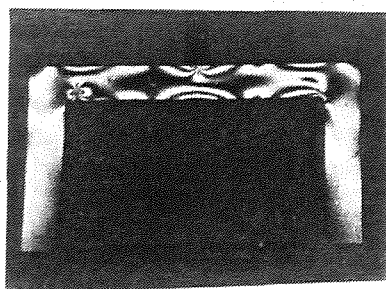
Fotografía 2 (t = 70  $\mu$  sg.)



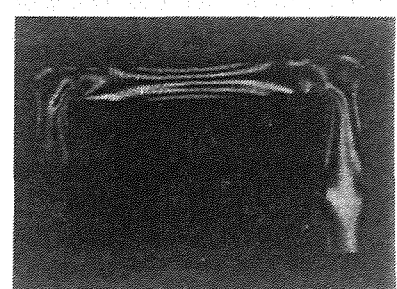
Fotografía 3 (t = 95  $\mu$  sg.)



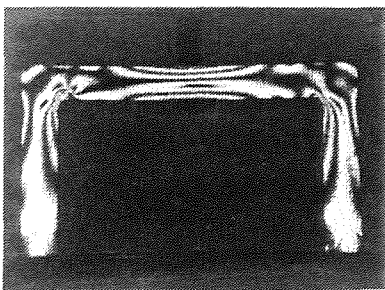
Fotografía 4 (t = 108  $\mu$  sg.)



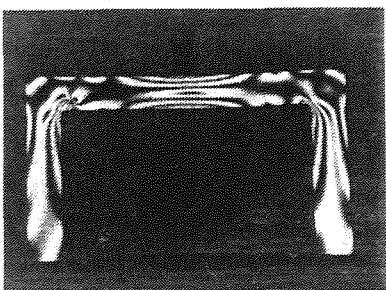
Fotografía 5 (t = 110  $\mu$  sg.)



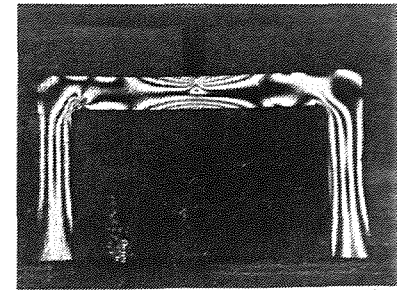
Fotografía 6 (t = 185  $\mu$  sg.)



Fotografía 7 (t = 200  $\mu$  sg.)



Fotografía 8 (t = 210  $\mu$  sg.)



Fotografía 9 (t = 340  $\mu$  sg.)

Fig. 4.- Secuencia de 9 disparos. Resultados

En este ensayo se habían seleccionado previamente intervalos de tiempo de 15  $\mu\text{seg.}$ , por lo que dicha información debe considerarse solo cualitativa y tomar como medida real la señal de la fotocélula, tal como se ha hecho.

En la señal de la banda extensométrica que aparece en la parte superior de la Fig. 3., puede observarse que entre el primer pico y el segundo pico hay un intervalo de 90  $\mu\text{seg.}$ , que representa el tiempo que la onda tarda en viajar desde la banda, hasta el extremo del impactor fijo y reflejarse hasta pasar por ella. Este tiempo obtenido se corresponde con la distancia indicada y la velocidad de propagación de la onda en el Perspex.

La secuencia de fotografías mostradas en la Fig. 4., ilustra las siguientes conclusiones:

- En las dos primeras fotografías, donde aún la onda provocada por el impacto no ha alcanzado la fisura y por tanto la distribución de isocromáticas es independiente de la existencia de la misma, puede apreciarse que el estado tensional es absolutamente diferente al de flexión.

- En las fotografías 3, 4 y 5 la onda acaba de alcanzar la fisura y el estado tensional que aparece próximo al fondo de grieta reproduce casi un estado puro de  $K_I$ , no habiéndose aún producido interferencias por haber alcanzado la onda la unión viga-pilar.

- En las fotografías 1 a 5 existe contacto entre el impactor fijo y el pórtico, por la concentración de isocromáticas existentes. En las fotografías 6, 7 y 8 no hay contacto entre impactor y pórtico apareciendo en la viga un estado tensional típico de los efectos inerciales de flexión. En la fotografía 9 se puede apreciar que después del rebote aparece un 2º impacto, que provoca un estado tensional local equivalente al primero.

- En las fotografías 6, 7, 8 y 9 pueden observarse estados tensionales muy complejos en el entorno de la fisura. Así aunque la fotografía 9 y la 4, presentan similares distribuciones tensionales en la viga, en la fisura son absolutamente diferentes. La razón de esta complejidad es la interferencia que origina en la propagación de las ondas la existencia del nudo, provocando reflexiones que generan los estados tensionales, no habituales, que aparecen en el fondo de grieta cuando las isocromáticas ya aparecen en los pilares.

- En general puede observarse en todas las fotografías el efecto local de la fisura ya que a una cierta distancia de la misma no hay diferencia entre las partes derecha e izquierda

del pórtico.

Puede observarse que en algunas ocasiones, vease por ejemplo la fotografía 4, aparece un pseudocaustica, fenómeno ya referenciado por Rosmanith [11]. Su tamaño aumenta con la carga aplicada y con la perfección del fondo de grieta. Puede eliminarse (al menos estáticamente) variando el enfoque, si bien las franjas pierden nitidez. Dinámicamente es prácticamente imposible de eliminar dado que no aparece por igual en todas las fotografías y que no se puede perder nitidez. Aunque no es un fenómeno deseable, desde un punto de vista práctico no resulta muy perjudicial dado que solo oculta el tamaño de la grieta, que es conocido. En algunos casos también podría ocultar una isocromática, que normalmente no puede considerarse como útil en la evaluación de  $K_I$  y  $K_{II}$ , por las proporciones del tamaño de grieta y el espesor del espécimen así como por el método a emplear para dicha evaluación.

La información contenida en las fotografías puede cuantificarse para evaluar el estado tensional en el régimen transitorio estudiado. En concreto, los valores de  $K_I$  y  $K_{II}$  en la fisura, pueden ser calculados. Así se va a realizar dicho cálculo sobre la configuración que aparece en la fotografía 5. Dado que se trata de una configuración de isocromáticas que representa aproximadamente el caso 1, diferentes métodos pueden ser utilizados.

Lo más sencillo y directo es suponer  $K_{II} = 0$ , y aplicar el método de Irwin a la isocromática más cercana al fondo de grieta.  $K_I$ , con referencia a la Fig. 5., toma el siguiente valor

$$K_I = \frac{N f \sqrt{2\pi r_m}}{t \sin\theta_m} \left[ 1 + \left[ \frac{2}{3 \tan\theta_m} \right]^2 \right]^{\frac{-1}{2}} \left[ 1 + \frac{2 \tan \frac{3\theta_m}{2}}{3 \tan\theta_m} \right]$$

donde:  $N$  = Orden de franja  
 $f$  = Factor de franja del material  
 $t$  = Espesor de la probeta

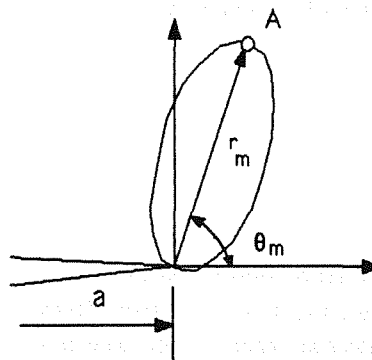


Fig. 5. Geometría de la fisura

El punto A de la isocromática más cercana (de orden 2) se encuentra en  $r/h = 0.6$  que es superior al valor encontrado por Rosakis y Ravi-Shandar [12], para que no aparezcan efectos tridimensionales.

La alternativa más general, es aplicar un método de campo lejano para evaluar  $K_I$  y  $K_{II}$ , lo que permite incluir más isocromáticas. En este caso, sólo la de orden 1 podría añadirse. Siguiendo a Cottron y Lagarde [13], el estado tensional puede representarse por tres funciones de variable compleja:

$$Z_I(z) = \sum_{n=0}^{N-1} \left[ n - \frac{1}{2} \right]^{-1} A_n z^{n-\frac{1}{2}}$$

$$Z_{II}(z) = \sum_{m=0}^{M-1} \left[ m - \frac{1}{2} \right]^{-1} B_m z^{m-\frac{1}{2}}$$

$$\eta(z) = \sum_{p=0}^{P-1} C_p z^p$$

En la configuración que se está analizando sólo se dispone de dos isocromáticas por lo que sólo se han tomado 16 puntos para ajustar el desarrollo en serie (6 sobre  $N=2$ , 10 sobre  $N=1$ ).

En la tabla 1 se recogen los resultados obtenidos para ambos métodos. En este último, se han tomado diferentes combinaciones de número de términos en las tres series.

Dado que el factor de franja del material anteriormente indicado corresponde a una situación estática, se ha representado en dicha tabla valores adimensionales de  $k_I$ .

$$k_I = \frac{K_I}{\sigma_{\infty} \sqrt{\pi a}}$$

donde  $\sigma_{\infty}$  representa el estado tensional existente en el punto asociado al fondo de grieta, si esta no existiese. (Dicho estado tensional puede tomarse, debido al efecto local de la fisura, del lado opuesto al pórtico adonde ésta se encuentra)

			$k_I$	$k_{II}$
Método de Irwin			2,14	-
Desarrollo en serie				
M	N	P		
0	1	1	1,9688	-
1	1	1	1,94	0,08
2	2	2	2,11	0,06

Tabla 1. Valores de  $k_I$  y  $k_{II}$ .

El primer valor del desarrollo en serie con  $M=0$ , representa una aproximación de Irwin, aunque con valores de campo lejano. El valor obtenido con 1 término de cada serie, corresponde a una solución equivalente al Método de Sanford y Dally [14], que concuerda absolutamente con los valores anteriores.

La buena concordancia encontrada entre todas las posibilidades chequeadas es debido a la existencia, como se había supuesto, de un  $K_{II}$  casi nulo y pone de manifiesto que es correcto para este caso considerar que prevalece el campo singular en la isocromática de orden 2.

No se han mostrado valores obtenidos con más términos de los desarrollos, dado que aparecen resultados discrepantes cuando se disminuye la relación entre el número de puntos utilizados para la aproximación y el número de términos del desarrollo, Rivas, Picón, París y Lara, [15].

#### 4.- Conclusiones.

Se ha construido un banco de Fotoelasticidad Dinámica que permite calcular factores de intensidad de tensiones provocados por cargas de impacto. Dado que la información almacenada (nueve puntos) es considerable se podrán realizar estudios exhaustivos de las fases que se estimen de interés durante el transitorio posterior al impacto.

Diferentes métodos de evaluar  $K_I$  y  $K_{II}$  han sido utilizados, llevando a valores muy similares.

Para poder determinar valores absolutos de los factores de intensidad de tensión, es preciso calcular el factor de franja dinámico, para lo que será necesario realizar un

ensayo sobre una situación simple cuya solución sea conocida, lo que permitirá caracterizar el material.

Desde otro punto de vista, ha podido apreciarse que la fisura tiene un efecto puramente local. La Fotoelasticidad puede permitir acotar dicho efecto. En tal caso, sería posible realizar un estudio simplificado de la estructura sin grieta (a través de un modelo de barras) sometida a impacto. La acotación definida por la fotoelasticidad permitirá conocer sobre este modelo los valores de los esfuerzos en la zona límite, valores que pueden ser introducidos como acciones (aplicando las leyes de la Resistencia de Materiales) a la zona que incluye los efectos locales de la grieta. Dicha zona podría analizarse con un Método de Elementos Finitos o de Contorno, habiéndose reducido enormemente el número de grados de libertad del problema. Esta podría ser una forma computacionalmente factible de abordar el análisis de estructuras fisuradas de un gran número de barras sometidas a cargas de impacto.

Los autores quieren expresar su agradecimiento al Profesor Carlos Ruiz de la Universidad de Oxford por sus inestimables consejos en la configuración del Banco y a Antonio Cañas por su valiosa asistencia en la ejecución de los experimentos.

### Referencias

- [1].- Sih, G.C. y Loeber, J.F., "Wave propagations in an Elastic Solid with a line of Discontinuity or Finite Crack." Q. Appl. Math., Vol. 27, pp. 193-231, 1969.
- [2].- Than, S.A. y Lu, T.H., "Transient stress Intensity factors for a Finite Crack in an Elastic Solid caused by a Dilatational Wave", Int. J. Solids and Structures, vol. 7, pp 731-750, 1971.
- [3].- Lin, W., Keer, L.M. y Achenbach, J.D., "Dynamic Stress Intensity Factor by Lagrangian Finite-Difference Method", Eng. Fract. Mech., Vol. 7, pp 653-660, 1975.
- [5].- Murti, V. y Valliappan, S., "The use of Quarter Point Element in Dynamic Crack Analysis", Eng. Fract. Mech., vol. 23, pp. 585-614, 1986.
- [6].- Dominguez, J. y Chirino, F., "B.E.M. for Dynamic Crack Problems in Two Dimension", BETECH-86, J.J. Connor y C.A. Brebbia, ed., Computational Mechanics Publications, Southampton-Boston, 1986.
- [7].- Kobayashi, T. y Fournery, W.L., "Dynamic Photoelastic Investigation of Crack Propagation", Proc. of the 12th. Annual Meeting of the Soc. of Eng. Sc., University of Texas, Austin, pp. 131, 1975.
- [8].- Mines, R.A.W. y Ruiz, C., "The dynamic Behaviour of the instrumented Charpy Test". DIMAT Conference, París, 1985.
- [9].- Ruiz, C., Salvatorelli, F. y Hillsdon, G., "The effect of cracks on the structural strength of beams and portal frames under impact", IUTAM Symp. High-Velocity Deformation and Fracture, Tokyo, 1985.
- [10].- Ruiz, C., Salvatorelli, F. y París, F., "Photoelastic determination of dynamic stress intensity factors in portal frames", Int. J. Impact Eng., vol 6., Nº. 2, pp. 77-86, 1987.
- [11].- Rosmanith, H.P., "A Hibrid Technique for Improved K Determination from Photoelastic Data", Experimental Mechanics, pp 152-157, June, 1983.
- [12].- Rosakis, A.J. y Ravi-Shandar, K., "On crack tip stress state: An Experimental Evaluation of Three Dimensional Effects". A aparecer en J. of Solids and Structures.
- [13].- Cottron, M y Lagarde, A. "A far field method for the determination of mixed mode SIF from isochromatic fringe patterns". SM. Archives, Vol. 7, pp. 4-17, 1982.
- [14].- Sanford, R.I. y Dally, J.W., "A general method for determinig mixed-mode SIF from isochromatic fringe patterns". Eng. Fract. Mech., Vol. 11, pp. 621-633, 1979.
- [15].- Rivas, C., Picón, R., París, F., Lara, E., "Campo tensional en el entorno de una fisura. Determinación de  $K_I$  y  $K_{II}$  usando técnicas fotoelásticas". Anales de Ingeniería Mecánica, N 3, 45-52, Diciembre 1988.

TENACIDAD A LA FRACTURA DE LAS UNIONES SOLDADAS DE UN  
ACERO INOXIDABLE AUSTENOFERRITICO 22.05

L.M. Plaza, F. Santamaría, E. Erauzkin  
A. Gil-Negrete y A.M. Irisarri  
INASMET

BARRIO IGARA S/N 20009 - SAN SEBASTIAN

Se ha estudiado la evolución de la tenacidad a la fractura de las uniones soldadas de chapas de 13,5 mm. de espesor de un acero inoxidable austenoferrítico 22-05, en función de la temperatura de ensayo. Las probetas de acero base, tanto longitudinales como transversales, muestran un notable cambio de tenacidad, causado por el cambio de mecanismo de fractura en la ferrita. Sin embargo, la influencia ejercida sobre la tenacidad de metal aportado es prácticamente nula. Se ha considerado que el alto contenido en inclusiones que facilita la actuación de un mecanismo de coalescencia de microvacíos a todas las temperaturas es responsable de esta ausencia de efecto.

The fracture toughness of welded joints in plates of 13.5 mm thickness in 22-05 duplex stainless steels versus testing temperature has been studied. Both longitudinal and transverse samples of parents steel show a marked change in toughness, produced by a change in the fracture mechanism in ferrite. However, weld metal toughness is scarcely modified by testing temperature. The high number of inclusions which facilitates the action of a mechanism of microvoid coalescence is responsible of this absence of effect.

## 1. INTRODUCCION

El uso de los aceros inoxidables austenoferríticos está experimentando una clara expansión en aquellas aplicaciones en que se requiere una adecuada combinación de resistencia mecánica, tenacidad y buen comportamiento frente a la corrosión, tanto localizada como bajo tensiones (1).

Como su propio nombre indica, un acero inoxidable austenoferrítico es aquel que contiene dos fases austenita y ferrita -ambas con un porcentaje en cromo superior al 12% que garantiza su carácter inoxidable (2). La austenita proporciona al acero tenacidad y resistencia a la corrosión generalizada en tanto que la ferrita incrementa la resistencia mecánica y mejora la actitud del material frente a la corrosión bajo tensiones. La óptima combinación de estas propiedades se logra con un balance entre los contenidos de ferrita y aus-

tenita cercano al 50/50. En el acero base forjado, esta proporción se consigue mediante un correcto control de composición y tratamiento térmico. En las uniones soldadas la consecución de este balance resulta mucho más compleja, dependiendo de la composición, temperatura más alta alcanzada en el proceso y velocidad de enfriamiento desde esta temperatura (3).

La coexistencia de las dos fases en la microestructura de material base, metal aportado y zona afectada térmicamente hace particularmente complejo el comportamiento a la fractura de este tipo de acero. En tanto que la austenita presenta una fractura de tipo dúctil por coalescencia de microvacíos, incluso a temperaturas sumamente bajas, la ferrita muestra una propensión creciente a la actuación de un mecanismo de fractura frágil por descohesión conforme disminuye la temperatura.

## 2. TECNICA EXPERIMENTAL

### 2.1. Material estudiado

El estudio se efectuó a partir de una chapa de 13.5 mm de espesor de acero austenoferrítico de calidad ASTM A 240 tipo UNS 31803 (5). Este acero aparece referenciado mucho más a menudo en la bibliografía con la denominación 22-05, indicando sus contenidos promedios en cromo y níquel respectivamente. La composición química de la chapa utilizada en el presente trabajo se ofrece en la tabla 1.

TABLA 1. Composición química del acero estudiado.

C	Si	Mn	P	S	Cr
0.017	0.41	1.48	0.028	0.001	22.1
	Ni	Mo		N <sub>2</sub>	
	5.6	3.0		0.13	

En su estado de recepción-recocido de solubilización tras el proceso de laminación en caliente la chapa posee, en su dirección longitudinal, las características mecánicas que se muestran en la tabla 2.

TABLA 2. Características mecánicas de la chapa

L.E.	0.2% (MPa)	C.R. (MPa)	A (%)
	553	782	37

Sobre esta chapa en su dirección transversal se realizó una unión soldada en media V utilizando el proceso de soldadura manual de arco eléctrico. En la referencia (6) de la bibliografía puede encontrarse una descripción más amplia de las condiciones de ejecución de esta unión soldada.

### 2.2. Ensayos mecánicos

La caracterización de la tenacidad a la fractura se basó en ensayos de medida del desplazamiento de apertura de la grieta (COD), utilizando probetas de doblado en tres puntos de acuerdo con las indicaciones de la norma BS 5762 (7). La orientación de estas probetas corresponde a la L-T según la figura 1 de la norma ASTM E399 (8), siendo sus dimensiones de 124 x 27 x 13.5 mm. En un conjunto de estas probetas la entalla se mecanizó en el material base en tanto que en el otro se situó sobre el metal aportado. En todas estas probetas se creó una grieta de fatiga en el fondo de la entalla por aplicación de una carga sinusoidal, reduciendo el valor de esta carga conforme la grieta se aproxima a la longitud deseada, con el fin de que se cumplan las exigencias establecidas en el punto 7.1. de la citada norma BS 5762 (7). Los ensayos de estas probetas se efectuaron en el margen de temperaturas comprendido entre -60 y 200 C, utilizando un juego de 3 probetas por temperatura.

Como complemento a los datos obtenidos en estos ensayos se mecanizaron diversos juegos de probeta de resiliencia, situándose la entalla en el acero base -probetas longitudinales y transversales- en la zona afectada vertical y en el metal aportado. Estas probetas se ensayaron en

el intervalo de temperaturas de -100 a 200C, midiéndose la energía absorbida en el curso del impacto y la expansión lateral experimentada por efecto del mismo.

### 2.3. Estudio metalográfico y fractográfico

La caracterización metalográfica del material se efectuó sobre probetas extraídas en las direcciones longitudinal y transversal del acero base, así como otras transversales a la unión soldada que comprenden las zonas de metal aportado y las dos afectadas térmicamente: vertical e inclinada.

Por otro lado, al menos una probeta de cada juego ensayado se destinó al estudio de su superficie de fractura en el microscopio electrónico de barrido, con el fin de determinar el mecanismo operando en cada caso.

## 3. RESULTADOS Y DISCUSION

La figura 1 muestra la variación del valor medio del desplazamiento de apertura de grieta (COD) con la temperatura de ensayo en las probetas con entalla situada en el acero base. Se puede apreciar una sensible influencia de la temperatura sobre el comportamiento a la fractura del mismo. A las temperaturas más altas del rango estudiado, la grieta progresa de manera estable a lo largo de todo el proceso de rotura. En el margen de temperaturas intermedio, la fractura se inicia por un crecimiento estable de la grieta, con subida paulatina de la carga aplicada sobre la probeta, seguida de una rápida propagación inestable de la misma que se traduce en una súbita disminución de la carga. Finalmente, en las probetas ensayadas a la temperatura más baja (-600C), no se observa ningún tipo de crecimiento estable de la grieta que preceda a esta progresión inestable de la misma. Este cambio de comportamiento conduce a la aplicación de diferentes criterios ( $\delta_c$ ,  $\delta_u$  o  $\delta_m$ ) en el cálculo del valor del desplazamiento de apertura de grieta (6), tal y como se señalaba en la mencionada figura 1. Como se comentará posteriormente, las observaciones fractográficas confirman este cambio de comportamiento a la fractura.

Por el contrario, la representación del valor medio del desplazamiento de apertura de grieta frente a la temperatura de ensayo de las probetas con la entalla en el metal aportado, pone de manifiesto el prácticamente nulo efecto de dicha temperatura sobre la tenacidad del material (figura 2). Las barras verticales que indican el rango de variación entre los valores máximo y mínimo a una cierta temperatura, demuestran que las diferencias encontradas entre dos valores correspondientes a una misma temperatura, pueden superar ampliamente a las existentes entre los valores medios correspondientes a dos temperaturas distintas.

Las gráficas de las figuras 3 y 4, que muestran el efecto de la temperatura sobre los valores de energía absorbida y expansión lateral registrados en los ensayos de resiliencia, con-

firman esta ausencia de influencia de la temperatura sobre la tenacidad del metal aportado. Además estas gráficas permiten comprobar otros dos aspectos dignos de ser señalados. Por un lado, se aprecia que las probetas con entalla en la zona afectada también presentan una transición en su comportamiento a la fractura en función de la temperatura de ensayo. ;

Por otra parte, se detecta una marcada direccionalidad en la tenacidad a la fractura del acero base. Esta propiedad resulta claramente más alta en las probetas en que la fractura se propaga en dirección perpendicular a la de laminación (probetas L-T), frente a aquellas otras en que progresa paralela a dicha dirección de laminación de la chapa (T-L). Solonon y Devine han señalado un comportamiento similar en otros aceros austenoferríticos, atribuyéndolo a la anisotropía microestructural de las mismas (9,10). Basta una simple comparación de las micrografías de las figuras 5 y 6, correspondientes a las direcciones longitudinal y transversal, respectivamente, para comprobar la existencia de una anisotropía de este tipo en el material estudiado.

Las observaciones realizadas en la superficie de fractura de todas estas probetas confirman la validez de los comentarios efectuados en base a los resultados obtenidos en los ensayos. La figura 7 pone de manifiesto la evolución en el aspecto fractográfico de las probetas COD, con entalla en el acero base, ensayadas a diferentes temperaturas. Las probetas ensayadas a las temperaturas más altas muestran una morfología típica de una fractura dúctil, punto que se ve respaldado por el examen en el microscopio electrónico de barrido que revela que la práctica totalidad de la superficie se encuentra cubierta por cúpulas dúctiles (figura 8), propias de la actuación de un mecanismo de coalescencia de microvacíos.

En la superficie de las probetas ensayadas a temperaturas más bajas aparecen unas fisuras alargadas en la dirección de progresión de la fractura, cuyo número, longitud y proximidad a la grieta creada por fatiga aumentan conforme disminuye la temperatura de ensayo. Esto llega a tal punto de que en las probetas ensayadas a las temperaturas más bajas de todas las estudiadas, estas fisuras se hallan tan sumamente próximas a dicha grieta de fatiga que incluso penetran ligeramente en la misma (figura 9).

Las paredes de estas fisuras poseen un carácter frágil, característico de la actuación de un mecanismo de descohesión, contrariamente al resto de la superficie de fractura, cubierto por cúpulas dúctiles. Se considera que la brusca propagación de estas fisuras es la causante de la súbita bajada de carga registrada en las curvas de la carga aplicada frente al desplazamiento de apertura del extensómetro, obligando a cambiar el criterio utilizado en el cálculo del COD con respecto al empleado a temperaturas más elevadas. La notable profundidad de estas fisuras se ha atribuido a la disposición de una fase frágil -en este caso la

ferrita- en bandas alargadas en la dirección perpendicular al plano principal de la fractura, lo cual provoca un cierto agrietamiento secundario en dicha dirección (11).

Esta propagación frágil de las fisuras se detiene, cambiando el mecanismo operante a uno de tipo dúctil, cuando encuentra en su camino una banda de austenita, fase que bajo ninguna circunstancia sufrirá una fractura por descohesión (4). La figura 10, que muestra el final de una estas fisuras, permite comprobar la variación en la morfología de la fractura, producida por un cambio en el mecanismo operante.

En la superficie de fractura de las probetas transversales (T-L) se observan largas franjas de fractura frágil por descohesión y de cúpulas dúctiles, paralelas entre sí, asociadas con las bandas de ferrita y austenita, respectivamente. No se detecta ningún signo de fisuras, similares a las encontradas en las probetas longitudinales, sino que las zonas de fractura por descohesión muestran un aspecto marcadamente liso. Ello se debe a que en estas probetas el bandeado de las fases no se halla situado en una dirección perpendicular al plano de propagación de la fractura, sino paralelo al mismo. En consecuencia, existirá una mayor dificultad para que una grieta frágil encuentre en su camino una banda o islote de austenita que detenga su progresión inestable, justificando la menor tenacidad de estas probetas.

Tal y como se aprecia en la micrografía de la figura 11, el metal aportado posee un contenido en ferrita sensiblemente superior al existente en el acero base, punto que ha sido confirmado por las medidas realizadas por otros métodos (12). Este hecho se debería traducir, en principio, en un cambio más acentuado de la morfología de la fractura, con la temperatura de ensayo, y una menor tenacidad con respecto al material base. Este último aspecto se ha visto confirmado por los resultados experimentales, en concordancia con las observaciones realizadas por otros autores (13,14).

Por el contrario, no se detecta ninguna variación en la morfología de las superficies de fractura con la temperatura de ensayo, hecho que se encuentra en total acuerdo con la falta de efecto observada en los ensayos mecánicos.

En todas las probetas, la gran mayoría de la superficie de fractura se encuentra cubierta por cúpulas dúctiles, indicando que el mecanismo operante a cualquier temperatura es uno de coalescencia de microvacíos (figura 12). El análisis por dispersión de energía de rayos X pone de manifiesto la existencia de dos tipos de partículas diferentes en el interior de estas cúpulas. En las de mayor tamaño se detecta la presencia de oxígeno, silicio, azufre, titanio, cromo, manganeso y hierro, en porcentajes que varían de una a otra, indicando que estas partículas poseen un carácter complejo. Por el contrario, el análisis de las partículas más pequeñas parece indicar que las mismas corresponden a carburos de cromo, y, en



menor proporción, de hierro. Se ha atribuido al elevado número de partículas existentes en el metal aportado la coincidencia en el mecanismo de fractura operante a las distintas temperaturas que, en todas ellas, corresponde a uno de coalescencia de microvacíos (6).

Tan solo en algunas áreas mínimas se aprecia la morfología característica de la actuación de un mecanismo por descohesión (figura 13). Afortunadamente, las partículas responsables de este cambio de mecanismo no se han desprendido en el curso del ensayo pudiendo haber sido identificada como carburos de cromo situados en las intercaras ferrita-austenita.

Finalmente, las probetas con la entalla en la zona afectada térmicamente presentan un marcado cambio de morfología, de acuerdo con el elevado contenido de ferrita en las mismas, fácilmente observable en la micrografía de la figura 14. Conforme disminuye la temperatura de ensayo las áreas de fractura por descohesión se hacen más extensas, quedando restringida la fractura dúctil a los islotes de austenita presentes en la microestructura. Además, en todas estas probetas se aprecian unas placas cuyo aspecto difiere tanto de las zonas difíciles como de las dúctiles (figura 15). El análisis por dispersión de energía de rayos X revela que se trata de una fase rica en cromo, cuya identificación precisa debe ser objeto de un estudio más profundo (15).

#### 4. CONCLUSIONES

- a.- El acero base presenta un acusado cambio en la tenacidad con la temperatura de ensayo, tanto en las probetas longitudinales como transversales.
- b.- En las probetas longitudinales, a las temperaturas más altas, la totalidad de la superficie de fractura se encuentra cubierta por cúpulas dúctiles, propias de un mecanismo de coalescencia de microvacíos. A temperaturas más bajas, se observan profundas fisuras alargadas en la dirección de propagación de la fractura, cuyo número, longitud y proximidad a la grieta creada por fatiga aumenta conforme disminuye la temperatura de ensayo.
- c.- Por el contrario, en las probetas transversales no se detecta ningún signo de este tipo de fisuras, estando la superficie de fractura de las ensayadas a las temperaturas más bajas cubierta por franjas alternadas de fractura dúctil y frágil.
- d.- No se aprecia ningún cambio destacable en la tenacidad del metal aportado. A todas las temperaturas la mayoría de la superficie de fractura está cubierta por cúpulas dúctiles, originadas por el elevado número de partículas presentes, indicando que en todos los casos el mecanismo operante ha sido uno de coalescencia de microvacíos y justificando la ausencia de efecto de la temperatura sobre la tenacidad.
- e.- En la zona afectada térmicamente, además de las zonas dúctiles y frágiles, se observan unas placas de una fase rica en cromo que no ha sido identificada de forma precisa, trabajo que se halla en curso en este momento.

#### 5. AGRADECIMIENTOS

Los autores desean expresar su agradecimiento a Elisabeth Alastruey por el mecanografiado del manuscrito y al Gobierno de la Comunidad Autónoma de Euskadi por la colaboración prestada al Proyecto de Investigación y Desarrollo que ha dado origen a este trabajo.

#### 6. REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- (1) Baeslack W.A. y Lippold J.C. (1988) Metal Construction Vol 20 No 1 pp 26R-31R.
- (2) Solomon H.D. (1983) "Age Hardening in a Duplex Stainless Steel". Proceedings from Conference on Duplex Stainless Steels. Ed. R.A. Lula pp 41-69. Am.Soc. Metals, Metals Park, Ohio.
- (3) Bonnefois B, Blondeau R. y Catelin D. (1986). "Control of Ferrite Level in Duplex Stainless Steel Welds" Proceedings International Conference "Duplex Stainless Steel" paper 23. La Haya.
- (4) Henry G. y Horstmann D. (1979) De Ferri Metallographia Vol V. Fractography and Microfractography, pp 109-112. Verlag Stahleisen M.B.H. Düsseldorf.
- (5) ASTM A 240-86. Standard Specification for Heat-Resisting Chromium and Chromium-Nickel Stainless Steel Plate, Sheet and Strip for Pressure Vessels. American Society for Testing Materials Vol 0104.
- (6) Inasmet (1988) "Estudio de Aceros Inoxidables Austenoferríticos 22-05". Memoria Final del Proyecto de Investigación. San Sebastián.
- (7) BS5762: 1979. Methods for Crack Opening Displacement (COD) Testing. British Standard Institution.
- (8) ASTM E399-83. Standard Test Method for Plane-Strain Fracture Toughness of Metallic Materials. American Society for Testing Materials. Vol 0301.
- (9) Solomon H.D. y Devine T.M. (1979) "Influence of Microstructure on the Mechanical Properties and localized Corrosion of a Duplex Stainless Steel" NiCon 78: Optimization of Processing Properties and Service Performance Through Microstructural Control ASTM STP 672 pp. 430-461. American Society for Testing Materials.
- (10) Solomon H.D. y Devine T.M. (1983) "Duplex Stainless Steels - A Tale of Two Phases". Proceedings from Conference on Duplex Stainless Steels. Ed. R.A. Lula pp 693-756 Am. Soc. Metals, Metals Park, Ohio.
- (11) Harrison J.D. y Anderson T.L. (1988) "Developments in the Application of the CTOD Approach to Fracture Assessment of Welded Construction". Fracture Mechanics: Eighteenth Symposium. ASTM STP 945. pp-468-484. American Society for Testing Materials.

- (12) Pardo E., Santamaría F., Irisarri A.M. y Gil-Negrete A. (1989) "Ferrite Measurements in Duplex Stainless Steel Weldments" En fase de redacción.
- (13) Lundquist B. y Norberg P. (1988) Welding Journal. Vol. 67 No 7. pp 45-51.
- (14) Honeycombe J. y Gooch T.G. (1986). The Toughness of Welded Stress Corrosion Resistant Stainless Steels". Proceedings International Conference "Duplex Stainless Steel". paper 24. La Haya.
- (15) Erauzkin E., Pelayo A., Gil-Negrete A. e Irisarri A.M. Efecto del Tratamiento Térmico sobre las Propiedades Mecánicas y el Comportamiento a la Corrosión de un acero Inoxidable Austenoferrítico. Investigación en curso.

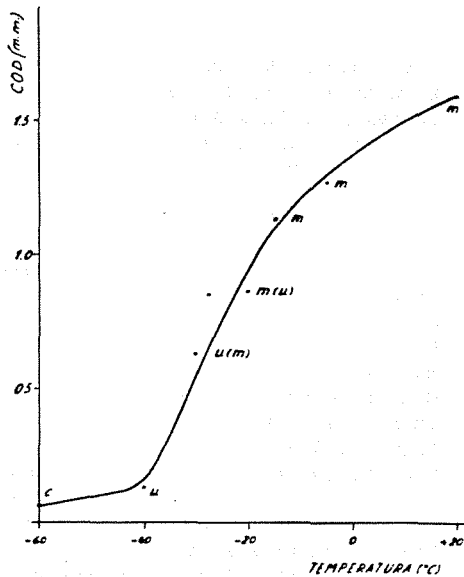


Fig. 1. Curva de transición COD-temperatura (acero base L-T).

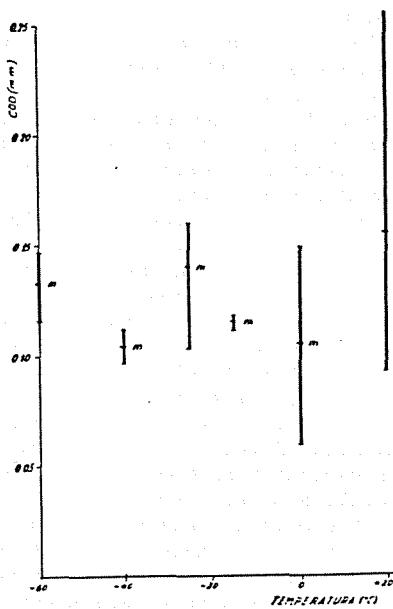


Fig. 2. Gráfica COD-temperatura (metal aportado).

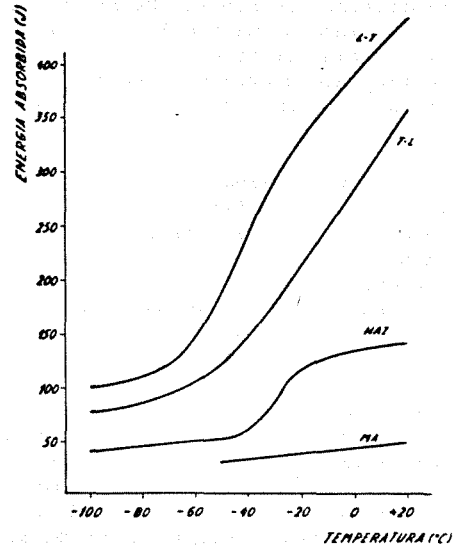


Fig. 3. Curvas de transición energía absorbida-temperatura.

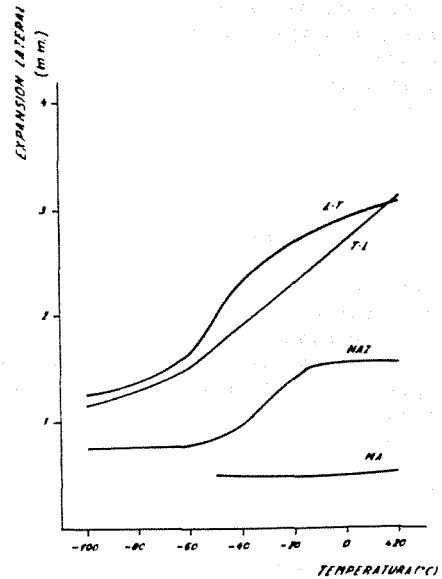


Fig. 4. Curvas de transición expansión lateral-temperatura.  
L-T base longitudinal T-L base transversal HAZ zona afectada MA metal aportado.

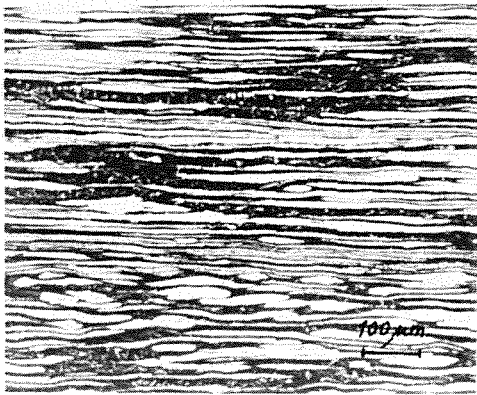


Fig. 5. Microestructura del acero base (dirección longitudinal).

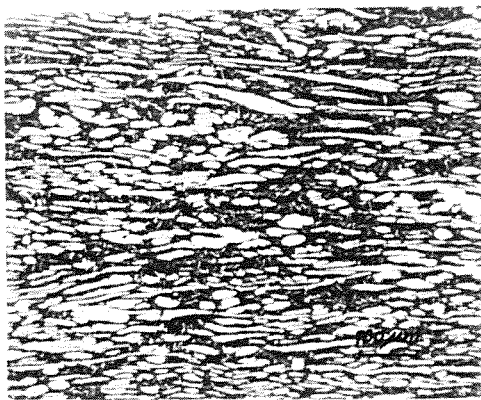


Fig. 6. Microestructura del acero base (dirección transversal).

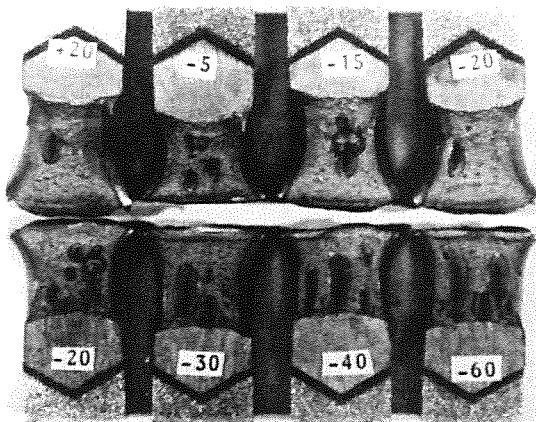


Fig. 7. Evolución en el aspecto fractográfico con la temperatura de ensayo (acero base).

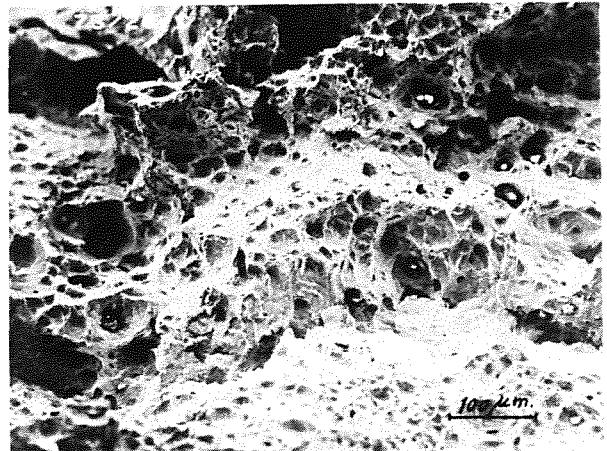


Fig. 8. Cúpulas dúctiles (acero base).

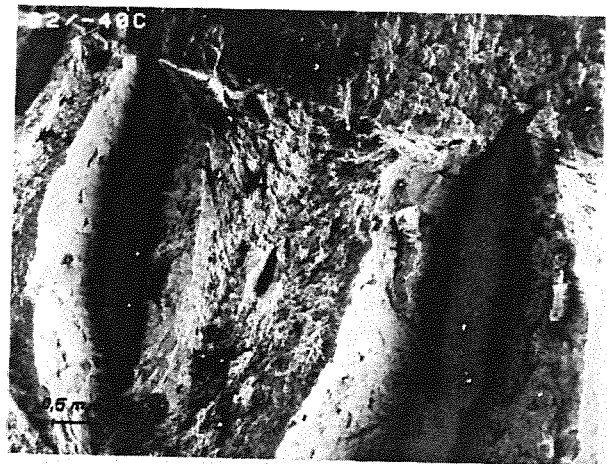


Fig. 9. Fisuras alargadas.

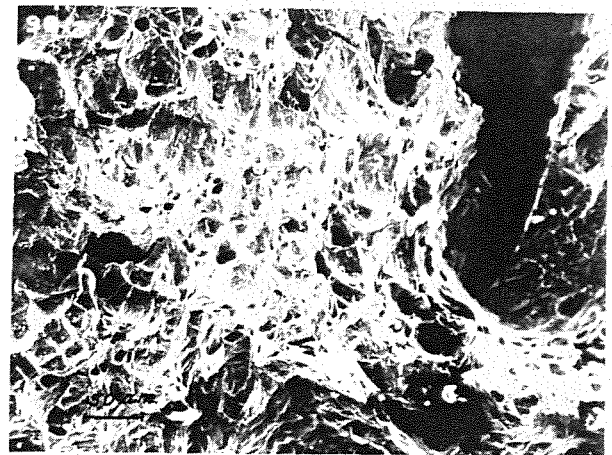


Fig. 10. Final de la fisura

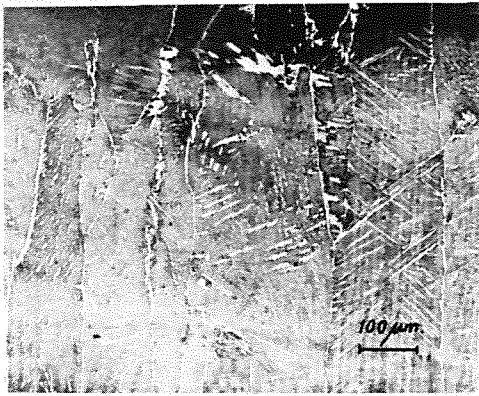


Fig. 11. Microestructura del metal aportado.



Fig. 14. Microestructura de la zona afectada térmicamente.

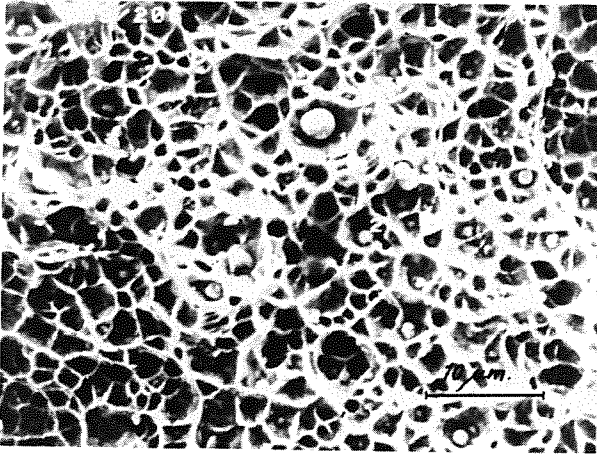


Fig. 12. Cúpulas dúctiles con partículas en su interior.

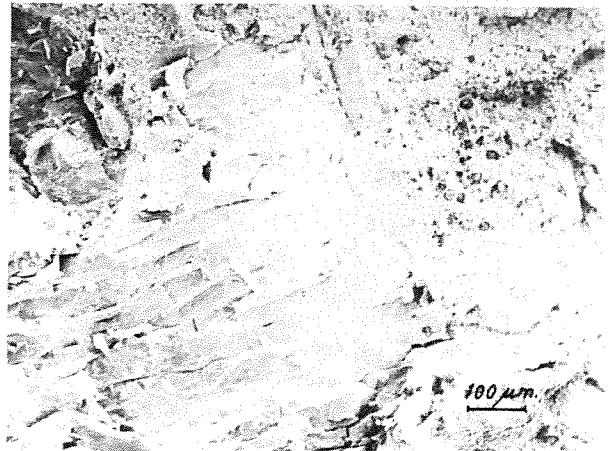


Fig. 15. Probeta con entalla en la zona afectada.

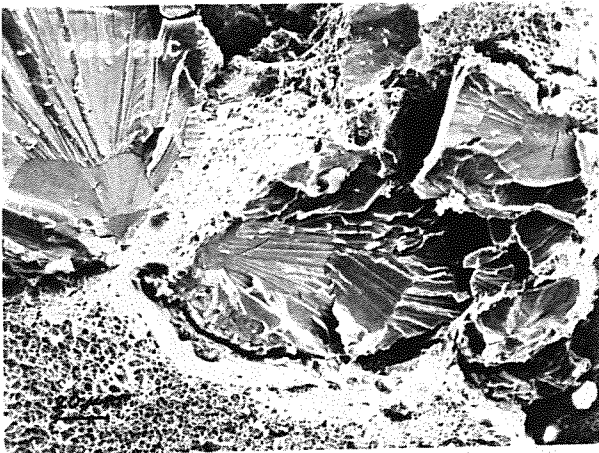


Fig. 13. Zona de fractura por descohesión.

## ESTUDIO DE DOS ROTURAS DE COMPONENTES DE AUTOMOVILES

Herrera, E. J., Soria, L., Gallardo, J. M.

Departamento de Ingeniería Mecánica y de los Materiales  
E.T.S. de Ingenieros Industriales (Universidad de Sevilla)  
Avda. Reina Mercedes, s/n  
41012 - SEVILLA

**Resumen.**- Los accidentes automovilísticos pueden deberse, entre otros motivos, a fallos mecánicos o a mera imprudencia del conductor. La diagnosis de fallos puede ser de gran utilidad en la determinación de la causa del accidente. En el presente trabajo se estudian dos casos reales de roturas de componentes de automóviles. Utilizando las técnicas del análisis de fallos (historia de servicio, caracterización de materiales, en cuanto a propiedades químicas y mecánicas, comparación de éstas con las indicadas en las especificaciones, observaciones visuales y microscópicas, etc.) se concluye que, en uno de los casos, la rotura se debió a un tratamiento térmico superficial defectuoso y, en el otro, a la sobrecarga ocasionada por un fuerte choque.

**Abstract.**- Mechanical failures and unwise driving are common causes of automobile accidents. Failure analysis can be very helpful in establishing accident origin. In the present work two case histories of fracture of automotive parts are studied. Failure analysis techniques (service history, materials characterization under a chemical and mechanical point of view, comparison of materials properties with specifications, macroscopic and microscopic observations and so on) have been used. It is concluded that, in one case, fracture was caused by defective surface hardening and, in the other case, by overloading due to a strong impact.

## 1. INTRODUCCION

Las roturas en servicio de piezas de automóviles pueden originar graves accidentes, que pueden traducirse en importantes pérdidas económicas e incluso de vidas humanas. Tales accidentes suelen conllevar la celebración de un juicio, en el que el usuario pretende atribuir la causa del siniestro a defectos del componente fallado, mientras que los fabricantes de vehículos tienden a cargar la culpabilidad de la parte del conductor.

La investigación de las causas del fallo de un componente suele iniciarse con la observación visual o macroscópica de la pieza, en particular de las superficies de fractura [1]. Si se detectan características de rotura dúctil, el fallo suele estar originado por una sobrecarga accidental. El microscopio electrónico

de barrido (SEM) puede ser un instrumento utilísimo en la determinación final del carácter dúctil o frágil de la rotura [2].

Siguiendo la práctica habitual de cualquier análisis de fallos, se debe recoger la mayor información posible sobre la pieza, acudiendo al fabricante para conocer las especificaciones de diseño (planos, tipo de material, propiedades mecánicas, procesado de fabricación, acabado, etc.) y al usuario para saber el historial de servicio. La pieza debe encuadrarse dentro de un conjunto mecánico cuyo sistema de tensiones también es muy deseable de conocer [3]. Siempre que sea posible se procurará conseguir piezas nuevas de recambio y/o piezas de vehículos en servicio que no hayan fallado en uso, a fin de realizar estudios comparativos, en cuanto a análisis químico, ensayos mecánicos y exámenes

microscópicos.

En el presente trabajo se estudian dos casos reales de fractura de componentes de automóviles en servicio, a saber, la rotura de un palier de un coche y la rotura de tornillos de un camión. Ambos accidentes ocasionaron importantes pérdidas económicas.

## 2. ROTURA DEL PALIER DE UN COCHE

Un coche camuflado de la policía que se encontraba patrullando por la barriada sevillana de los Remedios sufrió un violento derrape, a resultas del cual colisionó con varios vehículos que se encontraban aparcados en batería. Según el conductor, se produjo inesperadamente un viraje del coche hacia la derecha, por lo que giró el volante hacia la izquierda para recuperar el sentido de la marcha, perdiendo entonces el control del mismo, que comenzó a derrapar y golpear a los vehículos anteriormente reseñados, situados en su parte izquierda. Los agentes comprobaron que se había roto un palier, que motivó el desplazamiento de la rueda trasera derecha.

### 2.1. Resultados experimentales y discusión

El examen visual de la pieza recibida pone de manifiesto que la rotura ha tenido lugar en el cambio de sección trompeta-barra del palier (figura 1). El aspecto exterior de la superficie fracturada (figura 2) es rugoso, similar al de una rotura catastrófica, originada a gran velocidad, al no haber podido resistir la pieza, en un instante dado, las tensiones a que ha sido sometida.

El análisis químico del material (Fe-0,34%C - 0,73%Mn - 0,28%Si - 0,012%S - 0,009%P - 0,07%Cr - 0,04%Ni - 0,08% Cu) indica que se trata de un acero no aleado de 0,34% de carbono. El examen metalográfico pone de manifiesto que el palier ha sido sometido a un tratamiento térmico superficial de endurecimiento, siendo la estructura del núcleo del eje ferrítico-perlítica, propia de un acero normalizado. El tamaño de grano es más fino que el correspondiente al ASTM número 5. En cuanto a la calidad metalúrgica del acero, el contenido de inclusiones es inferior al número 3 de la escala JK. (Todas estas características químicas y metalográficas se encuentran dentro de las especificaciones). Asimismo, el ataque con reactivo Nital 5 de regiones superficiales previamente pulidas situadas en las inmediaciones de la fractura no revela la existencia de puntos blandos originados por calentamientos locales o enfriamientos no uniformes. En lo referente a las propiedades mecánicas de la pieza, la dureza del núcleo es de 170 HB, equivalente a una

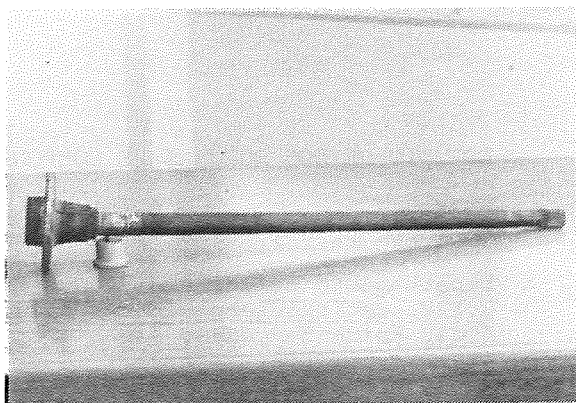


Fig. 1. Vista general de la pieza rota. La fractura ha tenido lugar en el cambio de sección trompeta-barra del palier (x 0,11).



Fig. 2. Aspecto de la superficie de rotura (x 1).

resistencia de 57 Kg/mm<sup>2</sup>. La dureza superficial (figura 3) en las cercanías de la rotura (zona A) es de 43 HRC, mientras que en la zona B (situada a 17 mm de la rotura) es de 50 HRC. La dureza en la zona A, precisamente la inmediata a la fractura, es inferior al mínimo requerido en las especificaciones, que es de 48 HRC.

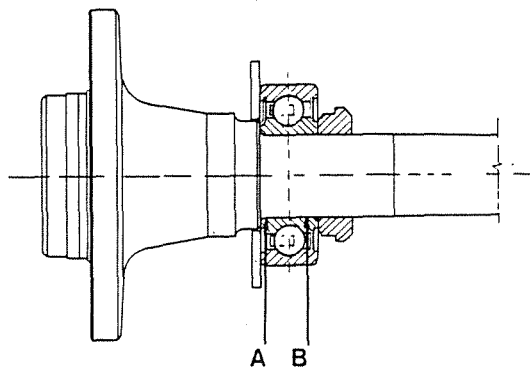


Fig. 3. Esquema del palier con indicación de la zona de fractura (A) y de un punto distante 17 mm (B).

Por otra parte, la profundidad del temple por inducción tampoco es uniforme en la pieza. En relación a la figura 3, se han obtenido los siguientes resultados para espesores de capa templada, según revela el ataque ácido:

Zona A (inmediata a la rotura) = 2,6 mm

Zona B (17 mm a la derecha de A) = 4,7 mm

Zona situada a 2,5 mm a la izquierda de A (trompeta) = 6,5 mm

La profundidad del temple en el lugar de rotura (zona A, figura 3) es de 2,6 mm, la cual es inferior a lo establecido en las especificaciones, que demandan una profundidad mínima de temple eficaz de 3 mm. En la figura 4 puede observarse la distinta profundidad de temple por inducción en las zonas A y B, respectivamente, del palier. En las piezas de sección no uniforme -como es el caso de la considerada- sometidas a calentamiento por inducción es difícil conseguir una profundidad de temple uniforme, a menos que se tomen las debidas precauciones en el juego de las variables operacionales del tratamiento térmico, incluyendo el diseño apropiado del inductor [4].

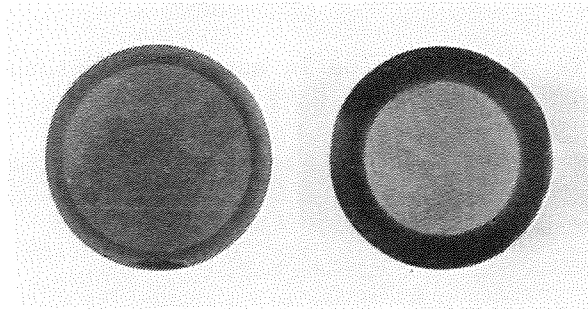


Fig. 4. Diferencia de profundidad del temple superficial en A (izquierda) y B (derecha). Reactivo: Nital 5 (x 1).

La zona afectada por el calor vecina a la rotura fué estudiada metalográficamente. El examen microscópico de una sección transversal del palier en la zona A (figuras 3 y 4) revela que el temple no ha sido perfecto. La figura 5, correspondiente a la región afectada por el calor hasta una profundidad de 1,8 mm pone de manifiesto la presencia de abundante ferrita. Las lagunas ferríticas (constituyente blando) llegan hasta la misma superficie del palier.

## 2.2. Conclusiones

La rotura de la pieza cabe atribuirla a un deficiente tratamiento térmico, el cual ha dado origen a una insuficiente dureza y penetración del temple superficial en el cambio de sección trompeta-barra del palier. La zona blanda, poco resistente, ha coincidido, precisamente,

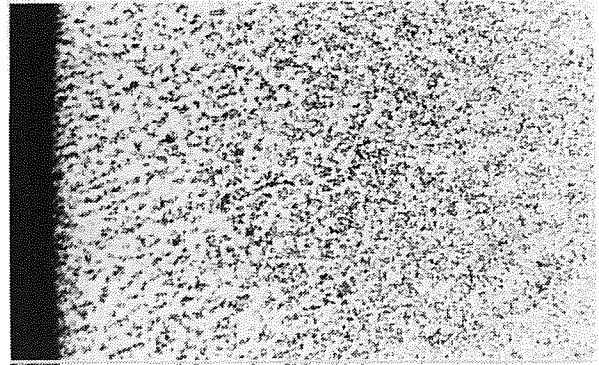


Fig. 5. Microestructura hasta una profundidad de 1,8 mm de la zona templada adyacente a la rotura, donde se aprecian abundantes granos de ferrita, que llegan hasta la superficie externa. Reactivo: Nital 2 (x 40).

con una región de gran responsabilidad de la pieza, ya que en el cambio de sección tiene lugar una intensificación de las tensiones. En dicha región, la pieza no ha podido soportar los esfuerzos de servicio, en un momento dado, y se ha roto.

## 3. ROTURA DE TORNILLOS DE UN CAMION

Se reciben en el Laboratorio para investigar las causas de su fallo dos tornillos rotos, que se denominarán tornillo A (figura 6) y tornillo B (figura 7), respectivamente. Del tornillo A sólo se dispone de una de las partes resultantes de la fractura. Ambos tornillos servían de fijación de la manivela de unión a la rueda delantera derecha de un camión, que había sufrido un accidente. El camión, que tenía una antigüedad de siete meses y había hecho unos 50.000 Km, chocó violentamente contra un puente de piedra, cuando iba totalmente cargado. A continuación del accidente, se encontraron los tornillos rotos mencionados. El dueño del camión atribuía la causa del accidente a un fallo del material de estos tornillos, mientras el fabricante cargaba la culpa al chófer, por conducción imprudente.



Fig. 6. Aspecto del trozo roto disponible del tornillo A (x 1,2).

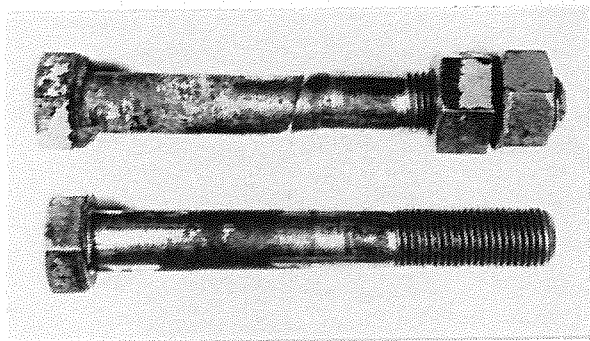


Fig. 7. Aspecto del tornillo roto B. A efectos comparativos se ha incluido en la parte inferior de la figura un tornillo sin rotura (x 0,6).

### 3.1. Resultados experimentales y discusión

En ambos tornillos la rotura ha tenido lugar con una orientación de unos  $45^\circ$  con relación al eje de los mismos (figuras 6, 7, 8 y 9). En el tornillo A (figura 6), la fractura se ha iniciado -como es frecuente en la rotura de estos elementos- en el paso de rosca o acanaladura situada al nivel de la tuerca; en el tornillo B, sin embargo, la fractura se ha producido hacia la mitad del espárrago (figura 7). La orientación de  $45^\circ$  de las superficies fracturadas con respecto al eje indica que, en los dos tornillos, la rotura no ha tenido lugar por la actuación de simples tensiones de tracción, sino que a éstas se han unido tensiones de otra naturaleza. Esto es especialmente evidente en la muestra B (figuras 7 y 8), donde quedan claras huellas de la cooperación de tensiones de cizalladura a la rotura del tornillo, la cual se ha producido con notoria deformación plástica. Asimismo, sobre las superficies facturadas, de aspecto mate, no se observan macroscópicamente señales de la existencia de fenómenos de fatiga.

Por otra parte, los tornillos de acero presentan restos de un recubrimiento protector -sobre el cual no se nos ha suministrado información- que, por su aspecto, parece ser debido a un cincado seguido de cromatado.

El análisis químico (Fe - 0,71%Mn - 0,18%Si - 0,016%P - 0,012%S - 0,97%Cr - 0,19%Ni - 0,17%Mo - 0,19%Cu - 0,025%Al - 0,04%Ti) pone de manifiesto que se trata de un acero F-1250, con contenido algo elevado de carbono. Con el auxilio de la microscopía óptica, se observan pequeñas inclusiones de óxidos, correspondientes a la serie fina, números 1 y 2 del índice JK. La microestructura (figura 10) está constituida de martensita revenida, siendo la dureza del acero de 32,7 HRC, equivalente a 309 HB. Todos estos parámetros del material se encuentran dentro de las especificaciones.



Fig. 8. Visión, a mayores aumentos, de la rotura del tornillo B. Se aprecian huellas de la actuación de tensiones de cizalladura y deformación plástica (x 1'5).

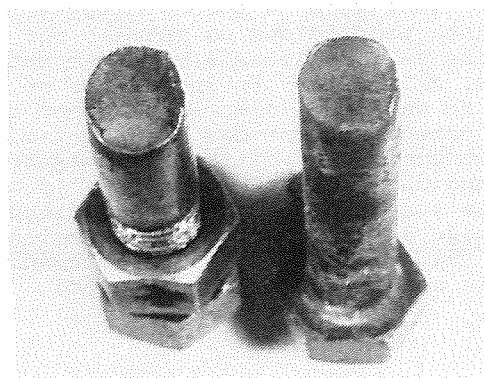


Fig. 9. Aspecto de la superficie fracturada del tornillo B (x 1).

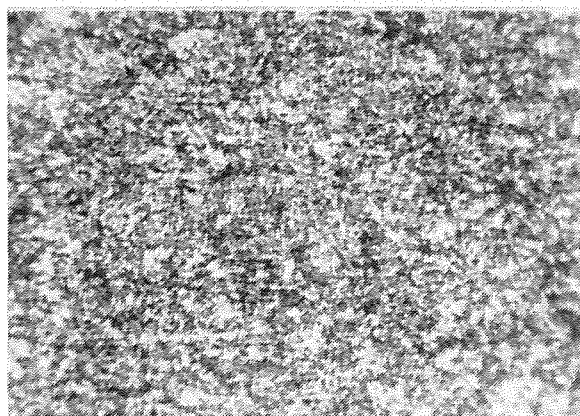


Fig. 10. Micrografía óptica de una sección transversal del tornillo B. Ataque: Nital 2 (x 400).

La microscopía electrónica de barrido es una valiosa técnica para la investigación de las causas más frecuentes de rotura de los tornillos de alta resistencia, a saber, fatiga, fragilidad por revenido y fragilización por el hidrógeno. Al examinar por SEM el tornillo A (figura 6), sobre la casi totalidad de la superficie fracturada se observa una rotura dúctil. En el primer filete de la parte inferior izquierda de la figura se detectan, sin embargo, algunos micropo-



ros, una fractura ocurrida parcialmente por clivaje y una microgrieta, la cual se detiene al entrar en la zona dúctil. Estas características estructurales apuntan a la presencia de hidrógeno, que puede haberse introducido durante el proceso de recubrimiento del tornillo. A la rotura parcialmente frágil de este filete puede haber contribuido la aplicación de una carga brusca, unido a la creación de un sistema triaxial de tensiones en esa zona. No obstante, como se ha indicado, sobre casi toda la superficie la rotura ha sido dúctil; así, en la figura 11 pueden contemplarse los típicos hoyuelos (dimples), propios de la fractura dúctil, correspondientes a una región cercana a la superficie del penúltimo filete de la parte superior derecha de la figura 6. Por ello, la posible introducción de hidrógeno en una zona próxima a la superficie del tornillo, no parece haber jugado un papel capital en la rotura del mismo.

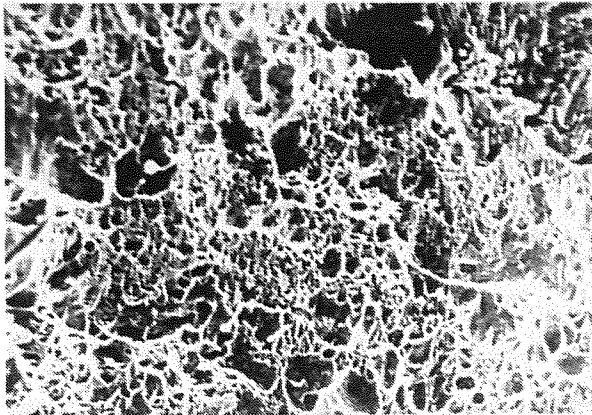


Fig. 11. Micrografía electrónica de barrido del tornillo A. Se observan los típicos hoyuelos (dimples) propios de una fractura dúctil (x 1700).

Respecto al tornillo B, en toda la superficie fracturada (trozo de la parte izquierda de la figura 9) se comprueba que la rotura ha sido dúctil. En la figura 12 pueden verse los hoyuelos orientados en la dirección en que se ha originado la fractura.

En resumen, por microscopía electrónica de barrido no se detectan características de rotura por fatiga, fragilización por revenido, ni fragilización por hidrógeno, salvo en una pequeña zona localizada en la parte inferior izquierda de la superficie fracturada del tornillo A (figura 6), donde aparecen algunos rasgos que podrían atribuirse a este último fenómeno. Sin embargo, esto ocurre en una región muy restringida, por lo que no cabe achacar a esta posible fragilización parcial la causa de la rotura. Puede decirse que, en general, la rotura ha sido dúctil.

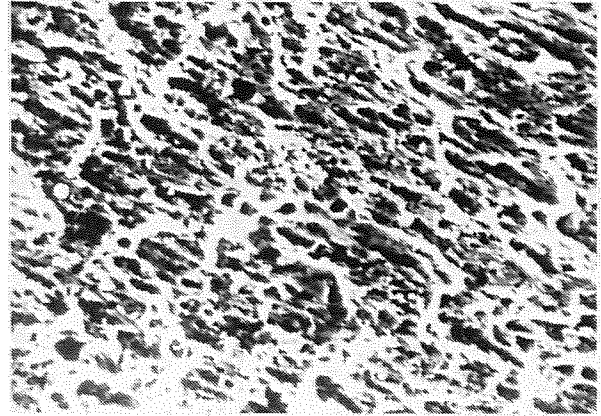


Fig. 12. Micrografía electrónica de barrido del tornillo B, mostrando rotura dúctil. Los hoyuelos están orientados en la dirección de la fractura (x 1700).

### 3.2. Conclusiones

En base a los análisis fractográficos, los ensayos químicos y mecánicos efectuados, y las observaciones microscópicas, tanto óptica como electrónica, realizadas puede concluirse que no se ha encontrado ningún defecto del material que justifique la rotura de los tornillos. La rotura parece haberse producido por la superposición a las tensiones ordinarias de tracción de otras de cizalladura, introducidas por la actuación de una sobrecarga brusca.

### 4. REFERENCIAS

- [1] Lange, G. (1983), "Vorgehensweise bei der Bearbeitung eines Schadensfalles". En Systematische Beurteilung technischer Schadensfälle" (Her. Lange, G.), pp. 7-14, Deutsche Gesellschaft für Metallkunde, Oberursel.
- [2] Gabriel, B. L. (1985), "SEM: A User's Manual for Materials Science", pp. 103-135, A.S.M., Metals Park, Ohio.
- [3] Wulpi, D. J. (1985), "Understanding How Components Fail", pp. 29-38, A.S.M., Metals Park, Ohio.
- [4] Finnern, B y Jönsson, R. (1969), "Wärmebehandlung von Werkzeugen und Bauteilen", pp. 95-100, C. Hanser Verlag, München.

## FRACTURA DE UNA MATRIZ DE ACERO INOXIDABLE PROMOVIDA POR DIVERSOS FACTORES

Herrera, E. J., Soria, L., Gallardo, J. M.

Departamento de Ingeniería Mecánica y de los Materiales  
E.T.S. de Ingenieros Industriales (Universidad de Sevilla)  
Avda. Reina Mercedes, s/n  
41012 - SEVILLA

**Resumen.**- La rotura de componentes industriales en servicio se origina con frecuencia por la cooperación de varios factores. En el presente trabajo se investigan las causas de la rápida rotura de una matriz de acero inoxidable martensítico utilizada en la granulación de piensos. Se concluye que la fractura tuvo su origen en un agrietamiento por tensocorrosión, que fué seguido de fatiga con corrosión, en un componente fragilizado por un revenido inadecuado.

**Abstract.**- Fractures in industrial service occur frequently by combined or mixed mechanisms. In the present work the rapid failure of a martensitic stainless steel die used to granulate mixed feed is investigated. It is concluded that fracture took place by corrosion-fatigue, which was promoted by cracks started by stress corrosion. Cracks could propagate easily through a low-toughness material as result of an unsuitable tempering.

### 1. INTRODUCCION

El agrietamiento de aceros conducente a la rotura promovido por la acción de esfuerzos mecánicos en medios distintos al aire cabe atribuirlo, principalmente, a fenómenos de tensocorrosión, fatiga con corrosión o fragilización por hidrógeno. No siempre es posible hacer una distinción nítida sobre la causa precisa de este tipo de roturas [1]; asimismo, varios fenómenos pueden cooperar a la rotura final [2].

En el presente trabajo se estudian las causas de rotura de matrices de acero inoxidable utilizadas en una granuladora de piensos compuestos. Varias de estas matrices habían roto prematuramente, tras un breve servicio de una semana de duración, aproximadamente. La figura 1 muestra un trozo de una de las matrices rotas, sobre cuya pista de rodaje des-

cansa un rodillo. Este rodillo, por intermediación de los orificios de la pista, fuerza la formación de filamentos o gránulos de pienso. La masa del pienso compuesto está constituida por productos vegetales y animales (harina de cereales salvado, melazas, grasa animal, etc.) y por diversos compuestos químicos (bicarbonato sódico, urea, cloruro sódico y otros).

La investigación de las causas del fallo se va a centrar en las observaciones macroscópicas, las características del material, el medio químico en contacto con el acero, las condiciones de servicio y algunos aspectos del diseño de la matriz.

### 2. OBSERVACIONES MACROSCÓPICAS

El examen macroscópico de la superficie

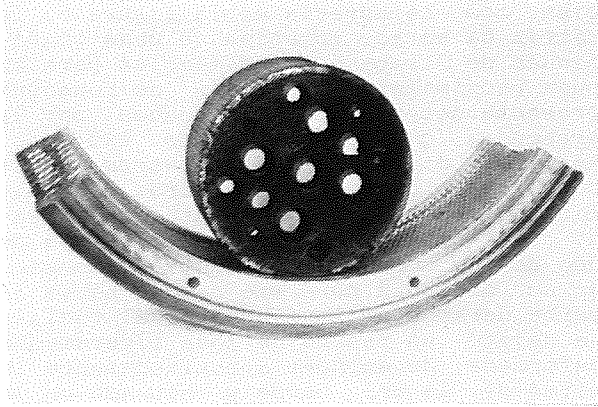


Fig. 1. Vista general de un trozo de la matriz rota sobre el cual descansa el rodillo que impulsa la filamentación del pienso (x 0,1).

fracturada (figura 2) pone de manifiesto que la rotura ha tenido lugar por un proceso de corrimiento progresivo de grieta hasta alcanzar un tamaño crítico, a partir del cual ha tenido lugar súbitamente la rotura al no poder resistir el resto de material las tensiones de trabajo (parte superior derecha de la figura 2). El tamaño final de la grieta, que es relativamente pequeño, parece indicar que el material es de baja tena-

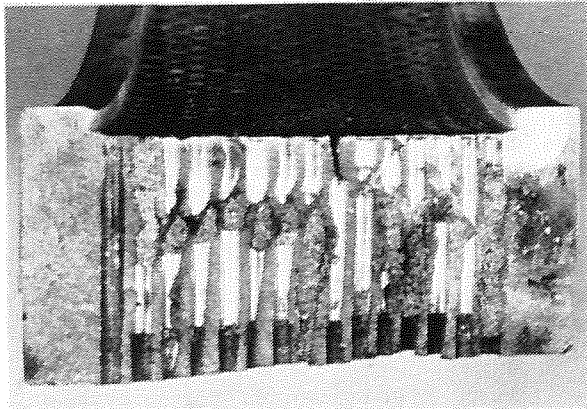


Fig. 2. Aspecto superficial de la fractura de la matriz. En la parte superior derecha pueden apreciarse las señales de la grieta que ha causado la rotura (x 0,5).

idad [3]. Por otra parte, la superficie de las grietas (figura 3) está cubierta de restos del pienso y de productos de corrosión, pudiéndose, no obstante, observar indicios de "huellas de detención de la grieta" (beach marks). Estas observaciones inclinan a pensar que la rotura ha tenido lugar por fatiga con corrosión.

### 3. MATERIAL Y PROPIEDADES

El análisis del acero refleja la siguiente composición química:

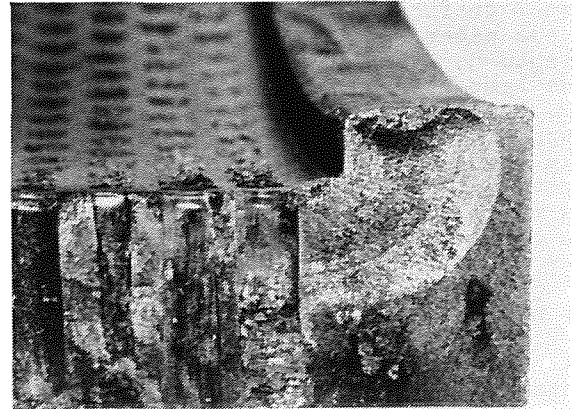


Fig. 3. Aspecto, a mayores aumentos, de la grieta de fatiga con corrosión, donde se aprecian huellas de algunas líneas de detención de la grieta (beach marks), junto a restos del pienso compuesto y productos de corrosión. En la parte superior de la grieta pueden, asimismo, observarse las señales de una grieta secundaria, que ha crecido a partir del borde de la matriz (x 1,5).

Fe - 0,38%C - 13,5%Cr - 0,47%Mn - 0,20%Si  
- 0,010%S - 0,027%P - 0,46%Ni - 0,07%Mo  
- 0,026%Al - 0,017%V - 0,05%Cu.

De acuerdo con este contenido de elementos, se trata de un acero inoxidable martensítico, de designación simbólica X40Cr13 y numérica F-3404, según UNE 36-016-75. La composición química también encuadra dentro del acero de cuchillería F-312 de la antigua designación del Instituto del Hierro y del Acero, que aún se emplea en los talleres.

La dureza superficial media del acero (resultante de seis determinaciones) es de 52,8 HRC.

La inspección metalográfica muestra una matriz de martensita revenida, propia de un acero bonificado (figura 4). Se observan, además, abundantes partículas de carburos, muchas de las cuales aparecen en los límites de grano. Esta estructura

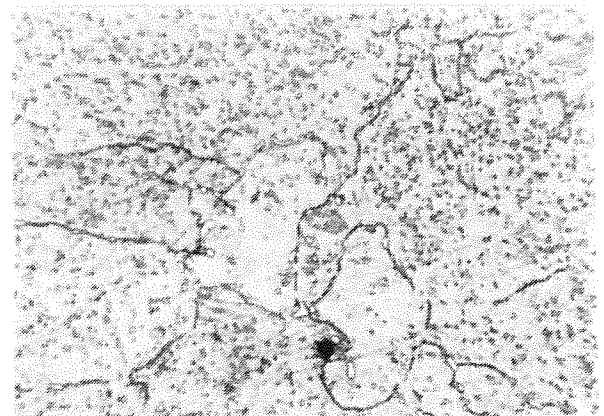


Fig. 4. Micrografía del acero. Reactivo: cloruro férrico ácido (x 600).

metalográfica, y la dureza conseguida, puede haber sido originada por un tratamiento de temple seguido de revenido a una temperatura intermedia de 400 a 500 °C. El revenido de estos aceros en ese margen de temperaturas no es aconsejable, por producir una baja tenacidad y provocar, asimismo, una disminución de la resistencia a la corrosión, incluida la corrosión bajo tensiones [4].

#### 4. MEDIO QUIMICO

El acero inoxidable martensítico, en estado de bonificado, sometido a tensiones estáticas, puede sufrir un proceso de agrietamiento conducente a la rotura al estar en contacto con medios diversos. Estos aceros son susceptibles a la corrosión bajo tensiones y, en mayor grado, a fragilización por el hidrógeno. En realidad, la distinción entre el fallo de estas aleaciones por corrosión bajo tensiones o por fragilización por hidrógeno es poco significativa desde un punto de vista industrial. Se podría hablar de tensocorrosión inducida por el hidrógeno [5-8]. Este fenómeno de tensocorrosión se ve favorecido en medios ácidos y en diversas disoluciones salinas. Se sabe, por ejemplo, que resulta muy dañina la presencia de sulfuro de hidrógeno o de sulfuros, en general. En los aceros de alta resistencia -como el objeto de investigación- casi todos los medios corrosivos capaces de desprender hidrógeno pueden conducir al agrietamiento. Incluso en medios tan suaves como el agua dulce se han dado fallos en aleaciones especialmente susceptibles. La tendencia al fallo aumenta con la disminución de la tenacidad del material.

En el caso aquí estudiado, el acero está en contacto con la masa del pienso a filamento. Dicha masa -como se ha mencionado en el apartado de la Introducción- está formada por productos vegetales y animales a los que se han adicionado varios compuestos químicos. Esta masa contiene aproximadamente un 11% de humedad (La humedad se determinó por secado a 105°C de una muestra de 50 g). Por otra parte, el medio es ligeramente ácido, con un pH = 6,07 (El pH se midió añadiendo a 20 g de muestra 50 cc de agua de grifo, cuyo pH era de 7,18). En pocas palabras, el acero está en contacto con un medio levemente ácido, que contiene, además, compuestos químicos potencialmente perniciosos, en particular el cloruro sódico.

#### 5. CONDICIONES DE SERVICIO

Las tensiones y deformaciones ocasionadas en servicio juegan un papel importante en la vida útil de una pieza de acero inoxidable martensítico. Ahora

bien, como se aprecia en la figura 5, la matriz ha estado sometida a unas condiciones de trabajo no deseables para su buen rendimiento. La pista de rodadura presenta deterioros ocasionados por la presencia de cuerpos duros extraños. Asimismo, como puede observarse en la parte superior de dicha figura, el rodillo, en su salida de la pista, ha causado una notable deformación plástica de uno de los bordes de la matriz. Además, en su andadura por ese borde, hacia la parte derecha de la figura 5, el rodillo ha dejado un rastro de zona ligeramente deformada, de anchura aproximadamente la mitad de la del borde y situado en la parte vecina a la pista. En esa zona ligeramente deformada se han generado un gran número de finas grietas paralelas y radiales, que se han detectado por inspección con partículas magnéticas (figura 6). En su penetración hacia el interior, las grietas siguen pasos transgranulares e intergranulares (figura 7).

Las fisuras superficiales paralelas y radiales pueden tener su origen en las tensiones originadas por el rozamiento del rodillo en su deslizamiento rodado alrededor del borde de la matriz [9]. Estas fisuras superficiales (figura 6) habrían facilitado el agrietamiento por tensocorrosión (figura 7), inducido probablemente por el hidrógeno. Es curioso anotar que el agrietamiento no se observa en las zonas que han sufrido una fuerte deformación plástica (parte superior centro/izquierda de la figura 5), sino solamente en las sometidas a una leve deformación superficial (figura 6). Estas observaciones son coincidentes con lo recogido en la literatura, para diversos materiales metálicos, en el sentido de que un alto grado de deformación en frío (>15%) puede ser beneficioso para resistir la corrosión bajo tensiones, mientras que una ligera deformación puede ser deletérea [10].

Ha sido, precisamente, por corrimiento de una de esas grietas de referencia que ha tenido lugar la fractura de la matriz, al alcanzar la grieta un tamaño crítico (figura 2) y no ser capaz el resto de la pieza de soportar los esfuerzos de servicio. Puede vislumbrarse que en una primera fase el crecimiento de la grieta ha tenido lugar por tensocorrosión (figura 7) bajo la acción de tensiones estáticas de deformación del borde de la matriz, posteriormente, hacia la altura de la pista de rodadura, el crecimiento ha continuado por un mecanismo de fatiga con corrosión (figura 3), impulsado por los esfuerzos alternativos de servicio.

La propagación de grietas por fatiga con corrosión tiene lugar a veces a partir de grietas o picaduras, que se iniciaron por otro mecanismo. En el caso presente, la grieta original se ha podido formar

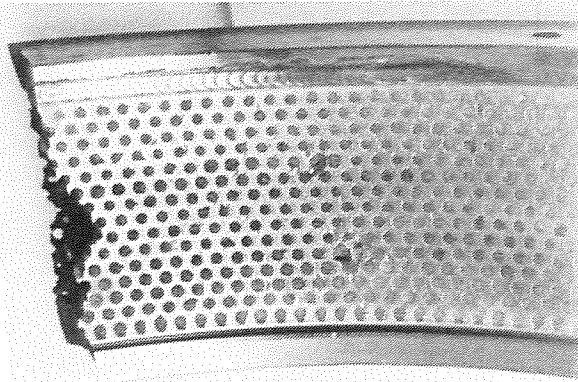


Fig. 5. Aspecto de la pista de rodadura, donde se aprecian daños mecánicos. Asimismo, la zona centro-izquierda del borde superior de la matriz ha sufrido una notable deformación plástica (x 0,3).

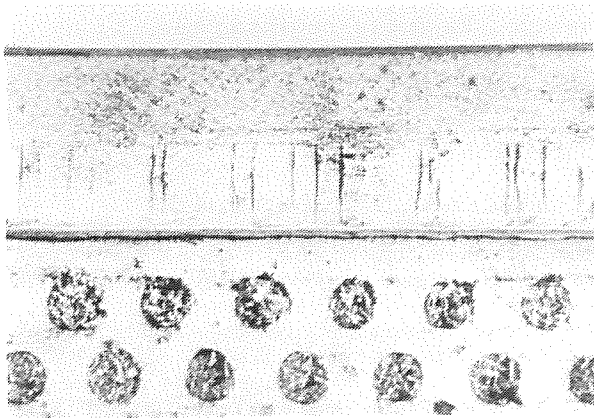


Fig. 6. Grietas paralelas originadas en el borde de la matriz en la zona levemente deformada por el salto del rodillo. Detección por partículas magnéticas (x 1,5).

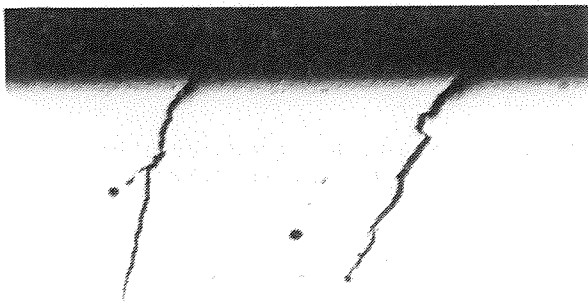


Fig. 7. Las grietas de la figura 6, en su penetración hacia el interior, siguen pasos transgranulares e intergranulares (x 160).

por tensocorrosión y la mayoría de la propagación ha sido por fatiga con corrosión. Cuando la corrosión bajo ten-

siones y la fatiga con corrosión son mecanismos competitivos -como puede esperarse de un componente expuesto simultáneamente a cargas cíclicas y a tensiones de tracción estáticas en un ambiente corrosivo- el mecanismo de propagación se determina por el factor de intensidad de tensiones y el tiempo de exposición. Si el factor de intensidad de tensiones máxima excede  $K_{ISCC}$  (intensidad de tensiones umbral para el agrietamiento por tensocorrosión cuando las condiciones de carga cumplen los requisitos de deformación plana) tiene lugar tanto tensocorrosión como fatiga con corrosión. Pero si la intensidad de tensiones máxima es menor que  $K_{ISCC}$  sólo puede ocurrir fatiga con corrosión [11].

## 6. DISEÑO DE LA MATRIZ

En las fractografías de las figuras 2 y 3 puede observarse que la tensión promotora del corrimiento de la grieta ha tenido su epicentro en el ángulo formado por la pista de rodadura con el borde lateral de la matriz. Ese ángulo vivo, casi recto, es un lugar de concentración de tensiones.

Las tensiones de funcionamiento de una pieza se pueden disminuir con un diseño conveniente. Un pequeño cambio, tal como el aumento del radio de un filete, puede bastar para disminuir el nivel de concentración de tensiones en un sitio crítico. Así, como se indica gráficamente en la figura 8 (parte izquierda), el radio real de la unión pista-borde, en la matriz fracturada, es menor de 0,5 mm; sin embargo, para disminuir el efecto de intensificación de tensiones sería deseable que dicho radio fuese lo mayor posible, en cualquier caso, con un valor mínimo de 3 mm. A su vez, las esquinas del rodillo, que han de trabajar en la vecindad de dicho radio de unión, deben poseer un radio mayor aún que el radio de referencia de la matriz (figura 8 parte derecha).

Otro aspecto interesante del diseño que puede ayudar a la vida de la matriz es un buen acabado superficial, sin restos de rayas o huellas de mecanizado, en particular, en la zona de unión pista-borde y en el interior de los agujeros.

## 7. CONCLUSIONES

La rotura prematura de la matriz se ha debido a la influencia combinada de factores metalúrgicos, operacionales, químicos y de diseño. El mecanismo principal de rotura ha sido la fatiga con corrosión, habiendo estado la fractura estimulada por la existencia de zonas de concentración de tensiones en un medio material de tenacidad reducida, debido a un mal tratamiento térmico. A su vez, la

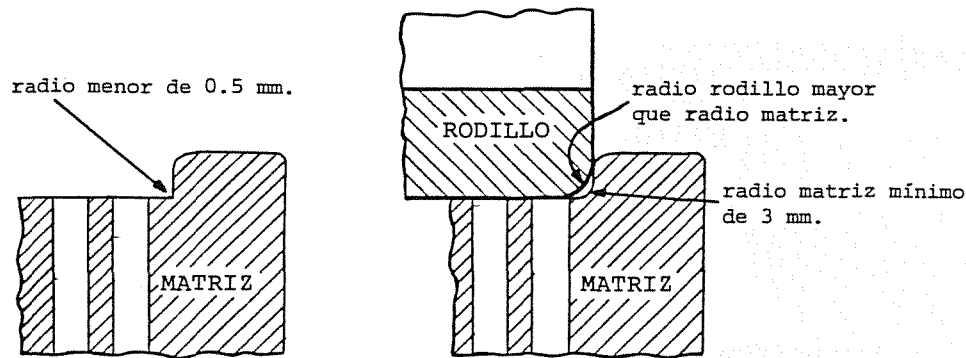


Fig. 8. El radio de acuerdo de la pista con el borde de la matriz fracturada, que es menor de 0,5 mm (parte izquierda), es causa de intensificación de tensiones. Debería ser modificado como se indica en la parte derecha de la figura.

fatiga con corrosión fué facilitada por la presencia previa de grietas originadas por tensocorrosión. Este último fenómeno fué promovido por un medio químico favorable y por la presencia de fisuras provocadas por un funcionamiento anómalo del sistema matriz-rodillo.

## 8. RECOMENDACIONES FINALES

### 8.1. Tratamiento térmico.

Habida cuenta de los valores de dureza y de la estructura metalográfica del material, el revenido parece haber sido dado a una temperatura de alrededor de 450°C, que es una zona de temperatura de resiliencias bajas. La temperatura de revenido que se ha especificado para este acero (400°C) está dentro de la zona no recomendable de revenido, por lo que se sugieren cambios en los tratamientos térmicos futuros.

Según se nos ha informado, el tratamiento térmico de las matrices, una vez desengrasadas y limpias, es el siguiente:

- Temple desde 970°C, con calentamiento lento y subidas escalonadas de la temperatura. Enfriado en baño de aceite hasta los 80°C.
- Revenido entre 380 y 400°C, seguido de enfriamiento al aire.

Las variaciones en el tratamiento térmico que se proponen van en el sentido de elevar la temperatura de temple y bajar la temperatura de revenido, en la forma que sigue:

- Temple desde  $1.010 \pm 10^\circ\text{C}$ , efectuándose el calentamiento lentamente, con subidas escalonadas de la temperatura. Enfriamiento en aceite hasta 80°C. El revenido debe efectuarse inmediatamente tras el temple, estando las matrices aún calientes al tacto.
- Revenido a  $320 \pm 10^\circ\text{C}$ , seguido de en-

friamiento al aire. Mejor todavía sería el uso de un doble revenido, con enfriamiento de las matrices hasta la temperatura ambiente tras el primer revenido. El doble revenido es aconsejable no sólo desde el punto de vista de la transformación de la austenita retenida, sino porque es beneficioso para mejorar la resistencia a la tensocorrosión [4].

### 8.2. Condiciones de funcionamiento

Las condiciones de trabajo de la matriz no han sido las más recomendables para su buen rendimiento, ya que han entrado en la pista de rodaje objetos duros extraños y, en particular, el rodillo ha saltado por encima del borde de la matriz, dejando una estela de material deformado, donde se han generado numerosas fisuras paralelas, que han sido el punto de fractura de la matriz.

Se encarece, pues, la vigilancia e inspección de las condiciones de servicio para evitar abusos mecánicos que den origen a tensiones y deformaciones indeseables.

### 8.3. Medio químico

El material ha estado trabajando en un medio ligeramente ácido, en presencia de diversas sales y compuestos. La acción conjunta de tensiones de tracción y un tal medio químico hace al acero inoxidable martensítico bonificado susceptible al agrietamiento.

A este respecto, se recomienda el uso de un medio ligeramente alcalino. En la formulación de ingredientes que nos ha sido suministrada por la fábrica, ello puede conseguirse aumentando el porcentaje de bicarbonato sódico hasta un 2% o, bien, añadiendo un 0,5% de carbonato sódico. Por su parte, el contenido de cloruro sódico debe reducirse al mínimo posible o, aún mejor eliminarlo. También debe eliminarse la presencia de cualquier sulfuro.

#### 8.4. Diseño de la matriz

Con el fin de reducir los lugares de intensificación de tensiones, debe procurarse un buen acabado superficial interno de la matriz, incluidos los agujeros, de manera que no queden huellas o marcas de mecanizado. Asimismo, el radio de acuerdo entre la pista y el borde lateral interno de la matriz debe ser lo más generoso posible, como se ha indicado en el apartado 6 y la figura 8.

#### 9. REFERENCIAS

- [1] Hickling, J. (1982), Dehnungsinduzierte Risskorrosion: Spannungsrisskorrosion oder Schwingungsrisskorrosion?", Der Maschinenschaden 55, Heft 2, 95--105.
- [2] Williams, III, D. P., Pao, P. S. y Wei, R. P. (1978), "The combined Influence of Chemical, Metallurgical and Mechanical Factors on Environment Assisted Cracking" En Environment-sensitive Fracture of Engineering Materials (Ed. Foroulis, Z. A.), pp. 3-15, The Met. Soc. of AIME, Warrendale, Pa.
- [3] Vander Voort, G.F. (1978), "Macroscopic Examination Procedures for Failure Analysis" En Metallography in Failure Analysis (Ed. McCall, J. L. y French, P. M.), pp. 33-63, Plenum Press, New York.
- [4] ASM (1981), "Heat Treating", Metals Handbook, 9th Edition, Vol. 4, pp. 630-635, Am. Soc. for Metals, Metals Park, Ohio.
- [5] Hickling, J. (1983), "Korrosionsschäden bei zusätzlicher mechanischer Beanspruchung" En Systematische Beurteilung Technischer Schadensfälle (Her. Lange, G.), pp. 231-268, Deutsche Ges. Für Metallkunde, Oberursel.
- [6] ASM (1986), "Failure Analysis and Prevention", Metals Handbook, 9th Edition, Vol. 11, pp. 213, 217 y 245, Am. Soc. for Metals, Metals Park, Ohio.
- [7] Truman, J. E., Perry, R. y Chapman, G. N. (1964), "Stress-corrosion Cracking of Martensitic Stainless Steels", J.I.S.I. 202, 745-756.
- [8] Truman, J. E., Perry, R. y Peaker, G. D. (1966), "The Nature of SCC Initiation with Martensitic Stainless Steels", Brit. Corr. J. 1, 360-368.
- [9] Pohl, E. (1960), "Das Gesicht des Bruches Metallischer Werkstoffe", Band III, p. 79, Allianz Versicherungs, München.
- [10] Parkins, R.N. (1985), "An Overview: Prevention and Control of Stress Corrosion Cracking", Materials Performance 24 (8), 9-20.
- [11] ASM (1986), "Failure Analysis and Prevention", Metals Handbook, 9th Edition, Vol. 11, p. 257, Am. Soc. for Metals, Metals Park, Ohio.

EVALUACION DE AREAS DE ABERTURA DE FISURAS EN TUBOS DE GENERADORES DE VAPOR POR EL METODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS

Bros, J., Cueto-Felgueroso, C., García, J.M.

Grupo de Integridad de Componentes  
TECNATOM, S.A.  
C.N.I. Madrid-Irún, Km. 19  
28709 SAN SEBASTIAN DE LOS REYES (MADRID)

**Resumen.**— El método de Elementos Finitos permite calcular áreas de fisuras longitudinales en tubos de Generador de Vapor de Inconel 600 con diversas cargas de presión y temperatura y condiciones de contorno que no nos permite las fórmulas analíticas existentes. El cálculo del área de una fisura longitudinal pasante es necesario en un análisis de Leak Before Break para calcular la tasa de fuga a través de la fisura. Se comparan dos análisis: por un lado un método de resolución analítica y, por otro, un método de resolución numérica por Elementos Finitos. El análisis comparativo de los resultados entre sí, y con los resultados experimentales, permite precisar la validez y los límites de aplicación de estos modelos.

**Abstract.**— The Finite Element Method allows the evaluation of crack opening area of longitudinal cracks in Inconel 600 Steam Generator tubes under different pressure and temperature loadings and boundary conditions, which existing analytical formulas can not account for. The calculation of the crack opening area of a longitudinal crack is necessary in analysis of Leak Before Break, in order to evaluate the leak rate through a crack. Two approaches are compared. On the one hand, the analytical solution method, and on the other hand, a numeric solution method in basis to Finite Elements results. The comparative analysis between results obtained by the two approaches, and with experimental results, permits to precise the validity and the application limits of both models.

## 1. INTRODUCCION

Los tubos de los Generadores de Vapor de Centrales Nucleares se encuentran sometidos a cargas mecánicas, a tensiones residuales y a la acción corrosiva del medio fluido que causan su degradación por corrosión intergranular bajo tensión (IGSCC). Esta degradación se traduce en la aparición de fisuras en las paredes de los tubos que, eventualmente, llegan a hacerse pasantes.

La aplicación del concepto de Leak Before Break en tubos de GV's consiste en controlar la integridad del tubo mediante el seguimiento de la fuga a través de la fisura.

Para ello debe verificarse que:

- El tamaño de la fisura es inferior al tamaño crítico  $L_c$
- La fuga a través de la fisura es inferior a la máxima admisible

- La fuga a través de una fisura de tamaño crítico es superior a la máxima admisible

Para demostrar la aplicabilidad de Leak Before Break es necesario seguir las siguientes etapas:

- Determinar el tamaño crítico de la fisura bajo la acción de las cargas mecánicas, térmicas y por desplazamientos impuestos correspondientes a las condiciones más severas.
- Determinar el caudal de fuga en función del tamaño de la fisura.

Para la evaluación del caudal de fuga resulta imprescindible el cálculo del área de la fisura.

Cuando el tubo se encuentra sometido únicamente a presión interna, el área puede ser evaluada mediante expresiones analíticas. Sin



embargo, existen diversos factores que afectan sustancialmente al campo de tensiones alrededor de una fisura y al área de abertura como:

- La proximidad de la placa tubular y de las placas soporte.
- La presión actuante sobre los bordes de la fisura.

En estos casos, la evaluación del área debe hacerse mediante el empleo del método de los Elementos Finitos.

2. DETERMINACION DEL AREA DE ABERTURA DE UNA FISURA EN REGIMEN ELASTICO

A partir de los resultados de ensayos a temperatura ambiente, se observa que la evolución de la abertura de un defecto de longitud dada es casi lineal con la presión cuando ésta no es muy elevada. Este comportamiento lineal corresponde a una deformación elástica de la porción de tubo fisurado.

Existen numerosas expresiones que calculan el área de una fisura longitudinal suponiendo un comportamiento elástico del tubo cuando es sometido a la acción de una presión interna.

La relación entre el área de abertura de la fisura de semilongitud  $a$  y el factor de intensidad de tensiones  $K_I$ , cuando la tensión de membrana  $\sigma$  permanece constante, es:

$$K_I^2 = \frac{\sigma E'}{4} \left( \frac{\partial A}{\partial a} \right)$$

siendo:  $E' = E$  en tensión plana

$$E' = \frac{E}{1 - \nu^2} \text{ en deformación plana}$$

$E$  = módulo de Young  
 $\nu$  = coeficiente de Poisson

o también:

$$A = \frac{4}{\sigma E'} \int_0^a K_I^2(x) dx$$

Para el caso de un tubo, el factor de intensidad de tensiones tiene la siguiente expresión:

$$K_I = M(\lambda) \sigma \sqrt{\pi a}$$

siendo  $M(\lambda)$  el factor de amplificación de tensiones.

Kastner [1] considera un campo de desplazamientos  $u(x)$  en forma asintótica:

$$u(x) = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi}} \cdot \pi \sqrt{a-x}$$

y de aquí:

$$A = \frac{32}{3\sqrt{2}} \left( \frac{\sigma a^2}{E} \right) \frac{2}{\lambda^2} \int_0^\lambda \lambda M^2(\lambda) d\lambda$$

siendo  $\lambda = [12(1 - \nu^2)]^{1/4} \frac{a}{\sqrt{rt}}$

y  $M(\lambda)$  el propuesto por Erdogan y Ratwani.

Krenk [2] propone la siguiente expresión para el factor de amplificación de tensiones:

$$M(\lambda) = 0.614 + 0.481 \lambda + 0.386 e^{-1.25\lambda}$$

El área viene dada por:

$$A = \frac{\sigma \theta}{E} [4 \pi r t] \int_0^{\lambda^*} \lambda^* M^2(\lambda) d\lambda^* \quad (1)$$

siendo  $\lambda^* = a/\sqrt{rt}$ . La integral se determina numéricamente.

Paris-Tada [3] utiliza la expresión de  $M(\lambda)$  propuesta por Paris-Johnson

$$M = [1 + 1.25 \lambda^{*2}]^{1/2} \quad 0 \leq \lambda^* \leq 1$$

$$M = 0.6 + 0.9 \lambda^* \quad 1 \leq \lambda^* \leq 5$$

Esta expresión conduce a resultados muy similares a los de  $M(\lambda)$  de Krenk (desviación inferior al 1%), siendo mucho más fácil de integrar (Figura 1).

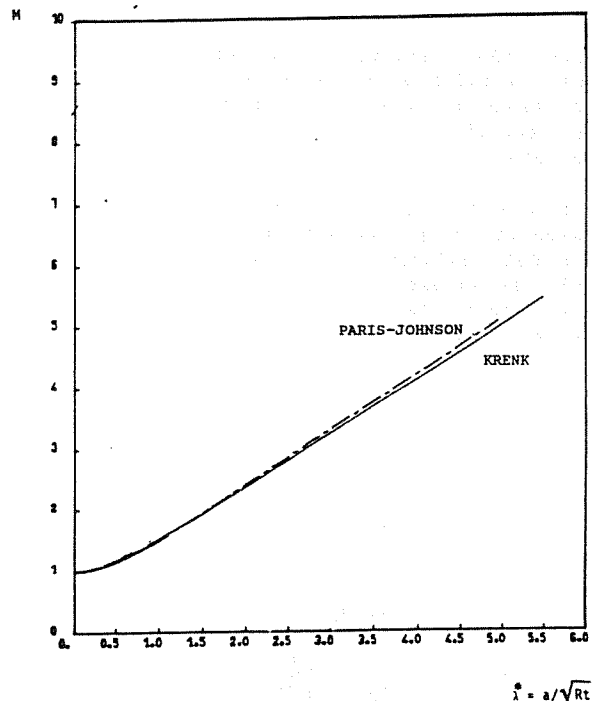


Fig. 1. Coeficiente de amplificación de tensiones (defecto longitudinal).

El área de la fisura también se puede hallar a partir de una modelización tridimensional por Elementos Finitos mediante la integración de los desplazamientos de los nodos que componen la fisura.

3. DETERMINACION DEL AREA DE ABERTURA DE UNA FISURA POR ELEMENTOS FINITOS

El área de una fisura en un tubo se puede calcular aplicando el método de Elementos Finitos.

Si la fisura se considera en zona libre alejada de discontinuidades, es suficiente con modelizar un cuarto de cilindro e imponer las condiciones de contorno adecuadas para simular el comportamiento del cilindro completo. Para una longitud de defecto dada,  $2a$ , se prolonga el cilindro una longitud superior a  $2.5 \sqrt{Rt}$  a partir del extremo de la fisura con el fin de amortiguar las tensiones y aplicar correctamente las cargas sobre la parte superior del tubo, de forma que no afecten a la zona de la fisura.

En la zona próxima a la placa tubular (transición del expansionado) se modeliza solamente media estructura por razones de simetría. La placa tubular se modeliza como un cilindro de 50 mm. de altura y radio igual a la semilongitud existente entre los centros de dos tubos contiguos.

Las condiciones de contorno impuestas en zona libre son (Figura 2):

- [a] El conjunto de nodos verticales se fija en dirección UY, simulando así la continuidad del cilindro cerrado en toda su circunferencia.
- [b] Los nodos situados en la parte inferior del cilindro se fijan en dirección UX para asegurar la continuidad del cilindro y el equilibrio de la estructura sometida al efecto de fondo.
- [c] Un nodo fijado en dirección UZ impide un eventual desplazamiento como sólido rígido del conjunto de la estructura. Con el fin de situarlo lo mas lejos posible de la fisura, la estructura está fijada en su base superior.

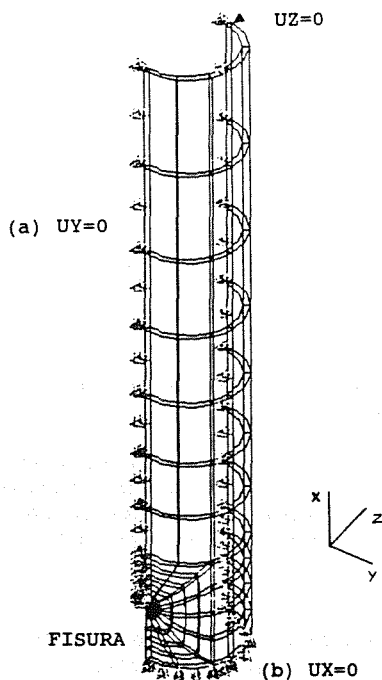


Fig. 2. Mallado tridimensional en zona libre.

Las condiciones de contorno impuestas en zona de transición del expansionado son (Figura 3):

- [a] El conjunto de nodos verticales se fija en dirección UY para dar la continuidad de un tubo cerrado en toda su circunferencia.
- [b] El conjunto de nodos exteriores de la placa tubular se fija en direcciones UX, UY, UZ, RX, RY, RZ, dando así las condiciones de empotramiento.

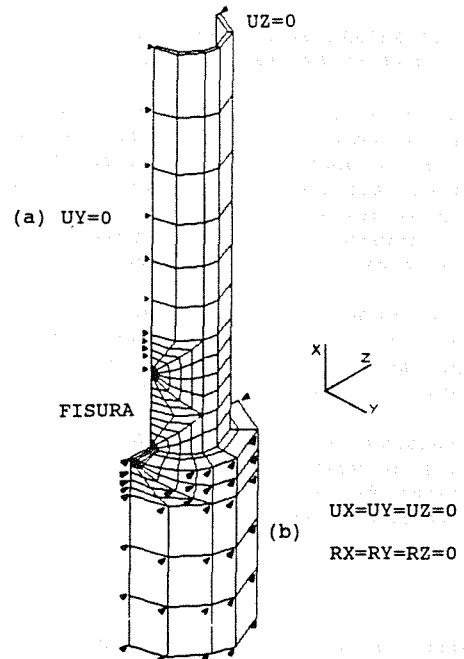


Fig. 3. Mallado tridimensional en zona de transición.

Las cargas aplicadas son las siguientes:

- Presión interna
- Presión externa
- Efecto de fondo o tensión axial
- Presión aplicada sobre los bordes de la fisura

Tanto el tubo como la placa tubular se han modelizado con elementos isoparamétricos tridimensionales de 20 nodos. Los extremos de la fisura se modelizaron con elementos tipo crack-tip de 6 nodos diseñados para aplicaciones de mecánica de la fractura.

La integración numérica de los desplazamientos de los nodos de la fisura nos proporciona tres áreas de abertura: pared interior, sección media del espesor del tubo y pared exterior.

Las variables de las que depende el área son las siguientes:

$$A = A [M(\lambda), R_i/t, P/E, a^2]$$

Se puede obtener una representación gráfica normalizada eligiendo como cantidades adimensionales las siguientes:

- Factor geométrico  $M(\lambda) Ri/t$
- Factor de carga  $s/a^2 \cdot E/P$

Basándose en los resultados de los cálculos por Elementos Finitos se obtiene una formulación del área de abertura de la fisura para cualquier longitud de fisura. Esta metodología permite incorporar el efecto de:

- La flexión de los bordes de la fisura
- La aplicación o no de presión sobre los bordes de la fisura
- Localización de la fisura: zona libre alejada de discontinuidades o en las proximidades de la placa tubular

Sin embargo, esta formulación no permite incorporar los efectos de variaciones dimensionales en el tubo. Mediante una regresión polinómica de segundo grado se obtiene una expresión del área de abertura de la fisura de la forma:

$$A_{EF} = \frac{a^2 P}{E} [A_0 + A_1 X + A_2 X^2] \quad (2)$$

siendo  $X = M(\lambda) Ri/t$

y  $M(\lambda)$  en la forma propuesta por Krenk:

$$M(\lambda) = 0.614 + 0.481\lambda + 0.386 e^{-1.25\lambda}$$

$A_0$ ,  $A_1$  y  $A_2$  son los coeficientes de los polinomios de regresión. Existen tres familias de dichos coeficientes, cada una de ellas correspondiente a la pared interior, sección media y pared exterior del tubo.

Otra ventaja adicional es que permite incorporar con facilidad la corrección por zona plástica.

El margen de error entre las expresiones analíticas del apartado anterior y el área obtenida mediante el cálculo por Elementos Finitos para fisuras comprendidas entre 7 y 22 mm. de longitud en zona alejada de discontinuidades es:

- en la pared interna: < 0.1%
- en la sección media: < 0.5%
- en la pared externa: < 1%

El modelo analítico propuesto por Krenk (1) y el modelo numérico (2) utilizado con el factor de amplificación de tensiones de Krenk dan resultados sensiblemente equivalentes:

- Cuando la presión no se aplica en los bordes de la fisura, los resultados son equivalentes si se considera el área de la fisura en la pared externa (Figura 4).

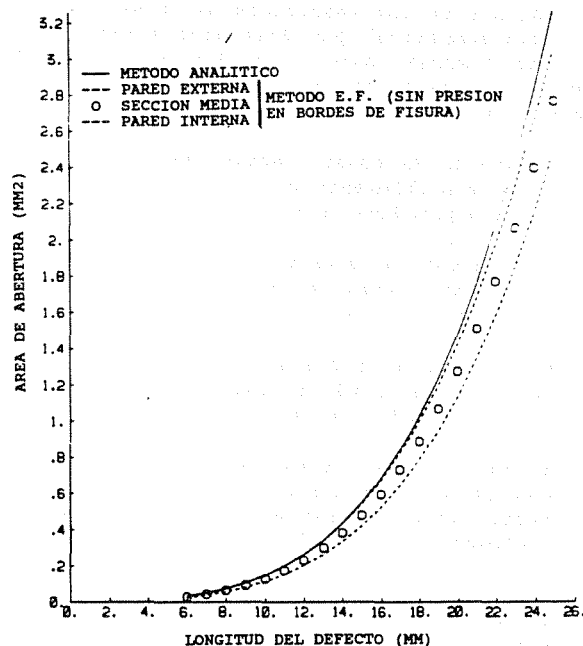


Fig. 4. Comparación de áreas de abertura analíticas y numéricas. Análisis elástico. Inconel 600 - Ø 19.05 mm. - t = 1.09 mm. - P = 100 bar.

- Cuando la presión se aplica a los bordes de la fisura, los resultados son equivalentes si se considera el área de la fisura en la sección media del espesor (Fig. 5).

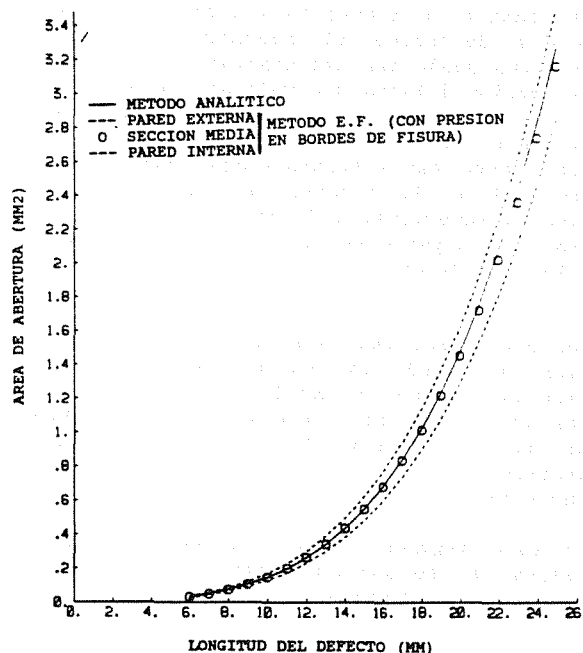


Fig. 5. Comparación de áreas de abertura analíticas y numéricas. Análisis elástico. Inconel 600 - Ø 19.05 mm. - t = 1.09 mm. - P = 100 bar

El análisis de los resultados de la modelización tridimensional por Elementos Finitos de un tubo fisurado bajo la acción de diversas cargas de presión en régimen elástico permite deducir las siguientes conclusiones:

- El efecto de fondo (tensión axial) no influye sensiblemente en el área de una fisura longitudinal pasante.
- Las cargas de presión interna y externa se pueden reemplazar por una presión diferencial.
- El área es proporcional a la presión diferencial aplicada e inversamente proporcional al módulo de elasticidad.
- El área de la fisura aumenta linealmente con la presión sobre los bordes del defecto. Esta presión actúa como una carga suplementaria que tiende a abrir la fisura.
- El modelo tridimensional permite tener en cuenta el efecto de la flexión en los bordes de la fisura.
- Las características geométricas del tubo influyen en el área de la fisura. Para un material dado, el área depende de la longitud del defecto y de su localización, además del diámetro y espesor del tubo.

4. DETERMINACION DEL AREA DE ABERTURA DE UNA FISURA EN REGIMEN ELASTOPLASTICO

Las medidas del área de una fisura longitudinal pasante a temperatura ambiente en tubos de G.V. de Inconel 600 muestran que un modelo elástico puede ser satisfactorio mientras que la presión interna sea moderada. A medida que la presión aumenta, el modelo subestima excesivamente el área, y ello ocurre a una presión tanto mas moderada cuanto mayor sea la longitud de la fisura. En particular, para fisuras superiores a 10 mm. y presiones próximas o superiores a 100 bar los modelos elásticos dejan de ser satisfactorios (Figura 6).

Una evaluación mas realista se puede hacer, o bien utilizando un modelo elastoplástico, o bien utilizando un modelo elástico aplicando una corrección por zona plástica para tener en cuenta el efecto de la plasticidad en el sentido en que se utiliza en el método de Paris-Tada.

En este segundo método, la semilongitud de fisura,  $a$ , se sustituye por una semilongitud  $a_1$ , que según Irwin es [4, 5]:

$$a_1 = a + r_y = a + \frac{K_I^2}{2 \pi \sigma_y^2}$$

siendo  $K_I$  el factor de intensidad de tensiones y  $\sigma_y$  el límite elástico con deformación permanente del 0.2%.

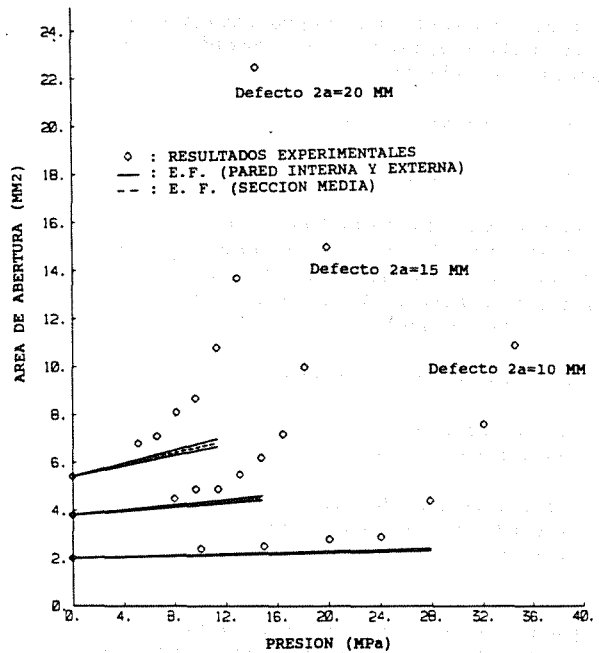


Fig. 6. Comparación de áreas experimentales y teóricas (método de E.F. análisis elástico). Inconel 600 - Ø 19.05 mm. - t = 1.09 mm.

Por tanto, el cálculo de la longitud efectiva  $a_1$  requiere un proceso iterativo en  $K_I$ .

Otra expresión del radio plástico  $r_y$  existente en la literatura es la de Dugdale:

$$a_1 = a + r_y = \frac{a}{\cos \frac{\pi M(\lambda) \sigma_\theta}{2 \sigma_0}}$$

siendo  $\sigma_0$  la tensión de fluencia plástica del material. Esta tensión de fluencia plástica responde a una expresión del tipo:

$$\sigma_0 = K (\sigma_y + \sigma_u)$$

siendo  $\sigma_y$  y  $\sigma_u$  el límite elástico y la carga de rotura respectivamente.

Mediante el ajuste de los resultados de ensayos de reventado de tubos fisurados se obtiene el siguiente valor de K

$$K = 0.59 \pm 0.01$$

para tubos de 19.05 mm. de diámetro.

De esta manera, el modelo de Dugdale permite incorporar la misma tensión de fluencia plástica  $\sigma_0$  que se emplea en la determinación de los tamaños críticos de fisuras.

En definitiva, el área de abertura con corrección por zona plástica, de Krenk, quedaría:

$$A = \frac{\sigma_\theta}{E} 4 \pi r t \int_0^{\lambda_1^*} \lambda_1^* M^2(\lambda) d \lambda_1 \quad (3)$$

$$\text{siendo } \lambda_1^* = \frac{a_1}{\sqrt{r t}}$$

El modelo numérico queda definido de la siguiente manera:

$$A_{E.F.} = \frac{p a_1^2}{E} [A_0 + A_1 X + A_2 X^2] \quad (4)$$

siendo  $A_i$  coeficientes determinados a partir de los resultados obtenidos con el análisis elástico.

La concordancia entre el modelo analítico y el de Elementos Finitos queda reflejada en las Figuras 7 y 8.

Las Figuras 9 y 10 comparan las medidas de áreas experimentales y el modelo analítico y numérico con corrección por zona plástica según el modelo de Dugdale de fisuras de 15 y 20 mm. respectivamente.

Para un defecto de 15 mm. de longitud (Figura 9), el modelo concuerda muy bien con los resultados experimentales. En el rango de 0 a 200 bar, la diferencia entre las previsiones teóricas y la experiencia es inferior al 20%. Cuanto menor es la longitud de la fisura, el área se sobreestima a presiones mas bajas, mientras que cuanto mayor es la longitud del defecto, el área se subestima en un rango mayor de presión.

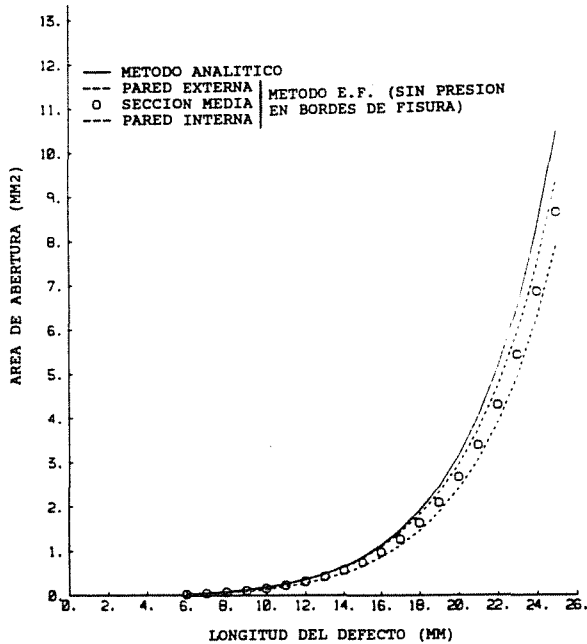


Fig. 7. Comparación entre áreas analíticas y numéricas. Análisis elástico con corrección por zona plástica según el modelo de Dugdale. Inconel 600 -  $\emptyset$  19.05 mm. -  $t = 1.09$  mm. -  $P = 100$  bar

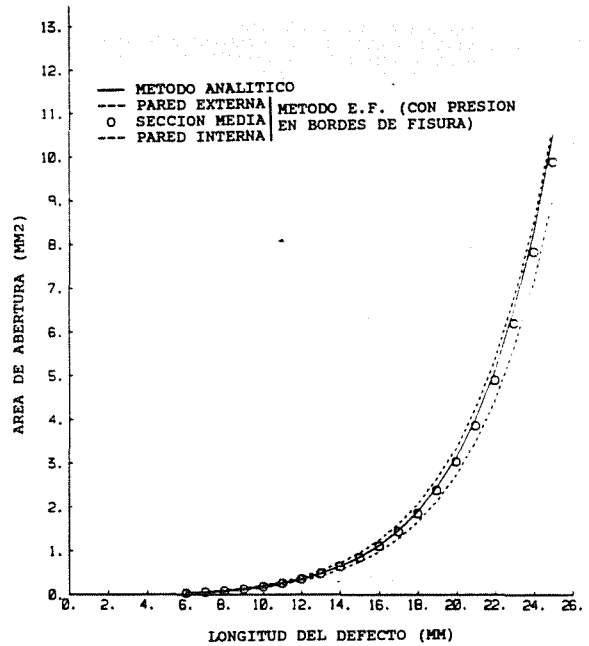


Fig. 8. Comparación entre áreas analíticas y numéricas. Análisis elástico con corrección por zona plástica según el modelo de Dugdale. Inconel 600 -  $\emptyset$  19.05 mm. -  $t = 1.09$  mm. -  $P = 100$  bar

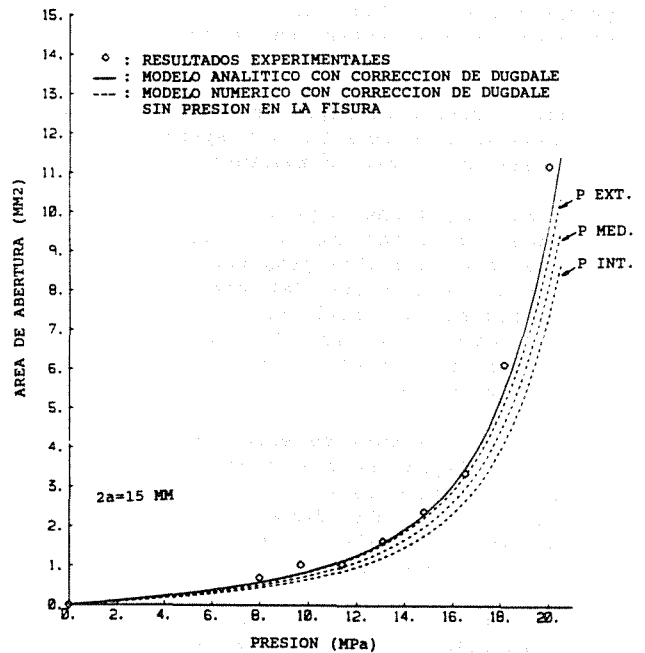


Fig. 9. Comparación entre áreas experimentales y teóricas (modelos analítico y numérico en régimen elástico corregidos según el modelo de Dugdale). Inconel 600 -  $\emptyset$  19.05 mm. -  $t = 1.09$  mm.

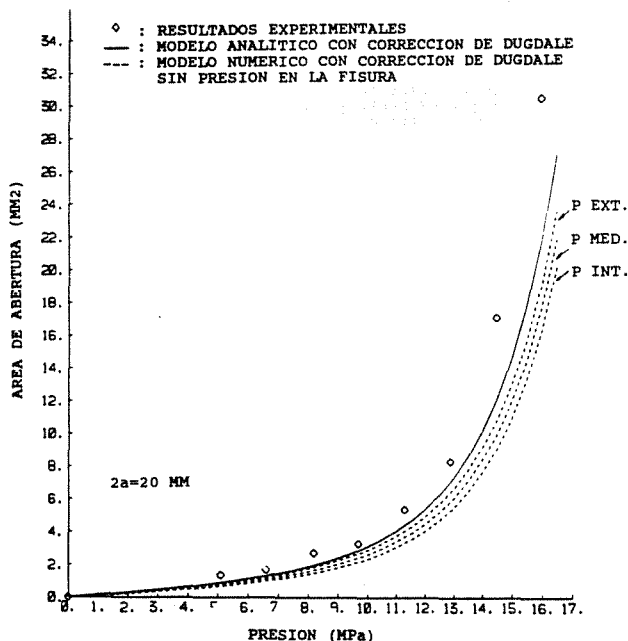


Fig. 10. Comparación entre áreas experimentales y teóricas (modelos analítico y numérico) en régimen elástico corregidos según el modelo de Dugdale). Inconel 600 - Ø 19.05 mm. - t = 1.09 mm.

## 5. CONCLUSIONES

De la comparación entre las mediciones experimentales y los cálculos teóricos se obtienen las siguientes conclusiones:

- Para longitudes de fisura superiores a 10 mm. y presiones superiores a 100 bar, los modelos elásticos no son apropiados para predecir el área de abertura de la fisura.
- Para longitudes superiores a 10 mm. un modelo elástico con corrección por zona plástica (Dugdale) proporciona estimaciones satisfactorias del área de abertura de fisura. El modelo subestima el área y, por tanto, la tasa de fuga, lo que es conservativo desde el punto de vista del Leak Before Break.
- Cuando la fisura se encuentra en la zona libre alejada de discontinuidades, el modelo numérico basado en los resultados de los cálculos de Elementos Finitos (3) y el modelo analítico (4) proporciona resultados comparables:
  - El modelo analítico equivale a los resultados del numérico en la sección media del tubo cuando no se considera presión aplicada sobre los bordes de la fisura.
  - El modelo analítico equivale a los resultados del numérico en la pared externa cuando no se considera presión sobre los bordes de la fisura.

## 6. REFERENCIAS

- [1] Kastner (1981) "Critical Crack Sizes in Ductile Piping" Int. Jl. Pressure Vessel and Piping, vol. 9.
- [2] Krenk (1978) "Influence of Transverse Shear on an Axial Crack in a Cylindrical Shell". Int. Jl. of Fracture, vol. 14.
- [3] Paris y Tada (1983) "The Effects of Shell Connections on Stress Intensity Factors and Crack Opening Areas of a Circumferential and a Longitudinal Through-crack in a Pipe", NUREG CR-3464.
- [4] David Broek (1986) "Elementary Engineering Fracture Mechanics". Martinus Nijhoff Publishers.
- [5] H. Liebowitz (1971) "Fracture, An Advance Treatise". Academic Press, Inc, vol 3.

## ANÁLISIS MATEMÁTICO DE LA CONTRASTACIÓN EXPERIMENTAL DE LOS MODELOS DE FRACTURA DE HORMIGÓN

Llorca, J., Planas, J., Elices, M.

Departamento de Ciencia de Materiales  
Universidad Politécnica de Madrid  
E.T.S. Ingenieros de Caminos. Ciudad Universitaria.  
28040 - MADRID.

**Resumen.** - Durante los últimos años se han desarrollado diversos modelos basados en la Mecánica de Fractura no lineal para explicar el comportamiento en fractura del hormigón. Un método habitual para contrastar experimentalmente los modelos es realizar ensayos no estables con distintas geometrías y tamaños, ajustando los parámetros de cada modelo para reproducir los valores de las cargas máximas obtenidas en los ensayos. Por desgracia, a pesar del importante esfuerzo experimental llevado a cabo en esta línea, no se ha conseguido definir qué modelos son más adecuados y cual es su rango de validez. En este artículo se estudia teóricamente la posibilidad de validar los modelos midiendo únicamente la carga máxima y para los tamaños que es razonable ensayar en el laboratorio usando probetas compactas y de flexión en tres puntos. A partir de un conjunto de resultados experimentales, se han ajustado los parámetros de los modelos y, mediante el método de los elementos finitos, se han calculado los resultados predichos por cada uno. Para tamaños muy grandes se han estudiado las relaciones entre los distintos modelos y se ha realizado un análisis asintótico para conocer los distintos comportamientos. Los resultados obtenidos muestran que, para los tamaños usuales en el laboratorio, los modelos son prácticamente indistinguibles mientras que para grandes tamaños presentan diferencias en la carga máxima de hasta el 30%. Por lo tanto, la contrastación experimental de los modelos debe basarse en medir otras magnitudes además de la carga máxima.

**Abstract.** - During last years, several models based on non-linear fracture mechanics have been developed in order to explain the concrete fracture behaviour. One usual method to experimentally contrast the models is to perform unstable tests with different geometries and sizes. Each model parameters are adjusted to reproduce the maximum load values obtained in the tests. Unfortunately, in spite of the important experimental effort carried out in this way, it has not been possible to find out what are the most adequate models and what is their validity range.

This paper studies theoretically the possibility of validating the models by measuring the maximum load only and for those sizes and geometries (compact tension and three point bend specimens) that are usually tested in the laboratory. To this end, the model parameters have been adjusted from a set of experimental results and maximum loads predicted by each one have been calculated by finite element analysis. For larger sizes the analysis has been done using the asymptotic approximation developed previously. The results obtained show that, for the practical laboratory sizes and geometries, the models are practically undistinguishable. However, large sizes show up to 30% differences in maximum load determination. Therefore, experimental validation of the models must be based not only on maximum load determination, but on other magnitudes as well.

### 1. INTRODUCCIÓN

Hoy en día es comúnmente aceptado que para explicar el comportamiento en rotura del hormigón es necesario aplicar la Mecánica de Fractura no lineal [8]. Entre los distintos modelos desarrollados con este fin, unos hacen uso de los conceptos básicos de la fractura elástica y lineal introduciendo hipótesis complementarias para reproducir las no-linealidades y otros describen la fractura mediante ecuaciones constitutivas con ablandamiento e hipótesis complementarias de localización de las deformaciones. En ambas situaciones, algunos de los parámetros de los modelos (longitud de la fisura en los primeros y forma de la curva de ablandamiento en los segundos) son difíciles de medir experimentalmente y se suelen obtener por métodos indirectos.

Un método sencillo para contrastar experimentalmente los modelos es medir las cargas máximas obtenidas para distintas geometrías y tamaños de laboratorio. Los parámetros de los modelos que no se pueden medir directamente se ajustan de manera que reproducen las cargas máximas experimentales obtenidas para distintos tamaños y una misma geometría. Con estos parámetros, los modelos deben predecir las cargas máximas de otros ensayos realizados con geometrías diferentes. Es de esperar que, de todos los modelos disponibles, sólo uno de ellos realice correctamente esta predicción. Sin embargo hasta ahora todos ellos han dado buenos resultados y, teniendo en cuenta la dispersión experimental, no se puede afirmar que uno sea superior a los otros. En este artículo se comparan tres modelos que han sido propuestos independientemente a la RILEM como marco teórico para caracterizar el

comportamiento en fractura del hormigón: el modelo de la Fisura Cohesiva [1], la ley del Efecto del Tamaño de Bazant [2] y el modelo de Dos Parámetros de Shah [3]. El objetivo es demostrar si es o no posible validar uno de los modelos frente a los otros midiendo únicamente la carga máxima para geometrías y tamaños de laboratorio.

## 2. CURVAS DE INFLUENCIA DEL TAMAÑO EN LA CARGA DE ROTURA

Para lograr el objetivo hay que comparar las curvas de influencia del tamaño en la carga de rotura que se obtienen de cada modelo para distinguir geometrías. El análisis de los resultados es más sencillo cuando las curvas de efecto del tamaño se dibujan en función de dos variables adimensionales X e Y [4]. La variable de ordenadas Y viene expresada por:

$$Y = \frac{E G_F}{K_{IN,max}^2} \quad (1)$$

donde E es el módulo de elasticidad,  $G_F$  la energía de fractura y  $K_{IN,max}$  el factor de intensidad de tensiones nominal máximo definido de la siguiente forma:

$$K_{IN,max} = \frac{3P_{max}}{2BD^{1/2}} S(a_0/D) \quad (2)$$

donde  $P_{max}$  es la carga máxima,  $a_0$  la entalla inicial, B es el espesor y D la anchura. Se han estudiado la probeta compacta y la viga de flexión en tres puntos con las dimensiones recomendadas en la norma ASTM E-399. La función de forma  $S(a_0/D)$  es bien conocida para estas geometrías.

La variable de abcisas X puede escribirse así:

$$X = \frac{2 S'(a_0/D)}{S(a_0/D)} \frac{lch}{D} \quad (3)$$

donde  $S'(a_0/D)$  es la derivada de  $S(a_0/D)$  con respecto al argumento,  $lch$  es la longitud característica del material definida como:

$$lch = \frac{EG_F}{\sigma_t^2} \quad (4)$$

y  $\sigma_t$  la tensión de rotura en tracción del hormigón. La función X depende de las propiedades del material ( $lch$ ), del tamaño (D) y de la geometría ( $S(a_0/D)$ ). En principio, diferentes modelos presentan diferentes estimaciones de los parámetros de fractura  $G_F$  y  $lch$ , por lo que, para poder comparar los resultados, las coordenadas X e Y deben obtenerse con los parámetros de un modelo de referencia. En lo que sigue se tomará como modelo de referencia el modelo de la fisura cohesiva con ablandamiento exponencial, que se define en la sección siguiente, con lo que los parámetros genéricos  $G_F$  y  $lch$  de las ecuaciones (1) y (3) se escriben como  $G_{FE}$  y  $lchE$ , donde el subíndice E se refiere a ablandamiento Exponencial.

### Modelos de Fisura Cohesiva

Las curvas de influencia del tamaño en la carga de rotura para el modelo de fisura cohesiva se obtuvieron mediante el método de las matrices de influencias [5]. Las mallas de elementos finitos utilizadas para obtener

las matrices de influencia, están representadas en la figura 1. Se han utilizado 100 elementos iguales en las secciones centrales para conseguir unos resultados precisos en el rango de tamaños estudiado ( $0.75 < lch/D \leq 3$ ), equivalente, para un hormigón normal, a D comprendidos entre 10 y 40 cm aproximadamente.

Para cada geometría se han repetido los cálculos con dos curvas de ablandamiento distintas. Ablandamiento exponencial

$$\frac{\sigma}{\sigma_t} = (1+A) e^{-\left[\frac{B \sigma_t w}{G_{FE}}\right]} - A \quad \text{si } 0 < w \leq 5 \frac{G_{FE}}{\sigma_t} \quad (5a)$$

$$\frac{\sigma}{\sigma_t} = 0 \quad \text{si } \frac{5 G_{FE}}{\sigma_t} < w \quad (5b)$$

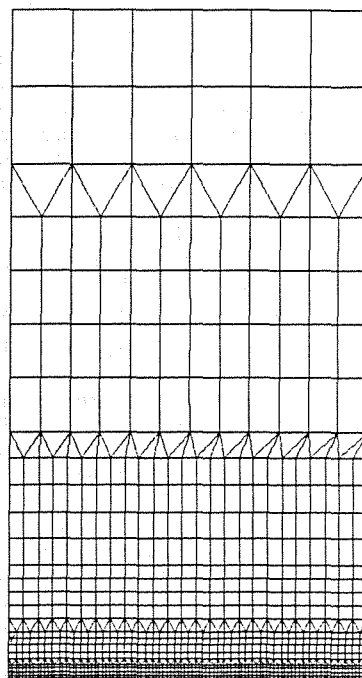


Fig. 1a. Malla de elementos finitos para la viga de flexión.

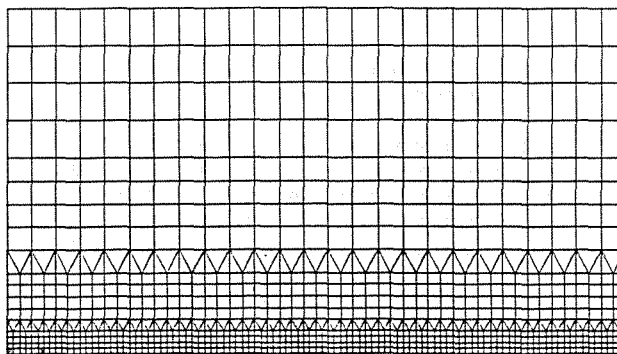


Fig. 1b. Malla de elementos finitos para la probeta compacta.



donde  $A = 8.2896 \cdot 10^{-3}$  y  $B = 0.9602$ ; y ablandamiento lineal

$$\frac{\sigma}{\sigma_t} = 1 - \frac{\sigma_t}{2G_{FL}} w \quad \text{si } 0 < w < \frac{2G_{FL}}{\sigma_t} \quad (6a)$$

$$\frac{\sigma}{\sigma_t} = 0 \quad \text{si } \frac{2G_{FL}}{\sigma_t} < w \quad (6b)$$

donde el subíndice L para  $G_F$  se refiere a ablandamiento Lineal.

Para tamaños muy grandes ( $D \rightarrow \infty$ ,  $X \rightarrow 0$ ), la ecuación de curva de efecto del tamaño se ha podido conocer mediante el análisis asintótico [6] y adopta la forma:

$$Y = 1 + \frac{\Delta a_{C\infty}}{lch} X \quad (7)$$

donde  $\frac{\Delta a_{C\infty}}{lch}$  depende únicamente de las propiedades del material y vale 2.4805 para ablandamiento exponencial y 0.4195 para ablandamiento lineal [4].

#### Ley del Efecto del Tamaño

La ley del efecto del tamaño de Bazant [2] puede escribirse de la forma:

$$\frac{EG_{FB}}{K_{IN \max}^2} = 1 + \frac{\lambda_0}{D} \quad (8)$$

donde  $\lambda_0$  es un parámetro con dimensiones de longitud y que depende de la geometría y del material.  $G_{FB}$  es la energía de fractura de acuerdo con el modelo de Bazant. Realizando un cambio de coordenadas, la ecuación (8) puede escribirse:

$$Y = \frac{G_{FE}}{G_{FB}} \left[ 1 + \frac{\Delta a_{C\infty B}}{lchE} X \right] \quad (9)$$

El nuevo parámetro  $\Delta a_{C\infty B}$  depende también de la geometría y de las propiedades del hormigón.

#### Modelo de los Dos Parámetros

El modelo de los dos parámetros de Shah postula que en un elemento fisurado inicialmente, al aumentar la carga exterior se produce un crecimiento de la fisura. La carga máxima se alcanza cuando, para la nueva fisura de longitud  $a_0 + \Delta a_c$ , simultáneamente el factor de intensidad de tensiones alcanza un valor crítico  $K_{IC}^S$  y la abertura de la fisura en el lugar donde se encontraba la entalla inicial llega a un valor crítico  $CTOD_c^S$ . Ambos parámetros,  $K_{IC}^S$  y  $CTOD_c^S$  son propiedades del material e independientes de la geometría.

Para comparar el modelo de Shah con los otros modelos es conveniente definir dos parámetros derivados,  $G_{FS}$  y  $\Delta a_{C\infty S}$  de acuerdo con:

$$K_{IC}^S = (E G_{FS})^{1/2} \quad (10a)$$

$$\Delta a_{C\infty S} = \frac{\pi E (CTOD_c^S)^2}{32 G_{FS}} \quad (10b)$$

A partir de estos nuevos parámetros puede llegarse a una expresión asintótica de la ley del efecto del tamaño ( $X \rightarrow 0$ ) [7]:

$$Y = \frac{G_{FE}}{G_{FS}} \left[ 1 + \frac{\Delta a_{C\infty S}}{lchE} X \right] \quad (11)$$

En [7] se da la expresión paramétrica para la curva completa de efecto del tamaño. A diferencia del modelo de Bazant,  $\Delta a_{C\infty S}$  depende únicamente de las propiedades del material y no de la geometría. La longitud característica (ecuaciones (9) y (11)) se calcula con la energía de fractura del modelo de la fisura cohesiva. (ecuación 4).

### 3. COMPARACION ENTRE LOS MODELOS

Supongamos que disponemos de un conjunto de resultados experimentales para la probeta de flexión en tres puntos con una entalla inicial  $a_0/D = 0.5$ . Como rango de tamaños que se suelen ensayar en el laboratorio tomamos  $0.1 \text{ m} \leq D \leq 0.4 \text{ m}$ . Supongamos que estos resultados se pueden ajustar con toda precisión mediante el modelo de la fisura cohesiva con ablandamiento exponencial, con unas magnitudes de la energía de fractura y de la longitud característica  $G_{FE}$  y  $lchE$ . Estos 2 valores se utilizan como referencia para comparar con los demás modelos.

A partir del mismo conjunto de resultados experimentales se pueden ajustar los parámetros de los otros modelos ( $G_{FM}$  y  $\Delta a_{C\infty M}$ ) de manera que los reproduzcan adecuadamente [4]. Los resultados de este ajuste se encuentran en la tabla 1.

El modelo de fisura cohesiva con ablandamiento lineal tiene un solo grado de libertad en el ajuste puesto que una vez determinada  $G_{FL}$  la longitud característica  $lchL$  viene expresada por:

$$lchL = \frac{G_{FL}}{G_{FE}} \cdot lchE \quad (12)$$

TABLA 1. Resultados para los distintos modelos

Modelo	$G_{FM}/G_{FE}$	$\Delta a_{C\infty M}/\Delta a_{C\infty E}$	Máxima diferencia en la carga de fractura (%) [ $0.1 < D < 0.4 \text{ m}$ ]
Fisura cohesiva Ablandamiento lineal	0.64	0.108	± 2.0
Efecto del tamaño	0.52	0.044	± 2.5
Dos parámetros	0.48	0.030	± 2.9

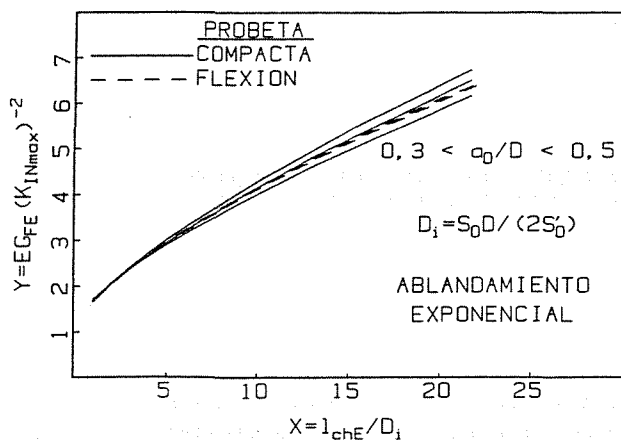


Fig. 2. Curvas de efecto del tamaño para el modelo de fisura cohesiva con ablandamiento exponencial.

A partir de los valores de  $G_{FE}$  y  $l_{chE}$  se han calculado las diferentes curvas de efecto del tamaño para la probeta de flexión en 3 puntos (TPB) ( $a_0/D = 0.2, 0.3, 0.4$  y  $0.5$ ) y la probeta compacta (CTS) ( $a_0/D = 0.3, 0.4$  y  $0.5$ ) del modo señalado más arriba. Los resultados se han dibujado en un diagrama X-Y en la figura 2. Como puede observarse, para la geometría de flexión, las curvas de efecto del tamaño son prácticamente independientes de la entalla inicial cuando se representan en estas coordenadas.

En las figuras 3 y 4 se muestran las curvas de efecto del tamaño para las geometrías TPB y CTS respectivamente, con diferentes entallas iniciales y para el modelo de fisura cohesiva con ablandamiento lineal y el modelo de referencia. Las características del hormigón con ablandamiento lineal ( $G_{FL}$  y  $\Delta a_{c\infty L}$ ) son las recogidas en la tabla 1. Ambos modelos predicen comportamientos muy semejantes para los tamaños que se suelen ensayar en el laboratorio y la dispersión experimental hace que se muy difícil distinguir cual de ellos es el que modeliza correctamente la realidad.

Las figuras 5 y 6 son análogas a las 3 y 4 con la diferencia de que se ha representado la ley del efecto del tamaño de Bazant junto al modelo de referencia. El valor de  $G_{FB}$  utilizado es el de la tabla 1. Como en el modelo de Bazant  $\Delta a_{c\infty B}$  depende del material y la geometría, se ha ajustado para cada probeta (TPB y CTS) y entalla inicial de manera que se acerque lo más posible a los valores del modelo de referencia. Al igual que en el caso anterior, ambos modelos predicen comportamientos muy semejantes en la zona experimental.

Finalmente se ha realizado la comparación para el modelo de los dos parámetros y la geometría TPB (figura 7), utilizando los parámetros del modelo de Shah de la tabla 1 y llegando a los mismos resultados que para los otros modelos.

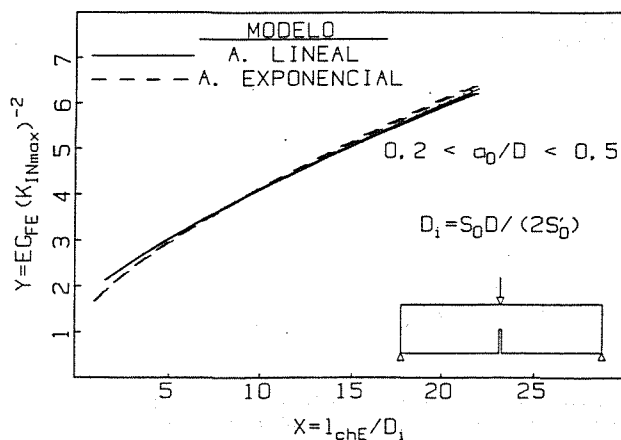


Fig. 3. Curvas de efecto del tamaño. Modelo de fisura cohesiva con ablandamiento lineal. Geometría TPB.

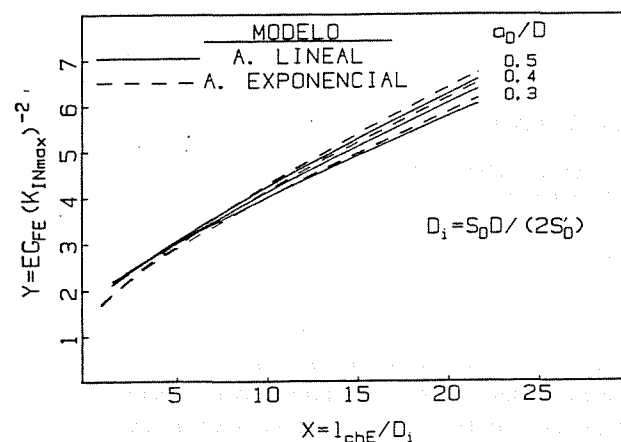


Fig. 4. Curvas de efecto del tamaño. Modelo de fisura cohesiva con ablandamiento lineal. Geometría CTS.

#### 4. CONCLUSIONES

Los resultados dibujados en las figuras 2-7 muestran que, para dos de las geometrías más comunes de laboratorio y los tamaños que habitualmente se puede ensayar, los parámetros de 4 de los modelos de fractura de hormigón más utilizados pueden ajustarse de tal modo que las curvas de efecto del tamaño no se pueden diferenciar. Por otro lado, aunque sus predicciones son semejantes en la zona experimental, para tamaños muy grandes aparecen grandes diferencias en la carga de rotura. El modelo de Shah, el modelo de Bazant y el modelo de la fisura cohesiva con ablandamiento lineal son conservadores, en un 31, 28 y 20% respectivamente, en relación al modelo de fisura cohesiva con ablandamiento exponencial [4].

En consecuencia, si se desea validar alguno de los modelos es necesario realizar ensayos en elementos de gran tamaño (varios metros de longitud) o bien medir otras magnitudes complementarias en los ensayos junto con la carga de rotura.

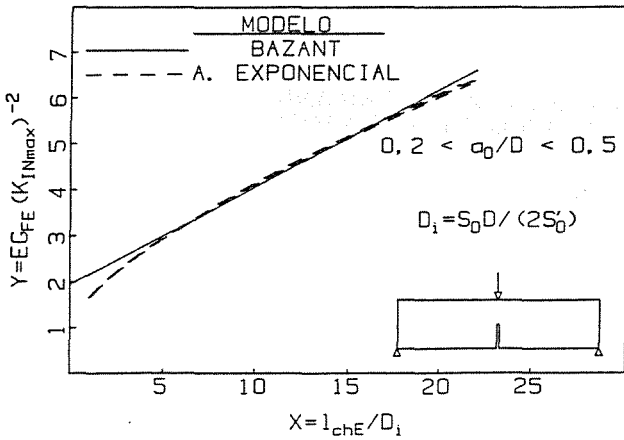


Fig.5. Curvas de efecto del tamaño. Modelo de Bazant. Geometría TPB

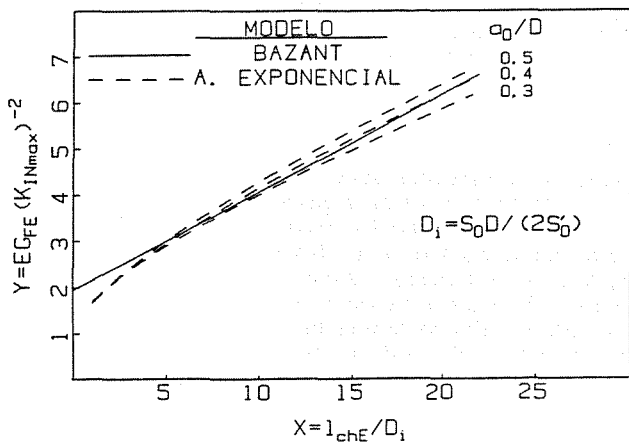


Fig. 6. Curvas de efecto del tamaño. Modelo de Bazant. Geometría CTS.

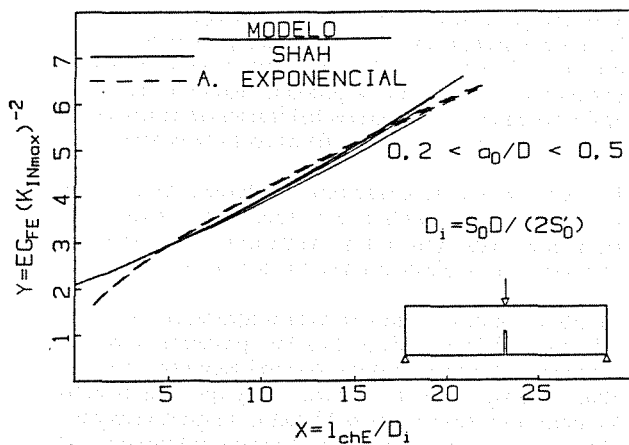


Fig. 7. Curvas de efecto del tamaño. Modelo de Shah. Geometría TPB.

5. REFERENCIAS

- [1] Hillerborg, A. (1985). "The Theoretical Basis of a Method to Determine the Fracture Energy  $G_F$  of Concrete". *Mat. Struct.*, 18. pp.291-296.
- [2] Bazant, Z.P. y Pfeiffer, P. (1987) "Fracture Energy of Concrete: Its Definition and Determination from Size Effect Tests". *Concrete Durability*. ACI SP 100-8. pp. 89-109.
- [3] Jenq, Y.S. y Shah, S.P. (1985) "A Two Parameter Fracture Model of Concrete". *J. Engng. Mech. ASCE*, 111. pp. 1227-1241.
- [4] Planas, J. y Elices, M. (1988) "Size-Effect in Concrete Structures: Mathematical Approximations and Experimental Validation". *Strain Localization and Size Effect due to Cracking and Damage*. Paris.
- [5] Petterson, P.E. (1981) "Crack Growth and Development of Fracture Zones in Plain Concrete and Similar Materials". Report TVBM 1006. Lund. Suecia.
- [6] Planas, J. y Elices, M. (1987) "Asymptotic Analysis of the Development of a Cohesive Crack Zone in Mode I Loading and Arbitrary Softening Curves". *Fracture of Concrete and Rock*. (S.P. Shah y S.E. Swartz Ed.) Houston.
- [7] Planas, J. y Elices, M. (1988). "Fracture Criteria for Concrete: Mathematical Approximations and Experimental Validation". *Fracture and Damage of Concrete and Rock*. Viena. Para publicar en *Engineering Fracture Mechanics*.
- [8] Elices, M., Planas, J., Llorca, J. y Guinea, G. (1988) "Métodos Numéricos en la Fractura de Materiales Cohesivos". *Anales de Mecánica de Fractura*, 5. pp. 61-89.

6. AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen la ayuda económica prestada por la CICYT para realizar este trabajo, a través del proyecto de investigación PA85-0092

## VARIACION DE LA ENERGIA DE FRACTURA CON EL TAMAÑO EN MODELOS DE FISURA COHESIVA : MODELO DE LIGAMENTO PERTURBADO

Planas, J. ; Elices, M. ; Guinea, G.V.

Departamento de Ciencia de Materiales  
E.T.S. Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos  
Universidad Politécnica de Madrid  
Ciudad Universitaria s/n  
28040-MADRID

**Resumen.**- Numerosos resultados experimentales, y en particular algunos obtenidos en el Departamento de Ciencia de Materiales de la U.P.M. han mostrado que el trabajo específico de fractura para el hormigón depende del tamaño de probeta no pudiendo por ello ser una característica del material y en consecuencia impidiendo la aplicación de un modelo cohesivo. En el presente artículo se desarrolla el modelo de Ligamento Perturbado que aporta con sorprendente simplicidad y exactitud una explicación a estos resultados, permitiendo continuar con la utilización de modelos cohesivos. La idea básica consiste en suponer que no toda la superficie de rotura será capaz de desarrollar la misma energía de fractura. La comunicación se completa aplicando dicho modelo a distintos resultados obtenidos en laboratorios europeos, que pone de manifiesto una buena concordancia con la evidencia experimental.

**Abstract.**- A great number of experimental results, and in particular some of them obtained in the Department of Materials Science of U.P.M. have shown the dependence of concrete specific fracture work on specimen size. This fact unable cohesive models to be used since fracture energy is a material characteristic, regardless of the size. This paper develops the Perturbed Ligament Model that explains in a surprisingly simple and accurate way the experimental results, being compatible with the use of a cohesive model. The basic idea is to suppose that not all the fracture surface is able to develop the same fracture energy. The paper is completed by applying successfully the model to available experimental results from european laboratories.

### 1.- INTRODUCCION

Los modelos de fisura cohesiva, introducidos por Hillerborg y colaboradores [1],[2], son algunos de los más extendidos para entender y explicar la fractura del hormigón. En dichos modelos se supone que la grieta que se forma durante el proceso de fractura no pierde instantáneamente su capacidad resistente si no que ésta disminuye monótonamente conforme se incrementa la separación de los labios de la fisura. En modo I, esta relación tensión transmitida- apertura de fisura se conoce con el nombre de curva de ablandamiento y es una función material, esto es, independiente de la geometría y sollicitación de la probeta.

Estos modelos suelen explicar el comportamiento fuera de la zona de fractura a través de las ecuaciones de la elasticidad lineal, y por consiguiente no existirá ninguna disipación energética que no sea debida a la fisura. Es por ello por lo que se suele identificar el trabajo cedido a la probeta durante su fragmentación con la energía necesaria para crear la superficie de fractura, que será igual a la energía de fractura específica  $G_F$  multiplicada por el área creada. En este punto señalemos que puesto que  $G_F$  será el área bajo la curva de ablandamiento  $\sigma$ - $w$ , su valor deberá ser una constante material, independiente del tamaño de la probeta [3].

Sin embargo, los resultados de numerosos experimentos realizados sobre probetas de hormigón, y en particular algunos de los realizados en nuestro Departamento, inducen a pensar que el trabajo específico (=trabajo realizado sobre la probeta descontando la posible disipación en apoyos, el trabajo del peso etc.. dividido por el área de fractura) depende del tamaño de la probeta, dando al traste con la aplicabilidad de los modelos habituales de fisura cohesiva con comportamiento elástico lineal fuera de la grieta.

En este artículo se desarrolla el Modelo de Ligamento Perturbado que explica con sencillez y exactitud los resultados experimentales manteniendo la hipótesis de comportamiento elástico-lineal fuera de la fisura.

El artículo está dividido en cuatro apartados, más otro de referencias bibliográficas. Los tres primeros se dedican a exponer las hipótesis básicas que utilizaremos, calcular con ellas el trabajo específico de fractura y aplicar el resultado a los datos experimentales publicados, respectivamente. Por último en el cuarto apartado haremos referencia a otras posibles interpretaciones de la dependencia de  $G_F$  que conducen a la misma expresión del trabajo específico.

2.- HIPOTESIS BASICAS

En lo sucesivo mantendremos la suposición de que fuera de la zona de fractura el material es elástico-lineal y en consecuencia no existirá disipación energética en volumen.

Asi mismo supondremos que en el trabajo de fractura se han realizado los descuentos oportunos para eliminar disipaciones debidas a los apoyos, al trabajo del peso u otras ajenas al proceso de fractura [4].

Nuestra hipótesis fundamental será el considerar que la energía de fractura específica  $G_F$  no es igual en todo el material de la superficie de fractura. En particular supondremos que, debido a fenómenos tales como retracción, segregación durante el moldeo de la probeta, gradientes de temperatura etc., existe una zona cerca de la periferia de la probeta que esta dañada y que tendrá menor resistencia que el material sano del interior. Así las cosas, razonablemente supondremos que dicha zona dañada es de profundidad constante, independiente del tamaño de la probeta (figura 1).

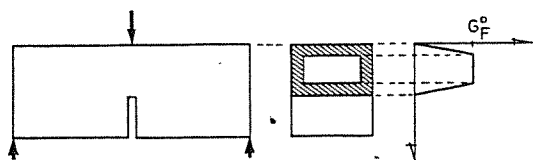


Figura 1. Zona dañada en una probeta de flexión.

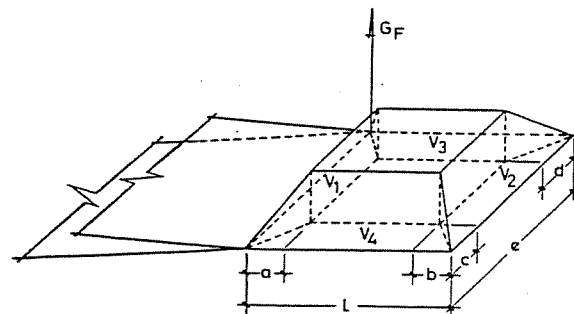


Figura 2. Distribución de la energía de fractura en la zona del ligamento.

siendo  $K_i$  y  $M_i$  constantes. Con ello el trabajo por unidad de espesor queda como:

$$W_F/e = [G^0_F (e-(c+d))/e] [L-(a+b)] + M_1 + (M_2 + M_3)/e$$

y si consideramos series de espesor constante:

$$W_F/e = G^*F L - cte = G^*F (L - l_p) \tag{1}$$

en esta última expresión  $G^*F$  sería una energía de fractura aparente que incluye el efecto del espesor ( $e$ ), y  $l_p$  un parámetro al que denominaremos longitud de perturbación, cuyo significado se manifiesta con mayor claridad al analizar un problema plano, como se hará a continuación.

3.- TRABAJO DE FRACTURA

Para estudiar el efecto de tamaño consideraremos en primer lugar el caso general donde exista un dañado lateral de la probeta, teniendo la energía específica de fractura un aspecto similar al representado en la figura 2. Si evaluamos el trabajo de fractura que será necesario desarrollar obtendremos:

$$W_F = G^0_F [L - (a+b)] [e - (c+d)] + V_1 + V_2 + V_3 + V_4$$

donde  $L$  es la longitud de ligamento inicial,  $G^0_F$  la energía de fractura correspondiente al material sano y los  $V_i$  representan la energía consumida en las zonas periféricas que puede ponerse como:

$$\begin{aligned} V_1 + V_2 &= K_1 e + K_2 \\ V_3 + V_4 &= K_3 L + K_4 \end{aligned} \quad \text{conduce a}$$

$$V_1 + V_2 + V_3 + V_4 = M_1 e + M_2 L + M_3$$

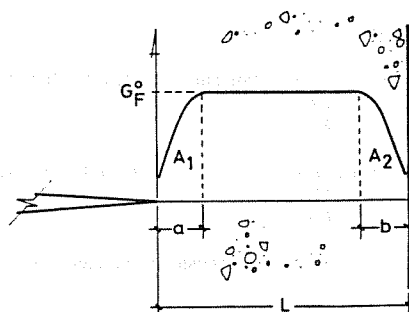


Figura 3. Distribución de la energía de fractura para un problema plano.

En el caso de un problema plano (figura 3), las zonas con diferente energía específica se sitúan en ambos extremos de la probeta y en consecuencia el trabajo cedido al material por unidad de espesor será ahora:

$$W_F/e = G^0_F [L - (a+b)] + A_1 + A_2$$

que se reduce fácilmente a la forma:

$$W_F/e = G^0_F [L - l_p] \tag{2}$$

formalmente análoga a la ecuación (1) y donde podemos interpretar  $l_p$  como una zona del ligamento ya rota y que no contribuye al trabajo de fractura (figura 4).

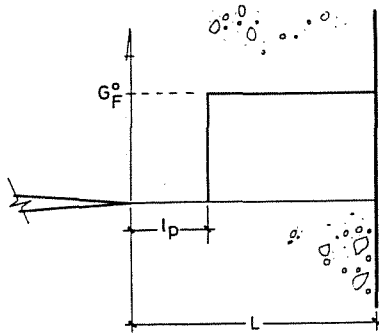


Figura 4. Distribución equivalente de la energía de fractura.

#### 4.-APLICACION A RESULTADOS EXPERIMENTALES PUBLICADOS

En la figura 5 y en la tabla 1 se presentan los resultados obtenidos al aplicar las expresiones (1) ó (2) a los resultados de ensayos sobre probetas de hormigón realizados en el Departamento de Ciencia de Materiales [5] y a los resultados de un Round Robin entre laboratorios europeos que se encuentra publicado en las referencias [6] y [7].

En general cabe señalar el muy buen ajuste obtenido, con dispersiones mucho menores que las presentes habitualmente en los ensayos de hormigón, aunque es de lamentar que en la mayor parte de los casos sólo tengamos disponibles datos de tres tamaños de probeta. Es interesante observar que el ajuste mejora notablemente cuando se dispone de cuatro tamaños para realizarlo, como ocurre en los ensayos realizados en ENEL (Milán) y en nuestro Departamento.

En todos los gráficos se ha representado la desviación estándar de cada tamaño y en aquellos puntos donde no disponemos de este dato se ha indicado este hecho mediante el símbolo (o).

Los valores de  $l_p$  calculados presentan en general una gran dispersión, debida en parte a los elevados tamaños máximos de árido empleados, de hasta 34 mm. con ligamentos de 50 mm.

En lo que respecta a  $G_F$  calculada según el modelo el ligamento perturbado podemos comprobar que los valores obtenidos tienen una desviación estándar reducida en líneas generales. En los gráficos se observa como dentro de los valores experimentales la recta de ajuste encaja de forma notable.

Laboratorio	$G_F$ (N/m)	$l_p$ (mm)
Bundesanstalt für Materialprüfung (BAM), Berlín		
BAM-1	132 (15)	19 (11)
BAM-2	114 (2)	1 (2)
Ente Nazionale per l'Energia Elettrica (ENEL), Milán		
ENEL-1	75 (8)	11 (8)
ENEL-2	104 (10)	10(8)
Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne (EPFL), Lausana		
EPFL-1	195 (31)	29 (13)
EPFL-2	286 (47)	32 (13)
Italcementi (IT), Bérgamo		
IT-1	104 (18)	10 (19)
IT-2	177 (27)	19 (15)
IT-3	247 (11)	15 (5)
Lund Institute of technology (LTH), Lund		
LTH-1	192 (11)	22 (5)
LTH-2	124 (12)	4 (10)
LTH-3	175 (6)	23 (3)
LTH-4	79 (3)	8 (4)
Univesidad Politécnica de Madrid (UP), Madrid		
UP-1	149 (4)	9(3)
UP-2	100 (5)	17 (6)
UP-3*	332 (9)	19 (3)

(\*).- ensayos realizados a -170 C

Tabla 1. Valores obtenidos del ajuste para resultados de fractura de distintos laboratorios europeos.

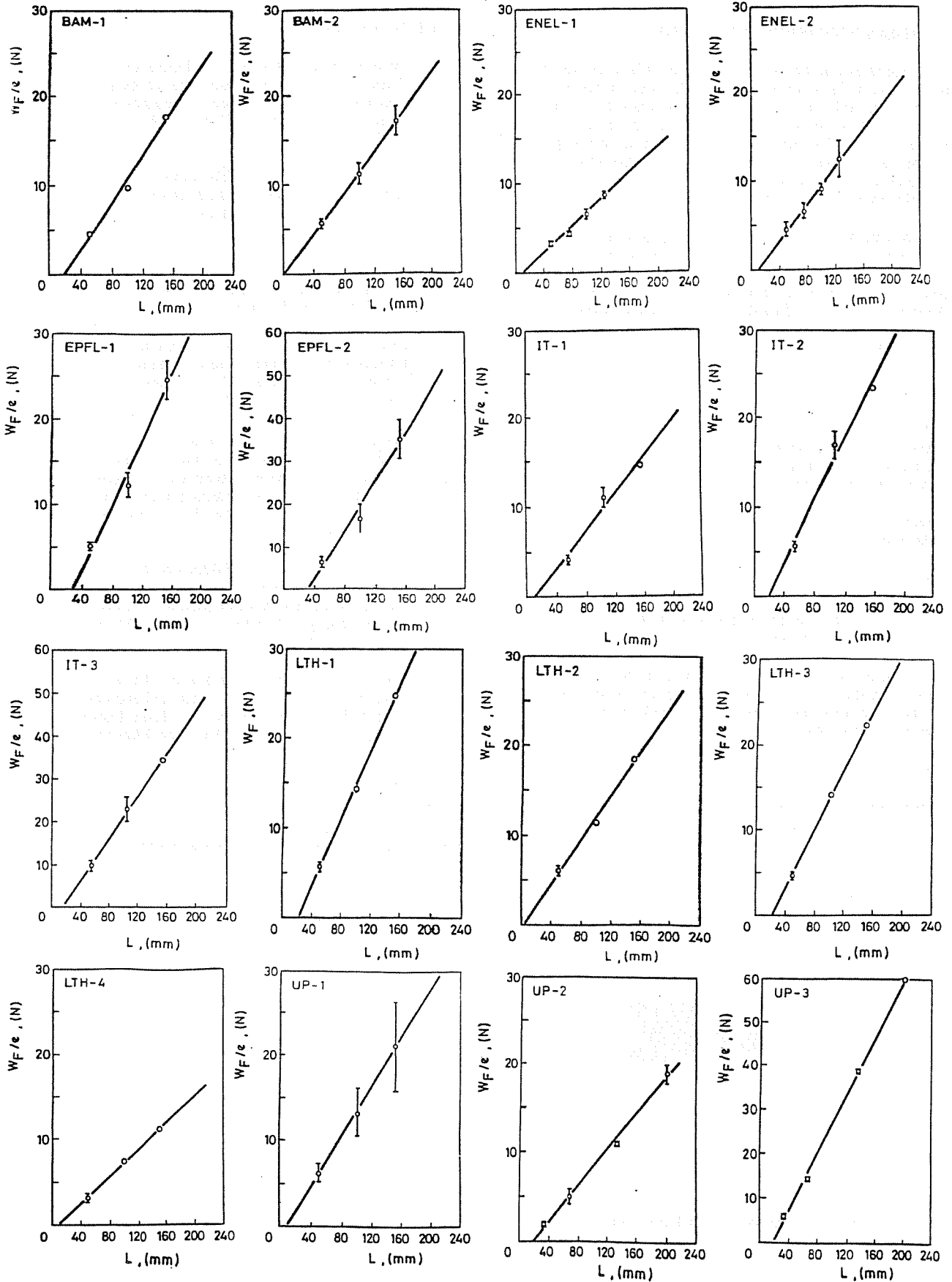


Figura 5. Ajuste de los valores del trabajo de fractura por unidad de espesor de la probeta ( $W_F/e$ ) frente a la longitud del ligamento ( $L$ ), para resultados de distintos laboratorios.

## 5.- OTRAS INTERPRETACIONES DEL AJUSTE

El ajuste realizado de los datos experimentales se basa en la utilización de las expresiones (1) ó (2), que no hacen si no mostrar una relación lineal entre el ligamento y el trabajo por unidad de espesor cedido a la probeta. Dichas expresiones se han obtenido a través de un modelo muy simple que preserva las hipótesis fundamentales de los modelos de fisura cohesiva. Sin embargo, existen otras posibles explicaciones a dicha relación lineal.

Ello ocurre por ejemplo al considerar cierta disipación en volumen en el entorno de la fisura cohesiva. Podemos pensar que es debida al enorme estado tensional a que se somete el material en esta zona, plastificándole. Si el desarrollo de la zona dañada no ocurre instantáneamente, si no por el contrario necesita de cierta longitud (figura 6), el balance energético dará:

$$W_F = G^0_F L e + h L e v - A e v$$

donde  $G^0_F$ ,  $L$ ,  $e$  tienen el significado ya conocido,  $h$  es el ancho de la zona dañada, que suponemos constante,  $v$  la disipación por unidad de volumen y  $A$  la zona inicial no dañada debido al desarrollo progresivo de la fractura.

Puesto que  $v$ ,  $h$  y  $A$  los consideramos constantes e independientes del tamaño, nos quedará:

$$W_F/e = G^0_F L + h L v - A v = (G^0_F + C_1) L - C_2$$

con  $C_1$  y  $C_2$  constantes, lo que proporciona una expresión lineal como las consideradas en el apartado 3.

Es posible también obtener este tipo de formulación prescindiendo de la consideración de una fisura cohesiva, sin mas que considerar la banda de dañado, siendo entonces la ecuación correspondiente:

$$W_F/e = C_1 L - C_2$$

también lineal con el ligamento.

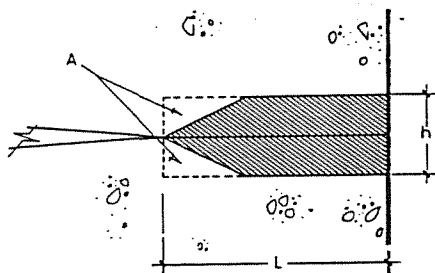


Figura 6. Zona de disipación volúmica.

## 6.- REFERENCIAS

- [1] Hillerborg A., Modeer M., Petersson P.E. (1976) "Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements" *Cement and Concrete Research*, 6, (1976), pp. 773-782.
- [2] Hillerborg A. (1985) "The theoretical basis of a method to determine the fracture energy  $G_F$  of concrete" *Materials and Structures*, 18, pp. 291-296.
- [3] Elices M., Planas J. (1988) "State of Art report on fracture of concrete". Cap. 3, *Material Models*. RILEM TC-90 L. Elfgren Ed.
- [4] Planas J., Elices M. (1985) "Fractura del hormigón en régimen no lineal. Intentos para medir la energía de fractura  $G_F$ " *Informes de la Construcción*, 371, pp. 35-52.
- [5] Planas J., Maturana P., Guinea G.V., Elices M. (1989) "Fracture energy of water saturated and partially dry concrete at room and at cryogenic temperatures" 7th International Conference On Fracture (ICF7), Houston, U.S.A. (aceptado para su presentación)
- [6] Hillerborg A. (1984) "Additional concrete fracture energy tests performed by 6 laboratories according to a draft RILEM recommendation." *Lund Institute of Technology, Division of Building Materials, Report TVBM-3017*.
- [7] Hillerborg A. (1985) "Influence of beam size on concrete fracture energy determined according to a draft RILEM recommendation" *Lund Institute of Technology, Division of Building Materials, Report TVBM-3021*.

## 7.- AGRADECIMIENTOS

Este trabajo se ha realizado gracias a la ayuda de la CICYT, proyecto PB86 - 0494



## APROXIMACION DE MODELOS DE FISURA COHESIVA POR MODELOS ELASTICOS MODIFICADOS BASADOS EN CURVAS R-CTOD

Planas, J., Elices, M., Toribio, J.

Departamento de Ciencia de Materiales  
E. T. S. de Ingenieros de Caminos, Universidad Politécnica de Madrid.  
Ciudad Universitaria s/n  
28040 - MADRID

**Resumen.**— Los modelos de fisura cohesiva aparecen en la actualidad como excelentes aproximaciones para describir el comportamiento en fractura de ciertos materiales, entre los que figura en primer plano el hormigón. Sin embargo, debido a la dificultad de cálculo inherente a estos modelos (que requieren, en el mejor de los casos, la resolución de una ecuación integral no lineal) se mantiene la utilización de modelos elásticos modificados, basados en describir la fractura mediante una fisura no cohesiva junto con ciertas reglas de avance de fisura. En esta contribución se presentan resultados sobre la posibilidad de aproximación de modelos de fisura cohesiva por modelos elásticos modificados basados en curvas R-CTOD. Se demuestra, en primer lugar, que el modelo R-CTOD puede considerarse como una aproximación estrictamente matemática del modelo de fisura cohesiva. En segundo lugar se plantean con generalidad las ecuaciones que gobiernan el crecimiento de la fisura en el modelo R-CTOD y se analiza el comportamiento asintótico, demostrándose que el modelo puede aproximar muy bien los límites de grandes tamaños hasta dos términos de aproximación para cualquier geometría. Finalmente, se considera el caso de tamaños prácticos en probetas SEN flectadas con carga en tres puntos y se comparan los resultados que se derivan de los modelos de fisura cohesiva con los que se derivan de los modelos R-CTOD, mostrando que para los tamaños superiores a unos 8 cm de canto, la aproximación tiene una precisión superior al 5%, por lo que la aproximación puede resultar muy útil en la práctica.

**Abstract.**— Cohesive crack models appear today as excellent approximations to describe the fracture behaviour of certain materials, among which concrete appears in a first place. However, due to the computational difficulties associated to these models (requiring, at best, the resolution of a non linear integral equation) the use of modified linear elastic models, based on describing fracture by means of a non stress transferring crack and crack growth rules. In this contribution results are presented regarding the possibility of approximating a cohesive model by a modified elastic model based on R-CTOD curves. We show, first, that the R-CTOD approach may be viewed as a purely mathematical approximation of a cohesive crack model. Next, the equations governing crack growth in a R-CTOD model are set on general grounds and the asymptotic behaviour is analysed, showing that the model may represent very well the large size limit up to two terms of approximation for any geometry. Finally, the practical size range is considered for three point bent SEN specimens, and the results derived from cohesive crack models are compared with those deduced from the R-CTOD models, which show that for specimen depth larger than about 8 cm, the approximation has a better than 5 per cent accuracy, so that the approximation may be very useful in practice.

### 1. INTRODUCCION

En tiempos recientes los modelos de fisura cohesiva [1, 2, 3, 4] se están configurando como excelentes aproximaciones para describir el comportamiento en fractura de ciertos materiales, entre los que figura en primer plano el hormigón. Los modelos de fisura cohesiva pertenecen al grupo de modelos de fractura capaces de describir la transición gradual del continuo inicial al medio fracturado, una de cuyas características prácticas más importantes es la complejidad de cálculo. Incluso en las formulaciones más sencillas el problema debe ser tratado incremental e iterativamente y en cada incremento se requiere la solución de una ecuación integral (no lineal).

A la vista de esta complejidad, no es de extrañar que se hayan buscado aproximaciones más simples, al menos desde el punto de vista de su aplicación a la experimentación. Una buena parte de las alternativas son modificaciones de la teoría clásica de la fractura elástica lineal obtenidas manteniendo la fisura clásica no cohesiva como descripción de la geometría de la fractura y añadiendo reglas de avance de fisura más o menos fundamentadas. Para el hormigón se han propuesto

diversos modelos, entre los que destacan el modelo clásico de las curvas R- $\Delta a$  (ver, por ej., [5] y [6]), la Ley de Efecto de Tamaño de Bazant [7], el modelo de Dos Parámetros de Shah [8] y el modelo de fisura efectiva de Karihaloo [9].

Hoy por hoy, todos los modelos arriba mencionados tienen sus defensores (y sus detractores) y no se han encontrado métodos experimentales que señalen de forma incontrovertible el modelo que mejor se adecúa al hormigón. De hecho, investigaciones recientes de los autores [10, 11] indican que diversos modelos pueden describir igualmente bien aspectos parciales del comportamiento experimental observado, en particular la evolución de la carga de rotura con el tamaño de la estructura (denominado efecto de tamaño), aspecto de primera importancia desde el punto de vista del ingeniero. La aparente concordancia de los modelos en la predicción del efecto de tamaño que puede observarse en el laboratorio parece debida en primer lugar a la limitación práctica de tamaños utilizables en experimentación, y en segundo lugar a los grados de libertad disponibles (número de parámetros ajustables) en los modelos de fractura no lineal. En general resulta imposible establecer una correspondencia inequívoca entre los distintos modelos,

excepto por lo que se refiere a teoremas establecidos por los autores para grandes tamaños (ver, por ej., [11]) y cabe señalar que cuando las predicciones de los modelos se hacen coincidir con los resultados experimentales disponibles (tamaños de laboratorio) sus predicciones para grandes tamaños son claramente divergentes [10, 11].

A falta de una contrastación experimental concluyente, puede considerarse que los modelos de fisura cohesiva son cuanto menos más potentes que los modelos elásticos modificados arriba mencionados ya que permiten describir detalles y procesos que son inabordable mediante los otros modelos. En particular permiten describir la formación de una grieta en un medio inicialmente libre de defectos y eliminan la singularidad, por lo que permiten describir razonablemente los campos de tensiones y corrimientos en toda la probeta. Partiendo de este hecho, podría considerarse, transitoriamente al menos, que los modelos de fisura cohesiva son la mejor descripción posible del proceso de fractura y que los modelos elásticos modificados son simplificaciones, más o menos *ad hoc*, de aquellos. Y podrían buscarse modelos simplificados en sentido estrictamente matemático. De esta manera sería quizás posible obtener modelos lineales modificados relacionados unívocamente con los modelos cohesivos correspondientes. Esto permitiría, en primer lugar, establecer de forma clara los límites de validez de las aproximaciones. En segundo lugar, pero muy importante, permitiría usar el modelo aproximado, de manejo mucho más sencillo, para obtener resultados aproximados relevantes para el modelo cohesivo.

La presente contribución presenta los primeros resultados obtenidos en esta dirección. Después de una breve definición de la curva R-COD (como es tradicional, en todo el trabajo la apertura de fisura se abrevia por sus siglas inglesas) a partir de la curva de ablandamiento de un modelo cohesivo, se establece la aproximación, estrictamente matemática, del problema de la propagación de la fisura cohesiva.

## 2. DEFINICION DE LA CURVA R-COD PARA UN MODELO DE FISURA COHESIVA

Considérese un modelo de fisura cohesiva, por lo demás arbitrario, caracterizado por su curva de ablandamiento en modo de apertura pura monótona dada por

$$\sigma = f(w) \quad (1)$$

donde  $\sigma$  es la tensión transmitida y  $w$  la apertura de fisura o COD. Como indica la figura 1a, se supone que  $f(w)$  es decreciente y alcanza el valor 0 (rotura total) para una apertura  $w_C$ . El valor de  $f(w)$  en el origen es la resistencia a tracción  $f_t$  y el área encerrada entre la curva y los ejes es la energía de fractura  $G_F$ . Podemos definir la función  $R(w)$  como

$$R(w) = \int_0^w f(w') dw' \quad (2)$$

$R(w)$  tiene dimensiones de energía por unidad de área y, evidentemente, tiene las siguientes propiedades:

$$R'(w) = f(w) = \sigma \quad (3)$$

$$R'(0) = f_t \quad (4)$$

$$R(w_C) = R(\infty) = G_F \quad (5)$$

La forma de la curva  $R(w)$  se ha representado en la figura 1b.

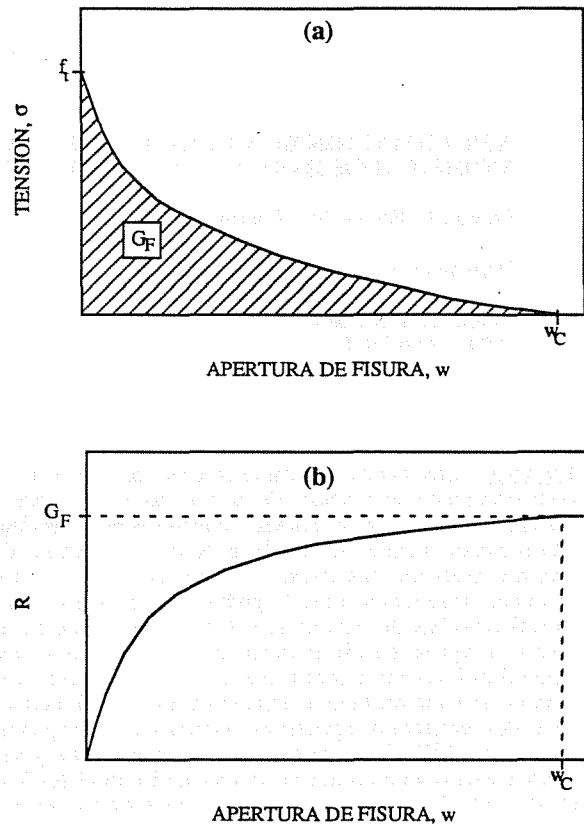


Fig. 1. Curva de ablandamiento (a)  
Curva R-COD (b)

## 3. LA OBTENCION DEL MODELO R-COD COMO APROXIMACION DE LA FISURA COHESIVA

Considerese un cuerpo con una fisura inicial (no cohesiva) de longitud  $a_0$  sometido a carga en modo I. Frente a la fisura inicial se desarrollará una fisura cohesiva cuya longitud se supone que se incrementa monótonamente. Para mayor sencillez puede suponerse que la carga se aplica, como es usual, en el contorno exterior del cuerpo (es decir, excluyendo los labios de la fisura) y dicha carga es proporcional. Para cada longitud de fisura cohesiva, debe buscarse el campo de corrimientos que cumple:

1. Carga proporcional a la dada en el contorno externo.
2. Tensión nula en los labios de la fisura inicial.
3. Equilibrio de fuerzas en el interior del cuerpo.
4. Leyes de Hooke en el interior del cuerpo.
5.  $\sigma = f(w)$  sobre los labios de la fisura cohesiva.
6. Tensión acotada en todo punto, en particular en el extremo de la fisura cohesiva.

Como en todo problema, podemos buscar una solución aproximada del mismo de forma que se reduzcan los grados de libertad del mismo. Al reducir los grados de libertad algunas de las condiciones anteriores no se cumplirán punto a punto, sino en promedio. Nosotros sustituimos el campo real por el campo aproximado correspondiente a una fisura clásica (no cohesiva) de longitud  $a_0 + \Delta a$  sometida al mismo tipo de carga en el contorno exterior. Con esta selección, las condiciones 1, 2, 3, y 4 se satisfacen automáticamente y la 5

y la 6 no pueden satisfacerse más que en promedio. Evidentemente, existen tantas soluciones aproximadas al problema cuantas formas de promedio podamos inventar, es decir, infinitas. Nuestra solución, que acepta una expresión en forma cerrada, se obtiene obligando a que *las integrales J remotas para el problema real y la solución aproximada coincidan*.

El cálculo de la integral J para el problema real a lo largo de un contorno que rodea la fisura cohesiva puede obtenerse en forma cerrada. En efecto, puesto que por la condición 6 no existen singularidades, podemos elegir como camino de integración los propios labios de la fisura, con lo que se obtiene

$$J_{\text{real}} = \int_0^{\text{CTOD}} \sigma dw = \int_0^{\text{CTOD}} f(w) dw = R(\text{CTOD}) \quad (6)$$

donde CTOD indica la apertura de fisura en la punta de la fisura inicial (fisura no cohesiva) y R(w) es la función definida en (2)

La integral J para la aproximación considerada viene dada, como es bien conocido, por :

$$J_{\text{aprox}} = [K_I(a_0 + \Delta a)]^2 / E' \quad (7)$$

donde  $K_I(a_0 + \Delta a)$  indica el factor de intensidad de tensiones calculado para la carga aplicada y una fisura de longitud  $a_0 + \Delta a$  y  $E'$  indica el módulo de elasticidad efectivo para tensión plana o deformación plana. Igualando los últimos miembros de (6) y (7) obtenemos la ecuación que gobierna el modelo aproximado:

$$[K_I(a_0 + \Delta a)]^2 / E' = R(\text{CTOD}) \quad (8)$$

donde, necesariamente, el CTOD real debe sustituirse por el CTOD aproximado.

#### 4. LAS ECUACIONES GENERALES DEL MODELO R-CTOD.

##### 4.1. Tamaño arbitrario.

La ecuación (8) establece la evolución del factor de intensidad de tensiones en el extremo de la fisura efectiva en función del CTOD, pero no lo relaciona con la carga aplicada. Es necesario complementar la ecuación (8) con las ecuaciones que expresan la evolución de  $K_I$  y del CTOD con la carga y la longitud de la fisura. En [10], basándonos en la estructura asintótica conocida de los campos elásticos en las proximidades del extremo de una fisura, obtuvimos para el CTOD la expresión

$$\text{CTOD} = 8 [E' \sqrt{(2\pi)}]^{-1} K_I(a_0 + \Delta a) \Delta a^{1/2} L(\Delta a/D) \quad (9)$$

donde  $L(\Delta a/D)$  es una función de forma adimensional que depende implícitamente de la geometría, y D es una dimensión característica de la estructura (por ejemplo el canto en una probeta SEN), y que cumple la importante condición

$$L(0) = 1 \quad (10)$$

Utilizando la ecuación (8), la ecuación (9) se reduce a

$$(\pi/32) E' \text{CTOD}^2 / R(\text{CTOD}) = \Delta a L^2(\Delta a/D) \quad (11)$$

ecuación que permite determinar CTOD para cada  $\Delta a$  o viceversa.

Por otra parte, el factor de intensidad de tensiones para una geometría dada y una longitud de fisura  $a_0 + \Delta a$  vendrá dado por

$$K_I(a_0 + \Delta a) = \sigma_N D^{1/2} S[(a_0 + \Delta a)/D] \quad (12)$$

donde  $\sigma_N$  es una tensión nominal (típicamente una fuerza dividida por el espesor y una dimensión lineal) y  $S(a/D)$  es una función de forma adimensional. De (12) y (8) se obtiene

$$\sigma_N^2 D S^2[(a_0 + \Delta a)/D] = E' R(\text{CTOD}) \quad (13)$$

Las ecuaciones (11) y (13) resuelven completamente el problema de la evolución de la fisura y de la carga en el modelo R-CTOD. Para cada  $\Delta a$  se obtiene CTOD de (11) y entrando en (13) se determina la carga aplicada.

##### 4.2. El límite de grandes tamaños

Cuando el tamaño del cuerpo tiende a infinito y  $\Delta a$  se mantiene acotado, la estructura peculiar de  $L(\Delta a/D)$  dada por la Ec. (10) permite obtener la carga en forma cerrada en función de CTOD hasta aproximación de  $1/D$ . En efecto, de (10) y (11) se obtiene:

$$\Delta a/D = (\pi/32) E' \text{CTOD}^2 / [D R(\text{CTOD})] + o(1/D) \quad (14)$$

donde  $o(x)$  indica infinitésimo de orden superior a x cuando x tiende a cero. Sustituyendo en (13) y desarrollando el primer miembro, resulta, después de operar:

$$K_{IN}^2 = E' R(\text{CTOD}) [1 - \Delta a_{\infty}(\text{CTOD}) D_i^{-1}] + o(1/D) \quad (15)$$

donde

$$K_{IN} = \sigma_N D^{1/2} S(a_0/D) \quad (16)$$

es el factor de intensidad de tensiones nominal (calculado para la longitud inicial de fisura),

$$\Delta a_{\infty}(\text{CTOD}) = (\pi/32) E' \text{CTOD}^2 / R(\text{CTOD}) \quad (17)$$

es la extensión efectiva de fisura para tamaño infinito, y  $D_i$  es el tamaño intrínseco u objetivo, definido en [11] como

$$D_i^{-1} = [2 S'(a_0/D) / S(a_0/D)] D^{-1} = 2 \partial_a \ln K_I |_{a=a_0} \quad (18)$$

Aparte de las relaciones anteriores, que serán utilizadas en lo que sigue, puede observarse que para D muy grande existe una relación única (17) entre CTOD y  $\Delta a$  (independiente del tamaño), por lo que el modelo R-CTOD converge a un modelo R- $\Delta a$  para D suficientemente grande, hasta primer orden en  $1/D$ .

#### 5. EL EFECTO DE TAMAÑO

Se denomina efecto de tamaño a la influencia que el tamaño de una estructura tiene sobre su carga de rotura. Dicha relación puede representarse de diferentes formas, todas ellas equivalentes. Los autores encontraron conveniente [10, 11] representar la inversa de  $K_{IN\text{max}}$  al cuadrado frente a la inversa del tamaño. Más específicamente, se representa el efecto de tamaño en un diagrama adimensional Y-X, donde

$$Y = E' G_F [K_{IN\text{max}}]^{-2} \quad (19)$$

$$X = l_{ch}/D_i \quad l_{ch} = E' G_F / f_t^2 \quad (20)$$

donde el factor de intensidad de tensiones nominal  $K_{IN}$  y el tamaño objetivo o intrínseco  $D_i$  han sido definidos en las ecuaciones (16) y (18), respectivamente.

Esta representación tiene varias ventajas. La primera es que las leyes de efecto de tamaño clásicas tienen una representación muy sencilla. La ley derivada de la fractura

elástica lineal es una recta paralela al eje X. La ley derivada de la teoría clásica de agotamiento es una recta que pasa por el origen. La ley de efecto de tamaño de Bazant es una recta con ordenada en el origen no nula. La segunda ventaja es que mantiene en imagen el límite de los grandes tamaños, pues tamaño infinito corresponde a  $X=0$ . Finalmente, la introducción del tamaño intrínseco tiene la ventaja de que no se deja a capricho del observador la elección de la dimensión característica de la estructura y, mucho más importante, la ventaja de que el comportamiento para X tendiendo a 0 resulta independiente de la geometría, para los modelos hasta ahora analizados [11]. Este último punto se desarrolla con mayor extensión a continuación.

En [11] se obtuvo que la ley de efecto de tamaño asintótica (para X tendiendo a cero) podía escribirse para un material cohesivo

$$Y = 1 + [\Delta a_{\infty CC} / l_{ch}] X \quad (+o[X]) \quad (21)$$

donde  $\Delta a_{\infty CC}$  es la extensión crítica de fisura para tamaño infinito y modelo cohesivo (de ahí el segundo subíndice C), que es una constante del material con dimensiones de longitud que puede deducirse (calcularse) dada la curva de ablandamiento.

Para el modelo R-CTOD asociado a un modelo cohesivo, pueden utilizarse las expresiones (15) y (17) para, desarrollando en serie y truncando, obtener la correspondiente ecuación asintótica que puede escribirse como

$$Y = 1 + [\Delta a_{\infty CR} / l_{ch}] X \quad (+o[X]) \quad (22)$$

que es idéntica a la (21), excepto por el valor de la extensión crítica de fisura (distinguida por el subíndice R), que ahora toma la forma explícita:

$$\Delta a_{\infty CR} = (\pi/32) E' w_C^2 / G_F \quad (23)$$

## 6. COMPARACION DEL EFECTO DE TAMAÑO PARA MODELOS COHESIVOS Y R-CTOD

En esta sección se estudian las predicciones de efecto de tamaño de dos modelos cohesivos, uno con ablandamiento exponencial y otro con ablandamiento lineal y las predicciones de los modelos R-CTOD asociados.

### 6.1. Aspectos generales

#### Geometría

La geometría considerada corresponde a probetas entalladas (SEN) ensayadas a flexión en tres puntos, con las relaciones geométricas indicadas en la figura 2, considerando relaciones entalla-canto  $0,2 \leq a_0/D \leq 0,5$  que son las más usadas en la práctica para ensayos de hormigón. La función de forma considerada se tomó de Tada et al. [12] como:

$$S(x) = [1.99 - x(1-x)(2.15 - 3.93x + 2.7x^2)] x^{1/2} / (1+2x)^{-1} (1-x)^{-3/2} \quad (24)$$

expresión consistente con la ecuación (12) cuando se toma

$$\sigma_N = 6 P/BD \quad (25)$$

#### Material

Aunque todos los resultados se presentan en forma adimensional, para comparar con situaciones prácticas pueden considerarse las siguientes propiedades para un hormigón medio:

$$f_t = 3.21 \text{ MPa}; \quad E' = 30 \text{ GPa}; \quad G_F = 103 \text{ N/m} \quad (26)$$

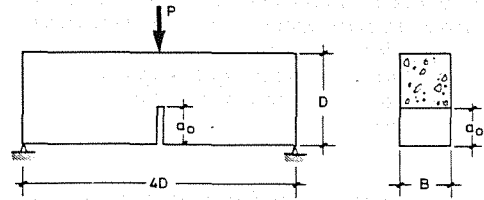


Fig. 2. Definición de la geometría.

para los que se obtiene una longitud característica

$$l_{ch} = 0,3 \text{ m} \quad (27)$$

#### Modelos

Se consideraron los mismos modelos que en trabajos previos, un modelo con ablandamiento casi-exponencial [10,11] y un modelo con ablandamiento lineal [11]. Las ecuaciones de las respectivas curvas de ablandamiento son:

##### 1. Ablandamiento Casi-Exponencial

$$\begin{aligned} \sigma/f_t &= (1+A) \exp(-Bw/w_C) - A \quad \text{para } 0 < w \leq w_C \\ \sigma/f_t &= 0 \quad \text{para } w_C \leq w \end{aligned} \quad (28)$$

$$A = 0,0082896; \quad B = 0,96020; \quad w_C = 5 G_P/f_t$$

##### 2. Ablandamiento lineal

$$\begin{aligned} \sigma/f_t &= 1 - w/w_C \quad \text{para } 0 < w \leq w_C \\ \sigma/f_t &= 0 \quad \text{para } w_C \leq w \end{aligned} \quad (29)$$

$$w_C = 2 G_P/f_t$$

#### Métodos numéricos

Se han utilizado tres técnicas numéricas para los tres aspectos distintos del problema que corresponden a análisis asintótico, a modelos cohesivos en tamaños usuales y a modelos R-CTOD en tamaños usuales.

Todos los resultados correspondientes a modelos cohesivos habían sido previamente obtenidos y presentados [10, 11] por lo que no van a ser detallados aquí.

Por lo que se refiere a los modelos R-CTOD, el análisis asintótico ha sido desarrollado en las secciones precedentes y la solución obtenida en forma cerrada, y el análisis numérico correspondiente a tamaños ordinarios se ha limitado a la resolución incremental e iterativa de las ecuaciones (11) y (13), con variable independiente  $\Delta a$ , hasta detectar el máximo de carga. Debe notarse que la función de forma  $S(a/D)$  es conocida en forma cerrada, pero la función  $L(\Delta a/D)$  que aparece en (11) no lo es. Esta función se obtuvo por puntos mediante cálculo por elementos finitos, para cada  $a_0/D$  estudiado, a intervalos de  $0,025D$ . En los puntos intermedios se utilizó una rutina de interpolación por splines cúbicos.

### 6.2. Resultados

#### Análisis asintótico

El comportamiento asintótico hasta primer orden está controlado por el parámetro  $\Delta a_{\infty C}/l_{ch}$  que aparece en las

ecuaciones (21) y (22) que mide la desviación respecto de la fractura elástica lineal. La tabla 1 recoge los resultados obtenidos para cada tipo de modelo y ablandamiento.

TABLA 5. Resultados del análisis asintótico

Ablandamiento	MODELOS	
	Cohesivos $\Delta a_{\infty CC}/l_{ch}$	R-CTOD $\Delta a_{\infty CR}/l_{ch}$
Exponencial	2,480	2,454
Lineal	0,419	0,393

Como puede observarse la diferencia es del 6% para el caso de ablandamiento lineal y tan solo del 1% para el ablandamiento de tipo exponencial, más realista. Si se tiene en cuenta la crudeza de la aproximación implicada en el modelo R-CTOD, el nivel de precisión obtenido es excelente.

### Tamaños ordinarios

La comparación del efecto de tamaño de los modelos cohesivo-exponencial y su R-CTOD asociado puede verse en la figura 3. Un gráfico análogo para los modelos con ablandamiento exponencial puede verse en la figura 4.

Como puede observarse, la diferencia de ordenadas para los distintos modelos es inferior al 10% para todos los tamaños estudiados, que corresponden a cantos superiores a unos 8 cm aproximadamente. Es de notar que la Y incluye el cuadrado de la carga máxima, siendo la diferencia expresada en cargas inferior al 5%, por lo que entra dentro de la banda de dispersión experimental habitual en el hormigón.

Puede, así mismo, notarse que para  $X \leq 10-12$  la diferencia es despreciable a nivel de ingeniería. Esto corresponde a cantos reales de unos 15-20 cm, utilizados en la práctica con frecuencia.

Parece, por tanto, evidente, que la aproximación R-CTOD puede utilizarse para estimar con rapidez las cargas de rotura de una probeta, con tal de que el tamaño no sea muy pequeño comparado con la longitud característica.

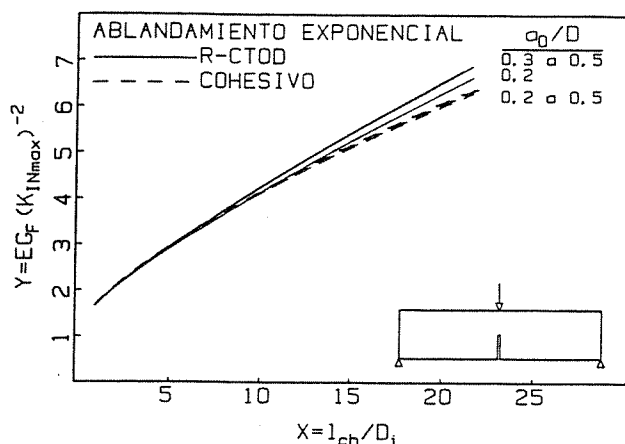


Fig. 3. Comparación del efecto de tamaño de los modelos cohesivo-exponencial y su R-CTOD asociado.

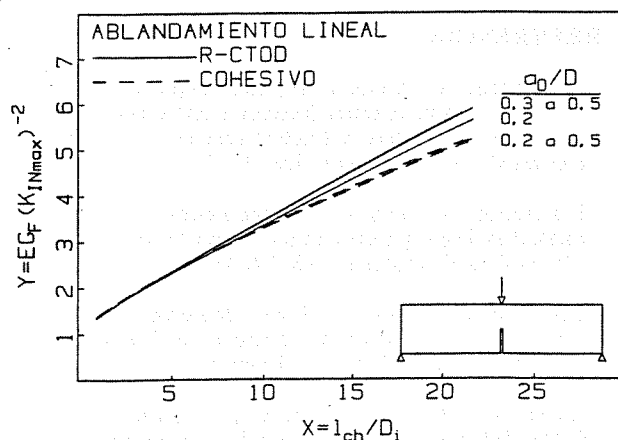


Fig. 4. Comparación del efecto de tamaño de los modelos cohesivo-lineal y su R-CTOD asociado.

### 7. CONCLUSIONES

De lo expuesto anteriormente podemos extraer las siguientes conclusiones fundamentales:

1. Los modelos R-CTOD pueden considerarse aproximaciones puramente matemáticas de los modelos de fisura cohesiva.
2. Los modelos R-CTOD están gobernados por el sistema de dos ecuaciones no lineales simultáneas (11) y (13).
3. La forma asintótica de la ley de efecto de tamaño para los modelos R-CTOD es la misma que para los modelos de fisura cohesiva, hasta primer orden.
4. Los modelos R-CTOD suministran una aproximación excelente de la carga de rotura (5%) para tamaños superiores, aproximadamente, a 8 cm para un hormigón medio.
6. Aunque en este trabajo se ha partido de suponer conocida la curva de ablandamiento de los modelos cohesivos, a partir de la cual se determina la curva R, en la práctica podría utilizarse el procedimiento inverso y determinar aproximadamente la curva de ablandamiento a partir de la determinación experimental de la curva R-CTOD.
7. Siendo los modelos R-CTOD prometedores como aproximaciones sencillas de los modelos cohesivos, parece adecuado fijar como objetivo futuro el estudio de su capacidad de aproximación de otras características, como deflexiones, CMOD y, en general, curvas carga - desplazamientos.

### AGRADECIMIENTOS

Los autores desean expresar su agradecimiento a la CICYT por la subvención concedida para la realización de este trabajo, a través del proyecto PB86-0494.

## 8. REFERENCIAS

- [1] Hillerborg, A., Modeer, M, and Petersson, P. E. (1976) "Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements" *Cement. Concr. Res.*, **6**, 773-782.
- [2] Hillerborg, A. (1985) "The theoretical basis of a method to determine the fracture energy  $G_F$  of concrete" *Materials and Structures*, **18**, 291-296.
- [3] Elices, M. and Planas, J. (1988) "Materials Models", Chapter 3 in *State of Art Report on Fracture of Concrete*, RILEM TC-90, L. Elfgren, Ed.
- [4] Elices, M., Planas, J., Llorca, J. y Guinea, G. V. (1988) "Métodos numéricos en la fractura de materiales cohesivos" *Anales de Mecánica de la Fractura*, **5**, 61-89.
- [5] Broek, D. (1986) "Elementary Engineering Fracture Mechanics". Martinus Nijhoff Publishers.
- [6] Bazant, Z. P. (1986) "Mechanics of distributed Cracking" *Applied Mech. Rev.*, **39**, 675-705.
- [7] Bazant, Z. P. (1984) "Size effect in blunt fracture: concrete, rock, metals" *J. Eng. Mech. ASCE*, **110**, 518-538.
- [8] Jenq Y. S., and Shah, S. P. (1985) "A two parameter fracture model for concrete" *J. Eng. Mech. ASCE*, **111**, 1227-1241.
- [9] Nallathamby, P. and Karihaloo, B.L. (1986) "Determination of specimen size independent fracture toughness of plain concrete". *Magazine Concr. Res.*, **38**, No. 135, 67-76.
- [10] Planas, J., and Elices, M. (1988) "Fracture criteria for concrete: mathematical approximations and experimental validation" *Int. Conf. on Fracture and Damage of Concrete and Rock*, Vienna, Austria, July 4-6 1988. To be published in *Engineering Fracture Mechanics*.
- [11] Planas, J., and Elices, M. (1988) "Size Effect in Concrete Structures: mathematical approximations and experimental validation" *CRS-NSF Int. Workshop on Size effect and Strain Localization due to Cracking and Damage*, Cachan, Paris, France, 6-9 Sept 1988. Proceedings to be published by Elsevier, Amsterdam.
- [12] Tada, H., Paris, P. C., and Irwin, G.R. (1973) *Stress Analysis of Cracks Handbook*, Del Research Corp. Hellertown, Pa.

PREDICCIÓN ANALÍTICA DEL COMPORTAMIENTO DE ESTRUCTURAS DE HORMIGÓN  
MEDIANTE UN MODELO CON APROXIMACIÓN DISCRETA DE LA FISURACIÓN

P.F. Miguel, M.A. Fernández y M.A. Jawad

Departamento de Ingeniería de la Construcción  
Universidad Politécnica de Valencia  
Camino de Vera s/n 46071 Valencia

## RESUMEN

En este trabajo se presenta un modelo de elementos finitos con aproximación discreta de la fisura, capaz de reproducir el comportamiento de las estructuras de hormigón. El modelo se caracteriza por los elementos fisura, su particular proceso de carga y la reorganización de la malla. Los efectos de encajamiento de áridos y tracción entre caras de la fisura en la zona de fractura se introducen en el modelo constitutivo de los elementos fisura. El nivel de carga se controla por el propio criterio de fisuración empleado. De esta forma, sólo se genera una fisura cada vez que la estructura alcanza el equilibrio y puede obtenerse, además, la trayectoria descendente de la respuesta carga-flecha. Finalmente, se compara la predicción de una fractura en modo mixto con los resultados experimentales.

## ABSTRACT

A finite element model with discrete crack approach, which describes the behaviour of concrete structures is presented. The model is characterized by its crack elements, special loading process, and mesh reorganization. The effects of aggregate interlock and tension between crack faces in the fracture zone are introduced in the constitutive model of crack elements. The loading level is controlled by the cracking criterion. Thus, only one new crack length is generated each time the structure is balanced, and the descending branch of the load-deflection path may be obtained. Finally, the prediction of a mixed-mode fracture is verified with comparison with experimental results.

## 1. INTRODUCCION

En este trabajo se presentan los últimos avances realizados en el modelo de elementos finitos desarrollado por los autores para la predicción analítica del comportamiento de estructuras de hormigón. El modelo utiliza la aproximación discreta de la fisura, es decir, modifica la malla de elementos finitos para reproducir la fisuración introduciendo nodos y elementos nuevos.

Los inconvenientes sufridos por la utilización de la técnica discreta de representación de las fisuras podrían resumirse en: a) que la malla es cambiante durante el proceso de carga; b) que el número de nodos y de elementos crece durante el proceso de carga, ampliando el número de grados de libertad en la malla; y c) que es necesario utilizar técnicas numéricas especiales de resolución del sistema de ecuaciones como son la optimización del ancho de banda [1] o el método frontal [2]. Sin embargo, estos inconvenientes se ven compensados por la mejor

y más realista representación de las fisuras, que permite introducir de una forma simple los efectos de encajamiento de áridos y pasador de las armaduras, así como los conceptos de mecánica de fractura. Por otra parte, la utilización de procesos numéricos de regeneración de la malla totalmente automatizados [3] y la utilización de ordenadores de gran potencia reducen notablemente los inconvenientes anteriormente enumerados.

De esta forma, el modelo descrito en el presente trabajo se convierte en una herramienta de gran eficacia para la predicción analítica del comportamiento de las estructuras de hormigón en masa o armado.

El ámbito de aplicación del modelo se reduce a las estructuras planas cargadas en su plano debido a la dificultad de la representación de la fisura mediante aproximación discreta si esta se produce según una superficie no plana

en el espacio. El modelo es, por tanto, aplicable a vigas esbeltas, ménsulas cortas, vigas de gran canto, pantallas, etc.

El objetivo del modelo es conseguir una representación del comportamiento de las estructuras de hormigón incluyendo en ellas la adherencia no perfecta de las armaduras con el hormigón que le rodea, el efecto encajamiento de áridos y el efecto pasador de las armaduras.

Sin embargo, siendo conscientes los autores de el efecto estabilizador de las armaduras sobre la fisuración, se ha considerado necesario contrastar el modelo con estructuras de hormigón en masa antes de aplicarlo a estructuras de hormigón armado. Los resultados y conclusiones obtenidos, junto con una breve descripción del modelo son el objeto de este trabajo.

2. DESCRIPCIÓN DEL MODELO

En la descripción del modelo se hará solamente referencia a los aspectos fundamentales del mismo y que, de alguna manera, lo caracterizan. Estos pueden clasificarse en tres grandes grupos: a) los elementos finitos utilizados; b) el proceso de carga y criterio de fisuración; y c) la reorganización de la malla.

2.1 Elementos finitos utilizados

2.1.1 Hormigón

La malla de elementos finitos que representa al hormigón está formada por elementos isoparamétricos de cuatro nodos. Las ecuaciones constitutivas adoptadas han sido tomadas de las propuestas por M.D. Kotsyvos [4] y [5], para comportamiento triaxial, validadas con numerosos ensayos de laboratorio llevados a cabo en el Departamento de Ingeniería Civil del Imperial College (Universidad de Londres), y que figura entre las recomendadas por el Comité Euro-Internacional del Hormigón (C.E.B.) [6]. Para su aplicación en el modelo de elementos finitos presentado se ha impuesto la condición de tensión plana. Esta formulación tiene la ventaja de quedar totalmente definida mediante el valor de la resistencia a compresión simple del hormigón en probeta cilíndrica ( $f_c$ ).

2.1.2 Fisura

El elemento finito que configura un tramo de fisura en la malla de elementos finitos es un elemento lineal constituido por cuatro nodos, dos comunes a los nodos de hormigón de un lado de la fisura y los otros dos comunes a los dos nodos del otro lado de la fisura (fig. 1).

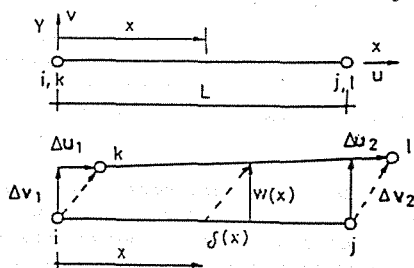


Fig. 1 Elemento fisura.

Mediante interpolación lineal entre los desplazamientos de los dos nodos de ambos lados de la fisura es posible conocer el deslizamiento y la abertura de fisura en cualquier punto del elemento finito:

$$\begin{pmatrix} \delta(x) \\ w(x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -N_1 & 0 & -N_2 & 0 & N_1 & 0 & N_2 & 0 \\ 0 & -N_1 & 0 & -N_2 & 0 & N_1 & 0 & N_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_i \\ v_i \\ u_j \\ v_j \\ u_k \\ v_k \\ u_l \\ v_l \end{pmatrix}$$

$$s(x) = N(x) \cdot r \tag{1}$$

El principio de trabajos virtuales proporciona las fuerzas nodales equivalentes internas de este elemento cuando están actuando entre las caras de fisura unas tensiones tangenciales  $\tau(x)$  y tensiones normales  $\sigma(x)$ :

$$W_i = \int_0^l s^T \cdot \sigma \cdot t \cdot dx = r^T \cdot \left( \int_0^l N^T \cdot \sigma \cdot t \cdot dx \right) = r^T \cdot f_i$$

$$f_i = \int_0^l N^T \cdot \sigma \cdot t \cdot dx \tag{2}$$

La rigidez tangente de este elemento se obtiene tomando incrementos en la ecuación (2):

$$\Delta f_i = \int_0^l N^T \cdot \Delta \sigma \cdot t \cdot dx = \int_0^l N^T \cdot D_T \cdot \Delta s \cdot t \cdot dx = \left( \int_0^l N^T \cdot D_T \cdot N \cdot t \cdot dx \right) \cdot \Delta r = K_T \cdot \Delta r$$

siendo  $D_T$  la matriz que relaciona los incrementos de tensiones con los incrementos de deslizamiento y abertura de fisura.

La ecuación constitutiva incorporada a este elemento finito engloba los fenómenos de transmisión de tensiones entre caras de la fisura debido al encajamiento de áridos (tensiones tangenciales y tensiones normales que tienden a abrirla) y a causa de la microfisuración en la cabeza de fisura, siguiendo el concepto de fisura ficticia de Hilleborg [7] (tensiones normales de tracción a través de la fisura).

Una exposición detallada de las ecuaciones constitutivas de este elemento se puede encontrar en una anterior publicación de los autores [8]. Básicamente esta formulación se resume en las ecuaciones siguientes:

$$\begin{aligned} \tau &= a + b \cdot \delta - a \cdot e^{\frac{1}{2} \cdot \delta} && \text{para } b \geq 0 \\ \tau &= 0 && \text{para } b < 0 \\ \sigma &= c + d \cdot \delta - c \cdot e^{\frac{1}{2} \cdot \delta} - f(w) && \text{para } d \geq 0 \\ \sigma &= 0 && \text{para } d < 0 \end{aligned} \tag{4}$$

$$\begin{aligned} a &= -f_c/30 \\ b &= 28.53w^{-0.6} + (0.459w^{0.707} - 2)f_c \\ c &= -f_c/20 \\ d &= 31.65w^{-0.63} + (0.536w^{-0.552} - 1.5)f_c \end{aligned}$$



El efecto de encajamiento de áridos ha sido formulado tomando como base la propuesta de Walraven [9] que consiste en el ajuste, a los resultados experimentales, de relaciones lineales entre las tensiones  $\tau$  y  $\sigma$  con el deslizamiento  $\delta$  para una abertura de fisura  $w$  fijada. Estas relaciones lineales han sido modificadas mediante un término aditivo de forma exponencial ( $-a \cdot e^{b \cdot \delta / w}$  y  $-c \cdot e^{d \cdot \delta / w}$ ) para que, tal como indican los ensayos experimentales proporcionados por Walraven [9], no se produzcan tensiones tangenciales de sentido contrario al del deslizamiento entre caras de fisura o incluso tensiones de tracción entre caras de fisura.

Por otra parte, siguiendo los conceptos de fisura ficticia propuestos por Hilleborg, se incorpora un término aditivo a las tensiones normales entre caras de fisura en función de la abertura de la fisura ( $-f(w)$ ). La función adoptada es una cúbica definida por la energía de fractura  $G_f$ , la resistencia a la tracción  $f_t$  y la abertura de fisura para la cual la tensión se anula  $w_0$  (fig. 2). Su expresión es:

$$f(w) = f_t \left( 1 + (12\alpha - 6) \left(\frac{w}{w_0}\right) + (9 - 24\alpha) \left(\frac{w}{w_0}\right)^2 + (12\alpha - 4) \left(\frac{w}{w_0}\right)^3 \right) \quad \text{para } w \leq w_0$$

$$f(w) = 0 \quad \text{para } w > w_0 \quad (5)$$

$$\text{siendo } \alpha = \frac{G_f}{f_t \cdot w_0}$$

La formulación empleada en (4) permite que un deslizamiento entre labios de fisura  $\delta$  en la zona de microfisuración de la cabeza de una fisura ( $w < w_0$ ) disminuya el efecto de las tensiones normales de tracción entre caras, debido a que actúa simultáneamente el efecto del encajamiento de áridos.

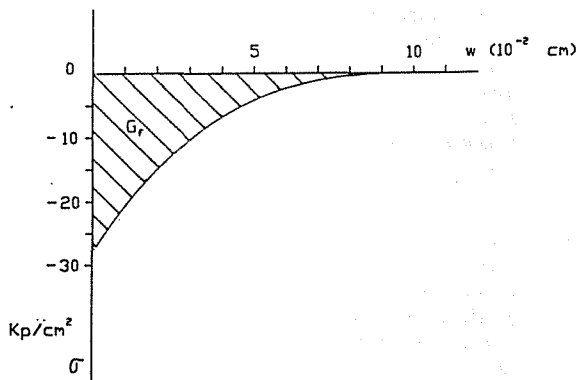


Fig. 2 Término aditivo de la relación  $\sigma$ - $w$  para la ecuación constitutiva del elemento fisura.

## 2.2 Proceso de carga y criterio de fisuración

Para generar la fisuración en la malla de elementos finitos durante el avance del nivel de carga es necesario establecer un criterio de inicio y propagación de cada tramo de fisura, de forma que la generación y propagación de fisuras sea un proceso totalmente automático.

El criterio escogido para ello es el clásico tensional. Con la estructura equilibrada se

calculan las tensiones en los nodos de la malla y se chequea el criterio de rotura en tensiones. Se genera una nueva fisura si, superado este criterio, alguna tensión principal es de tracción. Sin embargo, para la propagación de una fisura anterior no se chequean las tensiones en el nodo cabeza de fisura, ya que las tensiones calculadas en él por interpolación de las tensiones de los elementos adyacentes lleva a valores incorrectos en modos mixtos de fractura, y se prefiere evaluar las tensiones en los puntos de integración que rodean al nodo. Se propaga la fisura, es decir, se genera un nuevo tramo de fisura que continúa al anterior, si, sobrepasado el criterio de rotura en un punto de integración de los que rodean al nodo cabeza de fisura, alguna tensión principal en él es de tracción.

Para un mismo nivel de carga, una vez equilibrada la estructura, podría suceder que se cumplieran los criterios expuestos de fisuración en varios nodos. No sería correcto generar simultáneamente varios tramos de fisura ya que la generación de un solo tramo de fisura cambia la estructura y puede relajar las tensiones allí donde previamente se sobrepasaba el criterio de rotura.

Para resolver el problema planteado se introdujo inicialmente [10] el criterio de escoger, de entre todos los nodos que sobrepasan el criterio de fisuración, aquel que más lo sobrepasara. Sin embargo, proceder por escalones de carga predefinidos y adoptar este criterio impide la obtención de ramas descendentes en la curva carga-flecha.

La obtención de ramas descendentes en el proceso de carga solo es posible mediante un control del nivel de carga [11] imponiendo una condición que ligue las variaciones de carga con las variaciones de los desplazamientos nodales (método de la longitud de arco [12], método del camino plano [13], etc.). Esta condición puede establecerse de forma que la variación de la carga sea tal que conduzca a que sólo en un nodo se cumpla estrictamente la condición de fisuración.

El proceso seguido es controlado por las siguientes ecuaciones:

- los residuos en cada nodo son el resultado del balance de fuerzas internas y externas

$$\mathfrak{R}(\mathfrak{Q}, \mu) = \mu P - \sum_e \int_V \mathbf{B}^T \cdot \mathfrak{e} \cdot dV \quad (6)$$

donde  $\mu$  es la variable que controla el nivel de carga.

- las variaciones  $d\mu$  y  $d\mathfrak{Q}$  que conducen a equilibrar la estructura ( $d\mathfrak{R} + d\mathfrak{R}' = 0$ ) están relacionadas por

$$-\mathfrak{R}(\mathfrak{Q}, \mu) \approx P d\mu - \mathbf{K}_T \cdot d\mathfrak{Q}$$

$$d\mathfrak{Q} = \mathbf{K}_T^{-1} \cdot \mathfrak{R}(\mathfrak{Q}, \mu) + (\mathbf{K}_T^{-1} \cdot P) d\mu = d\mathfrak{Q}' + \mathfrak{Q}'' d\mu \quad (7)$$

- las variaciones de  $d\mu$ ,  $d\phi$  y  $d\phi'$  están relacionadas por la condición de fisuración. Para cada punto de integración 'n' de cada elemento 'e' se tiene, tomando el primer término del desarrollo en serie de Taylor de la función de rotura  $F(\sigma)$

$$\begin{aligned} 0 &= F(\sigma_n + d\sigma_n) \approx \sigma_n + \frac{\partial F}{\partial \sigma} \cdot d\sigma_n = \\ &= F(\sigma_n) + \frac{\partial F}{\partial \sigma} \cdot \mathbf{D}_{Tn} \cdot \mathbf{B}_n^e \cdot d\Phi_e = \\ &= F(\sigma_n) + \frac{\partial F}{\partial \sigma} \cdot \mathbf{D}_{Tn} \cdot \mathbf{B}_n^e \cdot (d\Phi_e' + \Phi_e'' d\mu) \end{aligned}$$

$$d\mu = - \frac{F(\sigma) + \frac{\partial F}{\partial \sigma} \cdot \mathbf{D}_{Tn} \cdot \mathbf{B}_n^e \cdot d\Phi_e'}{\frac{\partial F}{\partial \sigma} \cdot \mathbf{D}_{Tn} \cdot \mathbf{B}_n^e \cdot \Phi_e''} \quad (8)$$

Así, si se parte de una situación de carga y desplazamientos nodales de la estructura ( $\mu_0, \phi_0$ ), se obtiene una nueva situación de carga  $\mu_1, \phi_1$  y desplazamientos  $\phi_1$  de la siguiente forma:

1º obtención de los residuos ( $\sigma_n, \mu_0$ ) mediante la aplicación de la expresión (6). Si la situación ( $\sigma_n, \mu_0, \phi_0$ ) es de equilibrio, estos residuos serán nulos o inferiores al error considerado.

2º resolución de los sistemas de ecuaciones  $(\mathbf{K}_n^e)^{-1} \cdot (\sigma_n, \mu_0)$  y  $(\mathbf{K}_n^e)^{-1}$ , los cuales proporcionan los valores de  $d\phi$  y  $d\phi'$  respectivamente en todos los nodos de la malla.

3º en cada punto de integración se aplica la expresión (8) obteniendo un nivel de carga  $d\mu_n$  diferente para cada uno de ellos.

4º se asigna a cada nodo el valor  $d\mu_i$  ponderando los valores  $d\mu_n$  de los puntos de integración que le rodean, excepto si se trata de un nodo cabeza de fisura, en cuyo caso se asigna directamente al nodo el valor mínimo.

5º se toma como variación del nivel de carga  $d\mu$  el valor mínimo de todos los  $d\mu_i$ .

6º se calculan las variaciones de desplazamientos nodales  $d\phi = d\phi' + \phi'' \cdot d\mu$ .

7º se acumulan las variaciones de carga y desplazamientos nodales a los iniciales:

$$\begin{aligned} \mu_1 &= \mu_0 + d\mu \\ \phi_1 &= \phi_0 + d\phi \end{aligned}$$

8º se vuelve al punto 1º para calcular los nuevos residuos. Si estos no son suficientemente pequeños, se repite el proceso hasta la convergencia (punto A de la fig. 3). Cuando esta se produce, un nodo cumple estrictamente la condición de fisuración y, por tanto, es necesario modificar la malla para generar el nuevo tramo de fisura.

Una vez generado el nuevo tramo de fisura, la solución de desplazamientos nodales y nivel de

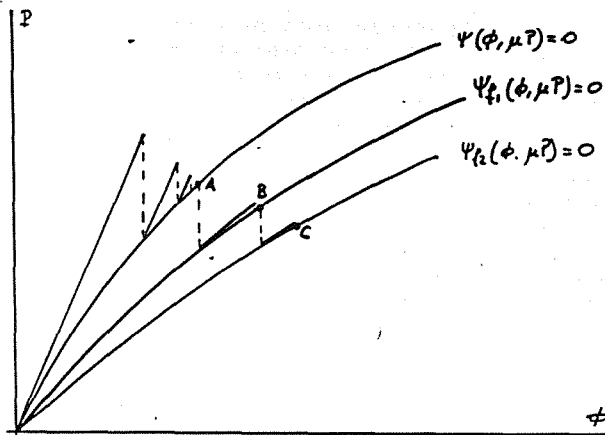


Fig. 3 Proceso de carga.

carga que equilibraba a la malla antes de la generación del tramo de fisura, ya no la equilibra (curva 2 de la fig. 3) y es necesario volver a comenzar desde el punto 1º para encontrar el siguiente nivel de carga y desplazamientos nodales que producen las condiciones de fisuración estrictamente en un nodo de la nueva malla (punto B de la fig. 3).

2.3 Reorganización de la malla

El conjunto de operaciones que es preciso realizar cuando, equilibrada la estructura, se cumple la condición de fisuración en un nodo. Estas operaciones se reducen a un problema de automatizar un proceso de remallado bajo los siguientes criterios básicos:

- La dirección del nuevo tramo de fisura viene dada por la normal a la dirección principal de tracción.
- Cuando el tramo de fisura que va a generarse constituye una propagación de algún tramo anterior, el sentido de avance está definido por el criterio de que forme con el tramo anterior un ángulo superior a  $\pi/2$ .
- El nuevo tramo de fisura queda definido generando nuevos nodos, desplazando nodos de suposición inicial, modificando elementos o dividiendo elementos. En cualquier caso el proceso no genera elementos diferentes a los descritos.
- Se ha constatado como más conveniente mover los nodos modificando la forma de los elementos finitos que representan al hormigón antes que dividir los elementos en dos al paso de una fisura, siempre que ello sea posible (fig. 4).

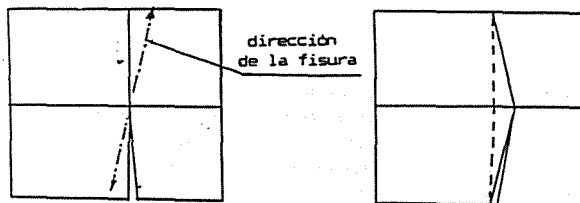


Fig. 4 Movimiento de nodo en la reorganización de la malla.

3. PREDICCIÓN DE LA FISURACION EN MODO MIXTO

Las posibilidades en la predicción de la respuesta de estructuras de hormigón en masa mediante el modelo expuesto son puestas de manifiesto mediante el caso de fractura en modo mixto de una viga entallada ensayada por Arrea e Ingraffea, que ha servido para contrastar los modelos numéricos presentados por diversos autores (Rost [14], Oller [13]...).

En la figura 5 se muestran las características geométricas y de carga del ensayo, las características mecánicas del hormigón empleado y la geometría de la malla inicial utilizada en el modelo.

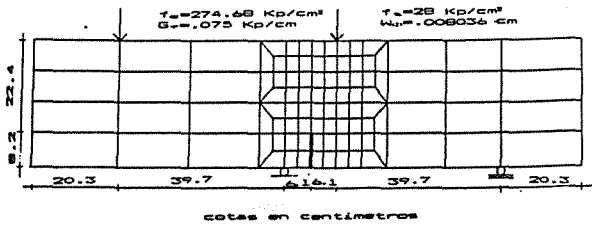


Fig. 5 Viga entallada ensayada por Arrea e Ingraffea: características geométricas y de carga. Malla de elementos finitos utilizada.

La predicción del modelo respecto a la respuesta carga-deslizamiento entre caras de la entalla es la indicada en la figura 6 en la que se observa lo siguiente:

- La curva obtenida por el modelo se ajusta bastante bien a la banda experimental dada por los autores del ensayo.
- La respuesta del modelo antes de la primera fisura es más rígida que la reflejada en los ensayos. Esto puede deberse a que las ecuaciones constitutivas propuestas por Kotsovos sólo tienen un parámetro de calibración (la resistencia a compresión simple  $f_c$ ) y de él se deriva el módulo de deformación  $E$  sin posibilidades de ajuste. El valor dado por la referencia del ensayo para el módulo de deformación es de 248.000 Kp/cm², cuando el modelo adopta un módulo de deformación de 280.000 Kp/cm² para la  $f_c$  dada.

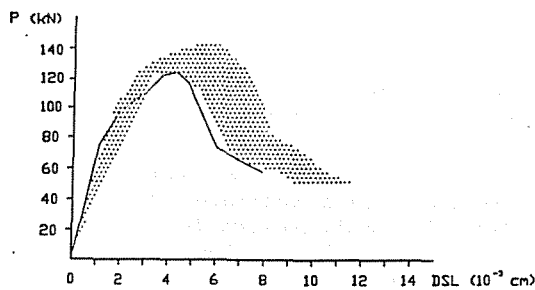


Fig. 6 Relación carga-deslizamiento entre bordes de la entalla. Banda experimental y predicción del modelo.

La predicción del modelo respecto a la trayectoria de la fisura es la indicada en la figura 7 en la que se observa que dicha trayectoria

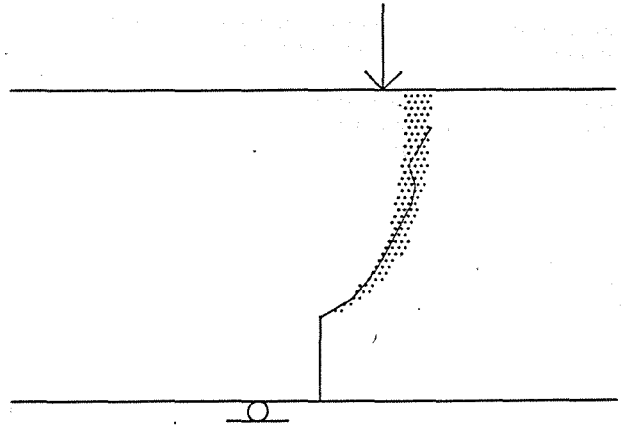


Fig. 7 Trayectoria de la fisura. Banda experimental y predicción del modelo.

está dentro de la banda experimental obtenida en los ensayos. Solamente en la parte superior produce una desviación en zig-zag que se justifica por la formación de elementos de forma bastante distorsionada en este extremo en el momento de generarse el tramo de fisura (fig. 8).

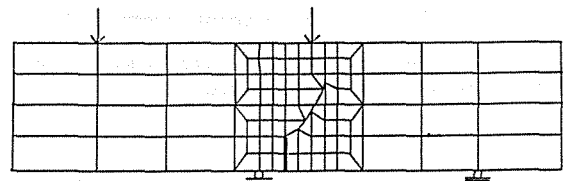


Fig. 8 Malla de elementos finitos generada durante la formación de la fisura.

La existencia de elementos tan distorsionados es posible por el criterio adoptado de mover los nodos para formar siempre elementos de hormigón isoparamétricos de cuatro nodos. En ocasiones este criterio conduce a desplazar un nodo excesivamente para evitar la formación de elementos triangulares. En la actual versión del modelo se ha preferido no generar elementos triangulares a pesar de perder regularidad en la malla.

Las tensiones normales y tangenciales generadas en la fisura cuando la situación de carga es la expresada por el punto A de fig. 6 son las dibujadas en la fig. 9. Se observa como, en el comienzo de la fisura, el desarrollo de

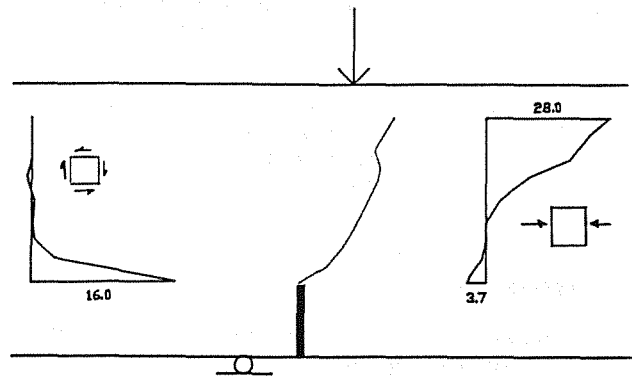


Fig. 9 Tensiones normales y tangenciales desarrolladas en la fisura.

deslizamientos genera grandes tensiones tangenciales e incluso tensiones normales que tienden a abrir la fisura, mientras cerca de la cabeza de la fisura prácticamente no existen tensiones tangenciales y se desarrollan tensiones normales de tracción entre caras de la fisura que crecen progresivamente conforme esta se va cerrando.

En la figura 10 se representa la deformación de la viga en el momento que se ha producido esta fisura. Amplificando por 200 los movimientos de los nodos se puede observar la abertura y el deslizamiento de la fisura principal y de la entalla.

También en la misma figura se observa la fisura de flexión negativa que se abrió para un nivel de carga próximo al máximo de la fig. 6 y que posteriormente se ha cerrado.

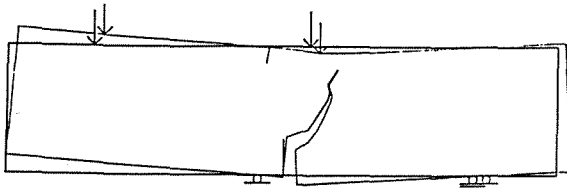


Fig. 10 Deformación de la viga amplificando por 200 los movimientos nodales.

#### 4. CONCLUSIONES

La utilización de los conceptos de mecánica de fractura junto con la técnica de la fisuración discreta en modelos de elementos finitos es una opción de grandes posibilidades en el análisis asistido por ordenador de estructuras de hormigón fisurado. La naturaleza discreta de las fisuras en el hormigón, especialmente si no lleva armaduras, hace que la técnica de fisuración discreta sea muy adecuada pues introduce de una manera muy real los fenómenos de encajamiento de áridos y de mecánica de fractura.

Aunque se ha obtenido una buena aproximación a los resultados experimentales, es necesario realizar más pruebas con diferentes tamaños de elementos de la malla de elementos finitos con objeto de conocer la sensibilidad de la variación de la malla ya que se ha empleado un criterio clásico tensional para determinar la fisuración.

Hay que destacar la importancia que tiene el proceso de carga empleado que permite conocer en que carga se ha producido cada tramo de fisura incluso aunque se produzca en ramas descendentes, es decir, en fisuras inestables.

#### 5. REFERENCIAS

[1] Sauoma V. y Ingraffea A.R. (1981) "Fracture mechanics analysis of discrete cracking", IABSE Colloquium, Advanced Mechanics of Reinforced Concrete, Delft, 413-436.

- [2] Ngo D. (1975) "A network topological approach to the finite element analysis of progressive crack growth in concrete members", Tesis Doctoral, Universidad de Berkeley, California, USA.
- [3] Fernández M.A. y Miguel P.F. (1988) "Una representación geométrica de la red de fisuración en estructuras de hormigón para su aplicación en un modelo de análisis por el método de los elementos finitos", Hormigón y Acero, nº 167, 45-54.
- [4] Kotsovos M.D. y Newman J.B. (1979) "A mathematical description of the deformational behaviour of concrete under complex loading", Magazine of Concrete Research, Vol.31, nº 107, 77-90.
- [5] Kotsovos M.D. (1979) "A mathematical description of the strength properties of concrete under generalised stress", Magazine of Concrete Research, Vol. 31, nº 108, 151-158.
- [6] C.E.B. (1983) "Concrete under multiaxial state of stress. Constitutive equations for practical design", Bulletin d'Information nº 156.
- [7] Hillerborg A. (1985) "Numerical methods to simulate softening and fracture of concrete", Fracture Mechanics of Concrete, Shih and DiTomaso Eds., Martinus Nijhoff Publishers, Holland, 141-170.
- [8] Miguel P.F. y Fernández M.A. (1988) "Un modelo teórico para la representación de la transmisión de esfuerzos a través de las zonas afectadas por las fisuras en el hormigón", Anales de Ingeniería Mecánica, Año 6, Nº III, Vol. 3, 299-304.
- [9] Walraven J.C. y Reinhardt H.W. (1981) "Theory and experiments on the mechanical behaviour of cracks in plain and reinforced concrete subjected to shear loading", HERON, Vol. 26, Nº1A.
- [10] Fernández M.A. y Miguel P.F. (1989) "La fisuración discreta: una alternativa a los modelos de análisis no-lineal de estructuras de hormigón", Rev. Int. Her. Num. Cálculo y Diseño en Ingeniería (aceptado para su publicación).
- [11] Crisfield M.A. (1981) "A fast incremental iterative solution procedure that handles 'snap through'", Computer and Structures, Vol 13, 55-62.
- [12] Riks E. (1972) "The application of Newton's method to the problem of elastic stability", J. Appl. Mechanics, Vol 39, 1060-1066.
- [13] Oller S. (1988) "Un modelo de 'daño continuo' para materiales friccionales", Tesis Doctoral, Universidad Politécnica de Cataluña, E.T.S.I. Caminos, Canales y Puertos, Barcelona.
- [14] Rots J.C., Kusters G.M.A. y Blaauwendraad J. (1984) "The need for fracture mechanics options in finite element model for concrete structures", Proc. Int. Conference on Computer Aided Analysis and Design of Concrete Structures, Part I, Split (Yugoeslavia), 19-32.

APLICACION DEL METODO DE PREDICCIÓN DE VIDA DE PARTICIÓN DE LOS INTERVALOS DE DEFORMACIÓN MODIFICADO POR CONSIDERACIONES DE DEFORMACIÓN Y DE VELOCIDADES DE DEFORMACIÓN

Simón, S., Rodríguez, J. M. y Fuentes M.

CENTRO DE ESTUDIOS E INVESTIGACIONES TÉCNICAS DE GUIPUZCOA  
Apartado, 1.555. 20080 - SAN SEBASTIAN

**RESUMEN.**- El comportamiento frente a situaciones de fatiga y fatiga-fluencia, de un acero inoxidable austenítico AISI 316L, a 625°C al aire se analiza por medio del método de predicción de vida conocido como de partición de los intervalos de deformación (SRP estándar) y mediante una modificación de dicho método de predicción. Esta modificación consiste en la introducción de unas bases físicas por medio de la observación microestructural de las superficies de fractura y del comportamiento de relajación de la tensión a lo largo de los periodos de mantenimiento de la deformación. La unión de estos dos aspectos permite obtener unas velocidades de deformación de transición entre el daño transgranular y intergranular, pudiendo descomponerse más correctamente el intervalo de deformación inelástico y con ello mejorar la predicción de vida.

**ABSTRACT.**- The behaviour of AISI 316L (low carbon 316 austenitic stainless steel) under low cycle strain controlled fatigue and creep-fatigue tests, at 625°C in air, has been predicted applying both the standard Strain Range Partitioning (SRP) life prediction method and the modified SRP. This paper shows that bringing a physical basis into the standard SRP method, the life predictions can be improved. With the help of relaxation equations and the metallographic exam of failed specimens, the modification takes account of the rate at which damage accumulates. Each type of damage is related with a strain rate range, so that, the SRP creep strain components partition using certain transition strain rates can be improved and also the life prediction.

## 1. INTRODUCCION

Bajo ciertas circunstancias, por ejemplo en plantas convencionales de generación de energía, la presencia de situaciones complejas de carga y temperatura lleva a menudo a dificultades de diseño en ciertos componentes. Las condiciones estacionarias de servicio de estas plantas dan paso con frecuencia a transitorios de tensión y temperatura que hacen que ciertos elementos padezcan deformaciones inelásticas cíclicas "tipo fatiga" y "tipo fluencia lenta" y provocan un descenso en la vida del componente.

La pregunta central es: como sumar estos procesos de fatiga y fluencia para obtener el daño total y predecir la vida del material.

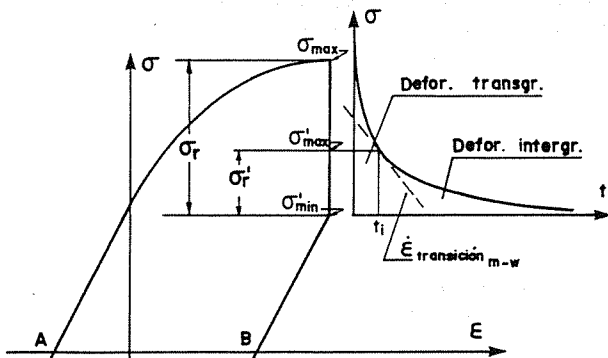
El interés considerable en la predicción de vida durante las dos décadas pasadas, ha pro-

ducido un gran número de intentos diferentes para desarrollar métodos de predicción [1-6]. Gran parte del trabajo realizado se ha centrado en el método conocido como de partición de los intervalos de deformación (strain range partitioning, SRP) [7-11] asumiendo que el tipo y magnitud de la deformación definen la cantidad de daño en situaciones fatiga-fluencia. Priest y Ellison [12], usando un acero 1 Cr-Mo-V, demostraron que el tiempo empleado durante los periodos de mantenimiento de la deformación es también importante a la hora de acumular daño por fluencia. La dispersión que aparece en las predicciones de vida al aplicar el SRP de Manson se debe, según dichos autores, a la simplificación que supone el decir que la acumulación de daño es linealmente dependiente de la magnitud de la componente de deformación de fluencia. Sin embargo, el examen de las curvas de relajación muestra que la mayor parte de la caída de tensión por relaja

jación ocurre en los primeros instantes del periodo de mantenimiento, simplemente porque la relajación de tensión es inicialmente muy rápida. La velocidad de relajación de tensión y la relajación decrecen con el tiempo, de tal forma que a medida que transcurre el periodo de mantenimiento la cantidad de deformación  $\Delta\epsilon_{cp}$ , que se adiciona, es cada vez menor. De forma similar, Battle y sus col. [13] modificaron su técnica predictiva considerando que el daño de fluencia ocurre en la última parte del periodo de mantenimiento donde la relajación de tensión es menor, e ignorando cualquier efecto de la fluencia durante la rápida relajación de tensión inicial.

El objetivo de este trabajo es introducir unas bases físicas dentro de la técnica del SRP aplicada a un acero inoxidable austenítico AISI 316L, tratando de mejorar las predicciones de vida obtenidas previamente mediante aquella. La idea es subdividir las componentes de deformación de fluencia del SRP con la ayuda de unas velocidades de deformación de transición,  $\dot{\epsilon}_{m-w}$ , que marcan la separación entre los dos tipos de daño: transgranular, m (matrix), característico de procesos donde predomina la fatiga, e intergranular, w (wedge), característico de procesos de fatiga-fluencia.

La Fig. 1 presenta el modo de partición del intervalo de deformación propuesto por Priest y Ellison [12] al considerar la velocidad a la que se acumula el daño durante los ensayos ciclicos. Las variables que se indican son:



$$\overline{AB} \equiv \Delta\epsilon_{in}$$

$$\Delta\epsilon_{cp\ Manson} = \frac{\sigma_r}{E}$$

$$\Delta\epsilon'_{cp\ correg.} = \frac{\sigma'_r}{E}$$

Fig. 1. Partición según el modelo propuesto por Priest y Ellison, de un lazo de histéresis típico con tiempos de mantenimiento de la deformación en el pico de tracción [12].

- $t_i$  : instante del tiempo de mantenimiento en el que la velocidad de deformación plástica,  $\dot{\epsilon}_p$ , es inferior a  $\dot{\epsilon}_{m-w}$ .
- $\sigma'_{max}$  : tensión tractiva, promedio de una serie de ciclos hacia la mitad de la vida, en el instante  $t_i$ .
- $\sigma'_{min}$  : tensión tractiva, al final del periodo de mantenimiento.
- $\sigma'_r$  :  $\sigma'_{max} - \sigma'_{min}$
- $\Delta\epsilon_{cp}$  : deformación elástica convertida en plástica de fluencia con  $\dot{\epsilon}_p \leq \dot{\epsilon}_{m-w}$

## 2. TECNICAS EXPERIMENTALES

El material utilizado ha sido un acero inoxidable austenítico AISI 316L. Tanto la composición química, condiciones de realización de los ensayos de fatiga y fatiga-fluencia, así como los resultados obtenidos se han descrito previamente [14].

La modificación del método del SRP exige conocer los valores que la velocidad de deformación plástica toma durante la relajación de carga que tiene lugar en la zona tractiva del ciclo "cp" (fluencia tractiva, fatiga compresiva) [14].

Al realizarse el ensayo bajo control de deformación diametral, en un determinado instante del periodo de mantenimiento de la deformación diametral, la deformación plástica viene dada por la expresión [15]:

$$\epsilon_p = - \frac{\nu_e}{\nu_p} * \frac{\sigma}{E} - \frac{\epsilon_d}{\nu_p} \quad (1)$$

donde E es el módulo de elasticidad y  $\nu_e$ ,  $\nu_p$  los módulos de Poisson elástico y plástico, respectivamente. Para la temperatura de ensayo empleada los valores tomados [16] para estas constantes han sido: E = 155000 MPa,  $\nu_e = 0.32$  y  $\nu_p = 0.5$ .

Diferenciando con relación al tiempo y teniendo en cuenta que  $\epsilon_d$  es constante:

$$\dot{\epsilon}_p = - \frac{\nu_e}{\nu_p} * \frac{\dot{\sigma}}{E} \quad (2)$$

donde  $\dot{\sigma}$  representa la variación de la tensión en el transcurso del tiempo. Por tanto, para poder determinar  $\dot{\epsilon}_p$  además de conocer los valores de las constantes  $\nu_e$ ,  $\nu_p$  y E, a la temperatura de ensayo, es necesario cuantificar  $\dot{\sigma}$ . Ello requiere la aplicación de ecuaciones que ajusten los valores de la tensión en el periodo de mantenimiento  $T_h$ . En el presente trabajo se han utilizado la ecuación de Gittus y la ecuación logarítmica [16]:

a) Ecuación tipo Gittus

$$\ln \left[ \frac{\sigma_0}{\sigma} \right] = \frac{A}{1+M} t^{1+M} \quad (3)$$

b) Ecuación de ajuste tipo logarítmica

$$\sigma = B_0 - B_1 \log(1 + t) \quad (4)$$

donde:  $\sigma_0$  = tensión en el instante  $t = 0$ .  
 $\sigma$  = tensión en  $t = t$ .

A, M,  $B_0$ ,  $B_1$  = constantes que se determinan para cada ensayo (en la mitad de la vida) mediante ajustes por mínimos cuadrados.

3. RESULTADOS Y DISCUSION

3.1 Aplicación del SRP a los datos de fatiga-fluencia

La Fig. 2 muestra las dos relaciones básicas de vida, intervalo de deformación-vida, obtenidas a partir de los datos de los ensayos de fatiga-fluencia [14] siguiendo la técnica del SRP de Manson [7,8]:

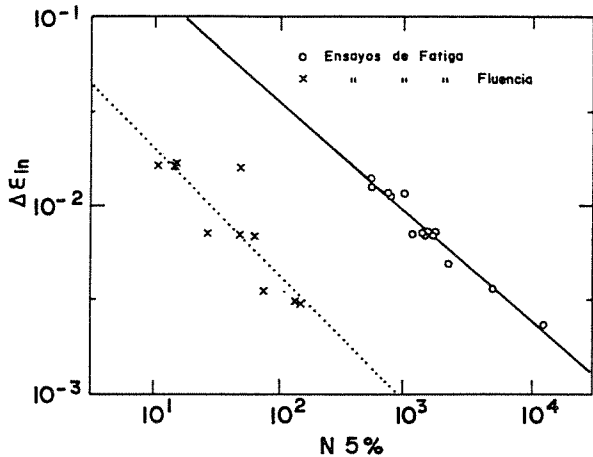


Fig. 2. Relaciones básicas de vida  $\Delta \epsilon_{pp}/N_{pp}$  y  $\Delta \epsilon_{cp}/N_{cp}$  obtenidas según la técnica del SRP para el acero AISI 316L a 600-625°C.

$$\Delta \epsilon_{pp}(\%) = 53,1 * N_{cp}^{-0,581} \quad r = 0,978 \quad (5)$$

$$\Delta \epsilon_{cp}(\%) = 9,6 N_{cp}^{-0,667} \quad r = 0,878 \quad (6)$$

3.2. Relajación de tensiones

La Fig. 3(a) muestra, frente al tiempo en minutos, algunos ejemplos de curvas de relajación de la tensión tractiva para el acero AISI 316L a 625°C. Para cada ensayo, los niveles de carga representados son valores

promedio de 3 a 4 ciclos tomados a la mitad de la vida.

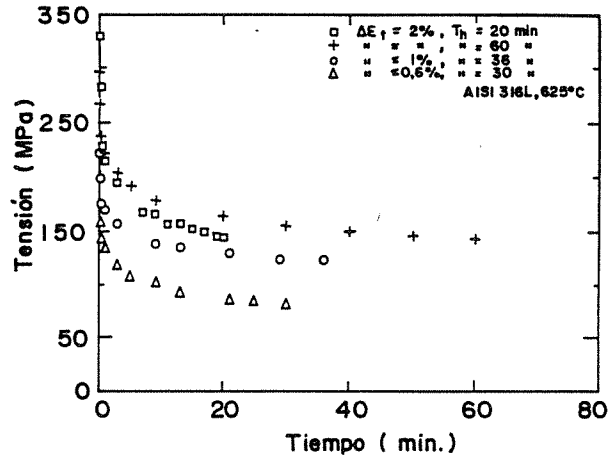


Fig. 3(a). Resultados de relajación obtenidos para el acero AISI 316L a 625°C, para diferentes intervalos de deformación y tiempos de mantenimiento

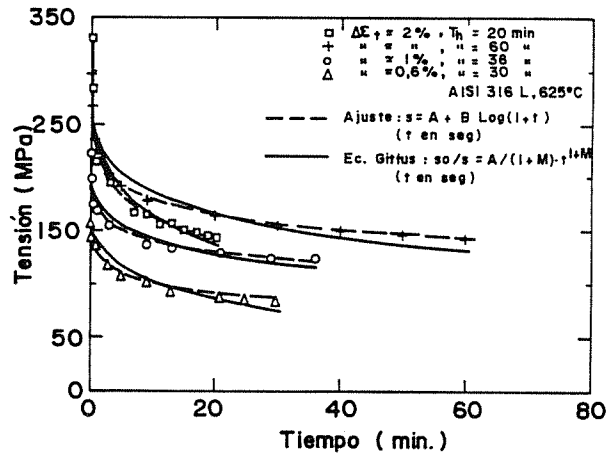


Fig. 3(b). Ajuste de las ecuaciones de Gittus y Logarítmica a los datos experimentales de relajación.

Los valores reales y sus ajustes mediante las ecuaciones de Gittus (líneas continuas, ecuac. (3)) y logarítmica (líneas a trazos, ecuac. (4)) se muestran en la Fig. 3(b). Como puede observarse, con ambas ecuaciones se obtiene un ajuste razonable de los resultados experimentales.

En la Tabla 1, para el tiempo en segundos, se presentan los valores obtenidos para las distintas constantes que aparecen en las ecuaciones de ajuste. Dos aspectos cabe resaltar de las Figs. 3(a) y 3(b) y de la Tabla 1:

Tabla 1. Constantes obtenidas para las ecuaciones de Gittus y Logarítmica

$\Delta\epsilon_t$ %	Ec. Logarítmica			Ec. de Gittus		
	$B_0$	$B_1$	$r_2$	A	M	$r_3$
2,063	339,5	47,9	0,999	0,0235	-0,6194	0,999
2,086	329,7	45,2	0,993	0,0254	-0,7867	0,997
2,105	335,2	62,4	0,989	0,0307	-0,6945	0,944
2,036	306,6	46,2	0,994	0,0213	-0,7029	0,959
1,026	246,8	36,7	0,994	0,0260	-0,7942	0,996
1,038	248,4	35,3	0,975	0,0250	-0,8511	0,998
1,034	228,5	27,3	0,976	0,0252	-0,8516	0,999
0,567	190,2	25,3	0,995	0,0233	-0,7777	0,994
0,568	192,4	31,2	0,999	0,0212	-0,7067	0,997
0,592	183,2	29,6	0,980	0,0145	-0,5811	0,978

- El ajuste logrado con la ecuación de Gittus es mejor para tiempos cortos de mantenimiento ocurriendo lo contrario para los ensayos con tiempos mayores.
- Las constantes de la ecuación logarítmica presentan una clara dependencia del intervalo de deformación aplicado, al no estar normalizadas al valor de la tensión inicial como hace la ecuación de Gittus.

3.3. Aplicación de la corrección del SRP por la velocidad de transición

La corrección del SRP, según Priest y Ellison, se ha realizado tomando la ecuación de Gittus como ecuación de ajuste de las distintas tensiones de relajación y el valor propuesto por Min [17],  $\dot{\epsilon} \approx 10^{-4} s^{-1}$ , como velocidad de transición, para el acero AISI 316L a 625°C. Este valor se ha elegido por no disponer de un mayor número de ensayos con tiempos suficientemente pequeños, menores de 1 min., como para determinar experimentalmente el valor de dicha velocidad.

La Tabla 2 recoge los nuevos valores obtenidos para los intervalos de deformación inelástico,  $\Delta\epsilon'_{cp}$ , al aplicar la corrección de Priest y Ellison. En la misma tabla se presentan los resultados obtenidos al partir la componente inelástica de la deformación según el SRP de Manson,  $\Delta\epsilon_{cp}$ , siendo  $\Delta\epsilon_t$  el intervalo de deformación total aplicado a cada probeta y  $T_h$  el tiempo de mantenimiento de la deformación en el pico de carga tractiva. Se observa como la introducción de la modificación es más importante en aquellos ensayos con menores tiempos de mantenimiento

Una vez modificada la partición de los diferentes intervalos de deformación inelásticos, según la fig. 1, y aplicando la

técnica del SRP de Manson [7,8] se obtiene la nueva relación básica de vida,  $\Delta\epsilon'_{cp}/N_{cp}$ .

Tabla 2. Valores obtenidos para el intervalo de deformación inelástico según el SRP de Manson y el SRP modificado.

$T_h$ min	$\Delta\epsilon_t$ %	$\Delta\epsilon'_{cp} = \frac{\sigma'_r}{E}$ %	$\Delta\epsilon_{cp} = \frac{\sigma_r}{E}$ %
1	2,063	0,0087	0,0552
3	2,086	0,0220	0,0648
20	2,105	0,0700	0,0120
60	2,036	0,0760	0,0990
1	1,026	0,0094	0,0409
3	1,038	0,0148	0,0500
30	1,034	0,0294	0,0600
1	0,567	0,0089	0,0280
1	0,568	0,0100	0,0278
30	0,592	0,0516	0,0550

$$\Delta\epsilon'_{cp}(\%) = 5.9 N_{cp}^{-0.71} r = 0,93 \quad (7)$$

siendo  $\Delta\epsilon'_{cp}$  la deformación elástica convertida en plástica de fluencia con  $\dot{\epsilon}_p \leq \dot{\epsilon}_{m-w}$

Esta relación se representa, en la Fig. 4 junto a las obtenidas en condiciones de fatiga y fatiga-fluencia al aplicar el SRP de Manson, suponiendo un límite inferior de vida, en las situaciones de ensayo empleadas en el presente trabajo.

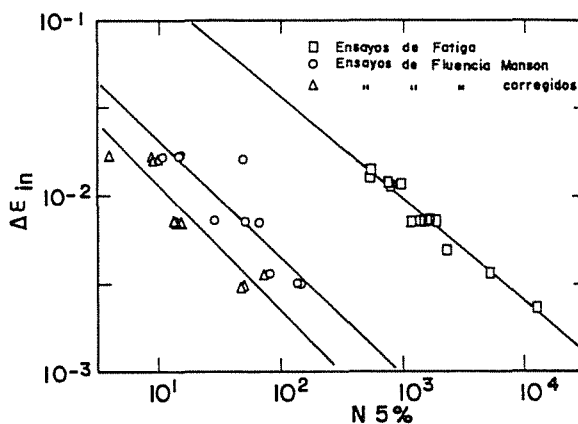


Fig. 4. Relaciones básicas de vida  $\Delta\epsilon_{pp}/N_{pp}$ ,  $\Delta\epsilon_{cp}/N_{cp}$  y  $\Delta\epsilon'_{cp}/N_{cp}$ , obtenidas según la técnica del SRP y el SRP modificado para el acero AISI 316L a 600-625°C.

Las nuevas predicciones de vida obtenidas a partir de esta nueva relación y la de condiciones de fatiga se muestran en la Fig. 5, frente a la vida observada en cada ensayo. Las bandas indican un factor de dispersión de 2 a



ambos lados. Para todos los ensayos se obtiene una buena correlación.

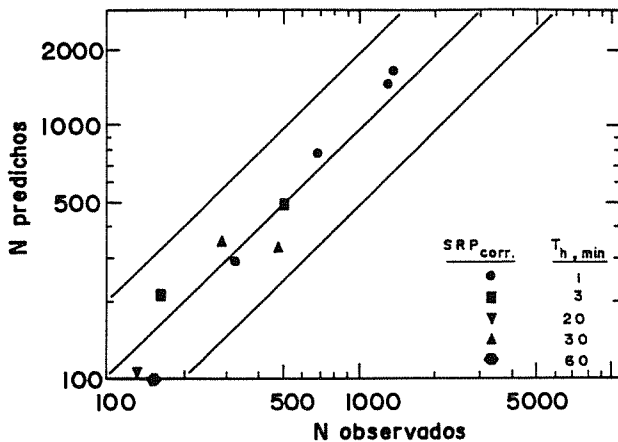


Fig. 5. Predicción de vida para el acero AISI 316L a 600-625°C, según el SRP modificado

Las predicciones de vida resultantes al aplicar los dos métodos de predicción, el SRP de Manson y el SRP modificado se comparan en la Fig. 6. En general, el uso de este último permite obtener una banda de dispersión más estrecha, mejorando la predicción en ensayos con grandes intervalos de deformación  $\Delta\epsilon_t = 2\%$  y cortos tiempos de mantenimiento,  $T_h = 1$  min. Este mismo comportamiento ha sido observado por Priest y Ellison [12] si bien sobre un acero 1Cr.Mo.V, que no muestra interacción entre los daños de fatiga y fluencia como lo hace el AISI 316L.

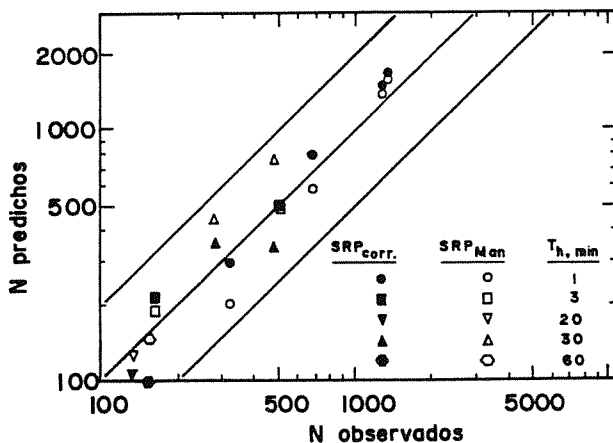


Fig. 6. Predicción de vida para el acero AISI 316L a 600-625°C, según el SRP (símbolos en blanco) y el SRP modificado (símbolos en negro).

La razón de que el SRP de Manson de peores predicciones para aquellos ensayos con tiempos de mantenimiento muy cortos ó muy largos se debe a que la magnitud del  $\Delta\epsilon_{cp}$  no representa la fracción de daño que ocurre durante los mismos. Por ejemplo, en el ensayo 121 de este trabajo ( $\Delta\epsilon_t = 2\%$ ,  $T_h = 1$  min), una parte importante de la componente de deformación cp se acumuló con una gran velocidad de deformación. Las consideraciones de daño han demostrado que estas deformaciones rápidas son relativamente menos importantes, y así lo consideran Priest y Ellison [12], mientras que el SRP de Manson considera que a lo largo de todo el periodo de mantenimiento se produce deformación tipo cp.

### CONCLUSIONES

1. En ensayos con bajos tiempos de mantenimiento y altos niveles de deformación la aplicación del SRP como técnica predictiva conduce a unas predicciones muy conservativas por sobrevalorar el daño de fluencia.
2. La respuesta de los materiales ante complejas condiciones de carga se describe más apropiadamente a partir del estudio de los procesos físicos de daño que aparecen en esas condiciones.
3. Los periodos de mantenimiento pueden contener varios dominios en los cuales pueden operar diferentes mecanismos de daño. El hecho de que la deformación de fluencia se acumule a distintas velocidades a lo largo de los periodos de mantenimiento permite utilizar la velocidad de deformación como transición entre los distintos tipos de daño.

### REFERENCIAS

- [1] Jaske, C.E. and Frey, N.D. (1980), Proc. 4th Int. Conf. Pressure Vessel Technology, Inst. Mech. Engrs. London, Paper C46/80.
- [2] King, R.H. and Smith, A. (1967), 10M/ISI Conf. Thermal and High Strain Fatigue, London, pp. 364-76.
- [3] Ellison, E.G. (1969), J.Mech. Eng. Sci., 11, pp. 318-39.
- [4] Tomkins, B. and Wareing, J. (1977), Metal Sci., 11, pp. 414-24.
- [5] Krempl, E. and Wundt, B.M. (1971), ASTM STP 489, Philadelphia.
- [6] Coffin, L.F. (1974), 1 Proc. Inst. Mech. Engrs, 188, pp. 109-127.

- [7] Manson, S.S., Halford, G.R. and Hirschberg, M.H. (1971), Nasa Technical Memorandum TMX-67838.
- [8] Halford, G.R., Hirschberg, M.H. and Mason, S.S. (1973), Fatigue at elevated temperatures, ASTM STP 520, Philadelphia, pp. 658-667.
- [9] Manson, S.S. (1973), Fatigue at elevated temperatures, ASTM STP 520, Philadelphia, pp. 744-774.
- [10] Halford, G.R. and Manson, S.S. (1976), Thermal fatigue of materials and components, ASTM STP 612, Philadelphia, pp. 239-254.
- [11] Hirschberg, M.H. and Halford G.R. (1976), NASA Technical Note D-8072.
- [12] Priest, R.H. and Ellison, E.G. (1980), Inst. Mech Engrs Conf. Engineering Aspects of Creep, Sheffield, Vol. 1, pp. 185-192.
- [13] Batte, A.D., Murphy, M.C. and Stringer M.B. (1978), Metals Technol., 5, p. 405.
- [14] Simon S., Rodriguez J.M. y Fuentes M. (1989). Anales de Fractura. Este mismo congreso.
- [15] Simon S., Rodriguez J.M. y Fuentes M. (1987), Jornadas Ibéricas de Fractura. Portugal.
- [16] Conway, J.B., Stentz, R.H. and Berling J.T. (1975), USAEC TID-26135.
- [17] Min, B.K. (1979), Vol. 2, ICM 3, Cambridge, England, August 1979. pp. 151-162

APLICACION DEL METODO DE PREDICCIÓN DE VIDA DE PARTICIÓN DE LOS INTERVALOS DE DEFORMACION A UN ACERO INOXIDABLE AUSTENITICO AISI 316L a 625°C.

Simón, S., Rodríguez, J. M. y Fuentes M.

CENTRO DE ESTUDIOS E INVESTIGACIONES TECNICAS DE GUIPUZCOA  
Apartado, 1.555. 20080 - SAN SEBASTIAN

**Resumen.** - Se muestra la influencia de los tiempos de mantenimiento de la deformación en los picos de carga tractiva sobre la vida a fatiga de bajo número de ciclos de un acero inoxidable austenítico AISI 316L, a 625°C al aire. Su comportamiento frente a situaciones de fatiga y fatiga-fluencia, se analiza por medio del método de predicción de vida conocido como de partición de los intervalos de deformación (SRP). Esta técnica permite predecir la vida del material, en condiciones de fatiga de bajo número de ciclos, con o sin tiempos de mantenimiento de la deformación, dentro de un factor de dispersión de 2 frente a la vida observada.

**Abstract.** - The influence of tensile hold-times on the low cycle fatigue life of AISI 316L tested at 625°C in air, is shown. Its behaviour under low cycle strain controlled fatigue and creep-fatigue tests, at 625°C in air, has been predicted applying the standard Strain Range Partitioning (SRP) life prediction method. This technique allows, within a factor of two, a prediction of the AISI 316L behaviour at 625°C under low cycle fatigue tests with o without tensile strain hold-time.

## 1. INTRODUCCION

En determinadas aplicaciones industriales, por ejemplo en plantas convencionales de generación de energía, la presencia de situaciones complejas de carga y temperatura lleva a menudo a dificultades de diseño de los componentes. Las condiciones estacionarias de servicio de estas plantas dan paso con frecuencia a **transitorios de tensión y temperatura** que hacen que ciertos elementos padezcan deformaciones inelásticas cíclicas "tipo fatiga" y "tipo fluencia lenta" y provocan un descenso en la vida del componente. El problema fundamental que surge es como considerar conjuntamente estos problemas de fatiga y fluencia para obtener el daño total y predecir la vida del material.

Tradicionalmente, hasta mediada la década de los sesenta, cada uno de estos fenómenos se

estudiaba por separado y la mayoría de los datos tecnológicos todavía utilizados tienen esta procedencia (datos de fluencia convencional bajo tensión constante, datos de fatiga de gran amplitud con ondas convencionales, etc.). Las predicciones de vida a que estos datos conducen no son satisfactorias, fundamentalmente cuando estos fenómenos se dan simultánea o secuencialmente: por ejemplo, ciclos de tracción rápida y compresión lenta o viceversa, situaciones de carga constante, deformación constante entre situaciones de fatiga, etc.

El interés considerable en la predicción de vida durante las dos décadas pasadas, ha producido un gran número de intentos diferentes para desarrollar métodos de predicción más precisos [1-6]. Gran parte del trabajo realizado se ha centrado en el método conocido como de partición de los intervalos de deformación

(strain range partitioning, SRP) [7-11] asumiendo que el tipo y magnitud de la deformación definen la cantidad de daño ocasionado en una situación compleja de fatiga-fluencia.

En este artículo se muestra la aplicación del método del SRP a un acero inoxidable austenítico AISI 316L (bajo en carbono). Con este fin se ha realizado un conjunto de ensayos isotérmicos de fatiga de gran amplitud y de fatiga-fluencia o de interacción entre ambos procesos de daño.

1.1. Técnicas de predicción de vida-Método de partición del intervalo de deformación

El método de partición del intervalo de deformación fue introducido por Manson y col. [7-11] como un intento de mejorar la interpretación que los métodos acumulativos de daño hacían de la interacción fatiga-fluencia. En su forma estandar, el método del SRP separa el daño en componentes del intervalo de deformación dependientes e independientes del tiempo, pero al contrario de los métodos de adición de daño, tiene también en cuenta la deformación inversa (reversed) asociada con cada proceso. Así cualquier intervalo de deformación inelástico (total menos elástico) puede partitionarse en 4 componentes [11]:

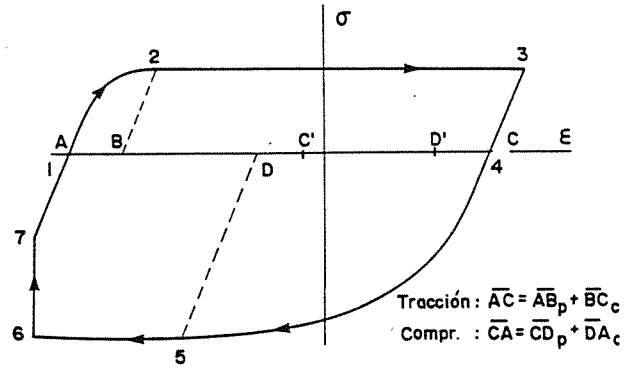
- i) Flujo plástico tractivo balanceado por flujo plástico compresivo; esta componente se designa por  $\Delta\epsilon_{pp}$ .
- ii) Flujo plástico tractivo balanceado por fluencia compresiva; se designa por  $\Delta\epsilon_{pc}$ .
- iii) Fluencia tractiva balanceada por flujo plástico compresivo,  $\Delta\epsilon_{cp}$ .
- iv) Fluencia tractiva balanceada por fluencia compresiva,  $\Delta\epsilon_{cc}$ .

Un ciclo operacional cualquiera,  $\sigma$ - $\epsilon$ , siempre y cuando sea cerrado, es una combinación, de 3, Fig. 1, como máximo, de los anteriores componentes, correspondiendo a cada uno de ellos un bucle de histéresis cerrado, Fig. 2(a). En realidad únicamente el primer bucle,  $\Delta\epsilon_{pp}$  se puede obtener experimentalmente de una forma directa.

El método requiere solamente que se construya un conjunto de relaciones de vida, una para cada una de las componentes de la Fig. 2(a). Estas relaciones se establecen experimentalmente en la forma de la ecuación de Coffin-Manson, según se aprecia en la Fig. 2(b).

$$N_{jk} = A_{jk} \Delta\epsilon_{jk}^{h_{jk}} \quad (1)$$

donde j y k representan p ó c.



$$\overline{AB}_p < \overline{CD}_p \Rightarrow \Delta\epsilon_{pp} = \overline{AB}$$

$$\overline{DA}_c < \overline{BC}_c \Rightarrow \Delta\epsilon_{cc} = \overline{DA}; \Delta\epsilon_{cp} = \overline{BC} - \overline{DA}$$

$$\Delta\epsilon_{in} = \Delta\epsilon_{pp} + \Delta\epsilon_{cc} + \Delta\epsilon_{cp} = \overline{AC} = \overline{CA}$$

Fig. 1. Bucle de histéresis  $\sigma$ - $\epsilon$  cerrado, isotérmico. La partición se encuentra realizada de forma esquemática [9,11].

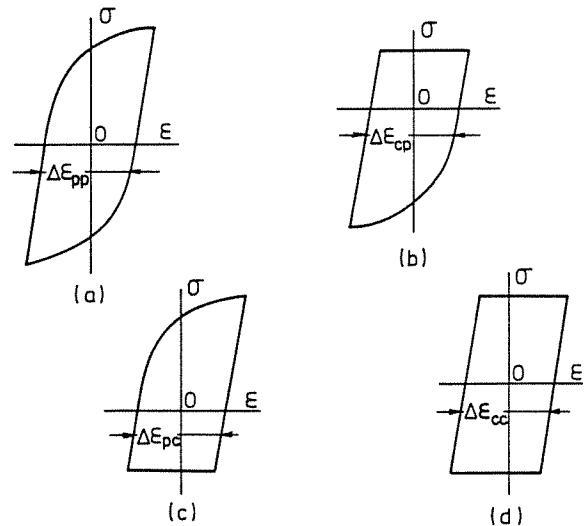


Fig. 2 (a). Ciclos de histéresis ideales según el SRP [8,11]

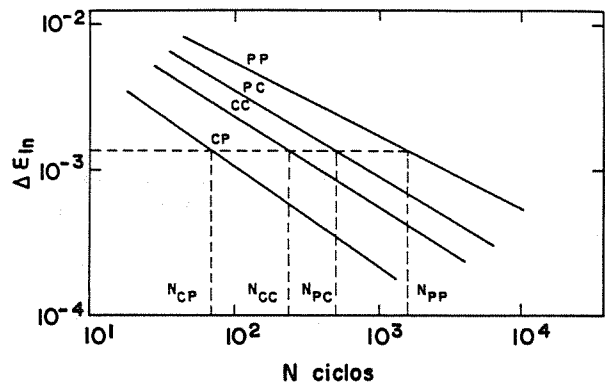


Fig. 2 (b). Relaciones básicas de vida del SRP [11].

Una vez obtenidas estas relaciones, para predecir la vida a fatiga con un ciclo real se deberá particionar el mismo y determinar la magnitud de cada  $\Delta\epsilon_{jk}$ .

Determinadas las magnitudes de cada  $\Delta\epsilon_{jk}$  el número de ciclos hasta el fallo se determina a partir de la regla de daño interactivo:

$$\frac{1}{N_f} = \frac{F_{pp}}{N_{pp}} + \left[ \frac{F_{cp}}{N_{cp}} \text{ or } \frac{F_{pc}}{N_{pc}} \right] + \frac{F_{cc}}{N_{cc}} \quad (2)$$

donde:

$$F_{cc} = \Delta\epsilon_{cc}/\Delta\epsilon_{in}; F_{cp} = \Delta\epsilon_{cp}/\Delta\epsilon_{in}, \text{ etc.} \quad (3)$$

$$\Delta\epsilon_{in} = \Delta\epsilon_{cc} + [\Delta\epsilon_{cp} \text{ ó } \Delta\epsilon_{pc}] + \Delta\epsilon_{pp} \quad (4)$$

y

$N_{xx}$  es el número de ciclos de deformación que soportaría el material si todo el intervalo de deformación fuese del tipo xx.

La presencia de los paréntesis alrededor de las componentes de vida cp y pc se usa para indicar que para cada lazo de histéresis únicamente es posible tener contribución de daño tipo cp o pc, pero no ambas simultáneamente.

*¿a qué temperatura?*

2. MATERIAL Y TECNICAS EXPERIMENTALES

El material utilizado ha sido un acero inoxidable austenítico AISI 316L (bajo en carbono) solubilizado cuya composición química se señala en la Tabla 1.

*¿qué tamaño de grano?*

TABLA 1. Composición química en % en peso

C	Mn	Si	S	P	Cr	Ni	Mo	N
.035	1.50	.37	.017	.016	17,4	12.7	2.42	.04

Todos los ensayos cíclicos de fatiga y fatiga-fluencia se llevaron a cabo isotérmicamente al aire (los ensayos de fatiga a  $600^{\circ}\text{C} \pm 3^{\circ}\text{C}$  y  $625^{\circ}\text{C} \pm 3^{\circ}\text{C}$ , los ensayos de fatiga-fluencia a  $625^{\circ}\text{C} \pm 3^{\circ}\text{C}$ ). Se utilizó una máquina servohidráulica INSTRON modelo 1342 con control de deformación total, extensometría diametral y sistema de calentamiento por resistencia directa. Los detalles del sistema de ensayos, material, diseño de probeta, etc. se han dado previamente [12].

Se han realizado 18 ensayos de fatiga bajo control de deformación diametral, con unos intervalos de deformación diametral,  $\Delta\epsilon_d$ , comprendidos entre 0,14 y 1,27%. La onda de deformación aplicada fue triangular simétrica de amplitud constante, y las velocidades de

deformación axial resultantes estuvieron comprendidas entre  $0,9 \cdot 10^{-3}$  y  $7,6 \cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1}$  [12].

El número de ensayos de fatiga-fluencia realizados ha sido de 11, llevados a cabo bajo control de deformación diametral, con unos  $\Delta\epsilon_d$  comprendidos entre 0,24 y 0,98% y siguiendo la misma técnica de ensayos que la utilizada para los ensayos de fatiga. La onda de deformación aplicada fue similar a la de fatiga pero con la introducción de un tiempo de mantenimiento,  $T_h$ , de la deformación diametral en el pico de carga tractiva. Este tiempo de mantenimiento osciló entre 1 y 60 minutos. El valor de la velocidad de deformación diametral aplicada,  $\dot{\epsilon}_d$ , en las partes dinámicas de los ciclos fue de  $\approx 2.10^{-3} \text{ s}^{-1}$  (velocidad de deformación axial resultante  $\dot{\epsilon}_a \approx 4.10^{-3} \text{ s}^{-1}$ ).

La Fig. 3 es una representación esquemática de las distintas variables que intervienen en los ensayos de fatiga-fluencia utilizados:

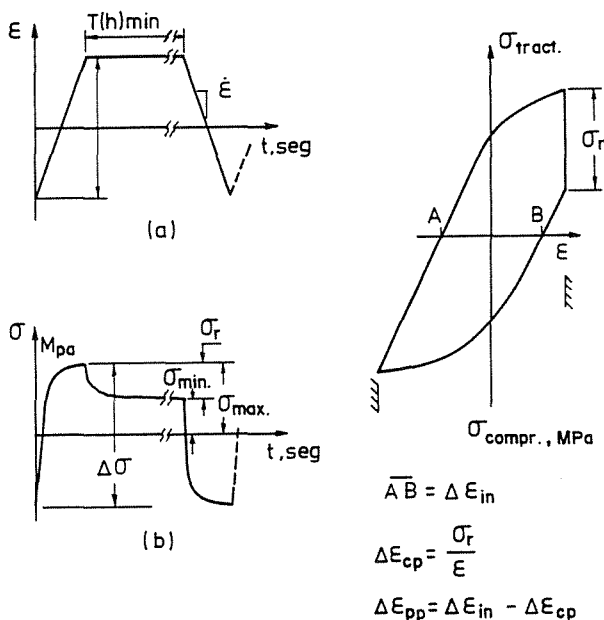


Fig. 3. Representación esquemática de un ensayo de fatiga-fluencia.

- a) onda de control en deformación.
- b) respuesta obtenida en carga y
- d) ciclo de histéresis resultante.
- a) La onda de entrada,  $\epsilon_d-t$ , para control del ensayo
- b) La respuesta en términos de carga (puede apreciarse cómo a lo largo del periodo de mantenimiento hay una relajación de la carga tractiva).
- c) El ciclo de histéresis,  $\sigma-\epsilon_d$ , a la mitad de la vida.

En ambas situaciones, el criterio de fallo elegido define la vida a fatiga como el número de ciclos,  $N_{5\%}$ , necesario para ocasionar una

reducción en la carga tractiva estabilizada a la mitad de la vida,  $\sigma_m$ , del 5%.

### 2.1. Aplicación del método de partición de los intervalos de deformación (SRP) a los ensayos de fatiga-fluencia

Experimentalmente no es posible realizar ensayos de fatiga-fluencia en los que la deformación inelástica aplicada sea exclusivamente del tipo "cp", "pc" o "cc", estando siempre acompañada de una componente "pp". En consecuencia, para poder determinar las relaciones básicas  $\Delta\epsilon_{jk}/N_{jk}$  resulta indispensable realizar la corrección que elimine la componente "pp". Para los ensayos de fatiga-fluencia realizados en el presente caso, ensayos del tipo "cp" (Fig. 2(b)), una vez obtenida la relación básica  $\Delta\epsilon_{pp}/N_{pp}$  (mediante los ensayos de fatiga pura), y la caída en tensión tractiva a lo largo del periodo de mantenimiento,  $\sigma_r$ , es posible determinar los diferentes valores de  $\Delta\epsilon_{cp}$ , por medio del cociente  $\sigma_r/E$  [13], siendo:

- $\sigma_r$  :  $\sigma_{max} - \sigma_{min}$ , (fig. 2(b))  
 $\sigma_{max}$  : tensión tractiva, promedio de 3 a 4 ciclos hacia la mitad de la vida, al inicio del periodo de mantenimiento (equivale, salvo pequeñas diferencias de ciclo a ciclo, a  $\sigma_m$ ).  
 $\sigma_{min}$  : idem, a final del periodo de mantenimiento.  
 E : módulo de elasticidad.

Una vez conocido para cada ensayo el valor de  $\Delta\epsilon_{cp}$ , es posible obtener:

- el correspondiente  $\Delta\epsilon_{pp}$ , por diferencia entre  $\Delta\epsilon_{in}$  y  $\Delta\epsilon_{cp}$ .
- los factores de daño  $F_{pp}$  y  $F_{cp}$  (según ecuac. (3)).
- y los valores  $N_{cp}$  ó número de ciclos que soportaría el material si todo el  $\Delta\epsilon_{in}$  fuese del tipo  $\Delta\epsilon_{cp}$ .

los valores  $N_{cp}$  se calculan siguiendo una ecuación derivada de la ecuac. (2):

$$\frac{1}{N_{cp}} = \frac{1}{F_{cp}} \left( \frac{1}{N_f} - \frac{F_{pp}}{N_{pp}} \right) \quad (5)$$

donde  $N_f$  representa el número real de ciclos observado.

Una vez calculados los valores  $N_{cp}$  se puede determinar, por mínimos cuadrados, la segunda relación básica de vida,  $\Delta\epsilon_{cp}/N_{cp}$ .

### 3. RESULTADOS

En la Fig. 4, en coordenadas doble logarít-

micas, se representan, en función de la vida a fatiga,  $N_{5\%}$ , los valores de la amplitud de deformación plástica,  $\Delta\epsilon_p$ , de las probetas ensayadas a fatiga pura. Ajustando dichos valores a una ecuación del tipo Coffin-Manson [14,15], mediante mínimos cuadrados, el resultado obtenido es:

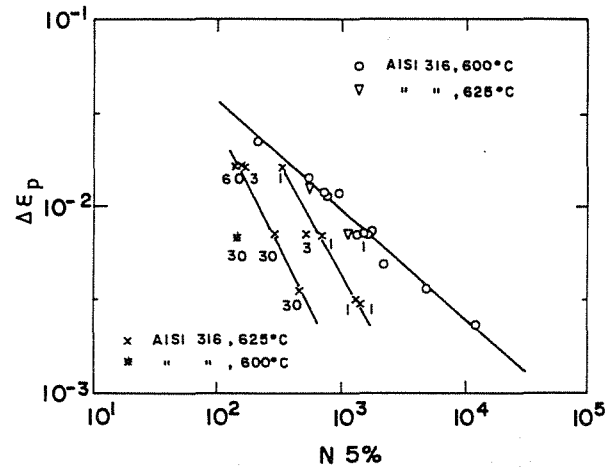


Fig. 4. Influencia de los tiempos de mantenimiento sobre la vida a fatiga,  $N_{5\%}$ , del acero AISI 316L a 625°C

$$\Delta\epsilon_p (\%) = 53.1 * N_{5\%}^{-0.581} \quad r = 0.978 \quad (6)$$

Dos detalles pueden resaltarse de los ensayos de fatiga:

- no existen diferencias notables entre los resultados a 600 y 625°C.
- a medida que se incrementa el intervalo de deformación plástica,  $\Delta\epsilon_p$ , el número de ciclos soportados por el material disminuye.

Los resultados obtenidos a partir de las probetas ensayadas a fatiga-fluencia se señalan también en la Fig. 4 para los tiempos de mantenimiento,  $T_h$ , de 1, 3, 20, 30 y 60 minutos.

Se observa que para intervalos de deformación grandes,  $\Delta\epsilon_t = 2,0\%$ , los valores de  $T_h$  de 1 min. apenas influyen sobre la vida del material, con relación a la obtenida en ensayos de fatiga en idénticas condiciones de deformación. La influencia de estos pequeños valores de  $T_h$  se incrementa a medida que el intervalo de deformación se hace más pequeño. De manera similar, la vida cíclica disminuye al aumentar el intervalo de deformación aplicado, y para un intervalo de deformación dado, al incrementar el tiempo de mantenimiento.

### 3.1 Aplicación del SRP a los datos de fatiga-fluencia

En la Fig. 5 se representa en función de la vida a fatiga  $N_{5z}$ , las dos relaciones básicas de vida obtenidas a partir de los datos de los ensayos de fatiga y fatiga-fluencia siguiendo la técnica del SRP descrita en el apartado 2.1 [7,8]:

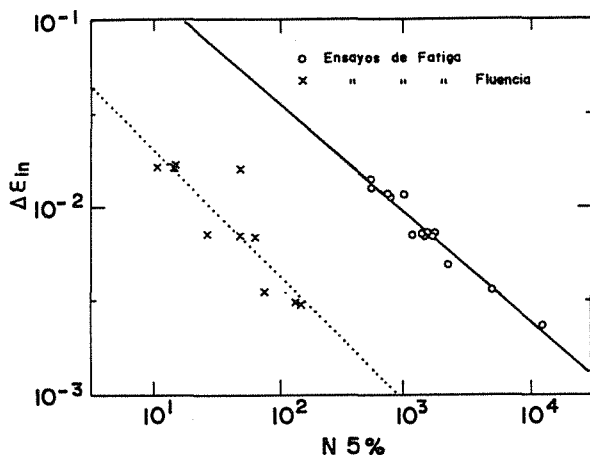


Fig. 5. Relaciones básicas de vida  $\Delta\epsilon_{pp}/N_{pp}$  y  $\Delta\epsilon_{cp}/N_{cp}$  obtenidas según la técnica del SRP para el acero AISI 316L a 600-625°C.

$$\Delta\epsilon_{pp}(\%) = 53,1 * N_{pp}^{-0,581} \quad r = 0,978 \quad (7)$$

$$\Delta\epsilon_{cp}(\%) = 9,6 * N_{cp}^{-0,667} \quad r = 0,878 \quad (8)$$

Como puede verse, la ecuación (7) coincide con la ecuación (6), obtenida para los ensayos de fatiga pura, al ser:  $\Delta\epsilon_p = \Delta\epsilon_{pp}$  y  $N_{5z} = N_{pp}$ .

### DISCUSION

Las relaciones  $\Delta\epsilon_{pp}/N_{pp}$  (7) y  $\Delta\epsilon_{cp}/N_{cp}$  (8) se comparan en la Fig. (6) con los resultados publicados en la bibliografía para aceros inoxidables 316 ensayados a 600 y 700°C. En el caso de fatiga pura, la banda de dispersión resultante es muy reducida, no apreciándose una influencia significativa de la temperatura de ensayo, si bien los resultados correspondientes a 700°C se sitúan ligeramente por debajo de los obtenidos a 600°C.

En el caso de las relaciones  $\Delta\epsilon_{cp}/N_{cp}$  las diferencias existentes entre los distintos resultados son apreciables. Los resultados correspondientes al presente trabajo se hallan próximos a los determinados por Yamaguchi y col. [16] a 600°C, fundamentalmente para intervalos de deformación inelásticos elevados. Sin embargo, las curvas obtenidas para 700°C

por Yamaguchi [16] y Saltman [17] presentan valores de vida notablemente más elevados para iguales niveles de deformación. Este mejor comportamiento a 700°C ha sido también observado por otros autores [18] que señalan como posible mecanismo el hecho de que a esas temperaturas tiene lugar una precipitación de carburos que restringe el deslizamiento de las juntas de grano, retardando el daño y en consecuencia aumentando la vida del material.

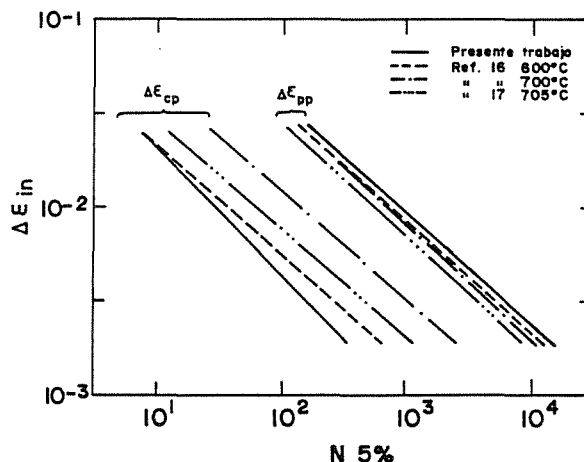


Fig. 6. Comparación de las relaciones vida-intervalo de deformación particionado propias y las obtenidas para aceros inoxidables austeníticos del tipo 316 en el intervalo 600-705°C [16,17].

Con la ayuda de las relaciones básicas (7) y (8) y la ecuación (2) se ha realizado la predicción de vida para cada uno de los ensayos llevados a cabo con tiempos de mantenimiento de la deformación en el pico tractivo. En la Fig. 7, en coordenadas dobles logarítmicas, se representan, frente al número de ciclos observados para cada ensayo, las distintas predicciones de vida realizadas. Las bandas indican un factor de dispersión de 2 a ambos lados.

Al igual que en otros trabajos de la literatura, los resultados muestran que las vidas cíclicas pueden generalmente calcularse dentro de un factor de dos (en relación a las vidas observadas) cuando se trabaja dentro de un único laboratorio, con una única colada de material y usando unas determinadas técnicas de trabajo. Por lo tanto un factor de dispersión de dos en las estimaciones de vida sería un valor aceptable en la aplicación del SRP. Del mismo modo, si se trabaja con variables adicionales, tales como diferentes coladas, distintos laboratorios, diferentes técnicas de ensayo, etc. pueden esperarse mayores variaciones entre la vida predicha y

la observada, llegando a factores de dispersión de 3 y 4 [17].

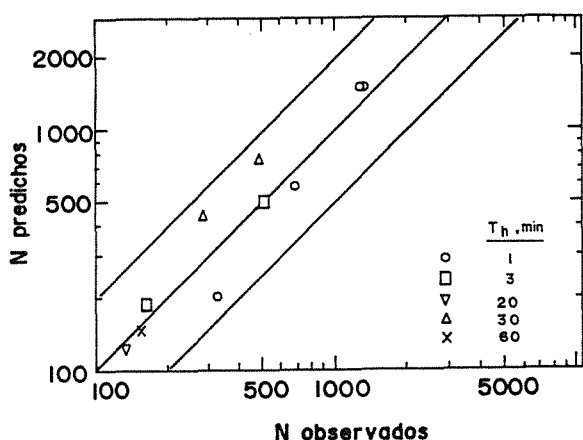


Fig. 7. Predicción de vida para el acero AISI 316L a 600-625°C, según el SRP debido Manson.

En nuestro caso concreto, las predicciones tienden a ser más conservativas para tiempos cortos de mantenimiento,  $T_h = 1$  min., e intervalos grandes de deformación,  $\Delta\epsilon_t = 2\%$ , por sobrevaloración del daño de fluencia. Tendencias similares han obtenido otros autores [19,20] con distintos materiales al aplicar el método del SRP..

### CONCLUSIONES

1. La introducción de tiempos de mantenimiento de la deformación en los picos de carga tractiva en los ensayos de fatiga de gran amplitud reduce significativamente la vida cíclica. Las reducciones son progresivamente mayores a medida que se incrementan los tiempos de mantenimiento.
2. La aplicación del SRP debido a Manson permite, dentro de un factor de dispersión de dos, predecir el comportamiento del acero inoxidable austenítico AISI 316L a 625°C ante ensayos de fatiga de gran amplitud controlados en deformación con o sin tiempos de mantenimiento de la misma en los picos de carga.
3. En ensayos con bajos tiempos de mantenimiento y altos niveles de deformación la aplicación del SRP como técnica predictiva conduce a unas predicciones muy conservativas por sobrevalorar el daño de fluencia.

### REFERENCIAS

- [1] Jaske, C.E. and Frey, N.D. (1980), Proc. 4th Int. Conf. Pressure Vessel Technology, Inst. Mech. Engrs. London, Paper C46/80.
- [2] King, R.H. and Smith, A. (1967), IOM/ISI Conf. Thermal and High Strain Fatigue, London, pp. 364-76.
- [3] Ellison, E.G. (1969), J. Mech. Eng. Sci., 11, pp. 318-39.
- [4] Tomkins, B. and Wareing, J. (1977), Metal Sci., 11, pp. 414-24.
- [5] Krempl, E. and Wundt, B.M. (1971), ASTM STP 489, Philadelphia.
- [6] Coffin, L.F. (1974), 1 Proc. Inst. Mech. Engrs, 188, pp. 109-127.
- [7] Manson, S.S., Halford, G.R. and Hirschberg, M.H. (1971), Nasa Technical Memorandum TMX-67838.
- [8] Halford, G.R., Hirschberg, M.H. and Mason, S.S. (1973), Fatigue at elevated temperatures, ASTM STP 520, Philadelphia, pp. 658-667.
- [9] Manson, S.S. (1973), Fatigue at elevated temperatures, ASTM STP 520, Philadelphia, pp. 744-774.
- [10] Halford, G.R. and Manson, S.S. (1976), Thermal fatigue of materials and components, ASTM STP 612, Philadelphia, pp. 239-254.
- [11] Hirschberg, M.H. and Halford G.R. (1976), NASA Technical Note D-8072.
- [12] Simon S., Rodriguez J.M. y Fuentes M. (1987), Jornadas Ibéricas de Fractura. Portugal.
- [13] Yamaguchi, K., Kanazawa, K., and Yoshida, S. (1978). Materials Science and Engineering, Vol. 33, pp. 175-181.
- [14] Coffin, L. F. (1954). Trans. ASME, 7. pp. 931-956.
- [15] Manson, S. S. (1953). NACA TN 2933.
- [16] Yamaguchi, K. and Kanazawa, K. (1980) Metallurgical Transactions, vol. 11A, Dec. pp. 2019-2027.
- [17] Saltman, J. F. and Halford, G. R. (1977). Vol. 99. Journal of Pressure Vessel Technology.
- [18] Pineau, A. (1983). Fatigue at High Temperature. Skelton, R. P., Ed. pp. 305-364.
- [19] Priest, R.H. and Ellison, E.G. (1980). Inst. Mech Engrs Conf. Engineering Aspects og Creep, Sheffield, Vol. 1, pp. 185-92.
- [20] Batte, A. D., Murphy, M. C. and Stringer, M. B. (1978). Metals Technol., 5, p. 405.



**INFLUENCIA DE LA LONGITUD DEL REGISTRO DE CARGA EN LA DISTRIBUCION DE LA VIDA A FATIGA CON CARGA ALEATORIA**

Jaime Domínguez

E.T.S.I.I., Univ. de Sevilla  
Avda. Reina Mercedes s/n, 41012-Sevilla.

Para estudiar el crecimiento de grieta ante algún tipo de carga aleatoria, se considera un registro de longitud finita como representativo de toda la historia de carga. En el crecimiento de grietas por fatiga, los picos de carga más altos condicionan el comportamiento de las tensiones de cierre durante el crecimiento. Ello hace a estos ciclos especialmente importantes y reduce drásticamente el número de ellos que influyen realmente en la duración del proceso. Por ello, en algunos procesos aleatorios de carga el número de ciclos necesarios para obtener una buena estimación de la vida puede hacerse muy alto.

En este trabajo se hace un estudio de la distribución estadística de la vida a fatiga en función del número de ciclos considerados representativos del proceso de carga. Esta distribución se analiza para diferentes formas de la densidad espectral de carga, banda estrecha y banda ancha. Se puede ver que el número de ciclos necesarios para obtener una dispersión determinada en los resultados de vida depende de varios parámetros, siendo el ancho de banda del proceso de carga y el nivel de tensiones dos de los más importantes.

In order to study crack growth under random loading, it is customary to consider finite length records as representative of the whole process. A few of the highest peaks determine the behaviour of the closure stress along the entire growth. This makes these events specially important and reduces the number of them which have a real influence in the life span. Because of this, with certain random loads, the length of the records than needs be considered to obtain meaningful predictions may become very large.

The work presented herein studies the statistical distribution of fatigue lifetime as a function of the number of cycles reckoned to be representative of the load history. Both, narrow and wide band power spectral density processes are investigated. It is shown that the number of cycles required to achieve a certain scatter in lifetime predictions depends on various parameters, band width and bulk stress level being two of the most important.

## 1. INTRODUCCION

El problema del estudio de la resistencia a fatiga de un sistema mecánico puede plantearse desde el punto de vista de la determinación del número de ciclos necesarios para que una grieta llegue a alcanzar cierta longitud ante unas cargas definidas. También puede considerarse como la estimación de la longitud alcanzada por una grieta después de un número de ciclos especificado. En cualquiera de los casos, las estimaciones realizadas por los procedimientos habituales pueden llegar a ser varias veces mayores o menores que los resultados experimentales.

Las causas de estas diferencias pueden dividirse en dos grupos: los errores de los modelos analíticos o numéricos empleados en el cálculo; y el carácter estadístico de las cargas, las condiciones ambientales y de las propiedades del material, que puede hacer que se produzcan diferencias incluso entre dos ensayos con condiciones teóricamente iguales.

Como errores de los modelos pueden incluirse: la falta de precisión de la ley de crecimiento de grieta supuesta; la no inclusión del efecto de algún parámetro en el modelo, por ejemplo la temperatura, humedad, etc.; inexactitud en la modelización de las cargas; la falta de precisión en el cálculo del factor de intensidad de tensiones al ir avanzando la grieta; etc. Entre las causas de errores imputables al carácter estadístico del fenómeno de la fatiga pueden considerarse: la variación aleatoria de la velocidad de crecimiento de la grieta, no sólo entre una probeta o elemento y otro, sino incluso en distintos puntos del mismo elemento; la variabilidad de determinadas condiciones ambientales; los diferentes valores del factor crítico de intensidad de tensiones; el carácter aleatorio de las cargas; etc. [1,2].

Cuando el sistema objeto de estudio está sometido a cargas que varían aleatoriamente, parte de las diferencias entre los resultados de análisis o ensayos y los valores obtenidos en servicio son imputables a estas cargas. Se

producen tanto por defectos en su caracterización, como por la diferencia entre distintos registros representativos del mismo proceso aleatorio. Aunque pertenezcan al mismo proceso, estos registros no tendrán exactamente igual número de picos de la misma magnitud, ni dispuestos en la misma secuencia.

La caracterización y búsqueda de registros representativos de determinados procesos ha sido una preocupación importante en los últimos años, especialmente en la industria aeronáutica y en menor grado en la de automoción [3-5]. Como resultado de este trabajo de búsqueda de registros característicos, se han propuesto algunos como representativos de las cargas a que van a estar sometidos determinados sistemas. Por ejemplo, para determinados tipos de aviones se han propuesto algunas historias de carga entre las que se encuentran la denominada TWIST o la FALSTAFF [6,7]. Otros registros propuestos como modelos son el HELIX y el FELIX [8], para rotores de helicópteros.

En este proceso de búsqueda de los registros que mejor representen las condiciones reales de carga se ha analizado el efecto de diversas variables sobre el crecimiento de grieta. Ello permitirá decidir sobre su consideración o no a la hora de definir los registros tipo para cada caso. Así, sobre todo en el caso de componentes de aviación, existen estudios del efecto algunos factores sobre la vida a fatiga [9-11], como son: la ordenación de las cargas dentro de un registro; el orden en que se combinan las historias de carga producidas por las diferentes clases de misiones que realiza el avión a lo largo de su vida; la eliminación de los ciclos de pequeña amplitud para conseguir ensayos o análisis acelerados; la longitud de los registros correspondientes a cada misión, especialmente entre despegues y aterrizajes; etc.

Caracterizado un proceso de carga mediante un registro representativo en el que se reproducen las condiciones deseadas de amplitudes, secuencia de ciclos de distinta amplitud, etc., queda por definir la longitud necesaria del mismo para conseguir una buena representación de dicho proceso. Teóricamente, sería necesario generar un registro aleatorio con las características estadísticas del proceso y con duración igual a la vida del elemento objeto de estudio. En general esto no se hace, sino que se genera la historia de carga con una longitud determinada y se aplica repetidamente, cuantas veces sea necesario hasta el fallo.

Un requisito imprescindible para que un registro de longitud limitada represente a un proceso estacionario, es que las características estadísticas del registro seleccionado sean iguales a las del proceso completo. Si la longitud es corta, pueden producirse diferencias significativas entre los parámetros estadísticos de dos registros que intentan representar el mismo proceso. En el caso del crecimiento de grietas, si las longitudes de las historias de carga no son suficientemente grandes, la aplicación de las cargas correspondientes a un registro o a otro, de los representativos, puede producir resultados signifi-

cativamente distintos.

En propagación de grietas por fatiga, debido al efecto de secuencia, el problema de la selección de la longitud mínima se hace más complejo. Pueden producirse situaciones en las que dos registros de carga sean estadísticamente muy similares en cuanto a distribución de picos, rangos (valor de pico menos valle) y número de ellos, y sin embargo producir resultados bastante diferentes en lo que a crecimiento de grietas se refiere.

La razón de esta posible diferencia estriba en la gran influencia que tienen los ciclos de mayor amplitud de un registro en relación a aquellos cuyos picos tienen valores menores. Esta especial preponderancia de los ciclos de mayor amplitud se debe a dos razones fundamentales: la ley de crecimiento, donde el incremento de longitud por ciclo depende de una potencia próxima a tres del rango de tensión aplicada; y el efecto de retardo producido por los ciclos de gran amplitud sobre los de menor valor del rango de tensiones, producido básicamente por la aparición de tensiones residuales importantes al aplicar ciclos de gran amplitud.

En este trabajo se hace un estudio de la variabilidad de la vida a fatiga en función del número de ciclos considerados representativos del proceso de carga, en procesos estacionarios. Esta distribución se analiza para diferentes formas de la densidad espectral de carga y para distintos niveles de carga.

## 2. PROCEDIMIENTO DE ANALISIS

Para estudiar el efecto de la longitud del registro sobre los resultados, se han hecho análisis de crecimiento con distintos registros generados a partir de una densidad espectral de tensiones definida. Estos análisis se han llevado a cabo empleando registros de muy diferente longitud, comprobándose la dispersión en los resultados para diversas longitudes de historias de carga, diferentes densidades espectrales y distintas longitudes de grieta. El proceso seguido se resume a continuación.

Se han definido tres formas de funciones de densidad espectral (fde): una, considerada de banda estrecha, con valor constante entre 5 y 7.5 Hz (tipo 1); otra, de banda más ancha con valor constante entre 5 y 40 Hz (tipo 2); y una tercera, con dos intervalos de frecuencia en los que la densidad espectral es constante y distinta de cero (tipo 3). En este último caso, los valores de las frecuencias límites de estos intervalos son 5 y 40 Hz para el primer intervalo, y 50 y 70 Hz para el segundo, siendo el valor de la densidad espectral un tercio del correspondiente al primer intervalo.

Con cada una de estas tres formas de fde se han definido diversas longitudes de registro comprendidas entre 10.000 y 250.000 ciclos. A su vez, para cada longitud definida se han generado distintas historias estacionarias de tensiones con la misma fde. El procedimiento de simulación de las historias ha sido mediante superposición de funciones senoidales de fre-

cuencia y fase aleatoria con distribución uniforme [12]. Del proceso simulado se obtiene un segundo, que solo contiene los picos y valles del mismo. La figura 1 muestra un ejemplo de registro y la fde correspondiente.

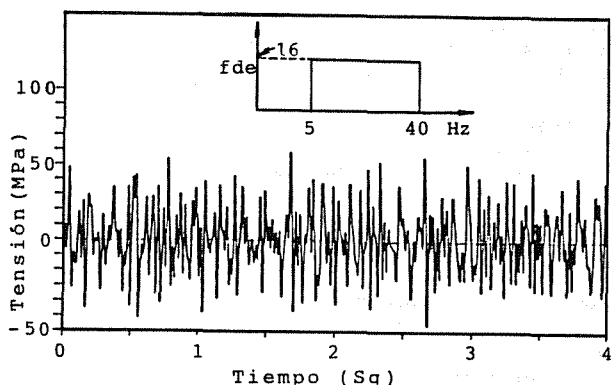


Figura 1. Historia de tensiones correspondiente a una fde constante entre 4 y 50 Hz.

Cada uno de los registros generados se ha empleado en la simulación ciclo a ciclo del proceso de crecimiento de una grieta, repitiendo la historia cuantas veces sea necesario hasta alcanzar una longitud final definida.

Existen numerosos modelos para el estudio del crecimiento de grieta considerando el efecto de retardo. La mayoría de ellos pueden incluirse en uno de los grupos siguientes: los que hacen uso del cierre de grieta [13]; y los basados en el concepto de tensiones residuales en el borde [14-16]. El modelo empleado en este estudio corresponde al segundo grupo [15]. Básicamente es el modelo de Willemborg, incluyendo la posibilidad de aceleración debida a sobrecargas de compresión.

La ecuación de crecimiento empleada es la modificada de Forman:

$$\frac{da}{dN} = C \frac{\Delta K_{ef}^m}{(1-R_{ef}) K_c - \Delta K_{ef}} \quad (1)$$

donde  $K_c$  es el factor crítico de intensidad de tensiones, y  $K_{ef}$  se define:

$$\Delta K_{ef} = (S_{max\,ef} - S_{min\,ef}) F \sqrt{\pi a} = \Delta S_{ef} F \sqrt{\pi a} \quad (2)$$

siendo  $F$  un factor geométrico. Las definiciones de  $S_{max\,ef}$ ,  $S_{min\,ef}$  y  $R_{ef}$  son las conocidas del modelo de Willemborg [16]. La aceleración producida por sobrecargas negativas se tiene en cuenta considerando valores negativos de las tensiones residuales. Se incluye el efecto del umbral de crecimiento haciendo que la grieta no crezca si  $\Delta K_{ef} < \Delta K_{th}$ , siendo  $\Delta K_{th}$  el umbral. En la tabla I se indican los datos utilizados para la aplicación del modelo. Corresponden a la aleación de aluminio 2219-T851 [15].

TABLA I. Datos para aplicación del modelo.

$C = 4.626 \cdot 10^{-9}$	Parámetros del modelo [15]
$m = 3.171$	$A = 1.0$
$K_c = 88 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$	$B = 2.3$
$K_{th} = 3.3 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$	$Y = 0.0$
$\sigma_y = 345 \text{ MPa}$	$Z = 0.5$
$A_o = 0.5 \text{ mm}$	(tensión plana)
$A_f = 5 \text{ mm}$	

3. RESULTADOS

Antes de analizar el efecto de la longitud del registro en los resultados se ha comparado la dispersión de algunos parámetros estadísticos de los registros con la variación del incremento de longitud de grieta producido por cada una de las historias de carga. Para ello se han generado varios registros de dos longitudes distintas: 1250 y 5000 ciclos. Para cada uno de ellos se ha determinado el valor medio de los rangos de tensiones producidas, el de los rangos de tensiones efectivas y el valor extremo (pico máximo del registro). Igualmente, se ha determinado el incremento de longitud de grieta que produce cada historia de cargas, considerando una longitud inicial de 1mm.

En la figura 2 se presenta un resumen de algunos resultados obtenidos con registros de densidad espectral como la mostrada en dicha figura. En cada columna se presentan los valores obtenidos divididos por la media de los que se han producido en los registros considerados. La primera representa la variabilidad de los incrementos de longitud en cada historia de tensiones de 5000 ciclos. Las columnas segunda y tercera muestran la variabilidad de los rangos medios de tensiones por registro para los casos de 1250 y 5000 ciclos respectivamente. La cuarta, representa los valores extremos y las dos últimas los valores de las tensiones medias efectivas definidas como se indicó anteriormente. En los casos de valores extremos e incremento de longitud se representan los resultados de 10 registros de carga, mientras que en el resto sólo es para cinco.

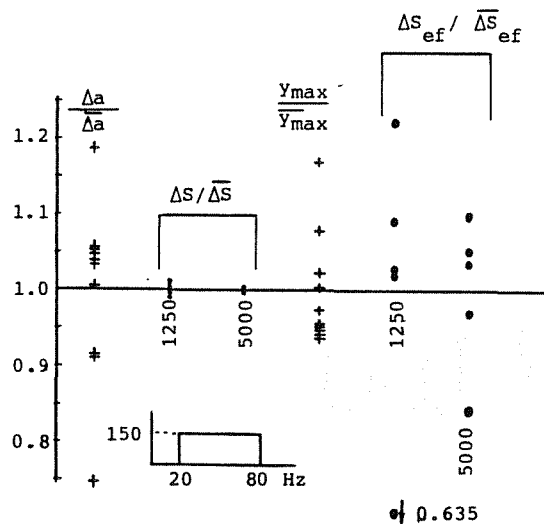


Figura 2. Dispersión de valores obtenidos con registros de 1250 y 5000 ciclos.

Puede apreciarse que mientras los rangos de tensiones medios prácticamente no varían de un caso a otro, incluso con 1250 ciclos, el resto de los parámetros tiene una variación importante. También puede verse que los valores extremos, causantes a fin de cuentas de los retardos en el crecimiento, tienen una variabilidad del mismo orden que los incrementos de longitud de grieta.

Una indicación de la enorme importancia de las sobrecargas en el crecimiento se muestra en la figura 3. En la 3a aparecen representados cien ciclos de un registro de tensiones con densidad espectral igual a la de la figura 1. En la 3b aparece el registro de tensiones efectivas, definidas como se ha indicado en la ecuación (1), producidas por dicho registro. La longitud de grieta para el cálculo de estas tensiones efectivas fue 1mm. Puede comprobarse que solo un diez por ciento, aproximadamente, de los ciclos tiene amplitudes superiores a la mitad de la máxima, y que el número de casos de tensión efectiva nula es superior al 50% del total. Ello quiere decir que más del 80% del crecimiento de la grieta está producido por menos del 10% de los ciclos de carga.

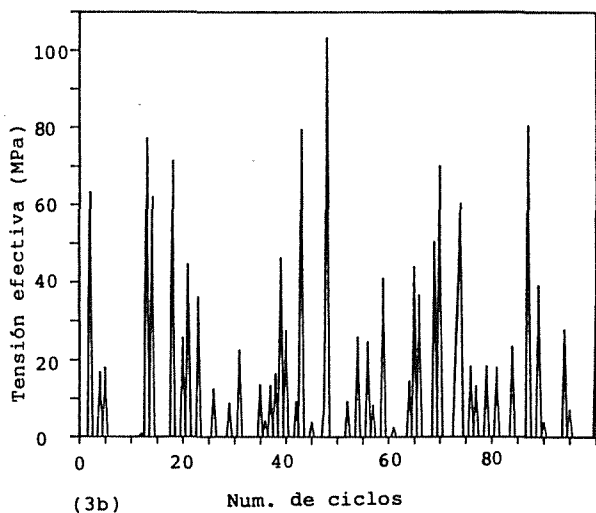
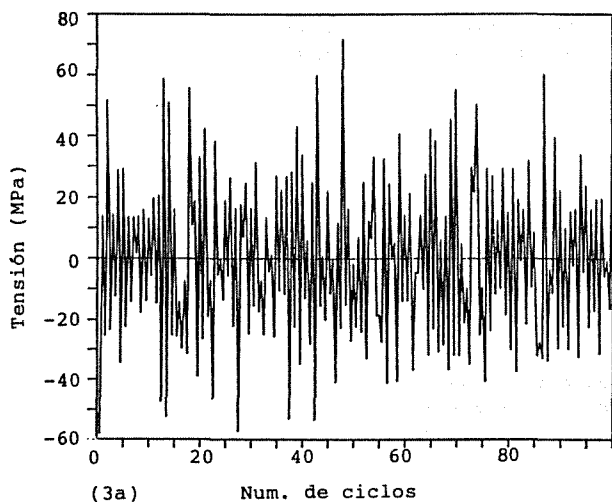


Figura 3. Registro original de tensiones (3a) y tensiones efectivas producidas (3b).

Como resultado de esta dependencia de un pequeño porcentaje de ciclos se producen dispersiones importantes en la duración cuando se utilizan registros de longitud teóricamente grande. Un ejemplo de la dispersión se presenta en las figuras 4 y 5. En la 4, se muestra la evolución de la longitud de la grieta con el número de ciclos utilizando 50 registros distintos del tipo 2, con 10000 ciclos cada uno. En la figura 5 se presenta un histograma con la distribución de la vida obtenida con 200 registros distintos, del mismo tipo y número de ciclos. Aunque el coeficiente de variación de la vida es solamente 0.063, dado el carácter no simétrico de la distribución, puede comprobarse que existe un amplio rango de valores entre los que oscilan los 200 puntos representados. Así, la banda de variación es un 43% del valor medio producido. Ello hace que el uso de un número de ciclos como el indicado sea insuficiente, aun cuando en la mayoría de los procesos estacionarios dicho número se considera suficiente para representar a estos.

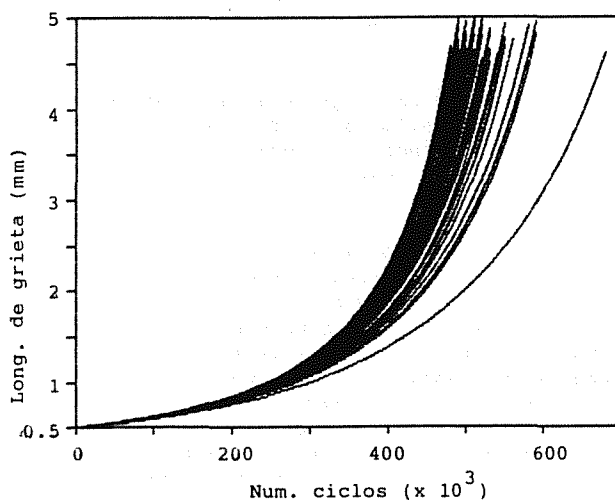


Figura 4. Longitud de grieta-número de ciclos con 50 registros de 10000 ciclos.

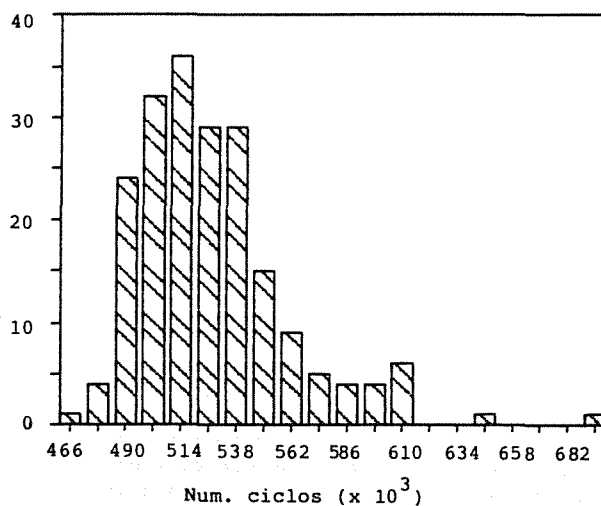


Figura 5. Histograma de vida. 200 casos con registros tipo 2 de 10000 ciclos.

En cuanto al efecto de la longitud de las historias de carga sobre la vida, en la tabla II se muestran los coeficientes de variación y la media de la vida, obtenidos para cada grupo de simulaciones correspondientes a registros del mismo tipo y número de ciclos. Los valores de la densidad espectral para cada tipo de registro han sido 692, 55.5 y 125.9 MPa/Hz, para los tipos 1, 2 y 3, respectivamente.

TABLA II. Coeficientes de variación y medias para cada grupo de registros.

N	10000	20000	40000	100000
Tipo 1 ( $\sigma/\mu$ )	0.054	0.045	0.036	0.023
	( $\mu$ ) 508.0	509.7	508.6	508.8
2	0.063	0.054	0.033	0.021
	527.2	527.7	526.2	525.5
3	0.048	0.042	0.024	0.014
	520.1	520.9	518.6	519.4

Se puede comprobar como disminuye apreciablemente la dispersión de los resultados al incrementar el número de ciclos. En el caso de los registros tipo 2, por ejemplo, al incrementar el número de ciclos de 10000 a 40000, el coeficiente de variación se reduce a la mitad y el rango de variación de los resultados se divide prácticamente por tres. En este caso se han simulado también algunos procesos con registros de 250000 ciclos, obteniéndose un coeficiente de variación de 0.008. Ello indica que sigue disminuyendo apreciablemente la dispersión incluso con registros tan largos como los indicados.

Para determinar el efecto del nivel de tensiones sobre la dispersión, se han hecho simulaciones con los mismos registros pero niveles de tensiones del orden del 80% de los anteriores. Para obtener aproximadamente las mismas duraciones del crecimiento se ha reducido la longitud final de la grieta a 1mm. Dada el tiempo necesario para estas simulaciones, solo se han pasado 25 casos con cada tipo de espectro, y solo con registros de 10000 ciclos. Los coeficientes de variación obtenidos se reducen apreciablemente, como se puede ver en los resultados de la tabla III.

TABLA III. Coeficientes de variación y medias para niveles de tensiones menores.

Tipo	1	2	3
N=10000 ( $\sigma/\mu$ )	0.029	0.033	0.026
	508.4	510.2	524.9

#### 4. CONCLUSIONES

Es sabido que la selección del registro característico de los procesos de carga cuando esta es aleatoria es crítica para la obtención de resultados fiables. Los parámetros a considerar en la selección dependen del tipo de proceso de que se trate. Entre ellos es

fundamental el nivel de las tensiones, la forma de combinación de las diferentes condiciones a que va a estar sometido el sistema, los niveles de tensiones que pueden eliminarse para hacer más rápido el cálculo o ensayo, etc.

Entre estos parámetros se incluye también la longitud del registro, pero no se han hecho muchos estudios sobre el efecto de esta variable. En los resultados se ha podido comprobar la importancia que llega a tener la longitud del registro en la variabilidad de los resultados que se obtengan, y por tanto en la fiabilidad de estos. Se ha comprobado también que para una dispersión admisible en los resultados la longitud de registro necesaria depende también del nivel general de tensiones. Por ello, cuando se produzcan procesos de carga similares pero con diferentes niveles de tensiones es importante considerar estos distintos niveles y el nivel que cada uno tiene en la dispersión.

#### 5. REFERENCIAS

- [1] Palmberg B., Blom A.F. y Eggwertz S., "Probabilistic Damage Tolerance Analysis of Aircraft Structures", Probabilistic Fracture Mechanics and Reliability, Provan J.W. (Ed.), Martinus Nijhoff Publ., 1987, pp. 47-130.
- [2] Blom A.F., "Statistical Analysis of Fatigue Crack Growth", NATO ASI Advances in Fatigue Science and Technology, Alvor, Portugal, Abril, 1988.
- [3] Wetzel R.M. (ed.), Fatigue Under Complex Loading: Analysis and Experiments, SAE, 1977.
- [4] Abelkis P.R. y Potter J.M. (Eds.), Service Fatigue Loads Monitoring, Simulation, and Analysis, ASTM STP 671, Amer. Soc. for Testing and Materials, 1979.
- [5] Bryan D.F. y Potter J.M. (Eds.), Effect of Load Spectrum Variables on Fatigue Crack Initiation and Propagation, ASTM STP 714, Amer. Soc. for Testing and Materials, 1980.
- [6] De Jonge J.B., Schütz D., Lovak H. y Schijve J., "A Standardized Load Sequence for Flight Simulation Tests on Transport Aircraft Wing Structures", NLR TR 73029 U, 1973.
- [7] Van Dijk G.M. y De Jonge J.B., "Introduction to a Fighter Aircraft Loading Standard for Fatigue Evaluation "FALSTAFF" (part I)", NLR MP 75017 U, 1975.
- [8] Ten Have A.A., "HELIX and FELIX: Loading Standards for Use in Fatigue Evaluation of Helicopter Rotor Components", NLR MP 82041 U, 1982.
- [9] Dill H.D. y Saff C.R., "Effects of Fighter Attack Spectrum on Crack Growth", AFFDL-TR-76-112, 1977.

- [10] Abelkis P.R., "Effect of Transport Aircraft Wing Loads Spectrum Variation on Crack Growth", Effect of Load Spectrum Variables on Fatigue Crack Initiation and Propagation, Bryan D.F. y Potter J.M. (Eds.), ASTM STP 714, Amer. Soc. for Testing and Materls, 1980.
- [11] Circle R.L. y Conley F.M., "A Quantitative Assessment of the Variables Involved in Crack Propagation Analysis for In-Service Aircraft", AIAA Paper 80-0752, 1980.
- [12] Shinozuka M., "Applications of Digital Simulation of Gaussian Random Processes", Random Excitation of Structures by Earthquakes and Atmospheric Turbulence, Parkus H. (Ed.), Springer Verlag, 1977.
- [13] Newman J.C., "A Nonlinear Fracture Mechanics Approach to the Growth of Small Cracks", Behavior of Short Cracks in Airframe Components, AGARD-CP-328, 1983.
- [14] Willemborg J.D., Engle R.M. y Wood H.A., "A Crack Growth Retardation Model Using an Effective Stress Concept", AFFDL-TM-FBR-71-1, 1971.
- [15] Johnson W.S., "Multi-Parameter Yield Zone Model for Predicting Spectrum Crack Growth. NASA Tech. Mem. 81890, 1980.
- [16] Engle R.M. y Rudd J.L., "Analysis of Crack Propagation Under Variable Amplitude Loading Using the Willemborg Retardation Model, AIAA paper No 74-369, 1974.

## FATIGA DE ALUMINA BAJO CARGAS CICLICAS

Sabadell, J.M.; Batlle, M.; Anglada, M.

Departamento de Ciencia de los Materiales e Ingeniería Metalúrgica  
E.T.S. Ingenieros Industriales. Universidad Politécnica de Cataluña.  
Avda. Diagonal, 647. 08028-Barcelona

Resumen.- Se ha investigado la existencia de fatiga mecánica en una alúmina de 92% de pureza bajo la acción de cargas cíclicas de tracción-tracción y de compresión-compresión en probetas de flexión por tres puntos y en probetas de sección rectangular entalladas, respectivamente. En este último caso se ha medido el crecimiento de la grieta en función del número de ciclos y las superficies de fractura se han estudiado mediante microscopía electrónica de barrido. Los resultados obtenidos se discuten en el marco de un modelo propuesto recientemente por Suresh.

Abstract.- The existence of mechanical fatigue has been studied in an alumina of 92% purity under cyclic loads in tension-tension and in compression-compression by using three point bend specimens and notched specimens of rectangular cross-section, respectively. In this latter case, the crack extension has been measured as a function of the number of cycles and the fracture surfaces have been studied by SEM. The results are discussed in terms of a model recently proposed by Suresh.

## 1. INTRODUCCION

En el campo de los materiales cerámicos, el término fatiga ha estado siempre asociado al fenómeno de propagación de grietas subcríticas producido por la influencia del medio y la acción de una carga constante (fatiga estática), o bien, por la acción de una carga variable monotónica (fatiga dinámica) (1).

La influencia de cargas fluctuantes sobre la propagación subcrítica de grietas, es decir, la fatiga mecánica típica de los materiales dúctiles, apenas ha sido estudiada en las cerámicas. La razón del poco interés despertado por este fenómeno entre los investigadores de este campo probablemente reside en que habitualmente se ha supuesto que este no puede ocurrir en los materiales frágiles debido a la inexistencia de una zona plástica alrededor de la punta de la grieta. En los pocos casos en que la propagación de la grieta bajo cargas cíclicas ha sido estudiada experi-

mentalmente (2-5), los resultados han sido interpretados en base a los mismos mecanismos que operan en el caso de la fatiga estática.

Sin embargo, algunas experiencias recientes han puesto de manifiesto de forma clara la existencia de un fenómeno intrínseco de fatiga mecánica en algunas cerámicas (6-13). En este sentido cabe destacar el trabajo de Guiv (10) en alúmina Deranox, en el cual se determinó que la velocidad de propagación de la grieta bajo cargas cíclicas de tracción-compresión ( $R=-1$ ) es mucho mayor que la velocidad de propagación bajo una carga constante igual a la amplitud de la carga cíclica. Por otra parte, Dauskard et al (8) han demostrado de forma inequívoca que en la circona parcialmente estabilizada sometida a cargas cíclicas de tracción-tracción ( $R=0$ ), la propagación subcrítica de la grieta tiene lugar para valores del factor de intensi-

dad de tensiones bastante inferiores a los usuales en el caso de la fatiga estática. Además, la velocidad de propagación de la grieta en este material bajo cargas cíclicas es varios órdenes de magnitud superior a la correspondiente a la fatiga estática. Finalmente Ewart y Suresh (7) también han puesto de manifiesto la existencia de propagación subcrítica de grietas en probetas de alúmina entalladas sometidas a esfuerzos de compresión-compresión ( $R=10$ ), aunque en este caso la grieta sólo crece distancias pequeñas.

En el trabajo presente se ha estudiado el fenómeno de la fatiga mecánica poniendo de relieve la existencia de este fenómeno en una alúmina del 92% de pureza en vistas a averiguar si el fenómeno también ocurre en cerámicas de menor pureza y menor tenacidad que las cerámicas estudiadas hasta el presente.

## 2. PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

El material estudiado ha sido alúmina policristalina con un contenido de 92% de  $Al_2O_3$  junto a distintas proporciones de  $MgO$ ,  $CaO$  y  $SiO_2$  que fue suministrada por Morgan Matroc. Las propiedades mecánicas determinadas por el fabricante son las siguientes: resistencia a la flexión, 268 Mpa; resistencia a la compresión, 2000 Mpa; densidad, 3.63 g/cm<sup>3</sup>; dureza Vickers (100 N), 11 Gpa. El tamaño medio del grano es igual a 20  $\mu m$ .

Los ensayos de fatiga fueron realizados en una máquina servohidráulica de fatiga operada en control de carga y aplicando una carga cíclica del tipo de onda triangular o sinusoidal a frecuencias comprendidas entre 0.5 y 10 Hz. Las probetas utilizadas fueron de dos geometrías distintas: probetas de flexión por tres puntos y probetas de sección rectangular entalladas de compresión.

Las dimensiones de las probetas de flexión por tres puntos son las siguientes: longitud 81 mm; espesor 7.8 mm; anchura 7.5 mm. Las dos caras paralelas en contacto con los puntos de apoyo fueron pulidas con pasta de diamante de varios tamaños de partícula. El pulido final se realizó con una pasta de diamante de 3  $\mu m$ . En el centro de la superficie sometida a tracción se practicó una indentación mediante un durómetro con una punta de diamante del tipo Knoop aplicando cargas de 100 o 150 N durante 15 s. Con este procedimiento se pretende que el defecto a partir del cual se inicie la rotura sea precisamente la huella realizada, ya que en esta se generan microgrietas y tensiones residuales y está situada en el punto de la probeta donde las tracciones son máximas. Las dimensiones de la huella producida son de alrededor de 0.5 mm para la diagonal mayor y de 0.06 mm para la diagonal menor. La diagonal mayor está orientada perpendicularmente al esfuerzo de tracción.

La distancia entre puntos de apoyo del utilaje utilizado fue de 62 mm. El cociente

R entre la carga mínima y la carga máxima aplicada en cada ciclo se mantuvo constante e igual a 5.

Los ensayos de fatiga de compresión-compresión se realizaron en probetas de sección rectangular con las siguientes dimensiones: altura, 35-38 mm; anchura, 7.8 mm; espesor, 7.5 mm. Mediante un disco delgado de diamante se practicó una entalla perpendicularmente al eje de compresión de aproximadamente 2 mm de profundidad y 0.37 mm de anchura. El cociente entre los valores extremos de la carga aplicada fue igual a 10 y los esfuerzos máximos aplicados estuvieron comprendidos entre 250 y 350 Mpa. Durante el ensayo de fatiga se acopló un microscopio óptico a la máquina de fatiga con el fin de observar el crecimiento de la grieta. Las superficies de fractura, así como la longitud final de la grieta fueron observadas en detalle mediante un microscopio electrónico de barrido.

## 3. RESULTADOS

### 3.1 Ensayos de flexión por tres puntos.

Los ensayos realizados, así como los resultados obtenidos, en probetas de flexión por tres puntos se indican en la Tabla I. Asimismo se muestran las cargas aplicadas en las indentaciones del tipo Knoop sobre la parte central de la superficie de la probeta sometida a tracción para asegurar que el defecto dominante es el producido por dicha indentación

Nótese que la probeta 8 fue ensayada a una frecuencia de 2.5 Hz, mientras que en los otros ensayos de fatiga la frecuencia aplicada fue siempre la misma e igual a 0.6 Hz. Puede observarse que el tiempo hasta la rotura de la probeta 8, 15012 s, es mucho menor que el correspondiente a la probeta 7, 148 000s, ensayada bajo las mismas condiciones pero a menor frecuencia. Esto indica que el tiempo durante el cual el material está sometido a la carga cíclica no es el factor que determina la resistencia, sino que más bien es el número de ciclos de carga tal como ocurre en los metales.

Por otra parte, puede apreciarse que la probeta 3 fue sometida a una carga estática de 500 N igual al valor máximo de la carga cíclica aplicada en las probetas 1, 2 y 4, pero el tiempo a rotura de la probeta 3 (37 890 s) es bastante superior al correspondiente a las cargas cíclicas.

Al comparar el tiempo a la rotura de las probetas ensayadas bajo cargas cíclicas de la misma amplitud, y con idéntica carga aplicada durante la indentación, se observa una fuerte dispersión en los resultados. Debido al limitado número de probetas ensayadas, no es posible llegar a conclusiones definitivas sobre la existencia de un fenómeno intrínseco de fatiga mecánica, aunque si existen muchos indicios derivados de los resultados descritos. Sin duda, una de las causas de la dispersión



de resultados reside en que la posición de la indentación es crítica. Pequeñas desviaciones de esta de la zona central de la probeta donde la tensión es máxima pueden influir de forma notable en el valor de la tensión sobre la microgrieta producida por la indentación.

La superficie de fractura de las probetas de flexión por tres puntos se muestran en la Fig. 1, donde puede observarse la zona semielíptica afectada por la indentación (Fig. 1.a). Sin embargo, el aspecto de la superficie dentro (Fig 1.b) y fuera (Fig 1.c) es bastante similar, y no es posible detectar la zona en que la propagación se realizó de forma estable de la zona correspondiente a la rotura final.

PROBETA	P knoop(N)	Pmáx (N)	t (s)
1	100	500	7900
2	100	500	11240
3	100	500(estática)	37.890
4	100	500	3.900
5	150	400	440.000(no rot.)
6	150	500	20.810
7	150	450	148.000
8	150	450	5.012

Tabla I. Resultados de los ensayos de flexión por tres puntos.

### 3.2 Ensayos de fatiga bajo esfuerzos de compresión-compresión.

En la Tabla II se indican los resultados de los ensayos de fatiga bajo esfuerzos de compresión-compresión, así como los parámetros de los ensayos. Nótese que el máximo valor absoluto de los esfuerzos aplicados se halla siempre comprendido entre 250 y 350 Mpa, mientras que la resistencia a la compresión estática de la probeta no entallada es de 2000 Mpa.

La longitud de la entalla estuvo siempre comprendida entre 1.9 y 2.8 mm. La extensión de la grieta fue medida desde el fondo de la entalla en las dos caras de la probeta (S y S') y en el interior de la misma una vez finalizado el ensayo mediante un corte realizado perpendicularmente a la superficie de la grieta.

En la Fig. 2 se ha representado la extensión de la grieta en función del número de ciclos en ambas caras de una probeta ensayada bajo un esfuerzo mínimo de compresión de -275 Mpa. Cuando el esfuerzo mínimo es mayor de -350 Mpa siempre se observó que la grieta se detuvo al cabo de un determinado número

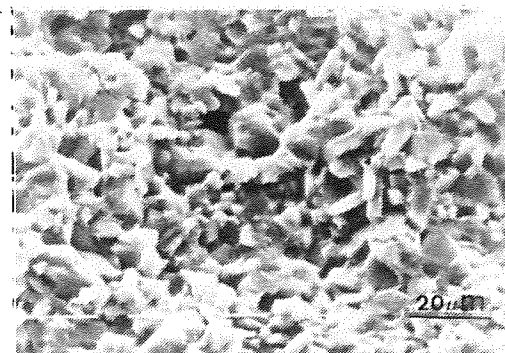
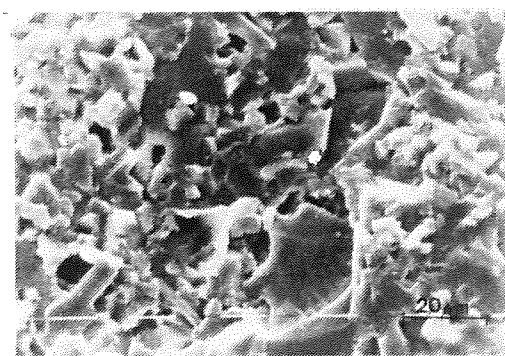
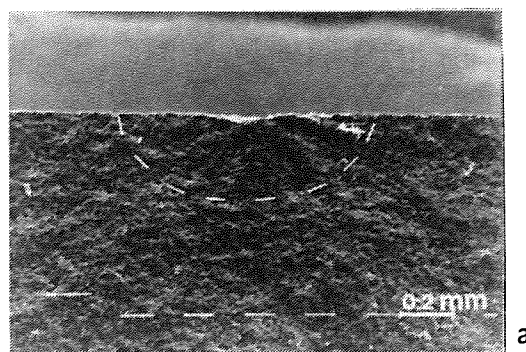


Fig 1. Superficie de fractura de las probetas de flexión por tres puntos: a) Huella de la indentación; b) Superficie interior de la huella; c) Superficie exterior a la huella.

de ciclos. Sin embargo, en los ensayos realizados a esfuerzos iguales a -350 Mpa la grieta también se propagó de forma estable durante los primeros miles de ciclos, pero en lugar de detenerse se propagó de forma inestable a lo largo de un plano paralelo a la dirección del esfuerzo aplicado. En los ensayos realizados se consideró como criterio de no propagación de la grieta si la extensión de ésta era menor que 5 μm (resolución del microscopio utilizado) durante 10<sup>5</sup> ciclos.

Durante algunos ensayos la probeta fue periódicamente retirada de la máquina de ensayos

Muestra	$\sigma$ min (MPa)	$N_p$ ( $10^3$ ciclos)	$\Delta a$ (mm)	$\Delta N_e$ ( $10^3$ ciclos)	$a_0$ (mm)
1	-300	1200	E 0.45 I 0.22	100	2.0
2	-350	42	F		2.2
3	-350	60	F		2.3
4	-300	200	E 0.96 I 0.17	30	2.8
5	-350	50	F		2.0
6	-250	476	E 0.23 I 0.10	100	2.3
7	-275	120	E 0.26 I 0.16		2.0
8	-275	825	E 0.43 E 0.19	100	2.1
9	-250	120	E 0.34 E 0.26	10	1.9

Tabla II. Resultados de los ensayos de compresión, donde  $N_p$  es el número de ciclos ensayados,  $\Delta a$  es el crecimiento de la grieta desde el fondo de la entalla,  $\Delta N_e$  son los ciclos del periodo entre cada operación de limpieza ultrasónica y  $a_0$  la profundidad inicial de la entalla. (E se refiere a la cara exterior, I a la zona del interior de la probeta)

y limpiada por ultrasonidos para eliminar las partículas que se depositaron sobre la superficie de la grieta y pueden contribuir al cierre de la misma. Al continuar el ensayo se observó una mayor velocidad de propagación de la grieta, lo cual queda reflejado en los resultados de la Tabla II. Por ejemplo, la probeta 8 fue limpiada por ultrasonidos

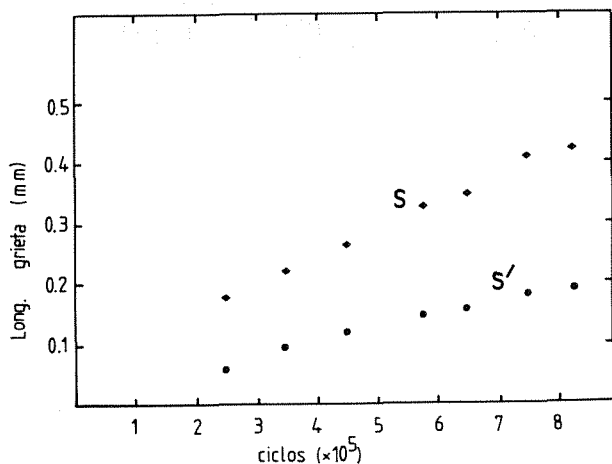


Fig 2. Crecimiento de la grieta en ambas caras de la probeta en función del número de ciclos.

y la grieta no se detuvo hasta después de 825 000 ciclos de carga. Por el contrario, en la probeta 7, la cual fue ensayada bajo las mismas condiciones pero no fue limpiada, la grieta se extendió menos y se detuvo al cabo de 120 000 ciclos.

En la Fig. 3 se presentan micrografías correspondientes a la longitud de la grieta en la superficie de la probeta y en el interior de la misma. Puede observarse que en el interior la grieta se propaga distancias mucho menores que en la superficie.

En las superficies de la grieta próximas a la punta de ésta se observan granos descohesionados principalmente en la parte central de la probeta (Fig. 4). En las micrografías correspondientes a la superficie de rotura (Fig. 5) aparecen claramente diferenciadas la zona correspondiente a la propagación estable y la zona correspondiente a la zona inestable. El frente de la grieta en el interior de la probeta es más bien recto. Examinando a mayores aumentos la zona de fatiga puede apreciarse que está formada principalmente por granos descohesionados. Por el contrario, en la superficie correspondiente a la rotura inestable se observa una rotura de tipo mixto, es decir, intergranular y transgranular por clivaje.

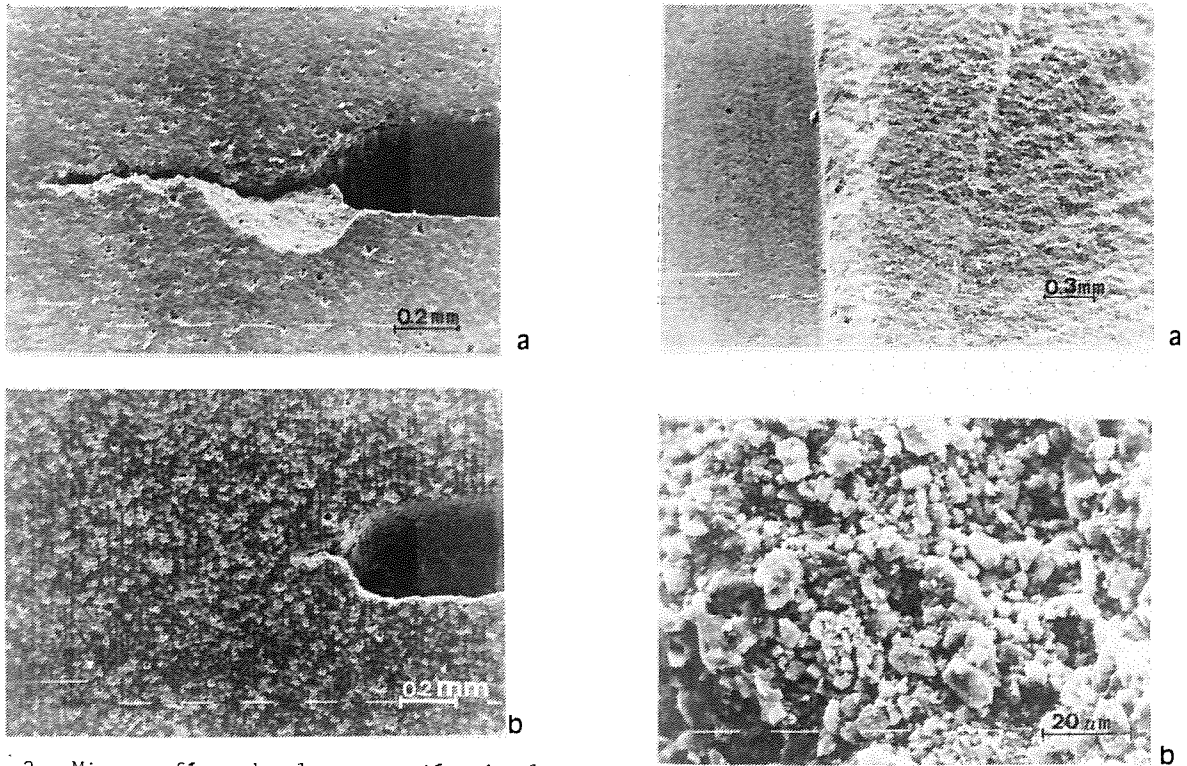


Fig 3. Micrografías de la extensión de la grieta en el exterior a), y en el interior b) de la probeta.

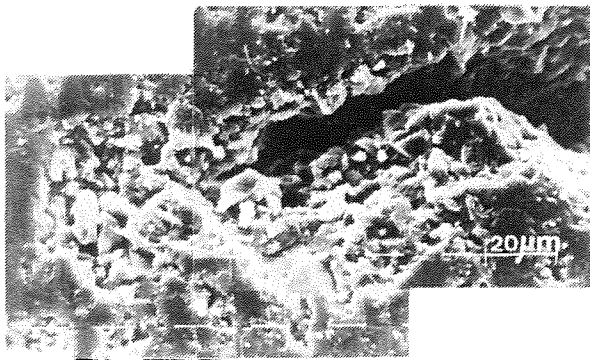


Fig 4. Extremo de la grieta crecida por fatiga. Obsérvese la textura intergranular.

#### 4. DISCUSION

Los resultados presentados en el apartado anterior ponen claramente de manifiesto la existencia de un fenómeno de fatiga mecánica en el caso de las probetas ensayadas bajo esfuerzos cíclicos de compresión. En los ensayos bajo esfuerzos cíclicos de tracción en probetas de flexión por tres puntos se han mostrado indicios de la existencia de fatiga mecánica. Sin embargo, los resultados no son tan claros como en el caso anterior.

La propagación de la grieta en Modo I bajo una carga cíclica de compresión presenta características similares a la propagación de la

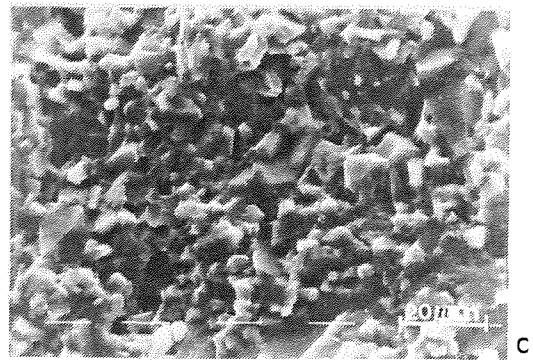


Fig 5. Superficie de rotura: a) Aspecto general de las tres zonas: entalla-fatiga-rotura inestable; b) superficie de rotura por fatiga; c) Superficie de rotura inestable.

grieta en los metales bajo el mismo tipo de esfuerzos (7), aunque es obvio que los mecanismos operativos en cada caso deben ser completamente distintos debido a la naturaleza diferente de los metales y los cerámicos. En particular, en el caso de los cerámicos no se produce macroplasticidad en el extremo de la grieta, la cual es imprescindible para explicar el origen de los esfuerzos residuales de tracción responsables de la propagación subcrítica de la grieta en los metales sometidos a esfuerzos cíclicos de compresión.

Intuitivamente podría pensarse que el efecto de cuña producido por las partículas desprendidas y atrapadas entre las superficies de la grieta podría originar la propagación en Modo I bajo cargas cíclicas de compresión. Sin embargo, esta idea debe descartarse ya que la limpieza de la grieta por ultrasonidos produce un aumento en la velocidad de propagación, contrariamente a lo que cabría esperar del mecanismo anterior.

Los únicos trabajos publicados hasta el presente sobre fatiga de cerámicas bajo esfuerzos cíclicos de compresión son los realizados por el grupo de Suresh (7,9,11,12), quien ha ofrecido algunas de las ideas fundamentales de cara a la interpretación del fenómeno basadas en una amplia experiencia en el estudio de la propagación de grietas por fatiga en los metales sometidos a cargas cíclicas de compresión.

La idea básica propuesta por Ewart y Suresh (7) es que la aplicación de un esfuerzo de compresión en una cerámica policristalina induce microgrietas intergranulares en la zona adyacente a la punta de la entalla. El esfuerzo local en esta región es muy alto debido a que al esfuerzo nominal hay que sumarle el producido por la presencia de la entalla y los esfuerzos residuales originados durante el enfriamiento debido a la anisotropía de las contracciones entre granos vecinos. Las superficies de las microgrietas pueden deslizar una respecto a la otra de forma irreversible durante la aplicación de la carga de compresión. Por consiguiente, durante la descarga en el proceso de fatiga es posible que una fracción de las microgrietas formadas permanezcan parcialmente abiertas. Este hecho producirá una disminución en el módulo elástico de la zona de material próxima al extremo de la grieta. La diferencia entre la rigidez del material de esta zona y la circundante puede inducir esfuerzos de tracción durante la descarga de la carga máxima de compresión dentro de una distancia del extremo de la grieta del orden del tamaño de la zona. Esta tensión residual es la fuerza motriz para la propagación de la grieta tal como ocurre en los metales, aunque su origen es distinto.

El avance de la grieta se produce por la coalescencia de las microgrietas. Estas estarán orientadas formando distintos ángulos con la dirección del esfuerzo de compresión de forma que sobre sus caras existirá un componente de cizalladura que producirá el deslizamiento de las caras de las microgrietas. Este mecanismo ha sido estudiado por Nemat-Nasser (14) quien ha demostrado que para una grieta orientada de forma conveniente se induce en su extremo un factor de intensidad de tensiones de Modo I que hace cambiar la dirección de la microgrieta un ángulo igual a  $0.4\pi$  respecto a la dirección inicial.

A medida que la grieta avanza por la coalescencia de microgrietas intergranulares se desprenderán partículas, las cuales provocan un efecto de cierre de la grieta y disminuyen

su crecimiento hasta que la grieta se detiene.

El hecho de que la extensión de la grieta en la superficie de la probeta sea distinta que en su interior puede atribuirse a: i) en la superficie las partículas desprendidas pueden caerse con mayor facilidad que en el interior y, por lo tanto, el efecto de cierre de la grieta es menor; ii) en términos macroscópicos el estado triaxial de compresión existente en el interior de la probeta aumenta la resistencia a la compresión con respecto a la superficie.

Las micrografías de la superficie de rotura por fatiga ponen claramente de manifiesto una rotura intergranular de acuerdo a las ideas expuestas anteriormente sobre el mecanismo de propagación.

En el caso de las probetas de flexión por tres puntos con una indentación de tipo Knoop, la extensión de la grieta es necesariamente pequeña ya que rápidamente alcanza su valor crítico. Por otra parte, al comienzo de la propagación debe considerarse que además de la tensión aplicada existen esfuerzos residuales de tracción producidos por la indentación que se suman a la tensión aplicada. Una vez la grieta se ha propagado unas distancias pequeñas el efecto de las tensiones residuales de la indentación desaparece. Por consiguiente, la deformación cíclica de la probeta ofrece un método para la determinación de  $K_{IC}$  que posee la ventaja de no estar afectado por las tensiones residuales originadas por la indentación. Por ejemplo, el factor de intensidad de tensiones correspondiente a una grieta superficial semielíptica viene dado por

$$K_I = (M\sigma\sqrt{\pi a})/\sqrt{Q} \quad (1)$$

donde  $a$  es la profundidad de la grieta,  $Q$  es el factor de forma y  $M$  un factor numérico de corrección que depende de la geometría de la grieta y de la probeta. Aplicando esta expresión para  $\sigma$  igual a la tensión de rotura ( $\sigma_f \approx 97$  Mpa), los valores de  $a$  y  $2c$  medidos de la microfotografía de la Fig 1.a, ( $a=0.32$  mm,  $2c=0.82$  mm) y el valor de  $Q$  y  $M$  correspondiente a  $a/2c = 0.39$ , obtenemos un valor de  $K_{IC} = 2.50$  Mpa  $\sqrt{m}$ , el cual está en el intervalo de  $K_{IC}$  medido en la alúmina.

En estudios posteriores será necesario estudiar con más detalle la variación de la velocidad de propagación de la grieta bajo esfuerzos cíclicos de compresión con el valor de  $R$ , la frecuencia, la temperatura y la microestructura. Esta información será de gran utilidad para caracterizar completamente el comportamiento macroscópico, así como para determinar con mayor precisión los mecanismos operativos a nivel microscópico.

Finalmente, debe señalarse que la propagación estable de la grieta bajo esfuerzos cíclicos de compresión podría utilizarse para generar la grieta en los ensayos para la determinación de  $K_{IC}$  en cerámicas.

## 5. AGRADECIMIENTOS

Los autores desean expresar su gratitud a la CICYT por la subvención recibida a través del proyecto PA 86/174 y a Morgan-Matroc por la donación del material. Uno de los autores M. Batlle desea expresar asimismo su gratitud a la CIRIT por la concesión de una ayuda a la investigación.

## 6. REFERENCIAS

- (1) A.G.Evans (1980) "Fatigue in Ceramics" *Int. Journal Fract.* 16 (6) 489-498
- (2) D.A.Krohn y D.P.Hasselmann (1972) "Static and Cyclic Fatigue Behaviour of a Polycrystalline Alumina" *Jour. Am.Cer.Soc.* 55 (4) 208-211
- (3) A.G. Evans y E.R.Fuller (1974) "Crack Propagation in Ceramic Materials under Cyclic Loading Conditions" *Metall. Trans.* 28 (5) 27-33
- (4) F.Guiu (1978) *J.Mat. Science Letters* 13 1357
- (5) S. Horibe y M. Sumita (1988) "Fatigue Behaviour of Sintered SiC; temperature Dependence and Effect Doping with Aluminium" *J. Mat. Science* 23 3305-3313
- (6) L. Ewart y S. Suresh (1986) "Dynamic Fatigue Crack Growth in Polycrystalline Alumina Under Cyclic Compression" *J. J. Mat. Sci. Lett.* 5 774-778
- (7) L. Ewart y S. Suresh (1987) "Crack Propagation in Ceramics under Cyclic Loads" *J. Mat. Sci.* 22 1173-1192
- (8) R.H. Dauskardt, W. Yu, R.O. Rotchie (1987) "Fatigue Crack Propagation in Transformation Toughened Zirconia Ceramic" *J. Am. Cer. Soc Com.* 70 (10) C248-C252
- (9) S. Suresh y J.R. Brockenborough (1988) "Theory and Experiments of Fracture in Cyclic Compression: Single Phase Ceramics Transforming Ceramics and Ceramic Composites" *Act. Metal.* 36 (6) 1455-1470
- (10) M.J. Reece, F. Guiu y M.F.Sammur (1988) "Crack Propagation in Alumina Under Cyclic Tension-Compression Loading" Admitido publicación en *J.Am.Cer.Soc.*
- (11) A.A. Morrone, S. R. Nutt y S. Suresh (1988) "Fracture Toughness and Fatigue Crack Growth Behaviour of an  $Al_2O_3$ -SiC Composite" *J. Mat. Sci.* 23 3206-3213
- (12) S. Suresh, L. Ewart, M. Maden, N. Slaughte y M. Nguyen (1987) "Fracture Toughness Measurements in Ceramics: Precracking in Cyclic Compression" *J. Mat. Sci.* 22 1271-1276
- (13) Y. Mutoh, K. Tanaka, T. Niwa y M. Miyhara (1988) "Fracture Toughness of Silicon Nitride Determined by Cyclic-Fatigue-Cracked Specimens" *J. Mat. Sci.* 23 3939-3944
- (14) S. Nemat-Nasser y H. Horii (1982) "Compression-Induced Nonplanar Crack Extension With Application to Splitting, Exfoliation and Rpckburst" *J. Geophysical Res.* 87 (B8) 6805-6821

## FATIGA OLIGOCICLICA DEL ACERO Fe-28Cr-2Mo-4Ni DESCOMPUESTO ESPINODALMENTE

Anglada, M., Iturgoyen, L., Isalgué\*, A.,

Departamento de Ciencia de los Materiales e Ingeniería Metalúrgica.

\*Departamento de Física Aplicada.

Universidad Politécnica de Cataluña.

Avda. Diagonal, 647. 08028-Barcelona.

Resumen.- En el presente trabajo se ha estudiado el comportamiento a fatiga de la aleación Fe-28Cr-2Mo-4Ni estabilizada con Nb y envejecida a 475 °C. Por medio de experimentos de difusión de neutrones a ángulos pequeños de las probetas fatigadas en el régimen de la oligofatiga, se ha puesto de manifiesto que la deformación cíclica produce una reducción en la amplitud de las ondas de concentración. Para una deformación acumulada constante, la reducción en las fluctuaciones de concentración es mayor cuanto mayor es la amplitud de deformación plástica. Estas observaciones se analizan en términos de la irreversibilidad del movimiento de las dislocaciones.

Abstract.- In this paper we have studied the fatigue behaviour of the Fe-28Cr-2Mo-4Ni alloy which has been estabilized with Nb and aged at 475 °C. The fatigued specimens have been studied by small angle neutron scattering and it has been shown that cyclic deformation produces a reduction in the amplitude of the concentration waves. At a constant cumulative plastic strain, the reduction in the amplitude of the composition waves increases as the plastic strain amplitude increases. These observations are discussed in terms of the irreversibility of the dislocation glide.

## 1. INTRODUCCION

Las aleaciones Fe-Cr y los aceros inoxidable ferríticos se fragilizan al ser expuestos a temperaturas cercanas a 475 °C. El origen de esta fragilización ha sido desconocido durante mucho tiempo, pero actualmente se sabe que está relacionado con la descomposición espinodal de estas aleaciones en zonas ricas en Cr. En las etapas iniciales del envejecimiento a 475 °C, la energía absorbida en el impacto en el ensayo de resiliencia se reduce drásticamente aunque las restantes propiedades mecánicas se alteran en menor proporción.

En las etapas iniciales de la descomposición espinodal en el sistema Fe-Cr es muy difícil detectar cambios micro-estructurales mediante las técnicas usuales de difracción de rayos X y microscopía electrónica de transmisión. Esto es debido a que los átomos de Cr tienen un poder dispersor de los rayos X muy similar

al de los átomos de Fe y, además, el diámetro atómico de ambos elementos también es muy similar de manera que las tensiones de coherencia en la zona de la interfase entre la matriz y las zonas ricas en Cr son débiles. Por tanto, para detectar las etapas iniciales de la descomposición en el sistema Fe-Cr es necesario recurrir a técnicas más específicas tales como espectroscopía Mössbauer (1), difusión de neutrones a ángulos pequeños (2), o bien, sonda atómica acoplada a un microscopio iónico de campo.

Los detalles del mecanismo responsable del aumento en el límite elástico de los aceros descompuestos espinodalmente no son bien conocidos, especialmente en las aleaciones b.c.c. de las cuales existen pocos resultados experimentales que puedan compararse con las teorías existentes (4).

Por otro lado, el estudio de la fatiga de aleaciones descompuestas espinodalmente no

ha recibido mucha atención a pesar de que en principio, del hecho de que las zonas estén distribuidas de forma más homogénea que en el caso de aleaciones endurecidas por precipitación, podría esperarse una mejor resistencia a la fatiga.

La mayor parte de los estudios de fatiga de aleaciones descompuestas espinodalmente se han realizado en aleaciones f.c.c., con distintos resultados según la aleación estudiada. En las aleaciones Cu-Ni-Fe (5) y Cu-Ni-Cr (6) descompuestas espinodalmente, la resistencia a la fatiga aumenta con el número de ciclos mientras que en las aleaciones Cu-Ti (7) y Cu-Ni-Sn (8) la resistencia a la fatiga oligocíclica disminuye en las aleaciones descompuestas espinodalmente.

El comportamiento a fatiga de las aleaciones b.c.c. descompuestas espinodalmente ha sido muy poco investigado. Franson (9) encontró que en la aleación Fe-26Cr-1Mo, la resistencia a la fatiga de alto número de ciclos de la aleación descompuesta espinodalmente es superior a la de la aleación no envejecida, aunque en el caso de la fatiga oligocíclica el comportamiento observado fué el opuesto. Park et al (10) estudiaron en detalle la evolución de la microestructura espinodal en esta misma aleación en el régimen de oligofatiga mediante difusión de neutrones a ángulos pequeños. El principal resultado fué poner de relieve que la amplitud de las ondas de concentración de Cr producidas durante la descomposición disminuye con el número de ciclos.

En el presente trabajo se ha estudiado el comportamiento a fatiga de la aleación Fe-28Cr-2Mo-4Ni estabilizada con niobio y descompuesta espinodalmente por envejecimiento a 475 °C. Los cambios en la estructura que tienen lugar durante la deformación cíclica se han analizado mediante difusión de neutrones a ángulos pequeños. El principal resultado ha sido poner de relieve que la reducción en la amplitud de las ondas de concentración producida por la deformación cíclica aumenta con la amplitud de deformación plástica para una deformación acumulada constante.

## 2. PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

El acero estudiado fué donado por Thyssen y fué suministrado en forma de planchas de 11 mm de espesor en estado recocido. La composición especificada por el productor en tanto por ciento en peso es la siguiente: Cr, 28.7 ; Mo, 2.40; Ni, 3.88; C, 0.005; N, 0.04; P, 0.019; Mn, 0.28; Si, 0.36; Nb, 0.43; resto, Fe.

Las probetas longitudinales de fatiga fueron mecanizadas con una sección rectangular de 12x8 mm y con una longitud de prueba de 25 mm. Todas las probetas fueron mantenidas a 1050 °C durante 15 minutos para homogeneizar la aleación. Posteriormente fueron templadas en agua para evitar la precipitación de fases intermetálicas y el inicio de la descomposición

espinodal durante el enfriamiento. A continuación fueron envejecidas a 475 °C durante tiempos distintos. Finalmente, las superficies fueron pulidas para eliminar una pequeña capa de óxido hasta alcanzar un aspecto especular. El tamaño promedio del grano fué de 80  $\mu\text{m}$ .

Las muestras utilizadas para los experimentos de difusión de neutrones a ángulos pequeños fueron mecanizadas en forma de placas cuadradas de 10 mm de lado y alrededor de 1.5 mm de espesor, las cuales fueron desbastadas y pulidas hasta alcanzar un aspecto especular.

Los experimentos de difusión de neutrones fueron llevados a cabo en el Instituto Laue-Langevin de Grenoble. La longitud de onda utilizada fué de 12.0 Å para evitar las complicaciones originadas por difracción múltiple de Bragg. Todos los experimentos fueron realizados a temperatura ambiente. Las intensidades difundidas fueron convertidas en unidades absolutas por comparación con la intensidad difundida por una muestra patrón de vanadio.

La intensidad total difundida tiene una componente magnética y una componente nuclear. Puesto que la historia termomecánica de las muestras puede influenciar la componente magnética, los experimentos fueron realizados bajo un campo magnético de 5 kOe, para que la contribución magnética fuera la misma en todas las muestras estudiadas (11).

Los ensayos de fatiga fueron realizados a tracción-compresión en una máquina servohidráulica de fatiga a temperatura ambiente y a una velocidad de deformación de  $6.0 \times 10^{-3} \text{s}^{-1}$  utilizando una onda triangular. La mayoría de los ensayos fueron llevados a cabo bajo control de deformación, la cual fué medida mediante un extensómetro acoplado a la probeta. La amplitud de la deformación total fué variada manualmente en cada ciclo para obtener una amplitud de deformación plástica constante, es decir, una anchura constante del ciclo de histéresis. Algunos ensayos correspondientes al régimen de fatiga de alto número de ciclos se realizaron bajo control de carga ya que la deformación plástica era apenas medible.

## 3. RESULTADOS Y DISCUSION

El material envejecido se deformó parcialmente por maclado tal como ha sido descrito en otro lugar (12). En la Fig.1 pueden observarse maclas en una sección de las probetas de fatiga que ha sido atacada mediante un reactivo adecuado. Durante la deformación por maclado se produjeron los sonidos característicos que normalmente acompañan a este modo de deformación.

La influencia del envejecimiento sobre las propiedades mecánicas es especialmente notable en el caso de la tenacidad a la fractura. Esto se ha puesto en evidencia tanto mediante la medida de la energía absorbida en el ensayo de resiliencia (13) como en la medida de la tenacidad a la fractura por medio de los ensayos normalizados de la ASTM (14). Debido a que

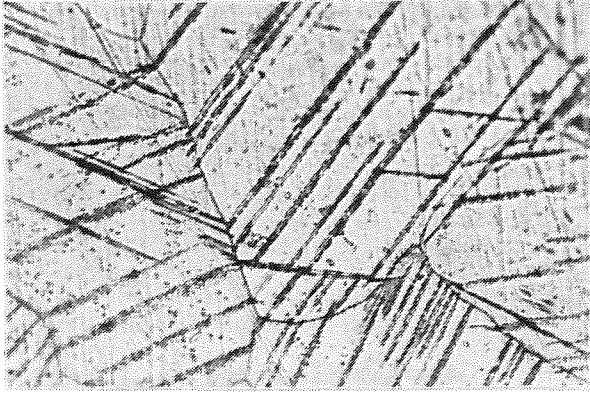


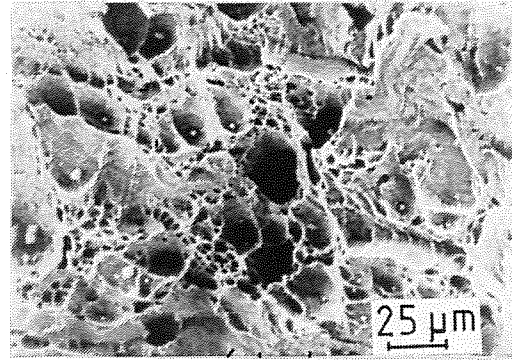
Fig.1. Maclas en una sección atacada de las probetas fatigadas.

el material utilizado no se fabrica en espesores grandes, para la determinación de la tenacidad a la fractura fué necesario utilizar el método de la integral J en el caso del acero envejecido durante tiempos cortos. En el caso del acero envejecido durante más de 7 horas, el espesor de las probetas (10 mm) fué suficiente para satisfacer las condiciones establecidas en la norma ASTM E-399 para asegurar condiciones de deformaciones planas. Sin embargo, el método de la integral J solamente pudo empezarse a aplicar después de alrededor de 0.5 horas de envejecimiento, ya que incluso el método de la integral J proporcionó resultados no válidos en el material no envejecido.

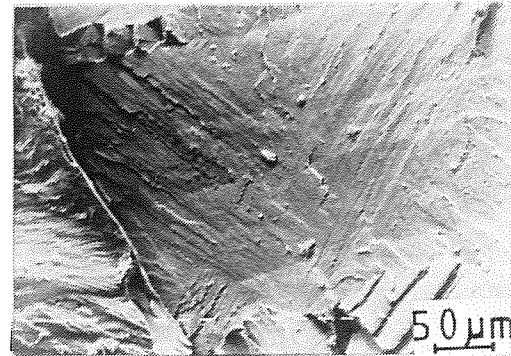
Ya sea por uno u otro método, los valores determinados de la tenacidad a la fractura variaron entre  $130 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$  después de 0.5 horas de envejecimiento a alrededor de  $37 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$  para tiempos de envejecimiento superiores a 7 horas.

Esta variación en la tenacidad se refleja claramente tanto en las superficies de fractura de fatiga como en las correspondientes a la carga estática. En el caso de la carga estática, la superficie de fractura del material no envejecido está formada por las microcavidades típicas de la fractura dúctil mientras que después de un tiempo de envejecimiento de solamente 7 horas a  $475 \text{ }^\circ\text{C}$ , la superficie está formada exclusivamente por facies de clivaje (Fig.2).

En el caso de la superficie de fractura generada por fatiga, en el material recocido aparecen las estrías características de la propagación de la grieta en el estadio II de la propagación, es decir, en la región en que se cumple la ecuación de Paris. Sin embargo, en el caso del material envejecido, la propagación de la grieta tiene lugar por un mecanismo de nucleación y coalescencia de microgrietas que se forman delante de la grieta principal. En la superficie de fractura se observa clivaje junto con algunas zonas con estrías. Para cargas elevadas, se aprecia la presencia de una mayor proporción de facies de clivaje que de estrías (Fig.3).

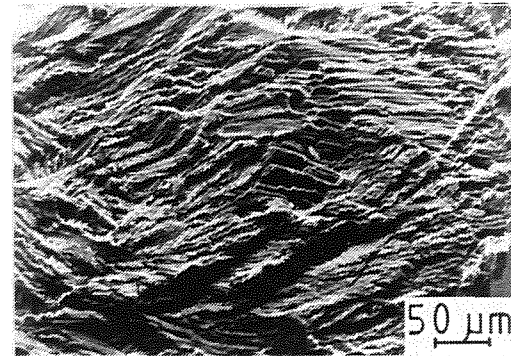


a

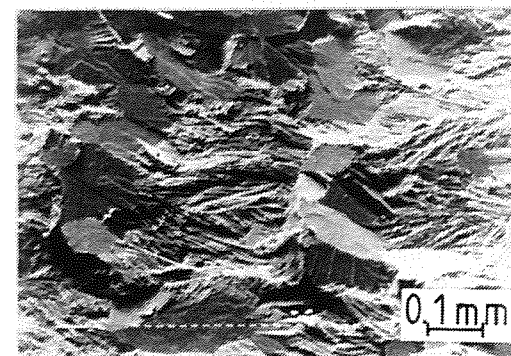


b

Fig.2. Superficies de fractura de probetas de flexión por tres puntos: a) acero recocido; b) acero envejecido 7 h a  $475 \text{ }^\circ\text{C}$ .



a



b

Fig.3. Superficie de fractura a fatiga de: a) acero recocido; b) acero envejecido 7 h a  $475 \text{ }^\circ\text{C}$ .



Incluso después de 50 horas de envejecimiento a 475 °C, no fué posible detectar cambios en la microestructura mediante microscopía electrónica de transmisión de láminas delgadas. Sin embargo, los experimentos de difusión de neutrones a ángulos pequeños de muestras envejecidas (Fig.4) ponen de relieve la existencia de un máximo en el valor de la intensidad cuya altura aumenta con el tiempo de envejecimiento tal como cabría esperar de una transformación espínodal, puesto que la amplitud de la fluctuación de concentración, la cual es proporcional al máximo de intensidad, aumenta con el tiempo de envejecimiento.

Las curvas de endurecimiento cíclico del acero envejecido, se presentan en las Figs. 5 y 6 para amplitudes de deformación plástica del 0.1% y del 0.5%. Nótese que durante los primeros ciclos se produce endurecimiento seguido de ablandamiento durante un gran número de ciclos hasta la rotura, o bien, hasta alcanzar un valor constante de la tensión.

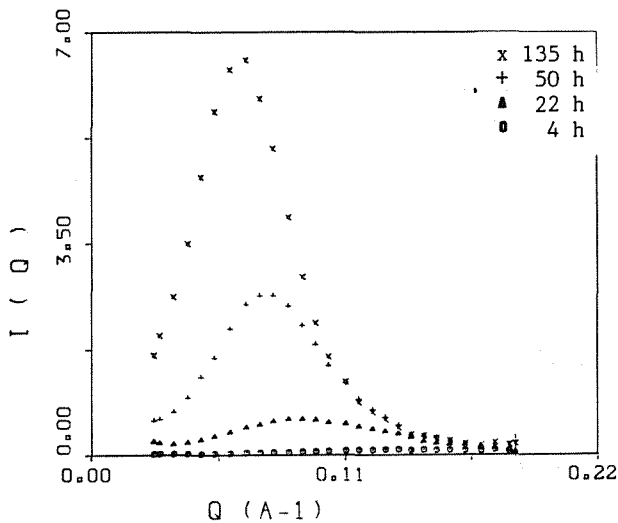


Fig.4. Influencia del tiempo de envejecimiento sobre el máximo de intensidad.

Durante los primeros 15 ciclos se produjo deformación por maclado lo cual hizo difícil el control de la deformación plástica debido a las caídas de carga asociadas al maclado(12).

Los resultados de los experimentos de difusión de neutrones realizados en muestras extraídas de las probetas fatigadas (Figs. 7 y 8) ponen de relieve que la deformación cíclica induce una disminución en la altura del máximo de intensidad. Esta reducción es mayor cuanto mayor es la amplitud de la deformación plástica tal como puede apreciarse en la Fig.7, comparando los resultados de la probeta deformada a una amplitud plástica del 0.5% con los correspondientes a la probeta deformada a una amplitud del 0.1% a pesar de que la deformación plástica acumulada ( $\epsilon(\text{cum})=4N\epsilon_p$ , donde  $\epsilon_p$  es la amplitud de deformación plástica y  $N$  el número de ciclos) es mayor en el caso de la probeta deformada a menor amplitud.

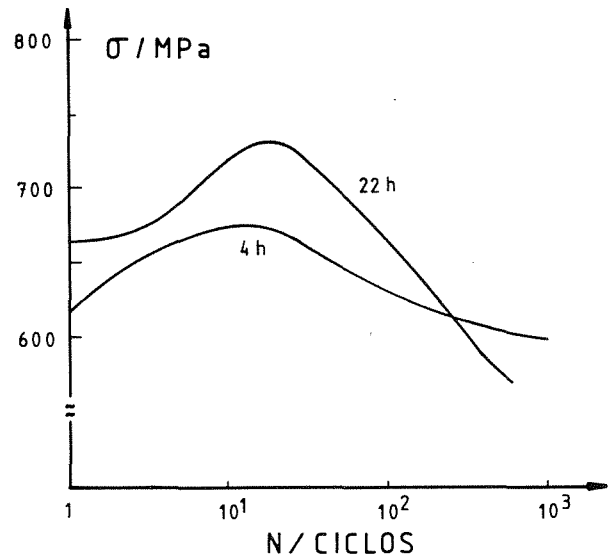


Fig.5. Curvas de endurecimiento para una  $\epsilon_p = 0.5\%$ .

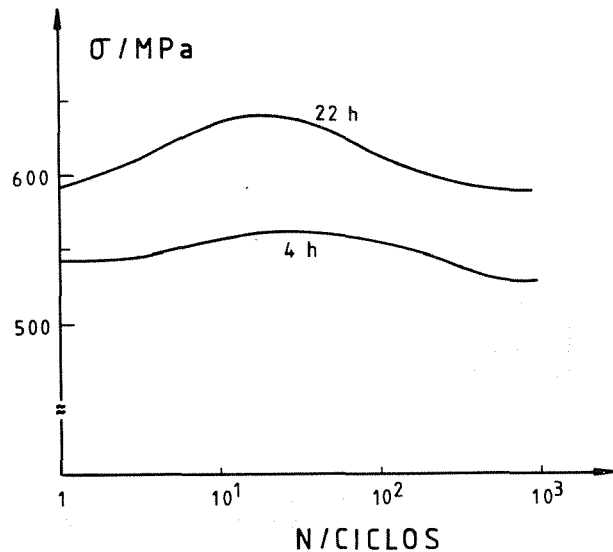


Fig.6. Curvas de endurecimiento ( $\epsilon_p = 0.1\%$ ).

En el caso de las probetas envejecidas 4 horas también se produce el mismo fenómeno (Fig.8) aunque es menos acusado.

El endurecimiento producido por el envejecimiento está relacionado a la formación de zonas ricas en Cr, probablemente debido a las tensiones de coherencia producidas entre la matriz y las zonas originadas por la diferencia entre los tamaños de los átomos de Cr y Fe, a pesar de que ésta es pequeña. Por otra parte, el ablandamiento observado durante la deformación cíclica puede interpretarse en términos de la reducción en la intensidad correspondiente a la altura del pico ya que ésta es proporcional a la amplitud de las fluctuaciones de concentración. Esta disminución es provocada por la irreversibilidad del movimiento de las dislocaciones. Así, en el ciclo de compresión las dislocaciones, en general, no retroceden sobre el mismo plano de deslizamiento sobre el cual

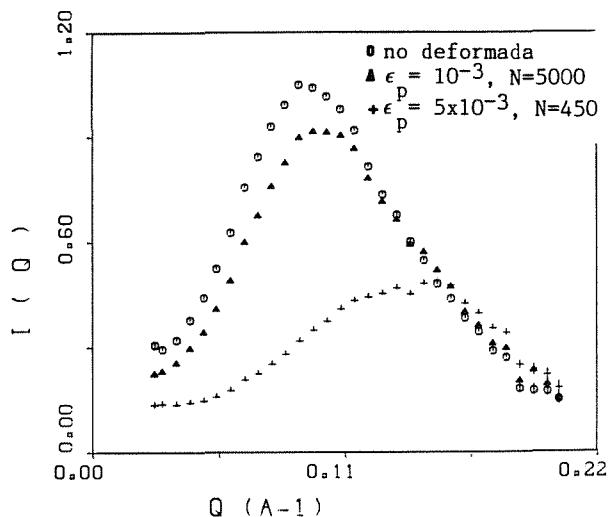


Fig. 7 Influencia de la amplitud de deformación sobre el máximo de intensidad en el acero envejecido 22 h a 475 °C.

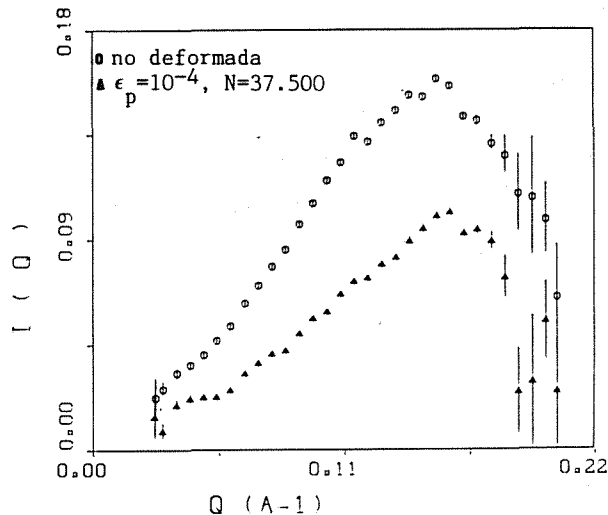


Fig. 8. Influencia de la amplitud de deformación sobre el máximo de intensidad del acero envejecido 4 h a 475 °C.

se han movido en el ciclo de tracción. Esto se debe a que las dislocaciones encuentran obstáculos en su camino que pueden atraparlas o desviarlas de su plano de deslizamiento hacia otro plano. Además, en los metales b.c.c. el plano de deslizamiento a tracción y el plano de deslizamiento a compresión, en general son distintos (asimetría del deslizamiento). Sin embargo, el movimiento de las dislocaciones no será completamente irreversible debido a que éste tenderá a localizarse en determinadas zonas. Es decir, al ser cortada una zona por las dislocaciones, la amplitud de concentración en ésta disminuye y, por consiguiente, la resistencia al deslizamiento disminuye y se favorece el paso de otras dislocaciones por las zonas cizalladas.

El hecho de que para una deformación acumulada fija, la reducción en la amplitud de las ondas de concentración sea mayor cuanto mayor es la amplitud de deformación, puede explicarse en términos de la irreversibilidad del movimiento de las dislocaciones. Por una parte, cuanto mayor es la deformación, mayor es la distancia que por término medio tiene que moverse cada dislocación en cada semiciclo. Por consiguiente, mayor es la probabilidad de que sea atrapada o desviada de su plano de deslizamiento inicial, suponiendo que la densidad y configuración de las dislocaciones sea la misma a las diferentes amplitudes de deformación. Sin embargo, a mayor amplitud, mayor es la densidad de dislocaciones inmóviles dentro del material y, en consecuencia, menor es el recorrido libre medio de la dislocación. Por otra parte, la asimetría en el deslizamiento también puede desempeñar un papel importante en la irreversibilidad. Es bien conocido (15-17) que la asimetría del deslizamiento produce cambios de forma espectaculares en los monocristales b.c.c. deformados a tracción-compresión, los cuales también han sido observados en monocristales de aleaciones sustitucionales de la familia de las estudiadas en el trabajo presente (18).

La asimetría del deslizamiento es mayor a amplitudes de deformación grandes puesto que a estas amplitudes de deformación la contribución relativa de las dislocaciones helicoidales es mayor debido a la menor movilidad de estas respecto a las dislocaciones de borde en el régimen de bajas temperaturas de los metales b.c.c.

#### 4. AGRADECIMIENTOS

Los autores desean expresar su gratitud a la CAICYT por la subvención recibida a través del proyecto No. 2696/83.

#### 5. BIBLIOGRAFIA

- (1). Salomon, H.D. y Levinson, L.M. (1978), *Acta Metall.*, **26**, 429
- (2). Furusaka, M., Ishikawa, Y., Yamaguchi, S. Fujino, Y., (1983), *Physica*, **120B**, 383.
- (3). Sassen, J.M., Hetherington, M.G., Godfrey, T.J., Smith, G.D.W., Pumphey, P.H. y Akhurst, K.N., (1987), MPC/ASME Pressure Vessel and Piping Division, ASME Winter Annual Meeting, Boston, Diciembre, 1987.
- (4). Ardell, A.J., *Met. Trans.*, (1985), **16A**, 2131.
- (5). Ham, R.K., Krikaldy, J.S. y Plewes, J.T., (1967), *Acta Metall.*, **15**, 861.
- (6). Sinning, H.R., (1982), *Acta Metall.*, **30**, 1019.
- (7). Sinning, H.R., (1982), *Mater. Sci. Engng*, **55**, 247.
- (8). Quin, M.P., Schwartz, L.H., (1982), *Mater. Sci. Engng*, **54**, 121.
- (9). Franson, I.A., (1974), *Met. Trans.*, **5**,

- (10). Park, K.J., LaSalle, J.C., y Schwartz, L. H., (1985), Acta Metall., 33, 205.
- (11). Isalgué, A., Rodríguez, J., de Geyer, A. y Anglada, M., (1989), enviado a
- (12). Anglada, M., Nasarre, M. y Planell, J. A. (1987), Scripta Met., 21, 931.
- (13). Anglada, M., Nasarre, M., y Planell, J., (1987), Jornadas Ibéricas de Fractura, Braga (Portugal), en prensa.
- (14). Anglada, M., (1988), III Congreso Nacional de Tratamientos Térmicos, Madrid.
- (15). Christian, J.W., (1983), Met. Trans. A, 14A, 1237.
- (16). Mughrabi, H., y Wüthrich, (1976), Philos Mag., 33, 963.
- (17). Anglada, M. y Guiu, F., (1981), Philos. Mag. A, 44, 499.
- (18). Magnin, T. y Driver, J.H., (1979), Mat. Sci. Engng, 39, 175.

## PROPAGACION Y CIERRE POR FATIGA DE UNA MICROFISURA SUPERFICIAL

Llorca , J. y Sánchez Gálvez, V.

Departamento de Ciencia de Materiales  
Universidad Politécnica de Madrid  
E.T.S. Ingenieros de Caminos. Ciudad Universitaria. 28040 - MADRID.

**Resumen.**- En los últimos años se ha realizado un gran esfuerzo para explicar el comportamiento anómalo de las microfisuras que se propagan por fatiga. La propagación para amplitudes del factor de intensidad de tensiones inferiores al umbral y la disminución de la velocidad al crecer la fisura se han explicado en base al cierre de la fisura producido por la rugosidad de las superficies de fractura (CFRS). Para estudiar en detalle este fenómeno, se ha modelizado la propagación de una microfisura superficial rugosa en una probeta de flexión en cuatro puntos mediante un programa de diferencias finitas. Las cargas de apertura y cierre de la fisura obtenidas mediante el cálculo se contrastan con los resultados experimentales, permitiendo concluir que el CFRS puede producir la detención de una microfisura que se propaga por fatiga, ya que la carga de apertura de la microfisura se aproxima al 90% de la carga máxima en cada ciclo. Se estudian los mecanismos que producen el CFRS y se comparan con los que producen el cierre de la fisura por plasticidad. (CFP)

**Abstract.** During the last years, a large effort has been performed to explain fatigue short cracks behaviour: short cracks propagate with stress intensity factor amplitudes below long cracks threshold and crack growth rate often decreases when crack grows. These results have been explained taking into account roughness-induced fatigue crack closure. To analyze deeply this phenomenon, the fatigue propagation of a roughness short crack has been modelled by means of a finite difference program. Opening and closure crack loads have been compared with experimental results. The main conclusion is that roughness-induced fatigue crack closure may stop crack propagation because opening load is very close to 90 % of the maximum load in each cycle. Mechanisms that promote roughness-induced crack closure are studied and compared with plasticity-induced closure.

### 1. INTRODUCCION

La mayor parte de la vida de un elemento estructural sometido a fatiga se emplea en la propagación de una microfisura. Hace una década se descubrió que las microfisuras presentaban comportamientos anómalos si se las comparaba con las fisuras largas: se propagaban para amplitudes del factor de intensidad de tensiones inferiores al umbral y la velocidad de propagación disminuía al aumentar su longitud. Las investigaciones realizadas [1-2] distinguen entre dos tipos de microfisuras: las "mecánicamente cortas", en las que el tamaño de la zona plástica es comparable a

la microfisura y las "microestructuralmente cortas", con dimensión semejante a la microestructura del material. Frecuentemente se ha observado, en microfisuras que tienen una longitud igual a varias veces el tamaño de grano y para cargas cercanas al límite de fatiga, que la propagación se realiza en cada grano en un plano diferente. Se genera una superficie rugosa y durante la descarga se produce un contacto prematuro entre los labios de la fisura, permaneciendo cerrada la mayor parte del ciclo y pidiendo llegar a detenerse el crecimiento.

Para estimar la carga de apertura (Pop) y cierre (Pcl) de la microfisura cuando se produce CFRS sólo existe un modelo, desarrollado por Suresh [3], que parte de la forma de las superficies de fractura y de la relación entre los desplazamientos paralelos al eje de la fisura y los perpendiculares al mismo. Como esta relación es difícil de evaluar en una fisura rugosa, la aplicación del modelo en la práctica ha sido escasa. En este artículo se presenta otra vía para determinar Pop y Pcl, utilizando un programa de diferencias finitas de propósito general [4] en el que se han realizado ligeras modificaciones para poder modelizar la propagación de una fisura. Los resultados del cálculo se han comparado con los valores experimentales de Pop y Pcl y se han utilizado para estudiar los mecanismos de CFRS.

## 2. ANALISIS DEL CIERRE DE LA FISURA MEDIANTE DIFERENCIAS FINITAS.

El cierre de la fisura debido a la plasticidad se ha estudiado utilizando programas de elementos finitos con esquemas de integración implícitos. Blom [5] ha realizado un buen resumen de los resultados obtenidos. Todos los programas empleados incluyen complicados algoritmos específicos para propagar la fisura y resolver el problema del contacto entre las superficies de fractura cuando se cierra la fisura. La rigidez de los esquemas implícitos para modificar la topología de la malla ha impedido que se desarrollen algoritmos para analizar el CFRS donde los problemas de contacto son más importantes. Recientemente, los autores han demostrado que los programas de cálculo basados en el método de las diferencias finitas y esquemas de solución explícitos permiten modelizar con sencillez el CFP. No se necesitan procedimientos sofisticados para simular la propagación de la fisura y resolver los problemas de contacto [6].

Para el análisis del CFRS sólo ha sido necesario realizar ligeras modificaciones en el programa de diferencias finitas. La geometría a estudiar se discretiza mediante elementos triangulares en el interior de los cuales la deformación es constante. La masa de los elementos se concentra en los nudos. Desde el punto de vista topológico, se considera que la fisura está abierta en toda su longitud. Antes de empezar el proceso de cálculo se indica al programa que cada par de nudos enfrentados en la superficie de la fisura se encuentran ligados. Mientras estén ligados ambos nudos se moverán juntos y en cada ciclo de integración la velocidad común  $v$  vendrá expresada por:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v \quad (1)$$

donde  $v_1$  y  $v_2$  son las velocidades de cada nudo y  $m_1$  y  $m_2$  las masas asignadas. Mientras los nudos permanecen ligados no existe discontinuidad en los desplazamientos y no hay fisura. Cuando se indica al programa que el movimiento de dos nudos deja de estar ligado, la fisura se propaga la longitud de un elemento.

Para conocer las cargas de apertura y cierre de la fisura se utiliza un algoritmo de búsqueda de contactos sobre las superficies de la fisura. El algoritmo utilizado descubre el comienzo del contacto analizando los desplazamientos de los nudos. Los contactos pueden ser de nudo a nudo o de nudo a cara. Al detectar un contacto, el programa introduce unas fuerzas de penalización sobre los nudos que entran en contacto. Estas fuerzas son proporcionales a la interpenetración entre los nudos. Durante todo el análisis se examina la resultante de las fuerzas que actúan sobre los nudos de la superficie de la fisura: cuando esta resultante es 0, la fisura se encuentra abierta en ese nudo. Cuando es distinta a 0, la fisura está cerrada.

## 3. EL MODELO DE DIFERENCIAS FINITAS

El modelo desarrollado trata de reproducir los resultados experimentales de Ritchie y Yu sobre una aleación de aluminio 2124-T351. [7]. Ritchie y Yu obtuvieron una microfisura de 90  $\mu\text{m}$  de longitud rectificando una probeta compacta en la que se había propagado una fisura por fatiga. La probeta rectificada (60.96 x 12.7 mm) fue sometida a flexión en cuatro puntos, con una relación de tensiones  $R=0.1$ , amplitud de cargas constante y una amplitud inicial del factor de intensidad de tensiones igual a 0.58 MPa  $\text{m}^{1/2}$ , muy inferior al umbral de fisuras largas (3.58 MPa  $\text{m}^{1/2}$ ). La frecuencia del ensayo fue de 50 Hz y se registraron de modo continuo los valores de Pcl mediante el método de variación de flexibilidad. Se observó que la microfisura comenzó a propagarse con una velocidad de  $4 \cdot 10^{-8}$  m/c, llegando a detenerse cuando alcanzó 230  $\mu\text{m}$  de longitud.

En la figura 1 se ha representado la malla de diferencias finitas utilizada, con 356 elementos y 223 nudos. La microfisura es inicialmente lisa y tiene una longitud de 90  $\mu\text{m}$ . Desde 90 a 230  $\mu\text{m}$ , la fisura es rugosa, formando ángulos de  $45^\circ$  con la dirección media de propagación. La longitud proyectada sobre la dirección media de cada uno de los tramos rectos es de 40  $\mu\text{m}$ . Esta rugosidad de la microfisura es semejante a la que se puede observar en la superficie de la probeta una vez ensayada [9]. El tamaño de los elementos junto a la fisura es de 10  $\mu\text{m}$ . Esta distancia es un compromiso entre la necesidad de representar adecuadamente las tensiones y desplazamientos junto a la fisura y obtener un tiempo de cálculo razonable (el incremento de tiempo en cada ciclo de cálculo es proporcional al tamaño del elemento más pequeño). La frecuencia fue de 5000 Hz para disminuir el tiempo de CPU en el ordenador. Para minimizar los posibles efectos dinámicos se ha utilizado un amortiguamiento proporcional a la masa. Se tomaron condiciones de deformación plana.

Para el aluminio se adoptó un comportamiento elasto-plástico, con endurecimiento lineal por deformación, plasticidad isotropa y criterio de plastificación de Von Mises. El límite elástico (360 MPa) y los valores de la tensión y deformación en rotura (488 MPa y 17.8 %) son idénticos a los valores experimentales de la referencia citada [7]. Las cargas aplicadas y la

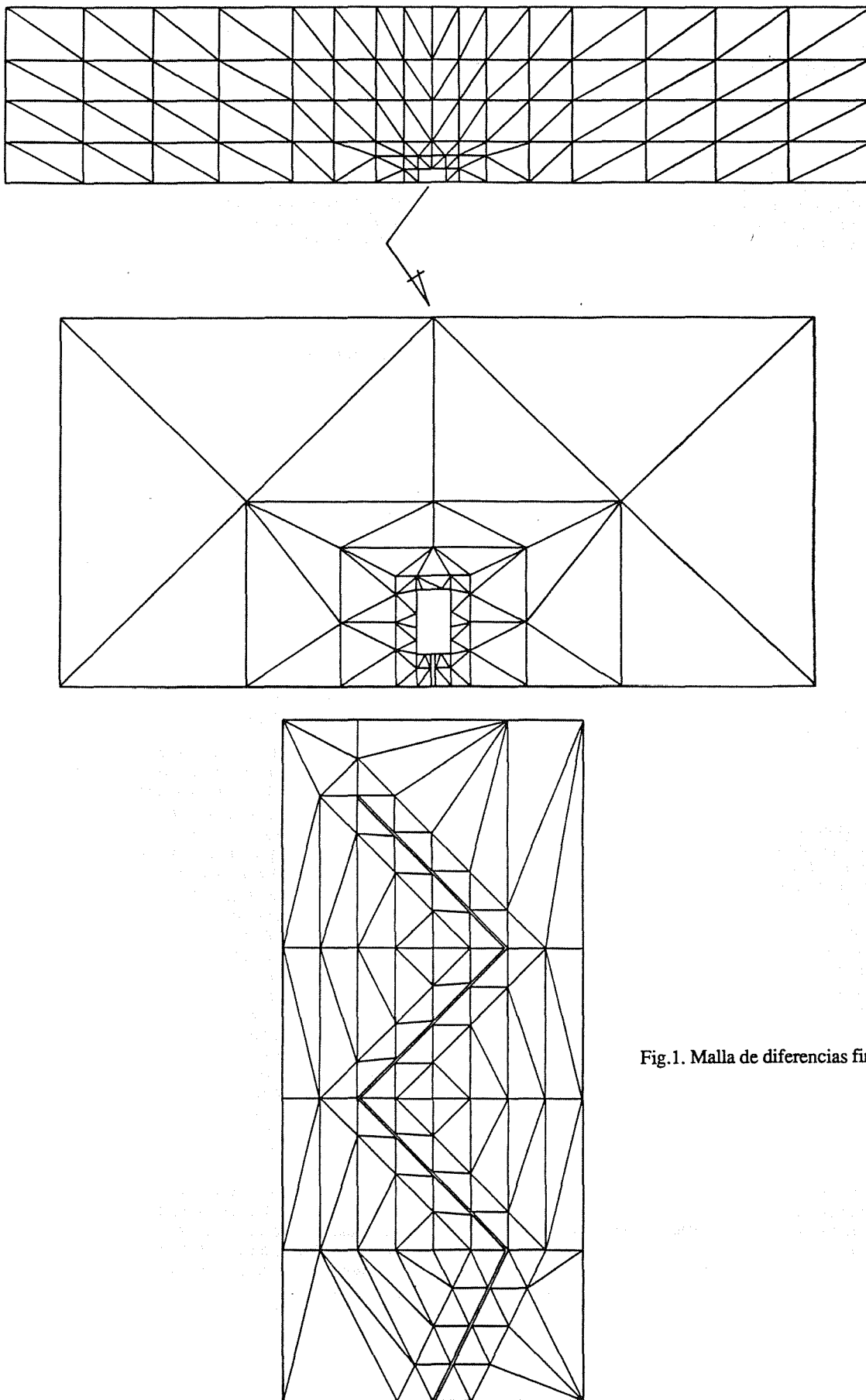


Fig.1. Malla de diferencias finitas

relación de tensiones fueron las mismas que se utilizaron en los ensayos. Se consideró que se había alcanzado la carga de cierre de la fisura  $P_{cl}$  cuando se produce el primer contacto entre dos puntos de la superficie de la grieta.  $Pop$  se ha definido como la carga para la que desaparece todo contacto.

#### 4. RESULTADOS Y DISCUSION

En la figura 2 se han dibujado los valores de  $Pop$  y  $P_{cl}$  frente a la longitud de la microfisura. Las curvas son prácticamente paralelas, con  $Pop$  un 20 % superior a  $P_{cl}$ . Mientras la fisura no cambia de dirección, las magnitudes de  $Pop/P_{max}$  y  $P_{cl}/P_{max}$  son del 40 y 30 % respectivamente. Cuando se produce el primer codo crecen bruscamente hasta el 90 y 70 % para estabilizarse luego al 70 y 50 %. Los elevados valores de  $Pop$  y  $P_{cl}$  no se deben a las deformaciones plásticas sino a los movimientos que se producen en la dirección media de propagación de la fisura debido a la rugosidad superficial. Así se puede apreciar en la figura 3, que muestra la malla deformada para carga máxima cuando la longitud de la fisura es 210  $\mu\text{m}$ . Estos movimientos producen un cierre discontinuo de la fisura, a diferencia de lo que ocurre con CFP donde nunca existen nudos intermedios abiertos si la fisura está cerrada y

viceversa. En el CFP el primer nudo que se cierra y el último que se abre es el que está situado detrás del extremo de la fisura. En CFRS, hay nudos que nunca se cierran y otros que tienen preferencia a hacerlo los primeros (nudos A, B, y C de la figura 2).

En la figura 4 se han recogido las magnitudes de  $P_{cl}/P_{max}$  obtenidas experimentalmente por Ritchie y Yu. Estos valores se comparan con los obtenidos mediante el cálculo para CFP [8] y CFRS ( $Pop$ ). Mientras que el CFP da valores muy alejados de los experimentales, el CFRS se aproxima mucho más, especialmente cuando la microfisura se ha propagado 60  $\mu\text{m}$ . Las pequeñas diferencias que aun existen puede deberse a dos razones: por un lado, es posible que la rugosidad real de la microfisura sea distinta a la adoptada en el modelo. Por otro lado, en la realidad la microfisura es tridimensional y en el cálculo del cierre de fisura haya que tener en cuenta estos efectos [3]. La discrepancia entre los resultados experimentales y el modelo de CFRS en las primeras 60  $\mu\text{m}$  de propagación puede deberse a que en la realidad las 90  $\mu\text{m}$  iniciales de la microfisura son rugosas mientras que en el modelo se han supuesto lisas.

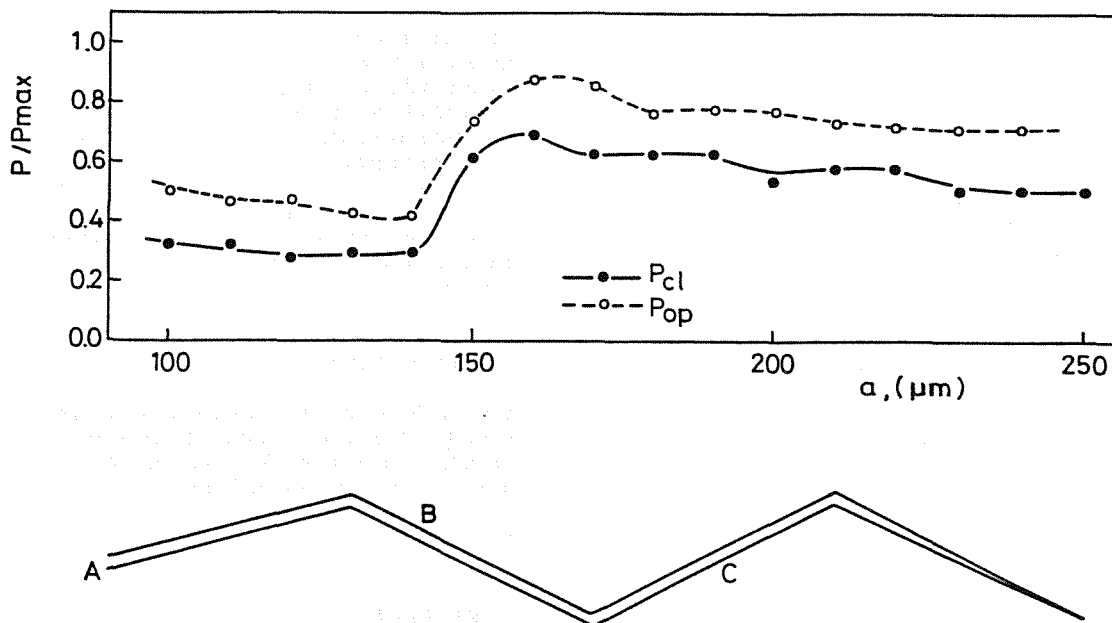


Fig.2. Cargas de apertura y cierre de la fisura en función de la longitud de la microfisura.

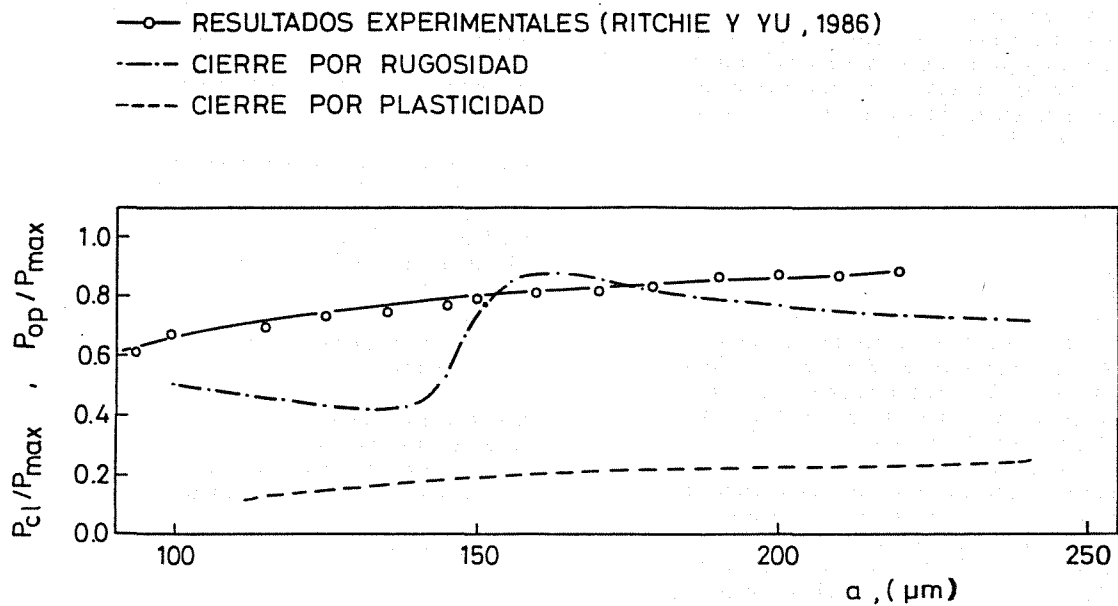


Fig.3. Deformada en la zona de la fisura para carga máxima.

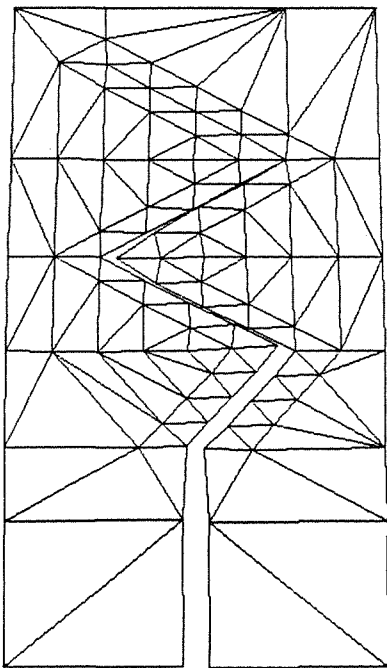


Fig.4. Comparación con los resultados experimentales.

## 5. CONCLUSIONES

Se ha utilizado un programa de diferencias finitas para modelizar el fenómeno de cierre de una microfisura superficial que se propaga por fatiga, a causa de la rugosidad de las superficies de fractura. Los resultados obtenidos dan valores muy elevados de las cargas de apertura y cierre de la fisura (90 y 70 % de  $P_{max}$ ) que están de acuerdo con los medidos experimentalmente. El CFRS es producido por los movimientos paralelos a la dirección de propagación de la microfisura y es discontinuo, concentrándose en algunos puntos de la superficie.

## 6. AGRADECIMIENTOS

Los autores expresan agradecimiento al ingeniero R. Cortés, por realizar las modificaciones del programa de cálculo; al doctor J.M. Goicolea, por su ayuda y asesoramiento en los cálculos; y a la empresa CONVEX España S.A. por permitirnos utilizar sus ordenadores.

## 7. REFERENCIAS

- [1] Miller, K.J. y de los Rios, E. (1986). "The Behaviour of Short Fatigue Cracks". Mech. Engng. Publ. London.
- [2] Ritchie, R.O. y Lankford, J. (1986). "Small Fatigue Cracks". TMS - AIME. Warrendale, PA.
- [3] Suresh, S. (1984). "Fatigue Crack Deflection and Fracture Surface Contacts: Micromechanical Models". Metall. Trans., 16A. pp.249-260.



- 
- [4] Principia, S.A. (1987) PR2D - PR3D. "Theoretical Bases". Report 5/87. Principia España S.A. Madrid.
- [5] Blom, A.F. (1988). "Modelling of Fatigue Crack Growth". Pre-prints NATO/ASI meeting on Advances in Fatigue Science and Technology. Alvor. Portugal.
- [6] Llorca, J. y Sánchez-Gálvez, V. (1988) "Dynamic Analysis of Plasticity Induced Fatigue Crack Closure". Pre-prints NATO/ASI meeting on Advances in Fatigue Science and Technology. Alvor. Portugal.
- [7] Ritchie, R.O. y Yu, W. (1986). "Short Cracks Effects in Fatigue: a Consequence of Crack Tip Shielding". Small Fatigue Cracks. TMS-AIME. pp.167-189.
- [8] Llorca, J. y Sánchez-Gálvez, V. (1989) "Influence of Stress State, Load Ratio and Strain Hardening on Plasticity-Induced Fatigue Crack Closure". Proceedings of the 7th International Conference on Fracture. Pergamon Press. En imprenta.
- [9] Ritchie, R.O., Yu, W., Blom, A.F. y Holm, D.K. (1987) "An Analysis of Crack Tip Shielding in Aluminum Alloy 2124: a Comparison of Large, Small, Through-Thickness and Surface Fatigue Cracks". Fatig. Fract. Engng. Mat. Struc., 10. pp.343-362.

NUCLEACION DESDE LA PUNTA DE UNA GRIETA POR EMISION DE DISLOCACIONES CUÑA

C. Atkinson y C. Bastero

Department of Mathematics.- Imperial College.- London SW7

Departamento de Matemática Aplicada.- Universidad del País Vasco.- Bilbao

Resumen.- En el presente estudio se estudia la relajación plástica por nucleación de deslizamiento asimétrica en la punta de una grieta y en una grieta por descohesión entre un material incompresible elástico y una matriz rígida. Se demuestra que para un modo mixto de carga hay un único ángulo, formado por la banda de deslizamiento y la grieta, para el cual es posible la relajación. Se discute un modelo sencillo que da buena aproximación para el valor de la apertura de la punta de la grieta.

Abstract.- Plastic relaxation by a single slip band of a sharp crack and of a debond crack at the interface between a rigid and an incompressible elastic material is studied. It is shown that for a mixed mode loading there is a unique angle, at which the slip band meets the crack tip, such that the stress intensity factor is zero. A simple model is discussed which gives a good approximation to the crack opening displacement.

1. INTRODUCCION

La relajación de las tensiones singulares en la punta de una grieta originadas por las cargas en sus labios, debida a la nucleación de deslizamiento producida por la emisión de dislocaciones cuña, es un tema de alto interés en la Mecánica de la Fractura. Sin más considérense, por ejemplo, los trabajos ya clásicos de Bilby, Cottrell y Swinden [1], que definieron un modelo de banda de deslizamiento colineal con la grieta, de Leonov y Panasyuk [2] y de Dugdale [3], quienes estudiaron diversos modelos de bandas con diferentes tipos de cargas. Sin embargo, para el caso de grietas cargadas en caso de deformación plana, las bandas de deslizamiento no son generalmente colineales con la punta de la grieta. Bilby y Swinden [4] consideraron un modelo de banda a  $45^\circ$ , constituida por una agrupación discreta de dislocaciones cuña. En este modelo encontraron muchas dificultades de orden numérico. Un procedimiento alternativo fue intentado por Atkinson y Kay [5] que

presentaron una superdislocación que permitía predecir la apertura en la punta de la grieta de una manera muy simple. Sin embargo este modelo era más una aproximación que una descripción real de la situación en la punta de la grieta.

Salvo este último artículo, todos los anteriormente referidos estudian situaciones de simetría con respecto a la carga aplicada y a las bandas de deslizamiento emitidas desde la punta de la grieta. Sin embargo hay muchas situaciones en las que, debido a la asimetría de la carga o a heterogeneidades locales en la estructura, se produce una nucleación de deslizamiento asimétrica. En unos artículos previos los autores [6] y [7] han estudiado situaciones en las que esto se produce. La razón física que permite suponer un plano de deslizamiento asimétrico puede basarse, por ejemplo, en la existencia de una barrera al deslizamiento a un lado de la grieta y la existencia de una banda en el otro, como sucede en el crecimiento de la grieta por fatiga.

El objetivo de este artículo es presentar paralelamente la relajación conseguida en la punta de una grieta debida a una banda de deslizamiento asimétrica y en una grieta por descohesión entre una matriz elástica e incompresible y un soporte rígido. El plan de este trabajo es presentar el análisis de tensiones en la sección segunda para en la sección tercera determinar las condiciones de relajación de las tensiones singulares así como la discontinuidad en el desplazamiento según la dirección de la banda de deslizamiento en la punta de la grieta (apertura de la punta de la grieta). En la discusión se comparan los resultados con los obtenidos por medio de un modelo aproximado basado en una superdislocación.

2. ANALISIS

Las ecuaciones de la elasticidad plana nos proporcionan el punto de partida de este análisis:

$$2\mu \cdot (u_r + iu_\theta) = e^{-i\theta} \cdot [\kappa \cdot \Omega(z) - z \cdot \bar{\Omega}'(\bar{z}) - \bar{\omega}'(\bar{z})] \tag{2.1}$$

$$\sigma_{\theta\theta} - i \cdot \sigma_{r\theta} = 2 \cdot [\Omega'(z) + \bar{\Omega}'(\bar{z}) + \bar{z}/z \cdot \bar{\omega}''(\bar{z})] \tag{2.2}$$

$$\sigma_{\theta\theta} + \sigma_{rr} = 4 \cdot [\Omega'(z) + \bar{\Omega}'(\bar{z})] \tag{2.3}$$

donde  $\Omega(z)$  y  $\omega(z)$  son funciones a determinar en función de las condiciones de contorno;  $\mu$  es el módulo de elasticidad transversal;  $\kappa$  es  $(3-4\nu)$  - $\nu$  es el módulo de Poisson - o  $(3-\nu)/(1+\nu)$  para deformación plana o tensión plana respectivamente. En las anteriores ecuaciones ( $u_r, u_\theta$ ) son los desplazamientos en coordenadas polares ( $r, \theta$ ) y  $\sigma_{\theta\theta}, \sigma_{r\theta}$  y  $\sigma_{rr}$  las correspondientes tensiones.

Tomando la transformada de Mellin de las ecuaciones (2.1), (2.2) y (2.3), se obtiene

$$2\mu(\hat{u}_r + i\hat{u}_\theta) = \kappa A e^{-i\theta(s+2)} + (s+1)\bar{A} e^{i\theta(s+2)} - \bar{B} e^{i\theta s} \tag{2.4}$$

$$\hat{\sigma}_{\theta\theta} - i\hat{\sigma}_{r\theta} = \frac{(s+1)[- \bar{B} e^{i\theta s} + \bar{A}(s+1)e^{i\theta(s+2)} - A e^{-i\theta(s+2)}]}{A e^{-i\theta(s+2)}} \tag{2.5}$$

$$\hat{\sigma}_{rr} = \frac{s+1}{2} [ \bar{B} e^{i\theta s} + B e^{-i\theta s} - (s+4)\bar{A} e^{i\theta(s+2)} - (s+4)A e^{-i\theta(s+2)} ] \tag{2.6}$$

donde  $A(s)$  y  $B(s)$  son funciones de la variable  $s$  que se van a determinar en función de las condiciones de contorno. De igual manera

$$\hat{u}_i = \int_0^\infty u_i \cdot r^s \cdot dr \tag{2.7}$$

y  $\hat{\sigma}_{\theta\theta}, \hat{\sigma}_{r\theta}, \hat{\sigma}_{rr}$  corresponden a

$$\hat{\sigma}_{ij} = \int_0^\infty \sigma_{ij} \cdot r^{s+1} \cdot dr \tag{2.8}$$

Para los casos que se están estudiando las condiciones de contorno son:

A) Grieta con banda de deslizamiento asimétrica -el origen del ángulo polar coincide con la banda de deslizamiento- (ver figura 1)

En  $\theta = 0$   $u_\theta$  es continuo  $\forall r$   
 $\sigma_{\theta\theta}$  y  $\sigma_{r\theta}$  son continuos  $\forall r$   
 $\sigma_{r\theta} = \tau$   $0 < r < \ell$

En  $\theta = \pi - \alpha$   $\sigma_{\theta\theta} - i \cdot \sigma_{r\theta} = -P(r) + i \cdot Q(r)$

En  $\theta = -\pi - \alpha$   $\sigma_{\theta\theta} - i \cdot \sigma_{r\theta} = -P(r) + i \cdot Q(r)$

donde  $\ell$  es la longitud de la banda de deslizamiento y  $\tau$  la tensión de fluencia.

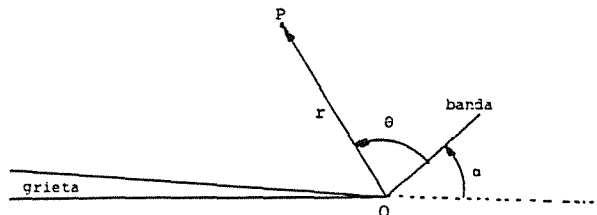


Figura 1.- Grieta con banda de deslizamiento

B) Grieta por descohesión -el origen del ángulo polar está en la intercara no despegada- (ver figura 2)

En  $\theta = 0$   $u_r = u_\theta = 0$   
 En  $\theta = \pi$   $\sigma_{\theta\theta} - i \cdot \sigma_{r\theta} = -P(r) + i \cdot Q(r)$   
 En  $\theta = \alpha$   $u_\theta$  es continuo  $\forall r$   
 $u_r$  es continuo  $\forall r > \ell$   
 $\sigma_{\theta\theta}$  y  $\sigma_{r\theta}$  son continuos  $\forall r$   
 $\sigma_{r\theta} = \tau$   $0 < r < \ell$

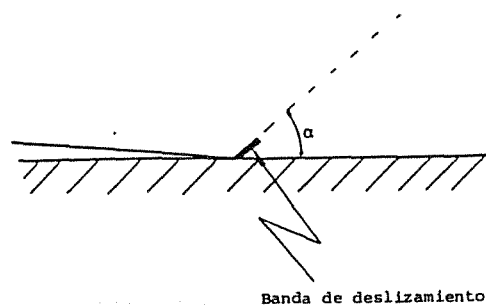


Figura 2.- Grieta por descohesión con banda de deslizamiento.

La transformada de Mellin de estas condiciones de contorno, teniendo en cuenta las definiciones dadas en (2.7) y (2.8), junto con el correspondiente cálculo, conduce a sendos problemas que han sido resueltos utilizando la técnica de Wiener-Hopf para determinar las incógnitas en las ecuaciones funcionales obtenidas

A) Grieta con banda asimétrica

$$\hat{\sigma}_+(s) + \hat{\sigma}_-(s) = -\mu \cdot \hat{u}_+(s) \cdot K(s) / (1+\kappa) \quad (2.9)$$

donde

$\hat{\sigma}_+(s)$  es la transformada de Mellin de la tensión cortante en la banda de deslizamiento

$\hat{\sigma}_-(s)$  es la transformada de la tensión cortante en  $\theta = 0$  fuera de la banda de deslizamiento

$\hat{u}_+(s)$  es la transformada de Mellin del salto en el desplazamiento radial en la banda de deslizamiento, y

$$K(s) = \frac{s+1}{\sin(2\pi s)} \cdot [-s(s+1)\cos(2\alpha s) + 2\cos(2\pi s) + 2s(s+2)\cos(2\alpha s+2\alpha) + (s+1)(s+2)\cos(2\alpha s+4\alpha)] \quad (2.10)$$

B) Grieta por descohesión

$$\hat{\sigma}_+(s) + \hat{\sigma}_-(s) \cdot \ell^{s+2} = \mu \cdot \hat{u}_+(s) \cdot K(s) \cdot \ell^{s+1} \quad (2.11)$$

con

$$K(s) = -\frac{s+1}{4 \cdot \cos^2(\pi s)} \cdot [-2s(s+2)\sin(2\alpha s+2\alpha) + s(s+1)\sin(2\alpha s) + (s+1)(s+2)\sin(2\alpha s+4\alpha) - 2\sin(2\pi s) + 2s(s+2)\sin(2\pi s-2\alpha s-2\alpha) - s(s+1)\sin(2\pi s-2\alpha s) - (s+1)(s+2)\sin(2\pi s-2\alpha s-4\alpha)] \quad (2.12)$$

### 3. RELAJACION

Las condiciones de relajación comportan la inexistencia de tensiones singulares en la punta de la grieta. La resolución de las ecuaciones funcionales (2.9) y (2.11) respectivamente, conduce en ambos casos a la siguiente condición necesaria para la relajación,

$$\frac{p(-3/2)}{q(-3/2)} = \frac{3\sin(3\alpha/2) + 3\sin(\alpha/2)}{3\cos(3\alpha/2) + \cos(\alpha/2)} \quad (3.1)$$

donde  $p(s)$  y  $q(s)$  son las transformadas de Mellin de las cargas aplicadas en la grieta  $P(r)$  y  $Q(r)$  respectivamente, obtenidas según (2.8).

La ecuación (3.1), puesta en función de los factores de intensidad de tensiones, se convierte

$$\frac{K_I}{K_{II}} = \frac{3\sin(3\alpha/2) + 3\sin(\alpha/2)}{3\cos(3\alpha/2) + \cos(\alpha/2)} \quad (3.2)$$

En estas condiciones se puede determinar el salto en el desplazamiento radial en la punta de la grieta en ambos casos

A) Grieta con banda asimétrica

$$[u_r] = \frac{(K_I^2 + K_{II}^2) \cdot [8+5 \cdot \cos(\alpha) + 3 \cdot \cos(3\alpha)]^2}{256 \cdot \mu \cdot \tau \cdot (7+4\cos\alpha-3\cos(2\alpha))} \cdot \frac{F_-(-2)}{(F_-(3/2))^2 \cdot F(-1)} \cdot (1+\kappa) \quad (3.3)$$

donde

$$F_+(s) = \exp \left[ \frac{-1}{2\pi i} \int_{\epsilon-i\infty}^{\epsilon+i\infty} \frac{\log[F(z)]}{z-s} dz \right] \quad (3.4)$$

$$F_-(s) = \exp \left[ \frac{1}{2\pi i} \int_{\phi-i\infty}^{\phi+i\infty} \frac{\log[F(z)]}{z-s} dz \right] \quad (3.5)$$

con

$$F(z) = \frac{-1}{4 \cdot \sin^2(\pi z) + 2s(s+2)\cos(2\alpha s+2\alpha) + (s+1)(s+2)\cos(2\alpha s+4\alpha)} \cdot [-s(s+1)\cos(2\alpha s) + 2\cos(2\pi s) + 2s(s+2)\cos(2\alpha s+2\alpha) + (s+1)(s+2)\cos(2\alpha s+4\alpha)] \quad (3.6)$$

y

$$\gamma < \epsilon < \Re\ell(s) < \phi < -0.5 \quad (3.7)$$

siendo  $\gamma$  el mayor cero de  $F(z)$  menor que  $-1$ .

B) Grieta por descohesión

$$[u_r] = \frac{(K_I^2 + K_{II}^2) \cdot [8+5 \cdot \cos(\alpha) + 3 \cdot \cos(3\alpha)]^2}{128 \cdot \mu \cdot \tau \cdot (7+4\cos\alpha-3\cos(2\alpha))} \cdot \frac{F_-(-2)}{(F_-(3/2))^2 \cdot F(-1)} \quad (3.8)$$

con

$$F_+(s) = \exp \left[ \frac{-1}{2\pi i} \int_{\epsilon-i\infty}^{\epsilon+i\infty} \frac{\log[F(z)]}{z-s} dz \right] \quad (3.9)$$

$$F_-(s) = \exp \left[ \frac{1}{2\pi i} \int_{\phi-i\infty}^{\phi+i\infty} \frac{\log[F(z)]}{z-s} dz \right] \tag{3.10}$$

siendo

$$F(z) = \frac{-1}{2 \cdot \text{Sin}(2\pi z)} \cdot [-2z(z+2)\text{sin}(2\alpha z+2\alpha) + z(z+1)\text{sin}(2\alpha z) + (z+1)(z+2)\text{sin}(2\alpha z+4\alpha) - 2\text{sin}(2\pi z) + 2z(z+2)\text{sin}(2\pi z-2\alpha z-2\alpha) - z(z+1)\text{sin}(2\pi z-2\alpha z) - (z+1)(z+2)\text{sin}(2\pi z-2\alpha z-4\alpha)] \tag{3.11}$$

y

$$\gamma < \varepsilon < \Re l(s) < \phi < -0.5 \tag{3.12}$$

siendo  $\gamma$  el mayor cero de  $F(z)$  menor que  $-1$ .

4. DISCUSION

Los resultados presentados en la sección precedente se pueden considerar exactos para el caso del "small scale yielding", sin embargo su determinación es bastante complicada desde el punto de vista del cálculo.

Por ello se va a proceder a continuación a definir unos modelos aproximados cuya eficacia será función de la adecuación de los resultados a los obtenidos previamente. Así, siguiendo el modelo de la superdislocación propuesto por Atkinson & Kay (1971), se llega al siguiente valor para el vector de Burger

A) Grieta con superdislocación

$$b = \frac{K_I^2 + K_{II}^2}{8 \cdot \mu \cdot \tau} \cdot \frac{4 + \cos(\alpha) + 3\cos(3\alpha)}{7 + 4\cos(\alpha) - 3\cos(2\alpha)} \cdot (1 + \kappa) \tag{4.1}$$

B) Grieta por descohesión

$$b = \frac{K_I^2 + K_{II}^2}{8 \cdot \mu \cdot \tau} \cdot \frac{4 + 5\cos(\alpha) + 3\cos(3\alpha)}{7 + 4\cos(\alpha) - 3\cos(2\alpha)} \tag{4.2}$$

En las figuras 3 y 4 se presentan las comparaciones entre los valores obtenidos por ambos procedimientos es casi perfecta, se puede apreciar un claro desacuerdo en los resultados obtenidos para el caso de la grieta por descohesión. Principalmente la discordancia en

Mientras que la correspondencia en el caso de la grieta entre los valores obtenidos por ambos procedimientos es casi perfecta, se puede apreciar un claro desacuerdo en los resultados obtenidos para el caso de la grieta por descohesión. Principalmente la discordancia en

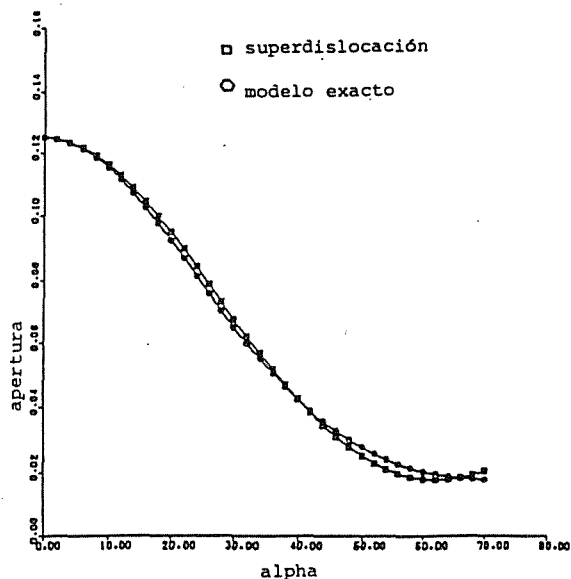


Figura 3.- Apertura en la punta de la grieta

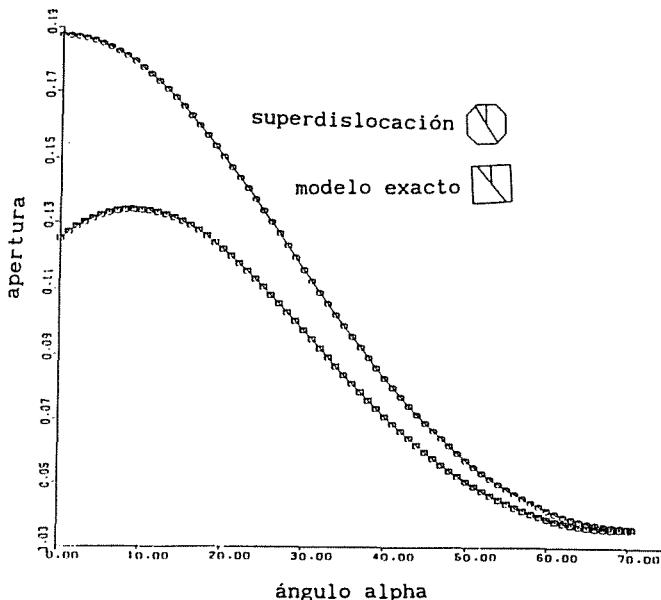


Figura 4.- Apertura en la punta de la grieta por descohesión.

resultados se puede apreciar para ángulos menores a 20°. La razón de esta discordancia está en que la repulsión producida por la imagen de la superdislocación en el contorno rígido es bastante más severa que la producida por la banda de deslizamiento.

5. REFERENCIAS

[1] Bilby, B.A., Cottrell, A.H. and Swinden, K.H., 1963, Proc. R. Soc. Lond., A272, 304-314

- [2] Leonov, M. Ya. and Panasyuk, V. V., 1959, Prikl. Mat. Mekh., 5, 391-401
- [3] Dugdale, D. S., 1960, J. Mech. Phys. Solids, 8, 100-104
- [4] Bilby, B. A. and Swinden, K. H., 1965, Proc. R. Soc. Lond., A285, 22-35
- [5] Atkinson, C. and Kay, T. R., 1971, Acta Metall., 19, 679-685
- [6] Atkinson, C. and Bastero, C., 1988, Proc. R. Soc. Lond., A418, 261-280
- [7] Bastero, C. and Atkinson, C., 1988, Int. Jour. Fract., 38, 193-206

## INFLUENCIA DE LA TENSION T EN EL DOMINIO DE J

Betegón, C\*, Hancock, J.W\*\*

\* Departamento de Construcción e Ingeniería de Fabricación  
Universidad de Oviedo. Gijón. ESPAÑA.

\*\* Department of Mechanical Engineering. University of Glasgow. Escocia. U.K.

**Resumen.**— En este trabajo, se estudia la influencia de la tensión T en el dominio de J, adoptando el procedimiento de Shih y German, mediante métodos de elementos finitos en condiciones de deformación plana. Los campos en el frente de la grieta se han modelizado en primer lugar según una formulación de contorno en la que se incluyen tanto el efecto de K como el de T. Los resultados se han comparado con los obtenidos en el análisis de diversas geometrías agrietadas que presentan tensiones T positivas y negativas. Esto lleva finalmente a establecer las condiciones de dominio de J para diversas geometrías.

**Abstract.**— In the present paper, the approach developed by Shih and German has been adopted to investigate the effect of elastic T stresses on J dominance under contained yielding conditions, using plane strain finite element methods. The crack tip field has been firstly modelled by an elastic-plastic boundary layer formulation involving both the K and T terms. These have been correlated with full field solutions for geometries which exhibit positive and negative T stresses. This finally leads to a consideration of the conditions for J dominance within elastic-plastic flow fields.

## 1. INTRODUCCION

Una de las bases de la Mecánica de la Fractura es la existencia de unos ciertos parámetros que permiten la caracterización de los campos de tensiones y deformaciones en el frente de la grieta.

En la Mecánica de Fractura elástico-lineal, el parámetro caracterizador más utilizado es el factor de intensidad de tensiones,  $K_I$ . Las tensiones en el frente de la grieta pueden expresarse como una serie infinita de términos, siguiendo el trabajo de Williams [1]

$$\sigma_{ij} = A_{ij}(\theta) r^{-1/2} + B_{ij}(\theta) + C_{ij}(\theta) r^{1/2} + \dots \quad (1)$$

donde r y  $\theta$  son coordenadas polares con origen en la punta de la grieta. Cuando r tiende a cero, los demás términos de la serie pueden considerarse despreciables frente al primero, permitiendo que los campos tensionales vengan expresados como

$$\sigma_{ij} = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(\theta) \quad (2)$$

Sin embargo, Larson y Carlson [2] demostraron que el segundo de los términos de la serie tiene un efecto significativo en el tamaño y forma de la zona plástica que se desarrolla en el frente de la grieta. Este segundo término es conocido como tensión T, siguiendo la notación de Rice [3], y corresponde a una tensión uniforme paralela a los flancos de la grieta. Su magnitud se expresa a través del llamado parámetro de biaxialidad B, introducido por Leever y Radon [4], y cuya relación con T es similar a la que existe entre K y el factor de forma Y

$$B \equiv \frac{T\sqrt{\pi a}}{K} \quad (3)$$

A pesar de que existe una gran cantidad de datos referidos a los valores de K para las distintas geometrías, no sucede lo mismo con B. Los pocos resultados de los que se dispone difieren en detalle, dependiendo del método de cálculo utilizado, pero las líneas generales son las mismas [5]. Así, una placa con una grieta central (CCP) sometida a tracción

uniaxial presenta tensiones  $T$  negativas, es decir de compresión, mientras que a la misma geometría bajo tracción biaxial corresponden tensiones  $T$  positivas, es decir, de tracción. De igual modo, la Mecánica de la Fractura elasto-plástica está basada en la existencia de parámetros caracterizadores, de los cuales el más utilizado es la integral  $J$ , introducida por Rice [6]. Hutchinson [7] y Rice y Rosengren [8] (HRR) expresaron los campos de tensiones y deformaciones en el frente de la grieta de un material elasto-plástico, cuya ley de comportamiento viene dada por

$$\frac{\epsilon}{\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\sigma_0} + \alpha \left( \frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^n \quad (4)$$

como

$$\sigma_{ij} = \sigma_0 \left[ \frac{J}{\epsilon_0 \sigma_0^\alpha I_n r} \right]^{1/n+1} f_1(\theta, n) \quad (5)$$

$$\epsilon_{ij} = \frac{\sigma_0 \alpha}{E} \left[ \frac{J}{\epsilon_0 \sigma_0^\alpha I_n r} \right]^{n/n+1} f_2(\theta, n) \quad (6)$$

donde  $f_1(\theta, n)$  son funciones tabuladas de  $\theta$  y del coeficiente de endurecimiento  $n$ , mientras que  $I_n$  lo es únicamente de  $n$  en condiciones de deformación plana. Los campos HRR corresponden a una teoría de pequeñas deformaciones, y sólo pueden considerarse válidos a distancia de la punta de la grieta del orden de  $2\sigma_0/J$ , a las que el efecto de los cambios geométricos debidos al achatamiento de la grieta puede considerarse nulo. Para conocer las tensiones dentro de esta distancia, es necesario aplicar una teoría de grandes deformaciones, como la utilizada por McMeeking [9], que calcula los campos tensionales elasto-plásticos por medio de una formulación de contorno en la que el campo elástico remoto es el correspondiente al término  $K$ . Más recientemente, Bilby y otros [10] llevaron a cabo una formulación de contorno similar, pero el campo elástico incluía los términos debidos a  $K$  y a  $T$ . Su trabajo demostró la sensibilidad de los campos tensionales a las tensiones  $T$  negativas, cuyo efecto es disminuir la tensión máxima en el frente de la grieta achatada.

Tanto los campos HRR como de McMeeking corresponden a un estado de plastificación restringida. En un estado de plastificación extendida, los campos de deformación no pueden considerarse únicos, sino que dependen tanto de la configuración geométrica del problema como de las condiciones de carga. Además, en algunos casos, como en el de la geometría CCP, estos campos son muy diferentes de los correspondientes a un estado de plasticidad restringida. Esto lleva a la consideración de lo que ha sido definido como condiciones de dominio de  $J$ , entendiendo por tal las condiciones bajo las que los campos de deformación en el frente de la grieta mantienen las características de los correspondientes a la fluencia a pequeña escala, y han sido estudiadas por McMeeking y Parks [11] y Shih y German [12].

En el primero de estos trabajos, McMeeking y Parks [11] comparan los campos tensionales obtenidos en placas con grietas profundas con los campos de McMeeking [9], concluyendo que eran similares siempre que la longitud del

ligamento sin agrietar fuese mayor que  $200\sigma_0/J$  cuando las placas están sometidas a tracción, y mayor que  $20\sigma_0/J$  cuando están sometidas a flexión. Cálculos similares realizados por Alani y Hancock [13] han demostrado que en el caso de grietas pequeñas, tanto en tracción como en flexión, el dominio de  $J$  se ha perdido cuando  $J = \alpha\sigma_0/200$ . El trabajo de Shih y German [12] obtiene los campos tensionales en diferentes configuraciones utilizando una teoría de pequeñas deformaciones, y sus resultados son comparados por lo tanto con los campos HRR. Para establecer los límites del dominio de  $J$  se basaron en el criterio, en cierto modo arbitrario, de que las tensiones obtenidas a una distancia  $2J/\sigma_0$  han de ser mayores que el 90% del valor del campo HRR en este mismo punto. Sus resultados reforzaron las conclusiones de McMeeking y Parks [11].

En el presente trabajo se ha adoptado el procedimiento de Shih y German [12] para investigar el efecto de la tensión  $T$  en el dominio de  $J$  en condiciones de plasticidad restringida. Los campos tensionales obtenidos para diferentes geometrías, algunas con tensiones  $T$  positivas y otras negativas, se comparan con los correspondientes a una formulación de contorno elasto-plástica en la que se consideran tanto los términos debidos a  $K$  como los debidos a  $T$ . Esto lleva finalmente a nuevas consideraciones de los límites del dominio de  $J$ .

## 2. METODOS NUMERICOS

Se ha llevado a cabo un análisis de los campos tensionales, tanto los correspondientes a una formulación de contorno en condiciones de fluencia a pequeña escala como al análisis de diversas geometrías, por el método de los elementos finitos en condiciones de deformación plana. En todos los casos, la relación tensión-deformación adoptada fué una ley de Ramberg-Osgood como la dada en la ecuación (4), con exponentes  $n=3$  y  $\alpha=3/7$ . El coeficiente de Poisson se ha tomado igual a 0.3 y  $\sigma_0/E$  igual a 0.002. Los análisis se basaron en la teoría de pequeñas deformaciones [14], y se adoptó una forma incremental de la teoría de fluencia de Prandtl-Reuss.

Los elementos utilizados fueron elementos híbridos isoparamétricos de ocho nodos de los disponibles en la biblioteca de elementos finitos del programa ABAQUS [15]. Las tensiones se obtuvieron por extrapolación a los nodos. La integral  $J$  se ha calculado por el método de extensión virtual de la grieta de Parks [16]. En las formulaciones de contorno se han utilizado mallas de 240 elementos cada una, que representan la mitad superior del frente de la grieta (desde  $\theta=0$  a  $\theta=180^\circ$ ). Las mallas consisten en 20 anillos concéntricos, y en la punta de la grieta existen 25 nodos inicialmente coincidentes pero a los que se permiten los desplazamientos independientes. En el exterior de la malla se impusieron como condiciones de contorno los desplazamientos asociados a  $K$  más los asociados a  $T$ . La relación entre  $K$  y  $T$  viene fijada por un parámetro de biaxialidad  $B$  determinado, de forma que los términos de  $K$  y de  $T$  son incrementados de forma proporcional. Se han obtenido soluciones para zonas plásticas con un radio menor que la mitad del radio



exterior de la malla.

Las tres geometrías examinadas fueron elegidas como ejemplos de una fuerte tensión  $T$  de compresión, una fuerte tensión  $T$  de tracción y un caso intermedio. La primera de ellas corresponde a una placa con un grieta central (CCP), sometida a un desplazamiento uniforme, y con una longitud de grieta  $a/w=0.5$ , a lo que corresponde un parámetro igual a  $-1.06$  [4]. Fué modelizada con 208 elementos de segundo orden, resultando un problema de 1388 grados de libertad. La segunda geometría elegida fue una placa con una grieta en uno de sus lados (SEN), con una longitud de grieta  $a/w=0.9$ , y sometida a flexión, a la que corresponde un valor de  $B$  igual a  $+1.1$ . Se utilizaron 191 elementos, resultando un problema de 1288 grados de libertad. La tercera geometría corresponde a una placa SEN, pero con una longitud de grieta de  $a/w=0.3$ , sometida a flexión. El valor de  $B$  es aproximadamente cero. Esta geometría fué estudiada por A.A.Alani.

### 3. RESULTADOS

#### 3.1. Formulaciones de contorno

En la figura 1 se muestran las tensiones tangenciales en el frente de la grieta ( $\theta=0^\circ$ ) obtenidas en una formulación de contorno en la que la tensión  $T$  es nula ( $B=0$ ). Las tensiones están normalizadas con la tensión de fluencia  $\sigma_0$  y las distancias originales a la punta de la grieta con  $J/\sigma_0$ . Los datos son autosemejantes en el sentido de que los obtenidos para un determinado valor de  $K$  caen sobre la misma curva que los obtenidos para un valor de  $K$  mayor. Los datos se comparan con los campos de HRR calculados utilizando las constantes tabuladas por Hutchinson [7] y Shih [17]. Los resultados caen por debajo de los HRR, aunque también tienden a infinito en la punta de la grieta.

En la figura 2 se muestran los resultados para un valor de  $B$  positivo,  $B=+1.06$ , que produce tensiones  $T$  de tracción que van incrementándose con la deformación. Los datos se comparan de nuevo con los HRR, y además con los obtenidos para  $B=0$ . En este caso los resultados no son autosemejantes. Al inicio de la deformación, las tensiones son comparables al campo  $B=0$ , pero al ir aumentando ésta, las curvas de tensiones van aumentando ligeramente y aproximándose a los valores HRR.

En la figura 3 se muestran los resultados para un valor de  $B$  negativo, que produce tensiones  $T$  de compresión. De nuevo, las tensiones son próximas a  $B=0$  para pequeños valores de  $T$ , pero según  $T$  va haciéndose más negativa, las tensiones caen y se alejan significativamente de los campos HRR.

#### 3.2. Geometrías completas

Se han analizado las tres geometrías a las que se ha hecho referencia: CCP, SEN con  $a/w=0.9$  y SEN con  $a/w=0.3$ . Los resultados correspondientes a la primera configuración están reflejados en la figura 4. Los datos caen por debajo de la curva HRR incluso para el nivel de carga más pequeño para el que se dispone de datos. La configuración SEN, con  $a/w=0.9$  y sometida a flexión pura presenta un parámetro de biaxialidad  $B=+1.1$ . Las tensiones en el frente de la

grieta son inicialmente cercanos a la  $B=0$ , pero al ir aumentando la deformación van aproximándose a la curva HRR, como se indica en la figura 5. En la figura 6 están los resultados para la tercera configuración, a la que corresponde un valor de  $B$  muy próximo a cero.

### 4. DISCUSION

Los campos tensionales para diferentes biaxialidades  $B$  pueden ser comparados a un mismo nivel de  $T$ . En la figura 7 se muestran los campos tensionales correspondientes a tensiones  $T$  que van desde  $0.7\sigma_0$  hasta  $-0.6\sigma_0$ . El comportamiento general de los resultados es que las  $T$  de tracción hacen que las tensiones se aproximen a los campos HRR y las de compresión hacen que caigan significativamente. Estos datos pueden ser reanalizados dibujando las tensiones a una distancia  $x=2\sigma_0/J$ , según la figura 8, para examinar las condiciones de dominio de  $J$  según el criterio de Shih y German [12]. Aquí las tensiones a una distancia  $x=2J/\sigma_0$  se comparan con el campo HRR, con el criterio de que los campos dominados por  $J$  presentan tensiones dentro del 90% del valor de HRR a esta distancia. Con esta base, el dominio de  $J$  se mantiene para tensiones  $T$  mayores que  $-0.2\sigma_0$ . Este criterio puede ahora aplicarse a las distintas configuraciones geométricas, utilizando los valores de  $B$  disponibles en la literatura [4,18]. Los resultados están reflejados en la figura 9, donde se indica el valor de  $J$  que produce una tensión  $T$  de  $-0.2\sigma_0$  como una función de la longitud de la grieta ( $a/w$ ).

Para la configuración SEN sometida a tracción, los valores de  $B$  para grietas profundas son positivos, con lo que no pierden el dominio de  $J$  dentro de la plasticidad extendida. Esta misma geometría, con grietas pequeñas, tienen valores de  $B$  negativos y pierden por lo tanto el dominio de  $J$ . No se dispone de datos para los valores de  $B$  cuando las grietas son muy pequeñas, pero los resultados indican que ya en los primeros estados de deformación el dominio de  $J$  ha sido perdido. Los criterios actuales de A.S.T.M. y B.S. [19] de validez de la Mecánica de la Fractura elástico-lineal corresponden a un valor de  $J$  de aproximadamente  $a\sigma_0/1500$ . La configuración SEN en tracción con grietas pequeñas pierde el dominio de  $J$  en condiciones cercanas a la fluencia a pequeña escala, mientras que las grietas profundas mantienen el dominio de  $J$  en condiciones de plasticidad extendida.

En la misma figura se observa un comportamiento similar para la misma configuración sometida a condiciones de flexión y para una placa doblemente agrietada (DEN).

En la figura 10 se muestran juntos los resultados correspondientes a la configuración CCP y a una formulación de contorno con  $B=-1.6$ . Los resultados son consistentes. Similarmente, los resultados pueden compararse en la forma reflejada en la figura 11. La formulación de contorno proporciona buenos resultados hasta un nivel de carga de  $a\sigma_0/J=800$  lo que está de acuerdo con los resultados obtenidos por Bilby y otros [10] utilizando una teoría de grandes deformaciones.

La existencia de tensiones  $T$  de compresión en esta configuración hace que al ir aumentando la deformación, las tensiones en el frente de la grieta vayan cayendo suavemente. No se produce un cambio brusco en el comportamiento cuando el ligamento es totalmente plástico, sino que las tensiones van cayendo lentamente a través de la deformación elasto-plástica. Considerando el criterio de Shih y German [12], los requisitos geométricos están reflejados en la figura 9. Estos requisitos son excepcionalmente severos y llevan a la conclusión de que el dominio de  $J$  ha sido perdido dentro de los límites que para fluencia a pequeña escala consideran tanto A.S.T.M. como B.S. [19].

Ya hemos indicado que la elección de un determinado criterio de dominio de  $J$  es en cierto modo subjetiva. Shih y German [12] comparan los campos tensionales con la curva HRR. Sin embargo, McMeeking y Parks [11] prefieren compararlos con la solución de una formulación de contorno en la que  $B=0$ . Como el valor de  $B=0$  en  $x=2J/\sigma$  es un 8% menor que el valor de HRR, los requisitos geométricos así establecidos resultan mucho menos exigentes, como se muestra en la figura 12. Para definir perfectamente este otro criterio es necesario establecer una expresión teórica de la curva  $B=0$ , en forma similar a las expresiones (5,6) para la curva HRR.

Ya hemos definido las condiciones de dominio de  $J$ , como aquéllas en las que una caracterización uniparamétrica (por medio de  $J$ ) puede considerarse adecuada. A la vista de los resultados obtenidos en este trabajo, parece más adecuado el establecer una caracterización biparamétrica (por medio de  $J$  y  $B$ ) que el establecer unos límites de dominio de  $J$ .

## 5. CONCLUSIONES

Las conclusiones que se derivan de este trabajo son

1. El segundo término de la serie de Williams, la tensión  $T$ , tiene un claro efecto en los campos tensionales de la estructura agrietada.
2. Al ir aumentando la deformación, las tensiones  $T$  de compresión hacen que el comportamiento de la probeta se aleje de la curva HRR, mientras que las de tracción lo acercan.
3. Los límites de aplicación de una caracterización uniparamétrica (por medio de  $J$ ) dependen de la configuración geométrica de la probeta.
4. Una caracterización biparamétrica de los campos tensionales (por medio de  $J$  y  $B$ ) permite su descripción hasta un estado de fluencia extendida.

## 6. BIBLIOGRAFIA

- [1] Williams M.L. (1957). Journal of Applied Mechanics. Vol.24, pp. 111-114
- [2] Larsson S.G. y Carlsson A.J. (1973). Journal of the Mechanic and Physic of Solids. Vol.21, pp. 263-278
- [3] Rice J.R. (1974). Journal of the Mechanic and Physic of Solids. Vol.22, pp.17-26.

- [4] Leever P.S. y Radon J.C. (1983). International Journal of Fracture. Vol.19, pp.311-325
- [5] Cardew G.E., Goldthorpe M.R., Howard I.C. y Kfoury A.P. (1984). "Fundamentals of Deformation and Fracture. The Eshelby Memorial Volume". Cambridge University Press, pp. 465-476.
- [6] Rice J.R. (1968). Journal of Applied Mechanics. Vol.35, pp. 379-386.
- [7] Hutchinson J.W. (1968). Journal of Mechanic and Physic of Solids. Vol.16, pp. 13-31.
- [8] Rice J.R. y Rosengren G.F. (1968). Journal of Mechanic and Physic of Solids. Vol.16, pp. 1-12.
- [9] McMeeking R.M. (1977). Journal of the Mechanic and Physic of Solids. Vol.25, pp. 375-381.
- [10] Bilby B.A., Cardew G.E., Goldthorpe M.R. y Howard I.C. (1986). "Size Effects in Fracture". Mechanical Engineering Publication Ltd., pp. 37-46.
- [11] McMeeking R.M. y Parks D.M. (1979). "Elastic-Plastic Fracture Mechanics". ASTM-STP 668, pp. 175-191.
- [12] Shih C.F. y German M.D. (1981). International Journal of Fracture. Vol.17, pp. 27-43.
- [13] Alani A.A. y Hancock J.W. (1988). Sin publicar.
- [14] Hibbitt, Karlsson y Sorensen (1984). ABAQUS Theory Manual, Providence, Rhode Island.
- [15] Hibbitt, Karlsson y Sorensen (1984), ABAQUS Users Manual, Providence Rhode Island.
- [16] Parks D.M. (1974). Journal of Fracture. Vol.10, pp. 487-496.
- [17] Shih C.F. "Tables of Hutchinson-Rice-Rosengren Singular Field Quantities". Brown University Report, MRL E-147.
- [18] Kfoury A.P. (1986). International Journal of Fracture. Vol.30, pp.301-315.
- [19] A.S.T.M. Annual Book of A.S.T.M. Standars (1980), Pt 31, p. 911. Filadelfia.

## 6. AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen a Hibbitt, Karlsson y Sorensen el acceso al programa ABAQUS. Covadonga Betegón agradece a la Fundación para el Fomento en Asturias de la Investigación Científica Aplicada y la Tecnología (FICYT) la concesión de una beca para la realización de este trabajo.

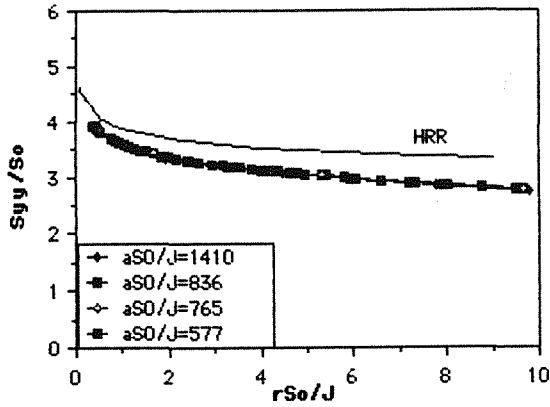


Fig. 1. Formulación de contorno para  $B=0$ . Tensiones en el frente de la grieta para distintos niveles de fluencia.

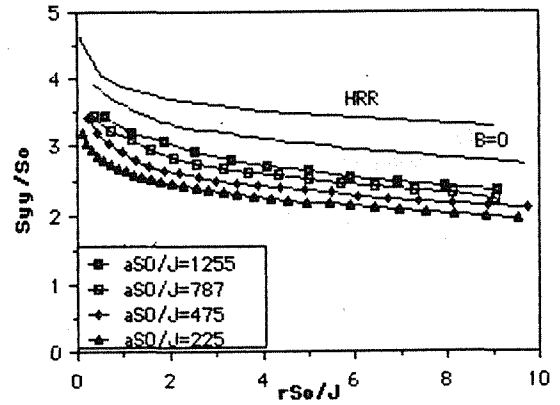


Fig. 4. Tensiones en el frente de la grieta de una placa con una grieta central ( $a/w=0.5$ ).

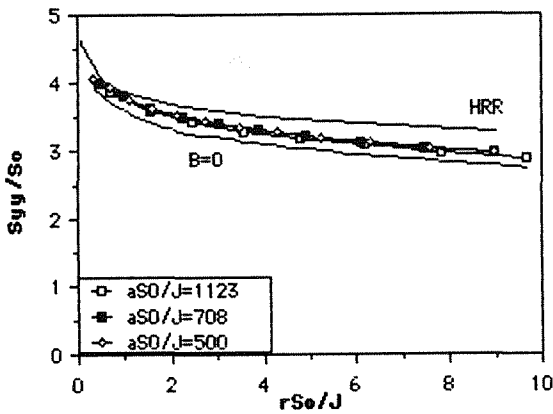


Fig. 2. Formulación de contorno para  $B=+1.06$ . Tensiones en el frente de la grieta para distintos niveles de fluencia.

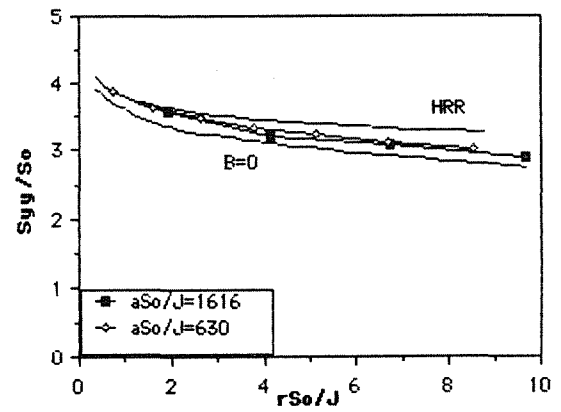


Fig. 5. Tensiones en el frente de la grieta de una placa agrietada en uno de sus bordes ( $a/w=0.9$ ).

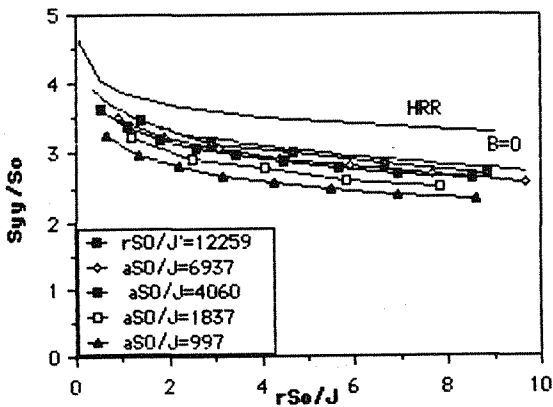


Fig. 3. Formulación de contorno para  $B=-1.06$ . Tensiones en el frente de la grieta para distintos niveles de fluencia.

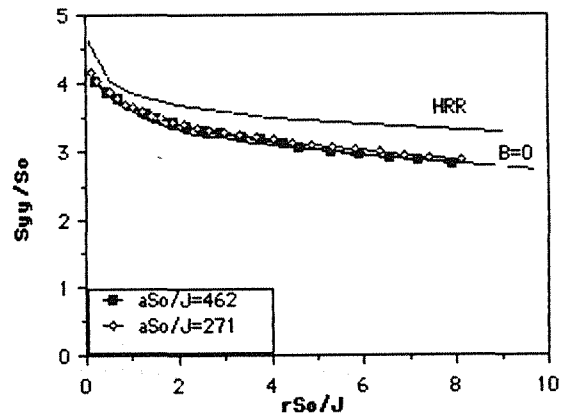


Fig. 6. Tensiones en el frente de la grieta de una placa agrietada en uno de sus bordes ( $a/w=0.3$ ).

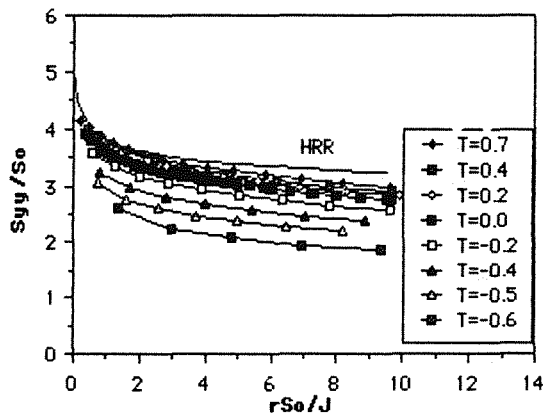


Fig. 7. Tensiones en el frente de la grieta para los distintos valores de T.

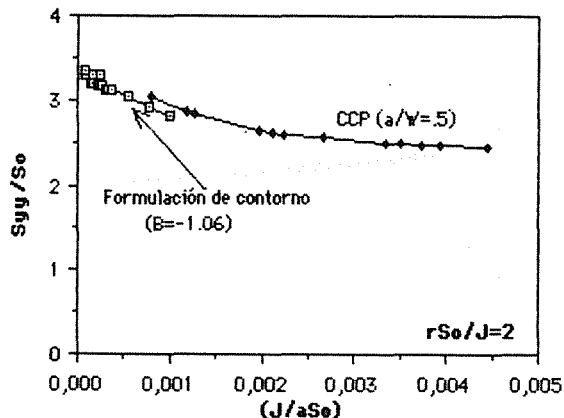


Fig. 10. Tensiones en el frente de la grieta en una placa con una grieta central ( $a/w=0.5$ ) y en una formulación de contorno con  $B=-1.06$ .

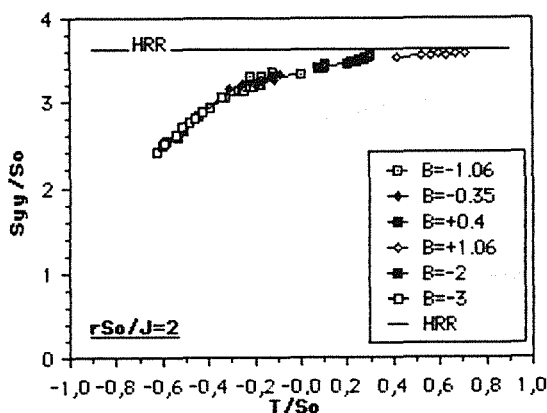


Fig. 8. Tensiones en el punto  $r\sigma_o/J=2$  como función de T.

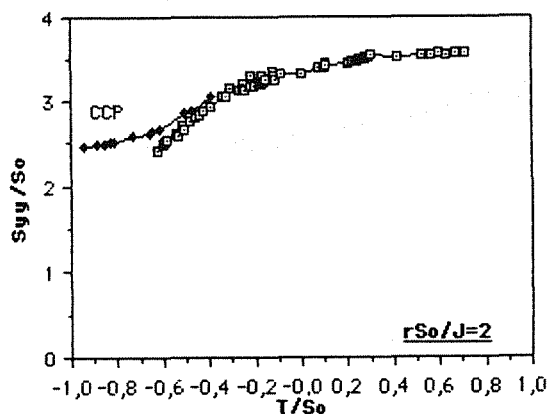


Fig. 11. Tensiones en el punto  $r\sigma_o/J=2$  como función de T en una placa con una grieta central ( $a/w=0.5$ ) y en una formulación de contorno con  $B=-1.06$ .

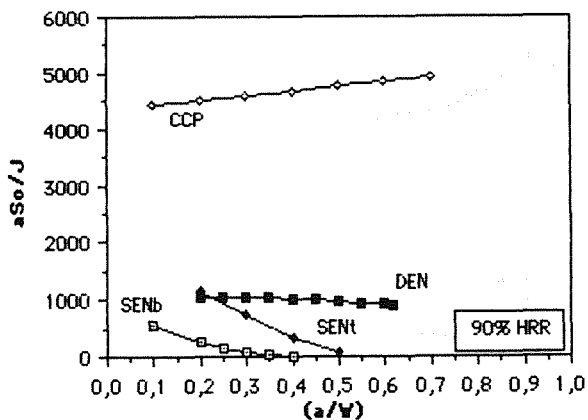


Fig. 9. Requisitos geométricos para distintas configuraciones geométricas según el criterio de Shih y German.

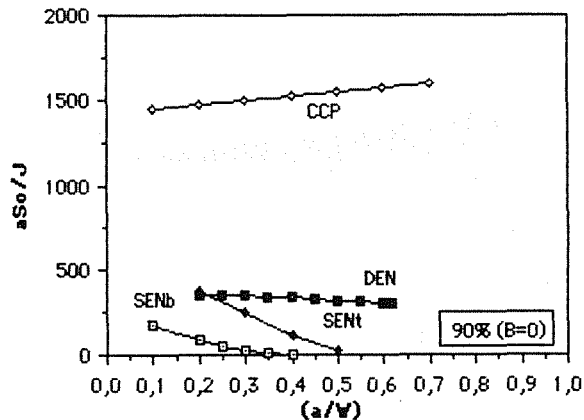


Fig. 12. Requisitos geométricos para distintas configuraciones geométricas según el criterio de McMeeking.

NOTA MATEMÁTICA: UNA INTEGRAL INVARIANTE PARA EL CAMPO DE TEMPERATURAS  
EN LA PROPAGACION RAPIDA DE GRIETAS EN MEDIOS TERMOELASTICOS ACOPLADOS

J.M. Bastero\*, J.M. Martínez Esnaola\*\*

\* Escuela Superior de Ingenieros Industriales, Urdaneta, 7  
20006 San Sebastián\*\* Centro de Estudios e Investigaciones Técnicas de Guipúzcoa (CEIT)  
Apartado 1555, 20080 San Sebastián

**Resumen.**- Se presenta una expresión matemática para el campo de temperaturas en las proximidades de la punta de una grieta que se propaga bajo modos mixtos en un medio termoelástico. El análisis de singularidad del término de acoplamiento termoelástico en la ecuación de conducción de calor permite obtener la forma asintótica de la solución. Se establecen dos expresiones integrales invariantes para obtener dicha solución mediante el empleo de unos campos auxiliares de temperaturas.

**Abstract.**- A mathematical expression for the temperature field in the neighbourhood of a crack propagating under mixed-mode loading in thermoelastic media is presented. The singularity analysis of the coupled term in the equation of heat conduction leads to the asymptotic form of the solution. Two path-independent integrals are developed using auxiliary temperature fields to evaluate the asymptotic solution.

## 1. INTRODUCCION

En el estudio de la propagación rápida de grietas (fractura dinámica) en medios termoelásticos, es usual aceptar el desacoplamiento de los problemas mecánico y térmico. Los valores muy pequeños que toma el término de acoplamiento en la ecuación de transmisión de calor avalan esta suposición. Sin embargo, el hecho de que en la punta de una grieta, que se propaga rápidamente (se aceptan como normales velocidades entre 0.2 y 0.6 veces la velocidad de propagación de las ondas de Rayleigh en el medio), se produzca una súbita relajación del campo de tensiones y con él el de desplazamientos, incita a que no se pueda ignorar la presencia de este término de acoplamiento.

En esta breve nota matemática, se propone una posible expresión para el campo de

temperaturas local en la zona próxima a la punta de la grieta. Como se verá, en la base de esta propuesta tan sólo subyace un estudio matemático del orden de singularidad de los campos de tensiones y temperaturas en esa misma zona.

El estudio queda restringido únicamente a los medios termoelásticos para los que se ha llegado a una expresión analítica rigurosa de un campo de desplazamientos. Todo ello limita la aplicación de las conclusiones, pues, evidentemente, en el estudio de las temperaturas ocasionadas por el mismo hecho de la propagación de una grieta, no puede prescindirse de las deformaciones plásticas, que necesariamente aparecen en la zona de proceso, aún en el caso de la fractura frágil [1-3].

## 2. CAMPO DE TEMPERATURAS EN LA PUNTA DE LA GRIETA

La ecuación de la conducción de calor para medios termoelásticos acoplados es:

$$k \theta_{,ii} = \gamma \theta \dot{u}_{i,i} + C_\epsilon \dot{\theta} \quad (1)$$

donde:

- $\theta$  es la temperatura absoluta
- $u_i$  es el vector de desplazamientos
- $k$  es la conductividad térmica
- $C_\epsilon$  es el calor específico por unidad de volumen a deformación constante
- $\gamma = \alpha(3\lambda + 2\mu)$

siendo  $\lambda, \mu$  las constantes de Lamé y  $\alpha$  el coeficiente de dilatación térmica lineal.

Si suponemos que la grieta se propaga con velocidad  $\dot{a}$  a lo largo del eje  $x_1$ , y hacemos el cambio de variables por el que el sistema de referencia se traslada paralelamente al cartesiano inicial, teniendo su origen de coordenadas en la punta de la grieta, la ecuación (1) se transforma en:

$$k\theta_{,ii} = \gamma\theta \dot{u}_{i,i} - \gamma\theta \dot{a}u_{i,1} + C_\epsilon \dot{\theta} - C_\epsilon \dot{a}\theta_{,1} \quad (2)$$

donde denotamos ahora

$$(\cdot) = \frac{\partial(\cdot)}{\partial t} \Big|_{x_i = \text{cte}}$$

$$(\cdot)_{,i} = \frac{\partial(\cdot)}{\partial x_i} \Big|_{t = \text{cte}}$$

siendo  $x_i$  las coordenadas en el sistema móvil.

Teniendo en cuenta que en el entorno próximo a la punta de la grieta la singularidad para  $u_{i,1}$  es del orden  $r^{-3/2}$ , se puede suponer una singularidad análoga para  $\theta_{,1}$ , lo que sugiere que el campo de temperaturas sea de la forma

$$\theta = C(t) + r^{1/2}F(\varphi, t) + \sum_{n=1}^{\infty} r^{(n+1)/2}F_n(\varphi, t) \quad (3)$$

En esta ecuación  $r, \varphi$  son las coordenadas polares con origen en la punta de la grieta y en el eje  $x_1$  respectivamente.

Llevando (3) a (2) y restringiendo la validez del campo de temperaturas a la zona muy próxima a la punta ( $r$  muy pequeño), después de eliminar infinitésimos superiores, se llega a la ecuación

$$-\gamma \dot{a} C u_{r,r1} = k r^{-3/2} \left( \frac{F}{4} + F_{,\varphi\varphi} \right) \quad (4)$$

lo que manifiesta que la expresión

$$\theta = C(t) + r^{1/2} F(\varphi, t) \quad (5)$$

define la distribución de temperaturas en esa zona.

Consideremos la ecuación homogénea

$$\frac{F}{4} + F_{,\varphi\varphi} = 0 \quad (6)$$

cuya solución es de la forma

$$F = B(t) \cos \frac{\varphi}{2} + D(t) \sin \frac{\varphi}{2} \quad (7)$$

Para hallar una solución particular de (4) tendremos en cuenta que los desplazamientos  $u_i$  en caso de modos mixtos son [4]

$$u_1 = A_I (r_d^{1/2} \cos \frac{\varphi_d}{2} - \frac{2\alpha_d \alpha_s}{1+\alpha_s^2} r_s^{1/2} \cos \frac{\varphi_s}{2}) + A_{II} (r_d^{1/2} \sin \frac{\varphi_d}{2} - \frac{1+\alpha_s^2}{2} r_s^{1/2} \sin \frac{\varphi_s}{2}) \quad (8)$$

$$u_2 = A_I (-\alpha_d r_d^{1/2} \sin \frac{\varphi_d}{2} + \frac{2\alpha_d}{1+\alpha_s^2} r_s^{1/2} \sin \frac{\varphi_s}{2}) +$$

$$+ A_{II} (\alpha_d r_d^{1/2} \cos \frac{\varphi_d}{2} - \frac{1+\alpha_s^2}{2\alpha_s} r_s^{1/2} \cos \frac{\varphi_s}{2})$$

siendo

$$A_M = \frac{K_M B_M}{\mu} \left( \frac{2}{\pi} \right)^{1/2} \quad M=I, II$$

$$B_I = \frac{1 + \alpha_s^2}{4\alpha_s \alpha_d - (1 + \alpha_s^2)^2} \quad (9)$$

$$B_{II} = \frac{2\alpha_s}{4\alpha_s \alpha_d - (1 + \alpha_s^2)^2}$$

Con estos valores se tiene

$$u_{r,r1} = \frac{1}{4} (1 - \alpha_d^2) r_d^{-3/2} (A_{II} \sin \frac{3\varphi_d}{2} - A_I \cos \frac{3\varphi_d}{2}) \quad (10)$$

y, teniendo en cuenta (4) y (5), se obtiene como solución particular

$$\theta_p = -\frac{\gamma \dot{a} C}{k} r_d^{1/2} (A_I \cos \frac{\varphi_d}{2} + A_{II} \sin \frac{\varphi_d}{2}) = -\frac{\gamma \dot{a} C}{k} N \quad (11)$$

habiendo llamado

$$N = A_I r_d^{1/2} \cos \frac{\varphi_d}{2} + A_{II} r_d^{1/2} \sin \frac{\varphi_d}{2} \quad (12)$$

Por tanto, el campo de temperaturas en las proximidades de la punta será:

$$\theta = C + r^{1/2} \left( B \cos \frac{\varphi}{2} + D \sin \frac{\varphi}{2} \right) -$$

$$- \frac{\gamma \dot{a} C}{k} r_d^{1/2} \left( A_I \cos \frac{\varphi_d}{2} + A_{II} \sin \frac{\varphi_d}{2} \right) \quad (13)$$

La discontinuidad que conlleva la grieta entraña que en el campo de temperaturas se satisfaga la siguiente condición de contorno

$$\theta_{,2} (\pm \pi) = 0 \quad (14)$$

y por tanto que

$$B = \frac{\gamma \dot{a} C}{k} \alpha_d A_I \quad (15)$$

Con lo cual, finalmente, resulta la siguiente expresión para el campo de temperaturas

$$\theta = C - \frac{\gamma \dot{a} C}{k} N + \left( \frac{\gamma \dot{a} C}{k} \alpha_d A_I \cos \frac{\varphi}{2} + D \sin \frac{\varphi}{2} \right) r^{1/2} \quad (16)$$

Obsérvese que la temperatura se expresa en función de dos parámetros incógnita C y D.

### 3. INTEGRAL INVARIANTE TERMICA

Si  $u_i$  es el campo real de desplazamientos, llamaremos

$$u_i = \bar{u}_i + u_i^* \quad (17)$$

siendo  $\bar{u}_i$  el campo de desplazamientos característico en la vecindad de la punta de la grieta -cfr (8)-. Teniendo en cuenta (17), la ecuación (2) se puede escribir

$$\theta_{,rr} + \frac{\gamma \dot{a}}{k} \theta u_{r,r1} = \frac{1}{k} \left( C \frac{\partial \theta}{\partial \epsilon} - C \frac{\partial a \theta}{\partial \epsilon} + \gamma \theta u_{r,r} \right)$$

$$- \frac{\gamma \dot{a}}{k} \theta u_{r,r1}^* = g_1 \quad (18)$$

o bien

$$\theta_{,rr} + \frac{\gamma \dot{a}}{k} C N_{,rr} = g_1 + \frac{\gamma \dot{a}}{k} (C - \theta) N_{,rr} = g_2 \quad (19)$$

Para aislar el término asociado al parámetro D, definamos ahora

$$\bar{\theta} = \theta + \frac{\gamma \dot{a} C}{k} N - C - \frac{\gamma \dot{a} C}{k} \alpha_d A_I r^{1/2} \cos \frac{\varphi}{2} \quad (20)$$

Con ello la ecuación (19) se transforma en

$$\bar{\theta}_{,rr} = g_2$$

Consideremos la integral

$$I_1 = \int_{\partial V} (\hat{\theta} \bar{\theta}_{,j} - \hat{\theta}_{,j} \bar{\theta}) n_j ds \quad (22)$$

donde  $\hat{\theta}$  es un campo auxiliar arbitrario al que impondremos el requisito de que

$$\hat{\theta}_{,jj} = 0 \quad (23)$$

Aplicando a la integral (22) el teorema de Gauss generalizado resulta

$$I_1 = \int_{\partial V} (\hat{\theta} \bar{\theta}_{,j} - \hat{\theta}_{,j} \bar{\theta}) n_j ds - \int_V \hat{\theta} \bar{\theta}_{,jj} dV = \int_V g_2 \hat{\theta} dV \quad (24)$$

Esta expresión constituye una integral invariante para el campo de temperaturas.

Del mismo modo, para aislar el parámetro C, consideremos

$$\bar{\theta} = \theta + \frac{\gamma \dot{a} C}{k} N - \left( \frac{\gamma \dot{a} C}{k} \alpha_d A_I \cos \frac{\varphi}{2} + D \sin \frac{\varphi}{2} \right) r^{1/2} \quad (25)$$

con lo que la ecuación (19) se transforma en

$$\bar{\theta}_{,rr} = g_2 \quad (26)$$

Y análogamente al caso anterior, se puede establecer la siguiente identidad integral

$$I_2 = \int_{\partial V} (\hat{\theta} \bar{\theta}_{,j} - \hat{\theta}_{,j} \bar{\theta}) n_j ds = \int_V g_2 \hat{\theta} dV \quad (27)$$

Las expresiones (24) y (27) pueden aplicarse para la obtención de los parámetros incógnita C y D como funciones del tiempo durante el proceso de propagación.

### 4. REFERENCIAS

- [1] Chitaley, A.C., McClintock, F.A. (1971), "Elastic-Plastic Mechanics of Steady Crack Growth under Antiplane Shear", J. Mech. Phys. Solids, 19, 147-163.
- [2] Weichert, R., Schönert, K., (1974), "On the Temperature Rise at the Tip of a Fast Running Crack", J. Mech. Phys. Solids, 22, 127-133.
- [3] Li, Z.L., Yang, J.L., Lee, H., (1988), "Temperature Fields Near a Running Crack Tip", Engng. Fracture Mech., 30, 791-799.
- [4] Nishioka, T., Atluri, S.N. (1983), "Path-independent Integrals, Energy Release Rates, and General Solutions of Near-Tip Fields in Mixed-Mode Dynamic Fracture Mechanics", Engng. Fracture Mech., 18, 1-22.

**ELEMENTOS SINGULARES DE ALTO ORDEN EN MECANICA DE FRACTURA ELASTICA LINEAL**

Gavete, L., Michavila, F., Herranz, J.

Departamento de Matemática Aplicada y Métodos Informáticos  
E.T.S. Ingenieros de Minas (Universidad Politécnica de Madrid)  
C/ Rios Rosas, 21  
28003 - MADRID

**Resumen.**- El uso de elementos finitos singulares en problemas de mecánica de fractura elástica lineal ha sido objeto de una exhaustiva investigación en los últimos años, ya que en este tipo de problemas interesa conocer con exactitud los denominados factores de intensificación de tensiones. Algunos de los elementos finitos singulares modelizan la singularidad mediante un cambio en la posición de los nodos de los elementos isoparamétricos cuadrático ó cúbico. Por ello es una vía muy popular.

En esta comunicación presentamos una forma simple de construir nuevos elementos finitos singulares y de transición de alto orden. Estos nuevos elementos finitos emplean la aproximación concreta ( $r^{-1/2}$ ) de la singularidad que aparece en los problemas de mecánica de fractura elástica lineal.

**Abstract.**- The use of singular finite elements in linear elastic fracture analysis has become a topic of extensive investigation in recent years, because in these types of applications one is interested in determining the stress intensity factors. Some of these singular finite elements model the appropriate singularity by rearrangement of the nodal points of a conventional isoparametric quadratic or cubic finite element. It is therefore easy to implement in a large number of existing finite element codes.

In the present paper, certain simple ways of constructing new singular and transition higher order finite elements are given. These new finite elements model the appropriate singularity ( $r^{-1/2}$ ) at the crack tip in linear elastic fracture problems.

## 1. INTRODUCCION

En esta comunicación se considera el tratamiento mediante el método elementos finitos de las singularidades que concurren en la mecánica de la fractura elástica lineal.

El error introducido en la aproximación  $u_h$  mediante el M.E.F. de la solución real  $u$  se produce en todos los problemas viniendo dado en general por:

$$\|e\| = \|u - u_h\| \leq C h^p ; \quad p > 0 \quad (1)$$

donde  $C$  es una constante independiente de  $u$  y de  $u_h$ ; y  $h$  es una longitud característica ligada al tamaño del diámetro del elemento. La constante  $p$  se denomina orden de convergencia.

Cuando los valores de la solución  $u$  de un problema definido por una ecuación diferencial, o alguna de sus derivadas se aproxima al infinito en puntos, líneas o superficies de un dominio  $\Omega$ , la solución se dice que posee una "singularidad" en dicha zona del dominio  $\Omega$ . La aproximación de singularidades presenta grandes dificultades dado que se modifica fuertemente el orden de convergencia  $p$  antes definido.

Los elementos singulares constituyen hoy la forma más popular de tratar los problemas de singularidades y su desarrollo ha sido bastante reciente.

Además, su relación con la mecánica de la fractura origina la existencia de un gran interés en el tema de sus aplicaciones industriales.



Los elementos singulares desarrollados hasta el momento presente son cuadráticos ó cúbicos y se utilizan en dominios cuyos mallados son cuadráticos ó cúbicos respectivamente. Es decir se puede aumentar el orden de la aproximación en el elemento singular siempre que se aumente en todo el dominio. Sin embargo lo que interesa es aumentar el orden de la aproximación solamente en el elemento singular, y dentro de éste solamente en las direcciones radiales, que salen del punto singular.

Por ello en esta comunicación utilizaremos unos nuevos elementos singulares que presentan dos características novedosas:

1) Se puede aumentar tanto como se desee el orden de la aproximación en la dirección radial.

2) Son compatibles con los elementos de bajo orden (elementos triangular lineal ó cuadrilateral bilineal) en el resto del mallado.

Se comprobará que la aproximación que se realiza de la singularidad es de la forma adecuada ( $r^{-1/2}$ ) en problemas de mecánica elástica lineal.

## 2. NUEVOS ELEMENTOS SINGULARES

Los elementos desarrollados por Barsoum [1] y Henshell y Shaw [2] se utilizan en dominios cuyo mallado se realiza con elementos cuadráticos. Siguiendo la misma técnica Pu, Hussain y Lorensen [13] desarrollaron unos elementos singulares cúbicos con nodos a "1/9" y a "4/9" de los lados que confluyen en el punto singular. Dichos elementos se utilizan en dominios cuyo mallado se realiza mediante elementos cúbicos. Es decir se pueden generar elementos singulares de alto orden pero siempre aumentando el orden de la aproximación uniformemente en todo el mallado.

Sin embargo y de acuerdo con los estudios de error local realizados por Schatz y Wahlbin [4] se experimenta un aumento sustancial en el orden de convergencia cuando vamos desde el elemento mas cercano al punto singular al elemento adyacente.

Es decir el error cometido al aproximar un problema que contiene una singularidad es un error localizado en el entorno de dicha singularidad.

Además de acuerdo con la estimación [5] de Babuska y Dorr se obtiene una disminución del error global al aumentar el orden del polinomio completo, de aproximación de la función.

Por ello en esta comunicación utilizaremos unos elementos singulares que con las mismas propiedades que los uti-

lizados anteriormente por Barsoum [1], Henshell y Shaw [2] y Pu, Hussain y Lorensen [3] permiten que en el mallado de la zona no singular se utilicen elementos finitos lineales y bilineales

Estos elementos se basan en los de Lagrange de  $2 \times p$ , donde  $p=3,4,5,\dots$  en los que colapsando el lado situado en ( $\lambda=0$ ) y moviendo los nodos intermedios se obtienen los elementos singulares. (Ver figura 1y2).

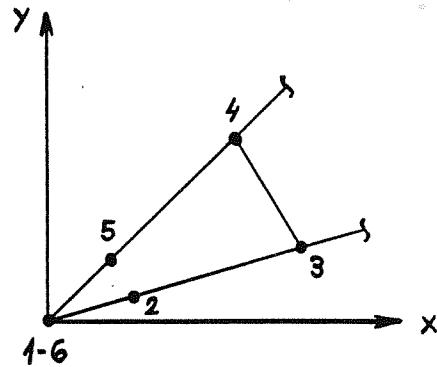


Fig. 1.-Elemento de Lagrange de  $2 \times 3$  con un lado colapsado. Punto singular en 1-6.

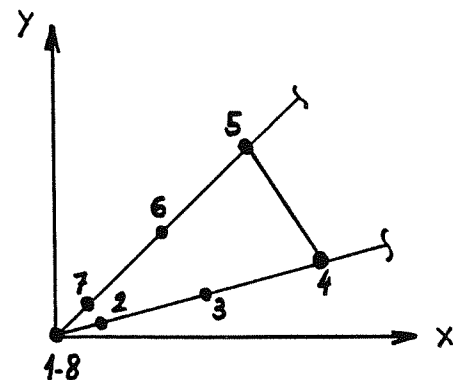


Fig. 2.-Elemento de Lagrange de  $2 \times 4$  con un lado colapsado. Punto singular en 1-8.

Como puede verse en las Figuras 1 y 2 el resto del dominio será compatible en la interfase (3-4) ó (4-5) con el elemento singular por lo que se pueden utilizar los elementos finitos lineales y bilineales en la parte no singular del dominio, dado que los lados (3-4) ó (4-5) solo tienen dos nodos.

## 3. ANALISIS DE GRADIENTES, ELEMENTOS SINGULARES.

Consideremos en primer lugar el elemento de Lagrange de  $2 \times 3$  de la Figura 1 tendremos:

$$\begin{aligned} x_1 &= 0 & y_1 &= 0 \\ x_6 &= 0 & y_6 &= 0 \\ x_2 &= .25x_3 & y_2 &= .25y_3 \\ x_5 &= .25x_4 & y_5 &= .25y_4 \end{aligned} \quad (2)$$

en ese caso se tiene, ver Gavete y Herranz [6]:

$$x(\lambda, \mu) = \alpha_4 \lambda^2 + \alpha_6 \lambda^2 \mu = \lambda^2 (\alpha_4 + \alpha_6 \mu) \quad (3)$$

$$y(\lambda, \mu) = y_4 \lambda^2 + y_6 \lambda^2 \mu = \lambda^2 (y_4 + y_6 \mu)$$

$$\text{por lo que } \text{tg}\theta = \frac{y}{x} = \frac{y_4 + y_6 \mu}{\alpha_4 + \alpha_6 \mu} \quad (4)$$

Para  $\mu = \text{cte}$   $\text{tg}\theta = \text{cte}$   
La aproximación de  $E_{11}$  viene dada por:

$$E_{11} = \left[ \frac{\partial U}{\partial \lambda} \frac{\partial y}{\partial \mu} \frac{\partial U}{\partial \mu} \frac{\partial y}{\partial \lambda} \right] \frac{1}{|J|} \quad (5)$$

$$|J| = \left[ \frac{\partial x}{\partial \lambda} \frac{\partial y}{\partial \mu} - \frac{\partial y}{\partial \lambda} \frac{\partial x}{\partial \mu} \right] = 2\lambda^3 \left[ y_6 \alpha_4 - \alpha_6 y_4 \right] \quad (6)$$

$$E_{11} = \left[ \left[ \beta_2 + 2\beta_4 \lambda + \beta_5 \mu + 2\beta_6 \lambda \mu \right] y_6 \lambda^2 - \left[ \beta_3 + \beta_5 \lambda + \beta_6 \lambda^2 \right] 2\lambda \left[ y_4 + y_6 \lambda \right] \right] \frac{1}{2\lambda^3 \left[ y_6 \alpha_4 - \alpha_6 y_4 \right]} = \frac{A_1 + A_2 \lambda + A_3 \mu + A_4 \lambda \mu + A_5 \lambda^2}{C\lambda^2} \quad (7)$$

Si  $\mu = \text{cte}$  a lo largo de una línea radial, cuando  $r \rightarrow 0$ , se tiene:

$$E_{11} = D_1 \frac{1}{r} + D_2 \frac{1}{r^{\frac{1}{2}}} + D_3 \quad (8)$$

analogamente

$$E_{22} = D'_1 \frac{1}{r} + D'_2 \frac{1}{r^{\frac{1}{2}}} + D'_3 \quad (9)$$

$$E_{12} = D''_1 \frac{1}{r} + D''_2 \frac{1}{r^{\frac{1}{2}}} + D''_3 \quad (10)$$

En el caso particular en que los desplazamientos en los puntos 1 y 6 coincidan  $\beta_3 = 0$

En ese caso  $E_{11}$  a lo largo de una línea radial cuando  $r \rightarrow 0$

$$E_{11} = D_2 \frac{1}{r^{\frac{1}{2}}} + D_3 \quad (11)$$

$$E_{22} = D'_2 \frac{1}{r^{\frac{1}{2}}} + D'_3 \quad (12)$$

$$E_{12} = D''_2 \frac{1}{r^{\frac{1}{2}}} + D''_3 \quad (13)$$

Del mismo modo para otros elementos singulares  $2 \times 4$ ,  $2 \times 5$ , etc. con una adecuada posición de los nodos de acuerdo con [6] se obtienen resultados similares y en el caso de que los desplazamientos de los nodos del punto singular coincidan se anula el término en  $1/r$ .

#### 4. NUEVOS ELEMENTOS DE TRANSICIÓN. ANALISIS DE GRADIENTES.

Una variante del método de los elementos isoparamétricos degenerados consiste en el empleo de elementos de transición entre el elemento singular y los elementos normales de la red. En dichos elementos de transición los nodos situados en los puntos medios de los lados del elemento se desplazan a posiciones intermedias entre  $1/2$  y  $1/4$  de modo que la singularidad tenga lugar fuera del elemento y sea precisamente en el nodo elegido del elemento degenerado contiguo. Esta técnica fue introducida por Lynn e Ingraffea [7] y diversos resultados sobre la mejora de la aproximación debida a dichos elementos se presenta en Michavila y Gavete [8].

Utilizaremos como elemento de transición un elemento isoparamétrico de Lagrange de  $2 \times 3$ , ver figura 1, que es compatible en su frontera con los elementos singulares definidos en [6] y con los elementos finitos estandar triangular lineal y cuadrilateral bilineal. Realizamos un estudio de la aproximación de gradientes en el elemento como el propuesto por Thompson y Whiteman [9] para otros elementos singulares y no singulares.

En este caso el punto singular (situado en el origen de coordenadas del espacio físico  $x-y$ ) se encuentra fuera del elemento a estudiar.

Vamos a imponer unas restricciones geométricas al elemento de transición.

El elemento debe ser cuadrilateral, de lados rectos, con los lados 1-6 y 3-4 perpendiculares al 1-2-3 que además se encuentra sobre el eje  $x$ . El elemento no puede degenerar a un triángulo. La ordenada del nodo 4 será mayor que la del 6.

En la figura 3 hemos reflejado los dos elementos S, singular (0 es el punto singular) y T, transición.

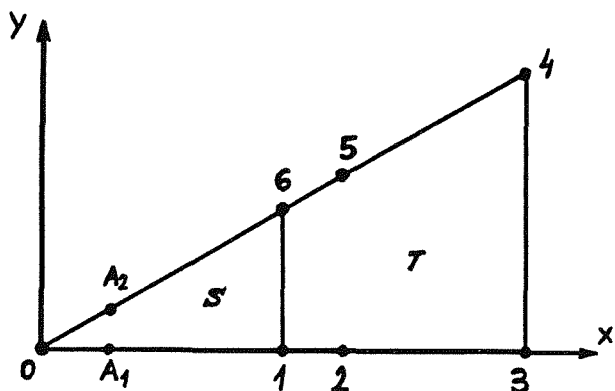


Fig. 3.- Elementos Singular y de Transición.

De acuerdo con [6], en el elemento singular

$$x_1 = 0.25 x_1 \lambda^2$$

En el elemento T tendremos:

$$x_3 = 0.25 x_1 \lambda^2 \rightarrow \lambda = 2 \left[ \frac{x_3}{x_1} \right]$$

con  $\lambda$  se obtiene  $\lambda'$  correspondiente al punto 2,  $\lambda' = 0.5(\lambda - 2) + 2$  de tal forma que

$$x_2 = 0.25 x_1 \lambda'^2 \tag{14}$$

Lo expresado para la dirección  $x$  es válido para cualquier dirección radial  $r$  substituyendo  $x_i$  por  $r_i$ .

Elegimos unas constantes  $D$  y  $L$  tales que:

$$x_1 = x_6 = D \left[ \frac{x_3 - x_1}{\lambda} \right] \quad y_6 = D \left[ \frac{y_4 - y_6}{\lambda} \right] \tag{15}$$

$$x_2 = x_5 = Lx_3 + (1-L)x_1 \quad (3) \quad y_5 = Ly_4 + (1-L)y_6$$

$$y_1 = y_2 = y_3 = 0$$

Con las restricciones anteriores  $\alpha_3 = 0$   $\alpha_5 = 0$   $\alpha_6 = 0$  y de acuerdo con [10]

$$x(\lambda, \mu) = \alpha_1 + \alpha_2 \lambda + \alpha_4 \lambda^2 =$$

$$x(\lambda, \mu) = \left[ \frac{x_3 - x_1}{\lambda} \right] \left[ D + \lambda (2L - \frac{1}{2}) + \lambda^2 (\frac{1}{2} - L) \right] \tag{16}$$

y como  $y_1 = y_2 = y_4 = 0$ , se tiene :

$$y(\lambda, \mu) = y_3 \mu + y_5 \mu \lambda + y_6 \lambda^2 \mu =$$

$$= \frac{1}{2} \mu \left[ \frac{y_4 - y_6}{\lambda} \right] \left[ D + \lambda (2L - \frac{1}{2}) + \lambda^2 (\frac{1}{2} - L) \right] \tag{17}$$

$$\text{Como } \text{tg} \theta = \frac{y}{x} = \frac{\mu \left[ \frac{y_4 - y_6}{\lambda} \right]}{\lambda \left[ \frac{x_3 - x_1}{\lambda} \right]} \tag{18}$$

Si  $\mu = \text{cte}$ , eso origina que  $\theta = \text{cte}$  y a lo largo de una línea radial  $\mu = \text{cte}$ .

A continuación calculamos la aproximación de la deformación en el elemento en el sentido radial, que denominaremos  $E_{rr}$ .

$$E_{rr} = \frac{\partial R(\lambda, \mu)}{\partial r} = \frac{\partial U(\lambda, \mu)}{\partial r} \cos \theta + \frac{\partial V(\lambda, \mu)}{\partial r} \text{sen} \theta =$$

$$\left[ \frac{\partial U}{\partial x} \cos \theta + \frac{\partial U}{\partial y} \text{sen} \theta \right] \cos \theta + \left[ \frac{\partial V}{\partial x} \cos \theta + \frac{\partial V}{\partial y} \text{sen} \theta \right] \text{sen} \theta \tag{19}$$

$$\frac{\partial U}{\partial x} \cos \theta + \frac{\partial U}{\partial y} \text{sen} \theta =$$

$$\left[ \cos \theta \left[ \frac{\partial U}{\partial \lambda} \frac{\partial y}{\partial \mu} \frac{\partial U}{\partial \mu} \frac{\partial y}{\partial \lambda} \right] + \text{sen} \theta \left[ \frac{\partial U}{\partial \mu} \frac{\partial x}{\partial \lambda} \frac{\partial U}{\partial \lambda} \frac{\partial x}{\partial \mu} \right] \right]$$

$$\left[ \frac{\partial x}{\partial \lambda} \frac{\partial y}{\partial \mu} \frac{\partial x}{\partial \mu} \frac{\partial y}{\partial \lambda} \right]^{-1} \tag{20}$$

Pero de (16)  $\partial x / \partial \mu = 0$  y substituyendo

$$\left[ \cos \theta \left[ \frac{\partial U}{\partial \lambda} \frac{\partial y}{\partial \mu} \frac{\partial U}{\partial \mu} \frac{\partial y}{\partial \lambda} \right] + \text{sen} \theta \cdot \frac{\partial U}{\partial \mu} \cdot \frac{\partial x}{\partial \lambda} \right] \left[ \frac{\partial x}{\partial \lambda} \frac{\partial y}{\partial \mu} \right]^{-1} \tag{21}$$

$$\frac{\partial U}{\partial \lambda} = \frac{B_2 + 2B_4 \lambda + B_5 \mu + 2B_6 \lambda \mu}{\alpha_2 + 2\alpha_4 \lambda} = C + \frac{C_1}{\alpha_2 + 2\alpha_4 \lambda} \tag{22}$$

$$\frac{\partial U}{\partial \mu} = \frac{B_3 + B_5 \lambda + B_6 \lambda^2}{[\alpha_2 + 2\alpha_4 \lambda] \left[ y_3 + y_5 \lambda + y_6 \lambda^2 \right]} \tag{23}$$

$$r = \left[ x^2 + y^2 \right]^{\frac{1}{2}} = \left[ \left[ \frac{x_3 - x_1}{\lambda} \right]^2 + \mu^2 \left[ \frac{y_4 - y_6}{\lambda} \right]^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$\left[ D + \lambda (2L - \frac{1}{2}) + \lambda^2 (\frac{1}{2} - L) \right] = C_1 \left[ D^{\frac{1}{2}} + (\frac{1}{2} - L)^{\frac{1}{2}} \lambda \right]^2$$

es decir

$$r^{\frac{1}{2}} = C_2 \left[ D^{\frac{1}{2}} + (\frac{1}{2} - L)^{\frac{1}{2}} \lambda \right] \tag{24}$$

$$\frac{\partial U}{\partial \lambda} = C + \frac{C_2}{r^{\frac{1}{2}}} = C + C_2 r^{-\frac{1}{2}} \quad (25)$$

Esta será la forma de la singularidad siempre que  $\frac{\partial x}{\partial \lambda} \sin \theta = \frac{\partial y}{\partial \lambda} \cos \theta$  para que se anule el resto de la expresión de  $E_{rr}$

que se anula si  $\text{tg} \theta = \frac{\mu}{2} \frac{y_4 - y_6}{x_3 - x_1}$

expresión que ya obtuvimos anteriormente en (18) por lo que dicha expresión se cumple. Análogos resultados se obtienen para otros elementos de transición de  $2 \times 4$ ,  $2 \times 5$ , etc.

5. RESULTADOS NUMERICOS

Consideremos el problema  $\Delta[u(x,y)] = 0$  en  $\Omega$  (Fig.3)

$$\frac{\partial u}{\partial y} = 0 \text{ en BC} \quad (26)$$

$u = \rho^{\frac{1}{2}} \text{sen} \frac{\phi}{2}$  en el resto del dominio.

Existe un punto singular C en el centro del modelo (origen de coordenadas). La solución analítica del problema viene dada por:

$$u = \rho^{\frac{1}{2}} \text{sen} \frac{\phi}{2} \quad (27)$$

La singularidad que aparece al calcular los gradientes cercanos al punto singular en la dirección radial es del tipo :

$$\rho^{-\frac{1}{2}} \quad (28)$$

Por tanto podemos emplear los elementos singulares y de transición introducidos en [6] [10].

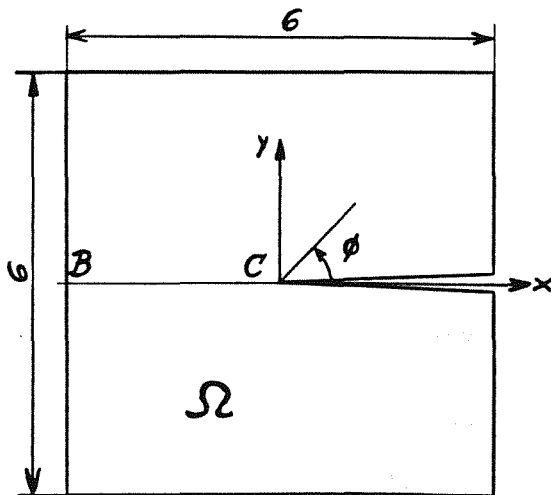


Fig. 4.-Dominio objeto de estudio.

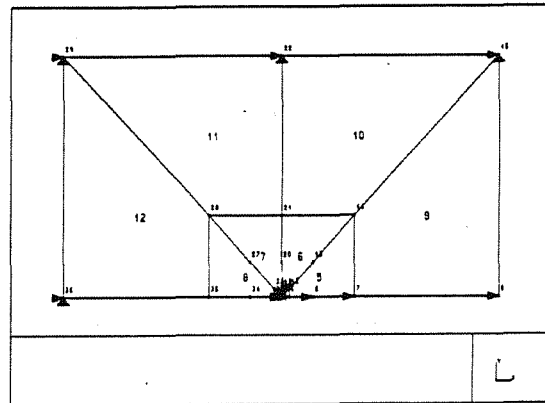


Fig. 5.- Modelización del problema.

En la figura 5 puede verse el modelo realizado utilizando solo 12 elementos finitos de los cuales 4 son elementos singulares y los 4 de la siguiente rebanada pueden ser elementos de transición o bien elementos normales.

El resto del modelo esta compuesto por elementos cuadrilaterales bilineales de 4 nodos.

Se han realizado diferentes modelos con la forma de la figura 5 pero combinando distintos elementos singulares de 6, 8 y 10 nodos con elementos de transición de 6, 8 y 10 nodos y variando en algun caso el orden de integración numérica.

Singular 6, Transición 6 nodos

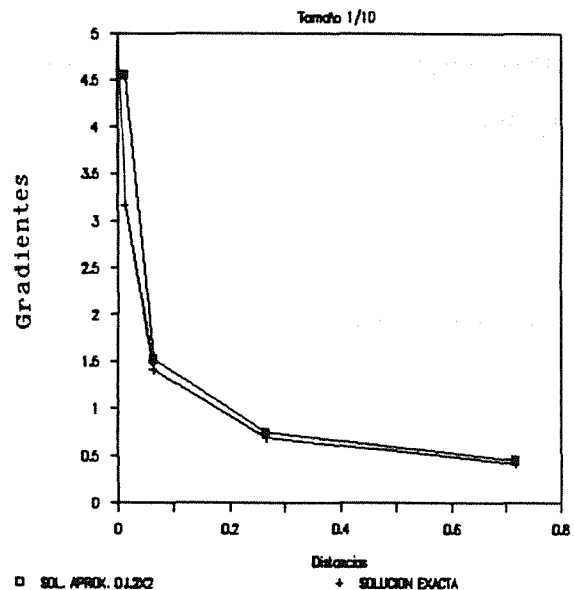


Fig. 6

En las curvas de las figuras 6, 7 y 8 pueden verse los resultados obtenidos para el cálculo del gradiente en la dirección radial  $x = 0$  (ver figura 4) empleando elementos singulares de 6, 8 y 10 nodos con elementos de transición de 6 nodos. En las figuras 9 y 10

Singular 8, Transición 6 nodos

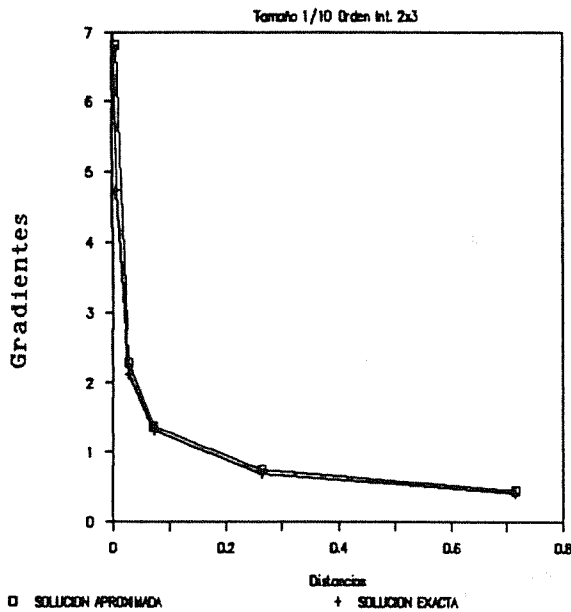


Fig. 7

Singular 6, Transición 8 nodos

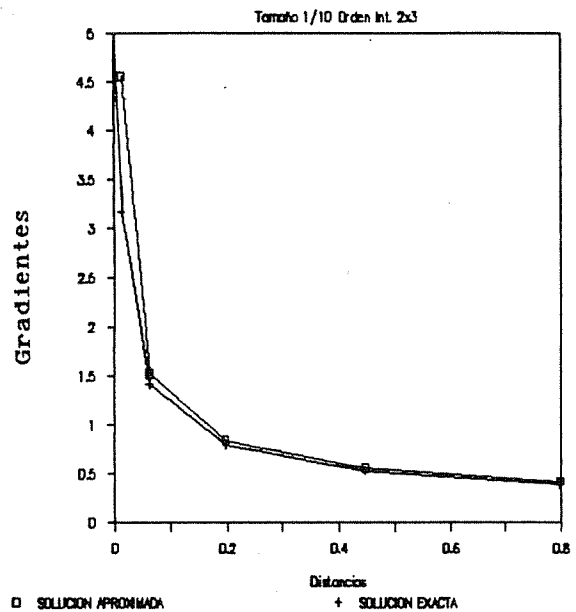


Fig. 9

Singular 10, Transición 6 nodos

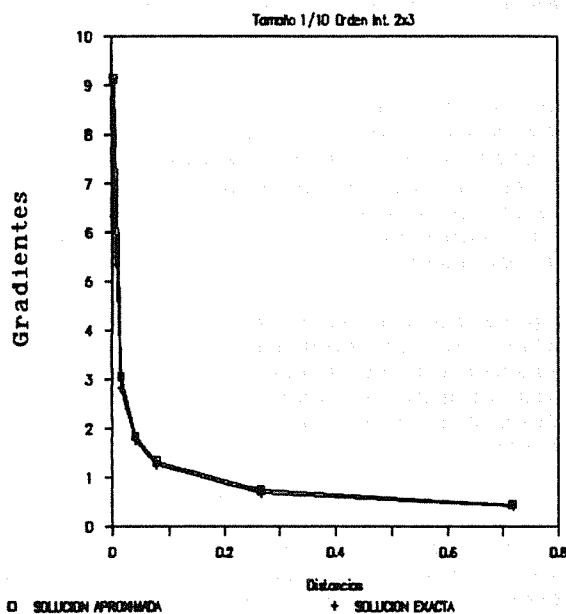


Fig. 8

Singular 6, Transición 10 nodos

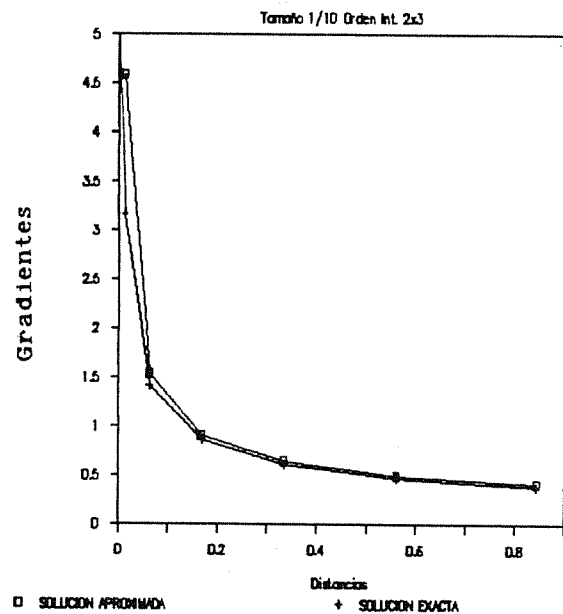


Fig. 10

pueden verse los resultados obtenidos empleando elementos singulares de 6 y 10 nodos con elementos de transición de 8 y 10 nodos. Todo ello para una relación fija de 1/10 entre los tamaños de los elementos singular y de transición.

Como puede deducirse de las curvas de las figuras 6 a 10 aumentar el número de nodos de los elementos que incorporan la singularidad en la dirección radial tiene un efecto mayor en los elementos singulares que en los de transición, aunque el efecto mas posi-

tivo se logra al combinar ambos, de modo que aumentemos simultáneamente el número de nodos de los elementos singular y de transición. Ver figuras 11 y 12.

El orden de integración en la dirección radial es importante que vaya aumente al aumentar el número de nodos del elemento en la dirección radial. En la figura 13 se pueden ver los resultados obtenidos con diferentes órdenes de integración numérica en la dirección radial (líneas radiales que parten del

Singular 8, Transición 8 nodos

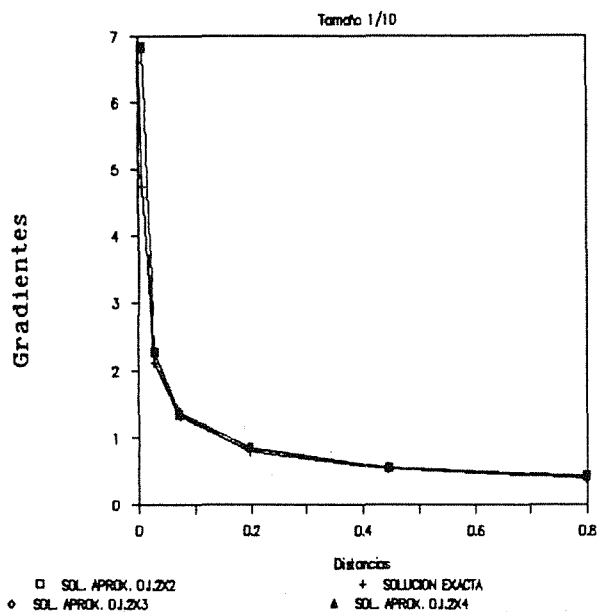


Fig. 11

Singular 10, Transición 10 nodos

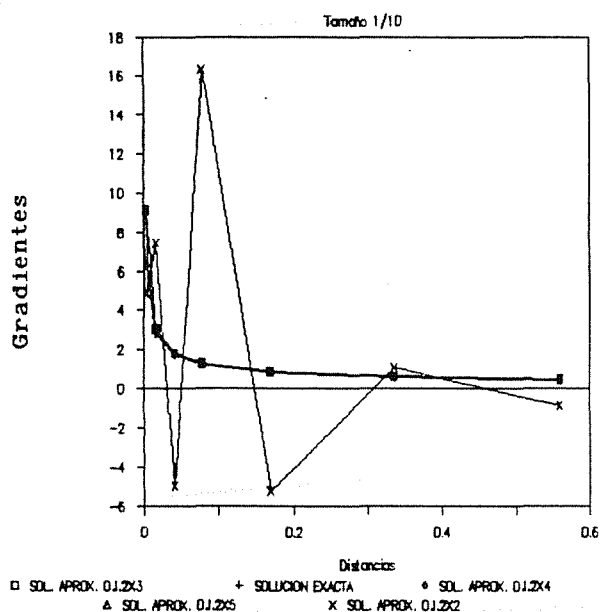


Fig. 13

Singular 10, Transición 10 nodos

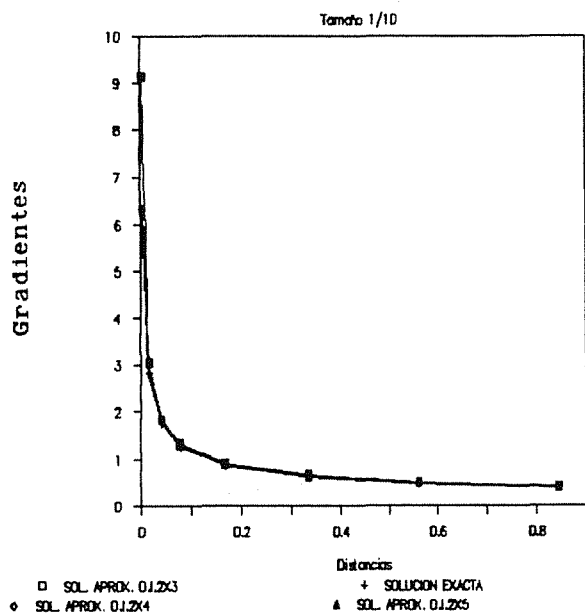


Fig. 12

punto singular) para elementos singulares y de transición de 10 nodos.

Evidentemente en este caso el orden de integración  $2 \times 2$  nos lleva a resultados erróneos, sin embargo para órdenes de integración  $2 \times 3$ ,  $2 \times 4$  y  $2 \times 5$  los resultados son aceptables.

## 6. CONCLUSIONES

Se han introducido unos nuevos elementos singulares y de transición que presentan una serie de ventajas sobre los ya conocidos y que pueden resumirse como sigue:

1. Son compatibles en la interfase con elementos estandar como el triangular de tres nodos y el cuadrangular de 4 nodos.

2. Se puede aumentar el grado de la aproximación en la dirección radial (con centro en el punto singular) tanto como se quiera sin alterar el resto del mallado del dominio. Para ello basta con ir aumentando el orden  $p$  del elemento de Lagrange de  $2 \times p$ .

La aproximación obtenida para los gradientes en los elementos singulares y de transición es similar a la obtenida en los elementos cuadráticos ó cúbicos de Serendipity correspondientes y que eran conocidos y utilizados hasta ahora

Sin embargo los nuevos elementos solo aumentan muy ligeramente el número total de nodos del modelo, de ahí su ventaja para realizar cálculos muy exactos en el entorno de puntos singulares sin necesidad de emplear elementos de alto orden en el resto del modelo.

## 7. AGRADECIMIENTO

Los autores agradecen a la comisión interministerial de Ciencia y Tecnología la ayuda recibida dentro del convenio ( PA85-0053) así como a la Embajada de Francia y al Ministerio de Educación y Ciencia la Acción Integrada hispano-francesa para 1989. (Nº 78, Area 1, Tema : Singularidades y Mecánica de Fractura).

## 8. REFERENCIAS

1. Barsoum, R.S. (1976) "On the use of isoparametric finite element in linear elastic fracture mechanics" Int.J. Num. Meth. Eng., Vol.10 25-37.
2. Henshell,R.D. y Shaw,R.G. (1975) "Crack tip finite elements are unnecessary." Int. J. Num. Meth. Eng. Vol. 9, 495-507.
3. Pu,S.L.,Hussain,M.A. y Lorensen,W.E. (1978) "The collapsed cubic isoparametric element as a singular element for crack problems".Int. J. Num. Meth. Eng., Vol. 12, 1727-1742.
4. Schatz,A.H.y Wahlbin,L.B.(1978,1979) "Maximum Norm Estimates in the Finite Element Method on Polygonal Domains Parts 1 and 2, Math.,25, 465-492.
5. Babuska,I. y Dorrr,M. (1981)"Error estimates for the combined h and p version of the finite element method Numer. Math., 25, 257-277
6. Gavete, L. y Herranz, J., (1988) "Elementos isoparamétricos singulares compatibles con elementos finitos lineales y bilineales". Anales de Ingenieria Mecánica. Año 6 Tomo 3 133-137
7. Lynn, P.D e Ingraffea,R., (1978) "Transition elements to be used with quarter-point crack-tip elements. Int.J. Num.Meth.Eng.Vol.6,pp.1031-1036.
8. Michavila,F. y Gavete,L. (1984)"On the use of quadratic transition element". Proceedings of Third Int. Conf.Num.Meth.Fract.Mech.,pp.95-111, Ed. Pineridge Press. Swansea. U.K.
9. Thompson, G.M. y Whiteman,J.R.(1985) "Analysis of strain representation in linear elasticity by both singular and nonsingular finite elements" Numerical Methods for Partial Differential Equations", 2,pp.25-104.
- 10.Herranz, J. y Gavete, L. (1988) "Elementos isoparamétricos de transición compatibles con los elementos finitos lineales y bilineales". Anales de Ingenieria Mecánica. Año 6. Tomo 3, 139-144.

## ANÁLISIS DE SINGULARIDADES ELÁSTICAS EN ENTALLAS ANGULARES BAJO CARGA ANTIPLANA

R. Marcos\*, J.M. Martínez Esnaola\*\* y J.M. Bastero\*

\* Escuela Superior de Ingenieros Industriales, Urdaneta, 7  
20006 San Sebastián\*\* Centro de Estudios e Investigaciones Técnicas de Guipúzcoa (CEIT)  
Apartado 1555, 20080 San Sebastián

**Resumen.**- Se ha resuelto el problema antiplano en elasticidad para estructuras con entallas angulares, tanto en régimen estático como dinámico. El problema de una grieta sometida a carga en modo III se reduce a un caso particular de la formulación general. Los campos singulares de tensiones se obtienen resolviendo las ecuaciones de la elasticidad mediante funciones de Airy. Para la aplicación numérica de estos resultados se han utilizado dos alternativas de análisis basadas en el M.E.F. La primera consiste en la definición de un elemento especial con interpolación global-local que incorpora la solución teórica al análisis de la zona singular. El segundo método se basa en la formulación de una integral independiente del contorno con la ayuda de campos auxiliares de tensiones y desplazamientos.

**Abstract.**- The problem of a sharp angular notch in static and dynamic elasticity is solved for antiplane deformation. Crack problems under mode III loading can be regarded as particular cases of the general formulation. The theoretical singular stress fields are obtained using the Airy stress function representation of the solution. Two different techniques based on the Finite Element Method are used in the numerical computations. Firstly, a special element with global-local interpolation accounting for the singular stresses is defined, and secondly, a path-independent integral based on a reciprocal theorem is developed.

## 1. INTRODUCCION

El análisis de estructuras con singularidades originadas por entallas o grietas ha sido objeto de considerable atención en la teoría de la Elasticidad [1-3]. Debido a su gran complejidad matemática, las soluciones analíticas tienen una aplicación muy restringida, especialmente en el caso de cuerpos finitos. Por ello, en la práctica es necesario recurrir a técnicas numéricas que son aplicables para un amplio rango de geometrías y condiciones de carga.

Sin embargo, la aplicación directa de los métodos convencionales, como el MEF, en el análisis de estados singulares de deformación conlleva problemas originados por el gran refinamiento requerido en la discretización y las dificultades en la determinación de los factores de intensidad de tensión.

En este artículo, estos problemas se resuelven mediante la aplicación de dos técnicas numéricas, basadas en el MEF, que tienen en cuenta los campos singulares de tensiones característicos de la vecindad de la punta de la entalla. La forma de esta solución singular se obtiene analíticamente en base a una función de tensiones de Airy para el caso de deformación antiplana.

## 2. SOLUCION ANALITICA

En ausencia de fuerzas de volumen, la ecuación de equilibrio estático en un problema antiplano se expresa de la forma

$$\frac{\partial \sigma_{zr}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{z\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{zr}}{\partial r} = 0 \quad (1)$$

donde  $r, \theta$  son coordenadas polares en el plano



de la estructura y  $z$  es perpendicular a dicho plano.

Definamos las tensiones en la forma

$$\sigma_{zr} = \frac{1}{r} \frac{\partial S}{\partial \theta} \quad (2)$$

$$\sigma_{z\theta} = - \frac{\partial S}{\partial r}$$

donde la función  $S(r, \theta)$  puede interpretarse como una función de Airy para el problema antiplano, de manera que las tensiones (2) satisfacen idénticamente la ecuación de equilibrio.

Por otra parte, las ecuaciones de compatibilidad se expresan

$$-\frac{\partial}{\partial r} \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial \epsilon_{zr}}{\partial \theta} - \frac{\partial \epsilon_{z\theta}}{\partial r} \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial \epsilon_{z\theta}}{\partial r} - \frac{1}{r^2} \epsilon_{z\theta} = 0 \quad (3)$$

$$-\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[ \frac{\partial \epsilon_{z\theta}}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial \epsilon_{zr}}{\partial \theta} \right] - \frac{1}{r^2} \frac{\partial \epsilon_{z\theta}}{\partial \theta} = 0$$

Es fácil demostrar que las ecuaciones (3) expresadas en términos de  $S$  equivalen a la condición  $\nabla^2 S = \text{cte}$ .

Sea  $S$  de la forma

$$S = r^\lambda G(\theta) \quad (4)$$

La solución general que produce singularidad en las tensiones es

$$S = r^\lambda (A \cos \lambda \theta + B \operatorname{sen} \lambda \theta) \quad (5)$$

Eligiendo  $(r, \theta)$  según se indica en la Fig. 1, las condiciones de contorno se expresan de la forma

$$\sigma_{z\theta}(r, 0) = \sigma_{z\theta}(r, \beta) = 0 \quad (6)$$

y utilizando las ecuaciones (2) y (5) resulta

$$A = 0 \quad \lambda = \frac{n\pi}{\beta} \quad (7)$$

Entre los valores de  $\lambda$  solución del problema, el único que produce singularidad en tensiones, pero no en desplazamientos, es  $\lambda = \pi/\beta$ .

En consecuencia, las tensiones y desplazamientos se expresan por

$$u_z = \frac{B}{G} r^\lambda \cos \lambda \theta$$

$$\sigma_{z\theta} = - B \lambda r^{\lambda-1} \operatorname{sen} \lambda \theta \quad (8)$$

$$\sigma_{zr} = B \lambda r^{\lambda-1} \cos \lambda \theta$$

donde  $G$  es el módulo de cortadura.

El problema límite de fractura se resuelve como un caso particular con  $\beta = 2\pi$  y  $\lambda = 1/2$ , de donde

$$u_z = \frac{B}{G} r^{1/2} \cos \theta/2 \quad (9)$$

que concuerda con la expresión clásica de la mecánica lineal de la fractura [1-3] para

$$B = -K_{III} \sqrt{2/\pi} \quad (10)$$

En el problema dinámico, la ecuación del movimiento se expresa por

$$\frac{\partial \sigma_{zr}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{z\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{zr}}{\partial r} = \rho \ddot{u}_z \quad (11)$$

Admitiendo que los campos singulares mantienen su forma (8), la aceleración es

$$\ddot{u}_z = \frac{B}{G} r^\lambda \cos \lambda \theta \quad (12)$$

y la singularidad del primer miembro de (11),  $r^{\lambda-2}$ , no se ve afectada por el segundo miembro. Por tanto el estudio dinámico consiste en el cálculo de la variación en el tiempo del parámetro  $B$ .

### 3. TECNICAS NUMERICAS

La primera de las técnicas numéricas de análisis se basa en el empleo de elementos finitos especiales con formulación global-local, introduciendo los campos singulares de la zona próxima a la punta de la entalla en la interpolación del elemento. De esta forma, en los elementos especiales el desplazamiento  $u_z$  se expresa como

$$u_z = N_j d_z^j + B(F - N_j \bar{F}_j) \quad (13)$$

donde  $N_j$  son las funciones de forma,  $d_z^j$  los desplazamientos nodales y  $\bar{F}_j$  los valores de  $F$  en los nudos, siendo

$$F = \frac{r^\lambda}{G} \cos \lambda \theta \quad (14)$$

Para asegurar la compatibilidad de desplazamientos, se definen unos elementos de transición, en los que el desplazamiento se expresa

$$u_z = N_j d_z^j + B(F - N_j \bar{F}_j) H \quad (15)$$

Hay que hacer notar que el hecho de emplear unos elementos con una formulación propia implica que tanto las matrices de rigidez como de masas han de evaluarse también de forma especial.

El segundo método se basa en el empleo de integrales independientes del contorno. Las integrales utilizadas responden a la formulación desarrollada por Atkinson, Bastero y Martínez Esnaola [4]. Considérese la siguiente integral de línea

$$I = \int_C (\sigma_{ij} \hat{u}_i - \hat{\sigma}_{ij} u_i) n_j dl \quad (16)$$

donde  $n_j$  es el vector normal exterior al contorno  $C$ , y  $\hat{\sigma}_{ij}$  y  $\hat{u}_i$  son campos auxiliares de tensiones y desplazamientos que deben cumplir

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}_{ij} &= \lambda \delta_{ij} \hat{u}_{r,r} + \mu (\hat{u}_{i,j} + \hat{u}_{j,i}) \\ \hat{\sigma}_{ij,j} &= 0 \end{aligned} \quad (17)$$

Eligiendo un contorno  $C$  como el indicado en la Fig. 2 y aplicando el teorema de Gauss se obtiene la identidad

$$\begin{aligned} A &= \int_{\Gamma^*} (T_i \hat{u}_i - \hat{T}_i u_i) dl - \int_{\Gamma} (T_i \hat{u}_i - \hat{T}_i u_i) dl - \\ &- \int_{\Sigma} \rho \hat{u}_i \cdot \hat{u}_i ds \end{aligned} \quad (18)$$

En un problema antiplano, los únicos desplazamientos y tracciones son  $u_z$  y  $T_z$ . En cuanto a los campos auxiliares, si se toman las expresiones obtenidas para las proximidades de la punta de la entalla correspondientes al valor propio  $-\lambda$ , la integral sobre  $\Gamma^*$  está acotada y puede evaluarse analíticamente, siendo su valor

$$A = \frac{B\pi}{G} \quad (19)$$

La integral  $A$  puede interpretarse como un parámetro que caracteriza el estado singular de deformación del material en las proximidades de la punta de la entalla. Puede calcularse numéricamente a través de una integral de línea a lo largo de un contorno alejado de la zona singular  $\Gamma$  y una integral sobre el área encerrada por dicho contorno  $\Sigma$ . Esta técnica puede aplicarse como un post-proceso de los resultados obtenidos utilizando elementos isoparamétricos "standard" en la discretización.

Nótese, por último, que la integral  $A$  se reduce a una integral de línea en problemas estáticos.

#### 4. EJEMPLOS NUMERICOS

Se han considerado dos estructuras diferentes. La primera representa el caso límite de fractura y la segunda contiene una entalla con  $\beta=300^\circ$ . La Fig. 3 muestra la geometría del primer ejemplo, similar a la estudiada por Aoki et al. [5]. Debido a la simetría sólo se ha considerado un cuarto de la estructura en los cálculos numéricos. La geometría del segundo caso se contempla en la Fig. 4. Por simetría sólo se ha discretizado la parte superior.

Para ambos ejemplos, el material tiene por constantes  $\rho=2450 \text{ Kg/m}^3$ ,  $G=2.94 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$  y la estructura se considera cargada con una cortadura antiplana en las caras superior e inferior. Para los análisis dinámicos, se ha supuesto que la cortadura obedece a una función escalón de Heaviside.

Los resultados del primer ejemplo se muestran en la Fig. 5 en la que se representan los valores obtenidos para  $K_{III}$  utilizando elementos especiales e integrales invariantes. A efectos de comparación se presentan también los resultados obtenidos por Aoki et al. [5]. La independencia de las integrales respecto del contorno de integración se ha comprobado numéricamente, obteniéndose diferencias siempre inferiores al 1%.

Puede observarse que  $K_{III}$  alcanza el valor estático en  $t \approx 7\mu\text{s}$  y presenta un máximo en  $t \approx 13\mu\text{s}$  que supera el doble del valor estático.

Con respecto al segundo ejemplo,  $\beta=300^\circ$ , se ha realizado un análisis similar y los resultados obtenidos para el parámetro  $B$  se muestran en la Fig. 6. En este ejemplo, los valores para diferentes contornos difieren también menos del 1%. El valor estático se alcanza en  $t \approx 32\mu\text{s}$  y el máximo en  $t \approx 82\mu\text{s}$  que supera el doble del valor estático.

#### 5. CONCLUSIONES

Las técnicas presentadas permiten determinar el estado singular de deformación en la vecindad de la punta de entallas angulares planas bajo cargas antiplanas en medios elásticos. Se han seguido dos métodos de análisis basados en el M.E.F. El primero emplea formulación global-local para la definición de integrales independientes del contorno con ayuda de campos auxiliares. En ambos planteamientos, el problema de fractura se resuelve como un caso particular de la formulación general.

Los elementos especiales dan lugar a resultados más precisos que las integrales, aunque exigen una implementación especial, mientras que las integrales son en realidad un postproceso de resultados obtenidos con un código standard de elementos finitos.

Se han presentado ejemplos tanto para el caso estático como dinámico y se ha probado numéricamente la independencia de las integrales respecto del contorno.

## 6. REFERENCIAS

- [1] Cherepanov, G.P., (1979), "Mechanics of Brittle Fracture", McGraw-Hill.
- [2] Muskhelishvili, N.I., (1977), "Some Basic Problems of the Mathematical Theory of Elasticity", Noordhoff Int. Pub.
- [3] Williams, M.L., (1952), "Stress Singularities Resulting from Various Boundary Conditions in Angular Corners of Plates in Extension", J. Appl. Mech., 19, 526-528.
- [4] Atkinson, C., Bastero, J.M. and Martínez-Esnaola, J.M., (1988), "Stress Analysis in Sharp Angular Notches Using Auxiliary Fields", Engng. Fract. Mech., 31, 637-464.
- [5] Aoki, S., Kishimoto, K., Kondo, H., Sakata, M., (1978), "Elastodynamic Analysis of Crack by Finite Element Method Using Singular Element", Int. J. Fract., 14, 59-68.

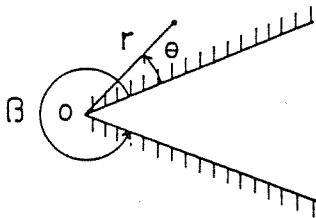


Fig. 1.- Definición de las coordenadas polares para la entalla.

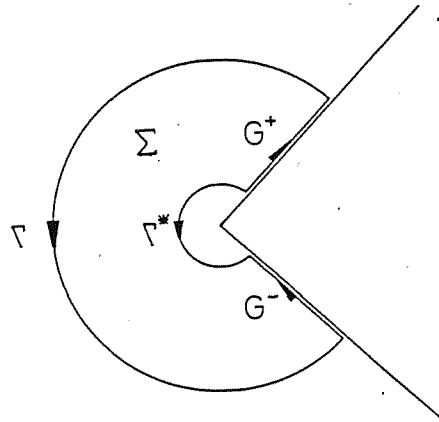


Fig. 2.- Contorno de integración

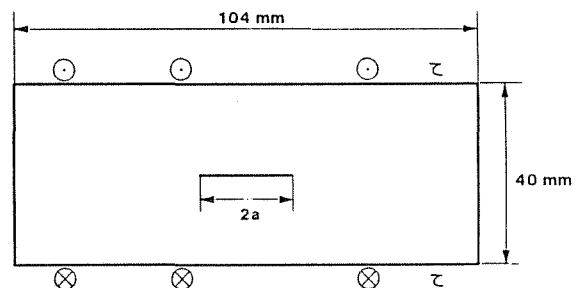


Fig. 3.- Grieta cargada en el modo III

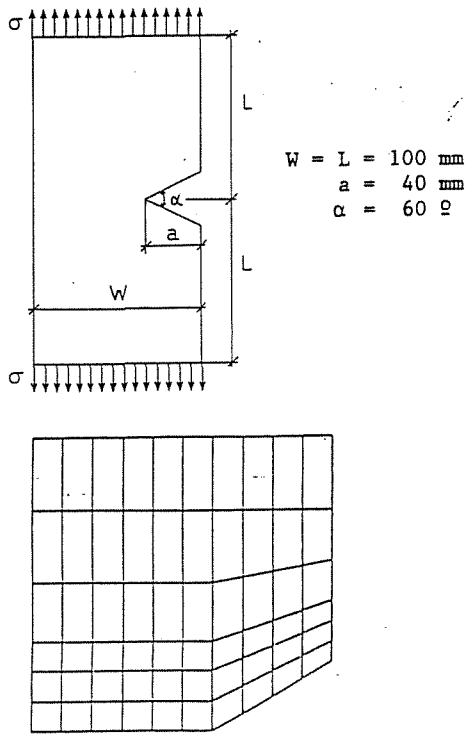


Fig. 4.- Geometría de la entalla y mallado de elementos finitos

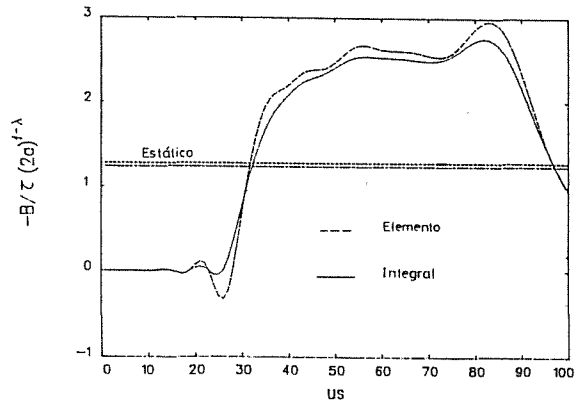


Fig. 6.- Evolución en el tiempo del parámetro B.

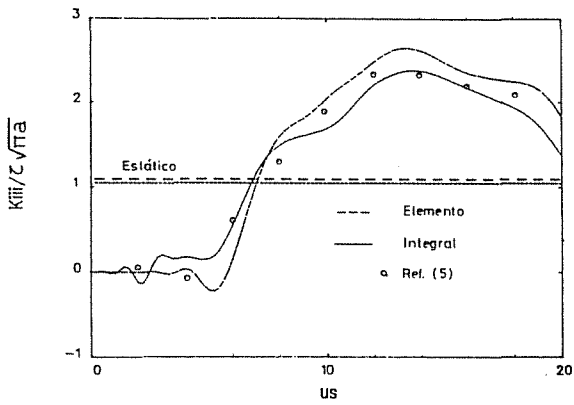


Fig. 5.- Evolución en el tiempo del factor de intensidad de tensión  $K_{III}$

## FACTORES DINAMICOS DE INTENSIDAD DE TENSION EN PROBLEMAS ELASTICOS TRANSITORIOS

Dominguez, José y Gallego, Rafael

Departamento de Mecánica de Medios Continuos, Teoría de Estructuras e Ingeniería del Terreno  
E.T.S. Ingenieros Industriales (Universidad de Sevilla)  
Av. Reina Mercedes s/n  
41012- SEVILLA

**Resumen.** - En el presente trabajo se utiliza la formulación dinámica paso a paso del Método de los Elementos de Contorno con una evolución temporal de las variables de contorno de tipo lineal a trozos para los desplazamientos y constante a trozos para las tracciones. La evolución espacial de ambos es de tipo parabólico. Se introduce además, un elemento singular en el vértice de la grieta. Se resuelve un problema de una placa con una grieta en su interior y se compara la evolución temporal del factor de intensidad de tensión  $K_I$  calculado, con resultados de otros autores. Se muestra como el resultado obtenido es muy preciso y como el procedimiento empleado muestra poca dependencia de la discretización espacial y temporal.

**Abstract.** - This paper presents the step by step dynamic formulation of the Boundary Element Method in combination with a piecewise constant time variation of the boundary tractions and a piecewise linear time variation of the boundary displacements. Quadratic spatial variation along the boundary elements is assumed for both tractions and displacements. A singular element is assumed at the crack tips. The problem of a cracked plate is solved and the stress intensity factor  $K_I$  is plotted versus time. The results are compared with those obtained by other authors. The obtained results are very accurate and the approach shows very little dependency on the boundary and time discretization.

### 1. INTRODUCCION.

El cálculo de los factores de intensidad de tensión (F.I.T.) constituye uno de los objetivos más importantes de un buen número de investigaciones dentro de la mecánica de la fractura. En el caso dinámico, el problema ha sido estudiado con profusión en los últimos años. Quizás el primer trabajo importante dentro de este campo es el presentado por De Hoop [1] en 1959, referente al análisis de una grieta semiinfinita sujeta a una presión con variación temporal en forma de escalón. En el caso de carga armónica pueden citarse como más importantes, en los comienzos, los trabajos de Sih y Loeber [2] y Mal [3]. Más recientemente y también referentes a excitaciones armónicas deben destacarse los trabajos de Achenbach y sus colaboradores [4, 5, y 6]. Por otra parte, Thau y Lu [7] y Sih et al. [8] estudiaron F.I.T. dinámicos ante sollicitaciones de tipo transitorio.

Todos los trabajos citados hasta este punto se refieren a medios infinitos o semiinfinitos e incluyen la evaluación numérica de algunas integrales o la resolución, también numérica, de ecuaciones integrales. Cuando el dominio a estudiar es finito, el problema del cálculo de F.I.T. dinámicos ha sido abordado mediante métodos numéricos que conllevan la discretización del dominio. Chen [9] estudió, mediante diferencias finitas, el caso de una placa cuadrada con una grieta centrada y sujeta a una tracción uniforme con variación temporal de tipo escalón. Otros autores han empleado más recientemente elementos finitos [10, 11, y 12]. El uso del Método de los Elementos de Contorno (M.E.C.) para este tipo de problemas parece especialmente adecuado ya que representa muy bien las concentraciones de tensión y no hace uso de ninguna discretización del dominio, con lo cual pueden evitarse alteraciones de las ondas elásticas a través del dominio, debidas a restricciones de los movimientos y tensiones.

El M.E.C. ha sido empleado en diversas ocasiones para el cálculo de F.I.T. estáticos [13]. En particular Blandford et al. [14] y Martínez y Domínguez [15] emplearon un elemento singular que produjo resultados muy precisos y fiables. En la presente comunicación se va a utilizar el mismo tipo de elemento singular de [15] pero dentro de un análisis dinámico en el dominio del tiempo para poder determinar la evolución temporal de los F.I.T. originados por cargas de tipo transitorio. Se hace uso de la formulación paso a paso del M.E.C., presentada por Mansur [16] y extendida por Antes [17], suponiendo, como estos autores una evolución temporal de las variables en el contorno de tipo constante a trozos, para las tensiones, y lineales a trozos, para los movimientos. Por primera vez, en lo que los autores conocen y en combinación con la evolución temporal indicada, se supone una evolución espacial de las variables sobre los elementos de contorno de tipo cuadrático.

Además se introduce el uso de un elemento singular en los vértices de grieta en combinación con la formulación paso a paso del M.E.C. Los detalles sobre la formulación general e implementación numérica del M.E.C. pueden encontrarse, por ejemplo, en el libro de Brebbia y Domínguez [18].

El tipo de elemento singular que se emplea en esta comunicación ha sido utilizado por Domínguez y Chirino [19], dentro de la formulación del M.E.C. en el dominio de la frecuencia, para calcular F.I.T. dinámicos correspondientes a cargas de tipo armónico y, en algún caso, en régimen transitorio, mediante la transformada de Fourier.

## 2. ECUACIONES BASICAS DEL MEC EN EL DOMINIO DEL TIEMPO.

La representación integral para un punto del contorno de un cuerpo puede ser escrita en la forma [20]:

$$\begin{aligned} c_{1j} u_j &= \int_{\Gamma} (U_{1j} * p_j - T_{1j} * u_j) d\Gamma \\ &+ \int_{\Omega} (U_{1j} * b_j) d\Omega + \\ &+ \rho \int_{\Omega} \langle \bar{v}_{j0} U_{1j0} - \bar{u}_{j0} \dot{U}_{1j0} \rangle d\Omega \end{aligned} \quad (1)$$

donde "\*" indica producto de convolución, el subíndice "0" condiciones iniciales,  $T_{1j}$  y  $U_{1j}$  son los tensores de tracciones y desplazamientos debidos a un impulso unidad en el medio infinito;  $u_j$  y  $p_j$  son los desplazamientos y tracciones sobre el contorno, respectivamente;  $b_j$  las fuerzas por

unidad de volumen, y  $c_{1j}$  un tensor que depende de la geometría del contorno en el punto cuya ecuación se escribe, siendo:  $c_{1j} = \delta_{1j}$  cuando el contorno es suave en el punto.

La respuesta del medio plano infinito ante una carga del tipo  $b_j = \delta_{1j} \delta(t - \tau) \delta(x - \xi)$  ubicada en el punto  $\xi$  es [20]:

$$\begin{aligned} U_{1j} &= U_{1j}(x, t; \xi) = \\ &\frac{1}{2\pi\rho} \left\{ \frac{1}{c_1} \frac{H(c_1 t - r)}{r^2} \left[ \frac{2c_1^2 t^2 - r^2}{R_1} r_{,i^r,j} - R_1 \delta_{1j} \right] \right. \\ &- \frac{1}{c_2} \frac{H(c_2 t - r)}{r^2} \\ &\left. \left[ \frac{2c_2^2 t^2 - r^2}{R_2} r_{,i^r,j} - \left( R_2 + \frac{r^2}{R_2} \right) \delta_{1j} \right] \right\} = \\ &= H(c_1 t - r) g_{1j}^{(1)} + H(c_2 t - r) g_{1j}^{(2)} = U_{1j}^{(1)} + U_{1j}^{(2)} \quad (2) \end{aligned}$$

En el caso de fuerzas de volumen y condiciones iniciales nulas, la ecuación (1) se transforma en:

$$c_{1j} u_j = \int_{\Gamma} (U_{1j} * p_j - T_{1j} * u_j) d\Gamma \quad (3)$$

Las derivadas espaciales de la  $U_{1j}$  dada por la ecuación (2) dan lugar a un producto de funciones singulares que sólo puede ser integrado después de una transformación que relaciona las derivadas espaciales y las temporales [16,17]. De ese modo la ecuación (3) se transforma en

$$\begin{aligned} c_{1j} u_j &= \\ &\int_0^{t^*} \left[ \int_{\Gamma} U_{1j} p_j d\Gamma \right] dt - \int_0^{t^*} \left[ \int_{\Gamma} (Z_{1j} u_j - J_{1j} \dot{u}_j) d\Gamma \right] dt \end{aligned}$$

donde

$$\begin{aligned} Z_{1j} &= \\ &\rho \sum_{\alpha=1}^2 H(c_{\alpha} t - r) \left[ (c_1^2 - 2c_2^2) \delta_{jx} \left( g_{11,1}^{(\alpha)} - \frac{r_{,1}}{c_{\alpha}} \frac{\partial}{\partial t} g_{11}^{(\alpha)} \right) + \right. \\ &\left. + c_2^2 \left( g_{1j,k}^{(\alpha)} - \frac{r_{,k}}{c_{\alpha}} \frac{\partial}{\partial t} g_{1j}^{(\alpha)} + g_{ik,j}^{(\alpha)} - \frac{r_{,j}}{c_{\alpha}} \frac{\partial}{\partial t} g_{ik}^{(\alpha)} \right) \right] n_x = \end{aligned}$$

$$= Z_{ij}^{(1)} + Z_{ij}^{(2)} \quad (4)$$

$$J_{ij} = \rho \sum_{\alpha=1}^2 \frac{1}{c_{\alpha}} [ (\sigma_1^2 - 2\sigma_2^2) \delta_{jk} r_{,1} U_{i1}^{(\alpha)} + \sigma_2^2 (r_{,k} U_{ij}^{(\alpha)} + r_{,j} U_{ik}^{(\alpha)}) ] n_k = J_{ij}^{(1)} + J_{ij}^{(2)}$$

El límite superior  $t^+$  se usa para evitar terminar la integración en el pico de una función  $\delta$ .

## 2. IMPLEMENTACION NUMERICA

Los desplazamientos y tracciones se aproximan mediante funciones de interpolación en la forma

$$u_j = \sum_q \sum_m \varphi^q(r) \eta^m(t) u_j^{mq}$$

$$p_j = \sum_q \sum_m \psi^q(r) \mu^m(t) p_j^{mq} \quad (5)$$

donde  $q$  indica el nodo del contorno y  $m$  el paso de tiempo.

Las interpolaciones temporales se suponen:  $u^m(t)$  constante y  $\eta^m(t)$  lineal, en cada paso.

Las interpolaciones espaciales  $\varphi^q(r)$  y  $\psi^q(r)$  se suponen de tipo cuadrático, salvo en los elementos singulares.

La ecuación (4) después de las interpolaciones, toma la forma:

$$\sigma_{ij} u_j = \sum_{m=1}^M \sum_{q=1}^Q \left[ \int_{\Gamma_q} \left[ \int_{t_{m-1}}^{t_m^+} U_{ij} \mu^m dt \right] \psi^q d\Gamma \right] p_j^{mq} - \left[ \int_{\Gamma_q} \left[ \int_{t_{m-1}}^{t_m^+} (Z_{ij} \eta^m - J_{ij} \dot{\eta}^m) dt \right] \varphi^q d\Gamma \right] u_j^{mq} \quad (6)$$

donde  $Q$  es el número total de nodos y  $M$  el de pasos de tiempo hasta  $t$ .

La primera integral de (6) puede escribirse como

$$\int_{t_{m-1}}^{t_m^+} U_{ij} \mu^m dt = \int_{t_{m-1}}^{t_m^+} (U_{ij}^{(1)} + U_{ij}^{(2)}) \mu^m dt = U_{ij}^{m(1)} + U_{ij}^{m(2)} \quad (7)$$

Mediante integración analítica se obtiene para  $t = t_n$ ,  $t_m = t_m$  y  $t_{m-1} = t_m - \Delta t$

$$U_{ij}^{m(\alpha)} = U_{ij}^{m(\alpha)}(r, t_n, \xi) =$$

$$\frac{1}{2\pi\rho} \left\{ r^{-2} \left( \frac{1}{2} \delta_{ij} - r_{,i} r_{,j} \right) (-1)^\alpha \left[ (t_n - t_m + \Delta t) \sqrt{(t_n - t_m + \Delta t)^2 - (r/c_\alpha)^2} - (t_n - t_m) \sqrt{(t_n - t_m)^2 - (r/c_\alpha)^2} \right] + \frac{\delta_{ij}}{2c_\alpha^2} \ln \frac{(t_n - t_m + \Delta t) + \sqrt{(t_n - t_m + \Delta t)^2 - (r/c_\alpha)^2}}{t_n - t_m + \sqrt{(t_n - t_m)^2 - (r/c_\alpha)^2}} \right\}$$

cuando  $(t_n - t_m) > r/c_\alpha$

$$\frac{1}{2\pi\rho} \left\{ r^{-2} \left( \frac{1}{2} \delta_{ij} - r_{,i} r_{,j} \right) (-1)^\alpha \left[ (t_n - t_m + \Delta t) \sqrt{(t_n - t_m + \Delta t)^2 - (r/c_\alpha)^2} \right] + \frac{\delta_{ij}}{2c_\alpha^2} \ln \frac{(t_n - t_m + \Delta t) + \sqrt{(t_n - t_m + \Delta t)^2 - (r/c_\alpha)^2}}{r/c_\alpha} \right\}$$

cuando  $(t_n - t_m) < t_n - t_m + \Delta t$

0 cuando  $(t_n - t_m + \Delta t) < r/c_\alpha$  (8)

La segunda integral de (6) puede también escribirse en forma similar como

$$\int_{t_{m-1}}^{t_m^+} (Z_{ij} \eta^m - J_{ij} \dot{\eta}^m) dt = T_{ij}^{m(1)} + T_{ij}^{m(2)} \quad (9)$$

e integrarla teniendo en cuenta

$$\eta^m = \begin{cases} \frac{t - t_m}{\Delta t} + 1 & \text{cuando } t_{m-1} \leq t \leq t_m \\ \frac{t_{m+1} - t}{\Delta t} & \text{cuando } t_m \leq t \leq t_{m+1} \\ 0 & \text{en los demás casos} \end{cases} \quad (10)$$

para obtener la siguiente expresión

$$T_{ij}^{m(\alpha)} = T_{ij}^{m(\alpha)}(r, t_n; \xi) = (-1)^\alpha \frac{n_k}{2\pi} \frac{\Delta t^2}{r^3} \left\{ \frac{2}{3} \sigma_2^2 [4r_{,1}r_{,j}r_{,k} - r_{,j}\delta_{ik} - r_{,k}\delta_{ij} - r_{,i}\delta_{jk}] \right. \\ \left. [-2 D_{rm}^{3(\alpha)}(r;0) + D_{rm}^{3(\alpha)}(r;-1) + D_{rm}^{3(\alpha)}(r;1)] + a_{1jk}^{(\alpha)}(r) \left[ \frac{r}{c_\alpha \Delta t} \right]^2 \right. \\ \left. [-2 D_{rm}^{1(\alpha)}(r;0) + D_{rm}^{1(\alpha)}(r;-1) + D_{rm}^{1(\alpha)}(r;1)] \right\} \quad (11)$$

donde

$$D_{rm}^{k(\alpha)}(r;p) = \begin{cases} \sqrt{\left[ (n-m+p)^2 - \left( \frac{r}{c_\alpha \Delta t} \right)^2 \right]^k} & \text{si } n - m + p > \frac{r}{c_\alpha \Delta t} \\ 0 & \text{en los demás casos} \end{cases} \quad (12)$$

y

$$a_{1jk}^{(1)}(r) = 2\sigma_2^2 r_{,1} r_{,j} r_{,k} + (\sigma_1^2 - 2\sigma_2^2) r_{,i} \delta_{jk} \quad (13)$$

$$a_{1jk}^{(2)}(r) = \sigma_2^2 (2r_{,1} r_{,j} r_{,k} - r_{,j} \delta_{ik} - r_{,k} \delta_{ij})$$

La ecuación de elementos de contorno queda:

$$\sigma_{ij} u_j = \sum_{m=1}^M \sum_{q=1}^Q \left\{ \left[ \int_{\Gamma_q} (U_{ij}^{m(1)} + U_{ij}^{m(2)}) d\Gamma \right] \psi^q p_j^{mq} - \left[ \int_{\Gamma_q} (T_{ij}^{m(1)} + T_{ij}^{m(2)}) d\Gamma \right] \varphi^q u_j^{mq} \right\} \quad (14)$$

donde  $U_{ij}^{m(k)}$  y  $T_{ij}^{m(k)}$  están dadas por (8) y (11) respectivamente.

La integración sobre cada uno de los elementos de contorno de los términos de la ecuación (14) para cada paso de tiempo se realiza numéricamente mediante cuadratura de Gauss, excepto en el caso del primer instante de tiempo y en el propio elemento en el que se está calculando la solución, para el cual aparecen singularidades en los núcleos. En este caso se calcula analíticamente la parte de cada integral correspondiente al término singular.

### 3. ELEMENTOS SINGULARES

La geometría, desplazamientos y tracciones en el caso de elementos cuadráticos son representadas a lo largo del elemento como:

$$f_i = \phi^1 f_i^1 + \phi^2 f_i^2 + \phi^3 f_i^3 \quad (15)$$

donde  $\phi^1, \phi^2$  y  $\phi^3$  son polinomios cuadráticos dependientes de la coordenada natural  $\xi$ ,  $f_i$ , representa una coordenada cartesiana, un desplazamiento o una tracción, y  $f_i^j$  sus valores nodales.

Si se toma un elemento cuadrático rectilíneo con su nodo central colocado a un cuarto de la longitud a partir de uno de los extremos y se expresa la coordenada  $\xi$  en función de  $r$  definida a lo largo del elemento (figura 1), la ecuación (15) se transforma en:

$$f_i = a_i^1 + a_i^2 \sqrt{\frac{r}{l}} + a_i^3 \frac{r}{l} \quad (16)$$

siendo:

$$a_i^1 = f_i^1$$

$$a_i^2 = -f_i^3 + 4f_i^2 - 3f_i^1$$

$$a_i^3 = 2f_i^3 - 4f_i^2 + 2f_i^1$$



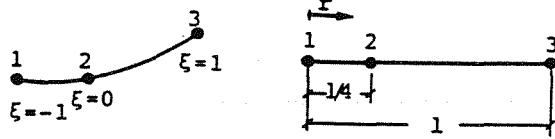


Figura 1. Elementos cuadráticos

La geometría del elemento da lugar, pues, a una forma de  $f_1$  que es capaz de representar el comportamiento de tipo  $\sqrt{r}$  de los desplazamientos. Para ello únicamente hay que hacer coincidir  $r$  a lo largo del elemento con  $r$  a lo largo de los labios de la grieta.

Para evitar problemas numéricos, se hace pasar un contorno a lo largo de la grieta dividiendo así el dominio en estudio en subdominios. Se presentará pues una singularidad en las tracciones en el elemento que, partiendo del vértice de la grieta se adentra en el medio continuo. Esta singularidad que será del tipo  $1/\sqrt{r}$ , puede ser incluida en la representación si se hace uso de un elemento cuadrático de nodo a un cuarto con unas funciones de forma singulares. Para ello sólo hay que incluir un término del tipo  $1/\sqrt{r}$ .

$$P_1 = \hat{p}_1^1 \hat{\phi}^1 \sqrt{\frac{1}{r}} + \hat{p}_1^2 \hat{\phi}^2 \sqrt{\frac{1}{r}} + \hat{p}_1^3 \hat{\phi}^3 \sqrt{\frac{1}{r}}$$

$$P_1 = \hat{p}_1^1 \hat{\phi}^1 + \hat{p}_1^2 \hat{\phi}^2 + \hat{p}_1^3 \hat{\phi}^3 \quad (17)$$

donde  $\hat{p}_1^j$  son ahora los valores nodales de  $p_1$  divididos por los valores nodales de  $\hat{\phi}^j$ ,

$$\begin{aligned} \hat{p}_1^3 &= p_1^3 \\ \hat{p}_1^2 &= p_1^2 / 2 \end{aligned} \quad (18)$$

$$\hat{p}_1^1 = \lim_{r \rightarrow 0} p_1^1 \sqrt{\frac{r}{1}}$$

y la ecuación (9) en términos de  $r$  es:

$$P_1 = \hat{a}_1^1 \sqrt{\frac{1}{r}} + \hat{a}_1^2 + \hat{a}_1^3 \sqrt{\frac{r}{1}} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \text{siendo } a_1^1 &= p_1^1; \quad a_1^2 = -p_1^3 + 4p_1^2 - 3p_1^1 \quad \text{y} \\ a_1^3 &= 2p_1^3 - 4p_1^2 + 2p_1^1. \end{aligned}$$

En consecuencia, el elemento singular de nodo a un cuarto permite una representación correcta, tanto de los desplazamientos como de las tracciones. Establecida esta representación, los factores de intensidad de tensión pueden determinarse de una forma directa mediante el valor nodal de la tracción en el vértice si se toma la discretización de manera que el elemento adyacente al vértice siga un ángulo  $\theta = 0^\circ$  (figura 2). La coordenada  $r$  coincide con  $r$  y de la expresión de las tensiones se tiene:

$$\sigma_{11} = \sigma_{22} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}}$$

$$\sigma_{12} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \quad (20)$$

Los valores en el nodo  $k$  son:

$$\begin{aligned} \hat{p}_1^k &= \lim_{r \rightarrow 0} p_1 \sqrt{\frac{r}{1}} = \lim_{r \rightarrow 0} (\sigma_{11} \eta_1 + \sigma_{12} \eta_2) \sqrt{\frac{r}{1}} = \\ &= \frac{1}{2\pi l} (K_I \eta_1 + K_{II} \eta_2) \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \hat{p}_2^k &= \lim_{r \rightarrow 0} p_2 \sqrt{\frac{r}{1}} = \lim_{r \rightarrow 0} (\sigma_{12} \eta_1 + \sigma_{22} \eta_2) \sqrt{\frac{r}{1}} = \\ &= \frac{1}{2\pi l} (K_{II} \eta_1 + K_I \eta_2) \end{aligned}$$

donde  $\eta_1$  son las componentes de la normal unitaria.

Tomando un sistema local de coordenadas tal que  $\eta_1 = 0$  y  $\eta_2 = 1$ , los factores de intensidad coincidirán con los valores nodales de  $t$ , salvo una constante.

$$K_I = \hat{p}_2^k \sqrt{2\pi l} \quad (22)$$

$$K_{II} = \hat{p}_1^k \sqrt{2\pi l}$$

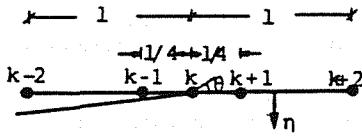


Figura 2. Elementos adyacentes al vértice

Los factores de intensidad de tensión  $K_I$  y  $K_{II}$  pueden también calcularse utilizando los desplazamientos a lo largo de los bordes de la grieta en la forma tradicional de elementos finitos. Si se emplean dos nodos (figura 2)

$$K_I = \frac{\mu}{(1-\nu)} \sqrt{\frac{2\pi}{l}} (4u_2^{k-1} - u_2^{k-2}) \quad (23)$$

o si se emplea uno sólo

$$K_I = \frac{\mu}{(1-\nu)} \sqrt{\frac{2\pi}{l}} u_2^{k-1} \quad (24)$$

donde  $\mu$  es el módulo de elasticidad transversal y  $\nu$  el de Poisson. De forma similar se calcula  $K_{II}$  haciendo uso de los desplazamientos en la dirección de la propia grieta.

#### 4. PLACA RECTANGULAR CON GRIETA CENTRADA

El problema que se trata a continuación ha sido ya utilizado como ejemplo de validación de diversos métodos de cálculo de F.I.T. y su resolución mediante diferencias finitas es debida a Chen [9]. Aunque la solución conocida fue obtenida mediante un método numérico, se utiliza con frecuencia como referencia por no disponerse de alguna otra más fiable. La geometría y condiciones de contorno del problema se presentan en la figura 3. Las propiedades mecánicas son:

- Módulo de elasticidad transversal :  $\mu = 76923 \text{ GPa}$
- Módulo de Poisson :  $\nu = 0.3$
- Densidad :  $\rho = 5000 \text{ Kg/m}^3$

Una carga de tracción uniforme  $P = 0.4 \text{ GPa}$  es aplicada en los extremos con una variación temporal en forma de escalón.

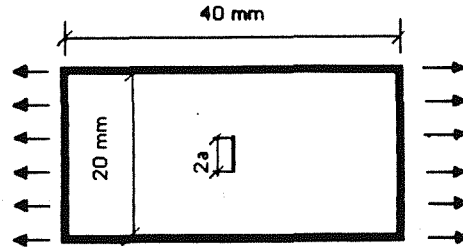


Fig. 3. Placa con grieta centrada ( $a = 2.4 \text{ mm}$ ).

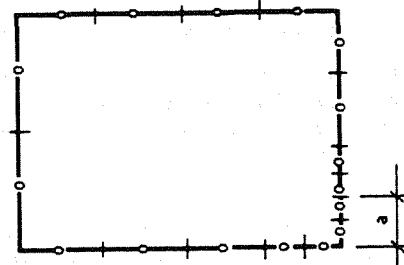


Fig. 4. Discretización de la geometría.

La discretización de elementos de contorno empleada se muestra en figura 4. Sólo se discretiza un cuarto de la placa por la simetría del problema. El paso de tiempo escogido es  $\Delta t = 0.32 \mu\text{s}$  tal que las ondas P recorren una distancia de 2.4 mm en un  $\Delta t$ . Los dos elementos adyacentes al vértice de la grieta son elementos con nodo a un cuarto o elementos con nodo a un cuarto y función de forma singular según la ecuación (17).

En la figura 5(a) se representa el F.I.T. normalizado con  $P(t)\sqrt{\pi a}$  en función del tiempo. El valor de  $K_I$  ha sido obtenido directamente del valor nodal del elemento singular del vértice de la grieta según la ecuación (22). Como se puede apreciar la aproximación a los resultados de Chen es muy grande. En la figura 5(b) y 5(c) se representa el mismo factor  $K_I$  pero calculado en función de los desplazamientos a lo largo de los bordes según la ecuación (23) para 5(b) y (24) para la figura 5(c). Análogamente se representan los valores obtenidos con las ecuaciones (23) y (24) en las figuras 5(d) y 5(e) pero empleando elementos cuadráticos con nodo a un cuarto pero sin función de forma singular. Como puede apreciarse los resultados de 5(a) y 5(b) son los que menos difieren de los de Chen.

Todos los resultados de la figura 5 se obtuvieron con la discretización de la figura 4. La longitud relativa de los elementos adyacentes al vértice de la grieta respecto a la longitud de la misma influirá en el resultado obtenido. En la figura 6 se

representa el F.I.T. normalizado cuando los elementos adyacentes al vértice son de longitud  $l = 0.3 \cdot a$  y los siguientes de longitud  $l = 0.7 \cdot a$  y el resto de la discretización como la del caso anterior. Los resultados de la figura 6 muestran la buena fiabilidad del método respecto al tamaño de los elementos empleados. Para tener idea de esta fiabilidad, se han obtenido resultados con los cinco procedimientos de las figuras 5(a) a 5(e) y diversas longitudes  $l$  de los elementos adyacentes al vértice. La figura 7 muestra la raíz cuadrada de la integral del cuadrado de la diferencia entre la curva del M.E.C. y la de Chen dividida entre el intervalo total de integración, para distintos valores de  $l/a$  y los cinco procedimientos indicados. Como cabría esperar, el procedimiento menos sensible a la discretización es el que hace uso del valor nodal de  $p_1$  en el vértice ( $K_t$ ) y los procedimientos menos fiables son los que hacen uso de elementos con nodo a un cuarto pero no singulares ( $K_{u1n}$  y  $K_{u2n}$ ). Debe indicarse aquí que los resultados de Chen fueron obtenidos numéricamente y que las pequeñas diferencias existentes en la figura 5(a) no necesariamente son debidas a error del método propuesto en este artículo.

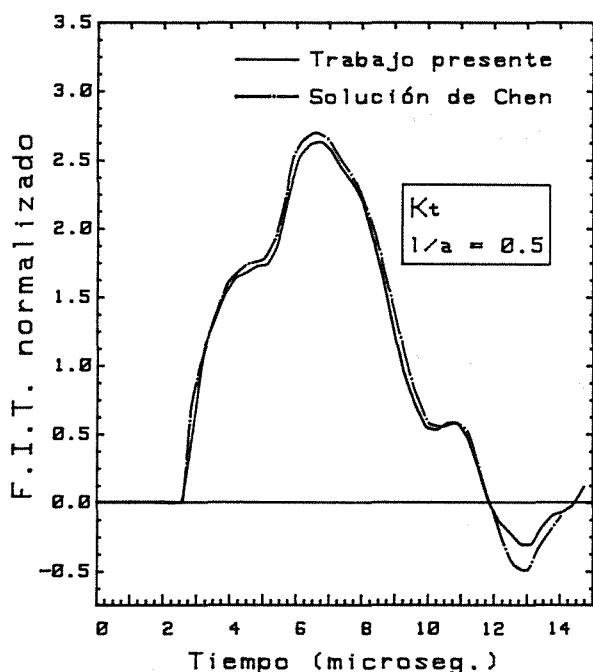


Fig. 5(a). F.I.T. calculado con la tensión nodal del elemento a un cuarto singular. ( $l/a = 0.5$ )

Con objeto de comparar con resultados de elementos finitos, se muestra en la figura 8 el factor de intensidad de tensión  $K_I$  normalizado que obtuvieron recientemente Murti y Valliappan [12] haciendo uso de un elemento finito singular con nodo a un cuarto y una malla con una discretización en elementos rectangulares con el doble de nodos sobre el contorno que la empleada en este artículo, y con el mismo paso de tiempo. Como puede verse los resultados tanto para masa

consistente como concentrada están menos de acuerdo con los de Chen que los del presente artículo, además de presentar oscilaciones sensibles. Las curvas reproducidas aquí son probablemente las más suaves y precisas de cuantas presentan Murti y Valliappan que hacen en su artículo un estudio del importante efecto oscilatorio no deseado que presenta su solución dependiendo de la discretización y paso de tiempo escogido. En el caso del M.E.C., como se ve en las figuras 5 y 6, estos efectos prácticamente no se producen. En estudios próximos se abordará con mayor extensión el efecto del tamaño del paso escogido que si bien no da lugar a tantas oscilaciones como en elementos finitos debe ser optimizado.

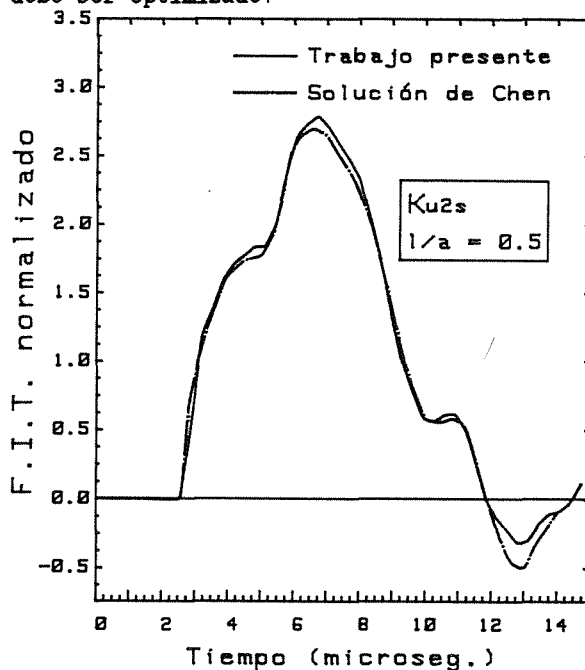


Fig. 5(b).

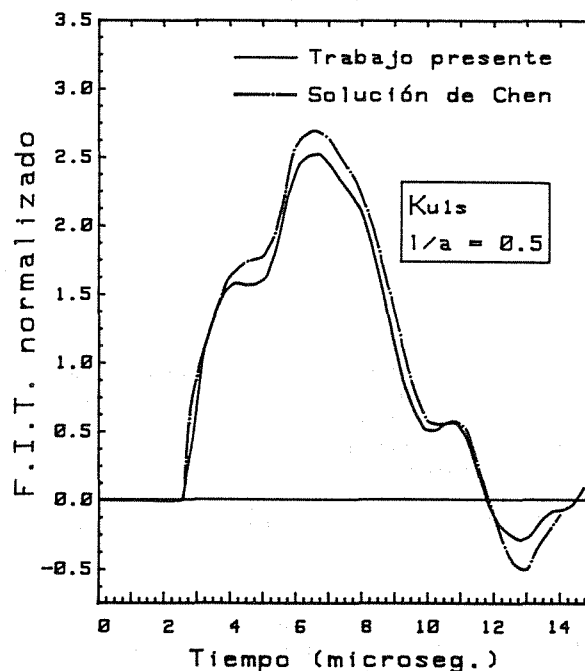


Fig. 5(c).

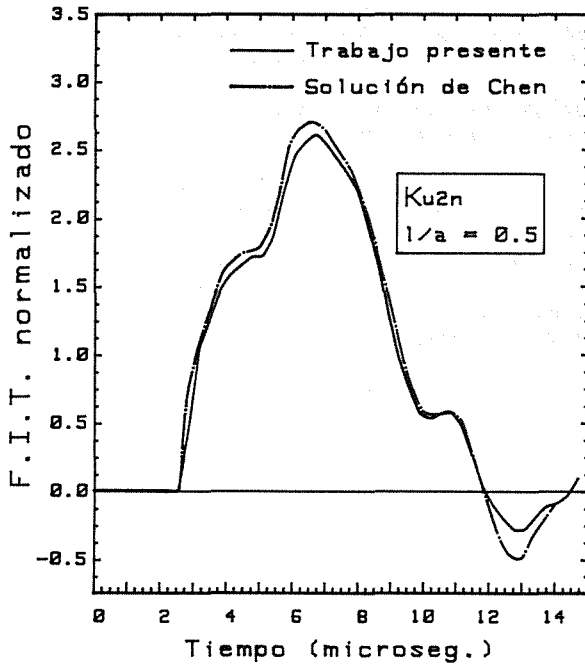


Fig. 5(d).

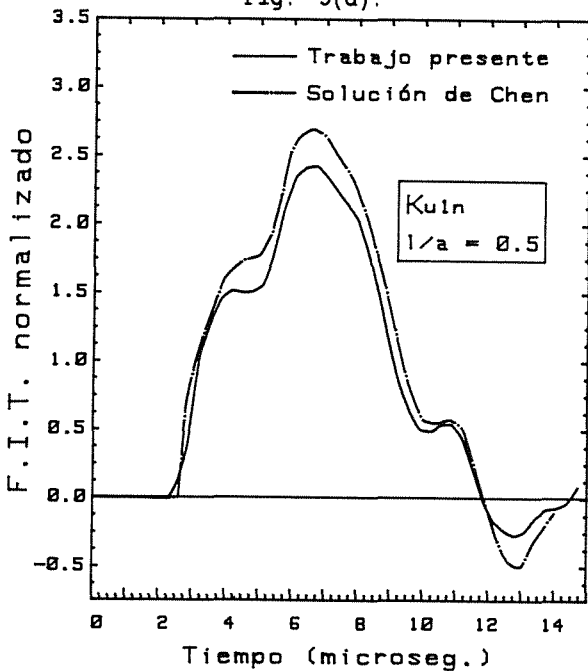


Fig. 5(e).

5. CONCLUSIONES.

Se ha propuesto un procedimiento para el cálculo de factores de intensidad de tensión haciendo uso del Método de los Elementos de Contorno en elementos sometidos a cargas dinámicas de tipo transitorio. Los factores dinámicos de intensidad de tensión se calculan directamente del valor nodal (en el vértice de la grieta) de la representación de las tracciones sobre un elemento cuadrático singular.

Se ha demostrado como este procedimiento directo y sencillo produce resultados precisos en cuerpos de dimensiones finitas. El tipo de elemento singular empleado puede ser fácilmente implementado dentro de un

programa general de elementos de contorno con elementos cuadráticos para problemas dinámicos en el dominio del tiempo.

Los resultados aquí presentados son menos sensibles a la discretización espacial y temporal que los obtenidos por otros autores mediante elementos finitos.

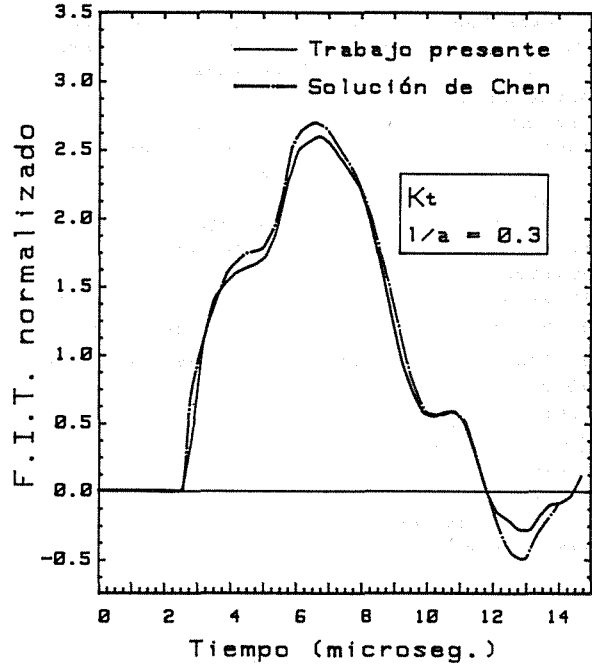


Fig. 6. F.I.T. calculado con la tensión nodal en el elemento a un cuarto singular. ( $1/a = 0.3$ )

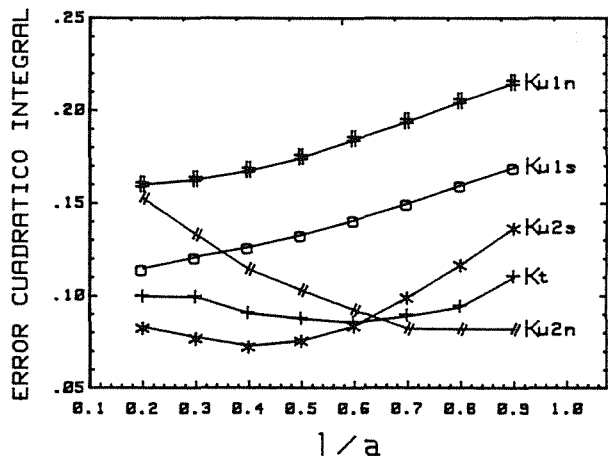


Fig. 7. Diferencia cuadrática integral entre la solución de Chen y las obtenidas con el M.E.C., para diferentes valores de  $1/a$ .

6. AGRADECIMIENTOS

Los autores quieren expresar su gratitud a la Comisión Interministerial de Ciencia y Tecnología por la ayuda financiera recibida a través del Proyecto de Investigación N° PB86-0139.

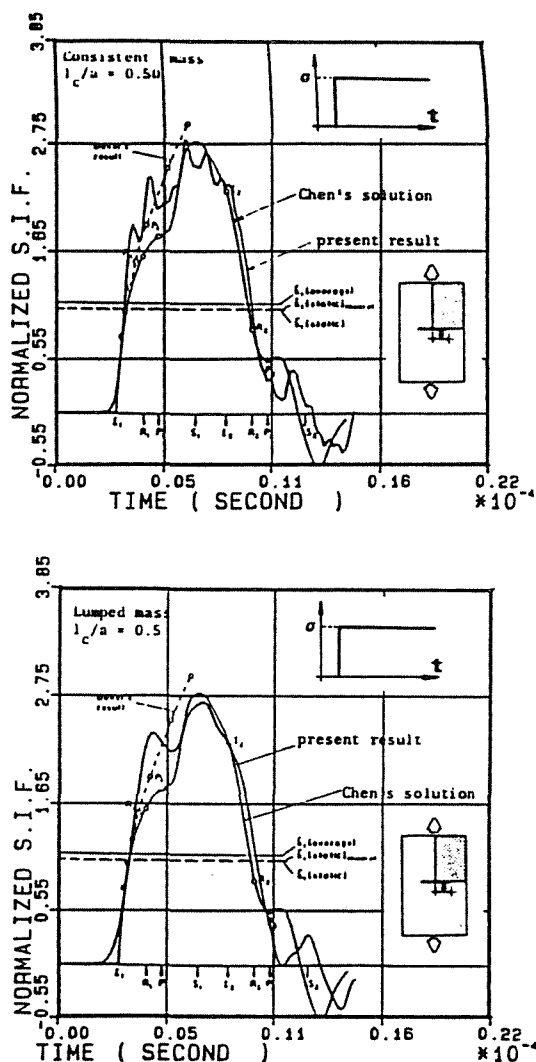


Fig. 8. F.I.T. calculado con Elementos Finitos.

## 7. REFERENCIAS

- [1]. De Hoop., (1959) "Representation Theorems for the Displacement in an Elastic Solid and Their Applications to Elastodynamics Diffraction Theory." thesis, Technische Hogeschool, Delft, (1959).
- [2]. Sih, G.C., and Loeber, J.F., (1969), "Wave Propagations in an Elastic Solids with a Line of Discontinuity or finite Crack.", *Q. Appl. Math.*, Vol. 27, pp. 193-231.
- [3]. Mal, A.K., (1970) "Interaction of Elastic Waves with a Griffith Crack.", *Int. J. Engng. Sci.* Vol. 8, pp. 763-776.
- [4]. Keer, L.M., Lin.W., and Achenbach, J.D., (1984), "Resonance Effects for a Crack Near a Free Surface." *J. Appl. Mech.*, Vol. 51. pp. 65-70.
- [5]. Lin, W., Keer, L.M. and Achenbach, J.D., (1984), "Dynamic Stress Intensity Factors for an Inclined Subsurface Crack.", *J. Appl. Mech.*, Vol. 51, pp. 773-779.
- [6]. Angel, Y.C., and Achenbach, J.D., "Stress Intensity Factor for 3-D Dynamic Loading of a Cracked Halfspace.", *J. of Elasticity*, Vol. 15, pp. 89-102.
- [7]. Thau, S.A., and Lu, T.H., (1971), "Transient Stress Intensity Factors for a Finite Crack in an Elastic Solid Caused by a Dilatational Wave." *Int. J. Solids and Structures*, Vol. 7, pp. 731-750.
- [8]. Sih, G.C., Embley, G.T. and Ravera, R.S., (1972), "Impact Response of a Finite Crack in Plane Extension." *Int. J. Solids and Structures*, Vol. 8, pp. 977-993.
- [9]. Chen, Y.M., (1975), "Numerical computation of Dynamic Stress Intensity Factor by Lagrangian Finite-difference Method.", *Eng. Fract. Mech.*, Vol. 7, pp. 653-660.
- [10]. Atluri, S.N., and Nishioka, T., (1985), "Numerical Studies in Dynamic Mechanics.", *Int. J. Fract.*, Vol. 27, pp. 245-261.
- [11]. Aoki, S., Kishimoto, K., Kondo, H., and Sakata, M., (1978), "Elastodynamic Analysis of Crack by Finite Element Method Using Singular Element", *Int. J. Fract.*, Vol. 14. pp. 59-68.
- [12]. Murti, V., and Valliappan, S., (1986), "The Use of Quarter Point Element in Dynamic Crack Analysis." *Eng. Fract. Mech.*, Vol. 23, pp. 585-614.
- [13]. Cruse, T.A., (1978), "Two-dimensional BIE Fracture Mechanics Analysis", *Appl. Math. Modelling*, Vol. 2, pp. 287-293.
- [14]. Blandford, G.E., Ingraffea, A.R. and Liggett, J.A., (1981), "Two-dimensional Stress Intensity Factor Computations Using the Boundary Element Method." *Int. J. Num. Meth. Eng.*, Vol. 17, pp. 387-404.
- [15]. Martínez, J. and Domínguez, J., (1984), "On the Use of Quarter-point Boundary Elements for Stress Intensity Factor Computations." *Int. J. Num. Meth. Eng.* Vol. 20, pp. 1941-1950.

- [16] W.J.Mansur,(1983) 'A time-stepping technique to solve wave propagation problems using the boundary element method',Ph.D.Thesis, University of Southampton,U.K.
- [17] H.Antes,(1985)"A boundary element procedure for transient wave propagations in two-dimensional isotropic elastic media", Finite Elem. Anal. Des.,1,313-322.
- [18] Brebbia C.A., and Dominguez, J., (1989), "Boundary Elements. An introductory Course", CMP Publications McGraw-Hill.
- [19] Dominguez, J. y Chirino, F. (1986), "B.E.M. for Dynamic Crack Problems in Two Dimensions" BETECH 86, J.J. Connor and C.A. Brebbia Ed., Computational Mechanics Publications, Southampton - Boston.
- [20] A.C.Eringen y E.S.Suhubi,(1975) 'Elastodynamics Vol.II, Linear Theory', Academic Press,NY.

## TRATAMIENTO DE GRIETAS EN REGIONES CILINDRICAS SOMETIDAS A CARGAS DINÁMICAS

P. Pintado

F.G. Benitez

Departamento de Ingeniería Mecánica y de los Materiales  
Escuela Superior de Ingenieros Industriales  
Avda. Reina Mercedes s/n , 41012 Sevilla

**Resumen.-** El propósito de este artículo es dar a conocer un nuevo procedimiento para tratar problemas tridimensionales en placas como lo es el de una grieta semi-infinita en una placa isotropa infinita.

La solución fundamental de Green, correspondiente a una carga puntual dinámica que actúa en el interior de una placa gruesa, infinita y homogénea, se usa junto con la técnica de ecuaciones integrales de contorno para obtener la formulación de los campos de tensiones y desplazamientos en problemas dinámicos de placas con grietas pasantes semi-infinitas.

La técnica propuesta puede ser usada en el análisis de otras configuraciones geométricas tales como grietas presurizadas y agujeros circulares en placas de espesor arbitrario.

**Abstract.-** The purpose of this paper is to report on a new approach for dealing with the analytical evaluation for the solution of a three dimensional problem of a semi-infinite stress-free crack in an unbounded isotropic medium.

The fundamental solution of a Green's function for a dynamic point load acting in the interior of an unbounded, homogeneous, isotropic thick plate is used in connection with the boundary integral equations technique to obtain a formulation for the stress and displacement fields in problems concerning semi-infinite through-cracks in plates subjected to dynamic loads.

The technique proposed can be used for the analysis of other geometrical configurations such as pressurized cracks and circular holes in plates of arbitrary thickness.

### 1 INTRODUCCIÓN

Desarrollos recientes en mecánica de la fractura han hecho posible analizar cuerpos agrietados, ya sean elásticos o elastoplásticos, con relativa facilidad. Sin embargo, en la mayoría de los casos prácticos, el problema de la fractura consiste en grietas pasantes en placas gruesas o grietas superficiales en donde el carácter tridimensional de los campos de tensiones y desplazamientos no puede ser ignorado.

Las soluciones de elementos finitos aplicadas al estudio de modelos de grietas tridimensionales han sido extensamente revisadas en publicaciones recientes [1]. Estos estudios tridimensionales requieren generalmente grandes medios de computación además de ser muy sensibles a modificaciones en la malla de discretización.

El método de las ecuaciones integrales de contorno se establece como una herramienta complementaria a los métodos de elementos finitos para el análisis de tensiones en elastostática y elastodinámica. Algunas de sus ventajas son bien conocidas. En primer lugar, el método reduce en una unidad la dimensión del problema. Por otra parte, es especialmente apropiado para problemas en los que intervienen regiones infinitas. En tercer lugar, puesto que la formulación se basa en soluciones fundamentales que verifican las ecuaciones diferenciales que gobiernan el problema, solo es necesario asumir una aproximación de las variables en el contorno a la hora de resolver numéricamente las ecuaciones. Una vez obtenida la solución numérica en el contorno, pueden determinarse fácilmente los valores internos. Estas características son especialmente ventajosas en el modelado de regiones con altos gradientes de tensiones con gran exactitud y rendimiento, haciendo de esta técnica una

herramienta interesante para la solución numérica de problemas en mecánica de la fractura.

Existen básicamente tres procedimientos para la solución de problemas transitorios en elastodinámica lineal con la técnica de integrales de contorno. El primero corresponde a la formulación en el dominio del tiempo. Uno de los primeros trabajos sobre este método se debe a Friedman y Shaw [2], en acústica, aplicado más tarde a problemas de elastodinámica por Shaw [3], Cole et al. [4], Niwa et al. [5] y Fujiki [6]. El segundo procedimiento tiene que ver con la determinación de soluciones estacionarias armónicas y el uso de la transformación de Fourier para obtener la respuesta en el dominio del tiempo. Este procedimiento fué aplicado por Banaugh y Goldsmith [7] y Niwa et al. [8,9]. Finalmente, el tercer procedimiento corresponde a la resolución del problema dinámico en el dominio de Laplace y la inversión numérica para obtener la respuesta en el dominio del tiempo.

En algunos artículos se muestran distintas formulaciones del método de las integrales de contorno que son útiles para la resolución de tipos particulares de problemas de contorno. La principal diferencia entre todos ellos estriba en el uso de distintas funciones de Green apropiadas para la geometría del problema considerado.

La mayor parte de los artículos relacionados anteriormente tratan problemas generales de elastodinámica bidimensional y tridimensional, así pues, para el primer procedimiento se usa la solución fundamental de Stokes correspondiente a una carga dinámica concentrada que actúa en un medio infinito, y su transformada de Fourier/Laplace se usa para el segundo/tercer método respectivamente. Para problemas en los que interviene una superficie libre, es de interés la solución de Lamb correspondiente a una carga dinámica actuando en el semiespacio isótropo. También se debe mencionar el trabajo de Harkrider [10] en donde se presentó la formulación para cargas concentradas embebidas en un semiespacio estratificado.

En este trabajo se discute la especialización de las identidades integrales usadas en el método de elementos de contorno que son apropiadas para la solución numérica de problemas singulares tridimensionales con geometrías asimilables a la de una placa. La formulación hace uso de la solución analítica del problema de una carga dinámica concentrada en una placa infinita de espesor uniforme, obtenida recientemente por los autores.

En la primera parte del artículo se presentan soluciones fundamentales correspondientes a cargas dinámicas concentradas que actúan en el interior de una placa. Estas soluciones corresponden a los casos de una carga de impacto y una carga unitaria en movimiento uniforme. En la segunda parte se muestra la forma modificada de la ecuación integral de contorno obtenida haciendo uso de las soluciones fundamentales anteriores.

## 2 NATURALEZA DE LA SOLUCIÓN FUNDAMENTAL

El desarrollo que sigue está basado en los progresos previos [11] que los autores han realizado respecto del sustrato teórico necesario para la determinación de tensiones y desplazamientos en placas tridimensionales sometidas a cargas dinámicas concentradas.

### 2.1 Ecuaciones generales

La ecuación de equilibrio para un sólido homogéneo es

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x}, t) + \mathbf{F}(\mathbf{x}, t) = \rho \ddot{\mathbf{u}}(\mathbf{x}, t), \quad (1)$$

donde  $\dot{}$  representa derivación en el tiempo,  $\rho$  es la densidad del material,  $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$  es el desplazamiento del punto  $\mathbf{x}$  en el instante  $t$ ,  $\mathbf{F}(\mathbf{x}, t)$  representa las fuerzas exteriores que actúan sobre el sólido y  $\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x}, t)$  es el tensor de tensiones. Suponiendo pequeñas deformaciones y comportamiento isótropo y viscoelástico, el tensor de tensiones se relaciona con los desplazamientos a través de la ecuación:

$$\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x}, t) = \zeta [\nabla \cdot \mathbf{u}(\mathbf{x}, t)] \mathbf{I} + G [\nabla \mathbf{u}(\mathbf{x}, t) + \nabla^T \mathbf{u}(\mathbf{x}, t)] + \zeta' [\nabla \cdot \dot{\mathbf{u}}(\mathbf{x}, t)] \mathbf{I} + G' [\nabla \dot{\mathbf{u}}(\mathbf{x}, t) + \nabla^T \dot{\mathbf{u}}(\mathbf{x}, t)], \quad (2)$$

donde  $\zeta = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)}$ ,  $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$ ,  $\zeta' = \frac{\nu E'}{(1+\nu)(1-2\nu)}$ ,  $G' = \frac{E'}{2(1+\nu)}$ . Siendo  $E$ ,  $\nu$  y  $E'$  el módulo de Young, el coeficiente de Poisson y el coeficiente de viscosidad respectivamente.

Las derivadas temporales en las ecuaciones 1 y 2 se eliminan haciendo uso de la transformación monodimensional de Fourier con respecto al tiempo. Suponiendo condiciones iniciales nulas ( $\mathbf{u}(\mathbf{x}, 0) = \dot{\mathbf{u}}(\mathbf{x}, 0) = \mathbf{0}$ ), se tiene:

$$\nabla \cdot \underline{\boldsymbol{\sigma}}(\mathbf{x}, \eta) + \underline{\mathbf{G}}(\mathbf{x}, \eta) = -\rho \eta^2 \underline{\mathbf{u}}(\mathbf{x}, \eta), \quad (3)$$

$$\underline{\boldsymbol{\sigma}}(\mathbf{x}, \eta) = \zeta^c [\nabla \cdot \underline{\mathbf{u}}(\mathbf{x}, \eta)] \mathbf{I} + G^c [\nabla \underline{\mathbf{u}}(\mathbf{x}, \eta) + \nabla^T \underline{\mathbf{u}}(\mathbf{x}, \eta)], \quad (4)$$

donde  $\zeta^c = \zeta - i\eta\zeta'$ ,  $G^c = G - i\eta G'$ ,  $\eta$  es la variable de transformación,  $i$  es la unidad imaginaria y las variables subrayadas son transformadas de las variables originales.

Combinando apropiadamente las ecuaciones 3 y 4 se tiene:

$$\frac{\partial \underline{\mathbf{a}}}{\partial z} = \mathbf{A} \underline{\mathbf{a}} + \underline{\mathbf{C}}, \quad (5)$$

$$\underline{\mathbf{b}} = \mathbf{B} \underline{\mathbf{a}}, \quad (6)$$

donde

$$\begin{aligned} \underline{\mathbf{a}} &= (\underline{\sigma}_{zz}, \underline{\sigma}_{zx}, \underline{\sigma}_{zy}, \underline{u}_y, \underline{u}_x, \underline{u}_z)^T, \\ \underline{\mathbf{b}} &= (\underline{\sigma}_{xx} + \underline{\sigma}_{yy}, \underline{\sigma}_{xx} - \underline{\sigma}_{yy}, 2\underline{\sigma}_{xy})^T, \\ \underline{\mathbf{C}} &= (-\underline{F}_z, -\underline{F}_x, -\underline{F}_y, 0, 0, 0)^T, \end{aligned} \quad (7)$$

$x$ ,  $y$  y  $z$  son coordenadas cartesianas en un espacio euclideo tridimensional, el superíndice  $T$  representa el traspuesto de un vector y los operadores matriciales  $\mathbf{A}$  y  $\mathbf{B}$  pueden encontrarse en [11].



## 2.2 Placa infinita: ecuaciones transformadas

Se supone ahora que el sólido se extiende hasta el infinito en dos direcciones ( $x, y$ ) mientras que la tercera está acotada entre dos planos paralelos. En este caso la ecuación diferencial en derivadas parciales 5 puede convertirse en una ecuación diferencial ordinaria mediante la transformación de Fourier respecto de las coordenadas no acotadas:

$$\frac{d\bar{a}}{dz} = \bar{A}\bar{a} + \bar{C}, \quad (8)$$

$$\bar{b} = \bar{B}\bar{a}, \quad (9)$$

donde  $\bar{a}$ ,  $\bar{b}$ ,  $\bar{C}$ ,  $\bar{A}$  y  $\bar{B}$  son las transformadas geométricas de  $\underline{a}$ ,  $\underline{b}$ ,  $\underline{C}$ ,  $\underline{A}$  y  $\underline{B}$  respectivamente. (El vector  $\bar{a}$  será referido como vector de estado).

La ecuación 8 puede integrarse con la ayuda del teorema de Cayley-Hamilton:

$$\bar{a}(z) = \underbrace{X(z)X^{-1}(0)}_{T(z)} \bar{a}(0) + \underbrace{X(z) \int_0^z X^{-1}(s) \bar{C}(s) ds}_{\bar{R}(z)}, \quad (10)$$

donde  $T$  es la matriz de transferencia y  $X$  la matriz fundamental dada por  $X(z) = V E(z)$ , siendo  $V$  la matriz de autovectores y  $E$  la matriz de autovalores de  $\bar{A}$ .

La ecuación 10 relaciona el vector de estado de un punto arbitrario  $\bar{a}(z)$  con el vector de estado del punto correspondiente en la base de la placa. Esta relación debe ser modificada para los casos en los que las condiciones de contorno se conocen en términos de tracciones en ambas superficies. La ecuación 10 puede escribirse como:

$$\begin{pmatrix} \bar{\sigma}(z) \\ \bar{u}(z) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_{11}(z) & T_{12}(z) \\ T_{21}(z) & T_{22}(z) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{\sigma}(0) \\ \bar{u}(0) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \bar{R}_1(z) \\ \bar{R}_2(z) \end{pmatrix}, \quad (11)$$

y convenientemente reestructurada en la forma:

$$\begin{pmatrix} \bar{\sigma}(z) \\ \bar{u}(z) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -T_{12}(z)T_{12}^{-1}(h)\bar{R}_1(h) + \bar{R}_1(z) \\ -T_{22}(z)T_{12}^{-1}(h)\bar{R}_1(h) + \bar{R}_2(z) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} T_{11}(z) - T_{12}(z)T_{12}^{-1}(h)T_{11}(h) & T_{12}(z)T_{12}^{-1}(h) \\ T_{21}(z) - T_{22}(z)T_{12}^{-1}(h)T_{11}(h) & T_{22}(z)T_{12}^{-1}(h) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{\sigma}(0) \\ \bar{\sigma}(h) \end{pmatrix} \quad (12)$$

que representa las transformadas de tensiones y desplazamientos en función de las transformadas de las tracciones en las superficies y las transformadas de las fuerzas aplicadas.

## 2.3 El caso de una carga de impacto

La ecuación 12 es la solución transformada en el caso de una placa infinita sometida a carga dinámica arbitraria. En esta sección se estudiará la solución correspondiente a la aparición repentina de una fuerza concentrada actuando en una dirección cualquiera.

Si  $(0, 0, H)$  es el punto de aplicación de la carga, las fuerzas en las tres direcciones se expresan como:

$$\begin{aligned} F^x &= (\delta(x, y, z - H) \delta(t), 0, 0)^T, \\ F^y &= (0, \delta(x, y, z - H) \delta(t), 0)^T, \\ F^z &= (0, 0, \delta(x, y, z - H) \delta(t))^T, \end{aligned} \quad (13)$$

donde los superíndices  $x$ ,  $y$ , y  $z$  hacen referencia a la dirección de la carga de impacto.

Las siguientes expresiones se obtienen haciendo uso de la definición de vector  $\bar{R}$  (ecuación 10):

$$\begin{aligned} \bar{R}^x(z) &= X(z)X^{-1}(H) \left(0, -\frac{1}{2\pi i}, 0, 0, 0, 0\right)^T \mathcal{H}(z - H), \\ \bar{R}^y(z) &= X(z)X^{-1}(H) \left(0, 0, -\frac{1}{2\pi i}, 0, 0, 0\right)^T \mathcal{H}(z - H), \\ \bar{R}^z(z) &= X(z)X^{-1}(H) \left(-\frac{1}{2\pi}, 0, 0, 0, 0, 0\right)^T \mathcal{H}(z - H), \end{aligned} \quad (14)$$

con

$$\mathcal{H}(z - H) = \begin{cases} 1 & z \geq H \\ 0 & z < H \end{cases}. \quad (15)$$

Las condiciones de contorno para este caso son  $\bar{\sigma}(0) = \bar{\sigma}(h) = 0$ , con las que la ecuación 12 se convierte en:

$$\bar{a}^j(z) = \begin{pmatrix} -T_{12}(z)T_{12}^{-1}(h)\bar{R}_1^j(h) + \bar{R}_1^j(z) \\ -T_{22}(z)T_{12}^{-1}(h)\bar{R}_1^j(h) + \bar{R}_2^j(z) \end{pmatrix}, \quad (16)$$

$j = x, y, z$

de donde también puede obtenerse  $\bar{b}$ :

$$\bar{b}^j(z) = \bar{B}\bar{a}^j(z), \quad j = x, y, z. \quad (17)$$

El superíndice  $j$  determina la dirección de la carga. Las expresiones analíticas para la función de Green transformada se obtienen de evaluar las expresiones 16 y 17. Por motivos de espacio solo se presenta la componente  $\bar{\sigma}_{zz}^z$ . El resto de componentes pueden encontrarse en [11].

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_{zz}^z &= \frac{1}{2\pi(1+\nu)q} \left\{ \mathcal{H}(\chi - \varphi) \left( \lambda^2 \cosh(\omega(\chi - \varphi)) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - c \cosh(r(\chi - \varphi)) \right) \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{D} \left[ f_1 (\lambda^2 r \omega \sinh(\chi \omega) - c^2 \sinh(\chi r)) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \lambda^2 c f_2 (\cosh(\chi \omega) - \cosh(\chi r)) \right] \right\}, \end{aligned} \quad (18)$$

donde

$$\begin{aligned} f_1 &= \lambda^2 c (\cosh \omega - \cosh r) (c \sinh(\psi \omega) - r \omega \sinh(\psi r)) \\ &\quad - (c^2 \sinh \omega - \lambda^2 r \omega \sinh r) (\lambda^2 \cosh(\psi \omega) - c \cosh(\psi r)), \\ f_2 &= c r \omega (\cosh \omega - \cosh r) (\lambda^2 \cosh(\psi \omega) - c \cosh(\psi r)) \\ &\quad - (\lambda^2 r \omega \sinh \omega - c^2 \sinh r) (c \sinh(\psi \omega) - r \omega \sinh(\psi r)), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D &= 2c^2 \lambda^2 r \omega (1 - \cosh \omega \cosh r) \\ &\quad + (\lambda^4 r^2 \omega^2 + c^4) \sinh \omega \sinh r, \end{aligned}$$

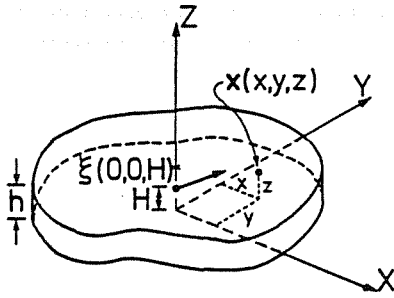


Figura 1: Fuerza de volumen concentrada

y

$$\chi = \frac{z}{h}, \quad \varphi = \frac{H}{h}, \quad \psi = 1 - \varphi, \quad q = -\frac{\rho\eta^2 h}{E^c},$$

$$\lambda = \sqrt{\alpha^{*2} + \beta^{*2}}, \quad \alpha^* = \alpha h, \quad \beta^* = \beta h,$$

$$\omega = \sqrt{2(1+\nu)q + \lambda^2}, \quad \tau = \sqrt{\frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{1-\nu} q + \lambda^2}.$$

Esta solución puede trasladarse al espacio  $(x, y, t)$  con la ayuda del algoritmo FFT. La demostración de que las tensiones y desplazamientos tienden a cero cuando  $\lambda = \sqrt{\alpha^{*2} + \beta^{*2}}$  y/o  $\eta$  tienden a infinito es suficiente para permitir esta transformación. Esto ha sido probado sustituyendo  $\sinh s$  y  $\cosh s$  por sus aproximaciones (para  $|s| \gg 1$ )  $1/2 \operatorname{sign}(s) e^{\operatorname{sign}(s)s}$  y  $1/2 e^{\operatorname{sign}(s)s}$  respectivamente.

Por otra parte, la solución puede contener desplazamientos como sólido rígido al no haber impuesto condiciones de contorno que los prevengan. Estos desplazamientos se reflejan en la solución transformada como singularidades en el eje  $z$  (la transformada de  $f(x) = 1$  es  $F(\alpha) = \sqrt{2\pi} \delta(\alpha)$ ) y para extraerlos de la solución es necesario identificarlos mediante la expansión en serie de Taylor en las proximidades del punto  $(\alpha^*, \beta^*) = (0, 0)$ .

Al igual que en el caso estático, la substracción de los términos singulares da lugar a la función de Green buscada. (No aparecieron términos singulares en la componente  $\bar{\sigma}_{zz}^z$ )

## 2.4 El caso de una carga unitaria en movimiento uniforme

Existe otra función de Green de importancia en problemas singulares tridimensionales que puede obtenerse con la técnica descrita arriba. Este es el caso de una carga unitaria, aplicada en el interior de una placa elástica, moviéndose a velocidad constante  $v$ , en donde el movimiento de las cargas recoge la propagación de grietas en problemas de fractura dinámica.

En este caso, las derivadas temporales pueden relacionarse con las espaciales con lo que la necesidad de una transformación de Fourier en el tiempo desaparece.

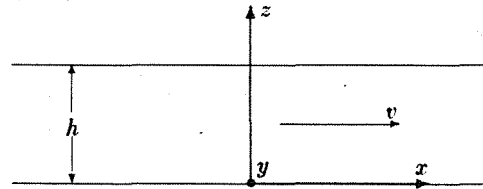


Figura 2: Sistema de coordenadas en movimiento uniforme

Si el sistema de coordenadas se mueve con la carga (fig. 2), las derivadas temporales se expresan como:

$$\ddot{\mathbf{u}}(\mathbf{x}, t) = v^2 \frac{\partial^2 \mathbf{u}(\mathbf{x}, t)}{\partial x^2}. \quad (19)$$

Las ecuaciones generales se escriben como:

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x}, t) + \mathbf{F}(\mathbf{x}, t) = \rho v^2 \mathbf{u}_{,xx}(\mathbf{x}, t), \quad (20)$$

$$\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x}, t) = \zeta [\nabla \cdot \mathbf{u}(\mathbf{x}, t)] \mathbf{I} + G [\nabla \mathbf{u}(\mathbf{x}, t) + \nabla^T \mathbf{u}(\mathbf{x}, t)]. \quad (21)$$

Las siguientes ecuaciones se obtienen después de una reorganización similar a la efectuada en el caso anterior, y después de la aplicación de la transformación de Fourier respecto de las coordenadas no acotadas  $x$  e  $y$ :

$$\frac{d\bar{\mathbf{a}}}{dz} = \bar{\mathbf{A}}\bar{\mathbf{a}} + \bar{\mathbf{C}}, \quad (22)$$

$$\bar{\mathbf{b}} = \bar{\mathbf{B}}\bar{\mathbf{a}}, \quad (23)$$

En este caso  $\bar{\mathbf{a}}$ ,  $\bar{\mathbf{b}}$  y  $\bar{\mathbf{C}}$  son las transformadas geométricas de  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$  y  $\mathbf{C}$  respectivamente. Las matrices  $\bar{\mathbf{A}}$  y  $\bar{\mathbf{B}}$  son las mismas en ambos casos, salvo la definición del parámetro  $q$  ( $q = -\rho\eta^2 h/E^c$  en el problema anterior y  $q = -\rho v^2 \alpha^{*2}/E$  en el caso de carga en movimiento).

Puesto que el sistema de coordenadas se mueve con la carga, los vectores  $\bar{\mathbf{R}}^j$  son los dados en la ecuación 14. Por tanto, las funciones de Green transformadas para los dos problemas analizados en este artículo son simbólicamente iguales, la única diferencia la constituye la definición del parámetro  $q$  y el número de transformaciones de Fourier necesarias para recuperar la solución en coordenadas originales.

**Aspectos básicos de la solución.** Se ha probado que la solución transformada tiende hacia la estática cuando la velocidad tiende a cero [11]. Esta solución dinámica transformada es tal que su valor en un eje inclinado ( $\xi$ , fig. 3) es el que corresponde a una carga en movimiento a lo largo de este eje con velocidad  $v' = v \cos \theta$ .

Para velocidades mayores que alguna de las velocidades de propagación de ondas en el sólido, aparecen líneas de transición sobre las que la solución transformada no está definida (los autovectores son linealmente dependientes) y sobre las que los autovalores cambian de real a imaginario. Estas son las mismas líneas que aparecen en el caso del sólido infinito analizado por Eason et al. [12].

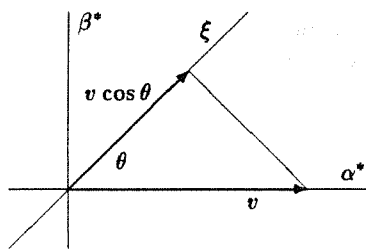


Figura 3: Velocidad aparente

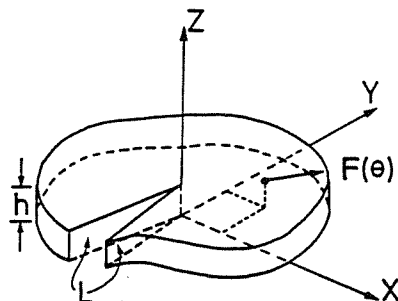


Figura 4: Grieta pasante semi-infinita

La ausencia de amortiguamiento viscoso en las ecuaciones constitutivas da lugar a la aparición de una frecuencia natural espacial (o número de onda natural) para cada velocidad aparente. Por tanto, aparece una curva de singularidades en el plano transformado  $(\alpha^*, \beta^*)$ .

**Evaluación numérica de la función de Green.** En las figuras 5 y 6 se muestra el comportamiento de la solución transformada así como el de la función obtenida por transformación numérica de la anterior. El ejemplo corresponde a una carga puntual según la dirección  $z$ , aplicada a una distancia  $H = 0.25h$  ( $\varphi = \frac{H}{h} = 0.25$ ) de la cara inferior de la placa y moviéndose a una velocidad  $v = 0.8c_s$  ( $\gamma_s = \frac{v}{c_s} = 0.8$ ). Las tensiones  $\sigma_{zz}^z$  y las tensiones transformadas  $\bar{\sigma}_{zz}^z$  se miden en el plano medio  $z = 0.5h$  ( $\chi = \frac{z}{h} = 0.5$ ), donde las singularidades de  $\bar{\sigma}_{zz}^z$  desaparecen.

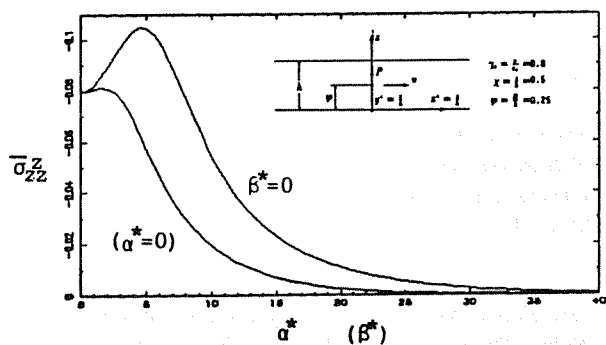


Figura 5: Tensión transformada  $\bar{\sigma}_{zz}^z$  como función de las variables de transformación  $\alpha^*$  y  $\beta^*$

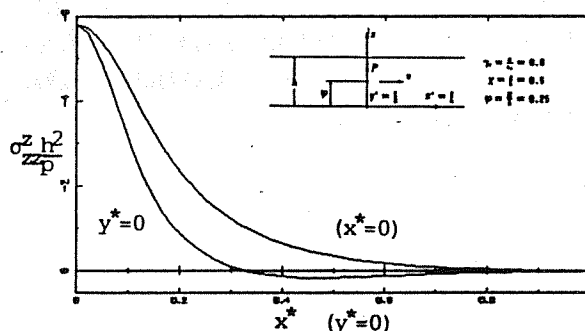


Figura 6: Tensión normalizada  $\sigma_{zz}^z h^2/P$  como función de las coordenadas normalizadas  $x^* = \frac{x}{h}$  y  $y^* = \frac{y}{h}$

### 2.5 Placa tridimensional, estado doblete

Sea  $R$  la región regular ocupada por una placa tridimensional, sea  $\xi \in R$  el punto de aplicación de la carga y  $\mathbf{x}(x, y, z) \in R$  el punto de interés como se muestra en la figura 1 o 2.

Si  $\delta(\cdot)$  representa la función delta de Dirac, una carga concentrada actuando en  $\xi$  paralelamente al eje  $j$  puede expresarse como  $\delta(\mathbf{x} - \xi) \delta(t) e^j$  y la densidad de fuerza de volumen en el punto  $\mathbf{x}$  como:

$$F_i^*(\mathbf{x}, t) = \delta(\mathbf{x} - \xi) \delta(t) \delta_{ij} e^j, \quad (24)$$

donde  $\delta_{ij}$  es la delta de Kronecker.

Los campos de tensiones y desplazamientos vienen dados por:

$$u_i^*(\mathbf{x}, t) = u_i^j(\mathbf{x}, t; \xi) e^j, \quad (25)$$

$$\sigma_{ik}^*(\mathbf{x}, t) = \sigma_{ik}^j(\mathbf{x}, t; \xi) e^j. \quad (26)$$

Las expresiones de  $u_i^j(\mathbf{x}, t; \xi)$  y  $\sigma_{ik}^j(\mathbf{x}, t; \xi)$ , particularizadas para los valores de  $i, j, k$  desde  $x$  a  $z$  están recogidas en otra publicación de los autores [11].

Se puede definir un campo vectorial de tracciones como:

$$s_i^*(\mathbf{x}, t; \xi) = s_i^j(\mathbf{x}, t; \xi) e^j, \quad (27)$$

$$s_i^j(\mathbf{x}, t; \xi) = \sigma_{ik}^j(\mathbf{x}, t; \xi) n_k, \quad (28)$$

donde  $n_k$  representa la componente en la dirección  $k$  de la normal exterior a  $\partial R$ .

Se denota por  $S^j(\mathbf{x}, t; \xi) = [u^j(\mathbf{x}, t; \xi), \sigma^j(\mathbf{x}, t; \xi)]$  los valores en  $\mathbf{x}$  del estado cuyos desplazamientos y tensiones vienen dados por la solución correspondiente a una carga dinámica concentrada actuando en  $\xi$  paralelamente al eje  $j$ .

Puesto que  $S^j(\mathbf{x}, t; \xi) = S^j(\mathbf{x} - \xi, t; \mathbf{0})$ , las soluciones de placa dadas en [11], y mencionadas en 2.3 y 2.4, lo son para  $\xi = (0, 0, H)$ . El estado definido por:

$$S^{jk}(\cdot, t; \xi) = [u^{jk}(\cdot, t; \xi), \sigma^{jk}(\cdot, t; \xi)] = S_{,k}^j(\cdot, t; \xi), \quad (29)$$

se conoce como el estado-doblete tridimensional para la placa con polo  $\xi$ , correspondiente a los ejes  $j$  y  $k$ .

### 3 IDENTIDADES INTEGRALES PARA PROBLEMAS 3-D EN PLACAS CON CARAS LIBRES DE TRACCIONES

Se discuten aquí algunos casos especiales de las identidades integrales de Love (ver [12]). Corresponden al tipo de problemas tridimensionales de contorno en placas con caras extremas libres de tracciones. En el dominio del tiempo, las ecuaciones integrales singulares son de la forma:

$$\begin{aligned} c^k(\xi) \cdot u(\xi; t) &= - \int_{\partial R} s^k(x, t; \xi) * u(x, t) dA_x \\ &+ \int_{\partial R} u^k(x, t; \xi) * s(x, t) dA_x \\ &+ \int_R u^k(x, t; \xi) * F(x, t) dV_x, \end{aligned} \quad (30)$$

donde

$$c^k(\xi) = \begin{cases} e^k & \text{if } \xi \in \Pi \\ 1/2 e^k & \text{if } \xi \in \partial R \end{cases}, \quad (31)$$

representando el operador \* la convolución en el tiempo.

#### 3.1 Identidad integral para una grieta tridimensional semi-infinita.

Considerese una placa tridimensional  $R$  con una grieta libre de tracciones. Suponga que la región  $R$  está embebida en una placa infinita y que una carga dinámica unitaria  $F(\theta, t)$  está aplicada en algún punto  $\theta$  de  $R$  pero no en la superficie  $\partial R$ . El sistema considerado y los ejes de coordenadas se muestran en la figura 4.

Si la carga puntual se representa por una carga unitaria en la dirección  $k$ ,

$$F_i(x, t) = \delta(x - \theta) \delta(t) \delta_{ik} e^k, \quad (32)$$

los desplazamientos y tensiones vendrán dados por:

$$u_i(x, t) = \hat{u}_i^k(x, t; \theta) e^k, \quad (33)$$

$$s_i(x, t) = \hat{s}_i^k(x, t; \theta) e^k, \quad (34)$$

donde  $\hat{u}^k(x, t; \theta)$  y  $\hat{s}^k(x, t; \theta)$  son los vectores de desplazamientos y tracciones respectivamente. Estos vectores corresponden a la solución para una carga concentrada paralela al eje  $k$ .

Puesto que las superficies planas de la placa están libres de tensiones, la ecuación 30 se escribe como:

$$\begin{aligned} c^j(\xi) \cdot \hat{u}^k(\xi, t; \theta) &= - \int_L s^j(x, t; \xi) * \hat{u}^k(\xi, t; \theta) dA_x \\ &+ u^j(\theta, t; \xi) \end{aligned} \quad (35)$$

### 4 DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

En este trabajo se presenta una especialización de las identidades integrales usadas en el método de los ele-

mentos de contorno para la solución de problemas viscoelásticos tridimensionales en placas. Se muestra que el uso de la solución 3D correspondiente a una carga puntual dinámica en una placa infinita de espesor uniforme simplifica considerablemente las identidades integrales. Este trabajo también muestra la ecuación integral para los desplazamientos en la superficie de una grieta pasante semi-infinita.

### Referencias

- [1] Rosakis A J, Ravi-Chandan k, Rajapakse Y (1988) *Analytical, Numerical and Experimental Aspects of Three Dimensional Fracture Processes*. ASME, AMD-91.
- [2] Friedman M B, Shaw R P (1962) *Diffraction of pulses by cylindrical obstacles of arbitrary cross section*. Journal of Applied Mechanics, 29, pp 40-46
- [3] Shaw R P (1968) *Retarded potential approach to the scattering of elastic waves by rigid obstacles of arbitrary shape*. J. Acoust. Soc. Amer. 44, pp 745-748.
- [4] Cole D M, Kosloff D D, Minister J B (1978) *A numerical boundary integral equation method for elastodynamics I*. Bull. Seism. Soc. Amer. 68, pp 1331-1357
- [5] Niwa Y, Fukui T, Kato S, Fujiki K (1980) *An application of the integral equation method to two-dimensional elastodynamics*. in *Theoretical and Applied Mechanics* 28, Univ. Tokyo Press, Tokyo 281-290
- [6] Fujiki K (1980) *Analysis of the Transient Stresses Around Underground Cavities by the Integral Equation Method*. M.S. Thesis, Kyoto University (en Japonés)
- [7] Banaugh R P, Goldsmith W (1963) *Diffraction of steady elastic waves by surfaces of arbitrary shape*. Journal of Applied Mechanics, 30, pp 589-597
- [8] Niwa Y, Kobayashi S, Yokoto K (1971) *Application of the integral equation method to the determination of static and steady-state dynamic stresses around many cavities of arbitrary shape*. Proc. Japan Soc. Civil Eng. 195, pp 27-35 (en Japonés)
- [9] Niwa Y, Kobayashi S, Azuma N (1975) *An analysis of transient stresses produced around cavities of arbitrary shape during the passage of traveling waves*. Mem. Fac. Eng., Kyoto Univ., 37, pp 28-46
- [10] Harkrider D G (1964) *Surface Waves in Multilayered Elastic Media. I. Rayleigh and Love Waves from Buried Sources in a Multilayered Elastic Half-space*. Bulletin of the Seismological Society of America, Vol. 54, No. 2, pp. 627-679.

- [11] Pintado P (1988) *Elastodinámica Tridimensional de Placas Sometidas a Cargas Internas en Movimiento Uniforme*. Tesis Doctoral. Escuela Superior de Ingenieros Industriales. Universidad de Sevilla, España.
- [12] Eason G, Fulton J, Sneddon I N (1956) *The generation of waves in an elastic solid by variable body forces*. Philosophical Transaction of the Royal Society of London, Section A, Vol. 248, pp 575-607
- [13] Wheeler L T, Stenberg E (1968) *Some theorems in classical elastodynamics*. Archive for Rational Mechanics and Analysis, 31,1, pp 51-90.
- [14] Benitez F G, Rosakis A J (1988) *A modified boundary integral formulation for the study of 3-D crack problems in plate*. In Rosakis A J, Ravi-Chandan K, Rajapakse Y, (Eds.) *Analytical, Numerical and Experimental Aspects of Three Dimensional Fracture Processes*. ASME, AMD-91, pp 99-112
- [15] Benitez F G, Rosakis A J *Boundary integral equation of three-dimensional semi-infinite crack*. In Tanaka M, Cruse T A (Eds.) *Boundary Element Methods in Applied Mechanics*. Pergamon Press, pp 159-168
- [16] Cruse T A, Rizzo F J (1968) *A direct formulation and numerical solution of the general transient elastodynamic problem I*. Journal of the Mathematical Analysis and Applications, 22, pp 244-259
- [17] Cruse T A (1968) *A direct formulation and numerical solution of the general transient elastodynamic problem II*. Journal of Applied Mathematics and Applications, 22, pp 341-355

UN MODELO ESTADISTICO DE ROTURA FRAGIL DE MATERIALES POLICRISTALINOS QUE  
CONTENGAN UNA DISPERSION DE PARTICULAS FRAGILES

R. García Arrizabalaga y J. Gil Sevillano

Centro de Estudios e Investigaciones Técnicas de Guipúzcoa (CEIT)  
Apartado 1555, 20080 San Sebastián

**Resumen.** - En el caso de los metales susceptibles de fallo frágil, es muy frecuente la observación empírica de que el origen del fallo local está asociado a la fractura de una partícula frágil no metálica (una inclusión o, en los aceros, un carburo). En este caso, para que ocurra el fallo global, se han de concatenar la transmisión de la rotura de una partícula al grano adyacente y la transmisión de la rotura de este grano a sus vecinos: el suceso nucleante no es necesariamente simple. Tomando como base esta observación, se ha desarrollado un modelo estadístico de fractura que tiene en cuenta la presencia simultánea de dos distribuciones de tamaños de elementos estructurales, uno considerado formado por partículas aisladas y el otro conexo (la matriz), con dos barreras características, las fronteras partícula/matriz y las juntas de grano de ésta, cuyas resistencias a la propagación de grietas sobresalen por encima de la resistencia a la descohesión sobre el plano de exfoliación de las redes cristalinas de ambas fases. Se presenta una aplicación del modelo al cálculo de la probabilidad de rotura bajo tracción uniforme de un acero con una estructura de carburos dispersos en una matriz ferrítica policristalina.

**Abstract.** - The origin of brittle fracture of polycrystalline metals failing by cleavage is most frequently associated to the slip-induced cracking of some non-metallic brittle particle or inclusion (a carbide in ferritic steels). When the size of the particles is under the grain size of the metallic matrix, the nucleating event of a macroscopic failure results from the successive occurrence of three simple events: slip-induced cleavage of a particle, transmission of the microcrack to the neighbouring grain across the particle/matrix interface and propagation of the grain-size microcrack to the neighbouring grains across the grain boundary. On the basis of this scheme, a statistical "weakest link" fracture model has been developed that takes into account the presence of two independent distributions of structural elements, isolated particles and matrix grains, with two barriers for cleavage propagation, the particle/matrix interfaces and the grain boundaries, characterized by a crack arrest capability well over the crack propagation resistance on the cleavage planes of the crystalline lattices of the two phases. An application of the model to the prediction of the fracture stress of a bainitic steel is presented.

$$\Phi = 1 - (1 - F)^{N_{dv}} \approx 1 - \exp(-F N_{dv})$$

## 1. INTRODUCCION

Muy frecuentemente, la rotura frágil de materiales policristalinos potencialmente dúctiles (metales) ocurre a partir de núcleos de descohesión que se originan en partículas frágiles fracturadas bajo carga en zonas plastificadas del material. Un suceso nucleante-determinante de la rotura frágil en la hipótesis del "weakest link" -exige entonces la concatenación de tres sucesos en algún punto de la pieza o probeta sometida a tensión:

- rotura de una partícula durante deformación plástica,
- propagación de la microfractura a través de la intercara partícula-grano circundante (a un plano de descohesión de éste) bajo la acción del estado local de tensiones, y

- propagación de la grieta a través de las fronteras de grano (con el cambio de plano que exige la desorientación respecto al grano adyacente).

En la mayoría de los modelos estadísticos de rotura frágil de metales policristalinos [1-14], se supone crítica la propagación de la microfractura de una partícula a la matriz. Sólo en un caso [14] se considera -cualitativamente- que la fractura pueda ser también controlada por la propagación de microgrietas correspondientes a granos fracturados, pero (véase el título de esa referencia) la contribución de granos y partículas a la rotura frágil se juzga independiente. Sin embargo, aunque el agrietamiento de un grano esté condicionado a la propagación de una microgrieta generada en una partícula, como parece ocurrir en los aceros ferríticos, ello no obsta para que las fronteras de grano sean

capaces de detener tales grietas. De todo ello existe amplia evidencia experimental [15-17].

## 2. PLANTEAMIENTO DEL MODELO

La hipótesis del "weakest link" equivale a suponer que puedo dividir la zona "activa" de la pieza en estudio (su zona plástica) en un gran número de elementos de volumen tales que el fallo de uno solo de ellos determina el fallo total de la pieza. Cada elemento,  $\delta V$ , estará caracterizado por un estado de tensiones,  $\sigma_{ij}(K)$ , donde  $K$  representa el estado macroscópico de sollicitación de la pieza, y por un estado de deformación plástica acumulada (quizá este último no caracterizable por un solo parámetro, aunque por simplicidad lo simbolizaremos ahora por  $\bar{\epsilon}(K)$ ). Si existen  $N_V$  núcleos potenciales de fallo por unidad de volumen ( $N_V \gg 1$ ) y  $F$  es la probabilidad de fallo de un núcleo sometido a una tensión  $\sigma_{ij}$  en la zona activa, la probabilidad de que falle el elemento de volumen  $\delta V$  es:

$$\delta\phi = 1 - \exp[-N_V F(\sigma_{ij}, \bar{\epsilon}) \delta V] \quad (1)$$

y la probabilidad de fallo de la pieza es:

$$\phi(K) = 1 - \exp[-N_V \int_0^V F(\sigma_{ij}(K), \bar{\epsilon}(K)) dv] \quad (2)$$

donde la integral está extendida al volumen "activo".

Es en el cálculo de  $F$  donde se ha de tener en cuenta la exigencia de sucesión de los tres sucesos mencionados que supondremos componen el proceso de rotura macroscópica.

### 2.1. Probabilidad de nucleación de microgrietas por rotura de partículas o inclusiones frágiles

Aunque existe la posibilidad de nucleación de microgrietas en una matriz metálica en ausencia de segundas fases frágiles (a partir de maclas de deformación o por intersección de bandas de deslizamiento), es mucho más general la observación de nucleación de microgrietas en metales por fractura de alguna partícula frágil (segunda fase o inclusión no metálica), que inevitablemente están siempre presentes en alguna proporción. En el caso de los aceros con matriz ferrítica, las microgrietas se originan por rotura de carburos inducida por la deformación plástica de la matriz adyacente o, en mucha menor proporción, por rotura de inclusiones no metálicas.

El desarrollo de un modelo estadístico de rotura frágil de tal material exige asignar una probabilidad de rotura,  $p$ , a cada partícula presente en el volumen activo de la pieza. En el caso de los aceros ferríticos, observaciones experimentales [15-17] indican

que la probabilidad de rotura de un carburo es muy pequeña, dependiente de la deformación plástica previa y del tamaño de los carburos,  $c$  (mayor frecuencia de roturas en los de mayor tamaño). Lin y col. [9,10,14] la consideran constante e igual a 0,05 (por ajuste de su modelo con resultados experimentales), pero esto es a todas luces una simplificación muy grosera. Wallin y col. [18] suponen que la probabilidad de fallo de una partícula en una matriz dúctil responde a una distribución de Weibull donde interviene el volumen de la partícula ("weakest link" aplicado al volumen de la partícula), cuya fractura consideran inducida por las tensiones macroscópicas transmitidas por la matriz que fluye plásticamente. Este modelo parece apropiado para partículas grandes ("coarse two-phase composites") pero, en el caso de dispersiones finas de partículas, es a priori más verosímil suponer que éstas se rompen por la acción de heterogeneidades locales de tensión de gran intensidad, asociadas a grupos de dislocaciones (por ejemplo, intersección con una banda de deslizamiento). En este caso,  $p(c) \propto c$ :

$$\left. \begin{aligned} p(c) &= \alpha c/\bar{c} & , & & c \leq \bar{c}/\alpha \\ p(c) &= 1 & , & & c > \bar{c}/\alpha \end{aligned} \right\} = H_3 \quad (3)$$

siendo  $\bar{c}$  el tamaño medio de las partículas presentes. El factor de proporcionalidad,  $\alpha$ , dependerá de la deformación plástica acumulada (que va disminuyendo la capacidad de nucleación de las partículas por fractura o descohesión de la matriz).

### 2.2. Tensión efectiva de propagación de microgrietas

En el modelo es necesario calcular el tamaño mínimo de microgrietas (partículas o granos rotos) propagables bajo el estado local de tensiones,  $\sigma_{ij}(K)$ , para determinar  $F$ , la probabilidad de fallo de un núcleo. La forma de esos elementos microestructurales se ha asimilado a esferas, por lo que las microgrietas a considerar son grietas circulares planas. Ahora bien, el plano de la grieta puede tener cualquier orientación respecto al estado de tensiones  $\sigma_{ij}$ . Para un estado de tensiones y una orientación de la grieta dados, ésta soporta una resultante normal a su plano,  $\sigma_n$ , y una resultante tangencial,  $\tau$ , que inducen los tres modos posibles de factor de intensidad de tensiones,  $K_I$ ,  $K_{II}$  y  $K_{III}$ , en diferentes proporciones según la posición sobre el frente circular [19]. El punto de máxima velocidad de relajación de energía,  $G_{max}$ , ocurre en la dirección de la tensión de cortadura resultante sobre el plano de la grieta, es decir, para  $K_{III}=0$ . Suponiendo que la rotura ocurre a partir de este punto, un estado cualquiera de tensiones equivale a una "tensión normal efectiva":

$$\sigma_{eff}(\sigma_n \geq 0) = [\sigma_n^2 + (4\tau^2 / (2-\nu)^2)^{1/2}]^{1/2} \quad (4)$$

siempre que el material pueda considerarse elásticamente isótropo.

Para una tensión efectiva dada, el diámetro mínimo de microgrieta propagable viene dado por,

$$t^* = (\beta K_{Ia}^B / \sigma_{eff})^2 \quad (5)$$

donde  $t^*$  representa el tamaño mínimo de partícula,  $c^*$ ,  $b$  de grano,  $D^*$ , y donde  $K_{Ia}^B$  representa el factor crítico de intensidad de tensiones para que la microgrieta atraviese la barrera que la limita: intercara partícula/matriz en el primer caso,  $K_{Ia}^{c/f}$ , o frontera de grano de la matriz,  $K_{Ia}^{f/f}$ , en el segundo [20]. Para grietas circulares,  $\beta=1.25$ .

Si  $\sigma_n < 0$ , es necesario tener en cuenta la fricción entre las caras de la grieta. Suponiendo un coeficiente de fricción  $\mu$ , que probablemente será alto,

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{eff}(\sigma_n < 0) &= 2(\tau + \mu\sigma_n) / (2-\nu), \text{ para } (\tau + \mu\sigma_n) > 0 \\ \sigma_{eff}(\sigma_n < 0) &= 0, \text{ para } (\tau + \mu\sigma_n) \leq 0 \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

En la aplicación que se desarrolla a continuación, tracción uniforme,  $\sigma_n \geq 0$  y no es necesario considerar el valor de  $\mu$ .

Por otra parte, se han de tener en cuenta las posibles orientaciones espaciales de las microgrietas. Suponiendo aleatoriedad de esas orientaciones

$$\bar{\sigma}_{eff} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi/2} \sigma_{eff}(\theta, \varphi) \sin\theta \, d\theta \quad (7)$$

que es el valor que se ha tomado para realizar los cálculos de mínimos tamaños propagables de microgrietas. Para tracción uniforme,  $\sigma$ ,

$$\sigma_{eff} = \frac{4 - 2\nu + (\nu^2/3)}{(2-\nu)(4-\nu)} \sigma \quad (8)$$

$$(\approx 0,54 \sigma \text{ para } \nu = 0,3)$$

La aleatoriedad de las orientaciones espaciales no es una hipótesis físicamente correcta, dado que estamos considerando propagación por descohesión (sobre planos {001} en el caso de metales CC). La tensión efectiva, bajo la misma hipótesis de rotura en modo mixto, debería evaluarse mediante consideraciones cristalográficas [21].

En la mayoría de los estudios locales de fractura frágil, sólo se ha solido tener en cuenta el efecto de la tensión normal (modo I). Evidentemente, la tensión efectiva que se deriva de esa hipótesis es siempre inferior a la que se obtiene de considerar modos mixtos.

Aunque ha existido discusión sobre este tema, la mayoría de los resultados experimentales de medida de  $\sigma_{eff}$  realizados con monocristales o policristales de textura intensa concuerdan con las predicciones del criterio de velocidad de relajación de energía crítica considerando modos mixtos [21].

2.3. Probabilidades de fallo

Si suponemos que las distribuciones de tamaños de partículas y granos son independientes (en el sentido de que no exista correlación entre el tamaño de un grano y el de las partículas que contiene) y que la expansión de la microgrieta granular es físicamente independiente de la propagación previa de la fractura de la partícula al interior del grano y ésta de la nucleación:

- a) Si  $K_{Ia}^{f/f} > K_{Ia}^{c/f}$ , teniendo en cuenta que la fractura de los granos exige la previa de una partícula interior o adyacente, el fallo ocurrirá por rotura de un grano de tamaño superior a  $D^*$  (nucleada por partículas de diámetro  $c^* \leq c \leq D^*$ ) ó directamente por la rotura de partículas de tamaño superior a  $D^*$ :

$$\phi = 1 - \exp \left[ - \int_0^{\infty} [N_g^c F_g(c^* \leq c \leq D^*) + N_V^c F_C(c \geq D^*)] dV \right] \quad (9)$$

$$F_g = \int_{D^*}^{\infty} [1 - \exp \left[ -N_V^c \frac{\pi D^3}{6} \right] \cdot F_C(c^* \leq c \leq D^*)] \cdot m(D) \cdot f_g(D) dD \quad (10)$$

$N_g^c$  y  $N_V^c$  son, respectivamente, la densidad volumétrica de granos y partículas y  $f_g$  es la función de densidad de tamaño de grano. Este se ha supuesto caracterizado por un diámetro medio (i.e., granos esféricos).  $D^*$  es el mínimo tamaño de microgrieta granular inestable bajo el estado de tensiones  $\sigma_{ij}$  (Ec. 5). Se incluye un factor de orientación de las microgrietas,  $m$ ; suponiendo que el plano por el que se propaga la descohesión en el grano esférico es aleatorio,

$$m(D) = \frac{2 \arccos(D^*/D)}{\pi} \quad (11)$$

Un análisis más completo debería incluir en este factor una influencia del estado local de tensiones,  $\sigma_{ij}$ , que se supone uniforme en un entorno de tamaño superior al grano.

La probabilidad de propagación de la rotura de una partícula es:

$$F_C[\sigma_{ij}(K), \bar{c}(K)] = \int_{c^*}^{\infty} p(c) \cdot m(c) f_c(c) dc =$$

$N_g^c = \frac{4}{3} \pi R^3 \cdot \rho \cdot \text{Vol. del grano}$   
 $\frac{2D^3}{6} = \frac{1}{3} \pi D^3$





$$F_c(c^* \leq c \leq D^*) + F_c(c \geq D^*) =$$

$$\int_{c^*}^{D^*} p(c) f_c(c) dc + \int_{D^*}^{\infty} p(c) f_c(c) dc \quad (12)$$

donde  $c^*$  es el mínimo diámetro de partícula cuya rotura es transmisible al grano bajo  $\sigma_{ij}$ , (ec.5),  $f_c$  la función de densidad del diámetro medio de las partículas y  $p$  la probabilidad de rotura de la partícula en ese instante de carga, dada por (3).

Para deformaciones grandes, el efecto de la deformación plástica previa sobre la forma de los granos se habría de tener en cuenta también en la ec. (10) si quisiera alcanzarse una simulación rigurosa.

- b) Si  $0 \leq K_{Ia}^{f/f} \leq K_{Ia}^{c/f}$ , las grietas que consigan propagarse a partir de la descohesión de un carburo no pueden ser detenidas por las fronteras de grano. En este caso, suponiendo material de microestructura uniforme

$$\phi = 1 - \exp \left[ -N_V^C \int_0^v F_c(c \geq c^*) dv \right] \quad (13)$$

### 3. APLICACION A LA PREDICION DE PROBABILIDADES DE ROTURA BAJO UN ESTADO TRACTIVO UNIFORME

Con el modelo de rotura frágil descrito, se ha desarrollado un programa de computador en FORTRAN que opera en un VAX 780. Como ejemplo de sus posibilidades, se presentan aquí resultados de aplicarlo al cálculo de la probabilidad de fractura de probetas aximétricas sometidas a tracción uniaxial, cuya sección uniforme mide 7,6 mm de diámetro y 38 mm de longitud. Los datos microestructurales utilizados corresponden a los medidos experimentalmente en un acero A 533B de estructura bainítica revenida (constituida por granos ferríticos -"paquetes bainíticos"- que contienen una dispersión de carburos). Los datos de los parámetros locales de fractura que intervienen en el modelo y los datos microestructurales se presentan a continuación.

#### 3.1. Parámetros locales de fractura

- $K_{Ia}^{c/f} = 2,5 \text{ MPa } \sqrt{m}$  (comunmente aceptado en la bibliografía (20)).
- $K_{Ia}^{f/f} = 5 \text{ MPa } \sqrt{m}$  (comunmente aceptado en la bibliografía (20)).
- $K_{Ia}^{f/f} = 0$  (para simular el proceso suponiendo irrelevantes las juntas de grano); equivale a  $K_{Ia}^{f/f} \leq 2,5 \text{ MPa } \sqrt{m}$ .

$$K_{Ia}^{c/f} = 0$$

(suponiendo que las grietas nucleadas en los carburos penetran en la ferrita sin ayuda de la tensión macroscópica).

Todos estos casos se han calculado para dos valores de  $\alpha$ :

- $\alpha = 10^{-2}$
- $\alpha = 10^{-3}$

#### 3.2. Parámetros microestructurales

Las distribuciones de diámetros espaciales (supuestos esferas), obtenidas a partir de medidas realizadas sobre secciones planas [22] se han ajustado a funciones tipo gamma:

$$f(x) = \frac{na^p}{\Gamma(p)} (x-d)^{np-1} \exp[-a(x-d)^n], \quad x \geq d \quad (14)$$

Los parámetros de las dos distribuciones y demás datos microestructurales necesarios se recogen en la Tabla 1.

Tabla 1

	granos	carburos
n	1,26153	0,289861
p	4,3265	7,5283
a	0,1258	19,9407
d (μm)	-0,02055	0,04
$N_V$ (mm <sup>-3</sup> )	$2,9461 \cdot 10^5$	$8,6308 \cdot 10^9$
$f_v$	0,967	2,74
c (μm)		0,0972

$\int_0^{\infty} f(x) dx = 1$   
 $\forall \alpha, p, n, d$

paquetes

#### 3.3. Resultados

Los resultados de probabilidad acumulada de fractura, obtenidos con el modelo, se muestran en la Fig. 1.

En primer lugar, puede concluirse que el efecto de considerar la existencia de las dos barreras sucesivas, c/f y f/f, es muy fuerte si los valores comunmente aceptados para los  $K_{Ia}^B$  correspondientes son correctos. El efecto de variar un orden de magnitud la probabilidad de fractura de los carburos es, por el contrario, relativamente pequeño para este acero. Curiosamente, en términos del valor de la tensión de fractura (no de la forma de su función de distribución), los resultados son muy próximos si sólo contarán los carburos o si sólo contarán los granos, en ambos casos con los valores "establecidos" de  $K_{Ia}^{c/f} = 2,5 \text{ MPa } \sqrt{m}$  y  $K_{Ia}^{f/f} = 5 \text{ MPa } \sqrt{m}$ . Obviamente esto está ligado a la circunstancia,

$$K_{Ia}^{c/f} / K_{Ia}^{f/f} = (\bar{c}/\bar{D})^{1/2} \quad (15)$$

como en el caso de los aceros dulces discutido por Curry y Knott [23].

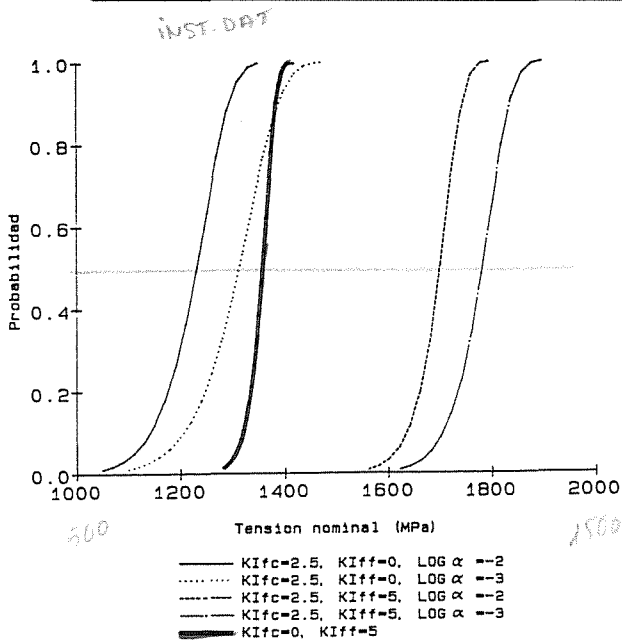


Fig.1.- Probabilidad de fractura de probetas de tracción de 7,6 mm φ x 38 mm de un acero bainítico, calculadas con el modelo para diferentes hipótesis sobre los parámetros microestructurales de rotura.

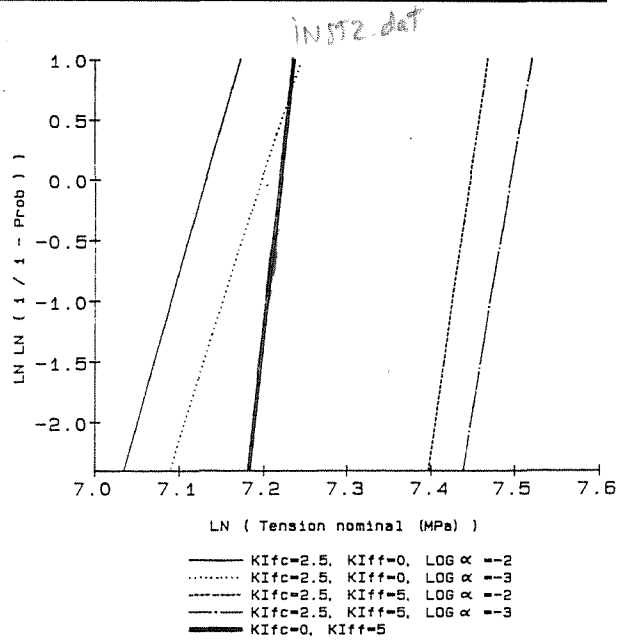


Fig.2.- Id. Fig. 1, "Diagrama de Weibull".

Finalmente, para  $K_{Ia}^{f/f} = 0$ , el resultado es insensible al valor de  $\alpha$  en el rango explorado ( $\alpha \geq 10^{-3}$ ).

Los resultados anteriores se presentan en la Fig. 2 en forma de "diagrama de Weibull". Las probabilidades acumuladas de fallo obtenidas a partir del modelo admiten aceptablemente una distribución de Weibull de dos parámetros, como podía esperarse [24]. Es interesante señalar que el parámetro de forma, m (pendiente de las rectas ajustables a las curvas calculadas, fig. 2), depende fuertemente de las hipótesis sobre la barrera microestructural controlante de la propagación causante de fallo, según puede apreciarse en la Tabla 2.

Tabla 2.- Parámetros de ajuste de una función de Weibull a las probabilidades de fractura calculadas con el modelo (fig. 2) para probetas axisimétricas de tracción de 7,6 mm φ x 38 mm.

$K_{Ia}^{f/f}$ (MPa/m)	$K_{Ia}^{f/f}$ (MPa/m)	log α	$\sigma_0$ (MPa)	m
2,5	0	-2	1251	25,1
2,5	0	-3	1336	22,4
2,5	5	-2	1716	49,0
2,5	5	-3	1802	42,2
0	5	≥-3	1367	63,6

AGRADECIMIENTO

El trabajo de investigación presentado en este artículo se ha realizado con la ayuda financiera de la Comunidad Económica Europea del Carbón y del Acero (CECA), dentro del proyecto n° 7210/KE/931 (F5-5187) del Programa de Investigación "Acero".

REFERENCIAS

- [1] D.A. Curry, J.F. Knott. "The relationship between fracture toughness and microstructure in the cleavage fracture of mild steel". Metal Sci., 10, 1 (1976).
- [2] D.A. Curry, J.F. Knott. "Effects of microstructure on cleavage fracture toughness of quenched and tempered steels". Metal Sci., 13, 341 (1979).
- [3] A. Pineau. "Review of fracture micro-mechanisms and a local approach to crack resistance in low strength steels". "Advances in Fracture Research (Proc. 5th ICF). Vol. 1, p. 179, D. Francois, ed., Pergamon Press, Oxford, 1981.
- [4] F.M. Beremin. "A local criterion for cleavage fracture of a nuclear pressure vessel steel". Metall. Trans. A., 14A, 2277 (1983).
- [5] A.G. Evans. "Statistical aspects of cleavage fracture in steel". Metall. Trans. A, 14A, 1349 (1983).
- [6] K. Wallin, T. Saario, K. Torronen. "Statistical model for carbide induced brittle fracture in steel". Metal Sci., 18, 13 (1984).

Handwritten notes and calculations related to the Weibull analysis:

Sube

→ Weibull

5025-2      2,5      0      -2      1251      25,1      -158      23'5

5025-3      2,5      0      -3      1336      22,4      -136      20'0

5025-2      2,5      5      -2      1716      49,0      -261      37'5

5025-3      2,5      5      -3      1802      42,2      -226      32'2

5000-3      0      5      ≥-3      1367      63,6      -309      46'2

5025-4      2,5      5      -4                -218      30'7

5000-2      0      5      -2                -309      46'2

5025-4      2,5      0      -4                -128      18'4

- [7] D. Qu, X.W. Wang, C.K. Tsai. "On the Weibull model of cleavage fracture". "Mechanical Behaviour of Materials - IV", vol.2, p. 779. J. Carlsson y N.G. Ohlson, eds., Pergamon Press, Oxford, 1984.
- [8] H. Chun-xiao, C. Qi-gong, S. Yi, Z. Xiu-yuan. "Volume effect on cleavage strength, microstructure and fracture micromechanism of welded 15 MnVN steel". "Advances in Fracture Research" (Proc. ICF 6), vol.2, p. 1415. S.R. Valluri, D.M.R. Taplin, P. Rama Rao, J.F. Knott, R. Dubey, eds., Pergamon Press, Oxford (1984).
- [9] T. Lin, A.G. Evans, R.O. Ritchie. "A statistical model of brittle fracture by transgranular cleavage". J. Mech. Phys. Solids, 34, 477 (1986).
- [10] T. Lin, A.G. Evans, R.O. Ritchie. "Statistical analysis of cleavage fracture ahead of sharp cracks and rounded notches". Acta Metall., 34, 2205 (1986).
- [11] S. Slatcher. "A probabilistic model for lower-shelf fracture toughness - Theory and application". Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct., 9, 275 (1986).
- [12] B. Strnadel, E. Mazancová, K. Mazanec. "Modelling of cleavage fracture in microalloyed steels with mixed ferrite-bainitic structure". "Fracture Control of Engineering Structure" (Proc. ECF 6), vol. III, p. 1775. H.c. van Elst y A. Bakker, eds., EMAS (UK), 1986.
- [13] T.L. Anderson. "A Combined statistical constraint model of the ductile-brittle transition region". Presented at the 3rd Int. Symp. on Nonlinear Fracture Mechanics, Knoxville, TN (USA), 1986.
- [14] T. Lin, A.G. Evans, R.O. Ritchie. "Stochastic modelling of the independent roles of particle size and grain size in transgranular cleavage fracture". Metals. Trans. A, 18A, 641 (1987).
- [15] C.J. McMahon, Jr., M. Cohen. "Initiation of cleavage in polycrystalline iron". Acta Metall., 13, 591 (1965).
- [16] L.E. Kaechele, A.S. Tetelman. "A statistical investigation of microcrack formation". Acta Metall., 17, 463 (1969).
- [17] M. Cohen, M.R. Vukcevic. "A statistical treatment of cleavage initiation in iron by cracking of carbides". "Physics of Strength and Plasticity", p.295. A.S. Argon, ed., The M.I.T. Press, Cambridge, (Mass., USA), 1969.
- [18] K. Wallin, T. Saario, K.Törrönen. "Fracture of brittle particles in a ductile matrix". Int. J. of Fracture, 32, 201 (1987).
- [19] G.C. Sih. "Handbook of Stress-Intensity Factors". Institute of Fracture and Solid Mechanics Lehigh University, Bethlehem, Pa., USA (1973).
- [20] G.T. Hahn. "The Influence of Microstructure on Brittle Fracture Toughness". Metall. Trans. A, 15A, 947 (1984).
- [21] J. Gil Sevillano, A. Martín Meizoso, "The Influence of Texture on Fracture". "Textures of Materials", J.S. Kallend y G. Gottstein, eds., The Metallurgical Society, Warrendale, Pa. (USA), (1988).
- [22] C.M. Sellars. "Quantitative Metallography". Programa Master en Metalurgia Física y Mecánica, Escuela Superior de Ingenieros Industriales (Universidad de Navarra), San Sebastián, España, 1981.
- [23] D.A. Curry y J.F. Knott, "Effects of Microstructure on Cleavage Fracture Stress in Steel", Metal Sci., 12, 511 (1978).
- [24] K. Trustrum y A. de S. Jayatilaka, "Applicability of Weibull Analysis for Brittle Materials", J. Mater. Sci., 18, 2765 (1983).

"ANÁLISIS ESTADÍSTICO DE LA TENACIDAD A ROTURA FRÁGIL DE UN ACERO  
BAINÍTICO A 533B EN LA ZONA DE TRANSICIÓN DUCTIL-FRÁGIL"

Viviente Solé, J.L., Menchaca Falcón, H., Rodríguez Ibabe, J.M. y  
Gil Sevillano, J.

CEIT (Centro de Estudios e Investigaciones Técnicas de Guipúzcoa)  
Apartado, 1555. 20080 - SAN SEBASTIAN

**Resumen.**- Se han realizado 49 ensayos de medida de  $K_{Ic}$  correspondientes a rotura frágil por descohesión de un acero bainítico A533B a tres temperaturas, -70, -40 y -10°C, contenidas en el intervalo de transición dúctil-frágil, utilizando probetas CT de 25 mm de espesor con entallas laterales y orientación T-S. La dispersión de los valores obtenidos es muy grande. Las distribuciones de  $K_{Ic}$  a cada temperatura admiten un buen ajuste mediante funciones de Weibull de dos parámetros con parámetro de forma  $m \approx 4$ . Este resultado concuerda con las predicciones teóricas de modelos de fractura basados en las hipótesis de fallo global por fallo del "weakest link" microestructural.

**Abstract.**- Toughness for brittle (cleavage) propagation in a bainitic A 533B steel has been measured at three temperatures (-70, -40 and -10°C) in the ductile-to-brittle transition temperature range. A total of 49 values of  $K_{Ic}$  have been obtained with side-notched 25mm CT specimens of T-S orientation. The variability of toughness at each temperature is large and it is well represented by two-parameter Weibull functions of shape parameter  $m \approx 4$ . Such result agrees with the prediction of fracture models based on the "weakest-link" concept.

## 1. INTRODUCCION

Aunque el tratamiento probabilístico de la tenacidad de los materiales frágiles (cerámicas y vidrios) está enormemente desarrollado, la tenacidad de los metales se ha enfocado generalmente de manera determinista y sólo en los últimos años los tratamientos estadísticos están adquiriendo verdadero auge. Sin embargo la dispersión de los valores experimentales de la tenacidad de los metales puede ser importante. Tal es el caso de la tenacidad a la rotura frágil de los aceros en la zona de transición.

Generalmente se ha supuesto una distribución normal como representativa de la dispersión observada en la tenacidad. No obstante, las largas colas de la distribución, junto con su simetría respecto a la media, dan como resultado unas predicciones para la probabilidad de

fractura en el límite inferior de tenacidad sin sentido físico o muy conservativas [1].

### 1.1 El modelo del "weakest link"

Independientemente del "efecto tamaño" derivado de la contribución de las capas superficiales de la probeta a la tenacidad (pérdida de constreñimiento), los valores de tenacidad obtenidos en la región de transición a partir de probetas muy pequeñas presentan una mayor dispersión que en el caso de las probetas grandes [2, 3]. Landes y Schaffer [2] propusieron un modelo que se basa en la estadística de los extremos y que sugiere que pueden usarse los valores de tenacidad obtenidas de probetas pequeñas para caracterizar la tenacidad de grandes estructuras. Parten de la base de que la tenacidad de un lote de material es variable, siendo diferente a través

de todo el material y en particular a lo largo del frente de grieta. Además plantean que la tenacidad de la fractura de cualquier probeta está gobernada por el punto o la zona de menor tenacidad a lo largo del frente de grieta. Las probetas más grandes tendrán una mayor probabilidad de contener una región de baja tenacidad. Las probetas pequeñas muestran una variación de la tenacidad y como promedio presentan una tenacidad mayor. Sin embargo, cuando se ensaya un gran número de probetas pequeñas, la tenacidad deberá manifestar una gran dispersión, yendo desde los valores cercanos a la tenacidad de la probeta grande hasta valores más elevados que la misma. Siguiendo el razonamiento anterior, Landes y Schaffer [2] recomendaron que los valores de tenacidad a la rotura frágil fueran tratados mediante modelos estadísticos de extremos, en particular mediante la distribución de Weibull, tan enormemente popular para la descripción de la resistencia de materiales intrínsecamente frágiles.

### 1.2 Distribución de Weibull

La distribución de Weibull de tres parámetros es de la forma [4]

$$F(x) = 1 - \exp \left\{ - \left[ \frac{(x-x_u)}{x_0} \right]^m \right\} \quad (1)$$

donde  $F(x)$  es la función de distribución acumulada,  $x_u$  el parámetro de posición,  $x_0$  el parámetro de escala y  $m$  el parámetro de forma. El parámetro de posición es el valor de  $x$  por debajo del cual la probabilidad de que ocurra un hecho es cero. Cuando dicho parámetro es cero, tenemos la llamada distribución de Weibull de dos parámetros.

Wallin [5] señaló explícitamente por primera vez que todo modelo de la tenacidad de un material estadísticamente homogéneo, basado en la hipótesis del "weakest link", que suponga campos de tensiones y deformaciones geoméricamente semejantes en el contorno de la grieta y normalizables utilizando el factor  $J$  (ó  $K^2$ ) para las distancias, conduce a una distribución de la tenacidad del tipo "Weibull de dos parámetros" con el parámetro de forma  $m=2$  (distribuciones de  $J_c$  ó CTOD) ó  $m=4$  (distribuciones de  $K_{Ic}$ ):

$$F(K_{Ic}) = 1 - \exp (-B K_{Ic}^4 \psi) \quad (2)$$

donde  $B$  es la longitud del frente de la grieta y  $\psi$  una constante del material para la temperatura, velocidad y geometría de los ensayos considerados. Un desarrollo teórico riguroso conducente a la ec. (2) ha sido realizado por Slatcher [6]. Un resultado experimental acorde con la ec. (2) supone una fuerte indicación de

que la fractura macroscópica del material está determinada por un suceso elemental de rotura a escala microestructural que responde a un esquema tipo "weakest link". Es el caso de la tenacidad a rotura frágil en la zona de transición de un acero con estructura bainítica, que se describe a continuación.

## 2. MEDIDAS EXPERIMENTALES

La composición del material utilizado, un acero A533B con estructura bainítica revenida, se detalla en la Tabla 1.

TABLA 1. Composición Química (% en peso)

0,18 C, 1,41 Mn, 0,24 Si, 0,56 Ni, 0,18 Cr, 0,49 Mo, 0,021 Al, 0,005 S, 0,009 P, 0,17 Cu, < 0,005 V.

### 2.1 Ensayos de fractura

Los ensayos se realizaron de acuerdo con la norma ASTM E813 [7]. Se utilizaron probetas compactas de tracción con orientación T-S, de 25 mm de espesor y provistas de entallas laterales de 2.5 mm de profundidad.

Las probetas se ensayaron con una máquina servohidráulica de 100 kN de capacidad, INSTRON 1342, bajo control de posición, con una velocidad del actuador de 0,01 mm s<sup>-1</sup>. En cada ensayo se registró la carga, el desplazamiento y la apertura de los labios de la fisura sobre la línea de carga hasta el instante de fractura frágil. En algunos casos, el ensayo se detuvo antes de producirse la fractura frágil. La apertura se midió directamente con un extensómetro tipo "clip". Las probetas se ensayaron dentro de una cámara ambiental Instron 3110 a tres temperaturas diferentes dentro de la zona de transición: -70, -40 y -10°C.

### 2.2 Resultados

En las Tablas 2, 3 y 4 se representan los valores de tenacidad a fractura frágil,  $K_{Ic}$ , junto con los valores de la integral  $J$  y del crecimiento estable,  $\Delta a$  (antes de la fractura frágil ó al detener el ensayo). Las tablas incluyen también 5 valores de tenacidad obtenidos previamente a -70 y -40°C con este mismo material e idénticas características de los ensayos [8].

En la Tabla 4 se señalan con un asterisco los ensayos de integral  $J$  que incumplen la condición de espesor mínimo de la norma ASTM E813,  $B \geq 15 J / \sigma_0$  [7]. Los valores de  $\sigma_0 = (\sigma_y + \sigma_{uts})/2$  se obtuvieron a cada temperatura mediante ensayos de tracción.

TABLA 2. Ensayos realizados a  $-70^{\circ}\text{C}$   $\sigma_0=602$  MPa

Ref.	$\Delta a$ (mm)	J (KJ/m <sup>2</sup> )	$K_{Ic}$ (MPa $\sqrt{m}$ )
A1	0,133	185,34	197,29
A3	0,108	138,94	170,81
A4	0,151	198,67	204,26
A5	0,202	253,57	230,76
A16	0,112	176,04	192,27
A18	0,007	10,59	47,16
A20	0,077	131,11	165,93
A22	0,208	254,98	231,40
A23	0,069	112,51	153,71
A29	0,016	63,58	115,55
H5	0,011	53,32	105,82
H11	0,084	104,93	148,44
H19	0,06	105,02	148,51
I05	0,05	122,4	160,7
I06	0,18	215,0	213,0
I07	0,125	169,1	188,9
I08	0,009	33,0	83,5

TABLA 3. Ensayos realizados a  $-40^{\circ}\text{C}$   $\sigma_0=584$  MPa

Ref.	$\Delta a$ (mm)	J (KJ/m <sup>2</sup> )	$K_{Ic}$ (MPa $\sqrt{m}$ )
A2	0,184	237,61	223,38
A6	0,213	285,65	-
A8	0,241	224,34	217,05
A10	0,572	325,91	261,61
A11	0,066	136,26	169,16
A17	0,161	217,74	213,84
A26	0,171	228,0	218,82
A27	0,284	207,61	208,8
A28	0,329	271,87	238,94
A30	0,573	378,87	282,07
A33	0,664	479,21	317,23
A35	0,834	555,79	341,64
H3	0,253	300,6	-
H4	0,383	295,55	249,13
H15	0,287	225,96	217,83
H17	0,401	346,61	269,79
H18	0,264	234,94	222,12
H20	0,038	41,99	93,9
42	0,79	480,8	318,2

TABLA 4. Ensayos realizados a  $-10^{\circ}\text{C}$   $\sigma_0=564$  Mpa

Ref.	$\Delta a$ (mm)	J (KJ/m <sup>2</sup> )	$K_{Ic}$ (MPa $\sqrt{m}$ )
A7	0,825	493,11	321,8
A9	1,615	642,2	367,22
A12*	2,624	848,17	422
A15	0,649	454	308,8
A19*	9,48	1764,3	608,7
A21*	2,328	780,71	-
A24	0,533	426,9	299,41
A25	0,885	544,5	338,15
A31	0,958	507,6	326,54
A32*	2,711	812,3	413,0
A34*	6,994	1302,1	-
H1*	3,399	1011,8	460,96
H6	0,668	411,9	294,12
H9*	6,411	1187,8	499,4
H10	1,667	724,57	390,1
H13*	4,925	1272,5	516,9
H16	1,792	705,0	384,77

### 3. ANALISIS DE LOS RESULTADOS Y DISCUSION

Los valores de tenacidad obtenidos a cada temperatura presentan una gran dispersión. La variación de la tenacidad está asociada a la diferente propagación estable que muestran las probetas antes del fallo frágil. A mayor

propagación estable, mayor energía suministrada antes del fallo inestable.

#### 3.1 Estudio estadístico

Si, a cada temperatura, ordenamos de menor a mayor los valores de tenacidad, podemos asignarles a cada uno un valor de probabilidad acumulada de fractura

$$P_f = (2i-1)/2N \quad i = 1, \dots, N \quad (3)$$

donde N es el número total de ensayos. Estos valores se pueden ahora comparar con la probabilidad teórica de fallo que proporciona la distribución de Weibull. Es nuestro caso, N=17 para las tres temperaturas de ensayo. No obstante, los datos estrictamente a considerar en el ajuste a realizar a  $-10^{\circ}\text{C}$  serán únicamente los nueve válidos.

En principio, sería deseable a efectos de diseño que la distribución a ajustar a los valores de  $K_{Ic}$  fuese la de tres parámetros (1) ya que así se podría obtener un valor de tenacidad mínima por debajo del cual la probabilidad de fractura sería cero. Empleando el método de máxima verosimilitud se realizó el ajuste para los ensayos efectuados a  $-70$  y  $-40^{\circ}\text{C}$ . Los parámetros de las distribuciones acumuladas de Weibull obtenidas se detallan en la Tabla 5. El parámetro de posición obtenido es en ambos casos negativo.

TABLA 5. Distribuciones acumuladas de Weibull de 3 parámetros

T( $^{\circ}\text{C}$ )	m	$x_0$ (MPa $\sqrt{m}$ )	$x_u$ (MPa $\sqrt{m}$ )
-40	5.506	300.18	-38.06
-70	6.954	297.30	-115.07

Como se puede suponer, no tiene sentido físico hablar de valores negativos de tenacidad. Por lo tanto, es claro que la distribución de tres parámetros no resulta adecuada para describir los resultados experimentales.

Se procedió a hacer un ajuste de la distribución de Weibull de dos parámetros ( $x_u=0$ ), empleando también el método de la máxima verosimilitud. Los valores obtenidos a  $-70$  y  $-40^{\circ}\text{C}$  se detallan en la Tabla 6. En la misma tabla se indican los parámetros de la distribución de Weibull ajustada a  $-10^{\circ}\text{C}$ . A esa temperatura, dado el número pequeño de ensayos realizados, se consideró  $m=4$  (su valor teórico [5]) y se determinó  $x_0$  ajustando los nueve puntos válidos. El resultado es muy similar al que se obtiene incluyendo en un ajuste libre

los resultados inválidos (parámetros señalados con un asterisco en la tabla 6). La fig. 1 muestra gráficamente los resultados.

TABLA 6. Distribuciones acumuladas de Weibull de 2 parámetros

T(°C)	m	$x_0$ (MPa $\sqrt{m}$ )
-10	4	470.21
-10*	4.539*	431.97*
-40	4.718	260.16
-70	3.849	178.40

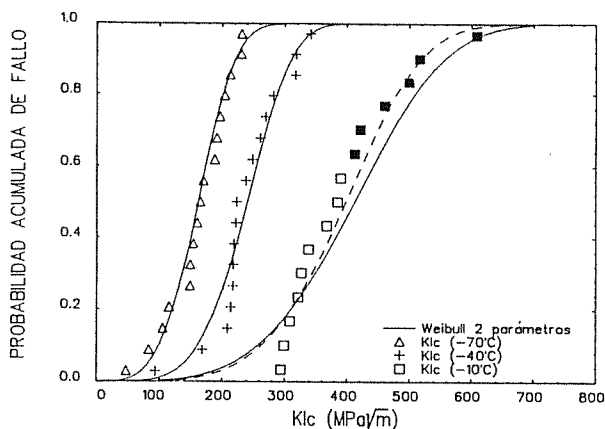


Fig. 1. Frecuencias acumuladas de tenacidad a la rotura frágil y curvas ajustadas de probabilidad de fractura para una distribución de Weibull de 2 parámetros. A  $-10^{\circ}\text{C}$ , la línea llena corresponde al ajuste (con  $m=4$ ) de los 9 datos válidos según ASTM E813; la línea discontinua corresponde al ajuste incluyendo todas las medidas (símbolos llenos, datos no válidos).

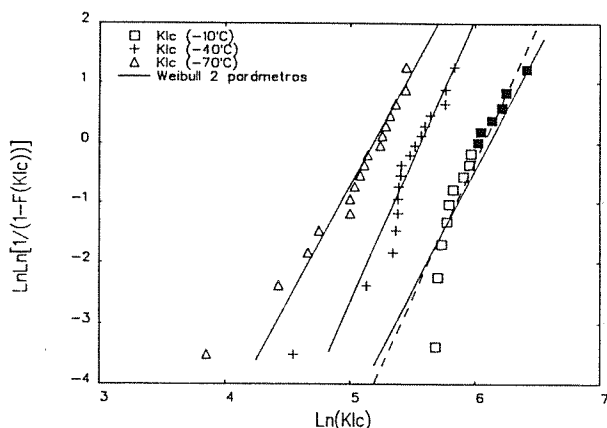


Fig. 2. Id. Fig. 1, en representación linealizada ("diagrama de Weibull").

Los resultados del parámetro de forma  $m$  para  $-70$  y  $-40^{\circ}\text{C}$  son bastante próximos al valor teórico de 4 [5]. Toda la discrepancia con respecto a esta constante sería atribuible, de acuerdo con simulaciones por computador de otros autores [5, 11], al número limitado de ensayos, sin recurrir, a una posible heterogeneidad del material, que puede perturbar seriamente la forma de la función de distribución, desviándola significativamente de la función de Weibull [6].

Cuando linealizamos la función de Weibull de dos parámetros, figura 2, podemos apreciar mejor las discrepancias entre los valores experimentales y el ajuste teórico.

La desviación del ajuste lineal es especialmente notoria para los niveles más bajos de tenacidad a cada temperatura de ensayo, con frecuencias de fractura para  $-70$  y  $-40^{\circ}\text{C}$ , superiores a las probabilidades de la predicción de Weibull, con el consiguiente riesgo si esas predicciones se usaran para diseño probabilístico (fig. 3).

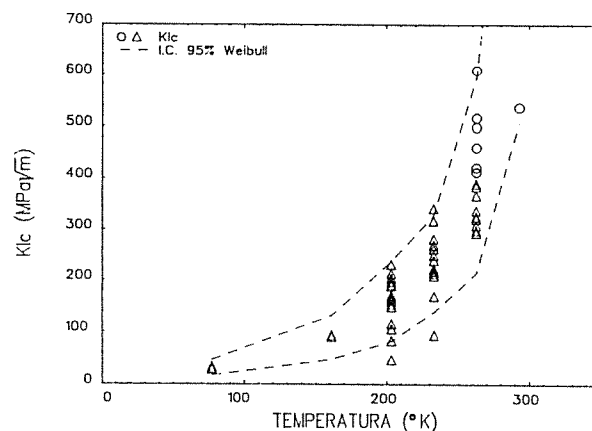


Fig. 3. Tenacidad (rotura frágil) del acero A 533B en función de la temperatura (desde  $77^{\circ}\text{K}$  a temperatura ambiente). Resultados experimentales (se incluyen datos medidos a dos temperaturas en la zona absolutamente frágil) y márgenes del 5 y 95% de probabilidad de fallo, derivados de los ajustes de funciones de Weibull.

Parece interesante intentar explicar el origen de esas desviaciones. Una primera explicación estaría basada en la presencia simultánea de dos poblaciones independientes de elementos microestructurales de fallo, conducentes a dos funciones  $\psi$  (ec. 2) diferentes, con predominio de una u otra según el volumen muestreado [9]. En el caso de este acero, existe la probabilidad de nuclear fallos de descohesión por rotura de carburos o por rotura de inclusiones no metálicas (mucho menos frecuentes que los primeros, pero de mayor tamaño medio).

Una segunda explicación puede residir en que las hipótesis que determinan la ec. (2) no se cumplen estrictamente en el caso de una grieta que sufre propagación estable antes de la rotura frágil, es decir, en la zona de transición. Concretamente, a diferencia del caso estático, la semejanza geométrica de la zona plástica (volumen muestreado) con factor de escala proporcional a  $K$  no se cumple cuando la grieta avanza establemente, con la zona plástica penetrando en un nuevo material y abandonando parte de su antiguo volumen plástico, de acuerdo con la curva de resistencia. Existe un tratamiento estadístico de este proceso, basado en el concepto "weakest link", con una aproximación bidimensional [10]. Merecería un desarrollo más completo.

Finalmente, tampoco se puede descartar que las curvaturas de los diagramas de Weibull de la figura 2 sean meramente una consecuencia de la dificultad de medir con precisión la probabilidad de fractura en la zona de baja tenacidad con un número limitado de resultados experimentales [11].

#### 4. CONCLUSIONES

- Las distribuciones de medidas de  $K_{Ic}$  de un acero A 533 B a temperaturas en el intervalo de la transición dúctil-frágil admiten un ajuste mediante funciones de Weibull de dos parámetros con parámetro de forma  $m = 4$ .
- Este resultado concuerda con las predicciones teóricas de modelos de fractura basados en la hipótesis de fallo global por fallo del "weakest link" microestructural.
- Es necesario estudiar con detalle las desviaciones observadas para valores muy bajos de tenacidad, cuyo origen podría ser estructural o ligado al proceso de rotura frágil con propagación estable previa. En ambos casos se viola en alguna medida la hipótesis básica conducente a probabilidades de Weibull con factor de forma  $m = 4$ .

#### AGRADECIMIENTO

*Este trabajo se ha realizado dentro del proyecto nº 7210/KE/931 (F5-5187) del Programa de Investigación "Acero" de la CECA (Comisión de las Comunidades Europeas, D.G. XII). El trabajo de uno de los autores (H.M.F.) ha sido posible mediante becas del Instituto de Cooperación Iberoamericana, Organización de Estados Americanos y Universidad de Navarra.*

#### REFERENCIAS

- [1] Doig, P. (1985). "Evaluation of lower bound fracture toughness values using weibull analysis of single specimen data". Eng. Fract. Mech., 21, 963-967.
- [2] Landes, J.D. y Shaffer, D.H. (1980). "Statistical characterization of fracture in the transition region". "Fracture Mechanics: 12<sup>th</sup> Conference", ASTM STP 700, pp. 368-382.
- [3] Ohtsuka, N. (1984). "An interpretation of scatter and thickness effect on fracture toughness in the transition region". Proc. 4<sup>th</sup> Int. Conf. on the Mechanical Behaviour of Materials (ICM 4), Vol. 2, pp. 117-1123. Carlsson, J. y Ohlson, N.G., eds. Pergamon Press, Oxford.
- [4] Shih, T.T. (1980). "An evaluation of the probabilistic approach to brittle design". Eng. Fract. Mech., 13, 257-271.
- [5] Wallin, K. (1984). "The scatter in  $K_{Ic}$ -results". Eng. Fract. Mechanics, 19, 1085-1093.
- [6] Slatcher, S. (1986). "A probabilistic model for lower-shelf fracture toughness - Theory and application". Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct., 9, 275-289.
- [7] ASTM E813 (1981). "Standard Test for  $J_{Ic}$ , A Measure of Fracture Toughness", Annual Book of A.S.T.M. Standards, Part. 10, pp. 810-828.
- [8] Viviente, J.L., Martín, A., Rodríguez, J.M., Gil, J. y Fuentes, M. (1986). "Fractura dúctil de un acero A533B-1: Relación entre la tenacidad y el comportamiento microscópico". Anales de Mecánica de la Fractura, 3, 169-178.
- [9] Johnson, C.A. (1983). "Fracture statistics of multiple flaw distributions". "Fracture Mechanics of Ceramics", Vol. 5, p. 365. R.C. Bradt y col., eds., Plenum Press, New York.
- [10] Ehl, W., Munz, D. y Brückner, A. (1986). "Crack extension in the ductile-brittle transition". Proc. Int. Seminar on Local Approach of Fracture, p. 233. EDF, Moret-sur-Loing (Francia).
- [11] Faucher, B. y Tyson, W.R. (1988). "On the determination of Weibull parameters". J. Mater. Sci. Letters, 7, 1199-1205.



## CRITERIOS DE FRACTURA APLICABLES A LOS POLIMEROS REFORZADOS CON FIBRAS EN PRESENCIA DE ENTALLAS

Belzunce, F.J., Gutiérrez, A. y Viña J.

Departamento de Ciencia de los Materiales e Ingeniería Metalúrgica  
ETS Ingenieros Industriales (Universidad de Oviedo)  
Carretera de Castiello, s/n. 33204 GIJON (ASTURIAS)

Resumen.- Se ha utilizado el factor de intensidad de tensiones para caracterizar la fractura de probetas de poliéster reforzado con mat y con tejido bidireccional de fibra de vidrio. Se utilizaron ensayos de tracción de probetas con una entalla lateral de tamaño variable. Asimismo se han determinado las curvas R de estos materiales y aplicado el criterio de fractura energético correspondiente. Este último criterio permite predecir con un grado de precisión notable las tensiones de fractura de estos materiales en presencia de entallas.

Abstract.- The stress intensity factor was used to characterize the fracture of chopped strand mat and woven roving glass fibre reinforced polyester by means of single edge notched tensile specimens with variable crack lengths. Their R-curves were also determined in order to apply the energetic criterion. This criterion allows the accurate prediction of fracture stresses when these materials have some kind of notches.

## 1. INTRODUCCION

Los polímeros reforzados con fibra de vidrio empiezan ya a utilizarse en grandes cantidades en aplicaciones estructurales muy variadas como son la fabricación de depósitos, reactores químicos, tuberías, paneles de automóviles, etc. y todos los datos apuntan en la línea del incremento continuado de su utilización en ingeniería. Sin embargo, los ingenieros no suelen conocer el efecto que tienen sobre este tipo de materiales la presencia de discontinuidades y entallas. Generalmente este desconocimiento, junto con otros factores intrínsecos derivados del propio proceso de fabricación utilizado, conduce a que los códigos establezcan unas tensiones de diseño muy inferiores a la resistencia real de estos materiales en virtud de la aplicación de factores de seguridad enormes en comparación con los utilizados en los diseños con aleaciones metálicas. Por estas razones es actualmente muy importante conocer y divulgar el comportamiento de los polímeros reforzados con fibras en presencia

de concentradores de tensiones y establecer criterios de fractura en estas situaciones, soportados por una base teórica lo más rigurosa posible, contrastados experimentalmente y de fácil aplicación en ingeniería.

## 2. SENSIBILIDAD A LA ENTALLA DE LOS POLIMEROS REFORZADOS CON FIBRAS

Los polímeros reforzados con fibras son, al igual que el resto de los materiales utilizados en ingeniería, sensibles al efecto de las entallas como se deduce del hecho de que sus correspondientes tensiones de fractura en modo I son claramente inferiores a las que resultarían si la tensión de fractura de la sección real permaneciera invariable con el tamaño de la entalla. Este supuesto se representa en la figura 1 por la recta de ecuación

$$\sigma = \sigma_u (1-a/W) \quad (1)$$

$\sigma_u$  es la resistencia a la tracción del material sin entallar, W el ancho de la probeta y a la

longitud de la entalla.

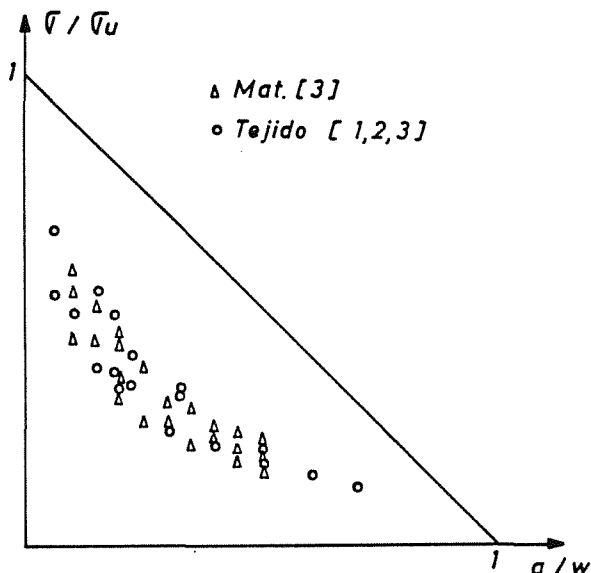


Fig. 1. Tensiones de fractura de probetas entalladas de resinas poliéster y epoxi reforzadas con mat y con tejido de vidrio

Los datos bibliográficos [1,2,3], representados en la figura 1, correspondientes a diferentes resinas de poliéster y epoxi reforzadas con mat o tejido de fibra de vidrio muestran con claridad la sensibilidad a la entalla de estos materiales. Estos resultados indican que la tensión de fractura de las probetas entalladas de los materiales reforzados con fibras es aproximadamente inversamente proporcional a la raíz cuadrada del tamaño de la entalla  $a$ , lo que representaría la aplicabilidad de la teoría de la mecánica de la fractura elástica lineal.

### 3. CRITERIOS DE FRACTURA

La resistencia mecánica de los polímeros reforzados con fibras ha sido analizada por Nuismer y Whitney [4], quienes propusieron los denominados criterios de la tensión puntual ("point stress") y de la tensión media ("average stress") de amplia difusión y aceptación. El criterio de la tensión puntual, deducido para una placa de dimensiones infinitas con una grieta centrada de tamaño  $2a$ , predice el fallo cuando la distribución de la tensión normal delante de aquélla es tal que se alcanza la resistencia mecánica del material  $\sigma_u$  a una determinada distancia característica  $b_0$  medida desde el frente de la grieta. Se concreta en la expresión siguiente:

$$\sigma = \sigma_u (1 - \alpha^2)^{\frac{1}{2}} \quad \alpha = a/(a+b_0) \quad (2)$$

El criterio de la tensión media predice el fallo en aquél mismo supuesto cuando el valor medio de la tensión normal en una determinada distancia característica  $c_0$  alcanza la resistencia mecánica del material  $\sigma_u$ , y se expresa:

$$\sigma = \sigma_u [(1-\beta)/(1+\beta)]^{\frac{1}{2}} \quad \beta = a/(a+c_0) \quad (3)$$

Las ecuaciones (2) y (3) expresadas en términos

del factor de intensidad de tensión crítico  $K_Q$  resultan ser respectivamente:

$$K_Q = \sigma_u Y [a(1-\alpha^2)]^{\frac{1}{2}} \quad (5)$$

$$K_Q = \sigma_u Y [a(1-\beta)/(1+\beta)]^{\frac{1}{2}} \quad (6)$$

$Y$  es el factor adimensional que tiene en cuenta la geometría de la probeta. Estas expresiones (5) y (6) se aproximan asintóticamente a valores constantes para grietas suficientemente grandes ( $a > b_0, c_0$ ), definidos para los criterios de la tensión puntual y de la tensión media respectivamente por las ecuaciones:

$$K_Q = \sigma_u (2\pi b_0)^{\frac{1}{2}} \quad (7)$$

$$K_Q = \sigma_u (\pi c_0/2)^{\frac{1}{2}} \quad (8)$$

Numerosos resultados experimentales han probado la adecuación de estos criterios a los polímeros reforzados con fibras para una gran variedad de éstas y de orientaciones de las mismas, lo que en principio sugiere la posibilidad de aplicación de la teoría de la mecánica de la fractura elástica en la determinación del fallo de este tipo de materiales. Los valores de las constantes características obtenidas en los ensayos de Nuismer y Whitney fueron  $b_0=1\text{mm}$  y  $c_0=3.8\text{mm}$ .

Por otro lado Wells y Beaumont [5] e igualmente Harris [6], tras una amplia recopilación de datos correspondientes a una gran variedad de polímeros reforzados con tipos y orientaciones de fibras diversas mostraron que, exceptuando las entallas menores (inferiores a 2 mm.), el fallo de estos materiales se produce para tensiones inversamente proporcionales a la raíz cuadrada de la longitud de la entalla, bajo condiciones del factor de intensidad de tensión crítico  $K_Q$  constante, independiente del tamaño de la entalla practicada. Además, estos autores obtuvieron relaciones de proporcionalidad entre el factor de intensidad de tensiones crítico  $K_Q$  y la resistencia mecánica del material no entallado  $\sigma_u$ , tales que el 90% de sus datos quedaban recogidos por la igualdad:

$$K_Q/\sigma_u = 0.07 \pm 0.02 \text{ m}^{\frac{1}{2}} \quad (9)$$

Esta expresión muestra que, a diferencia de lo que ocurre con las aleaciones metálicas y con los polímeros, donde normalmente todo aumento de la resistencia mecánica se consigue a expensas de la tenacidad, dado que los mecanismos de endurecimiento estructural (que inhiben el movimiento de las dislocaciones) dificultan al mismo tiempo la extensión de zonas plásticas localizadas, consumidoras de energía; los materiales reforzados con fibras poseen tanta mayor tenacidad cuanto mayor es su resistencia mecánica, hecho éste justificado en términos generales por la dificultad adicional que oponen las fibras a la progresión del daño.

### 4. MATERIALES Y EXPERIMENTACION REALIZADA

El material utilizado en este trabajo fué una

resina de poliéster ATLAC 382-05AD reforzada con mat y con tejido bidireccional de fibra de vidrio. Se prepararon placas de 400x250 mm<sup>2</sup> y 2 mm. de espesor por moldeado a mano bajo vacío y curado posterior a 80°C durante tres horas.

Las probetas de ensayo utilizadas fueron de forma rectangular de 30 y 40 mm. de ancho. Con excepción de unas pocas probetas, sobre las que se midió la resistencia mecánica de los materiales no entallados, se practicaron entallas laterales de tamaños en relación al ancho (a/w) variables entre 0.1 y 0.5. Todas las entallas fueron afiladas con una cuchilla aguda con objeto de asegurar un radio en el extremo de 0.1 mm.

Se efectuaron ensayos de tracción uniaxial bajo control de desplazamiento en una maquina servohidráulica MTS de 250 KN con una velocidad de desplazamiento de las mordazas de 2 mm/min. Un extensómetro lateral situado a una distancia fija de 3 mm. respecto del borde lateral de la probeta nos permitió medir continuamente la abertura de la entalla en el proceso de carga. Finalmente, se obtuvo el registro gráfico de la fuerza aplicada en función de la deformación localizada en la zona de la entalla, COD.

El factor de intensidad de tensiones bajo condiciones de tensión plana  $K_I$  se calculó a partir de la fórmula siguiente:

$$K_I = (P/W.t)Y\sqrt{a}$$

P es la fuerza aplicada, W y t el ancho y el espesor respectivamente, a el tamaño de la entalla, e Y el factor adimensional geométrico siguiente:

$$Y = 1.99 - 0.41(a/W) + 18.7(a/W)^2 - 38.48(a/W)^3 + 53.85(a/W)^4$$

Aunque la expresión del factor de intensidad de tensiones utilizada es únicamente válida para el caso de materiales isótropos y homogéneos, puede también aceptarse para la caracterización de los materiales que se han utilizado en este trabajo [7].

## 5. RESULTADOS Y DISCUSION DE LOS MISMOS

### 5.1. Tenacidad a la fractura

La figura 2 muestra las curvas fuerza-abertura del extensómetro (COD) típicas que se obtienen con este tipo de materiales para diferentes tamaños de las entallas. Todos estos gráficos son inicialmente lineales, pero más adelante se desvían de la linealidad debido a la acumulación de daño estructural en el frente de la entalla antes de que tenga lugar la fractura final de la probeta. Hay que tener presente que estos materiales no se deforman plásticamente.

Estos gráficos nos han permitido determinar el factor de intensidad de tensiones de iniciación del daño  $K_I$  (de acuerdo con la norma ASTM E399, se ha calculado a partir de la carga para la que se aprecia una desviación de la rigidez inicial de un 5%) y el factor de intensidad de tensiones crítico  $K_{IQ}$  (utilizando la carga máxima). Igualmente hemos calculado las distancias características  $b_0$  y  $c_0$  de

ajuste de nuestros resultados con el modelo de Nuismer y Whitney. En la tabla 1 se presentan los valores medios de todos estos parámetros para el poliéster reforzado con mat y con tejido de vidrio. Mientras el factor  $K_I$  era independiente del tamaño de la entalla, el parámetro  $K_{IQ}$  aumentaba ligeramente con aquélla. Las distancias características  $b_0$  y  $c_0$  obtenidas en estos ensayos fueron algo mayores que las deducidas por Nuismer y Whitney, hecho este achacable a diferencias en los procesos de fabricación seguidos en uno y otro caso.

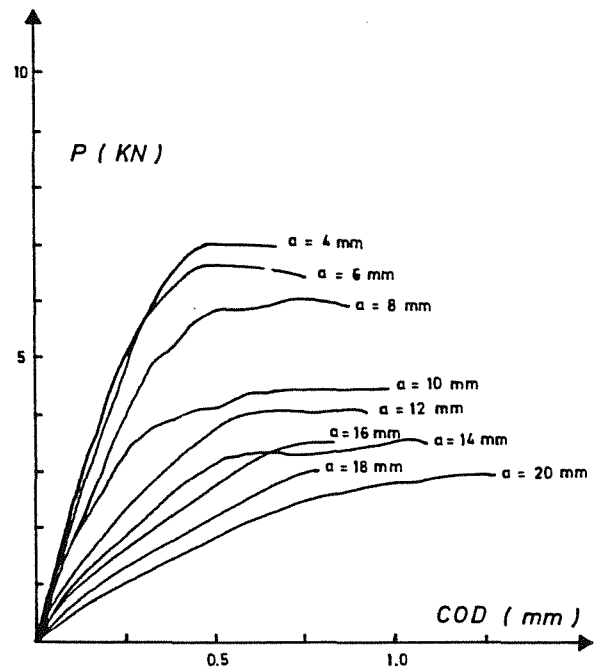


Fig. 2. Gráficas Fuerza-desplazamiento del extensómetro correspondientes a probetas entalladas de poliéster reforzado con mat de vidrio (W=40mm).

TABLA 1. Propiedades mecánicas y parámetros característicos del poliéster reforzado con mat y con tejido de vidrio.

	$v_f$ (%peso)	E (MPa)	$\sigma_u$ (MPa)	$K_I$ (MPa $\sqrt{m}$ )	$K_{IQ}$ (MPa $\sqrt{m}$ )	$b_0$ (mm)	$c_0$ (mm)
Poliéster/Mat	46.9	7920	181	9.3	17.9	1.4	5.6
Poliéster/Tejido	69.9	10980	359	13.1	35.9	1.5	6.3

La figura 3 muestra los valores de  $\sigma_u$  y  $K_{IQ}$  obtenidos con los materiales utilizados en este trabajo junto a otros datos bibliográficos correspondientes a materiales similares. La recta de regresión obtenida muestra un buen coeficiente de correlación (0.94), digno de ser tomado en consideración si se tiene en cuenta que estamos tratando con materiales diversos obtenidos en condiciones de fabricación diferentes, y una pendiente (relación entre  $K_{IQ}$  y  $\sigma_u$ ) de 0.075 m<sup>3/2</sup>. Es de destacar la excelente correspondencia de estos resultados con los expresados por la ecuación (9), lo que

confirma una vez más que la tenacidad a la fractura de los polímeros reforzados con fibras aumenta paralelamente con su resistencia mecánica. Siendo estos materiales esencialmente frágiles, se comportan de modo tenaz en presencia de entallas como consecuencia de la aparición de una zona dañada delante de aquéllas, al modo de las zonas plásticas que se crean en las aleaciones metálicas. Esta similitud aparente, unida a la posibilidad contrastada de utilizar el factor de intensidad de tensiones  $K$  para caracterizar el proceso de fractura en estos materiales, indujo a plantear la posibilidad de evaluar su comportamiento en presencia de entallas mediante las curvas de resistencia o curvas R [11,12,13].

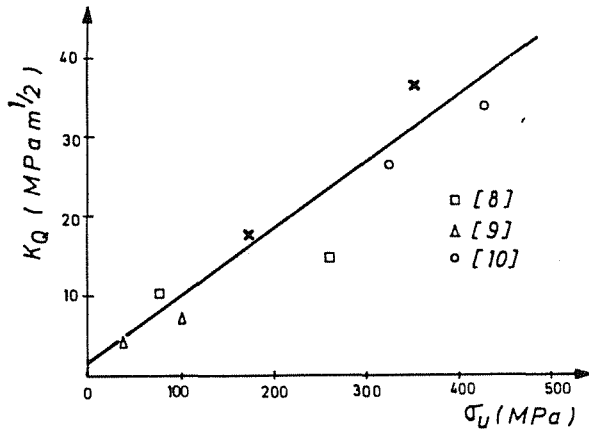


Fig. 3. Representación de la relación existente entre el factor de intensidad de tensiones crítico y la resistencia mecánica de los materiales ensayados junto con otros datos obtenidos de las referencias [8], [9] y [10].

### 5.2. Curvas R

La forma de las curvas fuerza-abertura del extensómetro obtenidas experimentalmente con las probetas entalladas (Fig. 2) sugiere la aparición primero y el crecimiento luego de una zona dañada delante de la entalla que finalmente lleva a la fractura inestable de la probeta. Sin embargo, no se puede caracterizar el crecimiento de este daño como la extensión de una grieta desde el frente de la entalla, sino que más bien se identifica como una zona más o menos extensa de daño estructural donde ocurren fenómenos como roturas de fibras, agrietamientos irregulares de la fase matriz y separaciones de las intercaras fibra-matriz.

Este daño estructural puede ser asimilado a una grieta equivalente o extensión de la entalla original que da lugar a una flexibilidad de la probeta idéntica. Midiendo la flexibilidad inicial de probetas entalladas para relaciones del tamaño de la entalla inicial al ancho de las mismas  $a_0/w$  variables entre 0.1 y 0.5 se pueden obtener las curvas de flexibilidad de las probetas entalladas. La figura 4 muestra una de estas representaciones así como el buen ajuste de los datos experimentales logrado con una curva de regresión parabólica.

Conocidas las curvas de flexibilidad de las probetas ensayadas es posible calcular para cada carga de los gráficos fuerza-abertura del extensómetro (Fig. 2), la flexibilidad en cada

instante, y a continuación el tamaño de la grieta efectiva o equivalente  $a_e$ . Con todos los datos obtenidos al ensayar probetas de igual geometría se determina la curva de resistencia o curva R del material representando los valores del factor de intensidad de tensiones efectivo  $K_I(a_e)$  frente al crecimiento de la grieta  $\Delta a$  ( $\Delta a = a_e - a_0$ ).

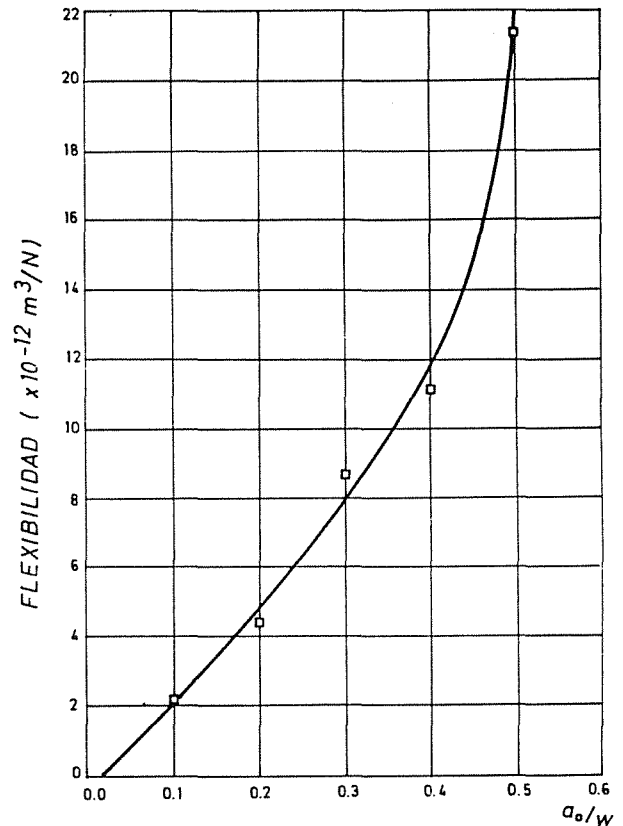


Fig. 4. Curva de flexibilidad de probetas entalladas de poliéster reforzado con mat de vidrio ( $w=40\text{mm}$ ).

La figura 5 muestra las curvas R obtenidas al ensayar probetas de poliéster reforzado con mat y con tejido de vidrio. Las curvas R del poliéster reforzado son independientes del tamaño de la entalla inicial  $a_0$  [11,13,14,15]. La linealidad de las curvas R obtenidas resulta llamativa en comparación con las curvas exponenciales que habitualmente se obtienen con las aleaciones metálicas, aunque este comportamiento podría estar justificado en virtud del comportamiento elástico lineal típico de los materiales ensayados y de la ausencia de zonas plásticas. Las curvas R del poliéster reforzado con mat y con tejido de vidrio pueden expresarse por las rectas de regresión siguientes:

$$\text{Poliéster/Mat: } K_R = 3500 \Delta a + 12.5 \text{ (MPa}\sqrt{\text{m}}, \text{m)}$$

$$\text{Poliéster/Tejido: } K_R = 7500 \Delta a + 13 \text{ (MPa}\sqrt{\text{m}}, \text{m)}$$

Finalmente hemos utilizado estas expresiones de las curvas R para aplicar el criterio energético representado en la figura 6 y expresado analíticamente por las condiciones siguientes:

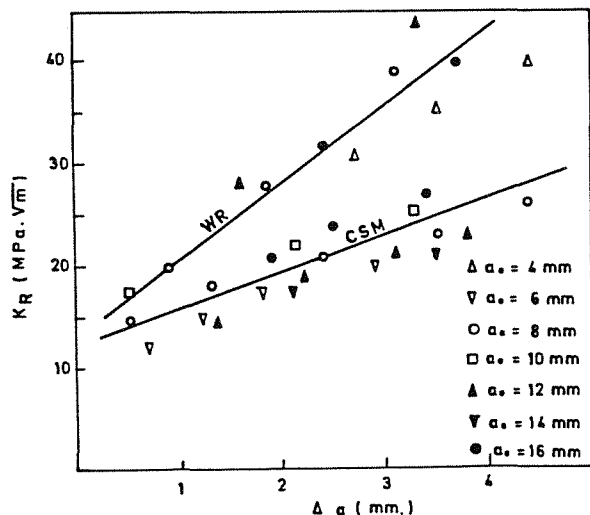


Fig. 5. Curvas R del poliester reforzado con mat y con tejido de vidrio (W=40mm).

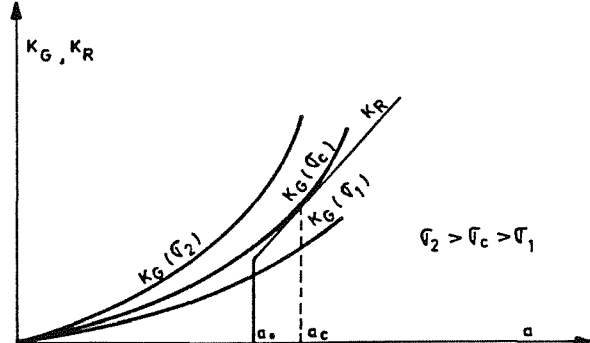


Fig. 6. Representación gráfica del criterio energético de fractura basado en las curvas R.

$$K_G = K_R$$

$$\partial K_G / \partial a = \partial K_R / \partial a$$

donde  $K_G$  es la fuerza disponible para la extensión de la grieta G expresada en términos del factor de intensidad de tensiones. La aplicación de este criterio de fractura a las probetas utilizadas en nuestra experimentación se expresa del modo siguiente:

$$\sigma Y \sqrt{a} = A + B (a - a_0)$$

$$(1/2) \sigma Y a^{-1/2} + \sigma \sqrt{a} (dY/da) = B$$

A y B son las constantes que definen la ecuación de la recta R.

Estas ecuaciones nos permiten determinar, conocido el tamaño de la entalla inicial  $a_0$ , la tensión de fractura  $\sigma_c$  y el tamaño de la grieta crítica en el momento de la fractura  $a_c$  (Fig. 6).

Finalmente se ha aplicado este criterio de fractura al poliester reforzado con mat de vidrio (Fig. 5) para predecir la tensión máxima soportada por las probetas entalladas de 30 mm. de ancho. Los resultados obtenidos, representados en la Fig. 7, muestran una buena correspondencia con los datos experimentales, máxime teniendo en cuenta la variabilidad de las propiedades de los materiales utilizados justifi-

ficada por su escasa uniformidad.

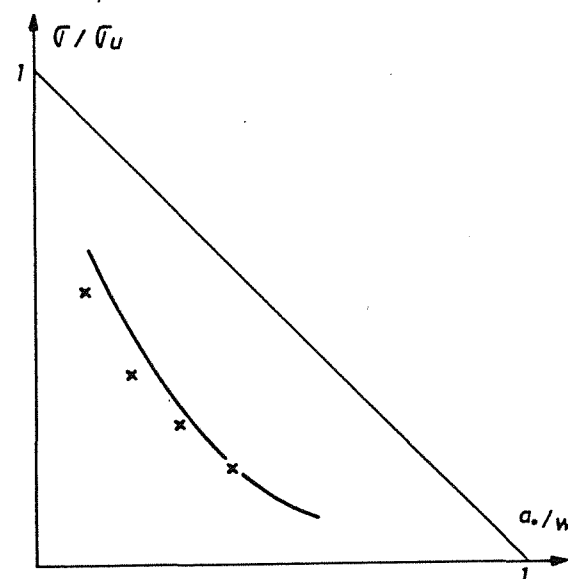


Fig. 7. Tensión de fractura de probetas de poliester reforzado con mat de vidrio (W=30mm). Resultados teóricos y experimentales.

6. CONCLUSIONES

En este apartado se señalan las siguientes conclusiones:

Las condiciones de fractura de los polimeros reforzados con mat y con tejido de vidrio pueden caracterizarse a partir del factor de intensidad de tensiones, parámetro característico de la mecánica de la fractura elástica-lineal. En oposición al comportamiento típico de las aleaciones metálicas, el factor de intensidad de tensiones crítico de estos materiales es directamente proporcional a su resistencia mecánica.

En este trabajo se expone un método simple de cálculo de las curvas R de los polimeros reforzados con fibras. Estas curvas son lineales e independientes del tamaño de la entalla inicial  $a_0$ . Finalmente, la aplicación del criterio energético de fractura, basado en las curvas R, permite predecir, con una buena precisión, la tensión de fractura de estos materiales en presencia de entallas.

7. REFERENCIAS

[1] Agarwal D.C. et al. "Fracture of glass-cloth composites. Polymer Composites. Vol.6. Nº 1 (Enero 1985), pp. 29-33.

[2] Agarwal B.D. et al. "Determination of the fracture toughness of fabric reinforced composites by the J-integral approach. Composites Science and Technology. 25 (1986), pp. 311-323.

[3] Solar M.A. y Belzunce F.J. "Fracture toughness and R-curves of glass fibre reinforced polyester. Composites (se publicará en Marzo de 1989).

[4] Nuismer R.J. y Whitney J.M. "Uniaxial failure of composite laminates containing

- stress concentrations. ASTM STP 593 (1975), pp. 117-142.
- [5] Wells J.K. y Beaumont P.W.R. "Correlations for the fracture of composite materials Scripta Metallurgica. Vol. 16(1982), pp. 99-103.
- [6] Harris B. et al. "Strength and toughness of fibre composites. Composites Science and Technology. 31 (1988), pp. 121-141.
- [7] Konish H.J. "Mode I stress intensity factors for symmetrically cracked orthotropic strips. ASTM STP 593 (1975), pp. 99-116.
- [8] Owen M.J. y Rose R.G. Journal Physics D: Applied Physics, 6 (1973), pp. 12-53.
- [9] Harris B y Cawthorne D. Plastics and Polymers (Octubre 1974), pp. 209-216.
- [10] Caprino G., Hapin J.C. y Nicolais L. Composites 10 (1979), pp. 223-227.
- [11] Gaggar S.K. y Broutman L.J. Strength and fracture properties of random fibre polyester composites. Fibre Science and Technology 9 (1976), pp. 205-224.
- [12] Agarwal B.D. y Giare G.S. Crack growth resistance of short fibre composites. Influence of fibre concentration, specimen thickness and width. Fibre Science and Technology 15 (1981), pp. 283-298.
- [13] Garg A.C. y Trotman C.K. Influence of water on fracture behaviour of random fibre glass composites. Engineering Fracture Mechanics. Vol.13 (1980), pp 357-370.
- [14] Kumar A.N., Pandey R.K. y Nanda A. Crack growth characterization in a short fibre glass-epoxy composite. Composites Science and Technology 29 (1987), pp. 17-32.
- [15] Garg A.C. Thickness and laminating effects on fracture behaviour of glass fibre composites. Fibre Science and Technology 14 (1981), pp. 27-39.

## MICROMECHANISMOS DE FISURACION POR CORROSION BAJO TENSION DE ACEROS DE BAJA ALEACION

Gutiérrez-Solana, F; González Martínez, J.J.; Varona Ruiz, J.M<sup>a</sup>.

Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos  
Universidad de Cantabria  
Avda. de los Castros, s/n. 39005-Santander (Cantabria)

## RESUMEN

Un completo estudio de caracterización de la resistencia a la CBT en agua de mar simulada de aceros de baja aleación ha mostrado el control ejercido por la microestructura y la resistencia mecánica sobre su comportamiento.

En este trabajo se aborda la modelización de los mecanismos a escala microestructural que se suceden en los procesos de fisuración. Esta puede entonces entenderse como la sucesión de roturas inestables de alcance limitado condicionado por el efecto de fragilización local en el fondo de la fisura preexistente. Los procesos de rotura quedan controlados por el estado de deformaciones, las características microestructurales en la zona plástica, variables dependientes del estado de cargas y la situación ambiental, y del límite elástico del material.

## ABSTRACT

After a complete study on the SCC resistance of low alloyed steels in simulated sea water, it has been shown the control that microstructure and strength have on the obtained behavior.

This work tries to modelize the micromechanisms associated to the cracking processes of SCC phenomena. Crack propagation is then understood as a discontinuous series of unstable local fracture of the hydrogen embrittled area ahead of the previous crack tip. The control of such a process is established by the strain field, the microstructural characteristics and the hydrogen concentration at the plastic zone, variables dependent of stress and environmental conditions and the strength of the material.

## 1. INTRODUCCION

En el marco de una amplia investigación se ha analizado el comportamiento en CBT en ambiente de agua de mar simulada, del acero de baja aleación AISI 4135, bajo un gran número de tratamientos térmicos (1) agrupados en series en cada una de los cuales se ha estudiado el efecto de determinadas situaciones o aspectos microestructurales (2). De esta manera se tienen establecidas las variables que controlan los procesos de CBT para estos aceros, en cada tipo de comportamiento que presentan en función de las condiciones que concurren en los mismos, de tipo ambiental, tensional y microestructural.

Así en las roturas de tipo intergranular, IG, presentes en microestructuras con martensita dislocada o revenida por debajo de una temperatura crítica, son los parámetros asociados al borde de grano, como el tamaño de grano o la precipitación en el borde, los que aparentemente controlan el comportamiento. También se ha hecho patente la existencia de una temperatura crítica de

revenido donde se produce la transición intergranular-transgranular, IG-TG, sin una evidencia clara de un cambio sustancial en el material que lo justifique. Finalmente el comportamiento de tipo transgranular, TG, es muy variable en función del tipo de microestructura presente, desde un cuasi-clivaje asociado a la presencia de bainita, a procesos de propagación por formación de huecos en martensitas revenidas a alta temperatura.

Este trabajo trata de modelizar este comportamiento tan poco uniforme con un modelo general que justifique las variaciones encontradas.

## 2. MODELIZACION

Un primer estudio de modelización efectuado sobre el comportamiento intergranular de estos aceros definió un modelo mecánico a escala macroscópica basado en el giro en torno a una rótula plástica localizada en el fondo de la fisura, Figura 1. El modelo permite relacionar la situación umbral de fisuración,  $K_{Isc}$ , con el

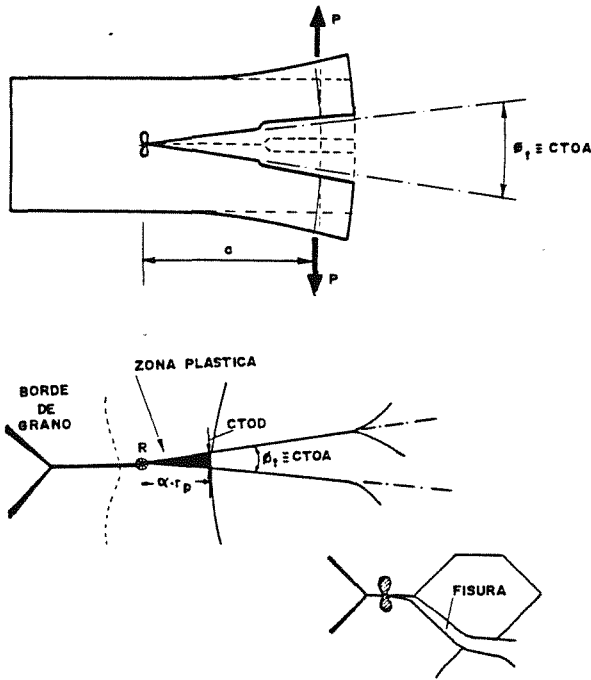


Fig. 1. Modelo mecánico macroscópico.

valor de la abertura angular en el fondo de la fisura (3), denominada por las siglas CTOA ("crack tip opening angle"), Figura 2 (4).

La concepción simplista desde el punto de vista mecánico de éste modelo impide justificarlo con micromecanismos asociados a situaciones microestructurales locales, pero pone en evidencia la importancia decisiva de alcanzar deformaciones angulares locales críticas para que se produzca fisuración.

Ello hace que se trate de modelizar los fenómenos de CBT, y en concreto las condiciones umbrales de propagación, con el establecimiento de condiciones críticas de deformación local en la zona plástica asociada al fondo de fisura cuyo importante papel en el control del proceso ya se había demostrado (1,5). Estudios previos sugieren que el modelo se basa en el efecto de fragilización local producido por la presencia de hidrógeno en esta zona plástica, afectando preferentemente a determinados aspectos microestructurales presentes en ella (6-8). Las condiciones de propagación se contemplan, por tanto, como aquellas condiciones críticas que permiten la iniciación de una rotura local en una zona donde el hidrógeno está presente. Estas condiciones son semejantes a las establecidas por modelos de fractura local (9), siguiendo las directrices de la Mecánica de Fractura, en base a la obtención de estados de tensión o de deformación críticos en lugares próximos al extremo de la fisura y cuya localización está asociada a aspectos microestructurales concretos.

Tras estas consideraciones, el modelo fija las condiciones críticas de propagación de una fisura en alcanzar una deformación crítica,  $\epsilon_p^*$ , definida por las condiciones tensionales en el fondo de la fisura, las condiciones ambientales y la microestructura del material, en un punto

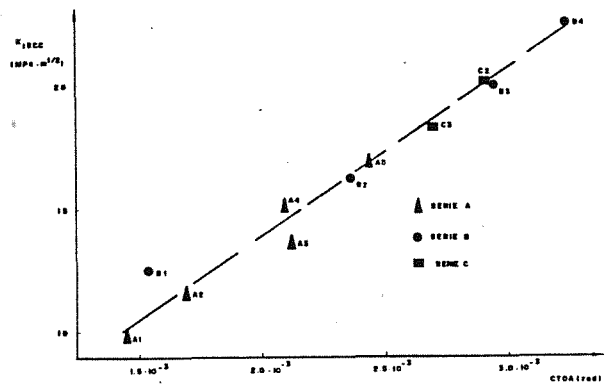


Fig. 2. Variación de CTOA con  $K_{Isc}$ .

relacionado con un aspecto microestructural con creto, situado a una distancia  $l^*$  del fondo de la fisura.

Es decir, hay propagación si:

$$\epsilon_p(l^*) \geq \epsilon_f^*(\sigma_{ij}), \text{ (H), microestructura) } /1$$

donde  $\epsilon_p^*(l^*)$  es la deformación plástica equivalente alcanzada a la distancia  $l^*$  del frente de fisura donde hay un aspecto microestructural que modela la propagación y  $\epsilon_f^*$  es el valor crítico de deformación, considerando el hidrógeno capaz de acceder a ese punto.

Una vez en propagación, cumplida la condición /1/, la fisura se detiene como consecuencia del descenso de la concentración de hidrógeno con la distancia al frente de fisura primitivo. Tras este proceso de rotura local, para valores de  $K_I$  superiores a  $K_{Isc}$ , hay un tiempo de incubación,  $t_i$ , en el que el hidrógeno se difunde hacia la nueva zona plástica, siendo atrapado por los aspectos microestructurales presentes en ella, alcanzándose de nuevo las condiciones para el siguiente rotura local, manteniéndose la propagación.

### 3. FISURACION INTERGRANULAR

Los casos de fisuración intergranular en el acero estudiado se han asociado a estructuras martensíticas, dislocadas o revenidas, y a tamaños de zonas plásticas en parada inferiores al tamaño de grano. En las estructuras mencionadas la unión de las laminas martensíticas con el borde de grano es un lugar susceptible de obtener la mayor concentración de hidrógeno (10). De esta manera se puede considerar estos puntos como los de nucleación de las fisuras, y la anchura de laminas,  $1 \mu m$ , como parámetro de nucleación  $l^*$ , ya que es siempre inferior al tamaño de zona plástica y por tanto estos puntos están incluidos en ellas.

La Figura 3 muestra un esquema de la situación en las proximidades de la fisura en relación con los parámetros de tensión y deformación obtenidos como consecuencia del estado de carga. Considerando la situación umbral de propagación, para  $K_I = K_{Isc}$ , se puede evaluar el estado tensional  $\epsilon_p(x)$ , (11) y el correspondiente valor  $\epsilon_p(l^* = 1 \mu m)$  suponerlo como el valor crítico  $\epsilon_p^*$



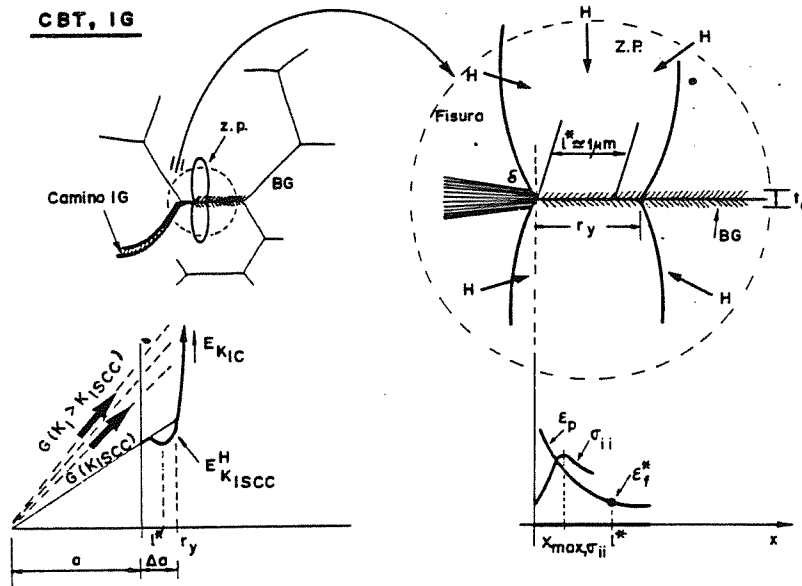


Fig. 3. Fisuración intergranular.

de deformación que permite que la grieta se propague. La Figura 4 explica, para aquellos tratamientos que mostraron una respuesta intergranular, los valores obtenidos de  $\epsilon_f^*$ , normalizados

Considerando la Serie A, la pequeña variación del límite elástico,  $\approx 10\%$ , de unas a otras muestras no justifica la evolución observada en el valor  $\epsilon_f^*$ . Sin embargo, como muestra la Figura 5,

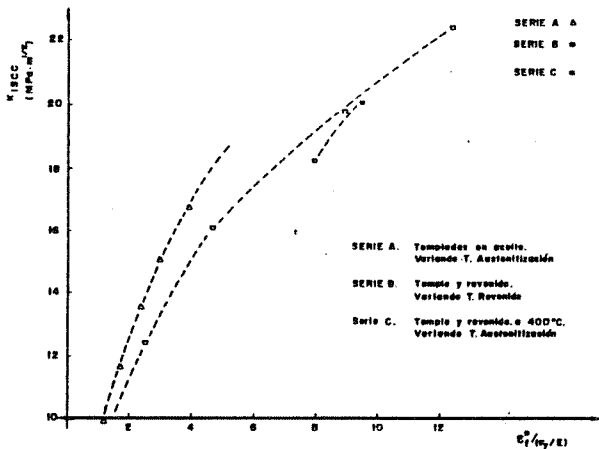


Fig. 4. Deformación plástica frente a  $K_{ISCC}$ .

con referencia a la deformación en límite elástico del material, en relación con los correspondientes valores  $K_{ISCC}$ . En ella se puede apreciar cómo la mejora en la resistencia a CBT,  $K_{ISCC}$  mayores, está asociada a valores críticos de deformación mayores, asociados a menores efectos de fragilización. La correlación obtenida varía de una a otra serie analizada, siendo más acusada la variación de las condiciones críticas de deformación por unidad de factor de intensidad de tensiones en la serie B, donde la variación microestructural y del límite elástico es más acusada. La curvatura que presentan las correlaciones justifica una mayor variabilidad de las condiciones críticas para mayores valores de  $K_{ISCC}$ , lo que va asociado a menores valores de límite elástico, y por ambas razones a un mayor tamaño de la zona plástica.

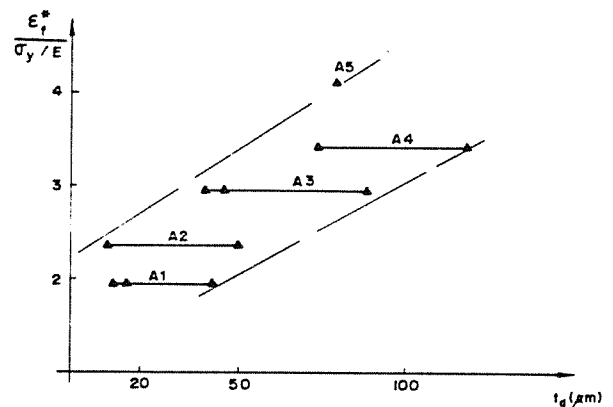


Fig. 5. Deformación  $\epsilon_f^*$  frente a  $t_d$ .

esta evolución está en plena correlación con la zona fuertemente dislocada próxima al borde de grano,  $t_d$ , determinada por técnicas de microscopía electrónica de transmisión. El crecimiento del espesor de estas zonas justifica la existencia de mayor número de zonas donde el hidrógeno que llega a la zona plástica, prácticamente constante, es atrapado, por lo que su efecto en puntos locales es menor ya que su concentración en ellos también lo es al estar más distribuido. Este menor efecto se asocia a mayores valores de  $\epsilon_f^*$ , y por tanto a mayores valores de  $K_{ISCC}$  para alcanzar esa deformación.

Considerando las Series B y C, un efecto de competitividad en el atrapamiento de hidrógeno debido a la presencia de carburos, precipitados en borde de grano o fuera de él, justifican los ma-

yores valores de  $\epsilon_f^*$  obtenidos. Asimismo el aumento de su variación se asocia al aumento progresivo de la presencia de estos carburos como consecuencia del incremento de la temperatura de revenido.

La velocidad de propagación es dependiente del tiempo de incubación para alcanzar las condiciones críticas, y por tanto depende de la difusividad del hidrógeno en la zona local de propagación. En los procesos intergranulares la difusión por borde de grano debe jugar un papel fundamental y justifica los valores prácticamente constantes,  $10^{-6} \text{ ms}^{-1}$ , alcanzados en todas estas series.

4. LA TRANSICION IG-TG

Justificado el comportamiento IG, en CBT, queda por establecer por qué a una temperatura de revenido crítica se produce el tránsito a régimen TG.

Los cambios que se producen en la zona plástica de fondo de fisura de una situación IG a TG se pueden apreciar en los esquemas de la Figura 6, que quedan sustentados por los valores experimentales dados en la Tabla 1, correspondientes a dos tratamientos donde sólo varía la temperatura de revenido.

Considerando que la muestra B4, revenida a 425° representa una situación prácticamente límite de respuesta IG, se asocia a que la posición de nucleación,  $l^*=1 \mu\text{m}$ , queda más próxima a la fisura que el punto de máxima fragilización posible,  $x_{\text{max}}=2,1 \mu\text{m}$ , por lo que la acción del hidrógeno es baja. La muestra B5, revenida a mayor temperatura, presenta menor límite elástico lo que aleja la zona de máxima fragilización, y mayor precipitación, y esto favorece la dispersión del hidrógeno, provocando que no se alcancen las condiciones críticas de manera semejante a la muestra B4. El incremento de carga en busca de situaciones críticas hace que el proceso evolucione en el mismo sentido alejando el punto de máxima fragilización. De esta manera la zona plástica va dejando el campo del tamaño de grano y se incorpora a una región que abarca un número de granos creciente, donde las zonas de máxima fragilidad afectan a cualquier zona del material y hay numerosos accidentes microestructurales que pueden ser núcleos potenciales de propagación de la fisura. Uno de ellos se constituirá en tal; el más débil bajo consideraciones de energía de decohesión en función del hidrógeno que es capaz de absorber y del efecto de éste en él. En el ejemplo B5, claramente presenta una  $\epsilon_f$  ( $l^*=1 \mu\text{m}$ ) altísima que, sin embargo, no nuclea la fisura. Esta se debe nuclear en algún lugar en torno al valor  $x_{\text{max}}$  de  $23,7 \mu\text{m}$  ma-

PROBETA	TR(°C)	CBT	$K_{Isc}(\text{MPa}\cdot\text{m}^{1/2})$	$da/dt(\text{m/s})$	$x_{\text{max}}(\mu\text{m})$	$d/r_y$	$\epsilon_p(1\mu\text{m})/(\epsilon_y/E)$
B4	425	IG	22,5	$3\cdot 10^{-7}$	2,1	2,4	12,35
B5	450	TG	75,0	$4\cdot 10^{-8}$	23,7	0,195	139,38

TABLA 1. Parámetros asociados a la CBT de dos martensitas revenidas.

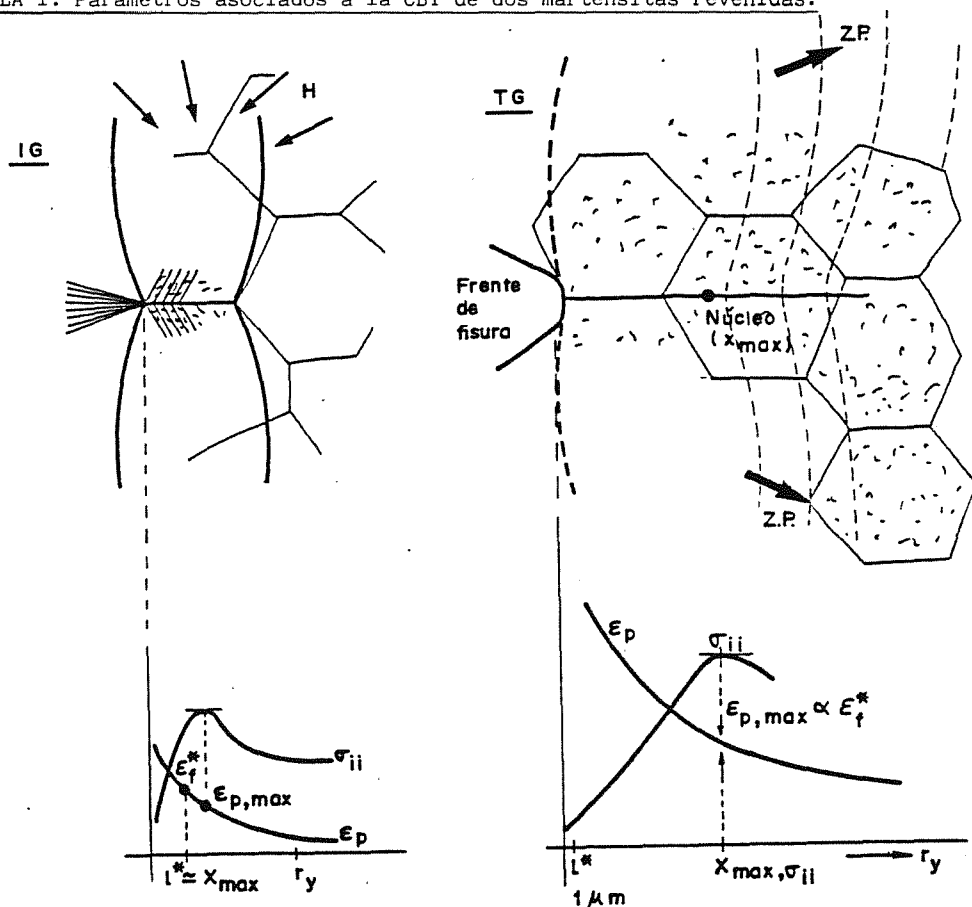


Fig. 6. La transición IG-TG.

yor que la faceta de grano, cuando la zona plástica se extiende en una distancia equivalente a la de cinco veces el tamaño de éste.

Tras ello podemos establecer que la condición /1/ debe ser complementada a la hora de modelizar la posibilidad de propagación. Se debe cumplir que:

$$l^* \geq l_x = C_x X_{m\acute{a}x} \quad /2/$$

$$l^* \leq r_y \quad /3/$$

es decir, el punto donde se nuclea la fisura debe tener una fragilización garantizada, por lo que queda establecida su zona en función del perfil del estado tensional, y en concreto de su punto de máximo estado hidrostático dentro de la zona plástica.

Bajo estas condiciones, habrá propagación IG si en parada:

$$l^* < l_{\text{faceta de grano}} = d/2.3 \quad /4/$$

y TG si:

$$l^* > l_{\text{faceta de grano}} = d/2.3 \quad /5/$$

donde  $d$  es el tamaño de grano, y  $d/2.3$  es el tamaño de su faceta en un modelo de grano definido por un tetrakaidecaedro (12) o poliedro de 14 caras.

La transición IG-TG ha sido estudiada específicamente atendiendo a las directrices de este modelo (13), en diferentes series de tratamiento de revenido, variando de unos a otros al tamaño de grano. La Figura 7 pone de manifiesto cómo a medida que aumenta el tamaño de grano, de la Serie IB a la IIIB, la transición IG-TG va evolucionando hacia mayores temperaturas de revenido, y hay mejora en la resistencia a CBT en régimen IG, todo ello acorde con la modelización efectuada.

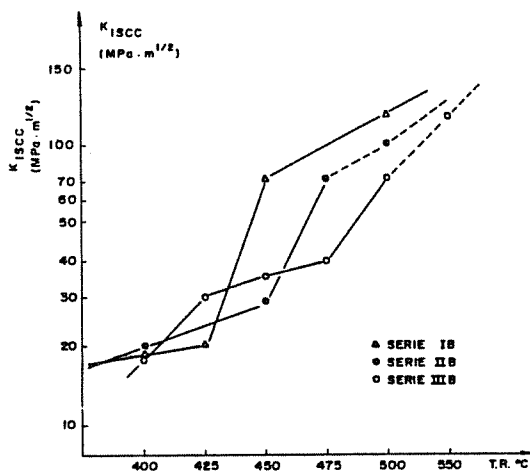


Fig. 7. Temperaturas de transición.

La transición IG-TG queda marcada también en la velocidad de propagación, ya que el acceso del hidrógeno a las zonas a fragilizar deja de estar controlado por la difusión por borde de grano en el caso transgranular, y es la difusión a través de la matriz la que controla el proceso, por lo que éste se ralentiza y toma valores que dependen fuertemente de la microestructura (1,6).

## 5. FISURACION TRANSGRANULAR

Para el régimen transgranular las condiciones ya han quedado establecidos con /1/, /2/, /3/ y /5/, siendo la microestructura la que debe justificar la variabilidad de tipos de rotura observados y de velocidad de propagación. La Figura 8 muestra unos esquemas que justifican el comportamiento con rotura en cuasi-clivaje de las estructuras bainíticas, y con formación de huecos en las martensíticas revenidas.

En los ejemplos bainíticos estudiados se aprecia, que los puntos de nucleación observados fractográficamente, se asocian en su posición al espaciado de las lamelas bainíticas y están próximos a la zona de máxima tensión hidrostática. De esta manera el tamaño de lamela bainítica se establece como el parámetro microestructural que controla la CBT, lo que corrobora análisis previos en que se había determinado una buena relación entre la densidad de facetas de clivaje y la densidad de lamelas (1).

En los casos de formación de huecos la propagación se modeliza al igual que en los casos de fractura convencional, cuando se alcanza la deformación angular, CTOA, crítica, establecida en CBT por la relación entre el desplazamiento en el frente de fisura  $\delta_I$ , y la distancia donde se nuclea el hueco, asociado al punto de máxima tensión hidrostática, determinados ambos por la fragilización provocado en éste por la presencia de hidrógeno.

## 6. CONCLUSIONES

Se modeliza los fenómenos de propagación de fisuras por CBT, con validez generalizada, estableciendo ésta como una sucesión de roturas inestables a través de zonas fragilizadas por hidrógeno dentro de la zona plástica. Estas roturas se nuclean en puntos microestructurales, a distancia  $l^*$  del fondo de la fisura, necesitando para ello alcanzar una deformación crítica,  $\delta_I^*$ , establecida por el efecto fragilizante local de hidrógeno. La zona de nucleación queda determinada por diversas condiciones asociadas al tamaño de la zona plástica, que por su relación con el tamaño de grano establece el tipo de rotura: transgranular TG o intergranular IG.

Entre cada dos roturas consecutivas se produce un tiempo de incubación en el que el hidrógeno accede a la nueva zona a fragilizar. Este tiempo de incubación, dependiente de la difusión del hidrógeno condicionada por el tipo de vía utilizada, condiciona la velocidad de propagación.

## 7. AGRADECIMIENTOS

El desarrollo de estos trabajos se incluye dentro de un Proyecto de Investigación financiado por la Comisión Interministerial de Ciencia y Tecnología (CICYT).

## 8. BIBLIOGRAFIA

- (1) J. González. Tesis Doctoral. E.T.S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos. Santander, 1987.

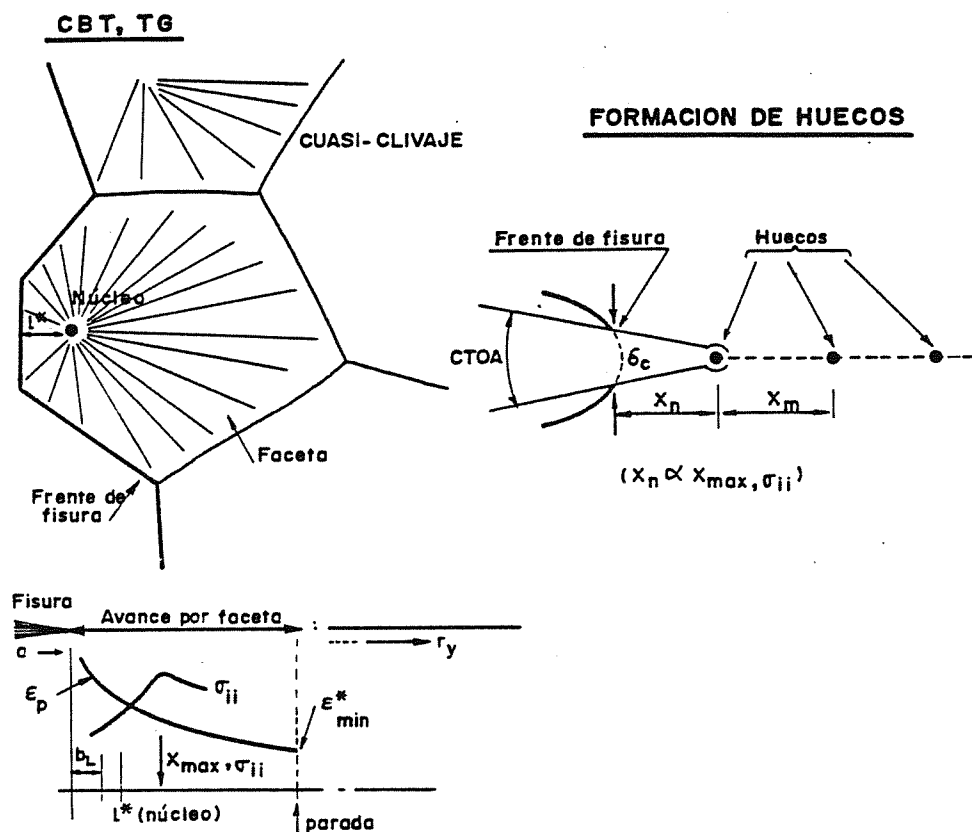


Fig. 8. Fisuración Transgranular.

- (2) J. González, F. Gutiérrez-Solana, J.M<sup>a</sup>. Varona. "Influencia del tratamiento térmico en la Corrosión Bajo Tensión de aceros de Baja Aleación". VIII Congreso Nacional de Química. Madrid, Marzo de 1989.
- (3) J. González, F. Gutiérrez-Solana, J.M<sup>a</sup>. Varona. Anales de Ingeniería Mecánica, 6, n<sup>o</sup>3, 1988, p. 27-32.
- (4) McClintock, F.A. in Physics of Strength and Plasticity A.S. Argon Ed. M.I.T. Press, Cambridge, MA, 1969, pp. 307-326.
- (5) J. González, F. Gutiérrez-Solana, J.M<sup>a</sup>. Varona. Anales de Ingeniería Mecánica, 5, p. 225, 1987.
- (6) F. Gutiérrez-solana and I.M. Bernstein in Fracture Control of Engineering Structures" (6th European Conference on Fracture, H.C. Van Elst and A. Bakker, eds.) EMAS, 1986, pp 1995-2007.
- (7) P. Doig and G.T. Jones. Metall. Transc. A, 1977, Vol. 8A, p. 1993.
- (8) S.V. Nair, T.J. Tien. Metall Transact. A, Vol. 16A, 1985, p. 2333-40.
- (9) R.O. Ritchie and A.W. Thompson. Metall Transact. A, Vol. 16A, 1985, p. 233.
- (10) W.W. Gerberich, T. Livne, X.F. Chen and M. Kaczorowski. Metall. Transact. Vol. 19A, 1988, p. 1319-34.
- (11) R.O. Ritchie, W.I. Server and R.A. Wullaert. Metal. Transac. Vol. 10A, 1979, p. 1557-70.
- (12) C.M. Sellars. Quantitative Metallography. E.T.S. Ing. Industriales San Sebastián. 1981.
- (13) J. González, M.V. Biezma, F. Gutiérrez-Solana, J.M<sup>a</sup>. Varona "La transición IG-TG en el tipo de rotura en CBT de aceros de baja aleación con tratamiento de revenido". VII Congreso Nacional de Química, Madrid, Marzo 1989.

## CARACTERIZACION EN FATIGA DE MATERIAL DE PUENTES METALICOS ANTIGUOS DE FERROCARRIL

Varona, J.M<sup>a</sup>., Hernández, A., Gorrochategui, I., Gutiérrez-Solana, F., González, J.

Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos  
 Universidad de Cantabria  
 Avda. de Los Castros, s/n. 39005-SANTANDER

Resumen.-En el marco de un estudio de la vida residual de puentes metálicos antiguos de ferrocarril se ha caracterizado el comportamiento en fatiga de sus materiales: aceros de tipo estructural y hierro pudelado.

En todos los casos se ha tratado de determinar las curvas de tipo S-N acorde con la normativa de cálculo estructural. El número de ensayos necesarios para este tipo de caracterización ha sido minimizado tras la determinación previa de la velocidad de fisuración,  $da/dN-\Delta K_I$ , sobre probetas tipo CT y la realización de un análisis fractográfico complementario a los ensayos de tiempo o ciclos de rotura para determinar situaciones de iniciación en defectos existentes en las probetas ensayadas. La preparación de éstas ha requerido una metodología acorde con los objetivos a cubrir.

Los resultados ofrecen interesantes conclusiones aplicables en el análisis estructural.

Abstract.- As a part of a work on the residual life of old metallic railroad bridges, their materials structural steels and puddle irons, have been analyzed, characterizing their fatigue behaviour.

In all the cases the S-N curves have been obtained to help in the standardized structural analysis. The number of tests needed has been minimized after a previous characterization of crack propagation,  $da/dN-\Delta K_I$ , on CT type specimens and a fractographic analysis on fracture surface to determine the existing defects where crack initiates. To cover these goals a methodology of testing and results analysis has been prepared.

The results offer interesting conclusions to be applied on the structural analysis.

## 1. INTRODUCCION

### 1.1. Antecedentes

Al objeto de conseguir un mejor conocimiento del material, de los esfuerzos que se transmiten entre las piezas y del comportamiento frente a las cargas exteriores que se repiten un gran número de veces (fatiga), se han estudiado muestras de cuatro puentes metálicos de ferrocarril de la línea Madrid-Hendaya.

Aunque los ensayos de caracterización (1) abarcan tanto los típicos convencionales (análisis químico y metalográfico, soldabilidad, características mecánicas: tracción, resiliencia y doblado) como en fatiga, el presente trabajo sólo contempla este segundo aspecto de comportamiento en fatiga del material, como punto de partida para determinar la vida residual de los puentes en función de la historia de cargas que han circulado hasta el presente y de las previsiones sobre la evolución del tráfico en el futuro.

### 1.2. Objetivos

Se plantearon como objetivos a cubrir, la determinación de las curvas de Wöhler tipo S-N y de velocidad de fisuración,  $da/dN-\Delta K_I$ , mediante probetas tipo CT, realizando posteriormente un análisis fractográfico complementario.

En todos los casos, se ha tratado de enmarcar los resultados en el ámbito de la normativa de cálculo estructural y recomendaciones de verificación en fatiga de construcciones metálicas: CECM (Convention Européenne de la Construction Métallique) (2), SIA (Société suisse des Ingénieurs et des Architectes, SN 555 161) (3), IPA (Instrucción Puentes de Acero) (4), BSI (British Standards Institution, BS 5400) (5) y UIC (Union Internationale des Chemins de Fer) (6).

## 2. MATERIALES

El material analizado fue extraído por medios mecánicos de los puentes en estudio y restituido convenientemente. Sus características más sobre-

salientes aparecen en la Tabla 1, donde se recoge la composición química de las muestras con contenido máximo y mínimo de carbono y su límite elástico.

conseguido siguiendo dos procedimientos paralelos y complementarios.

PUENTE	MATERIAL	PIEZA	COMPOSICION QUIMICA					LIMITE ELASTICO
			C	Mn	Si	P	S	$\sigma_y$ (N/mm <sup>2</sup> )
1	Acero	6	0.133	0.64	0.12	0.064	0.051	293.3
		3	0.027	0.40	<0.03	0.035	0.029	197.7
2	Hierro pudelado	7	0.010	0.03	0.10	0.410	0.026	240.8
		1	0.001	0.04	0.13	0.480	0.037	261.4
3	Acero	4	0.088	0.42	<0.03	0.050	0.052	250.6
		3	0.053	0.37	<0.03	0.041	0.058	300.7
	Hierro pudelado	8	0.008	<0.02	0.38	0.550	0.053	266.3
		5	0.001	<0.02	0.39	0.600	0.067	254.1
4	Acero	2	0.206	0.52	<0.03	0.030	0.071	304.1
		6	0.036	0.46	<0.03	0.007	0.027	300.2

TABLA 1. Características de los materiales estudiados.

El acero presenta una microestructura ferrítico-perlítica (Foto 1) y el hierro pudelado, de matriz ferrítica, tiene como principal característica microestructural la presencia de escorias (Foto 2), orientadas en la dirección de laminación y de gran tamaño, superando en ocasiones el milímetro de longitud.

Con el primero, utilizando los principios de Mecánica de Fractura y empleando probetas tipo CT de espesor igual al de la pieza extraída, se han obtenido las curvas de velocidad de propagación,  $da/dN$ , para los dos materiales constituyentes: hierro pudelado y acero, Figura 1.



Foto 1. Microestructura del acero (x1.000).



Foto 2. Detalle de escorias en hierro pudelado.

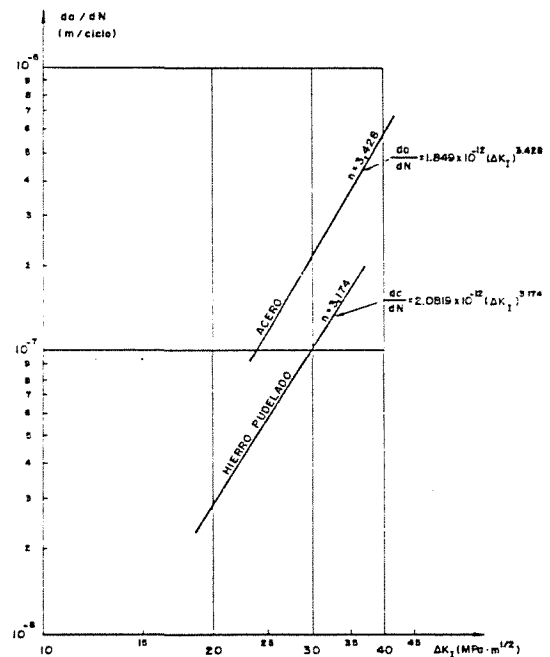


Fig. 1. Velocidad de propagación en fatiga de los materiales ensayados.

El segundo procedimiento es el clásico habitual de obtención de las curvas tipo S-N a partir de ensayos de fatiga con diferentes niveles de amplitud de carga. Las probetas longitudinales planas utilizadas en los ensayos se consiguieron por corte mecánico de las muestras facilitadas, conservando su estado original, conteniendo todas ellas un borde libre de la pieza y repasando convenientemente la línea de corte. De esta forma se consiguió en todos los casos que el proceso de iniciación se localizara en defectos que representa el material en su estado actual. El sistema de anclaje probeta-máquina de ensayo

3. METODOLOGIA Y RESULTADOS

La caracterización del material en fatiga se ha

PUENTE N°1ENSAYOS DE FATIGA (BORDE LIBRE)

PIEZA	DIMENSIONES Ancho Canto	SECCION	$\sigma_y$ (Kg/mm <sup>2</sup> )	$\Delta\sigma$ (Kg/mm <sup>2</sup> )	$\Delta P$ (Kg)	CICLOS
1	9.7 x 27.8	270	20.5	19-1	5130-270	1.365.679
				28-2	7560-840	206.260
2	10 x 27	270	30	17-1	4860-288	672.168
				15-1	43125-2875	2.000.000
3	11.3 x 25.3	285.9	20	20-1	8750-287	72.759
				28-2	7490-535	2.000.000
4	11.5 x 25	287.5	20.5	29-1	7758-268	1.543.196
				26-2	7317-565	1.683.054
5	10.7 x 25	287.5	30	24-2	7824-652	2.000.000
				29-2	9454-652	483.188
6	10.7 x 26.3	281.4	30	22-2	6800-600	2.000.000
				28-2	8400-600	721.757
7	12.3 x 26.5	326	30	24-2	7824-652	2.000.000
				29-2	9454-652	483.188
8	12 x 25	300	30	22-2	6800-600	2.000.000
				28-2	8400-600	721.757

TABLA 2. Resultados en fatiga. Puente n°1.

PUENTE N°2ENSAYOS DE FATIGA (BORDE LIBRE)

PIEZA	DIMENSIONES Ancho Canto	SECCION	$\sigma_y$ (Kg/mm <sup>2</sup> )	$\Delta\sigma$ (Kg/mm <sup>2</sup> )	$\Delta P$ (Kg)	CICLOS
1	12 x 28.2	338.4	26.5	24-2	8120-676	25.971
				20-2	5760-576	2.000.000
2	12 x 24	288	24.5	23-2	6624-576	618.457
				24-2	5358-462	156.449
3	9.5 x 23.5	223.25	25	22-2	5390-490	263.781
				22-2	5280-480	399.038
4	10 x 24.5	245	24.5	20-2	4683-468,3	71.957
				22-2	4730-430	2.000.000
5	10.5 x 22.3	234.15	24	26-2	6006-462	435.222
				22-2	4730-430	2.000.000
6	10 x 21.5	215	27	26-2	6006-462	435.222
				22-2	4730-430	2.000.000
7	10.5 x 22	231	26.5	26-2	6006-462	435.222
				22-2	4730-430	2.000.000

TABLA 3. Resultados en fatiga. Puente n°2.

PUENTE N°3ENSAYOS DE FATIGA (BORDE LIBRE)

PIEZA	DIMENSIONES Ancho Canto	SECCION	$\sigma_y$ (Kg/mm <sup>2</sup> )	$\Delta\sigma$ (Kg/mm <sup>2</sup> )	$\Delta P$ (Kg)	CICLOS
1	10 x 22.3	223	25	24-2	5352-446	188.511
				20-2	4240-424	2.000.000
2	10 x 21.2	212	27	26-2	5912-424	324.358
				28-3	6020-645	87.132
3	10 x 21.5	215	30,5	18-3	4230-705	2.000.000
				25-3	5875-705	772.764
4	8 x 23.8	190	26	24-2	4560-380	26.786
				20-2	3260-336	68.065
5	8 x 21	188	35	28-3	5376-576	108.701
				18-3	3328-554	2.000.000
6	8 x 23.6	189	27	26-3	4805-554	273.281
				24-2	4560-380	26.786

TABLA 4. Resultados en fatiga. Puente n°3.

PUENTE N°4ENSAYOS DE FATIGA (BORDE LIBRE)

PIEZA	DIMENSIONES Ancho Canto	SECCION	$\sigma_y$ (Kg/mm <sup>2</sup> )	$\Delta\sigma$ (Kg/mm <sup>2</sup> )	$\Delta P$ (Kg)	CICLOS
1	10.5 x 23.5	247	26.5	17-1	4200-247	789.114
				24-2	5352-446	443.360
2	10 x 22.3	223	31	26-2	7371-567	262.477
				27-2	7452-552	52.937
3	10.5 x 27	283.5	30	27-2	5778-428	438.758
				19-1,5	5244-414	2.000.000
4	10 x 27.6	276	29	23-2	97889-851	1275.236
				25-2	10455-836	527.763
5	17 x 24.6	416	26.5	29-2	11100-760	137.122
				23-2	97889-851	1275.236
6	17 x 22.5	382	30	29-2	11100-760	137.122
				23-2	97889-851	1275.236

TABLA 5. Resultados en fatiga. Puente n°4.

adoptado consistió en un encaquillado de los extremos con tubo de acero calibrado e interposición de un mortero 1:1 de resina epoxi (7). Los resultados se recogen en las Tablas 2, 3, 4 y 5.

Se realizó también un análisis fractográfico, mediante macrográficas (Fotos 3 y 4) de la sección de rotura y micrográficas de zona de propagación y defecto inicial (Fotos 5 y 6).

Los ensayos de fisuración sobre las probetas CT sirvieron para obtener la pendiente  $n$  de la ley de Paris,  $da/dN=A(\Delta K_I)^n$ , que, como puede comprobarse, se corresponde con el exponente  $m$  de las curvas S-N de resistencia a fatiga que utilizan las diferentes normativas,  $N=C(\Delta\sigma)^{-m}$ , para tensiones normales. Los valores obtenidos, 3,428 para los aceros estructurales y 3,174 para los hierros pudelados, concuerdan con los sugeridos por

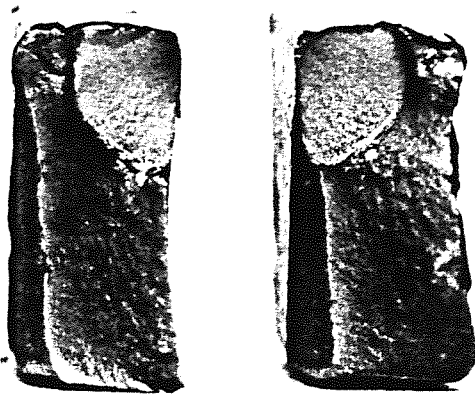


Foto 3. Macrografía de una rotura en acero.



Foto 4. Macrografía de una rotura en hierro pudelado.

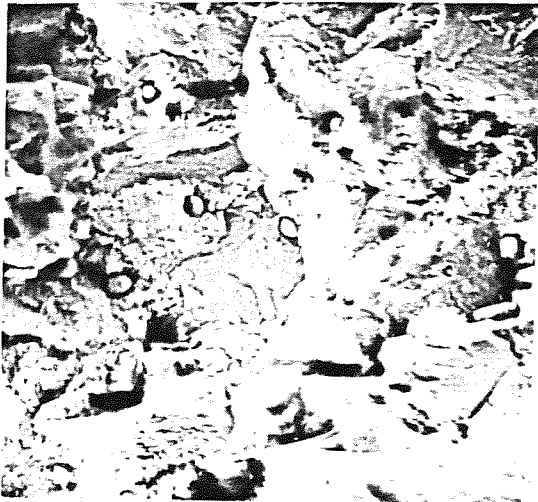


Foto 5. Zona de propagación en hierro pudelado.

las diferentes normas que varían de 3 a 5.

Posteriormente, utilizando dichos valores obtenidos para  $m$  y mediante un tratamiento estadístico, ha sido posible establecer la curva S-N característica a utilizar para cada puente objeto de estudio. Dicho tratamiento estadístico consistió en obtener, para cada uno de los ensayos y de acuerdo con el valor de  $m$ , la fluctuación de tensiones para la cual la probeta soportaría  $2 \times 10^6$  ciclos y determinar posteriormente con todos ellos un valor de cálculo,  $\Delta\sigma_c$ , igual al valor medio menos dos veces la desviación tí-

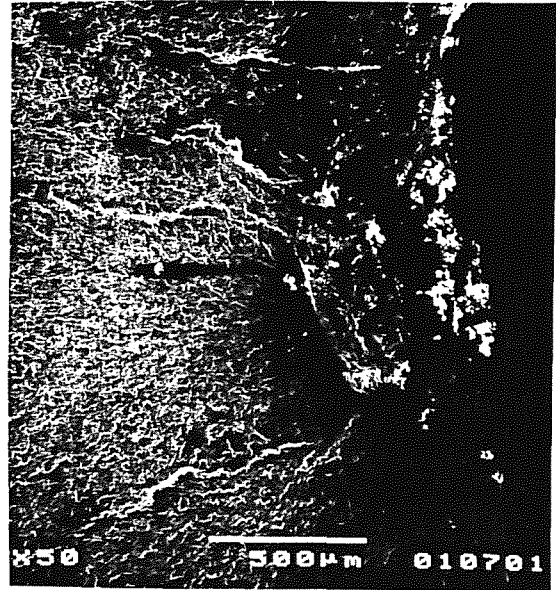


Foto 6. Defecto inicial en acero.

pica, lo que proporciona, suponiendo una distribución normal, un nivel de confianza del 97,5%.

De esta forma, queda definida la curva S-N correspondiente sin más que hacer pasar por el punto  $(2 \times 10^6, \Delta\sigma_c)$  una recta de pendiente  $-1/m$  en papel doblemente logarítmico. Esta curva, junto con la situación relativa de los ensayos de fatiga realizados, respecto de las normas de cálculo y recomendaciones de verificación en fatiga, puede verse, para cada puente, en las Figuras 2, 3, 4 y 5.

#### 4. ANALISIS DE RESULTADOS

##### 4.1. Puente 1

En la Tabla 2, se observa que existen dos tipos de acero, con límites elásticos de 200 y 300  $N/mm^2$  aproximadamente, sin Si y con Si respectivamente, representándose los resultados obtenidos en la Figura 2.

Se constata que las probetas de las piezas 2, 5, 6, 7 y 8 admiten unos niveles de carga superiores para soportar igual número de ciclos que las correspondientes a las 1, 3 y 4, lo cual es coherente con el hecho de que éstas últimas son del acero menos resistente. Se observa también que el punto 4', relativo a la segunda parte del ensayo de la pieza 4, parece estar fuera del rango que tienen el conjunto de todos ellos. Esto es debido a que, como se ha comprobado mediante microscopía electrónica (Foto 7), el nivel de tensiones a los que soportó los primeros  $2 \times 10^6$  ciclos fué superior al límite de fatiga, comenzando la fisuración sin llegar a alcanzarse la situación crítica, y, en consecuencia, el defecto de partida consiguiente no era el original.

Por otro lado y por existir en este puente dos materiales constituyentes claramente diferenciados, se ha tomado como representativo el de menor resistencia, resultando un valor de  $\Delta\sigma_c$  igual a  $92,6 N/mm^2$  para  $2 \times 10^6$  ciclos. Este valor se encuentra entre  $112,4 N/mm^2$ , que correspondería al acero de mejor calidad, y  $77,2 N/mm^2$



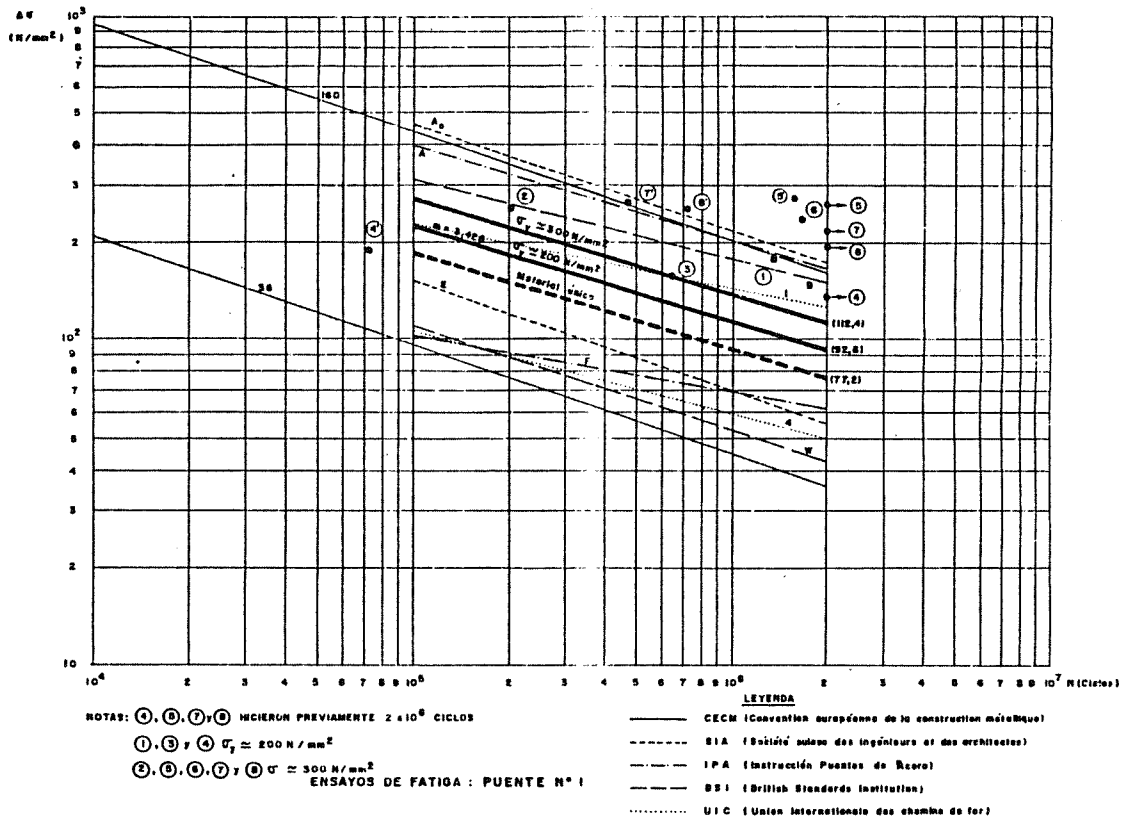


Fig. 2. Ensayos de fatiga y curvas S-N. Puente nº1.

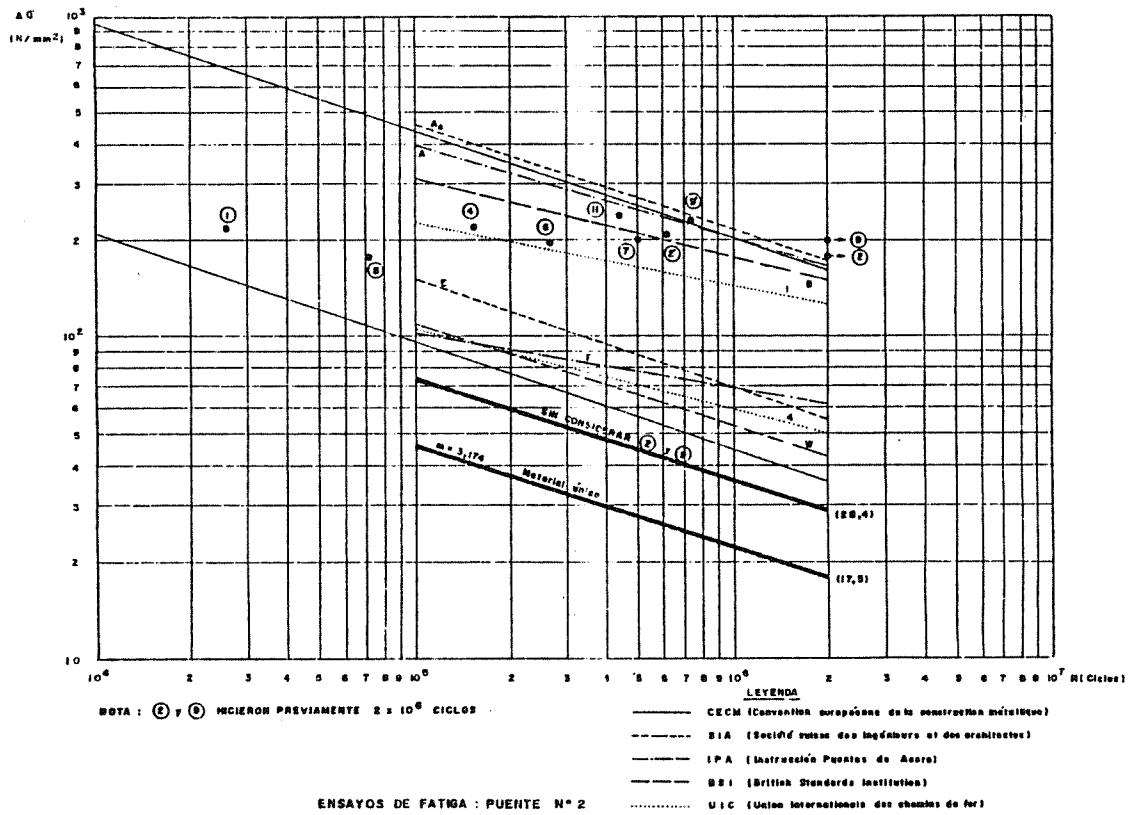


Fig. 3. Ensayos de fatiga y curvas S-N. Puente nº2.

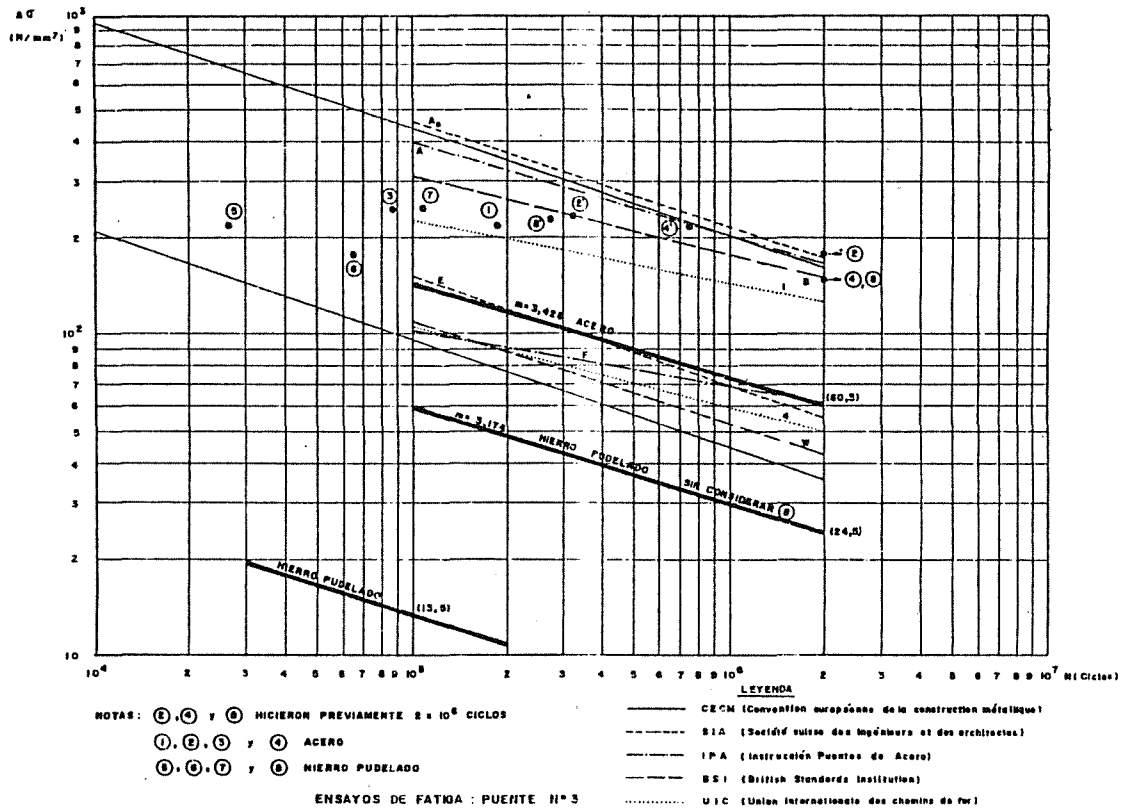


Fig. 4. Ensayos de fatiga y curvas S-N. Puente nº3.

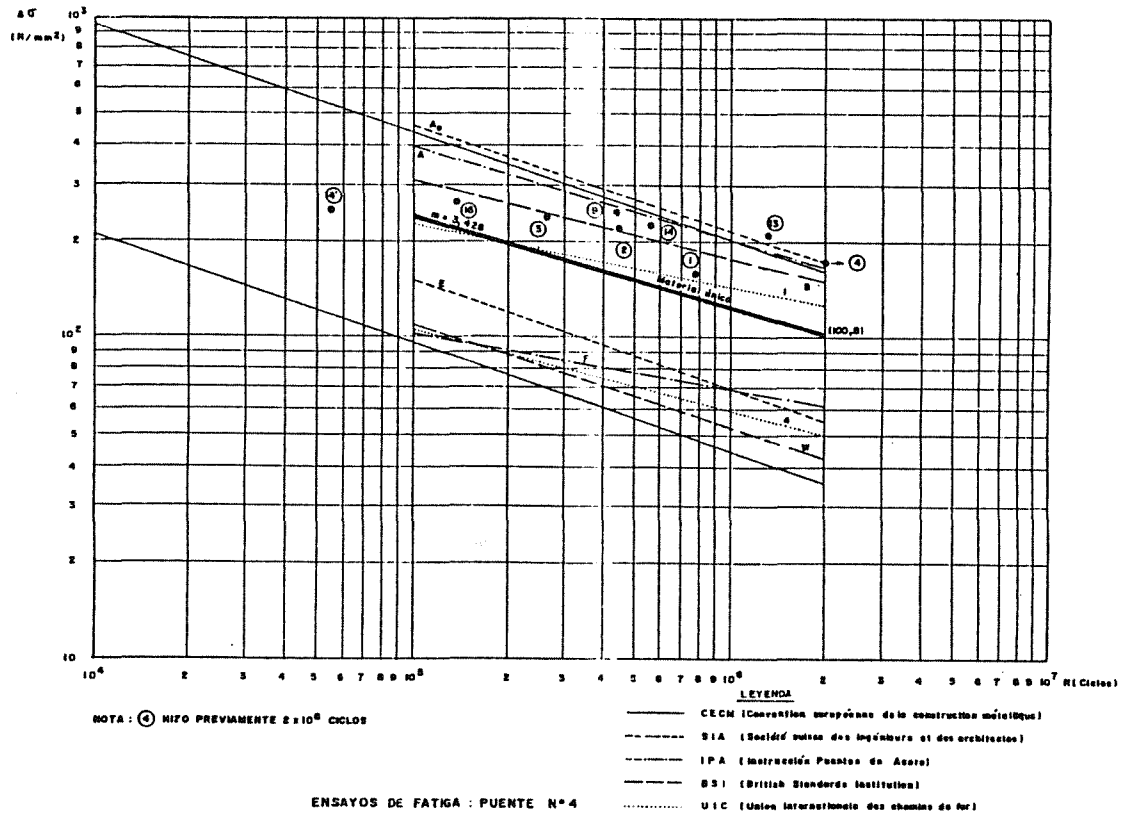


Fig. 5. Ensayos de fatiga y curva S-N. Puente nº4.

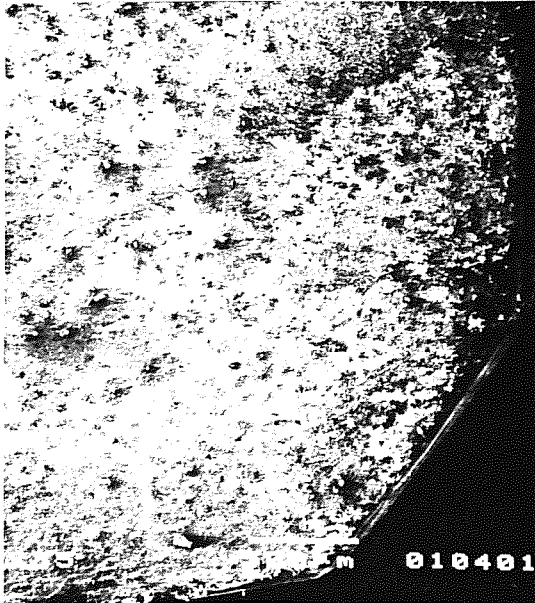


Foto 7. Detalle de separación entre zonas de propagación.

que se obtendría considerando el conjunto de todos los ensayos.

#### 4.2. Puente 2

El material de este puente es hierro pudelado con un límite elástico que varía entre 240 y 280 N/mm<sup>2</sup>, como puede verse en la Tabla 3. En dicha tabla, se recogen los resultados obtenidos en los ensayos de fatiga, los cuales se representan en la Figura 3 en el marco de las especificaciones sobre cálculo y verificación en fatiga de construcciones metálicas.

Se observa un comportamiento excepcional de las probetas de las piezas 2 y 9 frente a otro pésimo, debido a unos defectos iniciales importantes, de las correspondientes a las piezas 1 y 8, situándose los otros cuatro resultados en una posición intermedia. Debido a ello, la desviación típica obtenida de los valores  $\Delta\sigma$  correspondientes a  $2 \times 10^6$  ciclos es relativamente grande respecto del valor medio, lo que conlleva una disminución excesiva de  $\Delta\sigma_c$ .

Considerando como no representativos aquellos valores obtenidos fuera del rango  $\Delta\sigma_s$ , se han excluido del análisis los resultados de las probetas de las piezas 2 y 9, no pudiéndose hacer lo mismo con las correspondientes a las piezas 1 y 8, dado que los defectos aparecidos en éstas se encontraban presentes en el material en su estado actual.

Como resultado de dicho análisis, se ha obtenido un valor  $\Delta\sigma$  de 96,8 N/mm<sup>2</sup>, con una desviación típica de 34,2 N/mm<sup>2</sup>, que conduce a un  $\Delta\sigma_c$  igual a 28,4 N/mm<sup>2</sup> para  $2 \times 10^6$  ciclos, superior en un 62,3% al de 17,5 N/mm<sup>2</sup> que correspondería a considerar en el mismo todos los ensayos.

#### 4.3. Puente 3

Este puente está construido con dos tipos de materiales: acero de límite elástico comprendido entre 250 y 300 N/mm<sup>2</sup> (piezas 1, 2, 3 y 4) y hie-

rro pudelado entre 260 y 350 N/mm<sup>2</sup> (piezas 5, 6, 7 y 8). Los resultados de los ensayos de fatiga, recogidos en la Tabla 4, se han representado en la Figura 4, considerando separadamente los dos materiales para efectuar su análisis.

Se han obtenido valores de  $\Delta\sigma_c$  igual a 60,3 N/mm<sup>2</sup> para el acero y a 24,5 N/mm<sup>2</sup> para el hierro pudelado, eliminando para este material, tras consideraciones análogas a las realizadas para el Puente 2, el resultado excepcional de la probeta de la pieza 8. Este segundo valor es del orden del calculado para el material de dicho puente (28,4 N/mm<sup>2</sup>) y muy superior al de los escasos 5,3 N/mm<sup>2</sup> para  $2 \times 10^6$  ciclos que se obtendrían al considerar las cuatro muestras de hierro pudelado.

#### 4.4. Puente 4

Como puede verse en la Tabla 5, el acero de este puente tiene un límite elástico comprendido entre 260 y 300 N/mm<sup>2</sup>, representándose en la Figura 5 los resultados correspondientes a los ensayos de fatiga efectuados sobre ocho muestras extraídas, conservando un borde libre, de entre las dieciseis piezas suministradas.

Se destaca la posición del punto 4', relativo a la segunda parte del ensayo de la probeta de la pieza 4. Este pésimo comportamiento en fatiga no se corresponde con el deducido de la situación del punto 4 y, lógicamente, es debido a la iniciación del proceso de fisuración en la primera parte, en el que, para un rango de tensiones inferior, llegó a soportar los  $2 \times 10^6$  ciclos sin rotura. Para este material y excluyendo por los motivos expuestos el ensayo 4', se ha obtenido un valor de  $\Delta\sigma_c$  de 100,8 N/mm<sup>2</sup>.

### 5. CONSIDERACIONES FINALES

En primer lugar, debe destacarse que, por motivos exclusivamente económicos asociados a la extracción de las muestras, el número de ensayos de fatiga que ha sido posible realizar del material de cada puente es muy pequeño, lo cual dificulta su tratamiento estadístico. Se destaca también la menor dispersión de los ensayos en acero frente a la que presentan los ensayos efectuados sobre muestras de hierro pudelado.

Se ha observado una buena correlación de  $\Delta\sigma_c$  con  $\sigma_y$  para los aceros de los Puentes 1 y 4, siendo muy uniformes los límites elásticos en los dos materiales del primero y moderadamente variable en el acero del segundo.

Por el contrario, el resultado para el acero del Puente 3 no se corresponde con el que cabría esperar de una calidad y límites elásticos similares a los que presenta el acero del Puente 4. Ello puede ser debido a disponer en aquél de un menor número de probetas y a que éstas presentan unos defectos más dispares.

En cuanto al hierro pudelado, no es posible establecer una correlación definida del valor  $\Delta\sigma_c$  con  $\sigma_y$ , dado que el límite elástico para este material en los Puentes 2 y 3 fluctúa en ambos casos entre valores en torno a 250 y 300 N/mm<sup>2</sup>, salvo el caso excepcional de la pieza 6 del Puente 3 que presenta un límite elástico del orden de los 350 N/mm<sup>2</sup>. Sin embargo los resultados obtenidos

son bastante homogéneos, 28,4 y 24,5 N/mm<sup>2</sup> respectivamente, aunque muy inferiores a los 70 N/mm<sup>2</sup> que especifica para este material la UIC (6).

Las normativas de cálculo estructural y recomendaciones de verificación en fatiga de construcciones metálicas establecen unas curvas S-N únicas para el acero, y en ocasiones para el hierro pudelado, en función de los detalles tipo de disposiciones constructivas (soldadas o roblonadas) sin ninguna consideración respecto de las características mecánicas o del estado de deterioro que, con el paso del tiempo, puede presentar el material. Por esta razón y considerando dos únicos materiales al objeto de aumentar el tamaño de la muestra, los resultados conjuntos que se obtendrían, en N/mm<sup>2</sup>, quedan recogidos en la Tabla 6.

Material	$\bar{\sigma}_y$	s	$\bar{\sigma}_y - 2s$	$\Delta\bar{\sigma}(2 \times 10^6)$	$\Delta\sigma_c$
Acero	270.8	34.9	201.0	156.8	73.8
Hierro pudelado	263.2	30.3	202.5	88.3	24.1

TABLA 6. Estudio estadístico global de ambos materiales.

En ella se puede apreciar que, en cuanto a prestaciones mecánicas convencionales, ambos materiales presentan características de uniformidad equivalente que, incluso, establecen valores de diseño muy próximos para ambos, en torno a 200 N/mm<sup>2</sup>. Sin embargo, en fatiga, la respuesta de los aceros estructurales es muy diferente a la de los hierros podelados, tanto en valores absolutos, los aceros son más resistentes, como en la uniformidad de respuesta, resultando que las relaciones S-N aplicables al diseño con igual nivel de confianza sean muy inferiores para el hierro pudelado, 24.1 N/mm<sup>2</sup> frente a 73.8 N/mm<sup>2</sup> en valores de  $\Delta\sigma_c$ .

Desde el punto de vista del análisis de fiabilidad estructural ante problemas de fatiga en estos puentes es de destacar que debe sustentarse en un análisis previo del comportamiento en fatiga de sus materiales, como se desprende del análisis de los resultados aquí obtenidos.

En efecto, los niveles previstos por cualquiera de las normas analizadas para el acero estructural es muy superior, en torno a 160 N/mm<sup>2</sup> de valor de  $\Delta\sigma_c$ , a lo aquí establecido para los aceros ensayados. Estos han mostrado en su respuesta una aceptable correlación con su límite elástico, pero aún en el mejor de los casos,  $\sigma_y \approx 300$  N/mm<sup>2</sup>,  $\Delta\sigma_c$  sólo alcanza 112.4 N/mm<sup>2</sup>, es decir, el 70% de lo previsto en las normas. El estudio conjunto de todos los aceros, variables en procedencia y por tanto en proceso y tiempo de fabricación, lleva el valor de  $\Delta\sigma_c$  a 73.8 N/mm<sup>2</sup>, es decir, en torno al 46% del valor medio previsto en las normas.

En cuanto al hierro pudelado, la situación es más dramática ya que tanto los estudios parciales como el global ponen el límite  $\Delta\sigma_c$  en torno a los 24.1 N/mm<sup>2</sup> que resulta para el último y, en todos los casos, es muy inferior, el 34%, a lo previsto, 70 N/mm<sup>2</sup>, por la normativa que contempla este material.

Para ambos materiales cabe destacar que el valor medio establecido en el análisis efectuado, 156.8 N/mm<sup>2</sup> para aceros y 88.3 N/mm<sup>2</sup> para hierros podelados, son semejantes a los valores establecidos en la normativa. Por tanto, la dispersión observada en los resultados, asociada a la variabilidad de los defectos presentes en el material analizado donde se nuclea e inicia la fisura de fatiga, es lo que condiciona los valores determinados como válidos para el estudio de fiabilidad estructural ante fenómenos de fatiga.

#### AGRADECIMIENTOS

Este trabajo se desarrolla en el marco de un Convenio de Investigación suscrito con TIFSA, Tecnología e Investigación Ferroviaria, S.A.

#### REFERENCIAS

- (1) Caracterización Convencional y en Fatiga de Puentes Metálicos de Ferrocarril (Informe), 1989.
- (2) Recommendations pour la verification a la fatigue des structures en acier, Convention européenne de la construction métallique (CECM), 1985.
- (3) SN 555 161: Constructions Metalliques, Société suisse des Ingenieurs et des Architectes (SIA), 1979.
- (4) Propuesta sobre la comprobación a fatiga, Instrucción Puentes de Acero (IPA), 1982.
- (5) BS 5400: Steel, Concrete and Composite Bridges: Part 10. Code of practice for fatigue, British Standards Institution (BSI), 1980.
- (6) UIC 779-1 R: Recommendations pour la détermination de la capacité portante des structures métalliques existantes, Union Internationale des Chemins de fer, 1986.
- (7) Varona, J.M<sup>a</sup>; Gutiérrez-Solana, F. y González, J. "Optimización del sistema de anclaje para ensayo de fatiga de armaduras activas pretensadas (alambres y cordones)". Hormigón y Acero. Pendiente de publicación, 1989.