Anales de Mecánica de la Fractura

TEXTO DE LAS COMUNICACIONES PRESENTADAS POR LOS PREMIADOS CON LA MEDALLA DEL GRUPO ESPAÑOL DE FRACTURA EN EL

XVII ENCUENTRO DEL GRUPO ESPAÑOL DE FRACTURA

San Sebastián 8 de Septiembre de 2000

MODELOS MICROMECANICOS DE DEFORMACION CON DAÑO EN MATERIALES COMPUESTOS REFORZADOS CON PARTICULAS

J. LLorca

Departamento de Ciencia de Materiales. Universidad Politécnica de Madrid. E. T. S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos. 28040 - Madrid.

Resumen: En este artículo se presenta una revisión de los distintos modelos micromecánicos desarrollados para analizar la respuesta macroscópica de materiales compuestos con una topología inclusión-matriz incluyendo el efecto del daño. Comienza con una descripción de las dos estrategias posibles para afrontar este problema: los modelos basados en las teorías de campo medio y los que se apoyan en el análisis numérico de una o varias celdas unitarias. A continuación se describen los modelos con daño que se han desarrollado en el marco de ambas metodologías de análisis. El artículo concluye con un breve comentario sobre los modelos de elementos finitos de celdas de Voronoi, que constituyen una de las líneas de trabajo mas prometedoras en este campo de investigación.

Abstract: This paper presents a review of the various micromechanical models developed to analyze the macroscopic response of composite materials which exhibit an inclusion-matrix topology. The paper begins with a description of the two possible estrategies to study this problem: mean-field models and numerical analysis of one or several unit cells. This is followed by the description of the models developed in the framework of both methodologies which take into account the effect of damage. The last section includes a short comment on the Voronoi cell finite element method, one of the most promising research topics in this field.

1. INTRODUCCION.

El refuerzo de matrices dúctiles (metálicas y poliméricas) con partículas rígidas permite mejorar notablemente el módulo de elasticidad y la resistencia a tracción, al desgaste y a la fluencia. Por contra, la incompatibilidad entre los modos de deformación de la matríz dúctil y el refuerzo frágil genera fuertes concentraciones de tensión que provocan la fractura del material compuesto de manera prematura, reduciendo notablemente su ductilidad y su tenacidad de fractura. Múltiples trabajos experimentales [1-2] han señalado que existen tres micromecanismos principales de fractura en estos materiales compuestos: la rotura del refuerzo, de la matriz, o de la intercara entre ambos. El daño comienza normalmente por la rotura de los refuerzos frágiles o de la intercara y progresa inicialmente de forma homogenea. La carga liberada por la fractura o decohesión de las partículas tiene que ser absorbida por la matriz circundante y la rotura completa del material se produce por la propagación de una grieta a través de la matriz cuando ésta no es capaz de soportar las tensiones impuestas.

Es evidente que los parámetros microestructurales (la fracción volumétrica y la forma del refuerzo así como su distribución espacial) juegan un papel preponderante en las propiedades mecánicas del material compuesto. La fabricación de nuevos materiales compuestos con propiedades óptimas pasa por el desarrollo de modelos que permitan evaluar de manera cuantitativa la influencia de estos factores. En consecuencia, la última década ha presenciado el desarrollo de una amplia gama de modelos micromecánicos para materiales compuestos de matriz dúctil reforzados con partículas frágiles que permiten incluir el efecto del daño progresivo en el comportamiento mecánico de estos materiales. Estos modelos también proporcionan ecuaciones constitutivas realistas que pueden utilizarse dentro de programas de cálculo comerciales para simular las respuesta de este tipo de materiales en elementos estructurales sometidos a estados complejos de solicitación.

El objetivo primordial de un modelo micromecánico es determinar el comportamiento macroscópico (también denominado *efectivo*) a partir de la descripción rigurosa de la fracción volumétrica, la forma y la distribución espacial de las distintas fases en el material y de sus correspondientes ecuaciones constitutivas. En principio este problema se puede abordar utilizando técnicas numéricas, como el método de los elementos finitos, que permiten calcular con precisión la respuesta mecánica de un volumen característico del material compuesto sometido a unas acciones externas cualesquiera. Las dificultades aparecen al considerar cual es tamaño mínimo de este volumen característico para que la respuesta obtenida represente verdaderamente el comportamiento macroscópico. Varios estudios recientes [3-4] han mostrado que las constantes elásticas de un material compuesto formado por una distribución aleatoria de partículas esféricas embebidas en una matriz isótropa se pueden calcular con precisión cuando el volumen representativo incluye entre 30 y 60 esferas. Sin embargo, este tamaño es claramente insuficiente si una de las fases tiene un comportamiento plástico o cuando se incluyen los procesos de daño. Ambos mecanismos dan lugar a una localización de la deformación que incrementa el tamaño del volumen característico mínimo en mas de un orden de magnitud. Lamentablemente, la potencia de los ordenadores digitales actuales queda muy lejos de poder resolver problemas no lineales de esta magnitud. Es necesario buscar soluciones a través de otras técnicas que permiten llegar a resultados bastante aproximados merced a algunas hipótesis razonables que simplifican notablemente los cálculos.

Este artículo presenta una revisión de los distintos modelos disponibles para analizar el comportamiento mecánico de materiales compuestos con una topología inclusión-matriz incluyendo el efecto del daño. Comienza con una descripción de las dos estrategias posibles para afrontar este problema: los modelos basados en las teorías de campo medio y los que se apoyan en el análisis numérico de una o varias celdas unitarias. A continuación se describen los modelos con daño que se han desarrollado en el marco de ambas metodologías de análisis. El artículo concluye con un breve comentario sobre las líneas de trabajo mas prometedoras en este campo de investigación.

2. MODELOS DE CAMPO MEDIO.

Los modelos de campo medio suponen que el campo de tensiones y deformaciones en la matriz y en las partículas (ambas representadas genéricamente con el subindice *i*) del material compuesto se puede representar a partir de sus valores medios ($\bar{\sigma}_i \ y \ \bar{\epsilon}_i$) calculados por integración en el volumen representativo V como

$$\bar{\boldsymbol{\sigma}}_i = \frac{1}{V_i} \int_{V_i} \boldsymbol{\sigma}_i(\vec{x}) \, dV \tag{1a}$$

$$\bar{\boldsymbol{\epsilon}}_i = \frac{1}{V_i} \int_{V_i} \boldsymbol{\epsilon}_i(\vec{x}) \, dV \tag{1b}$$

donde $\Sigma V_i = V$ y \vec{x} indica la posición de un punto material en el interior de la fase *i*. A su vez, las tensiones y deformaciones medias en el material compuesto, $\bar{\sigma}$ y $\bar{\epsilon}$, (denominadas efectivas) se obtienen integrando las tensiones y deformaciones medias en cada una de las fases dentro del volumen característico. Esta operación se denomina homogeneización y se expresa como

$$\bar{\boldsymbol{\sigma}} = \sum c_i \, \bar{\boldsymbol{\sigma}}_i \qquad \text{y} \qquad \bar{\boldsymbol{\epsilon}} = \sum c_i \, \bar{\boldsymbol{\epsilon}}_i \qquad (2)$$

siendo c_i la fracción volumétrica de cada fase. Las tensiones y deformaciones efectivas se relacionan con las tensiones y deformaciones medias en cada fase a través de los tensores de concentración de deformación \mathbf{A}_i y tensión \mathbf{B}_i respectivamente:

$$\bar{\boldsymbol{\sigma}}_i = \mathbf{B}_i \, \bar{\boldsymbol{\sigma}} \qquad \mathbf{y} \qquad \bar{\boldsymbol{\epsilon}}_i = \mathbf{A}_i \, \bar{\boldsymbol{\epsilon}} \qquad (3)$$

que, evidentemente, deben satisfacer las relaciones

$$\sum c_i \mathbf{A}_i = \mathbf{I}$$
 y $\sum c_i \mathbf{B}_i = \mathbf{I}$ (4)

donde I es el tensor unitario de cuarto orden.

Los tensores de concentración de deformación y tensión son función de la fracción volumétrica, de la forma y de las ecuaciones constitutivas de las fases, y se pueden calcular siguiendo distintas aproximaciones. La más sencilla —dentro del marco de la elasticidad lineal— se apoya en el trabajo pionero de Eshelby [5], que estudió la distribución de tensiones dentro de una partiícula elipsoidal elástica e isótropa embebida en una matriz elástica, isótropa e indefinida sometida a una deformación remota $\bar{\boldsymbol{\epsilon}}$. Eshelby demostró que el campo de deformaciones dentro de la partícula, $\boldsymbol{\epsilon}_p$ era constante y que venía dado por [5-6]

$$\boldsymbol{\epsilon}_p = \mathbf{A}_p^{dil} \bar{\boldsymbol{\epsilon}} \quad \text{con} \quad \mathbf{A}_p^{dil} = \left[\mathbf{I} + \mathbf{S}_p \ \mathbf{L}_m^{-1} (\mathbf{L}_p - \mathbf{L}_m) \right]^{-1}$$
(5)

donde $\mathbf{L}_m \mathbf{y} \mathbf{L}_p$ son los tensores de rigidez elásticos de cuarto orden de la matriz y de la partícula, respectivamente, y \mathbf{S}_p es el tensor de Eshelby de la partícula, cuyas componentes dependen de su geometría y de las constantes elásticas de la matriz. Existen expresiones para el tensor de Eshelby cuando la matriz es transversalmente isótropa y para otros casos más generales [7-8].

A partir de (2), (3) y (5) es inmediato obtener el tensor de rigidez elástica del material compuesto, L, como

$$\mathbf{L} = \mathbf{L}_m + c_p \left(\mathbf{L}_p - \mathbf{L}_m \right) \mathbf{A}_p^{dil} \tag{6}$$

donde el superíndice dil en el tensor de concentración de deformación de las partículas recuerda que esta expresión es exacta cuando $c_p \rightarrow 0$, de acuerdo con el análisis de Eshelby.

Existen numerosas variantes del método de Eshelby para tener en cuenta las distorsiones en los campos tensionales producidas por las partículas vecinas, que permiten calcular las propiedades elásticas del material compuesto cuando la fracción volumétrica de partículas es finita. Entre ellas destaca el modelo de Mori y Tanaka [9], que fue reformulado por Benveniste [10] en el contexto de los tensores de concentración de deformación. De acuerdo con Benveniste, el tensor de concentración de deformación de deformación entre los correspondientes tensores de concentación para el caso diluido \mathbf{A}_p^{dil} y cuando $c_p \to 1$ ($\mathbf{A}_p \approx \mathbf{I}$). La interpolación más simple tiene la forma

$$\mathbf{A}_{p}^{mt} = \mathbf{A}_{i}^{dil} \left[(1 - c_{p})\mathbf{I} + c_{p}\mathbf{A}_{p}^{dil} \right]^{-1}$$
(7)

Las propiedades elásticas efectivas se obtienen de forma directa introduciendo esta expresión para el tensor de concentración de deformación en la ecuación (6). Otra variante para determinar las propiedades efectivas de materiales polifásicos es el modelo autoconsistente, que es particularmente adecuado cuando las diversas fases se encuentran dispuestas formando una red interpenetrante. Este método fue propuesto por Kröner [11] para calcular las propiedades efectivas de sólidos policristalinos. En esta aproximación, todas las fases del material compuesto se embeben en un medio equivalente cuyas propiedades coinciden con las propiedades efectivas a determinar. El correspondiente tensor de concentración de deformación para las partículas (\mathbf{A}_p^{ac}) se obtiene a partir de la solución diluida de Eshelby (ecuación (5)) sin más que sustituir las propiedades de la matriz por las del medio efectivo \mathbf{L} ,

$$\mathbf{A}_{p}^{ac} = \left[\mathbf{I} + \mathbf{S}_{p}\mathbf{L}^{-1}(\mathbf{L}_{p} - \mathbf{L})\right]^{-1}$$
(8)

El tensor de Eshelby \mathbf{S}_p depende de la forma y fraccción volumétrica de las partículas y de las propiedades del elásticas del medio efectivo, que son precisamente la incógnita del problema. Sustituyendo la ecuación (8) en la expresión (6) se llega a

$$\mathbf{L} = \mathbf{L}_m + c_p (\mathbf{L}_p - \mathbf{L}_m) \left[\mathbf{I} + \mathbf{S}_p \mathbf{L}^{-1} (\mathbf{L}_p - \mathbf{L}) \right]^{-1}$$
(9)

que representa un sistema no lineal de ecuaciones para las componentes de L que se puede resolver por iteraciones sucesivas a partir de un valor inicial.

Una versión más elaborada del método autoconsistente es el denominado modelo de tres fases o modelo autoconsistente generalizado debido a Christensen y Lo [12], que se ha resuelto cuando el refuerzo está formado por esferas o fibras cilíndricas alineadas. Este modelo -que no es estrictamente un modelo de campo medio — embebe la partícula esférica (o la fibra) en una corona esférica (o cilíndrica) con làs propiedades elásticas de la matriz. El conjunto formado por la partícula y la matriz se embebe a su vez en un medio infinito con las propiedades efectivas del material compuesto que se quieren determinar. Los valores de las constantes elásticas del material efectivo se obtienen integrando las ecuaciones diferenciales que gobiernan el comportamiento de las tres fases bajo condiciones de contorno y de carga definidas. Este modelo está especialmente indicado para materiales compuestos reforzados con partículas esféricas de distinto tamaño dispersas en la matriz.

Finalmente, es posible calcular unos límites superior e inferior para las propiedades efectivas de los materiales compuestos utilizando los principios variacionales de la teoría de la elasticidad y la información disponible acerca de microestructura. Los más elementales son los límites de Voigt y Reuss [13], que sólo tienen en cuenta las fracciones volumétricas de las fases (límites de un punto). Más adelante, Hashin y Shtrikman [14] utilizaron esta técnica para calcular los límites superior e inferior de las propiedades elásticas efectivas de materiales bifásicos con una microestructura estadísticamente isótropa (denominados límites de dos-puntos), donde la probabilidad de encontrar simultáneamente dos puntos pertenecientes a una misma fase sólo depende de la distancia entre ellos. Límites más ajustados se pueden calcular si se dispone de más información sobre la microestructura [15].

Todos los métodos descritos más arriba pueden extrapolarse fácilmente a materiales que presentan una o más fases con un comportamiento elasto-plástico. El análisis no lineal se puede enfocar de dos formas diferentes. Los métodos basados en la teoría de la plasticidad en deformaciones totales afrontan el problema desde la perspectiva de la elasticidad no lineal. Estos métodos son adecuados desde el punto de vista teórico cuando las tensiones aumentan de forma proporcional, son aproximados cuando el proceso de carga no es lineal en el espacio de tensiones, y no se deben utilizar cuando alguna de las fases presenta descargas parciales. En el otro extremo se encuentran los métodos basados en una formulación incremental de la teoría de la plasticidad. Estos métodos permiten tener en cuenta con precisión el efecto de las cargas no proporcionales y de las descargas parciales de las fases pero su implementación numérica presenta una mayor complicación.

La extrapolación de los métodos de campo medio al régimen elastoplástico utilizando la formulación incremental es sencilla desde el punto de vista teórico. Se parte de una situación conocida, donde las tensiones y las deformaciones en cada fase y en el medio efectivo se han calculado en el paso anterior. Los incrementos de deformación $d\bar{e}_i$ y tensión $d\bar{\sigma}_i$ para la fase *i* durante el siguiente incremento de deformación se calculan como

$$d\bar{\boldsymbol{\epsilon}}_i = \mathbf{A}_i^{tan} d\bar{\boldsymbol{\epsilon}} \quad \mathbf{y} \quad d\bar{\boldsymbol{\sigma}}_i = \mathbf{B}_i^{tan} d\bar{\boldsymbol{\epsilon}} \tag{10}$$

donde $d\bar{\epsilon} y d\bar{\sigma}$ son los incrementos de deformación y tensión efectivos. $\mathbf{A}_i^{tan} y \mathbf{B}_i^{tan}$ son los correspondientes tensores de concentración tangentes para la fase *i*. El tensor de rigidez tangente del material polifásico se puede evaluar utilizando las propiedades tangentes y los tensores de concentración tangentes de cada fase en la ecuación que proporciona las propiedades efectivas correspondiente a cada modelo.

La primera versión incremental del método autoconsistente fue realizada por Hill [6]. Este trabajo fue la semilla que propició la aparición de un gran número de modelos para estudiar el comportamiento elastoplástico de solidos policristalinos (Hutchinson [16], Berveiller y Zaoui [17]) y de materiales compuestos con topología inclusión-matriz (Weng [18], Corbin y Wilkinson [19]). Más recientemente, Ponte Castañeda [20] y Suquet [21] han desarrollado nuevos principios variacionales para generar los límites superior e inferior de la respuesta elastoplástica de materiales compuestos. Estos últimos modelos son cercanos a las modelos de campo medio basados en la teoría de la plasticidad en deformaciones totales y están descritos con detalle en [22].

3. MODELOS PARA DISTRIBUCIONES PERIODICAS.

Un simplificación para reducir el tamaño del volumen característico necesario para calcular las propiedades efectivas del material compuesto es suponer que las partículas de refuerzo están dispuestas de forma regular en el espacio. El material compuesto se puede representar por una celda unitaria que se repite periódicamente en las tres direcciones del espacio, y la respuesta de todo el material se obtiene sin pérdida de generalidad a partir del comportamiento de la celda unitaria con las condiciones de contorno adecuadas. Se han desarrollado un número importante de modelos para distribuciones periódicas que se distinguen básicamente en la técnica utilizada para resolver las ecuaciones que rigen el comportamiento local de la celda.

Una de las primeras aproximaciones periódicas fué el método de las celdas debido a Aboudi [23] para distribuciones de fibras o partículas situadas en los vértices de una red cúbica. Cada celda unidad se discretiza a su vez en un número pequeño de subceldas en las cuales se dispone de aproximaciones análiticas muy simples para los campos locales de tensión y deformación. Este modelo posee unos requerimientos computacionales moderados y se ha utilizado con frecuencia como modelo constitutivo en el análisis de estructuras de materiales compuestos. Sin embargo, el comportamiento de la celda unidad en la mayor parte de los casos se determina utilizando el método de los elementos finitos, que proporciona una gran libertad para incluir el comportamiento no lineal de las distintas fases presentes en el material compuesto.

Ordenamiento hexagonal



Ordenamiento cúbico (a) Celda Unidad 3D



(b) Celda Unidad Axilsimétrica

Fig.1. Celdas unidad para distribuciones periódicas de refuerzos. (a) Celdas tridimensionales. (b) Simplificación axisimétrica.

Los análisis por elementos finitos con celdas unitarias tridimensionales se han restringido casi en su totalidad a estudiar distribuciones de partículas (esféricas, cilíndricas o cúbicas) que formaban una red cúbica simple, cúbica centrada en las caras o cúbica centrada en el cuerpo [24-26]. Invocando las simetrías que presentan estas distribuciones y haciendo uso de condiciones de contorno símetricas y antimétricas, es posible construir celdas unidad que contienen pocas partículas para simular el comportamiento mecánico del material en todas direcciones (Fig. 1a). Estas celdas son relativamente simples desde el punto de vista conceptual pero existen restricciones prácticas en cuanto a la disposición de las fibras y a su forma debido al considerable esfuerzo computacional que conlleva el mallado.

Una forma alternativa y económica a las celdas tridimiensionales para determinar el comportamiento en dirección axial son las celdas unidad axisimétricas (Fig. 1b). La idea básica es sustituir la celda unidad tridimensional correspondiente al ordenamiento cúbico o hexagonal por otra celda con la misma sección transversal pero de forma cilíndrica. Estas celdas axisimétricas no son celdas unidad — en el sentido estricto de la palabra — ya que no rellenan por completo todo el espacio, tal y como ocurre en el caso de las celdas tridimensionales. Además, sólo permiten calcular el comportamiento del material en la dirección axial. Sin embargo, reducen los requerimientos computacionales de forma muy considerable, y este planteamiento ha sido muy popular en los últimos años para analizar las propiedades mecánicas de materiales compuestos de matriz metálica reforzados con partículas o whiskers cerámicos [27-30]. Böhm y Han [4] han comparado recientemente los curvas tensión-deformacón en tracción uniaxial de materiales compuestos Al/SiC calculadas utilizando celdas unitarias tridimensionales (Fig. 1a) y axisimétricas (Fig. 1b). Los resultados de ambas simulaciones proporcionan resultados bastante semejantes para una fracción volumétrica de partículas del 20% y las constantes elásticas se asemejan también a las calculadas mediante el análisis en tres dimensiones de una distribución aleatoria de 20 partículas esféricas.

4. MODELOS DE CAMPO MEDIO CON DANO.

Como se indicó en la sección 2, los modelos de campo medio se han utilizado de manera exhaustiva para determinar las tensiones internas que se desarrollan en los materiales polifásicos durante la deformación. Sin embargo, su aplicación para simular el comportamiento de materiales con daño progresivo ha sido bastante limitada hasta el momento. Entre los primeros trabajos desarrollados en esta línea destacan las investigaciones de Mochida et al. [31]. Estos autores estudiaron el efecto que tienen las partículas dañadas en la degradación del módulo elástico de materiales compuestos Al/Al₂O₃. Consideraron únicamente la existencia de daño en el refuerzo, pudiendo presentarse éste en tres modalidades distintas: la pulverización del refuerzo, la fractura por una grieta ortogonal al eje de aplicación de la carga, y la decohesión de la intercara matrizrefuerzo. Utilizaron una técnica analítica basada en la teoría de Mori-Tanaka para determinar las constantes elásticas de los materiales compuestos reforzados con inclusiones elipsoidales. El refuerzo dañado — en cualquiera de sus formas — se sustituye por otro cuyas propiedades y/o geometría se modifican para incluir el efecto del daño. Las constantes elásticas se calculan utilizando la ecuación (6) que, en el caso de tres fases (matriz, partículas intactas y dañadas), se expresa como

$$\mathbf{L} = \mathbf{L}_m + c_i (\mathbf{L}_i - \mathbf{L}_m) \mathbf{A}_i^{mt} + c_d (\mathbf{L}_d - \mathbf{L}_m) \mathbf{A}_d^{mt}$$
(11)

donde c_i y c_d son, respectivamente, las fracciones

volumétricas de refuerzos intactos y dañados, y las constantes elásticas de las fases se representan mediante los tensores de cuarto orden de rigidez del material $(\mathbf{L}_m, \mathbf{L}_i, \mathbf{y}, \mathbf{L}_d)$. Los tres sumandos de la expresión (11) representan las aportaciones de la matriz, el refuerzo intacto y el refuerzo dañado a las constantes elásticas efectivas del material compuesto. Cuando los refuerzos se encuentran pulverizados, éstos se sustituyen por cavidades con constantes elásticas nulas ($\mathbf{L}_d = \mathbf{0}$) y con una forma y volumen iguales a los de los refuerzos originales (Fig. 2a). Los refuerzos fracturados por una grieta ortogonal al eje de aplicación de la carga se sustituyen por fisuras con forma de disco (Fig. 2b). Finalmente, la decohesión de la intercara se estudia introduciendo un refuerzo cuyas constantes elásticas tienen en cuenta que las partículas decohesionadas son incapaces de transmitir tensiones normales en la dirección de aplicación de la carga y que las de-formaciones en dirección transversal $(x_2 = 0)$ son nulas (Fig. 2c). Este modelo proporciona las constantes elásticas efectivas del material compuesto para una determinada fracción volumétrica de refuerzos dañados, pero no permite predecir la evolución y acumulación del daño que tiene lugar durante la deformación plástica.



Fig. 2. Modelización del daño del refuerzo, Mochida *et al.* [31]. (a) Pulverización de la partícula. (b) Rotura por una grieta ortogonal al eje de carga. (c) Decohesión de la interacara.

Una de las primeras aproximaciones al problema del daño progresivo en materiales compuestos se debe a Bourgeois [32], y un análisis muy semejante fue presentado más recientemente por Estevez *et al.* [33]. Bourgeois simuló la deformación en tracción de una aleación de Al reforzada con partículas de SiC. La matriz metálica se comportaba como un sólido elasto-plástico que verificaba la teoría de la plasticidad en deformaciones totales, y que venía representada a partir de dos constantes elásticas secantes, el módulo elástico y el coeficiente de Poisson. A su vez, los refuerzos intactos se comportaban como inclusiones elipsoidales elásticas e isótropas, mientras que los refuerzos dañados se representaban mediante fisuras con forma de disco de manera análoga al trabajo de Mochida *et al.* [31] (Fig. 3a).

El esquema del cálculo es el siguiente: se parte del punto A, cuyas tensiones y deformaciones son conocidas (Fig. 3b). La fracción volumétrica de partículas dañadas que corresponde a este punto es c_d . Aplicando las relaciones de concentración (ecuación 3), se determina la tensión que actúa sobre los refuerzos. Se determina la nueva fracción volumétrica de refuerzos dañados, c_d^{i+1} , suponiendo que su resistencia mecánica viene dictada por una ley de Weibull conocida. Esta fracción volumétrica permite calcular las constantes secantes efectivas de acuerdo con la expresión (11) y la posición del punto B se obtiene a partir de la tensión incrementada σ_{i+1} y de las nuevas constantes secantes del material compuesto. Este ciclo se repite indefinidamente hasta completar la totalidad de la curva tensión-deformación.



Fig. 3. (a) Descripción de la microestructura del material compuesto. (b) Proceso incremental de cálculo, Bourgeois [32].

Este modelo supuso un avance muy importante sobre el trabajo de Mochida *et al.* [31] al proporcionar una primera estimación de la evolución del daño durante la deformación. Sin embargo, es necesario mencionar las limitaciones asociadas al uso de la teoría de la plasticidad en deformaciones totales. Las descargas parciales y las redistribuciones de tensiones que tienen lugar como consecuencia de la fractura progresiva del refuerzo no se pueden reproducir correctamente dentro del marco de la formulación secante de la plasticidad. Además, las inclusiones elipsoidales no reproducen fielmente los complejos campos de tensiones que existen alrededor de los bordes afilados de las partículas cerámicas, y tampoco los refuerzos fracturados se comportan como fisuras huecas con forma de disco.

Más recientemente, Maire *et al.* [34] desarrollaron un modelo para calcular la curva tensión-deformación en tracción uniaxial incluyendo el efecto de la redistribución de tensiones debida a la rotura de los refuerzos. Para ello, estos autores supusieron que la microestructura del material dañado se podía representar mediante una red interpenetrante de dos familias de esferas (Fig. 4a), que representan el comportamiento del material compuesto intacto o dañado. Las esferas están formadas por una partícula esférica embebida en una corona de matriz. Las partículas en las esferas dañadas presentan una grieta ortogonal al eje de aplicación de la carga. El daño viene expresado por c_d , que es la fracción volumétrica de la fase dañada.



Fig. 4. (a) Descripción de la microestructura del material compuesto. (b) Proceso incremental de cálculo, Maire *et al.* [34]

Estos autores utilizaron una formulación incremental y unidimensional del método autoconsistente de Hill para determinar la respuesta efectiva del material con daño (camino AC en la Fig. 4b). para ello, descompusieron el proceso de deformación en la suma de dos: la fracción volumétrica de material dañado, c_d , se mantiene constante durante el incremento inicial de la deformación a lo largo de AB. La segunda fase incluye la redistribución de tensiones debida a la transformación de una cierta cantidad de las esferas intactas al estado dañado manteniendo la deformación total constante (camino BC). En el primer caso, el módulo de elasticidad tangente efectivo (pendiente AB) se calculó a partir de una simplificación unidimensional de la ecuación (9) válida cuando el coeficiente de Poisson de ambas fases es igual a 0.5. En estas condiciones, el módulo de elasticidad tangente efectivo sólo depende de los módulos tangentes de cada fase y de la fracción volumétrica de daño c_d . La descarga a lo largo de la linea BC se obtuvo a partir de una fórmula derivada del método autoconsistente de Hill, que permite determinar la variación de las tensiones (camino BC) como consecuencia del paso de una cantidad de material dc_d del estado intacto al dañado. El incremento de la fracción volumétrica de material dañado, dc_d , venía dictado por una función de Weibull de parámetros conocidos.

El modelo desarrollado por Maire *et al.* [34] fue el primero que trató el daño progresivo considerando el complejo fenómeno de la redistribución tensional provocada por la fractura de los refuerzos. Sin embargo, su formulación unidimensional sólo permite simular la respuesta del material compuesto bajo solicitaciones de carga uniaxial. La extensión de este modelo para estudiar la deformación de un material compuesto con daño bajo una solicitación arbitraria ha sido realizada recientemente por González y LLorca [35] dentro del marco del modelo autoconsistente de Hill y de la formulación incremental de la teoría de la plasticidad. La descripción de la microestructura y el proceso incremental para calcular la respuesta mecánica del material compuesto son iguales a los presentados en la Fig. 4. Desde el punto de vista matemático, el endurecimiento por deformación efectivo, $d\bar{\sigma}$, o incremento en el estado de tensiones debido a un cambio infinitesimal de la deformación, de, se puede calcular como

$$\frac{d\bar{\sigma}}{d\bar{\epsilon}} = \left[\frac{\partial\bar{\sigma}}{\partial\bar{\epsilon}}\right]_{c_d} + \left[\frac{\partial\bar{\sigma}}{\partial c_d}\right]_{\epsilon} \left[\frac{\partial c_d}{\partial\epsilon}\right]$$
(12)

El primer sumando incluye la contribución de cada una de las fases cuando su fracción volumétrica permanece constante. El segundo término representa la redistribución de las tensiones inducida por una variación infinitesimal en la fracción volumétrica de la fase intacta — que se transforma en la fase dañada — manteniendo inalteradas las condiciones de contorno.

Esta expresión para el endurecimiento por deformación del material compuesto supone que estos dos mecanismos actúan de manera consecutiva durante cada incremento infinitesimal de deformación. El material se deforma inicialmente sin que se modifique la fracción volumétrica de las fases y su respuesta se puede calcular utilziando el método autoconsistente clásico de Hill [6]. Las variaciones de la tensión y de la deformación en la fase intacta durante este proceso origina un pequeño incremento dc_d en la fracción volumétrica de la fase dañada a costa de la fase intacta. El segundo término de la ecuación (12) calcula la redistribución de tensiones asociada a éste a partir de dos hipótesis. En primer lugar se supone que la transformación ocurre instantáneamente en comparación con la variación de las condiciones de contorno, que se pueden suponer constantes. En segundo lugar, la transformación de fase se traduce en una relajación elástica de las tensiones en el material efectivo que se puede calcular derivando su ecuación constitutiva en régimen elástico.

El modelo autoconsistente con daño de González y LLorca se ha utilizado con éxito para determinar la curva tensión-deformación en tracción de distintos materiales compuestos de matriz de Al reforzados con partículas de SiC [35-36], donde el mecanismo de daño dominante es la fractura progresiva de los refuerzos cerámicos durante la deformacón. Además, las predicciones del modelo para la fracción de refuerzos rotos en el momento de la rotura se ajustaron bastante bien a los medidas *post mortem* realizadas sobre las probetas ensayadas, y permiten afirmar que el modelo es capaz de simular con precisión los micromecanismos de deformación y daño en estos materiales.

5. MODELOS PARA DISTRIBUCIONES PERIODICAS CON DAÑO.

Los modelos basados en el análisis por elementos finitos de una celda unitaria con condiciones de contorno periódicas se han utilizado también para estudiar el efecto del daño. Los primeros trabajos en esta línea se deben a Nutt y Needleman [37], que estudiaron el daño por decohesión en la intercara utilizando celdas unidad axisimétricas. La decohesión se simuló mediante un modelo de fisura cohesiva cuyos parámetros críticos se estimaron comparando los patrones de decohesión experimental con los obtenidos mediante la simulación numérica. Este modelo fue muy útil para analizar la influencia de los parámetros microestructurales en la decohesión, pero no sirve para simular el comportamiento macroscópico del material porque supone que la decohesión se produce a la vez en todas las celdas.

Posteriormente, Llorca et al. [30] utilizaron el mismo modelo axisimétrico de celdas unidad para analizar la rotura por nucleación, crecimiento y coalescencia de huecos en la matriz en un material compuesto de matriz metálica. La nucleación venía controlada por un criterio basado en la deformación plástica equivalente mientras que el proceso de crecimiento y coalescencia se introdujo suponiendo que la deformación plástica de la matriz obedecá al potencial plástico de Gurson. Este modelo sirvió para estudiar la influencia de la forma y la fracción volumétrica del refuerzo en la ductilidad del material compuesto. Además, estos autores analizaron el efecto de la distribución espacial del refuerzo en la rotura dúctil del material compuesto a partir de modelos bidimensionales de celdas unidad en deformación plana.

Más adelante, Brockenbrough y Zok [38] y Martínez et al. [39] desarrollaron paralelamente un modelo para estudiar la curva tensión-deformación en tracción uniaxial. El modelo se basa en una representación del material como una red tridimensional de celdas unidad formadas por prismas de base hexagonal (Fig. 5). Cada prisma contiene en su centro una partícula que se encuentra intacta o bien presenta una grieta ortogonal al eje de aplicación de la carga. Suponiendo que las celdas con partículas rotas e intactas se encuentran distribuidas homogéneamente, la tensión media que actúa sobre el material compuesto, $\bar{\sigma}$, puede expresarse como

$$\bar{\sigma} = (1 - c_d) \,\bar{\sigma}^I + c_d \bar{\sigma}^D \tag{13}$$

donde c_d es la fracción de celdas que contienen un refuerzo fracturado, y $\bar{\sigma}^I$ y $\bar{\sigma}^D$ son las tensiones medias que soportan las celdas intacta y dañada respectivamente. La hipótesis de isodeformación que subyace en la ecuación (13) es consecuencia de la compatibilidad de desplazamientos entre celdas adyacentes exigida por el modelo geométrico. Esta hipótesis impone una condición adicional, pues impide tener en cuenta la redistribución de tensiones que se produce dentro del material al producirse la rotura del refuerzo.



Fig. 4. Representación del material compuesto como una red tridimensional de celdas unidad hexagonales.

Para conocer la respuesta mecánica del material compuesto se necesita determinar previamente los valores de $\bar{\sigma}^I$, $\bar{\sigma}^D$ y c_d en función de la deformación axial impuesta. La tensión media que soportan las celdas intactas o dañadas se calculan utilizando cualquiera de las técnicas de elementos finitos descritas en la sección 2, aunque la simplificación axisimétrica proporciona unos resultados aceptables con un coste computacional moderado. La fracción de celdas con un refuerzo fracturado se determina suponiendo que la resistencia mecánica de éste obedece a la estadística de Weibull. Este modelo es conceptualmente muy sencillo y ha proporcionado predicciones muy ajustadas de la curva tensión-deformación en aleaciones de aluminio reforzadas con un 15% en volumen con partículas de SiC [40-41].

Llorca y González [1] extendieron el modelo de isodeformación para estudiar el caso de materiales con distintos tipo de refuerzos o con una distribución heterogénea. Utilizando el mismo modelo de isodeformación, la tensión promedio que actúa sobre el material compuesto puede expresarse como (Fig. 6)

$$\bar{\sigma} = \sum_{j} \gamma_j \left[(1 - c_j) \,\bar{\sigma}_j^I + c_j \bar{\sigma}_j^D \right] \tag{14}$$

donde el subíndice j representa un conjunto de celdas que poseen la misma fracción volumétrica (f_j) y forma del refuerzo y c_j es la fracción de partículas rotas en el conjunto j. La fracción volumétrica media de refuerzo, \bar{f} , y la fracción media de refuerzos rotos, \bar{c} , se pueden calcular como

$$\bar{f} = \sum_{j} \gamma_{j} f_{j}$$
 y $\bar{c} = \sum_{j} \gamma_{j} f_{j} c_{j}$ (15)

donde γ_j es la fracción relativa de cada conjunto de celdas en el material compuesto ($\sum \gamma_j = 1$). Este modelo se utilizó con exito para estudiar el efecto de la distribución heterogénea del refuerzo en la ductilidad de los materiales compuestos.



Fig. 6. Representación del material compuesto como una red tridimensional de celdas unidad hexagonales con partículas cilíndricas o esféricas en su interior.

Finalmente, debe señalarse que la introducción del daño mediante las técnicas de celdas unidad axisimétricas proporciona una solución directa y sencilla al problema de la distribución local de tensiones en la presencia de un refuerzo fracturado. Sin embargo, esta técnica sólo proporciona la respuesta del material compuesto bajo solicitación uniaxial y debe utilizarse con cautela ya que conlleva la aceptación implícita de una distribución periódica del refuerzo en el interior del material.

6. DESARROLLOS FUTUROS.

Los principales avances en la simulación del comportamiento mecánico de materiales compuestos incluyendo el efecto del daño se han producio en el marco de los modelos de campo medio y del análisis numérico de distribuciones periódicas de refuerzo. Estos modelos han sido de gran utilidad para conocer el papel jugado por las propiedades de la matriz y del refuerzo, así como por la fracción volumétrica y forma de este último en las propiedades mecánicas de estos materiales. Sin embargo, estas aproximaciones suponen que el daño se genera de manera homogénea en todo el material compuesto y no pueden tener en cuenta la localización temprana del daño en una sección determinada. Parece claro que estos fenómenos — que controlan en buena manera la ductilidad y la tenacidad de los materiales compuestos — serán objeto de análisis en el futuro. Este objetivo sólo se puede conseguir mediante modelos tridimensionales con gran número de partículas que permitan tener en cuenta el efecto de la distribución espacial de los refuerzos en la nucleación y propagación del daño.

Ante la limitaciónde los modelos de elementos finitos clásicos para lograr este objetivo, los modelos de elementos finitos basados en celdas de Voronoi, Ghosh *et al.* [42], se han convertido en una de las expectativas más prometedoras en este campo. Esta técnica permite reducir drásticamente el número de grados de libertad del análisis utilizando elementos finitos que permiten reproducir los complejos campos de tensiones y deformaciones que aparecen cerca de las inclusiones.





La discretización del material polifásico da lugar a una red de polígonos de Voronoi (Fig. 7.). Cada celda de Voronoi representa un elemento finito estructural básico que contiene una inclusión embebida en la matriz con una formulación independiente en tensiones y desplazamientos. Las tensiones en el interior del elemento se obtienen de forma separada para cada fase a partir de una función de Airy de tensiones $\Phi(x, y)$ en forma incremental

$$\Delta \sigma_x = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2}, \ \Delta \sigma_y = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2}, \ \Delta \tau_{xy} = -\frac{\partial^2 \Phi}{\partial xy} \quad (16)$$

De esta forma se satisfacen automáticamente la condiciones de equilibrio interno y se permite la dis-

(18a)

continuidad de tensiones en la intercara entre fases. Las funciones de Airy para la matriz y la inclusión, Φ_m y Φ_i , se aproximan mediante una funciones polinómicas cuyos coeficientes α_{pq}^m y α_{pq}^i son incognitas a determinar

$$\Phi_m = \Phi_m^{pol} = \sum_{p,q} \alpha_{pq}^m x^p y^q \tag{17a}$$

у

$$\Phi_m = \Phi_i^{pol} = \sum_{p,q} \alpha_{pq}^i \ x^p y^q \tag{17b}$$

De igual forma, los incrementos de desplazamientos $\Delta \mathbf{u}_e(x, y) \neq \Delta \mathbf{u}_{mi}(x, y)$ en el contorno del elemento $\partial \Omega_e \neq \mathbf{u}_e$ a la intercara $\partial \Omega_{mi}$ se discretizan para generar un campo de desplazamientos aproximado que satisfaga las condiciones de compatibilidad en deformaciones. Las incógnitas son los valores nodales de los campos de desplazamiento a lo largo de los contornos $\Delta \mathbf{q}_e \neq \Delta \mathbf{q}_{mi}$

 $\Delta \mathbf{u}_e(x,y) = \mathbf{B}_e \Delta \mathbf{q}_e$

у

$$\Delta \mathbf{u}_{mi}(x,y) = \mathbf{B}_{mi} \Delta \mathbf{q}_{mi} \tag{18b}$$

donde \mathbf{B}_e y \mathbf{B}_{mi} son matrices de interpolación en desplazamientos. Las variables a determinar para cada elemento son los coeficientes de la función de Airy de tensiones para cada fase y los desplazamientos nodales en el contorno del elemento y en la intercara de separación. Estas variables se determinan minimizando la energía del total del sistema siguiendo un esquema análogo al empleado en las formulaciones clásicas de elementos finitos. Los tiempos de computación se reducen entre 30 y 50 veces con respecto a los elementos finitos convencionales utilizando este método.

Esta técnica ha sido utilizada Ghosh y Moorthy [43] y Li *et al.* [44] para estudiar ñla progresión del daño en materiales compuestos en dos dimensiones. La fractura de un refuerzo se incluyó añadiendo a las funciones de Airy de la expresión (17) un término polinómico recíproco que reproduce las complejas distribuciones de tensiones que existen en las proximidades de una grieta dentro del refuerzo. Los coeficientes de estas nuevas funciones se añaden como incógnitas a las ya existentes y se determinan minimizando la energía total del sistema. Matemáticamente, las funciones de Airy en la matriz y en la inclusión se expresan como

$$\Phi_m = \Phi_m^{poly} + \Phi_m^{rec} \quad \Phi_i = \Phi_i^{poly} + \Phi_i^{rec}$$
(19)

utilzando un modelo de Weibull para la fractura de las partículas, esta técnica se ha utilizado con éxito para simular el efecto de una distribución heterogéna de refuerzos en un material compuesto de matriz metálica (Fig. 8) En el caso de una microestructura homogénea, la rotura de los refuerzos se produce aleatoriamente (Fig. 8 (d), (e) y (f)) al aumentar la deformación. La fractura de un refuerzo no provoca la fractura inmediata del refuerzo más cercano, y el daño se acumula de manera homogénea durante la deformación. Por contra, el daño se inicia en las zonas de alta concentración del refuerzo en el caso de una microestructura heterogénea (Fig. 8a) y se localiza rápidamente en estas regiones (Fig. 8b, 8c) al incrementarse la deformación.



Fig. 8. Evolución del daño con la deformación en materiales compuestos [43]. (a), (b) y (c) Microestructura heterogénea. (d), (e) y (f) Microestructura homogénea.

Aunque estas técnicas presentan un gran atractivo para estudiar la influencia de la microestructura en los procesos de daño, es necesario señalar que — por el momento — se encuentran limitadas al análisis de problemas bidimensionales de tensión y deformación.

Agradecimientos

El autor desea expresar su agradecimiento al Dr. C. González por su ayuda y sus sugerencias durante la redacción de este trabajo.

7. REFERENCIAS

[1] Llorca, J., y González, C., "Microstructural factors controlling the strength and ductility of particlereinforced metal-matrix composites", J. Mech. Phys. Solids, 46, 1-28 (1998).

[2] Cantwell, W. J., y Roulin-Moloney, A. C., "Frac-

tography and failure mechanisms of unfilled and particulate filled epoxy resins", in *Fractography and Failure Mechanisms of Polymers and Composites*, Roulin-Moloney, A. C. (Ed.), Elsevier Applied Science, London, 1989, pp. 233-260.

[3] Gusev, A. A., "Representative volume element size for elastic composites: a numerical study", J. Mech. Phys. Solids, 45, 1449-1459 (1997).

[4] Böhm, H. J., y Han, W., "Comparisons between three-dimensional and two-dimensional statisticsbased unit cell models for particle reinforced MMCs", J. Mech. Phys. Solids, submitted for publication (2000).

[5] Eshelby, J. D.,"The determination of the elastic field of an elipsoidal inclusion and related problems", *Proc. Roy. Soc. London*, A 241, 376-396 (1957).

[6] Hill, R., "A self-consistent mechanics of composite materials", J. Mech. Phys. Solids, **13**, 213-222 (1965).

[7] Laws, N., y McLaughlin, R., "The effect of fibre length on the overall moduli of composite materials", J. Mech. Phys. Solids, 27, 1-13 (1979).

[8] Mura, T., *Micromechanics of defects in solids*, Martinus Nijhoff Publishers (1987).

[9] Mori, T., y Tanaka, K., "Average stress in the matrix and average elastic energy of materials with misfitting inclusions", *Acta metall. Mater.*, **21**, 571-574 (1973).

[10] Benveniste, Y., "A new approach to the application of Mori-Tanaka's theory in composite materials", *Mech. Mater.*, **6**, 147-157 (1987).

[11] Kroner, E., "Berechnung der elastischen Konstanten des Vielkristalls aus den Konstanten der Einkristalls", Z. Physik, **151**, 504-518 (1958).

[12] Cristensen, R. M., y Lo, K.H., "Solutions for effective shear properties of three phase sphere and cilinder models", J. Mech. Phys. Solids, 27, 315-330 (1979). Ver también correción J. Mech. Phys. Solids, 34, 639 (1986).

[13] Hill, R., "Elastic properties of reinforced solids: some theoretical principles", J. Mech. Phys. Solids, 11, 357-372 (1963).

[14] Hashin, Z., y Shtrikman, S., "On some variational principles in anisotropic and nonhomogenous elasticity", J. Mech. Phys. Solids, 10, 335-342 (1962).

[15] Beran, M. J., y Molyneux, J., "Use of classical variational principles to determine bounds for the effective bulk modulus in heterogeneous media", *Q. Appl. Math.*, **24**, 107-118 (1966).

[16] Hutchinson, J. W., "Elastic-plastic behaviour of polycrystalline metals and composites", *Proc. Roy. Soc. London*, A **319**, 247-272 (1970).

[17] Berveiller, M., y Zaoui, A., "An extension of the self-consistent scheme to plastically-flowing polycrystals", J. Mech. Phys. Solids, 26, 325-344 (1979).

[18] Weng, G.J., "The overall elastoplastic stressstrain relations of dual-phase metals", J. Mech. Phys. Solids., 38, 419-441 (1990).

[19] Corbin, S. F., y Wilkinson, D. S., "The influence of particle distribution on the mechanical response of a particulate metal matrix composite", *Acta metall.*

Mater., 42, 1311-1318 (1994).

[20] Ponte Castañeda, P., "New variational principles in plasticty and their application to composite materials", J. Mech. Phys. Solids, 40, 1757-1788 (1992).

[21] Suquet, P. "Overall potentials and extremal surfaces of power law or ideally plastic materials", J. Mech. Phys. Solids., 41, 981-1002 (1993).

[22] Ponte Castañeda, P., y Suquet, P., "Nonlinear composites", Adv. Appl. Mech., 34, 171-301 (1998).

[23] Aboudi, J., "Micromechanical analysis of composites by the method of cells", *App. Mech. Rev.*, **42**, 193-221 (1997).

[24] Bush, M. B., "An investigation of two- and threedimensional models for predicting the elastic properties of particulate- and whisker-reinforced composite materials", *Mater. Sci. Engng.*, **A154**, 139-148 (1992).

[25] Weissenbek, E., "Finite element modelling of discontinuously reinforced metal matrix composites", VDI-Verlag (Reihe 18, Nr.164), Düsseldorf, (1994).

[26] Levy, A., y Papazian, J. M., "Elastoplastic finite element analysis of short-fiber-reinforced SiC/Al composites", *Acta metall. Mater.*, **39**, 2255-2266 (1991).

[27] Christman, T., Needleman, A., y Suresh, S., "An experimental and numerical study of deformation in metal-ceramic composites", Acta metall. Mater., 37, 3029-3050 (1989). Ver también correción Acta metall. Mater., 38, 879-881 (1990).

[28] Bao, G., McMeeking, R. M., y Hutchinson, J. W., "Particle reinforcement of ductile matrices against plastic flow and creep", *Acta metall. Mater.*, **39**, 1871-1882 (1991).

[29] Hom, C. L., y McMeeking, R. M., "Plastic flow in ductile materials containing a cubic array of rigid spheres", *Int. J. Plast.*, 7, 225-274 (1991).

[30] LLorca J., Needleman, A., y Suresh, S., "An analysis of the effects of matrix void growth on deformation and ductility in metal-ceramic composites", *Acta metall. Mater.*, **39** 2317-2335 (1991).

[31] Mochida, T., Taya, M., y Obata, M., "Effect of damaged particles on the stiffness of a particle/metal matrix composite", *JSME International Journal*, 34, 187-193 (1996).

[32] Bourgeois, N. "Caractèrisation et modèlisation micromècanique du comportement et de l'endommagement d'un composite à matrice mètallique: Al/SiC_p". Tesis doctoral. Ecole Centrale des Arts et Manufactures, Châtenay-Malabry, Francia (1994).

[33] Estevez, R., Maire, E., Franciosi, P., y Wilkinson, D. S., "Effect of particle clustering on the strengthening versus damage rivalry in particulate reinforced elastic plastic materials: A 3-D analysis from a self-consistent modelling", *Eur. J. Mech.* A/solids, 18, 785-804 (1999).

[34] Maire, E., Wilkinson, D. S., Embury, J. D., y Fougeres, R., "Role of damage on the flow and fracture of particulate reinforced alloys and metal matrix composites", *Acta mater.* 45, 5261-5274 (1997).

[35] González, C., y LLorca, J., "A self-consistent approach to the elasto-plastic behaviour of two-phase

materials including damage. J. Mech. Phys. Solids., 48, 675-692 (2000).

[36] González, C., "Dos modelos micromecánicos de deformación con daño en materiales compuestos". Tesis doctoral. Universidad Politécnica de Madrid (2000).

[37] Nutt, S. R., y Needleman, A., "Void nucleation at fiber ends in Al-SiC composites", *Scripta metall.*, **21**, 705-710 (1987).

[38] Brockenbrough, J. R., y Zok, F. W., "On the role of particle cracking in flow and fracture of metal matrix composites", *Acta metall. Mater.*, **43**, 11-20 (1995).

[39] Martínez, J. L., LLorca, J., y Elices, M., "Reinforcement fracture and ductility in sphere-reinforced metal-matrix composites", *Micromechanics of Plasticity and Damage in Multiphase Materials*, Pineau. A. y Zaoui, A. (Eds.), Kluwer Academic Press, The Netherlands, 1996, pp. 371-378.

[40] González, C., y LLorca, J., "Prediction of the tensile stress-strain curve and ductility in Al/SiC composites", *Scripta mater.*, **35**, 91-97 (1996).

[41] Poza, P., y LLorca, J., "Mechanical behaviour ofAl-Li/SiC composites. Part III: micromechanical modeling", *Metall. Mater. Trans.*, **30A**, 869-878 (1999).

[42] Ghosh, S., Nowak, Z., y Lee, K., "Quantitative characterization and modeling of composite microstructures by Voronoi cells", *Acta mater.*, **45**, 2215-2234 (1997).

[43] Ghosh, S., y Moorthy, S., "Particle fracture simulation in non-uniform microstructures of metal matrix composites", *Acta mater.*, **46**, 965-982 (1998).

[44] Li, M., Ghosh, S., y Richmond, O., "An experimental-computational approach to the investigation of damage evolution in discontinously reinforced aluminum matrix composite", *Acta mater.*, **47**, 3515-3522 (1999).

ANALES DE MECANICA DE LA FRACTURA, Vol. 17 (2000)

MECÁNICA DE FRACTURA: ESTUDIO DE LA FISURACIÓN O LA ROTURA A ESCALA LOCAL

Federico Gutiérrez-Solana Salcedo

Laboratorio de Ciencia e Ingeniería de los Materiales E.T.S. de Ingenieros de Caminos Canales y Puertos. Universidad de Cantabria. Avda. Los Castros s/n, 39005. Santander

Resumen: Este artículo representa una revisión de diferentes trabajos realizados en el ámbito de la Mecánica de Fractura, en el análisis de los procesos de rotura o fisuración, en diferentes condiciones ambientales, con diferentes tipos de material, es decir, bajo muy distintas situaciones.

A pesar de ello, aparece siempre un aspecto común: todos los procesos se explican al nivel de la escala local con referencia a la escala de los defectos existentes. En el ámbito local del frente de los defectos el comportamiento mecánico de la microestructura establece las condiciones críticas que generan los micromecanismos de fisuración o rotura.

Abstract: This paper is a review of the different research work done in the field of Fracture Mechanics, in order to study cracking or rupture processes, under different environmental conditions, with different types of material, so related very variable situations.

Nevertheless in all the cases a common aspects is present: all the processes can be explained and justified at a local approach scale with reference to the defect size. At the local region ahead of existing cracks the mechanical behaviour of the existing microstructure defines the critical conditions for the generation the cracking or fracture micromechanisms.

1. INTRODUCCIÓN

El comportamiento mecánico de componentes estructurales establecido como la relación entre sus movimientos, absolutos o relativos, y las fuerzas o solicitaciones sobre ellos aplicadas, depende, a nivel macroestructural, del comportamiento mecánico del material, o materiales, del componente y de la forma del propio componente. El comportamiento mecánico de cada material es la relación intrínseca, local, entre la tensión aplicada y la deformación obtenida.

Así, las propiedades mecánicas del material y la forma del componente definen el comportamiento de este último. Desde esta perspectiva cuando se considera el estudio de un componente estructural fisurado la concepción más general de abordar el problema consistiría en adscribir las fisuras existentes a los aspectos morfológicos del componente. Sin embargo, cuando el tamaño de los defectos es relevante para determinar las condiciones últimas del propio componente, la aparente complejidad geométrica que representa su presencia establece una simplicidad analítica de su previsible situación de rotura.

En efecto, en estas condiciones en que la presencia de defectos resulta crítica, la rotura se produce en torno a ellos de forma que el componente se rompe en función del comportamiento resistente del material y de la geometría, en este caso, de los defectos. Es decir, la presencia de defectos capaces de incidir en el proceso de rotura de un componente focalizan el efecto geométrico hacia su entorno de manera que las condiciones críticas de esta zona local establecen las condiciones críticas de todo el componente. Como las primeras dependen sólo del material, ante la rotura el propio defecto crítico apantalla el efecto de la forma del componente.

En esta línea argumental reposa todo el desarrollo de la Mecánica de Fractura, que permite definir el comportamiento en rotura de un componente con defectos mediante el comportamiento de una muestra, de geometría sencilla y conocida, del material con defectos. En este caso, comportamiento local y global están controlados por un mismo parámetro, la tenacidad a fractura del material, que es la propiedad del material que explica su resistencia a la rotura en presencia de defectos.

Este parámetro establece las condiciones críticas a escala local, en la proximidad de un defecto, condiciones críticas en cuanto a la distribución de tensiones y deformaciones con referencia a la microestructura del material. Condiciones que quedan definidas a partir de la solicitación y el tamaño de defecto para cada geometría de componente. Es decir, las condiciones críticas locales se asocian a condiciones críticas globales a través de variables macroscópicas que incluyen el efecto de la solicitación y el defecto. Desde esta perspectiva puede sorprender que la Mecánica de Fractura sirva de apoyo al estudio de la rotura de los materiales y componentes en un rango dimensional tan extenso, de 10^{-10} a 10^3 m como muestra la Figura 1, con el que se impresiona al lector que se inicia en la materia [1]. Sin embargo, esta concepción de control a escala local es lo que justifica que en el desarrollo de cualquier aplicación de la Mecánica de Fractura, el análisis que sustenta la explicación de lo observado debe hacerse al nivel de la escala local con referencia a la escala del defecto.



Figura 1. Campo de Aplicación de la Mecánica de la Fractura [1].

Es por ello que en los estudios de ingeniería, tanto estructural como de los materiales, la escala local de referencia se obtiene al nivel del entorno de los defectos que conducen a la rotura. Para los defectos con incidencia ingenieril la escala de referencia es la de la microestructura del material, ya que ofrece singularidades o discontinuidades capaces de justificar situaciones críticas. Así, cualquier justificación de los comportamientos establecidos por la Mecánica de Fractura requiere el conocimiento del comportamiento a escala microestructural en el momento de la rotura.

Queda por tanto justificado que el método de "aproximación local" en los análisis de la fractura no es sino la aplicación generalizada de la concepción básica de la Mecánica de Fractura. Sirva esta introducción de base para justificar cómo experiencias muy diversas se pueden abordar bajo procesos metodológicos y analíticos diferentes, en apariencia, pero que se encuentran bajo el concepto básico descrito que fundamenta la Mecánica de Fractura.

2. APLICACIÓN DE LA MECÁNICA DE FRACTURA EN EL ESTUDIO DE LA FRAGILIZACIÓN POR HIDRÓGENO

2.1 Rotura

Conocido que la presencia de hidrógeno provoca mecanismos de fragilización en los aceros [2] de los contenedores que lo almacenan o de las tuberías que lo transportan, surge un problema ingenieril inmediato: ¿Cuáles serán las condiciones críticas de estas estructuras en presencia de hidrógeno a presión? ¿Cuál será la presión crítica de cada componente? ¿Varía ésta con la presencia del hidrógeno? ¿Esto sucede siempre o sólo cuando hay defecto?

Comprobado que en el comportamiento mecánico del material el hidrógeno sólo origina una pérdida de ductilidad (Figura 2) [3], se puede entender que en diseños en campo elástico la presencia de hidrógeno no afecta a las condiciones de seguridad de estos componentes. No hay cambio en el comportamiento elástico del material ni cambio en la forma. Sin embargo, esta situación conduce a una preocupación inmediata, en presencia de defectos relevantes para la rotura el hidrógeno debe afectar a la seguridad de los componentes. ¿Por qué? Porque afecta a las condiciones críticas a escala local del material, va que afecta a la capacidad de deformación (ductilidad), y esas condiciones críticas focalizadas en el entorno de un defecto van a establecer la condición de rotura del componente. Es decir, la Figura 2 y el concepto del comportamiento en rotura de un componente fisurado cualitativamente permiten llegar a las mismas conclusiones que se alcanzan tras un amplio proceso experimental de ensayos de la tenacidad del material bajo diferentes condiciones de presión de hidrógeno y de ensayos de componentes (tuberías) fisuradas bajo presión interior de hidrógeno [3, 4]. La Figura 3 muestra la evolución de la tenacidad de fractura con la presencia de hidrógeno en función de la presión de éste.







Figura 3. Relación K_{lc} -P obtenida en base a los ensayos J y a los ensayos sobre tuberías conjuntamente.

Los resultados obtenidos muestran la buena correlación de los mismos por ambos métodos de ensayo. De ellos se obtiene un modelo de comportamiento del material ensayado definido por la relación exponencial:

$$K_{lc}(P) = 152.6 P^{-0.428}$$
 (1)

Este modelo de comportamiento del material en presencia de hidrógeno permite el análisis de la seguridad de estas tuberías en su utilización para transportar hidrógeno en condiciones adecuadas para ser usado como combustible, obteniéndose unas condiciones seguras al aplicar el criterio de diseño de "fugas antes de rotura" [5, 6].

Implícito en la obtención del modelo de comportamiento queda el concepto localista de la fractura: los resultados que soportan el modelo se obtuvieron tanto sobre probetas de flexión de pequeñas dimensiones (tipo Charpy) fisuradas ensayadas en una cámara de presión de hidrógeno, como sobre tramos de tuberías con fisuras internas ensayados hasta rotura por incremento de la presión interior de hidrógeno.

La evolución de los mecanismos de rotura con la presión de hidrógeno se comprobó mediante el estudio fractográfico de la superficie de rotura de las probetas ensayadas [4]. Al aumentar la presión de hidrógeno, los mecanismos de rotura pasan, gradualmente, de ser debidos a la formación y coalescencia de microhuecos a clivajes. Es decir, los cambios de comportamiento se explican por modificaciones en los mecanismos locales, a escala microestructural, que conducen a la rotura.

2.2 Fisuración

La acción fragilizante del hidrógeno también se manifiesta en los procesos de fisuración, crecimiento subcrítico de defectos existentes, bajo la acción de esfuerzos externos. Estos casos de fisuración, debidos a la presencia de un ambiente agresivo y solicitaciones por encima de un umbral dado (corrosión bajo tensión) o a la acción de solicitaciones variables con una frecuencia suficientemente elevada en ambiente inerte (fatiga) o agresivo (corrosión-fatiga), presenta la misma connotación local presentada en la introducción para los procesos de rotura. Es decir, el comportamiento de componentes en procesos de fisuración de defectos preexistentes se explica a escala local en relación con la microestructura del material presente en el entorno de los defectos crecientes.

2.2.1 Fatiga

Estos efectos de fisuración pueden afectar a la vida útil de los componentes que almacenan o transportan hidrógeno previamente analizados. Así lo muestra la caracterización del comportamiento en fatiga, tanto al aire como en presencia de hidrógeno, de los aceros estructurales con los que se fabrican estos componentes [7]. Los resultados obtenidos, Figura 4, destacan que para frecuencias por debajo de una dada la presencia de hidrógeno en las condiciones ensayadas aumenta la velocidad de propagación de 5 a 10 veces. En las situaciones de contención de hidrógeno en esferas de almacenamiento, las frecuencias de los estados de carga previstos son suficientemente bajas para que su presencia sea un factor muy importante a considerar a la hora del diseño. Dependiendo de su presión parcial, el hidrógeno existente puede reducir considerablemente la vida de una estructura debido a una propagación más rápida (x10) y a una disminución de la tenacidad a fractura del material (x3) [8]. Es decir, que los tiempos de vida útil de este tipo de componentes calculados para condiciones ambientales normales pueden verse reducidos a valores preocupantes en el caso de tener hidrógeno almacenado.



Figura 4. Caracterización en presencia de hidrógeno. Propagación.

De nuevo el cambio de comportamiento se asocia a los cambios de mecanismos de fisuración por fatiga que introducen la presencia de hidrógeno en el entorno de los defectos preexistentes [9]. El mayor efecto de presencia de hidrógeno se asocia con una mayor presencia de mecanismos de propagación intergranulares en la superficie fisurada.

También de nuevo hay que volver al análisis local para entender el efecto variable del hidrógeno en relación con la frecuencia. El hidrógeno es efectivo en favorecer la fisuración siempre que esté presente en donde ésta se produce, el fondo de fisura. Consecuentemente, la fragilización se observa si el hidrógeno es capaz de estar, a un nivel de concentración superior a uno crítico, en el fondo de fisura. Debe considerarse que la zona altamente deformada, zona plástica, del fondo de fisura actúa como sumidero de hidrógeno. Salvo que la concentración uniforme de hidrógeno en el material fuera suficiente para garantizar los fenómenos de fragilización, este efecto sumidero local es el causante de la misma.

En todo proceso de fisuración el frente de fisura avanza con él; en fatiga establecida una velocidad de fisuración, da/dN, la velocidad real de avance, da/dt, crece con la frecuencia. Por ello, para que el hidrógeno alcance el frente de fisura debe tener una movilidad suficiente en el seno del material, es decir, difundir lo suficientemente rápido hacia un frente de fisura móvil que cada vez, si no cambian las condiciones de solicitación que motivan la fatiga, se mueve más rápido. En la Figura 4 se observa como, para cada nivel de frecuencia, el efecto fragilizante tiene un límite de velocidad de propagación, da/dN por encima del cual el hidrógeno deja de ser efectivo. Una vez alcanzada esa situación sólo si se baja la frecuencia, es decir, disminuye la velocidad de propagación real, el hidrógeno vuelve a tener una acción fragilizante.

Este análisis abre una importante conclusión ampliable a todos los procesos afectados por la fragilización de hidrógeno: la fragilización se produce a escala local en el frente de fisura por efecto de una presencia de hidrógeno, potenciada en concentración por la zona plástica allí situada. Por ello el estudio de estos fenómenos debe contemplar cómo el hidrógeno actúa sobre los aspectos microestructurales presentes en el fondo de fisura hasta alterar sus propios mecanismos de rotura o, al menos, reducir las condiciones de solicitación local para los que se producen. Así, también la movilidad del hidrógeno debe analizarse ya que va a ser determinante en la cinética, incluso en la existencia de los procesos de fisuración.

2.2.2 Corrosión bajo tensión (MFEL)

Esta situación localista de la fragilización se pone de manifiesto en los procesos de corrosión bajo tensión de aceros de alto límite elástico en agua de mar. En un trabajo para diseño y selección de estos aceros para su uso en construcciones submarinas se pone en evidencia el efecto de la microestructura en el comportamiento ante estos procesos [3, 10, 11].

Estudiado inicialmente el comportamiento de 3 aceros (HY130, 300M y H13) mediante probetas DCB sumergidas en agua de mar simulada, solicitadas con un desplazamiento constante, se observa, Figura 5, una creciente influencia de la microestructura a medida que decrecen los niveles de resistencia de los aceros. Así la relación de valores K_{1scc} obtenidos muestra la gran variación en la resistencia frente a la corrosión bajo tensión del acero HY 130 al variar su microestructura sin alterar sus niveles de resistencia, (Figura 6).

La observación de las superficies de rotura obtenidas en los ensayos (fractografía) con ayuda de un microscopio electrónico de barrido pone de manifiesto la importancia de la relación tamaño de zona plásticatamaño de grano en la existencia de influencia microestructural y en el tipo de la rotura (transgranular o intergranular) (Figura 7). Así, un orden de magnitud igual para los tamaños de zona plástica y grano determinan roturas intergranulares y poca efectividad del cambio microestructural en la mejora de propiedades frente a la corrosión (H13). En cambio, zonas plásticas de mayor orden de magnitud en tamaño que los granos se asocian a roturas transgranulares donde hay gran influencia microestructural en el comportamiento (HY 130).



Figura 5. Relación K₁ – da/dt para los aceros ensayados.



Figura 6. Relación $K_{Iscc} - \sigma_y$ para los aceros ensayados.

La determinación de las correspondientes microestructuras por microscopía electrónica de barrido y transmisión pone de manifiesto la mejor resistencia frente a corrosión de las estructuras bainíticas sobre las martensíticas y el enorme incremento de la resistencia asociado a estructuras ferrítico-martensíticas con presencia de austenita retenida. cuvo efecto beneficioso se asocia fundamentalmente a su falta de estabilidad ante la deformación, lo que se ha contrastado por aplicación de técnicas de difracción por rayos x. [11]



Figura 7. Variación del K_{lscc} con el tamaño de grano.

Finalmente, se ha puesto de manifiesto la correlación entre los procesos de difusión de hidrógeno y su solubilidad en estos aceros con comportamiento frente a procesos de corrosión bajo tensión por medio de ensayos de permeabilidad [12].

Estos resultados ponen de manifiesto que a escala local, en el frente de una fisura, los fenómenos de CBT inducidos por la presencia de hidrógeno tienen lugar bajo mecanismos de fisuración muy diferentes: desde procesos intergranulares, de gran fragilidad, resistencia umbral K_{lscc} baja y alta velocidad de propagación, da/dt, del orden de 10⁻⁶ m·s⁻¹; a procesos transgranulares por clivaje o desgarramiento dúctil, de mucha mayor resistencia a la fisuración y velocidades de propagación 1 ó 2 órdenes de magnitud más lentas. Las variables microestructurales del material, que afectan tanto al comportamiento mecánico local como las condiciones de interacción hidrógenoа microestructura, establecen las situaciones críticas para las que se desarrollan los micromecanismos que producen la fisuración. Estas variables se estudian de forma exhaustiva sobre un acero Cr-Mo de baja aleación, 4135 o F-1250 (CENIM), bajo diferentes tratamientos [13].

- Para estructuras martensíticas obtenidas por temple a diferentes temperaturas de austenitización los mecanismos intergranulares que se generan tienen una resistencia umbral variable con el tamaño de grano (Figura 7) [14].
- En las estructuras martensíticas revenidas, normales para estos aceros, se observa en la Figura 8 que para temperaturas de revenido inferiores a 425°C los valores de K_{Isce} aumentan suavemente con la temperatura bajo mecanismos intergranulares, con independencia en este caso del tamaño de grano (Figura 9). Sin embargo, entre 425 y 450° C de temperatura de revenido se produce un salto brusco al cambiar los mecanismos de fisuración de intergranulares a transgranulares. Este tránsito es dependiente del tamaño de grano, de manera que a medida que aumenta éste se extiende hasta mayores temperaturas de revenido el régimen de fisuración intergranular (Figura 10), [15, 16]. La agresividad del medio también influye en las condiciones de

tránsito IG-TG de forma que al aumentar la cantidad de hidrógeno disponible con la agresividad, pH menor en el medio, se extiende el rango de temperatura de revenido con comportamiento intergranular, como muestra la Figura 11 [16].

 Las microestructuras bainíticas presentan mecanismos de fisuración por clivaje con una mejor resistencia a la misma de las bainitas inferiores con respecto a las superiores [13,17].



Figura 8. Variación de los parámetros de CBT con la temperatura de revenido.



Figura 9. Variación de los parámetros de CBT con la temperatura de austenitización.



Figura 10. Relación entre el factor umbral de tensiones y la temperatura de revenido.



Figura 11. Relación entre el factor umbral de tensiones y la temperatura de revenido, para distintos medios.

Con todos estos resultados se ha desarrollado un modelo [15, 18] que trata de explicar tanto el modo de rotura, sea IG o TG, como los parámetros de comportamiento mecánico en CBT de aceros de baja aleación y alto limite elástico en ambientes agresivos acuosos, en los que la presencia de hidrógeno en el frente de fisuración juega un papel fundamental [19-21]. En dicho supuesto, el modelo establece que la propagación de fisuras en CBT tiene lugar como una sucesión de roturas locales aisladas, nucleadas y desarrolladas dentro de la zona plástica de fondo de fisura. Dichas roturas locales se nuclean cuando la deformación plástica aplicada alcanza los valores críticos determinados por la fragilización producida en dicha zona plástica por la presencia del hidrógeno absorbido por el material, al ser la solubilidad del hidrógeno superior en esta zona a la del resto de la red metálica. Por lo tanto, el modelo establece que la propagación de las fisuras está controlada por la cinética del hidrógeno durante su entrada y su difusión a través de la red cristalina (Figura 12).



Figura 12. Perfiles de deformación crítica y aplicada cuando se alcanza la condición de fisuración.

Este modelo plantea que la nucleación de las roturas locales, que originan la propagación de fisuras, se lleva

a cabo en defectos concretos de la red cristalina, como frontera de lajas martensíticas o bainíticas, precipitados próximos al borde de grano o en ocasiones inclusiones no metálicas, constituidos en trampas en las cuales la concentración de hidrógeno es muy alta y, en consecuencia, el valor de deformación crítica en su entorno presenta un nivel especialmente bajo. Esta situación se simula para una trampa en la Figura 13 con una caída local brusca de la deformación crítica en un punto.



Figura 13. Posición de los elementos críticos para caminos de propagación IG y TG.

El tipo de fractura producido durante la propagación, IG o TG, está directamente asociado al proceso de nucleación descrito. Si la nucleación se produce en el borde de grano la fractura será intergranular, en tanto que si se produce en el interior del grano metálico la fractura será transgranular. Ello viene establecido a través de condiciones de relación: tamaño de grano (d)posición de nucleación (L*) - tamaño de zona plástica (r_y); que finalmente conducen a expresiones limitativas de los valores umbrales de propagación para roturas IG y TG en función de parámetros microestructurales y mecánicos del material. Dichas condiciones traducidas a parámetros macroscópicos, como K₁ o δ_{I} , llevan a las expresiones siguientes:

Condición IG:

$$\delta_{\rm Iscc} < \frac{d}{2.3} \quad 6 \, {\rm K}_{\rm Iscc} < 0.85 \sqrt{\sigma_y \, {\rm Ed}}$$
⁽²⁾

Condición TG:

$$\delta_{\rm lscc} < \frac{15 \,\sigma_y}{2.3 \,\rm E} d \quad 6 \,K_{\rm Lscc} < 3.3 \,\sigma_y \,\sqrt{d} \tag{3}$$

Este modelo justifica todos los cambios de comportamiento en CBT, especialmente las condiciones umbrales, que la microestructura introduce y que se han reflejado en los anteriores párrafos [18], particularmente la existencia de la transición IG-TG y la influencia en la misma del tamaño de grano y la agresividad del medio [22].

Establecida la fisuración por CBT como una sucesión de roturas locales, entre cada dos consecutivas se produce un tiempo de incubación en el que el hidrógeno accede a la nueva zona a fragilizar. Este tiempo de incubación es dependiente de la difusión del hidrógeno que está condicionada por el tipo de vía utilizada. Este tiempo y el avance de la fisura en cada salto definen la velocidad de propagación (Figura 14) [23]. Todo ello permite desarrollar un modelo simplista de propagación basado en los resultados de la difusividad del hidrógeno en el acero correspondiente, dependiente de la microestructura y de la deformación plástica, [24, 25].



Figura 14. Esquema que representa las condiciones críticas de propagación de una fisura dada de longitud a, en un proceso de CBT.

La presentación de este modelo simple de propagación de fisuras en corrosión bajo tensión, teniendo en cuenta mecanismos de fragilización local por hidrógeno, ha permitido ajustar los distintos comportamientos en CBT de los aceros de la familia AISI 41XX estudiados con las distintas microestructuras propias de los mismos, mediante regiones definidas por los parámetros propios de CBT, da/dt y r_p (Figura 15)

Esta modelización del comportamiento de los aceros de baja aleación ante procesos de CBT inducidos por la presencia de hidrógeno recoge el efecto de todas las variables con influencia: la microestructura, el ambiente agresivo y la interacción entre ambos [26], y la solicitación. Variables que a nivel local, en el frente de fisura, establecen las condiciones críticas que generan los mecanismos de fisuración propios de cada caso. Otras variables, como pueden ser la composición química o el contenido de los elementos de aleación de estos aceros [27], afectan a través de las anteriores; cambios microestructurales que modifican el comportamiento mecánico local del acero y, sobre todo, su interacción con el hidrógeno, en cuanto a las condiciones de movilidad y atrapamiento de éste.



Figura 15. Relación entre la velocidad de propagación de fisuras en estado II, frente al correspondiente tamaño de zona plástica en el umbral, para probetas templadas, templadas y revenidas y normalizadas, de los aceros 41XX estudiados.

2.2.3 Corrosión bajo tensión (MFEP)

En los últimos años se ha producido una evolución continua de los aceros de conducciones y componentes estructurales, de instalaciones energéticas y petrolíferas, tendentes a optimizar su comportamiento mecánico (para obtener reducciones de uso de material o mejoras en las condiciones de transporte con mayores presiones), su tenacidad (para evitar problemas de roturas frágiles en las condiciones agresivas de trabajo por ambiente y temperatura), su resistencia al deterioro (incluyéndose en ello los procesos de fisuración subcrítica debidos a fatiga, condiciones ambientales, o ambos), su operatividad (garantizando una buena soldabilidad para su puesta en obra) y su costo.

Acorde con ello y con la enorme demanda de material necesario para la fabricación de estas instalaciones, las

exigencias sobre los aceros han crecido con el tiempo, en un proceso evolutivo de prestaciones mínimas necesarias. Esta evolución ha ido en paralelo con el desarrollo de nuevos aceros de alta resistencia, entre los que los microaleados estructurales o de alto límite elástico son los de mayor incidencia en sus aplicaciones actuales, alcanzando a cubrir un 70% de los componentes estructurales de las plataformas marinas [28]. Su competitividad se basa en su relación precio/resistencia, su tenacidad, su versatilidad de procesado y su buena soldabilidad, comparable o mejor que la de los aceros al carbono [9]. Un gran número trabajos recopilan el control del comportamiento mecánico de estos aceros a través de los elementos de aleación y el tratamiento termomecánico de su proceso para alcanzar las estructuras óptimas a sus compromisos de comportamiento [29, 30].

Pero la aplicación de estos aceros en plataformas exige también de ellos una alta resistencia a procesos de fisuración inducida por el ambiente de uso. En efecto, en las plataformas estos aceros se encuentran sometidos a problemas de corrosión bajo tensión en medio marino, en asociación con situaciones de protección catódica, o de fisuración en presencia de sulfuros causados por bacterias [31]. En ambos casos el hidrógeno juega un papel predominante en los mecanismos de fisuración por lo que estos aceros deben mostrarse como resistentes a la fisuración inducida por hidrógeno. Por ello su desarrollo avanza en paralelo al de los aceros para conducciones [32, 33].

La importancia del problema ha potenciado la realización de numerosos proyectos de investigación y estudios durante las dos últimas décadas. Más de treinta programas desde 1986 bajo la financiación de la Comunidad Europea del Carbón y del Acero (CECA) [31], han sido dedicados a diferentes aspectos de la fisuración inducida por hidrógeno de aceros estructurales de alta resistencia, lo que ha permitido nuevos desarrollos de aceros resistentes a la fisuración que, a su vez, garantizan mejores prestaciones en los otros aspectos a cubrir por estos aceros: resistencia mecánica, y soldabilidad. De esta manera se ha llegado al desarrollo de aceros de alta resistencia y tenacidad, cuyo comportamiento en fisuración viene precedido de procesos de plastificación importantes, más cuanto menos agresivo es el ambiente, para los que los métodos caracterización convencionalmente de utilizados no son válidos, salvo como índice cualitativo de su resistencia. Resulta por ello indispensable encontrar un método de caracterización universal que aporte valores cuantitativos a la definición de este comportamiento para cualquier material y en cualquier medio.

La caracterización de los procesos de fisuración se establece con la determinación de la velocidad de propagación de las fisuras existentes en función de la fuerza motriz que los controla. A medida que la resistencia a la fisuración crece, el material desarrolla mecanismos de rotura local con mayor deformación plástica, controlados por los estados locales de tensión y deformación en la zona de proceso de rotura del frente de fisura, dependientes, a través de los parámetros que los definen, del estado de fisuración y de la solicitación actuante. Por tanto, es necesario desarrollar una metodología analítica que permita obtener, en un proceso de fisuración, la velocidad de propagación en cada instante y relacionarla con el valor de la integral J, como parámetro general capaz de cubrir la caracterización de todo tipo de procesos de fisuración, desde aquellos que apenas desarrollan una pequeña zona plástica y se asimilan al régimen de análisis elástico lineal, hasta los que desarrollan zonas de plasticidad más extendidas y deben analizarse en régimen elastoplástico.

En base a la aplicación del método GE-EPRI [34], que establece las condiciones de solicitación de componentes fisurados en régimen elastoplástico, se ha desarrollado una metodología analítica capaz de implantarse a un proceso experimental previo de caracterización del comportamiento de materiales con condiciones de trabajo susceptibles a desarrollar procesos de fisuración subcrítica [35]. Con estas metodologías analítica y experimental se permite la obtención de relaciones del tipo (da/dt)- J que caracterizan cuantitativamente el comportamiento del material bajo condiciones ambientales agresivas tipificadas (Figura 16) [35].

La metodología se ha mostrado propicia para ser aplicada a los procesos de fisuración estudiados sobre probetas compactas. En particular, a aquellos que comportan fenómenos de fisuración subcríticos asociados a la presencia de ambientes agresivo como es el caso de los procesos de corrosión bajo tensión o fisuración inducida por hidrógeno. Por ello, se ha aplicado en la caracterización del comportamiento ante procesos de fisuración inducida por hidrógeno de diferentes aceros microaleados, entre ellos dos estructurales bainíticas E500 y E690 [36, 37].

La Figura 17 muestra cómo, a partir de las curvas carga-desplazamiento obtenidas al ensayar probetas compactas bajo procesos de polarización catódica en una bancada de tracción lenta (Figura 18), se caracteriza las condiciones de solicitación local umbral y de rotura, así como las velocidades de fisuración crítica y subcrítica.



Figura 16. Esquema del procedimiento de evolución de la longitud de fisura durante un ensayo.



Figura 17. (a) Caracterización del proceso de fisuración a través de la curva Carga-desplazamiento y (b) evaluación de los parámetros en la curva da/dt- K_J .

A modo de ejemplo, las Figuras 19 y 20 muestran de forma esquemática las variaciones de los parámetros de comportamiento del acero E690 establecidos en este trabajo, K_J y da/dt, con la velocidad de solicitación para las condiciones de carga de 5 mA/cm². En ellas se

han marcado las regiones de comportamiento en el aire, como referencia, así como las zonas de fisuración subcrítica, asociadas a los clivajes observados con y sin presencia de intergranularidad, y la zona de fisuración crítica, a partir de los valores críticos, tanto en velocidad como en solicitación local, que pasan a generar microhuecos. De esta forma se separan las zonas de fisuración subcrítica de las de rotura, aun cuando éstas se establecen bajo condiciones de fragilización por hidrógeno.



Figura 18. Esquema del montaje experimental seguido.



Figura 19. Mapa de micromecanismos de rotura en función de la velocidad de fisuración y de la velocidad de solicitación del acero E690 ensayado a 5 mA/cm².



Figura 20. Mapa de micromecanismos de rotura en función de la solicitación local y de la velocidad de solicitación del acero E690 ensayado a 5 mA/cm².

Comparando los mapas de comportamiento de estos aceros para diferentes condiciones de agresividad del medio, se observa que su susceptibilidad a los fenómenos de fisuración inducida por hidrógeno dependen:

- De la agresividad del medio: en este caso marcada por la concentración de hidrógeno presente en el material, al crecer con la densidad de corriente aplicada aumenta la susceptibilidad a la fisuración y ésta se produce bajo mecanismos más frágiles.
- De la velocidad de solicitación: que afecta a la susceptibilidad del material en unas condiciones ambientales dadas, no a través de variaciones en los micromecanismos de rotura sino mediante los parámetros que definen las condiciones propias de fisuración y la cinética de ésta, variable con dichas condiciones.

Para adentrarse más en el conocimiento de la evolución de comportamiento de un material en un ambiente dado y el efecto de la velocidad de solicitación en ello, dicho comportamiento debe ser estudiado primero bajo el prisma de los parámetros macroscópicos que lo caracterizan y su relación con los micromecanismos que establece el proceso de fisuración.

La acción combinada de un determinado estado tensional y una velocidad de solicitación, que determine el tiempo de acción del hidrógeno en la zona de proceso del fondo de fisura, promueven diferentes tipos de fractura, bien sea por coalescencia de microhuecos (MVC), por quasiclivaje (QC) o intergranular (IG). El tipo de fractura depende de la concentración de hidrógeno existente y del factor de intensidad de tensiones aplicado. Estos dos parámetros son variables a lo largo de un ensayo produciendo, por tanto y como se ha demostrado, cambios en el modo de propagación de fisuras en una misma muestra.

El factor de intensidad de tensiones condiciona el tamaño de la zona plástica. En las primeras fases de la propagación este factor aún es pequeño siendo la

concentración de hidrógeno suficiente para provocar crecimiento de fisuras con tamaños de zona plástica reducidos. Esta propagación va a ser IG o TG por clivaje, dependiendo del tamaño de la faceta de grano y su relación con la zona plástica y del hidrógeno existente en ésta capaz de generar los procesos de rotura local.

Al propagar la fisura se llega a unos tamaños de zona plástica mayores con una menor concentración volumétrica de hidrógeno en la misma; las inclusiones y microhuecos existentes dentro de dicha zona son presurizados provocando la aparición de niveles de microhuecos, cuya coalescencia conduce a la rotura local y a la propagación (MVC).

De nuevo se aprecia en estos párrafos que el comportamiento global que caracteriza al material depende de los micromecanismos locales de fisuración producidos que, a su vez, dependen del comportamiento interactivo a escala local entre ambiente y microestructura.

Comprobado que las primeras fases de fisuración se producen bajo dominio elástico, las condiciones límites de intergranularidad y transgranularidad del modelo definido previamente [18] (expresiones [2 y 3] se pueden representar superpuestas a los gráficos de carga-desplazamiento, como se observa en la Figura 21 [38], de forma que delimitan unas regiones de propagación IG pura, IG+TG y TG pura, que coinciden con los mecanismos observados en las diferentes probetas ensayadas de estos aceros microaleados cuando sus curvas P-COD pasan por ellas. Es decir, el modelo descrito [18], basado en conceptos de Mecánica de Fractura Elástico Lineal, sigue siendo válido para definir el comportamiento de estos aceros bajo condiciones en que la fisuración se establece bajo dominio elástico.



Figura 21. Curvas P-COD del acero E690 con 10 mA/cm². Representación de zonas de micromecanismos observados y condiciones IG y TG.

Por ello el modelo se puede extender [37,38] estableciendo por un lado el límite de las condiciones de dominio elástico:

$$Je = 0.95 J$$
 (4)

donde J_e es la componente elástica de J. A partir de este límite sólo se observan micromecanismos de fisuración basados en desgarros plásticos, cada vez más acusados al alejarse de dicho límite. Por otro, definiendo la condición de plastificación total, dependiente de las características mecánicas y de la geometría, que condiciona el abandono de la propagación subcrítica, dando inicio a mecanismos de inestabilidad locales en el frente de fisura, con presencia de microhuecos. De esta forma se tiene un modelo general que define el comportamiento de estos aceros, una vez caracterizados, ante procesos de fisuración inducida por hidrógeno siguiendo la metodología desarrollada para ello. Sobre las curvas teóricas representadas en el campo de caracterización P-COD, propias de cada tipo de probeta y longitud de fisura, se pueden definir una serie de curvas que delimitan las diferentes regiones de comportamiento, o de micromecanismos de fisuración, que tendrá el material si en las condiciones de ensayo reales pasa por ellas. Estas curvas son:

- La curva mínTG, condición (3), que separa la zona de comportamiento intergranular seguro, zona IG, de la de posible comportamiento tanto intergranular como transgranular, en este caso por clivajes, zona mixta IG/TG.
- La curva máxIG, condición (2), que separa la zona mixta IG/TG de la de comportamiento transgranular seguro, zona TG, en este caso por clivajes puros.
- La curva de fin de dominio elástico, condición (4), que separa la zona de comportamiento transgranular, zona TG, de la zona de dominio elastoplástico en régimen subcrítico.
- La curva de plastificación total, que separa la zona de comportamiento subcrítico de la zona de procesos críticos de la rotura final, con predominio de la componente plástica.

Las Figuras 22 y 23 representan la modelización realizada sobre el acero E500 y E690 respectivamente. En ellas se aprecian las diferentes zonas de comportamiento previstas para cada acero. Los comportamientos obtenidos para ambos aceros en las

diferentes condiciones de velocidad de solicitación y con los distintos niveles de agresividad del medio, encajan perfectamente con lo previsto por la modelización. Visto que se pueden establecer límites a de comportamiento las condiciones cargadesplazamiento de una probeta, bajo la consideración de que lo que se produce en el fondo de una fisura es independiente de la forma del componente, se pueden llevar estos límites a diagramas de fallo (Kr, Lr) y tratar de aplicar los conceptos de evaluación de la seguridad estructural a componentes sometidos a posibles procesos de fisuración inducida por hidrógeno. Las Figuras 24 y 25 muestran esta forma de presentar la caracterización y modelización realizada, que ofrece grandes perspectivas de utilidad en el diseño y en la evaluación de la integridad estructural [39]



Figura 22. Modelización de las zonas de comportamiento en procesos de FIH. Acero E690



Figura 23. Modelización de las zonas de comportamiento en procesos de FIH. Acero E500.



Figura 24: FAD del acero E690 en diferentes condiciones, con distintos micromecanismos de propagación.



Figura 25 Diagrama de Fallo (FAD) del acero E500 para diferentes condiciones, Mostrando los distintos micromecanismos de propagación

3. APLICACIÓN DE LA MECÁNICA DE FRACTURA EN EL ESTUDIO DE LA FRAGILIZACIÓN POR ENVEJECIMIENTO DE ACEROS DÚPLEX

Algunos materiales presentan fenómenos de transformación microestructural o mecanismos de precipitación de fases con el tiempo, procesos normalmente activados térmicamente y propios de un rango de temperaturas definido. Estos procesos se baio la denominación común de recogen envejecimiento y suponen, en ocasiones, cambios importantes en el comportamiento de los materiales que los sufren.

Los aceros inoxidables austenoferríticos han sido ampliamente utilizados en las últimas décadas en las industrias químicas, petroquímicas y energéticas. Estos aceros presentan normalmente una microestructura dúplex de islas de ferrita distribuidas dentro de una matriz austenítica. La presencia de ferrita en la estructura dúplex introduce una serie de mejoras con respecto a los aceros austeníticos entre las que destacan principalmente el aumento de la resistencia a la fisuración en caliente y adicionalmente aumenta el límite elástico, la resistencia a la corrosión bajo tensión y mejora la soldabilidad.

Sin embargo, un número importante de estudios [40-42] han puesto de manifiesto que la ferrita de estos aceros es susceptible a procesos de envejecimiento a baja temperatura (280-400°C) debido a una serie de mecanismos de evolución microestructural tales como la descomposición espinodal y la precipitación de fase G que tienen lugar en dicha fase. Los procesos de envejecimiento producen una fragilización local del material que puede ser medida a partir del estudio de la evolución de la dureza de la ferrita ya que esta propiedad es la que mejor reproduce los procesos de envejecimiento que tienen lugar en ella. Como consecuencia de la fragilización local se tiene una fragilización global del material, debido a la rotura prematura de la ferrita por clivaje [43-44], medible a partir de ensayos de caracterización mecánica global como puede ser la resistencia al impacto y la tenacidad a fractura.

El comportamiento macroscópico de estos materiales en presencia de defectos se basa exclusivamente en el comportamiento local en el frente de los mismos. En este caso el comportamiento mecánico local está influido por el estado de envejecimiento de la ferrita, que influye en el comportamiento de ésta ante la rotura, y del porcentaje y distribución de dicha fase en el seno de la matriz austenítica, normalmente mayoritaria y de comportamiento local dúctil. Localmente, en el fondo de un defecto, la gran solicitación existente produce la rotura por clivaje de parte de la ferrita presente, la que se encuentra en posiciones más críticas. Los clivajes actúan con posterioridad como núcleos de formación de grandes huecos, cuya coalescencia produce finalmente la rotura (Figura 26).



Figura 26. Aspecto general de la rotura del acero 12F envejecido 4880 horas a 400°C. Presencia de un 12.3% de ferrita en la superficie de fractura.

Por ello, un profundo análisis de los caminos de rotura, basado en el estudio fractográfico, que permite la identificación de la presencia de la ferrita en los procesos de rotura estáticos, propios de la definición de la tenacidad, o dinámicos, de la resiliencia, ha permitido la modelización de la resistencia a la rotura de estos materiales y, en función de su evolución con el tiempo de envejecimiento, el de la fragilización sufrida.

El comportamiento de tres aceros comerciales austenoferríticos de moldería de especificación CF8M, con contenidos en ferrita del 12 (acero 12F), 18 (18F) y 22% (22F), envejecidos a temperaturas entre 280 y 400°C durante tiempos diferentes, hasta un máximo de 14800 horas, ha servido de base para desarrollar un modelo de diseño a partir de los datos iniciales del material, tales como su composición química, porcentaje en ferrita, evolución de la dureza de la ferrita a 400°C, y valores iniciales de resiliencia y de tenacidad a la fractura. En dicho modelo se distingue envejecimiento (causa) de fragilización (efecto) [45]. El envejecimiento de la ferrita se mide por la evolución de su dureza, que sigue una ley exponencial [46] del tipo

$$HV(t) = A_h - B_h \exp(-t/\tau_h)$$
(5)

para cada temperatura y cada material, en la cual A_h será el valor máximo de dureza alcanzable en periodos muy largos de envejecimiento en la fase ferrítica, B_h es un incremento de dureza que determina el valor de la dureza inicial de partida de la ferrita, y τ_h es una medida de la rapidez de la fragilización a cada temperatura. Los tres valores deben estar asociados a la composición química de dicha fase, determinando τ_h el ritmo de aumento del endurecimiento asociado directamente a la cinética de la descomposición espinodal en α y α' a cada temperatura de envejecimiento. Para cada material existen valores únicos de A_h y B_h , y una variación con la temperatura de envejecimiento del parámetro τ_h .

La Figura 27 muestra estas evoluciones para el acero 18F en tres temperaturas de envejecimiento. De ellas se puede establecer la energía de activación, aplicable a cada intervalo de temperaturas, que permitiría definir la evolución del envejecimiento para cualquier temperatura.

Los estudios fractográficos realizados [44] sobre la rotura de probetas Charpy y de tenacidad de estos aceros en sus diferentes condiciones de envejecimiento han permitido seguir la evolución de la presencia de clivajes de ferrita, X_{α} , en el camino de rotura. En todos los casos esta evolución corresponde a la ecuación

$$X_{\alpha} = X_{\alpha, \text{sat}} \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau_x}\right) \right)$$
 (6)



Figura 27. Evolución de la dureza de la ferrita con el envejecimiento para el acero 18F.

La Figura 28 muestra esta evolución que refrenda la existencia de una correlación directa entre el envejecimiento del material, la fragilización de su fase ferrita, y el control que ésta lleva a cabo sobre el comportamiento frágil del material envejecido. La Figura 29 permite establecer como lineal la relación

entre el incremento de dureza de la ferrita (envejecimiento) y su grado de presencia en la superficie de rotura, X_{α} (fragilización). El coeficiente de la relación es creciente con la cantidad de ferrita presente en el material, de forma que se puede encontrar para ella una expresión general del tipo:



Figura 28. Relación entre X_{α} y t para el acero 18F.



Figura 29. Relación entre el incremento de dureza y el porcentaje de ferrita en la superficie de fractura en probetas de tenacidad a fractura para cada material.

De los resultados obtenidos en ensayos mecánicos de tenacidad (determinación de curvas J_R) y resiliencia (determinación de C_V (T)) y sus correspondientes análisis fractográficos [47-49], se deducen expresiones de la evolución de diferentes parámetros de resistencia a la rotura en función de la presencia de clivajes de ferrita. Para ello se han tenido en cuenta una serie de hipótesis, todas propias de las situaciones locales en fondo de fisura y acordes con los micromecanismos observados [43, 44]:

- En primer lugar se separa la energía de iniciación en dos sumandos: las energías de iniciación consumidas en la austenita y en la ferrita.
- En segundo lugar se considera que la energía en cada fase es el producto del contenido en la misma en la superficie de fractura por su energía unitaria.

- A continuación se hace la hipótesis de que la energía unitaria de iniciación de la ferrita fragilizada es despreciable frente a la de la austenita aunque la de ésta está influida por la presencia de clivajes obtenidos de la rotura previa de la ferrita envejecida.
- Con todas estas consideraciones se puede escribir la energía de iniciación de un acero austenoferrítico de la forma

$$J_{0.2/BL} = J_{0.2/BL}^{\gamma} \cdot X_{\gamma} \left(1 - \mu_J \cdot X_{\alpha} \right)$$
(8)

siendo μ_J una constante de ajuste obtenida de los resultados experimentales, que define el efecto de la presencia de clivajes en la resistencia unitaria a la rotura de la austenita, decreciente con X_{α} como se observa en la figura 30.



Figura 30. Variación de los parámetros μ_J y μ_T con X_{α} para los tres aceros.

Dado que en el estado de recepción no aparece ferrita en la superficie de fractura, es decir, que en toda la superficie se observa austenita, se puede considerar que toda la energía de iniciación en recepción se corresponde con $J_{0.2/BL}^{\gamma}$.

Análogamente se puede hacer un estudio semejante para los valores del módulo de desgarro determinado en un punto dado de la curva J_R , que por facilidad se ha tomado en $\Delta a = 1$ mm, quedando:

$$T_{R}^{*} = T_{R}^{\gamma} \cdot X_{\gamma} \left(1 - \mu_{T} \cdot X_{\alpha} \right)$$
(9)

Asimismo para la energía de rotura por impacto a cada nivel de temperatura de ensayo se llega a una expresión semejante, dada por:

$$C_{v} = C_{v}^{\gamma} \cdot X_{\gamma} \left(1 - \mu_{C} \cdot X_{\alpha} \right)$$
(10)

De nuevo, tanto μ_T (Figura 30) como μ_C (Figura 31) se obtienen por ajuste de los resultados experimentales.



Figura 31. Evolución del parámetro $\mu_C \operatorname{con} X_a$ para los tres aceros.

Como se aprecia en la Figura 32 los resultados del modelo y la realidad experimental guardan una buena correlación, resultando los valores propiciados por el modelo ligeramente conservadores en media.

De esta manera se tiene una evolución de la tenacidad con el tiempo de envejecimiento, es decir, una descripción del proceso de fragilización por envejecimiento a través de la evolución de la presencia de ferrita clivada X_{α} en el camino de rotura (situación local del frente de fisura), que se relaciona con el incremento de dureza Δ HV, que caracteriza el envejecimiento. Así, causa y efecto se relacionan analíticamente a través de la situación local del fondo de los defectos, donde se dan las condiciones críticas para que se alcancen las condiciones de rotura propias del material en el estado de envejecimiento en que se encuentran.



Figura 32. Relación entre $J_{0.2/BLteor} y J_{0.2/BLexp}$ para los tres aceros.

Todo ello permite establecer una metodología de previsión de la resistencia a la fractura de un acero dúplex tipo CF8M, basado en las modelizaciones del envejecimiento y la fragilización realizadas y su caracterización convencional en estado de recepción. El esquema de la Figura 33 recuerda todos los pasos efectuados, de los que se deduce que sólo resulta imprescindible la composición química del acero, pudiendo todos los parámetros de su comportamiento mecánico ser sustituidos por valores convencionales de estos aceros representados en los cajetines ovalados. Ello constituye sin duda una pérdida de aproximación en la previsión, mejorable con los estudios sucesivos propuestos sobre el material base, mediante ensayos sencillos y de corta duración.

La bondad de esta metodología predictiva se observa en la Figura 34 en donde se recoge que la predicción de la curva J_R tras 7500 horas de envejecimiento de un acero es prácticamente coincidente con la obtenida experimentalmente [50].

La metodología también encuentra el nexo de correlación entre los valores de resiliencia, fáciles de obtener mediante ensayos de impacto pero no aplicables, salvo cualitativamente en el diseño, y los de tenacidad, de aplicación directa a la evaluación de componentes. La Figura 35 muestra esta correlación [44].



Figura 33. Diagrama resumen de la metodología de previsión



Figura 34. Curva J_R prevista por el método y curva experimental de un acero envejecido 7500 horas a 400°C.

El valor de la metodología de previsión realizada radica en unas hipótesis que deben quedar contrastadas para generalizar su valor. Es de destacar que un fenómeno como el de la fragilización queda modelizado por la energía de rotura de una fase, la austenita, que genera un mecanismo de gran ductilidad, la formación y coalescencia de microhuecos, que resulta afectada por la rotura previa por clivaje de ferrita, siendo la presencia relativa de los clivajes mayor cuanto más envejecida esté esta fase.



Figura 35. Correlación entre $J_{0.2/BL}$ y C_{v} a temperatura ambiente para los aceros 12F, 18F y 22F

Teniendo en cuenta estas ideas, coincidentes con que la rotura global es por formación y coalescencia de huecos en los casos estudiados, un análisis de las condiciones de rotura permite establecer que el modelo de McClintock [51], basado en el establecimiento de una deformación crítica $\overline{\epsilon}_{f}^{*}$ a lo largo de una distancia l_0^* , equivalente a la distancia entre huecos (Figura 36), permite justificar adecuadamente la evolución de la tenacidad obtenida experimentalmente. En efecto, la definición de los perfiles de deformación por técnicas de elementos finitos en el momento de iniciación de la rotura, Figura 37, junto con la determinación fractográfica del tamaño de huecos, permite establecer la evolución de la deformación crítica con el tiempo de envejecimiento [52], mostrada en la Figura 38, que justifica la fragilización observada incluyendo la saturación de la misma.



Figura 36. Idealización esquemática del proceso de fractura local.



Figura 37. Curvas de deformación para los distintos tiempos de envejecimiento.



Figura 38. Deformación crítica de rotura frente al tiempo de envejecimiento a 400°C

Al variar la geometría del defecto, y por ello la traxialidad, varían los valores absolutos de la deformación crítica pero se mantiene el mismo tipo de curva con saturación final de la fragilización, como se observa en la Figura 39, obtenida sobre resultados analíticos (EF) y experimentales sobre tres tipos de probetas axisimétricas entalladas [53]. Ensayos interrumpidos de las mismas han puesto de manifiesto la presencia de los mecanismos de rotura considerados (Figura 40).







Figura 40. Fisura por clivaje de una isla de ferrita y bandas de deslizamiento múltiples en la matriz austenítica. Acero 22F envejecido.

La aplicación del modelo Gurson-Tvergaard [54-56] en el análisis de los resultados obtenidos sobre estas probetas entalladas, permite determinar la evolución de los parámetros característicos del mismo capaces de ajustar la evolución del comportamiento mecánico observado [57].

De esta manera, la evolución con el tiempo del parámetro A_N de tasa de nucleación, para cada triaxialidad, creciente fuertemente con la aparición de clivajes en la ferrita y luego suavemente con el envejecimiento de ésta, y del parámetro f_c de porosidad crítica para la coalescencia, que crece con el envejecimiento suavemente llegando a estabilizarse; el efecto de la triaxialidad en estos parámetros, y la determinación del perfil de la triaxialidad en el fondo de una fisura, permiten establecer la evolución del comportamiento en rotura de probetas fisuradas y por tanto de la tenacidad [58]. La Figura 41 muestra los buenos resultados que ofrece la aplicación del modelo con los resultados experimentales obtenidos sobre probetas CT.

Todo el trabajo realizado en este tema de envejecimiento soporta la validez del concepto fundamental que establece el comportamiento mecánico de componentes en presencia de defectos: el dominio o control de la situación a escala local.

Es la presencia de una fase que envejece (la ferrita) y su distribución con referencia a la otra fase (la austenita) poseedora de un comportamiento dúctil e individualmente tenaz, en el fondo de un defecto, lo que origina la aparición de clivajes que activan fuertemente la tasa de nucleación de microhuecos, lo que conduce a una fragilización local, huecos con menor deformación crítica, y global del material.

Basta pues un conocimiento de la evaluación del comportamiento mecánico de la fase que envejece, evolución de la dureza, y de indicadores analíticos (EF) o experimentales (fractografía) del efecto de su presencia y distribución para poder determinar el comportamiento en rotura de estos materiales y su evolución cuando envejecen. Con ello se determina también el de componentes fisurados de estos materiales



Figura 40: Curvas *P-COD* y $J - \Delta a$ numéricas y experimentales para el acero 22F en origen y envejecido.

4. APLICACIÓN DE LA MECÁNICA DE FRACTURA EN EL ESTUDIO DE LOS MECANISMOS DE FISURACIÓN POR FATIGA DE POLÍMEROS REFORZADOS

Las vías para tren de alta velocidad utilizan elementos de sujeción carril-traviesa como el que muestra la Figura 42. Uno de los elementos de la sujeción es la pieza aislante, cuyo detalle se ofrece en la misma figura. Estas piezas están fabricadas con poliamida reforzada con fibra de vidrio por inyección, que deben sustentar la solicitación dinámica del paso de trenes. Experiencias de Laboratorio [59, 60] reproducen las roturas de estas piezas con la tipología observada en servicio mediante procesos de fatiga e impacto final.

Objetivos tales como el diseño optimizado de la pieza o la selección adecuada de su material, tanto en la matriz como en el porcentaje de refuerzo, requieren un conocimiento lo más preciso posible de las causas y los mecanismos por fatiga de este tipo de materiales.



Figura 42: Sujeción HM. (a) Esquema general, (b) Detalle

De acuerdo con lo establecido como concepto general de la Mecánica de Fractura la fisuración por fatiga debe llevar a alcanzar unas condiciones críticas para las que el componente con fisura debe romper (fractura). Hay un interés ingenieril, y por tanto científico, en conocer estas condiciones críticas y las causas que, bajo ellas, conducen al material a la rotura. Asimismo, las causas determinantes de la cinética de fisuración deben ser conocidas en atención a los mismos objetivos e intereses. Dichas causas se asocian a los mecanismos de fisuración originados por la interacción entre las locales de condiciones solicitación У el comportamiento mecánico del material.

El comportamiento en fatiga de estos materiales, partiendo de situaciones equivalentes a las que se encuentran en los componentes, sin defectos significativos ni de fabricación ni de diseño, se establece ensayando probetas de tracción lisas, una vez determinada la tensión de rotura sr en condiciones dinámicas similares a las producidas en el impacto debido al paso de trenes. Los niveles de tensión aplicados en fatiga están comprendidos entre un valor máximo ($\sigma_{máx}$), variable de uno a otro ensayo, y uno mínimo (σ_{min}) fijado en 0.05 σ_r , para evitar compresiones y el posible pandeo de las probetas. El nivel tensional superior inicial fue el 0.90or,. Los ensayos se ejecutaron hasta la rotura de cada probeta. El valor de $\sigma_{m\acute{a}x}$ se fue reduciendo de un ensayo a otro con intervalos de $0.10\sigma_{r},$ hasta que el material soportó 10⁶ ciclos sin romper. Los ensayos se realizaron con ondas de carga senoidal y cuadrada a una frecuencia de 5 Hz.

La Figura 43 muestra la variación de rigidez ($\Delta\sigma/\Delta L$) y de temperatura (ΔT sobre la de referencia en laboratorio) con el número de ciclos (N) para diferentes niveles de amplitud de tensión hasta la rotura o estabilidad de las condiciones del material, lo que define la condición del umbral de fatiga ($\Delta\sigma_r$).



Figura 43: Fatiga continua (onda senoidal).

Habida cuenta el efecto térmico acoplado, debido a situaciones de fricción interna, el comportamiento en fatiga depende de la temperatura alcanzada ya que el comportamiento mecánico de este tipo de materiales es muy sensible a las variaciones térmicas en los mismos. Por ello se debe establecer el posible efecto en el proceso de los tiempos de reposo entre pasos de carga en los que se produce una disipación de calor y una bajada térmica. Ensayos de fatiga interrumpida realizados con tiempos de reposo de 30 a 300 s frente a bloques de solicitación de 60 s muestran (Figura 44) este efecto: ligero alargamiento de vida de los materiales en fatiga. [61].

En ambos tipos de ensayo de fatiga, con y sin tiempo de reposo, aparecen dos zonas claramente diferenciadas en la superficie de rotura generada: una primera zona, macroscópicamente oscura, constituida por "crazes" y una segunda, clara a nivel macroscópico, constituida por una rotura con poca deformación de la matriz, característica del proceso de rotura de estos materiales. (Figura 45).



Figura 44. $\Delta \sigma$ -N (t_{espera} = 0, 30, 180 y 300 s).

Es decir, el proceso de fatiga genera una zona de "crazes" definiendo una fisura cohesiva creciente en extensión y decreciente en capacidad de transmisión de cargas unitaria, con el tiempo, hasta alcanzar las condiciones críticas que llevan a la rotura del componente ensayado [62].

Las condiciones de rotura: la tensión última aplicada $(\sigma_{máx})$; el ligamento remanente ante la rotura, medido por el área de la zona fracturada final; y la temperatura

alcanzada, permiten obtener una correlación lineal entre la tensión neta transferida por el ligamento y la temperatura alcanzada en la probeta. Esta correlación es semejante a la observada como evolución de la resistencia de estos materiales, tensión de rotura (sr), con la temperatura. La Figura 46 pone de manifiesto esta situación. La diferencia que en ella se observa entre los resultados de impacto y los de fatiga se pueden explicar por la mayor temperatura local en la zona de contorno de la fisura que la medida externamente en el termopar y por la mayor tensión local en dicha zona debido al efecto concentrador de la propia fisura más la tracción compuesta que se genera. Todo ello hace girar la línea de correlación de fatiga de forma contraria a las agujas del reloj, lo que la hace poder superponerse a la de rotura convencional del material. Por ello se puede decir que las condiciones de rotura tras el proceso de fisuración se producen por agotamiento del ligamento residual tras la fisuración por fatiga [63].



Figura 45: Fractografia de la superficie de fractura de una de las muestras ensayadas.



Figura 46: σ_{max} -T en condiciones dinámicas.

Para determinar cuáles son las condiciones críticas que en el material conducen a la aparición de una zona de "crazes" que finalmente deriva en una fisura, se analizan las condiciones de deformación de las probetas a lo largo de los ensayos. La Figura 47 muestra la evolución de los máximos de deformación junto con la de la temperatura. La primera muestra una tendencia a evolucionar exponencialmente, lo que conduce a la inestabilidad (rotura). Sólo para Δs_r la deformación, como la temperatura, acaba por estabilizarse. Estas diferencias en la evolución de e se analizan en la Figura 48 que contiene la evolución de la pendiente de la deformación con el tiempo, dɛ/dN (N). La representación en escala semilogarítmica muestra hasta tres regiones, una primera (zona I) decreciente que conduciría hacia la estabilidad, una segunda (zona II) donde el valor de la derivada es constante, que representa un crecimiento de la deformación lineal con el tiempo, y una tercera y última (zona III) en la que la evolución de la deformación se acelera hacia las condiciones de inestabilidad.



Figura 47: Evolución de la deformación del material y de su temperatura en función del número de ciclos.



De igual manera, en tres zonas, queda representada la evolución de la derivada de la pérdida de energía por ciclo, o energía de histéresis [62] dEH/dN, que se representa en la Figura 49, indicando el acoplamiento entre los fenómenos mecánicos y térmicos en los procesos de fatiga de estos materiales. Así, representando la evolución de la deformación con la temperatura obtenida se observa (Figura 50) que las condiciones de tránsito entre cada zona (I→II y II→III) se producen para condiciones de deformación constante (2.2% y 2.8% para la poliamida 6.6 reforzada con 35% de fibra de vidrio). De forma que cuando el material no alcanza la primera de estas deformaciones no se inician los mecanismos de fisuración que irreversiblemente, si no hay cambio de solicitación, conducen a la inestabilidad y a la rotura.

La comparación de este comportamiento con la fractografía, permite establecer que la primera zona, en que el comportamiento se puede asociar a un proceso de fluencia a temperatura creciente sin daño, termina al iniciarse la generación de "crazes" en alguna zona

concreta que establecen unas condiciones particulares mecánicas que focalizan los cambios térmicos y mecánicos hacia ellos. El crecimiento de la zona de "crazes" se produce a lo largo de la zona II hasta que se alcanza una inestabilidad mecánica que conduce a la rotura (zona III) de forma rápida.



Figura 49: Valor absoluto y velocidad de pérdida de energía por ciclo.



La aparición de "crazes" tiene efecto en la superficie ya que afectan a la sujeción del refuerzo por la matriz, lo que justifica un aumento de la rugosidad superficial [63, 65], que revela en su evolución los cambios de mecanismos y su extensión. La Figura 51 muestra esta apreciación.



Figura 51: Evolución de la rugosidad lateral de la probeta ensayada con $\sigma_{max} = 50\% \sigma_{r}$

Para estimar cuándo el comportamiento en fatiga se separa del puramente mecánico asociado al cambio térmico sin daño, la Figura 52 muestra la modelización teórica para uno de los casos ensayados, deducida de las curvas de fluencia obtenidas experimentalmente, junto con la representación de los valores experimentales de fatiga. Se observa que ambas se separan precisamente en el tránsito I \rightarrow II en el que de/dN (ó de/dt) deja de decrecer.



Figura 52: Ensayos de fluencia a diferentes temperaturas.

Los resultados de ensayos interrumpidos sobre el mismo tipo de probetas, o de probetas previamente fisuradas, refuerzan estas conclusiones sobre los mecanismos que conducen a la rotura tras fisuración por fatiga. Trabajos complementarios [66, 67] muestran la influencia de la humedad en ellos.

Estos mecanismos identificados a través de la evolución de la deformación se observan también a nivel de ensayos de componentes [65] lo que ratifica el concepto general de la Mecánica de Fractura que justifica este trabajo: la condición de control que ejercen las situaciones locales en el comportamiento del material con defectos relevantes, en este caso alcanzados por procesos de fatiga.

5. APLICACIÓN DE LA MECÁNICA DE FRACTURA EN LA CARACTERIZACIÓN DE LA TENACIDAD Y LA EVALUACIÓN DE LA SEGURIDAD ESTRUCTURAL

Para garantizar la operación segura de estructuras que sufren un deterioro de las propiedades del material de sus componentes, es necesario obtener información sobre el estado del material durante toda la vida de las instalaciones. Es deseable que se pueda obtener el máximo de información de las pequeñas cantidades de material disponible y que esta información sea una medida cuantitativa de las propiedades que son necesarias para evaluar la vida residual de la instalación.

En centrales nucleares, la fragilización por irradiación de elementos del circuito primario es uno de los problemas principales, por tanto, en los programas de vigilancia se sigue el comportamiento mecánico del material para evaluar la integridad estructural. En un programa de vigilancia convencional la caracterización de la tenacidad frente a fractura del material de los componentes se basa principalmente en los resultados de ensayos de impacto con probetas Charpy, posibilitando el análisis de los resultados de estos ensayos de impacto una estimación cualitativa de la tenacidad.

Una evaluación indirecta de la tenacidad del material establece límites operacionales para el reactor que pueden ser excesivamente conservadores. Además, la cantidad de material disponible para evaluar la tenacidad está limitada por las dimensiones de las cápsulas de vigilancia introducidas en el reactor.

Para aumentar la cantidad de datos que se pueden obtener de las probetas contenidas en las cápsulas de vigilancia se desarrollaron técnicas de reconstitución y probetas miniaturas. En las técnicas de reconstitución se hacen nuevas probetas con implantes, tomados de probetas de vigilancia ya ensayadas, unidos a soportes de otro material.

Las cápsulas de vigilancia contienen básicamente probetas Charpy, por tanto, se parte de que los implantes deben provenir de tales probetas. Se puede obtener muchos tipos de probetas reconstituidas con implante de una probeta Charpy. Se han elegido las probetas compactas porque ellas permiten una medición cuantitativa de la tenacidad y son usadas ampliamente. Además, la probeta CT tiene un ligamento más grande y así permite mayor crecimiento de la fisura que una probeta Charpy prefisurada. De las diferentes configuraciones posibles de probetas CT reconstituidas de mitades de probetas CArpy se analizaron tres tipos que tienen diferentes dimensiones de implante y configuraciones de soldadura que se representan en la Figura 53 [68].

Las probetas CT reconstituidas se realizan con soldadura de haz de electrones, ya que la zona afectada térmicamente (ZAT) es estrecha y presenta una aportación de calor baja [69].

De acuerdo con las consideraciones realizadas a lo largo de este texto, las configuraciones serán válidas para caracterizar la tenacidad a fractura del matereial implantado siempre y cuando las condiciones locales en el frente de la fisura existente cuando se ensayan sean propias de ese material, y no hayan sido afectadas por el proceso de reconstitución.

Por ello debe determinarse cuál es la anchura del cordón de soldadura formado y de la zona afectada térmicamente (ZAT) y sobrepasar en la prefisuración por fatiga previa al ensayo final. Esta situación resulta metodológicamente controlable y no debe representar un problema salvo que la anchura de estas zonas sea tan grande que la longitud de fisura de fatiga creada para evitarlas sobrepase los límites de las normativas existentes de medida de tenacidad. Sin embargo hay otra situación que depende del material a caracterizar, de su comportamiento mecánico y del tamaño de lo que se considera escala local del proceso en estudio, la rotura del material implantado.



Figura 53: Configuraciones de las probetas CT reconstituidas.

Aunque previamente no se ha especificado qué se entiende por escala local, indirectamente ésta se asocia a la zona en que se desarrollan los micromecanismos de rotura que caracterizan el comportamiento del material en presencia de defectos significativos, asociados al cumplimiento de unas condiciones críticas. Considerando que las condiciones críticas se producen cuando algún aspecto microestructural alcanza condiciones de inestabilidad mecánica, y que éstas, para los materiales metálicos propios de este ejemplo, se alcanzan bajo régimen de plasticidad, resulta necesario que no se alteren las condiciones de distribución de los campos de tensiones y deformaciones de la zona plástica en el fondo de un defecto por interacción con los límites del material.

En este caso aparecen nuevos límites en la intercara entre el material implantado y la ZAT. Por ello, para que el estado local sea propio del material y así los resultados del ensayo de la probeta reconstituida caractericen su comportamiento, resulta necesario que la zona plastificada durante el ensayo no se desarrolle más allá del material implantado no alterado, es decir, no intersecte la ZAT [70].

La figura 54 muestra el comportamiento de probetas tipo B en comparación con el de probetas normalizadas de referencia. Se observa que el comportamiento equivalente justifica la representatividad del uso de estas probetas, en las que la zona plástica no intersecta la ZAT formada por la soldadura, que queda detrás de la fisura, si la prefisuración se hace adecuadamente.



Figura 54. Comparación de las curvas J-R obtenidas con probetas reconstituidas del Tipo-B y probetas de referencia, material A508 orientación LS.

Por el contrario, la Figura 55 muestra cómo el comportamiento de las probetas de tipo C, como también sucede con las de tipo D, presentan un comportamiento menos resistente debido a la intersección de la zona plástica con el material más duro de la ZAT (Figura 56). A nivel local la probeta C alcanza los mismos niveles de solicitación con menor gasto energético de plastificación, por lo que su comportamiento no es característico del material. La intersección **ZP-ZAT** puede controbar se experimentalmente por medidas de microdureza, o de tintado, y analíticamente por métodos de elementos finitos [70].



Figura 55. Comparación de las curvas J-R obtenidas con probetas reconstituidas del Tipo-B y Tipo-C y probetas de referencia, material A533 orientación TS.



Figura 56. Interferencia entre la zona plástica y la soldadura.

Al incrementarse la tenacidad de un material aumenta el tamaño de la zona plástica desarrollada, por lo que cada tipo de probeta presenta unos límites de validez del rango de tenacidad medible, como se representa en la Figura 57, en función de otro parámetro propio del material, su límite elástico, que también afecta al tamaño de la zona plástica.



EJ_{0.248L} / σ_γ² (mm)

Figura 57. Campos de validez de la caracterización de la tenacidad para diferentes tipos de probetas reconstituidas.

Debe considerarse que en los programas de vigilancia el material a implantar está irradiado, y por tanto presenta un comportamiento más frágil que en recepción, lo que favorece el posible uso de probetas reconstituidas para su caracterización.

El empleo de esta técnica de caracterización apenas presenta ventajas para obtener cálculos más precisos de la integridad estructural de sus componentes cuando el material es suficientemente tenaz en estado de recepción [71].

La Figura 58 muestra el análisis de evaluación de la integridad estructural de una vasija en el material no irradiado con la tenacidad deducida de los valores de resiliencia obtenidos con probetas Charpy u obtenidas con probetas CT reconstituidas, siguiendo el procedimiento SINTAP [72] a través de sus diferentes niveles de diagramas de fallo [73, 74]. De ella se

deduce que las mejoras en la precisión de las condiciones de rotura no provienen del refinamiento en la tenacidad sino en el análisis a niveles de mayor rango [75, 76].



Figura 58. FAD del acero 508 en la orientación TL.

Sin embargo, con el nivel de irradiación creciente y la consiguiente fragilización del material, llegará un momento en que el uso de las probetas CT en la caracterización puede aportar valores de tenacidad que afecten de forma importante a las predicciones de integridad efectuadas en base a las medidas de resiliencia. La Figura 59 muestra como ejemplo la condición a partir de la cual las predicciones obtenidas con ensayos Charpy son muy conservadoras al establecer roturas frágiles cuando todavía el componente alcanza el agotamiento por colapso plástico, lo que se obtiene con el uso de los resultados de reconstitución.





6. CONCLUSIONES

La revisión efectuada de aplicaciones de la Mecánica de Fractura a procesos tan diversos como la fragilización por hidrógeno en aceros al carbono, microaleados y de baja aleación, que afecta a sus condiciones de fisuración por CBT o fatiga y a su tenacidad, fragilización por envejecimiento de aceros

inoxidables dúplex, la fatiga de materiales compuestos de poliamida y fibra de vidrio o la caracterización ante rotura de materiales irradiados y la evaluación de la integridad estructural de los componentes que forman, pone de manifiesto que el análisis de los resultados obtenidos siempre debe hacerse en el ámbito de la escala local del frente de los defectos presentes en material y componentes. En este ámbito local el comportamiento mecánico, propio de la microesteructura del material, y la morfología de ésta establecen las condiciones críticas capaces de generar los micromecanismos de fisuración o rotura propios de los procesos analizados.

Este ámbito común no lo es sólo para los ejemplos abordados sino para todas aquellas aplicaciones de la Mecánica de Fractura que se puedan imaginar, variables en escala, geometría o materiales, desde el diagnóstico de la rotura de un implante de cadera realizado con una aleación de titatnio [77], al diseño de grandes líneas de conducción con sujeciones hiperesrtáticas [78-81] o al estudio de la seguridad ante solicitaciones actuales dinámicas de las viejas estructuras de puentes ferroviarios de materiales, como el hierro pudelado, ya desaparecidos [82, 83]. La llave común que descifra todos los comportamientos es el estudio del mismo en su "aproximación local", ya que la "aproximación local" en los análisis de Mecánica de Fractura no representa otra cosa que hacer uso de su propio concepto.

7. AGRADECIMIENTOS

El desarrollo de los trabajos reseñados en este artículo es el fruto del trabajo en equipo en el que se suman ideas y esfuerzos. Quede patente el agradecimiento a todas las personas que desinteresadamente se embarcaron a colaborar conmigo y enseñarme en esta entusiasta tarea y, en particular, a aquellas que decidieron hacer del equipo de trabajo un grupo de amigos, algunos incluso en la distancia.

8. **BIBLIOGRAFIA**

- [1] D. Broeck, Elementary Engineering Fracture Mechanics, Martinus Nijhoff Pub., La Haya (Holanda), 1982.
- [2] Hirth J.P., Metall Trans A., 1980, vol 11A, pp. 861-890.
- [3] Gutiérrez-Solana, F., "La Mecánica de la Fractura en Problemas de Fragilización por Hidrógeno y Corrosión Bajo Tensión". Anales de Mecánica de Fractura 1, pp. 23-31. Sigüenza 1984.
- [4] Gutiérrez-Solana, F., "Fragilización por hidrógeno en tuberías de acero". Tesis

Doctoral. E.T.S. Ingenieros de Caminos. Universidad Politécnica de Madrid. 1981.

- [5] Rolfe, S.T. y Barson, J.M. "Fracture and Fatigue Control in Structures", Prentice-Hall, New Jersey, 1977.
- [6] Gutiérrez-Solana, F. y Elices, M., "Fracture Prevention in Energy and Transport Systems", pp. 91-100, EMAS, 1983.
- [7] Gutiérrez-Solana, F., "Caracterización del Comportamiento en Fatiga de un Acero (ST 52/35) Para Esferas de Almacenamiento Fragilizado por Hidrógeno". Anales de Mecánica de Fractura 2, pp. 161-167. Sigüenza 1985.
- [8] Gutiérrez-Solana, F. Y Elices, M., "High Pressure Hydrogen Behaviour of a Pipeline Steel" in Corrent Solutions Hydrogen Problems in Steel, Interrante and Pressouyre, ASM, 1982.
- [9] Gutiérrez-Solana, F. Caballero, L., Elices, M. and Valiente, A. "Influence of Hidrogen Presence on Fatigue Behaviour of a Vessel Steel" 6th European Conference on Fracture – ECF6-, H.C. Van Elst and A. Bakker. Amsterdam 1986. pp. 1665 – 1676.
- [10] R. Kerr, F. Solana, I.M. Bernstein and A. W. Thompson. Metall Trans. A, 1987, vol. 18A, pp. 1011-22.
- [11] F. Solana, C. Takamadate, I.M. Bernstein and A. W. Thompson. Metall Trans. A, 1987, vol. 18A, pp. 1023-28.
- [12] Gutiérrez-Solana, F. and Bernstein I.M. "Hydrogen Permeation in HSLA Steels in Relation to its Stress Corrosion Cracking Behaviour " 6th European Conference on Fracture – ECF6-, H.C. Van Elst and A. Bakker. Amsterdam 1986. pp. 1995 – 2007.
- [13] J. J. González Martínez, "Influencia de la Microestructura en el Comportamiento de Aceros de Alta Resistencia Frente a Fenómenos de Corrosión Bajo Tensión". Tesis Doctoral, Universidad de Cantabria, (1987).
- [14] González J.J., Gutiérrez-Solana, F., Barroso S. y Varona J.M., "Corrosión Bajo Tensión en Aceros de Alta Resistencia y Baja Aleación". Anales de Mecánica de Fractura 3, pp. 155-162. Sigüenza 1986.
- [15] Gutiérrez-Solana, F., González Martínez J.J. y Varona Ruiz J.M., "Micromecanismos de Fisuración por Corrosión Bajo Tensión de
Aceros de Baja Aleación". Anales de Mecánica de Fractura 6, pp. 225-230. Sevilla 1989.

- [16] Biezma, M.V., Gutiérrez-Solana, F., González J.J. y Varona J.M., "Influencia del Tamaño de Grano y de la Agresividad del Medio en la Transición IG-TG en CBT". Anales de Mecánica de Fractura 7, pp. 144-151. Sigüenza 1990.
- [17] González, J.J., Gutiérrez-Solana, F. and Varona, J.M., "The Effects of Microstructure, Strength Level and Crack Propagation Mode on Stress Corrosion Cracking Behavior of 4135", Metallurgical and Materials Transaction A, Vol. 27A, pp. 281-290 (1996).
- [18] Gutiérrez-Solana, F., Valiente, A., González, J. and Varona, J.M., "A Strain-Based Fracture Model for Stress Corrosion Cracking of Low-Alloy Steels", Metallurgical and Materials Transaction A, Vol. 27A, pp. 291-304 (1996).
- [19] Thompson, A.J. and Bernstein, I.M.; Advances in Corrosion Science and Technology, Fontana and Stachle, eds. Vol. 7, Plenum, NY, 1980, p. 53.
- [20] Gerberich, W.W.; Hydrogen in metals, Bernstein and Thompson, eds., ASM, Metals Park, Ohio, 1974, p. 115.
- [21] Speidel, M.O.; "Theory of Stress Corrosion Cracking in Alloys", J.C Scully, eds., NATO. Bruselas, 1971, p. 289.
- [22] Gutiérrez-Solana, F., González J.J., Varona J.M. and Biezma, M.V "Modelling the Stress Corrosion Cracking of Low Alloy Steels". Corrosion Science, Vol 35, Nos 1-4, pp 499-505, 1993.
- [23] Biezma, M.V., Gutiérrez-Solana, F., González J.J. y Varona J.M., "Pautas del Comportamiento de Aceros de Baja Aleación en Corrosión Bajo Tensión". Anales de Mecánica de Fractura 9, pp. 193-198. Aiguablava (Girona) 1992.
- [24] Gutiérrez-Solana, F., González J.J., Biezma, M.V., Brass A. M., Astiz M. A., Chêne J. y Varona J.M., "Modelización de la Corrosión Bajo Tensión en Aceros de Baja Aleación". Informe Final CECA, Dirección General de Ciencia, Investigación y Desarrollo, Comisión Europea. EUR 17892 ES, 1998.
- [25] Gutiérrez-Solana, F., Alvarez J., González J.J., Brass A. M., Chêne J., Coudreuse L.,

Renaudin C., Astiz M. and Belzunce J. "Stress Corrosion Cracking on Weldable Microalloyed Steels". CECA Final Report, Directorate-General Science, Research and Development, European Commission . EUR 17249 EN, 1997.

- [26] Astiz, M.A., Alvarez, J.A. y Gutiérrez-Solana, F., "Modelo Numérico Para Analizar el Efecto del Hidrógeno sobre los Procesos de Fisuración Dúctil". Anales de Mecánica de Fractura 15, pp. 79-84. Zamora 1998.
- [27] Biezma, M.V., Gutiérrez-Solana, F., González J.J. y Varona J.M., "Efectos del Calcio, Fósforo y Azufre en la Corrosión Bajo Tensión de Aceros de Baja Aleación". Anales de Mecánica de Fractura 8, pp. 64-69. Santillana del Mar (Cantabria) 1991.
- [28] "High-Strength Structural and High-Strength Low-Alloy Steels", ASM. Metals Handbook, Vol. 1, Tenth Edition, pp. 388-423 (1990).
- [29] Repas, P.E., "Metallurgical Fundamentals for HSLA Steels, in Microalloyed HSLA steels", ASTM International, pp. 5-15 (1988).
- [30] Fletcher, E.E., "High-Strength-Low-Alloy Steels: Status, Solution and Physical Metallurgy", Batelle Press (1979).
- [31] Gabetta, G. and Cole, I., "A summary report of an ESIS working party on fracture control guidelines for environmentally assisted cracking of low alloy steels", Fatigue Fracture Engineering Material Structures, Vol. 16, pp. 603-618 (1993).
- [32] Charles, J., Coudreuse, R., Blondeau, R. and Cadiou, L., Corrosion 90, paper n° 202, Las Vegas, pp. 23-27 (1990).
- [33] Terreur, F., Montfort C. and Defourny, Int Conf on "Interaction of Steels with Hydrogen in Petroleum Industry Pressure Vessel Service", Paris (1989).
- [34] Kumar, V., German, M.D., and Shih, C.F., "An Engineering Approach for Elastic-Plastic Fracture Analysis", General Electric Company, NP-1931, Research Project 1237-1, Topical Report, Schenectady, New York (1981).
- [35] Gutiérrez-Solana, F., Alvarez, J.A., "Caracterización Universal de Procesos de Fisuración y su Aplicación a Fenómenos Inducidos por el Ambiente". Anales de Mecánica de Fractura 14, pp. 50-68. Ribadesella (Asturias) 1997.

- [36] Alvarez, J.A., Gutiérrez-Solana, F. y Varona J.M., "Modelo de Comportamiento ante Procesos de Fisuración Inducida por Hidrógeno de Aceros Estructurales Microaleados". Anales de Mecánica de Fractura 15, pp. 108-114. Zamora 1998.
- [37] J. A. Alvarez, "Aplicación de la Mecánica de la Fractura Elastoplástica a Procesos de Corrosión Bajo Tensión". Tesis Doctoral, Universidad de Cantabria, (1998).
- [38] Alvarez, J.A., Gutiérrez-Solana, F. y Varona J.M., "Establecimiento de las Condiciones de Fisuración Crítica en Procesos de Fisuración Inducida por Hidrógeno de Aceros Estructurales Microaleados". Anales de Mecánica de Fractura 16, pp. 252-262. Torremolinos (Málaga) 1999.
- [39] Alvarez, J.A., Gutiérrez-Solana, F. y Varona J.M., "The Application of FAD in the Assessment of Environmental Assisted Cracking and Fracture Conditions". 13th European Conference on Fracture. San Sebastian – Spain, 2000.
- [40] Trautwein, A. & Gysel, W., "Influence of Long-Time -Aging of CF8 and CF8M Cast-Steel at Temperatures Between 300°C and 500°C on Impact Toughness and Structural Properties", Stainless Steels Casting, ASTM STP 756, pp. 165-189 (1982).
- [41] Chung, H. M., "Aging and Life Prediction of Cast Duplex Stainless Steel Components", Int. J. Pres Ves & Piping 50, pp. 179-213 (1992).
- [42] Slama, G., Petrequin, P., and Mager, T., "Effect of Aging on Mechanical Properties of Austenitic Stainless Steel Castings and Welds", SMIRT Post-Conference Seminar, Monterey, Ca., 1983, pp. 211-240.
- [43] Sánchez, L., Gutiérrez-Solana. F. and González, J.J., "Modelización de la Fragilización por Envejecimiento en Aceros Dúplex a través del Camino de Rotura", Anales de Mecánica de la Fractura, 13, 1996, pp. 340-345.
- [44] Sánchez, L., "Fragilización por Envejecimiento a Baja Temperatura en Aceros Inoxidables Austenoferriticos", Tesis doctoral, Universidad de Cantabria, Santander, España, 1996.
- [45] Sánchez, L., Gutiérrez-Solana. F., "Método de aplicación al diseño para aceros inoxidables

dúplex envejecidos", Anales de Mecánica de la Fractura, 14, 1997, pp. 410-416.

- [46] González, J.J., Sánchez, L., Gutiérrez-Solana. F. y Setién, J. "Cinética de envejecimiento a baja temperatura y fractura de aceros inoxidables austeno-ferríticos de moldería", Anales de Mecánica de la Fractura, 14, 1997, pp. 452-460.
- [47] Sánchez, L., Gutiérrez-Solana. F., Valiente A. y Gorrochategui, I. "Tenacidad de aceros inoxidables "Dúplex" CF8M con contenido en ferrita variable", Anales de Mecánica de la Fractura, 9, 1992, pp. 236-241.
- [48] Sánchez, L., Gutiérrez-Solana. F., Gorrochategui y González, J. "Evolución de la tenacidad a fractura con el envejecimiento térmico a baja temperatura en aceros inoxidables "dúplex"", Anales de Mecánica de la Fractura, 10, 1993, pp. 120-124.
- [49] Sánchez, L., Gutiérrez-Solana. F., Fordeyn, J. y Verstraeten, S. "Relación entre resiliencia y tenacidad a fractura en aceros inoxidables "dúplex" envejecidos a baja temperatura", Anales de Mecánica de la Fractura, 11, 1994, pp. 236-242.
- [50] Chopra, O.K, "Thermal Aging of Cast Stainless Steels in LWR Systems: Estimation of Mechanical Properties", PVP-Vol. 228, ASME 1992, pp. 79-92.
- [51] Ritchie, R.O. and Thompson, A.W. Met. Trans. A. Vol. 16, Feb 1985, pp. 233-248.
- [52] Alegre, J.M., Sánchez, L., y Gutiérrez-Solana. F. "Caracterización mediante elementos finitos de las condiciones de iniciación y propagación de fisuras en aceros dúplex envejecidos", Anales de Mecánica de la Fractura, 15, 1998, pp. 73-78.
- [53] Alegre, J.M., Gutiérrez-Solana. F., Sánchez, L. y Pérez, J. "Relación entre la microestructura y las condiciones críticas de rotura en aceros austeno-ferríficos envejecidos.", Anales de Mecánica de la Fractura, 16, 1999, pp. 389-394.
- [54] Gurson, A.L., "Continuum Theory of Ductile Rupture by Void Nucleation and Growth: Part 1-Yield Criteria and Flow Rules for Porous Ductile Media." Journal of Engineering Materials and Technology, Vol. 99, 1977, pp. 2-15.
- [55] Tvergaard, V., "On Localization in Ductile Materials Containing Spherical Voids."

International Journal of Fracture, Vol. 18, 1982, pp. 237-252.

- [56] Tvergaard, V. and Needleman, A., "Analysis of the Cup-Cone Fracture in a Round Tensile Bar." Acta Metallurgica, Vol 32, 1984, pp. 157-169.
- [57] Alegre, J.M., Pérez, J., Gutiérrez-Solana. F. and Sánchez, L. "A Methodology to Apply the Gurson-Tvergaard Model in the Behaviour of Notched Tensile Specimens of Austeno-Ferritic Stainless Steels". Abaqus Users' Conference 2000 Proceedings, Newport, Rhode Island. HKS pp. 53-66.
- [58] Alegre J.M., Pérez J., Gutiérrez-Solana F. and Sánchez L., "The Application of the Gurson-Tvergaard Model in the Aging Embrittlement of Austeno-Ferritic Stainless Steels". 13th European Conference on Fracture. San Sebastian – Spain, 2000.
- [59] Casado, J., Polanco, J.A., Gutiérrez-Solana. F. y De la Guerra, R. "Estudio del efecto del impacto sobre piezas aislantes de la sujeción P2 de vía de ferrocarril, por medio de técnicas experimentales de Laboratorio", Anales de Mecánica de la Fractura, 11, 1994, pp. 450-456.
- [60] Casado, J., Polanco, J.A., Gutiérrez-Solana. F. y Guerra, R. "The characterization of the resistance to lateral impact of the insulating part of the P2 rial fastening", Third International Conference: "Structures Under Shock and Impact-94". Madrid junio 1994. Proceedings of the Third International Conference: pp. 183-190.
- [61] Casado, J., Gutiérrez-Solana. F., Polanco, J.A. y Carrascal, I. "Efecto del nivel tensional y del tiempo de espera en los criterios de rotura establecidos para poliamidas reforzadas ensayadas a fatiga", Anales de Mecánica de la Fractura, 14, 1997, pp. 212-218.
- [62] Casado, J., Gutiérrez-Solana. F., Polanco, J.A. y Carrascal, I. "Failure Mechanisms in fatigue of fibre glass reinforced polyamide 6.6", 13th European Conference on Fracture. San Sebastián 2000.
- [63] Casado, J., Polanco, J.A., Gutiérrez-Solana. F., Carrascal, I y Setén J.. "Parámetros críticos del comportamiento en fatiga de la poliamida 66 reforzada con fibra corta de vidrio", Anales de Mecánica de la Fractura, 16, 1999, pp. 228-232.
- [64] Casado, J., Polanco, J.A., Gutiérrez-Solana. F., Carrascal, I y Setién J. "Parámetros críticos

del comportamiento en fatiga de la poliamida 66 reforzada con fibra corta de vidrio", Anales de Mecánica de la Fractura, 16, 1999.

- [65] Casado J., "Comportamiento de material y piezas poliméricas ante solicitaciones dinámicas de fatiga e impacto". Tesis Doctoral, Universidad de Cantabria (pendiente de publicación).
- [66] Carrascal, I., Casado, J., Polanco, J.A., Gutiérrez-Solana. F., y Sánchez, L. "Efecto del contenido de humedad en el comportamiento en fatiga de poliamida 66 reforzada con fibra de vidrio", Anales de Mecánica de la Fractura, 15, 1998, pp. 319-324.
- [67] Carrascal, I., Casado, J., Polanco, J.A. y Gutiérrez-Solana. F. "Efecto del contenido de humedad en la fluencia bajo cargas elevadas de la poliamida 66 reforzada con fibra de vidrio", Anales de Mecánica de la Fractura, 16, 1999, pp. 221-227.
- [68] De Backer, F., Gutiérrez-Solana. F., R. Versteirt y Alvarez, J.A. "Caracterización de la tenacidad a fractura de aceros de vasijas con probetas reconstituidas y probetas Charpy prefisuradas", Anales de Mecánica de la Fractura, 14, 1997, pp. 421-426.
- [69] Valo, M. and Ahlstrand, R. "Application of Reconstitution Welding Technique for Studying Base Metal of a Novovoronesh Unit-1 Trepan Sample", Small Specimen Test Techniques Applied to Nuclear Reactor Vessel Thermal Annealing and Plant Life Extension, ASTM STP 1204, W.R. Corwinn, F.M. Haggag and W.L. Server, Eds., American Society for Testing and Materials, Philadelphia, 1993, pp. 440-456.
- [70] De Backer, F. "Caracterización de la tenacidad a fractura con probetas reconstituidas", Tesis Doctoral. Dpto. de Ciencia e Ingeniería del Terreno y de los Materiales. Universidad de Cantabria. Santander, julio 1997.
- [71] González, J., Sánchez, L., Gutiérrez-Solana, F. y Setién J. "Cinética de envejecimiento a baja temperatura y fractura de aceros inoxidables austenoferríticos de moldería"., Anales de Mecánica de la Fractura, 17, 1997, pp. 452-460.
- [72] Structural Integrity Assessment Procedure for European Industry, SINTAP BRITE-EURAM Project BRPR-CT95-0024, June 1999.

- [73] Ruiz, J., González-Posada, M.A., Gorrochategui, I. y Gutiérrez-Solana. F. "Presente y futuro de los procedimientos de evaluación de la integridad estructural de componentes fisurados.", Anales de Mecánica de la Fractura, 14, 1997, pp. 417-420.
- [74] Ruiz, J., González-Posada, M.A., Gorrochategui, I. y Gutiérrez-Solana. F. "Análisis comparativo de los procedimientos de evaluación de la integridad estructural de componentes fisurados", Anales de Mecánica de la Fractura, 15, 1998, pp. 115-119.
- [75] Gutiérrez-Solana, F. y Ruiz, J. "El SINTAP como procedimiento jerarquizado de evaluación de integridad estructural con compatibilidad entre distintos métodos", Anales de Mecánica de la Fractura, 16, 1999, pp. 476-481.
- [76] Ruiz, J. y Gutiérrez-Solana, F. "Recomendaciones para el refinamiento de variables en el procedimiento SINTAP de evaluación de la integridad estructural de componentes fisurados", Anales de Mecánica de la Fractura, 16, 1999, pp. 482-487.
- [77] Sánchez, L., Gutiérrez-Solana, F., Alvarez, J.A. y Pérez, J. "Estudio de la rotura de una prótesis de cadera de aleación Ti-6Al-4V con recubrimientos de Ti e hidroxiapatita", Anales de Mecánica de la Fractura, 16, 1999, pp. 500-507.
- [78] Gorrochategui, I. "Comportamiento en rotura de tuberías de alta tenacidad con sustentación hiperestática en régimen elastoplástico", Tesis Doctoral. Dpto. de Ciencia e Ingeniería del Terreno y de los Materiales. Universidad de Cantabria. Santander, diciembre 1993.
- [79] Gorrochategui, I., Gutiérrez-Solana, F. y Varona, J.M. "Métodos simplificados de estructuras agrietadas aplicados a un caso real", Anales de Mecánica de la Fractura, 10, 1993, pp. 332-340.
- [80] Gorrochategui, I., Gutiérrez-Solana, F. y Varona, J.M. "Influencia de la sutentación hiperestática en el comportamiento en rotura de tuberías agrietadas de alta tenacidad", Anales de Mecánica de la Fractura, 11, 1994, pp. 472-479.
- [81] Gallo, C., González-Posada, M., Gorrochategui, I. and Gutiérrez-Solana, F. "Evaluation and development of simplified methods of analysis of the integrity of cracked redundant structures". 13th European Conference on Fracture. San Sebastián 2000.

- [82] Varona, J.M., Gutiérrez-Solana, F., Alvarez, J.A. y González, J. "Comportamiento en fatiga de acero estructural de antiguos puentes de ferrocarril", Anales de Mecánica de la Fractura, 7, 1990, pp. 63-70.
- [83] Varona, J.M., Gutiérrez-Solana, F., González, J. Sánchez, L. y Alvarez, J.A. "Comportamiento en fatiga de uniones soldadas y su influencia en la resistencia a fatiga de puentes metálicos", Anales de Mecánica de la Fractura, 8, 1991, pp. 77-83.

MODELOS PARA EL ESTUDIO DE LA CORROSIÓN BAJO TENSIÓN EN MATERIALES METÁLICOS

M.A.Astiz

Departamento de Vehículos Aeroespaciales E.T.S. de Ingenieros Aeronáuticos Universidad Politécnica de Madrid Ciudad Universitaria, 28040 Madrid

Resumen. La presencia del hidrógeno tiene un efecto muy importante sobre el comportamiento en fractura de los materiales metálicos. En este trabajo se presentan las posibilidades de elaborar modelos analíticos/numéricos que permitan predecir el contenido y distribución de hidrógeno en estos materiales. Estos modelos, basados generalmente en la ley de Fick, tratan de tener en cuenta la influencia del estado tensional e incluso la presencia de trampas sobre la difusión del hidrógeno. El estudio numérico del problema mediante el método de los elementos finitos permite obtener resultados cuantitativos que se pueden contrastar con los datos experimentales. Asimismo se presentan algunas ideas para utilizar el conocimiento de la distribución de hidrógeno para predecir el comportamiento mecánico del material.

Abstract. Hydrogen has an important influence on the fracture behaviour of metallic materials. The possibilities of building analytical and numerical models to evaluate hydrogen contents and distribution in these materials is presented in this paper. These models, generally based on Fick's law, may take into account the influence of the stress distribution as well as the presence of hydrogen traps for the diffusion process. Numerical analysis by means of the finite element method makes it possible to obtain quantitative results to be compared to experimental data. Some ideas are also presented to use hydrogen distribution knowledge on the prediction of the mechanical mehaviour of metallic materials.

1. INTRODUCCION.

Es conocido desde hace tiempo el papel que juega el hidrógeno en los fenómenos de corrosión bajo tensión a través del mecanismo que se conoce como fragilización por hidrógeno. La corrosión bajo tensión se ha estudiado tradicionalmente a través de ensayos en laboratorio cuyos resultados se interpretan mediante modelos relativamente sencillos; estos modelos permiten comprender la importancia de las distintas variables que intervienen en el proceso como los presentados, entre otros, por González (1985), Toribio (1987) y Gutiérrez-Solana et al. (1996).

La presencia de hidrógeno en un material metálico cambia algunas de sus propiedades mecánicas mientras que otras no se ven afectadas. Aquellas que dependen de la deformabilidad del material tales como el módulo elástico, el límite elástico y, en menor medida, la dureza o la forma de la curva tensión-deformación no cambian de forma significativa en presencia de hidrógeno (cuando el daño producido por el hidrógeno es importante incluso la curva tensión-deformación se ve afectada). En cambio, las propiedades del material relacionadas en mayor o menor medida con la fractura tales como la ductilidad, la tenacidad de fractura, la resistencia a la fatiga o a la corrosión-fatiga son muy sensibles a la presencia de hidrógeno en el material como, por ejemplo, demuestran Gutiérrez-Solana et al. (1985).

Las razones de este comportamiento parecen residir en el hecho de que el hidrógeno se acumula en las zonas del material donde se desarrollan estados triaxiales de tensiones (realmente allí donde es mayor la deformación volumétrica) así como en las microfisuras, dislocaciones y, en general, allí donde la malla cristalina esté distorsionada. La presión parcial de hidrógeno y su interacción con las dislocaciones parecen ser las vías a través de las cuales se produce la fragilización.

Esta fragilización consistiría en una menor capacidad de desarrollo de deformaciones plásticas a través de

un entorpecimiento en el movimiento de dislocaciones y en un aumento de la fisuración interna a través de la presión ejercida sobre las microfisuras. De estos dos mecanismos, el primero sería reversible mientras que el segundo sería irreversible.

Dado que es el contenido o la concentración de hidrógeno, el parámetro que caracteriza la importancia de este fenómeno y que dicho contenido está controlado por la variable tiempo y por el estado de tensiones y deformaciones, es lógico que sean dichas variables las que controlen los fenómenos de corrosión bajo tensión y de corrosión-fatiga. Por esta razón resulta especialmente interesante el estudio del transporte de hidrógeno desde el ambiente agresivo hasta los puntos más sensibles a la fragilización.

Aunque dicho transporte incluye diversas fases relacionadas con los procesos electroquímicos que se producen en la superficie del material, nos concentraremos aquí en la fase de difusión o de transporte por el interior del material metálico.

En primer lugar se presentarán los modelos clásicos de difusión y su implementación numérica para después analizar los resultados experimentales y deducir la necesidad de recurrir a modelos de difusión más elaborados que tengan en cuenta el papel de las trampas.

El trabajo que se presenta en este artículo corresponde fundamentalmente a diversos proyectos de investigación europeos llevados a cabo en los últimos diez años en colaboración entre el Departamento de Vehículos Aeroespaciales (Universidad Politécnica de Madrid), el Laboratorio de Ciencia e Ingeniería de los Materiales (Universidad de Cantabria) y el Laboratorio de Metalurgia Estructural (Universidad de Paris VI, Orsay, CNRS) además de otros centros de investigación como el IRSID (Francia) y diversos fabricantes como Aceralia, Creusot-Loire, Dillinger-Hutte o CSM.

2. MODELOS CLÁSICOS

Los fenómenos de transporte de masa en Física se describen usualmente mediante la ley de Fick, semejante a la de Fourier de la conducción térmica (Crank, 1956)

$$\frac{\partial c}{\partial t} = \nabla \cdot (D \,\nabla c) \tag{1}$$

donde c es, en este caso, la concentración de hidrógeno y D la difusividad. Esta ecuación por sí sola es poco útil para el estudio de la difusión de

hidrógeno ya que no es capaz de describir la influencia de las variables mecánicas (tensión y deformación) ni lo que ocurre en la interfase entre diversos materiales.

La ecuación anterior procede de combinar una ley de conservación de masa expresable en forma local

$$\frac{\partial c}{\partial t} = -\nabla \cdot \mathbf{q} \tag{2}$$

o global

$$\int_{\Omega} \frac{\partial c}{\partial t} \, \mathrm{d}\,\Omega + \int_{\Gamma} \mathbf{q} \cdot \mathbf{n} \, \mathrm{d}\,\Gamma = 0 \tag{3}$$

con una ecuación constitutiva o de comportamiento

$$\mathbf{q} = -D\,\nabla c \tag{4}$$

donde \mathbf{q} es el flujo de hidrógeno, Ω y Γ son, respectivamente, un volumen cualquiera definido en el interior del material y su superficie exterior, y n es el versor normal a dicha superficie.

Este planteamiento permite demostrar que los distintos modelos de difusión se basarán en modificaciones de la ley de comportamiento ya que la ley de conservación es inalterable. Por otra parte la ley de comportamiento (4) sólo refleja que el flujo de hidrógeno se dirige hacia las zonas de menor concentración por lo que la distribución de concentraciones tiende a hacerse uniforme.

Las modificaciones de la ley de comportamiento más interesantes son las propuestas por van Leeuwen (1974) y por Ochiai et al. (1975).

En el primer caso se modifica la ley de Fick reduciendo el poder atractor del gradiente de la concentración mediante un término que es proporcional al gradiente de la tensión hidrostática

$$\mathbf{q} = -D\left(\nabla c - \frac{V^*}{RT} c \,\nabla \sigma_H\right) \tag{5}$$

donde V^* es el volumen parcial molar de hidrógeno, *R* la constante universal de los gases, *T* la temperatura absoluta y σ_H la tensión hidrostática. De esta forma el hidrógeno tiende a concentrarse en las zonas de mayor tensión hidrostática.

En el segundo caso se mantiene la ley de comportamiento original (4) pero se aplica a una

concentración efectiva que se define como la concentración de hidrógeno dividida por la densidad de dislocaciones, la cual es a su vez función creciente de la deformación plástica.

Este planteamiento introduce un concepto interesante que es el de concentración efectiva, que nos hace pensar que es la presión parcial del hidrógeno en el interior del material metálico la que gobierna el flujo. Como esta presión parcial es función de la relación entre concentración y solubilidad (o concentración máxima que se puede dar), los modelos actuales se basan en definir la concentración normalizada, o actividad, mediante la relación

$$\phi = \frac{c}{s} \tag{6}$$

donde s es la solubilidad y ϕ la concentración normalizada. De esta manera, si se presupone una ley de comportamiento del tipo

$$\mathbf{q} = -D \ s \ \nabla \phi \tag{7}$$

se asegura que la solución estacionaria corresponda a una distribución uniforme de concentraciones normalizadas. La colocación de la solubilidad como multiplicador en la ecuación anterior no tiene otro objeto que el mantenimiento del concepto de difusividad del material respetando el equilibrio dimensional de la fórmula. Por otra parte, el tomar como medida del contenido de hidrógeno en los modelos de cálculo la concentración normalizada asegura que se cumpla la ley de Sievert en las interfases entre distintos materiales (continuidad de presiones parciales de hidrógeno).

Este planteamiento es compatible con los modelos de la tensión hidrostática y de la deformación plástica citados anteriormente. En efecto, si se presupone que la solubilidad es

$$s = c_0 \exp\left(\frac{V^* \sigma_H}{R T}\right) \tag{8}$$

en donde c_0 representa una concentración de referencia (habitualmente la concentración en el contorno por donde penetra el hidrógeno), la ecuación (7) se convierte en la (5) y se consigue que la solución estacionaria sea precisamente la definida en (8).

Si se plantea que la solubilidad es función de la deformación plástica a través de una expresión sencilla como, por ejemplo,

$$s = c_0 \left(1 + \alpha \, \varepsilon_p \right) \tag{9}$$

se consigue que la solución estacionaria concentre el hidrógeno en las zonas de mayor deformación plástica y, en definitiva, se repite en cierta medida el resultado obtenido por Ochiai et al. (1974) con su modelo de la deformación plástica. En la expresión anterior, ε_p es la deformación plástica y α es una constante adimensional que se determina experimentalmente.

El planteamiento definido por la ecuación (7), también llamado de la solubilidad no uniforme, permite por lo tanto proponer más fácilmente alternativas a las leyes de comportamiento en función de los resultados experimentales.

El análisis numérico se puede llevar a cabo por diversos métodos aunque el más versátil es indudablemente el de los elementos finitos (Astiz, 1987, 1988). En este método se adoptan como variables nodales las concentraciones normalizadas ya que de esta manera se cumple automáticamente la hipótesis de continuidad en las interfases.

Considerando en principio sólo condiciones de contorno de tipo Dirichlet y Neumann:

$$c = c \quad \text{en } \Gamma_{\rm c} \tag{10}$$

$$\mathbf{q} \cdot \mathbf{n} = -D \ s \ \nabla \left(\frac{c}{s}\right) \quad \text{en } \Gamma_{q}$$
 (11)

e incluyendo en la formulación solamente las segundas por estimar que las primeras se pueden introducir directamente al no considerar más que distribuciones de concentración que cumplan (10), se plantea la solución por el método de los residuos ponderados, como es habitual al aplicar el método de los elementos finitos. La formulación débil del problema y el método de Galerkin conducen finalmente al sistema de ecuaciones siguiente, que corresponde al problema discretizado (Astiz, 1988)

$$\mathbf{M} \ \mathbf{\phi} + \mathbf{H} \ \mathbf{\phi} = \mathbf{p} \tag{12}$$

.

donde ϕ es el vector de concentraciones nodales normalizadas y las matrices **M** y **H** y el vector **p** vienen definidos por las expresiones

$$M_{ij} = \int_{\Omega} s \, N_i \, N_j \, \mathrm{d}\,\Omega \tag{13}$$

$$H_{ij} = \iint_{\Omega} \left(s N_i N_j + D s \nabla N_i \cdot \nabla N_j \right) d\Omega \quad (14)$$

$$p_i = -\int_{\Gamma q} N_i \, \bar{q} \, \mathrm{d} \, \Gamma \tag{15}$$

En las expresiones anteriores N_i representan las funciones de forma del modelo de elementos finitos y tanto D como s se consideran funciones de campo cuyos valores se definen externamente al modelo. La aplicación de este modelo presupone un cálculo de tensiones llevado a cabo también por el método de los elementos finitos y sobre la misma malla para poder evaluar la solubilidad en los mismos puntos de Gauss del modelo de difusión.

Esta formulación es diferente de la presentada por Astiz (1987, 1988) y su ventaja reside en la mayor flexibilidad que proporciona el poder definir la solubilidad como se desee sin necesidad de modificar dicha formulación.

Hay que destacar el hecho de que en los problemas de corrosión bajo tensión el estado de tensiones y deformaciones varía muy lentamente respecto a la velocidad con que pueden cambiar las concentraciones de hidrógeno. Por ello, se puede suponer que la solubilidad es prácticamente constante, lo cual simplifica notablemente la formulación (especialmente en lo que respecta a los aspectos de integración temporal, que no se contemplan en este trabajo).

Formulaciones como ésta o equivalentes están disponibles ya en programas comerciales como ABAQUS lo que permite una mayor facilidad de aplicación.

3. APLICACIÓN DEL MODELO.

En un trabajo reciente (Astiz et al., 1999) se propuso establecer que la solubilidad es función simultáneamente de la tensión hidrostática y de la deformación plástica a través de la ecuación siguiente, que no es más que una combinación de las anteriores (8) y (9)

$$s = c_0 \exp\left(\frac{V^* \sigma_H}{R T}\right) \left(1 + \alpha \varepsilon_p\right)$$
(16)

La ecuación anterior presupone que hay dos mecanismos concurrentes de atracción de hidrógeno cuya importancia relativa depende fundamentalmente

del valor de la constante α , ya que las demás constantes que intervienen en (16) admiten pocas variaciones (el valor del factor V^*/RT es igual a 0,0008mm²/N).

El hecho de considerar simultáneamente la influencia de la tensión hidrostática y de la deformación plástica es la consecuencia de haber medido concentraciones de tritio en probetas compactas y haber observado que la forma de las zonas cargadas era muy similar a los contornos de tensión hidrostática. Por otra parte, las medidas de contenido de hidrógeno en probetas saturadas y con distintas deformaciones plásticas iniciales, han demostrado que la solubilidad es una función creciente de la deformación plástica que se puede aproximar mediante una expresión bi-lineal (fig. 1). La solubilidad crece lentamente para deformaciones plásticas menores de 0,6, y crece más rápidamente para deformaciones mayores.



Figura 1. Variación de la solubilidad con la deformación plástica.

Finalmente, los ensayos de permeabilidad llevados a cabo sobre probetas pre-deformadas demuestran que la deformación plástica incide también sobre la difusividad aparente. En realidad, es la presencia de trampas la que modifica la difusividad pero, dado que nuestro modelo no tiene en cuenta la presencia de trampas, se hace preciso aproximarse a este fenómeno a través de una difusividad aparente que sea función de la deformación plástica. La expresión que hemos adoptado en este estudio es una aproximación a una serie de resultados que muestran una gran dispersión y consiste en la relación potencial siguiente

$$D = D_0 I 0^{-1.25\varepsilon_p} \tag{17}$$

en la que D_0 es la difusividad del material sin deformar, que hemos tomado como 10^{-6} cm²/s.

El ejemplo que se presenta es el de una probeta compacta en la cual se mantiene constante la concentración de hidrógeno en todo su contorno. Un primer análisis sin tensiones demuestra cómo la penetración del hidrógeno se hace de forma homogénea desde el exterior hacia el interior al igual que ocurriría en un problema de transporte de calor (fig. 2).



Figura 2. Isolíneas de concentración de hidrógeno en ausencia de tensiones y deformaciones.

Al tener en cuenta las tensiones hidrostáticas y las deformaciones plásticas, la solubilidad deja de ser uniforme. Sin embargo, se puede observar que los factores de modificación de la solubilidad de la ecuación (3) sólo ejercen una influencia importante en el entorno de la fisura. Las figura 3 demuestra que el aumento de la solubilidad está localizado en una zona de forma aproximadamente circular situada alrededor del fondo de fisura.

Como consecuencia de esta distribución no uniforme de solubilidades, el hidrógeno ya no penetra en el material de forma homogénea sino que tiende a acumularse en el entorno del fondo de fisura, en una zona de forma aproximadamente circular, como por otra parte se ha observado en laboratorio en probetas cargadas en una solución enriquecida con tritio. La figura 4 es un ejemplo demostrativo de este hecho.

Este modelo de difusión se ha combinado con otro modelo mecánico de propagación dúctil de fisuras que permite estudiar la interacción entre la difusión de hidrógeno y la fractura. Concentrándonos en los aspectos relativos a la difusión, observamos que al propagar la fisura, la deformación plástica acumulada en el fondo de la fisura inicial no se pierde por lo que la solubilidad sigue siendo importante en esa zona y en todo el recorrido de la fisura. Sin embargo, los máximos valores de la solubilidad se alcanzan en el fondo de fisura ya que allí es donde el efecto de las deformaciones plásticas se acumula al de las tensiones hidrostáticas.



Figura 3. Distribución de solubilidades para el tamaño de fisura inicial.



Figura 4. Distribución de concentraciones de hidrógeno.

En realidad el modelo de propagación dúctil utilizado es excesivamente simplista y se utiliza sobre todo para evaluar el comportamiento global de la probeta en términos de carga frente a desplazamiento. El campo local de tensiones y deformaciones así obtenido es perfectible.



Figura 5. Distribución de solubilidades después de propagarse la fisura.



Figura 6. Distribución de concentraciones de hidrógeno sobre probeta fisurada después de la propagación de la fisura.

Las correspondientes distribuciones de hidrógeno se ven lógicamente afectadas por la distribución de la solubilidad aunque en este caso con retraso. En efecto, tal como se ha planteado el experimento numérico, la velocidad de propagación de la fisura es mucho mayor que la de difusión del hidrógeno pero en cambio sí se observa como éste tiene tendencia a seguir a la fisura (fig. 6).

4. MODELO DE LAS TRAMPAS.

El modelo presentado anteriormente tiene grandes posibilidades y de entre ellas no es la menos interesante la de su disponibilidad en códigos comerciales. Sin embargo, los resultados experimentales demuestran a menudo que el transporte de hidrógeno en el material obedece a leyes más complicadas que las representadas por las ecuaciones (7) y (16).

En efecto, existen evidencias experimentales de la existencia en el material de zonas de bajo potencial que se comportan como "trampas" para el hidrógeno y que ya fueron detectadas por Darken y Smith (1949). Estas trampas, que suelen consistir en microfisuras, impurezas y dislocaciones se manifiestan por la no linealidad del proceso de absorción de hidrógeno y a menudo por su irreversibilidad como demuestran, por ejemplo, Gutiérrez-Solana et al. (1985).

Las evidencias experimentales son diversas y proceden tanto de ensayos de corrosión bajo tensión como, sobre todo, de ensayos más específicos como los de permeabilidad. Sin embargo, a menudo resulta difícil establecer pautas de comportamiento y extraer conclusiones que permitan elaborar un modelo de trampas que permita reproducir los resultados experimentales.

Tradicionalmente se ha venido resumiendo el ensayo de permeabilidad a un único resultado que es la difusividad. Sin embargo, como hay diversas formas de medir dicha difusividad, normalmente a través del flujo medido en distintos instantes, se suelen presentar valores alternativos de la difusividad (D_{tl}, D_{bt}) , que a veces se diferencian apreciablemente. Por otra parte, es conocido que la difusividad es muy diferente en el primer ensayo de permeabilidad y en los sucesivos realizados sobre la misma probeta o en el ensayo de desgasificación. Además, los ensayos llevados a cabo sobre probetas pre-deformadas demuestran que la difusividad también es función de la deformación plástica.

Dado que este comportamiento se explica de forma cualitativa por la presencia de trampas, y que las dislocaciones son las trampas más importantes, se puede tratar de explicar la influencia de la deformación plástica mediante la introducción en el modelo de unas trampas que dependan de dicha deformación plástica. Este tipo de formulación puede ser compatible con otra en la que se presuponga que las dislocaciones actúen como freno para el movimiento de las dislocaciones a través de una

50

influencia sobre la difusividad como se ha hecho en la aplicación expuesta anteriormente.

Los resultados más recientes obtenidos en el marco del proyecto ECSC mencionado anteriormente indican por otra parte que la variable tiempo puede tener en muchos casos más importancia en la fragilización por hidrógeno que la intensidad de penetración del hidrógeno (Cayón, 2000).

La forma clásica de tratar la presencia de trampas es la basada en el modelo de McNabb y Foster (1963). En dicho modelo se supone que existe un número de trampas por unidad de volumen, N, cada una de las cuales contiene una cantidad de hidrógeno θ . Si además se supone que el transporte de hidrógeno sólo se realiza a través de la malla cristalina y que las trampas sólo actúan como acumuladores de hidrógeno, la ley de comportamiento se convierte en

$$\frac{\partial c}{\partial t} + N \frac{\partial \theta}{\partial t} = \nabla \cdot \left(D \, \nabla c \right) \tag{18}$$

Simultáneamente el intercambio de hidrógeno entre la malla cristalina y las trampas se rige por una relación que expresa que el flujo de malla a trampas y de trampas a malla es proporcional a la concentración en la malla y en las trampas a través de una ley, que en su forma más simplificada, es del tipo

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = k c - p \theta \tag{19}$$

Los parámetros de este modelo se pueden obtener a partir de los ensayos de permeabilidad mediante un método de identificación de parámetros como el propuesto por Astiz (1991) obteniéndose de esta manera ajustes muy buenos de las leyes de variación del flujo de hidrógeno como se puede apreciar en la figura 7 en la que se comparan unos resultados experimentales con las leyes correspondientes al modelo convencional en el que se adopta D_{tl} como valor de la difusividad y al modelo que tiene en cuenta la presencia de trampas.

El modelo de McNabb y Foster se puede generalizar a diversos tipos de trampas lo que permite dotar a estas de propiedades diferentes respecto a su avidez por el hidrógeno y a su reversibilidad. La propuesta más general es la avanzada por Leblond y Dubois (1983).

El modelo que se propone aquí trata de recoger las ideas expresadas anteriormente posibilitando asimismo el tratamiento numérico del problema. Se basa en suponer que el hidrógeno se reparte entre una serie de lugares pudiendo definirse para cada uno una concentración c_i referida en cada caso al volumen unitario común por lo que la concentración total de hidrógeno será la suma de todas las c_i :

$$c = \sum c_i \tag{20}$$



Figura 7. Ajuste de la ley de flujo de un ensayo de permeabilidad.

En esta expresión el subíndice i representa a los distintos lugares de los cuales el primero representa a la malla cristalina y los sucesivos a las trampas. Si suponemos que el hidrógeno sólo se difunde a través de la malla, la ecuación (18) se converirá en

$$\frac{\partial c}{\partial t} = \nabla \cdot \left(D \ \nabla c_1 \right) \tag{21}$$

Los intercambios locales de hidrógeno entre trampas y malla se resuelven mediante una ecuación semejante a la de McNabb y Foster (19)

$$\frac{\partial c_i}{\partial t} = \frac{c_1}{\tau_{1i}} - \frac{c_i}{\tau_i} \quad (i > 1)$$
(22)

en la cual se podría hacer intervenir las solubilidades respectivas de cada lugar de acumulación de hidrógeno, s_i , mediante

$$\frac{\partial c_i}{\partial t} = \gamma \left(\phi_1 - \phi_i \right) \qquad (i > 1) \tag{23}$$

siendo ϕ_i las concentraciones normalizadas de cada lugar de acumulación de hidrógeno ($\phi_i = c_i/s_i$). Sin embargo la ecuación anterior requiere todavía dos modificaciones. La primera es debida al hecho de que utilizamos como variables nodales las concentraciones normalizadas lo cual nos obliga a eliminar las concentraciones de todas las ecuaciones a cambio de introducir las respectivas solubilidades. La segunda procede de la necesidad de tener en cuenta la posibilidad de que las trampas sean saturables. En este caso hay que modificar el segundo término de tal forma que se anule cuando ϕ_i tienda hacia 1 (sin necesidad de que la malla cristalina esté saturada, lo cual se produciría si ϕ_I fuera 1).

La forma más sencilla de conseguirlo consiste en actuar sobre el factor de proporcionalidad γ al que se puede hacer depender de todas las variables indicadas obteniéndose la ecuación

$$s_{i} \frac{\partial \phi_{i}}{\partial t} + \phi_{i} \frac{\partial s_{i}}{\partial t} = \gamma_{i} (\phi_{1} - \phi_{i}) \qquad (i > 1) \quad (24)$$

en la cual el factor γ_i puede hacerse implícitamente proporcional a $(1-\phi_i)$ para anular el intercambio de hidrógeno cuando se saturen las trampas o también tal que el segundo miembro de (24) sea necesariamente positivo en el caso de trampas irreversibles. Estas condiciones introducen una falta de linealidad en las ecuaciones que se deja de forma implícita para simplificar la formulación numérica del problema. Por otra parte, el término proporcional a la derivada temporal de la solubilidad se podrá anular en el caso en que los procesos mecánicos sean mucho más lentos que los de difusión; esto no será aplicable en el caso de que se suponga que la solubilidad puede ser función de la propia concentración, cosa que puede ocurrir cuando las trampas sean cavidades cuyo tamaño puede crecer con la presión de hidrógeno.

En definitiva, la ecuación (24) es lo suficientemente versátil como para permitir describir una gran variedad de comportamientos manteniendo una estructura que hace aplicable la metodología de elementos finitos descrita anteriormente para el modelo de la solubilidad no uniforme. Esta ecuación se combinaría con la ecuación de difusión (21) la cual adopta la forma

$$\sum_{i} \left(s_{i} \dot{\phi}_{i} + \phi_{i} \dot{s}_{i} \right) = \nabla \cdot \left(D s_{1} \nabla \phi_{1} \right)$$
(25)

Al aplicar en este caso el método de los elementos finitos, es necesario definir el vector de concentraciones nodales normalizadas con tantos grados de libertad por nodo como lugares de acumulación de hidrógeno se consideren. Para simplificar la presentación agruparemos las concentraciones nodales por lugares aunque es obvio que en la aplicación del método resulta más práctico hacerlo por nodos. Aplicando el método de Galerkin a la ecuación (25) y combinando la ecuación matricial obtenida con las ecuaciones lineales que resultan de transformar las ecuaciones (24) a la formulación discretizada, se obtiene el sistema (reducido a sólo dos lugares por simplicidad de la presentación):

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{1} & \mathbf{M}_{2} \\ \mathbf{\Omega} & s_{2}\mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{\dot{\phi}}_{1} \\ \mathbf{\dot{\phi}}_{2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{1} & \mathbf{H}_{2} \\ \gamma_{2}\mathbf{I} & -(\gamma_{2} + s_{2})\mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{\dot{\phi}}_{1} \\ \mathbf{\dot{\phi}}_{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{p} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}$$
(26)

en donde las nuevas submatrices utilizadas son

$$M_{k\,ij} = \int_{\Omega} s_k \, N_i \, N_j \, \mathrm{d}\,\Omega \tag{27}$$

$$H_{1ij} = \iint_{\Omega} \left(s_1 N_i N_j + D s_1 \nabla N_i \cdot \nabla N_j \right) d\Omega$$
(28)
$$H_{2ij} = \iint_{\Omega} \left(s N_i N_j \right) d\Omega$$
(29)

El sistema de ecuaciones (26) presenta el inconveniente de utilizar matrices no simétricas. Una solución posible consistiría en diagonalizar la matriz que multiplica a las derivadas temporales de las concentraciones pero esa transformación no haría simétrica a la segunda matriz por lo que puede que no tenga mucho sentido esta transformación.

Otro problema de mayor enjundia es el hecho de que todas las matrices que aparecen en la formulación dependen de la solubilidad (e incluso puede que de la propia concentración) lo cual hace que el sistema sea no-lineal. Sobre la base de la diferencia existente entre las escalas de tiempos de los fenómenos tensionales y de difusión, se pueden eliminar estas dificultades ya que desaparecen las derivadas temporales de las solubilidades.

En el caso de que no se pueda hacer esta aproximación (o cuando las solubilidades sean a su vez función de las concentraciones) la solución se plantea de la misma manera con la salvedad de que hay que ser especialmente cuidadoso con el esquema de integración temporal cuidando de que sea incondicionalmente estable y de que se pueda suponer en cada intervalo de integración que las variables que gobiernan las solubilidades se mantienen razonablemente constantes. El modelo presentado permite estudiar la influencia de las variables mecánicas y de otras que no lo son sobre el proceso de difusión a través de la definición de distintos tipos de trampas y de fijar la evolución de sus respectivas solubilidades en función de esas variables. Se pueden reproducir trampas atractivas para el hidrógeno y trampas que representen un obstáculo para su difusión por el material. Lo único que no se puede reproducir con este modelo es el tranporte de hidrógeno mediante el movimiento de dislocaciones anticipado por Hwang (1984).

Por otra parte, desde el momento en que se definen distintos tipos de trampas, es más sencillo tratar de utilizar estos resultados para tratar de influir sobre el propio proceso de deformación mecánica. En un trabajo reciente (Astiz, 1998), se proponía utilizar la concentración de hidrógeno para modificar el valor de J_R en un modelo de fisura cohesiva. Esta posibilidad es interesante por su simplicidad pero está limitada por la excesiva simplificación que introduce el modelo de fisura cohesiva al concentrar la mayor parte de la deformación a lo largo de una línea.

Una idea alternativa que es especialmente atractiva consiste en combinar el modelo de Gurson-Tvergaard (1977, 1982) con los parámetros del modelo de difusión ya sea a través de definir unas nuevas trampas que podrían ser los micro-huecos o simplemente haciendo variar los parámetros del modelo de porosidad en función del contenido de hidrógeno. La experimentación a realizar en los próximos años nos dará las claves para actuar en esta dirección.

5. CONCLUSIONES.

Se han presentado de una forma unificada los distintos modelos de difusión disponibles en la actualidad así como un nuevo modelo que permite reproducir con precisión la influencia de las trampas en el transporte de hidrógeno en los materiales metálicos. Asimismo se ha presentado también la solución numérica, a través del método de los elementos finitos, de las ecuaciones propuestas. Esta metodología permite prever la forma en que se distribuye el hidrógeno en el material y por ello tiene grandes posibilidades de representar una herramienta de gran valor en el estudio de los fenómenos de corrosión bajo tensión.un modelo de difusión de hidrógeno aplicable al estudio de fenómenos de corrosión bajo tensión.

6. REFERENCIAS.

Astiz M.A. (1987), "Hydrogen diffusion analysis in metals", Computational Methods for Non-Linear Problems, ed. C.Taylor, D.R.J.Owen & E.Hinton, Pineridge Press

Astiz M.A. (1988), "Métodos numéricos para el análisis de la fisuración en medios agresivos", Anales de Mecánica de la Fractura, **5**, 123-135

Astiz M.A. (1991), "Evaluación de parámetros de modelos de difusión de hidrógeno", Anales de Mecánica de la Fractura, 8, 225-230

Cayón A. (2000), Comunicación privada

Crank J. (1956), "The Mathematics of Diffusion", Clarendon Press, Oxford

Darken L.S. & Smith R.P. (1949), Corrosion, 5,1

González J. (1985), Tesis Doctoral, Universidad de Cantabria

Gurson A.L. (1977), "Continuum Theory of Ductile Rupture by Void Nucleation and Growth", J. Engineering Materials and Technology, **99**, 2-15

Gutiérrez Solana F., Valiente A., González J. & Varona J.M. (1996), "A Strain Based Fracture Model for Stress Corrosion Cracking of Low Alloy Steels", Met. Trans. A, April 1996

Gutiérrez Solana F., Bernstein I.M. & Thompson A.W. (1985), VI Asamblea General del CENIM, Madrid

Hwang Ch. (1984), "The Fundamentals of Dislocation Transport of Hydrogen in BCC Iron", Ph.D. Thesis, Carnegie-Mellon University

Leblond J.B. & Dubois D. (1983), "A General Mathematical Description of Hydrogen Diffusion in Steels", Acta Metall., 193-212

McNabb A. & Foster P.K. (1963), Trans. Metall. Soc. A.I.M.E., 227,618

Ochiai S., Yoshinaga S: & Kikuta Y. (1975), Trans. ISIJ, 15, 503

Toribio J., Tesis Doctoral, Universidad Politécnica de Madrid, 1987.

Tvergaard V. (1982), "On Localization in Ductile Materials Containing Spherical Voids", Int. J. Fracture, **32**, 237-252

Van Leeuwen H.P. (1974), "The kinetics of hydrogen embrittlement: a quantitative diffusion model", Engineering Fracture Mechanics, **6**, 141-164

ANÁLISIS DE CARGAS DINÁMICAS

Antonio Martín Meizoso Centro de Estudios e Investigaciones Técnicas de Gipuzkoa (CEIT) y Escuela Superior de Ingenieros, Universidad de Navarra Paseo de Manuel Lardizábal, 15, 20018 SAN SEBASTIÁN

Resumen. Los coeficientes dinámicos de carga suelen emplearse como unos confusos coeficientes de seguridad a la hora del diseño de estructuras. Típicamente se emplea un valor de 2, que corresponde al caso de una aplicación súbita de la carga. Este artículo describe su cálculo y lo gigantesco que pueden ser en muchos casos, tanto ingenieriles como de nuestra vida cotidiana. Se describe desde el punto de vista de la Mecánica de la Fractura y, en particular, cómo en muchos casos no es necesario recurrir a la propagación de las ondas elásticas en los materiales para justificar roturas.

Abstract. Dynamic load coefficients tend to be used as some blurring safety coefficients when designing structures. A typical value of 2 is used, that is the case of a sudden loading. This article describes its computation and how huge it can be in several engineering and common life cases. It is described from a Fracture Mechanics point of view and particular attention is given to how, in many cases, it is not required to argue about propagation of elastic waves in components to account for fractures.

1. INTRODUCCIÓN

El vulgo dice que algo es <u>frágil</u> cuando <u>se cae y se</u> <u>rompe</u>: un plato de loza, una taza, un vaso de cristal,... A primera vista la definición popular de tenacidad no parece muy compatible con la definición más técnica de capacidad de soportar tensiones en presencia de grietas.

Pero tampoco son tan incompatibles, si estudiamos con cuidado qué ocurre cuando algo se cae sobre otra cosa (normalmente el terrazo de la cocina).

2. EFECTOS DINÁMICOS

Supongamos un sólido indeformable (taza), de masa M, que depositamos suavemente sobre otro objeto deformable (de módulo elástico E), superficie A, grosor L y masa despreciable, véase la Fig. 1. El sólido deformable se deforma hasta producir una reacción sobre la taza igual a su peso. La contracción para la que se establece el equilibrio valdrá:

$$\delta_{est} = \frac{MgL}{EA} \tag{1}$$

siendo g la constante gravitatoria del planeta en el que se realice el experimento (por ejemplo, en la superficie de la tierra, $g \approx 9.81 \text{ m/s}^2$).

Supongamos ahora que la taza se deja caer desde una altura h y nos preguntamos por cuál sea la máxima contracción del sólido deformable, δ_{max} .

En el peor de los casos toda la energía potencial de la taza se transformará en energía de deformación elástica del sólido deformable (J. M. Gere y S. P. Timoshenko 1991):



Fig. 1. Aplicación dinámica y lenta de una carga.

$$E_p = Mg(h + \delta_{\max}) = U = \frac{\delta_{\max}^2 EA}{2L}$$
(2)

Obsérvese el detalle de incluir la contracción máxima en la variación de la energía potencial de la taza, complica un poco más el problema, pero aún resulta resoluble.

Operando la Ec. (2), llegamos a la siguiente ecuación de segundo grado:

$$\frac{EA}{2L}\delta_{\max}^2 - Mg\delta_{\max} - Mgh = 0 \tag{3}$$

Arreglándola un poco nos queda:

$$\delta_{\max}^2 - 2\frac{MgL}{EA}\delta_{\max} - \frac{MgL}{EA}2h = 0 \tag{4}$$

Ahora bien, MgL/EA es la contracción estática, véase la Ec. (1), luego la Ec. (4) la podemos expresar como:

$$\delta_{\max}^2 - 2\delta_{est}\delta_{\max} - 2h\delta_{est} = 0 \tag{5}$$

cuya solución es:

$$\delta_{\max} = \delta_{est} \pm \sqrt{\delta_{est}^2 + 2h\delta_{est}}$$
(6)

La incertidumbre sobre el signo se resuelve a favor del más. Por último, nos interesa la comparación entre el caso estático y el dinámico:

$$\frac{\delta_{\max}}{\delta_{est}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\delta_{est}}}$$
(7)

La Fig. 2 representa gráficamente esta Ec. (7).

Si el sólido deformable es elástico lineal, tal como se escalen los desplazamientos se escalan las deformaciones y, en particular, las tensiones:

$$\frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{est}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\delta_{est}}}$$
(8)

De forma similar, se obtienen las elongaciones y tensiones en el caso de un impacto horizontal (W. C. Young 1989). Sustituyendo la energía potencial en la Ec. (2) por la energía cinética:

$$\frac{\delta_{\max}}{\delta_{est}} = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{est}} = \sqrt{\frac{V^2}{g\delta_{est}}}$$
(9)

en donde V representa la velocidad del impacto.



Fig. 2. Coeficientes dinámicos de carga en función de la altura de caída normalizada por la elongación estática.

3. DISCUSIÓN

3.1. Carga súbita

Ahora estamos en condiciones de sacar algunas consecuencias. Si la taza se deposita súbitamente sobre el sólido flexible, su altura de caída es h = 0, el desplazamiento máximo que se produce, se obtiene de la Ec. (6), $\delta_{max} = 2 \ \delta_{est}$. Luego <u>una aplicación súbita de la carga equivale a una aplicación lenta de una carga del doble</u>, 2*M*. Este resultado fue obtenido por J. V. Poncelet (matemático y científico francés, véase S. P. Timoshenko 1983). Realmente la taza oscila entre 0 y $2\delta_{est}$ hasta que la fricción o el amortiguamiento restituyan la taza a su posición de equilibrio estático: δ_{est} , véase la Fig. 3.

Si la masa del objeto deformable, M_{def} , no resulta despreciable frente a la masa del objeto que cae, M, hay que considerar en los cálculos la aceleración que se produce sobre el objeto deformable. En consecuencia, el valor de 2 es siempre conservador para el efecto dinámico de una carga súbita, véase la Tabla 1.

Tabla 1. Efectos dinámicos de una carga súbita, en función de la relación de masas (A. E. H. Love, 1906).

$\mu = M/M_{def}$	$\delta_{\rm max}/\delta_{\rm est} = \sigma_{\rm max}/\sigma_{\rm est}$
1	1'63
2	1'68
4	1'84
×	2'00

3.2. Impactos

Si la altura de caída es muy superior a la elongación estática, en las Ecs. (7) y (8) podemos despreciar los unos y quedarnos con la raíz cuadrada del cociente entre 2h y δ_{est} . Pongamos algunos números a nuestra taza: su masa M = 100 g, la mesa está a $h = 1^2$ m sobre el suelo de terrazo. El módulo elástico de la plaqueta del suelo es de E = 400 GPa. El área de contacto es A = 1 mm².

En los libros de elasticidad (por ejemplo: A. S. Saada 1974, p. 398) encontramos la contracción media que produce una carga uniformemente distribuida sobre un área circular en la superficie de un sólido semi-infinito (el suelo):

$$\delta_{est} = \frac{0'96Mg(1-\nu^2)}{E\sqrt{A}} \tag{10}$$

Introduciendo los datos del problema, y estimando $v = 0^{\circ}3$, obtenemos:

$$\delta_{est} = \frac{0'96 \cdot 0'1 \text{kg} \cdot 9'8 \text{lm/s}^2 (1 - 0'3^2)}{400 \times 10^9 \text{ Pa} \cdot \sqrt{1 \times 10^{-6} \text{ m}^2}} = (11)$$
$$= 2'14 \times 10^{-9} \text{ m}$$

Estamos hablando de unas contracciones estáticas del orden del espaciado atómico. La contundencia del golpe valdrá:

$$\frac{\sigma_{\text{max}}}{\sigma_{est}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 1'2 \text{ m}}{2'14 \times 10^{-9} \text{ m}}} = 33.490$$
(12)

Luego, durante un instante, las tensiones que se generan sobre el sólido flexible son equivalentes a una columna de 33.490 tazas (una torre de tazas de unos 2 km de altura).

Hasta ahora hemos estimado los efectos sobre el suelo. En virtud del principio de acción y reacción (Newton), la reacción sobre la taza será igual y contraria. El efecto de la caída es agigantar las tensiones hasta extremos difíciles de imaginar. Estas tensiones seguro que encuentran un defecto minúsculo pero suficiente para satisfacer la condición de rotura: $\sigma \sqrt{\pi a} \ge K_c$.

El lector inquieto argumenta: ¡Pero el efecto dinámico sería el mismo para una taza de metal! Pues sí, imagíneselo Vd. mismo: ¿Qué ocurre si pone 33.489

tazas encima?: la taza de abajo se "espachurra". Primero deforma, luego lo probable es que abollemos la taza metálica.

3.3. Absorción de impactos

Ya hemos hablado del lado negativo de la precipitación. Pero veamos el otro punto de vista. Vd. es un experto en fractura y queremos llevar un montón de tazas a Kuala Lumpur (capital de Malasia) ¿Qué tenemos que hacer para que no lleguen rotas? No vale con que me cuente que como son sumamente frágiles y los carteros son muy recios, seguro que llegan rotas.



Fig. 3. Oscilaciones alrededor de la posición de equilibrio estático, con y sin amortiguación, en el caso de una aplicación súbita de carga.

Si analizamos el problema veremos que con las alturas de caída poco podemos hacer: no está en nuestra mano el que las mesas de las oficinas de correos sean más bajitas o que los trenes de aterrizaje de los aviones sean más cortos,... El truco está en aumentar δ_{est} , deberemos rodear nuestras tazas de algo grueso y muy fofo: papel de burbujas, espuma de poliuretano, cojines, pajas,... Lo mismo, en un coche, para no estropear al conductor, se llaman neumáticos, asientos mullidos y air-bags.

Por el mismo motivo, los que practican "puenting" utilizan gomas y no cables de acero, los escaladores utilizan cuerdas de nylon y el remolque de un buque nunca se realiza con unos cables tensos: un golpe de mar rompería los cables de remolque.

Hay un recurso extremo, cuando queremos eyectar a un piloto de un avión de combate, le sentamos sobre un asiento con cohetes. Aquí la única solución es reducir h al mínimo: nada de cojines, mullidos paracaídas,... le sentamos directamente sobre el duro asiento. No podemos permitir que el asiento gane velocidad y entonces nos golpee al piloto. El piloto viaja muy incómodo, pero el día que tenga que eyectarse, nos lo agradecerá.

Con otro poco de imaginación ya puede Vd. imaginarse cómo funciona un martillo: mucha M, mucha h (o su equivalente que es velocidad) y deje hacer a los efectos dinámicos. El problema aquí es no romper el martillo y que las esquirlas salgan disparadas contra su ojo. Pero los metalúrgicos templan el extremo del martillo en plomo fundido (patentado) para obtener una perlita muy fina, con una gran tenacidad. Si el problema es que se sale del mango... eso ya no es un problema de mecánica de la fractura... bueno, mientras no aterrice sobre una cabeza.

3.4. Propagación de ondas

Hasta ahora, en todos los ejemplos, no ha sido necesario argumentar sobre los efectos de las propagaciones de ondas en los sólidos. Ha sido suficiente un análisis estático y el cálculo del efecto dinámico de la carga. Sin embargo existen casos en los que tendremos que recurrir a un análisis más fino.

Por ejemplo, volviendo sobre los martillos, un martillo de encofrador consta de una maza y dos aletas posteriores que se utilizan para extraer los clavos de los tablones de madera. Si el martillo se somete a repetidos golpes con la maza, aparecen unas grietas en la raíz de las palas y éstas se desprenden. Un análisis estático nos diría que, a partir del ojo - donde se inserta el mango -, el martillo está libre de tensiones y, en particular, las palas y su raíz, véase la Fig. 4.



Fig. 4. Martillo de desencofrar y sus partes. El esquema muestra una grieta en la raíz de las palas.

Para explicarlo tendremos que recurrir a la propagación de las ondas elásticas en el martillo y descubrir que la sección de las palas es mucho menor que la de la maza.

Ocurre lo mismo cuando dejamos caer sobre la mesa una botella llena de líquido y, casualmente, la botella está destapada. La altura de caída fue pequeña, pero el surtidor de líquido se eleva una cantidad muy considerable. El golpe lo recibió la botella en la base, pero toda la energía se concentra en la sección de la garganta de la botella impulsando el escaso líquido allí presente hasta una altura respetable.

El mismo experimento se puede realizar con un "tetrabrick", preferiblemente recién abierto y lleno de leche. Al más mínimo descuido mancharemos media cocina.

Además deberemos considerar que la onda compresiva del martillazo se refleja como una onda tractiva. Ahora ya sabemos por qué, sorprendentemente, fallan las palas del martillo, que en un análisis estático resultaban ajenas a los martillazos que daba la maza situada al otro extremo.

Las tensiones compresivas en la maza durante los martillazos son modestas pero éstas se concentran en una sección mucho menor en la alas del martillo. En estas secciones las tensiones son mucho más importantes y cuando regresan, reflejadas en las superficies libres del martillo, vuelven como grandes tensiones tractivas que producirán la aparición y propagación de grietas a partir de pequeños defectos situados en las zonas de altas tensiones. La carga es alternada y la grieta crecerá por fatiga hasta que se caigan las palas.

Otro ejemplo del efecto de la inversión de la tensión lo encontramos al realizar un ensayo de torsión de un alambre trefilado de alta resistencia. Al retorcer el alambre, en una dirección, los mayores esfuerzos cortantes se sitúan en la superficie del alambre, en la dirección del eje del alambre y en su perpendicular.



Fig. 5. Ensayo de torsión de un alambre trefilado. El esquema muestra la generación de defectos paralelos a las fibras, producidos por los esfuerzos cortantes, y el giro de la orientación de las fibras.

Las cristalitas que forman el alambre trefilado se asemejan a fibras longitudinales. La deformación se concentra a lo largo de la intercara longitudinal entre los granos creándose defectos (en el modo II). De momento estos planos, al retorcer el alambre, giran internándose en zonas de compresión perpendicular a su intercara, véase la Fig. 5. Los defectos crecerán pero estarán cerrados y pasarán desapercibidos. En el momento en que se fracture el alambre, los dos pedazos resultantes se desenroscarán en la dirección contraria. Ahora aparecerán tracciones perpendiculares a los defectos generados durante la torsión inicial. Su efecto será la fragmentación múltiple del alambre. El número de fragmentos aumenta al hacerlo la resistencia del alambre (Goes et al. 1994) pues son mayores los defectos generados y las tensiones.

Si observamos las fracturas de los pedacitos de alambre veremos que son fracturas típicas de torsión con una espiral formando 45° con el eje del alambre (con la excepción de la primera fractura). Pero las fracturas corresponden a una torsión de sentido contrario a la que se le impuso al alambre. Como si se hubiera retorcido el alambre del revés, que es lo que ha ocurrido, tras la rotura inicial, en los dos pedazos resultantes.

4. CONCLUSIONES

- Un análisis estático es en muchos casos suficiente para justificar roturas, si se incorpora al análisis el efecto dinámico de las cargas.
- En otros casos, tampoco será necesario un complejo análisis de la propagación de los diferentes tipos de ondas en los sólidos. Puede bastar el análisis de las diferentes secciones del componente y la inversión del tensor de tensiones que tiene lugar cuando las ondas se reflejan en las superficies libres del mismo.
- Sólo en los casos restantes estaría justificado un análisis, más complejo, de la propagación de las ondas en el componente.

5. REFERENCIAS

Gere J. M. y Timoshenko S. P. (1991) "Mechanics of Materials" 3^a edc., Chapman & Hall, Londres (Reino Unido).

Goes B., Martín Meizoso A., Gil Sevillano J., Lefever I. y Aernoudt E. (1994) "Fragmentation of Pearlitic Steel Wire in Torsion", Anales de Mecánica de la Fractura, 11, 104-111.

Love A. E. H. (1906) "Mathematical Theory of Elasticity", 2^a edc., Cambridge University Press (Reino Unido).

Saada A. S. (1974) "Elasticity: theory and applications", Pergamon Press Inc., Nueva York (EEUU).

Timoshenko S. P. (1983) "History of strength of Materials", Dover Publications, Inc., Nueva York (EEUU).

Young, W. C. (1989) "Roark's Formulas for Stress & Strain" 6^a edc., MacGraw-Hill, Nueva York (EEUU).

ROTURA POR IMPACTO DE BLINDAJES LIGEROS

Vicente Sánchez Gálvez

Departamento de Ciencia de Materiales E.T.S. de Ingenieros de Caminos Universidad Politécnica de Madrid Ciudad Universitaria. 28040 Madrid

Resumen. En los últimos años se está extendiendo el empleo de materiales cerámicos y compuestos para la protección de vehículos y personas en sustitución de los blindajes metálicos monolíticos. El diseño óptimo de un blindaje cerámico o compuesto requiere el empleo de modelos analíticos y numéricos de simulación de la rotura por impacto, así como el conocimiento de las propiedades mecánicas de estos materiales a elevadas velocidades de deformación. En el artículo se presentan los modelos propios analíticos y numéricos de simulación de impacto balístico en blindajes cerámica/metal y cerámica/compuesto así como las técnicas experimentales desarrolladas en el Departamento de Ciencia de Materiales de la Universidad politécnica de Madrid para determinar las propiedades dinámicas de estos materiales, necesarias para implementar en los programas de cálculo.

Summary. In the last years ceramics and composites are being increasingly utilised for vehicle and personel protection substituting monolhitic steel armours. Optimal design of ceramic and composite armours require the use of analytical and numerical models of impact failure simulation, as well as the knowledge of mechanical properties of materials involved at high strain rates. This paper shows analytical and numerical models of simulation of ballistic impact on ceramic/metal and ceramic/composite armours as well as experimental techniques developed at the Materials Science Department of the Polytechnical University of Madrid to determine dynamic properties of materials necessary to implement in the models.

1. INTRODUCCION

Hace ahora unos quince años que se constituyó en el Departamento de Ciencia de Materiales de la Universidad Politécnica de Madrid el denominado Grupo de Impacto. Inicialmente, los objetivos del equipo de investigación se centraban en el análisis teórico y experimental de los procesos de penetración de distintos tipos de proyectiles en blancos de distintos materiales, fundamentalmente metálicos.

Pronto pudo comprobarse que la simulación analítica de procesos de rotura por impacto de blancos metálicos era un campo ampliamente desarrollado y existían herramientas de cálculo, tanto analíticas como numéricas suficientemente potentes y precisas para la predicción del comportamiento frente a impacto de estos materiales.

Por el contrario, existía, y en gran medida sigue existiendo, una fuerte carencia de modelos analíticos y numéricos fiables del comportamiento frente a impacto de materiales avanzados, tales como los cerámicos y compuestos. Y sin embargo son estos materiales los que presentan mayor eficiencia balística (resistencia a la penetración por unidad de peso) y por consiguiente los que cabe esperar que experimenten un mayor desarrollo en el próximo futuro, especialmente en aplicaciones en las que el peso del blindaje sea determinante. Tal es el caso de las protecciones de todo tipo de vehículos, desde aviones, helicópteros y estaciones espaciales hasta vehículos militares terrestres y de transporte de dinero, así como las protecciones de personas, chalecos y cascos.

La optimización del diseño de este tipo de protecciones puede llevarse a cabo utilizando únicamente el método experimental, es decir realizando pruebas de fuego reales sobre prototipos de paquetes de blindaje hasta encontrar el diseño óptimo, bien sea desde el punto de vista del espesor o del peso o del coste de la protección. Sin embargo, el elevado número de variables que aparecen en un proceso de penetración y rotura por impacto de blindajes ligeros (espesores de distintos materiales, velocidad y ángulo de impacto, distintos proyectiles, etc.), supone un grave encarecimiento en tiempo y dinero de cualquier programa de diseño basado exclusivamente en pruebas de fuego.

En este contexto, aparece el interés de los programas analíticos o numéricos de simulación, que con mayor o menor grado de aproximación permitan predecir el comportamiento de un blindaje ligero frente a una amenaza definida. Estos métodos de análisis permiten así encajar la solución óptima desde el punto de vista del peso, del espesor o del coste en poco tiempo y con un ahorro importante frente al método empírico. Obviamente, cualquier solución obtenida debe en último término ser comprebada experimentalmente, y en muchas ocasiones modificada ligeramente, pero en cualquier caso el número de disparos necesarios se reduce considerablemente y con ello el coste del diseño.

Por tal motivo, desde hace unos diez años el Grupo de Impacto del Departamento de Ciencia de Materiales de la Universidad Politécnica de Madrid centró sus objetivos en el desarrollo de herramientas analíticas y numéricas de simulación de impactos de proyectiles sobre blancos ligeros, cerámicos y compuestos.

En esta comunicación se resumen algunos de los logros alcanzados, que con más detalle pueden encontrarse en publicaciones precedentes y concretamente en los Anales de Mecánica de la Fractura desde el volumen 7 al 16. (1990 a 1999).

2. MODELIZACION ANALITICA

Los blindajes ligeros frente a proyectiles de pequeño calibre y fragmentos suelen estar constituidos sencillamente por una lámina de un material compuesto reforzado con fibras de alta resistencia balística (Vidrio S-2, Kevlar, Spectra, Dyneema), o incluso simplemente por tejidos de este tipo de fibras (blindajes flexibles).

Frente a amenazas de mayor calibre y proyectiles de núcleo duro los blindajes de material compuesto son poco eficaces. En este caso, los blindajes ligeros más efectivos están constituidos por una placa cerámica soportada por su parte posterior en una segunda placa de un material dúctil, generalmente un metal ligero como son las aleaciones de aluminio o un material compuesto.

En el Departamento de Ciencia de Materiales de la Universidad Politécnica de Madrid se han desarrollado modelos analíticos de simulación de rotura por impacto tanto de paneles de material compuesto, como de blindajes flexibles, como de paneles de cerámica/metal y de cerámica/compuesto. (Chocrón y Sánchez Gálvez, 1996, Chocrón et al, 1997a, Zaera y Sánchez Gálvez, 1998, Chocrón y Sánchez Gálvez, 1998).

No se van aquí a describir dichos modelos, que pueden consultarse en las referencias citadas. Simplemente, mencionaremos que el modelo analítico de Zaera y Sánchez Gálvez (1998) de simulación de impacto sobre blancos de cerámica/metal es un modelo unidimensional de tres fases (véase Figura 1), capaz de predecir el proceso de penetración de proyectiles de pequeño y medio calibre con mayor grado de aproximación que el que ofrecen otros modelos anteriores como los de Woodward (1990) o den Reijer (1991) y capaz de simular impactos oblicuos, capacidad de la que carecen los modelos citados. La figura 2 es un ejemplo del grado de aproximación a resultados experimentales reales que ofrece el modelo.



Figura 1: Modelo analítico de Zaera y Sánchez Gálvez de simulación de impacto sobre blancos de cerámica/metal

Por otro lado, el primer modelo analítico de Chocrón y Sánchez Gálvez (1996) permite simular el proceso de penetración de proyectiles de pequeño calibre en blancos de material compuesto y en blindajes flexibles. El modelo es también unidimensional y se basa en la hipótesis de la propagación de ondas elásticas longitudinales y transversales en las fibras del material compuesto, despreciando la contribución de la matriz. Se utiliza un criterio de rotura, basado en la acumulación crítica de un factor de daño, que en el modelo coincide con la energía que se ha transmitido por la fibra en un cierto tiempo.



Figura 2: Resultados del modelo analítico de Zaera y Sánchez Gálvez. Impacto sobre blancos de cerámica/metal.



Figura 3: Resultados del modelo analítico de Chocrón y Sánchez Gálvez de impacto sobre material compuesto de fibra de polietileno.

A pesar de la simplicidad del modelo, las predicciones del mismo resultan sorprendentemente ajustadas a los resultados experimentales, como muestra por ejemplo la figura 3.

Finalmente, Chocrón y Sánchez Gálvez (1998) integraron ambos modelos para desarrollar un segundo modelo analítico de simulación de impacto de proyectiles en blancos de cerámica/compuesto. Como muestra la figura 4, las predicciones del modelo se ajustan con gran aproximación a resultados experimentales de impacto de proyectiles de pequeño y medio calibre sobre blancos de cerámica/compuesto.



Figura 4: Comparación de resultados del modelo Chocrón/Sánchez Gálvez.



Figura 5: Comparación de modelos de comportamiento para materiales cerámicos.

3. SIMULACION NUMERICA

En los últimos años se ha producido un crecimiento espectacular de la capacidad y velocidad de cálculo de los ordenadores con lo que los programas numéricos de simulación de impacto, también denominados hidrocódigos, pueden utilizarse ya en procesos de diseño de blindajes empleando ordenadores personales sin gran penalización de coste y tiempo.

La gran ventaja de los métodos numéricos frente a los modelos analíticos es que permiten resolver un más amplio abanico de procesos. Cuando se simulan procesos de impacto sobre blancos metálicos, los métodos numéricos están bien contrastados y proporcionan resultados fiables. Sin embargo, la situación no es tan favorable cuando se diseñan blindajes ligeros utilizando materiales cerámicos y compuestos. Los modelos de comportamiento y los criterios de rotura para estos materiales no han alcanzado todavía el grado de aceptación y validez que se tiene con los metales. Además, en muchos casos, se carece de datos experimentales de algunas de las propiedades de los materiales que los modelos necesitan.

Por tal motivo, en el Departamento de Ciencia de Materiales de la Universidad Politécnica de Madrid se inició una línea de trabajo para desarrollar nuevos modelos de comportamiento mecánico de materiales cerámicos y compuestos bajo cargas de impacto, así como las subrutinas correspondientes para ser implementadas en programas numéricos comerciales. En 1992, Cortés et al. publicaron el modelo y criterio de rotura dinámico desarrollado para materiales cerámicos. Este modelo fue implementado en el Código comercial AUTODYN-2D y se ha mostrado más aproximado al comportamiento real de blindajes cerámicos que los modelos más ampliamente utilizados de Johnson-Holmquist (1994) y Mohr-Coulomb, como puede verse en la figura 5, (Sánchez Gálvez et al, 1998).

Más recientemente se ha comenzado a trabajar en el desarrollo de subrutinas numéricas de simulación del comportamiento de materiales compuestos frente a cargas de impacto. Aunque sólo se dispone de momento de algunos resultados preliminares, son éstos muy prometedores, como se mostró en la última reunión del Grupo Español de Fractura (Oña et al, 1999). La figura 6 resume algunos de los resultados de la simulación numérica.



Figura 6: Resultados analíticos, numéricos y experimentales para distintas velocidades de impacto.



Figuras 7 y 8: Resultados de ensayos dinámicos sobre materiales compuestos reforzados con fibras de aramida (Kevlar) y con fibras de polietileno (Dyneema).

4. PROPIEDADES DINAMICAS DE MA-TERIALES CERAMICOS Y COM-PUESTOS

Como indicamos en el apartado anterior, una de las mayores limitaciones a la extensión de la utilización de los métodos numéricos para el diseño de blindajes ligeros (cerámicos y compuestos) es la escasez y en ocasiones ausencia completa de datos experimentales sobre el comportamiento dinámico de los materiales utilizados.

Por lo que respecta a los materiales cerámicos avanzados, los fabricantes no suelen proporcionar más datos que las constantes elásticas y en algunos casos la resistencia a compresión estática y el módulo de rotura estático. En la literatura científica pueden encontrarse datos sobre el Hugoniot y sobre la tenacidad de fractura. Es muy difícil encontrar datos de resistencia dinámica a tracción y casi imposible tener otros datos importantes para la simulación numérica, como son las propiedades mecánicas del material fisurado.

En el caso de los materiales compuestos de utilización balística, la situación es parecida. Se tienen datos de las constantes elásticas estáticas y de las resistencias estáticas a tracción, compresión y cortante en las distintas direcciones del espacio, pero faltan datos sobre la influencia en estas propiedades de la velocidad de deformación, así como de la influencia sobre las mismas de un daño previo.

En consecuencia, la determinación experimental de propiedades mecánicas de cerámicos y com-

puestos a altas velocidades de deformación constituye un campo de gran interés para la utilización de programas numéricos de simulación de impacto y para el diseño de blindajes ligeros.

En el Departamento de Ciencia de Materiales de la Universidad Politécnica de Madrid se ha desarrollado una línea de investigación para determinar las propiedades mecánicas de materiales cerámicos y compuestos de interés balístico a altas velocidades de deformación.

Con tal fin, en primer lugar se diseñó, se construyó y se calibró una barra Hopkinson, que es el aparato más ampliamente reconocido para determinar propiedades mecánicas de materiales a velocidades de deformación elevadas (hasta aproximadamente 10^{-3} s^{-1}). Con esta técnica, se realizaron ensayos dinámicos sobre materiales compuestos reforzados con fibras de aramida (Kevlar) y con fibras de polietileno (Dyneema), siendo la primera vez que se obtenían datos de resistencia a tracción de estos materiales a altas velocidades de deformación (Chocrón et al, 1997b). En las figuras 7 y 8 se resumen algunos de los resultados obtenidos.

En el caso de los materiales cerámicos, la dificultad experimental para obtener propiedades dinámicas es aun mayor que con los materiales compuestos. Es muy difícil determinar la resistencia a compresión, especialmente con los materiales más avanzados, carburo de silicio, carburo de boro, diboruro de titanio, etc. ya que al ser muy alta se plastifican las barras de la máquina de ensayos sin llegar a romper la probeta. Por otro lado, es también muy difícil determinar la resistencia a tracción con ensayos

directos, por la gran dificultad de mecanizar probetas de la forma requerida y por la gran sensibilidad de estos materiales a cualquier pequeña flexión introducida durante el ensayo. Por ello se decidió realizar ensayos de tracción indirecta, también denominados brasileños. Estos ensayos son muy comunes para obtener la resistencia a tracción estática de hormigones y en general de materiales que exhiban una resistencia a compresión mucho mayor que a tracción. La originalidad de nuestra idea fue utilizar estos ensayos en la barra Hopkinson para determinar la resistencia a tracción indirecta de materiales cerámicos avanzados a altas velocidades de deformación. Tras una simulación numérica cuidadosa del ensayo, se fijaron las condiciones para establecer su validez. El ensayo dinámico requiere la utilización simultánea de técnicas de fotografía de alta velocidad que garanticen que la primera grieta aparece a lo largo del diámetro normal a la dirección de carga para dar el ensayo por válido.

Con la técnica experimental del denominado ensayo brasileño, se determinó la resistencia a tracción dinámica de varios materiales cerámicos avanzados de interés balístico, alúminas de distinto grado de pureza, carburo de silicio y carburo de boro.

El problema de los ensayos brasileños es que el estado de cargas aplicado a la probeta no es uniaxial. A lo largo del diámetro normal a la dirección de aplicación de las cargas aparecen tensiones de tracción, sensiblemente uniformes, que son las causantes de la rotura de la probeta. Sin embargo, en dicho plano aparecen también tensiones de compresión normales a las anteriores y que además no son constantes a lo largo del plano. Por ello, para poder considerar que los resultados que se obtienen con el ensayo brasileño proporcionan la resistencia a tracción dinámica del material hay que suponer que dicha propiedad no se ve afectada por la existencia de tensiones de compresión normales a las tracciones que rompen la probeta. Esta hipótesis es muy fuerte y desde luego no puede comprobarse a menos que se realicen ensayos de tracción dinámica directa, es decir ensayos en los que la probeta esté sometida exclusivamente a tensiones de tracción uniaxial.

Para obviar estos inconvenientes, Gálvez y Sánchez Gálvez (1997, 1999) propusieron una nueva técnica experimental, que denominamos ensayo de "spalling", que permite obtener la resistencia a tracción dinámica de materiales cerámicos en condiciones uniaxiales de carga. El ensayo se basa en la reflexión de ondas elásticas de tensión en un extremo libre de la probeta. La única hipótesis necesaria para la validez del ensayo es que el material no sufra un daño que afecte a sus propiedades cuando se somete a compresión previa hasta niveles del mismo orden de su resistencia a tracción. Esta hipótesis se cumple sobradamente en el caso de los materiales cerámicos avanzados. Una descripción detallada del método de ensayo puede consultarse en las referencias citadas.

Como ejemplo de los resultados de los ensayos se presenta la figura 9 en la que se resumen los valores de resistencia a tracción dinámica de alúmina de 99,5% de pureza. Puede observarse que con este material la hipótesis necesaria para la validez del ensayo brasileño de que no influya el estado de tensiones multiaxial parece ser aceptable, por cuanto los resultados obtenidos con ambos métodos de ensayo son parecidos (243 MPa con el ensayo brasileño y 271 MPa con el ensayo de "spalling"). Aun así, con el ensayo de tracción directa se reduce la dispersión de resultados y la velocidad de deformación alcanzada es mayor.



Figura 9: Resultados del ensayo de "spalling" de alúmina de 99.5% de pureza.

5. REFERENCIAS

Chocrón, I.S. y Sánchez Gálvez, V. (1996) "Impact resistance of polymeric matrix composites". Proc. ICCE 3 Symp.. Jul. 1996.

Chocrón, I.S., Rodríguez, J. y Sánchez Gálvez, V. (1997a) "A simple analytical model to simulate textile fabric ballistic impact behaviour", Textile Res. J.,67,7, 520-528.

Chocrón, I.S., Rodríguez, J., Martínez, M.A. y Sánchez Gálvez, V. (1997b) "Dynamic tensile testing of aramid and polyethylene fiber composites", Int. J. Impact Engng., 19, 2, 135-146.

Chocrón, I.S. y Sánchez Gálvez, V. (1998) "A new analytical model to simulate impact onto ceramic/composite armors", Int. J. Impact Engng., 21, 6, 461-471.

Cortés, R., Navarro, C., Martínez, M.A., Rodríguez, J. y Sánchez Gálvez, V. (1992) "Numerical modelling of normal impact on ceramic composite armours", Int. J. Impact Engn., 12, 4, 639-651.

den Reijer, P.C. (1991) "Impact on ceramic faced armours", PhD Thesis, Delft University of Technology.

Gálvez, F., Rodríguez, J. y Sánchez Gálvez, V. (1997) "Tensile strength measurements of ceramic materials at high rates of strain", Journal de Physique IV, 7, 151-156.

Gálvez, F. y Sánchez Gálvez, V. (1999) "Tracción dinámica en materiales cerámicos", Anales de Mecánica de la Fractura, 16, 459-464.

Johnson, G.R. y Hollmquist, T.J. (1994) "An improved computational constitutive model for brittle materials" en "High Pressure Science and Technology" S.C. Schmidt, J.W. Shaner, G.A. Samara y M. Ross (Eds.), AIP Press, Woodbury, 981-984.

Oña J., Chocrón, I.S. y Sánchez Gálvez, V. (1999) "Fractura dinámica de materiales compuestos avanzados", Anales de Mecánica de la Fractura, 16, 235-239.

Sánchez Gálvez, V., Gálvez, F. y Benito, O. (1998) "Numerical Simulation of ballistic impact on ceramic/metal add-on armours", ARA Meeting, Scheveningen, Holanda, Oct. 1998.

Woodward, R.L. (1990) "A simple onedimensional approach to modelling ceramic composite armour defeat", Int. J. Impact Engng., 9, 4, 455-474.

Zaera, R. y Sánchez Gálvez, V. (1998) "Analytical modelling of normal and oblique ballistic impact on ceramic/metal lightweight armours". Int. J. Impact Engng., 21, 3, 133-148.

MODELIZACIÓN SIMPLIFICADA DEL COMPORTAMIENTO DE COMPONENTES ESTRUCTURALES SOMETIDOS A IMPACTO

R. Zaera, A. Arias, C. Navarro

Área de Ingeniería Estructural, Departamento de Ingeniería Mecánica. Escuela Politécnica Superior, Universidad Carlos III de Madrid. Avda. de la Universidad 30, 28911 Leganés, Madrid.

Resumen. El elevado coste de la experimentación en problemas de impacto a velocidades superiores a los 600 m/s, para los que se requiere de instalaciones complejas, tanto por las medidas de seguridad que hay que tomar, como por los dispositivos de propulsión con los que hay que contar, ha propiciado el desarrollo de herramientas analíticas de simulación que simplifican y abaratan el proceso de diseño de estructuras sometidas a impacto. En este texto se presenta un resumen de los métodos empleados en la simulación analítica de impactos a alta velocidad. Así mismo se presenta un nuevo modelo para impacto de placas metálicas circulares empotradas desarrollado a partir de una ecuación de balance energético.

Abstract. Testing of high impact problems at speeds of over 600 m/s calls for the use of complex facilities equipped with special security measures as well as with high propulsion devices. The high cost of these facilities has led to the development of analytical simulation tools that simplifies the design of structures to be subjected to impact. A summary is given here of the methods of analytical simulation used in tests of high-speed impact. Also a new analytical model for fully clamped circular metallic plates subjected to impact is presented. This model uses an energy balance equation.

1. INTRODUCCION

Durante los últimos cincuenta años, científicos e ingenieros han mostrado un creciente interés por la solución de problemas relacionados con el impacto de sólidos. Ejemplos de este tipo de problemas pueden encontrarse en el campo de la protección militar, explosiones sobre estructuras, accidentes de vehículos, impactos sobre aviones o satélites. Hasta hace un par de décadas, el análisis de estos problemas se limitaba casi exclusivamente a las colisiones sólidos de geometrías simples y bajas energías de impacto con deformaciones plásticas limitadas. La razón hay que buscarla tanto en la complejidad matemática que aparece en la resolución de las ecuaciones que gobiernan estos fenómenos como en la relativa ignorancia sobre el comportamiento mecánico de los materiales a elevadas velocidades de deformación. La aparición de potentes herramientas de cálculo y el progreso en las técnicas de instrumentación, que han permitido disponer de una mayor cantidad de datos experimentales, han venido a ayudar a la resolución de problemas impulsivos. El ingeniero comienza a disponer de una serie de modelos que brindan una indispensable ayuda en el estudio de choque de coches, impactos sobre álabes de turbinas o protecciones balísticas y explosiones sobre estructuras o vehículos.

Atendiendo al concepto físico del término, se define habitualmente el impacto como un proceso de contacto entre dos o más sólidos en el que las fuerzas de contacto alcanzan valores elevados en un breve intervalo de tiempo. En cualquier proceso de contacto entre cuerpos aparecen fenómenos de transmisión de ondas de tensión que se propagan a cierta velocidad. Este fenómeno físico cobra especial relevancia en situaciones en las que la aplicación de las cargas es muy rápida. En estos casos, el estudio de este tipo de problemas se complica enormemente, ya que las ecuaciones de los problemas dejan de ser lineales, tanto por las ecuaciones de comportamiento del material como por las deformaciones que aparecen. Otro rasgo diferenciador en los problemas de impacto es la necesidad de incluir en el estudio del problema la evolución del cuerpo que ejerce la carga. En problemas no impulsivos, es habitual considerar conocida la carga a priori -un valor constante en problemas cuasi-estáticos o una función del tiempo conocida en problemas vibratorios-, ignorando el posible efecto que la respuesta del sólido pueda tener sobre la causa de la carga. En problemas impulsivos es necesario estudiar de forma acoplada la evolución del cuerpo que recibe el impacto y del cuerpo que lo produce ya que, de otra forma, es imposible conocer el valor de la fuerza de contacto.

2. SIMULACIÓN DE PROBLEMAS DE IMPACTO

El diseño de estructuras sometidas a impacto es una actividad que se ha realizado tradicionalmente de forma empírica, mediante pruebas de impacto real con la configuración proyectil-blanco objeto de cada estudio. Este método de diseño ofrece una gran seguridad, pero presenta la desventaja de ofrecer resultados válidos exclusivamente para la configuración ensayada y difícilmente extrapolables; cualquier modificación en la velocidad de impacto o en las características del proyectil o del blanco invalida los datos obtenidos. Es además el método más gravoso económicamente ya que para la realización de pruebas de impacto se requieren instalaciones y dispositivos costosos. En el caso de que el objetivo de las pruebas experimentales sea más amplio que la simple obtención de las características del blanco que evita que se alcance un nivel de daño no aconsejable, o de las características del proyectil que consiguen perforar un blindaje o destruir una estructura, la realización de pruebas experimentales puede ser mucho más costosa; si se desea obtener la deformación del blanco o la posición del proyectil durante el proceso de perforación se requieren dispositivos de fotografía ultrarrápida -óptica o de rayos X- que encarecen enormemente los ensayos. Con objeto de ampliar la validez de las pruebas de fuego a configuraciones proyectil-blanco diferentes de las ensayadas, se han desarrollado paralelamente las denominadas técnicas semiempíricas, que proponen ecuaciones algebraicas con algún fundamento teórico y calibradas a partir de un gran número de datos experimentales. Estas ecuaciones permiten interpolar o extrapolar resultados. Una enumeración de fórmulas semiempíricas empleadas habitualmente en el diseño de blindajes metálicos sometidos a impacto de proyectiles metálicos puede encontrarse en el trabajo de Zukas (1982). En general, este tipo de técnicas no avanzan en el conocimiento de los fenómenos físicos que tienen lugar durante el proceso de impacto. La necesidad de disponer de herramientas de diseño que permitan simular un proceso de impacto ha impulsado en las últimas décadas el desarrollo de un gran número de modelos analíticos.

La modelización analítica consiste en asumir una serie de hipótesis simplificativas en los mecanismos físicos que definen el comportamiento de los sólidos y definir, mediante ecuaciones sencillas, un modelo analítico que permita resolver cada problema en unos pocos minutos o segundos. La precisión de estos métodos es menor que la de los métodos numéricos, pero su rapidez compensa este inconveniente, ya que permiten realizar una gran cantidad de cálculos en poco tiempo. Los modelos analíticos, también denominados modelos ingenieriles, se muestran como una herramienta de gran utilidad en el diseño de blindajes por su rapidez y sencillez de manejo, además de proveer una detallada información acerca del proceso de penetración. La caracterización de los materiales en estos modelos se suele expresar mediante ecuaciones sencillas y a través de parámetros de determinación experimental, tales como el módulo de elasticidad, la resistencia o la deformación de rotura. La ecuaciones utilizadas en mecánica de medios continuos se simplifican considerablemente al introducir hipótesis obtenidas del análisis del comportamiento global del fenómeno. La aproximación que se obtiene con este tipo de modelos depende en gran medida de su complejidad. La introducción de un mayor número de variables en el modelo permite reproducir con mayor exactitud los fenómenos físicos que tienen lugar durante el impacto, aunque se complica la resolución del sistema de ecuaciones diferenciales y aumenta el tiempo de ejecución. Por ello es necesario llegar a un compromiso entre la capacidad del modelo para predecir resultados experimentales y la necesidad de que el cálculo no adquiera un gran complejidad. En este sentido, es frecuente considerar las siguiente hipótesis para la simulación de impactos a alta velocidad (Zukas, 1982): se asume que únicamente una pequeña zona en torno al punto de impacto sufre sus efectos. Las condiciones de no se consideran; los contorno fenómenos termodinámicos (rozamientos, aumento de temperatura por deformación y variación de propiedades mecánicas en el material por cambio de temperatura) no se consideran; los materiales se consideran rígidos hasta su plastificación (se evita la complejidad de contemplar fenómenos de transmisión de ondas elásticas sin cometer graves errores, ya que la mayor parte de la energía del impacto se disipa en deformación plástica). Bajo estas hipótesis, las predicciones de los modelos analíticos suelen ser suficientemente acertadas en la mayor parte de los casos, aunque la validez de cada modelo se restringe a un problema de características concretas para el cual ha sido desarrollado.

3. MODELOS ANALÍTICOS PARA VIGAS Y PLACAS METÁLICAS

La modelización analítica de vigas o placas sometidas a cargas impulsivas se suele realizar utilizando ecuaciones de balance energético o de variación de momento. En ambos casos se postula algún tipo de deformada característica que el elemento estructural deberá seguir.

Modelización mediante ecuación de balance energético.

En este tipo de modelos (Calder et al., 1971, Perrone et al., 1984) se elige, para indicar el desplazamiento u de un punto de la estructura, una función de la forma:

$$u = u_o(t) \phi(r) \tag{1}$$

donde u_a es el desplazamiento de un punto característico de la viga o de la placa, y cuya posición determina completamente la posición del resto de los puntos (Fig. 1). Partiendo de esta ecuación se obtiene el campo de velocidades y de deformaciones, con lo que se puede calcular la energía cinética E_{ι} del sólido y la energía disipada en deformación plástica E_{μ} . El balance energético se plantea en forma diferencial:

$$\dot{T} = \dot{E}_k + \dot{E}_p \tag{2}$$

donde *T* es el trabajo realizado por las cargas exteriores. De esta ecuación de balance se obtiene una relación entre u_o , \dot{u}_o y \ddot{u}_o que puede integrarse numéricamente en el tiempo para obtener u_o en cada instante y, por tanto, la deformada de la placa. La condición de rotura en la placa suele establecerse en términos de deformación longitudinal de la placa.



Fig. 1. Deformada característica para una placa en función de la posición de uno de los puntos.

Modelización mediante ecuaciones de variación del momento.

Existen otro tipo de modelos para estudiar la respuesta de vigas y placas (Parkes, 1955, Shen et al., 1993) que utilizan un planteamiento alternativo consistente en suponer campos de velocidad o de desplazamiento lineales a tramos. En los puntos de discontinuidad se supone la existencia de rótulas plásticas (Fig. 2), lo que permite conocer el valor de los esfuerzos en estos puntos. Sobre cada tramo se aplican ecuaciones de variación del momento lineal y del momento angular, con lo que se dispone de la ecuaciones del movimiento en función de las cargas exteriores aplicadas. En cuanto a la posición de las rótulas, puede suponerse fija o variable. En el primer caso es habitual determinar su posición inicial en los puntos de aplicación de las cargas. En el segundo caso, es necesario disponer de ecuaciones adicionales que permitan determinar la posición en cada instante de las rótulas, para lo que suele emplearse el principio de máximo trabajo plástico. La condición de rotura se asocia a la deformación longitudinal o al valor del cortante en las rótulas plásticas.



Fig. 2. Campo de velocidades característico para una placa.

4. MODELOS DE PENETRACIÓN EN BLANCOS SEMIINFINITOS

A diferencia de los problemas indicados anteriormente, en los problemas de penetración se considera un proyectil que se introduce en el blanco y cuya evolución debe ser analizada conjuntamente a la del blanco que recibe el impacto. La aplicación de estos modelos está restringida prácticamente a los problemas balísticos.

Impacto a hipervelocidad

Los primeros modelos analíticos de impacto a alta velocidad se desarrollaron en el campo de la hipervelocidad. A estas velocidades, el valor de las tensiones superan ampliamente la resistencia de los materiales, que presentan un comportamiento más cercano al de los fluidos que al de los sólidos. Esto permite utilizar sencillos principios de mecánica de fluidos para formalizar el problema. El primer acercamiento a la simulación de este tipo de problemas lo constituyen el trabajo de Pack y Evans (1951) con el desarrollo del modelo denominado "fluid jet penetration" para penetración de proyectiles esbeltos en blancos de gran espesor. En este modelo proyectil y blanco se estudian como fluidos y la interfase entre ellos es un punto de remanso sobre el que se toma un sistema de referencia móvil y se plantea el equilibrio de presiones (Fig. 3). Este punto de remanso avanza a una velocidad u, mientras que el proyectil lleva una velocidad v. La ecuación propuesta por estos autores es:

$$\frac{1}{2}\rho_{p}(v-u)^{2} = \frac{1}{2}\rho_{t}u^{2}$$
(3)

donde ρ_{ν} y ρ_{ν} son las densidades de proyectil y blanco, respectivamente. De esta ecuación se obtiene una velocidad de penetración *u* constante, menor que *v*, por lo que el proyectil va perdiendo longitud de acuerdo con la ecuación:

$$\frac{dL}{dt} = -(v - u) \tag{4}$$

La penetración cesa cuando el proyectil se ha erosionado completamente, instante en el cual la profundidad del crater es, según el modelo:

$$p = L_{\sqrt{\rho_{p}}} \rho_{t}$$
(5)

siendo L la longitud inicial del proyectil. Según esta ecuación, la profundidad es independiente de la velocidad del proyectil, lo que puede comprobarse experimentalmente en impactos a hipervelocidad. Sin embargo, para velocidades de impacto por debajo de los 3000 m/s, las propiedades resistentes de los materiales comienzan a tener relevancia y el modelo anterior deja de tener validez.



Fig. 3. Modelo "fluid jet penetration".

Impacto a velocidades inferiores a 3000 m/s

Con la intención de resolver la discrepancia observada entre la teoría del "fluid jet penetration" y los resultados experimentales para velocidades de impacto inferiores a los 2500 m/s, Tate (1967) y Alekseevskii (1966) propusieron de forma independiente una modificación de la ecuación de Pack y Evans introduciendo la resistencia del proyectil Y_p y del blanco Y_p . La ecuación de Tate-Alekseevskii queda:

$$\frac{1}{2}\rho_p(v-u)^2 + Y_p = \frac{1}{2}\rho_t u^2 + Y_t$$
(6)

La velocidad de penetración u puede obtenerse en cada instante, teniendo en cuenta que el proyectil es ahora decelerado de acuerdo con la ecuación:

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{Y_p}{\rho_p L} \tag{7}$$

La ecuaciones (4), (6) y (7) permiten resolver el problema de penetración para velocidades de impacto inferiores a los 3000 m/s proporcionando resultados muy cercanos a los valores experimentales. Aunque el desarrollo del modelo de Tate-Alekseevskii estuvo

asociado a blancos metálicos, numerosos autores lo han utilizado para blancos de cerámicas avanzadas (Bless et al., 1987, Sternberg, 1989, Hohler et al., 1995).

5. PENETRACIÓN EN BLANCOS METÁLICOS DE ESPESOR FINITO

Los dos modelos más empleados para el estudio de placas metálicas sometidas a impacto de proyectiles son los debidos a Awerbuch & Bodner (1974) y a Ravid & Bodner (1983).

Modelo de Awerbuch & Bodner

Este modelo es unidimensional y considera proyectiles rígidos. El proyectil perfora la placa metálica a una velocidad v, con lo que la posición z de su punta con respecto a la cara anterior de la placa viene dada por la ecuación:

$$v = \frac{dz}{dt} \tag{8}$$

Puesto que el modelo sólo considera desplazamientos en la dirección del impacto y no se admite flujo en dirección radial, se supone que el material del blanco que el proyectil encuentra durante la penetración queda unida a su punta ocupando un volumen nulo de masa finita. La masa *m* asociada en cada instante al proyectil es, por tanto:

$$m = m_o + \rho_t Az \tag{9}$$

siendo m_a la masa inicial del proyectil, A su sección y ρ_i la densidad de la placa. Las fuerzas resistentes que se oponen a la penetración son F_c , F_i y F_i ; F_c representa la fuerza necesaria para plastificar el material de la placa – proporcional a su límite elástico-, F_i representa la fuerza necesaria para acelerar la masa que se va incorporando al proyectil –proporcional a v^2 - y F_c representa la fuerza tangencial que se opone al deslizamiento entre el proyectil y el blanco. La ecuación del movimiento es:

$$-(F_{c} + F_{i} + F_{s}) = \rho_{t} A v^{2} + (m_{o} + \rho_{t} A z) \frac{dv}{dt}$$
(10)

El proceso de penetración se divide en tres etapas distintas (Fig. 4). Durante el primero, el proyectil encuentra exclusivamente las fuerzas que actúan sobre la punta $-F_c$ y F_c , en la segunda fase actúa tambien la fuerza cortante F_c y en la tercera fase se produce la salida del tapón, por lo que la fuerza sobre la punta desaparecen. El mayor inconveniente del modelo de Awerbuch & Bodner está en el tratamiento unidimensional que se hace de un problema claramente bidimensional, con flujo de material en dirección radial. Por otra parte, requiere de un conjunto de parámetros que es necesario calibrar ántes de poder utilizar el modelos. Sin embargo, debido a su gran simplicidad ha sido utilizado ampliamente en el diseño de blindajes.



Fig. 4. Etapas del modelo de penetración de Awerbuch & Bodner.

Modelo de Ravid y Bodner

El modelo de Ravid y Bodner contempla un campo de desplazamientos bidimensional del material de blanco en torno al proyectil, que se supone también rígido. El proceso de penetración se considera dividido en cinco etapas que incluyen la formación de un abultamiento en la parte posterior de la placa metálica y la salida final del tapón. Este modelo ofrece resultados muy ajustados a los valores experimentales. Por otra parte, presenta la ventaja frente al modelo de Awerbuch y Bodner de no requerir parámetros empíricos que necesitan calibración.



Fig. 5. Etapas finales del modelo de Ravid y Bodner.

6. IMPACTO SOBRE COMPONENTES DE MATERIAL COMPUESTO

En la protección balística de sistemas móviles vehículos y aeronaves militares o civiles, personal de cuerpos de seguridad- es indispensable reducir al máximo el peso del blindaje. En estos casos se suelen utilizar blindajes de material compuestos de fibra vidrio, aramida, polietileno- o metales ligeros como el titanio. Si el proyectil tiene un núcleo perforante de acero o wolframio, es habitual además disponer delante de la placa de material compuesto o metálica una capa de losetas de cerámicas avanzadas -alúmina, nitruro de aluminio, carburo de silicio, carburo de boro- con las que se consigue una gran reducción de peso. La modelización se complica entonces por la existencia de distintos materiales, algunos de ellos con comportamiento anisótropo, con respuestas radicalmente diferentes ante cargas impulsivas.

Modelos para laminados de fibra

Los modelos analíticos de impacto sobre material compuesto de fibras son muy escasos. Se han realizado algunos modelos para laminados de aramida y polietileno. Los más recientes (Navarro et al. 1994, Chocrón et al., 1998, Navarro, 1998) se basan en el estudio de Jameson et al. (1962) sobre el efecto de un impacto transversal sobre una fibra elástica, que da lugar a la transmisión en ella de dos ondas de velocidades diferentes. Una onda longitudinal de tracción que se transmite a la velocidad c_i :

$$c_{I} = \sqrt{\frac{E_{fibra}}{\rho_{fibra}}}$$
(11)

y otra que se transmite a una velocidad inferior c_i :

$$c_t = \sqrt{\frac{\sigma_{fibra}}{\rho_{fibra}}}$$
(12)

y que produce un desplazamiento en la dirección transversal (Fig. 6). $E_{\mu\nu\sigma}$ es el módulo de elasticidad del material de la fibra, $\rho_{\mu\nu\sigma}$ su densidad y $\sigma_{\mu\nu\sigma}$ la tensión en la fibra.



Fig. 6. Deformación en una fibra sometida a una fuerza transversal *P*.

En los laminados que se emplean en la protección frente a impacto, el comportamiento de cada fibra aislada es mucho más complejo, ya que interaccionan entre sí a través del tejido y de la matriz. La modelización de estos fenómenos está aún sin resolver todos completamente, incluso en el caso de la simulación mediante técnicas numéricas, en las que se dispone muchas más posibilidades para formalizar el problema. En los anteriores modelos analíticos se opta por considerar el laminado como un conjunto de fibras que responden ante el impacto como si estuvieran aisladas, con lo que se simplifica considerablemente el problema. campo de desplazamientos propone un Se bidimensional, deducido del de la Fig. 6, y se calcula la resistencia del laminado ante el impacto como suma de las contribuciones individuales de los hilos, cada uno de ellos con una deformación diferente. La perforación se alcanza cuando la deformación de las fibras del laminado alcanza un valor límite o cuando el proyectil ha sido capaz de perforar cada una de las láminas. En el trabajo de Navarro (1998) puede encontrarse una revisión de modelos simplificados para materiales compuestos de matriz polimérica y refuerzo de fibras sometidos a impacto.

Modelos para blindajes cerámicos ligeros

La utilización de material cerámico en la protección comenzó a mediados de los años 60. La incorporación de una capa de losetas de cerámica de elevadas propiedades mecánicas tiene un importante efecto erosivo sobre el proyectil. La placa posterior de material compuesto o metálica tiene la misión de contener los fragmentos de material cerámico y absorber la energía cinética del proyectil. El proceso de penetración pasa por diversas etapas (Fig. 7); la primera dura unos pocos microsegundos durante los cuales la loseta cerámica se fragmentando, va creándose volumen un aproximadamente cónico de cerámica fragmentada delante del proyectil. En esta primera etapa la cerámica presenta su máxima resistencia a la penetración y apenas transmite carga a la placa posterior. Finalizada esta etapa, el proyectil comienza a penetrar en la cerámica fragmentada, al tiempo que ésta reparte la carga sobre la placa posterior, que comienza a deformarse. Una vez que el proyectil ha perforado el volumen de cerámica fragmentada, comienza a penetrar en la placa posterior. Si el proyectil queda detenido en alguna de estas fases, el blindaje habrá cumplido su misión; en caso contrario habrá sido perforado.

El primer modelo analítico para diseño de protecciones cerámicas se debe a Florence (1969) para paneles cerámica/metal. En este modelo el proyectil se idealiza como un cilindro rígido que impacta sobre el blindaje. Se admite que la cerámica se fragmenta progresivamente cuando el proyectil choca contra ella formándose un tronco de cono que distribuye la carga sobre la placa metálica. El análisis se plantea en términos energéticos: si la energía cinética del proyectil es superior a la energía que la placa metálica puede absorber por deformación plástica, el proyectil perforará; en caso contrario se producirá la detención del proyectil. Para tratar de forma analítica el problema Florence adopta las siguientes simplificaciones: el diámetro de la zona circular de la placa metálica afectada por el impacto es igual al de la base del cono de cerámica fracturada; el radio de la base del cono es igual al radio del proyectil mas el doble del espesor de la loseta cerámica; la placa se modeliza como una membrana circular apoyada en el contorno; la placa rompe cuando la máxima deformación en ella alcanza un valor límite igual a la deformación de rotura uniaxial de la placa; se desprecia la energía consumida en la fragmentación de la loseta cerámica. Bajo estas hipótesis e igualando la energía cinética del proyectil a la energía absorbida por la placa hasta rotura se obtiene una ecuación que permite obtener la velocidad límite por encima de la cual el proyectil perfora. Las venatajas de este modelo provienen de su simplicidad y la sencillez de cálculo. Sin embargo, no tiene encuenta el tipo de cerámica –factor esencial en la efectividad del blindaje- y no considera la disipación de energía cinética del proyectil en erosión del proyectil. Con él se obtiene resultados demasiado conservadores, con velocidades límite v_p demasiado bajas.



Fig. 7. Etapas del proceso de penetración en un blindaje cerámico.

Con posterioridad se han ido proponiendo otros modelos tanto para cerámica/material compuesto (Navarro et al., 1994, Chocrón et al., 1998) como para cerámica/metal (Woodward, 1990, den Reijer, 1991, Zaera et al., 1998) en los que se plantean una serie de ecuaciones en las que se consideran los procesos físicas esenciales que tienen lugar durante la penetración y que, integradas en el tiempo, permiten obtener la evolución del sistema desde el instante en que el proyectil toma contacto con el blindaje hasta el momento de perforación o parada. Son todos ellos modelos unidimensionales, en el sentido de que estudian exclusivamente el movimiento en la dirección del impacto. Cada una de las partes involucradas en el problema -proyectil, cerámica y placa posterior- se estudia por separado. Sobre proyectil y cono de cerámica se plantean las ecuaciones de variación del momento lineal en la dirección del impacto, teniendo en cuenta que ambos sitemas son de masa variable, ya que tanto proyectil como cono de cerámica van perdiendo masa por erosión a medida que la penetración del proyectil avanza. Junto a estas ecuaciones de variación del momento lineal se emplea una ecuación que recoge el fenómeno de erosión en la interfase proyectil-cerámica en función de la diferencia de velocidades entre proyectil y cerámica. En cuanto al estudio de la placa de respaldo, se utilizan modelos de comportamiento de placas sometidas a impacto durante la etapa en la que el proyectil está todavía penetrando en el cono de cerámica fragmentada; una vez que la punta del proyectil alcanza el back-up plate, se utilizan modelos de penetración en placas de espesor.

7. MODELO ANALÍTICO PARA PLACAS CIRCULARES EMPOTRADAS

Los autores han desarrollado recientemente un modelo analítico para la simulación de placas circulares metálicas empotradas sometidas a cargas impulsivas perpendiculares, teniendo en cuenta inercia de traslación, inercia rotatoria, axiles y momentos flectores radial y circunferencial. Para ello se ha partido de la ecuación de balance de potencias

$$\dot{W}_e = \dot{E}_c + \dot{W}_p \tag{13}$$

donde W_e , E_c y W_p representan el trabajo de las fuerzas exteriores sobre la placa, la energía cinética de la placa y el trabajo disipado en deformación plástica de la placa, respectivamente. La determinación de cada uno de los términos de la ecuación (13) puede obtenerse a partir del campo de desplazamientos de la placa, tarea que queda facilitada si este campo se describe en forma modal, como producto de una función del tiempo y una función de la variable espacial. Para ello se ha propuesto un campo de desplazamientos definido por una función de forma $\phi(r)$ que se ajusta a las condiciones de contorno del problema (Fig. 8). Así, el desplazamiento de un punto del plano medio de la placa viene dado por la ecuación

$$u = u_o(t)\phi(r) \tag{14}$$

siendo u_o es el desplazamiento en el eje de la placa.



Fig. 8. Campo de desplazamientos de la placa circular en el plano meridiano

Trabajo de las fuerzas exteriores

Admitiendo que la carga exterior se aplica sobre toda la placa y en dirección normal a su superficie,como correspondería al efecto de una explosión en un medio gaseoso o a una sobrepresión en un medio líquido que estuviesen en contacto con ella, la potencia de las fuerzas exteriores puede expresarse

$$\dot{W}_e = 2\pi p \int_0^R \dot{u}_0 \phi \, \mathbf{r} \, \mathrm{d}\mathbf{r} \tag{15}$$

donde p es la presión exterior considerada uniforme y R el radio de la placa.

Energía cinética

En el cálculo de la energía cinética se han tenido en cuenta los términos de traslación y de rotación. Llamando H al espesor de la placa y ρ a la densidad del metal obtenemos:

$$\dot{E}_{c}^{t} = 2\pi \,\rho \,H \int_{0}^{R} \dot{u}_{o} \,\ddot{u}_{o} \,\phi^{2} \,r \,\mathrm{dr}$$
(16)

$$\dot{E}_{r}^{c} = \pi \rho H^{3} \int_{0}^{R} \frac{1}{6} \dot{u}_{o} \ddot{u}_{o} \frac{\phi^{2}}{(1+u_{o}^{2} \phi^{'2})^{2}} r dr - -\pi \rho H^{3} \int_{0}^{R} \frac{1}{3} u_{o} \dot{u}_{o}^{3} \frac{\phi^{'4}}{(1+u_{o}^{2} \phi^{'2})^{3}} r dr$$
(17)

La suma de ambos términos permite obtener uno de los sumandos de la ecuación (13).

Trabajo plástico

Se han considerado para el cálculo del trabajo plástico los siguientes esfuerzos -por unidad de ancho-: el momento radial M_r , el momento circunferencial M_{θ} y el esfuerzo axil N_r . El trabajo plástico debido al esfuerzo cortante puede obviarse en placas con R/H < 2(Jones, 1989) y, dado que los desplazamientos radiales en este tipo de problemas son pequeños (Griffith et al., 1961), puede obviarse también el trabajo realizado por el esfuerzo de membrana en dirección circunferencial. Asociados a los tres esfuerzos considerados aparecen, respectivamente, las siguientes variables geométricas: la curvatura radial χ_r , la curvatura circunferencial χ_{θ} y la deformación longitudinal del plano medio ε_r . Para el cálculo de estas variables pueden emplearse las expresiones dadas por la geometría analítica para superficies de revolución. Dado que se pretenden analizar problemas con desplazamientos del eje de la placa varias veces superiores al espesor H, se han empleado las expresiones completas de las curvaturas principales para una superficie de revolución. Para la potencia plástica debida al esfuerzo axil obtenemos la expresión

$$\dot{W}_{p}^{\varepsilon_{r}} = 2\pi \int_{0}^{R} u_{o} \dot{u}_{o} N_{r} \frac{\phi^{2}}{(1+u_{o}^{2} \phi^{2})^{1/2}} r dr \qquad (18)$$

Para la potencia plástica debida al momento radial $W_{p}^{\alpha'}$ y para la potencia debida al momento circunferencial $W_{p}^{\chi\theta}$ obtenemos respectivamente

$$\dot{W}_{p}^{\chi r} = 2\pi \int_{0}^{R} M_{r} (\chi_{r} \, \dot{d}s + \dot{\chi}_{r} \, ds) \, r \tag{19}$$

$$\dot{W}_{p}^{\chi\vartheta} = 2\pi \int_{0}^{R} M_{\theta} \dot{\chi}_{\theta} r dr$$
⁽²⁰⁾

Sumando estos tres términos se obtiene w_p . La ecuación de balance de potencias queda entonce como una ecuación diferencial

$$f(u_o, \dot{u}_o, \ddot{u}_o) = 0 \tag{21}$$

La resolución de esta ecuación, así como la obtención de las diversas integrales presentadas se ha realizado numéricamente.

Cálculo de los esfuerzos

Para el cálculo de los esfuerzos se ha empleado la regla de la normalidad que postula, para un punto determinado de la placa, la proporcionalidad entre el vector $\{\dot{\varepsilon}_r, \dot{\chi}_r, \dot{\chi}_l\}$ y el vector normal a la superficie de fluencia $\{N_r, M_r, M_\theta\}$. Para ello es necesario obtener un criterio de plastificación acoplado para los tres esfuerzos considerados. Cuando uno de los esfuerzos es nulo es posible obtener un criterio de plastificación para los otros dos esfuerzos considerando distribuciones de tensiones sencillas. Dado que se requiere de un criterio que relacione los tres esfuerzos se ha propuesto a tal efecto la ecuación (22), una superficie elipsoidal que, por ser continua, facilita la aplicación de la regla de la normalidad. Al ser convexa, verifica el principio de estabilidad de Drucker.

$$\left(\frac{N_r}{N_p}\right)^2 + \left(\frac{M_r}{M_p}\right)^2 + \left(\frac{M_\theta}{M_p}\right)^2 - \frac{M_r M_\theta}{M_p^2} = 1$$
(22)

La regla de la normalidad proporciona entonces los siguientes valores de los esfuerzos:

$$N_{r} = \sqrt{3} \frac{N_{p}^{2} \dot{\varepsilon}_{r}}{\sqrt{3N_{p}^{2} \dot{\varepsilon}_{r}^{2} + 4M_{p}^{2} (\dot{\chi}_{r}^{2} + \dot{\chi}_{\theta}^{2} + \dot{\chi}_{r} \dot{\chi}_{\theta})}}$$
(23)

$$M_{r} = 2 \frac{\sqrt{3}}{3} \frac{M_{p}^{2} (2 \dot{\chi}_{r} + \dot{\chi}_{\theta})}{\sqrt{3N_{p}^{2} \dot{\varepsilon}_{r}^{2} + 4M_{p}^{2} (\dot{\chi}_{r}^{2} + \dot{\chi}_{\theta}^{2} + \dot{\chi}_{r} \dot{\chi}_{\theta})}}$$
(24)

$$M_{\theta} = 2 \frac{\sqrt{3}}{3} \frac{M_{p}^{2} (2 \dot{\chi}_{\theta} + \dot{\chi}_{r})}{\sqrt{3N_{p}^{2} \dot{\varepsilon}_{r}^{2} + 4M_{p}^{2} (\dot{\chi}_{r}^{2} + \dot{\chi}_{\theta}^{2} + \dot{\chi}_{r} \dot{\chi}_{\theta})}}$$
(25)

Validación del modelo

Para la validación del modelo se han utilizado los resultados experimentales obtenidos por Bodner y Symonds (1979) para placas metálicas circulares empotradas sometidas a cargas explosivas. Las placas ensayadas eran acero laminado en caliente (ASTM.A415) y titanio de 99.2% de pureza (Ti-50A). Estos materiales presentan una curva de endurecimiento tipo Cowper-Symonds (ec. 26) siendo $\overline{\sigma}$ y $\dot{\overline{\epsilon}}$ son la tensión equivalente y la velocidad de deformación plástica equivalente respectivamente. Los datos de cada material vienen dados en la tabla 1.

$$\frac{\overline{\sigma}}{\sigma_o} = 1 + \left(\frac{\dot{\overline{\varepsilon}}}{\dot{\varepsilon}_o}\right)^n \tag{26}$$

El límite elástico utilizado para la determinación del axil plástico y del momento plástico se obtiene de la anterior ecuación de endurecimiento, adoptando \mathcal{E}_r como medida de la velocidad de deformación equivalente para cada punto de la placa. Las dimensiones R y H de las placas figuran también en la tabla 1. La función de forma elegida ha sido la propuesta por Westine and Baker (1974) para placas circulares empotradas

$$\phi(r) = \frac{1}{2} \left(1 + \cos \frac{\pi r}{R} \right)$$
(27)

Para la descripción del pulso de presión provocado por la carga explosiva se ha adoptado una función triangular, propuesta por Biggs (1964)

$$p(t) = p_{max} \left(1 - \frac{t}{t_{load}} \right)$$
(28)

donde t_{load} es la duración del pulso y p_{max} es la presión al inicio del pulso. El valor de t_{load} se ha fijado en 10 μs , de acuerdo con la duración del pulso de presión indicado en (Bodner y Symonds, 1979). Fijada la forma del pulso, su duración y el valor del impulso ejercido por la onda de presión sobre la placa se puede obtener el valor de t_{load} . En las figuras 9 y 10 se muestran los resultados del modelo desarrollado comparados con los resultados experimentales, los resultados del modelo de Shen y Jones (1993) y del modelo de Jones (1989), este incorporando último el comportamiento viscoplástico del material según el modelo de Perrone y Badhra (1984). Las gráficas muestran el desplazamiento permanente adimensional en el eje de la placa u_{α}^{max} en función del impulso adimensional I:

$$I = \frac{\int p \, dt}{\sqrt{\rho \, \sigma_0 \, H^2}} \tag{29}$$

Como puede observarse, el modelo desarrollado por los autores proporciona resultados similares a los del modelo de Shen and Jones; ambos modelos dan lugar a un comportamiento más rígido de la placa, especialmente en el caso del acero. Por contra, el modelo de Jones-Perrone da lugar a un comportamiento más flexible.



Fig. 9: Validación del modelo con los resultados experimentales para la placa de acero.



Fig. 10: Validación del modelo con los resultados experimentales para la placa de titanio.

Tabla 1:	Propiedades	de las	s placas	ensayadas	por
Bodner v Symonds.					

propiedad, dimensiones	Acero ASTM.A415	Ti-A Titanio
<i>R</i> (m)	0.0318	0.0318
<i>H</i> (m)	0.00193	0.00234
ρ (kg/m ³)	7850	4520
σ_o MPa	223	251
$\dot{\mathcal{E}}_{o}$ (s ⁻¹)	40	120
п	5	9

8. REFERENCIAS

Alekseevskii V. P. (1966) "Penetration of a rod into a target at high velocity", in "Combustion, Explosion and Shock Waves", Faraday Press, USA.

Awerbuch A., Bodner S. R. (1974) "Analysis of the mechanics of perforation of projectiles in metallic plates", Int. J. Solids Struct., **10**, 671-684.

Biggs J. M. (1964) "Structural Dynamics", capítulo 7, McGraw-Hill.

Bless S. J., Rosenberg Z., Yoon B. (1967) "Hypervelocity penetration of ceramics", Int. J. Impact Engng, 5, 165-171.

Bodner S. R., Symonds S. (1979) "Experiments on viscoplastic response of circular plates to impulsive loading", J. Mech. Phys. Solids, **27**, 91-113.

Calder C. A., Goldsmith W. (1971) "Plastic deformation and perforation of thin plates resulting from projectile impact", Int. J. Solids Structures, 7, 863-881.

Chocron-Benloulo I. S., Sánchez-Gálvez V. (1988) "A New Analytical Model to Simulate Impact onto Ceramic/Composite Armors", Int. J. Impact Engng., **21**, 461-471.

den Reijer P. C. (1991) "Impact on ceramic faced armours", Ph. D. Thesis, Delft University of Technology.

Florence A. L. (1969) "Interaction of projectiles and composite armour. Part II", Stanford Research Institute, Menlo Park, California, USA.

Griffith J., Vanzant H. (1961) "Large deformation of circular membranes under static and dynamic loads", 1st. Int. Congress on Experimental Mechanics, New York.

Hohler V., Stilp A. J., Weber K. (1995) "Hypervelocity penetration of tungsten sinte-alloy rods into alumina", Int. J. Impact Engng., **17**, 409-418.

Jameson J. W., Stewart G. M., Peterson D. R., Odell F. A. (1962) "Dynamic distribution of strain in textile materials under high-speed impact. Part III: strain-time-position history in yarns", Textile Res. J., 858-860

Jones N. (1989) "Structural Impact", capítulo 6, Cambridge University Press.

Navarro C. (1998) "Simplified modelling of the ballistic behaviour of fabrics and fibre-reinforced polymeric matrix composites", Key Engineering Materials, **141-143**, 383-400.

Navarro C., Zaera R., Cortés R., Martínez Casanova M. A. (1994) "The response of ceramic faced lightweight armours under projectile impact", Structures under Shock and Impact III, 323-330.

Pack D. C., Evans W. M. (1951) "Penetration by high velocity jets I and II", Proc. Phys. Soc., 293-303.

Parkes E. W. (1955) "The permanent deformation of a cantilever struck transversely at its tip", Proc. R. Soc., Series A, 228.

Perrone N., Badhra P. (1984) "Simplified large deflection mode solutions for impulsively loaded, viscoplastic, circular mebranes", J. Appl. Mech., **51**, 505-509.

Ravid M., Bodner S. R. (1983) "Dynamic perforation of viscoplastic plates by rigid projectiles", Int. J. Engng. Sci., **21**, 577-591.

Shen, W. Q. and Jones, N. Dynamic (1993) "Response and failure of fully clamped circular plates under impulsive loading". Int. J. Impact Engng., **13** (2), 259-278.

Sternberg J. (1989) "Material properties determining the resistance of ceramics to high velocity penetration", J. Appl. Phys., **65**, 3417-3424.

Tate (1967) "A theory for the deceleration of long rod after impact", Jour. Mech. Phys. Solids, **15**, 387-399.

Westine, P. S. and Baker W. E (1974) "Energy solutions for predicting deformation in blast loaded structures. In Proc. 19th Explosive Safety Seminar, 849-879, Florida.

Woodward R. L. (1990), "A simple one-dimensional approach to modelling ceramic composite armour defeat", Int. J. Impact Engng., 9, 455-474, 1990.

Zaera R., Sánchez-Gálvez V. (1998) "Analytical modelling of normal and oblique ballistic impact on

ceramic/metal lightweight armours", Int. J. Impact Engng., 21, 133-148.

Zukas J. A., Nicholas T., Swift H. F., Greszczuk L. B., Curran D. R. (1982) "Impact Dynamics", John Wiley & Sons, New York.
DESARROLLO DE UN MODELO DE CRECIMIENTO DE GRIETAS PEQUEÑAS POR FATIGA

A. Navarro

Dpto. de Ingeniería Mecánica y de los Materiales E.T.S.I.I. de Sevilla, Camino de los Descubrimientos s/n, 41092, SEVILLA

Resumen. El presente trabajo describe el desarrollo durante los últimos años de un modelo de crecimiento de grietas por fatiga aplicable especialmente al regimen de grietas pequeñas, en el que el tamaño de las grietas es comparable al de los propios parámetros microestructurales del material. Se trata de una descripción micromecánica del proceso de crecimiento grietas, analizándolo en términos de sucesivos bloqueos de la zona plástica en bordes de grano u otras barreras microestructurales. El modelo está basado en la teoría de distribución de dislocaciones. Predice esencialmente todas las carácteristicas distintivas del crecimiento de grietas pequeñas, como son la propagación por debajo del umbral, el comportamiento oscilante de la velocidad de crecimiento que se va atenuando gradualmente y finalmente la convergencia con el período de grieta grande y la existencia de grietas no propagantes. La aplicación a componentes con concentradores de tensión, recogiendo la influencia del gradiente de tensiones originado por las entallas, permite obtener las mínimas condiciones de tensión requeridas para que una grieta pueda propagarse en el fondo de entalla (condiciones umbrales), identificando claramente el límite de iniciación y el límite de propagación hasta el fallo. Así mismo, el modelo propuesto permite explicar la formación de grietas no-propagantes en entallas agudas.

Abstract. The present work describes the development over a number of years of a fatigue crack growth model suitable for application in the short crack regime, where the size of the cracks is comparable to the characteristic microstructural parameters of the material. A micromechanical description of the growth process has been proposed which rationalizes the progression of the crack in terms of successive blocking of the plastic zone by slip barriers, such as grain boundaries. The model is based in the theory of distributed dislocations and accounts for the distinctive features of short fatigue crack propagation, namely, the growth below the long crack growth stress intensity threshold, the intermittent pattern of decelerating and accelerating behaviour and later convergence to the long crack growth curves and the existence of non-propagating cracks. Application to components with stress concentrations is also described. Here the influence of the notch stress gradient must be taken into account. The notch crack initiation limit and the limit for propagation up to failure (i.e. the conventional notch fatigue limit) are clearly identified. The formation of non-propagating cracks at sharp notches is also explained.

1. INTRODUCCION

Una definición de Fatiga que puede considerarse como satisfactoria es la siguiente [1]: `fallo de un metal sometido a carga repetitiva o variable de cualquier otra forma, pero cuyo valor máximo no es lo suficientemente alto como para causar el fallo si se aplica individualmente'. A pesar de la enorme literatura que ha generado - más de 20.000 artículos desde 1838 [2] - la fatiga de metales sigue siendo en la actualidad un campo experimental, donde las ecuaciones son esencialmente representaciones fenomenológicas que describen con mayor o menor fortuna los resultados obtenidos en el laboratorio. De hecho, puede afirmarse que el diseño y desarrollo de componentes sometidos a fatiga es en gran parte un ejercicio de extrapolación de esos datos, que necesariamente debe acompañarse de ensayos de prototipos bajo condiciones de carga lo más realista posible.

El término `fatiga' se acuñó hacia la mitad del siglo

pasado, cuando empezó a tener una importancia grande en los ferrocarriles. Pook [3] recoge la siguiente cita: "Many accidents on railways are to be ascribed to that progressive action which may be termed 'the fatigue of metals''' Institution of Civil Engineers, 1854, xiii, 463. Alrededor de 1920 [4, 5] ya era conocido que el fallo por fatiga es un proceso progresivo y localizado que involucra la iniciación de una grieta y su posterior crecimiento, y anteriormente ya se habían apreciado algunos casos de grietas extendiéndose lentamente en servicio [6]. Desgraciadamente, esta idea, básica en fatiga, ha tardado mucho tiempo en ser conocida generalmente y todavía hoy en día se encuentran manuales que describen vagamente el fenómeno como un deterioro gradual del material sometido a carga repetitiva.

El término *Nucleación* o *Iniciación* de grieta se maneja en la literatura de fatiga con dos significados bien distintos: nucleación física y nucleación ingenieril. La nucleación de grieta estrictamente hablando consiste en

una rotura de vínculos a nivel microestructural que da lugar a la aparición de una falla en el material. Las dimensiones de esta falla son típicamente del orden del tamaño de las partículas de segunda fase en los metales, detectables mediante microscopio únicamente electrónico. Existe constancia de que este proceso tiene lugar prácticamente en el primer ciclo de carga. Desde un punto de vista de ingeniería práctica, por ejemplo en el mantenimiento y revisión de elementos susceptibles de agrietamiento, se considera que la grieta permanece en el período de Nucleación hasta que alcanza un tamaño suficientemente grande como para ser detectable con las técnicas usuales de inspección empleadas en la industria (longitudes del orden del milímetro típicamente).

De cara al diseño a fatiga de componentes, para los cálculos de la duración de la nucleación en sentido ingenieril se emplean el Método de las Deformaciones Locales o los llamados Métodos Clásicos, dependiendo de si se esperan deformaciones plásticas o no. Para el período de propagación se utilizan las técnicas derivadas de la Mecánica de Fractura. Existe una indefinición grande en cuanto al tamaño de grieta en que debe considerarse a efectos de cálculo que termina la nucleación y comienza la fase de crecimiento. Esto es debido a que, por una parte, el Método de las Locales representa sólo Deformaciones una aproximación fenomenológica que predice la nucleación de grietas en componentes a partir de datos de fractura de probetas de pequeño diámetro (5 a 8 mm). Y, por otra parte, a que los métodos de la Mecánica de Fractura no pueden usarse cuando la longitud de grieta es pequeña o del orden de los parámetros microestructurales del material (v.g. el tamaño de grano de los metales). Esto es debido a que en ese rango de longitudes la hipótesis de medio continuo e isótropo en que se apoya la Mecánica de Fractura no puede considerarse válida.

Esa fase de indefinición que media entre la nucleación en sentido físico de la grieta y la nucleación en sentido ingenieril corresponde al crecimiento de lo que actualmente se suele designar como grietas pequeñas (short cracks). Por el contrario, se habla de grietas grandes o, simplemente, de grietas, en aquellos casos en que la longitud de las mismas es mucho mayor que el tamaño medio de grano (long cracks). Ejemplos típicos de éstas son las producidas en soldaduras defectuosas en estructuras metálicas. El defecto inicial es considerado como una grieta de un cierto tamaño y la atención se centra en el período de propagación. Sin embargo, en piezas con buenos acabados superficiales y libres de defectos iniciales, como pueden ser, en general, los componentes de máquinas, la fase de nucleación ingenieril de grieta, es decir, la fase de grieta pequeña, es de suma importancia.

La mayor parte de la investigación realizada por este

autor se ha centrado en el estudio del comportamiento de las grietas pequeñas y en el desarrollo de modelos que permitan describir su crecimiento. Estos estudios se enmarcan en lo que ha comenzado a denominarse *Mecánica de Fractura Microestructural*. Este artículo pretende dar una somera impresión de los trabajos desarrollados en esta área.

2. CRECIMIENTO DE GRIETAS PEQUEÑAS

Se ha realizado una gran cantidad de trabajo experimental sobre la nucleación y el subsecuente crecimiento de grietas pequeñas superficiales en aleaciones de aluminio de las series 7000 y 2000, aceros de alta resistencia y aceros de contenido medio en carbono [7- 12]. La mayoría de estos trabajo muestran un patrón característico de nucleación de grieta en inclusiones o en partículas de una fase secundaria más dura que la matriz del metal, siendo este proceso seguido por crecimiento de grieta en modo I o II.

Se sabe que este crecimiento subsecuente está influenciado por la presencia de obstáculos microestructurales que pueden modificar la plasticidad asociada con la propagación de grietas (v.g. bordes de grano). En particular se ha descrito ampliamente [13-17] que unos ritmos altos de crecimiento inicial (mayores que los predichos mediante la Mecánica de Fractura), y una posterior deceleración con una posible parada temporal o permanente son características típicas del crecimiento de grietas pequeñas. Más precisamente, se ha observado que el crecimiento de grietas en esta etapa sigue un patrón intermitente de deceleraciones y aceleraciones sucesivas, con los mínimos en el ritmo de crecimiento correspondiendo a valores de la longitud de grieta igual a entre uno y tres diámetros de grano. Este patrón intermitente de crecimiento desaparece al hacerse mayor la grieta, resultando un ritmo de crecimiento que aumenta gradualmente, hasta que se produce la unión con la curva de crecimiento típica de grietas grandes o grietas propiamente dichas [18-24]. En estas etapas iniciales de crecimiento no hay similaridad física cuando se representa el ritmo de crecimiento de grieta da/dN en función del rango del factor de intensidad de tensiones ΔK , obteniéndose diferentes valores de da/dN para diferentes grietas con el mismo ΔK . En particular, y muy significativamente, se encuentra que las grietas pequeñas son capaces de crecer a valores del factor de intensidad de tensiones por debajo del umbral. Sin embargo, en el período de crecimiento de grieta grande la similaridad física prevalece y, siempre que se cumplan las hipótesis de la Mecánica de Fractura Elástica Lineal, los resultados se agrupan en una sola curva (Ley de Paris).

También se han descrito en las etapas iniciales de crecimiento tamaños de la zona plástica que no se

ajustan a las predicciones basadas en la teoría continua de la *Mecánica de la Fractura* [25, 26]. Morris [27] y Lankford [13] han presentado evidencias, aunque indirectas, de que la zona plástica está confinada por los bordes de grano. Morris [27] también ha encontrado que la distancia entre el pico de la grieta y el borde de grano es un parámetro importante con respecto al ritmo de crecimiento.

Como resumen de la evidencia experimental descrita, dos puntos denotan claramente la inhabilidad de las herramientas básicas en los estudios de crecimiento de grietas grandes, i.e., la Mecánica de Fractura Elástica Lineal y la ley de Paris o sus modificaciones para describir el crecimiento de grietas pequeñas:

1. La M.F.E.L. predice ritmos de crecimiento que aumentan con la longitud de grieta y por tanto no puede modelar situaciones de deceleración en que el ritmo de crecimiento disminuye cuando la longitud de la grieta crece, y, menos aún, un comportamiento oscilante.

2. Las grietas pequeñas crecen por debajo del valor umbral del factor de intensidad de tensiones.

Se han propuesto diversos modelos para describir el comportamiento de las grietas pequeñas. En general las explicaciones presentadas se basan o bien en las diferencias que aparecen en el fenómeno del cierre entre grietas grandes y grietas pequeñas o en modelizaciones más o menos afortunadas de la interacción entre la grieta y la microestructura o en combinaciones de ambos efectos. En cuanto al cierre de grieta, se argumenta que la magnitud de su efecto depende de la extensión de las zonas en posible contacto y por tanto es de esperar que el efecto del cierre en grietas pequeñas sea menor que en las grandes. Diversos autores han comprobado experimentalmente esta tendencia [21, 26, 27]. En general, los modelos de crecimiento de microgrieta que incorporan el fenómeno de cierre utilizan, al igual que en el caso de grietas grandes, una ecuación del tipo Paris pero basada en el rango efectivo factor de intensidad del de tensiones $\Delta K_{ef} = (\sigma_{max} - \sigma_{ci}) \sqrt{\pi a}$, donde la tensión de cierre $\sigma_{\scriptscriptstyle ci}$ se determina con expresiones derivadas ad hoc,

como por ejemplo, en los trabajos de Zurek [20] y Tanaka [28]. La aplicabilidad práctica de este tipo de modelos es cuestionable debido a lo particular de las expresiones para σ_{ci} y al hecho de utilizar un parámetro continuo, como es el factor de intensidad de tensiones, en una región donde la influencia de la microestructura es predominante.

El papel de la microestructura se ha intentado cuantificar de diversas formas. Chang et al. [29] y luego Zurek et al. [20] utilizaron la idea de que la propagación de grieta requería la superación de un cierto nivel de energía de deformación, resultando en un más o menos prolongado período de incubación cuando la grieta alcanzaba el borde de grano. Estos modelos explican el retardo de la grieta cuando ésta alcanza el borde de grano pero no pueden explicar el rápido crecimiento inicial de la grieta antes de alcanzar el borde de grano. Chan y Lankford [30] presentaron un modelo para el crecimiento de grieta pequeña que empleaba la ecuación de Paris modificada para tener en cuenta, en el proceso de expansión de la zona plástica, la diferente orientación en los sistemas de deslizamiento entre granos adyacentes de metal. Aunque el uso del factor de intensidad de tensiones no está justificado, como se mencionó más arriba, este modelo consideró por primera vez la dificultad relativa en la transmisión de la deformación plástica como posible característica diferencial entre grietas pequeñas y grandes e incorporó el tamaño de zona plástica como una variable importante. En una linea similar se encuentra el modelo de la deflexión o desviación de grieta desarrollado por Suresh [31]. Cuando el vértice de grieta alcanza el borde de grano tiende a reorientarse y a seguir la dirección más favorable de avance. El grado de desviación que sufre depende de la orientación relativa de los sistemas de deslizamiento de los dos cristales. La deflexión de la grieta en el borde de grano puede producir una reducción importante en el factor de intensidad efectivo que se traduciría en una reducción importante en el ritmo de crecimiento vía ley de Paris. Si la deflexión fuera suficientemente grande, el factor de intensidad podría descender por debajo del valor umbral, produciéndose por consiguiente la parada de la grieta y convirtiéndose ésta en una grieta no propagante.

En una aproximación diferente, reconociendo el caracter localizado de la deformación plástica, de los Rios et al. [32], utilizaron explícitamente el hecho de que la deformación plástica está asociada a nivel microscópico con la formación de bandas de deslizamiento y consideraron el ritmo de crecimiento como proporcional a la intensidad (número de dislocaciones) de las bandas de deslizamiento que constituyen las zonas plásticas en los vértices de la grieta y que se extienden desde dichos vertices hasta el borde del grano en que la grieta está creciendo.

Los modelos citados hasta ahora reflejan más o menos satisfactoriamente el crecimiento de la grieta en el primer grano. Sin embargo, ninguno de los mismos estudia la transición entre grieta pequeña y grande, ninguno da una explicación global del proceso de crecimiento que permita ver la transformación lógica de uno a otro. En este sentido, en una revisión de numerosos trabajos experimentales sobre crecimiento de grietas pequeñas en materiales como aceros, aleaciones de aluminio, de niquel y de titanio, Lankford [13] ha establecido que las grietas pequeñas crecen más rápidamente que las grandes cuando la zona plástica es menor que el elemento microestructural característico (tamaño de grano) y que la convergencia entre grieta pequeña y grieta grande se produce cuando el tamaño de la zona plástica es igual al tamaño de grano.

Los modelos desarrollados por este autor, conjuntamente con el profesor E.R. de los Rios de la Universidad de Sheffield [33-35] y, más recientemente, con el Dr. C. Vallellano de la Universidad de Sevilla[43-46], se basan en la teoría de distribución de dislocaciones y analizan el crecimiento en términos de sucesivos bloqueos de la zona plástica en bordes de grano. Estos modelos predicen esencialmente todas las carácteristicas distintivas del crecimiento de grietas pequeñas, como son la propagación por debajo del umbral, el comportamiento oscilante de la velocidad de crecimiento que se va atenuando gradualmente y finalmente la convergencia con el período de grieta grande. Es necesario señalar, sin embargo, que las ecuaciones de estos modelos sólo han sido obtenidas para geometrías y cargas simples, por lo que su uso es aún restringido. En este sentido, la reciente extensión a geometrías entalladas representa un primer paso hacia la aplicación práctica de los métodos desarrollados. Se presenta a continuación una descripción esquemática de este tipo de modelos y su aplicación a piezas entalladas.

3. DESCRIPCION DEL MODELO

Las ecuaciones que determinan la distribución de dislocaciones son del mismo tipo independientemente de si se consideran dislocaciones de tornillo bajo una tensión $\sigma_{vz} = \tau$ (deformación antiplana) 0 dislocaciones de borde bajo una tensión $\sigma_{xy} = \tau$ (deformación plana). En ambos casos la distribución es antisimétrica con respecto a x, pero en el último caso la superficie x=0 está libre de tracciones y, por lo tanto, la misma solución para x > 0 representa el estado de un cuerpo semi-infinito con una superficie libre en x = 0. En ambos casos los vectores de Burgers de las dislocaciones son paralelos al plano de la grieta. Una grieta abierta en modo I por una tensión $\sigma_{yy} = \sigma$ puede representarse mediante la misma ecuación considerando una distribución de dislocaciones de borde con los vectores de Burgers perpendiculares al plano de la grieta.

Para mantener los modelos dentro de la deseable simplicidad, se consideran materiales en los que las dislocaciones tienden a permanecer en sus planos de deslizamiento originales (materiales con baja energía de fallo de apilamiento, stacking-fault energy), dando lugar a bandas de deslizamiento rectilíneas que se extienden a través de granos completos. Se consideran grietas nucleadas en inclusiones o partículas de segunda fase, bien por despegue entre matriz y partícula o por fractura de la propia partícula.



Fig 1. Representación esquemática de la grieta, la zona plástica y la barrera microestructural.

Cada una de las dislocaciones perteneciente al plano de deslizamiento considerado experimenta fuerzas debidas a las tensiones aplicadas, a la interacción con el resto de las dislocaciones en ese plano y a la interacción con las dislocaciones situadas en los planos paralelos, etc. (tensión de fricción). precipitados, La representación de una grieta y las zonas plásticas asociadas con la misma se lleva a cabo matemáticamente estableciendo que la tensión de fricción es nula en la zona correspondiente a la propia grieta, mientras que tiene un cierto valor σ_2 (ver Figura 1) en la zona plástica. La ecuación que representa el equilibrio mecánico de cada una de las dislocaciones es una ecuación integral singular del tipo Cauchy cuya función incógnita es precisamente la función de distribución de dislocaciones.

En las primeras etapas del crecimiento de la grieta, el valor de la tensión de fricción es pequeño comparado con las tensiones normalmente aplicadas ($\tau / \sigma_2 >> 1$, entre 5 y 20). En estas condiciones las dislocaciones tenderían a alejarse hacia infinito, pero la presencia de barreras de deslizamiento, como son los bordes de grano, impiden ese alejamiento, bloqueando la primera dislocación del conjunto o dislocación guía. La propagación de la grieta más allá de los bordes requiere la creación de nuevas bandas de deslizamiento en los sucesivos granos (transferencia de deformación plástica). Este proceso está controlado por la activación de fuentes de dislocaciones en el nuevo grano, situadas en las proximidades del borde, o por la inyección de dislocaciones a través del propio borde, de acuerdo con la conocida interpretación de Hall-Petch [36-37] de las tensiones de límite elástico, flujo y fractura de materiales policristalinos.

La distancia entre el borde de grano y las nuevas fuentes o la propia anchura de la frontera de grano se considera en el modelo mediante una pequeña zona en la cual la tensión de fricción σ_3 (ver Figura 1) representa la tensión necesaria para activar la fuente de dislocaciones o para inyectar las dislocaciones a través del borde. Esta representación del bloqueo de dislocaciones permite eliminar las singularidades tensionales que aparecen en la modelización tradicional de los bloqueos mediante funciones Delta de Dirac [35]. En general se considera que el ritmo de crecimiento de grieta por fatiga da / dN es proporcional al deslizamiento plástico ϕ , que puede calcularse como el número de dislocaciones que integran la zona plástica multiplicado por el vector de Burgers:

$$\phi = \frac{2\kappa}{G} \frac{\sqrt{1 - n^2}}{n} \tau a \tag{1}$$

donde G es el módulo de torsión y $\kappa = 1$ o $\kappa = 1 - v$ (v es el módulo de Poisson) dependiendo de si se trata de dislocaciones de tornillo o de borde. El parámetro adimensional n = a / c, donde a es la semilongitud de grieta y c la semilongitud de grieta más la zona plástica, describe la posición del vértice de la grieta en relación al borde de grano en que la dislocación guía de la zona plástica se encuentran bloqueada. Puede comprobarse que la tensión de fricción σ_3 en la zona del borde necesaria para contener al resto de las dislocaciones, o, de otra manera, la presión que éstas ejercen sobre las de la zona frontera, depende exclusivamente (para tensión aplicada constante), del parámetro n. Por tanto, conforme la grieta crece, estando bloqueada la zona plástica (es decir, n se incrementa hacia 1), la tensión σ_3 aumenta rápidamente. En un cierto punto, marcado por un valor $n = n_c$ se alcanza la tensión de activación de las fuentes y las dislocaciones viajan hasta el siguiente borde de grano. El valor de la tensión de fricción en la nueva zona frontera es mucho menor que el que existía en la zona que acaba de ser dejada atras, como consecuencia de que el nuevo valor de $n(n_s)$ es también menor, al haberse extendido la zona plástica hasta cubrir otro grano,

$$n_s = n_c \frac{i}{i+1}$$
 $i = 1,3,5,....$ (2)

que se obtiene relacionando la longitud de grieta a los dos valores sucesivos de c, esto es c = iD/2 antes de la activación y c = (i+2)D/2 después; *i* representa el número de semilongitudes grano (D/2) a través de los cuales se extienden las dislocaciones.

Esta transferencia discontinua (saltos) del deslizamiento se repite grano tras grano y es la responsable del patrón de crecimiento oscilante que se observa en la fase de grieta pequeña, que es en la que se manifiestan las mayores variaciones en n tras cada salto.

Las máximas tensiones posibles sobre las fuentes se obtienen cuando n = 1, es decir, cuando el vértice de grano alcanza el borde en que se encuentra bloqueada la zona plástica. Pudiera ocurrir que, incluso a este nivel máximo, dichas tensiones fueran todavía insuficientes para activar las fuentes; sobre todo para tensiones aplicadas bajas. Esto se traduciría en un ritmo de crecimiento nulo de acuerdo con (1), y por tanto la grieta se convertiría en no-propagante a ese nivel de tensiones aplicadas, al ser incapaz de activar deslizamiento plástico más allá de la barrera. La interpretación actual del límite de fatiga se basa precisamente en eso: el límite de fatiga τ_{FL} se identifica con la tensión aplicada sobre el material por debajo de la cual una grieta que ha crecido a lo largo de un grano es incapaz de propagarse más allá de la primera barrera.

Cuando se considera la condición de no-propagación para grietas que se extienden a través de un número arbitrario de granos, se obtiene una tensión límite τ_{Li} para cada longitud de grieta, relacionada con el límite de fatiga mediante la sencilla relación

$$\frac{\tau_{Li}}{\tau_{FL}} = \left(\frac{m_i^*}{m_1^*}\right) \frac{1}{\sqrt{i}} \quad i = 1, 3, 5, \dots$$
(3)

donde *i* es la longitud de grieta adimensional cuando la grieta ha alcanzado el borde de grano (i = a/D/2), siendo *D* el tamaño de grano característico del material. Los factores m_i^* son unos coeficientes que afectan a la tensión crítica de activación en la barrera considerada y fueron introducidos originariamente como factores de orientación cristalográfica (m_i^* es el coeficiente relativo a la primera barrera). Dicha ecuación no es más que la expresión en términos micromecánicos del diagrama de Kitagawa-Takahashi [38].



Fig 2. Diagrama de Kitagawa experimental [39].

La forma típica del diagrama de Kitagawa es bien conocida (véase Figura 2) y puede explicarse fácilmente analizando la evolución de los términos de la ecuación (3). En efecto, en primer lugar, el término $1/\sqrt{i}$ representa la dependencia típica con $1/\sqrt{a}$ de la tensión necesaria para propagar una grieta predicha por la Mecánica de la Fractura Elástica-Lineal (MFEL). En el modelo dicho término describe la creciente "presión" que la grieta ejerce sobre la barrera al aumentar su tamaño.

Los diagramas de Kitagawa obtenidos experimentalmente [39] muestran una primera zona sensiblemente horizontal en la región de grietas pequeñas, correspondiendo con el límite de fatiga del material, y disminuyen paulatinamente, hasta confundirse, con la recta de pendiente - $\frac{1}{2}$ predicha mediante el Factor de Intensidad de Tensiones Umbral (K_{thee}) de la MFEL.

Esta evolución es debida a que, en los primeros estadíos del crecimiento, la resistencia ofrecida por las sucesivas barreras puede aumentar, proporcionado una sucesión (m_i^*/m_1^*) inicialmente creciente. Sin embargo, su valor se estabiliza cuando la grieta es suficientemente grande. Dicho aumento de resistencia es debido fundamentalmente a dos efectos: a) una creciente oposición cristalográfica, como consecuencia de que la grieta se ve forzada a crecer a través de un número mayor de granos cada vez y en general no favorablemente orientados, y b) el efecto de un creciente aumento en los niveles de cierre de grieta, lo cual se traduce en una menor presión efectiva sobre la barrera.

Cuando la grieta es aún pequeña, puede ocurrir que el aumento en la resistencia de las barreras compense en gran medida la disminución de la tensión umbral por efecto de la longitud de la grieta (término $1/\sqrt{i}$) y, por tanto, el diagrama de Kitagawa se mantenga aproximadamente horizontal. Sin embargo, conforme la grieta es mayor el incremento de la resistencia de las barreras comienza a perder importancia relativa y la curva del diagrama de Kitagawa comienza a separarse significativamente de la horizontal. En particular, cuando la grieta cubre un gran número de granos y los niveles de cierre no varían sustancialmente, la resistencia de las barreras estará totalmente estabilizada y las condiciones umbrales de propagación estarán sólo controladas por el efecto de la longitud de la grieta. A partir de dicho punto, la curva del diagrama de Kitagawa se confunde con la recta representativa del Factor de Intensidad de Tensiones Umbral de grieta grande $K_{th\infty}$.

Según lo anterior, la evolución de la tensión umbral en el diagrama de Kitagawa puede entenderse como el resultado de una competencia entre dos mecanismos, el aumento en la oposición ejercida por las sucesivas barreras y la creciente fuerza de la grieta para superarlas. En dicho diagrama, por tanto, está contenida toda la información necesaria para caracterizar la resistencia ofrecida por el material al crecimiento por fatiga de las grietas.

4. FATIGA EN ENTALLAS

La formación de grietas por fatiga ocurre casi invariablemente en la raíz de concentradores de tensión o entallas, los cuales son en general inevitables en elementos de máquinas. Dado su claro interés práctico, el estudio de la reducción de resistencia a fatiga de componentes entallados ha recibido una gran atención y esfuerzo investigador durante las últimas décadas.

Las teorías pioneras en esta materia relacionan el factor de reducción de resistencia a fatiga de la entalla K_f (cociente entre los límites de fatiga de una pieza sin y con entalla) con la concentración de tensiones y el gradiente de las mismas sobre una cierta distancia característica del material. La idea que subyace en este tipo de relaciones $K_f \cdot K_t$ es que la tensión necesaria para iniciar una grieta en la raíz del concentrador es también suficiente para propagar la grieta hasta el fallo de la pieza. Sin embargo, como pusieron de manifiesto Frost y Dugdale [40], esto sólo ocurre en entallas suaves (K_t típicamente inferior a 4), limitando así el rango de aplicación de tales expresiones.

Los trabajos de Frost y Dugdale, y más recientemente de otros autores [41,42], evidenciaron claramente la existencia en entallas agudas de grietas que, tras iniciarse en la raíz del concentrador y propagarse una determinada distancia, se paraban sin provocar el fallo de la pieza (grietas no-propagantes). El hecho destacable era que cuando aparecían dichas grietas nopropagantes, en entallas de igual profundidad, el límite de fatiga del componente era casi independiente de la concentración de tensiones en la entalla.

Según lo anterior, lo que determina la resistencia a fatiga de un componente entallado no es la nucleación de una microgrieta en la raíz del concentrador, sino la capacidad de ésta para propagarse a través del material sin detenerse. Por tanto, para abordar este problema es necesario estudiar qué factores gobiernan el crecimiento de una grieta sometida a un gradiente de tensiones relativamente fuerte como consecuencia de la entalla. Dado que los efectos de la concentración de tensiones son en general muy localizados, el tamaño de las grietas involucradas es también muy reducido, es decir, se trata de un problema de crecimiento de grietas pequeñas, las cuales, como hemos señalado anteriormente, exhiben en su comportamiento una notable interacción con la microestructura del material.

La aplicación de los modelos de bloqueo de dislocaciones descritos aquí a problemas de concentración de tensiones permite obtener las condiciones umbrales para la propagación de una grieta en un componente entallado, diferenciando claramente entre el límite de iniciación y el límite de fatiga de la pieza, así como predecir la aparición de grietas no-propagantes en el componente.

Consideremos una grieta en la raíz de una entalla elíptica en un sólido semi-infinito que crece a través del material, bloqueándose su zona plástica en las sucesivas barreras microestructurales (Figura 3). Dicha grieta puede ser representada mediante una distribución de dislocaciones infinitesimales donde se distinguen tres zonas. La grieta propiamente dicha, sobre la que existe una tensión de fricción σ_1^i , su zona plástica asociada, donde las dislocaciones soportan una tensión σ_2^i que se opone a su movimiento, y la barrera microestructural (r_0^i), la cual soporta una tensión σ_3^i como consecuencia del empuje del apilamiento de dislocaciones contra el borde de grano. Por simplicidad matemática se supone que el componente está sometido a un estado de tensiones antiplano.



Fig 3. Representación esquemática de la grieta, la zona plástica y barrera microestructural en la raíz de la entalla.

Al igual que en un especimen sin entalla, la capacidad de la grieta para propagarse en el material está gobernada por la resistencia ofrecida por las barreras microestructurales, el factor diferenciador ahora es que las condiciones de tensión a las que estará sometida la grieta al enfrentarse con cada una de las barreras serán diferentes, como consecuencia del gradiente de tensiones de la entalla. Dependiendo de la evolución de dichas tensiones (decrecientes al alejarse del fondo de la entalla), es posible encontrar situaciones en las que la grieta es capaz de superar las primeras barreras del material, pero queda bloqueada definitivamente en alguna barrera más interna, conduciendo a la formación de una grieta no-propagante. Así, para caracterizar el fallo por fatiga del componente entallado es necesario analizar cuáles deben ser las condiciones umbrales para que una grieta pueda superar cada una de las sucesivas barreras del material.

Considerando el instante genérico mostrado en la Figura 3, en el que la zona plástica de la grieta se encuentra bloqueada por el *i*-ésimo borde de grano, el proceso por el cual la grieta supera dicha barrera será el siguiente. A medida que la grieta se aproxima a la barrera la "presión" local σ_3^i va aumentando, como consecuencia de la intensificación de tensiones provocada por ésta. Una vez que esta tensión alcance un determinado valor crítico, tal que permita activar fuentes de dislocaciones en el grano vecino, la zona plástica se extenderá

cubriendo por entero dicho grano y la grieta podrá, entonces, propagarse más allá de la barrera. La mínima tensión aplicada requerida para ello (tensión umbral) se obtendrá cuando el frente de la grieta esté lo más próximo posible al borde grano, en teoría, justo en el borde de grano. La resistencia de la barrera en estas condiciones puede obtenerse a partir del diagrama de Kitagawa de un especimen sin entalla, según se ha discutido antes.

Empleando técnicas de transformación conforme en el plano complejo es posible reducir el dominio entallado y el conjunto de dislocaciones al caso simple de una grieta en un medio infinito, donde el problema es más fácil de resolver. Como resultado de este análisis, la tensión umbral τ_{Li}^N para que una grieta supere una barrera genérica *i* en el fondo de una entalla elíptica se expresa como [44,45].

$$\frac{\tau_{Li}^{N}}{\tau_{FL}} = \left(\frac{\tau_{Li}}{\tau_{FL}}\right) \frac{\sqrt{i}}{\overline{\alpha} + \overline{\beta}} \left[\frac{\overline{\beta}}{\lambda_{i}} + \frac{\overline{\alpha}}{\sqrt{1 + \lambda_{i}^{2}}}\right]^{\frac{1}{2}}$$
(4)

$$\operatorname{con} \quad \lambda_i = \frac{1}{\overline{\alpha}^2 - \overline{\beta}^2} \left[\overline{\alpha} \sqrt{(\overline{\alpha} + i)^2 - \overline{\alpha}^2 + \overline{\beta}^2} - \overline{\beta} (\overline{\alpha} + i) \right], \text{ donde}$$

 $\overline{\alpha} = \alpha/D/2$, $\overline{\beta} = \beta/D/2$ son la profundidad y el ancho de la entalla, respectivamente, adimensionalizados por la mitad del tamaño de grano característico del material. La ecuación (4) pone de manifiesto que la tensión umbral para el crecimiento de una grieta en el especimen entallado puede expresarse como la combinación de dos contribuciones: la debida al material, representada por el cociente τ_{Li}/τ_{FL} , y la debida a la presencia de la entalla, representada por el resto de los términos.

De acuerdo con la descripción del proceso de crecimiento expuesta aquí, el límite de iniciación en un componente entallado puede ser interpretado como la mínima tensión aplicada para que una grieta, previamente nucleada en algún poro, inclusión o marca superficial, supere la primera barrera microestructural y pueda, al menos potencialmente, continuar propagándose en el material. Así, el límite de iniciación (τ_{L1}^N) se puede obtener haciendo simplemente i = 1 en la expresión (4),

$$\frac{1}{K_{f1}} = \frac{\tau_{L1}^{N}}{\tau_{FL}} = \frac{1}{\overline{\alpha} + \overline{\beta}} \left[\frac{\overline{\beta}}{\lambda_{1}} + \frac{\overline{\alpha}}{\sqrt{1 + \lambda_{1}^{2}}} \right]^{\frac{1}{2}}$$
(5)

Por analogía con el tradicional K_f , K_{f1} es conocido como factor de reducción de resistencia a la iniciación de grietas por fatiga en la entalla. Siguiendo la misma idea, el límite de fatiga del componente entallado (τ_{FL}^N) deberá corresponderse con la mínima tensión necesaria para que dicha grieta sea capaz de superar todas las sucesivas barreras microestructurales que encuentre a su paso. Dicha condición se obtiene fácilmente de la expresión (4) como

$$\tau_{FL}^{N} = \max_{i} \left(\tau_{Li}^{N} \right) \tag{6}$$





Para ilustrar la idea anterior, la Figura 4 muestra la evolución de la tensión umbral dada por la ecuación (4) en función de la longitud de la grieta, para una entalla de profundidad relativa $\overline{\alpha} = 100$ y distintos K_i. Como se aprecia en la citada figura, el patrón de comportamiento es claramente distinto dependiendo de la severidad de la entalla. Las entallas suaves (véase por ejemplo $K_t = 1.5$) presentan una evolución de la tensión umbral siempre decreciente, similar a la de un especimen sin entalla, lo que refleja que una vez que la grieta supera la primera barrera microestructural se propagará hasta la rotura. En otras palabras, el límite de iniciación y el límite de fatiga coinciden. Sin embargo, a medida que la entalla se hace más aguda (por ejemplo, $K_i \ge 5$) comienza a aparecer un tramo creciente hasta alcanzar un máximo, siendo necesario aplicar tensiones superiores a éste para provocar el crecimiento de la grieta hasta el fallo. Dicho máximo representa, por tanto, el límite de fatiga del componente entallado. El tramo creciente determina, pues, el rango de tensiones en el cual es posible hacer crecer una grieta desde la raíz de la entalla una cierta distancia sin que provoque el fallo, es decir, deteniéndose posteriormente en una barrera más interna. El tamaño final de tales grietas dependerá de la tensión aplicada y de la geometría del concentrador [39-42]. Naturalmente, la posición del límite de fatiga define la máxima grieta no-propagante que es posible encontrar en la entalla.



Fig 5. Límites de iniciación y de propagación hasta el fallo vs. K_r ($\overline{\alpha} = 100$).

Una representación más familiar de los resultados de la Figura 4 es la mostrada en la Figura 5: el conocido diagrama de Frost. Aquí se aprecia claramente cómo las diferencias entre el límite de iniciación y el límite de fatiga aumentan al aumentar K_i [40]. Asimismo, pone también de manifiesto que K_{f1} es en general inferior a K_i , especialmente en entallas agudas.

Un resultado experimental destacable, puesto también de manifiesto en la Figura 5, es que, siempre que aparecen grietas no-propagantes en entallas de igual profundidad, el límite de fatiga es aproximadamente constante e independiente de la concentración de tensiones. Para explorar este hecho en los términos del modelo descrito, consideremos el caso límite de una entalla tan aguda como una grieta (cuasi-grieta), abstracción que permite calcular el límite al que tiende el umbral de fatiga en el diagrama de Frost. Las condiciones umbrales de crecimiento de una grieta en esta situación se obtienen sin más que hacer $\beta \rightarrow 0$ en (4)

$$\tau_{Li}^{N}\Big|_{\overline{\beta}\to 0} = \tau_{Li} \sqrt{\frac{i}{\overline{\alpha}+i}}$$
(7)

Es fácil comprobar que cuando el tamaño de la entalla es muy superior al tamaño microestructural característico del material, $\overline{\alpha} >> \overline{a_0}$, la ecuación (7) se reduce a la conocida expresión obtenida por Smith y Miller [47],

$$\tau_{FL}^{N} \approx \tau_{FL} \sqrt{\frac{\overline{a}_{0}}{\overline{\alpha}}} = \frac{K_{lh\infty}}{Y\sqrt{\pi\alpha}}$$
(8)

Por el contrario, si la entalla es muy pequeña en relación con la microestructura del material, $\overline{\alpha} \ll 1$, (por ejemplo, microdefectos del material) se predice una escasa influencia en la resistencia a fatiga del material,

 $\tau_{FL}^N \approx \tau_{FL}$, en perfecto acuerdo con la evidencia experimental.

5. AGRADECIMIENTOS

Quisiera desde estas líneas rendir homenaje a dos personas cuya contribución al florecimiento de los estudios de fractura y fatiga en España ha sido absolutamente fundamental: Manuel Elices Calafat y Manuel Fuentes Pérez. Es dificil imaginar que sin su tesón y energía la reunión anual del Grupo Español de Fractura se hubiera celebrado año tras año. Desde mi punto de vista, la influencia de estas agradables reuniones anuales en la formación de los investigadores jovenes y brillantes con hoy contamos no ha sido quizás suficientemente reconocida. Y la reunión de este año, con el escaparate europeo del ECF-13 es la mejor ocasión para mostrar ese reconocimiento.

6. REFERENCIAS

[1] Pook, L.P. (1983) "The Role of Crack Growth in Metal Fatigue" The Metals Society, London.

[2] Yokobori, T. (1981) "On the Critical Problems in Physico-Mechano-Structural Foundations of Fracture" en 'Advances in Fracture Research, Vol. 3' (Ed. D. Francois), pp 1145-1166, Pergamon Press, Oxford.

[3] Pook, L.P. (1976) J. Soc. Environ. Eng., 15-4, (71), pp 3-10.

[4] Gough, H.J. (1924) "The Fatigue of Metals" Scott, Greenwood & Son, London.

[5] Moore, H.F. y Kommers, J.B. (1927) "The Fatigue of Metals", McGraw-Hill, New York.

[6] Parsons, R.H. (1947) "History of the Institution of Mechanical Engineers 1847-1947", Institution of Mechanical Engineers, London.

[7] Morris, W.L. (1978) "The Effect of Intermetallics Composition and Microstructure on Fatigue Crack Initiation in Al 2219-T851" Met. Trans. A, 9A, pp 1345.

[8] Lankford, J. (1982) "The Growth of Small Fatigue Cracks in 7075-T6 Aluminium" Fatigue Engng. Mater. Struct., 5, pp 233.

[9] Lankford, J. (1983) "The Effect of Environment on the Growth of Small Fatigue Cracks" Fatigue Engng. Mater. Struct., 6(1), pp 15. [10] Lankford, J. (1977) "Initiation and Early Growth of Fatigue Cracks in High Strength Steel" Engng. Fract. Mech., 9, pp 617.

[11] Pérez Carbonell, E. y Brown, M.W. (1986) "A Study of Short Crack Growth in Torsional Low Cycle Fatigue for a Medium Carbon Steel" Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct., 9(1), pp 15.

[12] Pearson, S. (1975) "Initiation of Fatigue Cracks in Commercial Aluminium Alloys and the Subsequent Propagation of Very Short Cracks" Engng. Fract. Mech., 7, pp 235.

[13] Lankford, J. (1985) "The Influence of Microstructure on the Growth of Small Fatigue Cracks" Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct., 8(2), pp 161.

[14] Brown, C.W. y Taylor, D. (1984) "The Effect of Texture and Grain Size on Short Fatigue Crack Growth Rates in Ti-6Al-4Va" Fatigue Crack Growth Threshold Concepts, Ed. D. Davidson y S. Suresh, pp 433-446, TMS AIME, Warrendale, Pennsylvania.

[15] Taylor, D. y Knott, J.F. (1981) "Fatigue Crack Propagation of Short Cracks: The Effect of Microstructure" Fatigue Engng. Mater. Struct., 4, pp 147.

[16] Brown, C.W. y Hicks, M.A. (1983) "A Study of Short Fatigue Crack Growth Behaviour in Titanium Alloy IMI 685", Fatigue Engng. Mater. Struct., 6, pp 67.

[17] Tanaka, K., Hojo, M. y Nakai, Y. (1983) "Fatigue Crack Initiation and Early Propagation in Three Steels" in 'Fatigue Mechanisms: Advances in Quantitative Measurements of Physical Damage', ASTM STP 811, pp 207.

[18] Taylor, D. (1982) "Euromech Colloquium on Short Fatigue Cracks" Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct., 5(4), pp 305.

[19] Yoder, G.R., Cooley, L.A. y Crooker, T.W. (1982) "On Microstructural Control of Near Threshold Fatigue Crack Growth in 7000-Series Alluminum Alloys" Sci. Metall., 16, pp 595.

[20] Zurek, A.K., James, M.R. y Morris, W.L. (1983) "The Effect of Grain Size on Fatigue Growth of Short Cracks" Met. Trans., 14A, pp 1967.

[21] James, M.R., Morris, W.L. y Zurek, A.K. (1983) "On the Transition from Near Threshold to Intermediate Growth Rates in Fatigue" Fatigue Engng. Mater. Struct., 6(3), pp 293.

[22] Bolingbroke, R.K. y King, J.E. (1985) "A Comparison of Long and Short Fatigue Crack Growth in

High Strength Alluminum Alloy", 2nd Symposium on the Behaviour of Short Fatigue Cracks, Sheffield University, September 1985.

[23] Blom, A.F., Hedlund, A., Fathulla, A., Weiss, B. y Stickler, R. "Short Fatigue Crack Growth Behaviour in Al 2024 and Al 7475" idem [22].

[24] Tokaji, K., Ogawa, T., Harada, Y. y Ando, Z. (1986) "Limitations of Linear Elastic Fracture Mechanics in Respect of Small Fatigue Crack and Microstructure" Fatigue Fract. Engng. Mat. Struct., 9(1), pp 1.

[25] Lankford, J. y Davidson, D. (1978) "Fatigue Crack Tip Plastic Zone Sizes in Alluminum, Alloys" Int. J. Fract., 14, R87.

[26] Morris, W.L. (1979) "Microcrack Closure Phenomena for Al 2219-T851" Met. Trans., 10A, pp 5.

[27] Morris, W.L. (1980) "Noncontinuun Crack Tip Deformation Behaviour of Surface Microcracks" Met. Trans., 11A, pp 1117.

[28] Tanaka, K. y Nakai, Y. (1983) "Propagation and Non-Propagation of Short Fatigue Cracks at a Sharp Notch" Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct., 6, pp 315.

[29] Chang, R., Morris, W.L. y Buck, O. (1979) "Fatigue Crack Nucleation at Intermetallic Particles in Alloys - A Dislocation Pile-up Model" Scripta. Metall., 13, pp 191.

[30] Chan, K.S. y Lankford, J. (1983) "A Crack Tip Model for the Growth of Small Fatigue Cracks" Scripta Metall., 17, pp 529.

[31] Suresh, S. (1983) "Crack Deflection: Implications for the Growth of Short Fatigue Cracks" Metall. Trans., 14A, pp 2375.

[32] de los Rios, E.R., Tang, Z. y Miller, K.J. (1984) "Short Crack Fatigue Behaviour in a Medium Carbon Steel" Fatigue Engng. Mater. Struct., 7(2), pp 97.

[33] Navarro, A. y de los Rios, E.R. (1988) "Short and Long Fatigue Crack Growth: a Unified Model", Phil. Mag., 57(1), pp 15-36.

[34] Navarro, A. y de los Rios, E.R., (1992) "Fatigue Crack Growth Modelling by Successive Blocking of Dislocations" Proc. R. Soc. Lond. A-437, 375-390 (1992).

[35] Navarro, A. y de los Rios E.R. (1988) "An Alternative Model of the Blocking of Dislocations at Grain Boundaries" Phil. Mag. 57(1), 37-42.

[36] Hall, E.O. (1951) "The Deformation and Ageing of

Mild Steel: III Discussion of Results" Proc. Phys. Soc. London B64, 747-753.

[37] Petch, N.J. (1953) "The Cleavage Strength of Polycrystals" J. Iron Steel Inst., 174, 25-28.

[38] Kitagawa H. y Takahashi S. (1976) "Applicability of Fracture Mechanics to very Small Cracks or the Cracks in the Early Stage" 2nd Int. Conf. on the Mechanical Behaviour of Materials (ICM2), Boston, U.S.A., pp. 627-631. Am. Soc. Metals, Metals Park, Ohio.

[39] Lukas, P. and Kunz, L., (1992) "Effect of Mean Stress on Short Crack Threshold, in Short Cracks", ESIS 13 (K .J. Miller and E. R. de los Rios (eds.)). Mechanical Engineering Publications, London, 265-275.

[40] Frost, N. E. (1961) "Significance of Non-Propagating Cracks in the Interpretation of Notched Fatigue Data" J. Mech. Engng. Sci. 3(4), 299-302.

[41] El Haddad, M. H., Topper, T. H. and Smith, K. N., (1979) "Prediction of Non Propagating Cracks", Engng. Fract. Mech., 11, 573-584.

[42] Tanaka, K. and Nakai, Y., (1984) "Prediction of Fatigue Threshold of Notched Components", ASME J. Engng. Mater. Tech., 106, 192-199.

[43] Navarro, A., Vallellano, C., de los Rios, E.R. y Xin, X.J. (1999) "Notch Sensitivity and Size Effect Described by a Short Crack Propagation Model". En *Engineering Against Fatigue* (Editado por J.H. Beynon, M.W. Brown, R.A. Smith, T.C. Lindley y B. Tomkins). A.A. Balkema, Rotterdam, p. 63.

[44] Vallellano C., (1999) "Crecimiento de Grietas Pequeñas por Fatiga en Componentes con Concentradores de Tensión", Tesis Doctoral, Universidad de Sevilla.

[45] Vallellano, C., Navarro, A. y Domínguez, J. (2000) "Fatigue Crack Growth Threshold Conditions at Notches. Part I: Theory" Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct., 23, 113-121.

[46] Vallellano, C., Navarro, A. y Domínguez, J. (2000) "Fatigue Crack Growth Threshold Conditions at Notches. Part II: Generalization and Application to Experimental Results" Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct., 23, 123-128.

[47] Smith, R. A. and Miller, K. J., (1978) "Prediction of Fatigue Regimes in Notched Components", Int. J. Mech. Sci., 20, 201-206.

ALGUNAS CONSIDERACIONES SOBRE LA FATIGA POR FRETTING Y SUS PALIATIVOS

Jaime Domínguez Departamento de Ingeniería Mecánica Escuela Superior de Ingenieros, Universidad de Sevilla Camino de los Descubrimientos s/n, 41092 - Sevilla

Resumen. En este trabajo se presenta un análisis de las condiciones de trabajo de los sistemas sometidos a fatiga por fretting, se hace una revisión de los paliativos más usuales empleados para reducir el daño del fretting y se analizan las condiciones en que son efectivos unos y otros paliativos. En primer lugar se considera la influencia de los factores que mayor incidencia tienen en la fatiga por fretting, como son la amplitud de los deslizamientos, el coeficiente de rozamiento y las fuerzas de contacto y se analizan las condiciones en que la modificación de estos parámetros puede alterar el comportamiento a fatiga. Finalmente, se analizan los principales paliativos propuestos por distintos autores, clasificándolos en dos grandes grupos: modificaciones en el diseño para, de una forma u otra, modificar los estados de tensiones producidos; y los que modifican los estados de las superficies, ya sea para influir sobre el coeficiente de rozamiento, las tensiones producidas o la resistencia de las mismas.

Abstract. This work presents an analysis of the work conditions of systems subjected to fretting fatigue, a revision of the most frequent palliatives used to reduce the fretting fatigue damage and an analysis of the conditions under which these palliatives are effective. First of all, the effect of those factors which have a stronger influence on fretting fatigue is considered. Those factors are the relative displacement amplitude, the friction coefficient and contact forces. Also, the conditions in which those parameters can modify fretting fatigue behaviour are analysed. Finally, many palliatives proposed by different authors are analysed. They are classified into two groups: design modifications in order to modify the stress state at the stress concentration; surfaces transformations, either to influence on the friction coefficient, the stresses or the surfaces strength.

1. INTRODUCCIÓN

La fatiga por fretting es un fenómeno que puede aparecer en las superficies de contacto de dos elementos unidos bajo presión y cuyas superficies están sometidas a desplazamientos relativos micrométricos. Además de las tensiones locales producidas en la zona de contacto como consecuencia de la presión y la geometría de las superficies, los componentes bajo la acción del fretting pueden estar sometidos a otro campo de tensiones producido por cargas cíclicas tangenciales transmitidas entre las superficies. El resultado de esta combinación de efectos es la nucleación de numerosas grietas en la zona de contacto. Grietas que crecen de una u otra forma, dependiendo de las condiciones a que estén sometidas las superficies. Esas grietas pueden producir la deterioración de las superficies por desprendimiento de pequeñas lascas de material como consecuencia de la unión de dos o más de estas grietas superficiales durante su crecimiento. Otra posibilidad es el crecimiento de las mismas hasta la fractura final del elemento.

Hay muchos ejemplos de sistemas mecánicos en los que la fatiga por fretting es la principal causa de fallo. Algunos de estos ejemplos son las uniones atornilladas o roblonadas, los acoplamientos eje-cubo con ajuste a presión, las conexiones de álabes de turbina al rotor en turbomáquinas, los cables de acero, etc. (figura 1) [1]. Se pueden encontrar en la literatura muchos paliativos para eliminar o mitigar en lo posible la fatiga por fretting en estas aplicaciones, así como otros paliativos de aplicación general [2]. Sin embargo, son muy escasos los documentos que presentan una guía para la correcta selección de paliativos para distintas aplicaciones. No sólo existe una falta de directrices claras, sino que incluso se pueden encontrar en la literatura resultados contradictorios, o incluso erróneos, sobre la efectividad de determinados paliativos. Hasta años muy recientes no ha habido intentos claros para estandarizar ensayos que permitan cuantificar la efectividad de los citados paliativos. Como resultado, se da actualmente la situación de que la mayoría de los datos experimentales en la literatura se han obtenido en condiciones muy diferentes y como consecuencia los resultados son dificilmente comparables.



Figura 1. Ejemplos de sistemas en los que se presentan casos de fatiga por fretting [3].

De hecho, en general, es bastante bajo el nivel de comprensión de los mecanismos de la fatiga por fretting, aunque en los últimos años está mejorando apreciablemente la situación. En esa misma línea, hay muy pocos estudios sobre la forma en que los paliativos actúan sobre el proceso de daño por fretting.

Para ser capaces de hacer una selección racional de los paliativos a emplear ante determinada situación es imprescindible entender los mecanismos de la fatiga por fretting y cómo influyen los principales parámetros sobre los procesos de iniciación y propagación de la grieta. Por otro lado, también es necesario conocer las limitaciones de los datos existentes en la literatura y cómo estas limitaciones pueden influir sobre la selección de los paliativos. Para ello, es fundamental conocer los mecanismos por los que actúan los diferentes paliativos. Sólo cuando se disponga de toda esta información será posible hacer una selección fiable de los paliativos a aplicar para cada aplicación específica.

Aunque la situación presentada es dificil, no obstante, pueden alcanzarse muchos objetivos en cuanto al diseño y selección de paliativos para la fatiga por fretting. En general, las opciones a adoptar para mejorar la resistencia de los elementos a la fatiga por fretting pueden condensarse en dos grupos: las basadas en modificaciones del diseño que producen variaciones en los parámetros más importantes que afectan al fretting, y las que se basan en la modificación de las propiedades de las superficies en contacto, bien sea mejorando su resistencia o modificando los principales parámetros que afectan al fretting, por ejemplo, el coeficiente de rozamiento o las tensiones residuales.

Pero, incluso antes de decidir cual de las soluciones puede ser adoptada, hay otra posibilidad que debe ser considerada. Debe analizarse si es aceptable una modificación del diseño por la que se eliminen las superficies en contacto y, así, el problema del fretting. Por ejemplo, podría considerarse si una unión atornillada puede sustituirse por una soldada o la sustitución de las dos piezas unidas por un solo elemento, aunque ello requiera un estudio sobre distintos aspectos como son: nuevos problemas de fatiga producidos en la nueva situación, imposibilidad de separar ambas piezas en la nueva situación, posibles deformaciones en el caso de la soldadura, nuevos costes de fabricación, etc.

En este trabajo se presenta un breve análisis de los paliativos y sus efectos sobre los parámetros que afectan a la fatiga por fretting y, por tanto, sobre el daño producido. Para entender mejor los paliativos, antes de este análisis de se va a estudiar el efecto de los parámetros más influyentes sobre la fatiga por fretting. Pero previamente a la consideración del efecto de diferentes parámetros, es importante distinguir entre dos mecanismos diferentes de control del deslizamiento en fretting: deslizamiento controlado por las fuerzas o tensiones actuantes, o controlados por la amplitud de movimientos relativos entre partes definidas de los cuerpos en contacto.

Por tanto, en primer lugar se analizarán las formas de control del deslizamiento relativo entre las superficies. Seguidamente, se considerará el efecto de diferentes parámetros sobre la fatiga por fretting, a la vista de los criterios de daño más extendidos para los casos de fretting. Y, finalmente, se presentarán los paliativos de uso más general y se analizará su efecto sobre los parámetros que gobiernan la fatiga por fretting y sobre el mismo proceso de daño.

2. ORIGEN DEL MOVIMIENTO RELATIVO

Es importante analizar la forma en que se genera el movimiento relativo entre las superficies de contacto. El conocimiento de la fuente del movimiento puede ser importante para determinar el potencial efecto de algún paliativo. Generalmente se distinguen dos condiciones distintas de deslizamiento. Si la amplitud del movimiento es aproximadamente fija e independiente de la fuerza normal de contacto entre las superficies, se dice que el fretting se realiza bajo control del desplazamiento. Si la amplitud del deslizamiento varía con la fuerza normal de contacto aplicada, se dice que se realiza bajo control de las fuerzas o las tensiones. Es importante analizar la diferencia de comportamiento entre los sistemas en los que el movimiento relativo se produce como consecuencia de una fuerza o tensión variable aplicada a los elementos de una máquina y aquellos en que la causa del movimiento relativo es el

desplazamiento entre los elementos en contacto.

En los sistemas con movimientos controlados por las fuerzas o tensiones, el grado de deslizamiento es generalmente una función no lineal de la fuerza o tensión aplicada al sistema. Si el deslizamiento está controlado por la fuerza, la carga tangencial transferida entre las superficies de contacto es aproximadamente constante, independientemente de la fuerza normal de contacto entre las superficies y del coeficiente de rozamiento. Por ejemplo, en uniones atornilladas con transmisión de esfuerzo por rozamiento, el área de la superficie de contacto sometida a microdeslizamiento aumentará al aumentar la fuerza externa aplicada. Por otro lado, con la misma fuerza externa, un incremento del coeficiente de rozamiento o de la fuerza normal de contacto producirá una reducción del área de contacto que se producen microdeslizamientos, en la modificándose la distribución de tensiones en la zona de contacto. Sin embargo, el valor total de la carga tangencial transmitida entre las superficies de contacto será el mismo. Otro ejemplo de problema controlado por la fuerza puede ser una unión eje-cubo con ajuste a presión.

Hay otros componentes de sistemas mecánicos que están sometidos a amplitudes aproximadamente fijas de movimiento relativo, independientemente de las cargas. Ese es el caso, por ejemplo, de los acoplamientos dentados entre ejes de transmisión. La amplitud del movimiento relativo entre las dos partes del acoplamiento está relacionada con el desalineamiento angular de los ejes conectados y no con el par transmitido o el coeficiente de rozamiento. En general, las características de estos sistemas con desplazamientos controlados es que están diseñados específicamente para sufrir esos pequeños desplazamientos y no es posible reducirlos o eliminarlos sin afectar al funcionamiento de todo el sistema mecánico. En esos casos en que está definida la amplitud de los desplazamientos, una reducción de las presiones de contacto o el coeficiente de rozamiento reducirá la carga tangencial total transferida entre las superficies y normalmente los niveles máximos de tensión producidos en las mismas.

Hay otras situaciones en las que no se produce realmente un control de la amplitud, pero en ciertas circunstancias pueden ser consideradas como tales. Un ejemplo de estas situaciones pueden ser los desplazamientos que se producen entre los hilos de un cable de acero. Los deslizamientos entre mazos y entre hilos están controlados por las deformaciones generadas por las cargas aplicadas al cable. Además, la fuerza normal de contacto entre hilos no puede ser controlada externamente. En ese caso, una reducción del coeficiente de rozamiento disminuirá las tensiones superficiales en los hilos.

3. INFLUENCIA DE LA AMPLITUD DEL DESLIZAMIENTO

Antes de analizar la influencia de otros parámetros que afectan a la resistencia al fretting, es importante considerar especialmente el efecto de la amplitud del deslizamiento. Ha habido muchos estudios sobre la influencia de la amplitud del deslizamiento en el límite de fatiga por fretting y en la vida a fatiga. Hay resultados contradictorios sobre este efecto. Una de las razones para estos resultados contradictorios ha sido el empleo de diferentes métodos de ensayo y de medida de la amplitud de los deslizamientos por cada uno de los investigadores. Se han usado diferentes geometrías de los elementos de contacto, también ha sido diferente el tipo de control del deslizamiento: unas veces se ha controlado la amplitud, otras la fuerza aplicada. En cada ensayo, el desplazamiento relativo se ha medido a una distancia diferente de la zona de contacto, teniendo, además, probetas y elementos de contacto con diferentes geometrías. Todo esto hace difícil la comparación, ya que es muy difícil obtener una buena estimación del desplazamiento relativo real en los distintos puntos de las superficies de contacto a partir de las amplitudes medidas.

Hasta hace algunos años ha habido algún acuerdo sobre el incremento del daño de fatiga por fretting cuando aumenta la amplitud del deslizamiento cuando el desplazamiento máximo relativo está en el rango de valores entre 0 y 25 µm. Con valores superiores a 25 um, la tendencia se invierte, resultando beneficioso el incremento de la amplitud del deslizamiento relativo. La Figura 2 muestra el resultado del análisis del efecto de la amplitud del deslizamiento sobre la resistencia a fatiga realizado por Söderstrom y Vinsbo [4]. Las curvas representadas muestran el desgaste y la resistencia a fatiga en función de la magnitud del deslizamiento (valor pico-pico), a la vista de los resultados publicados en la literatura sobre el tema. Aunque los procedimientos empleados por los distintos autores para medida de la amplitud del deslizamiento eran distintos, puede considerarse que las amplitudes medidas lo eran entre puntos de referencia que no estaban en el centro de las superficies de contacto. De acuerdo con esto, puede estimarse que la zona de la curva que representa la disminución de vida cuando los desplazamientos máximos varían de 0 a 25 µm es realmente una zona de deslizamiento parcial entre las superficies de contacto. Esta estimación toma fuerza si se considera la curva de desgaste en función de los

desplazamientos, en la que se aprecia que se produce una inflexión para valores próximos a los 25 µm tomados como referencia. Por debajo de 25 µm, el desgaste observado es muy pequeño, produciéndose un cambio brusco de pendiente en las proximidades de 25 µm. Este cambio es una consecuencia del paso de deslizamiento parcial a deslizamiento global de las superficies. Esto está en acuerdo con el análisis realizado por Zhou et al. [5] en el que se muestra que la situación más perjudicial en los ensavos de fatiga por produce cuando la condición del fretting se deslizamiento está en el límite entre deslizamiento parcial y global, es decir, cuando deja de existir al menos un punto de las superficies en contacto en el que no existe deslizamiento relativo.



Figura 2. Vida a fatiga y desgaste en función del deslizamiento [4].

Una relación entre la resistencia a fatiga por fretting y "la amplitud del deslizamiento" en la región del deslizamiento parcial fue propuesta primero por Nishioka y Hirakawa [6]. Ellos propusieron una expresión para el límite de fatiga de una probeta sometida a tensión alterna axial bajo condiciones de fretting con contacto cilíndrico (figura 3). La resistencia a fatiga del material se aproxima mediante la ecuación

$$\sigma_{fw} = \sigma_w - 2\mu p_0 \left(1 - e^{-S/k} \right) \tag{1}$$

Donde σ_{fw} es el límite de fatiga bajo condiciones de fretting, σ_w es el límite de fatiga normal del material, μ es el coeficiente de rozamiento, p_{θ} es la presión máxima de Hertz en la superficie de contacto, *S* es la magnitud del desplazamiento relativo y *k* es una constante dependiente del material y las condiciones de la superficie.

Esta ecuación es sólo aplicable a la geometría usada por los autores en sus experimentos. Introduce el efecto de la interacción entre las superficies a través de los parámetros S y k, determinados experimentalmente.



Figura 3. Esquema de un sistema típico de ensayo a fatiga por fretting

El término entre paréntesis en la ecuación (1) es la relación entre la carga tangencial, T, producida entre superficie cilíndrica y probeta en condiciones de deslizamiento parcial y su máximo valor admisible, que es el producido justo antes de alcanzar las condiciones de deslizamiento global (μP). Según el citado artículo, el segundo término del segundo miembro (realmente tiene un error en el exponente del término entre paréntesis, que debía ser 1/2) es el máximo la tensión normal local, σ_{xx} , producida en la probeta en la dirección axial debido al fretting. En ese caso, según los autores, el límite de fatiga bajo condiciones de fretting, σ_{fiv} , podría definirse como la tensión global axial aplicada a la probeta que produce un pico de tensión local (tensión global más tensión local debida a fretting) en esa dirección igual al límite de fatiga del material, σ_w :

$$\sigma_{fw} = \sigma_w - 2\mu p_0 \frac{T}{\mu P} \tag{2}$$

Así, esta aproximación puede considerarse como una variante de las aproximaciones al límite de fatiga basadas en los valores de las tensiones locales máximas producidas. El único parámetro asociado a la interacción entre las superficies es el coeficiente de rozamiento μ . Esta aproximación fue modificada posteriormente, sólo para el caso de deslizamiento global ($T = \mu P$), por Wharton et al. [7] introduciendo un coeficiente de sensibilidad a la entalla, q, transformando la ecuación a:

$$\sigma_{fw} = \sigma_w - q^2 \mu p_0 \tag{3}$$

Donde q se hacia dependiente de todos los factores desconocidos asociados al fretting, resultando de difícil evaluación.

Ruiz et. al [8], basados en los resultados obtenidos en ensayos biaxiales y en análisis mediante el método de los elementos finitos de la unión entre los álabes y el disco en una turbina de gas (Figura 4), propuso el uso de un "parámetro de daño", F, para analizar el punto de iniciación de grieta por fatiga debida a fretting. Dicho parámetro es una función de las tensiones en la superficie y el desplazamiento relativo de las mismas. Se define mediante la expresión:

$$F = \sigma_T \delta \tau \tag{4}$$



Figura 4. Esquema de la unión álabe-disco usada por Ruiz et al. [8].

Donde σ_T es la tensión normal en dirección paralela al deslizamiento en las superficies de contacto, τ es la tensión tangencial en las citadas superficies v δ es el desplazamiento relativo entre las mismas, en cada punto. Usando este parámetro, ellos pudieron definir el punto de iniciación de la grieta, encontrando además una buena correlación entre el valor de este parámetro en el punto de iniciación y las vidas a fatiga por fretting obtenidas en ensayos realizados a temperatura ambiente. Ellos encontraron que la grieta se desarrolla en el punto donde el parámetro de daño F es máximo y no donde la tensión normal en la dirección del deslizamiento, σ_T , es máxima. La figura 5 muestra una representación de las tensiones obtenidas numéricamente en las superficies de contacto con diferentes coeficientes de rozamiento, comprobándose la buena coincidencia entre la situación en que se producen los valores máximos y los puntos de aparición de las grietas. Sin embargo, considerando la tensión tangencial, τ , como parámetro que define la zona de iniciación en lugar de usar σ_T , y usando las tensiones obtenidas por los citados autores con un coeficiente de rozamiento $\mu = 0.5$ y una carga igual a 20 kN [8], se puede comprobar que la tensión tangencial máxima se produce en la zona donde se inicia la grieta. Usando los datos obtenidos por los autores para otros niveles de carga (obtenidos de sus figuras), se puede comprobar que la tensión tangencial máxima se produce también en esos casos en la zona de iniciación de las grietas. Considerado la amplitud de la tensión tangencial máxima como parámetro característico, sus valores para los tres niveles de carga analizados por Ruiz et al. son 350, 375 y 410 Mpa. La relación entre estos valores concuerdan razonablemente bien con las relaciones de vida obtenidas en los ensayos.

Así, de acuerdo con los resultados experimentales, el "parámetro de daño por fretting fatiga", F, que incluye un parámetro de interacción entre las superficies (δ), puede ser útil para estimar la vida a fatiga por fretting. No obstante, el uso de la tensión tangencial máxima, τ , como parámetro para correlacionar las condiciones de carga y la vida a fretting fatiga parece ser igualmente útil.

Del análisis anterior, puede aceptarse que, para desplazamientos relativos pequeños (asociados a situaciones de deslizamiento parcial) el nivel de tensión en la superficie da una estimación buena del daño que producirá el fretting. Así, el análisis del efecto de diferentes parámetros como el coeficiente de rozamiento o la carga normal de contacto sobre el daño debido al fretting puede ser hecho considerando su efecto sobre el campo de tensiones producido en la superficie. El parámetro de daño puede ser uno de los parámetros definidos por los criterios de fatiga multiaxial basados en las tensiones producidas en las superficies de contacto.

Cuando la amplitud del deslizamiento es mayor, generalmente en condiciones de deslizamiento global, la variación de la vida a fatiga con amplitud del deslizamiento es opuesta al caso de pequeñas amplitudes: la resistencia a fatiga por fretting aumenta con la amplitud del deslizamiento. Este efecto se ha atribuido tradicionalmente al desgaste de las superficies en las zonas donde se han iniciado las grietas antes de que éstas puedan alcanzar el tamaño suficiente que les permita crecer a mayor velocidad. Sin embargo, en los últimos años, se han propuesto otros efectos para explicar este incremento de resistencia con la amplitud del deslizamiento relativo:

- 1. El desgaste modifica la geometría produciendo una reducción de las tensiones de contacto.
- 2. Un efecto importante del incremento de la amplitud de los deslizamientos, especialmente en la transición entre deslizamiento parcial y global, es la reducción del coeficiente de rozamiento, μ , lo que produce un reducción de las tensiones en la zona de contacto.
- 3. Beard [9] realizó numerosos análisis metalográficos en probetas resultantes de ensayos interrumpidos en los que se aplicaron grandes amplitudes de deslizamiento. Comprobó que la amplitud de deslizamiento ejercía su efecto mediante el control de la dirección de propagación de la grieta. Cuando



Figura 5. Tensiones obtenidas mediante elementos finitos en las superficies para los diferentes coeficientes de rozamiento μ [8].

se incrementa la amplitud, la grieta, después de crecer unas micras, experimenta una tendencia a girar y propagarse paralelamente a la superficie. Finalmente, se propaga hacia la superficie, desprendiendo una lasca y produciendo una picadura, en lugar de propagarse hacia el interior del elemento. El mecanismo es similar al que produce el picado de las superficies en los casos de rodadura.

4. Otro efecto que se ha comprobado en ensayos con superficies de contacto esféricas [10] es la reducción de las amplitudes de las tensiones en los puntos críticos cuando se incrementa la amplitud del deslizamiento. La figura 6 muestra la evolución de la amplitud de la tensión equivalente de von Mises, σ_{eq} , a lo largo del eje de simetría de la superficie de contacto (eje x) para diferentes amplitudes de deslizamiento, δ . Estas amplitudes se representan normalizadas al radio, a, de la zona de contacto (x/a). La evolución de las tensiones se representa para dos profundidades distintas: la superficie (z = 0) y z = 0.05a.

Todos estos efectos o algunos de ellos, dependiendo de la geometría y las condiciones de ensayo, pueden actuar simultáneamente. En cualquier caso, constituyen una base para la explicación del efecto beneficioso tiene el



Figura 6. Variación de la tensión equivalente de von Mises con δ [10].

aumento de la amplitud del deslizamiento sobre la resistencia a fatiga en los casos en que las amplitudes de deslizamiento están por encima de ciertos valores.

La discusión anterior permite concluir que en situaciones reales deben distinguirse dos casos: deslizamiento global y parcial. Con deslizamiento global, un incremento de la amplitud del deslizamiento tiende a reducir el daño por fatiga. Sin embargo, aumentará el desgaste, debiendo analizarse su incidencia. En casos de deslizamiento parcial, la amplitud de éste no es un parámetro fundamental. El parámetro que debe considerarse en esos casos es la variación de la tensión local producida bajo las condiciones de trabajo que se producen.

4. INFLUENCIA DEL COEFICIENTE DE ROZAMIENTO Y LA CARGA DE CONTACTO

Hay un grupo de paliativos que incrementa la resistencia a fatiga por fretting mediante la modificación de las condiciones de contacto. Generalmente son dos los parámetros que suelen modificarse para mejorar la resistencia a fatiga: el coeficiente de rozamiento, μ , y la carga normal de contacto, P. Para analizar su efecto debe estudiarse la forma en que afectan a las tensiones en las proximidades a las superficies de contacto.

Chivers y Gordelier [11] hicieron un análisis de la variación de la tensión axial máxima en la superficie, σ_{xx} , en función de los parámetros citados, para los casos de contacto entre superficies cilíndricas y esféricas. Aunque las situaciones reales de contacto suelen ser más complejas que los contactos cilíndricos y esféricos, el análisis es muy interesante para conocer la forma en que μ y P afectan a la resistencia a fatiga. Los autores distinguieron dos casos, que ellos llamaron "fuerza constante" y "desplazamiento constante", que son equivalentes a los que se han denominado antes como situaciones con fuerzas o desplazamientos controlados,

respectivamente. Para "fuerza constante" ellos analizaron únicamente el caso de deslizamiento parcial. Para el caso de "desplazamiento constante", analizaron ambas condiciones de deslizamiento: global y parcial. Considerando que la reducción de σ_{xx} producirá un incremento de la vida a fatiga, los autores sugirieron una serie de cambios deseables en las condiciones de contacto para mejorar el comportamiento a fatiga por fretting. Los resultados se presentan en la tabla 1.

Para entender el comportamiento de las tensiones cuando cambian μ y P, a continuación se presentan algunos ejemplos de variación del parámetro de McDiarmid, F_{MD} , [12] para fatiga multiaxial en función de μ y P para el caso de contacto esférico. En cada punto del cuerpo objeto de análisis, F_{MD} es dependiente principalmente de la variación de la tensión tangencial máxima, $\Delta \tau_{max}$, y en menor medida de la tensión normal máxima, σ_{max} , en el plano donde se produce $\Delta \tau_{max}$. El parámetro se define:

$$F_{MD} = \frac{\Delta \tau_{max}}{2} + \frac{t_1}{2\sigma_{TS}} \sigma_{max}$$
(5)

Donde σ_{TS} es la resistencia a tracción y t_1 es el valor de F_{MD} en el límite de fatiga. Este parámetro puede considerarse como una tensión equivalente.

La figura 7a muestra la variación de F_{MD} en el eje de simetría de la superficie de contacto cuando μ varía entre 0.5 y 1.5. Se puede comprobar que los picos de este parámetro aumentan con μ . Sin embargo, considerando puntos situados debajo de la superficie, la situación cambia. La figura 7b muestra la variación de F_{MD} en una línea situada a una distancia z = 0.05adebajo del eje de simetría de la superficie de contacto. A esta distancia de la superficie, los valores máximos de F_{MD} son muy similares, con independencia del valor del coeficiente de rozamiento. A profundidades mayores

Tabla 1. Cambios deseables en las condiciones de contacto para mejorar el comportamiento a fatiga por fretting.

	Esferas			Cilindros		
Condiciones	Dealizamianta	Deslizamiento parcial		Declizamion	Deslizamiento parcial	
de contacto	Destizamiento	Fuerza	Desplazamiento	to global	Fuerza	Desplazamiento
	giobai	constante	constante	to giobai	constante	constante
Cambios en μ	Reducir μ	Aumentar μ	Reducir µ	Reducir µ	Reducir	Reducir µ
que mejoran	$(\sigma_{xx} \text{ varia} \sim$	(para μ	(muy eficaz	$(\sigma_{xx} \text{ responde})$	μ	(muy eficaz
el comporta-	lineal con μ	bajo)	cerca del	linealmente)	$(\sigma_{xx} \text{ varía})$	cerca del
miento	valores altos de	Reducir µ	deslizamiento		$con \mu^{1/2}$)	deslizamiento
	éste	(para µ alto)	global)			global
Cambios en P	Reducir P	Aumentar P	Reducir P	Reducir P	Indepen-	Reduzcir P
que mejoran	$(\sigma_{xx} \text{ varía con})$	(muy eficaz	(Cerca del desliz.	$(\sigma_{xx} \text{ varía con})$	diente de	(muy eficaz
el comporta-	$ P^{1/3})$	cerca del	global)	$ P^{1/3})$	Р	cerca del
miento		deslizamien	Aumentar P			deslizamiento
		to global)	(Cerca del desliz.			global)
			nulo)			

respecto a la superficie de contacto la situación cambia: los coeficientes de rozamiento más bajos producen los picos mayores de tensión. Este efecto puede comprobarse en la figura 7c, donde se muestra la variación de F_{MD} a lo largo de una línea situada en el plano de simetría de la superficie de contacto, a una distancia z = 0.1a. Esta evolución de F_{MD} con la profundidad hace más difícil conocer el efecto de μ sobre la resistencia a fatiga por fretting. Con bajo coeficiente de rozamiento, la iniciación se producirá después que con alto valor de μ , sin embargo, una vez que la grieta alcanza cierto valor, la velocidad de crecimiento será mayor con bajos valores de μ que con valores altos.



Figura 7. Variación de F_{MD} en el eje de simetría de la zona de contacto para varios valores de μ , y distintas profundidades, z: (a) z = 0; (b) z = 0.05a; (c) z = 0.1a. P = 20 N, T = 9 N (Fig. 3).

Respecto al efecto de la variación de la fuerza normal de contacto, P, cuando la fuerza tangencial, T, se mantiene constante, la figura 8 muestra la evolución de F_{MD} en el eje de simetría de la superficie de contacto para diferentes valores de P. En este caso, el aumento de P produce una reducción del parámetro F_{MD} , con la consiguiente mejora de la resistencia a fatiga.



Figura 8. Variación de F_{MD} en el eje de simetría de la superficie de contacto para diferentes valores de P.

5. MODIFICACIONES DEL DISEÑO

Respecto a las modificaciones del diseño para mejorar la resistencia a fatiga por fretting, la primera decisión que debe tomarse es reducir las concentraciones de tensión en las proximidades de los contactos. Algunas veces no es difícil encontrar diseños alternativos que reduzcan la concentración de tensiones. Otras veces no es fácil saber si una modificación va a reducir o no las concentraciones de tensión y hay que recurrir a análisis numéricos. Normalmente estos análisis están orientados a la determinación de tensiones y, de ellas, un parámetro de los empleados para los criterios de fatiga multiaxial. También, para el estudio del crecimiento de grietas pequeñas en las proximidades de las superficies de contacto, se emplean criterios basados en la mecánica de la fractura,. A continuación se muestran algunos ejemplos simples de modificaciones del diseño para mejorar la resistencia a fatiga por fretting.

Un ejemplo típico de diseño para reducir tensiones en un ajuste a presión de un eje con un cubo es el aumento del diámetro en la zona de ajuste, como se muestra en la figura 9. Este aumento debe realizarse con un radio de acuerdo suficiente para evitar concentraciones de tensión adicionales. Otra solución es la utilización de ranuras de alivio de tensiones como también se muestra en la figura. Estas soluciones producen una reducción muy pequeña de tensiones en la superficie de contacto, pero producen un alto gradiente de tensiones debajo de la superficie, lo que hace que el factor de intensidad de tensiones para grietas pequeñas sea mucho menor que en la solución básica del ajuste. Esa reducción del factor de intensidad de tensiones puede ser suficiente para hacer que esté por debajo del umbral de crecimiento de la grieta por fatiga y, por tanto, que se detenga la grieta [13]. En casos de ajustes a presión bajo cargas axiales, una reducción de la presión de ajuste reducirá las tensiones en la superficie [14].



Figura 9. Ejemplos de modificaciones de diseño para reducir tensiones en uniones eje-cubo.

Otro caso de fallo por fretting es el de las uniones cargadas mediante un bulón (Figura 10). Un procedimiento para mejorar la resistencia a fatiga por fretting es la modificación de la geometría del bulón, haciéndole dos planos, como se indica en la figura. 10b. Dichos planos descargan la zona de la placa próxima a ellos, que es donde se producen las concentraciones de tensión, con lo que se consigue una mejora de la resistencia a fatiga [15]. Otra posibilidad es mediante el ajuste a presión entre el bulón y el agujero La figura 10c muestra unos resultados obtenidos por Iyer et al. [16]. Muestra la variación del parámetro F, de Ruiz (ecuación (4)) alrededor del agujero en dos casos, uno sin ajuste a presión, y otro con una interferencia del 1%. Se puede comprobar la drástica reducción de los valores del parámetro F cuando se monta con cierta interferencia.

En el caso de uniones atornilladas, rediseñar la unión para reducir la fatiga es difícil. No es posible reducir el coeficiente de rozamiento o la presión de contacto ni introducir un material intermedio que reduzca el coeficiente de rozamiento, ya que el objetivo es transmitir la fuerza mediante fricción. Una reducción de la misma obligaría a transmitir parte de la fuerza por contacto entre el tornillo y el agujero, apareciendo un nuevo problema de fretting. Una posible solución sería sustituir la unión atornillada por otra con adhesivos.



Figura 10. (a) Ejemplo de unión con pasador o bulón. (b) Solución para reducir las tensiones máximas. (c) Distribución del parámetro F, de Ruiz, a lo largo de la periferia del agujero con y sin interferencia; μ =0.2 [16]

En general, puede decirse que cualquier nueva solución de diseño debe ser analizada para determinar su efecto sobre las tensiones y, como consecuencia, sobre la resistencia a fatiga por fretting. Las tensiones en la superficie tendrán influencia sobre la iniciación, mientras que su distribución bajo la superficie serán importantes para analizar la posibilidad de propagación de las grietas iniciadas.

6. MODIFICACIÓN DE LAS SUPERFICIES

Las modificaciones de las superficies que se emplean normalmente para combatir la fatiga por fretting pueden agruparse en función del tipo de modificación y los mecanismos que actúan para prevenir el fallo. Pueden considerarse tres grupos: los tratamientos mecánicos, como el shot o el roll peening, los tratamientos termomecánicos y los recubrimientos. Para su análisis, es importante considerar los mecanismos asociados a la acción de los distintos paliativos y la forma en que estos modifican los procesos de iniciación y crecimiento de las grietas. A continuación se tratan algunos de ellos.

Peening

Hay numerosos trabajos sobre los efectos beneficiosos del shot peening sobre la fatiga por fretting. Los investigadores han intentado identificar los efectos de cada uno de los tipos de modificación de las superficies que produce el tratamiento: incremento de la rugosidad superficial, endurecimiento local por deformación, alteración de la microestructura, que se concreta en un aplastamiento de los granos, con el consiguiente incremento del número de barreras que tiene que atravesar una grieta para desarrollarse, y en un aumento de la densidad de dislocaciones y aparición de un campo de tensiones residuales de compresión.

Tradicionalmente se ha considerado que las tensiones residuales producidas por el shot peening son las causantes de la mejora del comportamiento a fatiga. El shot peening produce un estado de tensiones residuales de compresión en una capa superficial del elemento y tensiones de tracción debajo de dicha capa. El máximo de tensiones residuales se produce en una zona muy próxima a la superficie, como se muestra en la figura 11. Sin embargo, actualmente se sabe que hay otros factores que también contribuyen a esta mejora del continuación comportamiento. А se comenta brevemente la forma en que pueden incidir estos factores.

No está claro cómo actúan las otras alteraciones producidas por el shot peening sobre la superficie. La deformación superficial introduce un número importante de grietas superficiales que pueden actuar como puntos de iniciación. Sin embargo, el crecimiento subsiguiente de la grieta se ve impedido, o al menos dificultado, por el campo de tensiones residuales de compresión. El cambio de la estructura de los granos puede contribuir a reducir la velocidad de propagación haciendo que la grieta siga un camino más sinuoso, como se muestra en la figura 12. El incremento del número de barreras en las proximidades de la superficie puede contribuir a detener grietas en proceso de iniciación y crecimiento en los primeros granos.



Figura 11 Perfil de tensiones residuales producidas por shot peening en dos aleaciones de aluminio [17].



Figura 12. Trayectoria de la grieta en una probeta de Al 7010 con la superficie tratada con shot peening [17]

La figura 13 muestra las curvas de fatiga obtenidas por Bignonnet [18] para un acero cromo-niquel. La figura 13a muestra las vidas obtenidas en el caso de fatiga simple y bajo condiciones de fretting en probetas lisas sin tratamiento superficial. La figura 13b muestra las mismas curvas, pero para probetas sometidas a shot peening. La tercera curva de esta figura muestra el caso de fatiga por fretting de una probeta sometida a shot peening y eliminación de tensiones residuales antes del ensayo. Se observa que una vez eliminadas las tensiones residuales, la resistencia a fatiga vuelve a ser similar a la obtenida sin shot peening.



Figura 13. Curvas S-N, con y sin fretting, para distintos tratamientos superficiales [18].

Un efecto similar puede encontrarse cuando se somete a deformación permanente de tracción a una probeta previamente sometida a shot peening. La figura 14 muestra resultados obtenidos con una aleación de aluminio 2014A [19] en probetas sin shot peening, otras con shot peening y un tercer grupo con deformación permanente del 0.5% después del shot peening. Puede comprobarse que en este último caso la deformación permanente ha eliminado todo el efecto benficioso del shot peening. Dado que la deformación permanente de tracción tiene poco o ningún efecto sobre la capa endurecida por deformación y que prácticamente no perturba la estructura cristalina, esto sugiere que el principal efecto del shot peening en fatiga por fretting es producido por el campo de tensiones residuales.

Las sobrecargas tienden a producir la detención de la grieta como consecuencia del incremento del tamaño de la zona plástica en el frente de la grieta. Sin embargo, cuando las probetas han sufrido shot peening, las sobrecargas pueden tender a reducir la efectividad de la capa con tensiones residuales de compresión [20].

La rugosidad superficial producida por el shot peening puede tener un efecto beneficioso en fatiga por fretting. Se ha comprobado que distribuyendo el área real de contacto en pequeñas áreas discretas, como ocurre en estas superficies rugosas, se retrasa la iniciación de las grietas [19, 21, 13]. La figura 15 muestra las curvas de fatiga obtenidas en una aleación de aluminio 2014A bajo condiciones normales (figura 15a) y de fretting (figura 15b), para tres tratamientos superficiales distintos: sin shot peening, con shot peening, y con shot peening y pulido posterior. Puede verse que el pulido después del shot peening aumenta la resistencia a fatiga normal, sin embargo, reduce la resistencia a fatiga por fretting.



Figura 14. Curvas S-N para la aleación de aluminio 2014A, con fretting y distintos estados superficiales



Figura 15. Curvas S-N de la aleación de aluminio 2014A, para tres tratamientos superficiales distintos. (a) Condiciones normales de fatiga. (b) Fatiga por fretting. [19].

Tratamientos termoquímicos

Los tratamientos termoquímicos implican generalmente la difusión de carbono o nitrógeno a través de la superficie. A veces se utiliza también cromo, boro, aluminio o sílice como elemento a difundir. Pueden considerarse dos categorías: los realizados a altas temperaturas, con el acero en forma de austenita, y los realizados a bajas temperaturas (menor de 600°), con el acero en forma de ferrita.

Las tensiones residuales de compresión desarrolladas por estos tratamientos mejoran normalmente la resistencia a fatiga. En general, cualquier tratamiento que mejore la resistencia a fatiga y no produzca un cambio significativo del coeficiente de rozamiento produce también un incremento de la resistencia a fatiga en condiciones de fretting. Sin embargo, el proceso que produzca el mayor incremento de resistencia a fatiga normal, no tiene por qué ser el que produzca el mejor resultado en fretting.

Los tratamientos termoquímicos más usuales son cementado, nitrurado, y combinaciones de estos. Estos tratamientos incrementan apreciablemente la dureza superficial y crean un estado de altas tensiones residuales de compresión en la superficie.

El cementado es un proceso realizado a alta temperatra (825-925°). El material es templado y revenido, produciendo una capa superficial dura y tenaz de varios milímetros de espesor. Un problema que presenta es que va acompañado de cambios dimensionales que pueden afectar a la calidad del elemento si no son tenidos en cuenta.

El nitrurado se realiza a temperaturas inferiores a 600°. Produce menores distorsiones dimensionales, aunque tiene el inconveniente de que requiere elementos de aleación en el acero que permitan la formación de los nitruros.

Según Kreitner [22], puede considerarse que el nitrurado es mejor paliativo para la fatiga por fretting que el cementado. De acuerdo con sus estudios, el cementado produjo mejor resistencia a fatiga normal, pero en condiciones de fretting la resistencia a fatiga se redujo en un 45%. Por el contrario, en el caso de nitrurado, la resistencia a fretting fatiga fue del 90% de la resistencia a fatiga normal.

Recubrimientos

Recubrimientos químicos y electroquímicos.

En general, se han empleado tanto recubrimientos blandos como duros para reducir la fatiga por fretting. Sin embargo, puede decirse que los recubrimientos son el tipo de paliativo que ha suscitado en la literatura más opiniones contrapuestas respecto a su comportamiento. No están claras las razones para esta controversia. Sin embargo, sí ocurre a veces, que el éxito de un recubrimiento determinado depende en gran medida del sistema de ensayo empleado o de la aplicación real para la que se ha propuesto.

A veces se ha sugerido que la razón por la que se comportan bien los recubrimientos blandos en fretting fatiga es su capacidad para absorber los movimientos entre las superficies [23]. Sin embargo, la amplitud de movimiento que puede ser absorbida elásticamente por estas capas es muy pequeña para poder considerar ésta una explicación válida.

Waterhouse [24] comprobó que recubrimientos electrolíticos como el plomo, zinc, latón, plata, cobre y niquel producen incrementos en la resistencia a fatiga por fretting al aumentar el espesor de los mismos. La plata y el cobre parecen ser los mejores materiales, pero la plata tiende a ser expulsada de la zona de contacto, cosa que no ocurre con el cobre. Aunque estos recubrimientos pueden ser beneficiosos en determinados casos, la poca durabilidad de los mismos es su principal limitación. También, la porosidad del recubrimiento, las tensiones residuales y la fragilización por hidrógeno pueden reducir la resistencia a fatiga normal, por lo que debe ser tenido en cuenta.

Entre los recubrimientos duros que pueden aplicarse, el cromado es probablemente el mejor conocido por su resistencia al desgaste. Sin embargo, los recubrimientos duros de cromo suelen estar excesivamente tensionados y agrietados. En condiciones en que están lubricadas las superfícies, las pequeñas fisuras trabajan como puntos de almacenamiento del lubricante, con el consiguiente efecto beneficioso. En condiciones de fatiga, tiene el problema de que las pequeñas grietas actúan como concentradores, con la consiguiente reducción de la resistencia a fatiga, a veces hasta del 80%. Alguna mejora puede conseguirse si se aplica un shot peening a la superfície.

Sprays

Los recubrimientos duros depositados mediante spray pueden dar a la superficie una alta resistencia al desgaste, sin embargo, hay poca información sobre su efecto en la resistencia a fatiga por fretting. En general, estos recubrimientos se han empleado con mucha más frecuencia para reducir el desgaste que la fatiga por fretting. Hay numerosos recubrimientos de este tipo comercializados, así como numerosos procedimientos de deposición.

Recubrimientos duros obtenidos por deposición con spray reducen la resistencia a fatiga normal debido al estado de tensiones residuales de tracción que generan en la superficie. Sin embargo, Syers [25] comprobó que determinados tipos de recubrimientos son generalmente efectivos en condiciones de fatiga por fretting y que aplicados a aleaciones de titanio producían mejoras en la resistencia a la fatiga por fretting de hasta un 33%. La resistencia a fatiga normal, sin embargo, se veía reducida en un 40 ó 50%.

El recubrimiento con spray de molibdeno es, probablemente, el mejor conocido por su uso en la industria de la automoción. Se usa para mejorar la resistencia al desgaste de los discos de sincronización de las cajas de cambio y de los segmentos en los pistones. Normalmente se elige por su alto punto de fusión, su dura capa de óxido y las buenas características de retención del aceite. Se han comprobado casos en los que la resistencia a fatiga por fretting ha aumentado al doble [26], aunque hay una reducción sustancial en la resistencia a fatiga normal del sustrato.

El beneficio principal de los recubrimientos duros depositados con spray deriva de la reducción que producen en el coeficiente de rozamiento, lo que los hace útiles para los casos de problemas con desplazamientos controlados. Por otro lado, su estructura de capas hace a veces que la propagación se produzca sólo⁻ en el recubrimiento, sin que penetre en el substrato, con el consiguiente efecto beneficioso.

Otros Paliativos

Hay otros paliativos que se emplean en casos de fatiga por fretting, como son la lubricación de las superficies, el uso de inserto o el, menos usual, ranurado de las superficies. A continuación se consideran brevemente.

Lubricantes

La lubricación produce una reducción importante del coeficiente de rozamiento. En situaciones con fuerzas controladas, este efecto producirá un incremento del deslizamiento, que puede ser perjudicial. Es el caso, por ejemplo, de uniones atornilladas, donde el incremento del deslizamiento puede afectar a los tornillos, que tienen que soportar unas cargas mayores. Sin embargo, en situaciones con desplazamientos controlados, la lubricación puede ser muy beneficiosa para reducir la fatiga por fretting. La aplicación de un lubricante reducirá las fuerzas tangenciales transmitidas y las tensiones de contacto durante el deslizamiento. El principal problema de los lubricantes estriba en su corta duración. A menos que se esté aplicando con suficiente frecuencia, el deslizamiento relativo entre las superficies lo expulsará y eliminará la película de lubricante. En general son más empleados en aplicaciones de bajo número de ciclos, y cuando no hay otra solución. En cualquier caso, debe relubricarse a intervalos regulares.

Una alternativa al aceite o grasa lubricante es el lubricante sólido, tales como el disulfito de molibdeno o el óxido de zinc. Son muy efectivos para reducir el daño por fretting pero, como en los casos anteriores, sólo para bajo número de ciclos. Si la aplicación es de alto número de ciclos, los lubricantes sólidos no son satisfactorios, a menos que se relubrique con cierta frecuencia.

Películas intermedias

Se ha comprobado que el microdeslizamiento puede evitarse colocando películas finas de material flexible entre las superficies sometidas a fretting. Si la película tiene el espesor y flexibilidad adecuada puede eliminarse la concentración de tensiones producida generalmente en el borde de las zonas de contacto, al tiempo que se elimina el deslizamiento relativo. Aunque puede ser muy efectivo para ciertas aplicaciones, no obstante, tiene ciertas limitaciones que deben considerarse. Normalmente, estas películas son sólo aplicables para pequeños movimientos relativos entre las superficies. Por otro lado, el aumento de flexibilidad producido al aplicar la película intermedia puede ser inaceptable para ciertas aplicaciones. Otra posible limitación de este paliativo es la durabilidad de la capa interfacial ante las cargas y deformaciones variables a que están sometidas.

A pesar de esas limitaciones, la capacidad de las películas interfaciales para eliminar las concentraciones de tensión en las superficies puede hacerlas muy efectivas en diversas aplicaciones sometidas a fretting, entre las que sobresalen las uniones atornilladas.

7. CONCLUSIONES

La selección de soluciones para mitigar o eliminar la fatiga por fretting en un diseño cualquiera es difícil y aún bastante subjetiva. Por un lado, es difícil por la falta de un conocimiento claro de todos los mecanismos de daño que tienen lugar durante el fretting. Por otro lado, queda aún mucho para conocer adecuadamente los mecanismos con los que actúan determinados paliativos. Finalmente, la diferencia entre las condiciones de trabajo de dos sistemas distintos sometidos a fretting puede hacer que un paliativo sea bueno para uno de los sistemas y contraproducente para el otro. Éste puede ser el caso de la diferencia entre los sistemas que funcionan con deslizamientos controlados o con fuerzas controladas.

En cualquier caso, cada vez está más aceptado que los niveles de tensiones en la superficie y los gradientes existentes en las proximidades de las superficies de contacto son los parámetros que determinan en mayor grado la iniciación y posterior desarrollo de una grieta por fatiga debida a fretting. En ese sentido, la selección de los paliativos debe hacerse considerando detalladamente las condiciones de trabajo de cada caso y las tensiones que se generan. A partir de este estudio deberán seleccionarse aquellos que modifiquen las condiciones de trabajo, nivel de tensiones o resistencia de los elementos en el sentido deseado.

8. AGRADECIMIENTO

Creo que es justo reconocer la labor desarrollada por los profesores Manuel Elices y Manuel Fuentes desde la creación del Grupo Español de Fractura, impulsando el desarrollo de la Mecánica de la Fractura en España y potenciando la generación de grupos de investigación sobre distintas áreas de la Mecánica de la Fractura en diferentes lugares de nuestra geografía. Por ello, quiero agradecerles el gran trabajo realizado, que ha hecho posible tanto la edición de los Anales de Mecánica de la Fractura y la celebración de los encuentros anuales de forma ininterrumpida desde 1984, como que nuestro país sea reconocido internacionalmente en el campo de la Mecánica de la Fractura.

9. REFERENCIAS

- Waterhouse, R. B. and Lindley, T. C., *Fretting Fatigue*, ESIS Publication No 18, European Structural Integrity Society. Mechanical Engineering Publications Limited, London, 1994.
- [2] R.B. Waterhouse (Ed.) Fretting Fatigue. Applied Science Publishers, 1981.
- T. Hattori, "Fretting Fatigue Problems in Structural Design", *Fretting Fatigue*, ESIS 18, (Edited by R. B. Waterhouse y T. C. Lindley), Mech. Eng. Publ., 437-451, 1994.
- [4] O. Vingsbo and Söderberg, "On Fretting Maps", Wear, 126, 131-147, 1988.
- [5] Z.R. Zhou, S. Fayeulle and C. Vincent, "Cracking Behaviour of various Aluminium Alloys During Fretting Wear", Wear 155, 1992, 317-330.
- [6] K. Nishioka and K. Hirakawa, "Fundamental Investigations of Fretting Fatigue (Part 5, The Effect of Relative Slip Amplitude)", Bulletin of JSME, Vol. 12, N° 52, 692-697, 1969.
- [7] Wharton, M. H., Waterhouse, R. B., Hirakawa, K. and Nishioka, K., "The Effect of Different Contact materials on the Fretting Fatigue Strength of an Aluminum Alloy", Wear, 26, 253-260, 1973.
- [8] Ruiz, C, Boddington P. H. B. and Chen, K. C., "An Investigation of the Fatigue and Fretting in a Dovetail Joint", Exp. Mech., 24, 208-217, 1984.
- [9] Beard, J., "Palliatives for Fretting Fatigue", *Fretting Fatigue*, ESIS 18, 419-436, 1994.
- [10] J. Domínguez, "Cyclic Variations in Friction Forces and Contact Stress During Fretting Fatigue", Wear 218, 43-53, 1998.
- [11] T.C. Chivers, S.C. Gordelier, "Fretting Fatigue and Contact Conditions: a Rational Explanation of Palliative Behaviour", Proc. Instn. Mech. Engrs, Vol. 199,N° C4, 325-337, 1985.
- [12] McDiarmid, D. L., "Mean Stress Effect in Biaxial Fatigue where the Stresses Are Out-of-phase and

at Different frequencies," in *Fatigue under Biaxial* and *Multiaxial Loading*, K. Kussmaul, D. McDiarmid and D. Socie, Eds., ESIS 10, Mechanical Engineering Publications, pp. 321-335, 1991.

- [13] T. Hattori, M. Nakamura and T. Ishizuka, "Fretting Fatigue Analysis of Strength Improvement Models with Grooving or Knurling on a Contact Surface", *Standarization of Fretting Fatigue Test Methods* and Equipment, ASTM STP 1159, 101-114, 1992.
- [14] J. Dobromirski and Ian O. Smith, "A Stress Analysis of a Shaft with a Press-Fitted Hub Subjeced to Cyclic Axial Loading", Int. J. Mech. Sci., Vol. 28, N° 1, 41-52, 1986.
- [15] R.B. Waterhouse (Ed.) Fretting Fatigue. Applied Science Publishers, Chap 10, 221-240, 1981.
- [16] K. Iyer, G. T. Hahn, P. C. Bastias y C. A. Rubin, 1995, "Analysis of Fretting Conditions in Pinned Connections", Wear, Vol. 181-183, pp. 524-530.
- [17] Lindley, T. C. and Waterhouse, R. B., "Prevention of Fatigue by Surface Engineering", *Engineering Against Fatigue*, (J. H. Beynon, M. W. Brown, T. C. Lindley, R. A. Smith, and B. Tomkins, Eds.), Balkema, 487-499, 1999.
- [18] Bignonnet, A., "Some Observations of the Effect of Shot Peening of Fretting Fatigue, *Fretting Fatigue*, ESIS 18 (R. B. Waterhouse and T. C. Lindley, Eds.), 475-482, 1994.
- [19] R. B. Waterhouse, "Residual Stress and Fretting, Crack Initiation and Propagation", Advances in Surface Treatments, Vol. 4, International Guidebook on Residual Stresses, A. Niku-Lari, Pergamon Press, 511- 525, 1987.
- [20] de los Rios, E.R., Walley, A., Milan, M.T. & Hammersley, G., "Fatigue crack initiation and propagation on shot peened surfaces in A316 stainless steel", Int J. of Fat. 17 (7). 493-499, 1995.
- [21] Bramhall, R., "Studies in Fretting Fatigue", PhD thesis, University of Oxford, 1973
- [22] Kreitner, L., "The effect of false brinelling and fretting fatigue on the fatigue life of assembled machine components," Forschungshefts Forschungskuratorium Maschinenbau e.V., Part 56 (1976): RAE Trans, 1979.
- [23] Waterhouse, R. B., Fretting corrosion, International series of monographs on materials science and technology (D. W. Hopkins Ed.) Vol. 10, Pergamon, Press, Oxford, 1972.
- [24] Waterhouse, R. B., Brook, P. A., and Lee, M. C., "The effect of electrodeposited metals on the fatigue behaviour of mild steel under conditions of fretting corrosion," *Wear*, 5, 235-244, 1962.
- [25] Syers, G., "The protection of certain titanium alloys against fretting fatigue", Rolls Royce Lab. Research Report 10245/FS/78, 118, 1978.
- [26] Taylor, D. E. and Waterhouse, R. B., 1972, "Sprayed rnolybdenum coatings as a protection against fretting fatigue," *Wear*, 20, 401-407.

CRECIMIENTO DE GRIETAS POR FATIGA CON CARGAS ALEATORIAS: EFECTO DE LAS CARGAS, MODELOS DE ESTIMACIÓN.

J. Zapatero y B. Moreno. Dpto. de Ingeniería Civil y Materiales. E.T.S.I.I. de Málaga, Plaza del Ejido s/n, 29013 MÁLAGA.

Resumen. La compleja tarea de la estimación del tiempo que tarda en crecer una grieta por fatiga se ve aumentada cuando las cargas que actúan sobre el elemento son de naturaleza aleatoria. No se puede dejar de lado al abordar un estudio de fatiga la dispersión de las vidas obtenidas, es importante además de cuantificar la variabilidad de la duración, conocer lo mejor posible, que factores y en que medida contribuyen cada uno a la incertidumbre de los resultados. En el presente trabajo se realiza un estudio de la estadística y dispersión de las vidas de crecimiento de grieta, analizando la influencia del ancho de banda del proceso, del nivel de tensión y de la longitud del registro utilizado, comparando esta variable con la influencia del propio material sobre la dispersión de la vida. Se analiza y compara, la validez de algunos modelos tanto ciclo a ciclo como analíticos (éste propuesto por los autores), para estimar la vida de crecimiento de grieta. Todos los estudios se comparan con resultados obtenidos por los autores y con otros tomados de la literatura.

Abstract. This paper shows an introduction to fatigue crack growth under variable amplitude loading. Some methods to predict the fatigue crack growth under variable amplitude loading in metals are briefly described. First of all it is analysed a very important aspect that makes different the fatigue crack growth in metals under variable amplitude loading. It is the sequence effect. Special attention is paid to crack closure and its effect fatigue crack growth. Some numerical models to simulate the sequence effect are also considered. The measurement of the loads or tensions that produce the close, it is a complex task that needs of techniques of great sensibility, for determine the behaviour variation that is produced upon going from the crack situation partially closed to thoroughly opened. In this paper, also is measured the crack closure load through strain gage, using in the test CT specimen and the aluminium alloy 2024-T351. They have been compared different criteria used in the determination of the closure load, being found large differences between them, and is proposed a differential process for the determination of the closure load, being obtained some results with a very small dispersion. Ten groups of fatigue crack growth tests under random loading have been carried out. For each group, different loading histories were obtained from the same random process. The four random processes used had different bandwidth. For each group of tests, the fatigue lives obtained are statistically analysed and compared with the other groups. The effect of the bandwidth of the random process on the statistical parameters and distribution of life are analysed. The behaviour of crack growth model proposed by Newman and implemented in the FASTRAN II computer program is analyzed. Capability of the model to predict crack growth life under variable amplitude loads is considered. The effect of the constraint factors used to consider the stress condition is analyzed. The results of the simulations are compared with the experimental lives obtained for 2024-T351 aluminium alloy. The simulated lives present, a strong influence of the constrain factor. The mean life increase with the broadband of the spectrum. Finally, a model for the statistical analysis of crack growth under random loading that includes the loading sequence effect is presented. The model defines and incorporates an equivalent closure stress that is included in the fatigue crack growth law via the effective stress intensity factor. The equivalent closure stress for each loading process is obtained from the probability density function of peaks p(S) in the random loading process, the properties of the material and the specimen geometry. The model was applied to the analysis of crack growth life under random loading on sheets of two different aluminum alloys: 2024-T351 and 2219-T851. The crack-growth lifetimes thus obtained were consistent with experimental data and with the results obtained by using a cycle-by-cycle simulation scheme.

1. INTRODUCCION.

La mayoría de los sistemas mecánicos estas sometidos durante su funcionamiento a cargas irregulares o de tipo aleatorio. La aplicación continuada de estas cargas, puede llevar al crecimiento de grietas existentes que pueden desembocar en el fallo del sistema. La estimación del tiempo que tarda en crecer una grieta por fatiga, es una necesidad en el diseño de elementos sometidos a cargas variables en el tiempo. Estas estimaciones se realizan mediante modelos que se ajustan con datos obtenidos en ensayos con cargas de amplitud constante. La extrapolación de la validez de estos modelos para su uso en determinaciones de vida de elementos sometidos a cargas aleatorias, no es una tarea fácil.

Por un lado, los efectos de secuencia cambian el comportamiento de los ciclos posteriores a la aplicación de una sobrecarga, ya sea ésta de tracción o de compresión. Por otra parte, la aplicación de cargas de tipo aleatorio, impide el conocimiento real de las tensiones que tienen lugar en cada momento, pudiendo ser solamente estimadas estadísticamente.

La aparición de una sobrecarga de tracción durante la aplicación de una carga de amplitud constante, produce una disminución de la velocidad de crecimiento de grieta (retardo) en los ciclos posteriores a la sobrecarga. Lo contrario ocurre, si la carga aplicada es de valor inferior al mínimo de los ciclos de amplitud constante, en este caso se produce un aumento de la velocidad de crecimiento (aceleración), en los ciclos posteriores a la aplicación de esta carga, aunque la duración y la magnitud de este efecto suele ser inferior al de retardo Budiansky y Hutchinson (1978). Ambos efectos se pueden combinar produciendo situaciones muy diversas que dependen de: la geometría de las cargas, Stephens y Chen (1976), de los valores máximo y mínimo aplicados, Topper (1985), de R, del estado de tensiones, del espesor de la probeta, de la microestructura, etc., Marissen et al. (1984), Millan y Pelloux (1967). Como se ve, en cargas de tipo aleatorio, es fundamental el conocimiento de los efectos de secuencia y su utilización en los modelos de cálculo de la vida de crecimiento de grieta.

Desde que se observó la existencia del efecto de secuencia, se han propuesto diversos mecanismos como responsables del mismo. En 1967, Rice propuso el redondeado del fondo de la grieta ("crack tip blunting") como responsable del retardo. Posteriormente, Elber (1971)introdujo el término cierre de grieta, denominando así al fenómeno producido por deformación plástica, al que consideró responsable del efecto de secuencia. Posteriormente se han propuesto otros mecanismos que participan también en la generación del efecto de secuencia, como son la deflexión o la bifurcación de la grieta, producida por una sobrecarga, la rugosidad superficial debida a la irregularidad en el crecimiento, el cierre de grieta inducido por el óxido formado en la superficie, el endurecimiento por deformación, etc. Una descripción de estos mecanismos y discusión sobre la importancia de cada uno de ellos en la producción del efecto de secuencia puede verse en la bibliografía, Ward-Close et al (1981). A continuación se describen brevemente los que más afectan en el caso de materiales metálicos.

Cierre de grieta inducido por plasticidad.

Como se ha indicado anteriormente, el concepto de cierre de grieta fue introducido por Elber (1971) para explicar ciertas anomalías en el comportamiento de una grieta sin carga. Mientras una grieta ideal sometida a carga positiva cierra cuando se descarga totalmente, las grietas producidas por fatiga cierran durante la descarga antes de llegar a ser nula la tensión. Igualmente, durante la carga posterior, la grieta no se abre hasta que el valor de la misma alcanza determinado valor.



Fig. 1. Estela plástica creada al crecer grieta.

Esta diferencia de comportamiento puede explicarse considerando la plasticidad que se forma en el frente de la grieta durante el proceso de crecimiento por fatiga, Figura 1. Cuando la grieta crece, el frente va dejando detrás de sí una zona de material deformado plásticamente (estela plástica), con deformación residual de tracción. La deformación residual acumulada en dicha zona actúa como una cuña, generando sobre la grieta unas tensiones residuales de compresión.

Elber, midiendo la evolución del desplazamiento entre dos puntos durante un ciclo de carga, en una probeta con una grieta de fatiga, determinó las tensiones a las que se producía la apertura completa de la grieta durante la carga y aquella a la que se producía el cierre durante la descarga. Pueden distinguirse básicamente tres zonas. Una en la que la grieta está abierta y el comportamiento es lineal. Otra segunda en la que se produce el cierre de la misma, con variación de la rigidez debido al cambio de geometría, y, por último otra cuando la grieta está totalmente cerrada, el comportamiento es lineal y la rigidez es igual a la de una probeta sin grieta. La tensión correspondiente al punto en el que comienza el contacto entre las superficies se denomina tensión de cierre S_{cl} .

Elber, considerando que sólo puede producirse propagación de la grieta durante la parte del ciclo de carga en que la grieta está totalmente abierta, propuso el empleo de la S_{op} como tensión de referencia para definir un rango efectivo de tensiones ΔS_{eff} y un rango efectivo del factor de intensidad de tensiones ΔK_{eff} :

$$\Delta S_{eff} = S_{max} - S_{op} = U \Delta S \tag{1}$$

 $\Delta K_{eff} = K_{max} - K_{op} = U \Delta K \tag{2}$

Midiendo las S_{op} en ensayos de amplitud constante y empleando ΔK_{eff} en la ecuación de crecimiento:

$$\frac{da}{dN} = C \left(\Delta K_{eff} \right)^m = C \left(U \,\Delta K \right)^m \tag{3}$$

obtuvo un buen ajuste de los resultados experimentales generados con carga de amplitud constante y diferentes valores de $R=(K_{min}/K_{max})$, en probetas de aleación de aluminio 2024-T3. Mientras que la representación de da/dN- ΔK produce diferentes curvas en el rango de aplicación de la ecuación de Paris, los mismos datos de crecimiento representados en función de ΔK_{eff} producen una sola curva.



Fig.2. Esquema de la zona plástica creada por la sobrecarga

En casos de aplicación de una sobrecarga o bloques de cargas con dos amplitudes distintas, Elber comprobó que Sop variaba de forma que permitía considerar el cierre de grieta como uno de los principales causantes del efecto de secuencia. Al producirse una sobrecarga durante un proceso de carga con amplitud constante, justo delante del borde de la grieta se genera una zona plástica mayor con deformaciones plásticas residuales de tracción, figura 2. Al volver a aplicarse los ciclos de menor amplitud iniciales, el redondeado del borde producido por la sobrecarga hace que Sop disminuya inicialmente, aumentando la velocidad de crecimiento de la grieta respecto a los valores producidos antes de la sobrecarga. Cuando la grieta crece a través de esta zona plástica con mayores deformaciones acumuladas, se generan mayores presiones entre las superficies de la grieta, aumentando Sop con la consiguiente disminución de la velocidad de crecimiento, Fleck (1988).

Igualmente, entre dos bloques de carga al producirse un cambio de amplitud de los ciclos, se produce un cambio no instantáneo de las tensiones de cierre que permite explicar, al menos en parte, los efectos de secuencia producidos.

Cierre de grieta inducido por óxido.

La observación de ciertas anomalías en el crecimiento de las grietas en determinados ambientes con valores de ΔK próximos al umbral de crecimiento por fatiga, llevó a diversos investigadores como Suresh, Zamiski, y Ritchie, (1981) o Liaw et al. (1983) a plantear la posibilidad de que se produjera un efecto de cierre de grieta debido a la oxidación de las superficies de la misma. En efecto, la presencia de una atmósfera corrosiva produce la oxidación de las nuevas superficies generadas durante el crecimiento de la grieta figura 3a. Con valores de ΔK próximos al umbral de crecimiento por fatiga, la apertura de la grieta en modo mixto, la rugosidad de las superficies y el cierre de grieta inducido por plasticidad producen una continua rotura y nueva formación de la capa de óxido mediante un mecanismo de fretting. Las partículas de óxido desprendidas producen un efecto de cuña, aumentando el factor de intensidad de tensiones a que se produce el cierre K_{cl} , reduciendo el valor de ΔK_{eff} . La consecuencia, de acuerdo con la ecuación (3), es una reducción de la velocidad de crecimiento.

El cierre de grieta inducido por óxido se ve potenciado en determinadas condiciones, como son: ambientes corrosivos, pequeños valores de R y ΔK , superficies de grieta rugosas, bajo límite elástico del material y cualquier otra que potencie la oxidación, contacto y deslizamiento entre las superficies, Liaw (1988). Su efecto sobre la tensión de cierre y la velocidad de crecimiento de la grieta es importante para valores de ΔK próximos al umbral y pequeños valores de R, donde es mayor el cierre producido y menor la parte de éste debida a la plasticidad; además, cualquier variación de K_{op} tiene mayor influencia sobre da/dN. Por ello, su efecto sobre la vida a fatiga, normalmente sólo es significativo con estas condiciones de carga.

Cierre de grieta inducido por rugosidad.

Con niveles bajos de tensión, como ocurre con niveles próximos al umbral, la zona plástica tiene dimensiones menores que una dimensión microestructural característica, por ejemplo, el tamaño de grano. En estas condiciones, el crecimiento de grieta se suele producir a lo largo de un solo sistema de deslizamiento: mecanismo típico del crecimiento de grietas pequeñas (estado I de crecimiento de grieta por fatiga). Esta forma de crecimiento da origen a una morfología altamente irregular en la superficie que, conjuntamente con el desplazamiento de las superficies de la grieta en modo II y el desajuste entre las irregularidades de las

superficies figura 3b, da origen a un aumento del valor de K_{cl} , Gray et al. (1983), Suresh y Ritchie (1982).

Como tener en cuenta el efecto de secuencia.

Se han propuesto numerosos modelos de crecimiento de grieta que consideran el efecto de secuencia producido en el crecimiento de una grieta cuando se aplican cargas de amplitud variable. Hay modelos tanto numéricos como analíticos o semianalíticos, basados en medidas experimentales del comportamiento de un material específico ante diversos tipos de cargas variables. Entre ellos destacan, sobre todo por ser los más utilizados y haber servido de base para otros muchos, los propuestos por Wheeler (1972) y por Willemborg (1971) y los basados en el concepto de cierre de grieta, ya sean determinando la tensión de cierre mediante análisis del comportamiento del material ante la secuencia de cargas, Führing (1979), Newman (1981), McClung (1989) y Chermahini et al (1989), o proponiendo una expresión aproximada de la evolución de la tensión de cierre, determinada a partir de ensayos y/o análisis numéricos, De Koning (1980), Newman y Elber (1988). A partir de ellos se han desarrollado otros más sofisticados. Unos permiten incluir otros efectos, como la aceleración y los efectos de cargas de compresión, otros se ajustan mejor a determinados materiales y tipos de carga, otros permiten disminuir el número de parámetros del modelo a determinar experimentalmente, o incluyen la posibilidad de tratamiento de grietas cortas, etc., Newman (1981 y 1983), Johnson (1981).



Fig. 3. Cierre de grieta por óxido (a), y cierre de grieta por rugosidad.

Definición de cargas

La definición de las cargas, cuando estas son de naturaleza aleatoria o casi aleatoria, es otro problema que añade incertidumbre a la estimación de la vida de crecimiento. Estas cargas pueden estar definidas mediante un registro que recoge una secuencia de picos y valles, o a través de una definición estadística mediante parámetros que caracterizan el procesos de carga a que está sometido el sistema. En el primer caso, el registro debe ser representativo del proceso de carga. La obtención de una historia de cargas representativa de un proceso es una tarea compleja y larga Schütz (1987 y 1993), Potter y Watanabe (1989), Broek (1989) y Domínguez (1993), que implica el manejo y procesado de gran cantidad de datos, el registro obtenido, sin embargo, será uno de los muchos que pueden representar al mismo proceso. La utilización de distintos registros igualmente representativos del mismo proceso, puede llevar a obtener vidas muy distintas, Domínguez y Zapatero (1991, 1992 y 1997), tanto en ensayos como en estimaciones con distintos modelos de cálculo.

Si la definición de las cargas se hace estadísticamente, la elección de los parámetros depende del tipo de carga a la que el sistema esté sometido. Cuando la historia de carga es altamente irregular, los grandes picos pueden producir retardos en el crecimiento y la secuencia de aplicación de los ciclos de carga, puede influir grandemente en la vida del sistema.

Si los efectos de secuencia son pequeños, la vida de fatiga se puede estimar mediante alguna aproximación simple. Una de las aproximaciones mas sencillas, consiste en considerar un ciclo de carga de amplitud constante como equivalente al proceso de carga, éste se obtendría a partir de la estadística de picos o rangos, Hudson (1981), y se aplicaría a cualquiera de los modelos de velocidad de crecimiento de grieta basados en la mecánica de fractura elástica lineal. También se pude obtener la vida mediante modelos estadísticos, por integración directa de la ley de crecimiento, utilizando simples parámetros estadísticos, Zapatero y Domínguez (1990), como nivel de tensión equivalente, distribución de rangos de carga, nivel de carga media etc.

Cuando los efectos de secuencia son grandes, el orden de aplicación de las cargas es importante y los procesos vistos en el párrafo anterior dejan de tener validez. En estos casos, la determinación mediante modelos ciclo a ciclo es el proceso más ampliamente aceptado para la determinación de la vida de crecimiento de grieta. Este proceso de cálculo como se ha visto antes, necesita disponer de un registro de cargas determinado con una secuencia dada, la vida obtenida con éste registro puede ser muy distinta a la obtenida con otro registro con distinta secuencia pero estadísticamente idénticos, Domíngez y Zapatero (1992).

En este trabajo se pretende dar una visión general de la problemática del crecimiento de grietas producido por fatiga aleatoria. Se analizarán los métodos para la determinación experimental del cierre de grieta, así como se estudiará el efecto del tipo y nivel de cargas sobre los parámetros estadísticos de la vida de crecimiento de grieta. Finalmente se comparará la eficacia del "strip yield model" propuesto por Newman (1981) y un modelo estadístico propuesto por el autor.

2. MEDIDA DEL CIERRE DE GRIETA

La mayoría de los métodos para la determinación de la tensión de cierre, se basan en determinar el cambio de flexibilidad del elemento al pasar de la grieta completamente abierta a parcialmente abierta, o viceversa. Un trazado típico de la carga frente a la deformación de un elemento con una grieta, se muestra en la Fig. 4, como se observa, se pueden distinguir varias regiones que reflejan el distinto comportamiento por el que va pasando el material en un ciclo de carga. En la región AB, la grieta está totalmente cerrada y el comportamiento es elástico lineal, entre los puntos CD, la grieta está completamente abierta y el comportamiento es lineal, aunque con mayor flexibilidad debido a la existencia de la grieta, en la última zona de la curva puede aparecer plasticidad produciéndose un aumento de la flexibilidad. La carga de cierre se relaciona con el punto C de la curva, luego el problema se presenta en la determinación de forma fiable del cambio de pendiente producido en ese punto.



Fig. 4. Diagrama típico carga-deformación para una probeta agrietada

Son varios los métodos experimentales que han sido utilizados para la medición de la tensión de cierre, Básicamente se pueden distinguir los que miden la flexibilidad mediante métodos ópticos, o mediante extensómetros, tipo COD o mediante la colocación directa de galgas extensiométricas sobre la superficie del elemento. En la Fig. 5, se representa una probeta CT, en la que se esquematiza la colocación de las galgas, extensómetros y demás accesorios de medida. Dentro de los medios extensiométricos la colocación de la galga en la cara posterior de la probeta, en probetas CT, obtiene una gran sensibilidad en la medición, Allison (1988). Los valores medidos por los distintos autores muestran grandes diferencias y dispersión, obteniéndose incluso datos contradictorios, Hertzberg (1988).

Se suele utilizar la relación U= $\Delta K_{ef}/\Delta K$ como medida de la tensión de cierre. Se han propuesto gran cantidad de relaciones empíricas, Elber (1971), Schijve (1981), Bachmann et al. (1975), Chand et al. (1985) y Bell et al. (1974), para muy diversos materiales, que obtienen el valor de U en función de R (P_{min}/P_{max}). A partir de la expresión de U, se puede obtener una relación entre tensión de cierre (S_{cl}), tensión máxima aplicada en cada ciclo (S_{cl}) y R, como:

$$S_{cl} = S_{max}(1 - U(1 - R))$$
(4)



Fig. 5. Esquema de la colocación de extensómetros, e identaciones para las distintas técnicas de medida.

La dificultad para determinar el punto de inflexión de la curva *P-e*, obtenida experimentalmente de los ensayos es grande, como se pone de manifiesto en la figura 6. En esta figura se representa un lazo completo cargadeformación obtenida en ensayos realizados por los autores. Aparentemente no se observa cambio de comportamiento para bajos valores de la carga, se necesita por tanto de algún proceso que sea capaz de detectar con sensibilidad suficiente, el cambio de comportamiento, debido al cierre y apertura de la grieta.



Fig. 6. Trazado carga-deformación medido en los ensayos

Ritchie (1988) propone un procedimiento que consiste en determinar el segmento de la gráfica para el cual el ajuste de una recta por mínimos cuadrados produce el máximo coeficiente de correlación. Dicho coeficiente se calcula para el proceso de descarga, partiendo de un punto de la zona alta de la curva y con un número inicial de puntos, se calcula la recta de correlación añadiendo un nuevo punto en cada iteración. El coeficiente de correlación aumenta a medida que aumenta el segmento ajustado hasta un valor de carga a partir del cual disminuye. Dicho valor de la carga correspondería a la carga de cierre. Sin embargo los resultados así obtenidos dependen, como ya comprobó Alison (1988), del punto en el que comience el ajuste y de la longitud inicial del segmento a ajustar. En función del valor elegido para estos parámetros puede ocurrir que el factor de correlación calculado sea siempre decreciente, obteniéndose como valor de carga de cierre la más alta primera considerada, o siempre creciente obteniéndose la carga mínima como tensión de cierre. En la tabla 1 se resumen algunos de estos resultados que ponen además de manifiesto la gran dispersión de resultados obtenidos.

Tabla 1. Influencia de la elección de los parámetros en la obtención de P_{cl} , en el método de correlación máxima.

Orden punto de	Nº de puntos	P _{cl}
inicio	iniciales	
0	15	192
15	15	283
15	10	415
18	15	291

Los datos de la tabla anterior están obtenidos solamente para un ciclo de carga, de donde se pone de manifiesto la poca fiabilidad de éste método.



Fig. 7. Curva P- (e-e') donde se marca el punto de inflexión correspondiente a la P_{cl}

Diversos autores proponen comparar la curva experimental (P-e) con una recta carga-deformación elástica (P-e'), donde dicha deformación elástica se obtiene multiplicando el valor de la carga por una constante de proporcionalidad $e' = K \cdot P$.

Los autores proponen tomar K=(de/dt)/(dp/dt), donde la

constante K se calcula promediando el valor de las derivadas temporales para valores de P y e entre el 25 y el 85% del rango. En la figura 7, se representa un trazado P-(e-e') donde se observa claramente el cambio de comportamiento. Para valores de carga medios la diferencia de deformaciones es constante (aproximadamente vertical), la rama inferior que se despega hacia la derecha muestra el comportamiento cuando la grieta está totalmente cerrada. Para valores altos de carga (por encima del punto D en la figura 4) dicha diferencia (e-e') muestra que la deformación cambia nuevamente de pendiente.

Coincidiendo con los resultados obtenidos por Chen (1988), la parte vertical no es una línea recta sino que tiene forma de S, el cambio de curvatura en el punto de inflexión marca cuando la flexibilidad comienza a disminuir al comenzar a cerrarse la grieta. El punto de inflexión de esta curva puede tomarse como valor de la carga de cierre.



Fig. 8. Comparación entre los datos obtenidos por los autores, y los obtenidos por Elber (1971) y Schijve (1981).

Las cargas de cierre son calculadas mediante el método propuesto y se comprueba que en este caso el intervalo de carga y deformación adoptados para calcular la constante de proporcionalidad y con ella los valores de e-e' tiene muy poca influencia en el calculo del punto de inflexión.

En la figura 8 se muestran los valores medios obtenidos con el método propuesto y los estimados por Elber (1971) y Schijve (1981) para este mismo material. Como se ve los valores calculados siguen la misma tendencia que la de estos, alcanzando valores muy similares. Las desviaciones estándar, obtenidas con este método, son inferiores al 6 %. Utilizando el método de máxima correlación y, eligiendo en cada caso, los parámetros de ajuste que producen las dispersiones mínimas, se encuentra, que entre el 10 % y el 30 % de los valores calculados son superiores a la media en más de un 40 %. Las dispersiones con el método propuesto son sensiblemente mejores que las obtenidas con el de máxima correlación, sobre todo a medida que R aumenta.

3. INFLUENCIA DEL MATERIAL Y DEL TIPO Y NIVEL DE CARGA, SOBRE LA VIDA DE CRECIMIENTO DE GRIETA.

Muchas de las variables que condicionan el proceso de crecimiento de grieta en fatiga son aleatorias. El carácter estadístico de las mismas, tiene como consecuencia que la vida de crecimiento de una grieta, si se quiere tener una cierta precisión, deba aproximarse estadísticamente. La determinación estadística de los parámetros de vida de crecimiento de grieta, reviste gran importancia, máxime, si las cargas implicadas en el proceso son de naturaleza aleatoria. El análisis de la vida a fatiga de un elemento cualquiera, mediante este tipo de cargas, va sea mediante simulación o ensavo, se realiza aplicando repetidamente un registro de carga hasta que se produce el fallo. El registro empleado, aunque representativo, será uno cualquiera de los múltiples registros representativos del mismo proceso de carga, con idénticos parámetros estadísticos. Si se emplea en la simulación o ensayos otra historia de carga, se obtendrá una vida distinta a la producida con el primer registro. Esta diferencia en los resultados obtenidos dependerá de las características del material, de las características estadísticas de la carga y de la longitud del registro empleado.

La repetición indefinida, hasta el fallo, de un registro de longitud finita puede ser una fuente de errores por dos razones. Por un lado, introduce un efecto de secuencia, que puede depender de la longitud de ésta, Domínguez y Zapatero (1992). Por otro lado, el registro empleado no es más que una muestra del proceso de carga del sistema: otro registro representativo pero distinto producirá un resultado diferente. Así, la vida obtenida mediante ensavo o simulación con una de estas historias de carga, manteniendo constante el resto de los parámetros que pueden afectar al resultado, no será más que una de las posibles, sin que tenga que ser la media o el valor mínimo. Para conseguir resultados fiables de vida a fatiga bajo cargas reales a partir de simulaciones o ensayos con registros aleatorios definidos, es importante conocer la posible variación de los resultados en función del registro representativo empleado. Deberá conocerse, si es probable que los resultados reales sean muy distintos a los obtenidos con un registro de carga o si la dispersión real esperada es poco significativa.

Estadística de la vida de crecimiento de grieta

Para el estudio de la variabilidad en el crecimiento de grieta, se han realizado diez series de ensayos (S1 a S10) con registros de carga obtenidos a partir de cuatro procesos aleatorios estacionarios gaussianos de media cero, cuyos anchos de banda son diferentes. Los procesos aleatorios de carga se definieron mediante su densidad espectral de potencia (*dep*). El ancho de banda, se ha caracterizado mediante el factor de irregularidad ε , definido como la relación entre la frecuencia de cruces del valor medio con pendiente positiva y, la frecuencia de picos. El factor de irregularidad varía entre 0 y 1, siendo la banda más estrecha a medida que se aproxima a uno, y más ancha a medida que se aleja de este valor. Los factores de irregularidad de los procesos utilizados en este trabajo han sido: $\varepsilon = 0.64$, 0.70, 0.77 y 085.

Tabla 2. parámetros de las series de ensayos utilizadas

Denominación	3	σ (N)	L (ciclos)	Nº de
Denominación				ensayos
S1	0.77	1080	5000	30
S2	0.64	1080	25000	20
S3	0.70	1080	25000	20
S4	0.77	1080	25000	20
S5	0.85	1080	25000	20
S6	0.64	640	25000	20
S7	0.77	640	25000	20
S8	0.85	640	25000	20
S9	0.77	1080	5000	25
S10	0.77	1080	25000	20

Se han simulado numéricamente entre 20 y 30 historias distintas de carga de 5000 o 25000 ciclos cada una, obtenidas a partir de cada uno de los cuatro procesos aleatorios definidos. Las series de ensayos $S9 \ y \ S10$ corresponden a ensayos donde siempre se utiliza el mismo registro de carga, dependiendo la variabilidad del ensayo, fundamentalmente de las diferencias en las propiedades del material. Con estos ensayos, se prende observar la influencia del propio material sobre la dispersión de la vida de crecimiento de grieta, y compararla con la influencia de la propia carga.

La forma y los valores de las *dep* usadas corresponden a los de las *dep* con mismo valor de ε empleadas en Domínguez y Zapatero (1992). Posteriormente a la obtención numérica del registro de carga, se añadió una carga media positiva para evitar la existencia de cargas de compresión. Se utilizaron dos niveles de carga y, el valor medio en todos los casos fue de 4850 N, la desviación típica para ambos niveles de carga fueron de: σ =1080 N y σ =640 N, para el nivel más alto y el nivel más bajo de carga respectivamente. En la tabla 2 se indican las características de cada uno de los registros.

Serie	μ	σ	COV	ρ
S1	169978	15272	0.0898	
S2	277151	13377	0.0483	0.84
S3	197114	7686	0.0390	0.66
S4	168287	5124	0.0304	0.58
S5	146981	5363	0.0365	0.77
S6	1163986	35447	0.0305	0.64
S7	690667	17715	0.0256	0.12
S8	589569	24525	0.0416	0.4
S9	170792	3874	0.0227	
S10	162301	4347	0.0268	

Tabla 3. Parámetros estadísticos, de la vida de crecimiento para los ensayos realizados.

procedimiento de ensayo puede verse en Domínguez y Zapatero (1997).

Dispersión

En las figuras 9 y 10 se muestran las vidas de crecimiento de grieta para cada uno de los ensayos realizados, en la figura 9 los ensayos realizados con el nivel de tensión más alto, y en la 10 con el nivel más bajo. Los valores correspondientes a cada serie de ensayos se muestran unidos mediante líneas. Observando la evolución de las series SI y S4, figura 9, ambas representativas del mismo proceso y con los mismos parámetros estadísticos, se puede ver en la evolución de los resultados, como la dispersión disminuye fuertemente al aumentar el número de ciclos del registro de carga.

La valores de vida media son los mismos para las dos series, pero el coeficiente de variación $(COV_{life}=\sigma_{life}/\mu_{life})$ es tres veces superior para la serie



Fig.10. Resultados para el nivel de carga más bajo.

S1, tabla 3. Esta disminución de la variabilidad de la vida con el aumento del número de ciclos del registro, es debida al menor efecto de secuencia que se produce al aumentar la longitud de la historia de cargas. Al repetir indefinidamente el registro hasta que se produzca el fallo, se introduce un efecto de secuencia artificial debido a la repetición periódica de las sobrecargas de cada registro. Registros de bajo número de ciclos, permiten que los efectos de una gran sobrecarga puedan persistir al repetirse esta, este fenómeno, para un ancho de banda dado, va dejando de tener efecto a medida que crece la longitud del registro de cargas.

En las series S1 y S4, se han obtenido los coeficientes de correlación entre la vida y el valor de la sobrecarga máxima de cada registro, encontrándose una alta correlación (0.96) para el caso S1 y muy baja (0.52)

En la tabla 3 se muestran los parámetros estadísticos de la distribución de las vidas de cada grupo de ensayos, en la última columna, se muestra el coeficiente de correlación entre la vida y el valor medio de los cinco picos más altos de cada registro, con este parámetro se puede ver la influencia del valor de las sobrecargas sobre la vida.



Fig. 9. Resultados para el nivel más alto de carga

Cada una de los 170 historias de carga generadas ha sido aplicada a una probeta diferente, y se ha seguido la evolución de la grieta a lo largo de su crecimiento mediante técnicas de caída de potencial de corriente alterna (ACPD). El material utilizado en los ensayos, ha sido la aleación de aluminio 2024-T351. Las probetas han sido del tipo Compact Tension (CT), de 12 mm de espesor v 50 mm de ancho. Para producir las mismas condiciones iniciales en el ensavo, todas las probetas han sido preagrietadas con carga cíclica de la misma amplitud hasta una longitud de 15 mm. A continuación, a cada probeta se le aplicó un registro distinto de carga, analizando el crecimiento de la grieta hasta alcanzar 25.3 mm. El registro de carga aplicado en cada ensayo fue repetido indefinidamente hasta alcanzar la grieta la longitud indicada. Una información más detallada del

para el caso S4. Estos valores confirman la gran influencia de la longitud del registro representativo de un proceso en los valores de la vida de crecimiento obtenidos, tanto en ensayos como mediante simulación ciclo a ciclo.

La dispersión de los resultados en cada serie de ensayos puede analizarse mediante la desviación estándar o bien mediante el coeficiente de variación, COV=ovida/µvida. En la figura 11 puede observarse que el efecto del ancho de banda es pequeño. Aunque el COV se reduce al pasar de ε =0.64 a ε =0.70 y de éste a ε =0.77, la reducción no es muy pronunciada, incluso al pasar de ε=0.77 a ε=0.85 el COV aumenta, aunque este incremento es pequeño.



Fig. 11. Variación del COV con el ancho de banda.

Para una misma longitud de registro, el coeficiente de variación cambia con el ancho de banda. Este parámetro tiende a disminuir a medida que el ancho de banda del proceso disminuye, aumentando nuevamente cuando la banda es muy estrecha. Para estos casos (series S2,S3, S4 y S5), el efecto de la dispersión esta muy relacionado con la influencia de la sobrecarga máxima sobre el crecimiento. El coeficiente de correlación de estas dos variables, sigue la misma evolución que el COV. De la tabla 3, se ve como la influencia de los picos más altos del registro, para un mismo nivel de cargas y longitud de registro, aumenta con anchos de banda o estrechos o muy anchos y, la influencia es menor con anchos de banda intermedios. Este efecto es más acusado a medida que el nivel de carga aplicado es más pequeño, figura 11. Un efecto similar fue encontrado por Domínguez y Zapatero (1992) en estimaciones de vida realizadas mediante simulación ciclo a ciclo.

Vida media

El ancho de banda ejerce también una gran influencia sobre la vida media, incrementándose fuertemente la duración del proceso de crecimiento al aumentar el

ancho de banda de los registros, independientemente del nivel de carga, como también puede apreciarse en la figura 12. Una explicación de este fenómeno, es que para registros de carga con la misma desviación típica, los de mayor ancho de banda presentan valores medios de los picos y de los rangos de carga más bajos. De la figura 12 se observa que existe una relación entre los valores de vida media y el ancho de banda. Se ha encontrado que la expresión que mejor representa esta variación es:

$$\mu_{ij}\varepsilon_{1.5j}^2 = D_i \tag{5}$$

donde el subíndice *i* indica el nivel de tensión, D_i es una constante para cada valor de tensión y, el subíndice j nos relaciona el ancho de banda de un proceso de carga dado. $\varepsilon_{I,5}$ se define como:

$$\varepsilon_{1.5} = \frac{M_{1.5}}{\sqrt{M_0 M_3}}$$
(6)

y $M_n = \int_{-\infty}^{\infty} \omega^n S(\omega) d\omega$, siendo $S(\omega)$ la densidad





Fig. 12. Variación de la vida media para las series de ensayo S2, S3, S4 y S5.

A partir de la ecuación (5), con los datos obtenidos en ensayos en un proceso de un ancho de banda dado y un nivel de carga, se puede estimar la vida con otro ancho de banda y el mismo nivel de carga. Ajustando el parámetro D_i con los datos de los ensayos para $\varepsilon=0.77$, para los dos niveles de carga utilizados en este trabajo, y determinando posteriormente la vida media μ a partir de la expresión anterior, se obtienen estimaciones de la vida de crecimiento que están todas dentro de un intervalo inferior a un 8% de la vida media experimental obtenida en los ensayos, independientemente del nivel de carga utilizado, siendo además todas las estimaciones excelentes y conservativas. La tabla 4 muestra las relaciones entre los resultados obtenidos con la ecuación (5), y los resultados de los ensayos. Si este tipo de ajuste se pudiera generalizar a otros materiales y procesos aleatorios, podría ser una herramienta interesante, con la que se podría estimar la vida media de cualquier proceso aleatorio, a partir de otro proceso con la misma media y desviación estándar de las cargas.

Tabla 4. Relacion entre las vidas medias obtenidas en los ensayos y las estimadas por la ecuacion (5)

Serie	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8
$\mu_{eq.(1)}/\mu_{test}$	0.93	0.97	-	0.97	0.92	-	.99

Efecto del material frente a carga

Las series de ensayos, S1, S4, S9 y S10, corresponden todas al mismo proceso y nivel de tensiones. Las series S1 y S9, están realizadas con registros de 5000 ciclos de longitud, en la S9 se utiliza en todos los ensayos el mismo registro de cargas (el primero de los utilizados en la serie S1), con lo que la variabilidad de los resultados, fundamentalmente, es debida al diferente comportamiento del material, considerando que otros factores de dispersión como, variaciones en la geometría de las probetas (tolerancias de fabricación), acabado superficial, el entorno (máquina, temperatura, sujeción de la probeta, etc), se mantienen constantes. Se ha cuidado la realización de los ensayos y el pulido y preparación de las probetas de manera que las variaciones en todos los ensayos hayan sido mínimas, así mismo la temperatura en todos los casos se mantuvo entre 20° C y 23° C, y se ha corregido la longitud inicial de grieta, de manera que estas variables se mantengan constantes o casi constantes en todos los ensayos, a fin de que su influencia en los distintos ensayos fuera mínima.

Entre las series $S4 \ y \ S10$, se cumplen las mismas relaciones que entre la $S1 \ Y \ S9$, solamente que en este caso las longitudes de los registros fueron de 25000 ciclos.

La dispersión en los casos SI y S4 será función tanto del material como de la propia carga, mientras que en los otros dos, el principal factor de influencia en la dispersión será el material, en estos ensayos las cargas aplicas han sido siempre las mismas. Es pues importante poder estimar la influencia de cada una de estas variables sobre la dispersión. También, se puede analizar la influencia de estos factores en función de la longitud de los registros.

Según lo anterior se podría considerar que solamente el material y el registro, son variables aleatorias que influyen en el proceso y que ambas son variables independientes. Considerando la aleatoriedad del material solamente como la aleatoriedad del parámetro C en la ley de Paris, utilizando el modelo de aleatorización de la ley de crecimiento de grieta propuesto por Sobczyk (1986), y considerando solamente la aleatoriedad de las cargas y del material, se puede escribir:

$$\frac{da}{dN_{CS}} = \hat{C} \left(F\left(a\right) \right)^{m} \left(m_{x} + \hat{S} \right)^{m}$$
(7)

donde $\hat{C} y \hat{S}$ representan la aleatoriedad del material y de las cargas respectivamente. Integrando para determinar los ciclos de crecimiento se obtiene:

$$N_{CS} = \frac{1}{\hat{C} \left(m_x + \Delta \hat{S}\right)} \int_{a_0}^{a} \frac{da}{\left(F(a)\right)^m}$$
(8)

tomando logaritmos se obtiene:

$$\log N_{CS} = -\log \hat{C} - m \log m_x - m \log \hat{S} + l \log \int_{a_0}^{a} \frac{da}{(F(a))^m} (9)$$

Considerando solamente la aleatoriedad del material, de la misma forma que antes se puede escribir:

$$\log N_C = -\log \hat{C} - m \log m_x + \log \int_{a_0}^{a} \frac{da}{(F(a))^m}$$
(10)

Sustituyendo la expresión anterior en log N_{CS}, se obtiene:

$$\log N_{CS} = \log N_C - m \log \hat{S} \tag{11}$$

siendo N_{CS} la vida de crecimiento función del material y de la carga, y N_C la vida de crecimiento función únicamente del material. De los ensayos se puede determinar la varianza de $log N_{CS}$ y de $log N_C$.

La varianza debida al componente aleatorio de la carga pude determinarse a partir de un planteamiento similar al considerado anteriormente, pero suponiendo solo la variación del componente aleatorio de la carga. Esta expresión será:

$$\log N_S = -\log C - m \log \hat{S} + \log \int_{a_0}^a \frac{da}{(F(a))^m}$$
(12)

combinado las expresiones (9) y (12), se obtiene que la varianza del *log* N_{CS} , considerando C y S independientes será:

$$Var [log N_{CS}] = Var [log N_C] + Var [log N_S]$$
(13)

Las varianzas de log N_C se pueden obtener de los resultados de los conjuntos de ensayos S9 y S10, y las varianzas de log N_{CS} se obtienen de los grupos de ensayos S1 y S4. Con estos valores y la expresión (13) se puede estimar la var [log N_S]. En la tabla 5, se muestran los valores obtenidos para los dos conjuntos de ensayos, S1 y S9 con registros de 5000 ciclos y, S4 y S10 con registros de 25000 ciclos.

Observando los valores de la tabla anterior, se puede deducir que la historia de carga tiene una cierta influencia en la dispersión del crecimiento de grieta cuando la longitud de los registros utilizados es pequeña, en este caso la influencia de la carga es muy superior a la influencia producida por el material. La desviación estándar del logaritmo de la vida (log N_S), cuando solo se tiene en cuenta la historia de carga, es 3.68 veces mayor que cuando solamente se tiene en consideración el material (log N_C). La gran dispersión debido a la historia de cargas, hace suponer, que en los casos en que se utilicen registros con pocos números de ciclos como representativos de un proceso, pueden aparecer diferencias importantes en los resultados al utilizar distintos registros, siendo todos representativos de un mismo proceso.

Tabla 5. Valores de las varianzas de los log de $N_{C},\,N_{S}\,y$ $N_{CS},\,para los casos estudiados.$

	S1 y S9	S4 y S10
Var [log N _{CS}]	1.57x10 ⁻³	1.78x10 ⁻⁴
Var [log N _C]	1.08x10 ⁻⁴	1.38x10 ⁻⁴
Var [log N _S]	1.46x10- ³	4.0x10 ⁻⁵

A medida que el número de ciclos del registro de cargas aumenta, la influencia de este sobre la dispersión va disminuyendo pasando a ser la influencia del material superior a la de la carga. De la tabla 5, se puede observar que los valores de la var $[log N_C]$ obtenidos de los ensayos, son muy parecidos, la pequeña diferencia entre ambas estimaciones puede ser debida, a que las probetas de la serie S10 son de una colada distinta a las de las otras series. Aún así, la influencia del material parece que se mantiene constante, las microestructuras de ambas coladas son similares, así como sus propiedades mecánicas. La desviación estándar del logaritmo de la vida (log N_s), cuando solo se tiene en cuenta la historia de carga, es en este caso 0.54 veces que cuando solamente se tiene en consideración el material (log N_C), cambiando completamente el efecto de la carga y material a cuando los registros son de 5000 ciclos.

La influencia de ambos factores conjuntamente sobre la dispersión se ven también fuertemente influenciados por la longitud de los registros utilizados, el valor de la $var[log N_{CS}]$ prácticamente disminuye un orden de magnitud al pasar de utilizar registros de 5000 ciclos a historias de carga de 25000 ciclos, teniendo en cuenta que el efecto del material prácticamente se mantiene, esta diferencia de dispersión es debida principalmente al número de ciclos del registro.

Distribución estadística de la vida

La vida de crecimiento de grieta está influenciada por múltiples factores, la gran mayoría de naturaleza aleatoria, lo que conlleva a que el estudio del proceso deba de hacerse desde un punto de vista estadístico. El conocimiento, por tanto, de la distribución estadística de la vida es fundamental para poder estimar no solo valores medios de la misma, sino también la variabilidad del proceso. Es importante conocer cual es la distribución estadística que mejor se ajusta al tiempo que tarda en crecer una grieta desde un valor inicial, hasta un cierto valor determinado.

Son muchas las funciones de densidad de probabilidad (fdp) de que se dispone, y sería una tarea ardua comprobar cual se ajusta mejor a cada conjunto de datos, por tanto antes de comenzar a comprobar la bondad de cada ajuste, es necesario seleccionar que funciones de densidad de probabilidad son las que tienen más posibilidad de ajustarse a los conjuntos de datos obtenidos en los ensayos.

La simetría o asimetría de las distribuciones es una variable importante a la hora de seleccionar una distribución, como candidata al ajuste de los datos de crecimiento de grieta. La asimetría se puede determinar cualitativamente mediante la representación del histograma de frecuencias, o se puede medir mediante el coeficiente de skewness (k) que determina el grado de asimetría de una distribución. Este coeficiente se obtiene mediante la expresión:

$$k = \frac{\mu_3}{\mu_2^{3/2}}$$
(14)

los valores positivos de k indican que la distribución es asimétrica con la cola hacia la derecha, y los valores negativos indican que la cola es hacia la izquierda. Los valores obtenidos de este parámetro para las diez series de ensayos varían entre k=-0.65 y k=1.17, no habiendo una tendencia clara en cuanto a la asimetría de las distribuciones, un estudio realizado por Kozin y Bogdanog (1989) recopilando datos de distintos autores, encuentran también ambas tendencias. En los resultados del trabajo que se presenta, las distribuciones que muestran la cola a la izquierda son prácticamente todas del mismo proceso (ε =0.77).

<u>Ajustes</u>

En estudios previos realizados por Domínguez y Zapatero (1992) con datos de simulaciones y con los mismos registros de carga utilizados en este trabajo después de realizar ajustes con las distribuciones de: Rayleigh, Gumbel, Frechet, Weibull, log-Normal y Gamma, se concluyo que los mejores resultados se conseguían con las tres distribuciones de valores extremos (Gumbel, Frechet y Weibull) y la log-normal.

Basándose en estos resultados y trabajos realizados por Virckler (1978), se eligen para este estudio las distribuciones de: Gumbel, Frechet, Weibull de dos y tres parámetros y log-nomal de dos y tres parámetros.

Dentro de las distribuciones probadas existen distribuciones de dos y tres parámetros, dado que la habilidad del ajuste para una misma distribución depende en gran medida del número de parámetros, compararemos entre si distribuciones con un mismo número de parámetros. Para determinar la bondad de cada ajuste se ha utilizado el test de Kolmogorov, a medida que el parámetro de Kolmogorov es más pequeño indica un mejor ajuste de la distribución. En la tabla 6, se recogen los valores de este test para las distribuciones de dos parámetros. En negrita se indica el valor del test que consigue un mejor ajuste. De estos resultados se pude ver, que las diferencias de ajuste entre las distribuciones de: Frechet, Gumbel y log-normal de dos parámetros son muy reducidas, aunque no existe una clara tendencia, podría decirse que la log-normal es la que en general representa mejor la distribución estadística de la vida.

Tabla 6. Valores obtenidos en la prueba de ajuste de Kolmogorov, para las distribuciones de dos parámetros log-normal, Gumbel y Frechet.

Series Log- normal		Gumbell	Frechet
S1	0.1192	0.1099	0.0916
S2	0.0876	0.0809	0.0843
S3	0.1832	0.1439	0.1385
S4	0.1136	0.1323	01318
S5	0.0933	0.0972	0.1032
S6	0.0769	0.1141	0.1204
S7	0.1301	0.1707	0.1726
S8	0.0604	0.0944	0.1011
S9	0.0654	0.0465	0.0466
S10	0.1125	0.1407	0.1432

En las distribuciones de tres parámetros, el tercer parámetro en estas distribuciones representa el desplazamiento del origen de la misma, el ajuste se ha realizado mediante un proceso iterativo variando el desplazamiento para conseguir el mejor valor del test de Kolmogorov. En la tabla 7, se recogen los valores de Kolmogorov para este conjunto de distribuciones, estando en negrita los valores que producen el mejor ajuste.

De los resultados de la tabla 7, puede observarse que la distribución de Weibull se ajusta peor a la distribución de los datos que la log-normal de tres parámetros para los procesos $\varepsilon = 0.64$, $\varepsilon = 0.70$ y $\varepsilon = 0.85$, sin embargo para el proceso $\varepsilon = 0.77$ parece ajustarse mejor Weibull que log-normal, las diferencias, sin embargo, son en general pequeñas.

Comparando los valores de Kolmogorov de las tablas 6 y 7, se observa que en todas las series, el mejor ajuste

realizado con distribuciones de tres parámetros es siempre mejor que el mejor ajuste de cualquier distribución de dos parámetros. También se han realizado ajustes para longitudes intermedias de crecimiento, encontrándose las mismas tendencias en los ajustes de las distribuciones.

Tabla 7. Valores obtenidos en la prueba de ajuste de Kolmogorov, para las distribuciones de tres parámetros log-normal y Weibull.

Series	Log-normal	Weibull	
	3 parámetros	3 parámetros	
<u>S1</u>	0.0456	0.0583	
S2	0.0753	0.0793	
S3	0.1540	0.1855	
S4	0.1063	0.0879	
S5	0.0802	0.1065	
S6	0.0769	0.0954	
S7	0.1301	0.0876	
S8	0.0583	0.0585	
S9	0.0384	0.371	
S10	0.1125	0.0883	

En la figura 13 se representa sobre papel probabilístico el ajuste de la serie de ensayos S2, donde se puede observar el buen ajuste de los datos. Hay que tener en cuenta en estos ajustes que el número de datos de la muestra (20) es en general pequeño, pudiendo producirse variación en la tendencia del ajuste si el tamaño de la muestra aumenta.



Fig. 13. Distribución de vida de la serie S2.
4. METODOS DE ESTIMACIÓN DE LA VIDA DE CRECIMIENTO DE GRIETA.

De forma general, los procedimientos para la determinación de la vida de crecimiento de grieta con cargas de amplitud variable, se pueden clasificar en dos grupos: aquellos que emplean aproximaciones basadas en determinación ciclo a ciclo del crecimiento, y los que a partir de una definición estadística de las cargas, determinan el valor esperado de la vida a fatiga.

Aproximación ciclo a ciclo

La aproximación ciclo a ciclo consiste en calcular el incremento de longitud de grieta que se produce en cada ciclo, e ir sumando sucesivamente los incrementos para obtener la evolución de la longitud de la grieta con el número de ciclos, utilizando para ello un análisis mediante acumulación lineal de daño.

Entre los métodos ciclo a ciclo pueden distinguirse a su vez dos grupos: los que hacen la integración lineal, sin tener en cuenta el efecto de secuencia, y los que consideran algún tipo de efecto de secuencia. Puede emplear también distintos tipos leyes de crecimiento, aunque, a veces, éstas van asociadas directamente al método de consideración del efecto de secuencia. Entre los más empleados que consideran estos efectos, pueden mencionarse los derivados del modelo de Willemborg y los que aplican el concepto de cierre de grieta.

Son varios los modelos de simulación ciclo a ciclo que considerando, los efectos de secuencia han sido propuestos, Newman (1981), Johnson (1981), Veers et al (1989), Wang y Blon (1991). El inconveniente de estos modelos es el gran consumo de tiempo y en algunos casos la dificultad de aplicación, estos determinan la tensión de cierre bien mediante modelos numéricos, o bien a través de expresiones obtenidas experimentalmente.

Análisis global estadístico del crecimiento de la grieta.

Una alternativa al análisis ciclo a ciclo del crecimiento de grietas con cargas de amplitud variable es el análisis global, basado en la descripción estadística de las cargas y determinando el incremento de longitud esperado para un número de ciclos determinado, la velocidad media de crecimiento o la vida esperada hasta la rotura.

Los primeros intentos de caracterizar estadísticamente una historia de carga para el análisis del crecimiento de grieta, trataron de definir un rango equivalente (ΔK_{eq} o ΔS_{eq}) que aplicado con amplitud constante produjera una velocidad de crecimiento igual a la media producida con la historia de carga de amplitud variable.

En el caso de procesos aleatorios de carga, estos modelos tienen la ventaja de permitir la determinación

de las ΔS_{eq} a partir de las distribuciones de máximos y mínimos, que son más fáciles de obtener que la distribución de rangos, directamente o después de aplicar un método de contar ciclos. Sin embargo, tienen el inconveniente de no relacionar directamente el crecimiento de las grietas con los rangos.

Se han propuesto otros modelos estadísticos que tienen en cuenta los efectos de secuencia. En estos modelos, se intenta mediante una aproximación global evitar la simulación ciclo a ciclo. Algunos de estos modelos permiten estimar además de la vida, parámetros estadísticos del proceso, como el de Ditlevsen y Sobczyck (1986), que estima la distribución de probabilidad de la longitud de grieta, o como el de Arone (1986) que estima la vida media para una longitud de grieta final con un nivel de fiabilidad determinado. Sin embargo estos modelos presentan algunas dificultades. El modelo de Soczbyck no ha sido verificado experimentalmente y los parámetros son difíciles de determinar. El modelo de Arone, es solamente aplicable a un tipo de carga muy específica y su extensión a casos más generales es compleja.

Un modelo de alcance más general es el propuesto por Veers y Van Den Avyle (1992), que determinan la vida media esperada pero no la dispersión u otro parámetro estadístico de la misma. El modelo considera un efecto de retardo, utilizando una tensión media de cierre función de la obtenida mediante ensayos de amplitud constante y del tipo de la historia de carga implicada. El modelo ha sido aplicado a procesos aleatorios gausianos de banda estrecha, siendo fácil su implementación. Sin embargo, carece de un criterio para definir la tensión de cierre en función de las características del proceso de carga, y su determinación ha de ser experimental individualmente para cada material y espectro de carga.

Otros modelos partiendo de la función de densidad de probabilidad de rangos $p(\Delta S)$, o de picos p(S), determinan: bien ΔS_{eq} , si la ley de crecimiento puede expresarse separando los términos dependiente de las tensiones de los dependientes de la geometría, Bignonnet et al (1989), Kam et al. (1988) o Zapatero y Domínguez (1986); o una expresión de la velocidad media de crecimiento, cuando no es posible la separación de términos.

Modelos ciclo a ciclo.

Dentro los modelos de simulación ciclo a ciclo el modelo propuesto por Newman (1981), es uno de los más utilizados. Este modelo determina la velocidad de crecimiento de grieta según la siguiente ecuación:

$$\frac{da}{dN} = C_I \Delta K_{eff}^{C_2} \frac{I - \left(\frac{\Delta K_0}{\Delta K_{eff}}\right)^2}{I - \left(\frac{K_{max}}{C_5}\right)^2}$$
(15)

con

$$\Delta K_{eff} = K_{max} - K_{op} \tag{16}$$

$$\Delta K_o = C_3 \left(1 - C_4 \frac{S_o}{S_{max}} \right) \tag{17}$$

Donde ΔK_0 es el rango del factor de intensidad de tensiones umbral, K_{op} es el factor de intensidad de tensiones de apertura de grieta, y C_1 a C_5 son parámetros del modelo.

Para la aplicación de esta ecuación es necesario conocer los valores de la tensión de cierre, y a partir de ellos determinar los valores efectivos del factor de intensidad de tensiones. Estos valores de la tensión de cierre, son estimados por el modelo en función del estado de tensiones tridimensional (tensión o deformación plana). Cada uno de estos estados está caracterizado por un factor de constricción (α), que varía entre 1 para tensión plana y 3 para deformación plana. El modelo permite considerar estados de tensión diferentes en la carga y en la descarga, utilizando otro factor de constricción (β) para la descarga.

Para ajustar estos parámetros en el modelo, se han utilizado los datos de amplitud constante y las cargas de ancho de banda $\varepsilon = 0.77$ (S1), se ha utilizado este ancho de banda por ser intermedio entre los utilizados. Para la elección de los parámetros α y β , se ha considerado como fundamental la aproximación a las dispersiones de los ensayos. Con los datos de amplitud constante se encuentra que con $\alpha=1.5$ y $\beta=1$ se consiguen los mejores resultados. Con estos parámetros se encuentra también, que con las cargas de ancho de banda $\varepsilon = 0.77$. la dispersión está muy próxima a la obtenida en los ensayos con estas mismas cargas. El efecto de los factores de constricción sobre las estimaciones de crecimiento de grieta en el modelo de Newman, es muy acusado, siendo por tanto de gran importancia la elección correcta de estos parámetros.

Efecto de los parámetros del modelo de simulación.

La tabla 8 muestra los valores de vida media (μ_N) y dispersión (σ_N) obtenidas tanto de los resultados de ensayos como de las simulaciones realizadas con distintos valores de los parámetros alfa y beta, para las 30 historias de carga con ancho de banda 0.77.

Tabla 8. Vidas medias (μ) y desviaciones típicas (σ) obtenidas por simulación para las cargas de ancho de banda ϵ =0.77

Parámetros del modelo		Vida media _{µN}	Desviación estándar	
β	α		σ _N	
	1.2	116508	24466	
	1.3	107254	22993	
	1.5	91644	15459	
1	1.7	83202	6107	
	1.9	82521	3751	
:	2.1	84017	2538	
	2.3	88400	1568	
1.3	1.5	145332	41231	
	1.7	117253	29540	
1.4	1.5	175518	50599	
1.5	1.7	166864	51743	
	1.9	128012	35600	
Ensayos		169969	15272	

Como puede observarse de la tabla 8, para un valor constante del parámetro β , tanto la vida media (μ_N) como la dispersión (σ_N) disminuyen a medida que aumenta el valor del parámetro α . Aunque las estimaciones de vida se ajustan mejor a los resultados experimentales para valores bajos de α , los valores de dispersión resultan muy superiores a los reales, siendo las vidas medias estimadas siempre inferiores a las ensayadas. Así, para $\beta = 1$, la vida media varía de 116508 ciclos para $\alpha = 1.2$ a 88400 ciclos para $\alpha = 2.3$, a cambio la desviación típica se reduce desde 24466 ciclos ($\alpha = 1.2$) hasta los 1568 ciclos ($\alpha = 2.3$). En la figura 14 se muestran algunos de estos resultados.



Fig 14. Comparación de las simulaciones y los resultados de los ensayos para $\varepsilon = 0.77$ y $\beta = 1$

La dispersión obtenida para $\beta = 1$ y $\alpha = 1.5$ es la que mejor se ajusta a los resultados experimentales, al mismo tiempo dicho valor de α coincide con el que produce mejor ajuste entre la ley de crecimiento y los valores obtenidos en los ensayos con carga de amplitud constante, produciendo la mejor estimación tanto de vida media como de dispersión. Adoptándose este como el más apropiado para representar las dimensiones de la probeta y el nivel de cargas. Puede concluirse que el modelo es válido para estimar con mucha aproximación la variabilidad de la vida.

De la figura 14 se puede observar, que las simulaciones del modelo de Newman (para $\beta = 1$) reproducen las variabilidades encontradas en los ensayos, aunque los valores de vida obtenidos son siempre inferiores a los reales. Sin embargo a medida que α aumenta, las diferencias entre una u otra simulación se hacen prácticamente imperceptibles. Valores más altos del parámetro β aumenta las vidas medias, ver figura 15, sin embargo el efecto de dispersión se hace mucho más acusado.



Fig.15. Comparación de las simulaciones y los

resultados de los ensayos para $\varepsilon = 0.77$ y $\beta = 1.3$ y 1

De los datos de la tabla 8 puede verse como para $\beta = 1.3$ y $\alpha = 1.5$, la dispersión aumenta del orden de 2.6 veces comparada con el valor de $\beta = 1$. Este análisis de resultados sugiere que mientras valores altos del parámetro β pueden arrojar mejores resultados sobre el valor de vida estimada el grado de aproximación sobre la variabilidad de dicha vida disminuye, resultando valores excesivamente altos sobre la dispersión de los mismos. Habría que tener en cuenta además, que en los ensayos existen más factores que pueden influir en la dispersión de los resultados (material, máquina, preparación de probeta, tolerancias, temperatura, equipos de medida, etc.), dando sin embargo desviaciones típicas inferiores a las estimadas por el modelo ciclo a ciclo.

Los valores obtenidos por simulación con las 20 historias de carga correspondientes al proceso aleatorio de banda más ancha (ε =0.64) (S2) conducen a idénticas conclusiones. Los resultados de la tabla 9 muestran

como valores pequeños de α conducen a mejores estimaciones de vida, con dispersiones muy alejadas de los valores experimentales, y como el valor de α =1.5 corresponde al mejor ajuste en relación a la variabilidad de la vida o dispersión pero con estimaciones muy conservadoras sobre la vida media.

Tabla 9. Valores de ensayos y de simulaciones par el ancho de banda $\varepsilon = 0.64$.

Parámetros del Modelo		Vida media	Desviación estándar
β	α	-	
	1.2	166336	20482
	1.5	148701	16872
	1.7	135113	6584
Ensayos		277165	13379

La tabla 10 muestra los valores de vida media (μ_N) y dispersión (σ_N) obtenidas tanto de los resultados de ensayos como de las simulaciones con $\beta = 1$ y $\alpha = 1.5$ para los tres procesos aleatorios, anchos de banda $\varepsilon = 0.85$ (S5), $\varepsilon = 0.77$ (S4) y $\varepsilon = 0.64$ (S2). Como conclusiones generales puede verse que tanto los valores de ensavo como los obtenidos numéricamente muestran grandes variaciones de la vida media con el ancho de banda aumentando a medida que aumenta éste. Sin embargo las dispersiones no muestran una tendencia clara en los valores obtenidos experimentalmente. En cuanto a los obtenidos por simulación, pese a que las dispersiones aumentan con el ancho de banda, en cuanto al valor de número de ciclos, no así el coeficiente de variación (σ_N / μ_N) que aumenta de 0.0537 a 0.1687 al disminuir el ancho de banda de 0.85 a 0.77, mientras que disminuye a 0.1135 al considerar ancho de banda 0.64. Este hecho puede estar condicionado por haber empleado registros de 5000 ciclos de longitud en el caso de $\varepsilon = 0.77$, a diferencia de los 25000 empleados con los otros dos espectros.

Tabla 10. Valores de vida y desviaciones típicas de simulaciones para $\alpha = 1.5$ y $\beta = 1$ y ensayos.

Ancho	Vida media		Desviación estándar	
Banda	μ _N		σ _N	
	Ensayos	Simulación	Ensayos	Simulación
ε=0.85	146972	75104	5363	4032
ε=0.77	169969	91644	15272	15459
ε=0.64	277166	148701	13379	16872

A la vista de los resultados para (α =1.5 y β =1), se puede observar como la relación vidas simuladas/ensayos está entre 0.51 (ε =0.85) y 0.54, para los otros dos casos. La dispersión obtenida en las simulaciones se ajusta peor a los resultados experimentales, tanto en el proceso de banda más estrecha (ε =0.85), aproximadamente un 25% inferior a la real, como en el proceso de banda más ancha ($\varepsilon = 0.64$), del orden de un 26% superior a la real.

Efecto de la carga máxima del registro.

En los procesos de cargas aleatorias, el efecto de las sobrecargas entre distintos registros varía en función de la secuencia de cargas del mismo. También la longitud del registro puede condicionar la influencia del valor máximo de carga sobre la vida del componente. En las historias de carga cortas, que se repiten indefinidamente hasta el fallo, una sobrecarga puede tener efectos importantes en la historia de ciclos, al repetirse inmediatamente después de que sus efectos hayan cesado o mientras aún afectan al crecimiento.



Fig 16. Vidas frente al valor extremo del registro

Para analizar esta influencia se ha obtenido el factor de correlación (ρ) entre la carga máxima y la vida para los distintos registros en los tres procesos de carga considerados. En la figura 16 se representan las vidas frente al valor de la carga del pico máximo de cada registro para los anchos de banda utilizados. El factor de correlación así obtenido es de ρ =0.68 para ε =0.64, ρ =0.96 para ε =0.77, y ρ =0.72 para ε =0.85.

Para el caso de la banda intermedia en que las correlaciones son más altas, si se consideran en lugar de los valores de vida experimentales los obtenidos de la simulación numérica con $\beta = 1$ y $\alpha = 1.5$ dicho factor es de 0.93. Estos datos revelan un fuerte efecto de retardo producido por el valor extremo de cada historia que introduce un efecto artificial de secuencia debido a la repetición indefinida de dicha secuencia de cargas en cada ensayo. En este caso la longitud de los registros utilizada para los ensayos fue de 5000 ciclos frente a los 25000 empleados para los otros registros de los procesos caracterizado por $\varepsilon = 0.85$ y $\varepsilon = 0.64$. Estos resultados sugieren que el efecto de la carga máxima es más acusado en el caso del uso de registros cortos que largos como demuestra el mayor factor de correlación para aquellos, pero que también está influenciado por el tipo de carga siendo su efecto mayor en procesos de banda estrecha que en aquellos de banda ancha.

Modelos estadísticos

Para la determinación de la vida de crecimiento de grietas en fatiga bajo cargas de amplitud variable teniendo en cuenta los efectos de secuencia, Domínguez y Zapatero (1999) han desarrollado un modelo, basado en otro anterior que determina la vida de crecimiento en función de la estadística del proceso de cargas (funciones de densidad de probabilidad (fdp) de los rangos o de los picos de carga. El desarrollo del mismo se basa en conocer cual será la longitud esperada de la grieta después de cada ciclo de carga, basándose en un desarrollo estadístico y el proceso de crecimiento de grieta, se obtiene la siguiente expresión:

$$N_{f} = \int_{a_{o}}^{a_{f}} \frac{da}{\int_{a}^{\infty} f(\Delta S, a) p(\Delta S) d\Delta S}$$
(18)

La ecuación anterior representa un modelo para la obtención de la vida de crecimiento de grieta a partir de la estadística de los rangos del proceso de carga. Este modelo tiene dos inconvenientes, por una parte no tiene en cuenta los posibles efectos de secuencia de carga, aunque se puede corregir ΔS con valor medio de la tensión de cierre, sin embargo se pierde el efecto de las tensiones medias. Por otra parte, al utilizar la estadística de rangos y no existir una expresión cerrada de la *fdp* para esta variable, el modelo obliga a disponer de un registro representativo, para a partir de éste, realizar un ajuste por mínimos cuadrados.

Otra forma de estimar la vida de crecimiento a partir de la ecuación (18), es substituyendo $f(\Delta S, a)$ y $p(\Delta S)$ por $f(S-S_{cleq}, a)$ y p(S), de esta forma se puede utilizar la fdpde picos, que para procesos aleatorios estacionarios gausianos, es conocida y se obtiene a partir de los parámetros estadísticos del procesos de cargas. Además, de esta forma se utilizan valores efectivos del incremento del factor de intensidad de tensiones teniendo en cuenta por tanto los efectos de cierre. La dificultad en este caso, se centra en la obtención de una tensión de cierre equivalente del proceso de cargas, esta tensión se obtendrá a partir de la estadística de cargas y del comportamiento del material, siendo ésta estimación, por tanto, el objetivo principal del modelo.

A efectos del análisis del crecimiento de grietas por fatiga, una sobrecarga puede considerarse como una carga de valor suficientemente alto como para producir efectos apreciables en los ciclos posteriores a la aplicación de la misma. Este efecto es debido a la variación en la tensión de cierre producida, por el aumento de plastificación en el frente de grieta, manteniéndose su influencia hasta que la grieta más la plasticidad asociada al ciclo de carga en curso salga de la zona plástica creada por la sobrecarga, continuando el crecimiento a la misma velocidad que antes de aparecer la sobrecarga. Esto en el caso de cargas de amplitud constante.

En procesos aleatorios de carga en los que los altos



Figura 17. Representación esquemática de los cambios supuestos en la tensión de cierre con los ciclos de carga.

picos son el resultado del mismo proceso que el resto de picos, las sobrecargas están distribuidas en el tiempo de forma más o menos uniforme. En estos casos, el efecto de la sobrecarga se mantendrá hasta que aparezca otra, de magnitud similar o mayor que la anterior. La nueva sobrecarga incrementará nuevamente la tensión de cierre cancelando el efecto de la sobrecarga previa e introduciendo un nuevo efecto de cierre. Es decir, cambiará nuevamente el comportamiento de los ciclos subsiguientes. En la figura 17 se muestra un esquema de como sería este comportamiento. Una sobrecarga Soli produce una zona plástica de tamaño roli, y como consecuencia un aumento de la tensión de cierre. De manera que los ciclos posteriores de carga, tienen que hacer crecer a la grieta dentro del material plastificado haciendo al mismo tiempo que la tensión de cierre vaya disminuyendo lentamente. El efecto se mantendrá hasta que la zona plástica de una sobrecarga Sol(i+1) sobrepase a la producida por la sobrecarga anterior, es decir, hasta que se cumpla la expresión:

$$a_{ol(i+1)} + r_{ol(i+1)} > a_{oli} + r_{oli}$$
(19)

donde a_{oli} es la longitud de grieta en el momento de la sobrecarga S_{oli} , y r_{oli} el tamaño de la zona plástica producido por esa sobrecarga.



Figura 18. Función de densidad de probabilidad de picos mostrando los parámetros usados en la ecuación (20)

La *fdp* de los picos de carga p(S) de un proceso aleatorio definido estadísticamente puede ser obtenida fácilmente. Suponiendo que las sobrecargas están distribuidas uniformemente en el tiempo y que sus valores no son muy diferentes, dada una sobrecarga S_{ol} se puede estimar estadísticamente el número medio de ciclos, N_q , que tardará en repetirse esta sobrecarga. Este valor será la inversa de la probabilidad de que aparezca un pico de tensión de valor igual o mayor a S_{ol} , figura 18. La frecuencia de repetición de una sobrecarga será por tanto:

$$N_q = \frac{1}{\int\limits_{S_{ql}}^{\infty} p(S) \, dS}$$
(20)

El modelo propuesto se basa en la determinación de una tensión de cierre equivalente (S_{cleq}), tal que, actuando durante todo el proceso produce una velocidad de crecimiento media, igual a la velocidad de crecimiento media obtenida en el caso real. Esta tensión de cierre equivalente, será la que se utilice para la determinación de la vida de crecimiento de grieta por fatiga. S_{cleq} es estimada a partir de: Las sobrecargas del proceso, de su frecuencia de aparición, de la tensión de cierre que produce, de la variación de esta tensión de cierre durante el crecimiento posterior y del número de ciclos durante los cuales el efecto de la sobrecarga se mantiene. Es decir, la determinación de la tensión de cierre equivalente es función de la estadística del proceso de cargas y del tipo de material.



Figura 19. Variación de la tensión de cierre entre sobrecargas supuesta en el modelo y definición de los parámetros usados en la ecuación (4)

Por otra parte, se supone que la sobrecarga que controla fundamentalmente el proceso de crecimiento, será aquella que sus efectos duren exactamente el tiempo que tarda en repetirse, definida esta frecuencia de aparición probabilísticamente como se vio arriba, ecuación (20). Para conseguir este objetivo se necesita conocer o definir una serie parámetros. Por una parte, es necesario determinar la tensión de cierre producida por la aplicación de una sobrecarga, también, es necesario definir como será la variación de esta tensión de cierre en los ciclos subsiguientes a la aplicación de la sobrecarga, hasta salir de la zona de influencia de la misma. Esto último, implica la estimación de un radio medio plástico (r_x) , que se supone asociado a la grieta durante el crecimiento dentro de la zona de influencia de la sobrecarga, figura 19.

Con este planteamiento, la determinación de la tensión de cierre equivalente se obtendrá mediante un proceso iterativo que consistirá en, a) fijar una sobrecarga y determinar la frecuencia de repetición de la misma (N_q) , b) determinar el número de ciclos (N_p) que tarda la grieta más r_x en alcanzar el extremo de la zona plástica creada por la sobrecarga, c) repetir este proceso iterativo hasta que ambos valores sean iguales. Las estimaciones de N_p y N_q se realizaran a partir de la distribución estadística de los picos de carga. La implementación del proceso descrito se realizará siguiendo los pasos e hipótesis que a continuación se describen.

1) Se supone que en un instante t_i actúa una sobrecarga S_{qi} , cuya frecuencia esperada de aparición es N_{qi} ciclos, estimados por la ecuación (20).

2) Es necesario determinar el valor de la tensión de cierre S_{cli} producida inmediatamente después de S_{qi} . Se supone que esta tensión de cierre, es la misma que produciría una carga de amplitud constante con los mismos máximo y mínimo de la sobrecarga. La determinación de la misma se realiza por medio de alguna de las expresiones analíticas desarrolladas por diversos autores, para la determinación del parámetro *U*:

$$U = \frac{\Delta S_{eff}}{\Delta S} = \frac{S_{max} - S_{cli}}{S_{max} - S_{min}} = f(R, S_{max}, \sigma_y)$$
(21)

donde $S_{max}=S_{qi}$ y S_{min} son el valor máximo y mínimo del ciclo considerado como sobrecarga, $R=S_{min}/S_{max}$, y σ_y el límite elástico del material.

3) Durante el crecimiento de la grieta hasta salir de la zona de influencia de la sobrecarga, S_{qi} , la tensión de cierre $S_{cl}(a)$, se supone que varía linealmente entre S_{cli} y S_{clx} , figura 18, es decir:

$$S_{cl}(a) = S_{cli} + \frac{S_{clx} - S_{cli}}{\Delta a_x} (a - a_{oli})$$
(22)

donde $S_{cl}(a)$ es la tensión de cierre para cualquier longitud de grieta entre a_{oli} y $a_{oli}+\Delta a_x$, Δa_x es el incremento de longitud de grieta entre dos sobrecargas, y S_{clx} es la tensión de cierre inmediatamente antes de que aparezca la nueva sobrecarga con una longitud de grieta de: $a_{oli}+\Delta a_x$.

La evolución real de la tensión de cierre, es más compleja que la que se supone en este modelo. La ley de variación depende de varios parámetros, tales como el nivel de tensión de la sobrecarga, los picos y valles de tensión que siguen a la sobrecarga, el número de sobrecargas aplicadas y el estado de tensión (tensión o deformación plana o un estado intermedio).

Una vez establecido estos criterios, es necesario todavía definir la tensión de cierre que se supone habrá inmediatamente antes de aparecer la nueva sobrecarga, S_{clx} , para poder definir la evolución lineal que se ha supuesto. El valor de esta sobrecarga final, será la producida por un ciclo de carga S_x que además genera una zona plástica que alcanza el extremo de la zona plástica creada anteriormente por la sobrecarga, figura 19. Seleccionado un valor S_x , el final de la zona de influencia de la sobrecarga se producirá cuando se cumpla:

$$a_{oli} + r_{oli} = a_{oli} + \Delta a_x + r_x \tag{23}$$

donde r_x es el radio de la zona plástica producida por S_x , y $a_x = a_{oli} + \Delta a_x$.

El valor S_x debe de ser la tensión que se estaba aplicando al sistema en el momento en que la grieta alcanzaba la longitud a_x , es decir justo en el ciclo anterior de que se aplique la siguiente sobrecarga. Lógicamente, este valor es desconocido en cada caso, el valor que se adopte en el modelo debe de ser un valor representativo del proceso de cargas. En este caso se ha tomado la raíz media cuadrática de los picos de carga, S_x = S_{rms} .

La influencia de tomar este u otro valor sobre la tensión de cierre equivalente será analizada posteriormente.



Figura 20. Función de densidad de probabilidad de picos (p_{max}) y valles (p_{min}) , para un proceso aleatorio gausiano.

4) Definidos el valor de S_x y la evolución de la tensión de cierre, es necesario determinar el número de ciclos que, con estas hipótesis, tardará el proceso antes de que una nueva sobrecarga cancele los efectos de la previa. Si se conoce la longitud de la grieta cuando aparece la nueva sobrecarga, sería fácil determinar el número de ciclos N_{pi} sobre los que una sobrecarga S_{qi} ejerce su acción. La longitud de grieta en ese momento, se puede obtener como: $a_{oli} + \Delta a_x = a_{oli} + r_{oli} - r_x$, determinándose por tanto N_{pi} a partir de la siguiente expresión:

$$N_{pi} = \int_{a_{oli}}^{a_{oli} + r_{oli} - r_x} \frac{da}{\int_{S_{cl}(a)}^{\infty} F(S - S_{cl}(a), a) p(S) \, dS}$$
(24)

donde $S_{cl}(a)$ es el valor de la tensión de cierre definida previamente, $F(S-S_{cl}(a), a)$ es la ecuación de velocidad de crecimiento de grieta, y a_{oli} , r_{oli} y r_x han sido definidos previamente en la figura 19. El valor de N_{pi} así obtenido dependerá del S_x seleccionado, sin embargo, la influencia de esta tensión es pequeña debido a los efectos de compensación en la obtención de S_{cleq} , como se mostrará posteriormente. Los valores de N_{qi} y N_{pi} , han sido obtenidos mediante dos aproximaciones diferentes, N_{qi} , se ha obtenido mediante consideraciones estadísticas, mientras que N_{pi}, lo ha sido mediante simulación de crecimiento de grieta por fatiga. Si el número de ciclos N_{pi}, que se necesitan para eliminar el efecto de la sobrecarga, es superior a la frecuencia de repetición de la misma, (N_{qi}) quiere decir que la tensión S_{qi} actuando como una sobrecarga, volverá a repetirse antes de terminar su efecto. En caso contrario, el retardo producido por la sobrecarga desaparecería antes de su repetición sin que se hubiera producido una sobrecarga de magnitud igual o mayor que S_{ai} , por tanto, la nueva sobrecarga será una tensión más pequeña que la considerada anteriormente (S_{qi}) , la que actuaría como sobrecarga. Aquella sobrecarga que cumpla la condición de repetirse, justo cuando sus efectos han terminado, será la que tenga más probabilidades de ejercer fundamentalmente su efecto sobre el crecimiento. Esta sobrecarga Sol, cumplirá la condición $N_{pi}=N_{qi}$. La estimación de S_{ol} , se realiza fácilmente mediante un proceso iterativo repitiendo los escalones 1 al 4.

5) Una vez calculado S_{ol} , la tensión de cierre equivalente S_{cleq} se obtendrá, como la tensión de cierre constante que en el proceso de crecimiento tarde el mismo número de ciclos N_{pi} , en crecer la grieta entre a_{oli} y $a_{oli}+r_{oli}-r_x$. S_{cleq} se determinará como aquel que cumpla la condición:

$$N_{pi} = \int_{a_{oli}+r_{oli}-r_x}^{a_{oli}+r_{oli}-r_x} \frac{da}{\int_{S_{cleq}}^{\infty} F(S - S_{cleq}, a) p(S) dS}$$
(25)

donde $F(S-S_{cleq}, a)$ es una expresión cualquiera de la ecuación de velocidad de crecimiento.

6) El proceso anterior se repite para distintas longitudes de grieta obteniéndose un valor de la tensión de cierre equivalente función de a, $S_{cleq}(a)$.

7) Después de estimar la tensión de cierre equivalente $S_{cleq}(a)$, la vida de crecimiento de una grieta desde una longitud inicial a_0 hasta una longitud final a_{f_5} de un elemento sometido a una carga irregular cuya fpd de picos es conocida, se puede calcular como:

$$N = \int_{a_o}^{a_f} \frac{da}{\int_{S_{clq}(a)}^{\infty} F(S_{eff}) p_{max}(s) ds} - \int_{S_{clq}(a)}^{\infty} F(S_{eff}) p_{min}(s) ds$$
(26)

donde $p_{max}(s)$ y $p_{min}(s)$ son la fdp de picos y valles respectivamente, figura 20, las cuales se suponen que son simétricas con respecto al valor medio de carga.

La segunda integral del denominador se incluye para corregir el efecto de los rangos de carga cuyo valor mínimo es superior a la tensión de cierre.

La fdp de los picos de carga para procesos aleatorios estacionarios gausianos, se puede obtener directamente usando la siguiente expresión :

$$p(S) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \sqrt{1 - \varepsilon^2} \exp\left[-\left(\frac{S^2/2\sigma^2}{1 - \varepsilon^2}\right)\right] + \frac{S\varepsilon}{2\sigma^2} \left\{1 + erf\left(\frac{S}{\sigma}\frac{\varepsilon}{\sqrt{2(1 - \varepsilon^2)}}\right)\right\} \exp\left(\frac{-S^2}{2\sigma^2}\right)$$
(27)

donde S es la tensión aplicada, σ la desviación típica del proceso, *erf()* la función de error de Gauss y ε la relación entre la frecuencia de cruces del nivel medio



Figura 21. Comparación de los resultados de los ensayos para el grupo G1 y las estimaciones del modelo propuesto.

con pendiente positiva y la frecuencia de picos. El valor de ε varía entre cero y uno, aumentando a medida que disminuye el ancho de banda. Esta expresión es la utilizada en la ecuación (25) para la determinación de la vida de crecimiento en el modelo presentado.

La comprobación de la bondad del modelo se ha realizado aplicándolo a varios tipos de cargas aleatorias, niveles de tensión y con dos aleaciones de Aluminio: 2024-T351 y 2219-T851, se designan para su identificación G1 y G2, los primeros corresponden a los ensayos realizados por los autores y corresponden a las series de ensayo S1 a S8. Los ensayos para el grupo G2 fueron tomadas de la literatura. La probeta usada en los ensayos con este grupo fue la probeta grieta central (CCT), de 6.35 mm de espesor, Chang (1981). El material utilizado fue la aleación de Aluminio 2219-

T851. Se utilizaron 4 procesos de carga distintos con dos o tres niveles de carga para cada uno, obteniéndose en total 11 registros de carga, siendo designadas por M81 a M92.

En la figura 21 se muestra la comparación de los resultados de los ensayos realizados N_E , con las estimaciones del modelo propuesto N_S , para el grupo de ensayos *G1*, con los niveles de carga *P1* y *P2*. El valor tomado para comparación en los ensayos, es la media de la vidas de los 20 ensayos realizados para cada ancho de banda y nivel de carga. El modelo solamente estima una duración para cada ancho de banda y nivel de carga, dado que utiliza valores estadísticos. Las relaciones N_S/N_E , excepto para los casos de banda más ancha cuyos valores son, 0.63 y 0.66, todas los demás están entre 0.8 y 0.9.

En La figura 22, se muestran las comparaciones del modelo con las simulaciones ciclo a ciclo del modelo de Newman N_{N_i} para el mismo grupo de ensayos *G1*. Los valores de la simulación utilizados son valores medios, obtenidos de la misma que se ha comentado anteriormente para los ensayos. Las relaciones N_s/N_{N_i} en este caso están entre 1.1 y 1.7. Como se ve el modelo estima más vida que el modelo de Newman, para el factor de constricción utilizado ajustando con datos de amplitud constante.



Figura 22. Comparación de las estimaciones del modelo con las obtenidas mediante simulación ciclo a ciclo.

En la figura 23, se comparan los resultados experimentales, N_E , con los obtenidos por Newman (1981) usando el modelo de simulación ciclo a ciclo, N_N , y los obtenidos con el modelo estadístico, N_S , para las once historias de carga definidas para el grupo *G2*. Las relaciones N_S/N_E , excepto en dos casos específicos esta entre 0.7 y 1.4.

Como se puede ver de la figura 21 los resultados del modelo estiman en general muy bien la vida media de los ensayos independientemente del nivel de carga. Las predicciones del modelo son siempre conservativas, no observándose influencia significativa del nivel de tensiones.

Las relaciones N_S/N_E son similares para los mismos anchos de banda, estando esta relación entre 0.8 y 0.9 para todos los procesos excepto para la banda más ancha, en este caso N_S/N_E disminuye a 0.63 y 0.66. Se puede decir que el modelo estima bastante bien la vida de crecimiento para procesos aleatorios estacionarios de gauss, tanto para los casos donde el efecto de secuencia es grande, nivel de carga alto, como para niveles de carga donde los efectos de secuencia son menores, nivel *P2*.



Figura 23. Comparación de las estimaciones del modelo (Ns), con la simulación ciclo a ciclo (NN), v con los resultados de los ensavos (NE).

Para el grupo de ensayos G2, como se puede ver en la figura 23, las estimaciones obtenidas con el modelo estadístico N_S, están muy próximas a los resultados experimentales, N_E, excepto en dos casos que se comentarán posteriormente. La comparación con las estimaciones de la simulación, son similares a las obtenidas con el grupo G1. La relación N_S/N_N está entre 0.9 y 1.4 en todos los casos, excepto en los dos mismos comentados anteriormente, donde la relación de vidas está próximo a 0.25.

Los dos casos en los que las diferencias entre N_S y N_E fueron mayores que el resto, son las correspondientes al mismo proceso de carga (ensayos M88 y M89), obtenidas al multiplicar la misma secuencia de cargas por un coeficiente diferente. Esta historia de cargas contenía solamente 300 ciclos que fueron repetidos

hasta el fallo. Esta registro tan corto, produce un efecto de secuencia artificial cada 300 ciclos que no puede estar incluido en el modelo estadístico, dado que este considera procesos estacionarios con historias de carga muy largas. Teniendo en cuenta la distribución de picos en esta historia de cargas, el modelo estima un número de ciclos entre cargas $N_{pi}=N_q$ ecuaciones (12) y (16), de 8000 ciclos para el M88 y 4500 ciclos para el M89. Según lo anterior, el modelo, basado en la distribución estadística, supone la ocurrencia de una sobrecarga cada 8000 o 4500 ciclos, mientras que en los ensayos o en las simulaciones ciclo a ciclo el número de ciclos entre sobrecargas es de 300 ciclos, lo que producirá un efecto de retardo más marcado que si se utilizara una historia de carga más larga del mismo proceso aleatorio.

5. CONCLUSIONES

Este trabajo aporta nuevos datos experimentales sobre el crecimiento de grietas bajo cargas de amplitud variable, contribuyendo a determinar la influencia que el uso de diferentes historias de carga representativas del mismo proceso tiene sobre el crecimiento. La comparación entre los resultados obtenidos de los ensayos y las estimaciones numéricas realizadas, permiten analizar la capacidad del modelo propuesto por Newman para predecir la vida a fatiga. De los resultados expuestos, se pueden obtener las siguientes conclusiones:

- La longitud del registro de cargas a emplear es un factor fundamental a definir en la realización de ensayos de crecimiento de grieta con cargas de tipo aleatorio. Para un mismo proceso, la reducción de la longitud de la historia de cargas incrementa sustancialmente la dispersión de las vidas de crecimiento de grieta. Este hecho puede dar lugar a determinaciones de vida muy alejadas de la vida media, al utilizar sólo un registro cualquiera en ensayos de fatiga.
- 2. La vida media, sin embargo, no se ve apenas afectada por la longitud del registro utilizado.
- 3. La influencia del ancho de banda de la historia de cargas sobre la dispersión, es importante tanto en procesos de banda ancha como de banda estrecha. Este efecto está relacionado con la influencia de las sobrecargas sobre la vida, se puede pensar a la vista de los resultados que este efecto disminuirá con registros de longitud superior a los utilizados. Seria conveniente realizar ensayos con registros de longitud superior a los 25000 ciclos para determinar su influencia en la dispersión en estos casos.
- La influencia del valor extremo del registro, depende en gran medida del número de ciclos del registro. Sin embargo, esta variación depende fuertemente del ancho de banda, al menos para los casos estudiados.

- 5. La elección del valor de las sobrecargas en un registro estándar, tiene una gran importancia en las estimaciones de la vida de crecimiento obtenidas o estimadas por este registro. La elección correcta del número de ciclos y de las sobrecargas de los registros estándar, ha de ser función del ancho de banda del proceso estudiado.
- 6. La vida media depende fuertemente del ancho de banda del proceso y, para los procesos estacionarios estudiados, la vida de crecimiento medio está relacionada con $\mu_{1.5}$. Las estimaciones de vida para un ancho de banda, obtenidos a partir de la vida obtenida en ensayos con un proceso con otro ancho de banda distinto, son excelentes.
- 7. Las series de ensayo realizadas, constituyen un conjunto de datos muy útiles para el estudio de la fiabilidad de modelos de estimación del crecimiento de grietas por fatiga mediante simulación, y para la comparación de los distintos modelos de crecimiento de grietas por fatiga.
- 8. El modelo estadístico propuesto permite estimar la vida de crecimiento de grieta basado en parámetros estadísticos del proceso de carga aleatorio y en las características del material.
- 9. Este modelo proporciona estimaciones de vida muy próximas a la vida media esperada en los ensayos, al menos para los procesos y materiales estudiados. Sin embargo, no permite estimar la dispersión de la vida como resultado de ensayar distintos registros representativos de un mismo proceso aleatorio.
- 10. Mientras para cargas de amplitud constante el modelo de Newman estima vidas muy similares en las simulaciones a las obtenidas experimentalmente, en cargas de amplitud variable difieren marcadamente. Estas diferencias dependen de los valores de sobrecarga del registro y los usados para los factores de constricción α y β . La variabilidad de los resultados sin embargo, sigue el mismo comportamiento: los registros que alcanzan mayor vida en ensayo son también los de mayor vida en la simulación.
- 11. La dispersión de los resultados obtenidos con el modelo ciclo a ciclo, está altamente influenciada por los valores de los parámetros α y β . Los valores de estos parámetros que aproximan con más exactitud las vidas medias, presentan dispersiones bastante más altas que las encontradas experimentalmente.
- 12. Los valores de vida estimados con $\alpha = 1.5$ y $\beta = 1$ están muy por debajo de los experimentales

mientras que la variabilidad se reproduce con bastante aproximación.

13. De los resultados se puede decir, que para cualquier factor de constricción aunque las predicciones son buenas con respecto a la media, el resultado de una simulación particular puede ser grandemente conservativo, dependiendo del pico máximo del registro de cargas utilizado.

Las conclusiones anteriores no se deben de extender para cualquier tipo de carga y material, sin un análisis previo.

6. REFERENCIAS

Allison J. E., Ku R. C. y Pompetzki M. A., (1988). " A comparison of measurement methods and numerical procedures for the experimental characterization of fatigue crack closure", Mechanics of Fatigue Crack Closure, ASTM STP 982, 171-185

Arone, R., (1986), "Fatigue crack growth under random overloads superimposed on constant-amplitude cyclic loading." Engng Fracture Mech., 24, 223-232.

Bachmann V. y Munz D., (1975), "Crack closure in fatigue of titanium alloy", Int J. Fracture11,713-716.

Bell P. D. y Crager M., (1974), "Crack growth analysis for arbitrary specimen loading. AFFDL-TR-74-129.

Bignonnet, A., Sixou, Y. y Verstavel, J.C., (1988), "Equivalent Loading Approach to Predict Fatigue Crack Growth under Random Loading", Fatigue Crack Growth under Variable Amplitude Loading, J. Petit, D.L. Davidson, S. Suresh y P. Rabbe, Eds., Elsevier Sci. Publ., pp. 372-383.

Budiansky B., Hutchinson J.W. (1978), Journal of Applied Mechanics. Vol 45, , pp. 267-276

Broek, D., The Practical Use of Fracture Mechanics. Kluwer Academic Publishers. (1989).

Chand S. y Garg S. B. L., (1985), "Crack propagation under constant amplitude loading". Engng Fracture Mech. 21, 1-30

Chen D. H. y Nisitani H., (1988). "Analytical and experimental study of crack closure behavior based on an S-Shaped unloading curve", Mechanics of Fatigue Crack Closure, ASTM STP 982, 475-488

Chermahini, R.G., Shivakumar, K.N., Newman, J.C. y Blom, A.F., (1989), "Three- dimensional Aspects of Plasticity Induced Fatigue Crack Closure, Engineering Fracture Mechanics, Vol. 34, pp. 393-402. Ditlevsen, D. and Sobczyk, K., (1986), "Random fatigue crack growth with retardation." Engng Fracture Mech., 24, 861-878.

Dominguez, J., (1994), "Fatigue Crack Growth Under Variable Amplitude Loading.". Handbook of Fatigue Crack Propagation in Metallic Structures, 955-997.

Dominguez, J., Zapatero, J., Bohorquez. L., (1991), "Effect of the Length of the Random Load on History on the Fatigue Life Statistics." Fracture Behaviour and Design of Materials and Structures. (Eds),EMAS, pp.1427-1434.

Dominguez, J., Zapatero J. (1992), "Effect of the Loading Spectrum and History Length on Fatigue Life Distribution under Random Loading ". Engineering Fracture Mechanics, Vol. 42, n 6. pp. 925-933.

Dominguez, J., Zapatero, J. and Pascual, J., (1997), "Effect of load histories on scatter of fatigue crack growth in aluminun alloy 2024-T351." Engng Fracture Mech., 56, 65-76.

Domínguez J., Zapatero J., Moreno B. (1999), "A Statistical Model for Fatigue Crack Growth under Random Loads Including Retard Effects". Engineering Fracture Mechanics. Vol. 64, pp. 351-369

Elber, W., (1971), "The Significance of Fatigue Crack Closure", Damage Tolerance in Aircraft Structures, ASTM STP 486, pp.230-242.

Fleck, N., (1988), "Influence of Stress State on Crack Growth Retardation." Basic Questions in Fatigue: Volume I, ASTM STP 924, Eds. J. T. Fong and R. J. Fields. American Society for Testing and Materials, Philadelphia, 157-183.

Führing, H. y Seeger, T., (1979), "Dugdale Crack Closure Analysis of Fatigue Crack Under Constant Amplitude Loading", Engineering Fracture Mechanics, Vol. 11, pp. 99-122,.

Gray, G.T., Williams, J.C. & Thompson, (1983), A.W., "Roughness-induced Crack Closure: an Explanation for Microstructurally Sensitive Fatigue Crack Crowth", Metallurgical Transactions, Vol. 14A, pp. 421-433.

Hudson, C. M., (1981), "A root-mean-square approach for predicting fatigue crack growth under random loading." Methods and models for predicting fatigue crack growth under random loading, ASTM STP 748, Eds., J. B. Chang and C. M. Hudson. American Society for Testing and Materials, Philadelphia, pp. 41-52.

Hudson C.M., American Society for Testing and Materials, Philadelphia, pp. 85–102.

Johnson, W.S., (1981), "Multi-parameter yield zone model for predicting spectrum crack growth." Methods and models for predicting fatigue crack growth under random loading, ASTM STP 748, Eds., J. B. Chang and

Kam, J y Dover, W., (1988), "Fatigue Crack Growth in Offshore Welded Tubular Joints under Real Life Variable Amplitude Loading", Fatigue Crack Growth under Variable Amplitude Loading, J. Petit, D.L. Davidson, S. Suresh y P. Rabbe, Eds., Elsevier Sci. Publ., pp. 384-397.

De Koning, A.U., (1980), "A Simple Crack Closure Model for Prediction of Fatigue Crack Growth Rates Under Variable Amplitude Loading, NLR MP 8006 U.

Liaw, P.K., Leax, T.R. y Logsdon, W.A., (1983), "Nearthreshold Fatigue Crack Growth Behavior in Metals, Acta Metallurgica Vol. 31, pp. 1581-1587.

Liaw, P.K., (1988), "Overview of Crack Closure at Near-Threshold Fatigue Crack Growth Levels", Mechanics of Fatigue Crack Closure, J.C. Newman, Jr. y W. Elber, Eds., ASTM STP 982, pp. 62-92.

Marissen R., Trautman K.H., Novack H., (1984), Engng. Fracture Mech. Vol 19, 863-879.

McClung, R.C. y Schitoglu, H., (1989), "On the Finite Element Analysis of Fatigue Crack Closure", Engineering Fracture Mechanics, Vol. 33, pp. 237-272.

Millan J.C., Pelloux R.M.N., (1967), Fatigue Crack Propagation, ASTM STP 415, pp. 505-535.

Newman, J.C. y Elber, W., (Eds.), (1988), Mechanics of Fatigue Crack Closure, ASTM STP 982.

Newman, J.C., (1981), "A Crack Closure Model for Predicting Fatigue Crack Growth Under Random Loading", Methods and Models for Predicting Fatigue Crack Growth under Random Loading, J. B. Chang y C. M. Hudson (Eds.), ASTM STP 748, pp 53-84.

Newman J. C. Jr., (1983), "A Nonlinear Fracture Mechanics Approach to the Growth of Small Cracks", Behavior of Short Cracks in Airframe Components, AGARD-CP-328.

Potter, J.M., Watanabe, R.T., (Eds), (1989), Development of Fatigue Loading Spectrum, ASTM STP 1006.

Rice, J.R., (1967), "Mechanics of Crack Tip Deformation and Extension by Fatigue", Fatigue Crack Propagation, ASTM STP 415, pp. 247-309.

Ritchie R. O., Yu W. Holm D. K. y Blom A. F., (1988). "Development of fatigue crack closure with the extension of long and short cracks in aluminum alloy 2124: a comparison of experimental and numerical results", Mechanics of Fatigue Crack Closure, ASTM STP 982, 300-316

Schijve J., (1981), "Some formulas for crack opening stress level", Engng Fracture Mech.14,461-465.

Sobczyk, K., (1986), Modelling of random fatigue crack growth, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 24,No 4 pp. 609-623

Schütz, W., Heuler, P., (1987), Fatigue 87 (ED. R.O. Ritchie, E.A. Starke) EMAS, pp. 479-494.

Schütz, W. (1993) Fatigue Disegn, (Ed. J.Solin, G. Marquis, A. Siljander, S. Spila), ESIS 16, Mech. Eng. Publ., pp. 1-17.

Stephens R.I., Chen D.K, Hom B.W., (1976), "Fatigue Crack Growth with Negative Stress Ratio Following Single Overloads in 2024-T3 and 76075-T6 Aluminum Alloys." Fatigue Crcak Growth Under Spectrum Loads. ASTM STP 595, pp. 27-40

Suresh, S., Zamiski, G.F. y Ritchie, R.O., (1981), "Oxide-induced Crack Closure: an Explanation for Near-threshold Corrosion Fatigue Crack Growth Behavior", Metallurgical Transactions, Vol. 12 A, pp. 1435-1443.

Suresh, S. & Ritchie, R.O., (1982), "A Geometric Model for Fatigue Crack Closure Induced by Fracture Surface Morphology", Metallurgical Transactions, Vol. 13A, pp. 1627-1631.

Topper T.H., Yu M.T., (1985), Int. J. Of Fatigue, Vol 7, pp. 159-164

Veers, P. S. and Van Den Avyle, J. A., (1992), "Fatigue crack growth from narrow-band gaussian spectrum loading in 6063 Aluminum alloy." Advances in Fatigue Lifetime Predictive Techniques, ASTM STP 1122, Eds. M. R. Mitchell and R. W. Landgraf. American Society for Testing and Materials, Philadelphia, 191-213.

Veers, P. S., Winterstein S. R., Nelson D. V. and Cornell C. A.,(1989), "Variable-amplitude load models for fatigue damage and crack growth." Development of fatigue loading spectra, ASTM STP 1006, Eds., J. M. Potter and R. T. Watanabe. American Society for Testing and Materials, Philadelphia, pp. 172-197

Wang, G. S. and Blom, A. F., (1991), "A strip model for fatigue crack growth predictions under general load conditions." Engng Fracture Mech., 40, 507–533.

Ward-Close, C.M., Blom, A.F. y Ritchie, R.O., (1989), "Mechanisms Asociated with ransient Fatigue Crack Growth Under Variable-Amplitude Loading: an Experimental and Numerical Study", Engineering Fracture Mechanics, Vol. 32, pp. 613-638.

Wheeler, O. E. (1972), "Spectrum Loading and Crack Growth". Journal of Basic Engeneering, Vol 94, pp. 181-186.

Willemborg, J.D., Engle, R. M., Wood, H.A., (1971), "A Crack Growth Retardation Model Using an Effective Stress Intensity Concept." AFFDL-TM-FBR. 71-1,.

Zapatero, J. and Domínguez, J., (1990), "A statistical approach to fatigue life predictions under random loading." Int. J. Fatigue, 12, 107-114.

Zapatero, J. y Domínguez, J., (1986), "A Statistical Approach to Fatigue Crack Growth under Random Loading", Fracture Control of Engineering Structures, H.C. van Elst y A. Bakker, Eds., EMAS, pp. 889-902.

DESARROLLOS Y APLICACIONES DE MODELOS DE FRACTURA EN LA ESCUELA DE INGENIEROS DE CAMINOS DE BARCELONA

Eugenio Oñate

Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos Universidad Politécnica de Cataluña 08034 Barcelona, España e-mail: onate@cimne.upc.es

Resumen. El artículo es una panorámica de los aspectos teóricos y algunas aplicaciones prácticas de los modelos de fractura desarrollados por diversos grupos en la Escuela de Ingenieros de Caminos de Barcelona (EICB) durante los últimos quince años para el análisis no lineal de estructuras. La motivación fundamental para el desarrollo de estos modelos se centra en el análisis de la seguridad de estructuras de hormigón en masa y armado. La mayor parte de los modelos se basan en la teoría de daño continuo y utilizan el método de los elementos finitos para la solución numérica. Los modelos de daño se han extendido y aplicado también con éxito al análisis de liversas estructuras de edificios históricos. Los desarrollos más recientes de estos modelos en la EICB incluyen la predicción de fenómenos de localización en estructuras de hormigón y el análisis del comportamiento no lineal de estructuras con materiales compuestos. De todos estos modelos se presentan en el artículo unas breves pinceladas, las aplicaciones más relevantes y las referencias donde pueden encontrarse los detalles sobre cada caso.

Abstract. The present paper is an overview of some theoretical aspects and practical applications of fracture models developed in the last fifteen years at the School of Civil Engineering of Barcelona for non linear analysis of structures. The main motivation for the development of the models is the failure analysis of plain concrete and reinforced concrete structures. Most of the models are based on a simple continuum damage model and the finite element method. The damage models have been successfully extended and applied to the analysis of historical constructions. Recent developments of damage models at Barcelona include the analysis of localization phenomena in concrete structures and the non linear analysis of structures with composite materials. This paper presents a summary of the main features of the models and some relevant applications. Further information can be found in the references listed in the paper.

1. INTRODUCCION

Las primeras motivaciones para el desarrollo de modelos de fractura en la Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de Barcelona surgen en el año 1985 con motivo de la necesidad de analizar el comportamiento no lineal de la presa de Mequinenza. Esta presa de gravedad de hormigón presentaba numerosas patologías, caracterizadas por un estado de fisuración muy extendido en el cuerpo central de la presa, y unos movimientos aguas abajo excepcionales. El primer modelo de fractura desarrollado para este análisis fue el denominado modelo de fisura distribuida fija. Este método se basa, en esencia, en modificar las propiedades isótropas iniciales del hormigón a medida que se van produciendo fisuras, y transformarlas en las de un material ortótropo de menor resistencia [1-8]. El modelo se aplicó con éxito al estudio por elementos finitos bidimensionales de la presa de Mequinenza por Oñate, Oliver y Bugeda [9]. Las dificultades conceptuales del método de fisura distribuida motivaron el desarrollo de modelos de fractura del hormigón más consistentes

desde el punto de vista termodinámico. Así, Oñate et al. [10] y Oller [11] sugirieron formular el comportamiento no lineal del hormigón a tracción y compresión dentro del marco de la teoría de la plasticidad clásica. Estas ideas se amplian en el trabajo de Lubliner et al. [12] donde se incorpora el concepto de daño como una medida de la pérdida de resistencia del hormigón (a tracción o a compresión) fuera del rango elástico. Los trabajos posteriores de Oliver et al. [13-23] y Cervera et al. [24-27] perfeccionaron el modelo de daño incorporando el concepto de longitud característica para garantizar la objetividad de la solución con la malla de elementos finitos, distinguiendo el efecto del daño por compresión y tracción y modelando de forma correcta el efecto de discontinuidades fuertes (fracturas) en cualquier tipo de malla. La extensión y aplicaciones del modelo de daño al análisis de estructuras de hormigón armado se desarrollan en los trabajos de Barbat et al. [28-31] y Hanganu et al. [32-35]. Las aplicaciones de este modelo se han centrado fundamentalmente en el estudio de edificios y estructuras civiles de hormigón armado y edificios históricos [28-38].

Carol *et al.* [39-44] y Prat y Bazant [45,46] han extendido el modelo de daño al análisis de multifracturas incluyendo la posibilidad de apertura y cierre de fisuras. Otra extensión de interés es la inclusión de elementos junta insertados en el continuo elástico para representar múltiples trayectorias de fisuras [47,48]. Estos modelos se han aplicado a estructuras de hormigón y al análisis de la resistencia de hueso trabecular poroso [49,50].

En el campo de los materiales compuestos Oller *et al.* [51-57] y Car *et al.* [58-60] han desarrollado un modelo constitutivo de daño y plasticidad, basado en la combinación de la teoría de mezclas con una transformación adecuada de espacios, para analizar el comportamiento hasta rotura de materiales compuestos anisótropos.

En los apartados siguientes explicamos las bases conceptuales de algunos de los desarrollos anteriores. En particular, se explican someramente los modelos de fisura discreta y distribuida. Se describe con algo más de detalle el modelo de daño isótropo y su implementación en un programa de elementos finitos. Finalmente se describen las bases del modelo para análisis no lineal de materiales compuestos. En cada caso se hace especial énfasis en los desarrollos más recientes llevados a cabo en la Escuela de Ingenieros de Caminos de Barcelona. En la parte final del trabajo se presentan, a título de ejemplos, diferentes aplicaciones de los modelos al estudio de la propagación de fracturas en estructuras de hormigón y colapso de suelos, al análisis de una presa, un edificio de viviendas, un edificio de contención de una central nuclear y un edificio histórico y al estudio de la rotura de una probeta de material compuesto.

2. CONCEPTOS BASICOS SOBRE MODELOS DE FRACTURA EN ESTRUCTURAS DE HORMIGON

Existen fundamentalmente cuatro procedimientos para modelar el comportamiento no lineal de estructuras de hormigón armado y en masa, prediciendo la aparición y evolución de las fisuras y la carga última de colapso: a) *el modelo de fisura discreta* [61-63], *el modelo de fisura distribuida* [1-9], *modelos de daño* [10-50] y *modelos de barras* [68]. En esta última clase de modelos el continuo se sustituye a priori por una malla de elementos de barras articuladas o reticuladas. Tras ello se asignan a dichas barras propiedades de la microestructura del material, dependiendo si cada barra representa un árido o una zona de mortero. Los modelos de barras son útiles, por tanto, para investigar sobre el origen del proceso de fisuración a nivel detallado.

En los modelos de fisura discreta se supone que aparece una fisura tan pronto como la fuerza nodal normal a los contornos de un elemento finito excede la máxima tensión de tracción que resiste el hormigón en un ensayo uniaxial. Tras ello se añaden nuevos grados de libertad en la posición de dicho nodo y se crea una discontinuidad geométrica entre el nodo antiguo y el nuevo. En la Figura 1 se muestra un esquema sencillo del modelo de fisura discreta. Las dos desventajas obvias de este método es que requiere un cambio en la topología de la malla y que restringe la propagación de las fisuras a líneas nodales. Esta técnica puede mejorarse utilizando remallado [63] y mediante el uso de elementos de interfaz como fisuras pre-definidas en las zonas donde se espera la propagación de aquellas [3,47,48].



Fig. 1. Modelo de fisura discreta.

La alternativa al modelo de fisura discreta es el de fisura distribuida, en el que el sólido se mantiene como un continuo. Una vez que se inicia la fisuración se supone que el comportamiento isótropo elástico inicial cambia por uno ortótropo que es función de la dirección de la fisuración. Como consecuencia se preserva la topología inicial de la malla. Esto explica la gran popularidad del modelo de fisura distribuida para aplicaciones prácticas [1-9,69,70].

Dentro de los modelos de fisura distribuida puede distinguirse entre los de fisura fija y fisura giratoria. En los primeros se supone que la dirección de la normal a la fisura es fija después de iniciarse esta. Los modelos de fisura giratoria admiten que la dirección normal a la fisura puede girar durante el proceso de fisuración, siguiendo las direcciones de los ejes de tensiones o deformaciones principales [3].

En la Figura 2 se muestra un esquema de la base del modelo de fisura distribuida más simple. Una vez que la tensión principal mayor supera la tensión de tracción límite se supone que aparece una fisura en la dirección normal. En ese momento se modifica la matriz constitutiva en ejes locales, de manera que se anula la resistencia en la dirección normal a la fisura, manteniéndose intacta la resistencia en la dirección de ésta. Asimismo, suele admitirse un módulo de rigidez por cortante reducido por un coeficiente β (es usual tomar $\beta \cong 0,2$). La nueva relación constitutiva ortótropa en ejes locales se escribe en ejes globales mediante una transformación estándar por medio de la matriz de rotación T que depende de la dirección de la fisura [3,4].

En los apartados siguientes se describen con más detalle las bases de los modelos de daño.



Comportamiento Elástico

$$\sigma_{1} < f_{t}^{'}, \qquad \sigma_{2} < f_{t}^{'}$$

$$\sigma = \begin{cases} \sigma_{x} \\ \sigma_{y} \\ \tau_{xy} \end{cases} = \frac{E}{1 - v^{2}} \begin{bmatrix} 1 & v & 0 \\ v & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1 - v}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{x} \\ \varepsilon_{y} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \mathbf{D}\varepsilon$$

Comportamiento fisurado

$$\boldsymbol{\sigma}_{1} > f_{t}, \boldsymbol{\sigma}_{1} \ge \boldsymbol{\sigma}_{2}$$
$$\boldsymbol{\sigma}' = \begin{cases} \sigma_{1} \\ \sigma_{2} \\ \tau_{12} \end{cases} = \frac{E}{1 - \nu^{2}} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & E & 0 \\ 0 & 0 & \beta G \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{1} \\ \varepsilon_{2} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} = \mathbf{D}' \boldsymbol{\varepsilon}$$

Transformación a ejes globables

$$\sigma = \overline{D} \varepsilon$$
 con $\overline{D} = TD'T$

Fig. 2. Modelo de fisura distribuida para un elemento de tensión plana.

3. ANALISIS NO LINEAL DE ESTRUCTURAS CON MODELOS DE DAÑO

La mecánica de daño es una rama de la mecánica del continuo que incorpora cambios a nivel microestructural del material a través de un número de variables internas escalares o tensoriales [11-12,15,16,64-67]. En ese sentido es similar a conceptos de plasticidad donde la influencia de la historia del material en la evolución de las tensiones se incorpora en la teoría del continuo a través de un conjunto de variables. En el modelo de daño elástico más sencillo la descarga sigue una trayectoria secante hasta el origen, donde se llega con un estado libre de tensiones y deformaciones.

Es sabido que la microfisuración en el hormigón y la mampostería ocurre a niveles de carga bajos debido a la

pérdida de cohesión entre las partículas de mortero y el árido o por fisuración del mismo mortero. La fisuración progresa siguiendo caminos no homogéneos que combinan los mecanismos arriba mencionados con el crecimiento y la conexión de las microfisuras en varias direcciones. Los experimentos sobre mortero han evidenciado que la distribución de las microfisuras es altamente discontinua con orientaciones arbitrarias. Este hecho está demostrado por muchos experimentos que muestran que la microfisuración puede ser considerada un fenómeno no direccional y que la propagación de las fisuras sigue caminos aleatorios que dependen del tamaño de las partículas del árido. De esta manera, las direcciones de fisuración dominantes pueden interpretarse como el lugar geométrico de las trayectorias de los puntos dañados del material (véase la Figura 3).

Los conceptos anteriores apoyan la idea de que el comportamiento no lineal del hormigón y la mampostería pueden modelizarse utilizando la teoría del daño, si se define una función de daño adecuada que tenga en cuenta la diferencia de respuesta de estos materiales en tracción y compresión [11,12,15,16]. La fisuración se interpreta en este caso como un efecto de daño local, definido por la evolución de parámetros conocidos del material y de una o varias funciones que controlan la aparición y evolución del daño.



Fig. 3. Mecánica del daño y propagación de una fisura macroscópica en hormigón en masa.

Una de las ventajas de un modelo de este tipo es la independencia del análisis de las direcciones de fisuración que pueden identificarse ``a posteriori" una vez se haya obtenido la solución no lineal. El modelo de daño puede tener en cuenta todos los aspectos importantes que deben considerarse en un análisis no lineal de estructuras de hormigón y mampostería, tales como la diferencia de comportamiento en tracción y compresión, el efecto de la degradación de la rigidez debido a causas mecánicas y la objetividad de la respuesta con respecto a diferentes mallas de elementos finitos.

3.1 El concepto de daño isótropo

Para aclarar mejor el concepto de daño, se considera una superficie elemental en un volumen de material degradado. Dicha superficie es suficientemente grande para tener un número representativo de defectos, pero al mismo tiempo puede todavía considerarse como perteneciente a un punto del material específico. En la Figura 4, S_n es el área de toda la sección, \overline{S}_n el área resistente efectiva (siendo $S_n - \overline{S}_n$ el área ocupada por los huecos) y, como consecuencia, el índice de daño d_n asociado a esta superficie es

$$d_n = \frac{S_n - \overline{S}_n}{S_n} = 1 - \frac{\overline{S}_n}{S_n} \tag{1}$$

En la relación anterior d_n representa la densidad de los defectos del material y toma el valor cero en el estado inicial no dañado. A medida que la fisuración avanza d_n tiende hacia un valor crítico cercano a la unidad que

corresponde a la completa desaparición del área resistente \overline{S}_n . En la mayoría de los casos es suficiente una representación escalar del daño $(d_n = d)$ para asegurar la modelización realista del material. En este caso las microfisuras no tienen una dirección particular y la fractura macroscópica se define posteriormente como el lugar geométrico de los puntos dañados.

Un concepto útil para entender el efecto del daño es el de tensión efectiva. La relación de equilibrio entre la tensión de Cauchy estándar σ y la tensión efectiva $\overline{\sigma}$ en el caso de la probeta dañada de la Figura 4 es

$$\sigma S = \overline{\sigma S} \tag{2}$$

Utilizando (1) y (2) se obtiene

$$\sigma = (1-d)\overline{\sigma} = (1-d)E\varepsilon \tag{3}$$



Fig. 4. (a) Superficie dañada. (b) Tensión de Cauchy σ y tensión efectiva $\overline{\sigma}$. (c) Evolución de la curva uniaxial tensión-deformación.

Durante un proceso de degradación, \overline{S} es el área efectiva que soporta la carga exterior y, por este motivo, $\overline{\sigma}$ es una tensión más representativa físicamente que σ . La ecuación (3) puede extenderse al caso tridimensional como

$$\boldsymbol{\sigma} = (1-d)\overline{\boldsymbol{\sigma}} = (1-d)\mathbf{D}\boldsymbol{\varepsilon} \tag{4}$$

donde **D** es la matriz constitutiva elástica y σ y ε son los vectores de tensión y deformación usuales.

El modelo de daño requiere el conocimiento de la variable de daño d en cada instante de la historia de la deformación de la estructura. Para ello debe definirse:

a) Una norma adecuada τ del tensor de deformaciones (o alternativamente del vector de tensiones no dañadas). Una expresión de dicha norma, muy utilizada para hormigón y mampostería, es

$$\tau = \left(\theta + \frac{1-\theta}{n}\right) \left[\overline{\boldsymbol{\sigma}}^T \mathbf{D}^{-1} \overline{\boldsymbol{\sigma}}\right]^{1/2} , \quad \overline{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{D}_0 \boldsymbol{\varepsilon}$$
(5)

donde $n = \frac{f_c}{f_t}$ es el cociente entre las tensiones límites de compresión y tracción y

$$\theta = \frac{\sum_{i=1}^{3} < \overline{\sigma}_{i}}{\sum_{i=1}^{3} |\overline{\sigma}_{i}|} \operatorname{con} < \pm \overline{\sigma}_{i} > = \frac{1}{2} (|\sigma_{i}| \pm \sigma_{i}), \ \overline{\sigma} = D\varepsilon$$
(6)

La expresión (6) tiene en cuenta el diferente comportamiento del material a tracción y compresión.

b) Un criterio de daño formulado en el espacio de deformaciones o de tensiones no dañadas. La forma más sencilla de este criterio puede escribirse como

$$F(\tau, r) = \tau - r \le 0 \tag{7}$$

donde τ es la norma definida en la ec.(5) y r es un parámetro que indica el límite del daño. El daño crece cuando la norma τ excede el valor actual del parámetro r. En particular, el daño se inicia cuando τ excede por primera vez el valor r^o. Típicamente se toma $r^o = f_t' / \sqrt{E}$.

La Figura 4 muestra la forma de la superficie $\tau - r^{\circ} = 0$ que define el inicio del daño para la expresión de τ dada por la ec.(5).



- Fig. 5. Superficie de límite de daño $\tau = r^{\circ}$ y curva de tensión-deformación uniaxial para el modelo de las ecs.(4-7).
- c) *Leyes de evolución* para la variable de daño *r*. Estas leyes pueden escribirse como

$$d = G(r) , \quad r = \max\left\{r^{o}, \tau\right\}$$
(8)

donde G es una función escalar monótona definida por

$$G(r) = 1 - \frac{r^o}{r} \exp\left\{A\left(1 - \frac{r}{r^o}\right)\right\}$$
(9)

Adviértase que $G(r^{\circ}) = 0$ y $G(\infty) = 1$ como podía esperarse. El parámetro A se determina de la energía disipada en ensayo de fractura en una probeta. La expresión de A es

$$A = \left(\frac{G_f E}{l(f_t)^2} - 1/2\right)^{-1}$$
(10)

donde G_f es la energía de fractura específica por unidad de área, l es la longitud característica del dominio fracturado. Esta longitud define el tamaño máximo de un elemento finito [15]. De la condición que A tiene que ser positivo se deduce el límite superior de l como

$$l \le \frac{2G_f E}{\left(f_t\right)^2} \,. \tag{11}$$

El modelo de daño presentado es muy sencillo y se ha utilizado con éxito para el análisis no lineal de estructuras de hormigón y otros materiales friccionales [12-35]. En el Apartado 4 se describen las etapas básicas para implementar el modelo en un programa de elementos finitos estándar.

3.2 Contribuciones de tracción y compresión en el modelo de daño

Faria y Oliver [15] han extendido el sencillo modelo de daño anterior separando las contribuciones de tensiones de compresión y tracción en el daño. Para ello se definen dos variables de daño d^+ y d^- asociadas a las tensiones de tracción y compresión, respectivamente. Ello exige definir también una ley de evolución diferente para cada variable de daño. Este modelo es útil para reproducir con precisión el comportamiento no lineal del hormigón bajo altas tensiones de tracción y compresión situaciones de tracción y compresión alternados. Situaciones prácticas de este tipo se encuentran en el análisis no lineal de estructuras de hormigón bajo cargas dinámicas [24-27].

4. ANALISIS NO LINEAL DE ESTRUCTURAS POR EL METODO DE ELEMENTOS FINITOS CON UN MODELO DE DAÑO ISOTROPO

El modelo de daño isótropo es extremadamente simple en comparación con modelos no lineales más sofisticados. La implementación en un programa de elementos finitos sigue el proceso general [72-73]:

 a) Discretización en elementos finitos de la estructura. Interpolación del campo de desplazamientos u dentro de cada elemento en función de los desplazamientos nodales a

$$u = N a \tag{12}$$

donde N es la matriz de funciones de forma.

b) Discretización de los campos de deformaciones y tensiones por

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{L}\boldsymbol{u} = \boldsymbol{L}\boldsymbol{N}\boldsymbol{a} = \boldsymbol{B}\boldsymbol{a} \tag{13}$$

$$\boldsymbol{\sigma} = (1-d)\boldsymbol{D}\boldsymbol{\varepsilon} = (1-d)\boldsymbol{D}\boldsymbol{B}\boldsymbol{a}$$
(14)

donde L es el operador de deformaciones apropiado y B es la matriz de deformaciones [72,73].

c) Obtención de las ecuaciones (no lineales) de la discretización. Sustituyendo las ecs.(12)-(14) en el principio de los trabajos virtuales

$$\int_{V} \delta \boldsymbol{\varepsilon}^{T} \boldsymbol{\sigma} \ dV = \int_{V} \delta \boldsymbol{u}^{T} \boldsymbol{b} \ dV + \int_{S} \delta \boldsymbol{u}^{T} \boldsymbol{t} \ dS \qquad (15)$$

conduce tras operar a

$$\Psi = p - f \tag{16}$$

$$\boldsymbol{p} = \int_{V} \boldsymbol{B} \boldsymbol{\sigma} \boldsymbol{a} \boldsymbol{v} \tag{17}$$

$$f = \int_{V} N^{\mathrm{T}} \boldsymbol{b} \, dV + \int_{S} N^{\mathrm{T}} \boldsymbol{t} \, dS$$
(18)

En las ecuaciones anteriores b y t son los vectores de fuerzas másicas y de superficie, respectivamente, $\delta \varepsilon$ y δu son los vectores de deformaciones y desplazamientos virtuales y Ψ es el vector de fuerzas residuales que expresa el equilibrio entre el vector de fuerzas exteriores f e interiores p.



- (1) Tensiones no dañadas: $\overline{\boldsymbol{\sigma}}_n^{i+1} = \mathbf{D}\boldsymbol{\varepsilon}_n^{i+1}$
- (2) Calcular τ_n^{i+1} de la ec.(5)
- (3) Actualizar r y d

$$r_n^{i+1} = max(r_{n-1}, \tau_n^{i+1}) d_n^{i+1} = G(r_n^{i+1})$$

(4) Actualizar tensiones

$$\boldsymbol{\sigma}_n^{i+1} = \left(1 - d_n^{i+1}\right) \overline{\boldsymbol{\sigma}}_n^{i+1}$$

Calcular el vector de fuerzas residuales: $\mathbf{\psi}_n^{i+1}$

Comprobar convergencia: $|\mathbf{\psi}_n^{i+1}| \leq \varepsilon$

No: continuar iteraciones. i = i + 1Si: $a_n = a_n^{i+1}$

Siguiente incremento de carga: n = n + 1

Cuadro 1. Esquema de solución cuasiestática no lineal por el método de elementos finitos con un modelo de daño isótropo.

El sistema de ecuaciones (16) es no lineal debido a la dependencia de las tensiones con el parámetro de daño. La solución del sistema puede hacerse mediante un proceso iterativo incremental tipo Newton-Raphson [73]. En el Cuadro 1 se presentan las etapas básicas de la solución del problema no lineal con el modelo de daño.

Uno de los aspectos a destacar en la formulación de daño es que no se requiere de un algoritmo especial para integración de la ecuación constitutiva como ocurre en los modelos elato-plásticos, y las tensiones se calculan directamente en función del nivel de deformación y del parámetro de daño por la ecuación (14).

5. CONCEPTO DE DAÑO GLOBAL

La capacidad resistente global de una estructura puede evaluarse mediante un índice de daño global D. Una posible definición de este índice es la siguiente [34,35]

$$D = 1 - \frac{U}{\overline{U}} \tag{19}$$

donde U y \overline{U} son las energías de deformación de la estructura dañada la estructura y intacta, respectivamente, definidas por

$$U = \boldsymbol{a}^{T} \int_{V} \boldsymbol{B}^{T} \boldsymbol{\sigma} \quad dV = \boldsymbol{a}^{T} \int_{V} \boldsymbol{B}^{T} (1-d) \overline{\boldsymbol{\sigma}} \quad dV$$

$$\overline{U} = \boldsymbol{a}^{T} \int_{V} \boldsymbol{B}^{T} \overline{\boldsymbol{\sigma}} \quad dV$$
(20)

Las integrales anteriores se obtienen por suma de las contribuciones elementales en la forma usual.

Adviértase que la pérdida total de la capacidad resistente de la estructura corresponde a un valor de D =1. Este valor se alcanza cuando se produce una pérdida de rigidez en una zona o zonas de la estructura por acumulación de daño local, de manera que se produce el colapso de esa zona (que puede coincidir o no con toda la estructura) a través de un mecánismo de rotura que absorbe toda la deformación de la estructura. Es importante remarcar que el índice de daño global puede calcularse para una parte de la estructura (una planta, un conjunto de pilares, etc.), así como para la estructura completa. De esta forma puede evaluarse la influencia de dicha parte en el comportamiento no lineal de toda la estructura.

El cálculo de los índices de daño local y global proporciona unos indicadores muy útiles para seguir en detalle la evolución de la pérdida de rigidez de la estructura, a nivel de cada punto y a nivel general, hasta la ruina total.

6. INCLUSION DEL EFECTO DE LAS ARMADURAS

Para el acero de las armaduras es usual aceptar un comportamiento elasto-plástico clásico con una ley de endurecimiento obtenida de ensayos experimentales. Si se utiliza un modelo estructural de lámina, el efecto de las armaduras puede incluirse a través de una formulación de capas en la que a cada capa que discretiza el espesor se le asignan las propiedades del hormigón o del acero, como si se tratara de un material compuesto laminado. El modelo de capas es también aplicable en piezas prismáticas, si bien en este caso es más preciso utilizar un modelo de celdas para discretizar la sección transversal. Si se utilizan sólidos tridimensionales el efecto del acero se incluye también a través de capas con la cuantía de acero equivalente. Dichas capas se asignan a superficies interiores al elemento, sobre las que se efectúa integración numérica dentro del proceso del cálculo de la matriz de rigidez sobre el volumen del elemento. Para más detalles consultar las referencias [4-8,34,35,70].

7. ACOPLAMIENTO DE EFECTOS DE DEGRADACION AMBIENTAL EN LOS MODELOS DE DAÑO

Además de los mecanismos de deterioro de naturaleza mecánica, en estructuras de hormigón y mampostería suelen ocurrir otros tipos de mecanismos de daño de origen físico-químico-biológico. Estos últimos se deben generalmente a la interacción entre el medio ambiente y el material construido.

El acoplamiento entre los efectos ambientales y las características resistentes del hormigón pueden tenerse en cuenta en el modelo de daño, modificando la ec.(3) como

$$\sigma = \beta \ (1-d) \to \varepsilon \tag{21}$$

donde β es un parámetro de daño ambiental (físicoquímico-biológico) tal que $\beta_c < \beta < 1$. El valor de β se aproxima al valor inferior límite β_c cuando el proceso de degradación ambiental alcanza su nivel máximo.

Claramente el efecto de β es el de reducir la resistencia del material. La evolución de β depende de la humedad, la temperatura y las especies agresivas dentro del material poroso. Los parámetros físicos en este proceso de difusión dependen también del nivel de degradación del material a través de la variable de daño d y el problema está totalmente acoplado. Un estudio completo requiere el análisis por elementos finitos de las ecuaciones diferenciales que gobiernan la difusión de las especies agresivas, con las ecuaciones que gobiernan la resistencia de la estructura. En las referencias [37,38] se pueden encontrar algunas aplicaciones preliminares de este modelo de daño mecánico-ambiental al análisis de estructuras de hormigón y edificios históricos.

8. PROBLEMAS DE LOCALIZACION DE DEFORMACIONES EN ANALISIS DE FRACTURAS EN SOLIDOS

Oliver et al. [16-23] han desarrollado modelos teóricos y numéricos para el análisis de discontinuidades por formación de bandas de localización de deformaciones en sólidos. El modelo de localización discontinuo se describe mediante la cinemática de discontinuidad fuerte, caracterizada por la presencia de una superficie de discontinuidad en la que el campo de deformaciones compatible no está acotado. Este modo de localización discontinuo se considera como el límite del modo continuo, caracterizado por una banda de localización de ancho finito que tiende a cero a medida que se localiza la discontinuidad. La cinemática de discontinuidad fuerte impone restricciones adicionales al estado de tensión-deformación en los puntos de la discontinuidad, de tal forma que las relaciones constitutivas convencionales entre tensiones y deformaciones se transforman en relaciones de tipo discreto entre tracciones y saltos de desplazamientos en la interfaz de la discontinuidad.

El modelo de localización discontinuo y su implementación en un código de elementos finitos general, permiten representar el proceso de colapso estructural por localización, sin necesidad de utilizar técnicas de remallado adaptable o mallas pre-diseñadas "a priori". En las referencias [22,23,69] se describen con detalle las bases teóricas del modelo, así como diversos ejemplos de aplicación en el estudio de problemas de colapso de suelos y estructuras de hormigón.

9. MODELO DE MEZCLAS PARA ANALISIS DE FRACTURA EN MATERIALES COMPUESTOS

Oller et al. [51-57] han desarrollado una metodología para análisis del comportamiento no lineal de materiales compuestos. Para ello formularon primeramente un modelo para reproducir el comportamiento de materiales anisótropos fuera del rango lineal. El modelo basa en establecer una relación entre el se comportamiento anisótropo del material real con el de un material isótropo ficticio. Todas las expresiones del modelo se formulan para el material isótropo, utilizando principios de la teoría clásica de la elasto-plasticidad, e incluyendo efectos de degradación a través de la teoría de daño. Las ecuaciones del modelo anisótropo se obtienen por transformación de las expresiones en el espacio isótropo. El modelo anisótropo se combina con la teoría de mezclas para caracterizar materiales compuestos. El modelo de mezclas no lineal resultante se ha desarrollado por Car et al. [58-60] para el análisis del comportamiento no lineal hasta la rotura de estructuras con materiales compuestos.

10. EJEMPLOS

Los ejemplos siguientes muestran algunas aplicaciones de los modelos descritos en los apartados anteriores.

10.1 Placa plana bajo cargas diagonales

Este ejemplo muestra la capacidad del modelo de daño del Apartado 3 combinado con la técnica de análisis de discontinuidad fuertes [16-23], para el estudio de propagación de fracturas en el hormigón.

En la Figura 6 se muestra la geometría de la placa sometida a dos fuerzas diagonales F_1 y F_2 . Inicialmente

se incrementa la fuerza diagonal F_2 monótonamente hasta el valor de 3.78 KN. El valor de F_1 se incrementa también en esta fase de manera que el cociente $F_1/F_2=0.6$. Tras ello se mantiene F_2 constante y se aumenta la apertura de la fisura en la entalla de manera controlada. En la Figura 6 se muestra la malla de análisis formada por elementos triangulares de 3 nodos en tensión plana. Asimismo se muestra el mapa de desplazamientos que indica claramente el camino de evolución de la fisura. Finalmente se presenta el valor de la fuerza horizontal F_1 con la apertura de la fisura. Los resultados comparan bien con los experimentales. Los detalles se presentan en la ref. [23].



Fig. 6. Rotura de una placa bajo cargas diagonales. a) Geometría; b) Líneas de igual desplazamiento; c) Malla de elementos finitos; d) Curva F1-d (apertura de la entalla)

10.2 Flexión de viga entallada sometida a fuerzas en cuatro puntos

El modelo de daño del ejemplo anterior se aplicó por Manzoli [22,69] el ensayo de flexión de la viga entallada sometida a fuerzas aplicadas en cuatro puntos, como ilustra la Figura 7. Los datos elegidos para el estudio del modelo corresponden al ensayo experimental realizado por Arrea y Ingraffea [74]. Se ha empleado una malla no estructurada formada por elementos finitos triangulares lineales de tensión plana. Se ha considerado que las piezas de acero utilizadas para transferir la carga a la viga se comportan elásticamente, presentado un módulo de elasticidad cien veces superior al de la viga.

Los resultados experimentales se obtuvieron mediante el control del desplazamiento vertical relativo δ entre los labios de la entalla (Fig. 7). El análisis numérico se ha llevado a cabo mediante el control de la componente vertical del desplazamiento del labio derecho de la entalla.

Se ha considerado una ley de ablandamiento exponencial. Los detalles pueden encontrarse en [22,69].

En la Figura 8 se exponen los resultados experimentales y numéricos correspondientes a la evolución de carga P aplicada en función del desplazamiento relativo δ ,

donde se puede apreciar la satisfactoria concordancia de la predicción numérica con los resultados experimentales.



Fig. 7. Ensayo de fractura en modo mixto



Fig. 8. Viga entallada. Curvas de carga versus desplazamiento obtenidas experimental y numéricamente.

La Figura 9 muestra las líneas de discontinuidad obtenidas experimentalmente y mediante la formulación numérica propuesta, donde se puede observar la excelente predicción numérica de la posición de la línea de discontinuidad.

En la Figura 10 se muestra la malla de elementos finitos deformada en la etapa final del proceso de carga. Asimismo se presentan los contornos de iso-desplazamientos horizontales en la malla deformada.



Fig. 9. Trayectoria de la línea de discontinuidad: a) resultado experimental. b) Predicción numérica.



Fig. 10. Resultados numéricos del ensayo de fractura en modo mixto.

10.3 Capa de suelo no drenado sometido a la presión ejercida por una zapata rígida

En este ejemplo el modelo de daño con la técnica de localización de discontinuidades se aplica al problema geotécnico clásico de una capa de suelo no drenada sometida a la presión vertical ejercida por una zapata rígida [22,69]. Se consideran impedidos los desplazamientos relativos en la interfaz zapata-suelo. Se analizan las situaciones de carga simétrica y no simétrica (Figuras 11 y 12). Zienkiewicz, Huang y Pastor [75] analizaron este ejemplo mediante la estrategia de remallado adaptable para capturar la formación de líneas de deslizamiento, considerando plasticidad perfecta.

En el presente análisis se considera la condición de deformación plana, eligiendo el desplazamiento vertical

δ del punto de aplicación de la carga como variable de control del proceso de carga. Se ha adoptado v = 0.45para simular la respuesta elástica y el modelo elastoplástico de von Mises para describir el comportamiento no lineal del suelo no drenado. Con objeto de obtener grandes deformaciones plásticas antes de la formación de la discontinuidad, se ha empleado el modelo de localización del Apartado 8, definiendo una rama de plasticidad perfecta para representar el comportamiento en la fase *pre-bifurcación* e imponiendo bifurcación cuando la deformación plástica equivalente alcanza un valor límite. La zapata se considera elástica con un módulo de Young 10⁴ veces superior al del suelo.

Se han empleado elementos finitos triangulares cuadráticos en estado de deformación plana.

La Figura 11a muestra la geometría, la carga y los datos del material que se han considerado en el análisis. Se ha supuesto que los desplazamientos horizontales de los nodos pertenecientes a la línea de simetría están prescritos, evitando, de este modo, posibles mecanismos de colapso no simétricos que este tipo de carga puede generar. La Figura 11b muestra la malla de elementos finitos en la fase final del proceso de carga y la Figura 11c muestra los contornos de iso-desplazamiento, donde se puede apreciar la existencia de dos líneas de deslizamiento que se inician en las esquinas de la zapata y se cruzan en un punto del eje de simetría. En la Figura 11d, mediante los vectores de desplazamientos nodales, se puede observar el mecanismo de colapso del problema. La cuña triangular de suelo bajo la zapata se desplaza verticalmente de modo solidario con ésta, induciendo el movimiento de expulsión de las dos cuñas laterales, que deslizan con respecto al resto del sólido que permanece prácticamente indeformado.

La Figura 12 corresponde al caso de carga excéntrica. La geometría y los parámetros del material son los mismos utilizados anteriormente. Las Figuras 12b, 12c y 12d muestran la configuración deformada de la malla, los contornos de iso-desplazamiento y los vectores de desplazamientos nodales, respectivamente, en la fase final. En este caso se desarrolla sólo una línea de discontinuidad, permaneciendo solidaria la zapata a una cuña de suelo con forma aproximada de un semicírculo, la cual experimenta una rotación respecto al resto del suelo que permanece casi indeformado.



Fig. 11. Colapso de una capa de suelo. Resultados del caso no drenado simétrico.



Fig. 12. Colapso de una capa de suelo. Resultados del caso no drenado asimétrico.

La figura 13 ilustra las curvas fuerza *versus* desplazamiento vertical δ para las dos situaciones de carga. En el caso simétrico, la carga crítica F_{cr} =2300 KN es ligeramente inferior a la carga crítica F_{cr} =2374 KN, predicha por Prandtl en 1921 (ver Chen 1975). La carga máxima correspondiente al caso excéntrico es aproximadamente un 25% inferior a la que se obtiene para el caso simétrico. Para más detalles sobre este ejemplo, consultar las referencias [22,69].



Fig 13. Colapso de una capa de suelo no drenado. Evolución de la carga en los casos simétricos y asimétrico.

10.4. Pórtico plano sometido a acciones estáticas

Este ejemplo estudia la evolución del daño en el pórtico plano de hormigón armado de la Figura 14a sometido a cargas estáticas y sísmicas. En este problema se utilizó el sencillo modelo de daño isótropo para el hormigón, combinado con un modelo elasto-plástico para el acero siguiendo lo explicado en los Apartados 2-6 [30,34,35]. El pórtico tiene una altura de 9 metros, un ancho de 6 metros y es de 3 niveles. Los pilares tienen una sección transversal de 30 cm por 30cm de hormigón armado con una cuantía de 4.35% de acero. Las vigas tienen un canto de 40cm y un ancho de 30cm con una cuantía de armado de 5.3%. Los materiales utilizados tienen las siguientes propiedades:

Acero	Hormigón
$E = 2.1 \ 10^6 \ daN/cm^2$	$E = 2.0 \ 10^5 \ daN/cm^2$
$\sigma^{o} = 4200 \text{ daN/cm}^{2}$	$\sigma^{o} = 300 \text{ daN/cm}^{2}$
v = 0.25	v = 0.17
$\rho = 8 \text{ g/cm}^3$	$\rho = 2.5 \text{ g/cm}^3$

La estructura se discretiza en 45 elementos finitos cuadráticos de pieza de Timoshenko de tres nodos. Cada elemento finito tiene una longitud de 1.0m y su sección está dividida en 20 capas de igual espesor. La segunda y la decimonovena capa son de acero y las demás son de hormigón. La cuantía de acero se controla variando el

ancho de las capas de acero. El estado del material se verifica en los puntos de contacto entre capas, de manera separada en cada capa y luego se interpola linealmente sobre el espesor de la capa.

El análisis realizado ha sido estático, tratando de simular un ensayo típico de empuje lateral aplicando un desplazamiento horizontal en el extremo superior izquierdo del pórtico hasta un valor de 4% de la altura total del mismo, que es el rango admisible de variación en una prueba de este tipo. En este estudio se considera para el acero un comportamiento elasto-plástico perfecto. La Figura 14b muestra la evolución de la fuerza aplicada sobre el pórtico en función del desplazamiento del punto de aplicación de la carga. La evolución de los índices globales de daño de los pisos y del pórtico entero se presenta en la Figura 14c. El estudio conjunto de estos dos gráficos permite observar que hay dos tramos donde la reducción brusca de la fuerza aplicada se corresponde con aumentos instantáneos de los índices globales de daño total y del primer piso y, en mucho menor medida, de los demás pisos. La explicación se encuentra en la historia de degradación del pórtico que puede verse detalladamente en la Figura 14d.



Fig. 14. (a) Geometría del pórtico. (b) Curva fuerza- desplazamiento. (c) Evolución de los índices globales de daño de los tres pisos y de la estructura entera. (d) Evolución de los índices globales de daño del primer piso y de sus tres pilares. Curvas: A Pórtico entero. B: Primer piso; C: Segundo piso y D: Tercer piso.

Los pilares del primer piso son evidentemente las zonas donde ocurrirá el fallo estructural, puesto que el momento flector alcanza su máximo en la unión con la base de sustentación. Sin embargo, los pilares no fallarán a la vez, ya que el más solicitado es el primero por la izquierda, que soporta además del momento flector el mayor esfuerzo axial de tracción. Los esfuerzos de tracción son relevantes aquí debido a la menor resistencia del hormigón a este tipo de solicitación. El primer pilar es el más solicitado y, a medida que va cediendo, el segundo pilar va absorbiendo su carga. A partir de cierto nivel de carga, el hormigón cede con fragilidad en estos dos pilares con la consiguiente transferencia de carga hacia el tercero, que sufre una degradación paulatina. Este es el momento de la primera discontinuidad en la curva fuerza-desplazamiento. La segunda discontinuidad ocurre algo más tarde, cuando el hormigón del tercer pilar sufre el mismo fenómeno y prácticamente desaparece a efectos de rigidez. El análisis efectuado permite destacar la capacidad del índice global de daño propuesto de describir adecuadamente el estado

estructural. Se observa que dicho índice sigue de cerca la evolución del índice del primer piso que es el que define el estado de fallo global de la estructura. Este resultado demuestra que el índice global de daño de la estructura se comporta como si tuviera asignados pesos en función de la importancia de las distintas zonas estructurales.

En la Figura 15 se presentan dos deformadas con sus correspondientes distribuciones de daño elemental, es decir, de los índices globales de daño de un elemento finito. La primera deformada recoge el momento anterior al primer salto en la curva fuerzadesplazamiento, cuando todavía se mantiene la forma característica al estado elástico y una distribución casi uniforme del daño. La segunda deformada corresponde al momento final, donde pueden apreciarse las rótulas plásticas en las extremidades de los tres pilares del primer piso. Las distribuciones de daño elemental muestran máximos en los elementos que contienen dichas rótulas.



7342	¥.8122	*.5362
e.9077	×.4808	¥.2315
¥.7493	8112	*.5068
¥.7484	*.8081	.4327
¥.9153	*.9291	
×.744	8099	4.4318
×.8005	¥.8044	.344
×.9003	.9264	
×.816	.8068	×.483

No.	.8048	.8147	1.7738
	.9289	.4528	.2195
	.7465	.8128	.5121
	.8021	.8077	4473
1	.9115	.9321	
1	.7968	.8128	.4474
:	.9844	×.9752	.9843
	×.9018	¥.9321	
	×.9859	¥.9774	*.9863

Fig. 15. Deformada y distribución de daño en dos momentos característicos de la historia de carga.

El mismo modelo de daño del ejemplo anterior se utilizó para analizar la estructura de un edificio del polígono Marina Besós de Sant Adrià el Besós, ciudad cercana a Barcelona. La estructura está formada por 5 plantas, con 2 viviendas simétricas por escalera. La Figura 16 muestra la discretización en elementos finitos hexahédricos de 20 nodos de la planta analizada [34,35].

La sección del forjado que define la estructura resistente de hormigón armado condiciona la malla de elementos finitos representada en la Figura 16, de manera que hay un esqueleto resistente formado por viguetas de 15 cm de ancho alternando con elementos de relleno (entreviguetas) de 55 cm de ancho. Los elementos estructurales armados son dichas viguetas junto con las vigas planas contenidas en el forjado de 28 cm de altura y entre 50 y 80 cm de ancho y los pilares cuyas secciones son de 50 x 50 cm.



Fig. 16. Planta de un edificio de viviendas. Discretización en elementos finitos.

La problemática de este edificio es que poco tiempo después de acabarse su construcción y siendo ya habitado aparecieron fisuras que han ido aumentando hasta que en el momento del estudio se habían transformado en grietas importantes. Este hecho ha motivado un estudio de la estructura en su totalidad que se realizó en dos etapas: reconocimiento y observación del estado de la estructura y modelización de la estructura para poder simular numéricamente su comportamiento. La carga aplicada en la simulación numérica ha consistido del peso propio de la estructura más una presión de 100kg/m² sobre el forjado y el techo. Dicha presión corresponde a un factor de carga de 1 y ha sido aumentada hasta producirse el fallo estructural.

Para las grietas más importantes que se han producido en los tabiques se ha obtenido una excelente correlación entre los resultados del cálculo y las observaciones (Figuras 17a y 17b), identificándose las fisuras en la misma zona que la observada, pero para un factor de carga de 4 veces la carga de servicio. Esto significa que el forjado de la planta es mucho más flexible de lo esperado, ya que los tabiques interiores no están sostenidos por ninguna columna. Dado que la carga última ha sido de 5.9 veces el peso propio, puede concluirse que la estructura tiene de un índice de seguridad de 1.45 y que el estado real y las rigideces de los elementos estructurales son los correspondientes a la configuración calculada para 4 veces el peso propio.

Basándose en este resultado se inició una campaña de verificación del estado del forjado y sobre todo de las viguetas que son su principal elemento de rigidez. Los resultados del muestreo entre las viguetas han mostrado importantes desviaciones con respeto las prescripciones de proyecto sobre distancia entre armaduras, lo que disminuye la rigidez de las viguetas de manera importante.

La Figura 17c muestra la deformada obtenida en el ensayo numérico. Puede notarse que los mayores desplazamientos se producen en el centro del forjado, con un gradiente muy importante a lo largo de los tabiques, lo que provoca una solitación importante de cortante en estos últimos con la rotura característica a 45° (ver también la Figura 17b).

La evolución de los índices de daño globales de toda la planta y de sus componentes se muestra en Figura 17d. Se resalta que los elementos de hormigón armado (vigas, viguetas y pilares) tienen índices de daño globales mucho más bajos y el índice de toda la estructura se ve fuertemente influido por las zonas sin armar (tabiques y entreviguetas). Esto demuestra que estos últimos elementos estructurales tienen un papel fundamental en el comportamiento del conjunto y de su estado depende la funcionalidad de la vivienda estudiada.



Fig. 17. a) Fisuras detectadas visualmente. b) Puntos dañados calculados. c) Deformada de la estructura.
d) Evolución de varios índices globales de daño. Curvas: A: Estructura entera; B: Viguetas; C: Entreviguetas; D: Pilares; E: Vigas y F: Tabiques.

10.6 Análisis de la fisuración progresiva en una presa de gravedad por entumecimiento del hormigón

El estudio se realizó sobre la presa de gravedad de Mequinenza en España de 461 m de longitud y 79 m de altura. La construcción de la presa se inició en 1962 y finalizó en 1967. Desde el inicio de las operaciones hidráulicas en 1967, se detectaron movimientos aguas abajo inesperados, acompañados de una intensa fisuración en el cuerpo de presa. De la instrumentación y control se concluyó que la razón de ese comportamiento anómalo era el alto entumecimiento (expansión) del hormigón en presencia de agua, lo que condujo a un efecto progresivo de fisuración y entrada de agua en el cuerpo de la presa (Figura 18a). En 1984 se inició un estudio en la Escuela de Ingenieros de Caminos de Barcelona para modelar el comportamiento no lineal de la presa y predecir el futuro de la estructura. El estudio consistió en dos etapas. En primer lugar se realizó un análisis bidimensional (2D) de la zona de la presa más dañada utilizando un modelo de fisura distribuida fija [9]. Tras ello, se llevó a cabo un estudio tridimensional incluyendo la interacción de los diferentes bloques de hormigón a través de las juntas de construcción utilizando un modelo de daño isótropo [24-27].

La sección escogida para el análisis 2D se muestra en la Figura 18b. La sección se divide en dos zonas: la zona C (correspondiente a los apoyos del aliviadero) se consideró en estado de tensión plana, mientras que el resto de la sección se analizó en deformación plana. En la sección se incluyó el efecto de una junta de construcción vertical, cerca del plano de drenaje. El hormigón situado aguas abajo de dicho plano se supuso libre del efecto del entumecimiento, al permanecer seco. La Figura 18c muestra la sencilla malla de elementos finitos cuadriláteros de ocho nodos utilizada para el análisis. Para este estudio se utilizó un modelo de fractura de hormigón basado en el modelo de fisura distribuida fija explicado en el Apartado 2.

En la Figura 18c se muestran las curvas de expansión libre del hormigón obtenidas de ensayos en probetas extraídas del cuerpo de la presa. La máxima expansión se detectó en la zona A (Figura 18b) con un máximo de 0.125%, lejos del valor usual de 0.03% que se detectó en otras zonas. En la Figura 18e se muestran gráficos de las medidas experimentales a lo largo de 25 años de la evolución del desplazamiento horizontal de puntos cerca de la coronación. Los valores experimentales se comparan con resultados del análisis por el MEF teniendo en cuenta y despreciando el efecto de la presión del agua en los poros. La oscilación en las curvas se debe a las variaciones estacionales de la temperatura. La comparación de los resultados experimentales y los numéricos en las zonas críticas es excelente.



Fig. 18. Análisis 2D de la presa de Mequinenza. a) Mecanismo de fisuración y entrada del agua progresiva por entumecimiento del hormigón; b) Zonas de extracción de testigos; c) Curvas de entumecimiento del hormigón extraído de las zonas de la figura (b); d) Malla de elementos finitos cuadriláteros de 8 nodos utilizada para el análisis; e) Resultados numéricos y experimentales del desplazamiento horizontal en diversos puntos.

Las Figuras 19 muestran la distribución de tensiones y la fisuración en diferentes tiempos durante el análisis (al cabo de 1, 2 y 20 años). En las figuras se ha dibujado también la deformación de la sección en esas fechas (se han amplificado los movimientos 50 veces). Al final del primer año la situación es similar a la que resulta de aplicar el peso propio y la presión hidrostática. El entumecimiento y la fisuración solo afectan a la parte superior de la presa. Los resultados obtenidos en años posteriores muestran que la expansión del hormigón crea tensiones de tracción en una zona que se origina cerca del parámetro aguas arriba y que progresa con el tiempo hacia el interior de la presa. Esto origina una deformación del cuerpo de la presa en forma de estiramiento y giro hacia aguas abajo. Al crecer la zona mojada en el interior de la presa, avanza también la fisuración produciéndose un efecto de cierre de fisuras al pasar de un estado de tracción a otro de compresión. La distribución final de tensiones corresponde al de una presa aligerada con dos grandes zonas comprimidas, cerca de cada uno de los parámetros aguas arriba y abajo, y una zona central muy fisurada, prácticamente libre de tensiones [9].



Fig. 19. Presa de Mequinenza. Evolución del campo de tensiones y del nivel de fisuración en varios instantes del análisis. A) Microfisuración y tensiones principales (compresión) bajo peso propio y carga hidrostática; b) Tensiones principales de tracción (b1) y compresión (b2) y microfisuras (b3) después de 2 años. Tensión principal de tracción (c1), compresión (c2), microfisuras (c3) y fisuras de mayor tamaño (c4) después de 20 años. La deformada en c3 y c4 se ha aplicado 50 veces.

La experiencia del análisis 2D fue muy útil para el estudio 3D en el que se utilizó el modelo de daño isótropo descrito en el Apartado 3. En la Figura 20 se muestra la geometría y la malla de 1065 hexaedros de 20 nodos utilizados en el análisis. Este estudio permitió capturar el efecto de los desplazamientos a lo largo de la coronación de la presa. En la Figura 18b se compara el desplazamiento aguas abajo a lo largo de la línea AB sobre la coronación con medidas experimentales. Se advierte el salto de casi 10 cm en el desplazamiento debido al efecto del aliviadero. Los resultados de la evolución de los movimientos con el tiempo fueron concordantes con los obtenidos en el análisis 2D. En la Figura 18 se muestra la distribución del índice de daño sobre los parámetros de la presa al cabo de 20 años de su puesta en servicio.

En las referencias [9,24-27] puede encontrarse más información sobre este análisis. En la ref.[25] se describen otras aplicaciones del modelo de daño al estudio no lineal de otras presas de hormigón bajo cargas estáticas y dinámicas.



Fig. 20. Presa de Mequinenza. a) Malla de elementos finitos hexaedros de 20 nodos utilizada para el análisis; b) Desplazamiento horizontal a lo largo de la coronación; c) Mapas de daño sobre el paramento al cabo de 20 años de la puesta en servicio de la presa.

10.7 Evaluación de la presión de rotura en un edificio de contención de una central nuclear

En la Figura 21 se muestra el edificio de hormigón armado que protege las instalaciones del reactor y el sistema de refrigeración. El edificio se compone de una cimentación rígida y una lámina cilíndrica cerrada por una cúpula esférica. La pared cilíndrica y la cúpula están pretensadas con tendones no adherentes y su interior está protegido por una plancha de acero. Para el análisis se utilizó el modelo de daño isótropo para el hormigón y un modelo elastoplástico para las armaduras [34,35]. La utilización de elementos finitos tridimensionales permite considerar en el análisis las características que rompen la simetría de revolución del edificio de contención que están descritas en la primera parte del artículo. Estas son: los tres contrafuertes, las penetraciones, la falta de simetría de revolución de las fuerzas de postesado y la armadura adicional existente en las zonas donde se encuentran penetraciones. Como criterio de fallo del acero se ha considerado en ambos modelos que las armaduras pasivas y tendones de postesado se agotan ("rompen") al alcanzar una deformación del 1%. El algoritmo de cálculo simula la rotura de la armadura eliminando completamente la rigidez de la barra o del grupo de barras que haya alcanzado dichos límites. Esto genera fuerzas adicionales que se redistribuyen a los componentes adyacentes, que reciben de esta manera una carga adicional. El proceso de fallo continúa desarrollándose en cadena, hasta el momento en que dichas fuerzas no pueden equilibrarse. Este es el instante en que se considera que la estructura ha fallado.

En la Figura 22a se muestra la distribución del parámetro de daño local en el momento de la rotura. En la Figura 22b se han resaltado las armaduras rotas en el momento del fallo estructural global. En dichas barras la deformación ha superado el límite del 1% prefijado.



Fig. 21 Edificio de contención de una central nuclear. (a) Sección vertical. (b) Sección horizontal



Fig. 22. a) Distribución del parámetro de daño local en el momento de la rotura; b) Armaduras rotas en el instante del fallo global de la estructura.

La Figura 23 muestra la evolución del desplazamiento radial en función de la presión interior en el punto de deformación. Se observa una perfecta mayor concordancia en el rango elástico de comportamiento, hasta las 6 atmósferas aproximadamente. A partir de dicha presión, el hormigón comienza a fisurarse y la pendiente de las curvas es algo distinta debido a la extensiva fisuración que se produce en la zona de contacto pared-losa (ver las Figuras 21a y 21b). Este fenómeno afecta en mayor grado al modelo en que también fisura la losa. A partir de las 10 atmósferas aproximadamente, las pendientes de las curvas vuelven a acercarse, debido a la generalización de la fisuración en ambos problemas. En los dos casos, la presión de fallo obtenida es prácticamente la misma, con una ligera diferencia en los desplazamientos máximos.

Se ha comprobado, asimismo, que en los dos casos se mantiene la misma localización del fallo estructural y el mismo estado de fisuración del edificio.

En la Figura 24 se dibuja la evolución del índice de daño global para la estructura completa y varias de sus partes. De esta manera se puede apreciar la contribución de los diferentes elementos resistentes en la resistencia última de la estructura. En este caso se ha considerado como elementos independientes la pared cilíndrica, cada uno de los tres anillos que la forman (cada uno de altura igual a 1/3 de la altura de la pared) y la cúpula. Se aprecia la relevancia de la cúpula y el 2° y 3er anillo en el índice de daño global.



Fig. 23. Curva presión-desplazamiento para el punto del edificio contención que sufre mayor desplazamiento.

Este mismo problema se analizó con el modelo de fisura distribuida fija para el hormigón, obteniéndose resultados muy similares para la presión de rotura y el modo de fallo. Los detalles pueden encontrarse en [69,70].



Fig. 24. Evolución del índice de daño global. Curvas: A: Estructura completa; B: Cúpula; C: Cilindro; D: ler anillo; E: 2° anillo; F: 3er. anillo; G: Placa cimentación.

10.8 Análisis de la Basílica de San Marcos de Venecia

El modelo de daño se ha aplicado por Oñate *et al.* [37] al análisis de la capacidad resistente de la Basílica de San Marcos en Venecia.

En la Figura 25 se muestra la discretización de las cinco cúpulas de la Basílica incluyendo 7676 hexaedros de 20 nodos y 2265 prismas triangulares de 15 nodos. Las propiedades de la piedra se tomaron como E=600.000 kg/cm², v = 0.15, límite de compresión: 400 kg/cm² y límite de tracción: 40 kg/cm². Para las paredes de ladrillo se tomó un módulo de elasticidad igual a 30.000 kg/cm² y diferentes valores de los límites de tracción y compresión. La Figura 26 muestra la influencia de estos límites en el coeficiente de seguridad a rotura bajo peso propio.



Fig. 25. Discretización de las cinco cúpulas de la Basílica.



Fig. 26. Coeficiente de seguridad a rotura bajo peso propio para diversos valores de las tensiones límites de la mampostería.

En la Figura 27 se muestran las distribuciones del parámetro de daño en diferentes momentos de aplicación del peso propio multiplicado por un factor de carga. Para una información más detallada sobre este ejemplo se recomienda consultar la ref. [37].



Fig. 27. Mapas del daño sobre la estructura en diferentes estados de carga bajo peso propio creciente.

10.9 Análisis de una probeta de material compuesto

Este ejemplo muestra las posibilidades del modelo de mezclas desarrollado por Oller *et al.* [51-57] y Car *et al.* [58-60] para análisis no lineal de estructuras con materiales compuestos. El ejemplo consiste en simular numéricamente un ensayo de una probeta de material compuesto laminado multidireccional de 30 capas con una secuencia de apilamiento (45°-45°)_{SS}, sometidas a un estado de corte plano. El ensayo se ejecuta de acuerdo con la norma ASTM D425. El material compuesto está constituido por una resina RS-3 Policinato y el refuerzo está constituido por fibra de carbono XN-50 con participaciones volumétricas del 40% y 60% respectivamente.

La resina se comporta como un material isótropo con una ley de comportamiento elastoplástico, mientras que las fibras se comportan como un material elastoplástico anisótropo.

Las propiedades mecánicas de la resina RS-3 Policinato y de la fibra de refuerzo XN-50 utilizados en la simulación numérica se pueden observar en las Tablas 1 y 2.

Módulo de Young	3170 Mpa	
Coeficiente de Poisson	0,35	
Tensión de fluencia	75,53 Mpa	
Ley de comportamiento	Exponencial con	
posterior a la fluencia	ablandamiento	
Energía de fractura	1,47N/m	
V _m	40%	

Tabla 1. Propiedad de la resina RS-3 Policinato.

Módulo de Young	507.177 Mpa	
Coeficiente de Poisson	0,0	
Tensión de fluencia	3183.34 Mpa	
Ley de comportamiento posterior a la fluencia	lineal con endurecimiento	
V_f	60%	

Tabla 2. Propiedad de la fibra de refuerzo XN-50

En la Figura 28 se observa la geometría de la pieza y su posición en la máquina de ensayos. El ensayo consiste en someter a la pieza a un desplazamiento impuesto aplicado en los orificios de la misma induciendo un estado de corte plano. Para determinar el módulo a cortante del material se colocan "galgas de deformación" en la zona central de la pieza formando un ángulo de 45° con el eje longitudinal.

Las simulaciones se han realizado empleando una malla de elementos finitos triangulares de 3 nodos con un total de 2074 elementos, 1144 nodos y 2228 grados de libertad. En la Figura 29 se observa la malla de elementos finitos empleada.



Fig. 28. Geometría de la pieza a estudiar.





Fig. 29. Malla de elementos Triangulares lineales.

Deformada de la malla obtenida en el análisis

En la Figura 29 se muestra también la deformada de la malla en el estado final (amplificada tres veces). Se observa en la misma figura los efectos locales que se producen en cada orificio y la desviación que sufre la probeta durante el ensayo

En la Figura 30 se dibujan los mapas del módulo del vector de desplazamiento y de la deformación plástica efectiva. Se aprecia la alta localización de deformaciones en algunas zonas.

En la Figura 31 se observa una comparación entre la simulación numérica y la probeta ensayada. Se observa la existencia de dos fisuras inclinadas a 45º aproximadamente respecto del eje longitudinal de la probeta. La zona central presenta una rotura generalizada. Las zonas en blanco representan las regiones de fractura detectadas por acumulación de la deformación plástica efectiva. Al igual que en la fotografía de la probeta se observan dos zonas inclinadas aproximadamente a 45º respecto del eje

longitudinal y una zona de mayor tamaño en la zona central de la probeta donde se detectan las máximas deformaciones plásticas efectivas. La Figura 32a muestra un detalle de la zona central de la probeta y la Figura 32b muestra un detalle de una de las fisuras producidas por un efecto de delaminación. Para más detalles consultar [59-60].



Fig. 30. Mapas del módulo del vector de desplazamientos (a) y de la deformación plástica efectiva (b).



Fig. 31. Líneas de rotura detectadas en el ensayo y resultados de la simulación numérica.



Fig. 32. Amplificación de las zonas de rotura detectadas experimentalmente.
CONCLUSIONES

El artículo ha presentado una sucinta panorámica de la investigación llevada a cabo en los últimos quince años por diversos grupos en el Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de Barcelona. El centro de gravedad de los desarrollos son los modelos de daño continuo, que con diferentes variantes se han aplicado con éxito al análisis de estructuras de hormigón en masa y armado, colapso de suelos, construcciones históricas y estructuras con materiales compuestos.

AGRADECIMIENTOS

El autor agradece el material cedido por profesores e investigadores de la Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de Barcelona para realizar este trabajo. Asimismo, pide disculpas por las omisiones de trabajos que inadvertidamente no han sido incluidos en esta reseña.

REFERENCIAS

- 1. Hofstetter, G. and Mang, H.A., Computational Mechanics of Reinforced Concrete Structures, Vieweg, 1995.
- Owen, D.R.J. and Figueiras, J.A.: Ultimate analysis of reinforced concrete plate and shells including geometrical non linear effects, *Finite Element Software for Plates and Shells*, E. Hinton and D.R.J. Owen (Eds.), Pineridge Press, 1984.
- 3. Rots, J.G.: Smeared and discrete representations of localized fracture, *Int. J. Fracture*, **51**, 45--59, 1991.
- Oñate, E.: Lectures on non linear analysis of concrete shells, Monografía CIMNE, N° 7, Barcelona 1992.
- 5. M. Cervera y E. Hinton, "Non--linear Analysis of Reinforced Plates and Shells using a Three Dimensional Model" en *Computational Modelling* of *Reinforced Concrete Structures*, Pineridge Press, 1986.
- Cervera, M., Hinton, E. y Hassan, O: Nonlinear analysis of reinforced concrete plate and shell structures using 20-noded isoparametric brick elements, *Computers and Structures*, 25(6), 1987.
- M. Cervera, E. Hinton y N. Bicanic, "Non--linear Transient Dynamic Analysis of Three Dimensional Reinforced Concrete Structures" en Numerical Methods in Transient and Coupled Analysis, John Wiley, 1987.

- M. Cervera, E. Hinton, N. Bicanic y J. Bonet, "Non--linear Transient Analysis of Three Dimensional Structures -- A Finite Element Program for Steel and Reinforced Concrete Materials" en Numerical Methods and Software for Dynamic Analysis of Plates and Shells, Pineridge Press, 1988.
- Oñate, E., Oliver, J. and Bugeda, G.: Finite element analysis of nonlinear response of concrete dams subject to internal loads, *Europe-US Symposium on Finite Element Methods for Nonlinear Problems*, (Edited by Bergan, Bathe and Wunderlich) Springer Verlag, 1986.
- Oñate, E., Oller, S., Oliver, J. and Lubliner, J., "A constitutive model for cracking of concrete based on the incremental theory of plasticity", *Engng. Comput.*, 5, pp. 309-20, 1988.
- 11. Oller, S., Modelización numérica de materiales friccionales, Monografía CIMNE, Barcelona, 1991.
- Lubliner, L., Oller, S., Oliver, J. and Oñate, E., "A plastic damage model for nonlinear analysis of concrete", *Int. J. Solid Struct.*, Vol. 25, 3, pp. 299-326, 1989.
- Oliver, J., A consistent characteristic length for smeared cracking models, *Int. J. Num. Meth. Engng.*, 28, 461-474, 1989.
- 14. Oliver, J. Cervera, M., Oller, S. and Lubliner, J., "Isotropic damage models and smeared crack analysis of concrete", *Proc. 2d Int. Conf. on Comp. Aided Analysis of Concrete Struct.*, Zell am See, Austria, pp. 445-57, N. Bicanic et al. (Eds.), Balkema 1990.
- Faria, R. and Oliver, J.: A rate dependent plasticdamage constitutive model for large scale computation in concrete structures, Monografía CIMNE Nº 17, Barcelona January 1993.
- Oliver, J., Continuum modelling of strong discontinuities in solid mechanics using damage models, *Computational Mechanics*, 17 (1/2), 49-61, 1995a.
- Oliver, J., Continuum modelling of strong discontinuities in solid mechanics, in D. Owen, E. Oñate and H.E. (Eds.), *Proc. International Conference on Computational Plasticity IV*, pages 455-479, CIMNE, Barcelona, 1995b.
- Oliver, J., Modelling strong discontinuities in solid mechanics via strain softening constitutive equations. Part I: Fundamentals, *Int. J. Num. Meth. Engng.*, 39 (21), 3575-3600, 1996a.

- 19. Oliver J "Modelling strong discontinuities in solids mechanics via strain softening constitutive equations. Part II Numerical simulation", *Int. J. Num. Met. Eng.* vol39,3601-3623, 1996.
- Oliver, J., Cervera, M. and Manzoli, O., On the use of j2 plasticity models for the simulation of 2d strong discontinuities in solids, in D. Owen, E. Oñate and H.E. (Eds.), *Proc. International Conference on Computational Plasticity V*, pages 38-55, CIMNE, Barcelona, 1997.
- Oliver, J. and Pulido, M.D.G. "On the use of strainsoftening damage constitutive equations to model cracking of concrete". *Computational Modelling of Concrete Structures*, Euro-C 1998 Conference, Badgastein, Austria, 31 March- 3 April, 1998.
- Manzoli, O., Oliver, X. y Cervera, M., Localización de deformaciones. Análisis y simulación numérica en mecánica de sólidos, Monografía 44, CIMNE, Barcelona, Diciembre 1998.
- Oliver, X, Huespe, A.E., Pulido, M.D.G. y Chaves, E., "Modelaçao de fissuras em estruturas de concreto mediante una aproximaçao de descontinuidades fortes", VI Congreso de Mecánica Aplicada e Computational. P.M.M. Vila Real y José Grácio (Eds.), Univ. de Aveiro, Portugal, 17-19 Abril, 2000.
- 24. Cervera, M., Oliver, J., Herrero, E. and Oñate, E.: A computational model for progresive cracking in large dams due to swelling of concrete, *Engng. Fracture Mechanics*, 35, № 1,2,3, 575-85, 1990.
- Cervera, M., Oliver, J. and Galindo, M., "Simulación Numérica de Patologías en Presas de Hormigón", Monografía CIMNE no. 4, Barcelona, June 1991.
- 26. Cervera, M., Oliver, J. and Galindo, M.: Numerical Analysis of Dams with Extensive Cracking Resulting from Concrete Hydration: simulation of a real case, *Dam Engineering*, Vol. **3**, Issue 1, 1992.
- Galindo, M., Oliver, J. and Cervera, M.: Simulación numérica de presas de hormigón frente a acciones sísmicas, Monografía CIMNE, № IS-3, Barcelona 1993.
- Barbat, A.H., Oller, S., Oñate, E. and Hanganu, A., "Simulation of damage phenomena in required concrete buildings subjected to seismic actions", *Numerical Methods in Engn. and Applied Sciences*, H. Alder *et al.* (Eds.), CIMNE, Barcelona 1992.
- 29. Barbat, A., "Failure pressure evaluation of containment building of a large dry nuclear power

plant", Nuclear Engineering and Design, 180, 251-270, 1998.

- Barbat, A.H., Oller, S., Oñate, E. and Hanganu, A., "Viscous Damage Model for Timoshenko Beam Structures", *Int. J. Solids Structures*, Vol. 34, 30, pp. 3953-3976, 1997.
- Barbat, A.H., Cervera, M., Hanganu, A., Cirauqui, C. and Oñate, E., "Failure pressure evaluation of the containment building of a large dry nuclear plant", *Nuclear Engng. and Design*, Vol.180, Issue 3, pp. 251-270, 1998.
- 32. Hanganu, A., Oller, S., Oñate, E. and Barbat, A.: "Evaluación del daño sísmico en modelos 3D de edificios de hormigón armado", Métodos Numéricos de Ingeniería, F. Navarrina and M. Casteleiro (Eds.), SEMNI, Barcelona 1993.
- 33. A. Hanganu, S. Oller, E. Oñate y A. H. Barbat, ``A Finite Element Model for Damage Analysis of Nuclear Reactor Containment Shells", 2nd National Conference on Boundary and Finite Elements, Sibiu, Romania, 1993.
- Hanganu, A., Análisis no lineal estático y dinámico de estructuras de hormigón armado mediante modelos de daño, Tesis Doctoral, Univ. Politécnica de Cataluña, 1997.
- Hanganu, A., Barbat, A. y Oñate, E.: Metodología de evaluación del deterioro en estructuras de hormigón armado, Monografía CIMNE M-39, 1997.
- Oñate, E.: Reliability analysis of concrete structures. Numerical and experimental studies, Publication CIMNE No. 107, Barcelona 1997.
- 37. Oñate, E., Hanganu, A., Barbat, A., Oller, S, Vitaliani, R., Saetta, A. y Scotta, R., "Structural analysis and durability assessment of historical constructions using a finite element damage model", in *Structural Analysis in Historical Construction*, Edited by P. Roca, J.L. González, A.R. Marí y E. Oñate, CIMNE, Barcelona, 1997.
- Greazza, G., Saetta, A., Scotta, R., Vitaliani, R. y Oñate, E., "Mathematical simulation of structural damage in historial buildings", *Structural Studies of Historical Buildings*, C.A. Brebbia y B. Leftheris (Eds.), Vol. 1, Comput. Mech. Publicat., 1995.
- I. Carol and P.Prat, "A multicrack model based on the theory of multisurface plasticity and two fracture energies", Proc. COMPLAS 4, D.R.J.Owen, E. Oñate and E. Hinton editors, Pineridge Press, vol.2, pp.1583-1594, 1995.

- E.Rizzi, I. Carol and K.Willam, "Localization analysis of elastic degradation with application to scalar damage", J. of Engineering Mechanics ASCE, vol.121, no.4, pp.541-554, 1995.
- 41. I. Carol and K.Willam, "Spurious energy dissipation/generation in modeling of stiffness recovery for elastic degradation and damage", *Int. J. of Solids and Structures*, vol.33, no.20-22, pp.2939-2957, 1996.
- 42. I. Carol, P. Prat and Z.P.Bazant, "New explicit microplane model for concrete: theoretical aspects and numerical implementation", *Int. J. of Solids* and Structures, vol. 29, no.9, pp.1173-1191, 1992.
- I. Carol and Z.P. Bazant, "Damage and plasticity in microplane theory", *Int. J. of Solids and Structures*, vol. 34, no.29, pp. 3807-3835, 1997.
- 44. I. Carol, M. Jirasek and Z.P.Bazant, "A thermodynamically consistent approach to microplane theory.I: free energy and consistent microplane stresses", *Int J. of Solids and Structures* (in press), 2000.
- Prat, P.C. y Bazant, Z.P., "Tangential stiffness of elastic materials with systems of growing and closing cracks", *J. Of the Mechanics and Physics of Solids*, **45**(4), 611-636. Addendum with errata **45**(8), 1419-1420, 1967.
- Bazant, Z.P. y Prat, P.C., "Stress-strain relation for elastic material with many growing microcracks, *Proceedings FRAMCOS-3*, Vol. 2, 1055-1064, 1998.
- 47. Gens, A., I. Carol and E. Alonso, "An interface element formulation for the analysis of soil-reinforcement interaction", *Computers and Geotechnics*, vol. 7 p.133-151, 1988.
- Carol, I. and C.M. López, "Failure analysis of quasi-brittle materials using interface elements", in Mechanics of Quasi-Brittle Materials and Structures, G. Pijaudier-Cabot *et al.*, Editors, Hermès Publications (Paris), pp. 298-305, 1997.
- M. Pini, C.M. López, I. Carol and R. Contro, "Microstructural analysis of cancellous bone using interface elements", En Damage and Failure of Interfaces -- (DFI-1), editor H.P.Rossmanith, Balkema, pp.431-437, 1997.
- O. Roa, C.M. Lopez, P. Pisoni, M. Pini, I. Carol and R. Contro, "Microstructural analysis of cancellous bones taking into account geometrically non-linear effects", Proc. ECCOMAS/COMPLAS 2000. E. Oñate *et al.* (Eds.) In press, 2000.

- Oller, S. Modelización numérica de materiales friccionales. Monografía nº. 3, C.I.M.N.E., Barcelona, 1991.
- Oñate, E., Oller, S., Botello, S., and Canet, J., Métodos para análisis de estructuras con materiales compuestos, Publicación nº 11, CIMNE, Barcelona, 1991.
- Oller, S., Botello, S., Miquel, J., and Oñate, E., An anisotropic elastoplastic model based on an isotropic formulation. *Engineering Computations*, 12(3), 245-262, 1995a.
- 54. Oller, S., Neamtu, L., and Oñate, E., Una generalización de la teoría de mezclas clásica para el tratamiento de compuestos en serie/paralelo. *Congreso Nacional de Materiales Compuestos*, pages 433-438, 1995b.
- 55. Oller, S., Oñate, E., and Miquel, J., Simulation of anisotropic elastic-plastic behaviour of materials by means of an isotropic formulation. In 2nd. US Nat. Congr. Comput. Mech., Washington DC, 1993a.
- 56. Oller, S., Oñate, E., Miquel, J., and Botello, S., A finite element model for analysis of multiphase composite materials. In Miravete, A., editor, *Ninth International Conferences on Composite Materials*, Zaragoza - Spain. Woodhead Publishing Limited, 1993b.
- Oller, S., Oñate, E., Miquel, J., and Botello, S., A plastic damage constitutive model for composite materials. *Int. J. Solids and Structures*, 33(17), 2501-2518, 1996.
- 58. Car, E., Oller, S., and Oñate, E., Un modelo constitutivo elasto plástico acoplado con daño mecánico e higrométrico. Aplicación a pavimentos flexibles. *Revista Internacional de Ingeniería de Estructuras*, 3(1), 19-37, 1998.
- 59. Car, E., Modelo constitutivo continuo para el estudio del comportamiento mecánico de los materiales compuestos, Tesis Doctoral, Universidad Politécnica de Cataluña, 2000.
- 60. Car, E., Oller, S., and Oñate, E., An anisotropic elastoplastic constitutive model for large strain analysis of fiber reinforced composite materials. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **185(2)**, 245-277, 2000.
- 61. Ngo, D. and Scordelis, A.C.: Finite element analysis of reinforced concrete beams, J. Amer. Concrete Inst., 64, 152--163, 1967.

- 62. Rashid, Y.R.: Analysis of prestressed concrete pressure vessels, *Nuclear Eng. Des.*, 7, 334--344, 1986.
- 63. Ingraffea, A.R. and Saouma V., Numerical modelling of discrete crack propagation in reinforced and plain concrete, in *Fracture Mechanics of Concrete* (eds. G.c. Sih and A. DiTomasso), Martinus Nijhoff, Dordrecht, 171-225, 1985.
- Kachanov, L.M., Continuum Model of Medium with Cracks, *Journal of the Engineering Mechanics Division*, ASCE, Vol. 106, N° EM5, 1039-1051, 1980.
- Simó, J.C. and Ju, J.W., Strain and Stress Based Continuum Damage Models-I. Formulation, *International Journal Solids* & Structures, Vol. 23, 821-840, 1987.
- 66. Simó, J.C. and Ju, J.W., Strain and Stress Based Continuum Damage Models-II. Computational Aspects, *International Journal Solids* \& *Structures*, Vol. 23, 841-869, 1987.
- 67. Lemaitre, J. and Chaboche, J.L., *Mechanics of Solid Materials*, Cambridge University Press, 1990.
- 68. van Mier, J.G.M., Vervuurt, A. and Schlangen, E., Boundary and size effects in uniaxial tensile tests: a numerical and experimental study, *in Fracture and Damage in Quasibrittle Structures* (eds. Z.P. Bazant, J. Mazars, Z. Bittnar and M. Jirasek), E \& FN Spon, London, 289-302, 1994.
- 69. Manzoli, O., Localización de deformaciones. Análisis y simulación numérica en mecánica de

sólidos, Tesis Doctoral, Universidad Politécnica de Cataluña, Barcelona, 1998.

- 70. Cervera, M., Barbat, A.H., Hanganu, A., Oñate, E. y Cirauqui, C., "Evaluación de la Presión de Fallo del Edificio de Contención de una Central Nuclear Tipo PWR-W Tres Lazos. Parte I: Metodología", *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería*, Barcelona, 11(2), 271-293, 1995.
- Barbat, A. H., Cervera, M., Cirauqui, C., Hanganu, A. y Oñate, E., "Evaluación de la Presión de Fallo del Edificio de Contención de una Central Nuclear Tipo Pwr-W Tres Lazos. Parte II: Simulación Numérica", Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería, Barcelona, 11(3), 451-475, 1995.
- 72. Oñate, E., Análisis de estructuras por el método de elementos finitos", CIMNE, Barcelona, 1992.
- 73. Zienkiewicz, O.C. y Taylor R.L., El Método de los Elementos Finitos, CIMNE-McGraw Hill, Vol, I (1993), Vol. II (1994).
- 74. Arrea, M. and Ingraffea, A.R., *Mixed-mode crack propagations in mortar and concrete*, Cornell Univ., Dept. of Structural Engng., Report nº 81-13, Ithaca, New York, 1982.
- 75. Zienkiewicz, O.C., Huang, M. and Pastor, M., "Localization problems in plasticity using finite elements with adaptive remeshing", *Int. J. Num. Anal. Meth. Geomech.*, 19, 127-148, 1995.

TOLERANCIA AL DAÑO DE ACEROS DE ALTA RESISTENCIA PARA ARMADURAS ACTIVAS

A. Valiente

Departamento de Ciencia de Materiales E.T.S. de Ingenieros de Caminos. Universidad Politécnica de Madrid

Resumen. La condición de que las estucturas sean tolerantes al daño se está convirtiendo en una necesidad que afecta especialmente a las estructuras construidas con aceros de gran resistencia. La técnica del pretensado o postensado que se emplea en ingeniería civil requiere aceros con esas características. En este trabajo se analiza la tolerancia de los distintos tipos de armaduras activas utilizadas habitualmente, empleando como referencia para contrastar los datos experimentales la capacidad resistente determinada por dos modos de fallo contrapuestos: la rotura frágil y el agotamiento plástico. Se incluyen en el análisis los daños debidos a procesos de fisuración, entallas y cargas laterales sobre la armadura.

Abstract. Damage tolerance is becoming a requirement in structural engineering. Most of the structural steels used in civil engineering provide a high level of damage tolerance, but this level decreases for the steels of the highest resistance, as those used in the prestressing techniques. This work examines the damage tolerance of the of the wires and bars more commonly used for prestressing structures. Two failure loads, that of plastic collapse and that of brittle fracture, are compared with the available experimental data, this comparison being used as a basis to assess the damage tolerance. The damage due to cracking, notching and lateral loading is included in the assessment.

1. INTRODUCCIÓN

Se puede afirmar con poco margen de error que la tolerancia al daño es una constante en las estructuras creadas por la ingeniería civil. Tradicionalmente, el ingeniero civil ha sabido elegir materiales dúctiles para la construcción de estructuras y ha conseguido altos niveles de tolerancia al daño sin necesidad de utilizar criterios de diseño específicamente dirigidos a ese fin. Ha bastado para ello aplicar métodos de diseño que suponen elementos estructurales sin defectos ni sujetos a degradación, o en todo caso a pérdidas poco importantes de sección resistente compensables mediante un ligero sobredimensionamiento.

Sin embargo, en los últimos tiempos la situación está cambiando debido al progresivo endurecimiento de las condiciones de servicio de las estructuras y a la extensiva utilización de técnicas constructivas que requieren materiales estructurales de gran resistencia mecánica. Ambas circunstancias afectan negativamente a la tolerancia al daño hasta el punto de hacer necesaria la aplicación de criterios de diseño basados en la evaluación de dicha propiedad y en la determinación de límites que permitan no sobrepasarla. Una muestra reciente de esta tendencia son las limitaciones de espesor que establece el Eurocódigo 3 para los aceros de construcción [1]. Por razones de tolerancia al daño, el espesor del acero no puede superar un valor máximo dependiente de la temperatura y de la velocidad de deformación, aun cuando las tensiones caluladas según los criterios de diseño clásicos sean perfectamente admisibles.

La técnica del pretensado y postensado de estructuras es

una de las más afectadas por la necesidad de controlar la tolerancia al daño. Mediante esta técnica, que constituye uno de los grandes hallazgos de la ingeniería civil, los excedentes de resistencia mecánica de un material se utilizan para compensar las carencias de resistencia o de rigidez de otro, combinando los dos en un mismo elemento estructural con óptimo aprovechamiento de ambos. Esta forma de funcionamiento se consigue introduciendo en la estructura acciones internas de pretensado o postesado que se superponen a las acciones externas y producen el efecto indicado en el estado final de tensiones y deformaciones de la estructura.

En este trabajo se analiza la tolerancia al daño de las armaduras activas más comunes en la práctica. Como paso previo se formula el concepto de tolerancia al daño, se examina el modo de tipificar el daño en función de la forma física que puede revestir, y se establecen los valores límite de la tolerancia a partir de los comportamientos extremos que un material puede exhibir ante la rotura. Estos principios y conceptos generales se particularizan para el caso de las armaduras activas tras describir su tipología, los materiales con que se fabrican y los daños que pueden experimentar. Los resultados se analizan comparándolos con datos experimentales de rotura de armaduras activas en presencia de daño.

2. TOLERANCIA AL DAÑO

La expresión tolerancia al daño es una acertada denominación que procede de la ingeniería aeronáutica e indica la capacidad de un componente para realizar su función estructural habiendo sufrido alteraciones desfavorables localizadas, que reciben el nombre genérico de daño.

Las alteraciones pueden consistir en pérdidas de continuidad física del material (fisuras), pérdidas de material (entallas) o formación de zonas débiles por degradación local del material. Estas últimas acaban degenerando en entallas o fisuras cuando la debilidad del material degradado hace que éste se rompa o se separe del resto bajo las acciones de servicio. El daño, pues, es asimilable a defectos de geometría tipo fisura o entalla. La oposición que los defectos encuentran para desarrollarse y la capacidad del material para soportar acciones mecánicas en presencia de defectos son los factores determinantes de la tolerancia al daño.

En el caso de los materiales metálicos, las concentraciones de tensión causadas por un defecto geométrico producen efectos oscilantes entre la rotura frágil y el agotamiento plástico del ligamento resistente que conserva la sección afectada. La resistencia a la rotura frágil y el límite elástico del material son los factores determinantes de que la plastificación se anticipe a la rotura frágil y la concentración elástica de tensiones debida al defecto se transforme en concentración de deformaciones plásticas. El agotamiento plástico del ligamento resistente se producirá posteriormente si la plastificación total precede al desgarramiento dúctil iniciado en el defecto, lo cual depende nuevamente de la resistencia del material a la rotura, pero esta vez a la rotura dúctil.

La rotura frágil y el agotamiento plástico constituyen, pues dos mecanismos de fallo que limitan la tolerancia al daño en los materiales metálicos. Entre estos dos mecanismos límite se sitúan la propagación frágil y el desgarramiento dúctil a partir del defecto en etapas de plastificación anteriores al agotamiento plástico. Las cargas que producen la rotura frágil y el agotamiento plástico proporcionan una medida cuantitativa del límite de tolerancia al daño.

1. Agotamiento plástico. En el agotamiento plástico, el defecto influye esencialmente como pérdida de sección resistente, ya que la concentración de tensiones se diluye. Generalmente, la carga que produce el agotamiento se calcula como la resultante de la distribución de tensiones mediante la cual un sólido plástico ideal con la geometría del elemento dañado se transforma, a efectos de deformación, en un mecanismo generado a partir del defecto. Para tener en cuenta la capacidad de endurecimiento por deformación del material, el límite elástico σ_Y del sólido plástico ideal se iguala a un valor estimado con el límite elástico convencional $R_{\rm p0.2}$ y la resistencia a tracción $R_{\rm m}$.

El análisis dimensional permite determinar la forma de la expresión general de la carga de agotamiento plástico. En el caso de que dicha carga sea una fuerza $P_{\rm Y}$, se tiene:

$$P_{\rm Y} = W_0^2 \sigma_{\rm Y} f_{\rm Y} \left(\frac{a}{W_0}, \frac{W_i}{W_0} \right) \tag{1}$$

donde a es la dimensión que determina el tamaño del defecto, W_i son las demás dimensiones del elemento estructural y $f_Y(\bullet)$ es una función propia del elemento y del mecanismo de agotamiento plástico adoptado. Este puede no ser único, en cuyo caso debe adoptarse el que predice la menor carga de agotamiento para establecer la tolerancia al daño correspondiente a este modo de fallo. En la referencia [2] puede encontrarse una extensa recopilación de cargas de agotamiento plástico.

2. Rotura frágil. La rotura de un material metálico por propagación frágil de una fisura está controlada por la tenacidad de fractura del material. La carga de rotura se predice igualando la tenacidad de fractura del material K_C al factor de intensidad de tensiones K_I del elemento estructural. En el caso de que dicha carga sea una fuerza P_R , se tiene:

$$K_{C} = K_{I} = \frac{P_{R}}{W_{0}^{1,5}} f_{C} \left(\frac{a}{W_{0}}, \frac{W_{i}}{W_{0}}\right)$$
(2)

donde a y W_i tienen el mismo significado que en la ecuación (1) y $f_C(\bullet)$ es una función propia del elemento.



Fig. 1. Mecanismo de agotamiento plástico para una viga fisurada en flexión pura.

La figura l ilustra el caso de una viga de espesor B y canto W sometida a flexión pura y parcialmente seccionada por

una fisura de profundidad a. El mecanismo de agotamiento plástico [3] consiste en dos bandas circulares de deslizamiento y una cuña triangular de material plastificado que dividen la viga en dos mitades y un enclave rígidos. Las dos mitades giran con sentidos opuestos, cada una en torno al centro del arco circular que la limita. El momento flector de agotamiento M_Y se halla con la condición de que las tensiones desarrolladas a lo largo de una banda de deslizamiento y de un cateto de la cuña triangular equivalgan al momento M_Y . Se obtiene así:

$$M_{Y} = 0.364 W^{2} B \sigma_{Y} (1 - \frac{a}{W})^{2}$$
(3)

Por su parte, teniendo en cuenta el factor de intensidad de tensiones de la viga (veáse, por ejemplo la referencia 4), el momento flector de rotura frágil M_R es:

$$M_{\rm R} = \frac{K_{\rm C} B W^{1.5} \cos \frac{\pi a}{2W}}{[2,486+1,689(1-\sin \frac{\pi a}{2W})^4] \sqrt{tg \frac{\pi a}{2W}}}$$
(4)

En la figura 2 se comparan los límites de tolerancia al daño de la viga de la figura 1. La representación gráfica de los momentos flectores dados por las ecuaciones (3) y (4) en función del tamaño de fisura pone de manifiesto el papel desempeñado por el factor adimensional $K_C / (\sigma_Y \sqrt{W})$ en la tolerancia al daño. El hecho de que este factor no sólo dependa de las propiedades del material $K_C y \sigma_Y$, sino también de la dimensión W del elemento estructural implica que la tolerancia al daño está afectada por un efecto del tamaño.

La figura 2 indica que la tolerancia al daño al daño de la viga frente a defectos tipo fisura coincide con el límite determinado por la rotura frágil para tamaños grandes, tenacidades bajas, y límite elástico ideal σ_Y alto (valores bajos de $K_C/(\sigma_Y\sqrt{W})$), ya que en ese caso dicho límite está por debajo del de agotamiento plástico. Si el tamaño es pequeño, la tenacidad es alta, y el límite elástico ideal σ_Y es bajo (valores altos de $K_C/(\sigma_Y\sqrt{W})$), la carga de agotamiento plástico representa una cota superior de la tolerancia al daño, toda vez que el desgarramiento dúctil o la propagación frágil en régimen plástico pueden preceder al agotamiento plástico. Para valores intermedios de $K_C/(\sigma_Y\sqrt{W})$ se da uno u otro caso en función del tamaño de defecto.

Cuanto mayor sea la resistencia a la formación y crecimiento de defectos, menor es el riesgo de daño, y por tanto dicha resistencia debe tenerse en cuenta para fijar los requisitos de tolerancia al daño, aunque no influye directamente en ella. La resistencia a la formación y crecimiento de defectos depende del material, pero no exclusivamente; influyen factores ajenos al material como la agresividad del ambiente o la periodicidad de las acciones a que se encuentra sometido el elemento estructural. Altas tensiones de tracción, actuando en combinación con un ambiente agresivo, originan el fenómeno conocido como corrosión bajo tensión, consistente en la formación y crecimiento de fisuras netamente definidas. Se trata pues de un fenómeno de daño creciente por fisuración, cuyo efecto sobre la seguridad estructural depende de la tolerancia al daño. El fenómeno de fatiga es similar y también su efecto sobre la seguridad depende de la tolerancia al daño. La única diferencia con la corrosión bajo tensión se halla en la causa del proceso de fisuración, que en el caso de la fatiga es la actuación de cargas de variación periódica. Las medidas que se adopten para actuar sobre los factores externos que propician la formación y crecimiento de defectos deben tenerse en cuenta en los requisitos de tolerancia al daño.



Fig. 2. Límite de tolerancia al daño para una viga fisurada en flexión pura.

3. TIPOLOGIA DE ARMADURAS ACTIVAS

Las armaduras activas se emplean para pretensar o postesar estructuras fundamentalmente de hormigón, pero también metálicas. Se fabrican con acero de alta resistencia en forma de barras, alambres y cables. La resistencia a tracción oscila entre 1 y 2 GPa. Los alambres son de acero eutectoide estirado en frío que se obtienen calentando el acero por encima de la temperatura de austenitización y enfriándolo de modo que la microestructura resultante sea apta para el estirado en frío. Este se efectúa mediante trefilado en hilera con reducciones de sección que pueden llegar a ser casi de un orden de magnitud. El alambre así obtenido se somete a un tratamiento final térmico o termomecánico de relajación de tensiones y queda listo para su uso como armadura activa o para su incorporación a un cable. Los diámetros de alambre más usuales están comprendidos entre 3 y 9 mm.

Las barras cubren la gama de diámetros siguiente a la de los alambres, hasta 40 mm. Se fabrican por laminación en caliente con aceros aleados de medio y alto contenido en carbono. Las propiedades finales se consiguen con tratamientos de temple y revenido o por estirado en frío, con posterior tratamiento de relajación de tensiones.

El daño inicial en una armadura activa se origina por causas mecánicas o electroquímicas en la superficie de la armadura. Los golpes o impactos debidos a manipulación incorrecta de las armaduras durante el transporte o la puesta en obra, las lesiones que produce el sistema de tensado, (indentaciones en los anclajes con cuñas dentadas o el trefilado in situ en el pretensado de armaduras anulares) son formas de daño mecánico muy comunes. También cabe considerar como daño mecánico las cargas tranversales que actúan sobre las armaduras cuando se tesan estando la superficie lateral en contacto con algún elemento rígido. El daño propiciado electroquímicamente tiene como origen las corrosiones localizadas que se conocen como picaduras y que pueden producirse por causas tan diversas como aireación diferencial, corrientes eléctricas incontroladas, fallos locales de las barreras anticorrosivas, e incluso ataques de bacterias [5].

armadura ha de soportar si se trata de cargas variables (fisuración por fatiga) o a la acción combinada de las cargas, variables o no, y del ambiente (fisuración por corrosión bajo tensión o por corrosión-fatiga). Las fisuras se desarrollan a partir de daños iniciales o zonas débiles de la superficie y crecen hacia el interior cortando la sección transversal de la armadura. El frente de fisura es curvo al principio, pero a medida que la fisura crece en profundidad pierde curvatura y tiende a enderezarse. En consecuencia, la fisura de la figura 4 es la envolvente del daño que una armadura puede experimentar por fisuración.

Los ambientes agresivos que favorecen los procesos de daño se deben muchas veces a descuidos en la ejecución de la obra, especialmente de los detalles constructivos. Un mal sistema de desagüe puede dar lugar a que las sales empleadas para evitar la formación de hielo se acumulen en las proximidades de las armaduras. Un sellado que se fisura por estar ejecutado con materiales incompatibles puede convertir la zona que se pretendía aislar en una zona de acumulación de humedad [6].

4. TOLERANCIA AL DAÑO EN ARMADU-RAS ACTIVAS FISURADAS

La carga de agotamiento plástico de la armadura de la figura 4 ha sido determinada para el mecanismo de agotamiento de la figura 5 [7], con el siguiente resultado:



Fig. 5. Agotamiento plástico de una armadura fisurada.

$$P_{\rm Y} = D^2 \sigma_{\rm Y} f_{\rm Y}(\frac{a}{D}) \tag{5}$$

donde:

$$f_{Y}(x) = \sqrt{x - x^{2}} \left[\frac{1}{2} (1 - 2x) + 2^{-1/3} \sqrt{1 - 2^{4/3} (x - x^{2})} \right] \\ + \frac{\pi}{4} - \frac{1}{4} \arccos(1 - 2x) - \frac{1}{2} \arcsin[2^{2/3} (x - x^{2})]$$

La carga de rotura frágil puede deducirse con el factor de intensidad de tensiones dado en [8]:

$$P_{R} = \frac{D^{1.5} K_{C}}{f_{C}(\frac{a}{D})}$$
(6)

donde:

$$f_{C}(x) = 1,081x^{\frac{1}{2}} + 0,639x^{\frac{3}{2}} - 2,445x^{\frac{5}{2}} + 13,463x^{\frac{7}{2}}$$



Fig. 4. Daño por fisuración en una armadura.

La progresión del daño puede deberse a las cargas que la



Fig. 6. Tolerancia al daño de una armadura fisurada (rotura frágil y agotamiento plástico).

En la figura 6 se han representado las cargas dadas por las ecuaciones (5) y (6) en función del tamaño relativo de fisura a/D, con el factor $K_C/(\sigma_Y \sqrt{D})$ como parámetro y con la carga de agotamiento plástico en ausencia de fisura:

$$P_0 = \frac{\pi}{4} D^2 \sigma_{\rm Y} \tag{7}$$

como unidad. Las ideas generales acerca de los límites de tolerancia al daño expresadas en el apartado 2 se concretan en la figura 6 para una armadura activa fisurada: con baja tenacidad de fractura, grandes diámetros y alto límite elástico, la rotura frágil determina la tolerancia al daño; en otro caso, el agotamiento plástico es la cota máxima de tolerancia que cabe esperar del material.

La tabla 1 indica el diámetro D, la tenacidad de fractura K_C , el límite elástico al 0,2% $R_{p0.2}$ y la resistencia a tracción R_m de tres armaduras, cada una de ellas perteneciente a uno de los tipos descritos en el apartado 3. La armadura 1 es alambre eutectoide trefilado. La tenacidad de fractura de este acero no se conoce, ya que el material la adquiere tras haber experimentado todas aquellas fases del proceso de fabricación, en particular el trefilado, que determinan sus características definitivas, con el cual adquiere la conformación geométrica final. En este tipo de armadura la configuración geométrica y las propiedades mecánicas están unidas inseparablemente, lo cual representa una seria limitación para medir la tenacidad ya que las probetas normalizadas requieren un espesor mínimo muy superior al de los alambres trefilados. La cifra que figura en la tabla es una cota inferior [8].

La armadura 2 es de acero al Cr-Si con un contenido medio de carbono (0,47 %), laminadoa en caliente, templada y revenida. Este procedimiento de fabricación permite obtener diámetros mucho mayores que el trefilado y el valor de la tenacidad se ha obtenido con probetas normalizadas extraídas de armaduras idénticas pero de mayor diámetro [8]. La armadura 3 es de acero al Mn con alto contenido en carbono (0,65 %) laminada en caliente. La tenacidad se ha medido con dos tipos distintos de probetas normalizadas [9].

Armadura 1 Armadura 2 Armadura 3 D (mm) 7 9 36 $R_{p0.2}$ (MPa) 1590 1350 1140 R_m (MPa) 1790 1470 1290 K_{C} (MPam^{1/2}) >110 102 35

0,731

0,143

>0,734

 $K_{c}/(\sigma_{v}\sqrt{D})$

Tabla 1. Características de armaduras activas.

El valor del límite elástico ideal $\sigma_{\rm Y}$ adoptado en la tabla l para calcular el factor adimensional $K_C/(\sigma_{\rm Y}\sqrt{D})$ ha sido la resistencia a tracción R_m . Comparando los valores de este factor en la tabla y en la figura 6 se concluye que la rotura frágil sólo es determinante de la tolerancia la daño para la armadura 3, pero no para las armaduras I y 2. En el caso de estas últimas, la curva de agotamiento plástico representa la máxima tolerncia al daño que cabe esperar para fisuras de borde recto.



Fig. 7. Tolerancia al daño teórica y experimental de armaduras fisuradas.

Estas previsiones pueden verificarse comparándolas con los resultados disponibles de roturas en servicio y ensayos de rotura llevados a cabo con armaduras fisuradas de los tres tipos de la tabla 1 [8,9]. La comparación puede observarse en la figura 7, donde se ha representado la carga de rotura experimental frente a la profundidad de fisura, la primera referida a la carga dada por la ecuación (7) (carga de agotamiento plástico en ausencia de fisura) y la segundo al diámetro de la armadura. Junto a estos datos experimentales se han representado también la curva de agotamiento plástico de la figura 6 y las curvas de rotura frágil correspondientes a las armaduras 2 y 3 (la de la armadura 1 estaría por encima de la de la armadura 2).

La figura 7 confirma que la tolerancia al daño de la armadura 3 está determinada por la rotura frágil, dando lugar con ello a que fisuras de menos de 1 mm de profundidad en una barra de 36 mm de diámetro reduzcan la capacidad resistente de la barra en más del 50 %. En cambio, las armaduras 1 y 2 llegan a soportar cargas superiores a la de agotamiento plástico, a pesar de haber sido ésta calculada con la resistencia a tracción del material. Esta aparente contradicción se debe a que la carga de agotamiento plástico representada en la figura 7 corresponde a fisuras de frente recto y las generadas por fatiga para la realización de los ensayos de las armaduras 2 y 3 eran lúnulas semielípticas con excentricidades un orden de magnitud superior a la que permitiría atribuirles frente recto. A igualdad de profundidad, el área de una fisura con frente recto es mayor que la de una fisura elípitica, y consecuentemente la carga de agotamiento plástico es menor. Por tanto, para las armaduras 1 y 2 fisuradas y ensayadas a rotura, la curva de la figura 7 sólo aporta una cota inferior de la carga de agotamiento plástico. Así pues, la conclusión de que la tolerancia al daño de estas armaduras está determinada por el agotamiento plástico es poco aventurada y su estimación cuantitativa considerando fisura de borde recto sería incluso conservadora.

El efecto del tamaño sobre la tolerancia al daño se hace patente con los datos de la tabla 1 y de la figura 7. La armadura 2 se fabrica también en diámetros comparables a los de la armadura 3 (lo que ha permitido medir su tenacidad de fractura), y para tales diámetros el valor del factor $K_C/(\sigma_Y \sqrt{D})$ es del orden de 0,4. De acuerdo con la figura 6, el mecanismo de fallo determinante de tolerancia al daño sería la rotura frágil en lugar del agotamiento plástico, lo que supone una fuerte disminución de dicha tolerancia si se evalúa en términos de la carga máxima soportada por la armadura. No obstante, el paso de un mecanismo de fallo a otro tendría lugar para tamaños de fisura apreciables y por tanto de más fácil control.

5. TOLERANCIA AL DAÑO EN ARMADU-RAS ACTIVAS ENTALLADAS

Las entallas representan un tipo de daño menos severo que las fisuras porque, a diferencia de éstas, la pérdida de sección resistente que conllevan se produce de manera gradual a través de la transición definida por el perfil de la entalla: la transición es tanto más suave cuanto menor sea la curvatura del perfil de la entalla y la entalla producirá los mismos efectos a medida que el radio de curvatura del perfil se haga más pequeño.

Un tipo de entalla muy apropiado para evaluar la tolerancia al daño de las armaduras activas es la entalla axilsimétrica de la figura 8, aún cuando es poco representativa de los daños de este tipo que pueden darse en la práctica. La carga de agotamiento plástico de un sólido como el de la figura 8 se deduce a partir de los campos de tensiones propuestos para el cuello de estricción de una probeta cilíndrica [10, 11, 12] y de la predicción teórica de la evolución del perfil de entalla con la deformación plástica [13].



Figura 8. Probeta entallada para evaluar la tolerancia al daño en armadaduras activas

La carga de agotamiento P_Y resultante es válida para un sólido plástico con endurecimiento y viene dada en función de la resistencia a tracción del material R_m según la expresión:

$$P_{\rm Y} = \pi a^2 R_{\rm m} f(\frac{a}{R}) \tag{8}$$

donde las dimensiones a, R y D tienen el significado indicado en la figura 8 y la función $f(\bullet)$ depende de la distribución de tensiones empleada, aunque en todos los casos tiende a la unidad para valores grandes del cociente R/a, es decir, para entallas poco agudas. La distribución de tensiones del cuello de estricción no es aplicable a perfiles de entalla agudos, y para valores pequeños del cociente a/R, la ecuación (8) ha de ser sustituida por la carga de agotamiento plástico debida a una fisura (R = 0) [2]:

$$\mathbf{P}_{\mathbf{Y}} = 2,85\pi a^2 \mathbf{R}_{\mathbf{m}} \tag{9}$$

La carga de rotura frágil de un sólido entallado no puede predecirse a partir de una propiedad mecánica como la tenacidad de fractura, y en consecuencia no es posible emplear esta carga en la evaluación de la tolerancia al daño de sólidos entallados. La referencia disponible para llevar a cabo dicha evaluación mediante el tipo de probeta de la figura 8, es la carga de agotamiento plástico dada por las ecuaciones (8) y (9). En la figura 9 se ha representado dicha carga para los valores extremos de la función f(•), 2,85 y 1, en función de la pérdida porcentual de sección de la armadura debida a la entalla. La unidad de carga empleada P_0 es la capacidad resistente de la armadura sin entalla:



Fig. 9. Tolerancia al daño de armaduras entalladas.

$$P_0 = \frac{\pi}{4} D^2 R_m \tag{10}$$

También se han representado en la figura 9 datos experimentales de las armaduras de la tabla 1 obtenidos ensayando probetas con entallas del tipo de la figura 8 para diferentes valores del cociente a/R (en el caso de la armadura 3 el diámetro se redujo a 6,25 mm). Se han incluido junto a estos datos los de una armadura de acero eutectoide trefilado ensayada en una fase intermedia del proceso de fabricación, después de la laminación en caliente y antes del estirado en frío [14].

Los resultados de la figura 9 ponen de relieve que la tolerancia al daño por entalla en las tres armaduras estudiadas es suficiente para no franquear la barrera del agotamiento plástico, lo cual no sucede con la armadura sin trefilar. Sin embargo, en esta figura no está tenido en cuenta el efecto del radio del perfil de entalla sobre el agotamiento plástico, y por ello en la figura 10 se han representado las mismas cargas que en la figura 9 frente al cociente R/a, empleando en la ecuación (8) la función $f(\bullet)$ de Bridgman:

$$P_{\rm Y} = \pi a^2 R_{\rm m} (1 + 2\frac{a}{R}) \ln(1 + \frac{R}{2a}) \tag{11}$$

y adoptando como unidad de carga la capacidad resistente que tendría la armadura si su diámetro fuese el de la sección mínima y estuviese libre de entallas.



Fig. 10. Tolerancia al daño de armaduras entalladas.

La figura 10 ilustra más acerca de la tolerancia al daño que la figura 9. La de la armadura sin trefilar es siempre inferior a la que determina la carga de agotamiento plástico y la diferencia se acentúa cuando la entalla se transforma en fisura al disminuir el cociente R/a. Las de las armaduras 1 y 2 están determinadas por la condición de agotamiento plástico, pero la de la armadura 3 se aparta marcadamente de esta tendencia para entallas agudas. Esta diferencia entre la armadura 3 y las armaduras 1 y 2 es consistente con la observada en la figura 7. Por otra parte, la comparación de las dos armaduras de acero eutectoide, una trefilada y otra sin trefilar, pone de manifiesto el efecto favorable del trefilado sobre la tolerancia al daño, en cuanto que reduce la fragilidad del acero.

6. TOLERANCIA AL DAÑO EN ARMADU-RAS ACTIVAS CON CARGA LATERAL

Las fuerzas ejercidas sobre la superficie lateral de las armaduras activas constituyen una fuente inevitable, aunque indeseada, de daño. Los cambios de dirección de las armaduras en las proximidades de los anclajes y en las vainas se producen a expensas de empujes laterales que en ocasiones pueden ser muy importantes. Los propios sistemas de sujeción (cuñas y roscas) producen fuertes cargas laterales sobre las armaduras.

Las fuerzas transversales reducen la capacidad resistente de las armaduras en dirección longitudinal por el estado triaxial de tensiones que originan ambos tipos de fuerza actuando conjuntamente. La triaxialidad del estado tensional favorece la rotura frágil y modifica el mecanismo de agotamiento plástico de las armaduras que se produce en estado uniaxial. La evaluación de la tolerancia al daño por carga lateral en armaduras activas es compleja por la diversidad de formas que puede revestir la carga lateral y, como en el caso de las entallas, por la ausencia de un criterio de rotura frágil que permita determinar la correspondiente carga de rotura. No obstante, la referencia [15] proporciona datos experimentales de rotura de armaduras activas bajo carga lateral y un mecanismo de agotamiento plástico desarrollado para el sistema de carga lateral empleado en la experimentación.

El equipo experimental estaba compuesto por dos máquinas de ensayos mecánicos, una convencional para aplicar la carga de tracción longitudinal sobre la armadura, y otra de tamaño reducido para aplicar simultáneamente la carga de compresión lateral. El peso de esta segunda máquina se compensaba mediante una polea y un contrapeso para que se mantuviese solidariamente unida a la armadura ensayada por efecto de la compresión transversal. El actuador era un microcilindro oleohidráulico presurizado estáticamente a presión constante para mantener la misma carga lateral durante todo el ensayo. Dicha carga se aplicaba en dos generatrices opuestas de la armadura, apoyando una de ellas sobre una superficie plana y la otra sobre una armadura idéntica cruzada perpendicularmente.

La figura 11 muestra el mecanismo de agotamiento plástico propuesto, consistente en una banda de deslizamiento que forma 45° con la dirección longitudinal de la armadura y emerge de ésta junto al punto de aplicación de la carga lateral. La carga de agotamiento plástico $P_{\rm Y}$ es función de la carga lateral Q conforme a la relación:

$$P_{Y} = P_{0} - \frac{1}{2}Q$$
 (12)

donde P_0 es la capacidad resistente de la armadura sin daño ni carga lateral, dada por la ecuación (9).



Fig. 11. Agotamiento plástico de una armadura con carga lateral.

Los resultados experimentales de fallo de armaduras activas bajo carga lateral de la referencia [15] corresponden a dos armaduras de acero eutectoide trefilado cuyas características más significativas (diámetro D, límite elástico al 0,2%, $R_{p0.2}$, y resistencia a tracción, R_m) se indican en la tabla 2. Las cargas de rotura registradas en los ensayos se han representado gráficamente en la figura 12 frente a la carga lateral aplicada. También se ha representado la ecuación (11), empleando en ambos ejes la capacidad resistente de la armadura sin daño, P_0 , como unidad de carga.

Tabla 2. Características de armaduras activas.

	Armadura 4	Armadura 5
D (mm)	3,5	5
R _{p0.2} (MPa)	1550	1610
R _m (MPa)	1640	1810

Los resultados de la figura 12 indican que la tolerancia al daño de las dos armaduras está determinada por la carga de agotamiento plástico.

7. CONCLUSIONES

Los distintos tipos de daño examinados (fisuración, entallas y carga lateral) en relación con la tolerancia al daño de las armaduras activas indican que dicha tolerancia es óptima en general, ya que las armaduras afectadas por daños fallan por agotamiento plástico y la tolerancia está determinada por la carga que produce este mecanismo de fallo. La situación cambia cuando las armaduras están fisuradas o presentan daños equivalentes a fisuras. La tenacidad de fractura y el diámetro son en este caso las características determinantes de que la tolerancia sea óptima en el sentido anteriormente indicado o esté muy alejada de dicho óptimo. La combinación más desfavorable es la de gran diámetro y baja tenacidad, combinación que según los datos disponibles se produce en las barras hipoeutectoides conformadas en frío. En los alambres eutectoides estirados en frío no se da esa combinación, ya que el proceso de trefilado no sólo conduce necesariamente a bajos diámetros, sino que mejora la tenacidad. Finalmente, en las armaduras hipoeutectoides templadas y revenidas de gran diámetro se da una combinación intermedia de tenacidad y diámetro que origina una tolerancia al daño cercana a la óptima para niveles de daño moderados.



Fig. 12. Tolerancia al daño de armaduras con carga lateral.

8. AGRADECIMIENTOS

El autor agradece la financiación recibida de la Comisión Interministerial de Ciencia y Tecnología (CICYT) a través del proyecto MAT99-0921, y la ayuda prestada por el profesor D. Francisco Javier Gómez Sánchez en la obtención de datos experimentales.

10. REFERENCIAS

 Comité Europeo de Normalización (CEN), 'European Prestandard ENV 1993-1-1/A1: Eurocode 3: Design of Steel Structures', Comité Europeo de Normalización, Bruselas (1994).

- [2] Miller, A. G. "Review of Limit Loads of Structures Containing Defects", Int. J. Pres. Ves. & Piping 32, 197-327 (1988).
- [3] Green, A. P. y Hundy, B. B. "Initial Plastic Yielding in Notch Bend Bars", J. Mech. Phys. Solids, 4, 128-144 (1956).
- [4] Tada, H., Paris, P e Irwin, G. "The Stress Analysis of Cracks Handbook", Del Research Corporation, St. Louis, Missouri, USA (1985).
- [5] Elices, M. "Problemas de corrosión bajo tensión en el hormigón pretensado", Revista Iberoamericana de Corrosión y Protección, 14, 21-33 (1983).
- [6] Elices, M. "Patología y terapéutica de las armaduras activas en el hormigón pretensado", Informes de la Construcción, **396**, 1-18 (1988).
- [7] Valiente, A. "Criterios de fractura para alambres". Tesis Doctoral, Universidad Politécnica de Madrid (1980).
- [8] Valiente, A., Elices, M. y Astiz, M.A., "Tenacidad de fractura del acero de pretensar", Hormigón y Acero, 168, 151-158 (1988).
- [9] Valiente, A. y Elices, M. "Premature Failure of Prestressed Steel Bars" Engineering. Failure Analysis, 5, 219-227 (1998).
- [10] Bridgman, P.W., "Studies in large plastic flow and fracture". Harvard University Press, Cambridge (Masachussetes, USA) (1964).
- [11] Davidenkov, N. N. y Spiridonova, N. I. "Analysis of Tensile Stress in the Neck of an Elongated Test Specimen", Proc. A. S. T. M. 46, 1147-1158 (1946).
- [12] Eisenberg, M. A. y Yen, C. F. "An Anisotropic Generalization of the Bridgman Analysis of Tensile Necking", J. Eng. Mat. Tech. 105, 264-267 (1983).
- [13] Valiente, A. "Inestabilidad plástica y resistencia a tracción de barras cilíndricas entalladas". Anales de Mecánica de la Fractura, 8, 70–76 (1991).
- [14] Toribio, J. y Elices, M. "Un criterio de fractura para alambres entallados" Anales de Mecánica de la Fractura", 4, 119-134 (1987).
- [15] Valiente, A. y Elices, M. "Sensibilidad del acero de pretensar a los esfuerzos transversales", Hormigón y Acero 168, 145-150 (1988).

A. Domínguez Rodríguez

Departamento de Física de la Materia Condensada Universidad de Sevilla

Resumen. El comportamiento mecánico a altas temperaturas de diferentes estructuras del sistema ZrO_2 -Y₂O₃ será discutido en esta revisión. Se empezará con el comportamiento mecánico de monocristales completamente estabilizados en la fase cúbica con diferentes concentraciones de Y₂O₃. A T > 1550° C el material se deforma por un mecanismo de restauración controlado por la subida de dislocaciones, mientras que a T < 1550° C es el movimiento viscoso de las dislocaciones en su plano de deslizamiento quien controla la deformación. Cuando la concentración de Y₂O₃ es menor de 9 mol % se desarrolla una estructura bifásica. Esta estructura y su influencia en el comportamiento mecánico de monocristales dopados con 4.7 mol % se estudiará a continuación. Finalmente, la superplasticidad de policristales de ZrO₂ dopados con ~ 3 mol % de Y₂O₃ así como la unión superplástica serán analizadas.

Abstract. The high temperature mechanical behavior in the ZrO_2 - Y_2O_3 system will be reviewed. The revision will start describing the mechanical behavior of single crystals Y-FSZ as a function of the yttria content and temperature. At T > 1550° C, the mechanism is a recovery creep controlled by the climb of dislocations. At T < 1550° C is the viscous glide of dislocations in their slip plane the mechanism controlling plasticity. When the yttria content is lower than 9 mol %, the material is formed by tetragonal precipitates in a cubic matrix. The microstructure of the tetragonal precipitates and its influence in the mechanical behavior of single crystals of 4.7 mol % of Y-PSZ is analyzed. Finally, the superplastic behavior of a ~ 3 mol % Y-TZP and the superplastic joining as an application of the superplasticity will be discussed.

1. INTRODUCCION

El óxido de circonio (ZrO2) en estado puro y presión atmosférica es polimórfico. Tiene estructura cúbica (Fm3m) a temperaturas superiores a 2370° C. Entre esta temperatura y 1200° C tiene estructura tetragonal (P4₂/nmc), y entre 1200° C y 950° C se produce una transformación martensítica a monoclínica, siendo esta la estructura por debajo de 950° C (P2₁/c). Este cambio de estructura viene acompañado por un incremento de volumen de entre 3 - 5 % y una deformación de cizalla de ~ 0.16, que se acomoda produciendo múltiples fisuras en el material, lo que lo hace inutilizable para aplicaciones estructurales (1). No obstante, el ZrO₂ tiene otras propiedades físico - químicas importantes como su gran dureza y resistencia al desgaste, bajo coeficiente de rozamiento, alto módulo elástico, estabilidad química, alta conductividad iónica y baja conductividad térmica, alta temperatura de fusión, etc., lo que lo hace ser un cerámico muy atractivo, de ahí el gran esfuerzo desarrollado en comprender y mejorar sus propiedades mecánicas.

La publicación por primera vez en 1975 (2) de que pequeños precipitados tetragonales pueden transformarse martensiticamente a monoclínicos (t \rightarrow m) inducidos por el campo de tensiones creado por una fisura que se propaga, con el consiguiente cierre de ésta debido al aumento de volumen por la transformación, ha hecho que el polimorfismo del ZrO_2 se convierta en una propiedad importante para la mejora de la tenacidad de este cerámico.

Existe hoy una amplia bibliografía alrededor de este óxido estabilizado. Una buena prueba de ello ha sido los congresos monográficos, números especiales del Journal American Ceramic Society y los numerosos artículos en revistas especializadas que aparecen con frecuencia (3-10).

El eje central de la investigación en el ZrO_2 ha sido desarrollar a temperatura ambiente microestructuras con una fase tetragonal metaestable susceptible de transformarse martensíticamenete a monoclínica por acción de un agente externo. Esta búsqueda ha dado lugar, al dopar el ZrO_2 con diferentes óxidos (CaO, MgO, Y₂O₃, etc), a la aparición de una amplia gama de microestructuras con nuevas y a veces espectaculares propiedades. Un resumen de estas microestructuras puede encontrarse en la página 325 de la referencia (4).

Ésto ha motivado que hoy se utilicen unos acrónimos, que de forma resumida se describen a continuación:

*Zirconia completamente estabilizada en la fase cúbica: FSZ *Zirconia parcialmente estabilizada con fases cúbica y tetragonal: PSZ

*Zirconia completamente estabilizada en la fase tetragonal. Ésto se consigue con el dopado Y_2O_3 y en estado policristalino se simboliza: Y-TZP.

*Cerámicos tenaces a base de zirconia: ZTC.

*Alúmina tenaz con zirconia: ZTA.

De todos los sistemas, es el $ZrO_2 - Y_2O_3$ el que presenta una mayor variedad de microestructuras. Podemos encontrar la Y-FSZ cuando la concentración de Y_2O_3 es superior al 9 mol %. Para concentraciones inferiores tenemos un material bifásico (Y-PSZ), con fases t' (seudocúbica) no estable y que se descompone en c y en t. Y finalmente cuando la composición de Y_2O_3 es del orden de 3 mol %, puede desarrollarse una estructura monofásica t. En estado policristalino, la microestructura es muy fina y homogénea, con tamaños de grano inferiores a 1 µm (Y-TZP) y que pueden llegar a valores tan pequeños como algunas decenas de nanómetros.

Esta gran variedad de microestructuras ha dado lugar a que en este sistema se encuentren fenómenos tales como fluencia restauración, endurecimiento por solución sólida y por precipitación e incluso la superplasticidad.

Nuestro Grupo de Propiedades Mecánicas de Sólidos, ha desarrollado una intensa actividad en el estudio de estas propiedades, y en este articulo se pasará revista a los resultados más importantes conseguidos.

2. COMPORTAMIENTO MECÁNICO DE Y-FSZ

Cuando el dopado de Y_2O_3 excede el 9 mol %, el ZrO_2 se estabiliza en la fase cúbica para todo el rango de temperaturas. Cuando se presenta en estado de monocristal, su transparencia y dureza hacen que se utilice como diamantes artificiales (las famosas circonitas).

Este cerámico, sin embargo, tiene otras propiedades importantes como es su alta conductividad iónica, lo que lo hace ser uno de los mejores electrolitos sólidos que existen. Junto a esta importante propiedad, el Y-FSZ tiene unas propiedades mecánicas a altas temperaturas muy prometedoras.

Un estudio detallado de la plasticidad de monocristales de Y-FSZ ha puesto de manifiesto que estos materiales pueden deformarse plásticamente en compresión uniaxial a temperaturas $\geq 1000^{\circ}$ C, con un comportamiento marcadamente dependiente de la temperatura y de la concentración de Y₂O₃ (de ahora en adelante c) (11-17) Ha sido igualmente demostrado que a altas temperaturas, las dislocaciones tienen el sistema $\{001\}<110>$ como sistema primario de deslizamiento, siendo los sistemas $\{110\}<110>$ y $\{111\}<110>$ los sistemas secundarios, los dos con el mismo factor de Schmid (18).

Para ver la influencia de la temperatura y el contenido en Y_2O_3 en el comportamiento mecánico de este cerámico, se han deformado muestras con el eje de compresión según la dirección <112>, de forma que sea el sistema primario de deslizamiento el activado. El estudio se ha realizado con muestras monocristalinas con c entre 9 y 21 mol %, a temperaturas entre 1200° C y 1800° C y siendo la deformación tanto a velocidad como a carga constantes (13-15).

Las curvas de deformación se han analizado utilizando la ecuación clásica:

$$\dot{\varepsilon} = A\sigma^{n} \exp\left(-\frac{Q}{kT}\right) \tag{1}$$

donde $\dot{\epsilon}$ es la velocidad de deformación, σ es la tensión, n es el exponente de la tensión, Q es la energía de activación del proceso que controla la deformación, k y T tienen el significado usual y A es una constante relacionada con el mecanismo de deformación y que engloba a las constantes de normalización.

Los resultados de la deformación quedan resumidos en la tabla 1, donde se presentan los valores promedios de n y de Q en función de la temperatura e independientemente de la composición.

Tabla 1: Valores de n y de Q para los intervalos de temperaturas indicados independientemente de la concentración de Y_2O_3 .

	T < 1550° C	T > 1550° C
n	5.4 ± 0.4	2.9 ± 0.2
Q (eV)	8 ± 1	5.8 ± 0.5

Aunque los valores de los parámetros de la ecuación de deformación no dependen de c, la tensión necesaria para deformar al material si es marcadamente dependiente de esta concentración. Para poder hacer una comparación de esta dependencia, hemos normalizado los datos de deformación a una tensión de 100 MPa utilizando los valores de n y Q de la tabla 1. La figura 1 es la normalización de los datos de deformación para las 5 concentraciones de Y_2O_3 empleadas en este estudio.

Como puede verse en esta figura, hay un cambio de mecanismo de deformación alrededor de 1550° C, con altos valores de n y de Q para las más bajas

temperaturas y valores bajos de estos dos parámetros a las más altas temperaturas (tabla 1).



Fig. 1: Velocidad de deformación normalizada a 100 MPa en función de 1/T para las distintas concentraciones de Y₂O₃ estudiadas

Un estudio de la estructura de dislocaciones desarrollada en los dos rangos de temperaturas marcados en la tabla 1 y en la figura 1, ponen igualmente de manifiesto la existencia de un cambio de mecanismo de deformación. A bajas temperaturas se observa una alta densidad de dislocaciones en el plano primario (001) con vectores de Burgers del tipo $1/2\langle 1\overline{1}0\rangle$ y activación de deslizamiento desviado (111) como mecanismo de relajación de tensiones internas (14,15,17,19-21). A altas temperaturas, la estructura de dislocaciones es distinta: ahora se encuentran dislocaciones en el plano (001) de deslizamiento y en plano (110), que es un plano de subida de dislocaciones, siendo ahora esta subida el mecanismo de relajación de tensiones. Detalles de la configuración de dislocaciones pueden verse en (14,15,17).

Para explicar este cambio de mecanismo, hemos utilizado el modelo de Burton desarrollado para aleaciones metálicas (22-24). En este modelo, la velocidad de deformación estacionaria ($\dot{\epsilon}$) está gobernada por el equilibrio entre las velocidades de creación y aniquilación de dislocaciones. La velocidad de creación está a su vez controlada por la velocidad con que las dislocaciones se mueven en el plano de deslizamiento una vez creadas por las fuentes. La aniquilación está controlada por la subida de dislocaciones en la que los procesos de difusión juegan el papel principal.

Combinando estas dos velocidades (creación y aniquilación), y haciendo uso de la ecuación de Orowan, Burton llega a la ecuación:

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\mu b}{kT} \left(\frac{\alpha}{1+\alpha}\right)^3 \left(\frac{\sigma}{\mu}\right)^3 D_{efec}$$
(2)

donde, μ es el módulo de cizalla, b es el vector de

Burgers, $\alpha = \frac{\mu_{des}}{\mu_{sub}}$ es la relación de movilidades de las

dislocaciones por deslizamiento y por subida, y D_{efec} es un coeficiente de difusión efectivo que tiene en cuenta la difusión de las distintas especies catiónicas. Valores de $\alpha < 1$ significa que el deslizamiento controla la deformación, mientras que valores de $\alpha > 1$ indican que la subida es el mecanismo que controla.

El valor de α puede calcularse utilizando la ecuación de Burton (ec. 2) y los valores de los coeficientes de difusión (25,26), y aunque estos valores de α tienen una cierta dispersión debido a la propia dispersión de los resultados de deformación ($\dot{\epsilon}$) y de los de difusión (D_{efec}.), α es marcadamente > 1 para temperaturas altas y < 1 para temperaturas bajas, de acuerdo con el cambio de mecanismo observado en figura 1.

Todo ésto nos lleva a distinguir dos dominios de temperaturas en el comportamiento mecánico de monocristales de Y-FSZ.

2.1. Deformación del Y-FSZ por encima de 1550° C.

Para altas temperaturas, donde la subida de dislocaciones es el mecanismo que controla la deformación $(\alpha_{sub} < \alpha_{des})$, el término $\left(\frac{\alpha}{1+\alpha}\right)^3$

puede aproximarse a 1 y la ecuación 2 se reduce a:

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\mu b}{kT} \left(\frac{\sigma}{\mu}\right)^3 D_{efec}$$
(3)

En esta ecuación puede verse que el exponente de tensión es 3 y la energía de activación debe ser la energía de activación de la difusión catiónica. Ésto es lo que se observa experimentalmente (Tabla 1), donde el valor de $Q = 5.8 \pm 0.5$ eV es próximo al valor encontrado en la literatura para la difusión del itrio y del circonio en el sistema Y-FSZ (16,25,26).

Por otro lado, de acuerdo con los datos encontrados en la literatura (25,26), el coeficiente de difusión catiónico, en el sistema Y-FSZ depende de c como $D \propto c^{-3}$. La figura 2 es una representación de $\dot{\epsilon}$ en función de c y, como puede verse, estos valores pueden ajustarse a una función del tipo $\dot{\epsilon} \propto c^{-3}$, indicando que el endurecimiento en el comportamiento mecánico se debe a la dependencia de D con c de acuerdo con la ec. 3.

Estos resultados macroscópicos y microscópicos (estructura de dislocaciones), nos hacen concluir que el Y-FSZ a altas temperaturas se deforma por un mecanismo de restauración (recovery creep) controlado por el movimiento no conservativo de las dislocaciones.



Fig. 2. Velocidad de deformación en función de la concentración de Y2O3. Los valores de ¿ han sido normalizados a T = 1600° C y σ = 100 MPa. La pendiente de esta curva es \sim -3.

2.2. Deformación del Y-FSZ por debajo de 1550° C.

Para bajas temperaturas, $\alpha < 1$ y por tanto el término $\left(\frac{\alpha}{1+\alpha}\right)^{3}$ juega un papel importante en el cálculo de

los parámetros de deformación. Siguiendo el procedimiento usual y utilizando la ec. 2, podemos escribir la energía de activación como:

$$Q_{efec} = Q_{dif} + 3 \frac{kT_1T_2}{\Delta T} \ln \left[\frac{\alpha_2(1+\alpha_1)}{\alpha_1(1+\alpha_2)} \right]$$
(4)

donde, 1 y 2 se refiere a las dos temperaturas utilizadas para el calculo de Q. Puesto que a es una función creciente de T, puede hacerse estimaciones del incremento de Q, obteniéndose valores de 9 - 10 eV en perfecto acuerdo con los valores experimentales de la tabla 1 (13,15). Una misma estimación del valor de n no puede hacerse debido a que, de nuestros datos, no tenemos una estimación de la variación de α con σ .

En este rango de temperaturas, es el arrastre viscoso de las dislocaciones en su plano de deslizamiento el mecanismo que controla la deformación, de acuerdo con el valor de Q y las observaciones microestructurales. En esta hipótesis, es lógico pensar que α sea una función creciente de σ , ya que al aumentar la tensión las dislocaciones pueden escapar más fácilmente de la nube de defectos que impiden su movimiento, proceso equivalente a subir la temperatura. En este contexto n debería ser mayor que 3, como se observa experimentalmente.

Llegado a este punto podemos concluir que a temperaturas inferiores a 1550° C, el mecanismo que controla el comportamiento mecánico de monocristales de Y-FSZ es un movimiento viscoso de dislocaciones (endurecimiento por solución sólida).

3 **MICROESTRUCTURA** COMPORTA-Y **MIENTO MECANICO DE Y-PSZ**

Para describir y comprender el comportamiento mecánico a altas temperaturas de monocristales de Y-PSZ hay que empezar con una descripción detallada de la microestructura desarrollada en estos monocristales.

3.1. Morfología de las partículas tetragonales en T-PSZ.

Es bien conocido que en el Y-PSZ hay dos formas diferentes de estructura tetragonal. Una llamada t', con alto contenido en Y2O3, que no se transforma martensíticamente a monoclínica, y que se forma al enfriar rápidamente desde líquido a sólido la solución sólida. La otra estructura es llamada t, tiene bajo contenido en Y2O3 y es susceptible de transformarse a monoclínica.

Mediante procesos de difusión, la estructura t' se descompone en una fase cúbica (matriz) y en una fase t, dando lugar a un material bifásico. En nuestro Grupo se ha realizado un estudio exhaustivo de la morfología y desarrollo de las partículas t mediante recocidos a T= 1600° C de muestras Y-PSZ brutas de fabricación (27-29).

La morfología de las partículas t es compleja y viene gobernada por la minimización de la energía de la deformación debida a la precipitación y a la energía de la intercara matriz (cúbica) / partícula (tetragonal). Esta partícula t tiene una forma de lamas que puede esquematizarse en la figura 3:



Fig. 3. Esquema de la partícula tetragonal con las variantes t₁ y t₂ alternas y el espaciado de las lamas, d.

Como puede verse, cada partícula está formada por lamas alternas de dos variantes t de las tres posibles, cada una con el eje tetragonal c paralelo a los tres ejes del cubo. Las dos variantes, por ejemplo t_1 y t_2 están unidas por un plano de macla {110} de baja energía. Esta estructura hace que la partícula pueda crecer de forma estable hasta dimensiones de varios micrómetros. El número de lamas y espesor d (figura 3) de cada una, viene controlado por procesos de difusión y, por tanto, depende del tiempo de recocido (28,29).

Dado que el comportamiento mecánico de estas muestras lo relacionaremos con d, en la figura 4 representamos el espaciado de lamas d en función del tiempo de recocido:



Fig. 4. Espaciado d en (nm) de las lamas que forman la partícula tetragonal en función del tiempo de recocido a 1600° C

Puede verse que d varia desde los 20 nm hasta los 60-70 nm para los mayores tiempos de recocidos.

3.2. Comportamiento mecánico de Y-PSZ.

Para evitar una complejidad adicional, describiremos el comportamiento mecánico a altas temperaturas de monocristales de ZrO_2 dopados con 4.7 mol % de Y_2O_3 recocidos a 1600° C durante tiempos que oscilan entre 2 y 1000 horas. Una vez recocidas, las muestran fueron deformadas a 1400° C y con la orientación adecuada para activar el sistema de deslizamiento primario (ver párrafo 2).

Las curvas de deformación presentan una zona de endurecimiento $\theta = \left(\frac{d\sigma}{d\epsilon} \right)$ cero. La tensión σ

correspondiente a esta zona en función del tiempo de recocido se representa en la figura 5. Como puede verse, esta tensión crece hasta un valor de 550 MPa para un tiempo de recocido de 150 horas, cayendo σ hasta un

valor de 400 MPA para los mayores tiempos de recocido.



Fig. 5: Tensión de deformación a 1400° C en función del tiempo de recocido de las muestras a 1600° C antes de la deformación.

Este endurecimiento seguido de ablandamiento ha sido explicado en función de la precipitación de las partículas tetragonales o, en otras palabras, en función del espaciado de las lamas que forman la partícula. Una descripción detallada del modelo que explica el comportamiento mecánico de estas muestras puede encontrarse en (27,29,30). En esta revisión, trataré de resumir el modelo que explica este comportamiento.

Cuando el material es deformado y las dislocaciones son creadas y puestas en movimiento en su plano de deslizamiento, aparece una situación nueva como consecuencia de que estas dislocaciones encuentran las partículas tetragonales. La interacción dislocaciónpartícula no es simple debido a la estructura de estas partículas. Mientras que para una de las variantes (por ejemplo t_1), el plano de deslizamiento es un plano cúbico, para la otra (t_2) es un plano no cúbico, de ahí que la dislocación sea perfecta para t_1 y parcial para t_2 . Esto significa que la dislocación no puede deslizar en t_2 , por lo que trata de curvarse.

Para curvar una dislocación se necesita una tensión que es función inversa del radio de curvatura, por lo que cuando el espaciado de la lama es muy pequeño, la tensión es muy grande: de ahí que le sea más fácil a la dislocación cizallar la variante t_2 creando una falta de apilamiento (fig. 6a). Cuando una segunda dislocación interacciona con la partícula elimina la falta de apilamiento creada por la anterior y el proceso vuelve a su ciclo inicial. La tensión necesaria para deformar al material está pues relacionada con esta falta, por lo que aumentará a medida que la falta aumenta o dicho de otra forma, a medida de que el espacio de la lama aumente. Ésto explicaría el endurecimiento observado con el tiempo de recocido (t), ya que, como puede verse en la figura 4, el espaciado crece con t.

Como se puede entender fácilmente, en este mecanismo entran en competición dos procesos. Por un lado la falta de apilamiento, con una tensión para crearla que aumenta a medida que d aumenta, y por otro lado la curvatura de la dislocación, con una tensión para curvarla que disminuye a medida que d aumenta. La más pequeña de ambas es la que controla la deformación, lo que explica que para un tamaño crítico de d, la tensión para curvar a la dislocación sea menor que la de formación de la falta y por tanto que la tensión de deformación disminuya cuando aumenta d. El proceso ahora es la formación de bucles de dislocaciones (fig. 6b); la sucesión de bucles hace que vayan colapsando y que el proceso pueda continuar.



Fig. 6: a) Dislocación cortando una partícula con tamaño de lama inferior al crítico. La parte rayada corresponde a la falta de apilamiento. b) Dislocación cortando una partícula con tamaño de lama superior al crítico. Se representan dos situaciones, una en la que la dislocación está atravesando la partícula, y otra en la que la dislocación ha pasado completamente la partícula dejando un bucle de dislocación

Este esquema simplificado explica de forma clara el endurecimiento y ablandamiento por precipitación el Y-PSZ monocristalino.

4. SUPERPLASTICIDAD EN Y-TZP

Como ya hemos dicho, una de las microestructuras que puede encontrarse en el sistema ZrO_2 - Y_2O_3 , cuando la composición de Y_2O_3 es del orden de 3 mol %, es la de un policristal de tamaño de grano inferior a una micra, con una distribución estrecha del tamaño de grano y un factor de forma superior a 0.8.

Es hoy bien conocido que estos policristales (Y-TZP) se deforman superplásticamente a temperaturas tan bajas como 1200° C. Desde la publicación del primer trabajo sobre la superplasticidad del Y-TZP por Wakai y col. (31), se ha realizado un gran número de trabajos sobre la superplasticidad de este material, donde se han cambiado condiciones de solicitación, tamaño de grano, contenido de impurezas, etc. Existen artículos de revisión, de los que los más recientes, y por tanto donde puede encontrarse más información, han sido publicados por nuestro Grupo (32,33).

La gran cantidad de datos sobre la superplasticidad en Y-TZP ha dado lugar a interpretaciones contrapuestas del mecanismo que controla la deformación de estos policristales. Una buena prueba de ésto lo constituye los tres últimos artículos de revisión publicados (34-36).

Sin embargo, las características microestructurales de las muestras deformadas (los granos del policristal, después de grandes deformaciones (> 100 %), se mantienen equiaxiados, con el mismo tamaño y factor de forma), así como las características macroscópicas (parámetros de la ecuación de fluencia), hacen que esté bien admitido que el mecanismo que controla la superplasticidad en Y-TZP sea el deslizamiento de fronteras de grano (GBS). Nuestro Grupo ha racionalizado la dispersión de resultados, introduciendo una tensión umbral (σ_0) que hay que vencer para que se inicie el deslizamiento de unos granos con respecto a los otros, y por tanto la superplasticidad (32,37,38). Esta racionalización nos hace pensar que el deslizamiento de unos granos con respecto a otros viene acomodado por procesos de difusión en volumen.

Existe un trabajo de recopilación de resultados con gráficas en color para diferenciar a los diferentes autores y para distintas temperaturas, que si tratásemos de reproducir aquí en blanco y negro perdería todo su valor ilustrativo, por lo que remito a las personas interesadas al mencionado trabajo (32). No obstante, los datos macroscópicos del comportamiento superplástico del Y-TZP pueden sintetizarse mediante la ecuación (32,38):

$$\dot{\varepsilon} = 3 \times 10^{10} \frac{\left(\sigma - \sigma_0\right)^2}{\text{Td}^2} \exp\left(-\frac{460 \text{ kJ}/\text{mol}}{\text{kT}}\right)$$
(5)

con una tensión umbral que depende de d y de T y que es marcadamente sensible al grado de impurezas de las muestras:

$$\sigma_0 = 5 \times 10^{-4} \frac{\exp(120 \text{ kJ/mol/kT})}{\text{d}}$$
(6)

Un análisis del origen de la tensión umbral y de su dependencia con las impurezas puede encontrarse en (32,36,38). Como puede verse de la ecuación de fluencia, la energía de activación de la deformación es muy próxima a la energía de activación de la difusión catiónica (16,25,26).

La superplasticidad en el Y-TZP, pues, se debe al GBS acomodado por procesos de difusión catiónica en volumen.

4.1. Aplicaciones de la superplasticidad.

La principal aplicación de la superplasticidad en los metales ha sido el conformado superplástico, para la fabricación de piezas tanto de uso doméstico, como piezas de motores, etc. En cerámicos, el conformado superplástico ha sido igualmente estudiado y aunque las velocidades de deformación no son tan altas como en los metales, existen buenos ejemplos de conformados de diferentes cerámicos superplásticos (39). En este apartado, sin embargo, nos referiremos a una nueva aplicación de la superplasticidad, como es la unión de piezas cerámicas.

Dado que la característica microscópica de la superplasticidad es el GBS (durante la deformación los granos del policristal cambian de vecinos), es lógico pensar que si dos piezas cerámicas puestas en contacto, se deforman en régimen superplástico, los granos de una de las piezas interpenetrarán en los de la otra, produciéndose una rápida unión de ambas. Así, la superplasticidad puede ser utilizada para unir diferentes piezas y producir estructuras complejas a partir de formas simples. Esta técnica nos ha permitido hacer uniones en el sistema Y-TZP a temperaturas tan bajas como 1300° C y para tiempos de 30 minutos, condiciones experimentales sensiblemente mas bajas que las utilizadas en uniones por difusión (40,41).

Por otro lado, la velocidad de deformación superplástica es función inversa de d (ec. 4), por lo que al unir el mismo material con diferentes tamaños de grano, puede obtenerse un material laminar compuesto, con una intercara sin defectos (figura 7) y con un comportamiento mecánico anisotrópico tanto a bajas como a altas temperaturas, dependiendo de cómo se solicite al material, perpendicular o paralelo a la intercara (41,42).



Fig. 7: Unión de dos Y-TZP con tamaños de grano diferentes. La flecha indica la intercara donde se ha producido la unión observándose cómo los granos de un material interpenetran a los del otro.

Nuestro Grupo ha realizado un amplio estudio de esta técnica, consiguiendo una patente (P 9500128) y publicando una serie de artículos (40-43).

5. CONCLUSIONES

Monocristales de Y-FSZ con concentraciones de Y_2O_3 entre 9 y 21 mol % se han deformado a temperaturas entre 1200 y 1800° C.

Estos monocristales se deforman a temperaturas superiores a 1550° C por un mecanismo de restauración controlado por la subida de dislocaciones, a su vez gobernada por la difusión de cationes de Zr y Y.

Por debajo de 1550° C, es el movimiento viscoso de las dislocaciones en su plano de deslizamiento el mecanismo que controla la deformación.

La caracterización microestructural de monocristales bifásicos de Y-PSZ, con concentración de Y_2O_3 de 4.7 mol %, se ha estudiado mediante recocido de las muestras brutas de fabricación a 1600° C y tiempos de hasta 1000 horas.

Las muestras recocidas se han deformado a temperaturas de 1400° C. El comportamiento mecánico de estas muestras, a saber, endurecimiento y ablandamiento por precipitación, se ha explicado en términos de interacción dislocación-partícula tetragonal.

El comportamiento superplástico de policristales Y-TZP se ha analizado en términos de deslizamiento de fronteras de granos con tensión umbral, acomodado por difusión catiónica en volumen.

La característica microestructural de la superplasticidad se ha utilizado para unir piezas cerámicas a temperaturas y tiempos sensiblemente inferiores a los utilizados en la unión por difusión.

Agradecimientos. A los miembros del Grupo de Propiedades Mecánicas de Sólidos de la Universidad de Sevilla que han realizado los trabajos resumidos. A J. J. Meléndez por su inestimable ayuda en la confección del manuscrito. Al proyecto CICYT MAT97-1007-C02.

6. REFERENCIAS

- R. Stevens., "An introduction to zirconia" Pub. por Magnesiu Elektron Ltd (UK), julio 1986.
- 2- R.C. Garvie, R.H. Hannink and R.T. Pascoe., "Ceramic Steel?" Nature (1975), 258, 703
- 3- "Science and Technology of Zirconia I" Ed. por A.H. Heuer, L.W. Hobbs., Amer. Cer. Soc. Inc., Columbus (Ohio), 1981.

- 4- "Science and Technology of Zirconia II" Ed. por N. Claussen, M. Ruhle y A.H. Heuer., Amer. Cer. Soc. Inc., Columbus (Ohio),
- 5- "Science and Technology of Zirconia III" Ed. por S. Somiya, N. Yamamoto y H. Hanagida., Amer. Cer. Soc. Inc., Columbus (Ohio), 1988.
- 6- "Science and Technology of Zirconia V" Ed. por S.P.S. Badwall, M.J. Bannister y R.H.J. Hannink., Tech. Pub., Lancaster-Penn., 1993.
- 7- J. Amer. Ceram. Soc. vol. 69, nº 3., 1986. Volumen monográfico.
- 8- J. Amer. Ceram. Soc. vol. 69, nº 7., 1986. Volumen monográfico.
- 9- R.H.J. Hannink, P.M. Kelly and B.C. Muddle. "Transformation toughening in zirconia-containing ceramics", J. Amer. Ceram. Soc. (2000), 83, 461.
- 10- D.J. Green, M.J. Bannister and R.H.J. Hannink.,"Transformation toughning of ceramics". CRC Press, Boca Raton, FL, 1989.
- A. Domínguez, K.P.D. Lagerlöf and A.H. Heuer, "Plastic deformation and soild-solution hardening of Y₂O₃-stabilized ZrO₂", J. Amer. Ceram. Soc. (1986), 69, 281.
- A. Domínguez and A.H. Heuer, "Plastic deformation of Y₂O₃-stabilized ZrO₂ (YSZ) single crystals", Crys. Latt. Def. & Amorph. Mat. (1987), 16, 117.
- 13- D. Gómez, J. Martínez, A. Domínguez and J. Castaing, "Mechanisms of high-temperature creep of fully stabilized zirconia single crystals as a function of the yttria content", J. Amer. Ceram. Soc, (1997) 80, 1668.
- 14- J. Martínez, M. Jiménez, A. Domínguez and A.H. Heuer, "High-temperature creep of yttria-stabilized zirconia single crystals", J. Amer. Ceram. Soc., (1997), 73, 2452.
- 15- D. Gómez, J. Martínez, A. Domínguez, P. Eveno and J. Castaing, "Deformation mechanisms for high-temperature creep of high yttria content stabilized zirconia single crystals", Acta Mater. (1996), 44, 991.
- A. Dominguez, A.H. Heuer and J. Castaing, "Dislocations and the mechanical properties of stabilized ZrO₂", Rad. Effects & Def. Sol. (1991). 119-121, 759.
- 17- M. Jiménez, J. Martínez, A. Domínguez and J. Castaing, "Dislocation climb controlled deformation of Y₂O₃-doped cubic ZrO₂ single crystals", J. Eur. Ceram. Soc., (1993), 12, 97.
- A. Domínguez, D-S. Cheong and A.H. Heuer, "High-temperature plastic deformation in Y₂O₃stabilized ZrO₂ single crystals: IV. The secondary slip systems", Phil. Mag. A, (1991), 64, 923.
- 19- E. Fries, F. Guiberteau, A. Domínguez, D-S. Cheong and A.H. Heuer, "High-temperature plastic deformation in Y₂O₃-stabilized ZrO₂ single crystals:I. The origin of the yield drop and associated glide polygonization" Phil. Mag. A, (1991), 60, 107.

- 20- D-S. Cheong ,A. Domínguez and A.H. Heuer, "High-temperature plastic deformation in Y₂O₃stabilized ZrO₂ single crystals: II. Electron microscopy studies of dislocation substructures", Phil. Mag. A, (1989), 60, 123.
- 21- D-S. Cheong ,A. Domínguez and A.H. Heuer, "High-temperature plastic deformation in Y₂O₃stabilized ZrO₂ single crystals: III. Variation in work hardening between 1200 and 1500° C", Phil. Mag. A, (1991), 63, 377.
- 22- B. Burton,"The dislocation network theory of creep", Phil. Mag. A (1982), 45, 657.
- 23- B. Burton, "The influence of solute drag on dislocation drag", Phil. Mag. A(1982), 46, 607.
- 24- B. Burton, "Creep transients during stress changes" Mater. Sci. Technol. (1989), 5, 1005.
- 25- H. Solomon., "Autodiffusion de l'oxygen, du zirconium et de l'yttrium dans la zircone stabilisée par l'yttrium", Tesis, Universidad París VI, (1992).
- 26- H. Solomon, J. Chamat, C. Dolin and C. Monty, "Zr, Y, and O self-diffusion in Zr_{1-x}Y_xO_{2-x/2}", p.175, in Ceramic Trans. Vol24, Point Defects and related properties of ceramics, Ed. por T.O. Mason and J.L. Roitbort, Amer. Cer. Soc. Westerville, OH, 1991.
- 27- A.H. Heuer, V. Lanteri and A. Domínguez, "Hightemperature precipitation hardening of Y₂O₃ partially-stabilized ZrO₂ (Y-PSZ) single crystals" Acta. Metall. (1989), **37**,559.
- 28- J. Martínez, M. Jiménez and A. Domínguez, "Microstructure evolution and stability of tetragonal precipitates in Y₂O₃ partially-stzbilized ZrO₂ single crystals" Acta Metall. Mater. (1995), 43, 593.
- 29- J. Martínez, M. Jiménez, A. Domínguez, K.P.D. Lagerlöf and A.H. Heuer, "High-temperature precipitation hardening of Y₂O₃ partially-stabilized ZrO₂ (Y-PSZ) single crystals. II. A quantitative model for the hardening" Acta Metall. Mater. (1993), 41, 3171.
- 30- J. Martínez, M. Jiménez, A. Domínguez, P. Cordier, K.P.D. Lagerlöf and A.H. Heuer., "High-temperature precipitation hardening of Y_2O_3 partially-stabilized ZrO₂ (Y-PSZ) single crystals. III. Effect of solute composition and orientation on the hardening", Acta Metall. Mater. (1995), 43, 2469.
- 31- F. Wakai, S. Sakaguchi and Y. Matsuno, "Superplasticity of yttria-stabilized tetragonal ZrO₂ polycrystals" Adv. Ceram. Mat., (1986), 1, 259.
- 32- M. Jiménez, A. Domínguez and A. Bravo, "Superplastic flow of fine-grained yttria-stabilized zirconia polycrystals: constitutive equation and deformation mechanisms" J. Amer. Ceram. Soc., (1998), 81, 2761.
- 33- M. Jiménez and A. Domínguez, "Like-metal superplasticity of fine-grained Y₂O₃-stabilized zirconia ceramics", Phil. Mag. A (1999), 79, 1591.
- 34- D.M. Owen, A.H. Chokshi, "The high temperature mechanical characteristics of superplastic 3 mol %

yttria stabilized zirconia" Acta Mater. (1998), 46, 667.

- 35- M.Z. Berbon and T.G. Langdon, "An examination of the flow process in superplastic yttria-stabilized tetragonal zirconia" Acta mater. (1999), 47, 2485.
- 36- M. Jiménez and A. Domínguez., "High temperature mechanical characteristics of superplastic yttriastabilized zirconia. An examination of the flow process", Acta Mater. En prensa.
- 37- A. Bravo, M. Jiménez, A. Domínguez and A.H. Chokshi,"The role of a threshold stress in the superplastic deformation of fine-grained yttriastabilized zirconia polycrystals" Scripta Mater. (1996), 34, 1155.
- 38- A. Domínguez, A. Bravo, J.D. Ye, M. Jiménez, "Grain size and temperature dependence of the threshold stress for superplastic deformation in yttria-stabilized zirconia polycrystals", Mater. Sci. Engin. A (1998), 247, 97.

- 39- I-Wei Chen and L.A. Xue, "Development of superplastic structural ceramics" J. Amer. Ceram. Soc. (1990), 73, 2585.
- 40- J. Ye and A. Domínguez, "Joining of Y-TZP parts" Scripta Met. Mater., (1995), 33, 441.
- 41- A. Domínguez, F. Guiberteau and M. Jiménez, "Heterogeneous junction of yttria partially stabilized zirconia by superplastic flow", J. Mater. Res. (1998), 13, 1631.
- 42- A. Domínguez, E. Jiménez and M. Jiménez, "High temperature mechanical properties of a multilayer Y-TZP processed by superplastic flow" Scripta Mater. (1998), 39, 21
- 43- F.Gutiérrez, A. Domínguez, J.L. Routbort, R. Chaim and F. Guiberteau, "Joining of yttriatetragonal stabilized zirconia polycrystals using nanocrystals" Scripta Mater. (1999), 41, 455.

FRACTURE, DAMAGE TOLERANCE AND MICROSTRUCTURAL INTEGRITY: WHEN HYDROGEN IS THE CIRCUMSTANCE

J. Toribio

Department of Materials Science, University of La Coruña E.T.S. Ingenieros de Caminos, Campus de Elviña, 15192 La Coruña, Spain

Abstract. This paper offers a summary of the author's contributions in the field of fracture, damage tolerance and microstructural integrity of materials in a hydrogen environment. Paraphrasing the famous sentence by Ortega y Gasset "yo soy yo y mi circunstancia", one could say that *the material is itself and its circumstance*, the latter being the physico-chemical and mechanical environment. The paper analyzes situations in which the circumstance enhances hydrogen embrittlement, and it is divided into three main sections. Firstly, the effect of hydrogen on structural steels (pearlitic and austenitic) is revised, covering experimental, numerical and analytical aspects. Later, the study is extended to pearlitic steels with different degrees of cold drawing, on the basis of a materials science approach (relationship between microstructure and properties). Finally, a theoretical study is provided of the validity of the fracture mechanics approach to the phenomenon of hydrogen assisted cracking, analyzing the K-dominance condition to elucidate the role of the *far field* and the effect of *history*, the latter recalling the words of the Spanish poet Antonio Machado: "hoy es siempre todavía", and perhaps T. S. Eliot's "and all is always now".

Resumen. En este trabajo se resumen las contribuciones del autor en el campo de la fractura, tolerancia al daño e integridad microestructural de materiales en ambiente de hidrógeno. Parafraseando la famosa sentencia orteguiana "yo soy yo y mi circunstancia", podría decirse que *el material es él y su circunstancia*, considerando ésta como el entorno físico-químico y mecánico. El artículo analiza situaciones en que la circunstancia potencia la fragilización por hidrógeno, y se ha dividido en tres secciones principales. En primer lugar se revisa el efecto del hidrógeno sobre aceros estructurales (perlítico y austenítico), cubriendo aspectos experimentales, numéricos y analíticos. Más tarde, se estudian aceros perlíticos con distintos grados de trefilado, con un enfoque propio de la Ciencia de Materiales (relación entre microestructura y propiedades). Finalmente se estudia desde el punto de vista teórico la validez del enfoque según la Mecánica de Fractura del fenómeno de fisuración asistida por hidrógeno, analizando la condición de dominio de *K* con el fin de elucidar el papel del *campo remoto* y el efecto de la *historia*, rememorando en este caso el verso de Antonio Machado: "hoy es siempre todavía", y quizá las palabras de T.S. Eliot "and all is always now".

1. INTRODUCTION

Paraphrasing the Spanish philosopher Ortega y Gasset, one could really say that *the material is itself and its circumstance*, which indicates, firstly, that the material is intrinsically imperfect, and therefore, that surface or internal defects are inherent in it; and secondly, that there is an evolution of its mechanical properties throughout the service life, due to the combined effect of the mechanical load history and the surrounding physico-chemical environment.

This consideration of the material as a live entity immersed in the surrounding environment has an important consequence: the concept of material is strongly linked with the existence of superficial or internal defects or geometrical flaws such as cracks or notches (from the macroscopical point of view) or imperfections in the microstructure such as lattice defects, dislocations, micro-voids, etc (from the microscopical point of view). Thus the classical approach in mechanical and structural engineering in which the material is totally defined by its constitutive equation —or, even worse, merely by its elastic properties-turns to new approaches (materials science and fracture mechanics approaches) according to which material behaviour depends not only on the intrinsic characteristics of the material itself, but also on the circumstance, i.e., on extrinsic factors such as load history (load magnitude, kind of loading, loading rate, etc) and environment (temperature, humidity, corrosive agents, etc.) which make previous defects grow. It is important to notice, therefore, that a given material does not have a behaviour per se, but can exhibit one or another behaviour depending on the circumstance, i.e. on the specific working conditions (mechanical and physico-chemical environment). In this paper the hydrogen environment plays the role of circumstance.

2. EVALUATION AND MODELLING OF HYDROGEN ASSISTED FRACTURE IN STRUCTURAL STEELS

The hydrogen embrittlement phenomenon in structural steels is of fundamental importance in engineering, since hydrogen can be present in the material after the manufacturing process, or can enter it by electrochemical reactions associated with stress corrosion cracking. The significance of hydrogen induced cracking is evident if one considers that hydrogen appears in a wide range of potentials, and that *local* electro-chemical conditions at a crack tip may differ substantially from those of the surrounding bulk environment.

In the last decades the study of embrittlement and/or degradation of metals and alloys in hydrogen has received a great deal of attention with the advance of fracture mechanics, which allows the formulation of models describing crack initiation and growth or the evolution of damage in hydrogen environments. The phenomenon has received many names more adequate for the new techniques and thus, apart from the traditional hydrogen embrittlement, other designations are used such as hydrogen degradation, hydrogen induced damage, hydrogen degradation, hydrogen assisted failure, or one which is at the same time traditional and general: hydrogen assisted fracture (or hydrogen induced fracture) which seems to be the best to describe the complexity of the phenomenon in classical terms.

This section of the paper offers a generalized approach to the evaluation and modelling of hydrogen assisted fracture in two structural steels of special interest in engineering: a high-strength pearlitic eutectoid steel for civil engineering purposes (in the prestressed concrete technique) and an AISI type 316L austenitic stainless steel for fusion nuclear technology as a candidate material for the first wall of the next European fusion reactor (NET). The sub-sections are devoted to the micromechanical effects and the continuum mechanics approach, as well as to the kinematic, chemical and mechanical modelling of the damage/failure process.

2.1. Experimental evaluation of hydrogen assisted fracture in pearlitic steels

2.1.1. Phenomenological study

Paper [1] presents a phenomenological study of the hydrogen embrittlement phenomenon in pearlitic steels, using pre-cracked and notched specimens subjected to slow strain rate testing (SSRT) in aqueous solution under hydrogen embrittlement environmental conditions produced by cathodic polarization during the test with potentiostatic control. Test severity was measured through the ratio of the fracture load in solution to the fracture load in air (F_c/F_0) . Fig. 1 shows the experimental results of the hydrogen embrittlement tests on pre-cracked samples. There are two regions of potential (*E*) leading to corrosion assisted failures. The lower region (that appearing in Fig. 1, associated with the most negative potentials) is called the cathodic regime, and the associated phenomenon is hydrogen assisted cracking (or hydrogen embrittlement), whereas the upper region (less negative potentials) is called the anodic regime, and the associated process is localized anodic dissolution (or pure stress corrosion cracking), although a hydrogen induced process could also appear.



Fig. 1. Experimental results of hydrogen embrittlement tests (SSRT) on pre-cracked samples of high-strength pearlitic steel, for different values of the maximum stress intensity factor during the last stage of fatigue pre-cracking (K_{max}); K_{IC} is the fracture toughness.

The effect of the fatigue pre-cracking load consists in delaying either stress corrosion cracking or hydrogen embrittlement (Fig. 1), i.e., the higher the maximum stress intensity factor (SIF) during the last stage of fatigue precracking (K_{max}), the higher the fracture load under aggressive environment. This demonstrates the important role of residual stresses in environmentally assisted cracking; these residual stresses, of compressive type, are generated in the vicinity of the crack tip during fatigue pre-cracking of the samples.

In the case of localized anodic dissolution, residual stresses modify the local strain at the crack tip, thus changing the balance between the creation and rupture of oxide film. On the other hand, in hydrogen assisted cracking phenomena, compressive residual stresses delay both the hydrogen ingress and the hydrogen transport by diffusion driven by the hydrostatic stress field.

2.1.2. Crack growth kinetics and meaning of thresholds

As part of the experimental research on the hydrogen embrittlement phenomenon, the crack growth kinetics (CGK) curve was also studied by means of constant strain tests (CST), with special emphasis on the meaning and evaluation of thresholds, which could lose their intrinsic character to depend on mechanical variables such as the maximum fatigue pre-cracking load [2], which demonstrates that the crack growth threshold in stress corrosion cracking (K_{ISCC}) depends dramatically on the fatigue pre-cracking SIF K_{max} .

These K_{max} -effects, due to compressive residual stresses in the vicinity of the crack tip generated during precracking, were considered in the ISO 7539-6 Standard, which recommends that pre-cracking should be completed below the expected threshold $K_{\rm ISCC}$, if possible. However, this requirement is not clearly objective, since the threshold does not have an intrinsic character, but is affected by the pre-cracking procedure itself. Furthermore, the requirement of the ISO 7539-6 Standard could be automatically reached [3] because, in some material-environment systems, the maximum stress intensity factor K_{max} during the final stage of fatigue pre-cracking is always below the actual stress corrosion cracking threshold $K_{\rm ISCC}$, as demonstrated in Fig. 2 for both hydrogen assisted cracking (HAC) and localized anodic dissolution (LAD).



Fig. 2. Threshold in environmentally assisted cracking as a function of K_{max} (K_{IHAC} : for hydrogen assisted cracking, K_{ILAD} for localized anodic dissolution); K_{1C} is the critical SIF in air for the considered geometry.

2.1.3. Fractographic analysis: tearing topography surface

Fractographic analysis of samples tested in the cathodic regime (i.e., in hydrogen embrittlement environmental conditions) always showed the same general aspect [4]:

fracture initiates at an edge region in the vicinity of the crack or notch tip where the microscopic fracture mode may be classified as *tearing topography surface* or TTS.

Such a topography is a non-conventional microscopic mode of fracture, different from the four traditional micro-fracture modes: intergranular, cleavage, quasicleavage and micro-void coalescence (or fibrous, or dimpled) fractures. The tearing topography surface consists of micro-damage due to the hydrogen, in a kind of really complex and closely spaced nucleation of very small micro-voids at the micro-scale.

The TTS zone appears only under cathodic potentials (E=-1200 mV vs. SCE). It is not only a fracture mode, but also a propagation mode associated with sub-critical cracking, the crack growth rate being clearly lower than that of the cleavage topography. The tearing topography surface thus represents the *process zone* or *damaged area* (from the phenomenological point of view), and the *critical domain* or *fracture region* (from the fracture mechanics point of view).

2.2. Continuum mechanics approach to hydrogen assisted fracture of pearlitic steels

2.2.1. Macroscopic variables governing the microscopic fracture

The main objective of continuum mechanics analysis is to obtain the macroscopic internal variables (stress, strain, strain energy density,...) at the fracture instant. Since the outcome of a fracture test in inert or aggressive environment consists of external variables (load and displacement), it is necessary to relate the internal and external variables. The computational method used to this end was the finite element method with an elastic-plastic code.

The elastic-plastic finite-element analysis of notched geometries demonstrated that the hydrostatic stress distribution is practically invariable throughout the loading process in the matter of relative values, so that, in spite of the generally increasing stress level, the point of maximum hydrostatic stress remains at a constant depth x_s from the notch tip, a distance which is a characteristic of the geometry [5].

With regard to the relationship between the macroscopic internal variables (in the continuum mechanics sense) and the TTS microscopic mode of fracture, Fig. 3 shows that the TTS depth increases with the time to failure in SSRT with notched specimens, and there is an asymptotic value of TTS depth (x_{TTS}) in quasi-static tests (slow enough to allow the hydrogen equilibrium concentration to be reached). Results of the numerical

analysis showed that such an asymptotic value $x_{TTS,\infty}$ is equal to x_S , the depth of the maximum hydrostatic stress point of the given geometry.



Fig. 3. Relationship between the TTS depth (x_{TTS}) and the time to failure (t_c) in notched samples A, B, C and D. Variables are divided by their respective values in the quasi-static test of each geometry $(x_{TTS,\infty} \text{ and } t_{c,\infty})$.

2.2.2. TTS zone and hydrogen embrittlement

The TTS area is not due to hydrogen alone but requires the combined action of stress-strain fields, so that the fracture takes place when a critical combination of hydrogen concentration and stress (or strain) is achieved. However, there is clear experimental evidence of the association between the TTS and the presence of hydrogen. The experimental results supporting this assumption are given in the following paragraphs:

• The microscopic appearance of the TTS resembles micro-damage, micro-cracking or micro-tearing due to hydrogen degradation, the scale of micro-damage being probably below 1 μ m. [4].

• The TTS micro-fracture mode is a slow (or subcritical) crack growth topography associated with the stage II or *plateau* in the crack growth kinetics curve [4], i.e., with a constant crack growth rate independent of SIF.

• The TTS micro-fracture mode appears *only* under cathodic potentials (i.e. in hydrogen environment), but not under anodic ones, thereby providing fractographic evidence of hydrogen effects [4].

• The TTS size increases when the electro-chemical potential becomes more cathodic or negative. This is a consequence of the higher amount of hydrogen at the specimen surface for the more cathodic potentials [1].

• The TTS size slightly increases as the pH decreases (becomes more acid), since the amount of hydrogen supplied to the sample is higher in the case of lower values of the pH [1].

• The TTS size clearly decreases as the fatigue load increases. The reason for this is the presence of compressive residual stresses near the crack tip, induced during fatigue precracking [1].

• Experiments conducted at very different strain rates also showed an increasing trend of the TTS size as the time to failure increases, a consequence of a mechanism of transport based on stress-assisted hydrogen diffusion and time derivatives [6].

• The TTS size is clearly influenced by the geometry of the sample, through the hydrostatic stress distribution in its vicinity, which is also consistent with an association between the TTS failure mode and the hydrogen diffusion transport mechanism [6].

• The asymptotic TTS depth for quasi-static tests (slow enough to allow the hydrogen equilibrium concentration to be achieved) reaches the maximum hydrostatic stress point in the specimen, which confirms that hydrogen diffuses towards that point [6].

From the fracture mechanics viewpoint, the TTS topography is associated with a transition (or critical) SIF in the crack growth kinetics curve (da/dt-K) at which the crack growth rate progresses from the subcritical to the critical regime and the microscopic mode of fracture changes from the subcritical TTS mode to the cleavage (unstable) critical propagation [7], which allows a consideration of the progressive spreading of the TTS zone as a macroscopic crack extending the original fatigue pre-crack within the framework of linear elastic fracture mechanics. The critical SIF in hydrogen environment depends on fundamental testing variables closely related to hydrogen transport, such as the electrochemical potential (increasing function), the fatigue precracking SIF (increasing function) and the TTS depth itself (decreasing function), cf. [7].

In addition, further research [8] showed a kind of orientation in the TTS topography which evolves from oriented TTS to non oriented TTS and finally quasi-MVC (micro-void coalescence) topography. Thus the latter could be considered as a candidate to TTS in which hydrogen could enhance void growth. When a greater amount of hydrogen reaches the material, the strongly hydrogenated areas turn from MVC to TTS, and this final phase of growth or link-up could be further influenced by hydrogen. The mechanism of hydrogenenhanced void growth is different to that in air which consists of triaxiality-induced void growth, cf. [8].

2.2.3. Hydrogen transport: diffusion vs. dislocation movement

Hydrogen embrittlement of metals and alloys is a general phenomenon of degradation of mechanical properties which involves hydrogen transport to the prospective fracture locations, and there seems to be general agreement that hydrogen transport plays a dominant role in hydrogen assisted fracture.

The question of the main hydrogen transport mechanism being operative over long penetration distances is still open, and two basic transport modes have been proposed to explain the phenomenon: diffusion (also called lattice diffusion, random-walk diffusion or \sqrt{Dt} diffusion), and dislocation sweeping (or dislocation dragging). A key point is to determine whether the main part of macroscopic hydrogen transport —that resulting in embrittlement with detectable loss of mechanical properties— is carried out by lattice diffusion or by dislocation movement, the latter associated with interactions between hydrogen and plasticity.

Diffusion is a transport mode by which hydrogen moves towards the points of minimum concentration through the crystalline lattice in the form of random-walk governed by the \sqrt{Dt} term which controls the penetration distance. If stress-assisted diffusion is considered, hydrogen movement is driven by the gradients of both concentration and hydrostatic stress. In the case of a formulation on the basis of stress- and strain-assisted diffusion, the plastic strain magnitude should be considered as one of the governing factors of hydrogen diffusion. A mechanism of hydrogen transport based on lattice diffusion is consistent with the results of slow strain rate tests under cathodic polarization environmental conditions, since it predicts maximum embrittlement at the slowest strain rates. On the other hand, diffusion is usually a slow transport mode and penetration distances are rather small.

Dislocation sweeping is a transport mode by which hydrogen is dragged by dislocations as the plastic zone spreads. This process may be associated with the average velocity of dislocations which can be macroscopically expressed in terms of the plastic strain rate. There are two main models to evaluate the supersaturation or enrichment of hydrogen at specific sites in the material as a result of a dislocation sweep-in of hydrogen: the stripping model by Tien et al. and the annihilation model by Johnson and Hirth, cf. [9]. The first model estimates a significant build-up of hydrogen, while the latter concludes that the kinetic supersaturations are extremely small in all real situations. The weakest point of the two models is their inconsistency with the well known experimental evidence of the inverse dependence of hydrogen embrittlement upon strain rate (over a really

wide range of strain rates between the two limit situations). The stripping model predicts maximum hydrogen embrittlement at an intermediate strain rate, whereas according to the annihilation model the kinetic supersaturation is proportional to the strain rate.

The two transport modes (diffusional and dislocational) are essentially different. The first one is operative under both sustained and transient (time-dependent) stressstrain states, has hydrostatic stress and instantaneous plastic strain as responsible variables, and evolves towards equilibrium hydrogen distributions. In contrast, the other mode proceeds exclusively during continuing (dynamic) straining, has plastic strain rate as the governing variable, and results in non-equilibrium hydrogen distributions (temporal local over-saturations). They are fed by newly arriving dislocations which drive hydrogen into specific microstructural sites, from which hydrogen escapes by diffusion to restore thermodynamic equilibrium with local surroundings. After the end of straining, those hydrogen over-saturations relax to local equilibrium by short-range (local) diffusion. The efficiency of this mode of hydrogen transport results from competition between these two effects.

Thus the role of hydrogen transport by dislocation dragging is strongly linked with hydrogen-plasticity interactions in the steel. The relationship between hydrogen and plasticity is a fundamental topic which has been the object of many controversial discussions in two opposite senses: whether or not hydrogen influences plasticity development by promoting slip bands or strain localization, and conversely, whether or not plastic zone development —and subsequent movement of dislocations— can affect hydrogen transport. Thus a key question arises: whether or not dislocation transport can be considered an embrittlement mechanism *per se* with *detectable* loss of mechanical properties as a consequence of macroscopic hydrogen transport.

As described in [9], the concept of symmetry of the Onsager coefficients could be applied to hydrogen transport by mobile dislocations, thus considering the coupled problem of hydrogen-dislocations interactions $[H\leftrightarrow\perp]$ in the double sense: (i) hydrogen transport by dislocations or dislocational transport of hydrogen $[\perp\rightarrow H]$; (ii) dislocation transport by hydrogen or hydrogen-enhanced strain localization $[H\rightarrow\perp]$.

Therefore, since dislocations are able to carry hydrogen, the presence of hydrogen is able to promote dislocation movement in the form of localized slip bands and strain localization. From the macroscopic point of view, it seems feasible that to the extent that hydrogen does not affect the macroscopic constitutive equation of the metal, the transport of hydrogen by dislocation sweeping should not have a macroscopic effect. Experimental evidence of hydrogen transport by stressassisted lattice diffusion in pearlitic steel was provided in [9] by means of a fractographic analysis of the region microscopically affected by the hydrogen (the tearing topography surface TTS) and a numerical study of the evolution of the zone of dislocation movement (the plastic zone PZ), which showed that in some cases the hydrogen affected area clearly exceeds the only region where dislocations can move, which in turn seems to demonstrate that diffusion is the predominant mode of transport in pearlitic steel under triaxial stress states produced by notches. It is not, however, conventional diffusion according to Fick's laws, but stress-assisted diffusion in which the hydrostatic stress field plays a very important role, by increasing the concentration at the boundary and by enhancing hydrogen flux associated with stress gradients.

It is significant that the depth of the TTS region in such quasi-static tests reaches the point of maximum hydrostatic stress, as mentioned in previous sections. Hydrostatic stress at the boundary controls the fracture process in quasi-instantaneous tests, since diffusion cannot take place in these tests due to their short duration [10]. In this case the environmental action is restricted to the notch tip. The triaxiality factor (defined as the maximum value of the stress triaxiality in the sample) governs the fracture process in quasi-static tests. In this case, the environmental effect depends on hydrogen diffusion towards the points of maximum hydrostatic stress [10].

These experimental findings are not consistent with dislocation transport of hydrogen, so, in spite of the fact that this specific mode of transport has been sufficiently demonstrated on a microscopic scale, it might not be a really critical step for hydrogen embrittlement on a macroscopic scale, detectable with loss of fracture load. Thus hydrogen transport by dislocation dragging is a well established phenomenon, but the question of whether or not it should be considered as a mechanism of embrittlement *per se* still remains open.

Lattice diffusion and dislocation sweeping may be predominant depending on the specific material and external conditions, so any hydrogen embrittlement theory should consider both transport modes. In this framework, and to rationalize hydrogen embrittlement data, it would be extremely important to discriminate the effects of hydrostatic stress fields from those of equivalent stress distributions (related to plastic zone progress) to evaluate the predominant mode of hydrogen transport on a macroscopic (continuum mechanics) scale. The same applies to the discrimination between the two commonly competing effects associated with dislocation movement: enhanced transport and enhanced trapping of hydrogen.

2.3. Kinematic modelling of hydrogen assisted fracture of pearlitic steels: role of local strain rate

This section deals with a kinematic modelling (strainrate based) of hydrogen induced fracture in round notched samples and pre-cracked specimens of high strength steel. It is well known that environmentally assisted fracture (EAF) phenomena are localized and transient, the effect of strain rate being relevant. However, when precracked or notched specimens are used, it is the local strain rate at the crack or notch tip —and not the externally applied testing displacement rate— that is the variable controlling the environmental process.

The present approach consists of the calculation —by analytical or numerical methods— of the local strain rate at a crack or notch tip as a function of the global strain rate in the specimen. *Local or effective strain rate* is the damage variable governing the EAF process, whereas *global*, *nominal or applied strain rate* is the control variable during the test.

In ref. [11], the approach was applied to the formulation of a kinematic fracture criterion for round notched samples of high strength steel under hydrogen embrittlement environmental conditions. Experimental results of hydrogen embrittlement tests, represented as a function of global strain rate, were seen to be dependent on the geometry. To unify the results, the average value of the equivalent stress was computed over the critical region or microscopically affected zone (TTS). In addition, local strain rate in the vicinity of the notch tip was averaged over the critical region (space average) and throughout the test duration (time average). The final operation was the change of variable from global to local strain rate. Fig. 4 gives the results according to this approach, showing that most of them fit into the same universal curve (geometry-independent). The limit of applicability of this formulation is given by the asymptotic value (for quasi-static tests) of the critical equivalent stress for each geometry, represented by the horizontal dashed lines in the left part of Fig. 4.

In ref. [12] a simple analytical procedure was proposed to estimate the local strain rate at a crack tip and again the estimation was experimentally checked by applying the kinematic fracture criterion proposed previously [11] for high strength steel under hydrogen embrittlement environmental conditions. Calculation of the local (crack tip) strain rate was performed on the basis of the elastic displacement distribution in the vicinity of a crack tip in conditions of plain strain, cf. [12]. The depth of the maximum hydrostatic stress point (the other relevant variable in hydrogen assisted cracking) was obtained by using approximate stress distributions in the vicinity of the crack tip in the elastic-plastic regime, or was calculated as the asymptotic depth (for quasi-static tests) of the hydrogen affected area. Fig. 5 shows the results of this approach in dimensionless form. If compared with Fig. 4, it is clear that both sets of experimental results show the same trend when expressed in terms of the dimensionless local strain rate in the vicinity of the crack or notch tip, which confirms the very important role of this variable in hydrogen embrittlement processes in the presence of stress or strain localization near a crack or notch.



Fig. 4. Kinematic modelling of hydrogen assisted fracture of round notched samples: critical equivalent stress in hydrogen environment (σ^*) as a function of the average value of the *local* strain rate in the vicinity of the notch tip (ϵ^*); dimensioness variables, cf. [11]. Horizontal dashed lines refer to the quasi-static tests.



Fig. 5. Kinematic modelling of hydrogen assisted fracture of pre-cracked samples: critical equivalent stress in hydrogen environment (σ^*) as a function of the average value of the *local* strain rate in the vicinity of the crack tip (ε^*); dimensioness variables, cf. [12].

Furthermore, on performing a linear fitting of the results of Fig. 4 (notched samples) and Fig. 5 (cracked samples), the following equations are obtained:

NOTCHED SAMPLES:

$$\sigma^* = 0.15 \log \varepsilon^* + 0.99 \quad (\varepsilon^* \ge \varepsilon_{\perp}^*)$$

CRACKED SAMPLES:

$$\sigma^* = 0.13 \log \varepsilon^* + 0.96 \quad (\varepsilon^* \ge \varepsilon_{)}^*$$

which demonstrates that the two approaches produce an almost identical kinematic relationship between the dimensionless stress σ^* and the dimensionless strain ϵ^* .

Paper [13] goes further in the analysis of notch-tip local strain rate and demonstrates that the relationship between local and global strain rates depends not only on the specimen geometry but also on the stress-strain curve of the material and on the load applied on the sample (the latter two factors controlling the plastic strain distribution in the overall geometry, and particularly in the vicinity of the notch tip), which implies that local strain rate changes with time, even for constant global strain rate externally applied, as in the case of slow strain rate tests. The spreading of the plastic zone is the key item to determine the evolution of the notch tip strain rate, which demonstrates the importance of the notch geometry and the constitutive equation of the material (stress-strain curve). This material dependence is also present in cracked geometries, and thus crack tip strain rate depends also on the stress-strain relationship and changes with time, which indicates that further refining of available models and estimations is required.

In ref. [14], the local strain rate at a crack tip of a cracked cylindrical specimen was numerically computed as a function of the global strain rate externally applied (or testing displacement rate) for cracked geometries of different crack lengths and distinct constraint stress states (axisymmetric and plane strain). The global analysis demonstrated that the extension of the plastic zone is broader in the plane-strain specimens (higher equivalent stress), while the level of hydrostatic stress is higher in the axisymmetric specimens. The local strain rate at the crack tip changes as the straining proceeds, i.e., it depends on the global strain externally applied at the sample ends. In axisymmetric specimens, the cracktip strain rate increases monotonously as the straining proceeds, whereas in the plane-strain specimens the relationship between local and global strain rate is almost constant when a certain level of straining is reached. The application of these results to stress corrosion testing is discussed in [14].

2.4. Chemical modelling of hydrogen diffusion in pearlitic steels: role of residual stresses

This section illustrates chemical modelling of environmentally assisted fracture processes, and describes a computer model to predict the life of prestressing steel wires in a standard solution that promotes hydrogen embrittlement. The model allows the introduction of residual stresses which influence the hydrogen concentration at the wire surface and the hydrogen diffusion towards the inner points, thus conditioning the life of the wire in the solution. It is based on the following hypotheses [15]:

• Hypotheses of diffusion

D1. Hypothesis of absorption.- The absorption of adsorbed hydrogen at the metal surface is considered quasi-instantaneous. Hydrogen embrittlement tests on brittle materials such as high-strength prestressing steels confirmed this assumption, since the damaging effect of hydrogen is detectable even in very short tests. The hypothesis was also verified in highly ductile metals such as austenitic stainless steels, so it is assumed to be valid for an extended set of materials with ductile or brittle behaviour in the presence of hydrogen.

D2. Hypothesis of transport.- It is assumed that the main hydrogen transport mechanism is stress-assisted diffusion. This hypothesis was seen to be adequate for high-strength steels in aqueous environments promoting hydrogen embrittlement, and even for austenitic steels with a modified hydrogen diffusion coefficient in the damaged material. The other important mechanism of hydrogen transport (dislocation movement) is not very important in specimens under quasi-static loading. An effective diffusion coefficient is considered to account for the hydrogen traps (static dislocations and others).

D3. Hypothesis of cylindrical symmetry.- The hydrogen entry and diffusion towards the inner points are assumed to possess cylindrical symmetry, i.e., every point of a circumference with its centre at the cylinder axis is supposed to receive the same amount of hydrogen, the concentration depending only on the radial length (distance from the free surface). This hypothesis is consistent with the specific symmetrical character of the process itself, so it is assumed that there is no difference between points located at the circumferences, i.e., no privileged points for diffusion are allowed.

• Hypotheses of fracture

F1. Hypothesis of damage localization.- The fracture phenomenon is spatially localized and the damage is assumed to be concentrated as a discrete part-through

crack perpendicular to the bar axis, thus losing the cylindrical symmetry. Then, although hydrogen diffusion is considered to be axisymmetric (and thus hydrogen concentration is constant along circumferences) there is a certain time at which local damage in the form of a crack appears, in the same way as the necking phenomenon emerges in a standard tension test. This hypothesis seems to be more adequate for highstrength steels (brittle) in which damage localization appears as a discrete surface crack, whereas in austenitic stainless steels (ductile), hydrogen damage develops continuously in volume in the form of notch extension.

F2. Hypothesis of initiation.- Fracture initiates when the hydrogen reaches a critical concentration c_c over a distance x_c (process zone, damaged area or critical size for initiation); then it is assumed that a crack of depth x_c is created and that this is precisely the *embrittled* zone. The critical concentration c_c depends on the environmental conditions (hydrogen embrittlement in this case) and thus is considered as a material property.

F3. Hypothesis of propagation.— The propagation time, i.e., the time required to propagate the crack from the initial size x_c up to a critical value to produce the final fracture of the sample, is neglected. Then it is assumed that the initiation time coincides with the time to fracture or critical time t_c . In accordance with this hypothesis, the damage process is time–localized just at the instants previous to the global catastrophic failure of the structural element, which is feasible in high-strength steels considering the rather high sub-critical crack growth rate. In austenitic steels the hypothesis also seems adequate, since the effects of hydrogen can only be detected in the final stages of fracture unless very high fugacities of hydrogen are used.

With F1 the fracture phenomenon is modelled as a damage process spatially localized, whereas F2 and F3 imply a time localization of damage/fracture. Although the initiation of fracture is really a progressive process, it is assumed that the specimen remains unaffected until a crack of depth x_c is created (space localization), the moment at which it propagates in an unstable manner up to the final fracture (time localization). This implies that initiation and fracture criteria are equivalent and that there is no subcritical crack growth.

The model was experimentally checked in [16] by performing numerical computations on steel wires with very different residual stress profiles and comparing model predictions and experimental results of the Ammonium Thiocyanate Test (ATT) proposed by the International Federation for Prestressing (FIP) to evaluate the susceptibility to hydrogen embrittlement of prestressing steels. The computational results —in the form of curves of the applied stress vs. time to failurefor the material with zero, tensile and compressive residual stresses, are shown in Figs. 6 (35°C) and 7 (50°C), together with the boundaries of the experimental scatter band (dashed lines). In both cases the agreement between model predictions and experimental results is excellent, because the curve for the material free of residual stresses exactly fits the central tendency of the experimental results, whereas curves for tensile and compressive residual stresses approach the boundaries of the experimental scatter area, which demonstrates the goodness of the proposed approach —and its computer model implementation— to estimate the wire life in the ATT and thus to analyze the role of surface residual stresses in the hydrogen embrittlement susceptibility of prestressing steel wires.



Fig. 6. Computational results at 35°C for different residual stress levels and boundaries of the experimental scatter area (dashed lines).



Fig. 7. Computational results at 50°C for different residual stress levels and boundaries of the experimental scatter area (dashed lines).

Tensile residual stresses enhance hydrogen penetration into the critical area, thus decreasing the life of the wire, whereas compressive residual stresses delay the hydrogen ingress, thus extending the wire life. The explanation of these assertions lies in the fact that hydrogen diffusion is governed not only by the concentration gradient, but also by the hydrostatic stress field in the material which is itself influenced by the residual stress distribution. This also explains why the experimental scatter increases as the externally applied stress decreases and the residual stress level becomes more important.

Paper [17] emphasizes the important effects of residual stress levels on hydrogen embrittlement susceptibility of prestressing steels, since the steel wire behaves as if the stress level effectively acting on the damage process were the real applied stress plus the main level of residual stress (average value). Therefore, an effective stress may be defined as $\sigma_{eff} = \sigma_{app} + \sigma_{res}$, where σ_{app} is the stress externally applied in the ATT test and σ_{res} the average residual stress level. In Fig. 8 a plot is given of the above defined effective stress as a function of the time to failure. At both temperatures, the results associated with the different levels of residual stresses fit into the same curve, which indicates that the time to failure in the ATT is a single function of the effective stress and this is the relevant variable in engineering design against hydrogen assisted cracking (or hydrogen embrittlement) of prestressing steel wires.



Fig. 8. Effective stress vs. time to failure

The concept of effective stress is a useful tool in design of prestressed concrete structures. It indicates that variations of residual stress and increments of externally-applied stress are equivalent from the point of view of hydrogen embrittlement. Thus the engineer can choose the best prestressing steel on the basis of the residual stress distribution induced by the manufacturing process (which can be measured by X-ray diffraction).

2.5. Mechanical modelling of hydrogen induced damage in austenitic steels: notch extension effect

In this section, two mechanical models are presented to describe the failure behaviour of 316L austenitic stainless steel notched bars in hydrogen. Tests [18] showed that macroscopic effects of hydrogen consisted of a decrease in fracture load almost independently of notch radius (for the same notch depth).

From the micromechanical point of view, hydrogen induced damage consisted of micro-cracking in the area surrounding the notch [19, 20], thereby suggesting two mechanical models to describe the embrittlement effect due to the presence of hydrogen [19, 20]. The *notch* extension model (NEM) considers that the hydrogen effect can be modelled as a geometric enlargement of the notch. In the *notch cracking model* (NCM), it is assumed that the embrittled area at the notch tip behaves as a macroscopic crack extending the original notch.

The two models are sketched in Fig. 9. In both, the failure load was calculated as a function of damage depth (c), where the latter means notch depth increment in the NEM and extra-crack depth in the NCM. The values for the NEM can be estimated by dimensional analysis, which gives the plastic-instability failure load for an axisymmetric notched bar, cf. [20]. Values for the NCM can be numerically computed by the finite element method with an elastic-plastic code. Then the load-elongation curves of notched specimens with cracks of different depths emanating from the notch tip were numerically obtained to determine the failure load corresponding to each crack length, as described in [20].

Hydrogen embrittlement test results for the two notched geometries used in the experimental programme (sharp notch specimen and blunt notch specimen) were given in terms of failure load decrease in hydrogen vs. embrittlement time (time to failure, up to the maximum load). Since model predictions were in the form of failure load decrease vs. damage depth, a datafitting technique was used to obtain an evolution law of damage depth with time.

Fig. 10 shows model predictions and experimental results. By choosing the adequate time scale (second vertical axis) the experimental points cluster round the curve of the NEM. It is not possible to fit such results into the curve of the NCM, even changing the scales of the second y-axis. For the NEM, it might be possible to obtain a similar clustering by assuming a different evolution law for damage depth in time and some kind of relationship between this variable and the ratio a/R. However, this new damage NEM would be equivalent to the old one, but more complicated, in representing the

hydrogen effect from a mechanical point of view. Only an exhaustive microscopical analysis of the shape and the evolution of the damaged zone would determine which is nearer to the physical reality.



Fig. 9. Mechanical modelling of hydrogen induced damage in round notched specimens of 316L austenitic stainless steel: notch extension model (NEM) and notch cracking model (NCM).



Fig. 10. Mechanical modelling of hydrogen induced damage in round notched specimens of 316L austenitic stainless steel: model predictions and experimental results of hydrogen embrittlement tests.

Paper [21] goes further in the fractographic analysis of the broken specimens by assembling micro-fracture maps (MFM) of the whole fracture surface obtained by scanning electron microscopy (SEM), showing that the microscopical appearance of the *embrittled zone or area* damaged by hydrogen (external circumpherential ring) is very rough and irregular at the microscale, with evidence of microcracking or secondary cracking, in contrast with the smooth surface (at the microscale) created by microvoid coalescence (MVC or dimpled fracture) in the inner core which is not embrittled by hydrogen.

The influence of the notch geometry on the MFM obtained in air is observed in the type of micro-voids which appear in the MVC fracture surface. While in the sharp notched samples (higher triaxiality) the microvoid density is very high, the blunt notched samples (lower triaxiality) present lower microvoid density, although the maximum microvoid size is higher. This fact is consistent with the classical models of void growth which assume that the triaxiality level enhances the void growth rate but limits the critical void size.

Hydrogen inhibits the void growth in the external ring and produces the microcracked topography. As a consequence, the triaxiality level in the internal core increases due to secondary cracking in the external ring, thus increasing the microvoid growth rate and lowering their critical size, so that the MVC appearance in the hydrogen embrittlement tests is similar in both notched geometries (after secondary cracking they reach a similar triaxiality level) and similar to that obtained in air for the sharp notched specimens.

With regard to the embrittled zone in the form of a microcracked ring, its appearance is similar in all tests. although its roughness increases as the embrittlement time increases, so that in the slowest tests the evidence of multi-cracking at different levels (and thus extended in volume) is clearer. The depth x of this embrittled zone was measured in the MFM in relation to the notch tip, and a plot representing this depth vs. the embrittlement time is given in Fig. 11, where it is observed that the damage depth increases with the test time. The results are not strongly dependent on the notch geometry. which is consistent with the previous reasoning, since the hydrogen damage consists of microcracking in the ring and this increases the triaxiality level and makes the behaviour of both notched specimens similar. In spite of this general trend, results for the sharp notched geometries seem to be above those for the blunt notched geometries, which could indicate that the stress ---or strain-concentration enhances the hydrogen transport.

In [22], an integrated approach to the modelling of hydrogen assisted failure in 316L steel is presented. The approach includes experimental, fractographic, numerical and theoretical analysis. The physical adequacy of the mechanical models of hydrogen embrittlement (NEM and NCM) is discussed by comparing the *virtual* damage depth (theoretical) predicted by the models with the embrittled zone (micro-physical) measured in the fractographic analysis by scanning electron microscopy. To this end, Fig. 12 shows the comparison between model predictions and experimental results expressed as a relationship between damage depth measured by fractographic methods [21] and failure load in hydrogen environment. It is seen that the experimental results cluster round the curve of the NCM, which is more adequate from the fractographic viewpoint. It is thus demonstrated that the hydrogen damaged region (microcracked ring) may be modelled as a macroscopic crack extending the original notch. Thus hydrogen promotes surface microcracking (or secondary cracking) up to the point of maximum load (instability point) from which failure takes place by plastic instability associated with a microscopical mechanism of MVC.



Fig. 11. Depth of the zone damaged by hydrogen as a function of embrittlement time.



Fig. 12. Fractographic (microscopic) assessment of the models: comparison between model predictions and experimental results expressed as a relationship between damage depth and failure load F_m in hydrogen environment (F_0 is the failure load in air).

3. CORROSION ASSISTED CRACKING OF PROGRESSIVELY DRAWN PEARLITIC STEEL FOR CIVIL ENGINEERING USE: A MATERIALS SCIENCE APPROACH

The study of high-strength prestressing steels is of special importance in civil engineering structures where prestressed concrete is widely used. These steels are manufactured from a previously hot rolled bar with pearlitic microstructure which is heavily cold drawn in several passes to produce the commercial prestressing steel wire with increased yield strength obtained by a strain-hardening mechanism. Thus the final commercial product has undergone strong plastic deformations able to modify drastically its microstructure.

Cold drawing induces progressive anisotropy in the material as a consequence of the important changes at the microstructural level. Although it is clear that cold drawing improves the (traditional) mechanical properties of the steel (i.e., those properties useful for regular engineering service), the microstructural changes during manufacture may produce anisotropic properties related to fracture and stress corrosion cracking and these effects could be dangerous when the materials work in aggressive environments. Thus, contributions to a better understanding of microstructural evolution in pearlitic steels subjected to cold drawing should be welcome, not only for purely scientific reasons, but also from the engineering point of view.

This section of the present review paper summarizes the achievements of a basic research line at the Materials Science Department of the University of La Coruña in the field of environmentally assisted cracking in general and of hydrogen degradation in particular. It deals with a materials science approach to the study of corrosion assisted cracking of progressively drawn pearlitic steels for civil engineering use. The approach is based on the fundamental idea of materials science: that of linking the microstructure of the different steels (progressively oriented as a consequence of the manufacture process by cold drawing) with their macroscopic stress-corrosion behaviour (increasingly anisotropic as the degree of cold drawing increases).

The first part of the research was the metallographic analysis. Attention was paid to the evolution with cold drawing of the two basic microstructural levels: the pearlite colonies (first level) and the pearlitic lamellae (second level). With regard to the first microstructural level, a progressive elongation and orientation of the pearlitic colonies in the cold drawing direction (wire axis) was observed. In the matter of the second microstructural level, the analysis showed an increasing closeness of packing (with decrease of the interlamellar spacing) and a progressive orientation of the pearlitic lamellar microstructure in the cold drawing direction. Therefore, both pearlite colonies and pearlitic lamellar microstructure tend to align to a direction quasi-parallel to the wire axis as cold drawing proceeds.

The second part of the research consisted of a programme of stress corrosion cracking tests under both cathodic and anodic conditions to promote two very different mechanisms of cracking: hydrogen assisted cracking (HAC) and localized anodic dissolution (LAD). Both types of stress corrosion test confirm that the cold drawn steels exhibit anisotropic behaviour associated with a clear change in crack propagation direction which approaches the wire axis or cold drawing direction. In both regimes (HAC and LAD) there is a correlation between the microstructural orientation angles (at the two levels of pearlitic colonies and lamellae) and the propagation angles of the macroscopic crack, which clearly demonstrates the influence of the oriented microstructure --- and thus of the manufacture process by increasing cold drawing--- on the macroscopic corrosionassisted behaviour of the steel wires.

3.1. Microstructural evolution with cold drawing

To analyze the progressive microstructural changes in the steel, samples from an industrial manufacturing process were used. The steel passes through several dies that produce a reduction of the wire section in each pass, and thus each stage can be characterized by its diameter. To perform this work, the manufacture chain was stopped in the course of the process, and samples of five intermediate stages were extracted, apart from the original material or base product (hot rolled bar not cold drawn at all) and the commercial product (prestressing steel wire heavily cold drawn). The metallographic analysis dealt with the two basic microstructural levels in pearlitic steels: the pearlite colony (i.e., the first microstructural level) and the pearlitic lamellar microstructure consisting of alternating plates of ferrite/cementite (second microstructural level).

3.1.1. Pearlite colony

Longitudinal (L) and transverse (T) sections of all steels were cut and mounted to reveal the microstructure. The shape of the pearlite colony (i.e., the set of parallel ferrite and cementite lamellae) was modelled as an ellipsoid, as shown in Fig. 13. Thus the ellipsoidal axes allow a quantification of both the colony size and the orientation angle of the pearlite colony in relation to the main directions of the steel wire. In the L-section, the orientation angle β is measured between the wire axis (z direction) and a test line defined by the major axis (2c) of the elliptic section of the colony. In the T-section, the orientation angle θ is measured between the radial axis (r direction) and a test line defined by the major axis (2b) of the elliptic section.



Fig. 13. Ellipsoidal model for the pearlite colony and procedure for measuring the orientation angles β (L-section) and θ (T-section).

In the matter of the size of the pearlite colonies [23], Fig. 14 plots the dimensions of the ellipsoid (L- and Tsections) as a function of the cold drawing degree represented by the ratio of the diameter of the steel wire at each stage of the process (D_i) to the initial diameter of the base material (D_0) . In the L-section, the major axis length (2c; cf. Fig. 13) grows moderately until the fourth stage of cold drawing. From this stage, the effect of plastic deformation produced by cold drawing results in a marked enlargement of the main dimension of the pearlite colony. On the other hand, the minor axis 2a shows a slight decreasing trend and thus the difference between the axes 2a and 2c becomes larger as the cold drawn level increases. In the T-section, both major and minor axes (2a' and 2b) are shortened by the plastic deformation generated by cold drawing. The numerical values of the minor axes of the elliptical L- and Tsections (2a and 2a') are really similar, which indicates that the colony can be considered as axisymmetric, the axis of symmetry being that corresponding to the dimension 2c.

With regard to the orientation of the pearlite colonies [24], Fig. 15 shows the evolution of the orientation angles for different degrees of cold drawing. In the L-section the angle decreases clearly with cold drawing while in the T-section it remains quasi-constant with a value near 50°, i.e., whereas a marked orientation effect in the cold drawing (axial) direction is detected in the L-cut (specially in the heavily drawn steels), a random orientation is found in the T-cut for all the drawing steps. It indicates that the colonies evolve towards an oriented arrangement.



Fig. 14. Dimensions of the pearlite colony (L- and T-sections) for different degrees of cold drawing.



Fig. 15. Orientation angles β and θ (cf. Fig. 13) of the pearlite colony for different degrees of cold drawing.
As a summary of the effects of cold drawing on the evolution of the pearlite colony, it can be said that a first effect of cold drawing is a progressive orientation of the pearlite colony with its main axis approaching the axis of the wire or cold drawing direction. This effect seems to be really predominant in the first stages of the manufacturing route.

The second effect of cold drawing is to slenderise the pearlite colony, producing a clear enlargement of the main axis (quasi-parallel to that of the wire) and a shortening of the secondary axis (perpendicular to the former). This effect seems to predominate in the final stages of the manufacturing route.

3.1.2. Pearlitic lamellar microstructure

Scanning electron microscopy (SEM) was needed to resolve the lamellar microstructure of the pearlite. Fig. 16 offers the pearlite interlamellar spacing as a function of the degree of cold drawing [25]. During the drawing process, the ratio S_i/S_0 of the interlamellar spacing in an intermediate (i) step of the process to the initial (0) interlamellar spacing in the hot rolled base material decreases as the wire diameter diminishes, i.e., as the cold drawing proceeds.



Fig. 16. Pearlite interlamellar spacing for different degrees of cold drawing.

This trend is maintained throughout the straining sequence, although the decrease rate of interlamellar spacing is not constant, so that three stages may be distinguished (cf. Fig. 16). Part I corresponds to slightly drawn steels for which the decrease of S_i is not drastic, and is reflected in the curve which shows a slight slope. In the second part (II) the slope is now significant. Finally the last part III which corresponds to heavily

drawn steels has a very high slope which indicates that the decreasing rate of the interlamellar spacing is much higher than in previous phases of the process. This representation suggests that three sequential intervals exist during manufacturing where the effect of strain on interlamellar spacing may be considered constant and these intervals are associated with three parts of the curve in Fig. 16 and their respective slopes which give the interlamellar spacing decrease rate with cold drawing.

In the matter of the orientation of the pearlitic lamellar microstructure [26], Fig. 17 shows the ϕ angle between the radial direction of the wire and the vector normal to the cementite plates, measured in both L- and T-sections. Thus the angle ϕ in the L-section is 90° when the plates are aligned perpendicularly to the axial direction, and 0° when the plates are parallel to the axial direction. In the T-sections the angle exhibits no relevant difference between the steels. The L-section, on the other hand, shows a decreasing trend throughout the process, more intense in the later stages of the cold drawing (manufacturing) process.



Fig. 17. Orientation angles of the lamellae for different degrees of cold drawing.

3.2. Microstructure and macroscopic stresscorrosion behaviour

3.2.1. Hydrogen assisted cracking (HAC)

The HAC tests on pearlitic steel wires with different degrees of cold drawing are described in [27]. After the experiments, a progressive change in the macroscopic topography as the cold drawing increases was observed in all fracture surfaces. Fig. 18 offers a 3D-view of the fracture surfaces and Fig. 19 shows the procedure for measuring the geometric parameters of the crack path in the two obtained cases of mode I crack growth and mixed mode propagation.



Fig. 18. Evolution with cold drawing of fracture surfaces in HAC, from slightly to heavily drawn steels (left to right). Increasingly anisotropic behaviour with cold drawing (f: fatigue; I: mode I propagation; II: mixed mode propagation; F: final fracture by cleavage).



Fig. 19. Geometric parameters describing the fracture path in HAC: slightly drawn steel (left) and heavily drawn steel (right).

It is seen that mixed mode crack growth appears from a certain cold drawing level, and is associated with crack deflection which starts just at the tip of the fatigue precrack, i.e., a deviation in the crack growth path, from its initial fatigue crack growth path, appears at the very beginning of the HAC test. In the first steps of cold drawing the crack growth develops in mode I in both fatigue precracking and hydrogen-assisted cracking. In steels with an intermediate degree of drawing, there is a slight deflection in the hydrogen-assisted crack, and this deflection is not uniform along the crack front but produces a wavy crack at different levels, and finally returns to the direction perpendicular to the wire axis. For the most heavily drawn specimens the crack deflection takes place suddenly after the fatigue precrack and the deviation angle is higher and more or less uniform along the whole crack front. In these last stages of cold drawing, not only crack deflection but also crack branching is observed just after the fatigue precrack tip, i.e., there are two predamage directions (crack embryos), only one of which becomes the final fracture path.

3.2.2. Localized anodic dissolution (LAD)

The LAD tests on pearlitic steel wires with different degrees of cold drawing are described in [28]. After the tests, a progressive change in the macroscopic topography as the cold drawing increases was observed in all fracture surfaces. Fig. 20 offers a 3D-view of the fracture surfaces and Fig. 21 shows the procedure for measuring the geometric parameters of the crack path in the cases of mode I and mixed mode.



Fig. 20. Evolution with cold drawing of fracture surfaces in LAD, from slightly to heavily drawn steels (left to right). Increasingly anisotropic behaviour with cold drawing (f: fatigue; I: mode I propagation; II: mixed mode propagation; F: final fracture by cleavage).



Fig. 21. Geometric parameters describing the fracture path in LAD: slightly drawn steel (left) and heavily drawn steel (right).

In slightly drawn steels, the fracture surfaces were plane and oriented perpendicularly to the loading axis. In the steels with intermediate and high levels of cold drawing, the macroscopic fracture profile presents three characteristic zones, as sketched in Fig. 20. After the fatigue precrack there is a first propagation in its own plane (mode I cracking) over a distance x_{I} ; after this the crack changes its propagation direction and a mixed mode propagation takes place over a distance x_{II} (measured as the horizontal projection); finally the crack path follows the original direction up to final fracture. For heavily drawn steels the mode I propagation distance decreases as the cold drawing degree increases, the step appears earlier and is associated with increasing values of the angle θ and the step height h, i.e., the crack growth path approaches the drawing direction.

3.2.3. Materials science approach

The experimental results showed a fundamental fact in both HAC and LAD: the stress-corrosion behaviour becomes more anisotropic as the degree of cold drawing increases, so a transverse crack tends to change its propagation direction to approach that of the wire axis, and thus a mode I growth evolves towards a mixed mode propagation. It may be assumed that the microstructural orientation in drawn steels influences their macroscopic behaviour, so the stress-corrosion resistance is a directional property depending on the microstructural orientation in relation to the cold drawing direction (strength anisotropy with regard to stress corrosion cracking). The research in papers [27, 28] establishes a link between the steel microstructure (progressively oriented as a consequence of cold drawing) and its macroscopic stress corrosion behaviour (increasingly anisotropic as the degree of cold drawing increases).

Fig. 22a shows a plot of the evolution of the orientation angles of the pearlitic colonies and lamellae with cold drawing (angle α between the transverse axis of the wire and the major axis of the pearlite colony, modelled as an ellipsoid, angle α' between the transverse axis of the wire and the direction marked by the pearlite lamellae in the longitudinal metallographic section). In both cases there is an increasing trend with cold drawing, i.e., both the pearlite lamellae and the colonies become increasingly aligned in the cold drawing direction. The angles α and α' are measured from the radial direction (the direction of the initial crack in mode I) in the fracture mechanics sense, i.e., they are the complementary angles of those measured in the metallographic L-sections (given in Figs. 15 and 17).

Fig. 22b shows the evolution with cold drawing of macroscopic parameters characteristic of the crack path (fracture profile) in the HAC tests, and Fig. 22c shows the same in the LAD tests. The behaviour is qualitatively similar in both, i.e., isotropic or quasiisotropic in the slightly drawn steels and increasingly anisotropic with cold drawing. The important difference is that the material is able to undergo mode I cracking in LAD conditions, even for the heavily drawn steels, although when the crack deflection appears, the mode I propagation distance is a decreasing function of the degree of cold drawing.

As shown in Fig. 22, the progressive microstructural orientation (at the two levels of colonies and lamellae) clearly influences the angle and height of the fracture step (increasing with the degree of cold drawing in both HAC and LAD) and the mode I distance in LAD (decreasing with it in the case of heavily drawn steels).

The change in crack propagation direction can be considered as the proof of the microstructurally-induced strength anisotropy in these materials: from a certain degree of cold drawing the cracks find propagation directions with lower stress corrosion resistance (the same happened in the case of fracture processes in air). This suggests that the macroscopic environmentally assisted fracture behaviour of the different steels (progressively anisotropic with cold drawing) is a direct consequence of the microstructural evolution towards an oriented arrangement.



Fig. 22. Relationship between microstructure and macroscopic stress-corrosion behaviour: (a) evolution with cold drawing of the orientation angles of colonies and lamellae in the pearlitic microstructure; (b) evolution with cold drawing of the macroscopic crack angle and step height in HAC conditions; (c) evolution with cold drawing of the macroscopic crack angle, step height and mode I propagation distance in LAD conditions; the angles α , α' and θ are measured from the radial direction (transverse to the wire axis).

4. FRACTURE MECHANICS APPROACH TO HYDROGEN ASSISTED CRACKING: ANALYSIS OF THE K-DOMINANCE CONDITION

This section of the present review paper summarizes the achievements of a basic research line at the Materials Science Department of the University of La Coruña in the field of environmentally assisted cracking in general and of hydrogen degradation in particular. It deals with the meaning and significance of the fracture mechanics approach to hydrogen assisted cracking, analyzing the question of K-dominance not only over the purely mechanical aspects, but *also* over the environmental (physico-chemical) events influencing the whole coupled process of hydrogenation and failure.

Two key factors able to violate the uniqueness of the crack growth kinetics curve v = v(K) are discussed: the role of *far field* (the stress-strain field which is not *K*-dominated) and the effect of the *history* of hydrogenation and crack growth. Stress-strain assisted diffusion of hydrogen is considered as the rate-controlling factor of hydrogen assisted cracking under sustained or quasi-static loading conditions. The far field is shown to have a minor effect on near-tip hydrogen diffusion. It can only widen the scatter band of crack growth rates in the near-threshold portion of the v(K)-curve.

With regard to the effect of history, the study reveals that hydrogenation and crack growth are coupled processes, one influencing the other, so the crack growth kinetics curve v = v(K) is not unique as an intrinsic material property must be. However, a special regime of steady-state crack growth is seen to exist in which hydrogen assisted cracking turns out to be a *K*dominated process, and the corresponding plot of the steady-state v against K acquires the uniqueness of a material's characteristic curve which may be used in engineering to provide more conservative evaluation of material resistance and structural integrity.

4.1. Introduction

Engineering design frequently involves problems of environmentally assisted cracking (EAC) in materials and structures, a phenomenon which appears in diverse forms such as stress corrosion cracking, hydrogen assisted cracking (HAC), liquid metal embrittlement, etc. In this framework, the fracture mechanics approach has proved to be effective for material evaluation and structural integrity assessment.

In the domain of linear elastic fracture mechanics under small scale yielding, the stress intensity factor K is the only parameter governing the stress-strain state in the vicinity of the crack tip. The key of the fracture mechanics approach to EAC is the *crack growth kinetics* curve (Fig. 23): a plot of crack growth rate v vs. stress intensity factor K, defined between the threshold $K_{\rm th}$ (below which the crack growth rate v is zero) and the fracture toughness K_c .



Fig. 23. Scheme of a typical crack growth kinetics curve with three stages: near-threshold (I), plateau (II) and mechanical final fracture (III).

The idea of *uniqueness* of v(K)-curves and thresholds K_{th} as intrinsic characteristics of {material-environment} systems forms the backbone of the approach and ensures the soundness of applications in engineering design. This uniqueness ensures the *similitude* of crack behaviour in test specimens and in structural components in service, thereby providing *transferability* of laboratory testing data to real engineering structures.

If the v(K)-curve including K_{th} is indeed unique for a given {material-environment} couple, any discrepancy between predicted and real behaviour should be attributed to roughness in the analysis or experimental scatter but not to the concept. Otherwise, conceptual weakness makes the predictions less reliable and calls for more constraints on testing and evaluation to obtain data of the crack growth resistance parameters in an aggressive environment.

The reliability of the fracture mechanics approach to EAC in engineering design was reviewed in [29], where an ample range of experimental evidence of uncertainty in the v(K)-curve and the threshold K_{th} is presented. Although these items are supposed to depend solely on the material and the environment, they are notably sensitive to the influence of a wide family of test/service variables, namely the following (cf. [29]):

(i) *pre-loading*: fatigue pre-cracking regime and overloads;

(ii) geometry: crack length, crack bluntness and stress intensity gradient;

(iii) *kinematics*: initial load, test interruption, rate of loading/straining.

The results quoted show that the same stress intensity factor does not always yield equal crack velocities in otherwise identical couples {material-environment}. The observed deviations cannot be related to imperfect testing and are systematic as distinct from obvious statistical scatter of test data. This uncertainty of the basic fracture mechanics characteristics of EAC produces loss of confidence in materials evaluation and structural integrity assessment.

In paper [30], a deal of uncertainty of EAC characterisation is eliminated in a strictly *local* fracture mechanics approach where both the mechanical and the environmental factors are treated in terms of local variables related to the crack tip. However, this local interpretation of the crack growth kinetics curve still remains incomplete and does not meet the essential requirements of an intrinsic material curve.

To solve the problem, a procedure is proposed in [30] for engineering safe design against EAC. For a given {material-environment} system, the aim is to find the *worst* crack tip situation producing the fastest crack growth rate v_m attainable at each K. The corresponding master curve $v_m(K)$ is the envelope of all possible v(K)-curves for a {material-environment} couple and represents an intrinsic characteristic of the system: the weakest resistance to EAC.

However, the extent to which the v(K)-curve and the threshold K_{th} are the properties of only the material and the environment becomes an open issue. This kind of uncertainty means that the process in general is not exclusively K-dominated, although no attempt has been made in the past to elucidate the matter of K-dominance over the whole family of contributing events as the check-point for the soundness of the fracture mechanics approach to EAC.

The present paper reviews some recent research work by the authors on the meaning and significance of the fracture mechanics approach to the particular phenomenon of HAC (very important in engineering). The final aim is to elucidate the question of Kdominance not only over the mechanical aspects of the phenomenon but *also* over the environmental (physicochemical) events affecting the coupled process of hydrogenation and failure.

4.2. Meaning and significance of the fracture mechanics approach to HAC

4.2.1. Key events of HAC

The main events associated with HAC are [31]:

(i) hydrogen supply to the prospective fracture places, involving hydrogen transport to metal, entry into it and transport within it;

(ii) stress-strain state as mechanical impetus for hydrogen assisted damage;

(iii) damage enhancement by hydrogen.

Crack tip hydrogen activity may be presented in terms of its partial pressure P^{CT} in gaseous environments or the electrode potential E_v^{CT} and the hydrogen ion exponent pH^{CT} in corrosive conditions (all referred to the crack tip zone). They can significantly differ from Por E_v and pH (characteristics of the bulk environment). Relations of bulk and local environment parameters are governed by in-crack environmental currents and kinetic processes of mass-charge exchange and chemical reactions (Fig. 24). Thus, local environmental variables depend on the geometry of the crack and on time *t*:

$$P^{\text{CT}} = P^{\text{CT}}(P, a, \delta, t) \tag{1}$$

in gaseous environments, or

$$pH^{CT} = pH^{CT} (pH, E_v, a, \delta, t)$$
(2)

$$E_{v}^{CT} = E_{v}^{CT} (\text{pH}, E_{v}, a, \delta, t)$$
(3)

in corrosive ones, where the geometry parameters a (crack depth) and δ (the height of an opened crack) represent the characteristic transportation distance from bulk environment to the crack tip (here only the crack depth is taken for the sake of simplicity) and crack opening displacement under load which gives the canal width (variable along crack faces). The right hand parts of relations (1) and (2)-(3) in general are not plain functions of instantaneous values of displayed variables but functionals over their time histories depending, in particular, on the shapes of entire trajectories $a(\tau)$ and $\delta(\tau)$ in the time interval $0 \le \tau \le t$. This implies the influence of both loading/cracking history and crack geometry outside the K-controlled crack tip zone on the near tip environment, and therefore, on the value of v at given K under fixed bulk environment.

The phase of hydrogen entry into metal includes physical adsorption of hydrogen-containing species on metal surface; dissociative chemisorption of atomic hydrogen and its dissolution in the surface layer. The surface phase of sorption may be the rate determining step for HAC under relatively weak hydrogenation conditions at the crack tip, but this is unusual for most practical cases of gaseous or electrochemical (corrosive) hydrogenation when at entry sites elevated hydrogen activity is achieved (cf. [31]).



Fig. 24. In-crack environmental currents and kinetic processes of mass-charge exchange and chemical reactions.

With regard to the phase of hydrogen transport towards the prospective fracture nuclei, two transport modes must be distinguished, as explained above (cf. first main section): *diffusion* and *transport by moving dislocations*. Under sustained or quasi-static loading, local oversaturations due to hydrogen supply by dislocations have time to be reduced by short-range diffusion, and thus the significance of dislocational transport seems to be negligible in this case. Then the long-range (in relative scale) diffusion driven by macroscopic stress-strain field is the main operative mode of hydrogen transport to fracture nuclei in metals. This transport step is frequently the slowest one among all the phases of hydrogen transportation, and thus the kinetics of hydrogen assisted fracture is often diffusion controlled.

4.2.2. Modelling of the HAC process

Hydrogen promotes failure by different physical mechanisms (cf. [31]) so that elementary fracture events are associated with a critical combination of hydrogen concentration C and mechanical variables representing the stress-strain state. The latter determines the critical value of hydrogen concentration C_{cr} to complete local fracture. Thus, the critical situation occurs when hydrogen concentration in prospective rupture sites reaches a critical value dependent on the mechanical action in the fracture process zone:

$$C = C_{\rm cr} \tag{4}$$

The *critical* concentration of hydrogen is a function of the mechanical situation (stress-strain state) at a material point, i.e.:

$$C_{\rm cr} = C_{\rm cr} \left(\boldsymbol{\sigma}, \, \boldsymbol{\varepsilon}_{\rm p} \right) \tag{5}$$

where $\overline{\sigma} = \overline{\sigma}(\mathbf{r}, t)$ and $\boldsymbol{\varepsilon}_{p} = \boldsymbol{\varepsilon}_{p}(\mathbf{r}, t)$ are respectively the tensors of stress and plastic strain, \mathbf{r} being the spatial coordinate vector and t the time. Throughout this section of the paper, a solid subjected to *sustained loading conditions* will be analyzed and in this case the tensors of stress and strain depend only on the spatial coordinate: $\overline{\sigma} = \overline{\sigma}(\mathbf{r})$ and $\boldsymbol{\varepsilon}_{p} = \boldsymbol{\varepsilon}_{p}(\mathbf{r})$.

The *actual* concentration, depending on the specific location of the material point and on time, is itself a function of the stress-strain state:

$$C = C(\mathbf{r}, t; \boldsymbol{\varpi}, \boldsymbol{\varepsilon}_{p})$$
(6)

Hydrogen entry can be characterised by the equilibrium value C_{Γ} of hydrogen concentration in stressed-strained metal at the entry surface Γ (boundary between the metal and the environment):

$$C\left(\Gamma,t\right) = C_{\Gamma} \tag{7}$$

The driving force for diffusion \mathbf{X}_{D} is determined by the gradient ∇ of its chemical potential μ_{H} :

$$\mathbf{X}_{\mathrm{D}} = -\nabla \mu_{\mathrm{H}} \tag{8}$$

which is related to the solubility coefficient K_S (density of available sites) for hydrogen in metal:

$$\mu_{\rm H} = RT \ln \frac{C}{K_{\rm S}} \tag{9}$$

where R is the ideal gas constant and T the absolute temperature. The solubility $K_{\rm S}$ depends on temperature, hydrostatic stress σ , alloy microstructure, chemical and phase composition of the alloy and hydrogen traps density (traps for hydrogen in metals are formed by lattice imperfections; dislocations are nearly the strongest kind of traps but not the only ones). The overall density of traps depends on the plastic strain level which may be represented by the second invariant of the plastic strain tensor: the effective or equivalent plastic strain ε_p . In addition, plastic strain may affect the phase composition of an alloy, thereby causing variations of hydrogen solubility, as in austenitic steels through strain-induced $\gamma \rightarrow \alpha$ transformation. Thus, plastic strain is another variable affecting hydrogen solubility in metal, in addition to hydrostatic stress and temperature:

$$K_{\rm S} = K_{\rm S}(\sigma, \varepsilon_{\rm p}, T) \tag{10}$$

The latter may be decomposed into its plastic strain dependent part $K_{S\varepsilon}$ and the hydrostatic stress related one (cf. [31]):

$$K_{\rm S}(\sigma, \varepsilon_{\rm p}, T) = K_{\rm Se}(\varepsilon_{\rm p}, T) \exp(\Omega\sigma)$$

with $\Omega = \frac{V_{\rm H}}{RT}$ (11)

where $V_{\rm H}$ is the partial molar volume of hydrogen in metal.

The gradient (inhomogeneity) of any of the solubilityaffecting factors can induce diffusion flux. On assuming *uniform temperature distribution* in the solid (a hypothesis maintained throughout this paper) the diffusion flux J may be expressed as follows:

$$\mathbf{J} = \frac{D}{RT} C \mathbf{X}_{\mathrm{D}} = -DC \ \nabla \ln \frac{C}{K_{\mathrm{S}}}$$
(12)

where D is the diffusion coefficient of hydrogen in metal which characterises the specie mobility; the diffusivity should not be treated as a constant but considered to be dependent on plastic strain: $D = D(\varepsilon_p) \neq const$, to reflect the influence of the altered phase composition or trap density on the averaged (macroscopic) mobility of diffusable species (cold work effect), apart from their effect on solubility reflected in equations (10) and (11). Substitution of (11) into (12) yields:

$$\mathbf{J} = -D(\varepsilon_{p}) \left\{ \nabla C - C \left[\nabla (\Omega \sigma) + \frac{\nabla K_{S\varepsilon}(\varepsilon_{p})}{K_{S\varepsilon}(\varepsilon_{p})} \right] \right\}$$
(13)

The condition of mass balance gives the diffusion equation in terms of concentration as:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = -\operatorname{div} \mathbf{J} \tag{14}$$

which allows an evaluation of concentration evolution with time t. According to (13) and (14), the equation of stress-*and*-strain assisted diffusion in terms of concentration takes the form:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D \left[\nabla^2 C - \mathbf{M} \cdot \nabla C - NC \right] + \nabla D \cdot \left[\nabla C - \mathbf{M}C \right]$$
(15)

where the dot \bullet denotes scalar product and the coefficients M and N are:

$$\mathbf{M} = \nabla \ln K_{\mathrm{S}}(\sigma, \varepsilon_{\mathrm{p}}); N = \nabla^2 \ln K_{\mathrm{S}}(\sigma, \varepsilon_{\mathrm{p}}) \quad (16)$$

The hydrogen entry into metal is characterised by the *boundary condition* for diffusion (7) with $C_{\Gamma} = C_0 K_{\rm S}(\Gamma)$, where C_0 is the equilibrium hydrogen concentration provided by the environment in the bare metal (free of

stress and plastic strain). Accounting for (11), it yields the following:

$$C_{\Gamma} = C_0 K_{\rm S}(\Gamma) = C_0 K_{\rm S\epsilon}(\varepsilon_{\rm p}(\Gamma)) \exp\left(\Omega\sigma(\Gamma)\right) \quad (17)$$

For solids under conditions of uniform environmental hydrogen activity characterised by an equilibrium concentration value $C_0 = const$, it is easy to get the exact *steady-state solution* of equation (15) of stress-strain assisted diffusion which is asymptotically attained at $t\rightarrow\infty$. This corresponds to the equilibrium state when the diffusion flux (12) is zero or, equivalently, when the diffusion driving force (8) is null. According to expression (12), this is provided when $C/K_S = const$. Then, taking into account relation (11), the steady-state solution is the following:

$$C_{\infty}(\mathbf{r}) = C_0 K_{\mathrm{S}}(\mathbf{r}) = C_0 K_{\mathrm{S}\varepsilon}(\varepsilon_{\mathrm{p}}(\mathbf{r})) \exp\left(\Omega\sigma(\mathbf{r})\right) \quad (18)$$

With $\varepsilon_p = 0$, $K_{S\varepsilon} = 1$ and the last expression coincides with the well known one for stress-only driven concentration.

4.2.3. Fracture mechanics approach to HAC

The basic concept of mechanical autonomy of the crack tip region (K-dominance) is the keystone of the linear elastic fracture mechanics approach [31]. It may be interpreted as follows: there is a region of characteristic size R_{SIF} (Fig. 25) around the crack tip where the elastic stress-strain state is K-dominated, i.e., adequately represented *solely* by the universal $r^{-1/2}$ singular term of the complete series solution. This is the asymptotic term σ_a of hydrostatic stress if one focuses on this component (the relevant one in hydrogen diffusion).

In addition, a nonlinear region (the fracture process zone of size R_{FPZ}) does exist in the vicinity of the crack tip where microscopic damage proceeds, and it is usually surrounded by the plastic region of size R_Y . The whole inelastic zone (fracture process zone plus plastic region) may be so small that it does not sensibly disturb the linear elastic solution (*small scale yielding* condition). If this happens, the K-dominated annular elastic region still exists at distances from crack tip $R_Y < r \le R_{SIF}$. Outside this annular domain (at $r > R_{SIF}$) the remote stress-strain field (*far field*) is not governed by K, nor is its hydrostatic component σ_f in particular.

As far as this K-dominated ring shields completely the inelastic zone from any other external influence, except that provided by K, it means that the state of the whole inelastic near-tip region including the fracture process zone depends solely on K and material, i.e., it is also autonomous and thus the stress intensity factor K is the parameter governing the crack tip mechanical pre-

damaged state, despite the lack of explicit treatment of nonlinear behaviour and microfracture events in the fracture process zone.



Fig. 25. Specific zones and stress state in the vicinity of the crack tip.

In the matter of HAC, when a crack of depth a is present in the material, the hydrogen assisted fracture criterion (4) remains valid. Considering the K-dominance over the stress-strain state in the vicinity of the crack tip, the *critical* concentration (5) is a function of the stress intensity factor K in this case:

$$C_{\rm cr} = C_{\rm cr} \left(\boldsymbol{\boldsymbol{\varpi}}(\boldsymbol{K}, \boldsymbol{r}), \, \boldsymbol{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\rm p}(\boldsymbol{K}, \boldsymbol{r}) \right) \tag{19}$$

and the actual concentration (6) yields:

$$C = C (\mathbf{r}, t; \boldsymbol{\sigma}(K, \mathbf{r}), \boldsymbol{\varepsilon}_{p}(K, \mathbf{r}))$$
(20)

In terms of independent variables only and using the local coordinate x with origin at the crack tip (Fig. 25):

$$C_{\rm cr} = C_{\rm cr} \left(K, x \right) \tag{21}$$

$$C = C(x, t; K)$$
(22)

Thus, to have K-dominance over the whole HAC process, and thus uniqueness of the v(K) curve as an attribute of a given {material-hydrogen} system, two preconditions must be fulfilled:

/1/ K-controlled uniqueness of critical hydrogen concentration C_{cr} which must be reached at some point of the fracture process zone to cause local fracture and crack advance;

/2/ K-dominance over the process of hydrogenation in the fracture process zone ahead of the crack tip, i.e., uniqueness of the evolution of the distribution of hydrogen concentration C(x,t).

According to criterion (4) the curves given by the righthand parts of equations (21) and (22) should meet at some point to cause crack extension. Achievement of exclusive K-dominance over the solution of this problem of contact between two curves (of *critical* and *actual* hydrogen concentrations) requires K-control over the curves themselves in the close vicinity of the instantaneous crack tip.

Since the critical concentration C_{cr} in the vicinity of the crack tip inherits the property of K-dominance from the stress-strain fields, the two preconditions /1/ and /2/ formulated above are equivalent to the following ones:

/1*/ K is the only variable which controls the near-tip stress-strain fields (i.e., $\varpi = \varpi(K, r)$ and $\varepsilon_p = \varepsilon_p(K, r)$) in a domain embracing the physical process zone, thus dominating the mechanical aspects of both pre-damage and stress-strain affected hydrogenation;

/2*/ in addition, K also governs the environment parameters which control hydrogenation in the very close vicinity of the crack tip (*local* environment parameters) which determine the hydrogen concentration evolutions C(x,t) in the fracture process zone.

Finally, the two preconditions may be formulated in terms of fracture mechanics concepts as follows:

/1**/ K-controlled mechanical autonomy of the crack tip region, i.e., K-dominance over the stress-strain field, which is the keystone of linear elastic fracture mechanics under small scale yielding;

 $/2^{**}/K$ -controlled *environmental autonomy* of the crack tip region, i.e., K-dominance over the physico-chemical events, namely the boundary conditions and the hydrogen diffusion in the vicinity of the crack tip.

While the first precondition is always fulfilled in the framework of linear elastic fracture mechanic analyses under small scale yielding, the achievement of the second one is not guaranteed in all cases, because many causes may destroy the K-dominance in HAC (cf. [31]) and thus the uniqueness of the crack growth kinetics curve v=v(K). In further sections of this paper, the effects of far field and history are discussed in depth.

However, in spite of the fact that the v(K)-curve is not always K-dominated (the second precondition could fail), on assuming sustained loading conditions (as in the approach presented in this paper) the threshold $K_{\rm th}$ always meets the two preconditions of K-dominance, because the limit of crack non-propagation is associated with the unique steady-state distribution of concentration $C_{\infty}(r)$ near a tip of a stationary crack reached at $t \rightarrow \infty$. This stationary solution of the equation of stress-strain assisted diffusion was given in (18) and it has the same self-similitude properties as the stress-strain field. Therefore, only the first precondition (mechanical autonomy) is necessary to guarantee the uniqueness of the threshold state which is always *K*-dominated when linear elastic fracture mechanics, small scale yielding and sustained loading are considered.

4.3. The effect of far field on K-dominance in hydrogen assisted cracking

4.3.1. The effect of far field on stress-strain assisted diffusion

The matter of K-dominance with regard to hydrogen diffusion in the near-tip region is addressed in paper [32]. It is the question of the accuracy of the approximate hydrogen concentration distribution C_a governed by the K-dominated component of the near-tip stress-strain field (i.e., by the *asymptotic* term σ_a) to represent the actual concentration C_f being driven by the complete mechanical field containing the whole series expansion (i.e., influenced by the non-autonomous far field σ_f). To this end, the discrepancy $\mathcal{E} = C_a - C_f$ between the two concentration distributions is the subject of interest to estimate the effect of the far field (the remote stress-strain field which is not K-controlled) on hydrogenation of the fracture process zone.

In accordance with the general form of the equation of stress-strain assisted diffusion (15), the equations to obtain the far-field affected concentration C_f (exact) and the near-tip asymptotically driven one C_a (approximate) are the following:

$$\frac{\partial C_{\rm f}}{\partial t} = D \left[\nabla^2 C_{\rm f} - \mathbf{M}_{\rm f} \bullet \nabla C_{\rm f} - N_{\rm f} C_{\rm f} \right] + \nabla D \bullet \left[\nabla C_{\rm f} - \mathbf{M}_{\rm f} C_{\rm f} \right]$$
(23)

$$\frac{\partial C_{a}}{\partial t} = D \left[\nabla^{2} C_{a} - \mathbf{M}_{a} \bullet \nabla C_{a} - N_{a} C_{a} \right] + \nabla D \bullet \left[\nabla C_{a} - \mathbf{M}_{a} C_{a} \right]$$
(24)

where the coefficients \mathbf{M} and N with subindices f and a are determined according to formulae (16) by their corresponding mechanical fields (the complete and the asymptotic ones).

Accounting for the small scale yielding condition, near the crack tip there is a K-dominated region ($r < R_{SIF}$) where the two elastoplastic stress-strain fields coincide. In addition, plasticity is assumed to be associated solely with the crack tip region and no other plastic zones exist. Correspondingly, inelastic behaviour is always Kgoverned and plastic strain ε_p does not participate in equations (23)-(24) as a matter of distinction. Thus, the difference is related to the discrepancy between the two hydrostatic stress fields: the far field σ_f and the asymptotic one σ_a at $r > R_{SIF}$.

Subtracting one of the above equations from another the following equation can be derived with regard to discrepancy:

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t} = D \left[\nabla^2 \mathcal{E} - \mathbf{M}_{\mathrm{f}} \bullet \nabla \mathcal{E} - N_{\mathrm{f}} \mathcal{E} \right] + \nabla D \bullet \left[\nabla \mathcal{E} - \mathbf{M}_{\mathrm{f}} \mathcal{E} \right] + Q$$
(25)

where an additional source-type term arises (cf. [32]):

$$Q = \begin{cases} D\Omega \nabla (\sigma_{\rm f} - \sigma_{\rm a}) \bullet \nabla C_{\rm a} \neq 0 & \text{at } r > R_{\rm SIF} \\ 0 & \text{at } r \le R_{\rm SIF} \end{cases}$$
(26)

This expression represents the source term for diffusion of discrepancy \mathcal{Z} which is the difference between the approximate K-driven concentration distribution and the exact far-field affected one. With nil initial and boundary conditions for \mathcal{Z} , its absolute value increases from zero with time since the source Q produces this imaginable "diffusable substance" in the solid. This "error" is generated by the source Q operative at $r > R_{SIF}$, and it diffuses from there towards the fracture process zone. The effect of the far field on K-dominance over hydrogen accumulation in the fracture process zone becomes more severe when a greater amount of "error" \mathcal{Z} can reach the region $r < R_{FPZ}$ by "virtual" diffusion from the distant source (26) situated at $r > R_{SIF}$.

4.3.2. Assessment of K-dominance conditions

After estimation of the sizes of the crack tip zones represented in Fig. 25, and theoretical analysis of the near-tip hydrogen diffusion (for details see [32]), it was possible to obtain the time evolution of the asymptotic (K-driven) concentration C_a at the outer border of the fracture process zone where the effect from the source Q appears first, i.e., at $x = R_{FPZ}$ as:

$$C_{\rm a} (x=R_{\rm FPZ}, t) = C_{\rm a}(\tau) = C_{\infty}(R_{\rm FPZ}) \operatorname{erfc}\left(\frac{1}{2\sqrt{\tau}}\right)$$
 (27)

where $erfc(\bullet)$ is the complementary error function and τ the dimensionless time defined as $\tau = Dt/R_{FPZ}^2$.

Fig. 26 shows a plot of this function $C_a(\tau)$ (solid line). Approximately for $\tau \ge 130$, the concentration C_a in the fracture process zone (i.e., for $x \le R_{\text{FPZ}}$) exceeds 95% of the steady-state level C_{∞} . From then on, its further variation lies within a 5%-scatter band near this hydrogenation limit, i.e., the increase of K-driven concentration in the fracture process zone falls into this 5% strip from the time moment t_{SS} (where the subindex *ss* indicates steady-state) given by:

$$t_{\rm SS} = 130 \ \frac{R_{\rm FPZ}^2}{D}$$
(28)

On the other hand, the time t_Q^* at which the source Q becomes noticeable is [32]:

$$t_{Q}^{*} \ge t_{SS} \left(\frac{1}{16.1} \frac{R_{SIF}}{R_{FPZ}}\right)^{2}$$
(29)

Estimating the ratio R_{SIF}/R_{FPZ} from fracture mechanics assumptions, it yields:

$$t_{Q}^{*} > t_{SS}$$
 if $E/\sigma_{Y} > 161$ (30)

where E is the Young modulus and $\sigma_{\rm Y}$ the yield stress of the material.



Fig. 26. Plot of hydrogen concentration evolutions with time: asymptotically-driven (*K*-controlled) concentration C_a (solid line) and a representative of the family of farfield affected concentration C_f (dashed line). An example of near-threshold critical concentration level C_{cr} below the steady-state one C_{∞} at K_{th} is also shown.

Thus the far field can affect the K-driven hydrogenation of the fracture process zone well after the transient concentration falls within a 5% scatter band near the steady-state hydrogen distribution in that area. Within the narrow 5%-width strip in the vicinity of the steadystate limit C_{∞} which defines $K_{\rm th}$ by criterion (4) the supposition about K-control over hydrogen diffusion may be erroneous, as shown in Fig. 26 where the dashed line represents schematically one of the possible $C_{\rm f}$ curves. This fact can affect the v(K)-curve only in its near-threshold part, but without affecting the threshold itself which remains K-controlled (cf. [32]).

4.4. The effect of history on K-dominance in hydrogen assisted cracking

Neither of the two processes of crack propagation and hydrogen diffusion should be considered separated from the other, since the movement of a crack tip is relevant to hydrogen accumulation in the fracture process zone. In terms of the theory of boundary value problems this situation is qualified as diffusion with moving boundary. Thus the crack growth *history* appears as a factor capable of affecting near tip diffusion and consequently the kinetics of HAC, apart from the stressstrain field represented by K. This again questions the idea of exclusive K-dominance over HAC.

The effect of history of the coupled hydrogenationcracking process on K-dominance during HAC is addressed in previous research work [33, 34]. Paper [33] develops theoretical bases and a qualitative analysis demonstrating the coupling between hydrogenation and crack growth, so that the crack growth rate in HAC generally is not governed solely by K. The quantitative consideration is given in [34] where the K-dominance condition is analyzed, showing the significance of the history effect which destroys K-control over crack growth rate, although a special regime of steady-state crack growth is seen to exist for which hydrogen assisted cracking becomes a K-dominated process.

4.4.1. Coupling of hydrogenation and crack growth

In this section, the HAC process is analyzed in a *moving crack*. As in the rest of this paper, the analysis is focussed on sustained or quasi-static loading. The small scale yielding condition near the crack tip is assumed to be valid for the whole cracking process, so that the *K*-controlled mechanical autonomy of the near-tip region is supposed to be constantly preserved during crack growth. Adopting the framework of the diffusional theory of HAC outlined in previous sections, the analysis is confined to the *stress-strain* assisted diffusion as the responsible factor of HAC.

With regard to cracking, two approaches can be considered. According to one of them, crack growth proceeds discontinuously by a series of jump-like steps. The time intervals Δt between discrete crack increments Δa are just the periods of accumulation in the fracture process zone of the amount of hydrogen necessary to satisfy criterion (4). The crack growth rate is defined as:

$$v = \Delta a \, / \Delta t \tag{31}$$

Following the other approach, crack growth is assumed to go on continuously provided that criterion (4) is constantly fulfilled at a distance x_c . The instantaneous crack growth rate is defined here as:

$$v = da / dt \tag{32}$$

These approaches (jump-like and continuous) are usually considered to be essentially different with respect to background physics. Despite numerous speculations trying to support one or other on the basis of physical reasoning, none is generally accepted as adequate to represent the crack growth process.

Jump-like (discontinuous) modelling of crack growth is employed in Fig. 27 which shows schematically the hydrogen concentration curves near the crack tip after successive crack increments. The critical point x_c is supposed for definiteness to coincide with the location at which hydrogen concentration and stress are maxima. Critical concentration must be attained at this point to produce a local rupture event causing jump-like crack increment. All the variables are supposed to be determined *solely* by material properties and K, i.e., they remain constant if K = const. Crack propagation consists of a series of loops (cycles) "hydrogen accumulation-local rupture-crack advance".



Fig. 27. Sketch of metal hydrogenation in the vicinity of the crack tip which shows coupling of hydrogenation and crack growth processes.

During each hydrogenation-fracturing cycle some amounts of hydrogen reach sites of possible subsequent fracture process zones. Thus, initial conditions for hydrogen diffusion within each particular loop are, in general, different from the preceding and subsequent cycles (see Fig. 27). This shows the coupling of hydrogen diffusion and crack growth processes which mutually influence on each other. Near tip hydrogen diffusion depends on the whole HAC history, and in particular on increase of crack size a = a(t) and alterations of stress intensity factor K = K(t). Thus, K-dominance in HAC fails because near-tip diffusion at every instantaneous K proceeds along its specific way which starts at the beginning of a particular HAC run.

Smooth (continuous) modelling of crack growth is useful for analytical consideration of the role of history of the coupled hydrogenation-cracking process in maintaining K-control over all crack tip events. Crack size is assumed to be a smooth function a = a(t), the crack growth rate being its ordinary derivative (32).

Hydrogen concentration throughout the fracture process zone C(x, y, t) is determined by stress-strain assisted diffusion. In an arbitrary fixed coordinate system (x_1, x_2) *attached to the solid* it proceeds according to the equation:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = -\nabla \bullet \left(\frac{D}{RT} \mathbf{X}_{\mathrm{D}} C\right)$$
(33)

which derives from (12) and (14), with the vector of diffusion driving force obtained from (8) and (9):

$$\mathbf{X}_{\mathrm{D}} = -RT \,\nabla \,\ln \frac{C}{K_{\mathrm{S}}} \tag{34}$$

When a moving crack is considered, the diffusion problem may suitably be considered in a movable coordinate system (x, y) attached to the crack tip so that $x = x_1 - a(t), y = x_2$. This will cause transformation of the diffusion equation (33) associated with the coordinate system (x_1, x_2) pinned to the solid. Then the total time derivation of concentration is:

$$\overset{\bullet}{C} = \frac{\partial C}{\partial t} - \frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}t} \frac{\partial C}{\partial x} = \frac{\partial C}{\partial t} - v \frac{\partial C}{\partial x}$$
(35)

After substitution of (35) into the left-hand part of (33), the modified equation of stress-strain assisted diffusion in moving coordinates can be obtained in a form which slightly differs from the initial one (33):

$$\frac{\partial C}{\partial t} = -\nabla \cdot \left[\left(\frac{D}{RT} \mathbf{X}_{\mathrm{D}} - \boldsymbol{v} \right) C \right]$$
(36)

where the vector $\mathbf{v} = v \mathbf{j}_x$ is independent of spatial coordinates and collinear with x-axis whose unit vector is \mathbf{j}_x (then $\nabla \bullet (\mathbf{v}C) = \mathbf{v} \cdot \nabla C = v \cdot \partial C/\partial x$).

By analogy with the actual thermodynamic one, the *fictitious driving force* for diffusion may be formally introduced into equation (36):

$$\mathbf{X}_{\mathrm{D}}^{*} = \mathbf{X}_{\mathrm{D}} - \frac{RT}{D} \boldsymbol{v}$$
(37)

With the use of expression (34) it yields:

$$\mathbf{X}_{\mathrm{D}}^{*} = -RT \,\nabla \left[\ln \frac{C}{K_{\mathrm{S}}} + \frac{v}{D} x \right] = -RT \,\nabla \ln \frac{C}{K_{\mathrm{S}}^{*}} \quad (38)$$

where the formal solubility-like term is

$$K_{\rm S}^* = K_{\rm S}^* \left(\sigma, \, \varepsilon_{\rm p}, \, \upsilon\right) = K_{\rm S} \left(\sigma, \, \varepsilon_{\rm p}\right) \exp\left(-\frac{\upsilon}{D} x\right) \tag{39}$$

To obtain some closed-form solutions useful to analyze the effect of history, the matter is simplified here by *neglecting the spatial variability of the hydrogen diffusion coefficient* $D = D(\varepsilon_p)$, i.e., taking D as a constant averaged value of $D(\varepsilon_p)$ over the zone of interest. Following this way, the terms with ∇D do not appear in the diffusion equation:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D \left[\nabla^2 C - \mathbf{M}^* \bullet \nabla C - N^* C \right]$$
(40)

where vector and scalar coefficients, correspondingly, are the following:

$$\mathbf{M}^* = \nabla \ln K_{\mathrm{S}}^*(\sigma, \varepsilon_{\mathrm{p}}, v) \tag{41a}$$

$$N^* = \nabla^2 \ln K_{\rm S}^*(\sigma, \varepsilon_{\rm p}, v) \tag{41b}$$

Since near-tip stress-strain field components are controlled by K, these equation coefficients, apart from spatial coordinates, depend parametrically on K and crack growth rate v:

$$\mathbf{M}^* = \mathbf{M}^*(K, v); N^* = N^*(K, v)$$
(42)

Therefore, the solution of this problem depends not only on K, but also on crack growth rate v: C = C(x, t; K, v). Hydrogen concentration in the vicinity of the crack tip is determined by stress-strain assisted diffusion equation (40) with the following *boundary condition*:

$$C(x, t)|_{x=0} = C_{\Gamma}$$
 (43)

where surface concentration $C_{\Gamma} = C_0 K_{s|x=0} = const$. In addition, the *initial condition* is:

$$C(x, t)|_{t=0} = C_{t0}(x)$$
 (44)

Crack growth rate v becomes one more unknown variable which must be found from the solution of the *coupled* problem of hydrogen diffusion and crack growth. To close the system of equations for this coupled diffusion-cracking process, the criterion of crack growth (4) is employed. Using the distance x_c , the *critical* and *actual* concentrations (21) and (22) become:

$$C_{\rm cr} = C_{\rm cr} \left(K, \, x_{\rm c} \right) \tag{45}$$

$$C = C(x_{c}, t; K, v)$$
 (46)

and the crack growth criterion:

$$C(x_{\rm c}, t; K, v) = C_{\rm cr}(K, x_{\rm c})$$
 (47)

This formulation of the diffusion-cracking problem is completely closed provided the stress intensity factor Kis somehow known. For such a case, if C is a solution of the diffusion equation (40) parametrically dependent on crack growth rate v, the latter can be found from equation (47) as:

$$v = v (K, t) \tag{48}$$

Therefore, the crack growth rate must not be the same at equal values of K, but varies with the total HAC process time t.

However, in most practical situations, K depends on both applied load and crack length, K = K(a), and consequently, the coefficients (42) of the equation (40) do too. Hence, crack length a turns out to be the additional unknown variable to be determined from the solution of the coupled problem. Differential equation (32) concerning crack size has the obvious solution:

$$a(t) = a_0 + \int_{0}^{t} v \, \mathrm{d}t$$
 (49)

The problem is reduced to the same as for K = const, but now the equation (47) to determine the crack growth rate with K = K(a) becomes not a function parametrically dependent on v, but a functional over the whole *history* of the process. Correspondingly, crack growth rate as a solution of this coupled diffusioncracking problem also becomes a functional dependent on a certain process history with its individual K(a)variation. The variability of crack growth rate at the same K is thus inevitable.

4.4.2. A revision of K-dominance

Using the same formalism as for a stationary crack under sustained load and taking the form of this solution in terms of the solubility coefficient K_S , substituting this by its analogue $K_S^*[\sigma(x; K), \varepsilon_p(x; K), v] = K_S^*(x; K, v)$, an approximate solution for diffusion near a moving crack tip may be built as:

$$C(x, t; K, v) = C_0 K_S^*(x; K, v) \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{Dt}}\right)$$
(50)

Taking into account the expression (39) this renders:

$$C(x, t; K, v) = C_0 K_S(x; K) \exp\left(-\frac{v}{D}x\right) \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{Dt}}\right)$$
(51)

Using the crack growth criterion (47), it yields an equation which can be solved to obtain the crack growth rate v for a given K:

$$v(K, t) = -\frac{D}{x_{c}} \ln \left[\frac{C_{cr}(K, x_{c})}{C_{0} K_{S}(x_{c}, K) \operatorname{erfc}\left(\frac{x_{c}}{2\sqrt{Dt}}\right)} \right]$$
(52)

which has physical sense only after some incubation period t_{in} has elapsed, i.e., at $t \ge t_{in}$. For earlier times $t < t_{in}$ it gives negative values of the crack growth rate when the expression in square brackets in formula (52) exceeds unity. This happens for:

$$t_{\rm in} = \frac{1}{4D} \left[\frac{x_{\rm c}}{{\rm erfc}^{-1} (C_{\rm cr}/C_{\infty})} \right]^2$$
 (53)

where the function erfc $^{-1}(\bullet)$ is the one inverse to erfc (\bullet) and $C_{\infty} = C_0 K_S(x_c, K)$ is the exact steady-state solution for hydrogen diffusion near a stationary crack attained at long time $t \to \infty$.

For the range $K_{\rm th} \leq K < K_{\rm c}$ in the v(K)-curve (cf. Fig. 23), the inequality $C_{\rm cr}(K) \leq C_{\infty}(K)$ is valid, i.e., the argument of the function erfc ⁻¹ (•) in (53) always lies between 0 and 1 where the function is defined. This is because for HAC to occur, the critical hydrogen concentration $C_{\rm cr}$ must be achieved sooner or later, and the steady-state one C_{∞} is just the maximum concentration which can ever be asymptotically reached at fixed K near a stationary crack.

Fig. 28 gives the time evolution of hydrogen concentration (51) for an initially stationary crack (v = 0). After applying the criterion (4), or (47) with v = 0, to obtain the instant at which it must start to grow, one obtains exactly the same result as given above in (53) for t_{in} . Thus the meaning of the time limit at which a solution exists for the crack growth rate in the coupled diffusion-cracking problem is just the incubation period before HAC starts to proceed.

From relation (52) it follows that the crack growth rate at fixed K is a rising function of time which starts to increase from v = 0 at $t = t_{in}$ and asymptotically approaches some *steady-state* value v_{SS} as $t \to \infty$:

$$v_{\rm SS} = -\frac{D}{x_{\rm c}} \ln \left[\frac{C_{\rm cr}(K)}{C_0 K_{\rm S}(K)} \right] = \frac{D}{x_{\rm c}} \ln \left[\frac{C_{\infty}(K)}{C_{\rm cr}(K)} \right] \quad (54)$$



Fig. 28. Accumulation of hydrogen in a near-tip fracture site according to the solution of the diffusion problem for a stationary crack and a sketch to explain the tendency of change of the values of C_{cr} and t_{in} with variation of K (here $K_2 > K_1$).

The analysis clearly proves the intrinsic variability of crack growth rate values at a fixed K level, as shown in equation (52). Hence, in general, crack growth rate is not a single-value function of K, and the v(K)-curve is not unique in a given {material-environment} system.

With regard to the *steady-state* regime of crack growth, all near-tip processes are time independent when viewed by an observer fixed to the moving crack tip. This obviously happens in HAC due to the existence of the steady-state solution (with $\partial C/\partial t = 0$ and $\partial v/\partial t = 0$) of the above considered coupled diffusion-cracking problem at constant K. The exact steady-state solution of equation (40) for a moving crack may be obtained using the same method as in the case of a stationary crack merely by nullifying the "fictitious driving force" (37), which yields the following:

$$C_{\rm SS}(x_{\rm c}; K, v) = C_0 K_{\rm S}^*(x_{\rm c}; K, v)$$
(55)

Comparing this with the estimate (50) of the non steady-state solution of the same equation, one may conclude that the approximate solution (50), at least, approaches at $t \rightarrow \infty$ the exact steady-state concentration distribution in the vicinity of a moving crack tip. That is, the formal approximation of the non steady-state solution (52) has the right asymptotic behaviour.

For a given {material-environment (hydrogen)} couple, the steady-state crack growth rate (54) is a single-value function of K, and thus the crack growth kinetics curve as a plot of v_{SS} vs. K possesses the uniqueness of a material's characteristic curve. This stage of the HAC process, the steady-state crack growth, appears to be really K-dominated.

201

5. CONCLUSIONS

5.1. Structural steels

The results of hydrogen embrittlement tests of pearlitic steel are strongly dependent on compressive residual stresses generated in the vicinity of the crack tip by fatigue pre-cracking of the samples, the relevant variable being the maximum stress intensity factor during the last stage of fatigue pre-cracking.

The threshold stress intensity value for hydrogen assisted cracking does not have an intrinsic character, but depends on the distribution of compressive residual stresses in the vicinity of the crack tip, and therefore on the fatigue pre-cracking level.

Fractographic analysis of hydrogen embrittlement tests on pre-cracked and notched samples of high-strength pearlitic steel reveals the existence of a special microscopic mode of fracture associated with hydrogeninduced micro-damage: the so called tearing topography surface or TTS.

Hydrostatic stress is the macroscopic variable governing the extension of the TTS zone. The hydrostatic stress distribution in notched samples is quasi- independent of the loading process, the point of maximum hydrostatic stress being a characteristic of the geometry.

The TTS depth is a function of test variables such as the electro-chemical potential, the maximum fatigue pre-cracking load and the test duration. These relations can be explained by means of a stress-assisted hydrogen diffusion model.

The role of diffusion as the main hydrogen transport mechanism in pearlitic steel is demonstrated by comparing the hydrogen affected region and the plastic zone. The hydrostatic stress plays an important role in accelerating hydrogen diffusion.

Hydrogen induced fracture in pearlitic steel notched samples is a time-dependent phenomenon, which allows a kinematic modeling of the process as a function of the strain rate. In this conceptual framework, the local strain rate in the vicinity of the notch tip is the relevant variable controlling the process.

In cold drawn prestressing steel wires, chemical modelling of hydrogen diffusion emphasizes the role of residual stresses generated in smooth wires during the manufacturing process.

In austenitic stainless steel notched samples, hydrogen damage consists of multi-cracking in the area surrounding the notch, and failure is produced by plastic instability, which allows a mechanical modelling of the action of hydrogen as a geometric enlargement of the notch in the form of extended micro-damage.

The notch extension model (NEM) is adequate from the mechanical point of view and is based on the assumption of a virtual damage in the form of a secondary notch whose depth is consistent with the elementary diffusion theory.

The notch cracking model (NCM) is adequate from the fractographic point of view and is based on the assumption of a virtual damage in the form of a secondary crack whose depth agrees fairly well with the real damage depth measured by quantitative fractography.

5.2. Progressively drawn steels

The steelmaking process by cold drawing to manufacture high-strength prestressing steel wires from a previously hot rolled pearlitic steel bar produces important microstructural changes in the material which could influence its engineering performance against environmentally assisted cracking.

In the framework of fracture mechanics, damage tolerance and structural integrity, a materials science approach was presented to link the microstructure of the steel with its macroscopic behaviour in corrosive environments promoting hydrogen assisted cracking or localized anodic dissolution.

The present approach links the progressively oriented microstructure of the steels as a consequence of the manufacture process by cold drawing with their macroscopic stress-corrosion behaviour which is increasingly anisotropic as the degree of cold drawing increases.

5.3. Fracture mechanics approach

The meaning and significance of the linear elastic fracture mechanics approach to hydrogen assisted cracking was revised for small scale yielding and stationary cracks under sustained or quasi-static loading.

The role of *far field* on near-tip diffusion of hydrogen is of minor importance and can affect the v(K)-curve only in its near-threshold part, but it has no effect on the threshold itself which is still governed by K.

The effect of *history* appears in the form of coupling between hydrogen diffusion and crack growth and loss of *K*-dominance over the crack growth rate v, although a *K*-controlled steady-state value v_{SS} does exist.

5.4. Final conclusion

Since *material is itself and its circumstance*, when the latter is a hydrogenating environment, both far field and history (and especially the latter) could influence the coupled process of hydrogenation-cracking.

Therefore, in the matter of hydrogen assisted cracking, "the dream of yesterday is the hope of today and the reality of tomorrow" (R. H. Goddard), i.e., the yesterday affects the today, and the today influences the tomorrow.

In the latter case, it is possible to say, with the Spanish poet Antonio Machado, that "hoy es siempre todavía".

Acknowledgements

First of all, the author wishes to express his gratitude to Professor Manuel Elices and Professor Manuel Fuentes (President and Secretary of the Spanish Group on Fracture), whose enthusiastic and forward-looking action allowed the introduction of fracture mechanics in Spain.

The author also wishes to thank Professors Elices and Fuentes for the Honour Medal Award of the Spanish Group on Fracture and for the invitation to write this review paper to be published in the special issue of the Spanish Journal of Fracture Anales de Mecánica de la Fractura (Vol. XVII, year 2000) edited to celebrate the organization of the 13th European Conference on Fracture (ECF13) in San Sebastián (Spain).

The results summarized in this paper are taken from previous works reported in the list of references. Acknowledgement is gratefully given to the co-authors of such papers, and especially to Prof. Manuel Elices (Polytechnic University of Madrid), Prof. Andrés Valiente (Polytechnic University of Madrid) and Dr. Ana María Lancha (CIEMAT, Madrid).

In addition, the author is also especially indebted to the members of the research team of the Department of Materials Science of the University of La Coruña: Dr. Victor Kharin (Visiting scientist), Dr. Elena Ovejero (researcher) and Dr. Mar Toledano (researcher), the two first (VK and EO) being the co-authors of many papers on which this review is based.

This work was funded by the Spanish Institutions CICYT (Grants MAT91-0113-CE and MAT97-0442), DGICYT (Grants UE94-0001 and SAB95-0122), UPM (Grant A90-0020-0161) and Xunta de Galicia (Grants XUGA 11801A93, 11801B95 and 11802B97) and the European Institutions EURATOM (European Fusion Technology Programme), CEE (Human Capital and Mobility) and NATO (Scientific Programme).

REFERENCES

- J. Toribio, A. M. Lancha, M. Elices, Hydrogen embrittlement of pearlitic steels: phenomenological study on notched and precracked specimens, Corrosion 47 (1991) 781-791.
- [2] J. Toribio, A. M. Lancha, On the meaning of thresholds in environmentally assisted cracking, J. Mater. Sci. Lett. 11 (1992) 1085-1086.
- [3] J. Toribio, A. M. Lancha, Experimental evaluation of environmentally assisted cracking: the effect of compressive residual stresses at the crack tip, J. Mater. Sci. Lett. 14 (1995) 1204-1206.
- [4] J. Toribio, A. M. Lancha, M. Elices, Characteristics of the new tearing topography surface, Scripta Metall. Mater. 25 (1991) 2239-2244.
- [5] J. Toribio, A. M. Lancha, M. Elices, Macroscopic variables governing the microscopic fracture of pearlitic steels, Mater. Sci. Engng. A 145 (1991) 167-177.
- [6] J. Toribio, A. M. Lancha, M. Elices, The tearing topography surface as the zone associated with hydrogen embrittlement processes in pearlitic steel, Metall. Trans. 23A (1992) 1573-1584.
- [7] J. Toribio, Fracture mechanics approach to hydrogen-assisted microdamage in eutectoid steel, Metall. Mater. Trans. 28A (1997) 191-197.
- [8] J. Toribio, Hydrogen-assisted micro-damage evolution in pearlitic steel, J. Mater. Sci. Lett. 16 (1997) 1345-1348.
- [9] J. Toribio, Hydrogen-plasticity interactions in pearlitic steel: a fractographic and numerical study, Mater. Sci. Engng. A219 (1996) 180-191.
- [10] J. Toribio, Role of hydrostatic stress in hydrogen diffusion in pearlitic steel, J. Mater. Sci. 28 (1993) 2289-2298.
- [11] J. Toribio, M. Elices, The role of local strain rate in the hydrogen embrittlement of round-notched samples, Corros. Sci. 33 (1992) 1387-1409.
- [12] J. Toribio, The role of crack tip strain rate in hydrogen assisted cracking, Corros. Sci. 39 (1997) 1687-1697.
- [13] J. Toribio, Material factors influencing notch tip strain rate, Br. Corros. J. 33 (1998) 23-28.

- [14] J. Toribio, Local strain rate at a crack tip: implications in stress corrosion cracking, Br. Corros. J. 32 (1997) 41-47.
- [15] J. Toribio, Numerical modelling of hydrogen embrittlement of cylindrical bars with residual stress fields, J. Strain Anal. 35 (2000) 189-203.
- [16] J. Toribio, M. Elices, Influence of residual stresses on hydrogen embrittlement susceptibility of prestressing steels, Int. J. Solids Structures 28 (1991) 791-803.
- [17] J. Toribio, Hydrogen embrittlement of prestressing steels: the concept of effective stress in design, Materials & Design 18 (1997) 81-85.
- [18] J. Toribio, Effects of strain rate and notch geometry on hydrogen embrittlement of AISI type 316L austenitic stainless steel, Fusion Engng. Design 16 (1991) 377-386.
- [19] J. Toribio, A. Valiente, R. Cortés, L. Caballero, Modelling hydrogen embrittlement in 316L austenitic stainless steel for the first wall of the Next European Torus, Fusion Engng. Design 29 (1995) 442-447.
- [20] A. Valiente, J. Toribio, R. Cortés, L. Caballero, Tensile failure of stainless steel notched bars under hydrogen charging. ASME-J. Engng. Mater. Tech. 118 (1996) 186-191.
- [21] J. Toribio, Experimental evaluation of micromechanical damage produced by hydrogen in 316L steel for the first wall of fusion reactors, Fusion Engng. Design 41 (1998) 85-90.
- [22] J. Toribio, R. Cortés, L. Caballero, A. Valiente, An integrated approach to the modelling of hydrogen assisted failure in 316L steel, Fusion Engng. Design 41 (1998) 91-96.
- [23] J. Toribio, E. Ovejero, Microstructure evolution in a pearlitic steel subjected to progressive plastic deformation, Mater. Sci. Engng. A234-236 (1997) 579-582.
- [24] J. Toribio, E. Ovejero, Microstructure orientation in a pearlitic steel subjected to progressive plastic deformation, J. Mater. Sci. Lett. 17 (1998) 1037-1040.
- [25] J. Toribio, E. Ovejero, Effect of cumulative cold drawing on the pearlite interlamellar spacing in eutectoid steel, Scripta Mater. 39 (1998) 323-328.

- [26] J. Toribio, E. Ovejero, Effect of cold drawing on microstructure and corrosion performance of highstrength steel, Mech. Time-Dependent Mater. 1 (1998) 307-319.
- [27] J. Toribio, E. Ovejero, Micromechanics of hydrogen assisted cracking in progressively drawn steels, Scripta Mater. 40 (1999) 943-948.
- [28] J. Toribio, E. Ovejero, Micromechanics of stress corrosion cracking in progressively drawn steels, Int. J. Fracture 90 (1998) L21-L26.
- [29] J. Toribio, V. Kharin, The reliability of the fracture mechanics approach to environmentally assisted cracking: 1. Uniqueness of the v(K)-curve, Mater. & Design 18 (1997) 87-94.
- [30] J. Toribio, V. Kharin, The reliability of the fracture mechanics approach to environmentally assisted cracking: 2. Engineering safe design, Mater. & Design 18 (1997) 95-101.
- [31] J. Toribio, V. Kharin, Evaluation of hydrogen assisted cracking: the meaning and significance of the fracture mechanics approach, Nucl. Engng. Design 182 (1998) 149-163.
- [32] J. Toribio, V. Kharin, K-dominance condition in hydrogen assisted cracking: the role of the far field, Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct. 20 (1997) 729-745.
- [33] J. Toribio, V. Kharin, The effect of history on hydrogen assisted cracking: 1. Coupling of hydrogenation and crack growth, Int. J. Fracture 88 (1997) 233-245.
- [34] J. Toribio, V. Kharin, The effect of history on hydrogen assisted cracking: 2. A revision of Kdominance, Int. J. Fracture 88 (1997) 247-258.

ALGUNOS PROBLEMAS DE FRACTURA EN ELASTICIDAD ANISÓTROPA

C. Blanco¹, J.M. Martínez Esnaola¹, J.M. Bastero¹ y C. Atkinson²

 (1) Centro de Estudios e Investigaciones Técnicas de Gipuzkoa (CEIT), P. Manuel Lardizábal 15, 20018 San Sebastián, y Escuela Superior de Ingenieros, Universidad de Navarra, P. Manuel Lardizábal 13, 20018 San Sebastián
 (2) Department of Mathematics, Imperial College of Science, Technology and Medicine, Huxley Building, 180 Queen's Gate, London SW7 2BZ, UK

Resumen. Se presenta la resolución de varios problemas de fractura, para el caso general de anisotropía elástica, mediante la formulación de Stroh y la técnica de dislocaciones. Se obtiene la solución fundamental para una dislocación situada en el recubrimiento de un material semi-infinito, que se utiliza para la modelización de grietas en el recubrimiento como distribuciones continuas de dichas dislocaciones. Imponiendo la condición de tracciones nulas sobre los labios de la grieta se obtiene un sistema de ecuaciones integrales singulares del tipo de Cauchy, que se resuelve mediante fórmulas de inversión adecuadas y métodos numéricos. Se analiza, así mismo, una grieta acodada en un medio anisótropo infinito. Para ello, se desarrolla un método para el análisis del tipo de singularidad de las tensiones en el codo, que se utiliza para representar la densidad de dislocaciones de forma adecuada. El sistema de ecuaciones integrales obtenido se resuelve mediante el teorema de reciprocidad y desarrollos en serie de polinomios de Chebyshev de primera especie. En ambos casos, los factores de intensidad de tensiones en los extremos de la grieta se obtienen directamente de la densidad de dislocaciones. Cuando la grieta es acodada se obtiene también el factor de intensidad de tensiones generalizado, que caracteriza la magnitud de las tensiones singulares en las proximidades del vértice.

Abstract. Several problems of fracture mechanics in anisotropic elastic bodies are solved using the Stroh's formalism together with the dislocation technique. Firstly, the fundamental solution for a dislocation located in the coating of a semi-infinite material is obtained. A coating crack is then modelled by means of continuous distributions of these dislocations. The resulting system of singular integral equations, which is obtained by imposing that the crack surface is traction-free, is solved using the appropriate inversion formulae and numerical methods. A kinked crack in an infinite anisotropic material is also considered. First, the stress singularity at the kink vertex is obtained; this is used to define the precise form of the singular dislocation density at the apex. The resulting system of singular integral equations is solved numerically using Chebyshev polynomials and the reciprocal theorem. The stress intensity factors at the crack tips and the generalised stress intensity factor at the kink vertex are directly obtained from the dislocation densities.

1. INTRODUCCIÓN

La formulación de Stroh (1958) ha demostrado ser una herramienta potente y elegante para el análisis de problemas bidimensionales de fractura elástica en materiales anisótropos. Como ejemplos de problemas resueltos analíticamente mediante esta formulación se pueden citar, entre otros, el de un medio infinito con una línea de inclusión (Li y Ting, 1989), con grietas colineales (Hwu, 1991) o con una inclusión elíptica (Hwu y Ting, 1989); grietas colineales a lo largo de la intercara de un bimaterial (Suo, 1990), etc.

Aunque la formulación de Stroh está desarrollada, en principio, para problemas estáticos, se puede extender sin grandes modificaciones a problemas dinámicos (Chadwick y Smith, 1977). Así mismo, Wu (1998) desarrolló una generalización de dicha formulación para

problemas tridimensionales que ha ampliado considerablemente su campo de aplicación.

Stroh, basándose en el trabajo de Eshelby et al. (1953) demostró que, cuando los campos de desplazamientos y tensiones son independientes de una de las coordenadas cartesianas (por ejemplo, x_3), dichos campos pueden expresarse mediante funciones arbitrarias de una combinación lineal de x_1 y x_2 del siguiente modo

$$u_k = \sum_{\alpha=1}^3 A_{k\alpha} f_\alpha(z_\alpha) + C.C.$$
(1)

donde C.C. denota el complejo conjugado de la expresión precedente,

$$z_{\alpha} = x_1 + p_{\alpha} x_2 , \qquad (2)$$

 p_{α} y \overline{p}_{α} son tres pares de raíces conjugadas de la ecuación característica

$$\det\left(c_{i1k1} + p(c_{i1k2} + c_{i2k1}) + p^2 c_{i2k2}\right) = 0$$
 (3)

donde c_{ijkl} es el tensor de rigidez elástico. Por último, $A_{k\alpha}$ son los correspondientes autovectores.

De este modo, los campos de tensiones vienen dados por las ecuaciones

$$\sigma_{i1} = -\sum_{\alpha} L_{i\alpha} p_{\alpha} f'_{\alpha}(z_{\alpha}) + C.C.$$

$$\sigma_{i2} = \sum_{\alpha} L_{i\alpha} f'_{\alpha}(z_{\alpha}) + C.C.$$
(4)

donde

$$L_{i\alpha} = A_{k\alpha} (c_{i2k1} + p_{\alpha} c_{i2k2}).$$
 (5)

La tensión σ_{33} se puede deducir fácilmente de la expresión para los desplazamientos.

En la ecuación (5), así como en el resto de este artículo, se aplica el convenio de la suma para los subíndices latinos repetidos. Las sumas extendidas a subíndices griegos, como α en la ecuación (4), se entenderán en el rango $\alpha = 1,2,3$.

Según lo establecido anteriormente, la resolución de cada problema concreto se reduce a determinar las funciones f_{α} adecuadas para que se verifiquen las condiciones de contorno del problema.

Utilizando esta formulación, se analizan en este artículo varios problemas de fractura en materiales anisótropos. En primer lugar, se obtiene las solución elástica para una dislocación situada en el recubrimiento de un material semi-infinito (sección 2). Esta solución se utiliza en la sección 3 como solución fundamental para la modelización de una grieta situada en el recubrimiento de un material semi-infinito. La sección 4 se dedica a la modelización de una grieta acodada situada en un material anisótropo infinito, previo análisis del tipo de singularidad de las tensiones en las proximidades del codo. Finalmente, se recogen en la sección 5 algunos de los resultados obtenidos para cada uno de los problemas resueltos.

Con el fin de facilitar al lector el seguimiento del desarrollo analítico, en las secciones 2, 3 y 4 se han expresado las ecuaciones de modo compacto, recogiéndose en el Apéndice 1 las expresiones para las funciones o constantes que aparecen en dichas

ecuaciones. Así mismo, se proporcionan las referencias en las que pueden encontrarse los desarrollos algebraicos que aquí se omiten.

2. SOLUCIÓN PARA UNA DISLOCACIÓN SITUADA EN EL RECUBRIMIENTO DE UN MATERIAL SEMI-INFINITO

2.1. Dislocación en un medio infinito

Stroh (1958) resolvió el problema de una dislocación situada en un medio anisótropo infinito. Dado que en este caso los desplazamientos presentan discontinuidad a lo largo de una semirrecta, la función logaritmo complejo resulta adecuada para la definición de dicho campo. Así pues, denotando con (a_1,a_2) las coordenadas del punto en el que se sitúa la dislocación, la solución obtenida para los desplazamiento resulta ser

$$u_{k} = \frac{1}{4\pi} \sum_{\alpha} A_{k\alpha} M_{\alpha j} d_{j} \ln(z_{\alpha} - \zeta_{\alpha}) + C.C. \quad (6)$$

donde

$$\zeta_{\alpha} = a_1 + p_{\alpha} a_2, \qquad (7)$$

 $M_{\alpha j}$ es la matriz inversa de la matriz $L_{i\alpha}$ definida en la ecuación (5) y d_j está relacionado con el vector de Burguers (cf. Apéndice 1).

2.2. Dislocación en un bimaterial infinito

Atkinson y Eftaxiopoulos (1988) resolvieron el problema de una dislocación en un bimaterial infinito, obteniendo para el medio que contiene la dislocación la siguiente solución para los desplazamientos

$$u_{k}^{(1)} = \frac{1}{4\pi} \sum_{\alpha} A_{k\alpha}^{(1)} d_{j} \left\{ \begin{split} M_{\alpha j}^{(1)} \ln(z_{\alpha}^{(1)} - \zeta_{\alpha}^{(1)}) \\ + \sum_{\beta} E_{\beta \alpha j} \log(z_{\alpha}^{(1)} - \overline{\zeta}_{\beta}^{(1)}) \\ \end{split} \right\} + C.C. \tag{8}$$

donde $E_{\beta c q}$ depende de las constantes elásticas de ambos materiales (cf. Apéndice 1), y el superíndice 1 denota el medio en el que se encuentra la dislocación. De la expresión para los desplazamientos y teniendo en cuenta la ecuación (4), se obtiene el siguiente campo de tensiones

$$\sigma_{k1}^{(1)} = \frac{-1}{4\pi} \sum_{\alpha} L_{k\alpha}^{(1)} p_{\alpha} d_{j} \begin{cases} M_{\alpha j}^{(1)} \frac{1}{z_{\alpha}^{(1)} - \zeta_{\alpha}^{(1)}} \\ + \sum_{\beta} E_{\beta \alpha j} \frac{1}{z_{\alpha}^{(1)} - \overline{\zeta}_{\beta}^{(1)}} \end{cases} + C.C.$$
(9a)

$$\sigma_{k2}^{(1)} = \frac{1}{4\pi} \sum_{\alpha} L_{k\alpha}^{(1)} d_j \begin{cases} M_{\alpha j}^{(1)} \frac{1}{z_{\alpha}^{(1)} - \zeta_{\alpha}^{(1)}} \\ + \sum_{\beta} E_{\beta \alpha j} \frac{1}{z_{\alpha}^{(1)} - \overline{\zeta}_{\beta}^{(1)}} \end{cases} + C.C.$$
(9b)

Nótese que el campo obtenido es singular en el punto (a_1, a_2) donde está situada la dislocación, con singularidad del tipo r^{-1} siendo

$$r = \sqrt{(x_1 - a_1)^2 + (x_2 - a_2)^2} .$$
 (10)

2.3. Solución para una dislocación en el recubrimiento

Se considera ahora una dislocación situada en el recubrimiento de un medio semi-infinito, siendo ambos materiales anisótropos. Los campos elásticos correspondientes a este problema se obtienen añadiendo a la solución de Atkinson y Eftaxiopoulos, dada por las ecuaciones (8) y (9), un campo corrector que satisfaga las siguientes condiciones:

(a) Las tracciones sobre el plano correspondiente a la superficie libre del recubrimiento deben ser opuestas a las tracciones, sobre dicho plano, resultantes de la solución para la dislocación en el bimaterial infinito.

(b) Continuidad de tracciones y desplazamientos en el plano de la intercara.

(c) Condiciones de regularidad en el infinito.

De este modo, al sumar el campo corrector a la solución para la dislocación en el bimaterial infinito, se sigue verificando la condición de continuidad en la intercara, y el plano correspondiente a la superficie del recubrimiento resulta libre de tracciones.

Se toma un sistema de referencia de manera que la intercara entre ambos materiales corresponda al plano $x_2 = 0$ y la superficie libre del recubrimiento al plano $x_2 = 1$, como se muestra en la Fig. 1.

El campo corrector de desplazamientos (que denotamos v_k) se determina utilizando la transformada de Fourier respecto de la variable x_1 , esto es,

$$V_k(\varepsilon, x_2) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\alpha_1} v_k(x_1, x_2) dx_1.$$
 (11)

Considerando una solución de la forma

$$V_k(\varepsilon, x_2) = A_k(\varepsilon) e^{-i\varepsilon p}$$
(12)

e imponiendo que se verifiquen las ecuaciones de equilibrio transformadas, se obtiene la ecuación

$$(c_{i1k1} + p(c_{i1k2} + c_{i2k1}) + p^2 c_{i2k2})A_k(\varepsilon) = 0.$$
 (13)



Fig. 1. Dislocación en el recubrimiento de un material semi-infinito: sistema de coordenadas.

Por ser de la misma forma que la obtenida en el trabajo de Stroh (véase la ecuación (3)), se obtienen también tres pares de complejos conjugados, p_{α} y \overline{p}_{α} , y los correspondientes autovectores son proporcionales a los obtenidos por Stroh. Así pues,

$$V_{k}^{(r)}(\varepsilon, x_{2}) = \sum_{\alpha} A_{k}^{(r)} C_{\alpha}^{(r)}(\varepsilon) e^{-i\varphi p_{\alpha}^{(r)}} + \sum_{\alpha} \overline{A}_{k}^{(r)} D_{\alpha}^{(r)}(\varepsilon) e^{-i\overline{\varphi} \overline{p}_{\alpha}^{(r)}} \quad (r = 1, 2) \quad (14)$$

con $C_{\alpha}^{(r)}(\varepsilon)$ y $D_{\alpha}^{(r)}(\varepsilon)$ funciones complejas que se determinan imponiendo las condiciones de contorno. Una vez obtenidas estas funciones, aplicando el teorema de inversión para la transformada de Fourier, la solución para el campo corrector correspondiente al recubrimiento resulta ser la siguiente

$$\nu_{k}^{(1)} = \frac{1}{4\pi} \sum_{\alpha} A_{k\alpha}^{(1)} d_{j} \begin{cases} \int_{0}^{\infty} \frac{1}{\varepsilon} R_{\alpha}^{-1}(\varepsilon) \Phi_{ij}(\varepsilon) e^{-i\varepsilon z_{\alpha}^{(1)}} d\varepsilon \\ + \sum_{\beta} W_{\beta\alpha} \int_{0}^{\infty} \frac{1}{\varepsilon} \overline{R}_{\beta}^{-1}(\varepsilon) \overline{\Phi}_{ij}(\varepsilon) e^{i\varepsilon z_{\alpha}^{(1)}} d\varepsilon \end{cases}$$

$$+ C.C.$$
(15)

Las constantes $W_{\beta\alpha}$ y las funciones $R_{\alpha i}(\varepsilon)$ y $\Phi_{ij}(\varepsilon)$ dependen de las constantes elásticas de ambos materiales (cf. Apéndice 1). Para el campo corrector de tensiones se tiene

$$s_{k1}^{(1)} = \frac{i}{4\pi} \sum_{\alpha} L_{k\alpha}^{(1)} p_{\alpha} d_{j} \begin{cases} \int_{0}^{\infty} R_{\alpha i}^{-1}(\varepsilon) \Phi_{ij}(\varepsilon) e^{-i\varepsilon z_{\alpha}^{(1)}} d\varepsilon \\ -\sum_{\beta} W_{\beta \alpha} \int_{0}^{\infty} \overline{R}_{\beta}^{-1}(\varepsilon) \overline{\Phi}_{ij}(\varepsilon) e^{i\varepsilon z_{\alpha}^{(1)}} d\varepsilon \end{cases} + C.C.$$

$$s_{k2}^{(1)} = \frac{-i}{4\pi} \sum_{\alpha} L_{k\alpha}^{(1)} d_{j} \begin{cases} \int_{0}^{\infty} R_{\alpha i}^{-1}(\varepsilon) \Phi_{ij}(\varepsilon) e^{-i\varepsilon z_{\alpha}^{(1)}} d\varepsilon \\ +\sum_{\beta} W_{\beta \alpha} \int_{0}^{\infty} \overline{R}_{\beta}^{-1}(\varepsilon) \overline{\Phi}_{ij}(\varepsilon) e^{i\varepsilon z_{\alpha}^{(1)}} d\varepsilon \end{cases} + C.C.$$

$$(16)$$

$$+ C.C.$$

El análisis detallado de la obtención del campo corrector se puede encontrar en Blanco (1997).

Añadiendo el campo corrector a la solución de Atkinson y Eftaxiopoulos, se obtiene la solución para la dislocación en el recubrimiento.

3. MODELIZACIÓN DE UNA GRIETA RECTA EN EL RECUBRIMIENTO

En esta sección, se estudia la perturbación en los campos elásticos originada por la presencia de una grieta en el recubrimiento. Para ello, se aplica el principio de superposición, de modo que el problema a resolver es el de una grieta en el recubrimiento con tracciones en los labios opuestas a las producidas por el esfuerzo exterior en un medio sin agrietar en el plano correspondiente a la grieta.

Se analizan las tres posiciones de la grieta en el recubrimiento representadas en la Fig. 2: (a) grieta interna paralela a la intercara, (b) grieta interna formando un ángulo arbitrario con la intercara, y (c) grieta superficial.

Para los tres casos, se considera la grieta como una distribución continua de dislocaciones en el recubrimiento. De este modo, las condiciones de contorno de la intercara y la superficie libre se verifican automáticamente y solamente hay que imponer que los labios de la grieta estén libres de tracciones.

En el caso de la grieta paralela a la intercara, la grieta se considera situada en el plano $x_2 = l$, con 0 < l < 1, y centrada respecto del eje de ordenadas, como se muestra en la Fig. 3.

Se define como densidad de dislocaciones la función

$$d'_{j}(t) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} d_{j}(t) \cdot \tag{17}$$



Fig. 2. Posiciones de la grieta en el recubrimiento.



Fig. 3. Grieta en el recubrimiento paralela a la intercara.

Sumando las ecuaciones (9) y (16), sustituyendo d_j por $d'_j(t)dt$ e integrando entre los valores t = -a y t = a se obtienen las tensiones debidas a la distribución de dislocaciones. Las tracciones en los labios de la grieta se pueden expresar de modo compacto como sigue

$$\sigma_{k2}(x_1, l) = \frac{1}{2\pi} \int_{-a}^{a} \frac{d'_k(t)}{x_1 - t} dt + \int_{-a}^{a} d'_j(t) F_{kj}(x_1, t) dt.$$

$$(-a < x_1 < a)$$
(18)

donde $F_{kj}(x_1,t)$ son funciones que no presentan singularidades en su dominio de definición (cf. Apéndice 1).

Imponiendo la condición de que las tracciones sobre los labios de la grieta anulen las generadas por los esfuerzos exteriores cuando se considera el medio sin agrietar (que se denotarán t_{k2}), se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones integrales singulares de Cauchy

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-1}^{1} \frac{b_k(t')}{x - t'} dt' = \int_{-1}^{1} b_j(t') G_{kj}(x, t') dt' + t_{k2}(x)$$
(19)
(-1 < x < 1)

con

$$x_{1} = ax$$

$$t = at'$$

$$b_{k}(t') = d'_{k}(t).$$

$$G_{kj}(x,t') = F_{kj}(x_{1},t)$$
(20)

Para la resolución del sistema (19), teniendo en cuenta que la solución deseada debe ser singular en los extremos de la grieta, se utiliza la fórmula de inversión (Muskhelishvili, 1953)

$$b_{k}(t') = \frac{2}{\pi\sqrt{1-t'^{2}}} C_{k}$$

+ $\frac{2}{\pi\sqrt{1-t'^{2}}} \int_{-1}^{1} \frac{\sqrt{1-x^{2}}}{x-t'} \left[\int_{-1}^{1} b_{j}(s) G_{kj}(x,s) ds + t_{k2}(x) \right] dx$ (21)

donde C_k son constantes de integración que se determinan imponiendo que la grieta sea cerrada, es decir,

$$\int_{-1}^{1} b_k(t') dt' = 0.$$
 (22)

La función $b_k(t')$ a determinar será singular en los extremos $t' = \pm 1$, por lo que se puede expresar

$$b_k(t') = \frac{B_k(t')}{\sqrt{1 - t'^2}}$$
(23)

donde $B_k(t')$ es una función acotada en el intervalo [-1,1]. Sustituyendo (23) en (21) y (22), se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones integrales de Fredholm

$$\frac{\pi}{2}B_{k}(t') = \int_{-1}^{1} \frac{\sqrt{1-x^{2}}}{x-t'} \left[\int_{-1}^{1} \frac{B_{j}(s)}{\sqrt{1-s^{2}}} G_{kj}(x,s) ds + t_{k2}(x) \right] dx$$

$$+ C_{k}$$

$$\int_{-1}^{1} \frac{B_{j}(s)}{\sqrt{1-s^{2}}} ds = 0$$
(24)

que se resuelve numéricamente.

Mediante esta formulación, los factores de intensidad de tensiones (FIT) se obtienen de modo explícito en función de los valores que toma la distribución de dislocaciones en los extremos de la grieta. Definiendo

$$K_{\eta(i)}(\pm a) = \lim_{r \to 0^+} \sqrt{2\pi r} \,\sigma_{i2}(\pm a \pm r, 0)$$
(25)

con $\eta(1) = II$, $\eta(2) = I$ y $\eta(3) = III$, se obtiene

$$K_{\eta(i)}(\pm a) = -\frac{\sqrt{\pi a}}{2} B_i(\pm 1) .$$
 (26)

El análisis del caso en el que la grieta forma un ángulo arbitrario con la intercara del bimaterial, es paralelo al caso desarrollado, por lo que se omite aquí por brevedad. Cuando la grieta es superficial se procede de modo análogo a excepción de la fórmula de inversión utilizada para la resolución del sistema de ecuaciones integrales. En este caso, las tensiones solamente son singulares en un extremo de la grieta por lo que la fórmula de inversión adecuada es

$$b_{k}(t') = \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{1-t'}{1+t'}} \\ \times \int_{-1}^{1} \frac{1}{x-t'} \sqrt{\frac{1+x}{1-x}} \left[\int_{-1}^{1} b_{j}(s) G_{kj}(x,s) ds + t_{k2}(x) \right] dx$$
(27)

y la expresión correspondiente para la densidad de dislocaciones es

$$b_k(t') = \frac{B_k(t')}{\sqrt{1+t'}}$$
(28)

El análisis detallado de los casos (b) y (c) de la Fig. 2 se puede encontrar en Blanco et al. (1995).

4. MODELIZACIÓN DE UNA GRIETA ACODADA EN UN MEDIO ANISÓTROPO INFINITO

Se considera en esta sección una grieta acodada situada en un material anisótropo infinito. El interés de este problema radica en el hecho de que la propagación de una grieta puede no producirse en su mismo plano (en particular, en el caso de modos mixtos de carga y materiales anisótropos), sino que puede tomar otra dirección dando lugar a un acodamiento.

En las proximidades del vértice de la grieta acodada, las tensiones presentan una singularidad del tipo $r^{-\lambda}$, con $0 < \lambda < 0.5$, siendo r la distancia radial al vértice. En el caso de un material isótropo, el valor de λ depende únicamente del ángulo formado por el plano en el que yace la grieta principal y el de la rama (Atkinson et al., 1988; Sih y Ho, 1991; Williams, 1952). Sin embargo, en materiales anisótropos, el tipo de singularidad depende además de las constantes elásticas del material. Bogy (1972), Heinzelmann et al. (1994) y Busch et al. (1994) desarrollaron análisis asintóticos para entallas en materiales ortótropos en los que se muestra ya dicha dependencia.

En los modelos de grieta acodada desarrollados hasta el momento, la singularidad de las tensiones en el codo se trata de diversos modos. En algunos casos no se tiene en cuenta la singularidad (Lo, 1978; Vitek, 1977) mientras que en otros se considera la singularidad en el codo de la misma naturaleza que la de la punta de la grieta, es decir, del tipo $r^{-1/2}$ (Karihaloo et al., 1980).

A continuación se analiza la singularidad de las tensiones en las proximidades del codo en el caso general de anisotropía elástica, para tenerla en cuenta explícitamente en la modelización de la grieta acodada.

4.1. Análisis de la singularidad en el codo

Se toma un sistema de coordenadas en el cual $x_2 = 0$ corresponde al plano en el que yace la grieta principal, el vértice se encuentra en el origen de coordenadas y la rama forma con el eje x_1 un ángulo ϕ , como se muestra en la Fig. 4.



Fig. 4. Grieta acodada: sistemas de coordenadas.

De nuevo se utiliza la formulación de Stroh para la modelización de la grieta. En este caso, la solución fundamental utilizada es la obtenida por Stroh para una dislocación en un medio infinito.

La expresión para la densidad de dislocaciones se determina teniendo en cuenta que las tensiones son singulares en los extremos de la grieta –con singularidad del tipo $r^{-1/2}$ – y también en el vértice, con una singularidad más débil, del tipo $r^{-\lambda}$ (0 < λ < 0.5), pero todavía desconocida. Así pues, se eligen las funciones

$$f_{j}(\zeta) = \frac{D_{j}(\zeta)}{\sqrt{(1+\zeta)(c-\zeta)}} + \frac{F_{j}(\zeta)}{(-\zeta)^{\lambda}} \quad (-1 < \zeta < 0)$$

$$g_{j}(\eta) = \frac{D_{j}(\eta)}{\sqrt{(1+\eta)(c-\eta)}} + \frac{G_{j}(\eta)}{\eta^{\lambda}} \quad (0 < \eta < c)$$
(29)

donde $D_j(\zeta)$, $F_j(\zeta)$ y $G_j(\eta)$ son funciones acotadas en los intervalos [-1,c], [-1,0] y [0,c], respectivamente. En este caso las ecuaciones integrales que se obtienen al imponer que los labios de la grieta estén libres de tracciones son

$$-t_{k}(x_{1}) = \frac{1}{4\pi} \sum_{\alpha} L_{k\alpha} M_{\alpha j} \int_{-1}^{0} \frac{f_{j}(\zeta)}{x_{1} - \zeta} d\zeta$$

+
$$\frac{1}{4\pi} \sum_{\alpha} L_{k\alpha} M_{\alpha j} \int_{0}^{c} \frac{g_{j}(\eta)}{x_{1} - \eta \tau_{\alpha}} d\eta + C.C.$$
 (30a)
(-1 < x₁ < 0)

$$-t'_{k}(x) = \frac{l_{ki}}{4\pi} \sum_{\alpha} L_{k\alpha} M_{\alpha j} \tau_{\alpha} \int_{-1}^{0} \frac{f_{j}(\zeta)}{x \tau_{\alpha} - \zeta} d\zeta$$
$$+ \frac{l_{ki}}{4\pi} \sum_{\alpha} L_{k\alpha} M_{\alpha j} \tau_{\alpha} \int_{0}^{c} \frac{g_{j}(\eta)}{x \tau_{\alpha} - \eta \tau_{\alpha}} d\eta + C.C. \qquad (30b)$$
$$(0 < x < c)$$

siendo l_{ki} la matriz del cambio de coordenadas y

$$\tau_{\alpha} = \cos\phi + p_{\alpha}\sin\phi. \qquad (31)$$

Tras extender las ecuaciones (30a) y (30b) a las semirrectas $x_1 < 0$ y x > 0, respectivamente, se aplica la transformada de Mellin obteniendo el siguiente sistema funcional de incógnitas $\hat{f}_j(s)$ y $\hat{g}_j(s)$ (Blanco et al., 1998a)

$$T_{k}(s) = \frac{1}{2}\cot(\pi s)\hat{f}_{k}(s) - \frac{1}{2}\csc(\pi s)H_{kj}(s-1)\hat{g}_{j}(s)$$
$$T_{k}'(s) = \frac{l_{ki}}{2}\csc(\pi s)H_{ij}(1-s)\hat{f}_{j}(s) - \frac{l_{ki}}{2}\cot(\pi s)\hat{g}_{j}(s) (32)$$
$$(0 < \operatorname{Re}(s) < 1)$$

donde

$$\widehat{f}_{j}(s) = \int_{0}^{1} f_{j}(-\zeta) \zeta^{s-1} d\zeta$$

$$\widehat{g}_{j}(s) = \int_{0}^{c} g_{j}(\zeta) \zeta^{s-1} d\zeta$$

$$H_{ij}(z) = \frac{1}{2} \left\{ \sum_{\alpha} L_{i\alpha} M_{\alpha j} \tau_{\alpha}^{z} + \sum_{\alpha} \overline{L}_{i\alpha} \overline{M}_{\alpha j} \overline{\tau}_{\alpha}^{z} \right\}$$
(34)

y las funciones $T_k(s)$ y $T'_k(s)$ son las transformadas de Mellin de las tensiones $t_k(x_1)$ y $t'_k(x)$, es decir,

$$T_k(s) = \int_0^\infty x_1^{s-1} t_k(x_1) \,\mathrm{d}s, \quad T_k'(s) = \int_0^\infty x^{s-1} t_k'(x) \,\mathrm{d}s \,. (35)$$

La solución del sistema (32) se puede expresar en forma matricial como

$$\mathbf{F}(s) = \mathbf{M}^{-1}(s)\mathbf{T}(s) \tag{36}$$

con

$$\mathbf{F}(s) = \begin{pmatrix} \hat{f}_j(s) \\ \hat{g}_j(s) \end{pmatrix}$$
(37)

$$\mathbf{M}(s) = \begin{pmatrix} \frac{\delta_{kj}}{2} \cot(\pi s) & -\frac{1}{2} \csc(\pi s) H_{kj}(s-1) \\ \frac{l_{ki}}{2} \csc(\pi s) H_{ij}(1-s) & -\frac{l_{kj}}{2} \cot(\pi s) \end{pmatrix} (38)$$

$$\mathbf{T}(s) = \begin{pmatrix} T_k(s) \\ T'_k(s) \end{pmatrix}.$$
 (39)

Las matrices $\mathbf{M}(s)$ y $\mathbf{T}(s)$ son analíticas en la franja $0 < \operatorname{Re}(s) < 1$, sin embargo la matriz incógnita $\mathbf{F}(s)$ es analítica en el semiplano $\operatorname{Re}(s) > \lambda$. Esto implica que la matriz $\mathbf{M}(s)$ tiene una singularidad en un punto s_0 con $\operatorname{Re}(s_0) = \lambda$, es decir, el parámetro λ que caracteriza la singularidad de tensiones dominante es la raíz de mayor parte real de la ecuación

$$\det \mathbf{M}(s) = 0. \tag{40}$$

De acuerdo con (38), la ecuación (40) depende del ángulo de acodamiento y de las constantes del material a través de las funciones H_{ij} . Por tanto, a diferencia del caso isótropo, en el que el tipo de singularidad en el codo depende solamente del ángulo de acodamiento, en el caso de un material anisótropo, la singularidad de las tensiones en el codo se ve afectada también por las propiedades elásticas del material.

Nótese que este método es igualmente aplicable al caso de una entalla aguda, ya que se está considerando la singularidad de las tensiones locales en el vértice, que no resultan afectadas por la singularidad originada en los extremos de la grieta.

4.2. Modelización de la grieta acodada

Como en los casos anteriores, se utiliza el modelo de dislocaciones para el análisis de la grieta acodada.

De acuerdo con el sistema de referencia considerado (Fig. 4), se toma la siguiente parametrización de la trayectoria de la grieta

$$x_{1}(r) = \begin{cases} r & -1 \le r \le 0\\ r \cos \phi & 0 < r \le c \end{cases}$$

$$x_{2}(r) = \begin{cases} 0 & -1 \le r \le 0\\ r \sin \phi & 0 < r \le c. \end{cases}$$
(41)

Aunque no se ha demostrado analíticamente, se ha comprobado para distintos materiales y ángulos de acodamiento que la matriz $\mathbf{M}(\lambda)$ tiene rango cinco. Así pues, el autovector correspondiente al autovalor λ está determinado salvo una constante. Llamando V al vector cuya primera componente es la unidad, se toma como densidad de dislocaciones (ver ecuación (29))

$$d_{j}(r) = \begin{cases} \frac{D_{j}(r)}{\sqrt{(1+r)(c-r)}} + Av_{j} \frac{1}{(-r)^{\lambda}} & -1 < r < 0\\ \frac{D_{j}(r)}{\sqrt{(1+r)(c-r)}} + Av_{j+3} \frac{1}{r^{\lambda}} & 0 < r < c \end{cases}$$
(42)

siendo A una constante a determinar.

Imponiendo que los labios de la grieta estén libres de tracciones y que la grieta sea cerrada, se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones integrales

$$-t_{i}(r) = \frac{1}{4\pi} \sum_{\alpha} L_{i\alpha} M_{\alpha j} \Omega_{\alpha}(r) \int_{-1}^{c} \frac{\left((1+\rho)(c-\rho)\right)^{-1/2} D_{j}(\rho)}{z_{\alpha}(r) - z_{\alpha}(\rho)} d\rho$$

$$+ \frac{A}{4\pi} \sum_{\alpha} L_{i\alpha} M_{\alpha j} \Omega_{\alpha}(r) \begin{cases} v_{j} \int_{-1}^{0} \frac{(-\rho)^{-\lambda}}{z_{\alpha}(r) - \rho} d\rho \\ + v_{j+3} \int_{0}^{c} \frac{\rho^{-\lambda}}{z_{\alpha}(r) - \rho\tau_{\alpha}} d\rho \end{cases} + C.C.$$

$$(43a)$$

$$\int_{-1}^{c} (1+\rho)^{-1/2} (c-\rho)^{-1/2} D_j(\rho) d\rho + A \left\{ v_j \int_{-1}^{0} (-\rho)^{-\lambda} d\rho + v_{j+3} \int_{0}^{c} \rho^{-\lambda} d\rho \right\} = 0$$
(43b)

con

$$z_{\alpha}(r) = x_1(r) + p_{\alpha}x_2(r)$$
 (44)

$$\Omega_{\alpha}(r) = \frac{\mathrm{d}x_1}{\mathrm{d}r} + p_{\alpha} \frac{\mathrm{d}x_2}{\mathrm{d}r} \,. \tag{45}$$

En este caso, además de las funciones $D_j(r)$, se tiene como incógnita la constante A, por lo que se precisa una ecuación adicional que se obtiene aplicando el teorema de reciprocidad.

4.2.1. Aplicación del teorema de reciprocidad

El teorema de reciprocidad en elasticidad lineal y ausencia de fuerzas de volumen establece, en condiciones de equilibrio, la igualdad de integrales de superficie

$$\int_{S} \sigma_{kj} \hat{u}_k \, \mathrm{d}S_j = \int_{S} \hat{\sigma}_{kj} u_k \, \mathrm{d}S_j \tag{46}$$

donde $\hat{\sigma}_{kj}$ y \hat{u}_k son los llamados campos duales, que deben verificar las ecuaciones de equilibrio y las mismas ecuaciones constitutivas que los campos reales, y S es una superficie cerrada que no contiene singularidades.

Mediante este teorema los campos de tensiones singulares en las proximidades del vértice se pueden determinar mediante el campo de tensiones remoto (Atkinson et al., 1988; Bastero et al., 1989).

En el caso que aquí se considera, al ser los campos de desplazamientos y tensiones independientes de la coordenada x_3 , la ecuación (46) adquiere la forma

$$\int_{C} \sigma_k \hat{u}_k \, \mathrm{d}l = \int_{C} \hat{\sigma}_k u_k \, \mathrm{d}l \tag{47}$$

con $\sigma_k = \sigma_{kj}n_j$ y $\hat{\sigma}_k = \hat{\sigma}_{kj}n_j$, siendo *C* un contorno cerrado simple.

Se puede demostrar que $s = \lambda - 2$ también es una solución de la ecuación (40) y que la matriz $M(\lambda - 2)$ tiene rango cinco. Sea W el correspondiente autovector con la unidad como primera componente. Se toma como campo dual de tensiones el inducido por la densidad de dislocaciones definida por

$$\hat{d}_{j}(r) = \begin{cases} w_{j}(-r)^{\lambda - 2} & -\infty < r < 0\\ w_{j+3} r^{\lambda - 2} & 0 < r < \infty \end{cases}$$
(48)

a lo largo de las líneas de la grieta y de la rama, respectivamente.

Utilizando de nuevo la formulación de Stroh, las expresiones resultantes para las tensiones duales correspondientes son

$$\hat{\sigma}_{i1} = -\sum_{\alpha} L_{i\alpha} p_{\alpha} \hat{f}'_{\alpha}(z_{\alpha}) + C.C.$$

$$\hat{\sigma}_{i2} = \sum_{\alpha} L_{i\alpha} \hat{f}'_{\alpha}(z_{\alpha}) + C.C.$$
(49)

con

$$\hat{f}_{\alpha}'(z_{\alpha}) = \frac{1}{4\pi} M_{\alpha j} \begin{bmatrix} w_{j} \int_{-\infty}^{0} \frac{(-r)^{\lambda-2}}{z_{\alpha} - r} dr \\ + w_{j+3} \int_{0}^{\infty} \frac{r^{\lambda-2}}{z_{\alpha} - \tau_{\alpha} r} dr \end{bmatrix}.$$
 (50)

Los desplazamientos correspondientes vienen dados por

$$\hat{u}_k = \sum_{\alpha} A_{k\alpha} \hat{f}_{\alpha}(z_{\alpha}) + C.C.$$
(51)

Como contorno de integración se toma el mostrado en la Fig. 5, con $R \to \infty$ y $\varepsilon \to 0$. Se puede probar (Blanco et al., 1998b) que las tracciones duales sobre las semirrectas L_1 y L_2 y el arco γ_R ($R \to \infty$) son nulas, así como los desplazamientos duales sobre γ_R ($R \to \infty$). Así pues, en este caso, el teorema de reciprocidad se puede expresar

$$\int_{L_1} \sigma_k \hat{u}_k \, \mathrm{d}l + \int_{\gamma_\varepsilon} \sigma_k \hat{u}_k \, \mathrm{d}l + \int_{L_2} \sigma_k \hat{u}_k \, \mathrm{d}l = \int_{\gamma_\varepsilon} \hat{\sigma}_k u_k \, \mathrm{d}l \,.$$
(52)



Fig. 5. Contorno de integración para la aplicación del teorema de reciprocidad.

Evaluando las integrales de contorno, se obtiene una nueva ecuación que, junto con el sistema (43), permite determinar las funciones $D_j(r)$ y la constante A. La obtención de esta ecuación no presenta ninguna dificultad, sin embargo, es muy laboriosa por lo que aquí se omite. Para un análisis detallado, véase Blanco et al. (1998b).

4.2.2. Integración numérica del sistema de ecuaciones integrales

En este caso, el sistema de ecuaciones integrales se ha resuelto numéricamente mediante polinomios de

Chebyshev (Erdogan, 1969). Para ello, es conveniente normalizar la trayectoria de la grieta aplicando un cambio de variables adecuado en las ecuaciones (43) y (52), de modo que la densidad de dislocaciones resulta ser

$$b_{j}(t) = \begin{pmatrix} \frac{B_{j}(t)}{\sqrt{1-t^{2}}} + Av_{j}(-t)^{-\lambda} & -1 < t < 0\\ \frac{B_{j}(t)}{\sqrt{1-t^{2}}} + Av_{j+3}t^{-\lambda} & 0 < t < 1. \end{cases}$$
(53)

Las funciones incógnita $B_j(t)$ se aproximan mediante una serie truncada de polinomios de Chebyshev de primera especie, $T_n(t)$, cuyas funciones de peso asociadas son precisamente $(1-t^2)^{-1/2}$. Así pues, expresando

$$B_{j}(t) = \sum_{n=0}^{N} B_{jn} T_{n}(t) , \qquad (54)$$

sustituyendo en el sistema de ecuaciones integrales y operando convenientemente se obtiene un sistema algebraico cuyas incógnitas son las contantes B_{jn} y A (Blanco et al., 1998b).

Los factores de intensidad de tensiones se obtienen directamente mediante las expresiones

$$K_{\eta(i)} = \frac{-1}{2} \sqrt{(1+c)\frac{\pi}{2}} \sum_{n=0}^{N} (-1)^n B_{in}$$
(55)

para el extremo de la grieta principal y

$$K_{\eta(i)} = \frac{l_{ki}}{2} \sqrt{(1+c)\frac{\pi}{2}} \sum_{n=0}^{N} B_{kn}$$
(56)

para el extremo de la rama.

Tomando coordenadas polares (ε, θ) con polo en el codo de la grieta y x_1 como eje polar, cuando $\varepsilon \to 0$ las tensiones se pueden expresar en la forma

$$\sigma_k(\varepsilon,\theta) = A \,\varepsilon^{-\lambda} \overline{\sigma}_k(\theta) \tag{57}$$

con

$$\overline{\sigma}_{k}(\theta) = \frac{1}{4} \csc(\pi\lambda) \sum_{\alpha} L_{k\alpha} M_{\alpha j} \frac{-\operatorname{sen} \theta + p_{\alpha} \cos \theta}{\tau_{\alpha}(\theta)^{\lambda}}$$

$$\times \left\{ v_{j} - v_{j+3} \frac{(-1)^{-\lambda}}{\tau_{\alpha}^{1-\lambda}} d\rho \right\} + C.C.$$
(58)

у

$$\tau_{\alpha}(\theta) = \cos\theta + p_{\alpha} \sin\theta \,. \tag{59}$$

La constante A, que llamamos factor de intensidad de tensiones generalizado por caracterizar las tensiones en los puntos infinitamente próximos al vértice de la grieta, queda totalmente determinada mediante este modelo.

5. RESULTADOS

En esta sección, se recogen algunos de los resultados obtenidos para cada uno de los problemas considerados.

Los resultados de la Fig. 6 corresponden a una grieta en el recubrimiento paralela a la intercara del bimaterial. La semilongitud de la grieta es constante, a = 0.75, mientras que la distancia a la intercara, l, es variable (obsérvese que se trata de magnitudes normalizadas, al haber tomado un espesor unidad para el recubrimiento). Los materiales tomados para el recubrimiento y material base son dos materiales monoclínicos: tartrato de dipotasio $-K_2(C_4H_4O)\frac{1}{2}H_2O - y$ tiosulfato de sodio $-Na_2S_2O$ -, respectivamente. Las constantes elásticas de ambos materiales pueden encontrarse en Blanco et al. (1994). Los labios de la grieta están sometidos a tracción uniforme, σ , y los factores de intensidad de tensiones se presentan normalizados con respecto a su correspondiente valor en un medio infinito, esto es, $F_i = K_i / \sigma \sqrt{\pi a}$. Nótese que, por simetría, se verifican las relaciones: $K_I(-a) = K_I(a)$, $K_{II}(-a) = -K_{II}(a)$ y $K_{III}(-a) = -K_{III}(a).$

Los factores de intensidad de tensiones en el extremo de una grieta superficial de tamaño 2a = 0.5 con orientación variable respecto de la intercara se muestran en la Fig. 7. Los labios de la grieta están sometidos a tracción uniforme, σ . Los factores de intensidad de tensiones se presentan normalizados con respecto a los correspondientes a la grieta superficial en un medio semi-infinito, esto es, $F_i = K_i / \sigma \sqrt{2\pi a}$.

En Blanco et al. (1994, 1995) se pueden encontrar más resultados referentes a la grieta en el recubrimiento en cualquiera de las tres posiciones respecto de la intercara.



Fig. 6. Grieta en el recubrimiento paralela a la intercara (a = 0.75). Variación de los factores de intensidad de tensiones con la distancia a la intercara.



Fig. 7. Grieta superficial en el recubrimiento (2a = 0.5). Variación de los factores de intensidad de tensiones con la inclinación de la grieta.

Finalmente, se presentan también algunos resultados correspondientes a la grieta acodada.

Como se ha demostrado en la sección 4, en el caso anisótropo, el exponente λ que caracteriza la singularidad de las tensiones en la punta de una entalla (o en el codo de una grieta acodada) depende del ángulo de la entalla y de las constantes elásticas del material. En la Tabla 1 se recogen los valores de λ dados por Atkinson et al. (1988) para el caso isótropo y los obtenidos mediante el presente análisis para el caso anisótropo. *MS* denota un materiales ortótropo (sílice monocristalina), y *EDT* uno monoclínico (tartrato de etileno $-C_2H_6N_2H_2C_4H_4O_6$ – (Huntington, 1958). *AN* es un material anisótropo no real: se han definido sus constantes elásticas tomando una matriz simétrica y definido-positiva arbitraria (Apéndice 2). Nótese que en el caso $\phi = 0^\circ$ se trata de una grieta recta; el valor $\lambda = 0$ obtenido es coherente con la ausencia de singularidad. El otro caso límite se da cuando $\phi = 180^\circ$ en el cual la posición del vértice corresponde al extremo de una grieta por lo que se obtiene el valor esperado $\lambda = 0.5$.

Tabla 1. Valores de λ para distintos materiales y ángulos de entalla

φ(°)	Material			
	Isótropo*	EDT	MS	AN
0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
20	0.1813	0.2393	0.1652	0.2400
40	0.3028	0.3238	0.2938	0.3688
60	0.3842	0.3725	0.3824	0.4272
80	0.4371	0.4220	0.4407	0.4545
100	0.4696	0.4639	0.4712	0.4709
120	0.4877	0.4861	0.4884	0.4829
140	0.4965	0.4954	0.4968	0.4924
160	0.4995	0.4992	0.4996	0.4986
180	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000
L\ 1 .5 *	1 (1000)			

(*) Atkinson et al. (1988)

En la Fig. 8 se ha representado el factor de intensidad de tensiones generalizado para diferentes condiciones de carga remota y para varios ángulos de inclinación de la rama, al variar su longitud (siendo la longitud de la grieta principal la unidad). Los valores se dan normalizados respecto de $\sigma\sqrt{\pi}$.



Fig. 8. (pie en página siguiente).



Fig. 8. Factor de intensidad de tensiones generalizado en función de la longitud de la rama, para varios ángulos de inclinación: (a) tracción en el infinito perpendicular a la grieta principal; cortadura en el infinito respecto de la grieta principal; (c) tensión antiplana en el infinito.

6. CONCLUSIONES

Este artículo ha pretendido mostrar el potencial del formalismo de Stroh y la técnica de dislocaciones para la resolución de algunos problemas de fractura en elasticidad anisótropa general, mediante una combinación de técnicas analíticas y numéricas.

Se ha resuelto el problema de una dislocación situada en el recubrimiento de un substrato semi-infinito. Tomando este resultado como solución fundamental, se ha modelizado una grieta situada en el recubrimiento como una distribución continua de dichas dislocaciones. Se ha analizado tanto el caso de grieta interna como superficial, con orientación arbitraria respecto de la intercara del bimaterial. Los factores de intensidad de tensiones se expresan directamente en función de los valores que toma la densidad de dislocaciones en los extremos de la grieta.

Se ha desarrollado un método para calcular el tipo de singularidad que presentan las tensiones en las proximidades del vértice de una grieta acodada. Se ha demostrado que, en el caso general de anisotropía elástica, la singularidad depende tanto del ángulo de acodamiento como de las constantes elásticas del material, y se ha obtenido la ecuación característica que proporciona la magnitud de dicha singularidad.

Se ha modelizado una grieta acodada situada en un material anisótropo. En el modelo se tiene en cuenta la singularidad de las tensiones tanto en los extremos de la grieta como en el codo. Se han determinado los factores de intensidad de tensiones en los extremos de la grieta así como el factor de intensidad de tensiones generalizado que caracteriza las tensiones en las proximidades del vértice de la grieta acodada.

REFERENCIAS

Atkinson, C., Bastero, J.M. and Martínez Esnaola, J.M. (1988) "Stress analysis in sharp angular notches using auxiliary fields", Engng. Fracture Mech., **31**, 637-646.

Atkinson, C. and Effaxiopoulos, D.A. (1988) "Interaction between a crack and a free or welded boundary in media with arbitrary anisotropy" Int. J. Fracture Mech., **31**, 637-646.

Bastero, J.M., Atkinson, C. and Martínez Esnaola, J.M. (1989) "Use of path-independent integral A for mixedmode fast crack propagation in uncoupled thermoelastic media", Engng. Fracture Mech., **34**, 325-335.

Blanco, C., Martínez Esnaola, J.M. y Bastero, J.M. (1994) "Interacción grieta-intercara en materiales recubiertos con anisotropía elástica general", Anales de Mecánica de la Fractura, **11**, 68-74.

Blanco, C., Martínez Esnaola, J.M., Atkinson, C. and Bastero, J.M. (1995) "Coating cracks in materials with general anisotropy", Int. J. Fracture, **71**, 99-130.

Blanco, C. (1997) "Modelos de dislocaciones para grietas en recubrimientos y para grietas acodadas en el caso general de anisotropía elástica". Tesis Doctoral. Escuela Superior de Ingenieros. Universidad de Navarra, San Sebastián.

Blanco, C., Martínez Esnaola, J.M and Atkinson, C. (1998a) "Analysis of sharp angular notches in anisotropic materials", Int. J. Fracture, **93**, 373-386.

Blanco, C., Martínez Esnaola, J.M and Atkinson, C. (1998b) "Kinked cracks in anisotropic elastic materials". Int. J. Fracture, **93**, 387-407.

Bogy, D.B. (1972) "The plane solution for anisotropic elastic wedges under normal and shear loading", J. Appl. Mech., **39**, 1103-1109.

Busch, M., Heinzelmann, M. and Maschke, H.G. (1994) "A cohesive zone model for the failure assessment of V- notches in micromechanical components", Int. J. Fracture, 69, R15-R21.

Chadwick, P. and Smith, G.D. (1977) "Foundations of the theory of surfaces waves in anisotropic elastic materials", Advances in Appl. Mech., **17**, 303-376.

Erdogan, F. (1969) "Approximate solution of systems of singular integral equations". SIAM. J. Appl. Math., 17, 1041-1059.

Eshelby, J.D., Read, W.T. and Schockley, W. (1953) "Anisotropic elasticity with applications to dislocations theory", Acta Metall., 1, 251-259.

Heinzelmann, M., Kuna, M. and Busch, M. (1994) "FEM and BEM analyses of notch stress intensity factors in anisotropic materials", ECF 10 - Structural Integrity: Experiments, Models and Applications, Vol. 1, K-H. Schwalbe and C. Berger (Eds.), EMAS, Warley (UK), 329-334.

Huntington, H.B (1958) Solid State Physics, Vol. 7, F. Seitz and Turubull (Eds.), Academic Press, New York, 214-351.

Hwu, C. (1991) "Colinear cracks in anisotropic bodies" Int. J. Fracture, **52**, 239-256.

Hwu, C. and Ting, T.C.T. (1989) "Two-dimensional problems of the anisotropic elastic solids with an elliptic inclusion", Q. J. Mech. Appl. Math., **42**, 553-572.

Karihaloo, B.L., Keer, L.M. and Nemat-Nasser, S. (1980) "Crack kinking under nonsymmetric loading", Engng. Fracture Mech., **13**, 879-888.

Li, Q. and Ting, T.C.T. (1989) "Line inclusions in anisotropic elastic solids", J. Appl. Mech., 56, 556-567

Lo, K.K. (1978) "Analysis of branched cracks", J. Appl. Mech., **45**, 797-802.

Muskhelishvili, N.I. (1953) Singular Integral Equations. Noordhoff, Groningen, The Netherlands.

Sih, G.C. and Ho, J.W. (1991) "Sharp notch fracture strength characterised by critical energy density", Theor. Appl. Fracture Mech., **16**, 179-214.

Stroh, A.N. (1958) "Dislocations and cracks in anisotropic elasticity", Phil. Mag., **3**, 625-646.

Suo, Z. (1990) "Singularities, interfaces and cracks in dissimilar anisotropic media", Proc. Royal Soc. London, A **427**, 331-358.

Vitek, V. (1977) "Plane strain stress intensity factors for branched cracks", Int. J. Fracture, **13**, 481-501.

Williams, M.L. (1952) "Stress singularities resulting from various boundary conditions in angular corners of plates in extension", J. Appl. Mech., **19**, 526-528.

Wu, K.-C. (1998) "Generalization of the Stroh formalism to 3-dimensional anisotropic elasticity", J. Elasticity, **51**, 213-225.

APÉNDICE 1

En este apéndice se recogen las expresiones de las constantes y funciones incluidas en las ecuaciones a lo largo del texto.

Ref. ecuación (6)

Denotando con b_k el vector de Burguers de la dislocación, se define el vector d_j de manera que verifique la relación

 $\overline{E}_{\beta\alpha i} = J_{\beta k i} F_{k\alpha}^{-1}$

$$b_k = B_{ki}d_i \tag{A.1}$$

con

$$B_{kj} = \frac{i}{2} \sum_{\alpha} \left(A_{k\alpha} M_{\alpha j} - \overline{A}_{k\alpha} \overline{M}_{\alpha j} \right).$$
(A.2)

Ref. ecuación (8)

con

$$J_{\beta k i} = \left(A_{k \beta}^{(1)} - D_{k i}^{(2)} L_{i \beta}^{(1)} \right) \mathcal{M}_{\beta i}^{(1)}$$
(A.4)

$$F_{\alpha k} = D_{ki}^{(2)} \overline{L}_{i\alpha}^{(1)} - \overline{A}_{k\alpha}^{(1)} \tag{A.5}$$

(A.3)

$$D_{ki}^{(2)} = \sum_{\alpha} A_{k\alpha}^{(2)} M_{\alpha i}^{(2)}.$$
 (A.6)

Ref. ecuación (15)

$$\overline{W}_{\alpha\beta} = F_{k\beta}^{-1} (A_{k\alpha}^{(1)} - D_{kj}^{(2)} L_{i\alpha}^{(1)})$$
(A.7)

$$R_{i\alpha}(\varepsilon) = L_{i\alpha}^{(1)} e^{-i\varphi p_{\alpha}^{(1)}} + \sum_{\beta} \overline{L}_{i\beta}^{(1)} \overline{W}_{\alpha\beta} e^{-i\overline{\varphi}_{\beta}^{(1)}} \quad (A.8)$$

$$\Phi_{ij}(\varepsilon) = \sum_{\alpha} \overline{L}_{i\alpha}^{(1)} \begin{cases} \overline{M}_{\alpha j}^{(1)} e^{-i\varepsilon(\overline{p}_{\alpha}^{(1)} - \overline{\zeta}_{\alpha}^{(1)})} \\ + \sum_{\beta} \overline{W}_{\beta\alpha} M_{\beta j}^{(1)} e^{-i\varepsilon(\overline{p}_{\alpha}^{(1)} - \zeta_{\beta}^{(1)})} \end{cases}$$
(A.9)

Ref. ecuación (18)

$$F_{kj}(x_{1},t) = \frac{1}{4\pi} \sum_{\alpha} L_{k\alpha} \sum_{\beta} E_{\beta\alpha j} \frac{1}{x-t+l(p_{\alpha}-\overline{p}_{\beta})}$$
$$-\frac{i}{4\pi} \sum_{\alpha} L_{k\alpha} \int_{0}^{\infty} R_{\alpha i}^{-1}(\varepsilon) \Phi_{ij}(\varepsilon) e^{-i\varepsilon(t+p_{\alpha}l)} d\varepsilon \qquad (A.10)$$
$$-\frac{i}{4\pi} \sum_{\alpha} L_{k\alpha} \sum_{\beta} W_{\beta\alpha} \int_{0}^{\infty} \overline{R}_{\beta}^{-1}(\varepsilon) \overline{\Phi}_{ij}(\varepsilon) e^{i\varepsilon(t+p_{\alpha}l)} d\varepsilon$$
$$+ C.C.$$

APÉNDICE 2

Matriz de rigidez para el material anisótropo AN (unidades arbitrarias):

$$c_{ijkl} = \begin{bmatrix} 20.3 & -3.1 & 1.6 & -1. & 4. & 0.8 \\ 4. & 20. & 1.5 & 2. & -0.1 \\ & & 150.5 & 2. & 10. & 6.2 \\ & & & 1.75 & 1.7 & 5.7 \\ sym & & 9.5 & 4.1 \\ & & & & 222.2 \end{bmatrix}$$

INFLUENCIA DE LA MICROESTRUCTURA EN EL COMPORTAMIENTO A FATIGA DE MATERIALES INORGÁNICOS: METALES, CERÁMICAS MONOLÍTICAS Y MATERIALES COMPUESTOS

 M. Anglada, J. Alcalá, D. Casellas, L. Llanes, A. Mateo y N. Salán Departamento de Ciencia de Materiales e Ingeniería Metalúrgica
 E.T.S. de Ingeniería Industrial de Barcelona , Universidad Politécnica de Cataluña Avda. Diagonal 647, 08028-Barcelona

RESUMEN. La degradación de los materiales bajo esfuerzos fluctuantes ocurre por la localización de deformación inelástica, así como por el carácter irreversible de ésta con respecto a la inversión de la dirección de la carga. A menudo, el deterioro es acelerado por el oxígeno del aire, el vapor de agua, u otras substancias presentes en el medio ambiente. La nucleación de una microfisura y su posterior crecimiento a través de diversas barreras microestructurales, conduce finalmente a la formación de una grieta macroscópica, cuya ley de propagación a amplitud de carga constante es bien conocida y concluye con la rotura del material. En este trabajo se pone de relieve la influencia de diferentes parámetros microestructurales, en la resistencia a fatiga de los materiales inorgánicos. Para ello, se presentan y analizan diversos resultados obtenidos a lo largo de los últimos años por los autores, algunos de los cuales han sido presentados en los encuentros anuales del Grupo Español de Fractura. Los ejemplos incluidos abarcan el comportamiento a fatiga de monocristales metálicos, cerámicas policristalinas monolíticas, aleaciones metálicas bifásicas, aceros polifásicos pulvimetalúrgicos y cermets.

ABSTRACT. The degradation of materials under fluctuating loads takes place by the localisation of inelastic deformation, which is irreversible with respect to the inversion of loading. Microcrack nucleation and growth through microstructural barriers finally leads to the formation of a macroscopic crack whose propagation law under constant load amplitude is usually well-characterised. The growth of such macroscopic crack over a period of time may take place to a point where catastrophic failure of the structure containing the crack is attained. An overview of the influence that microstructural parameters play on the fatigue resistance of inorganic materials is the main focus of this paper. The work summarises a number of results obtained by the authors over the last decade regarding fatigue of single crystals, monolithic polycrystalline ceramics, two-phase metallic alloys, multiphase steels obtained by powder metallurgy and cermets. Most of the results have been presented in the meetings the Spanish Group on Fracture holds annually.

1. INTRODUCCIÓN

Es bien conocido que el comportamiento de los materiales inorgánicos bajo cargas cíclicas de amplitud constante depende de un gran número de factores, entre los cuales cabe mencionar la estructura cristalina, la microestructura, la geometría, tamaño y acabado superficial de las probetas, el medio en el cual el material es ensayado, así como las características de la onda de carga, es decir, su forma, amplitud, carga media y frecuencia.

En este trabajo se presentan algunos ejemplos donde se pone claramente de manifiesto la relación entre el comportamiento a fatiga y las diversas variables mencionadas anteriormente. Con este objetivo, se han seleccionado algunos casos extraídos de los trabajos presentados por los autores en las reuniones anuales celebradas por el Grupo Español de Fractura a lo largo de los últimos años, junto con algún ejemplo representativo de los trabajos en curso. Quizás el factor más importante que determina el comportamiento mecánico sea el tipo de enlace químico, el cual controla en gran parte la facilidad del movimiento de las dislocaciones y, por consiguiente, un gran número de propiedades mecánicas. Así, la dificultad en el movimiento de las dislocaciones a bajas temperaturas en los metales con estructura cristalina cúbica centrada (C.C.), o bien en las cerámicas con fuertes enlaces covalentes o iónicos, induce un comportamiento frágil en un amplio rango de temperaturas.

Un ejemplo que pone de relieve la sensibilidad de algunos materiales inorgánicos a la velocidad de deformación y a la temperatura se puede encontrar en los metales C.C. en las proximidades de una temperatura de transición del comportamiento plástico, alrededor de la cual el deslizamiento ocurre en un único plano y en donde no suele cumplirse la ley de Schmid del deslizamiento cristalino, (véase, por ejemplo, Christian (1983)). Es importante resaltar que esta temperatura es diferente a la de transición dúctil-frágil de los materiales C.C. ya que aún a temperaturas inferiores, un monocristal se comporta de forma dúctil. Para el hierro y el niobio puros, esta temperatura es algo inferior a temperatura ambiente, mientras que para el molibdeno y el wolframio es mucho más alta. Así, a temperaturas cercanas a la de transición, los planos de deslizamiento a tracción y a compresión no son idénticos, lo cual origina fuertes cambios de forma en probetas cilíndricas sometidas a tracción-compresión a amplitud total de deformación axial constante y simétrica. La razón última de este comportamiento reside en la asimetría del núcleo de la dislocación helicoidal con respecto a tracción-compresión (Vitek 1985).

En materiales cerámicos, no ha sido hasta en los últimos 20 años cuando se ha puesto de manifiesto la existencia de fatiga cíclica (Guiu 1978); para una revisión, véase Anglada (1995). Así como en los metales es bien conocido que el deslizamiento irreversible de dislocaciones es la causa del daño localizado que finalmente conduce a la rotura durante la aplicación de cargas cíclicas, difícilmente este mecanismo puede ser significativo en materiales cerámicos a temperatura ambiente. En este sentido, se puede considerar que al no existir plasticidad generalizada a temperatura ambiente, no resulta evidente que los materiales cerámicos puedan presentar un fenómeno de fatiga. En realidad, en algunos materiales cerámicos, por ejemplo en los vidrios, no existe deterioro significativo por fatiga relacionado con la inversión de la carga. En el caso de existir degradación bajo cargas fluctuantes, para asegurar la existencia de fatiga en aire es necesario descartar que el deterioro observado no sea debido a la influencia de fenómenos estáticos de crecimiento lento de grietas relacionados con la humedad presente durante el ensayo y que actúan de la misma manera bajo cargas estáticas y cíclicas. En la terminología ceramista, la propagación subcrítica por efecto del medio se conoce con el nombre de fatiga estática y también por fractura asistida por el medio (EAC). Por consiguiente, para evaluar la existencia de fatiga real, es decir, fatiga cíclica (también denominada mecánica) de forma independiente a los mecanismos de EAC, es necesario realizar ensayos en medios inertes, o bien conocer a priori el papel que juega el ambiente en la propagación subcrítica de fisuras.

La existencia de fatiga cíclica se ha puesto especialmente de manifiesto en los materiales cerámicos denominados avanzados, los cuales han sido desarrollados en los últimos años con el objetivo de optimizar su tenacidad de fractura. Se puede decir que, en general, la fatiga cíclica tiene un efecto de mayor magnitud cuanto mayor es la tenacidad del material cerámico. En realidad, esto también ocurre en los metales si se compara la alta tenacidad de fractura de algunas aleaciones con el bajo valor del factor de intensidad de tensiones umbral para la propagación de fisuras por fatiga. En el presente trabajo, se analizará el comportamiento de una cerámica de baja tenacidad, como la mullita de grano pequeño, que no experimenta un efecto de fatiga cíclica significativo, y el de otras cerámicas de alta tenacidad que presentan un importante efecto de fatiga mecánica, tales como las cerámicas de circona, la alúmina y el material compuesto formado por alúmina con partículas dispersas de circona (ZTA).

En las cerámicas de base circona, el apantallamiento de la punta de la grieta por las tensiones desarrolladas por la transformación tetragonal→monoclínica delante de la misma es el mecanismo fundamental de aumento de tenacidad (Mc Meekiing y Evans 1982). En general, el aumento de tenacidad está relacionado con la extensión de la fisura, siendo mayor cuanto más se propague la fisura, lo que se conoce como comportamiento de curva-R. Mediante un modelo sencillo basado en el apantallamiento que tiene lugar durante la extensión subcrítica de la fisura, más adelante se calcula el tiempo a rotura bajo una carga constante y los valores obtenidos comparan con resultados experimentales se correspondientes a materiales cerámicos de base circona Y-TZP/PSZ. En particular, se pone de relieve que la pendiente inicial de la curva de apantallamiento (curva-R) ejerce gran influencia en la vida a fatiga del material.

Volviendo a los metales, un caso claro de cómo la microestructura de los materiales de ingeniería influye drásticamente en las propiedades es la descomposición espinodal de la ferrita en los aceros inoxidables de alto contenido en cromo. Esta transformación aumenta significativamente el límite elástico y la temperatura de transición dúctil-frágil. Así, tanto en los aceros inoxidables dúplex como en los superferríticos, la disminución en tenacidad que acompaña a la transformación espinodal reduce la utilización de estos

aceros a temperaturas inferiores a 300 °C. En este artículo se dirigirá especial atención a dilucidar al efecto que la descomposición espinodal produce sobre la fatiga de aceros inoxidables dúplex.

Para ilustrar el efecto de los tratamientos superficiales sobre la resistencia a fatiga, se muestra la influencia de los tratamientos de carbonitruración sobre la vida a fatiga de aceros producidos por pulvimetalurgia. Debido a la existencia de fracciones elevadas de porosidad en los aceros pulvimetalúrgicos utilizados normalmente en el sector automovilístico, la resistencia a fatiga es menor que la de los productos forjados. Sin embargo, el tratamiento de carbonitruración aumenta considerablemente la resistencia a fatiga y afecta también a zonas internas del material debido a la existencia de una fracción importante de porosidad abierta. Por otro lado, en estos materiales la sensibilidad a la entalla es considerablemente menor que la de los productos obtenidos por colada (Esper y Sonsino 1994).

Finalmente, la alta dureza y la buena resistencia al desgaste del metal duro han vinculado este material a procesos de gran responsabilidad técnica en el conformado mecánico de metales y en particular de aceros y fundiciones. Dichos procesos incluyen el mecanizado, trefilado mediante hileras la У conformación metálica a través de la utilización del metal duro como material de matrices y punzones. Las propiedades referidas están íntimamente asociadas a las características microestructurales del material: carburos de elevada dureza unidos mediante un metal blando tal como el cobalto. En este trabajo se mostrará cómo influye la microestructura de este cermet en la resistencia a la propagación de fisuras por fatiga.

2. FATIGA DE MONOCRISTALES C.C.

Los metales C.C. a temperaturas inferiores a una temperatura crítica T_c ($T_c \approx 0.15 T_m$, donde T_m es la temperatura de fusión en grados absolutos) poseen propiedades características que los diferencian de los metales cúbicos centrados en las caras. Entre estas características, cabe citar la fuerte influencia de la temperatura y la velocidad de deformación sobre el límite elástico y la tendencia a la deformación por clivaje. Adicionalmente, en el caso de monocristales, la tensión de cizalladura crítica para el inicio de la deformación plástica depende de la orientación cristalográfica, es decir, a menudo no se cumple la ley de Schmid para el deslizamiento y existe asimetría en el deslizamiento bajo condiciones de tracción-compresión (Christian 1983).

Cuando los monocristales C.C. son deformados en el régimen de oligofatiga a tracción-compresión sin deformación axial neta por ciclo, la activación de diferentes sistemas de deslizamiento en cada modo de solicitación conduce a un desplazamiento irreversible del sólido y, por tanto, a un cambio de forma. El efecto más notable es el cambio en la forma de la sección transversal de las probetas de circular a elíptica. En el caso de existir un solo plano de deslizamiento en ambos modos de carga, el cambio de forma se puede calcular de forma sencilla (Anglada y Guiu 1980, 1981a). Los desplazamientos que resultan vienen dados por:

$$\Delta u_1 = F \varepsilon_{1} x_2; \quad \Delta u_2 = 0; \quad \Delta u_3 = \cot \zeta F \varepsilon_{1} x_2 \quad (1)$$

en un sistema de coordenadas en el cual la dirección 3 es la dirección de la fuerza aplicada y la dirección 2 es perpendicular al plano que contiene la dirección de deslizamiento y la tensión aplicada. F es una constante positiva que depende de la magnitud de la asimetría del deslizamiento y de la dirección de la fuerza aplicada, y ϵ_{cum} es la deformación plástica acumulada, o sea, 4 N ϵ_p , donde ϵ_p es la amplitud de deformación plástica por ciclo. El ángulo ς es el formado entre la dirección de deslizamiento y la dirección de la fuerza aplicada. Los cambios de forma varían con la amplitud de la deformación plástica, la temperatura y la velocidad de deformación.



Fig. 1.Desplazamientos en dos granos superficiales contiguos con vector de Burgers paralelos al borde de grano.

Un posible mecanismo de iniciación de grietas en los metales cúbicos centrados está basado en el cambio de forma de granos superficiales en un policristal. Esto puede verse esquemáticamente en la Fig. 1 para dos granos superficiales contiguos con el borde paralelo a la tensión aplicada y orientados de tal forma que la superficie definida en cada grano por la tensión aplicada y el vector deslizamiento sea paralela a la superficie del borde de grano (Anglada 1985). Utilizando las ecuaciones (1) en cada grano, puede verse que en el borde de grano se inducen desplazamientos paralelos al mismo y de sentido contrario. El mecanismo de cambio de forma también ha sido propuesto para explicar la

nucleación de fisuras en el borde de grano entre matriz y macla (Anglada 1989).

La importancia de la dirección de la tensión cíclica aplicada con respecto a los ejes cristalográficos en la respuesta plástica puede verse en la Fig. 2 donde se presentan las curvas cíclicas tensión deformación para niobio monocristalino para las direcciones indicadas por medio del triángulo estereográfico unitario (Anglada y Guiu 1981b).



Fig. 2. Curvas de endurecimiento del Nb monocristalino para una amplitud de deformación total igual a 3.7×10^{-3} y a una velocidad de deformación de $6.0 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ en función de la orientación cristalográfica.

3. FATIGA CÍCLICA EN CERAMICAS

La existencia del fenómeno de fatiga cíclica en materiales metálicos es bien conocida desde el siglo XIX y se asocia al movimiento irreversible de dislocaciones, de tal manera que durante mucho tiempo se ha pensado que éste era una condición *sine qua non* para la existencia de fatiga cíclica. Además, los estudios realizados en cerámicas frágiles antes de los años 70 postulaban que el fallo en estos materiales bajo cargas cíclicas se podía explicar en términos de EAC (Evans y Fuller 1974, Evans 1980). Sin embargo, estos trabajos se realizaron en vidrios y porcelanas, materiales que, posteriormente se ha sabido, no presentan un fenómeno de fatiga cíclica significativo.

En la década de los 80, el impulso originado por el desarrollo de nuevos materiales cerámicos tenaces indujo a profundizar sobre el estudio de su comportamiento bajo cargas dinámicas, poniéndose de manifiesto que la vida de una probeta bajo cargas

cíclicas es menor que para cargas estáticas de igual magnitud. La existencia de este efecto fue demostrada en la mayoría de cerámicas tecnológicas con aplicaciones estructurales: SiC (Horibe y Hirahara 1991), Si₃N₄ (Okazaki et al. 1991), alúmina (Reece et al. 1978) y distintas cerámicas de base circona (Dauskardt et al. 1987).

De hecho, la fatiga cíclica se puede asociar a microscópicas deformaciones cinéticamente irreversibles, las cuales pueden aparecer en cerámicas por la acción de los mecanismos operativos de aumento de tenacidad, tales como: transformación de fase activada por tensión, formación de puentes entre las caras de la fisura, microfisuración, etc. Ya que algunos de mecanismos desarrollan acción estos su mayoritariamente sobre las caras de la fisura (detrás de su punta), varios investigadores los definen como extrínsecos (Dauskardt et al., 1991) en contraste con aquellos de naturaleza intrínseca, ligados al proceso de degradación de la resistencia a la propagación de una fisura directamente en su punta.

Para asegurar la existencia de fatiga en materiales cerámicos ensayados en aire, es necesario descartar que el deterioro observado pudiera ser debido a EAC por acción de la humedad que actúa durante la aplicación de cargas cíclicas. Por consiguiente, para evaluar la existencia de un efecto real de fatiga cíclica (mecánica) es necesario cuantificar el efecto de EAC bajo condiciones cíclicas de carga a partir de resultados de propagación de fisuras obtenidos a cargas constantes. La comparación de las predicciones de vida a fatiga con los resultados experimentales medidos bajo cargas cíclicas permitirán establecer la importancia del fenómeno de EAC en la degradación cíclica.

Para llevar a cabo la estimación de fatiga cíclica sugerida anteriormente, supondremos que durante la aplicación de cargas cíclicas el material está expuesto a dos tipos de degradación. El primero es EAC y el segundo es el posible mecanismo asociable intrínsecamente a las cargas fluctuantes (fatiga cíclica). Bajo solicitaciones estáticas, el material experimenta crecimiento subcrítico de fisuras cuando el factor de intensidad de tensiones en la punta de la fisura es superior al valor umbral (K_{th,e}), y en correspondencia con ello, se producirá la rotura al cabo de un tiempo si la tensión aplicada es superior a $\sigma_{\text{th,e}}.$ Suponemos también que las grietas son de tamaño muy superior a la microestructura, de manera que no se producen efectos de grieta corta (Steffen et al. 1991). En la Fig. 3 se representa esta situación para los dos tipos de aplicación de carga, estática y cíclica, siendo la zona sombreada la que cumple la condición de crecimiento subcrítico (K>K_{th.e}, σ > σ _{th.e}). Para comparar las dos aplicaciones de carga se ha igualado la tensión cíclica máxima (σ_{max}) a la aplicada para el caso estático (σ_e). De ahí, se puede observar que para solicitaciones cíclicas el material

permanece menos tiempo en condiciones de crecimiento de fisura por EAC. Por tanto, si un material no presenta fatiga cíclica su vida bajo cargas fluctuantes será mayor que para el caso estático (t_e). Así, para determinar si el comportamiento observado bajo cargas cíclicas responde a la presencia de fatiga cíclica, o simplemente es una manifestación del fenómeno de EAC, basta con estimar la vida bajo cargas cíclicas suponiendo que sólo existe crecimiento subcrítico de fisuras asistido por el medio (t_e) y compararla con el tiempo a fractura bajo cargas cíclicas medido experimentalmente. Para ello es necesario integrar la ecuación que predice la velocidad de propagación de fisuras debido a EAC:

$$\frac{da}{dt} = B_e K_{ap}^{m_e}$$
(2)

Integrando la ecuación anterior para el caso de cargas cíclicas y constantes, se obtiene el cociente de tiempos t_c/t_e , que relaciona la vida a fatiga bajo cargas cíclicas suponiendo que sólo existe fatiga estática (t_e) con la vida a fatiga bajo una carga constante (t_e), independientemente de la longitud de la fisura. (para una descripción más precisa ver Casellas (2000)). Los cocientes t_c/t_e para distintos valores del exponente, m_e, de la ecuación de velocidad propagación de fisuras y del cociente de cargas, R, se muestran en la Fig. 4. En esta representación se aprecia que al aumentar R disminuye el cociente t_c/t_e debido a que el material permanece más tiempo en condiciones de crecimiento de fisura, tal como se ha explicado anteriormente (Fig. 3).



Fig. 3: Esquema de los distintos tipos de solicitación y su influencia en el crecimiento subcrítico de fisuras.

Por consiguiente, t_c/t_e permite estimar el tiempo que debe transcurrir hasta producirse el fallo bajo cargas fluctuantes si no existiera fatiga cíclica (t_e) a partir de los resultados experimentales bajo carga constante (t_e). Una vez calculados los valores de t_e , se pueden obtener las correspondientes curvas tensión máxima frente al tiempo a rotura (curvas σ -t) para el caso que no exista fatiga cíclica (Fig. 5). La comparación con la curva experimental bajo cargas cíclicas nos indica el grado de fatiga cíclica presente. En particular si la curva estimada se sitúa por encima de los puntos experimentales con cargas cíclicas, se puede afirmar que el material se deteriora por *fatiga cíclica*. Por el contrario, si los puntos experimentales coinciden con la curva estimada, se puede decir que *no existe fatiga cíclica* en el material.



Fig. 4: Valores de t_o/t_e para distintos $m_e y R$



Tiempo de fractura

Fig. 5: Representación de la obtención de las estimaciones de vida a fatiga a partir de los resultados obtenidos bajo cargas estáticas.

A partir de las curvas mostradas en la Fig. 4, se ha analizado la existencia de fatiga cíclica en diversos materiales cerámicos tales como la alúmina (99.7% de pureza con una distribución bimodal de tamaños de

grano de 1.6 y 4.0 µm), ZTA (alúmina de tamaño de grano de 0.6 µm con un 30% en volumen de partículas dispersas de circona tetragonal con un tamaño de grano de 0.3 µm), y mullita (3Al₂O₃·2SiO₂, tamaño de grano medio igual a 4.0 µm), ver Fig. 6. Para reducir la dispersión en el tiempo a rotura medido tanto bajo cargas cíclicas como estáticas es posible inducir mediante un penetrador de diamante una pequeña fisura de tamaño superior al tamaño medio de las fisuras naturales, para asegurar así que el defecto a partir del cual se produce la rotura en todas las muestras tenga las dimensiones. Esta práctica no mismas afecta fundamentalmente al proceso descrito previamente para la comparación de los resultados de fatiga cíclica con EAC. Los resultados mostrados en la figura 6 fueron obtenidos con probetas indentadas con una carga de 49 N, la más baja posible para formar fisuras pequeñas completamente desarrolladas. Además, en la Fig. 6 se compara el comportamiento medido bajo cargas constantes (R = 1) y bajo cargas cíclicas (R = 0.2) con el estimado numéricamente para ciclos de carga de R = 0.2usando exclusivamente los resultados de EAC (Nagl 1995, Casellas et al. 1998).

Puede comprobarse que los puntos experimentales de fatiga cíclica en la Fig. 6 para alúmina y ZTA están por debajo de las estimaciones realizadas. Este resultado denota un marcado efecto de fatiga cíclica en estos materiales. Por el contrario, en mullita, los puntos experimentales y las predicciones son muy próximas, lo cual implica que el material no presenta fatiga cíclica. Esta última observación está en línea con el comentario general realizado anteriormente sobre la existencia de fatiga cíclica en los materiales de elevada tenacidad, en los que actúan mecanismos extrínsecos de aumento de tenacidad. La mullita tiene una tenacidad de sólo 2 MPavm, y no posee mecanismos significativos de aumento de tenacidad que puedan ser degradables mediante cargas cíclicas. En este sentido, su comportamiento es similar al de los vidrios.

4. EFECTO DEL APANTALLAMIENTO SOBRE LA PROPAGACIÓN DE FISURAS BAJO CARGA CONSTANTE.

La posibilidad de desarrollar apantallamiento durante la propagación subcrítica de fisuras produce una disminución en el factor de intensidad de tensiones en la punta de éstas (K_{tip}), reduciendo el valor aplicado externamente (K_{ap}) en una magnitud dada por $K_{S,f}$:

$$K_{tip} = K_{ap} - K_{S,f}$$
(3)

En la Fig. 7(a) se esquematiza el desarrollo de apantallamiento en la medida que ocurre crecimiento subcrítico de fisuras. Si se supone que sobre una fisura



Fig. 6: Curvas σ -t para los materiales estudiados: (a) alúmina, (b) ZTA y (c) mullita.

de longitud a₁ sin apantallamiento se aplica una tensión inicial σ_1 de manera que K_{tip} es mayor que el umbral de propagación (Kth), la fisura crecerá. En la medida que ésta se propague, empezará а desarrollar apantallamiento a su alrededor, por lo que K_{tip} disminuirá pudiendo igualarse a Kth. Si eso ocurre, la fisura se detiene (a2), y para que siga propagando es necesario aumentar la tensión aplicada. El caso límite es para una tensión σ_2 , done la fisura crece hasta a_3 , momento en que se propaga inestablemente hasta la rotura.

Como puede verse en la Fig. 7(a), el progresivo desarrollo del apantallamiento implica un aumento en el nivel de tensión necesario para que la fisura inicial se propague, pasando de σ_0 , cuando no hay apantallamiento, a σ_2 . De esta manera, el límite de fatiga, que correspondería a σ_2 en la Fig. 7, puede aumentar considerablemente en función el grado de apantallamiento presente.

La velocidad de propagación ahora viene determinada por el parámetro K_{tip} , Por consiguiente, utilizando la ec. (2) se tiene:

$$\frac{\mathrm{da}}{\mathrm{dt}} = \mathrm{B}_{\mathrm{e}} \left(\mathrm{K}_{\mathrm{ap}} - \mathrm{K}_{\mathrm{S},\mathrm{f}} \right)^{\mathrm{m}_{\mathrm{e}}} \tag{4}$$

donde $B_e y m_e$ son constantes que dependen del material. Para calcular el tiempo a rotura en presencia de apantallamiento, t_f ', hay que resolver la ecuación anterior, llegándose a la expresión:

$$t_{f}' = \frac{l}{B_{e}} \int_{a_{0}}^{\infty} \frac{da}{(K_{ap} - K_{S,f})^{m_{e}}}$$
 (5)

Para valores del exponente m_e muy elevados y para relaciones a_0/a_f bastante diferentes a la unidad, el límite superior de la integral se puede considerar como ∞ sin perder exactitud en el cálculo.

Evidentemente, la dificultad principal en la resolución de la ecuación anterior es conocer la función que describe la variación del apantallamiento con la longitud de la fisura, $K_{s,t}(a)$. Los primeros intentos para solucionar esta cuestión se deben a Dauskardt et al. (1991), quienes propusieron una relación muy sencilla para el apantallamiento. Supusieron que éste es proporcional al K_{ap} máximo, y que no depende de la longitud de la fisura. La utilidad de esta expresión es que simplifica mucho el cálculo de la velocidad de propagación y de la estimación de la vida a fatiga. Esta suposición es válida como primera aproximación del proceso, y permite obtener un límite superior para la presencia de apantallamiento. Por tanto, una descripción más precisa de la interacción entre el apantallamiento desarrollado y las velocidades de propagación de fisuras pasa inevitablemente por conocer con bastante exactitud la función $K_{S,f}(a)$.



Fig. 7: (a) Crecimiento subcrítico de fisura cuando existe apantallamiento. σ_0 es el límite de fatiga en ausencia de apantallamiento, mientras que σ_2 es al límite de fatiga cuando éste está completamente desarrollado. (b) Influencia de K_a y δ en el apantallamiento desarrollado durante la propagación subcrítica.
Por analogía a los procesos de fractura, si se supone que el apantallamiento desarrollado durante la propagación subcrítica de una fisura por fatiga es progresivo y similar al desarrollado durante el proceso de fractura (curva-R), se puede utilizar la siguiente expresión para estimar el valor de $K_{s,f}$ (Casellas 2000):

$$K_{s,f} = K_{a} \arctan\left(\frac{\Delta a}{\delta}\right)$$
(6)

donde $K_a y \delta$ son parámetros que están relacionados con el valor máximo de $K_{S,f}$ ($K_{S,f}^{max}$) y la pendiente inicial del apantallamiento, respectivamente. En la Fig 7(b) se esquematiza la influencia de estos parámetros en la forma de la curva de apantallamiento.

Para evaluar el efecto de los parámetros $K_a y \delta$ en la vida a fatiga se calcularon los tiempos a rotura en presencia y ausencia de apantallamiento, t_f ' y t_f respectivamente. Para obtener t_f ' se resolvió numéricamente la ecuación (5), teniendo en cuenta el apantallamiento dado por la ecuación (6) para distintos valores de $K_a y \delta$, El valor de t_f se obtuvo a partir de la ecuación (5) suponiendo que $K_{S,f}=0$. De esta manera, el cociente entre estos tiempos, t_f'/t_f , indica el aumento en el tiempo a rotura debido a la presencia de apantallamiento. Los cálculos se realizaron para fisuras de 90 μ m, usando $m_e=30$, con el fin de poder compararlos con los resultados expuestos en la Fig. 9.

Los resultados de estos cálculos se muestran en la Fig. 8, donde se pone en evidencia que el parámetro δ ejerce gran influencia en el cociente t_f'/t_f . Así, para un nivel de K dado, se observa que para aumentar la vida a fatiga es más eficaz incrementar la pendiente inicial de la curva de apantallamiento, reduciendo el valor de δ , que intentar alcanzar valores elevados de apantallamiento máximo, aumentando K_a. Además, los resultados obtenidos evidencian que el proceso de propagación subcrítica se desarrolla sin alcanzarse el valor máximo de apantallamiento.

La función K_{S,f} se evaluó a partir de los resultados experimentales de propagación subcrítica de fisuras superficiales obtenidos en trabajos previos (Casellas 2000). Mediante estos resultados se pudo calibrar el parámetro δ en 60 µm y K_a en 1.2 MPa \sqrt{m} . A partir de estos valores se obtuvo el tiempo a rotura bajo una carga constante integrando la ecuación (3) (los resultados se muestran en la Fig. 8). Una vez conocida la función de apantallamiento, se calculó el valor máximo del apantallamiento desarrollado en propagación subcrítica (1.3 MPa \sqrt{m}). Este valor no es el máximo posible (1.7 MPa \sqrt{m} , durante la curva R), pero es elevado y afecta en gran manera al comportamiento del material. Para comprobar el efecto del apantallamiento en la vida a fatiga de materiales cerámicos, se determinó experimentalmente la vida a fatiga de una circona con una notable capacidad para desarrollar apantallamiento por transformación de fase. Se ha utilizado una circona Y-TZP/PSZ, obtenida por Casellas (2000) mediante un tratamiento térmico a 1650 °C durante dos horas de una circona de grano fino estabilizada con un 2.5 % molar de Y₂O₃. Se construyeron las curvas de resistencia mecánica en función del tiempo (curvas S-t) normalizadas para fisuras grandes (de 85 a 130 µm de profundidad) no apantalladas. Estas fisuras se obtuvieron tratando a 1200 °C durante 12 minutos fisuras de indentación producidas con cargas de 620 N con un penetrador Vickers. Las curvas σ -t normalizadas obtenidas se muestran en la Fig. 9, junto con las estimaciones de la vida a fatiga suponiendo que no existe apantallamiento (a través del cociente t' $_{l}/t_{f}$). En los resultados expuestos en la Fig. 9 puede verse como la capacidad para desarrollar apantallamiento durante el crecimiento de fisura incrementa claramente la vida a fatiga en aproximadamente un orden de magnitud, lo que corrobora el importante efecto que ejerce el apantallamiento en la vida a fatiga en las circonas transformables.



Fig. 8: Cociente de tiempos a rotura, en presencia y ausencia de apantallamiento, t_f ' y t_f respectivamente.

Resumiendo, a partir de los cálculos de tiempo a rotura bajo una carga constante y de los resultados experimentales de propagación subcrítica, se muestra la elevada influencia del apantallamiento en la vida a fatiga del material. Además, se concluye que la pendiente inicial de la curva de apantallamiento ejerce gran influencia en el aumento del tiempo a rotura, y que es más efectivo obtener curvas de apantallamiento que aumenten rápidamente en vez de intentar conseguir valores elevados de apantallamiento máximo. Por último, destacar que durante el crecimiento de fisura, no se alcanza el valor máximo de apantallamiento, aunque su magnitud es considerable y modifica en gran manera la resistencia a propagación subcrítica.



Fig.9: Curva σ -t normalizada para fisuras superficiales grandes ($a_0 \sim 85-130 \mu m$). Se incluyen los cálculos de t_f ' y t_f suponiendo que $K_{S,f}$ sigue la ecuación (4) y que $K_{S,f}=0$ (líneas continua y discontinua en el gráfico, respectivamente).

5. FATIGA DE ALEACIONES BIFÁSICAS: ACEROS INOXIDABLES DÚPLEX

Los aceros dúplex representan en la actualidad el 30% del total de las aleaciones inoxidables destinadas a plataformas offshore. Una de las razones de su rápida difusión es su constante evolución, de manera que en la actualidad se distinguen tres generaciones de dúplex diferenciadas según su contenido en nitrógeno: en los de primera generación el porcentaje de N es inferior al 0.10 %, en los de segunda se sitúa entre 0.10 y 0.20 %, y en la tercera supera el 0.20 %. Los de segunda generación son los más utilizados industrialmente, mientras los de tercera están en plena expansión encontrando mayor difusión para aplicaciones donde las condiciones de servicio son especialmente críticas, tanto por requerimientos de resistencia mecánica como con respecto a resistencia a la corrosión.

Las propiedades mecánicas de los aceros inoxidables dúplex son interesantes como representativas de aleaciones bifásicas bipercoladas, es decir, constituidas por dos fases que forman redes continuas interconectadas. A nivel cristalográfico, las fases constituyentes, austenita y ferrita, son coherentes y satisfacen las relaciones de Kurdjumov-Sachs. Por otra parte, la resistencia de la ferrita puede ser variada en un amplio intervalo mediante descomposición espinodal a temperaturas relativamente bajas sin inducir cambios microestructurales relevantes en la austenita. Por consiguiente, estas aleaciones bifásicas también tienen interés como material modelo para el estudio de las propiedades mecánicas de aleaciones bifásicas, ya que fácilmente pueden inducirse cambios en la resistencia

de una sola fase sin alterar ninguna característica de la otra.

Sin embargo, los aceros inoxidables dúplex pueden experimentar numerosos cambios microestructurales que pueden modificar drásticamente su comportamiento mecánico. El diagrama de la Fig. 10 resume esquemáticamente la mayor parte de las fases que pueden formarse en un acero dúplex, en función de la temperatura y del tiempo de mantenimiento, indicando también la influencia de los distintos elementos de aleación. En su mayoría las transformaciones afectan a la fase ferrítica a causa de que la velocidad de difusión de los elementos de aleación es más elevada en esta fase que en la austenita, como consecuencia de la menor compacidad de la red cristalina C.C. Además, los granos de ferrita son ricos en Cr y Mo, elementos alfágenos, constituyentes privilegiados en la formación de fases intermetálicas.

Las reacciones metalúrgicas más importantes asociadas la "fragilización a 475 °C" son la formación de fase α ' y la precipitación de fase G. Paralelamente se han identificado otros procesos no específicos de este rango de temperaturas, como pueden ser la precipitación de carburos y nitruros, pero su importancia en las propiedades mecánicas es secundaria frente a la formación de α '. Este proceso de degradación térmica



Fig. 10. Diagrama esquemático de las distintas precipitaciones posibles en los aceros inoxidables dúplex (Charles 1991).

ha sido objeto de numerosos estudios. En la actualidad se sabe que la separación α - α ' es el resultado de una laguna de miscibilidad en el sistema Fe-Cr, tal como representó Williams (1958) en su diagrama de fases. La causa de que durante mucho tiempo haya habido cierta controversia en la explicación de este fenómeno reside en que la caracterización de la descomposición espinodal no puede realizarse mediante las técnicas metalúrgicas habituales, sino que requiere de técnicas experimentales avanzadas tales como microscopía de campo iónico con sonda atómica (APFIM) (Chung y Chopra 1988).

Por otra parte, tras envejecimientos prolongados a temperaturas superiores a 400 °C, junto con la fase α ' suelen observarse unos pequeños precipitados, aproximadamente esféricos (diámetro de 1 a 30 nm), de estructura cúbica centrada en las caras. Se trata de un siliciuro ternario denominado fase G. Esta fase fue descubierta por Beattie y Ver Snyder (1956) en una superaleación Fe-Ni. De hecho, la precipitación de fase G es una denominación genérica que cubre las diferentes etapas en la evolución desde los agrupamientos o clusters de Ni-Si hasta un complejo producto final, pasando por distintas variedades metaestables. Se observa raramente en los aceros sin Mo y sólo aparece tras un cierto nivel de descomposición espinodal en los aleados con Mo, localizándose en las intercaras α/α' .

Las transformaciones microestructurales descritas en el apartado precedente modifican el comportamiento mecánico de los aceros dúplex. Una consecuencia inmediata suele ser el aumento de la dureza de la ferrita, mientras que la de la austenita se mantiene inalterada. También el límite elástico y la resistencia máxima a tracción aumentan con el envejecimiento. Sin embargo, se produce una fragilización global del material, con un importante descenso en ductilidad, energía absorbida en el impacto y tenacidad de fractura. Esta última propiedad suele evidenciar los cambios más drásticos ya que sus valores caen rápida y bruscamente, como se refleja en la Fig. 11, en tanto que para otras propiedades, como el límite elástico, la evolución es más continua (Fig. 12)



Fig. 11. Evolución de los valores de tenacidad a la fractura para un acero dúplex AISI 329 envejecido a distintas temperaturas (Iturgoyen y Anglada 1997).

Son varios los mecanismos por los que la separación en regiones ricas y pobres en cromo (*i.e.* α ' y α) podría provocar el endurecimiento. A medida que la descomposición espinodal progresa se produce una

modulación de la composición. Los parámetros de red van cambiando con la concentración de solutos y este proceso inducirá una variación periódica en las tensiones elásticas asociadas (tensiones de coherencia). Generalmente se apunta a este campo de tensiones internas como el mecanismo responsable del endurecimiento de las aleaciones descompuestas espinodalmente (Kato 1981, Park et al., 1986). La descomposición espinodal, que corresponde a un aumento en el orden en la distribución de los átomos de la solución sólida, va acompañada de una reducción en la energía libre del sistema. Durante la deformación plástica las dislocaciones cizallan las modulaciones de concentración, volviendo a colocar los átomos en desorden y, por consiguiente, produciendo un aumento de energía libre. Se origina así una fuerza de origen químico que tiende a frenar la dislocación. En el material envejecido se observa un deslizamiento muy localizado ya que el paso de una primera dislocación desordena la aleación en su plano de deslizamiento y esto favorece el paso de otras dislocaciones en el mismo plano.



Fig. 12. Evolución de los valores del límite elástico para un acero dúplex AISI 329 con el tiempo de envejecimiento (Iturgoyen y Anglada 1997).

Así mediante un estudio *in situ* por microscopía electrónica de transmisión se ha observado (Verhaeghe 1992) que a temperatura ambiente la austenita se deforma primero y la transmisión del deslizamiento de la austenita a la ferrita solamente se produce a lo largo de los planos de deslizamiento comunes a ambas fases. En el material en estado recocido la deformación en la ferrita es homogénea, pero se localiza intensamente en el acero envejecido.

También el comportamiento a fatiga de los aceros dúplex se ve afectado por el envejecimiento térmico. Este efecto puede ser evaluado mediante curvas de esfuerzodeformación cíclica (CEDC), como se muestra en la Fig. 13 (Mateo et al. 1996). Esta gráfica presenta los esfuerzos a saturación frente a las amplitudes de deformación plástica (ε_{pl}), en el rango de 10^{-5} hasta 5×10^{-3} , determinadas a partir de ensayos a amplitud incremental.

La CEDC correspondiente al acero envejecido se sitúa a niveles de esfuerzo superiores a la del material recocido, pero la forma de ambas permite describirlas en términos de tres etapas cada una de ellas caracterizada por un comportamiento distinto de endurecimiento 0 ablandamiento (Mateo et al. 1996, Llanes et al. 1996). El comportamiento cíclico del material en la etapa I es relativamente independiente de la amplitud de la deformación plástica y está relacionado con el predominio de mecanismos de deformación cíclica de la austenita tanto para el acero recocido como para el envejecido. En la etapa intermedia los efectos del envejecimiento son muy patentes debido a que en el acero envejecido solamente la austenita participa significativamente en la deformación cíclica a causa del aumento del límite elástico de la ferrita; sin embargo, en el acero recocido, la ferrita empieza a ser plásticamente activa y el comportamiento de la aleación bifásica tiene un carácter austeno-ferrítico. Para amplitudes de deformación plástica grandes, la respuesta en términos de endurecimiento-ablandamiento, así como el desarrollo de la subestructura de dislocaciones, ponen en evidencia que comportamiento el plástico tiene un carácter predominantemente ferrítico.



Fig 13. Curvas cíclicas esfuerzo-deformación del acero dúplex UNS S31803 en condiciones de recocido y envejecido 200 horas a 475 °C.

Para deformaciones plásticas pequeñas (en la Fig 13, etapa I e inicio de la II), el daño superficial, tanto en el caso del dúplex recocido como en el del envejecido, se concentra fundamentalmente en la fase γ , como se refleja en el esquema de la Fig. 14. Es rara la observación de fisuras y las pocas que nuclean en las bandas de deslizamiento de la austenita no consiguen continuar su propagación a través de la ferrita, lo que explica que la vida a fatiga sea relativamente alta.



Fig 14. Origen del límite de fatiga en términos del daño superficial. N $\ge 10^7$ ciclos.



Fig. 15. Origen del límite de fatiga en términos del daño superficial. $N_f < 10^7$ ciclos.

Se ha constatado que los valores de vida a fatiga en la etapa II son mayores para el material envejecido. En el material recocido las fisuras pueden nuclearse en ambas fases, aunque parece que el fenómeno más extendido es la nucleación en la austenita, para luego introducirse en la matriz ferrítica y continuar su propagación si encuentran un estado de tensiones favorable (Fig 15). En cambio, en el material envejecido, para este nivel intermedio de ε_{pl} , la matriz ferrítica fragilizada no es capaz de deformarse plásticamente, oponiéndose mucho más que en el caso anterior a la propagación de las fisuras y originando así el incremento de vida a fatiga observado (Mateo et al. 1997). Estos postulados están de acuerdo con la obtención de valores de umbral de

propagación de fisuras por fatiga mayores para el material envejecido que para el recocido (Iturgoyen y Anglada 1997b, Mateo et al. 1997).



Fig 16. Curvas de endurecimiento-ablandamiento cíclico para $\Delta \epsilon_{pl} / 2 = 6 \times 10^{-4}$.

Finalmente, es interesante resaltar que la resistencia a la fatiga de los aceros dúplex en el vacío es mayor que en aire, tal como puede verse en la Fig. 16 tanto para el acero recocido como para el envejecido a 475 °C.

6. RESISTENCIA A LA PROPAGACIÓN DE FISURAS DE CARBUROS CEMENTADOS WC-CO: INFLUENCIA DE LA MICROESTRUCTURA

En aplicaciones técnicas los carburos cementados utilizados como materiales de herramientas en procesos de conformado (por ejemplo, corte, trefilado, prensado, etc.) están sometidos a condiciones de trabajo complejas, que incluyen sobrecargas puntuales, desgaste, cambios relevantes de temperatura y cargas cíclicas. En particular, solicitaciones mecánicas de carácter cíclico son muy frecuentes en operaciones de corte y son el resultado de las vibraciones de las máquinas, los mecanismos de deslizamiento e interacción mecánica de virutas durante el proceso y las operaciones de corte interrumpidos. Entonces, se requiere un conocimiento profundo del comportamiento a fatiga de los carburos cementados, con el fin de poder considerar parámetros básicos asociados al diseño, a nivel tanto microestructural como de componente, con estos materiales. Aquí se ilustrará la influencia de diversos parámetros microestructurales sobre el comportamiento mecánico de metal duro prefisurado (tenacidad de fractura, cinética de propagación de fisuras por fatiga).



Fig 17. Microestructuras de diversos grados de carburos cementados

Tabla 1. Características microestructurales y propiedades mecánicas de los carburos cementados estudiados.

Grado	% peso Co	_{wc} (μm)	HV ₃₀ (GPa	MOR	K _{IC}	K_{th} , R=0.	С	m
				(MPa)	(MPa√m)	(MPa√m)		
A	10	0.8	1545	2742	9.2	5.5	1×10^{-28}	25
В	10	2.5	1396	1813	10.5	5.7	$3x10^{-20}$	14
С	18	2.5	1124	2629	14.8	5.0	1×10^{-16}	10



Fig. 18. Comparación entre las velocidades de propagación de los grados A y B

Todas las propiedades mecánicas mencionadas están íntimamente asociadas a las características microestructurales del metal duro, el cual está formado por carburos de elevada dureza, tradicionalmente wolframio, unidos o cementados mediante un metal o una aleación auxiliar de menor dureza, frecuentemente cobalto. Para una revisión completa de la metalurgia física y los procesos de deformación de los carburos cementados, véase, por ejemplo, Roebuck y Almond (1988)

Varios resultados genéricos en metal duro con distintas microestructuras, representativas de los distintos grados generalmente utilizados como herramientas de corte, indican que tanto la resistencia a rotura transversal como la tenacidad de fractura aumentan con el contenido volumétrico de cobalto. Sin embargo, la dureza presenta una relación inversa con respecto al mismo parámetro. También se observa un aumento importante en la tenacidad de fractura de aleaciones de metal duro si la fase metálica está formada por cobalto, níquel e hierro en lugar de únicamente cobalto como en las aleaciones convencionales. Sin embargo, dicha mejora tiene como contrapartida una disminución muy significativa en la dureza y el módulo de elasticidad del material. En cuanto al tamaño de los carburos, un incremento de este factor resulta en un aumento de tenacidad (Torres et al. 1999); sin embargo, no se ha observado una correlación clara con la resistencia mecánica, para un contenido de cobalto dado. Además el acabado superficial tiene una gran influencia en la resistencia (Llanes et al. 1999).

En la Fig 17 se muestran las microestructuras de metal duro de tres grados industriales ampliamente utilizados, mientras que en la Tabla 1 se presentan los valores de diversos parámetros microestructurales junto con las propiedades mecánicas. En la Fig. 18 se pone de manifiesto que con el mismo contenido en Co pero con diferente tamaño de partícula de carburo de Wolframio, los umbrales del factor de intensidad de tensiones son similares pero las pendientes son distintas siendo mayores para el tamaño de grano menor, es decir, el material más tenaz es más sensible a fatiga (cociente umbral/tenacidad).

Por otra parte, en la Fig. 19 puede observarse que cuando el tamaño de carburo es el mismo, pero el contenido de Co es diferente, cermets B y C, el material más tenaz (C) es nuevamente el que presenta un menor umbral y menos pendiente, o sea, también es el más sensible a fatiga.



Fig. 19. Comparación entre las cinéticas de propagación de los carburos cementados B y C.

7. INFLUENCIA DEL TRATAMIENTO SUPERFICIAL SOBRE LA RESISTENCIA A FATIGA DE ACEROS PULVIMETALÚRGICOS

Como ejemplo para poner de manifiesto la influencia del tratamiento superficial sobre la resistencia a fatiga, a continuación se ilustra el comportamiento a fatiga de un acero elaborado por pulvimetalúrgia, el cual fue sometido a diversos tratamientos térmicos, y, en particular. tratamientos de cementación а V carbonitruración. de aleaciones La mayoría pulvimetalúrgicas utilizadas en aplicaciones estructurales en donde el deterioro por fatiga es importante son aleaciones de base hierro, con tratamientos térmicos específicos para obtener las propiedades mecánicas requeridas. Una información amplia sobre la resistencia a fatiga de las aleaciones metálicas pulvimetalúrgicas ha sido realizada recientemente por Hadrboletz y Weiss (1997).

El acero estudiado fue sinterizado a partir del polvo metálico DISTALOY SE, el cual se mezcló con 0.6%C y cera lubricante La mezcla se prensó en frío a temperatura ambiente con una presión de compactación uniaxial media de 650 MPa para lograr una densidad de 7,00 g/cm³). Después de un pre-sinterizado a 600 °C con la finalidad de eliminar la cera lubricante, la sinterización de las probetas se efectuó a una temperatura de 1120 °C durante un tiempo de 20 min. en una atmósfera protectora de 5% H₂ + 95% N₂.

Después de la sinterización, se realizaron tres diferentes tratamientos térmicos. El primero consistió en un tratamiento de temple y revenido en el cual las muestras se calentaron a 850 °C durante 20 min. y después se enfriaron en aceite con agitación. El revenido se efectuó a 250 °C durante 30 min. Los otros dos tratamientos superficiales cementación fueron de de y carbonitruración. En el primer caso las probetas se calentaron a 850 °C en una atmósfera con gas natural mezclado con aire, pasada a través de un catalizador de níquel y enriquecida con propano, durante 1 hora con un revenido posterior a 180 °C por el mismo tiempo. En la carbonitruración el procedimiento seguido fue idéntico al de cementación salvo que se utilizó una atmósfera de gas natural más aire con adición de propano y NH₃.

La microestructura del material sinterizado está formada por una porosidad aparente de 15% y un diámetro medio del poro de 11 μ m, con colonias de perlita inmersas en una matriz ferrítica; bordeando las partículas se encuentra martensita rica en níquel donde también existen pequeñas zonas con bainita superior y martensita rica en carbono. Los tratamientos térmicos descritos aumentan considerablemente la cantidad de martensita rica en níquel y martensita rica en carbono.

Para ver los efectos de los distintos tratamientos sobre la resistencia a fatiga, se realizaron ensayos de flexión alternativa con R = -1 en una máquina de resonancia a una frecuencia de 75 Hz y también a tracción-compresión con R = -1 en una máquina servohidráulica de fatiga a una frecuencia de 20 Hz. El límite de fatiga fue determinado como la máxima tensión a la cual no se produce rotura en 2x 10⁶ ciclos.

Las curvas S-N obtenidas se presentan en la Fig 20 y permiten observar la mejora de la vida a fatiga por efecto de los tratamientos térmicos especialmente en el caso del acero carbonitrurado. En la Tabla 2 se indica la influencia de estos tratamientos sobre el límite a fatiga y sobre los cocientes *límite a fatiga/límite elástico* (R_p / R_m) y *límite a fatiga/resistencia máxima* (R_f/R_m). El incremento en el límite de fatiga es notable en el caso de los aceros con tratamientos termoquímicos de difusión. Las razones (R_f/R_p) y (R_p/R_m) tienden a disminuir para el material templado-revenido y a aumentar progresivamente con los tratamientos de cementación y carbonitruración.

La importante mejora de propiedades se debe fundamentalmente a la precipitación de carburos y carbonitruros en el material, a consecuencia de los tratamientos realizados, lo que genera tensiones residuales de compresión, beneficiando de esta manera su resistencia a fatiga. Según Esper y Sonsino (1994), dicha mejora podría llegar a ser entre 200 y 300% respecto al material en estado de recepción.



Fig 20. Curvas S-N del material patrón con diferentes tratamiento térmicos obtenidas por flexión alternativa con R = -1.

Tabla 2. Influencia de los tratamientos térmicos en la vida a fatiga del acero sinterizado ensayado en flexión alternativa.

Tratamiento	R _f	R_f/R_p	R_f/R_m
	(MPa)		
Sinterizado	260	0,71	0,45
Temple-revenido	280	0,36	0,34
Cementado	425	0,65	0,52
Carbonitrurado	515	0,76	0,62

Las curvas S-N obtenidas a partir de los ensayos bajo carga axial de tracción-compresión se muestran en la Fig 21. Se observa un comportamiento semejante al observado en los ensayos de flexión alternativa.

Al ser materiales con porosidad abierta, los gases actúan en el interior del material, haciendo "un tratamiento superficial" a nivel de cuellos y partículas; en consecuencia, el efecto de los tratamientos termoquímicos no es exactamente el mismo que en los aceros con porosidad despreciable en cuyo caso los tratamientos mencionados afectan solamente a la superficie externa de las probetas.

Es interesante ver cual es el efecto de las entallas en el comportamiento a fatiga de los materiales sinterizados.

En la Fig 21 y en la Tabla 3 se muestran los resultados obtenidos para ensayos realizados en probetas entalladas para los materiales en las condiciones de sinterizado y de templado-revenido. Puede verse que los cocientes $R_f / R_p y R_f / R_m$ de los aceros (sin entalla) son, en todos los casos, inferiores a las correspondientes a flexión alternativa, lo cual es lógico si consideramos la distribución de tensiones en las probetas en cada tipo de modo de carga: la probabilidad de que defectos mayores a un tamaño crítico sean sometidos a tensión máxima en carga axial es mayor que en flexión alternativa, lo cual determina una menor vida a fatiga.

Por otra parte, también es de destacar que el valor de la sensibilidad a la entalla, q, del acero templado-revenido es menor que el exhibido por el material sinterizado. Este comportamiento se atribuye a la diferencia entre las martensitas que caracterizan a los cuellos de los materiales estudiados



Fig 21. Curvas S-N del material patrón con diferentes tratamiento térmicos obtenidas bajo carga axial, en tracción-compresión con R = -1.

Tratamiento	R _f (MPa)	R_f/R_p	R _f /R _m	k	k _f	q
Sinterizado	175	0,47	0,30	2,59	1,52	0,33
Sinterizado con entalla	115	-	0,22		-	-
Temple-revenido	190	0,26	0,23	2,59	1,26	0,16
Temprev. con entalla	150	-	0,20	-	-	-
Cementado	250	0,38	0,31	-	-	-
Carbonitrurado	300	0,44	0,36	-	-	-

Tabla 3. Influencia de los tratam	nientos térmicos en la fatig	ga en carga axial (tracción-coi	npresión) del acero sinterizado.
-----------------------------------	------------------------------	---------------------------------	----------------------------------

8. CONCLUSIONES FINALES

A lo largo de los ejemplos anteriores, se ha puesto de manifiesto que la degradación de los materiales por cargas cíclicas es un fenómeno complejo dependiente de un gran número de variables. En primer lugar, para que se produzca fatiga es necesario que exista deformación inelástica. Esta puede producirse al aplicar cargas superiores al límite elástico, o bien a cargas inferiores, por deformación inelástica localizada, lo cual es la situación más común en componentes utilizados en aplicaciones tecnológicas a temperatura ambiente. La existencia de una microestructura heterogénea facilita la deformación inelástica localizada. Así, en una aleación metálica para una amplitud de deformación plástica fija y de valor no despreciable frente a la componente elástica, el número de ciclos hasta la rotura disminuye cuanto más heterogéneo es el material y cuanto mayor es la diferencia en el límite elástico de las fases constituyentes. En el caso de materiales cerámicos,

cuanto mayor es la contribución de los mecanismos de aumento de tenacidad, usualmente basados en procesos de deformación inelástica, también mayor es la sensibilidad del material a fatiga. El fenómeno de fatiga en materiales cerámicos suele estar acompañado del crecimiento subcrítico de fisuras por influencia del medio. Es necesario realizar ensayos en atmósferas inertes para poner de manifiesto la posible interacción ente fatiga cíclica y EAC. Aquí se ha supuesto que ambos fenómenos son aditivos, pero es bien sabido que en las aleaciones metálicas a menudo se encuentra que esta hipótesis no se cumple. Más investigaciones en esta dirección son necesarias para aclarar este aspecto. Finalmente, en monocristales metálicos, a pesar de que la deformación plástica sea homogénea a nivel macroscópico, no lo es a nivel microscópico, lo cual induce la fractura por el mecanismo bien conocido de deformación plástica localizada en bandas de deslizamiento persistente, etc. En el ejemplo presentado aquí, correspondiente a monocristales C.C. puros, se pone de manifiesto un mecanismo adicional de irreversibilidad del deslizamiento basado en el propio núcleo de la dislocación helicoidal, el cual tiene un comportamiento distinto a tracción y a compresión.

9. AGRADECIMIENTOS

Los autores desean expresar su agradecimiento a la CICYT y a la DGR de la Generalitat de Catalunya por el financiamiento recibido a través de los proyectos MAT97-0923 y MAT 99-0781 y de la ayuda a grupos consolidados (1999SGR00129), respectivamente.

10. REFERENCIAS

Anglada, M. y Guiu, F. (1981a) "Cyclic deformation of Nb single crystals". I. Influence of temperature and strain rate on cyclic hardening, shape changes and stress asymmetry", Phil. Mag. A, 44, 499-522

Anglada, M. y Guiu, F. (1981b) "Cyclic deformation of Nb single crystals. II. Influence of orientation on cyclic hardening, shape changes and stress asymmetry", Phil. Mag. A, 44, 523-541.

Anglada, M. (1985) "Iniciación de grietas en los metales b.c.c.: un posible mecanismo basado en la asimetría del deslizamiento", Anales de Mecánica de la Fractura, **2**, 49-55.

Anglada, M. (1989) "A mechanism for fatigue crack nucleation at the twin-matrix interface of b.c.c. metals", J. Mat. Sci. Lett., **8**, 885-886.

Anglada M. (1995) "Fatiga de materiales cerámicos", Anales de Mecánica de la Fractura, **12**, 19-32.

Beattie, H.J. y. Ver Snyder, F.L. (1956) "A new complex phase in a high temperature alloy", Nature, 178, 208

Casellas, D., Osendi, M., Baudín, C., Llanes, L. y Anglada, M. (1998) "Fracture Resistance of Mullite under Static and Cyclic Loads", Scripta. Mater., **38**, 39-44.

Casellas, D (2000), "Influencia de la microestructura en la fatiga y fractura de circonas estabilizadas con itria y desarrollo y caracterización mecánica de materiales Y-TZP/PSZ", Tesis de doctorado, Universidad Politécnica de Cataluña.

Charles, J. (1991) "Superduplex stainless steels: structure and properties", Duplex Stainless Steels '91, Editions de Physique, Les Ulis, Francia, V1, 3 Christian, J. W. (1983) "Some surprising features of the plastic deformation of body-centered metals and alloys", Metall. Trans., 14A, 1237-1256.

Chung, H. M. y Chopra, O.K.(1988) "Kinetics and mechanisms of thermal aging embrittlement of duplex stainless steels", Proc. Env. Deg. Mat. in Nuclear Power Systems, Eds. G.J. Theus y J.R. Weeks, 359

D'Armas,H., Manaut, M., Llanes, L., Bas, J. y Anglada, M. (1996) "Tenacidad de Fractura de un Acero Sinterizado", Anales de Mecánica de la Fractura, 13, 306-311.

D'Armas, H., Llanes, L., Peñafiel, J., Bas J. y Anglada, M. (2000) "Tempering Effects on the Tensile Response and Fatigue Life Behavior of a Sinter-Hardened Steel", Mater. Sci. Eng. A277, 291-296.

Dauskardt, R.H., Yu, W. y Ritchie, R.O. (1987), "Fatigue Crack Propagation in Transformation-Toughened Ceramics", J. Am. Ceram. Soc. 70, C-248-52.

Dauskardt, R.H., Marshall, D.B., y Ritchie, R.O. (1990) "Cyclic Fatigue Crack Propagation in Magnesia-Partially-Stabilised Zirconia Ceramics", J. Am. Ceram. Soc. **73**, 893-903.

Dauskardt, R.H. y Ritchie, R.O. (1991) "Cyclic Fatigue of Ceramics", in Proc. of the Eng. Foundation Conf. on Fatigue of Advanced Materials, (Eds. Ritchie R.O. and R.H. Dauskardt), Mat.&Component Eng. Publ. Ltd., U.K., 133-51

Esper, F.J. y Sonsino, C.M. (1994) "Fatigue Design for PM Components", The European Powder Metallurgy Association, Shrewsbury, U.K.

Evans, A.G. y Fuller, E.R. (1974) "Crack Propagation in Ceramic Materials Under Cyclic Loading Conditions", Metall. Trans., **5**, 27-33.

Evans, A.G. (1980), "Fatigue in Ceramics", Int J. Frac., 16, 485-498

Evans, A.G. (1992) "Perspective on the Development of High-Toughness Ceramics", J. Am. Ceram. Soc. **73** (2) 187-206 (1992).

Guiu, F. (1978) "Cyclic Fatigue of Polycrystalline Alumina in Direct Push-Pull", J. Mater. Sci. Lett., 13, 1357-61.

Guiu, F. y Anglada, M. (1980) "Irreversible glide and shape changes in the cyclic deformation of b.c.c. crystals", Phil. Mag. A, **42**, 271-276.

Hadrboletz, A. y Weiss, B., Int. Mater. Rev. (1997) 42, 1-44.

Hoffman, M. J., Dauskardt, R.H., Mai, Y.-W y Ritchie, R.O. (1993) "A Review of the Mechanics and Mechanisms of Cyclic Fatigue-Crack Propagation in Transformation-Toughened Zirconia Ceramics", en Advances in Ceramics: Science and Technology of Zirconia V, (Eds. S.P.S. Badwal, M.J. Bannister y R.H.J. Hannink), Am. Ceram. Soc., Columbus OH., 321-38

Horibe, S. y Hirahara, R. (1991) "Cyclic Fatigue of Ceramic Materials: Influence of Crack Path and Fatigue Mechanisms", Acta Metall. Mater., **39**, 1309-17.

Iturgoyen, L. y Anglada, M. (1997a) "The influence of ageing at intermediate temperatures on the monotonic stress-strain behaviour and fracture toughness of a duplex stainless steel", Fatigue Fract. Engineering Mater. Struct., **20**, 645-657.

Iturgoyen, L. y Anglada, M. (1997b) "The influence of ageing at iontermediate temperatures on the mechanical behaviour of a duplex stainless steel: Part II. Fatigue life and fatigue crack growth" Fatigue Fract. Engineering Mater. Struct., **20**, 917-928.

Kato, M. (1981) "Hardening of spinodally modulated structures in bcc alloys", Acta Metall., 29, 79

Llanes, L., Mateo, A., Iturgoyen, L. y Anglada, M. (1996) "Aging Effects on the Cyclic Deformation Mechanisms of a Duplex Stainless Steel", Acta Mater., 44, 3967-3978

Llanes, L., Idañez, E., Marsal, M., Mateo, A. y Anglada, M. (1999) "Resistencia a Fractura de Carburos Cementados (WC-Co): Influencia del Acabado Superficial", Anales de Mecánica de la Fractura, 16, 204-209

Mateo, A., Violan, P., Marsal, M., Llanes, L., Méndez, J, y Anglada, M (1997) "Daño Superficial Asociado a Fatiga de un Acero Inoxidable Dúplex", Anales de Mecánica de la Fractura, **14**, 188-193

Mateo, A., Llanes, L., Iturgoyen, L. y Anglada, M. (1996) "Cyclic Stress-Strain Response and Dislocation Substructure Evolution of a Ferrite-Austenite Stainless Steel", Acta mater., 44, 143-1153.

Nagl, M.M., Casellas, D., Llanes, L., Domínguez, C. y Anglada, M. (1995) "Fatiga Estática y Cíclica de Alúmina reforzada con Partículas de Circona", Anales de Mecánica de la Fractura, **12**, 349-54.

Okazaki, M., McEvily, A.J. y Tanaka, T. (1991) "On the Cyclic Mechanism of Fatigue Crack Growth in Silicon Nitride", Metall. Trans., **22A**, 1425-34.

Park, K., Lasalle, J.C., Schwartz, L.H. y Kato, M. (1986) "The low cycle fatigue behaviour of spinodally decomposed Fe-26Cr-1Mo alloys", Acta Metall., 34, 1853

Roebuck, B. y Almond, A. (1988) "Deformation and fracture processes and the physical metallurgy of WC-Co hardmetals", International Materials Review, **33**, 90-110.

Torres, Y, Casellas, D., Anglada, M. y Llanes, L., (1999) "Fracture Toughness Testing of Hardmetals", EURO PM'99, 3rd European Conference on Advances in Hard Materials Production. Ed. EPMA. Turín, 1237-244.

Verhaeghe, B. (1992) "Etude microstructural des modes de deformation et de rupture d'un acier austenoferritique vieilli thermiquement" Tesis Doctoral, Institut National Polytechnique de Grenoble, Francia.

Vitek, V. (1985), en "Dislocation and Properties of Real Materials", The Institute of Metals, London.. p. 30.

Williams R.O. (1958), "Further studies of the Iron-Chromium system", Trans. AIME, 212, p. 497

INFLUENCIA DE LA TRIAXIALIDAD Y DE LA TEMPERATURA EN EL COMPORTAMIENTO A FRACTURA DE ACEROS ESTRUCTURALES

F.J. Belzunce, C. Betegón, C. Rodriguez y L. Tosal

Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales de Gijón Universidad de Oviedo, campus universitario, 33203 Gijón

Resumen. En este trabajo se analiza la influencia del tamaño de las diferentes variables geométricas que caracterizan la probeta de ensayo, incluido el tamaño de la grieta inicial, en el comportamiento a fractura de aceros estructurales, en situaciones de rotura por clivaje y de rotura dúctil. El importante incremento de tenacidad observado en las probetas con grietas más cortas sometidas a flexión se justifica en virtud de la pérdida de triaxialidad inherente a este tipo de geometrías, que se ha podido cuantificar a través de la modificación del estado de tensiones y deformaciones inducido por la existencia de una tensión T negativa. Por otro lado, se ha demostrado que, con la inclusión de criterios biparamétricos de fractura, los modelos micromecánicos de rotura dúctil y frágil más avanzados permiten reproducir con una precisión notable las condiciones macroscópicas reales de fractura en las situaciones anteriormente citadas.

La curva J-R así como el valor de J crítico al inicio del crecimiento estable de la grieta, J_{te} , son independientes de la temperatura, siendo solo dependientes de la triaxialidad del estado tensional impuesto.

Abstract. The effect of the specimen size, including the initial crack size, on the fracture behaviour of structural steels, under brittle and ductile situations, was analysed in this research work. A significant fracture toughness increase was observed to occur in specimens with short cracks subjected to bending, which can be justified by a loss of constraint, and quantified through the stress and strain field modification produced by the presence of a negative T-stress. On the other hand, the posibility to reproduce macroscopic fracture behaviours under these particular conditions, by means of using biparametric fracture criteria on both, brittle and ductile, advanced micromechanical models, was also demonstrated.

The J-R curve, as well as the critical J value at the initiation of crack growth, J_{tc} , was found to be temperature independent, being only dependent on the specimen triaxiality.

1. INTRODUCCION

Uno de los postulados fundamentales de la teoría de la Mecánica de la Fractura es que la región del frente de la grieta existente en cualquier elemento estructural fisurado (estado de tensiones y deformaciones, zona plástica) queda completamente caracterizada por un único parámetro, el factor de intensidad de tensión, K (MFEL), la integral J o el CTOD (MFEP). Cuando esta hipótesis es válida, el valor crítico de cualquiera de estos parámetros de fractura representa la tenacidad a la fractura, es decir, una propiedad característica del material, independiente de la geometría y tamaño del elemento en cuestión. Hutchinson [1] y Rice y Rosengren [2] (HRR) tras analizar los campos

asintóticos de tensión desarrollados en el interior de la zona plástica de un material de comportamiento elastopástico han mostrado que los citados campos de tensión y de deformación quedan completamente descritos por un único parámetro, la integral J o el desplazamiento vertical del frente de la grieta, CTOD. En aquellos materiales, cuya ley de comportamiento a tracción puede representarse por una expresión del tipo Ramberg-Osgood:

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{\sigma_0} + \alpha \left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right)^n \tag{1}$$

los campos de tensión y deformación en el interior de la zona plástica vienen expresados por:

$$\frac{\sigma_{ii}}{\sigma_0} = \left(\frac{J}{\varepsilon_0 \sigma_0 \alpha I_n r}\right)^{\frac{1}{1+n}} f_{ij}(\theta, n)$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{\sigma_0 \alpha}{E} \left(\frac{J}{\varepsilon_0 \sigma_0 \alpha I_n r}\right)^{\frac{1}{1+n}} f_{ij}(\theta, n)$$
(2)

donde $f_{ij}(\theta,n)$ son funciones que dependen del ángulo θ y del coeficiente de endurecimiento por deformación, mientras que en una situación de deformación plana, I_n solo depende de n.

Sin embargo, esta formulación uniparamétrica es únicamente correcta en el caso de cuerpos infinitos con zonas plásticas restringidas. En aquellos elementos cuyas dimensiones son finitas, la formulación uniparamétrica deja de ser válida para tamaños de la zona plástica grandes en relación a las dimensiones geométricas del componente o de la grieta, más concretamente, el análisis clásico queda restringido a geometrías de alta triaxialidad. Numerosos estudios [3,4] han demostrado la incapacidad de la Mecánica de uniparamétrica para predecir la Fractura el comportamiento a fractura en aquellas geometrías específicas en las que la triaxialidad que se desarrolla es insuficiente, como por ejemplo ocurre en las geometrías con grietas cortas sometidas a flexión o en el caso de componentes cargados preferentemente a tracción. En estas situaciones, la aproximación clásica de la Mecánica de la Fractura no tiene en cuenta la pérdida de triaxialidad que tiene lugar en la región del frente de grieta, en donde las tensiones se relajan (la solución HRR sobrestima las tensiones existentes) y, en consecuencia, se necesita aplicar un valor de J mayor para incrementar las tensiones y deformaciones existentes en la zona de proceso hasta un nivel tal que se desencadene el proceso de fractura.

La Figura 1 da una idea de la capacidad de los campos HRR para caracterizar los campos de tensión desarrollados en la región del frente de grieta de cuatro geometrías caracterizadas por un grado de triaxialidad bien diferente: probetas sometidas a tracción con una grieta central pasante corta (CCP, a/W=0.1) y larga (CCP, a/W=0.9) y probetas de flexión en tres puntos (SENB) con grieta corta (a/W=0.1) y larga (a/W=0.5). Se representa en esta figura la relación entre la tensión obtenida mediante el cálculo por elementos finitos en cada una de las distintas geometrías y los campos HRR en el punto situado a la distancia r=2J/ σ_0 del extremo de la grieta (punto representativo de la región de proceso) frente a la relación J/ao. Tan solo en el caso de las probetas de flexión con grieta larga (Figura 1.d), las tensiones reales coinciden con las que predicen los campos HRR para un rango de valores de carga (representado por el parámetro $J/a\sigma_0$) considerable, mientras que en el resto de los casos expuestos, los campos de tensión reales se desvían muy rápidamente de las tensiones HRR, resultando siempre unos valores

de tensión claramente inferiores a la predicción HRR. Para el análisis de estas geometrías de baja triaxialidad, el criterio uniparamétrico de fractura basado en la integral J (J > J_{ic}) es inapropiado, y su aplicación daría lugar a resultados demasiado conservadores.



Figura 1. Comparación de los campos HRR y los campos de tensión obtenidos mediante elementos finitos a una distancia r= $2J/\sigma_0$.

En esta línea, las diferentes normas de ensayo especifican una serie de limitaciones dimensionales de obligado cumplimiento para las probetas utilizadas en la caracterización a fractura de los materiales elastoplásticos para que el valor de la tenacidad, deducido de estos ensayos, pueda ser considerado válido:

B, b > 25 $J_{l_c} / \sigma_{\gamma}$ (ASTM E813) B, b > 20 $J_{l_r} / \sigma_{\gamma}$ (ASTM E 1152)

(3)

B, b > 50 o 100 J_a / σ_{y} (según σ_{a} y σ_{a} del acero,ASTM

E1820, rotura por clivaje con $\sigma_v = (\sigma_0 + \sigma_u) / 2$

Estas restricciones son aplicables a geometrías de alta trixialidad, como las probetas de flexión en tres puntos con grietas largas. Sin embargo, si se utiliza una probeta idéntica pero con grieta corta, aún en el caso de que se verifiquen las condiciones anteriores, no se garantiza que el proceso de fractura esté absolutamente controlado por J, y en consecuencia, que la fractura se inicie al alcanzar el valor crítico, constante, de J: J_{te} (véase Figura 1.c).

2. MECANICA DE LA FRACTURA BIPARAMETRICA

El nivel de triaxialidad que existe en la región del frente de la grieta se ha cuantificado por medio de la tensión elástica T [5, 6] o del parámetro elastoplástico Q [7, 8]. En particular, se ha demostrado que en aquellas geometrías caracterizadas por una tensión T de

compresión, el nivel tensional en el interior de la zona plástica disminuye y se produce una marcada pérdida de triaxialidad. La tensión T es un parámetro elástico que representa el segundo término (primer término no

singular) del desarrollo en serie de Williams [9]:

$$\sigma_{ij} = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(\theta) + T\delta_{i1}\delta_{1j}$$

$$T = \frac{\beta K}{\sqrt{\pi a}}$$
(4)

Este segundo término consiste en una tensión uniforme paralela a los flancos de la grieta y es proporcional al factor de intensidad de tensión, K, a través del geometría considerada [10]. La tensión T puede ser de tracción (β positivo) o de compresión (β negativo). Valores positivos de β dan lugar a la existencia de una alta triaxialidad en la región del frente de la grieta, como por ejemplo ocurre en las probetas de flexión con grietas largas. Por el contrario, en aquellas geometrías con grietas cortas sometidas a flexión o tracción, el factor β es negativo, y debido a ello, las tensiones máximas que se alcanzan en la región del frente de la grieta disminuyen [11]. La tensión T modifica de esta forma los campos de tensiones y deformaciones existentes dentro de la zona plástica. Esta relación directa entre el parámetro elástico T y los campos de tensión elastoplásticos ha sido estudiada cuantitativamente [12] de tal forma que conocidos un determinado valor de J y T, es posible determinar el nivel de tensión a una distancia cualquiera del frente de la grieta. La Figura 2 muestra la tensión perpendicular al plano de la grieta para un material con una ley de comportamiento del tipo Ramberg-Osgood y un coeficiente de endurecimiento n=14, en función de la distancia al frente de la grieta, adimensionalizada por el factor J/σ_0 . Se observa con claridad que la aplicación de tensiones T de compresión causa una importante reducción en el campo de tensiones para cualquier valor de r σ_o/J .



Figura 2. Efecto de la tensión T sobre el campo de tensiones en la región del frente de grieta [12]

De acuerdo con Shih y German [13], el criterio uniparamétrico de fractura deja de tener validez práctica cuando a una distancia $r=2\sigma_r/J$, la diferencia

entre la tensión perpendicular al plano de la grieta obtenida aplicando los campos HRR y la obtenida utilizando en el cálculo el efecto de la tensión T es mayor del 10%, lo que corresponde a una tensión T de $-0.2\sigma_0$ [12].

3. ENSAYOS NORMALIZADOS DE MEDIDA DE LA TENACIDAD

La realización de ensayos estáticos para la determinación de los parámetros críticos de fractura, J_u (inicio del crecimiento estable), J_u (inestabilidad) y, en general, para la determinación de las curvas completas J-R, constituye una herramienta básica para la caracterización del comportamiento a fractura de los aceros estructurales, que muestran un comportamiento elastoplástico. En muchos casos, las condiciones de diseño de los elementos estructurales, bien por limitaciones de material o de tipo técnico, no pueden ser reproducidas con total exactitud en el laboratorio. Por ello, a la hora de utilizar los resultados obtenidos en el laboratorio para el análisis de las estructuras reales, resulta de gran importancia conocer la influencia que pueden tener las variaciones en el tamaño de los diferentes parámetros geométricos de la probeta de ensayo en los resultados obtenidos.

A la hora de determinar las curvas J-R existen dos procedimientos: el método uniprobeta y el método multiprobeta [14]. El primero de ellos exige la utilización de un mínimo de 6 probetas (preagrietadas hasta una misma relación a/W), lo que complica, alarga y encarece el ensayo. Por el contrario, el método uniprobeta permite obtener los mismos resultados a partir de una sola probeta, utilizando para ello medidas indirectas del crecimiento de la grieta durante el proceso de carga (a este respecto, los métodos basados en la caída de potencial y el de la variación de la flexibilidad son los más utilizados). No obstante estos procedimientos indirectos están sujetos a un cierto error, por lo que las propias normas recomiendan repetir el ensayo sobre varias probetas idénticas.

Se describe a continuación una metodología que nos ha permitido determinar con precisión la curva completa J-R de un acero con el ensayo de tan solo tres probetas. La base del método consiste en obtener medidas adicionales del crecimiento real de la grieta en el curso del ensayo, para lo que, en determinados estados de carga intermedios, se procede al marcado del frente de grieta pulverizando en dicho frente, primero pintura y posteriormente, laca transparente. Para ello, alcanzado un cierto nivel de carga aplicada, cuando la grieta inicial, en principio, ya se ha propagado, se para el ensayo y se rocía pintura o laca sobre el frente de grieta abierto. De este modo será posible determinar posteriormente con precisión (una vez rota la probeta) la situación del frente de la grieta en dos estados intermedios del ensayo que, junto con la medida de la situación del frente de grieta al inicio y al final del ensayo, nos permite realizar varias determinaciones reales de la posición del frente de grieta en el curso del ensayo. En la Figura 3 se presentan los diagramas fuerza-desplazamiento obtenidos en dos probetas de flexión (grieta corta y larga respectivamente), en los que, además, se han marcado tanto los valores del crecimiento de la grieta como los correspondientes valores de J de los tres puntos en los que el tamaño de grieta se ha medido físicamente (pintura, laca y frente final).



Figura 3. Diagrama fuerza-desplazamiento (método uniprobeta), con indicación de los tamaños reales de grieta medidos sobre la superficie de fractura y los valores de J asociados a los mismos.

Realizando cada ensayo sobre tres probetas diferentes, se garantiza la obtención de 9 puntos, medidos físicamente, que nos permitirán determinar la curva J-R con una precisión suficiente. La Figura 4 representa la superficie de fractura de una probeta de ensayo, que muestra la posición de los frentes de grieta marcados con la pintura y la laca, junto con su posición al inicio y al final del ensayo.



Figura 4. Superficie de fractura de una probeta de geometría estándar ensayada a temperatura ambiente.

Por otro lado, al aplicar esta metodología de ensayo, resulta posible corregir los resultados de la medida indirecta del tamaño de la grieta realizada utilizando las descargas y cargas sucesivas (método uniprobeta), aplicando para ello una interpolación lineal entre cada dos de los cuatro valores reales medidos físicamente de Δa , tal y como se observa en la Figura 5.



Figura 5. Corrección por interpolación lineal de las medidas indirectas del tamaño de la grieta a partir de las medidas reales efectuadas (30×30)

4. MODELOS MICROMECANICOS DE FRACTURA

Los modelos micromecánicos de fractura aplicables a los aceros estructurales se subdividen en modelos de fractura frágil (clivaje) y dúctil.

El modelo de fractura frágil más conocido es el propuesto por Ritchie y col. [15], denominado modelo RKR, en el que se propone que para que se desencadene una rotura frágil, por clivaje, es necesario alcanzar un determinado nivel de tensión normal (al plano de la grieta) -tensión de clivaje que, en principio, se considera independiente de la temperatura- en una cierta distancia, medida desde el extremo de la grieta, que a su vez estaría relacionada con alguna dimensión microestructural característica, como por ejemplo, el tamaño de grano ferrítico. Curry y Knott [16] proporcionaron una justificación de la necesidad de la distancia crítica del modelo RKR en virtud de la necesidad de que exista un determinado volumen de material altamente tensionado en la región del frente de grieta, de tal manera que contenga una partícula con el tamaño suficiente como para desencadenar el proceso de rotura por clivaje. Esta interpretación permite también explicar la conocida influencia del tamaño del elemento en este tipo de fracturas. Recientemente se ha postulado la necesidad de una tercera condición para que la fractura por clivaje tenga lugar, que consiste en la existencia de una triaxialidad suficiente en el punto donde se desencadena el proceso de rotura, que evite el enromamiento de las microgrietas nucleadas en las segundas fases. De este modo existirá una región muy próxima al vértice de la grieta en la que la triaxialidad es insuficiente para que se inicie la fractura frágil [17].

Los modelos micromecánicos descriptivos de la fractura dúctil se basan en la nucleación, crecimiento y coalescencia de microcavidades, que normalmente se inician en segundas fases (inclusiones, carburos, etc) siempre presentes, en mayor o menor medida, en la microestructura del material, por descohesión de las

intercaras de separación entre ambas fases o por rotura de la propia inclusión o partícula. Es también bien conocido el hecho de que la existencia de altos esfuerzos triaxiales de tracción inhiben la deformación plástica y promueven la fractura del material y, por otro lado. la velocidad de crecimiento de las microcavidades depende, de manera importante, del nivel de tensión hidrostática desarrollado. Por lo tanto, los modelos de fractura dúctil más avanzados deben ser capaces de describir la influencia de la triaxialidad en el proceso de fractura. En la actualidad, uno de los modelos descriptivos de la fractura dúctil más completos es el modelo de Gurson [18, 19]. En este modelo el material se considera constituido por una matriz dúctil con microcavidades. El daño interno desarrollado en el curso del proceso de fractura se describe por un único parámetro, la fracción volumétrica de huecos o porosidad, f, y el fallo es el resultado de una pérdida de rigidez local, que se origina como consecuencia de que la fracción volumétrica de huecos excede un determinado valor crítico, f., en una determinada distancia crítica, l. La condición de fluencia del modelo elasto-plástico de Gurson depende del tensor de tensión σ_{ii} , de la tensión de fluencia de la matriz, σ_m , y de la porosidad, f [20]:

$$\phi(\sigma_{ij},\sigma_m,f) = \frac{\sigma_e^2}{\sigma_m^2} + 2q_1 f^* \cosh\left(\frac{\sigma_{kk}}{2\sigma_m}\right) - 1 - \left(q_1 f^*\right)^2 = 0$$

$$\sigma_e = \sqrt{\frac{3}{2}\sigma_{ij}\sigma_{ij}}$$
(5)

En este trabajo se expondrán los resultados obtenidos al aplicar el modelo de Gurson para determinar el estado de tensiones y deformaciones existente en la región del frente de grieta en situaciones prácticas en las que la triaxialidad local desarrollada era marcadamente diferente.

5. MATERIALES Y PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

El estudio, cuyos resultados expondremos en el apartado siguiente, se ha realizado sobre aceros estructurales de bajo contenido en carbono y ligeramente aleados. La Tabla 1 muestra las composiciones químicas de los tres aceros utilizados en este trabajo.

Tabla 1. Composiciones químicas de los aceros

	%C	%Si	%Mn	%S	%P
A-1	0.11	0.18	1.14	0.030	0.018
A-2	0.14	0.24	1.06	0.001	0.006
A-3	0.17	0.39	1.52	0.002	0.016
	%Cr	%Ni	%Mo	%Nb	%V
A-1		0.69		0.030	
A-3	0.5	1.49	0.46		
<u>A-3</u>		0.47		0.060	0.14

El acero A-1 ha sido suministrado en forma de barra de sección nominal de 28x28 mm. Estas barras fueron tratadas térmicamente en el laboratorio a 1100°C y templadas en agua para obtener una microestructura mixta compuesta de ferrita acicular y martensita. Se mecanizaron finalmente probetas de tracción y de flexión en tres puntos (SENB) de 22 x 22 mm con diferentes tamaños de grieta (0.044 < a/W < 0.48). La figura 6 muestra la variación del parámetro geométrico β con el tamaño de la grieta en las probetas de flexión en tres puntos [21]. Puede observarse que el parámetro β correspondiente a esta geometría varía desde valores claramente positivos en las probetas de grieta larga (a/W > 0.5) hasta valores muy negativos. Para tamaños de grieta relativos, a/W, menores que 0.35, la tensión T pasa a ser negativa.



Figura 6. Variación del factor geométrico β con el tamaño de la grieta en la probeta SENB.

El acero A-2 ha sido suministrado en forma de chapa gruesa laminada en caliente de 83 mm de espesor, que ha sido templada en agua y revenida a 600°C. Su microestructura final era bainítica. Se mecanizaron probetas de fractura de flexión en tres puntos (SENB) con diferentes tamaños relativos de grieta (a/W = 0.1, 0.2, 0.5). Se utilizaron probetas de sección estandar, 2BxB, en el caso de las grietas mayores (a/W = 0.5) y de sección cuadrada, BxB, en los otros dos casos, manteniendo siempre un espesor B igual a 25 mm.

El acero A-3 corresponde a un grado AE-460 que fue suministrado en forma de chapa de 30 mm de espesor en estado bruto de laminación (microestructura ferritoperlítica bandeada). Se mecanizaron probetas de tracción y probetas de fractura de flexión en tres puntos (SENB). En este caso se mecanizaron diferentes grupos de probetas, entre los que se tomó como referencia la geometría de sección cuadrada de 30x30 mm (W=B) y grieta larga (a/W=0.6). Los otros grupos correspondían a probetas que diferían de las del grupo de referencia, bien únicamente en el espesor (B=W/2=15 mm, a/W=0.6), en el ancho (W=B/2= 15 mm, a/W=0.6), en ambos parámetros (W=B=10 mm, a/W=0.6) o bien en la longitud de la grieta inicial (grieta corta, a/W=0.1) La longitud de las probetas fue en todos los casos, tal y como indican las normas de ensayo, igual a 4.4 W.

Todos los ensayos mecánicos se realizaron en una máquina de ensayos dinámicos MTS 810 dotada de una capacidad máxima de carga de 250kN. Para la ejecución de los ensayos a baja temperatura se empleó una cámara ambiental INSTRON modelo 311900, utilizándose nitrógeno líquido como medio refrigerante. En aquellos ensayos en los que se determinó la curva J-R, y tal y como ya se expuso, con el fín de obtener medidas del crecimiento de la grieta real en determinados estados de carga intermedios del ensayo, se procedió al marcado del frente de grieta pulverizando en el vértice de la misma, primero, una pintura coloreada y posteriormente laca transparente (véanse las figuras 3 y 4).

El cálculo del valor de J se realizó a partir de la adición de sus componentes elástica y plástica:

$$J = J_e + J_p$$

$$J_e = \frac{K^2 (1 - v^2)}{E}$$

$$J_p = \frac{\eta_p \cdot U_p}{B(W - a)}$$
(6)

La superficie de fractura de las probetas ensayadas ha sido finalmente examinada en un microscopio electrónico de barrido JEOL 6100.

Por otra parte, el modelo micromecánico de fractura dúctil de Gurson fue implementado numéricamente. En dicho modelo, el frente de grieta se considera un material compuesto por una matriz y diferentes tipos de inclusiones, partículas de segundas fases V microcavidades, ya desde el inicio de la deformación. Como se ha indicado, la rotura del material se producirá cuando la porosidad alcance un determinado valor crítico, f., sobre una cierta distancia, l., por lo que es determinante la descripción de la ley de evolución de dicho parámetro. En todo momento, se supone que la porosidad aumenta debido al crecimiento de las microcavidades ya existentes y a la nucleación de microcavidades nuevas por descohesión de las partículas que constituyen las segundas fases. Es decir, para establecer esta ley de evolución es necesario conocer los valores de una serie de parámetros: la porosidad inicial, f_o, la fracción volumétrica de partículas nucleadoras de cavidades, f_n, y el valor crítico de la porosidad, f. Los dos primeros parámetros se han determinado mediante un examen microscópico del material sin deformar, mientras que la porosidad crítica ha de estimarse mediante un ajuste entre resultados numéricos del modelo y resultados experimentales. Con este fin, se realizaron ensayos de tracción sobre probetas axisimétricas entalladas con diferentes triaxialidades, y el valor de f_e se determinó ajustando los resultados numéricos y experimentales en el momento de la caída de la curva tensióndeformación.

La ley de evolución de la porosidad así establecida, juntamente con las ecuaciones de comportamiento a las que da lugar, se implementaron en el programa de elementos finitos ABAQUS por medio de una subrutina de usuario, con el fin de obtener numéricamente las curvas J-R del material considerado. Al tratarse de un modelo de daño continuo, el tamaño del elemento se identifica con la distancia sobre la que ha de extenderse la porosidad crítica, l, por lo que la malla de elementos finitos empleada tenía un tamaño regular en el frente de la grieta. El tamaño del elemento se determinó por ajuste entre los resultados numéricos y los experimentales para el inicio de la propagación dúctil en una de las geometrías consideradas, en este caso la de la probeta normalizada. En la referencia [20] se presenta con un grado mayor de detalle el proceso de cálculo seguido.

6. RESULTADOS Y DISCUSION

6.1. Ensayos de tracción

La Tabla 2 muestra las propiedades mecánicas a temperatura ambiente medidas en los ensayos de tracción efectuados sobre los tres aceros y la Tabla 3 expone, en el caso del acero A-3, la variación de estas propiedades con la temperatura.

Tabla 2. Propiedades mecánicas a tracción de los aceros.

Acero	σ_{0} (MPa)	σ _" (MPa)	A (%)	n
A-1	760	822	20	14
A-2	779	840		17
A-3	662	662	22	4.8

Tabla 3. Influencia de la temperatura en las propiedades a tracción del acero A-3.

Tem (°C)	σ_{0} (MPa)	σ _" (MPa)	A	n
20	515	662	22	4.76
0	522	672		4.54
-15	527	692		4.54
-45	535	712	23	4.54
-60	543	715	19	4.53

6.2 Ensayos de fractura

6.2.1. Fractura por clivaje

Los registros gráficos carga-apertura del extensómetro de los ensayos de fractura realizados con el acero A-1 fueron siempre no lineales, aunque en todos los casos se alcanzó un punto de inestabilidad en el que se desencadenó un proceso de fractura por clivaje. El aspecto microfractográfico de la superficie de fractura fue siempre frágil, aunque también, en prácticamente todos los ensayos, se pudo apreciar una pequeña región situada en la zona más próxima al extremo inicial de la grieta, de aproximadamente 0.1 mm de longitud, de fractura mixta (clivaje y coalescencia de microcavidades). Estos datos sugieren que el comportamiento de este acero a temperatura ambiente se situaba en la región de transición dúctil-frágil.

Se ha determinado entonces el parámetro J en el momento de la inestabilidad, J_u, junto con el valor de la tensión T calculado a partir de la carga para la que se producía la inestabilidad. La Tabla 4 muestra los valores críticos de J y los de la tensión crítica T, junto con otros parámetros medidos en los ensayos de fractura realizados sobre las probetas de flexión con diferentes tamaños de grieta. Estos resultados ponen de manifiesto que mientras el factor de intensidad de tensión determinado en el momento de la rotura inestable se ha mantenido aproximadamente constante, sin embargo el parámetro J, ha sufrido una variación de casi un orden de magnitud al modificar el tamaño de la grieta inicial (desde 169 hasta 1019 kJ/m²). En realidad la caracterización uniparamétrica de la condición de fractura deja de ser válida en la geometría considerada para valores de a/W inferiores a 0.2 (T inferiores a - $0.2\sigma_0$), lo que está de acuerdo con los resultados reflejados en la Figura 2.

Tabla 4. Parámetros de fractura de los ensayos de flexión en tres puntos (SENB) de probetas con diferente tamaño de grieta inicial

a/W	ß	К	Т	Ju
	Р	(MPa•m)	(MPa)	(kJ/m^2)
0.04	- 0.42	99	- 798	829
0.06	- 0.40	119	- 746	1019
0.09	- 0.37	127	- 589	586
0.10	- 0.36	121	- 523	255
0.12	- 0.34	110	- 409	483
0.14	- 0.31	140	- 445	512
0.15	- 0.30	126	- 367	387
0.21	- 0.21	126	- 224	193
0.22	- 0.07	122	- 69	150
0.30	- 0.09	140	- 85	364
0.41	+ 0.07	127	+56	169
0.48	+ 0.18	129	+ 125	208

La limitación de tamaño que impone la norma ASTM E1820 a este acero (B, b >100 J_u/ σ_v) supondría que, incluso con el menor valor de J_a obtenido en estos ensayos (J_u= 169 kJ/m²), el valor del ligamento resistente de la probeta de ensayo debería ser mayor de 21 mm, lo que no se ha cumplido. Sin embargo, los resultados obtenidos con las probetas de grieta más larga (a/W > 0.2) proporcionaron resultados críticos de J uniformes, con muy poca dispersión, que nos hace pensar que se trata de un parámetro característico del comportamiento a fractura de este material. Parece entonces que la limitación de tamaño que impone la citada norma es excesivamente conservadora.

Por otro lado, los resultados obtenidos muestran que cuando la descripción uniparamétrica de la fractura deja de ser válida, se puede recurrir a una representación biparamétrica como la que expresa la Figura 7: en un diagrama J_{a} -T/ σ_{a} , los puntos obtenidos experimentalmente delimitan la condición de fractura en situaciones de triaxialidad bien diferentes. Este fallo macroscópico se justifica diagrama de microscópicamente, teniendo en cuenta la influencia de la tensión T en el estado tensional desarrollado en la región del frente de grieta, mediante un modelo modificado de rotura por clivaje, en el que se considera que la fractura se desencadena cuando se alcanza la tensión característica de clivaje en una determinada distancia, medida desde el máximo de tensión. De acuerdo con esta hipótesis, a medida que la tensión T es más negativa, la tensión normal al plano de la grieta delante del pico de tensión (Figura 2) disminuye, por lo que para alcanzar la tensión de clivaje en una determinada distancia característica es necesario aplicar una J mayor. Este modelo ha sido aplicado a los resultados obtenidos en esta experimentación (para mayor detalle, véase [12]). La Figura 7 compara los resultados teóricos y experimentales de la J crítica, normalizada por el valor de J correspondiente a una tensión T igual a cero, frente a la tensión T, normalizada por el límite elástico del acero. Se quiere destacar especialmente el hecho de que el modelo micromecánico de clivaje utilizado nos ha permitido reproducir con bastante precisión el incremento de tenacidad asociado a la pérdida de triaxialidad que tiene lugar en las probetas de flexión al reducir el tamaño de su grieta inicial.



Figura 7. Variación de J crítica en función de la tensión T. Los puntos corresponden a valores experimentales y la curva responde al modelo micromecánico.

6.2.2. Fractura dúctil

La Figura 8 muestra las curvas J-R obtenidas experimentalmente a temperatura ambiente con los tres tamaños de grieta que se habían mecanizado en el acero A-2 (a/W = 0.1, 0.2 y 0.5), junto con los resultados numéricos que se han obtenido al aplicar el modelo de Gurson. Todas estas probetas mostraron un crecimiento dúctil de la grieta en el curso del ensayo,

que se pudo caracterizar mediante una curva J-R. Los resultados obtenidos con los tres grupos de probetas fueron muy diferentes, de manera que la curva J-R no puede considerarse una propiedad intrínseca del material sino que depende de las características de la probeta de ensayo. Los valores de la integral J en el momento del inicio del crecimiento de la grieta, definidos de acuerdo con la norma ASTM [14] para un crecimiento de 0.2 mm se sitúan en torno a 250 kJ/m² en el caso de las probetas con la grieta más larga, a/W = 0.5, incrementándose dos veces hasta 500 kJ/m² para las probetas con la grieta corta. La pendiente de estas curvas también depende del tamaño de la grieta inicial, de tal manera que aquellas geometrías con la grieta más corta muestran curvas con pendiente más pronunciada, es decir, las diferencias en los valores medidos de J se incrementan a medida que la grieta crece de modo estable. Los valores de J medidos con las tres geometrías de tamaños relativos de grieta a/W = 0.5, 0.2 y 0.1 para un crecimiento de grieta de 1.5 mm fueron respectivamente 850, 1300 y 1800 kJ/m².

La misma Figura 8 muestra también las curvas J-R obtenidas numéricamente al aplicar el modelo de Gurson al acero A-2. Se ha obtenido una buena correlación entre los resultados experimentales y numéricos, lo que demuestra la capacidad del modelo utilizado para describir el comportamiento a fractura de estas probetas con diferente tamaño de grieta inicial.



Figura 8. Curvas J-R (SENB, a/W = 0.1, 0.2, 0.5) del acero A-2. La curva continua refleja los resultados experimentales y los puntos los resultados numéricos.

La influencia del tamaño de grieta inicial en el comportamiento a fractura de los tres grupos de probetas ensayados puede explicarse a partir de las diferencias en los campos de tensiones y deformaciones que se obtienen al aplicar el modelo empleado. En la Figura 9 se presentan los campos de tensión normalizados en función de la distancia al frente de la grieta, también normalizada, tanto para las probetas con grieta larga (a/W=0.5) como corta (a/W=0.1) para diferentes valores de J aplicados, a los que corresponden distintos crecimientos de grieta, Δa [20].

En el caso de la geometría de grieta larga (Figura 9.a), el campo de tensiones es inicialmente independiente del nivel de carga impuesto $(a\sigma_0/J)$, aunque al aumentar éste, o lo que es lo mismo, al aumentar el valor de J, la tensión perpendicular al plano de la grieta (σ_{22}) desciende ligeramente, especialmente en aquellos puntos situados a una cierta distancia del frente de la misma. Sin embargo, incluso para valores de J elevados $(a\sigma_0/J=33)$ y en puntos de la zona más próxima al frente de la grieta $(r\sigma_0/J<2)$, el campo de tensiones resulta ser independiente del nivel de tensión aplicado.



Figura 9. Campos de tensión normalizados en función de la distancia al extremo de la grieta

Por el contrario, en el caso de las probetas con grieta corta (Figura 9.b), incluso para niveles de carga bajos ($a\sigma_0/J$ altos), las tensiones en la zona próxima al frente de grieta son claramente inferiores a la predicción HRR, que se ha tomado como referencia. Esta geometría presenta un valor de la tensión T muy negativo, que es el responsable de la pérdida de triaxialidad y de la reducción progresiva de las tensiones al aumentar el nivel de deformación.

En la Figura 10 se muestran los contornos de deformación plástica equivalente de las geometrías consideradas en la figura anterior en dos estadios del proceso de carga: en el inicio de la propagación estable y tras un incremento del tamaño de la grieta, $\Delta a=0.35$ mm. Se puede observar que, debido a la distinta triaxialidad del estado tensional resultante, los estados de deformación existentes en ambas geometrías, grieta larga y grieta corta, son considerablemente diferentes. En el caso de la geometría de grieta corta, el campo de deformación plástica se extiende claramente hacia atrás, hacia la superficie de la probeta sometida a tracción, mientras que en el caso de la geometría de grieta larga, la zona plástica se desarrolla únicamente en el sentido opuesto, es decir, hacia la zona de compresión de la probeta. El alto grado de plasticidad desarrollado en las probetas de grieta corta redistribuye el estado tensional desarrollado en el frente de grieta, reduciendo tanto la triaxialidad como los valores de las tensiones perpendiculares al plano de la grieta, tal y como se había mostrado en la Figura 9, por lo que en este caso es necesario aplicar una mayor deformación (mayor valor de J) para alcanzar un estado tensional equivalente al desarrollado en las probetas con grieta larga [20, 22].



Figura 10. Contornos de deformación plástica equivalente de las geometrías con grieta corta y larga, en el inicio de la propagación estable de la grieta y tras un crecimiento $\Delta a=0.35$ mm [20]

6.2.3. Influencia de la temperatura

En la Figura 11 se han representado las curvas J-R correspondientes a todas las geometrías ensayadas a las diferentes temperaturas con el acero A-3. Los distintos símbolos corresponden a temperaturas de ensayo diferentes (20, 0, $-15 \text{ y} -30^{\circ}$ C). Se puede comprobar en esta figura que todos los puntos correspondientes a las distintas geometrías de grieta larga (a/W=0.6) se ajustan a una misma curva J-R, independientemente de la temperatura a la que se han ensayado. Por otro lado, los resultados de los ensayos realizados a las diferentes temperaturas con las probetas de grieta corta se sitúan todos en una misma curva, pero esta curva se encuentra claramente desplazada hacia valores de J más altos en relación a la curva anterior.



Figura 11. Curvas J-R de las geometrías con grieta corta (a/W=0.1) y larga (a/W=0.6). Acero A-3

Puede apreciarse entonces que el crecimiento estable de la grieta durante el proceso de carga es independiente de la temperatura, tanto para las probetas de grieta larga como para las de grieta corta, ya que todos los valores obtenidos a las distintas temperaturas coinciden en una única curva J-R característica de cada tipo de geometría. Este hecho, que pudiera parecer anormal, se justifica si se tiene en cuenta que el proceso de fractura dúctil, que caracteriza las curvas J-R, es función de la energía necesaria para deformar el material hasta su rotura [24, 25], lo que a su vez depende de su límite elástico, su capacidad de endurecimiento y de la deformación local necesaria para producir la nucleación, crecimiento y coalescencia de las microcavidades generadas en su microestructura durante el proceso de deformación plástica, y estos factores, por un lado, se modifican de manera contraria al variar la temperatura, y por otro, son muy poco dependientes de la temperatura, al menos en el rango analizado en este trabajo, tal y como había quedado de manifiesto en la Tabla 3.

Los valores del parámetro crítico de fractura determinado en el inicio del crecimiento estable de la grieta ($\Delta a= 0.2 \text{ mm}$), J_{lc} , que se reflejan en la Tabla 5, han sido calculados utilizando para ello la expresión de la línea de enromamiento que recomienda la normativa ESIS, ya que se ha comprobado que proporciona resultados mejores que los que se derivan de aplicar la normativa ASTM [23]. Se comprueba así que el valor crítico de J, J_{lc} , no depende tampoco de la temperatura, y los valores que se muestran en la Tabla 5 son de este modo válidos para este acero en todo el intervalo entre +20 y -30°C.

Tabla 5. Valores críticos de J para el inicio del crecimiento estable en las probetas con grieta corta y larga.

Tamaño de la grieta	$J_{lc} (kJ/m^2)$
a / W = 0.6	210
a / W = 0.1	470

En la Tabla 6 se comparan las dimensiones características de los diferentes grupos de probetas ensayadas con las limitaciones geométricas que impone la norma ASTM para validar los resultados de los ensayos (expresiones 3). Hemos tomado como valor de J_1 característico el correspondiente a un crecimiento de grieta de aproximadamente l mm.

Tabla 6. Verificación de las limitaciones de tamaño que imponen las normas de fractura

Probeta	В	W-a ₀	a _o	$25J_{\mu}/\sigma_{0}$	$20 J_1 / \sigma_0$
	(mm)	(mm)	(mm)		
30x30	30	12	18	9	16.5 (*)
15x30	15	12	18	9	16.5 (*)
30x15	30	6	9	9 (*)	16.5 (*)
10x10	10	4	4	9 (*)	16.5 (*)
GC	30	27	3	20 (*)	26.5 (*)

(*) No se verifica la limitación impuesta en la norma

Debe destacarse el hecho de que solamente las series de probetas 30x30 y 15x30 verifican la limitación de tamaño exigida en el cálculo de J_{tc} (los valores marcados con (*) indican que no se verifica la restricción geométrica correspondiente). Además ninguno de los grupos de probetas ensayados cumplen la limitación de tamaño exigida en el cálculo de las

curvas J-R. Sin embargo, los resultados que se han obtenido con todas las probetas de grieta larga (30 x30, 30 x 15, 15 x30 y 10 x10) han sido consistentes, tanto en lo que se refiere a los valores de la integral J al inicio del crecimiento estable, J_{te} , como a la posición de la curva J-R completa. De esta forma se comprueba que lás limitaciones impuestas por las normas adolecen de un excesivo grado de conservadurismo.

Por otro lado, la Figura 12 muestra la transición dúctilfrágil del parámetro J_u, o valor de J en el momento de la rotura inestable para todas las geometrías ensayadas (solo tuvo lugar rotura inestable en los ensayos realizados a baja temperatura). Al reducir la temperatura, aunque la curva J-R no varía, la fractura inestable, por clivaje, se produce para menores crecimientos estables de la grieta y, por consiguiente, para menores valores de J_u, mostrando entonces este parámetro la transición dúctil-frágil clásica de los aceros ferríticos. Esta constatación se justifica, de acuerdo con el modelo clásico de rotura por clivaje (modelo RKR), en virtud del incremento del límite elástico del acero al disminuir la temperatura, que habíamos mostrado en la Tabla 3 (y con él, de todas las tensiones locales en la región del frente de grieta, Figura 2).



Figura 12. Variación de J_{u} con la temperatura en los distintos grupos de probetas ensayados. Acero A-3.

En esta figura se aprecian tres comportamientos diferentes para las distintas probetas utilizadas en este trabajo. Por un lado, los valores de J_u de las probetas con la geometría de grieta corta son sensiblemente superiores al resto, debido a la menor triaxialidad del estado tensional desarrollado en este caso. Dentro de las probetas con grieta larga, las de 30 mm de ancho (30 x30 y 15 x30) y las de 15 mm de ancho (30 x15) presentan valores de J_u similares, mientras que la geometría 10 x10 da lugar a una curva ligeramente superior. El distinto comportamiento de este grupo de probetas se justifica si se tiene en cuenta que al reducir el ancho de la probeta se reduce a su vez el tamaño del ligamento resistente, y cuando éste, como es el caso,

es muy pequeño (en el curso del ensayo W-a = 2-3 mm, véase Tabla 6), la tensión normal al plano de la grieta, para distancias superiores al punto de máxima tensión, disminuye más rápidamente que cuando se trata de ligamentos mayores. En este supuesto, para que se produzca la rotura por clivaje, es necesario aplicar cargas mayores, es decir, mayores valores de J (mayor J_u). La expresión (3), relativa a roturas por clivaje correspondiente a este acero (B,b > 50 J_u/ σ_0), incluso para los menores valores de J_u obtenidos en estos ensayos (J_u en torno a 80 kJ/m²), impone utilizar probetas con espesores y ligamentos resistentes mayores que 6-7 mm, limitación que no cumplen las probetas del grupo 10x10.

7. CONCLUSIONES

La mecánica de la fractura uniparamétrica, en la que un único parámetro (integral J, por ejemplo) caracteriza completamente la región del frente de grieta, no nos permite predecir la condición de fractura de aquellas geometrías en las que la triaxialidad existente en la región del frente de la grieta es insuficiente, como ocurre, por ejemplo, con los elementos estructurales que contienen grietas cortas. En estas situaciones, el uso de la mecánica de la fractura biparamétrica, uso de dos parámetros como J y T, por ejemplo, es imprescindible.

En una situación de fractura frágil, por clivaje, el parámetro J crítico, J_u , puede variar en un orden de magnitud al pasar de geometrías con valores de T positivos a otras con valores de T muy negativos, como ocurre al ensayar probetas de flexión en tres puntos (SENB) con diferentes tamaños de grieta. En esta situación resulta apropiado, desde un punto de vista práctico, determinar experimentalmente una curva de fallo J_u -T que caracterice el comportamiento a fractura del material para cualquier valor de la triaxialidad impuesta.

El efecto de la disminución de la triaxialidad en un proceso de fractura dúctil (nucleación, crecimiento y coalescencia de microcavidades) se concreta en el aumento, tanto de los valores de J críticos, como de la pendiente de las curvas J-R: las curvas J-R se sitúan en posiciones tanto más elevadas cuanto menor es la triaxialidad de la geometría ensayada.

Los modelos micromecánicos de rotura dúctil (Gurson) y frágil (RKR modificado) más avanzados permiten reproducir las condiciones macroscópicas reales de fractura y cuantificar el efecto de la pérdida de triaxialidad que tiene lugar en elementos sometidos a flexión con grietas cortas, a través de la modificación del estado tensional producido por la existencia de una tensión T negativa.

Las dimensiones límite que imponen las diferentes normas internacionales de caracterización de la fractura de los materiales elastoplásticos, tanto en el caso de las roturas por clivaje, valores críticos de J, J_{μ} , como curvas J-R, si bien tratan de asegurar una triaxialidad suficiente en la región del frente de grieta en el curso de estos ensayos para que la mecánica de la fractura uniparamétrica sea directamente aplicable, se refieren exclusivamente a geometrías con grieta larga sometidas a flexión. De cualquier manera, en estas situaciones, las limitaciones de tamaño que imponen las citadas normas parecen ser excesivamente conservadoras.

Las curvas J-R de los aceros estructurales, y consecuentemente los valores de J_{ke} , son independientes de la temperatura en el margen de aproximadamente 50°C alrededor de la temperatura ambiente en el que hemos efectuado el presente estudio, lo que se justifica, a partir del modelo clásico de rotura dúctil, en el pequeño aumento del límite elástico, por un lado, y en el débil descenso de la ductilidad por otro, que se ha observado al disminuir la temperatura de ensayo. Sin embargo, el parámetro Ju muestra ya la típica transición dúctil-frágil característica de los aceros ferríticos, motivada por la influencia de la variación del límite elástico de fractura por clivaje de los aceros.

8. AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer a la CICYT (proyecto número PB92-1084-C02) y a la DGICYT (Proyecto número PB94-1268) por la financiación concedida que permitió la realización de este trabajo de investigación.

9. REFERENCIAS

Hutchinson W. (1968) J. Mech. Phys. Solids, 16, 13
 Rice J.R. y Rosengren G.F. (1968) J. Mech. Phys. Solids, 16, 1

[3] Sorem W.A., Dodds R.H. y Rolfe S.T. (1991) "Effects of crack depth on elastic-plastic fracture toughness", Int. J. Fract., 47, 105

[4] Hancock J.W., Reuter W.G. y Parks D.M. (1991) "Constraints and toughness parametrised by T", ASTM Symposium on Constraint, Indianapolis

[5] Betegón C. y Hancock J.W. (1991) "Two parameter characterization of elastic-plastic crack tip fields", J. Appl. Mech., 58, 104

[6] Al-Ani A.A. y Hancock J.W. (1991) "J-dominance of short cracks in tension and bending", J.Mech. Phys. Solids, 39, 104

[7] O'Dowd N.P. y Shih C.F. (1991) "Family of cracktip fields characterized by a triaxiality parameter: Part I-Structure of fields, J. Mech. Phys. Solids, 39, 939

[8] O'Dowd N.P. y Shih C.F. (1992) "Family of cracktip fields characterized by a triaxiality parameter: Part II-Fracture applications, J. Mech. Phys. Solids, 40, 989
[9] Williams M.L. (1957), J. Appl. Mech., 24, 111

[10] Leevers P.S. y Radon J.C. (1983) Int. J. Fract., 17, 27

[11] Sumpter J.D.G. (1993) "An experimental investigation of the T stress approach", Constraint Effects in Fracture, ASTM STP 1171, 492

[12] Betegón C, Belzunce F.J. y Rodriguez C. (1996) "A two parameter criterion for high strength low carbon steel", Acta Mater., 47, 3, 1055

[13] Shih S.F. y German M.D. (1981) Int. J. Fract., 17, 27

[14] ASTM E1820 (1999) "Standard test method for measurement of fracture toughness", American Society for Testing and Materials

[15] Ritchie R.O., Knott J.F. y Rice J.R. (1973), J. Mech. Phys. Solids, 21, 395

[16] Curry D.A. y Knott J.F. (1978), Metal Science, 13, 511

[17] Chen J.H., Yan C. y Sun J. (1994), Acta Metallurgica et Materialia, 42,1, 251

[18] Gurson A.L. (1977), "Continuum theory of ductile rupture by void nucleation and growth. Part I, J. Engng. Mater. Tech., 99, 2

[19] Becker R., Needleman A., Suresh S., Tvergaard V. y Vasudevan A.K. (1989), "An analysis of ductile failure by grrain boundary void growth", Acta Metall., 37, 99

[20] Betegón C., Rodriguez C. y Belzunce F.J. (1997) "Analysis and modelisation of short crack growth by ductile fracture micromechanisms", Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct., 20, 5, 633

[21] Betegón C. (1990) "Caracterización biparamétrica de los campos tensionales en la mecánica de la fractura elastoplástica", Tésis doctoral, Universidad de Oviedo

[22] Burstow M.C. y Howard I.C. (1996) "Predicting the effects of crack tip constraint on material resistance curves using ductile damage theory", Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct., 19, 4, 461

[23] Tosal L., Rodriguez C., Belzunce F.J. y Betegón C. (2000) "A crack tip blunting analysis in the ductileto-brittle transition of a structural steel", Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct., pendiente de publicación.

[24] Curry D.A. y Knott J.F. (1979) "Effects of microstructure on cleavage fracture toughness in mild steel", Metal Science, 13, 341

[25] Chen G.H., Yan C. y Sun J. (1994) "Further study on the mechanism of cleavage fracture at low temperature", Acta Metall. Mater., 42, 1, 251

APLICACION DEL METODO DEL TRABAJO ESENCIAL DE FRACTURA EN LAMINAS Y PELICULAS DE PLASTICO

A. B. Martinez, M. Ll. Maspoch, D. Ferrer-Balas, J.I. Velasco, O. Santana, A. Gordillo, M. Sanchez-Soto Dept. Ciència dels Materials i Enginyeria Metal·lúrgica (UPC). Av. Diagonal 647, 08028 Barcelona. Centre Català del Plàstic. C/Colom 114, 08222 Terrassa. e-mail: benasat@cmem.upc.es

Resumen. El trabajo esencial de fractura (EWF) es una técnica experimental que está ganando importancia para la determinación de las propiedades de fractura en polímeros con fractura posterior a la cedencia. En este trabajo se presentan diferentes aplicaciones de la técnica EWF en materiales poliméricos de naturaleza muy distinta con un doble objetivo. Por un lado, se presentan diferentes estudios sobre le método experimental en sí mismo, como pueden ser la optimización de las condiciones geométricas de las probetas ensayadas, los requisitos básicos de la técnica en cuanto a la cedencia del ligamento y el estado tensional, la posibilidad de separar las contribuciones de iniciación y propagación, y el método para determinar el trabajo plástico específico de fractura. Por el otro, por medio del método EWF se investiga la relación estructura-propiedades en diferentes casos, entre ellos el efecto de variables como el tipo de material polimérico, la orientación molecular, las características cristalinas, el espesor de probeta y el contenido de etileno en un copolímero propileno-etileno en bloques. Los resultados muestran que la técnica de EWF es aplicable a una gran variedad de polímeros y tiene aplicaciones de gran utilidad en el estudio de los parámetros microestructurales que influyen en las propiedades de fractura del material.

Abstract. The relevance of essential work of fracture (EWF) is growing as an experimental technique for the assessment of fracture properties of polymers with post-yield fracture. In this work, different applications of the EWF technique are presented in a wide range of polymeric materials with a double aim. On one hand, various studies treat the experimental method itself, as can be the geometric conditions of the tested specimens, the basic requirements of the technique concerning full ligament yielding prior to initiation and tensile state, the separation of the initiation and propagation contributions in the total work of fracture and the method for assessing the specific plastic work. On the other hand, the EWF is applied for investigating the structure-properties relationship in different cases, such as the effect of the type of polymeric material, the molecular orientation, the crystalline structure, the specimen thickness and the ethylene content in a propylene-ethylene impact copolymer. The results show that EWF can be applied in a large variety of polymers and presents very useful applications for the study of the microstructural parameters effect on the fracture performance of ductile polymers.

1. INTRODUCCION

Nuestros trabajos sobre la fractura de materiales plásticos se iniciaron el año 1982 (Heredia) determinando en un péndulo analógico los parámetros de la fractura de diferentes grados de poliestirenos comerciales. Posteriormente, considerando que los materiales plásticos se encuentran en gran parte de sus aplicaciones cargados y que se le añaden partículas para mejorar sustancialmente alguna de sus características y propiedades, y que ello conlleva además un cambio en el comportamiento mecánico y a la fractura, se desarrolló un programa para el estudio sistemático de la influencia que tiene la adición de una segunda fase de partículas rígidas o elastoméricas a la matriz de plástico. Se tuvieron en cuenta diferentes factores: unos provenientes de la naturaleza de la matriz, otros relacionados con la naturaleza de la carga y otros dependiendo de la adhesión en la interfase entre las partículas y la matriz.

En las matrices se distinguió entre la arquitectura lineal o algo ramificada de los termoplásticos, y la arquitectura en forma de retícula tridimensional de los termoestables.

En el caso de los termoplásticos también intervienen la rigidez de las cadenas así como las fuerzas inter e intramoleculares que dan lugar a básicamente dos distintos mecanismos de microdeformación como son el crazing y la deformación en bandas de cizalladura.

La naturaleza rígida o elastomérica de las cargas también interviene en los micromecanismos de deformación y fractura de la matriz, así como la forma, tamaño, fracción en volumen y adhesión en la interfase.

En el caso de matrices termoestables, se estudiaron el comportamiento de una matriz de poliéster insaturado, cargada con una segunda fase de partículas rígidas (Heredia *et al.*, 1986, 1987), y también con una segunda fase de partículas elastoméricas (Maspoch *et al.*, 1987).

Con matrices termoplásticas con un mecanismo de microdeformación básicamente por crazing, se estudiaron mezclas de poliestireno con partículas elastoméricas de SBS, HIPS (Martinez *et al.*, 1990, 1994, 1995, Maspoch *et al.* 1991, Gordillo *et al.*, 1992, Díaz *et al.*, 1992), y también el caso del PMMA con microesferas de vidrio (Maspoch *et al.* 1997-b).

El policarbonato presenta un caso de microdefomración mixto tanto por crazing como por bandas de cizalladura, y se estudiaron sus transiciones cuando se encuentra mezclado con ABS (Santana *et al.*, 1996, 1997).

El polipropileno se escogió como matriz termoplástica, con un mecanismo de microdeformación básicamente por bandas de cizalladura y se estudió el comportamiento a la fractura cuando se encuentra reforzado con talco (Velasco *et al.*, 1993, 1995), ignifugado con hidróxido de magnesio (Velasco *et al.*, 1997, Morhain *et al.*, 1999) y tenemos algunos resultados de mezclas de PP con EPDM.

Al intentar estudiar la fractura de los elastómeros termoplásticos (Maspoch *et al.*, 1996), vimos que no podíamos utilizar ni la LEFM ni tampoco la EPFM ya que la fractura tenía lugar después de la cedencia del ligamento y empezamos a trabajar con la PYFM (postyield fracture mechanics) que estamos aplicando a películas de plástico (Ferrer *et al.*, 1998).

2. TRABAJO ESENCIAL DE FRACTURA

Según Broberg (1968), durante la fractura de una probeta de doble entalla (DDENT) a tracción, el trabajo total de fractura (W_p) se puede dividir en dos términos: el Trabajo Esencial de Fractura (W_p) y el Trabajo No Esencial de Fractura (W_p). El primer término se asocia a la zona de proceso, siendo la energía necesaria para generar dos nuevas superficies, proporcional al área de ligamento (lt). El segundo es el trabajo consumido en la zona plástica externa a la zona de propagación, donde ocurren varios mecanismos de disipación de energía, y es proporcional al volumen de la zona plástica ($\beta l^2 t$). En la Figura 1 se esquematizan las dos zonas de disipación de energía. Se puede expresar el trabajo total de fractura como:



Fig 1. Esquema de la probeta DDENT.

$$W_f = W_e + W_p = w_e lt + \beta w_p l^2 t \tag{1}$$

donde w_e es el trabajo esencial específico (por unidad de área), w_p es el trabajo no esencial específico (por unidad de volumen), *l* la longitud de ligamento, *t* el espesor de la probeta y β un factor de forma relacionado con la geometría de la zona plástica. Dividiendo la relación 1 por el área de ligamento, se obtiene:

$$w_f = w_e + \beta w_p l \tag{2}$$

El método experimental consiste en ensayar varias probetas con diferentes longitudes de ligamento y representar w_f en función de *l*, tal y como sugiere el protocolo de EWF del European Structural Integrity Society (Clutton, 1997). Teóricamente y según la ecuación (2), se obtiene una relación lineal que permite determinar w_e (ordenada en el origen) y βw_p (pendiente), tal y como se muestra en la Figura 2. Estos valores son intrínsecos del material siempre y cuando se respeten las condiciones que limitan los valores máximo y mínimo de *l*:

$$l^* < l < l^{\uparrow} = \min(W/3, 2r_p)$$
 (3)

donde l^* es la longitud de ligamento mínima para garantizar condiciones de fractura en *tensión plana* y $l^{\hat{}}$ es la longitud de ligamento máxima para evitar efectos de borde, W es la anchura de la probeta, y $2r_p$ es el tamaño de la zona plástica generada en la punta de la grieta, que según Maspoch (1999) puede calcularse como:



Fig 2. Representación esquemática de: (a) trabajo específico de fractura frente a la longitud de ligamento para determinar los parámetros de fractura; (b) tensión neta frente a la longitud de ligamento para comprobar el estado de tensión.

$$2r_{p} = (\pi/8)(Ew_{e}/\sigma_{y}^{2})$$
(4)

Estas restricciones del rango válido de longitudes de ligamento son objeto de amplia discusión en la bibliografía y serán analizadas más adelante en este trabajo.

El valor de l^* también ha sido un tema de controversia en la literatura. Si bien inicialmente se consideró que tenía que ser proporcional al espesor (3 a 5 veces t), diferentes autores (Wu *et al.*, 1996, Hashemi, 1997a, Maspoch, 1999) han optado por determinarlo representando la tensión neta máxima ($\sigma_{net} = P_{max}/lt$) en función de *l*, y observando para qué valor de *l* el valor de σ_{net} se desvía del valor teórico de 1.15 σ_y predicho por Hill (1954) (Figura 2b), y el valor de w_f se desvía de una tendencia lineal (Figura 2a). Cabe destacar que el último protocolo elaborado por el ESIS (Clutton, 1997) ha adoptado el criterio de Hill.

Para determinar w_p , es necesario conocer el valor de β , ya que de la regresión lineal (Figura 2a) se obtiene el término βw_p . Según el primer protocolo del ESIS (Gray, 1993), hay tres formas básicas de zona de proceso, que son la circular, elíptica y diamante. Representando la variación de la altura de la zona plástica (*h*) frente a *l*, y ajustando los valores a los de una recta, podemos determinar β y, a su vez, calcular w_p , mediante la ecuación:

$$\mathbf{h} = \mathbf{k} \ \boldsymbol{\beta} \ l \tag{5}$$

donde k es una constante que depende de la forma de la zona plástica escogida.

3. MATERIALES Y MÉTODOS

3.1. Materiales estudiados

Hemos aplicado la técnica de EWF a diferentes materiales poliméricos de naturaleza muy diversa (homopolímeros, copolímeros, mezclas, amorfos, semicristalinos, etc.), como se indica en la Tabla I, donde también puede observarse el rango de espesroes que se ah estudiado.

Nombre	Material	Тіро	Espesor (µm)
Hytrel	polibutilen tereftalato (semicrist.) + polieter glicol (amorfo)	<i>Blend</i> . Elastómero termoplástico	2000, 3200
LDPE	polietileno baja densidad (semicrist.)	homopolímero	90, 180
iPP (EX)	polipropileno isotáctico (semicristalino)	homopolímero	38, 100, 500, 1000, 2500
iPP (H0)	polipropileno isotáctico (semicristalino)	homopolímero	90
EPBC (C1)	copolímero bloque propileno-etileno (semicr.)	copolímero (CE=5.5%)*	90
EPBC (C2)	copolímero bloque propileno-etileno (semicr.)	copolímero (CE=7.4%)*	90
EPBC (C3)	copolímero bloque propileno-etileno (semicr.)	copolímero (CE=12%)*	90
PET (Mylar A)	polietilen tereftalato (semicristalino)	homopolímero	50, 75, 250

Tabla 1. Materiales estudiados y características más importantes

*CE=contenido en etileno (% en masa)

3.1. Ensayos de Tracción

Se troquelaron probetas "halterio" Tipo IV según norma ASTM 638-91, considerando un valor de longitud calibrada l_0 =60mm, y se ensayaron a tracción en una máquina universal de ensayos Adamel Lhomargy, a una velocidad de desplazamiento de las mordazas de 2mm/min a temperatura ambiente (T_a), controlada a 23°C. Con el fin de minimizar el error experimental, se midió el espesor para cada probeta en la zona central con un medidor de espesor de recubrimiento por inducción magnética (Neurtek) con una precisión de 1µm. Los ensayos a temperaturas diferentes de T_a se llevaron a cabo en una máquina de ensayos Instron 5567, con cámara climática.

3.2. Ensayos de Fractura

Se prepararon probetas tipo DDENT (Figura 1), con las dimensiones siguientes: Z=W=60mm, Z=90mm. excepto para el LDPE y el Hytrel (ver Tabla 2). Para cada serie, se prepararon un mínimo de 20 probetas con 1<1<20mm, siguiendo la distribución recomendada por el ESIS. Justo antes de cada ensayo, se agudizó la entalla con una cuchilla de afeitar y se midió la longitud de ligamento real mediante una lupa binocular equipada con un micrómetro (precisión 1µm). Se realizaron los ensayos en el mismo equipo y en las mismas condiciones que los ensayos de tracción, y se registraron las curvas de carga-desplazamiento. Se calculó el Trabajo Total de Fractura (W_f) por integración del área bajo dichas curvas.

3.3. Determinación de β

Se midió el tamaño de zona plástica (h) de cada probeta ensayada mediante la misma lupa binocular referida anteriormente, sumando el tamaño medido en cada mitad de probeta, y representando h frente l para cada serie (ecuación 5).

4. RESULTADOS Y DICUSIÓN: ESTUDIO DE LA TÉCNICA EWF Y DE VARIABLES MORFOLÓGICAS

A continuación, se presentan diferentes ejemplos en los que se ha aplicado la técnica EWF y los resultados obtenidos. La primera parte de esta sección está dedicada a estudios preliminares referidos a la técnica en sí misma, al mismo tiempo que da información sobre los materiales utilizados, mientras que la segunda se reifere a aplicaciones del método para el estudio de la relación estructura-propiedades de distintos polímeros.

4.1. Estudios sobre la técnica EWF

4.1.1. Condición de "cedencia completa del ligamento"

El requisito que, según la teoría EWF (Cotterell y Reddel, 1977), exige cedencia completa del ligamento antes del inicio de la propagación, ha sido sujeto de controversias en diferentes intentos de aplicar la técnica a polímeros. Mientras en numerosos casos el requisito se cumplía y el método daba buenos resultados, en otros trabajos se ha demostrado que si bien el requisito no se satisfacía los resultados parecían igualmente válidos y no había razones claras para descartar su aplicación (Hashemi, 2000, Maspoch et al. 2000, Chan et al., 1994). Es importante destacar que a todo ello se añade la dificultad para observar visualmente la cedencia, y por ejemplo Karger-Kocsis et al. (1997) han recurrido, con éxito, al uso de termografía infraroja, si bien otras técnicas de microscopía óptica más sencillas (campo oscuro, luz polarizada, etc.) también pueden dar valiosa información.



Fig 3. Aspecto de las curvas carga-desplazamiento registradas en probetas DDENT de los distintos materiales estudiados.

En la Figura 3, se representan los diferentes tipos de curvas registradas con los materiales ensayados (Tabla 1). En la mayoría de casos que hemos estudiado, la propagación de la grieta ocurre alrededor de la carga máxima y, aunque el momento exacto de su inicio puede variar en función de la longitud de ligamento para una misma serie, es posible afirmar que ha habido cedencia del ligamento previa a la propagación por haber superado el valor máximo de carga. En ciertos materiales, la cedencia conlleva fenómenos de estricción (iPP, Hytrel) o emblanquecimiento por tensión (EPBC), que hacen muy fácil distinguir cuando ha ocurrido la cedencia. Así, se observan dos casos extremos. Por un lado, el caso de la cedencia con estricción donde, además, se produce una caída brusca en la curva carga-desplazamiento (Figura 3), que indica sin ambigüedad que la cedencia ha ocurrido. Por el otro lado, cuando no se observa visualmente la cedencia y la curva tiene una forma sin cambios bruscos (LDPE, PET). Existen también casos intermedios como los copolímeros EPBC y el Hytrel, con comportamientos intermedios entre los descritos. A diferencia del resto de materiales, en el PET estudiado se observó que la propagación se inicia claramente antes del máximo (se indica el punto de inicio en la curva del PET de la Figura 3). No obstante, el método EWF fue aplicado, y los resultados parecen ser coherentes, lo que, de nuevo, pone en duda la exigencia del criterio de "cedencia completa del ligamento".

4.1.2. Estado tensional

El método EWF fue desarrollado para estudiar el comportamiento a fractura en tensión plana. Sin embargo, diferentes autores (Saleemi et al., 1990, Wu et al., 1996, Karger-Kocsis et al., 1997) han tratado de ampliarlo a condiciones de deformación plana, por el interés en conocer el parámetro de fractura más conservador (en este caso, deformación plana), así como poder compararlo con otros parámetros energéticos de fractura (J_{IC}, G_{IC}). Uno de los aspectos más discutidos del método ha sido justamente el valor mínimo de l^* que garantizaba un estado de tensiones plano idéntico para todas las probetas ensayadas. El uso del criterio de Hill ha demostrado ser de gran utilidad, y si bien el valor teórico de $1.15\sigma_v$ no siempre se cumple por razones que se atribuyen a la diferente sensibilidad del tipo de polímero al constreñimiento plástico (Wu et al., 1996), sí suele existir una transición de σ_{net} para un cierto valor de longitud de ligamento l^* . Con los materiales que hemos estudiado, se observa como el valor de l' calculado según el criterio de Hill es relativamente independiente del espesor (Maspoch et al., 1999, 2000, Ferrer-Balas et al. 1999), y tiene un valor en el rango 5-9 mm según el material (algunos ejemplos se muestran en la Figura 4), lo que concuerda con los resultados de otros autores (Hashemi, 1997a, 1997b, Wu et al., 1996, Karger-Kocsis et al., 1997). Es interesante señalar que un valor mínimo de $l^* = 5$ mm es el que recomienda el



Fig 4. Gráficas de σ_{net} frente a la longitud de ligamento para diferentes materiales, en las que se observa una transición que indica el cambio de tensión plana a modo mixto.

ESIS en su último protocolo de EWF (1997), teniendo éste fundamentos meramente empíricos y no teóricos. Respecto al método de obtención de valores representativos de deformación plana, una de las formas de obtener un valor es extrapolando los valores de w_f obtenidos en modo mixto hasta l = 0. No obstante, hay serias dudas sobre la fiabilidad del procedimiento, debido principalmente al error experimental introducido al ensayar longitudes pequeñas de ligamento, y al rango de valores que se obtengan en modo mixto.

4.1.3. Variables geométricas

Hemos realizado un estudio en films de iPP (EX) para analizar la influencia de las dimensiones de la probeta (W, Z), definir unas dimensiones óptimas para la aplicación del método, y comprobar los límites geométricos para su validez (Maspoch *et al.*, 1999).

En cuanto a la anchura (W), se intentó verificar la validez de l en la ecuación (3), mediante probetas con W=30, 45 y 60 mm. No se observa ningún efecto apreciable al variar W. Para W = 30 mm, no existe ninguna transición para l = 10 mm, aunque 2r_p tiene un valor superior a 20 mm. Este resultado indica que el límite de W/3 para l es demasiado restrictivo, tal y como otros autores también han sugerido (Paton *et al.*, 1992, Hashemi, 1993, 1997b).

Respecto a la longitud de las probetas (Z), se compararon los resultados obtenidos en probetas con $20 \le Z \le 150$ mm. Se observa un efecto sobre el aspecto

de las curvas carga-deformación con probetas DDENT, disminuyendo la pendiente inicial de la curva y aumentando la deformación total a fractura. Sin embargo, el valor de energía no se modifica sensiblemente. Los resultados de w_e y βw_p en función de Z se representan en la Figura 5, donde se puede observar como los valores son muy constantes en el rango 40-100 mm. La variación de los valores de Z fuera de este rango puede explicarse mediante la observación de las probetas durante el ensayo. Para Z > 100 mm, las probetas se ondulan (fenómeno conocido como buckling) y probablemente se modifica la distribución de tensiones en la zona de ligamento. Para Z = 20 mm, las mordazas están demasiado cerca del ligamento (ya no puede asumirse la teoría desarrollada para una placa infinita) y pueden distorsionar el campo de tensiones. En un trabajo reciente, Ching et al. (1999) observaron una transición dúctil-frágil a partir de una cierta longitud de probeta, atribuida a un incremento notable de la energía elástica acumulada para las probetas largas, que se liberaba de forma súbita a partir de un valor umbral de Z. En concordancia con los resultados presentados, Hashemi (1997a, 1997b) y Chan et al. (1994) también observaron que no se aprecia variación de los parámetros de fractura con Z.

4.1.4. Determinación del trabajo plástico específico

Para el cálculo de w_p, que se obtiene indirectamente a partir de βw_p , es importante determinar β de forma precisa. Diferentes autores (Karger-Kocsis et al., 1997, 1998, Heino et al., 1997, Mouzakis et al., 1998a, 1998b) siguen el método propuesto por el ESIS en su primer protocolo (1993), asimilando la forma de la zona plástica a una de las tres propuestas en el protocolo. No obstante, se ha observado que en numerosas ocasiones su forma es intermedia entre elíptica y diamante, y por ello se comete un error importante al escoger una de las dos (Figuras 6a, 6b). Ferrer-Balas et al. (2000) propusieron recientemente una nueva geometría que se obtiene a partir de la intersección de dos parábolas (Figura 6c), para la cual se calculó que k = 1.5(ecuación 5), valor que resulta ser intermedio entre 1.27 (elipse) y 2 (diamante), y que se ajusta mucho mejor a la realidad. La aplicación de esta forma de zona plástica (ver sección 4.2.5) permite discutir las propiedades del material en términos de w_p. Sin embargo, hay que tener en cuenta w_p y β a la vez, ya que ambos determinan la disipación global de energía plástica, el primero representando la densidad de ésta, y el segundo el tamaño de la zona donde esta disipación se produce. Por ello, y por la inexactitud del método indirecto de determinación de w_p a través de β , ha sido común en la literatura considerar el producto βw_p como un parámetro de fractura de la técnica EWF.



Fig 5. Representación de w_e y de βw_p en función de la longitud de probeta para el material iPP (EX).



Fig 5. Ajuste de la zona plástica de una probeta de EPBC (C1) mediante zonas del tipo (a) elipse; (b) diamante; (c) parabólica.

4.1.5. Separación de las contribuciones energéticas de iniciación y propagación

El hecho de que algunos materiales presenten curvas carga-despalzamiento con una caída brusca en el momento de la iniciación de la propagación de la grieta (ver sección 4.1.1) ha sugerido a distintos autores (Paton *et al.*, 1992, Karger-Kocsis *et al.* 1997, 1998, Ferrer-Balas *et al.*, 1999) intentar separar las contribuciones energéticas de la iniciación (I) y de la propagación (II), para así entender mejor los términos involucrados en el método EWF y obtener parámetros correspondientes a procesos diferentes durante la deformación y fractura de probetas DDENT.

En la Figura 6, se esquematiza el método que proponemos para la separación de la contribución de los diferentes procesos de disipación de energía. Las distintas zonas marcadas sobre la curva corresponden a diferentes fases del proceso. Cuando el rango elástico (a) termina, se generan dos zonas plásticas lineales en las puntas de la grieta que van creciendo una hacia la otra. Después de la carga máxima (b) las dos zonas se encuentran, entrando el ligamento entero en cedencia v posterior estricción localizada, lo que produce una caída brusca de carga (c). En este momento, aunque se ha detectado ya un cierto enromamiento de la punta de la grieta, la propagación se inicia a través de la zona deformada plásticamente. A medida que ésta avanza, se va estirando material hacia la zona de la punta de la grieta, con el consecuente crecimiento de la zona plástica (d) (por desplazamiento del límite de la estricción en la dirección de la tracción), hasta que rompe totalmente (e). Se dividió el trabajo total W_f en dos términos, W_I y W_{II}, mediante una recta paralela a la pendiente inicial de la curva, para descontar la energía elástica almacenada en el punto (c), que en realidad se libera durante la fase de propagación (la fractura es estable hasta el final). W₁ incluye procesos irreversibles de iniciación tal como enromamiento, cedencia y estricción localizada, mientras que WII incluye propagación de grieta y estricción generalizada. Este método de separación de contribuciones energéticas lo aplicamos al material iPP (EX) con un espesor de 100 µm, realizándose los ensavos a tres velocidades distintas de separación de mordazas (2, 20 y 100 mm/min). En la Figura 7 se representan los términos específicos por unidad de superficie w₁ y w₁₁ en función de l para los ensayos realizados a 20 mm/min. Se calculan las rectas que mejor ajustan a los puntos en tensión plana (ecuación 2) que proporcionan los términos esenciales (ordenada en el origen) y plásticos (pendiente).

Los resultados (Ferrer-Balas *et al.*, 1999) muestran valores de iniciación $(w_e^{1} y \beta w_p^{1})$ que representan únicamente un 9% y un 17% de la energía total disipada, en términos esencial y plástico respectivamente. Se obtuvieron resultados similares a

las diferentes velocidades de ensayo. Se asocia w_e^{II} a la propagación de grieta y $\beta^{II}w_p^{II}$ a la estricción por deformación plástica. Sin embargo, no está clara la relación entre w_e^{I} , βw_p^{I} y los procesos de enromamiento, cedencia y estricción localizada. Otro resultado de este trabajo es la observación que el término w_e^{I} parece independiente del estado de tensiones, a diferencia de w_e (sin separación, ver sección 4.1.2). como puede verse en el hecho que no existe ninguna transición de los valores de w_I , mientras sí se observa una caída de w_{II} (Figura 7). Así, el parámetro w_I podría representar una propiedad intrínseca del material, pudiendo ser comparado con J_{Ic} .



Fig 6. Representación esquemática de la separación energética propuesta por los autores para determinar las contribuciones de los distintos procesos involucrados durante el proceso de fractura.



Fig 7. Representación de w_1 y w_{II} frente a *l*, en las que se muestran las regresiones lineales que mejor ajustan a los puntos para el iPP (EX).

Material	$W_e (kJ/m^2)$	$\beta w_{p} (MJ/m^{3})$	Probetas
Hytrel	99.6	16.8	t=2000µm, W=75mm, Z=60mm
iPP (H0)	62.0	12.9	t=90µm, W=Z=60mm, Recocido 120°C
iPP (EX)	53.4	10.2	t=90µm, W=Z=60mm
PET (Mylar A)	46.1	7.01	t=75µm, W=Z=75mm, orientación MD
EPBC (C1)	43.8	13.4	t=90µm, W=Z=60mm, Recocido 120°C
EPBC (C2)	43.9	9.49	t=90µm, W=Z=60mm, Recocido 120°C
EPBC (C3)	37.8	9.1	t=90µm, W=Z=60mm, Recocido 120°C
LDPE	24.3	5.1	t=90µm, W=Z=75mm

Tabla 2. Resultados de EWF para los distintos materiales estudiados, ordenados de mayor a menor w_e .

4.2. Estudio de la influencia de variables morfológicas

4.2.1. Tipo de material

Del amplio rango de materiales que hemos estudiado, es interesante comparar sus resultados en términos de los parámetros de fractura (ordenados en sentido decreciente de we en la Tabla 2). Los ensayos para los distintos materiales se realizaron en las mismas condiciones (2 mm/min y T_a). Sin embargo, las probetas de Hytrel y PET tenía unas dimensiones diferentes del resto de materiales. A pesar de estas diferencias, se considera que los resultados permiten establecer una comparación de los parámetros de fractura. Se observa que en términos de we, el material con mejores prestaciones es el Hytrel, pudiéndose relacionar con su carácter elastomérico. A continuación, se sitúa el iPP homopolímero, con una ligera diferencia entre le grado H0 y el EX, debido principalmente al proceso de recocido que sufrió el H0, que produce diferencias en su microestructura (ver sección 4.2.3). El LDPE presenta el

4.2.2. Orientación molecular

Se compararon los resultados de EWF de un PET semicristalino biorientado, preferentemente en la dirección TD (transversal), ensayándolo en las dos direcciones perpendiculares TD y MD (Maspoch, 2000), con tres espesores diferentes (50, 75 y 250 µm). En la Figura 8 se puede observar como, para un mismo espesor, hay una diferencia significativa entre las dos orientaciones en el valor de w_e , mientras que βw_p no parece verse afectado. Este resultado lleva a la conclusión que we puede incrementarse por orientación del material en la dirección perpendicular a la de propagación de la grieta, sin por ello perder propiedades en cuanto al término de disipación por trabajo plástico, en concordancia con un estudio de Pegoretti et al. (1997) donde encontraron resultados similares con PP modificado.

valor más bajo, y los copolímeros EPBC se ordenan de forma lógica entre el iPP y el LDPE en función de su contenido de etileno, acercándose a los valores del iPP a medida que el porcentaje de etileno es menor. La razón por la que los copolímeros de impacto (y el LDPE) presentan un valor de we inferior al iPP se debe a que. en estas condiciones, el iPP no sufre la transición dúctilfrágil. Sin embargo, a T inferiores o a velocidades de impacto, este orden no se mantiene (ver sección 4.2.5). El PET tiene un valor similar al iPP, aunque es difícil establecer una comparación con los materiales poliolefinicos ya que el PET utilizado tenía una estructura molecular orientada. En términos de ßw_p, el orden es diferente (aunque bastante similar). Esto da peso a la hipótesis de que ambos parámetros de la técnica EWF caracterizan propiedades diferentes, y que es por tanto necesario el uso de 2 parámetros para la caracterización de la fractura de polímeros dúctiles, como ya ha sido sugerido por distintos autores (Karger-Kocsis, 2000, Ferrer-Balas et al., 2000a).



Fig 8. Gráficas de w_f frente a *l* del PET estudiado (el número indica el espesor en μ m y las letras la orientación).

4.2.3. Influencia de las características cristalinas

Recientemente, hemos llevado a cabo un amplio estudio en films de iPP (H0) y EPBC (C1 y C3) (Ferrer-Balas et al., 2000a) con diferentes tratamiento de recocido, con el fin de analizar la influencia de la morfología cristalina sobre las propiedades de fractura. Al enfriar bruscamente los films hasta temperatura ambiente durante su procesado, se desarrolla una fase metaestable del polipropileno llamada smectic (sm-PP), que puede considerarse como un estado intermedio entre una fase amorfa y una fase ordenada (O'Kane et al., 1994). Esta fase es estable a T_a, pero se transforma en la fase monoclínica (α -PP) al someterse a recocidos a T por encima de 70-80°C (Vittoria, 1989) o aplicando deformación plástica (Seguela et al., 1999). Se analizó la microestructura y se compararon las propiedades mecánicas y de fractura de films sometidos a recocidos de 1h a temperaturas (T_R) entre 80 y 150°C, y sin recocer. En la Tabla 3, se indica las variaciones morfológicas y del comportamiento a tracción con el recocido del iPP (H0). La cristalinidad (X_c) y el tamaño de cristal (L) se midieron por difracción de rayos X (WAXS), y la temperatura de fusión de la fase smectic (T_msm) se determinó por calorimetría diferencial de barrido (DSC). Se estudió la fractura aplicando EWF sin recocido (NR), y recocido 1h a 120 y 140°C, para iPP (H0) y EPBC (C1 y C3). Los resultados obtenidos se muestran en la Figura 9, donde se observa que un incremento en la perfección cristalina produce una progresiva caída del término esencial (we), y un

incremento del término plástico (βw_p). Una posible explicación puede venir por una reducción de la transferencia de tensiones entre las zonas ordenadas del material por el hecho de que una mejora de la perfección cristalina puede ir en detrimento del número de moléculas de cola (*tie molecules*) (Karger-Kocsis, 2000), aunque no se tienen datos experimentales que justifican inequívocamente semejante afirmación. Estos resultados concuerdan con una conclusión reciente de Karger-Kocsis (1999), en el sentido de que es difícil aumentar simultáneamente w_e y βw_p por medio de variaciones microestructurales.

Tabla 3. Influencia del recocido sobre la microestructura y las propiedades mecánicas en el iPP (H0).

T _R (℃)	Xc	L (Å)	T sm (°C)	σ _{max} (MPa)	E (MPa)
NR	0.36	24.7	60.5	20.32	1015
80	0.39	24.7	89.2	21.83	1039
100	0.43	92.3	98.5	24.66	1223
120	0.55	119.2	123.3	28.26	1565
130	0.58	119.2	130.3	29.46	1602
140	0.62	136.2	134.3	30.54	1644
150	0.65	159.9	147.9	33.36	1854

(NR = no recocido).



Fig 9. Variación de w_e (a) y de βw_p (b) según la temperatura de recocido (sin recocido, recocido 1h a 120°C y a 140°C) para films de iPP (H0) y EPBC (C1) y (C3).

4.2.4. Influencia del espesor de probeta

La influencia del espesor de probeta fue estudiada con el iPP (EX), con espesores de 38, 100, 500, 1000 y 2500 µm (Maspoch et al., 1999). Los dos primeros espesores fueron obtenidos por extrusión plana, mientras que los siguientes se consiguieron moldeando placas por compresión. Las probetas mostraron fractura estable, exceptuando las de la serie de mayor espesor, en la que se observó el fenómeno conocido como "inestabilidad dúctil", y en este caso no pudo ser aplicada la técnica de EWF. Los resultados (Figura 10) muestran que mientras el término plástico no se ve muy afectado, el valor de we es muy sensible al espesor en el rango estudiado, incrementándose notablemente este valor a medida que t disminuye. De hecho, uno de los problemas en cuanto al estudio de la influencia de esta variable es que es muy difícil cambiar el espesor sin producir variaciones en la microestructura, especialmente cuando hay que recurrir a métodos de transformación diferentes (como es el caso del estudio del iPP (EX) en este trabajo). A menudo, el porcentaje de cristalinidad aumenta con el espesor, ya que el enfriamiento es más lento para placas gruesas. Este resultado concuerda con las observaciones del apartado anterior (Figura 9a) donde se asociaba una caída de w_e con un aumento de la cristalinidad. Por otro lado, también aumenta la complejidad del análisis de la influencia de t con el hecho de que el estado tensional varía con el espesor, afectando ello sensiblemente a los micromecanismos de fractura como se pudo comprobar en el iPP (EX) (Maspoch, 1999).

En un trabajo reciente, Karger-Kocsis (1997) encontró resultados claramente diferentes a los del iPP (EX), siendo w_e independiente y β w_p aumentando con t, para un poliéster amorfo. Paradójicamente, los resultados presentados con PET (ver sección 4.2.2) muestran que, igualmente, w_e es independiente del espesor, pero que β w_p disminuye cuando t aumenta. Por otro lado, Hashemi (1997b) concluyó que los dos parámetros de fractura eran independientes de t en una mezcla de PBT/PC, aunque el rango de espesor era relativamente estrecho. Estos resultados discrepantes llevan a concluir que existe una gran dificultad de analizar la influencia del espesor independientemente de las variaciones en la morfología del material

4.2.5. Influencia del contenido de etileno en los copolímeros EPBC a diferentes temperaturas de ensayo

El homopolímero, a T inferiores a su temperatura de transición vítrea (T_g), que se sitúa entre 0 y 20°C, puede presentar un comportamiento frágil. Sin embargo, este comportamiento desaparece con la copolimerización etilénica. Ensayamos los materiales iPP (H0) y EPBC (C1, C2 y C3) a temperaturas comprendidas entre -40 y 70°C, con el objetivo de estudiar el efecto del porcentaje



Figura 10. Diagrama de w_f frente a *l* para el material iPP (EX) con diferentes espesores de probeta (los símbolos llenos corresponden a tensión plana, * indica fractura frágil para el espesor de 2.5mm).

de etileno en el copolímero sobre las propiedades de fractura (Ferrer-Balas et al., 2000b). El H0 presentó fractura frágil a T<-20°C, mientras que los copolímeros presentaron fractura dúctil en todo el rango de T estudiado. En este sentido, los resultados muestran que el H0 es mucho más sensible a las variaciones de T que los EPBC. Se observan claramente 2 rangos de comportamiento delimitados por la Tg del polipropileno (componente mayoritario en el copolímero). Por encima de dicha Tg, el H0 tiene una mayor disipación energética en el proceso de fractura, presentando a la vez mayores valores de w_e y de βw_p que los copolímeros (Figuras 11a, 11b), mientras que por debajo de esta temperatura, los EPBC presentan mejores propiedades que el H0. En el rango estudiado de T bajas, el copolímero C1 presenta las mejores propiedades entre los EPBC ensayados. Con contenidos de etileno superiores, los cambios en las propiedades de fractura no son significativos, y sin embargo pueden ir en detrimento de otras propiedades (σ_v , E, transparencia, etc.). Por tanto, se concluyó que el C1 era la mejor selección entre los EPBC. En este trabajo, también se determinaron el trabajo plástico específico (w_p) y el factor de forma (β) , por medio del procedimiento detallado en la sección 4.1.4, aplicando la modelización "parabólica" para la zona plástica. Los resultados muestran que el efecto más importante de la copolimerización etilénica es el incremento notable del tamaño de la zona plástica (Figura 11c). Las variaciones de los parámetros de fractura son coherentes con un estudio previo en polietileno de baja densidad (Ferrer et al., 1997), y pueden explicarse en términos de mecanismos de relajación molecular, contenido de etileno y variaciones en las tensiones de cedencia y de fractura.



Fig 11. Variación de los distintos parámetros de fractura de EWF en función de la temperatura de ensayo para los materiales iPP (H0) y EPBC (C1), (C2) y (C3).

5. CONCLUSIONES

La técnica EWF se muestra como una herramienta muy útil para estudiar las propiedades de fractura de materiales poliméricos que presentan cedencia previa a la fractura. Los resultados reafirman la necesidad de 2 parámetros para caracterizar la fractura de este tipo de materiales. EWF se ha aplicado con éxito a una gran cantidad de polímeros, de tipo homopolímero, copolímero, mezcla, en materiales con estructuras cristalinas, amorfas, semicristalinas, metaestables, etc. En los trabajos que se han presentado, se han estudiado, por un lado, la optimización de condiciones para la aplicación del ensayo de EWF y la determinación de los parámetros de fractura. Por el otro, se han relacionado las propiedades de fractura obtenidas con el tipo de material, la orientación molecular, la perfección cristalina, el espesor de probeta y el contenido de etileno en un copolímero EPBC. Son muestras de que, si bien el método EWF todavía está en su fase de desarrollo, tiene aplicaciones de gran utilidad en el estudio de la relación entre la estructura y las propiedades macroscópicas del material.

6. REFERENCIAS

Broberg K.B. (1968) "Critical review of some theories in fracture mechanics", Int. J. Fract. Mech., 4, 11-19.

Chan W.Y.F., Williams J.G. (1994) "Determination of the fracture toughness of polymeric films by the essential work method", Polymer, **35**, 1666-1672.

Ching E.C.Y., Li R.K.Y., Mai Y-W. (2000) "Effects of gauge length and strain rate on fracture toughness of polyethylene terephthalate glycol (PETG) film using the essential

work of fracture analysis", Polym. Eng. Sci., 40, 310-319.

Clutton E. (1997) "Testing protocol for essential work of fracture. Revised version", ESIS TC-4 Group.

Cotterel B., Reddel J.K. (1977) "The essential work of plane stress ductile fracture", Int. J. Fract., 13, 267-277.

Díaz M.R., Maspoch M.Ll., Martinez A.B. (1992) "Influencia de la morfología sobre la fractura de mezclas de PS y SBS", An. Mec. Fract. **9**, 115-120.

Ferrer D., Maspoch M.L., Santana O.O., Martinez A.B. (1997) "Caracterización mecánica de filmes de polietileno", Rev. Plast. Mod., **74**, 369-376.

Ferrer D., Maspoch M.L., Santana O.O., Martinez A.B. (1998) "Influencia de variables de ensayo sobre el trabajo esencial de fractura en films de PP", An. Mec. Fract., **15**, 150-155.

Ferrer-Balas D., Maspoch M.L., Martinez A.B., Santana O.O. (1999) "On the essential work of fracture method: energy partitioning of the fracture process in iPP films", Polym. Bull., **42**, 101-108.

Ferrer-Balas D, Maspoch M.Ll., Martinez A.B., Santana O.O. (2000a) "Influence of annealing on the microstructural, tensile and fracture properties of polypropylene films", Polymer, en prensa.

Ferrer-Balas D, Maspoch M.Ll., Martinez A.B., Ching E., Li R.K.Y., Mai Y-W. (2000b) "Temperature dependence of the fracture behaviour of polypropylene films", Actas del ECF-13, en prensa.

Gordillo A., Maspoch M.Ll., Martinez A.B. (1992) "Efecto del contenido de caucho sobre la fractura del HIPS", An. Mec. Fract. 9, 121-126.

Gray A. (1993) "Testing protocol for essential work of fracture", ESIS TC-4 Group.

Hashemi S. (1993) "Plane-stress fracture of polycarbonate films" J. Mat. Sci., 28, 6178-6184.

Hashemi S. (1997a) "Fracture toughness evaluation of ductile polymeric films" J. Mat. Sci., **32**, 1563-1573.

Hashemi S. (1997b) "Work of fracture of PBT/PC blend: effect of specimen size, geometry, and rate of testing", Polym. Eng. Sci., 37, 912-921.

Hashemi S. (2000) "Deformation rate dependence of work of fracture parameters in polybutylene terephtalate (PBT)", Polym. Eng. Sci., 40, 132-138.

Heino M., Hietajoa P., Seppälä J., Harmia T., Friedrich K. (1997) "Studies on fracture behaviour of tough PA6/PP blends", J. Appl. Polym. Sci., **66**, 2209-2220.

Heredia A. (1983) "Estudio crítico sobre los ensayos de impacto pendulares en materiales plásticos", PFC, ETSIIB (UPC).

Heredia A., Martinez A.B. (1986) "Aplicación del ensayo de torsión doble al estudio de la fractura de materiales termoplásticos compuestos", An. Mec. Fract., **3**, 199-206.

Heredia A., Martinez A.B. (1987) "Fractura de materiales compuestos por resinas de poliéster y microesfereas de vidrio mediante técnicas de impacto", An. Mec. Fract., **4**, 255-267.

Hill R. (1952) "On discontinuous plastic states, with special reference to localized necking in thin sheets", J. Mech. Phys. Solids, 1, 19-30.

Karger-Kocsis J. (1996a) "For what kind of polymer is the toughness assessment by the essential work concept straightforward?", Polym. Bull., **37**, 119-126.

Karger-Kocsis J., Czigány T. (1996b) "On the essential and non-essential work of fracture of biaxial-oriented filled PET film", Polymer, **37**, 2433-2438.

Karger-Kocsis J., Czigány T., Moskala E.J. (1997) "Thickness dependence of work of fracture parameters of an amorphous copolyester", Polymer, **38**, 4587-4593.

Karger-Kocsis J., Czigány T., Moskala E.J. (1998) "Deformation rate dependence of the essential and nonessential work of fracture parameters in an amorphous copolyester", Polymer, **39**, 3939-3944.

Karger-Kocsis J. (1999) "Microstructural dependence of the work of fracture parameters in amorphous and semicrystalline polymer systems", Proceedings of the 2nd ESIS-TC4 Conference on Polymer and Composites, Elsevier Science.

Karger-Kocsis J. (2000) "Fracture and fatigue behaviour of semicrystalline polymers as a function of microstructural and molecular parameters", en "Structure development during polymer processing" (NATO-ASI Series), Eds: Cunha A.M., Fakirov S., Kluwe Academic Publ., Dordrecht.

Levita G., Parisi L, Marchetti A., Bartolommei L. (1996) "Effects of thickness on the specific essetial work of fracture of rigid PVC" Polym. Eng. Sci. 36, 2534-2541.

Martinez A.B., Maspoch M.Ll. (1990) "Determinación de los parámetros de la fractura del PS mediante el protocolo de ensayo del EGF", An. Mec. Fract. 7, 156-163.

Martinez A.B., Maspoch M.Ll., Díaz M.R. (1994) "Análisis de la fractura y de la deformación plástica en mezclas multifásicas de polímeros", An. Mec. Fract. 11, 297-302.

Martinez A.B., Maspoch M.Ll., Díaz M.R. (1995) "Ensayos de impacto en el poliestireno y en mezclas con el elastómero SBS", An. Mec. Fract. **12**, 103-108.

Maspoch M.Ll., Martinez A.B. (1987) "Modificación de la tenacidad a la fractura de una resina de poliéster mediante la adición de partículas elastoméricas", An. Mec. Fract. **4**, 269-279.

Maspoch M.Ll., Diaz M.R., Martinez A.B. (1991) "Fractura de mezclas de PS y SBS", An. Mec. Fract. 8, 129-134.

Maspoch M.Ll., Grando J., Martinez A.B. (1996) "Fractura de un elastómero termoplástico", An. Mec. Fract. **13**, 231-236.

Maspoch M.L., Santana O.O., Grando J., Ferrer D., Martinez A.B. (1997a) "The essential work of fracture of a thermoplastic elastomer", Polym. Bull. **39**, 249-255.

Maspoch M.Ll., Martinez A.B. (1997b) "Fractura de un PMMA modificado con microesferas de vidrio", An. Mec. Fract. 14, 338-343.

Maspoch M.L., Ferrer D., Gordillo A., Santana O.O., Martinez A.B. (1999) "Effect of the specimen dimensions and the test speed on the fracture toughness of iPP by the essential work of fracture (EWF) method", J. Appl. Polym. Sci., **73**, 177-187.

Maspoch, M.Ll., Hénault V., Ferrer-Balas D., Velasco J.I., Santana O.O. (2000) "Essential work of fracture on PET films. Influence of the thickness and the orientation", Polym. Test., **19**, 559-568.

Morhain C., Velasco J.I., Arencon D., Sanchez M., Martinez A.B. (1999) "Aplicación del método de normalización d la carga para la determinación de curvas J-R en copolímeros de PP", An. Mec. Fract. 16, 413-418.

Mouzakis D.E., Gahleitner M., Karger-Kocsis J. (1998a) "Toughness assessment of elastomeric

polypropylene (ELPP) by the essential work of fracture method", J. Appl. Polym. Sci., **70**, 873-881.

Mouzakis D.E., Stricker F., Mülhaupt R., Karger-Kocsis J. (1998b) "Fracture behaviour of polypropylene/glass bead elastomer composites by uising the essential work-of-fracture method", J. Mater. Sci., **33**, 2551-2562.

O'Kane W.J., Young R.J., Ryan J., Bras W., Derbyshire G.E., Mant G.R. (1994) "Simultaneous SAXS/WAXS and d.s.c. analysis of the melting and recrystallization behaviour of quenched polypropylene", Polymer, **35**, 1352-1358.

Paton C.A., Hashemi S. (1992) "Plane-stress essential work of ductile fracture for polycarbonate", J. Mater. Sci., **27**, 2279-2290.

Pegoretti A., Marchi A., Ricco T. (1997) "Determination of the fracture toughness of thermoformed cups by the essential work method", Polym. Eng. Sci., **37**, 1045-1052.

Saleemi A.S., Nairn, J.A. (1990) "The plane-strain essential work of fracture as a measure of the fracture toughness of ductile polymers", Polym. Eng. Sci., **30**, 211-218.

Santana O., Martinez A.B. (1996) "Fractura de mezclas de policarbonato y ABS", An. Mec. Fract. **13**, 226-230.

Santana O., Martinez A.B. (1997) "Fractura a bajas velocidades de solicitación de mezclas PC/ABS", An. Mec. Fract. 14, 468-473.

Seguela R., Staniek E., Escaig B., Fillon B. (1999) "Plastic deformation of polypropylene in relation to crystalline structure", J. Appl. Polym. Sci., **71**, 1873-1885.

Velasco J.I., Saja J.A., Martinez A.B. (1993) "Comportamiento a la fractura de mezclas de PP y talco", An. Mec. Fract. **10**, 174-180.

Velasco J.I., Saja J.A., Martinez A.B. (1995) "Comportamiento a la fractura de mezclas de polipropileno y talco", An. Mec. Fract. **12**, 103-108.

Velasco J.I., Morhain C., Martinez A.B. (1997) "Fractura a baja velocidad de defomración de PP copolímero cargado con hidróxido de magnesio", An. Mec. Fract. 14, 331-337.

Vittoria V., "Effect of annealing on the structure of quanched isotactic polypropylene" (1989) J. Macromol. Sci.-Phys., **B28**, 489-502.

Wu J., Mai Y. (1996) "The essential fracture work concept for toughness measurement of ductile polymers", Pol. Eng. Sci, 36, 2275-2288.

8. AGRADECIMIENTOS

Los autores quieren expresar su agradecimiento al Grupo Targor (España), a DuPont Ibérica y a Tecniplástica Extrusió por haber suministrado el material. D. Ferrer-Balas agradece a la CICYT la concesión de una beca doctoral y una ayuda de viaje, así como al *Centre for Advanced Materials Research* (Sydney) la posibilidad de realizar el estudio de la influencia de la temperatura.

EFECTOS PLÁSTICOS DE ESCALA Y MECÁNICA DE LA FRACTURA

Javier Gil Sevillano

CEIT (Centro de Estudios e Investigaciones Técnicas de Guipúzcoa) y Escuela Superior de Ingenieros (Universidad de Navarra), San Sebastián.

Resumen. Varias interpretaciones o modelos explicativos de fenómenos relacionados con la Mecánica de la Fractura, de aceptación general hasta ahora, han de revisarse a la luz de efectos de escala en el comportamiento plástico, a los que sólo recientemente se ha prestado atención.

En particular, la simple consideración de la influencia del gradiente plástico sobre la resistencia a la deformación en la zona plástica de una grieta permite predecir la existencia general de un umbral de propagación de grietas por fatiga del orden de magnitud correcto.

Abstract. Several commonly accepted models or interpretations of Fracture phenomena need revision in view of the existence of important size effects in plasticity when the plastic volumes are very small (linear size below 10 μ m). In particular the sole consideration of the plastic gradient in the plastic zone ahead of a crack leads to the prediction of a threshold for the propagation of cracks by fatigue with an order of magnitude in agreement with the experimental results.

1. Introducción.

Comparando la atención prestada a los efectos de tamaño en la fractura frágil con la que se les ha dedicado en la plasticidad tradicional, ésta ha sido insignificante. Sin embargo, el auge reciente de las microtecnologías (microelectrónica, MEMS, mecanizado de ultraprecisión, etc.) ha suscitado en los últimos seis años un interés creciente por caracterizar la especificidad de la plasticidad confinada en pequeños volúmenes. Las observaciones experimentales y los modelos numéricos basados en dislocaciones han puesto rápidamente de manifiesto que, por debajo de 10 µm, la plasticidad tradicional, independiente de la escala, resulta inadecuada y hace falta entonces recurrir a teorías de la plasticidad más elaboradas, en cuyas ecuaciones aparezca una distancia característica, real o efectiva, del material (Fleck y col., 1994). Aunque las nuevas teorías de plasticidad del continuo dependientes del tamaño están en elaboración y necesitan todavía mucha validación experimental (Needleman y van der Giessen, 2000), es posible avanzar ya algunas consideraciones sobre repercusiones de los efectos plásticos de tamaño en varios aspectos relacionados con la Mecánica de la Fractura.

2. Dos tipos diferenciados de efectos plásticos de escala.

Se pueden distinguir dos tipos de efectos de escala en la plasticidad (Gil Sevillano, 2000). Un primer tipo lo

constituyen los efectos intrínsecos de tamaño: por debajo de cierto tamaño de los dominios plásticos, el comportamiento de los materiales cristalinos se desvía del comportamiento habitual observado en procesos o ensayos que implican volúmenes plásticos de gran tamaño. En concreto, cuando el tamaño del dominio plástico está restringido por barreras estructurales o por superficies libres muy próximas, la resistencia plástica aumenta respecto al comportamiento macroscópico ("smaller is harder", al menos a temperaturas moderadas) y la capacidad de endurecimiento por deformación se debilita o desaparece. En la vertiente microestructural de los tamaños, la mayoría de estos efectos son bien conocidos y constituyen la base de la Ingeniería de Materiales (control de las propiedades a través del control de la microestructura).

Un segundo grupo de efectos de escala aparece cuando las condiciones de contorno o las heterogeneidades internas del material provocan patrones heterogéneos de deformación plástica, es decir, gradientes espaciales mesoscópicos de deformación. En los materiales cristalinos, los gradientes espaciales de deformación plástica exigen el almacenamiento de una densidad de dislocaciones proporcional a esos gradientes, las llamadas *dislocaciones geométricamente necesarias*, DGN, por oposición a las dislocaciones que también se almacenan durante la deformación plástica en ausencia de gradientes (dando por descontado el gradiente plástico microscópico asociado a cada línea de dislocación deslizada): las *dislocaciones almacenadas estadísticamente*. En muchos casos, la escala
dimensional del problema determina el valor de los gradientes de deformación, por lo que el efecto de la densidad de DGN sobre la resistencia plástica comienza a ser dominante para tamaños pequeños (de nuevo "smaller is harder"). Estos efectos, en general muy importantes y casi omnipresentes, no son efectos de tamaño *per se* y podemos denominarlos *extrínsecos*, porque el gradiente plástico que los origina se impone externamente o se origina internamente en el transcurso de la deformación plástica impuesta externamente.

3. Repercusiones en la Mecánica de la Fractura.

Transiciones inducidas por el tamaño.

Como ocurre con muchas otras propiedades físicas, la variación de la relación superficie-volumen al variar la escala puede provocar una transición de comportamiento. En el caso de la rotura frágil, se trata de una transición de tipo frágil-dúctil, ligada a la diferente evolución de la energía de rotura, proporcional a la sección, L^2 y la energía elástica disponible, proporcional al volumen, L^3 (si ésta es la única fuente disponible para propagar una grieta), con el tamaño lineal de la pieza, L. Este tipo de transición fue señalado por Kendall (1978) en un artículo con el sugerente título "On the impossibility of comminution of small particles".

Del mismo tipo (efecto intrínseco de tamaño) es también la transición de comportamiento dúctil-frágil al reducir el tamaño y pasar de un comportamiento "normal" a un comportamiento tipo "whisker", transformación estudiada por Griffith (1920). En este caso, la transición está ligada a la interferencia entre el volumen o superficie media por defecto (microgrieta o núcleo de fractura equivalente) y el volumen o superficie de la pieza.

Ambos tipos de efectos de escala, de indudable interés en problemas de fractura ligados a microtecnologías, han sido revisados recientemente por Puttick (1993).

La tensión máxima en la proximidad del borde de la grieta: repercusión sobre la fractura frágil.

La zona plástica (ZP) asociada al borde de grietas bajo carga en materiales cristalinos es frecuentemente físicamente pequeña (inferior a las 10 μ m anteriormente señaladas) y contiene gradientes plásticos cualquiera que sea el modo de carga, gradientes que serán muy fuertes cuando el tamaño de la ZP sea también pequeño. Pueden esperarse, por tanto, efectos intrínsecos de tamaño y efectos debidos al gradiente plástico.

Los efectos intrínsecos se manifestarán cuando, aproximadamente,

$$L_{ZP} < 30\rho^{-1/2}$$
 (1)

Siendo $\rho^{-1/2}$ la distancia promedio entre las dislocaciones en la ZP (Gil Sevillano, 2000). Los efectos esperados son,

(i) un incremento relativo de la resistencia plástica,

$$\sigma - \sigma_{\infty} \propto L_{ZP}^{-4/3} \tag{2}$$

donde σ_{∞} es la resistencia para tamaño muy grande y

(ii) un debilitamiento de la capacidad de acumulación estadística de dislocaciones. Este segundo efecto, en el límite, equivale a decir que el endurecimiento será sólo debido a la acumulación de DGN,

$$\sigma = \sigma_0 + \alpha Gb(\rho^{-1/2}) \tag{3}$$

$$\rho \cong \rho_o + \rho_g = \rho_o + M_g \eta_{ef} \tag{4}$$

donde M_g es un factor geométrico del orden de la unidad y η_{ef} una función del gradiente de deformación plástica (Fleck y Hutchinson, 1997). G es el módulo elástico a cortadura apropiado para el cálculo de la energía de las dislocaciones, b el vector de Burgers, ρ_o la densidad inicial de dislocaciones y α una constante de valor próximo a la unidad.

El tamaño aproximado de la zona plástica en modo I, sin tener en cuenta efectos de escala, es, para un factor de intensidad de tensiones K_1 aplicado

$$L_{ZP} = (K_1/\sigma)^2 / 2\pi$$
(5)

El gradiente, en primera aproximación, viene dado por

$$\eta_{\rm ef} \approx \varepsilon^* / L_{\rm ZP} = 2\pi \, \varepsilon^* \, (\sigma/K_{\rm I})^2 \tag{6}$$

donde ε^* es una deformación promedio efectiva en la zona plástica. Si se ignoran los efectos de escala, la máxima tensión tractiva al frente del borde de la grieta es unas 4 veces el límite elástico del material para tamaño grande (McMeeking, 1977). De acuerdo con las ecuaciones anteriores, la ecuación constitutiva del material en la zona plástica está perturbada por los efectos de escala y la resistencia a la deformación plástica puede ser ahora mucho mayor que en la hipótesis de gran tamaño. El efecto será máximo para materiales intrínsecamente resistentes o previamente endurecidos (alto valor de σ_0 ó ρ_0) y frágiles (bajo valor de K_{Ic}), en los que el tamaño crítico de la zona plástica será muy pequeño.

La conclusión, teniendo en cuanta los dos tipos de efectos, es que los modelos actuales de predicción de fractura frágil de metales (en particular, los modelos probabilísticos de predicción de fractura por clivaje en los aceros) deben ser revisados. En concreto, los campos de tensiones y los parámetros locales de fractura utilizados hasta ahora son incorrectos (¡se han ajustado utilizando campos y valores de resistencia local sin considerar efectos de escala - para reproducir convenientemente los valores experimentales!). Ya se han publicado algunos cálculos de campos de tensiones en la zona plástica que utilizan teorías de la plasticidad no convencionales (Xia y Hutchinson, 1996, Huang y col., 1997).

Crecimiento de cavidades: repercusiones sobre la fractura dúctil.

Las consideraciones anteriores afectan también a los análisis de la propagación dúctil de grietas. Adicionalmente, hay que tener en cuenta que, además del gradiente general asociado a la zona plástica de la macrogrieta, hay que considerar también los gradientes plásticos locales asociados al crecimiento de cada hueco producido por cavitación nucleada en partículas de segundas fases (Fleck y Hutchinson, 1997).

Una componente casi olvidada del umbral de propagación de grietas por fatiga.

El modelo más simple para explicar la propagación de grietas por fatiga es el de acumulación de enromamiento de la grieta con creación irreversible de nueva superficie libre en la parte de apertura de los ciclos y agudización de la grieta en la parte de cierre de los ciclos de carga alternada. Suponiendo que el avance por ciclo es proporcional a la apertura del borde de la grieta,

$$da/dN \approx \Delta CTOD \cong \Delta K^2 / E\sigma$$
(7)

donde E es el módulo de Young, σ la resistencia a la deformación plástica y ΔK el rango de apertura del factor de intensidad de tensiones, se llega a la "ecuación de Paris" con exponente 2. No se predice ningún umbral de propagación a partir de cálculos como la ec. (7) basados en la plasticidad tradicional. El umbral de fatiga, ΔK_{th} , se suele explicar principalmente por contribuciones al cierre anticipado de la grieta provocadas por tensiones residuales sobre la zona plástica y por rugosidad de las superficies de fractura, etc. ("crack closure effects").

Indudablemente, los fenómenos de cierre de la grieta contribuyen a la existencia de un umbral de propagación. Sin embargo, el efecto del tamaño de la zona plástica sobre σ por acumulación de DGN, ecs. (3-4), da lugar a la predicción de un umbral aunque no existieran otras contribuciones al mismo (Ocaña Arizcorreta y Gil Sevillano, 1998). Se debe hacer notar que los modelos de apertura de la grieta basados en plasticidad mediante dislocaciones discretas dan lugar automáticamente a la predicción de un umbral porque deben incorporar los efectos del gradiente plástico para ser consistentes (v. g., Riemelmoser y col., 1998), pero

estos modelos son todavía demasiado simples para hacer predicciones razonablemente cuantitativas.

Mediante las ecs. (3-7) y aproximaciones plausibles se llega a un valor del umbral muy razonable comparado con los valores experimentales. En concreto, para el límite $L_{ZP} \rightarrow 0$, la contribución de las DGN domina en (3) y (4). La resistencia a la deformación plástica tiende a infinito más fuertemente que la tensión inducida por la singularidad de la grieta (Lipkin y col., 1996) y determina la condición umbral, da/dN $\rightarrow 0$. Operando con las ecs (4) a (6), para ese límite se llega a la expresión

$$\Delta K_{\rm th} = \alpha G (2\pi \, M_{\rm g} \, \epsilon^* \, b)^{1/2} \tag{8}$$

Teniendo en cuenta que la deformación al frente de la grieta en función de la distancia normalizada por el CTOD es casi independiente de las características del material (al menos para la plasticidad convencional, McMeeking, 1977, Gu, 1987), la ec. (8) predice una contribución al umbral (normalizado éste por Gb^{1/2}) prácticamente independiente de la naturaleza de los materiales,

$$\Delta K_{\rm th} / {\rm Gb}^{1/2} = \alpha (2\pi \, {\rm M_g} \, \epsilon^*)^{1/2} \cong 2.50 \, ({\rm M_g} \, \epsilon^*)^{1/2} \tag{9}$$

Para aceros ferríticos (G = 64 GPa, b = 0.248 nm, Frost y Ashby, 1982), suponiendo (M_g ϵ^*) = 8 (las deformaciones logarítmicas máximas junto al borde de la grieta son mayores de 5), $\Delta K_{th} = 7$ MPa m^{1/2}, un valor muy razonable comparado con valores experimentales del umbral medido con niveles altos de la relación de cargas, R (es decir, sin contribución de mecanismos de "cierre de la grieta").

4. Conclusiones.

- Varias interpretaciones o modelos explicativos de fenómenos relacionados con la Mecánica de la Fractura, de aceptación general, han de revisarse a la luz de efectos de escala en la plasticidad, hasta ahora casi desapercibidos.
- 2. En particular, la influencia del gradiente plástico sobre la resistencia a la deformación en la zona plástica de una grieta permite predecir la existencia de un umbral de propagación de grietas por fatiga cuyo orden de magnitud es comparable con los valores observados experimentalmente.

Referencias.

Fleck, N. A., Muller, G. M. y Ashby, M. F., Acta Metall. Mater., <u>42</u>, 475 (1994).

Fleck y Hutchinson, J. W., Adv. Appl. Mech., <u>33</u>, 295 (1997).

Gil Sevillano, J., "Dislocations 2000", National Institute of Standards and Technology (NIST), Gaithersburg, Md., USA (2000), pendiente de publicación.

Griffith, A. A., Phil. Trans. Roy. Soc., <u>A221</u>, 163 (1920).

Gu, I., J. Eng. Mater. Technol., <u>109</u>, 216 (1987).

Huang, Y., Zhang, L., Guo, T. F. y Hwang, K. C., J. Mech. Phys. Solids, <u>45</u>, 439 (1997).

Kendall, K., Nature, 272, 510 (1978).

Lipkin, D. M., Clarke, D. R. y Beltz, G. E., Acta Mater., 44, 4051 (1996).

McMeeking, R. M., J. Mech. Phys. Solids, <u>25</u>, 357 (1977).

Needleman A. y van der Giessen, "Dislocations 2000", National Institute of Standards and Technology (NIST), Gaithersburg, Md., USA (2000), pendiente de publicación.

Ocaña Arizcorreta, I. y Gil Sevillano, J., J. Phys. IV France, <u>8</u>, Pr4-129 (1998).

Puttick,K., "The Energetics of Fracture. The Griffith Centenary Meeting", p. 16. The Institutte of Materials, London (1993).

Riemelmoser, F. O., Pippan, R. y Stüwe, H. P., Acta Mater., <u>46</u>, 1793 (1998).

Xia, Z. C. y Hutchinson, J. W., J. Mech. Phys. Solids, <u>44</u>, 1621 (1996).

Agradecimientos.

A lo largo de estos casi 20 años son muchísimas las personas de las que he aprendido lo poco que sé de Mecánica de la Fractura y también muchas las que han colaborado especialmente conmigo. En particular quisiera mencionar a los iniciadores de todo esto en España, Profs. M. Fuentes y M. Elices, al Prof. M. Sellars (U. Sheffield), que nos dio el primer curso de iniciación a la MF en San Sebastián y a mis colegas y amigos J. M. Rodríguez Ibabe, A. Martín Meizoso, J. M. Martínez Esnaola e I. Ocaña, a los que muchas veces he conducido por caminos equivocados.

J. Planas

Departamento de Ciencia de Materiales Universidad Politecnica deMadrid ETS Ingenieros de Caminos Ciudad Universitaria, 28040 MADRID

Resumen. Este artículo discute algunas de las peculiaridades de la fractura del hormigón, resume los aspectos más básicos de la modelización de la fractura usando el concepto de fisura cohesiva y expone unos pocos ejemplos de como tal teoría puede ser usada para captar aspectos esenciales del comportamiento experimental.

Abstract. This paper discusses some of the peculiarities of concrete fracture, summarizes the most basic aspects of fracture modeling using the cohesive crack concept, an shows a few examples of how such a model can be used to capture essential aspects of the experimentally observed behaviour.

1 INTRODUCCIÓN

El hormigón es un material ubicuo utilizado en cantidades masivas en todo el mundo y cuya característica fundamental, al menos en ingeniería civil, es que resiste muy bien en compresión, pero muy mal en tracción. Por ello los ingenieros arman con acero el hormigón y proyectan, en general, despreciando la resistencia a tracción del hormigón. Esto resulta lícito para estructuras suficientemente armadas. Pero no tanto cuando la estructura tiene poca o ninguna armadura (presas y vigas debilmente armadas, por ejemplo) o cuando la distribución de armadura no es, por imperativo constructivo, la más adecuada (rotura por cortante o por torsión de vigas con armadura longitudinal).

Sea cual sea el caso, si el ingeniero no se conforma con conocer la carga de agotamiento y quiere información adicional acerca del comportamiento de la estructura (por ejemplo la distribución y apertura de las fisuras), es evidente que debe considerar que el hormigón es un material aparentemente frágil que cede en tracción fisurándose. Por lo tanto parece lógico que la herramienta de elección para estudiar el proceso de rotura de estructuras de hormigón sea la mecánica de fractura. No lo es. Y no lo es a pesar de los esfuerzos realizados en los últimos 30 años y por diversas razones, una de las cuales es, a mi modo de ver, que no existe una teoría universalmente aceptada para describir la fractura del hormigón. Por el contrario existen muchas teorías o modelos.

De hecho el hormigón es probablemente el material para el que se han desarrollado más teorías de fractura y desde presupuestos más dispares. Y si se piensa que todas, o por lo menos muchas, tienen cierta base teórica y empírica, que llevan coexistiendo 20 años y que la comunidad científica no ha rechazado ninguna de ellas, cabe concluir, que es porque ninguna es acuciantemente necesaria para la práctica diaria de la ingeniería.

A pesar de ello, o quizás gracias a ello, porque se ha podido investigar sin demasiada presión por obtener resultados inmediatamente aplicables, la investigación en fractura de hormigón ha sido científicamente muy enriquecedora, y ha puesto en juego teorías que cubren un amplísimo espectro conceptual y que contribuyen a extender los límites tradicionales de la mecánica de la fractura, al menos en su aspecto macroscópico, porque poco o nada se ha avanzado en la modelización a partir de sus componentes. Parece, en efecto, que el hormigón es un material reacio a dejarse estudiar por los métodos tradicionales de la ciencia de materiales, en los que las propiedades macroscópicas pueden deducirse de las propiedades de sus componentes y de sus interacciones. La razón de la dificultad estriba no tanto en el tipo de sus constituyentes, como en la complejidad y variabilidad de su estructura.

Así, por ejemplo, existen buenos modelos microscópicos para morteros y pastas de cemento reforzadas por fibras porque la geometría está perfectamente definida y la partición matriz-refuerzo es diáfana. No así en el hormigón, donde existe una regresión casi infinita del tamaño de los áridos, lo que hace que sea dificil seleccionar con éxito que fracción de áridos debe representarse explicitamente en el modelo (como las fibras) y cuáles deben suponerse parte integrante de la matriz (un mortero). Por lo demás, mi opinión es que si intentamos representar todos los áridos, cualquiera que sea su tamaño, embebidos en una pasta de cemento, el intento está condenado al fracaso por su elvadísimo coste computacional y sus pequeñísimas perspectivas de generalización. Tomaré prestado aquí el apotegma originariamente utilizado para señalar la elusividad del "modelo final" en mecánica de suelos [1, 2], pero que puede aplicarse a cualquier otro modelo que intente reproducir los más pequeños detalles del comportamiento:

> The excellent map mises no detail, but it is as large as the world.

No se han podido establecer, en consecuencia, las relaciones entre estructura y propiedades y, aunque los modelos macroscópicos hacen uso de conceptos microscópicos (microfisuración, por ejemplo) lo hacen de forma fenomenológica y los parámetros asociados a los supuestos mecanismos microscópicos deben determinarse experimentalmente para cada hormigón.

Si buscamos razones más profundas para justificar la proliferación de modelos de fractura para el hormigón, aparte de la libertad de especular sobre el tema que proviene de la falta de presión por parate de la ingeniería, me atrevería, sin ánimo de ser exhaustivo a señalar cuatro.

La primera razón es la diversidad de presupuestos (marcos teóricos) desde los que se realiza la aproximación, que permiten de entrada dividir los modelos en dos grandes grupos: (1) los que se enmarcan en la teoría de medios contínuos tradicional, enfocada al desarrollo y uso de ecuaciones constitutivas, y (2) los que se enmarcan en la tradición clásica de la mecánica de fractura como disciplina que estudia el equilibrio de una grieta.

La segunda razón es la diversidad de fines primarios de la investigación, que cubren un espectro continuo desde los centrados esencialmente en el cálculo de estructuras hasta los que están más enfocados a la caracterización del material.

La tercera razón es que la dicotomía clásica de la investigación en teórica y experimental resulta insuficiente cuando la complejidad de los modelos en juego es elevada. En ese caso la investigación pasa a apoyarse en tres puntales: (1) modelos; (2) experimentos; y (3) métodos numéricos. Puede argüirse que el desarrollo de métodos numéricos para implementar un modelo dado es parte de la actividad teórica, y es cierto. Pero no es menos cierto que la complejidad de los códigos numéricos es tal que un código dado puede aceptar un cierto conjunto de modelos y excluir otro, por lo que hay un mutuo condicionamiento entre modelo y método numérico que si en la ciencia en su conjunto no debiera notarse, se nota, y mucho, cuando se consideran grupos de investigación concretos: un grupo de investigación dado utiliza modelos para los cuales dispone de métodos numéricos adecuados.

La cuarta razón es la dificultad y limitación de los experimentos, que, como tendré ocasión de comentar más adelante, hace que modelos muy distintos en cuanto a presupuestos y alcance puedan aproximar con el mismo grado de precisión un grupo dado de resultados experimentales. A eso debe añadirse que, en su mayoría, los ensayos están concebidos para "confirmar" una teoría y no para falsarla, por lo que los modelos rara vez pueden someterse a contrastación fuerte.

Es de notar que algunos de los problemas que he señalado no son específicos de la fractura de hormigón, sino que se encuentran también en otros campos de la ingeniería, como el de la modelización de geomateriales [2, 3, 4]. En particular Kolymbas destaca que ciertos modelos son tan intrincados y la parte numérica tiene tanto peso y está tan entrecruzada con el modelo, que resultan imposibles de utilizar por otros investigadores (*non-relocative*, es el término utilizado por Kolymbas). La realidad es que, salvo para los modelos más simples, los cálculos son rara vez reproducidos por grupos independientes.

En nuestro departamento venimos estudiando, desde hace quince años, la fractura del hormigón (y de otros materiales afines como las rocas o los cerámicos) utilizando el modelo de fisura cohesiva, con un enfoque de matriales más que estructuralista, aunque con una clara vocación de que los resultados obtenidos puedan utilizarse en su momento en aplicaciones ingenieriles. Siendo este un modelo que es computacionalmente reproducible con relativa facilidad tiene las ventajas añadidas de ser bastante preciso en cuanto a la descripción de la experimentación disponible, de ser general, en el sentido de proporcionar una descripción mecánica completa de cualquier ensayo, y de ser perfectible, es decir, de admitir, sin alteraciones conceptuales importantes, refinamientos que progresivamente acercan el modelo a la realidad.

En lo que sigue se resumen las características básicas del modelo de fisura cohesiva y algunos de los resultados más significativos que hemos obtenido utilizando dicho modelo.

2 EL MODELO DE FISURA COHESIVA

La utilización de una zona cohesiva para describir los procesos no lineales próximos a la punta de una fisura se remonta a los trabajos de Barenblatt [5] y Dugdale [6]. El primero analizó el comportamiento de una zona cohesiva que simulaba las fuerzas interatómicas (Fig 1a) y el segundo el de una zona cohesiva que representaba el comportamiento plástico (Fig 1b).

El concepto de zona cohesiva puede muy bien extenderse a otros tipos de comportamiento no lineal en el que aparece una "quasi-grieta" cosida por fuerzas transmitidas entre sus caras, ya sea por puentes intergranulares, por fibras por



Figura 1: Varias posibilidades físicas de fisuras cohesivas: (a) fuerzas interatómicas, (b) línea plástica (línea de dislocaciones), (c) puentes entre granos, (d) cosido por fibras, (e) fricción entre áridos, y (f) solapamiento de fisuras [7].

fricción entre áridos o por existencia de grietas solapadas (Fig 1c-f), de los cuales los dos últimos son mecanismos que aparecen en el hormigón.

Desde nuestro punto de vista [7, 8], el salto cualitativo en este tipo de modelos se produce cuando Hillerborg y sus colaboradores extienden el modelo para representar, no sólo el comportamiento en la punta de una grieta preexistente, sino el comportamiento en cualquier punto del sólido macroscópicamente contínuo y sin grietas [9]. En este punto conviene insistir en que el modelo es macroscópico: todas las irregularidades microstructurales (como granos, fibras, microgrietas y rugosidad de las caras de la grieta) deben ser suavizadas (homogeneizadas).

La formulación más sencilla de la fisura cohesiva, que denominamos estándar, es aquella que supone que salvo en los puntos de la fisura cohesiva el material es siempre elástico lineal e isótropo. Las condiciones de formación, orientación y crecimiento de la fisura cohesiva estándar se definen de la forma siguiente: (1) la fisura cohesiva aparece en un punto inicialmente intacto cuando la tensión principal mayor en dicho punto alcanza la resistencia a tracción del material f_t ; (2) la fisura así formada es perpendicur a la tensión principal mayor en dicho punto; y (3) después de su formación, la fisura cohesiva se abre pero continúa transfiriendo tensión entre sus caras de manera que, en modo I y abertura monótona creciente, la tensión transmitida σ es una función unívoca de la abertura de la grieta w:

$$\sigma = f(w) \tag{1}$$

A f(w) se la denomina función (o curva) de ablandamiento y, para hormigón, suele tener el aspecto mostrado en la Fig. 2.

Dos parámetros básicos de la curva son su ordenada en el origen (la resistencia a tracción f_t) y el área que define con los dos ejes, la energía de fractura G_F que, como su nombre sugiere, es la energía necesaria para producir una unidad de área de fisura real (i.e. completamente rota).

Con los dos parámetros anteriores y el módulode elastici-



Figura 2: Curvas de ablandamiento de forma genérica para el hormigón, con la definición de f_t y G_f .

dad E se define un parámetro con dimensiones de longitud denominado longitud cracterística ℓ_{ch} ,

$$\ell_{ch} = \frac{EG_F}{f_t} \tag{2}$$

Este parámetro aparece en las ecuaciones que gobiernan la evolución de la fisura cohesiva de manera que si D define el tamaño de una estructura (por ejemplo el canto de una viga), la resistencia de estructuras geométricamente semejantes del mismo material decrece al aumentar D/ℓ_{ch} . Recíprocamente, dada una estructura y dos materiales con curvas de ablandamiento afines (de al misma forma: pueden superponerse mediante cambios de escala adecuados en ambos ejes), pero distintos valores de f_t , G_F y ℓ_{ch} , el comportamiento es más fragil cuanto menor es ℓ_{ch} .

3 APROXIMACIÓN BILINEAL

Para la mayor parte de los hormigones, parece que una aproximación bilineal de la curva de ablandamiento es suficientemente aproximada para las aplicaciones prácticas (Fig. 3). Tal curva está definida por cuatro parámetros, por ejemplo f_t , G_f , w_1 y w_c . Estos cuatro parámetros pueden determinarse experimentalmente siguiendo el procedimiento desarrollado en [10], que se basa en combinar los resultados de un ensayo brasileño (véase Sec. 5) y de un ensayo estable de flexión en tres puntos de una viga entallada (para una aproximación analítica véase [11], Sec. 7.3).

Es interesante resaltar que para las curvas de ablandamiento con un tramo inicial aproximadamente lineal, la carga máxima está controlada por f_t y w_1 siempre que el tamaño de la probeta no sea muy grande (los ensayos típicos de laboratorio están en este caso) [12, 13]. Por ello es útil recurrir a una segunda longitud característica ℓ_1 que se define como

$$\ell_1 = \frac{Ew_1}{2f_t} \tag{3}$$

tensión, σ f_t w_1 w_2 abertura de fisura, w

Figura 3: Aproximación bilineal de la curva de ablandamiento para el hormigón. El parámetro w_1 es la abscisa en el origen de la prolongación del primer segmento.

4 MÓDULO DE ROTURA

El módulo de rotura se obtiene de un ensayo de flexión en tres puntos sobre una viga *sin entalla*. Se puede definir la tensión nominal σ_N a partir de la fórmula clásica de resistencia de materiales para la tensión en la fibra más solicitada:

$$\sigma_N = \frac{3PS}{2BD^2} \tag{4}$$

donde P es la carga, S la luz entre apoyos, D el canto de la probeta y B su espesor. La tensión nominal para la carga máxima P_u es el módulo de rotura

$$f_r \equiv \sigma_{Nu} = \frac{3P_u S}{2BD^2} \tag{5}$$

Es bien conocido que el módulo de rotura es sensiblemente mayor que la resistencia a tracción simple (por ejemplo la norma ACI americana acepta que $f_r/f_t = 1.25$). En realidad el módulo de rotura depende del tamaño (el canto de la viga) como puede observarse en los resultados que se recogen en la figura 4.

En esa figura se muestran también las curvas teóricas correspondientes a cuatro modelos distintos cuyos detalles pueden verse en [12] o [11]: el modelo de fisura cohesiva, el modelo de fisura equivalente de Jenq y Shah [14], el modelo de Bazant y Li (modelo "ad hoc" basado en el gradiente de deformación) [15], y el modelo multifractal de Carpinteri et al. [16]. Las curvas se han obtenido por ajuste óptimo de los dos parámetros de que depende cada modelo a los puntos experimentales.

Como puede observarse, en algunos casos los datos experimentales encajan igualmente bien con todos los modelos debido a la dispersión y a lo limitado del intervalo de tamaños ensayados (Fig. 4a). En otros casos el modelo de fisura cohesiva da una mejor aproximación que el resto de los ensayos (Fig. 4b). Y aún en otros el ajuste parece favorecer a otros modelos(Fig. 4c). En cualquier caso, la situación parece ser de empate técnico porque en



Figura 4: Resultados experimentales del módulo de rotura comparados con los ajustes óptimos de cuatro modelos (tomado de [12]).

el intervalo de tamaños ensayado la diferencia entre unos modelos y otros nunca supera el 20%.

Donde el modelo de fisura cohesiva demuestra su superioridad es en la capacidad predictiva. Ninguno de los otros modelos puede predecir la respuesta mecánica completa (son modelos que sólo permiten definir la carga máxima). En cambio el modelo de fisura cohesiva permite calcular también curvas carga-desplazamiento, y con excelente precisión, como puede observarse en la Fig. 5, en la que se muestran curvas experimentales carga-CMOD comparadas con la curva *predicha* por el modelo de fisura cohesiva. Nótese que no se trata de un ajuste, ya que todos los parámetros, elásticos y de la curva de ablandamiento, fueron determinados en ensayos independientes sobre probetas de distinta forma y distinto tamaño.



Figura 5: Curvas carga-CMOD medidas experimentalmente y predichas por el modelo de fisura cohesiva para vigas sin entalla sometidas a flexión; la curva de ablandamiento para el modelo cohesivo se determinó en ensayos independientes sobre probetas brasileñas y vigas entalladas [7].

5 ENSAYO BRASILEÑO

La forma aparentemente más lógica de determinar la resistencia a tracción, y la curva de ablandamiento completa, es mediante un ensayo de tracción directa. Sin embargo, relizar ensayos de tracción ideales, en los que en una probeta cilíndrica o prismática sin entallas se propague una única fisura cohesiva con sus caras paralelas, es terríblemente difícil, sino completamente imposible. En la práctica es preciso utilizar probetas con entallas y siempre se producen rotaciones, con lo que el ensayo deja de ser de tracción simple (véase [11], Sec 7.2.2).

Debido a lo anterior, se ha generalizado el uso de procedimientos indirectos para determinar la curva de ablandamiento o una aproximación razonable de ella, por ejemplo una curva bilineal. En cualquier caso la resistencia a tracción f_t es un parámetro básico en la curva de ablandamiento y es preciso determinarla por algún procedimiento. Una clase de procedimientos es la que utiliza una curva carga-CMOD (o carga-desplazamiento) de un ensayo de flexión en tres puntos de una viga entallada y obtiene la resistencia a tracción y los restantes parámetros mediante una técnica de ajuste que minimice el error. Como este tipo de procedimientos llevan a cálculos mal condicionados, nosotros preferimos utilizar un ensayo independendiente para estimar f_t : el ensayo brasileño [10].

Sin embargo, el resultado de este tipo de ensayos depende del tamaño de la probeta, por lo que resulta esencial conocer el efecto del tamaño sobre la estimación de la resistencia a tracción. En una investigación reciente hemos estudiado los resultados de ensayos brasileños para probetas cilíndricas y prismáticas para varios espesores de la banda de carga y varios tamaños; asimismo hemos utilizado la fisura cohesiva para predecir dichos resultados [17, 18].



Figura 6: Relación entre la resistencia a tracción indirecta en un ensayo brasileño y la resistencia a tracción 'verdadera' en función del tamaño y de la anchura de la banda de carga, (a) para probetas cilíndricas, y (b) para probetas prismáticas. Los símbolos corresponden a resultados experimentales para (a) granito y (b) microhormigón. Las curvas son predicciones del modelo de fisura cohesiva [18].

La figura 6 recoge la comparación entre los resultados experimentales y las predicciones. Como puede observarse, la teoría representa muy aceptablemente los resultados y nuestra que para tamaños no muy pequeños, y bandas de reparto de carga estrechas el resultado del ensayo brasileño difiere muy poco de la resistencia a tracción verdadera, especialmente para probetas cilíndricas. En consecuencia la resistencia a tracción indirecta dada por el brasileño es un buen estimador de la resistencia a tracción verdadera que, además, puede mejorarse iterativamente [11].

6 ARMADURA MÍNIMA

La fisura cohesiva puede también predecir con éxito el comportamiento de vigas débilmente armadas sometidas a flexión, en las que se produce la rotura por una única grieta central. Un factor clave en el comportamiento de



Figura 7: Vigas débilmente armadas: comparación de las curvas carga desplazamiento determinadas experimentalmente (lineas de trazos) y numéricamente (lineas continuas). Las curvas corresponden a vigas de microhormigón de 15 cm de canto armadas con distintas cuantías de barras corrugadas de acero (ρ es la cuantía geométrica) [19].

este tipo de elementos es la adherencia entre la armadura y la matriz que debe ser adecuadamente incorporada y calibrada. La figura 7 muestra algunos de los resultados experimentales obtenidos en ensayos de vigas de microhormigón debilmente armadas y las correspondientes predicciones teóricas [19, 20]. Debe notarse que los resultados teóricos son de nuevo totalmente predictivos ya que las propiedades del hormigón, de las armaduras y de la adherencia fueron determinadas en ensayos independientes. Las predicciones son sorprendentemente buenas si se tiene en cuenta que se adoptaron simplificaciones bastante drásticas en la modelización (tensión tangencial de adherencia constante y comportamiento perfectamente plástico de la armadura) y que, además, los resultados de la medida de la adherencia tienen grandes dispersiones.

7 FISURA COHESIVA Y FISURA EQUIVALENTE

La fisura cohesiva tiene, además de otras ya comentadas, la ventaja de admitir un cierto nivel de tratamiento analítico o semianalítico. En particular, es posible estudiar con cierta generalidad el comportamiento asintótico en el límite de fisuras iniciales muy grandes en cuerpos de grandes tamaños [21, 22, 23, 24].

Un resultado fundamental es que, cuando el tamaño de la zona cohesiva R (Fig. 8) es muy pequeño comparado con todas las dimensiones de la probeta (incluida la grieta inicial), las tensiones, deformaciones y corrimientos de la probeta lejos de la zona cohesiva (la zona sombreada en la figura) coinciden hasta términos del orden de R/D con los que tendría una probeta elástica equivalente con una longitud $a_0 + \Delta a_{\infty}$ donde a_0 es la longitud inicial de la grieta y Δa_{∞} la extensión equivalente de fisura (para



Figura 8: Extensión equivalente de fisura para tamaño infinito; los campos remotos (areas sombreadas) coinciden hasta términos de orden R/D [22].

tamaño infinito). El valor de Δa_{∞} puede obtenerse en forma cerrada a partir del análisis del problema para una fisura semiinfinita en un cuerpo infinito, lo que significa que es *independiente de la geometría*.

Dos resultados son de interés en este contexto: (1) para grandes tamaños existe una relación unívoca entre el modelo de fisura cohesiva (la curva de ablandamiento) y un modelo de curva R que gobierna el crecimiento de la fisura equivalente [25, 26, 27]; y (2) el valor crítico de la extensión efectiva de fisura $\Delta a_{\infty c}$, para el cual se produce la carga máxima, es una propiedad del material que depende exclusivamente de la curva de ablandamiento.

La obtención precisa de $\Delta a_{\infty c}$ requiere la solución de una ecuación integral no lineal. Sin embargo en [24] se demostró que existe una cota inferior para dicho parámetro y, para todos los caso estudiados, el valor real es muy próximo a la cota inferior de forma que se puede escribir

$$\Delta a_{\infty c} \approx \frac{\pi}{32} w_c^2 \frac{E'}{G_F} \tag{6}$$

donde w_c es la apertura de grieta para la que la tensión se anula (Fig. 3), E' el módulo de elasticidad efectivo y G_F la energía de fractura.

El hecho de que para grandes tamaños la fisura cohesiva pueda aproximarse *rigurosamente* por una fisura elástica equivalente llevó a analizar la posibilidad de que dicha propiedad sea extrapolable a tamaños prácticos [25, 26, 27, 28, 29]. La respuesta es negativa en general. Aunque puede parecer una aproximación razonable en casos particulares, en otros la aproximación puede ser francamente erronea. Esto se ilustra en la figura 9, que merece una explicación detallada.

Si suponemos un material gobernado por una fisura cohesiva, podemos ensayar numéricamente una probeta de flexión en tres puntos con una entalla (grieta inicial) y obtener la curva carga-CMOD. Podemos a continuación determinar qué curva R deberíamos usar para que una fisura elástica (equivalente) dé exactamente la misma respuesta carga-CMOD. Una vez determinada esta curva R, podemos utilizarla para predecir la curva carga-CMOD para otras geometrías y compararlas con la curva "verdadera" (es decir, la deducida del modelo de fisura cohesiva inicialmente postulado). La figura 9a muestra la comparación para una probeta con entalla lateral (SEN) sometida a tracción, y el resultado es muy halagüeño. Sin embargo esto es así sólo porque se ha considerado una probeta de dimensiones similares a las de la probeta de flexión en tres puntos de la que se ha obtenido la curva R. Si comparamos las curvas para una probeta tres veces más grande el resultado es francamente malo, como muestra la figura 9b.

La principal conclusión práctica es que, aunque un modelo de fisura equivalente basado en una curva R puede aproximar bien los resultados correspondientes a un modelo de fisura cohesiva en casos muy limitados de geometría y tamaño, no debe ser extrapolado a la ligera a otros casos no controlados. Recíprocamente: los casos, frecuentes en la literatura, en que la curva R parece depender del tamaño y/o geometría de la probeta, pueden deberse simplemente a que el material en cuestión requiere un modelo de fractura de mayor nivel cuyo candidato más próximo es el modelo de fisura cohesiva.

8 COMENTARIOS FINALES

En los apartados anteriores se han resumido sólamente resultados concernientes al modelo cohesivo estándar y sólo para fisuración en Modo I. Como se ha indicado en la introducción, el modelo cohesivo es perfectible y, de hecho, se han desarrollado ciertas extensiones del modelo estándar entre las que cabe citar las siguentes:

- Inclusión de una singularidad en la punta de la fisura cohesiva, para simular, por ejemplo la fractura de una matriz muy frágil (a la que corresponde la singularidad) reforzada por fibras o partículas (que generan la zona cohesiva propiamente dicha.
- Generalización del modelo a una relación vectorial entre el vector de tensión transmitida entre las caras y el desplazamiento relativo de las mismas, lo que es necesario para tratar problemas de propagación en modo mixto.
- Generalización a comportamiento no elástico del material que rodea la fisura cohesiva, bien sea por microfisuración difusa o por fenómenos plásticos, lo que hace aplicable el modelo a otro tipo de materiales radicalmente distintos como los polímeros o los metales.
- Generalización de la curva de ablandamiento de modo que dependa del estado tensional (dependencia de la triaxialidad) o de la rotación relativa de las caras de la fisura (dependencia del gradiente).



Figura 9: Comparación de la respuesta experimental (simulada mediante una fisura cohesiva, líneas de trazos) con la predicción basada en una curva R deducida de un ensayo de flexión en tres puntos de una probeta entallada con un canto $D = \ell_{ch}$ y una relación $a_0/D = 0.5$: (a) probeta SENT de dimensiones similares a las de la probeta utilizada en al determinación de la curva R; (b) probeta SENT de dimensiones muy distintas [30].

• Generalización de la curva de ablandamiento de modo que dependa de la velocidad de solicitación (dependencia del tiempo) y/o de la temperatura.

9 REFERENCIAS

[1] Muir Wood, D. (1990) *Soil behaviour and critical state soil mechanics*, Cambridge University Press.

[2] Muir Wood, D. (2000) "The role of models in civil engineering", *Constitutive modeling of granular materials*, D. Kolymbas (Ed.), Springer Verlag.

[3] Kolymbas, D. (2000) "The misery of constitutive modeling", *Constitutive modeling of granular materials*, D. Kolymbas (Ed.), Springer Verlag.

[4] Viggiani, C. (2000) "Does engineering need science", *Constitutive modeling of granular materials*, D.

Kolymbas (Ed.), Springer Verlag.

[5] Barenblatt, G. I. (1962) "The mathematical theory of equilibrium of cracks in brittle fracture." *Adv. Appl. Mech.*, **7**, 55–129.

[6] Dugdale, D. S. (1960) "Yielding of steel sheets containing slits." *J. Mech. Phys. Solids*, **8**, 100–108.

[7] Planas, J., Elices, M. and Guinea, G. V. (1995) "The extended cohesive crack." In *Fracture of Brittle Disordered materials: Concrete, Rock and Ceramics*, G. Bakker and B. L. Karihaloo, eds., E & FN Spon, London, pp. 51–65.

[8] Elices, M., Planas, J. and Guinea, G. V. (2000) "Fracture mechanics applied to concrete." In *13th European Conference on Fracture (ECF 13)*. (San Sebastian, Spain, 6-9 September 2000.)

[9] Hillerborg, A., Modéer, M. and Petersson, P. E. (1976) "Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements." *Cement Concrete Res.*, **6**, 773–782.

[10] Guinea, G. V., Planas, J. and Elices, M. (1994) "A general bilinear fit for the softening curve of concrete." *Mater. Struct.*, **27**, 99–105.

[11] Bazant Z.P. y Planas J. (1998) Fracture and Size Effect in Concrete and Other Quasibrittle Materials, CRC Press LLC, Boca Ratón, Florida.

[12] Planas, J., Guinea, G. V. and Elices, M. (1995) "Rupture modulus and fracture properties of concrete." In *Fracture Mechanics of Concrete Structures*, Vol. 1, F. H. Wittmann, ed., Aedificatio Publishers, Freiburg, Germany, pp. 95–110.

[13] Planas, J., Guinea, G. V. and Elices, M. (1997) "Generalized size effect equation for quasibrittle materials." *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.*, **20**(5), 671–687.

[14] Jenq, Y. S. and Shah, S. P. (1985) "Two parameter fracture model for concrete." *J. Eng. Mech.-ASCE*, **111**(10), 1227–1241.

[15] Bažant, Z. P. and Li, Z. (1995) "Modulus of rupture: Size effect due to fracture initiation in boundary layer." *J. Struct. Eng.-ASCE*, **121**(4), 739–746.

[16] Carpinteri, A., Chiaia, B. and Ferro G. (1994) "Multifractal scaling law for the nominal strength variation of concrete structures." In *Size Effect in Concrete Structures*, H. Mihashi, H. Okamura and Z. P. Bažant, eds., E & FN Spon, London, pp. 193–206.

[17] Rocco, C., Guinea, G. V., Planas, J. and Elices, M. (1999) "Size Effect and boundary conditions in the Brazilian test: theoretical analysis." *Materials and Structures*, **32**, 437–444.

[18] Rocco, C., Guinea, G. V., Planas, J. and Elices, M. (1999) "Size Effect and boundary conditions in the Brazilian test: experimental verification." *Materials and Structures*, **32**, 210–217.

[19] Planas, J., Ruiz, G. and Elices, M. (1995) "Fracture of lightly reinforced concrete beams: Theory and experiments." In *Fracture Mechanics of Concrete Structures*, Vol. 2, F. H. Wittmann, ed., Aedificatio Publishers, Freiburg, Germany, pp. 1179–1188.

[20] Ruiz, G., Elices, M. and Planas, J. (1998) "Experimental study of fracture of lightly reinforced concrete beams.", **31**, 683–691.

[21] Planas, J. and Elices, M. (1986) "Un nuevo método de análisis del comportamiento de una fisura cohesiva en Modo I." *Anales de Mecánica de la Fractura*, **3**, 219–227.

[22] Planas, J. and Elices, M. (1991) "Nonlinear fracture of cohesive materials." *Int. J. Fracture*, **51**, 139–157.

[23] Planas, J. and Elices, M. (1992) "Asymptotic analysis of a cohesive crack: 1. Theoretical background." *Int. J. Fracture*, **55**, 153–177.

[24] Planas, J. and Elices, M. (1993) "Asymptotic analysis of a cohesive crack: 2. Influence of the softening curve." *Int. J. Fracture*, **64**, 221–23**7**.

[25] Planas, J. and Elices, M. (1990) "The approximation of a cohesive crack by effective elastic cracks." In *Fracture Behaviour and Design of Materials and Structures*, Vol. 2, D. Firrao, ed., Engineering Materials Advisory Services Ltd. (EMAS), Warley, West Mindlands, U. K., pp. 605–611.

[26] Planas, J. and Elices, M. (1991) "Asymptotic analysis of cohesive cracks and its relation with effective elastic cracks." In *Toughening Mechanisms in Quasi-Brittle Materials*, S. P. Shah, ed., Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, pp. 189–202.

[27] Elices, M. and Planas, J. (1993) "The equivalent elastic crack: 1. Load-Y equivalences." *Int. J. Fracture*, **61**, 159–172.

[28] Elices, M., Planas, J. and Guinea, G. V. (1993) "Modeling cracking in rocks and cementitious materials." In *Fracture and Damage of Concrete and Rock*, Rossmanith, H.P, ed., E & FN Spon, London, pp. 3–33.

[29] Planas, J., Elices, M. and Ruiz, G. (1993) "The equivalent elastic crack: 2. X-Y equivalences and asymptotic analysis." *Int. J. Fracture*, **61**, 231–246.

[30] Elices, M. and Planas, J (1996) "Fracture mechanics parameters of concrete: An overview." *Adv. Cem. Bas. Mat.*, **4**, 116–127.