33^{ER} ENCUENTRO DEL GRUPO ESPAÑOL DE FRACTURA



ANALES DE MECÁNICA DE LA FRACTURA

VOLUMEN 33

Donostia-San Sebastián

9, 10 y 11 de marzo de 2016







EDITORIAL

COMITÉS

SESIONES PLENARIAS

COMUNICACIONES

- ✓ APLICACIONES Y CASOS PRÁCTICOS
- ✓ ENSAYOS MINIATURA
- ✓ FATIGA E INTERACCIÓN CON EL MEDIO AMBIENTE
- ✓ FRACTURA DE ENTALLAS
- ✓ FRACTURA DE MATERIALES BIOLÓGICOS Y BIOMATERIALES
- ✓ FRACTURA DE MATERAILES CERÁMICOS
- ✓ FRACTURA DE MATERIALES METÁLICOS
- ✓ FRACTURA DE MATERIALES POLIMÉRICOS Y COMPOSITES
- ✓ MÉTODOS Y MODELOS ANALÍTICOS Y NUMÉRICOS
- ✓ SEGURIDAD Y DURABILIDAD DE ESTRUCTURAS
- ✓ TÉCNICAS EXPERIMENTALES
- ✓ MINIPRESENTACIONES

EDITORIAL

Este año el Encuentro del Grupo Español de Fractura regresa a San Sebastián donde ya fueron los Encuentros de los años 2000 y 1994.

Como novedad tendrá lugar una Mesa Redonda con agentes de la industria, potenciales clientes y usuarios de nuestros conocimientos. La idea que subyace es volver a acercar el mundo académico e investigador al mundo más aplicado e industrial de modo que ambas partes salgan beneficiadas.

Tendrán lugar tres sesiones especiales sobre "Ensayos Miniatura" en el mundo de la Mecánica de la Fractura, con la intención de publicar un número especial en la revista *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*. La contribución española en el campo de los miniensayos es muy elevada y creemos que merece la pena que se reconozca nuestra experiencia en esta materia. Por supuesto, contamos con la contribución de los expertos internacionales más relevantes en esta temática, que actúan como conferenciantes invitados.

Una mención especial merece la designación de Donostia/San Sebastián como Capital Europea de la Cultura 2016, de la que este Encuentro debería ser un ejemplo paradigmático.

Por último, los organizadores queremos agradecer especialmente el esfuerzo de los conferenciantes invitados, los autores y ponentes, los patrocinadores institucionales e industriales, a los moderadores de las sesiones, a los revisores, miembros de los jurados de los premios, miembros de la Secretaría del Encuentro... y a todos los participantes por colaborar al éxito de este Encuentro, que confiamos en que sea memorable para todos.

¡Muchas gracias!

En San Sebastián, a 9 de marzo de 2016

M. Reyes Elizalde González Antonio Martín Meizoso José Manuel Martínez Esnaola Ibon Ocaña Arizcorreta

Junta Directiva de la Sociedad Española de Integridad Estructural – Grupo Español de Fractura, SEIE – GEF

PRESIDENTE	Antonio MARTIN MEIZOSO
VICEPRESIDENTE 1º	Jesús Manuel ALEGRE CALDERON
VICEPRESIDENTE 2º	Mª Lluisa MASPOCH RULDUA
VICEPRESIDENTE 3º	Eugenio GINER MARAVILLA
VICEPRESIDENTE 4º	Cristina RODRIGUEZ GONZALEZ
VICEPRESIDENTE 5º	Carlos NAVARRO PINTADO
SECRETARIO	David Angel CENDON FRANCO
TESORERO	Francisco GALVEZ DIAZ-RUBIO

Comité Científico

- Jesús Manuel Alegre Calderón
- Sergio Cicero González
- M. Reyes Elizalde González
- Javier Gil Sevillano
- Antonio Martín Meizoso
- José Manuel Martínez Esnaola
- Ibon Ocaña Arizcorreta
- José María Rodríguez Ibabe

Comité Organizador

- M. Reyes Elizalde González
- Antonio Martín Meizoso
- José Manuel Martínez Esnaola
- Ibon Ocaña Arizcorreta

Secretaría Técnica

Itziar Cobo

Claudia Basabe

SESIONES PLENARIAS

CONFERENCIAS INVITADAS

Presentaciones

Matthias Bruchhausen Petr Dymacek Koldo Ostolaza José María Rodríguez-Ibabe

Recent developments in small punch testing: tensile and fracture testing

M. Bruchhausen*, S. Holmström, I. Simonovski, T. Austin, S. Ripplinger, J.-M. Lapetite, F. de Haan

European Commission, Joint Research Centre, Institute for Energy and Transport Westerduinweg 3, 1755 LE Petten, The Netherlands *E-mail: matthias.bruchhausen@ec.europa.eu

ABSTRACT

Neutron irradiation in nuclear power plants leads to microstructural changes resulting in the degradation of important properties in structural materials. One of the effects of neutron irradiation is a shift of the ductile to brittle transition temperature (DBTT) towards higher temperatures. The need for characterizing in service materials from nuclear power plants as well as irradiation testing of new materials has led to a need for test techniques using only a small amount of material. The small punch test is one of these techniques: a small hemispherical punch is pushed along its axis of symmetry through a small disc shaped specimen. Normally either the punch is pushed at a fixed displacement rate and the force is measured as a function of displacement (tensile test) or the force is kept constant and the displacement is measured as a function of time (creep test).

This paper lays out the working principle of the small punch tensile/fracture test. Current approaches for determining yield stress, ultimate tensile strength and DBTT from small punch data are reviewed. Based on data from ongoing research projects some new proposals and the application to fuel claddings are presented. Finally an overview over the currently available international standards is given.

KEYWORDS: small punch test, yield stress, ultimate tensile strength, ductile brittle transition temperature (DBTT), standard

1. INTRODUCTION

The development of the small punch (SP) testing technique started at the beginning of the 1980s in Japan and the US. The technique is based on pushing a small spherical tip or ball ("punch") through a disc shaped specimen along its axis of symmetry. The tests are carried out either at constant displacement rate of the punch where the force is measured as function of time (tensile test) or at constant load where the deflection of the specimen is measured as a function of time (creep test).

The initial driver for the development of the SP technique was the need to characterize irradiated materials from nuclear fission and fusion programs using small specimens. These activities aimed at deriving biaxial stress-strain curves [1], determining the Ductile to Brittle Transition Temperature (DBTT) [2],[3],[4], or characterizing the fracture toughness [5] from a small amount of material.

The two specimen thicknesses used in the early development stage were 0.3 mm (derived from TEM specimens) [1],[2] and slightly larger discs with 0.5 mm thickness [3],[4]; the latter is still the most commonly used SP specimen type.

The triaxial, time dependent stress state in the SP tests makes estimating mechanical properties by SP testing a challenge. Although much effort has already been invested in matching the results from SP testing to those from standard tests, this work still continues [6],[7],[8],[9],[10].

This paper describes current developments related to small punch testing with a focus on the determination of tensile properties and the DBTT.

2. OUTLINE OF THE METHOD

2.1 SP test setup

In an SP tensile test, the hemispherical tip of a punch is pushed at a constant displacement rate through the centre of a disc shaped specimen (a tested SP specimen is shown in Figure 1). The punching force in SP tensile testing is typically generated by a universal testing machine with specimen-specific holders. The tests can be conducted within a cryogenic chamber for DBTT testing or fitted with a furnace or induction coil for high temperature tensile properties.

For SP creep testing a range of different test machine designs exist, the most common being the top loaded dead weight machine. The same type of specimen holder is used in the SP creep test as in the SP tensile test.



Figure 1 SP tensile specimen tested at RT with a $\emptyset 2.5$ mm ball and $\emptyset 4$ mm receiving hole

The specimen is clamped between two dies which hold it in place and prevent it from bending upwards (Figure 2). Typical dimensions according to the European Code of Practice are listed in Table 1.



Figure 2 Typical SP test setup. The specimen (red) is located in the centre of the device.

Table 1 Characteristic dimensions of a typical SP rig according to the European Code of Practice [11].

<u> </u>	
Punch radius r	1.25 mm
Specimen diameter d	8 mm
Specimen thickness h_0	0.5 mm
Diameter of receiving hole	4 mm

The lower die has a central receiving hole through which the punch can pass. Below the specimen a hollow ceramic rod is mounted which is used to transfer the specimen deflection to a Linear Variable Displacement Transducer (LVDT). Inside the ceramic rod a thermocouple may be introduced to measure the test temperature in direct contact with the specimen surface.

2.2 SP tensile force-deflection curves

A typical SP tensile force-deflection curve is plotted in Figure 3. The data is from a SP test conducted with a ferritic/martensitic steel Gr. 91 specimen (9Cr 1Mo steel) at -100 °C. In this case the hemispherical punch had a tip diameter of 2 mm; the other dimensions were as specified in Table 1 [12]. Punch diameters of 2.4 and 2.5 mm are more frequently found in the literature.



Figure 3 Force-deflection curve for a tensile SP test on Gr. 91 stainless steel at $-100 \ C$ [12].

An SP tensile curve is generally divided into four distinct zones as indicated in Figure 3 ([8],[13]), roughly distinguished by the spreading of the deformation through the specimen. Zone I corresponds to indenting of the specimen surface by the punch tip and elastic bending of the specimen. In zone II plastic bending spreads through the entire sample. In zone III the specimen behaviour is dominated by membrane stretching and in zone IV necking and cracking occur which lead to a decreasing force and, finally, to failure. The evaluation of tensile/fracture SP tests is based on a

number of characteristic values that can be derived from the force-deflection curve:

- maximum force *F*_m
- deflection $u_{\rm m}$ at maximum force
- elastic-plastic transition force $F_{\rm e}$
- the fracture energy E_{SP} calculated as:

$$E_{\text{frac}} = \int_{0}^{u_{\text{f}}} F du$$

where the integration is carried out from the start of the test at u=0 to $u_{\rm f}$, the deflection where fracture occurs.

(1)

The maximum force $F_{\rm m}$ and the deflection at maximum force can easily be determined from the force-deflection curve (Figure 3 Force-deflection curve for a tensile SP test on Gr. 91 stainless steel at -100 °C [12].

Determining the elastic-plastic transition force F_e is less straightforward. F_e is the force at the transition between zone I and zone II (Figure 3). Several proposals for obtaining F_e under discussion are explained in Figure 4 and Figure 5.

Following the two-secants method (also referred to as two-tangents method) the force-deflection curve is approximated by a least squares fit of two linear functions in the deflection range $[0; h_0]$, where h_0 is the original specimen thickness (e.g. 0.5 mm; see Figure 4). One of the functions is anchored at the coordinate origin (*F*=0, *u*=0). The intersection point of the two linear functions defines F_e according to the two secants methods.

CWA 16275 [11] recommends using the same bilinear fit but defines $F_{\rm e}$ as the projection of the intersection on the force-deflection curve.



Figure 4 Determination of F_e according to CWA 15627 and the two secants methods.

An alternative method is similar to the approach for finding the yield point in uniaxial tensile testing. A parallel to the linear part at the beginning of the force-deflection curve is drawn at a given deflection (see e.g. [13],[14]). The intersection point of this linear function with the curve defines F_e (Figure 5).

A study comparing different methods for deriving yield strength by evaluating SP tests concludes that the method currently recommended in the European Code of Practice and the $h_0/10$ offset method work similarly well for a wide range of alloys [8].



Figure 5 Determination of F_e according the offset method with different offsets.

The second point that is not obvious is the upper integration limit used in the calculation of the fracture energy E_{frac} . The European Code of Practice [11] recommends integrating up to the point where the force has dropped to $0.8F_{\text{m}}$ after having reached F_{m} and some authors use that convention [13],[15],[16]. However, some authors carry out the integration only until F_{m} is reached [2],[7],[9] or until the first visible crack occurs [3].

These approaches work well for ductile materials where a smooth, continuous force-deflection curve is obtained as in Figure 3. However, in the case of brittle fracture the situation is less clear as can be seen from the example on Gr. 91 at -196 °C shown in Figure 6. On several occasions during the test sharp drops of the force occur, indicating partial cracking of the specimen.



Figure 6 Example of brittle failure in a SP specimen [18]. The arrows indicate force drops associated to cracking.

Several approaches have been used for determining the upper integration limit in Equation (1) in such cases of brittle fracture occurring in successive steps:

- 1) The fracture energy is calculated by integrating the force up to its maximum [2],[9].
- 2) In analogy to the 20% force drop criterion in the Code of Practice [11] a 20% cumulative force drop criterion was proposed according to which all the force drops are summed until the total drop reaches 20% of the maximum [17].
- 3) Also integration up to the "first crack" has been proposed [16].

A comparison of these methods in the case of Gr. 91 concluded that there was less scatter when the maximum was used rather than the first crack [19]. However, it remains to be confirmed whether this is generally the case.

3. TENSILE MATERIAL PROPERTIES

SP test data is often used to determine the basic tensile material properties yield stress σ_y and ultimate tensile strength σ_{UTS} . For that purpose empirical relationships between σ_{y-SP} and F_e on one hand and σ_{UTS-SP} and F_m on the other hand have been established. The most frequently used relations are:

$$\sigma_{\text{y-SP}} = \alpha_1 \frac{F_{\text{e}}}{h_{\text{h}}^2} + \alpha_2 \tag{2}$$

$$\sigma_{\text{UTS-SP}} = \beta_1 \frac{F_{\text{m}}}{h_0^2} + \beta_2 \tag{3}$$

$$\sigma_{\text{UTS-SP}} = \beta_1' \frac{F_{\text{m}}}{h_0 u_{\text{m}}} + \beta_2' \tag{4}$$

The α_i , β_i and β'_i parameter are test constants. These expressions are used with [8] or without [7],[9] the constant terms α_2 , β_2 and β'_2 . In both cases the normalization of F_m with (h_0u_m) (i.e. Equation (4)) is the preferred relation for describing σ_{UTS} [8],[9].

The normalizations with h_0^2 for σ_{y-SP} and (h_0u_m) for σ_{UTS-SP} are also reasonable from a physical point of view. F_e is determined at a point of the force-deflection curve where the specimen is undergoing elastic-plastic bending. The force needed for bending a plate increases quadratically with its thickness. In contrast the maximum force F_m is reached where necking occurs on a membrane, so the force can be expected to be proportional to the specimen thickness.

A draw-back of Equations (2)-(4) for tensile strength ($\sigma_{\text{UTS-SP}}$) is that the correlation constants α_i , β_i and β'_i are dependent on the SP test-set-up and different constants have to be found for the TEM specimen and other combinations of specimen thickness, ball diameter and receiving hole diameter. Also the measured displacements at maximum force/fracture are rarely reported in the literature.

In Figure 7 and Figure 8 SP tests conducted on Gr. 91 steel in the MATTER project [20] are plotted against uniaxial test results for ultimate tensile strength [21]. It can be seen that the pre-defined material constants of [8] for Equation (3) (β_1 =0.065, β_2 =268.81) do not produce satisfactory estimates for σ_{UTS} , significantly overestimating σ_{UTS} severely at high temperature. However for Equation (4) the pre-defined constant (β'_1 =0.277) works well and the estimated σ_{UTS-SP} from SP testing is in average less than 7% lower than the value from uniaxial testing over the whole temperature range (RT-650 °C).



Figure 7 SP estimated [8] and measured ultimate tensile strength (σ_{UTS}) for Gr. 91 in the temperature range RT-650 °C.



Figure 8 Measured ultimate tensile strength (σ_{UTS}) against SP estimated tensile strength (σ_{UTS-SP}) for correlations according to [8].

It is to be noted that by optimizing Equation (3) parameters (β_1 =0.09, β_2 =0) an equally good fit as for Equation (4) can be obtained.

In Figure 9 and Figure 10 the same procedure has been performed for yield (σ_y , Equation (2)) with F_e being determined by the three different methods, i.e. two secants, CWA and the h/10 offset method. It can be seen that all the methods overestimate σ_y in all cases when using the predefined parameters of [8], i.e. 0.442, 0.476 and 0.346 for α_1 correspondingly. The two-secants method has the lowest data scatter at the isotherms RT, 500, 600 and 650°C, indicating that it is the most robust method at least for this data set. The h/10 offset method again showed the best correlation factor (R²=0.93) when α_2 =0. As for the tensile strength case, the α_1 parameters can be optimized for each method (α_1 =0.353, 0.409, 0.290 correspondingly and α_2 =0) to give nearly identical estimates for σ_y .



Figure 9 SP estimated [8] and measured yield stress (σ_y) for Gr. 91 in the temperature range RT-650 °C.



Figure 10 Measured yield stress (σ_y) against SP estimated yield stress (σ_{y-SP}) for correlations according to [8].

4. DUCTILE BRITTLE TRANSITION TEMPERATURE

One of the main drivers for the development of the SP technique was to be able to determine the impact of neutron irradiation on material performance. The exposure of structural components to neutron fluxes during the lifetime of a nuclear power plant leads to irradiation induced embrittlement. As a consequence of this embrittlement processes the DBTT shifts towards higher temperatures. The DBTT is usually determined by means of the Charpy test [23] which requires much more material than the SP test: the Charpy standard specimen has a size of $(10 \times 10 \times 55 \text{ mm}^3)$.

Irradiation embrittlement of the structural components of nuclear power plants is monitored using dedicated Charpy specimens deposited in the reactor pressure vessel and thus exposed to the same irradiation history as the actual reactor components. Especially in the context of lifetime extension of nuclear power plants there is a strong interest in developing techniques for determining the DBTT with smaller specimens. The possibility of replacing a part of the Charpy tests with tests conducted on small specimens retrieved from used Charpy specimens would save precious material for required testing during a prolonged service life. SP testing is still a topic of research for testing of irradiated materials and many studies have been carried out to compare the DBTT determined by SP testing to standard Charpy test results [6],[9],[15],[24].

It has generally been observed that $DBTT_{SP}$ determined from SP testing is significantly lower than the transition temperature from standard Charpy testing. The current code of practice [11] and most authors express this difference via the ratio of the absolute transitions temperatures:

$$\alpha = \frac{DBTT_{SP}}{DBTT}$$
(5)

Some authors introduce an additional parameter:

$$DBTT = DBTT_{sp} \times \alpha^* + \beta^* \tag{6}$$

Where β^* is either a constant [25] or a geometry or material depended parameter [24].

If a relation according to Equation (5) is used, typical values for α in the range of 0.35–0.5 have been found for a variety of steels [16],[26],[27]. For some materials like Gr. 91 [9],[15] or low alloy Gr. 22 (2.25Cr1Mo) steel [28] the *DBTT*_{SP} is so low that the lower shelf cannot be reached by SP testing even in liquid nitrogen at -196 °C.

For the time being there is no detailed explanation for the gap between DBTT and $DBTT_{SP}$. However, the main differences between the Charpy and SP tests which might be relevant for explaining why α «1 are:

- strain rate: Charpy tests are carried out at displacement rates that are several orders of magnitudes above those in SP tensile tests. The duration of a Charpy test is in the order of ms whereas the duration of a SP test is a few minutes.
- size effect: Charpy specimens have characteristic dimensions in the mm-cm range whereas the thickness of a SP specimen is typically 0.5 mm or less. The different specimen sizes are likely also to have an effect as suggested by Charpy impact tests where smaller specimens are known to lead to lower transition temperatures [6].
- notch (stress concentration): The notch in Charpy specimens acts as a stress concentrator. Standard SP specimens don't have a notch.
- notch (loading mode): The stress distribution in SP tests has a higher degree of triaxiality than in Charpy tests.

Experimentally studying which of these effects leads to the observed shift in transition temperature as determined by SP testing is a challenge. With usual SP test rigs, displacement rates can only be varied in a limited range and strain rates similar to those in Charpy tests cannot be achieved. A study with circular notched SP specimens did not provide evidence for the notch having a major influence on the DBTT shift [29]. Numerical studies based on finite element analysis are likely to be more conclusive and to lead to more insights in the future [10].

Experimentally, the $DBTT_{SP}$ is determined by a procedure similar to that used for Charpy tests. SP tests are carried out at a number of temperatures and the fracture energies calculated.

A typical result for the fracture energy E_{frac} as function of temperature *T* is shown in Figure 11. The tests were performed on Gr. 91 martensitic steel. The punch diameter was 2 mm, while the other dimensions complied with the requirements listed in Table 1. The punch displacement rate was 0.5 mm/s.

The lower and upper shelves can be well distinguished. However the energy is not constant in the upper shelf but drops continuously with rising temperature. This behaviour is well established in the literature for a number of different steels [5],[15],[24],[29],[30].

When the DBTT is determined, the lower and upper shelf regions are often treated separately as can be seen in the fitted functions in Figure 11. The functions for both regions were of the form used in [9]:

$$E_{\rm frac}(T) = A + B \exp(C \cdot T) \tag{7}$$

Where *A*, *B* and *C* are different fitting parameters for the lower shelf region (including the transition region) and the upper shelf.



Figure 11 DBTT_{SP} derived from the fracture energy E_{frac} with two fits for the lower and upper shelf.

A different approach which is based on normalizing the fracture energy E_{frac} by the maximum force F_{m} [19] is shown in the plot in Figure 12. This method has the advantage that a single function can be used to describe the data over the entire range:

$$E_{\text{frac}} = \frac{E_{\text{US}} + E_{\text{LS}}}{2} + \frac{E_{\text{US}} - E_{\text{LS}}}{2} \tanh\left(\frac{T - DBTT_{\text{SP}}}{2\Delta T}\right) (8)$$

Compared to the approach depicted in Figure 11 this reduces the number of fitting parameters from 6 to 4 and omits the (potentially subjective) explicit attribution of data points to the fitting functions.



Figure 12 DBTT_{SP} derived from the fracture energy E_{frac} normalized by the maximum force F_m using a tanh fit function.

A further possibility for determining the DBTT is based on the fracture strain which is defined as:

$$\dot{q} = \ln\left(\frac{h_0}{h_1}\right) \tag{9}$$

Where h_0 is the initial specimen thickness and h_f the thickness adjacent to the area where failure occurred. For a number of specimens h_f has been determined by computed X-ray tomography (CT). The example of a full CT reconstruction is shown in Figure 13 and a diametrical cut in Figure 14.



Figure 13 CT reconstruction of a Gr. 91 SP specimen [18]. The colours indicate the specimen thickness.



Figure 14 Cut through the CT reconstruction of a Gr. 91 SP specimen [18]. The colours indicate the specimen thickness.

The fracture strains as a function of temperature are displayed in Figure 15 for the same tests as in Figure 11 and Figure 12. The data can be fitted with a tanh function of the same form as in Equation (8).



Figure 15 DBTT_{SP} derived from the fracture strain ε_{f} .

The values $DBTT_{SP}$ determined from the fracture energies E_{frac} using the fitting methods "two fits" (Figure 11: -120.9 °C), and "tanh" (Figure 12: -125 °C) on one hand and from the fracture strains $\varepsilon_{\rm f}$ (Figure 15: -123 °C) lie very close together. That is impressive given that the results based on E_{frac} and $\varepsilon_{\rm f}$ are derived completely independently from each other from different data (on the same specimens). This speaks for the robustnes of the method.

APPLICATION TO FUEL CLADDINGS

In a nuclear power plant the fuel is supplied as UO_2 in form of small cylindrical pellets. These pellets are stacked one atop the other and contained in a tube. This cladding tube has typically a length of 3-4 m, a diameter of 10 mm and a wall thickness of 0.6 mm [31]. It separates the nuclear fuel from the coolant and is the first containment barrier.

In the framwork of the EERA-JPNM pilot project TASTE, several experimental methods for the mechanical characterization of fuel cladding tubes are compared. The SP test is one of these techniques. The

dimensions of the fuel cladding tubes are too small to allow extracting the usual $8 \text{ mm} \times 0.5 \text{ mm}$ SP specimens. The two approaches to address this problem are using very small flat specimens that can be cut from the tubes or to use curved specimens. Both solutions are investigated in TASTE. Here the use of curved specimens is discussed.

Figure 16 shows the geometry of the setup used for tubular SP specimens. The upper and lower dies have been modified to receive the specimen directly cut from the cladding tube.



Figure 16 Scheme of the holder for tubular SP specimens (blue) clamped between the upper (red) and lower dies (grey). The punch is the hemisphere in the centre (green).

For the results presented here tubular specimens from Gr. 91 have been used; the tensile curve is presented in Figure 17. The specimens had a thickness of 0.45 mm, an internal radius of 2.825 mm, and a length of 11 mm.



Figure 17 Tensile curve for P91.

The test rigs used for these tests do not allow measuring the specimen deflection (from below the specimen) but instead measure the displacement of the punch head. In order to study the influence of the geometry on the force-displacement curves, finite element analysis (FEA) models of flat and tubular small punch specimen were created [32].

Besides the curves themselves, damage initialization is modelled by means of the ductility exhaustion parameter Λ [33] based on the Rice-Tracey [34] rigid plastic deformation model for growth of voids under a triaxial field of stress. Two variations of Λ parameter are used, Λ_M and Λ_{Eq} . The former is based on maximal principal strain (Equation (10)), whereas the latter refers to the equivalent strain (Equations (11) and (12)).

$$\Lambda_{M} = \frac{\mathcal{E}_{Max.principal}}{1.65 \cdot e^{-1.5 \cdot \frac{\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}}{3 \cdot \sigma_{Mises}}}}$$
(10)

$$\Lambda_{Eq} = \frac{\mathcal{E}_{Eq}}{1.65 \cdot e^{-1.5 \cdot \frac{\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}}{3 \cdot \sigma_{Mises}}}}$$
(11)

$$\begin{aligned} \varepsilon_{Eq} &= \\ \sqrt{\frac{4}{3}} \left[\frac{(\varepsilon_{11} - \varepsilon_{22})^2 + (\varepsilon_{22} - \varepsilon_{33})^2 + (\varepsilon_{33} - \varepsilon_{11})^2}{6} + \right. \end{aligned} \tag{12}$$

$$(0.5 \cdot \varepsilon_{12})^2 + (0.5 \cdot \varepsilon_{23})^2 + (0.5 \cdot \varepsilon_{31})^2 \right]^{1/2}$$

Preliminary results for flat and tubular specimens respectively are presented in Figure 18 and Figure 19.



Figure 18 Force-displacement curves of a flat specimen: FEM and experimental results. Markers indicate where $\Lambda_M = 1.0$ (star markers) and $\Lambda_{Eq} = 1.0$ (circular markers).



Figure 19 Force-displacement curves of a tubular specimen: FEM and experimental results. Markers indicate where $\Lambda_M = 1.0$ (star markers) and $\Lambda_{Eq} = 1.0$ (circular markers).

The overall shapes of the experimental and numerical force-displacement curves match very well for both types of specimens. However, the simulation underestimates the maximal force and deflection at maximal force for both cases.

The markers in Figure 18 and Figure 19 indicate at which load/displacement the ductility exhaustion parameter Λ reaches a value of 1.0 at which point damage should initialize. It was observed experimentally that significant damage occurs already before the maximum force has been reached. For the flat specimens this is quite well predicted by the Λ_{Eq} parameter. However, in the case of the tubular specimen both Λ parameters reach the critical value of 1.0 only after the maximum for had been reached. Further work is needed to improve the model performance in this case.

STANDARDS

SP testing has been used since more than 30 years to obtain fundamental material characteristics from very small specimens. The limited amount of material required is particularly useful when irradiated or new experimental materials are investigated of which only small quantities are available.

However, it is not obvious how to obtain bulk material properties from small specimens and there is still no unified approach for determining fundamental material characteristics such as the ultimate tensile strength or the yield strength from SP tests. Currently there is no international standard covering the most widely used applications of SP testing.

A Japanese standard document exists but it seems to be limited to creep testing and only a small part is available in English [37].

In the U.S. SP standards exist for characterizing materials used in surgical implants by tensile SP tests at room temperature [38],[39]. For material characterization they recommend using quantities

derived from the force-displacement curves (i.e. peak force, ultimate force, work to failure) that are also used within the structural engineering community. However, they focus on assuring reproducibility and ranking but do not provide tools to compare the results from SP testing to properties obtained from standard specimens. Other topics relevant for e.g. the power industry like DBTT or creep testing are not covered at all.

Current activities under the auspices of ASTM Subcommittee E10.02 (Behavior and Use of Nuclear Structural Materials) may go in that direction [40].

The most recent European standardization document on SP testing is the CEN workshop agreement (CWA) from 2007 [11]. A CWA is a pre-normative document agreed upon by the participants in a CEN workshop. It is not voted by the CEN members and is not a standard but meant to prepare the future development of a standard.

A proposal for developing an SP standard within CEN has recently been accepted and introduced in the working programme as work item (WI) EC101162. A new working group (WG) will be installed within ECISS/TC 101 (Test methods for steel (other than chemical analysis)) to draft an EN standard on SP testing [41].

An informal group has already started a round robin tests campaign as well as underpinning modelling activities to agree on best practices.

The standard is expected to cover tensile/fracture as well as creep testing and to include TEM specimens (0.3 mm thickness) as well as the more commonly used specimens with 0.5 mm thickness.

Data will be exchanged between the participating organisations using the MatDB materials database hosted at https://odin.jrc.ec.europa.eu. To ease the collection and exchange of data, the new standard will include a section dedicated to data formats. This part of the activity will build on a series of CEN Workshops on formats for engineering materials data. Given the lack of any widely adopted technology for exchanging engineering materials data, the CEN Workshops rely on existing documentary testing and product standards from which to derive data models and accompanying formats. To date, the CEN Workshops have delivered data formats for ambient temperature tensile testing (based on ISO 6892 Part 1) and materials pedigree data [35]. Ongoing [36] and future CEN Workshops will extend the test type coverage to fatigue (ISO 12106), uniaxial creep (ISO 204), creep crack growth (ASTM E1457), creep-fatigue (ASTM E2714-13), and creepfatigue crack growth (ASTM E2760-10). Whereas the CEN Workshops are focusing on existing testing and product standards, the development of the small punch data formats will be integral to the development of the testing standard. At a time when all aspects of engineering materials manufacture and qualification rely on digital systems, the parallel development of the standard testing procedure and accompanying data formats will set a precedent for the way in which

mechanical testing standards could (and perhaps should) be developed.

5. SUMMARY AND OUTLOOK

The SP testing technique was introduced in order to characterize irradiated materials with regard to their mechanical properties and in particular the DBTT using small specimens. The triaxial, time-dependent stress state in an SP test makes correlating the results from SP tests to those of classical uniaxial of Charpy tests a challenge.

Nevertheless significant progress has been made in recent years and some properties such as the ultimate tensile strength can now be determined quite reliably from SP tensile data. For other information like the DBTT the transfer from SP data to results from standard tests is still difficult and further research is necessary.

Numerical analysis and in particular finite element calculations have the potential to give a much more detailed insight into the test method than the experiment and will certainly be helpful in that regard.

The SP technique is influenced significantly by the test geometry (e.g. specimen size, diameter of the hole in the lower die) compared to standard techniques using larger specimens. Establishing international standards will ensure the comparability of the test data while standardized data formats will foster the exchange of data..

REFERENCES

- [1] M.P. Manahan, A.S. Argon, and O.K. Harling, The development of a miniaturized disk bend test for the determination of postirradiation mechanical properties. *Journal of Nuclear Materials*, 103 & 104:1545-1550, 1981.
- [2] T. Misawa, T. Adachi, M. Saito, and Y. Hamaguchi, Small punch tests for evaluating ductile-brittle transition behavior of irradiated ferritic steels. *Journal of Nuclear Materials*, 150:194-202, 1987.
- [3] J.-M Baik, J. Kameda, and O. Buck, Small punch test evaluation of intergranular embrittlement of an alloy steel. *Scripta Matallurgica*, 17:1443-1447, 1983.
- [4] J. Kameda and O. Buck, Evaluation of the ductile-to-brittle transition temperature shift due to temper and embrittlement and neutron irradiation by means of a small-punch test. *Materials Science and Engineering*, 83:29-38, 1986.
- [5] T. Misawa, H. Sugawara, R. Miura, and Y. Hamaguchi, Small specimen fracture toughness tests of HT-9 steel irradiated with protons. *Journal of Nuclear Materials*, 133-134(C):313-316, 1985.
- [6] G. Lucas, Review of small specimen test techniques for irradiation testing, *Metallurgical Transactions A* 21A:1105–1119, 1990

- [7] R. Lacalle, J. Álvarez, F. Guitérrez-Solana, Analysis of key factors for the interpretation of small punch test results, *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures* 31:841– 849, 2008.
- [8] T.E. García, C. Rodríguez, F.J. Belzunce, and C. Suárez, Estimation of the mechanical properties of metallic materials by means of the small punch test. *Journal of Alloys and Compounds* 582:708–717, 2014.
- [9] E. Altstadt, H. Ge, V. Kuksenko, M. Serrano, M. Houska, M. Lasan, M. Bruchhausen, J.-M. Lapetite, Y. Dai, Critical evaluation of the small punch test as a screening procedure for mechanical properties, *Journal of Nuclear Materials*, In Press, Available online since 20 July 2015, doi:10.1016/j.jnucmat.2015.07.029
- [10] C. Soyarslan, B. Gülçimen, S. Bargmann, and P. Hähner, Modelling of fracture in small punch tests for small- and large-scale yielding conditions at various temperatures. *International Journal of Mechanical Sciences*, 106:266-285, 2016.
- [11] CEN Workshop Agreement CWA 15627: Small Punch Test Method for Metallic Materials: European Committee for Standardization, CWA 15627: 2007
- [12] J.-M. Lapetite, M. Bruchhausen, Small punch tensile/fracture test data for Gr. 91 material at -100 °C and a displacement rate of 0.005 mm/s, version 1.0, European Commission JRC Institute for Energy and Transport, [Dataset], <u>http://dx.doi.org/10.5290/1900105</u>, 2015
- [13] K. Matocha, "Small-Punch Testing for Tensile and Fracture Behavior: Experiences and Way Forward," Small Specimen Test Techniques: 6th Volume, STP 1576, Mikhail A. Sokolov and Enrico Lucon, Eds., 145–159, doi:10.1520/STP157620140005, ASTM International, West Conshohocken, PA 2015.
- [14] S. Haroush, E. Priel, D. Moreno, A. Busiba, I. Silverman, A. Turgeman, R. Shneck, and Y. Gelbstein. Evaluation of the mechanical properties of SS-316L thin foils by small punch testing and finite element analysis. *Materials & Design*, 83:75 - 84, 2015.
- [15] B. Gülçimen, A. Durmuş, S. Ülkü, R.C. Hurst, K. Turba, and P. Hähner. Mechanical characterisation of a P91 weldment by means of small punch fracture testing. *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 105-106:28-35, 2013.
- [16] M. A. Contreras, C. Rodríguez, F.J. Belzunce, and C. Betegón. Use of the small punch test to determine the ductile-to-brittle transition temperature of structural steels. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 31:727-737, 2008.
- [17] K. Turba, R. Hurst, P. Hähner, Anisotropic mechanical properties of the MA956 ODS steel

characterized by the small punch testing technique, *Journal of Nuclear Materials* 428 (1–3):76–81, 2012.

- [18] J.-M. Lapetite, M. Bruchhausen, Small punch tensile/fracture test data for Gr. 91 material at -196 °C and a displacement rate of 0.5 mm/s, version 1.0, European Commission JRC Institute for Energy and Transport, [Dataset], <u>http://dx.doi.org/10.5290/1900103</u>, 2015
- [19] M. Bruchhausen, S. Holmström, J.-M. Lapetite, S. Ripplinger, On the determination of the Ductile to Brittle Transition Temperature from Small Punch tests on Grade 91 ferriticmartensitic steel, submitted to *Journal of Pressure Vessels and Piping*, 2015.
- [20] T. Lebarbé, S. Marier, P. Agostini, C. Fazio, S. Gavrilov, Presentation of FP7 MATTER project: General overview, in: Proceedings of the ASME 2011 Pressure Vessels & Piping Division Conference, Baltimore, Maryland, USA, 2011.
- [21] Frits de Haan, Test data for uniaxial tensile on material P91 ar, version 1.1, European Commission JRC Institute for Energy and Transport, [Dataset], <u>http://dx.doi.org/10.5290/2500004</u> to <u>http://dx.doi.org/10.5290/2500015</u> (inclusive), 2014
- [22] X. Mao and H. Takahashi, Development of a further-miniaturized specimen of 3 mm diameter for TEM disk (ø 3 mm) small punch tests. *Journal of Nuclear Materials*, 150(1):42 -52, 1987.
- [23] ASTM E23-12c, Standard Test Methods for Notched Bar Impact Testing of Metallic Materials, ASTM International, West Conshohocken, PA, 2012.
- [24] M. Saucedo-Muñoz, T. Matsushita, T. Hashida, T. Shoji, H. Takahashi, Development of a multiple linear regression model to estimate the ductile-brittle transition temperature of ferritic low-alloy steels based on the relationship between small punch and Charpy V-notch tests, *Journal of Testing and Evaluation* 25:352–358, 2000.
- [25] J. Foulds, R. Viswanathan, Determination of the toughness of in-service steam turbine disks using small punch testing, *Journal of Materials Engineering and Performance* 10:614–619, 2000.
- [26] Y. Dai, P. Marmy, Charpy impact tests on martensitic/ferritic steels after irradiation in SINQ target-3, *Journal of Nuclear Materials* 343:247–252, 2005.
- [27] J. Kameda, X. Mao, Small-punch and TEMdisc testing techniques and their application to characterization of radiation damage, *Journal* of Materials Science 27:983–989, 1992.
- [28] S.-H. Song, R. Faulkner, P. Flewitt, R. Smith, P. Marmy, Temper embrittlement of a CrMo

low-alloy steel evaluated by means of small punch testing, *Materials Science & Engineering*: A 281:75–81, 2000.

- [29] K. Turba, B. Gülçimen, Y. Li, D. Blagoeva, P. Hähner, R. Hurst, Introduction of a new notched specimen geometry to determine fracture properties by small punch testing, *Engineering Fracture Mechanics* 78:2826– 2833, 2011.
- [30] K. Matocha. The use of small punch tests for determination of fracture behaviour of ferritic steels, *Procedia Engineering*, 86:885-891, 2014.
- [31] S.J. Zinkle and G.S. Was. Materials challenges in nuclear energy. Acta Mater, 61:735-758, 2013.
- [32] ABAQUS 6.14-2, Dassault Systemes, 2015.
- [33] S. Holmström, A. Laukkanen, and K. Calonius. Finding critical damage locations by Λfiltering in finite-element modelling of a girth weld *Materials Science and Engineering: A*, 510-515, 224–28, 2008.
- [34] J.R. Rice, D.M. Tracey, On the Ductile Enlargement of Voids in Triaxial Stress Fields, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 17:201–217, 1969
- [35] T. Austin, Realizing the unexplored potential of materials data, *Materials Today*, 2016, <u>http://dx.doi.org/10.1016/j.mattod.2015.12.002</u>
- [36] CEN Workshop on Standards Compliant Formats for Fatigue Test Data - FATEDA. <u>http://www.cen.eu/work/areas/ict/ebusiness/pages/ws-fateda.aspx</u>. (accessed on 15/01/2016)
- [37] Standard for Small Punch Creep Test Estimation of Residual Life for High Temperature Component. The Society of Materials Science, Japan, ISBN978-4-901381-38-8, September, 2012.
- [38] ASTM F2977-13, Standard Test Method for Small Punch Testing of Polymeric Biomaterials Used in Surgical Implants, ASTM International, West Conshohocken, PA, 2013.
- [39] ASTM F2183-02(2008), Standard Test Method for Small Punch Testing of Ultra-High Molecular Weight Polyethylene Used in Surgical Implants, ASTM International, West Conshohocken, PA, 2008.
- [40] ASTM WK47431 New Practice for Small Punch Test Method for Metallic Materials <u>http://www.astm.org/DATABASE.CART/WO</u> <u>RKITEMS/WK47431.htm</u> (accessed on 22/02/16)
- [41] ECISS/TC 101 (WI=EC101162) Small Punch Test Method for Metallic Materials, <u>http://standards.cen.eu/dyn/www/f?p=204:22:0</u> ::::FSP_ORG_ID:733642&cs=14BA103751C2 <u>89759D79531BE065B6A8D</u> (accessed on 22/02/16)

RECENT DEVELOPMENTS IN SMALL PUNCH TESTING: APPLICATIONS AT ELEVATED TEMPERATURES

P. Dymáček*^{1,2}

¹CEITEC-IPM, AS CR, Žižkova 22, 616 62 Brno, Czech Republic

²Institute of Physics of Materials, AS CR, Žižkova 22, 61662 Brno, Czech Republic *E-mail: pdymacek@ipm.cz

RESUMEN

El presente trabajo constituye un resumen de los análisis mediante ensayo small punch test (SPT) de las propiedades de tracción a elevada temperatura, fluencia y relajación de tensiones, de un acero ferrítico martensítico P92, sometido a diferentes tratamientos térmicos. Se presenta la relación entre los resultados SPT y los obtenidos mediante ensayos uniaxiales convencionales, así como una comparativa entre los resultados obtenidos experimentalmente y mediante simulación numérica. Se discute la relajación de tensiones SPT y los valores de las tensiones iniciales y residuales son evaluadas. Se ha observado una muy buena aproximación numérica de los resultados de relajación de tensiones SPT y uniaxial. Finalmente, se presenta de manera general y resumida la round robin de SPT creep que está siendo realizada.

PALABRAS CLAVE: Small Punch Test, fluencia, Relajación de tensiones.

ABSTRACT

The paper is focused on summarizing the high temperature tensile, creep and stress relaxation small punch testing (SPT) of ferritic-martensitic steel P92. The relation of SPT results with conventional uniaxial tests results is presented. Two heats of the P92 steel with different heat treatment are compared in SPT creep. The FEM modeling of SPT creep setup is compared with experimental SPT results. The stress relaxation SPT is discussed and values of initial stress and residual stress were evaluated from the test. Very good agreement of the stress relaxation SPT, stress relaxation uniaxial test and numerical modeling is shown by their comparison. An overview of the ongoing round robin on creep SPT is briefly outlined.

KEYWORDS: Small Punch Test, Creep Rupture, Stress Relaxation

1. INTRODUCTION

Small punch tests (SPT) are using specimens of a thin disc shape prepared from a small amount of material that can be extracted directly from the surface of exposed parts without their damage. In these tests, a puncher penetrates through the disc specimen into a hole. The European Code of Practice of SPT has been released in 2007 [1].

Three principal variations of this test type seem to have a good potential for use at elevated temperatures.

First, the test in which the puncher penetrates through the disc at a given constant rate of deflection (i.e., central deflection measured in a direction perpendicular to the disc) and the necessary force is measured; this test is marked as CDR (constant deflection rate). It has certain analogy with the conventional tensile test.

Second, the CF test (constant force) is a test in which the puncher penetrates under constant load and the time dependence of the deflection is measured. This test is similar to a conventional creep test. Both tests are run up to the rupture of the disc.

Third, the CD test (constant deflection) is the analogy to stress relaxation testing at elevated temperatures. Basically, the specimen has to be loaded at a given deflection rate to a specific central deflection that conforms conditions of the membrane-stretching regime. The deflection of the disc is then held constant and the force relaxes as the elastic strain is replaced by inelastic creep strain. The force vs. time response during relaxation can be recalculated to stress vs. time response, differentiated and divided by elastic modulus to give the creep rate and finally its dependence on the stress.

As a rule, the puncher is a ceramic ball or a bar with a hemispherical tip. In application within the field of power- or thermal-generation industry, these tests should be performed at elevated temperatures and they should be conducted in a protective atmosphere (usually Argon). A scheme showing the punching arrangement applicable for all three test types is illustrated in Figure 1.



Figure 1. SPT setup, r = 1.25 mm, h = 0.5 mm, R = 0.2 mm, $d_1 = 8 \text{ mm}$, $d_2 = 4 \text{ mm}$.

The SPT has undergone in recent years a rapid development especially in experimental setups, introduction of notched specimens and the numerical modeling of SPT. Two detailed reviews on SPT and its modeling were published recently by Rouse et al. [2] and Abendroth and Soltysiak [3]. They show the usefulness of the numerical modeling using FEM, optimization algorithms and inverse analyses for a deeper understanding of the processes during several phases of the disc deformation up to its rupture.

Recently, two other types of the small punch test have emerged: (i) the tested discs are furnished with a precisely machined groove and their testing can then be compared with Charpy notch impact tests [4, 5] and (ii) the loading mechanism is adjusted and the acting force is oscillating [6]. In this way, the fatigue mechanisms and fatigue crack propagation can be studied.

2. MATERIALS AND PROCEDURES

Two different heats of P92 steel were studied by SPT:

i) P92 NT (normalized and tempered) forged experimental ring with the wall thickness of 82 mm manufactured by $\check{Z}\check{D}AS$ a.s. The chemical compositions are shown in Table 1. The P92 NT heat treatment consisted of normalization annealing (1060 °C/1 h) followed by tempering (760 °C/2 h/air).

ii) P92 RR (round robin) steam pipe outer diameter of 219.1 mm with wall thickness 22.2 mm, manuf. no. 40038698 made by Třinecké Železárny a.s. The P92 RR was in as received state after pipe manufacture.

The P92 NT disc specimens of 8 mm diameter were prepared from cylinders with axis oriented in radial direction. The cylinders were sliced in electro discharge machine to thickness of 1.1 mm and then ground on metallographic paper under water to thickness of 0.5 ± 0.005 mm. This procedure should prevent any changes in microstructure on the disc surface.

The P92 RR discs from as received pipe were prepared in laboratories of MMV Company, Ostrava, Czech Republic from a layer 2 to 3 mm under the pipe outer surface to simulate the sampling (scooping) process. The SPT-CDR was performed in the modified creep machine equipped with stepper motor that allows continual loading of the specimen. Selected deflection rate for CDR experiments was 0.25 mm/min. The P92 NT steel was tested at RT and elevated temperatures 500 °C and 600 °C. The SPT-CF and SPT-CD of P92 NT were performed in the same creep

Table 1. Chemical composition of P92 steels

Wt %	С	Mn	Si	Р	S
P92 NT	0.09	0.50	0.34	0.019	0.003
P92 RR	0.12	0.53	0.24	0.012	0.009
Wt %	Cr	Ni	Мо	V	W
P92 NT	8.85	0.31	0.50	0.21	1.90
P92 RR	8.56	0.13	0.43	0.19	1.63
Wt %	Nb	Al	Ν	В	Cu
P92 NT	0.084	0.008	0.0595	0.004	-
P92 RR	0.005	0.009	0.0450	-	0.050

3. RESULTS AND DISCUSSION

3.1. Constant deflection rate SPT

machine at 600 °C.

A typical relation between load and deflection for ductile metals is shown in Figure 2. It can be divided to several parts [3]. Part I is mainly defined by the elastic material properties, part II represents transition between elastic and plastic material behavior, part III shows the hardening properties up to part IV, where geometrical softening and damage occurs, in part V the penetration of the specimen occurs and part VI represents the remaining force needed to push the puncher through the already ruptured specimen.



Figure 2. Typical SPT load-deflection diagram, the dashed area serves to determining of the SP energy E_{SP} .

The SPT-CDR load-deflection curves of three P92 NT specimens at three selected temperatures 20 °C, 500 °C and 600 °C are shown in Figure 3.



Figure 3. SPT curves for P92 NT steel at 20, 500 and 600 °C.

For better clarity the empirical relations are written with the same nomenclature:

 R_e^{SPT} yield strength obtained by SPT, [MPa];

 R_m^{SPT} ultimate strength obtained by SPT, [MPa];

 F_{e} force at yield defined as transition between the linear and plastic bending of the disc, [N];

 $F_{\rm m}$ maximum force during the SPT, [N];

h specimen height (thickness), [mm];

 $u_{\rm m}$ deflection of the disc at $F_{\rm m}$, [mm].

We can compare suitability of empirical relations published by:

García et al. [7]

$$R_e^{SPT} = 0.35 \left(\frac{F_e}{h^2}\right) \tag{1}$$

$$R_m^{SPT} = 0.084 \left(\frac{F_m}{h^2}\right) \tag{2}$$

and Purmenský and Matocha [8]

$$R_e^{SPT} = 1.67F_e - 5.6; h = 0.5 \text{ mm}$$

(3)

$$R_m^{SPT} = 0.35 \, \left(\frac{F_m}{u_m \cdot h}\right) + 23 \tag{4}$$

for studied P92 NT steel.

With help of these empirical formulas we can estimate the yield and ultimate strength from measured values of SPT forces F_e and F_m , specimen thickness h, deflection u_m at maximum force F_m for both materials at experimental temperatures. Resulting values were statistically treated by definition of the mean value and standard deviation and are compared in Tables 2 and 3 with good agreement.

The SPT energy E_{SP} shown in Table 4 was determined by integration of the force-deflection curve up to the displacement at onset of fracture u_{f} , which is defined as the punch displacement at 20% load drop after maximum load $F_f = 0.8 F_m$ [1]:

$$E_{SP} = \int_{0}^{u_f} F(u) du$$
(5)

Table 2. Comparison of yield strength determined by tensile test and SPT (using offset method) of P92 NT steel

T [°C]	Tensile test R _{p0.2} [MPa]	Garcia et al. <i>R</i> e ^{SPT} [MPa]	Purmenský et al. <i>R</i> e ^{SPT} [MPa]
20	543±4	509±53	603±60
500	408±5	314±37	368±42
600	369±2	286±7	335±9

 Table 3. Comparison of ultimate strength determined by tensile test and SPT of P92 NT steel

T [°C]	Tensile test R _m [MPa]	García et al. <i>R</i> m ^{SPT} [MPa]	Purmenský et al. <i>R</i> m ^{SPT} [MPa]
20	701±4	658±11	804±27
500	528±12	441±4	577±12
600	420±14	330±5	422±7

Table 4. Average values of SP energies of P92 NT steel

$T[^{\circ}C]$	avg. E _{SP} [J]
20	2.39
500	1.41
600	1.32

3.2. Constant force SPT

The SPT-CF results can be directly related with conventional creep results. Studies on various types of materials confirmed simple relationship:

$$F = \Psi \cdot \sigma \tag{6}$$

where F is applied force, σ is applied stress and Ψ is parameter that relates the force with stress for the same time to rupture in both types of creep tests.

From the Chakrabarty membrane theory [1]:

$$F/\sigma = \Psi = 3.33 \ k_{\rm SP} \cdot r_2^{-0.2} \cdot r^{1.2} \cdot h_0 \qquad (7)$$

where: $r_2 = 2$ mm is the radius of the lower die hole, r = 1.25 mm is the punch radius and $h_0 = 0.5$ mm is the

initial thickness of the disc and k_{SP} is material parameter, see [1].

The relation for used test geometry is then:

$$\Psi = 1.895 k_{\rm SP}$$
 (8)

The value of Ψ can appear as constant for some materials in relatively wide range of SPT forces/stress and narrow range of temperatures as presented by Milička and Dobeš in extensive study of P91 steel [9]. The comparison of SPT force with uniaxial stress vs. time to rupture for P92 NT steel is shown in Figure 4. The dependence of the factor Ψ on uniaxial stress is in Figure 5.



Figure 4. Comparison of creep stress and SPT force at identical time to rupture of P92 NT steel.



Figure 5. Factor $\Psi = F/\sigma$ depending on applied stress obtained for identical time to rupture in creep tests and SPT of P92 NT steel.

The creep life extrapolation methods can be applied for SPT-CF in a similar way as for uniaxial tests. In several works it was demonstrated on steels [10, 11, 12] and

light alloys [13] that the Monkman-Grant relationship is valid for SPT-CF analogically as for the uniaxial test:

$$\log t_r + m_{SP} \log \dot{u}_{\min} = C_{SP}$$
(9)

where m_{SP} and C_{SP} are constants, t_{r} is time to rupture and \dot{u}_{\min} is the minimum deflection rate. Figure 6 shows the Monkman-Grant relation for P92 NT steel.



Dobeš and Milička have compared the applicability of various creep life extrapolation methods on the SPT-CF results for P91 steel in [14]. Similar approach was proved by Komazaki et al. on steels [11], Jeffs et al. on CMSX-4 singlecrystals [15] and Andrés et al. on light alloys [16].

A detailed look at the SPT-CF curves and the deflection rate curves can indicate some important information that can be missed from the overall results summary usually represented by time to rupture or minimum deflection rate.

Examples of the SPT-CF curves for P92 NT and P92 RR steels are shown in Figure 7. There is notable difference in the plastic deformation immediately after loading of the discs. The P92 RR disc deforms less and reaches quickly lower deflection rate than P92 NT as shown in Figure 8. This can be attributed to higher yield strength of the as received P92 RR steel compare to normalized and tempered P92 NT steel. However, after half of specimen life, at deflection of about 1.1 mm (see Figure 9), a rapid stepped increase of the deflection rate of P92 RR disc by nearly one order has occurred. This is most probably by initiation of cracking, but will need to be verified by interrupted tests. Such increase of the deflection rate despite its later stabilization for some time has caused earlier rupture of the P92 RR compare to P92 NT disc.



Figure 7. Comparison of two SPT-CF curves at F = 500 N, T = 600 °C.



Figure 8. Comparison of two SPT-CF deflection rate curves at F = 500 N, T = 600 °C.



Figure 9. Comparison of two SPT-CF deflection rate vs. deflection curves at F = 500 N, T = 600 °C.

Two typical situations occur after the SPT-CF of ductile materials with ceramic ball from Frialit® F99.7:

a) specimen cap detaches completely and stays attached on the ceramic ball (typical for longer-term tests over 1000 h or for tests of weld metals), see Figure 10. b) specimen stays with cap partly attached and the ball is detached (typical for short term tests - up to 1000 h), see Figure 11.



Figure 10. P92 RR specimen tested at F = 500 N, T = 600 °C.



Figure 11. P92 NT specimen tested at F = 500 N, $T = 600 \text{ }^{\circ}\text{C}$.

The measurement of the cap diameter on specimens from both steels tested at the same conditions (F =500N, T = 600 °C) showed a notable difference. The P92 NT cap had average diameter 2.10 mm while P92 RR had average diameter of cap only 1.82 mm. This is in good agreement with the fact that cracking of the disc from less ductile P92 RR steel occurred at lower deflection. Figure 10 shows also small radial cracks which can be indication of exhaustion of plasticity at the final stage of the SPT-CF test when the puncher fully penetrates the specimen.

The FE model described elsewhere [17, 18] was used with the Norton constitutive relationship to describe the SPT-CF test of P92 NT steel:

$$\dot{\varepsilon}_{cr} = B\sigma^n \tag{10}$$

The parameter B and stress exponent n were obtained by linear regression from the uniaxial creep data.

The comparison of computed SPT-CF curves with different values of the friction coefficient f on the contact surfaces with the experimental curve at F = 500 N at 600 °C is shown in Figure 12. It is possible to see, that the friction has significant impact on the steady state part and time to rupture of the computed curves. The time to rupture in the computation is given by effect of geometrical softening only.

Figure 13 shows the comparison of SPT-CF experimental curve at F = 500 N at 600 °C with FEM computed curves by two different releases (10.0 vs. 16.2) of FE system ANSYS. There were notable differences in the convergence speed of the nonlinear solution (release 10.0 needed lower number iterations compared to 16.2) and the tertiary parts of the curves slightly differ.



Figure 12. Comparison of P92 NT SPT-CF experimental curve at F = 500 N, $T = 600 \text{ }^{\circ}\text{C}$ with FEM computed curves with various friction coefficients.



Figure 13. Comparison of P92 NT SPT-CF experimental curve at F = 500 N, T = 600 °C with FEM computed curves by two different releases (10.0 vs. 16.2) of FE system ANSYS.

3.3. Constant displacement SPT

The SPT-CD was done on disc from P92 NT steel at 600 °C. The specimen was deformed to a deflection $u_{\rm R}$ = 1.53 mm that produced the initial force $F_{\rm R}$ = 921 N. The recording of the test provided force-time relation.

The same dependence was obtained from uniaxial tensile relaxation test.

It is possible to determine the initial relaxation force F_{R} , residual force F_{RZ} and the force drop ΔF during the time that is needed for stabilization of the force. The values for SPT-CD and uniaxial relaxation test are shown in Table 5. The conversion of force to stress in uniaxial test is done by dividing the force by the specimen cross section. In relaxation test we can use the parameter Ψ that was found from the relation of creep tests on standard specimens vs. small punch specimens in Figure 4.

The factor $\Psi \cong 3.1$ N/MPa can be determined from Figure 5 for P92 NT steel and stress 300 MPa. The relaxation curves converted to stress are shown is Figures 14 and 15. Figure 14 shows whole test duration of 5 h and Figure 15 the first 1000 s where it is possible to see in more detail the loading stage and initial drop of stress. The values of forces converted to stress values of initial stress R_R and residual stress R_{RZ} are summarized in Table 6. There is very good agreement between results of both tests.



Figure 14. Stress relaxation diagram of P92 NT steel at 600 °C for uniaxial test and SPT-CD.



Figure 15. Stress relaxation diagram of P92 NT steel at 600 °C for uniaxial tensile test and SPT-CD, initial 1000 s.

Test	$F_{\rm R}$ [N]	$F_{\rm RZ}$ [N]	ΔF [N]	ΔF [%]	t _R [h]
SPT-CD	921.0	420.7	500.3	54.3	5.1
Uniaxial	5860.0	2682.1	3177.9	54.2	4.9

Table 5. Force characteristics of SPT-CD and uniaxial stress relaxation test of P92 NT

 Table 6. Stress characteristics of SPT-CD and uniaxial stress relaxation test of P92 NT

Relaxation test	$R_{\rm R}$ [MPa]	R _{RZ} [MPa]	ΔR [MPa]	ΔR [%]	t _R [h]
SPT-CD	297.1	135.7	161.4	54.3	5.1
Uniaxial	298.5	136.6	161.9	54.2	4.9

The FE model of the SPT [17, 18] was modified to simulate the relaxation experiment. Strain hardening constitutive model was applied:

$$\dot{\varepsilon}_{cr} = A \sigma^n \varepsilon_{cr}^{\ B} \tag{11}$$

where the coefficient $A = 1.34 \times 10^{-43}$, n = 15.76 and B = 0.57 were taken from regression analysis of P92 NT uniaxial specimen creep test results. Figure 16 shows the force relaxation curve from the SPT-CD experiment and computed curve. Good agreement of the curves in the whole time span was reached. The force vs. time response during relaxation was then recalculated to stress vs. time response, differentiated by time and divided by the elastic modulus to give the creep rate and finally its dependence on the stress. Figure 17 compares the creep strain rates obtained by SPT-CD, conventional creep test and the FE calculation with very good agreement.



Figure 16. SPT-CD force relaxation, comparison of test and FEM curves.



Figure 17. P92 NT steel plastic strain rate dependence on stress: SPT-CD, creep tests and SPT-CD FEM results.

4. SPT ROUND ROBIN

The round robin on i) tensile and fracture SPT-CDR, ii) creep SPT-CF and iii) numerical modeling of SPT with the aim of European standardization of SPT for material testing has started in 2015. The coordination of the whole process is done by JRC Petten. The aim is to perform test in several laboratories at various test rigs on the same material ensuring the reproducibility of the results. Many aspects of the testing conditions, such as specimen clamping force, punch (ball) material, testing temperatures and forces among others have been discussed. The P92 ferritic-martensitic steel has been selected as a representative of heat resistant, high strength creep ductile materials. The examples of the SPT-CF data measured at IPM at three selected test temperatures are presented. Figure 18 shows the rupture time depending on the SPT force and temperature. In Figure 19 the minimum deflection rate dependence on the SPT force is shown. Tests at 625 °C are still ongoing.



Figure 18. P92 RR rupture time dependence on the SPT force and temperature.



Figure 19. P92 RR minimum deflection rate dependence on the SPT force and temperature.

5. CONCLUSIONS

Three possible SPT configurations are discussed and results on P92 steel are presented. It was demonstrated, that the SPT can be reliably used as flexible test for determining static and time-dependent material mechanical properties.

From the SPT-CDR tests we can conclude:

i) the yield and ultimate strength can be reliably estimated by SPT;

ii) the empirical formulae give reasonable results for basic mechanical properties estimation at room and elevated temperatures.

The SPT-CF can be related with the uniaxial creep tests with simple relationship. Extrapolation methods of creep life can be efficiently used for SPT results.

First attempts of performing SPT-CD on P92 steel give promising results and very good agreement with uniaxial stress relaxation test. Modeling of P92 SPT-CD by FEM using simple primary creep constitutive law shows reasonably comparable creep strain rates with both types of experiments.

ACKNOWLEDGEMENTS

Special thanks to Prof. Karel Matocha and Dr. Zdeněk Kuboň from Material and Metallurgical Research Company in Ostrava, Czech Republic for providing the experimental material and SPT specimens for the round robin test.

This work was partly accomplished in CEITEC -Central European Institute of Technology with research infrastructure supported by the project CZ.1.05/1.1.00/02.0068 financed from European Regional Development Fund.

REFERENCES

[1] CEN Workshop Agreement CWA 15627:2007, Small Punch Test Method for Metallic Materials, Dec. 2007.

[2] J.P. Rouse, F. Cortelino, W. Sun, T. H. Hyde, J. Shingledecker: Small punch creep testing: review on modelling and data interpretation, *Materials Science and Technology* **29**, 1328-1345, 2013.

[3] M. Abendroth, S. Soltysiak: Assessment of material properties by means of the small punch test, In: G.Hütter, L. Zybell (eds.): Recent trends in fracture and damage mechanics, Springer, Switzerland, 2016.

[4] I.I. Cuesta., C. Rodriquez, F.J. Belzunce, J.M. Alegre: Analysis of different techniques for obtaining pre-cracked/notched small punch test specimens, *Engineering Failure Analysis* **18**, 2282-2287, 2011.

[5] K. Turba, B. Gulcimen, Y. Z Li. et al.: Introduction of a new notched specimen geometry to determine fracture properties by small punch testing. *Engineering Fracture Mechanics* **78**, 2826-2833, 2011.

[6] M.L. Villarraga, A.A Edidin., M. Herr, S.M. Kurtz: Multiaxial Fatigue Behavior of Oxidized and Unoxidized UHMWPE During Cyclic Small Punch Testing at Body Temperature. Crosslinked and Thermally Treated Ultra-High Molecular Weight Polyethylene for Joint Replacements, ASTM STP 1445, S.M. Kurtz, R. Gsell, and J. Martell, Eds., ASTM International, West Conshohocken, PA, 2003.

[7] T.E. Garcia, C. Rodríguez, F.J. Belzunce, C. Suárez.: Estimation of the mechanical properties of metallic materials by means of the small punch test, *Journal of Alloys and Compounds* **582**, 708–717, 2014.

[8] J. Purmenský, K. Matocha: Zkoušení malých vzorků ve fyzikální metalurgii. In: Metal 2001 10th International Metallurgical and Materials Conference 15. - 17. 5. 2001, Ostrava, Czech Republic.

[9] K. Milička, F. Dobeš: Small punch testing of P91 steel, *International Journal of Pressure Vessels and Piping* **83** 625–634, 2006.

[10] F. Dobeš, K. Milička: On the Monkman-Grant relation for small punch test data, *Materials Science and Engineering A* **336**, 245-248, 2002.

[11] S. Komazaki, T. Nakata, T. Sugimoto 2, Y. Kohno: Creep Property Evaluation of Heat-Resistant Steels by Small Punch Creep Test, *Materials Science Forum* **539-543**, 4434-4439, 2007.

[12] B.J. Kim, I. Sohn, B. S. Lim: Relationship Between Small-punch Creep Test Data and Uniaxial Creep Test Data based on the Monkman–Grant Relation, *J. Korean Soc. Precis. Eng.* **30**, 809-814, 2013. [13] J.M. Alegre, I.I. Cuesta, M. Lorenzo: An extension of the Monkman-Grant model for the prediciton of the creep rupture time using small punch test, *Experimental Mechanics* **54**, 1441-1451, 2014.

[14] F. Dobeš, K. Milička: Application of creep small punch testing in assessment of creep lifetime, *Materials Science and Engineering A* **510–511**, 440–443, 2009.

[15] S.P. Jeffs, R.J. Lancaster, T.E. Garcia: Creep lifing methodologies applied to a single crystal superalloy by use of small scale test techniques, *Materials Science and Engineering A* **636**, 529–535, 2015.

[16] D. Andrés, R. Lacalle, J.A. Álvarez: Creep property evaluation of light alloys by means of the Small Punch test: Creep master curves, *Materials and Design* **96**, 122–130, 2016.

[17] P. Dymáček, K. Milička: Creep small-punch testing and its numerical simulations, *Materials Science and Engineering A* **510–511**, 444–449, 2009.

[18] P. Dymáček, S. Seitl, K. Milička, F. Dobeš: Influence of friction on stress and strain distributions in small punch creep test models, *Key Engineering Materials* **417-418**, 561-564, 2010.

MICROMECANISMOS DE FRACTURA EN LOS ACEROS: UNA HERRAMIENTA PARA EL DISEÑO DE NUEVAS COMPOSICIONES Y PROCESOS INDUSTRIALES

J.M. Rodriguez Ibabe1

¹Ceit y Tecnun (Universidad de Navarra) Paseo de Manuel Lardizabal, 15, 20018 Donostia-San Sebastián *E-mail: jmribabe@ceit.es

RESUMEN

En un elevado número de aplicaciones de los aceros, los requerimientos de resistencia mecánica, combinados con alta tenacidad o elevada conformabilidad en frío, han llevado a buscar composiciones y cambios en el proceso productivo capaces de responder a esas demandas. En ambos casos, los criterios que se están utilizando para introducir esos cambios se basan en analizar los micromecanismos controlantes de la fractura, bien dúctil o frágil, e intentar actuar sobre ellos. Dicho control se ha tornado más exhaustivo a medida que las exigencias de los usuarios han ido creciendo. En este contexto, se analizarán el caso de los aceros grados API así como el de algunos componentes para automoción.

PALABRAS CLAVE: Acero, micromecanismos de fractura, control microestructural.

ABSTRACT

In a high number of steel applications, the mechanical strength requirements, combined with high toughness or high cold formability, have led to define compositions and changes in the production process in order to answer those demands. In both cases, the criteria being used to introduce these changes are based on the analysis of micromechanisms responsible of the fracture process, ductile or brittle, and try to act on them. That control has become more comprehensive as to the requirements of the users have been growing. In this context, the paper will analyze several examples related to API grades as well as other applications involved in the automotive sector.

KEYWORDS: Steel, fracture micromechanisms, microstructure control.

1. INTRODUCCIÓN

Los micromecanismos que intervienen en los procesos de fractura de los metales, tanto en condiciones frágiles como dúctiles, han sido detalladamente analizados en la bibliografía internacional en las últimas décadas. Si bien hay aspectos bien definidos, otros requieren todavía de mejores aproximaciones. Independientemente de ello, hay que reconocer que los conocimientos adquiridos, relativos a su comprensión y evaluación, se han convertido en una herramienta para el diseño de nuevas composiciones químicas y procesos industriales. En este contexto, este artículo no pretende profundizar en los estudios de los micromecanismos que intervienen en los procesos de fractura, sino realizar una descripción de cómo éstos contribuyen a la definición de nuevos procesos y composiciones químicas.

En este trabajo se van a presentar diferentes ejemplos de cómo es posible avanzar en el desarrollo de nuevas calidades y rutas de procesado, teniendo en cuenta los factores que intervienen tanto en el inicio y propagación de la fractura frágil como en los procesos de fractura dúctil. Los casos analizados se referirán a aceros con diferentes aplicaciones y rutas de procesado.

En primer lugar, hay que considerar las tres etapas que definen el inicio y propagación de un proceso de rotura frágil, mostrados de forma esquemática en la figura 1. La fractura catastrófica de un elemento frágil, que puede ser un óxido, carburo o un constituyente frágil (isla MA martensita-austenita, por ejemplo), da origen a una microgrieta muy fina. Posteriormente, esta microgrieta, del tamaño de la partícula original, deberá atravesar las barreras partícula-matriz o matriz-matriz para que crezca de forma dinámica a través de los planos cristalográficos de clivaje {100} hasta provocar la rotura catastrófica del componente en cuestión. Siguiendo la aproximación de Griffith, diversos autores han utilizado la dependencia entre la tensión crítica de clivaje σ_c con el tamaño de la partícula a través de la siguiente expresión [1]:

$$\sigma_{\rm c} = (2E\gamma_{\rm s}/(\alpha d))^{0.5} \tag{1}$$

siendo *E* el módulo de Young, γ_s la energía específica de superficie, α una constante que depende de la forma de la microgrieta y *d* el tamaño de la misma. Si se consideran constantes el resto de los parámetros para una temperatura dada, la ecuación anterior proporciona una relación directa entre la tensión crítica de clivaje y $1/d^{0.5}$. En las siguientes barreras microestructurales se puede seguir utilizando la expresión anterior, si bien la energía específica de superficie estará relacionada con la barrera partícula-matriz o matriz-matriz y el tamaño de la microgrieta será aquél que venga definido por la correspondiente unidad microestructural.



Figura 1. Esquema mostrando los tres estadios de la propagación de rotura frágil por clivaje.

Con relación a la fractura dúctil, ésta se asocia a la nucleación, crecimiento y coalescencia de cavidades que se han podido formar durante la deformación plástica alrededor de partículas duras o indeformables. En este caso, además del estado triaxial de tensiones, la naturaleza de las partículas, su geometría y fracción volumétrica serán algunos de los aspectos a tener en cuenta.

A continuación se van a indicar diferentes ejemplos de cómo se está actuando en varios casos industriales para lograr incidir en alguna de las etapas de los procesos de fractura.

2. ACEROS DE TEMPLE Y REVENIDO: CARBUROS (FASE I)

El tratamiento de temple y revenido es una ruta adecuada para lograr aceros con excelentes combinaciones de resistencia y tenacidad. Sin embargo, cuando los requerimientos de resistencia mecánica exigen tratamientos de revenido a elevadas temperaturas (en el rango 500-600°C), surge el problema de la formación de carburos relativamente grandes situados en los antiguos bordes de los granos de austenita. En aquellos casos en los que se requieren tenacidades a muy bajas temperaturas (por ejemplo, grados API), la población de carburos situados en los bordes de grano se convierte en el detonante de la fractura frágil. Los parámetros microestructurales de la matriz suelen ser habitualmente muy finos, por lo que todas las actuaciones de mejora de la tenacidad residen en la modificación de los tamaños de los carburos groseros. Se trata, por lo tanto de un caso en el que la Fase I es la controlante de la fractura frágil.

Frente a los tratamientos térmicos de temple y revenido en hornos convencionales, en los últimos años se está extendiendo la utilización de sistemas de calentamiento por inducción que, para el caso de tubos y barras, presenta además ventajas de mayor homogeneidad geométrica. Este cambio se ha introducido en muchos casos simplemente por criterios de producción o, como indicaba anteriormente. por homogeneidad se dimensional. Sin embargo, el revenido por inducción cambios microestructurales puede introducir sustanciales que van a incidir en la geometría de los carburos y, en consecuencia en la tenacidad del acero.

En los hornos de inducción se pueden utilizar velocidades de calentamiento muy altas en comparación con las habituales en los hornos convencionales y a su vez, los tiempos de permanencia suelen ser muy cortos (unos segundos frente a la hora o más). Ello exige que las temperaturas que se seleccionan en el revenido por inducción sean superiores a las convencionales. En la figura 2 se muestra un ejemplo de cómo las condiciones de revenido influyen en la densidad de dislocaciones presente en la matriz del acero [2].



Figura 2. Efecto de la velocidad de calentamiento en la densidad de dislocaciones en una martensita revenida a 700°C [2].

Si se compara la situación de la martensita templada, se observa que tras un revenido convencional (1260 o 3600 s), independientemente de la velocidad de calentamiento en la rampa de subida, la densidad de las dislocaciones ha disminuido de forma notable. En cambio, recurriendo a las condiciones correspondientes a la inducción, en función de la velocidad de calentamiento, se puede lograr un amplio rango de densidad de dislocaciones. El resultado es que la precipitación de carburos comienza cuando todavía hay una alta densidad de dislocaciones (menor grado de restauración) y, en consecuencia, ésta es más copiosa y de menor tamaño, tal como se aprecia en la figura 3.



Figura 3. Evolución del número de carburos por μm^2 situados en bordes de alto ángulo (HAB) en función de la velocidad de calentamiento en el revenido para el caso de t = 2 s [2].

En la figura 4 se la representado la relación entre la dureza y $(d_{HAB})^{-0.5}$, siendo d_{HAB} el tamaño medio de los carburos situados en bordes de alto ángulo. Los resultados se han obtenido combinando un amplio rango de velocidades de calentamiento, tanto convencional como por inducción, con diversos periodos de permanencia a la temperatura de revenido.



Figura 4. Relación entre la dureza y $1/(d_{HAB})^{0.5}$ (d_{HAB}: tamaño medio de carburos situados en bordes de alto ángulo) [2].

Se observa que hay tres comportamientos. En la Región I, donde se mantiene la dureza constante, es posible lograr un incremento del orden de un ~30% en la tensión crítica de clivaje mediante el afino de los carburos. En la Región II, que corresponde a velocidades de calentamiento $\geq 10^{\circ}$ C/s combinadas con tiempos de revenido ≥ 2 s o a bajas velocidades de calentamiento (1°C/s) combinadas con tiempos ≤ 155 s, mientras que la dureza disminuye de 370 a 285 HV,

tiene lugar una disminución del 30% en la tensión crítica de clivaje debido al engrosamiento de los carburos. Finalmente en la Región III hay una drástica disminución de la dureza sin apenas incidencia en el posible comportamiento frágil del acero.

En resumen, hoy en día, mediante diseños adecuados de los ciclos térmicos asociados a los tratamientos de revenido, es posible afinar de forma importante el tamaño de los carburos situados en los antiguos bordes de los granos de la austenita y que son los detonantes de la fractura frágil en condiciones de bajas temperaturas.

3. LAMINACIÓN TERMOMECÁNICA DE PLANCHONES DELGADOS: GRANOS HETEROGÉNEOS (FASES II Y III)

La laminación directa de planchones delgados (TSDR) presenta unos notables retos tecnológicos cuando se requieren combinaciones de alta resistencia y tenacidad con espesores de chapa superiores a los 8-10 mm. En esta ruta, el planchón de partida, de un espesor de 50-70 mm, se lamina directamente de la colada continua sin sufrir ninguna transformación ni afino microestructural. El resultado es que, a la entrada del tren de acabado, el grano de austenita posee unos valores medios comprendidos entre 800-1000 µm, con granos aislados con tamaños superiores a los 2 mm. En cambio, en la ruta convencional, donde el planchón se transforma dos veces al enfriar y recalentar antes de laminar, a la entrada de las cajas acabadoras el grano austenítico medio se suele situar en el intervalo de 50-60 µm (véase el esquema de la figura 4). Ese mayor grano de austenita, junto con una menor reducción total, complica de forma notable el poder alcanzar unas microestructuras finales finas y homogéneas. En este caso, la heterogeneidad microestructural de la matriz (Fases II y III) es la controlante de la fractura frágil.



Figura 4. Comparación entre la ruta convencional de laminación a partir de planchones gruesos y la laminación directa de planchones delgados [3].

A medida que se requieren valores de resistencia mecánica más elevados, se recurre a incrementar el contenido de elementos microaleantes (Nb,V, Ti) en el acero. Ello dificulta el afino de la microestructura y, en ocasiones, es posible identificar heterogeneidades en productos finales como las indicadas en las figuras 5 y 6 [4] que ocasionan una pérdida notable de la tenacidad.



Figura 5. Identificación mediante EBSD de unidades cristalográficas > 80 μ m en una chapa de 12 mm de espesor producida siguiendo la ruta TSDR.

El elevado número de variables que intervienen en la homogeneización y afino de la microestructura ha llevado al desarrollo de modelos microestructurales específicos adaptados a esta tecnología. Un ejemplo es el modelo MicroSim[®] [4], en el que se analiza cómo afecta cada pasada de laminación a la distribución de tamaños de grano de austenita (no sólo a los valores medios). De esta forma, variables tales como la composición química, la temperatura y la deformación aplicada en cada pasada, son evaluadas de forma específica para lograr evitar al máximo situaciones como las descritas en las figuras 5 y 6.



Figura 6. Facetas de gran tamaño localizadas en el mismo acero de la figura 5.

Los modelos de evolución microestructural pueden ser complementados con análisis basados en un carácter más mecánico. Por ejemplo, recientemente se ha propuesto que una modificación en el reparto de deformaciones entre las dos primeras cajas de laminación contribuve reducción а la de heterogeneidades en la zona central de la chapa [5]. Dicho efecto estaría relacionado con que el reparto de deformación no es uniforme a lo largo de espesor, de forma que en la zona central la deformación aplicada es sensiblemente inferior a la nominal. En la figura 7 se

muestra un ejemplo de cómo se reduce la heterogeneidad, medida como $D_{10\%}$ tamaño de grano de austenita que define el 10% de granos más gruesos en la cola de la distribución. En este caso, el estudio se ha realizado combinando un análisis mediante FE con el modelo MicroSim®. Un cambio en las reducciones de las dos primeras cajas del 37%-31% al 31%-37% supone una disminución de un 19% en la heterogeneidad microestructural al final de la laminación en la zona central de la chapa. Esta predicción de una mayor homogeneidad se ha contrastado experimentalmente implementando el cambio en producción industrial [6].



Figura 7. Efecto del cambio en las secuencias de laminación de las dos primeras cajas (37%-31%) de reducción o 31%-37%) en el tamaño de granos grandes que representan un 10% de la fracción en área [5].

Hay que tener en cuenta que una distribución de granos austeníticos heterogéneos se reproduce, en gran medida, en la microestructura final a temperatura ambiente.

4. GRADOS API (X70): MICROTEXTURA (FASE III)

La producción de aceros API sigue la tendencia marcada en las dos últimas décadas de incremento del límite elástico combinado con espesores de tubo cada vez mayores. Mientras que hace unos años, lo habitual en Europa eran las calidades X60, hoy en día se observa una demanda cada vez mayor de grados X70 y X80. En esos casos es necesario actuar sobre las tres fases del proceso de la fractura frágil indicadas en la figura 1. Por ejemplo, ello ha llevado a una limpieza inclusionaria extrema y a una reducción importante del contenido en carbono del acero con objeto de reducir al máximo la presencia de cementitas [7]. Sin embargo, la presencia de partículas frágiles, tales como nitruros (TiN) u óxidos, e islas MA (martensita-austenita) sigue siendo un serio problema que favorece el inicio de la rotura frágil (véase un ejemplo de la figura 8). En consecuencia, la actuación sobre la microestructura de la matriz (que habitualmente es multifase con ferrita no poligonal, ferrita acicular y diferentes tipos de bainita) se convierte en un objetivo prioritario, es decir, la Fase III del proceso de fractura frágil.



Figura 8. Inicio de fractura frágil originado por un óxido combinado con una isla MA [8].

En el esquema de la figura 9 se resumen los orígenes de procesos de fractura frágil, tanto en la región completamente frágil como en la transición dúctil-frágil detectada en algunos grados API, señalándose también en qué partes del proceso industrial habría que actuar para mejorar la tenacidad del material. En el rango de temperaturas correspondiente a la transición dúctilfrágil, además del típico inicio frágil señalado en la figura 1, es bastante habitual observar grietas perpendiculares al plano principal de fractura (splits). Del extremo de estas grietas o hendiduras surge el inicio de la fractura frágil. Un ejemplo se muestra en la figura 10. Si se realiza un corte transversal, se observa que la grieta tiene un origen frágil aunque en el tramo final cuando aflora al plano principal de fractura la propagación ha sido dúctil (figura 11).



Figura 9. Esquema mostrando diferentes orígenes de inicio de fractura frágil en acero grados API.

Este comportamiento ha sido reportado en numerosas ocasiones, es motivo de disminución de la tenacidad y se asocia a varias posibles causas. Entre ellas se citan la textura, el bandeado e inclusiones [9]. En el caso de las figuras anteriores [4], se relacionó con un bandeado combinado con diferencias de microtextura a ambos lados de la hendidura. Su origen, probablemente estaría relacionado con una finalización de la laminación en el rango mixto de granos recristalizados y no recristalizados de la austenita. Tal como se indica en la figura 9, habría que actuar en diferentes etapas del proceso de producción del acero.



Figura 10. Inicio de la fractura frágil a partir de un "split" formado en una muestra ensayada a -50°C [4].



Figura 11. Corte transversal de la superficie de fractura de la figura 10.

5. ACEROS CON NANOPRECIPITADOS

En los últimos tiempos hay una tendencia a alcanzar la resistencia mecánica de algunos aceros sin tener que recurrir a la utilización de segundas fases duras (por ejemplo, cementitas o martensitas). Uno de los motivos es que estas segundas fases, como ocurre por ejemplo en los aceros duales, no tienen un buen comportamiento en

operaciones tales como el ensanchamiento de orifico ("hole expansión"), aspecto muy importante para algunos requerimientos del sector del automóvil. El motivo sería que a partir de esas fases duras, bien por decohesión o por su fractura, se acelerarían los procesos de propagación de grietas de carácter dúctil. Como alternativa, se han propuesto aceros monofásicos de matriz ferrítica en los que la resistencia, que no proporcionan las fases adicionales, se alcanza mediante una precipitación muy fina [10]. Esta precipitación debe ser más fina que la que se logra habitualmente y ello se consigue a través de partículas de TiC modificadas con Mo. Con ello, además se logra una matriz totalmente homogénea en la que prácticamente no existen constituyentes microestructurales duros que favorezcan el inicio del daño dúctil.

Estos logros han promovido el desarrollo de aceros Gr 700 MPa para aplicaciones estructurales en los que también hay importantes exigencias de tenacidad a baja temperatura. En este caso, además de Ti y Mo, los aceros llevan Nb para lograr un mayor afino microestructural de la matriz ferrítica. Un ejemplo se muestra en la figura 12.



Figura 12. Microestructura ferrítica reforzada con partículas de TiC superando los 700 MPa de límite elástico (acero microaleado con Nb-Ti y Mo).

Se trata, en resumen, de un caso en que el por motivos de retardar la aparición de grietas durante el procesado del acero, se ha desarrollado y promovido la utilización de un nuevo grado de acero.

6. COMENTARIOS FINALES

En los ejemplos anteriores se han expuesto diferentes casos en los que la mecánica de la fractura ha proporcionado, a través de la interpretación de los parámetros controlantes de la rotura, herramientas para poder diseñar mejor tanto composiciones químicas como parámetros de procesado de los aceros. Se puede considerar, por lo tanto, a la mecánica de la fractura como una de las "fuerzas impulsoras" en la innovación de las aleaciones férreas.

REFERENCIAS

[1] P. Bowen, S.G. Druce y J.F. Knott, Micromechanical modelling of fracture toughness, *Acta Met.* **35**, 1735-1746, 1987.

[2] C. Revilla, B, López y J.M. Rodriguez-Ibabe, Carbide size refinement by controlling the heating rate during induction tempering in a low alloy steel, *Mater*. *Design* **62**, 296–304, 2014.

[3] B. López y J.M. Rodriguez Ibabe, Metallurgical aspects affecting thermomechanical processing of Ti based microalloyed steels, *Thermec Conf.*, 2016, Graz.

[4] D. Jorge-Badiola, P. Uranga, C.-P. Reip y J.M. Rodriguez Ibabe, Analysis of the mechanisms triggering brittle process in the ductile-brittle regime in HSLA steels, *MST Conf.*, Columbus (USA), 685-692, 2015.

[5] B. Pereda, P. Uranga, B. López, J.M. Rodriguez-Ibabe, D. Stalheim, R. Barbosa y M. A. Rebellato, Through-thickness homogenization in thin slab direct rolling of Nb microalloyed steels, *HSLA Steels 2015*, *Microalloying 2015 & Offshore Engineering Steels 2015*, TMS09-315, 2015.

[6] V. Kendrick, B. Frye, J. McClure, M. Holtman y D. G. Stalheim, Development of API Grade Steel with Improved Toughness on a Compact Strip Production (CSP) line, *Int. Pipeline Conf. IPC2014*, paper n. IPC2014-33268.

[7] J. Malcolm Gray y F. Siciliano, High Strength Microalloyed Linepipe: Half a Century of Evolution, *Int. Symp. on Nb-bearing Steel Technology Development in China for the 30th Anniversary Celebration*, TCSM, 20-45, 2009.

[8] D. Jorge-Badiola, C.-P. Reip y J.M. Rodriguez Ibabe, Microstructural features intervening in brittle processes in microalloyed high strength steels, *MST Conf.*, Pittsburgh, 1421-1428, 2014.

[9] M.S. Joo, D.-W. Suh, J.H. Bae y H.K.D.H. Bhadeshia, Role of delamination and crystallography on anisotropy of Charpy toughness in API-X80 steel", *Mater. Sci. Eng.* **A546**, 314–322, 2012.

[10] Y. Funakawa, T. Shiozaki, K. Tomita, T. Yamamoto y E. Maeda, Development of High Strength Hot-rolled Sheet Steel Consisting of Ferrite and Nanometer-sized Carbides, *ISLJ Int.* **44**, 1945–1951, 2004.

COMUNICACIONES

POR TEMAS

Presentaciones Orales y Mini-presentaciones

Aplicaciones y casos prácticos

ANÁLISIS NUMÉRICO DEL EFECTO DE LA PROTECCIÓN DE MANDÍBULA Y VISOR EN UN CASCO DE COMBATE ANTE CARGAS EXPLOSIVAS

J.A. Loya^{1*}, M. Rodríguez-Millán², L.B Tan³, K.M. Tse^{3,4}, H.P. Lee³, M.H. Miguélez²

¹Dpto. de Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras (Universidad Carlos III de Madrid) Avda. de la Universidad 30, 28911, Leganés, Madrid, España ^{*}E-mail: <u>jloya@ing.uc3m.es</u> ²Dpto. de Ingeniería Mecánica (Universidad Carlos III de Madrid)

Avda. de la Universidad 30, 28911, Leganés, Madrid, España ³Dpto. de Ingeniería Mecánica (Universidad Nacional de Singapur) 8 Engineering Drive 1, 117576, Singapur. ⁴Dpto. de Ingeniería Mecánica (Universidad Nacional de Melbourne) Parkville, VIC 3010, Australia

RESUMEN

En este trabajo, utilizando un código comercial de elementos finitos, se ha realizado un análisis numérico de la influencia de los distintos elementos que conforman una protección personal de la cabeza (casco de combate) ante una amenaza explosiva. El estudio, que incluye la modelización completa del casco y un modelo real de cabeza, permite determinar distintos valores de daño a partir de la presión intracraneal y posible fractura craneal producidos por la onda de choque. Los resultados obtenidos permiten constatar que el desarrollo de la protección personal de la cabeza cumple con su principal requisito de minimizar el efecto de las presiones y fractura en el cráneo. Sin embargo, debido a su configuración modular, las distintas configuraciones pueden ocasionar daños cerebrales y fractura craneal en el usuario.

PALABRAS CLAVE: Explosión; ABAQUS; casco de combate; cabeza humana

ABSTRACT

This paper presents a numerical investigation of the head response accruing to blast loads on helmet protective systems. The study, in addition to the complete modeling of the helmet, includes a human head model that allows to obtain different values of damage from the skull fracture and intracranial pressure under blast wave produced by an explosion. The obtained results confirm that the development of the personal protection of the head satisfies the main requirement to minimize the effect of the pressure and skull fracture. However, the individual use of auxiliary components involves brain injure and skull fracture on the user.

KEYWORDS: Blast, ABAQUS, Combat helmet, human head

1. INTRODUCCIÓN

La mejora de las protecciones personales frente a amenazas balísticas y explosivas tiene un interés indudable para los usuarios de las mismas: Fuerzas y Cuerpos de Seguridad del Estado (FFCCSSEE) y Fuerzas Armadas (FFAA). Se trata de un tema estratégico y de gran actualidad, como queda patente debido a los últimos actos terroristas en Europa que han implicado el uso de armas habituales en escenarios bélicos [1]. Por otra parte, el elevado número de conflictos internacionales ha incrementado el número de combatientes afectados por heridas de guerra [2].

Todo ello indica la necesidad real de mejorar los sistemas de protección personales de los cuerpos policiales y de defensa. Las protecciones personales deben cumplir unos requisitos de ergonomía, ligereza y minimización del daño personal provocado por la amenaza; y se espera que se incremente la demanda de este tipo de protecciones, hasta ahora utilizadas en operaciones concretas, convirtiéndose en habituales en todo tipo de servicios que hasta ahora se estimaban como de bajo riesgo.

En este trabajo se ha analizado el comportamiento de un casco modular de combate (casco, protección de mandíbula y visera) según sus distintas configuraciones, ante una amenaza explosiva. Para ello, se ha empleado el criterio de presión intracraneal para identificar el traumatismo craneoencefálico (TCE) que establece que a una presión de 235kPa se producen graves lesiones [3].

2. MODELO DE ELEMENTOS FINITOS

El casco de combate analizado corresponde al modelo Advance Combat Helmet (ACH), desarrollado en KevlarTM

(Dupont, Carolina del Sur, USA), usado por fuerzas de seguridad y de defensa en diferentes países. Este casco incluye un sistema de amortiguamiento, formado por espumas situadas internamente en las zonas frontal, lateral, superior y trasera, y puede mejorar su nivel de protección con el uso adicional de elementos individuales, como una visera transparente y una protección de mandíbula.

Con el fin de analizar la mejora, desde el punto de vista de la protección al individuo, que aporta el uso de estos elementos adicionales de protección ante una explosión, se ha analizado su comportamiento mediante el código comercial de elementos finitos ABAQUS/Explicit.

En la Figura 1(a) se muestra el casco de combate desarrollado por la armada de los Estados Unidos de América en el programa HEaDS-UP, junto al modelo completo propuesto en esta misma dirección (Figura 1(b)).



(a) casco de combate del programa HEaDS-UP



(b) modelo numérico utilizado

Figura 1. Comparación entre casco de combate y posible modelo numérico adaptado.

La Figura 2 muestra las distintas partes que forman la protección completa: casco, espumas interiores, protección de mandíbula y visera.



Figura 2. Representación de las distintas partes del modelo numérico. a) Casco de combate ACH, b) Espumas interiores, c) Protección de mandíbula, d) Visera

El modelo de la cabeza incluye el cráneo, el cartílago nasal, el cerebro (materia blanca, materia gris, pendéculo) y el sistema ventricular (dos ventrículos laterales, tercer ventrículo y cuarto ventrículo) [4], tal y como se esquematiza en la siguiente figura,



Figura 3. Representación esquemática de la cabeza [4]

Además, incluye algunos detalles tales como: senos frontal, esfenoidales y maxilares, así como el líquido cefalorraquídeo. El modelo de cabeza completa consta de 327536 nodos y 1337903 elementos tetraédricos lineales (Tabla 1), y representa una cabeza humana de 4.73 kg.

Commonstan	Nº	de
Componentes	elementos	
Tronco encefálico		6104
Pendéculo cerebral		1762
Cerebelo		21727
Líquido	1	C19C1
cefalorraquídeo	164864	
Materia gris	4	36917
Cartílago Lateral		2874
Cartílago nasal		3578
Hueso del cráneo	1	30482
Tejido blando	2	253894
Ventrículos		36776
Materia blanca	2	278925
Total:	13	337903

Tabla 1. Componentes del modelo numérico de la cabeza y número de elementos de cada componente

3. DESCRIPCIÓN DE LOS MATERIALES.

3.1. Materiales del casco de combate

El casco de combate ACH está fabricado en material compuesto reforzado con aramida, cuyas propiedades mecánicas dependen de la dirección de dichas fibras, cuyas propiedades mecánicas se muestran en la Tabla 2 [4]. El comportamiento del material se ha considerado elástico lineal hasta el fallo

E ₁ (GPa)	E ₂ (GPa)	E ₃ (GPa)
18.5	18.0	4.5

G ₁₂ (GPa)	G ₁₃ (GPa)	G ₂₃ (GPa)
0.77	2.6	2.6
v ₁₃	V ₂₃	$\rho(kg/m^3)$
0.33	0.33	1230

Tabla 2. Propiedades mecánicas de la fibra de aramida Kevlar-29 [4].

Es importante tener en cuenta los distintos mecanismos de fallos que pueden darse en los materiales compuestos: fallo interlaminar y fallo intralaminar. Para tener en cuenta estos mecanismos, se ha implementado el criterio de fallo de Hashin [5] (ver Tabla 3) en una subrutina usuario tipo VUMAT.

Modo de Fallo	Formulación criterio de Hashin
fibras	$d_{1t} = \left(\frac{\sigma_{11}}{X_{1T}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{S_{12}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{13}}{S_{13}}\right)^2$
$(\sigma_{11}; \sigma_{22} > 0)$	$d_{2t} = \left(\frac{\sigma_{22}}{X_{2T}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{S_{12}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{23}}{S_{23}}\right)^2$
Compresión Fibras	$d_{1C} = \left(\frac{\sigma_{11}}{X_{1C}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{S_{12}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{13}}{S_{13}}\right)^2$
$(\boldsymbol{\sigma}_{11}; \boldsymbol{\sigma}_{22} < 0)$	$d_{2C} = \left(\frac{\sigma_{22}}{X_{2C}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{S_{12}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{23}}{S_{23}}\right)^2$
Tracción Matriz (σ₃₃ > 0)	$d_{mt} = \left(\frac{\sigma_{33}}{X_{3T}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{13}}{S_{13}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{23}}{S_{23}}\right)^2$
Compresión Matriz (\sigma ₃₃ < 0)	$d_{mt} = \left(\frac{\sigma_{33}}{X_{3C}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{13}}{S_{13}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{23}}{S_{23}}\right)^2$

Tabla 3. Formulación del criterio de fallo de Hashin [5]

Los valores de los parámetros del criterio de Hashin que se han utilizado se han obtenido de la literatura científica [4] (Tabla 4).

X1 _T	X1 _C
555	555
X2 _T	X2 _C
555	555
X3 _T	X3 _C
1050	1050
S ₁₂	S ₁₃
77	1060
S ₂₃	
1086	

Tabla 4. Propiedades resistivas del msterial compuesto reforzado con fibra de aramida Kevlar-29[4] (en MPa).

La modelización numéricas de las espumas interiores del casco se han realizado mediante el modelo Low density Foam, implementado en ABAQUS, con las propiedades obtenidas en [4]. En el caso de la visera de policarbonato, su comportamiento mecánico se ha modelizado según [6].
3.2. Materiales de la cabeza humana

La modelización mecánica de la cabeza es compleja debido a la diversidad de componentes que constituyen la cabeza humana. El comportamiento mecánica de las distintas partes de la cabeza, se ha realizado mediante una combinación entre modelos viscoelásticos (Eq.1) y elástico lineal hasta el fallo [4], cuyo modelo ha sido validado ante choques a baja velocidad y en ensayos de impacto.

$$G(t) = G_{\infty} + (G_0 - G_{\infty})e^{-\beta t} \tag{1}$$

Componentes	Young Modulus (MPa)	_
Tronco encefálico	$G_0 = 0.0225$; $G_\infty = 0.0045$; $\beta = 80 \ s^{-1}$	_
Pendéculo cerebral	$G_0 = 0,0225$; $G_\infty = 0,0045$; $\beta = 80 \ s^{-1}$	
Cerebelo	$G_0 = 0,528$; $G_\infty = 0,168; \ \beta = 35 \ s^{-1}$	
Líq. cefalorraquídeo	E = 1.314	
Materia gris	$G_0 = 0,034$; $G_\infty = 0,0064$; $\beta = 700 \ s^{-1}$	P_s
Cartílago lateral	E = 30	
Cartílago nasal	E = 9	
Hueso craneal	E = 8000	
Tejido blando	E = 16,67	
Ventrículos Materia blanca	E = 1.314 $G_0 = 0.041; G_m = 0.0078; \beta = 700 \text{ s}^{-1}$	

Tabla 5. Propiedades mecánicas de los componentes de la cabeza humana [4].

4. MODELIZACIÓN DE LA ONDA EXPLOSIVA

La modelización de la onda explosiva se ha realizado mediante la herramienta Conventional Weapons Effects (CONWEP), implementada en el código de comercial de elementos finitos ABAQUS/Explicit. La curva característica de la presión generada por una explosión viene dada por la ecuación Friedlander (2):

$$p(t) = p^* (1 - t/t^*) e^{-\beta t/t^*}$$
⁽²⁾

donde p(t) es la presión instantánea en un tiempo t dado, p^* es la presión pico o sobrepresión, t^* es la duración de la fase positiva, I^* es el impulso de fase positiva y β es la constante de caída.

La Figura 3 representa la evolución característica de la presión con el tiempo. Los intervalos característicos de \mathbf{p}^* y \mathbf{t}^* , que son de intereses en el análisis el traumatismo craneoencefálico (TCE), se consideran que están entre 50-1000 kPa y 1-8 ms, respectivamente [7].

La magnitud de una explosión depende de la cantidad de energía liberada, expresada en unidades de energía, como las calorías o Joule. Para calcular la presión de pico o sobrepresión, y la duración de la explosión se emplean las expresiones (3) y (4) desarrolladas por Kinney y Graham en 1985[8].

$$= 808 P_{atm} \cdot \frac{\left[1 + \left(\frac{Z}{4.5}\right)^{2}\right]}{\sqrt{\left[1 + \left(\frac{Z}{0.048}\right)^{2}\right]\left[1 + \left(\frac{Z}{0.32}\right)^{2}\right]\left[1 + \left(\frac{Z}{1.35}\right)^{2}\right]}}$$
(3)
$$\frac{t_{d}}{W^{\frac{1}{3}}} = \frac{980 \cdot \left[1 + \left(\frac{Z}{0.54}\right)^{10}\right]}{\sqrt{\left[1 + \left(\frac{Z}{0.02}\right)^{3}\right]\left[1 + \left(\frac{Z}{0.74}\right)^{6}\right]\left[1 + \left(\frac{Z}{6.9}\right)^{2}\right]}}$$
(4)

donde P_s es la presión de pico en bares; P_{atm} es la presión atmosférica en bares; t_a es el tiempo de la fase positiva del perfil de la explosión en segundos; W es la masa de TNT en kg y Z es una medida relativa entre la masa de TNT y la distancia al objetivo; se calcula mediante: $Z = \frac{R}{W^{\frac{1}{3}}}$. En el presente trabajo, se considera una carga equivalente a 100 g de TNT a una distancia R de 400 mm (representativa de una amenaza por mina antipersona) que equivale a una presión máxima de 1,38 MPa y un tiempo de 0,17 ms [9].



Figura 3. Representación matemática de la onda de choque Friedlander.

5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En este estudio, se ha determinado numéricamente la influencia de tener colocados el casco con visera, protector de mandíbula, o ambas protecciones, ante una carga explosiva de 100 g. Dicha influencia se valora a

partir de la presión intracraneal, ICP (definida como la presión ejercida por el cráneo en los tejidos del cerebro y el líquido cefalorraquídeo) y de la tensión en el cráneo. Para ello se han escogido dos puntos pertenecientes al interior de la cabeza, uno de la materia gris del cerebro y otro del ventrículo, tal y como muestra la Figura 5.



Figura 5. Puntos donde se realiza el análisis de resultados.

En caso de utilizar el casco de combate con todas las protecciones (Figura 6), se aprecia un correcto nivel de protección. Sin embargo, si sólo hay una de las protecciones individuales colocadas junto al casco de combate, ya sea la visera (C+V) o el protector de mandíbula (C+M), no se produce una disminución significativa de la presión máxima alcanzada frente al uso individual del casco.

En esta figura se puede observar como la distribución de presiones es parecida para los casos del uso exclusivo de la visera y de la protección de mandíbula en el instante de presión intracraneal máxima en la materia gris.

El valor máximo ICP considerado para identificar el traumatismo craneoencefálico (TCE) es de 235 kPa [3]; por tanto, se puede considerar que en todos los casos se produce un daño cerebral severo. Sin embargo, el uso del equipamiento completo consigue reducir hasta un 80 % el valor ICP máximo.

La Figura 7 muestra la tensión de von Mises producida en el cráneo durante la explosión. Su evolución frente al tiempo muestra cómo, únicamente empleando el equipamiento completo, no se produce fractura en el hueso, cuya tensión de rotura se considera 65 MPa [10]. Además, en esta figura se muestra el mapa de tensiones en el instante en el que se alcanza la tensión pico durante la explosión. Mientras que la tensión máxima se produce en la parte frontal del cráneo en los casos (C+V) y (C+M), en el caso de utilizar una protección completa se consigue que la fractura sea en el paladar, donde las consecuencias no son tan dañinas. Además, empleando la configuración completa se consigue reducir la tensión máxima en un 90% aproximadamente.



Figura 6. Análisis de la presión intracraneal (ICP) durante la explosión



Figura 7. Análisis de la tensión equivalente de von Mises en el cráneo durante la explosión

5. CONCLUSIONES

En este trabajo se ha demostrado que la utilidad de emplear modelos numéricos para la predicción de daños cerebrales ante una carga explosiva mediante el código comercial de elementos finitos ABAQUS/Explicit. Una onda explosiva frontal puede causar graves daños personales al usuario si este no está apropiadamente equipado. El uso de una protección de mandíbula y de una visera resulta de vital importancia para poder paliar la presión intracraneal de acuerdo con el criterio ICP y que no se produzca fractura en el cráneo. Sin embargo, el uso individual de uno sólo de estos equipamientos junto al casco, puede resultar mortal para el usuario. Estos resultados numéricos están alineados con resultados experimentales y recomendaciones de uso de los fabricantes y unidades especializadas.

AGRADECIMIENTOS

Los autores quieren agradecer la financiación recibida del Ministerio de Economía y Competitividad a través del Proyecto RTC-2015-3887-8 en el Programa Estatal de Investigación, Desarrollo e Innovación Orientada a los Retos de la Sociedad, en el marco del Plan Estatal de Investigación Científica y Técnica y de Innovación 2013-2016, así como la financiación parcial recibida a mediante el Proyecto DPI-2011-23191.

REFERENCIAS

- Taber, K.H.; Warden, D.L; Hurley, R.A. Blastrelated traumatic brain injury: what is known?. The Journal of Neuropsychiatry & Clinical Neurosciences 2006; 18(2),141–145.
- [2] Nyein, M.K.; Jason, A.M.; Yu, L.; Pita, C.M.; Joannopoulos, J.D.; Moore, D.F.; Radovitzky, R.A. In silico investigation of intracranial blast mitigation with relevance to military traumatic brain injury. Proceedings of the National Academy of Sciences 2010, 107(48):20703-1–20703-8.
- [3] Ward, C.C; Chan, M; Nahum, A.M. Intracranial pressure-a brain injury criterion. 24th Stapp Car Crash Conference, Society of Automotive Engineers (SAE), SAE Paper No. 801304, Warrendale, USA, 1980; 347–360.
- [4] Tse K.M. Development of a realistic finite element model of human head and its applications to head injuries. Tesis Doctoral National University of Singapore, 2013.
- [5] Hashin Z .The elastic moduli of heterogeneous materials. Journal of Applied Mechanics 1962; 29: 143-150
- [6] Dwivedi, A.; Bradley, J.; Casem, D. Mechanical Response of Polycarbonate with Strength Model Fits. Army Research Laboratiry 2012.
- [7] Teland, JA, Hamberger A, Huseby M, Säljö A. Numerical simulation of blast-induced mild traumatic brain injury. In 6th World Congress of Biomechanics (WCB 2010). August 1-6, 2010, Lim CT, Goh JCH (eds). Springer Berlin Heidelberg: Singapore, 2010; 350–353
- [8] Kinney, G.F.; Graham, K.J. Explosive Shocks in Air, Springer-Verlag 1985, New York, 2nd edn.
- [9] Fallah, A. S., Micallef, K., Langdon, G. S., Lee, W. C., Curtis, P. T., Louca, L. A. Dynamic response of Dyneema® HB26 plates to localised blast loading. International Journal of Impact Engineering 2014,73, 91–100.
- [10] Wood JL. Dynamic response of human cranial bone. Journal of Biomechanics 1970;4(3):1–12.

ANALYSIS OF GEAR TOOTH FRACTURE / ANÁLISIS DE ROTURA DE UN DIENTE DE ENGRANAJE

L. Mendia-Huarte^{1*}, J. Gascón-Álvarez¹, G. Atxaga-Genbeltzu¹

¹TECNALIA

Parque Científico y Tecnológico de Gipuzkoa Mikeletegi Pasealekua, 2,E-20009 Donostia-San Sebastián (Spain) *E-mail: leire.mendia@tecnalia.com

RESUMEN

El presente estudio referente a la fractura de un diente de engranaje revela la actuación de un mecanismo de fatiga nucleado en una agrupación de inclusiones de alúmina.

A pesar de que, de forma general, el contenido de inclusiones del material satisface la normativa, el tamaño de la agrupación de inclusiones detectada en el origen de la fractura es significativamente superior al máximo permitido y, por lo tanto, es considerado una causa del fallo.

Las condiciones de trabajo del piñón, determinadas en base al espaciado entre estrías y a estimaciones de la tasa de crecimiento de la grieta (da/dN), revelan que las tensiones de trabajo se encuentran muy por encima de la tensión nominal especificada y, por lo tanto, han podido coadyuvar en el proceso de fallo.

PALABRAS CLAVE: Engranaje, inclusiones, mecánica de la fractura

ABSTRACT

The present study relating to a gear tooth fracture reveals the operation of a fatigue mechanism nucleated at an alumina inclusions pool.

Although the material inclusions content satisfies the specific standards, the size of the inclusions pool, detected at the fracture origin, is significantly higher than the maximum allowed and is therefore considered a failure cause.

Gear working conditions, as determined by means of fatigue striation spacing and estimates of the crack growth rate (dadN), reveal that the working stresses are well above the specified nominal stress and, therefore, can have assisted the failure process.

KEYWORDS: Gearbox, inclusions, fracture mechanics.

1. INTRODUCTION

The objective of the following study is to determine the causes that produced fracture of a gear tooth, fig.1.



Figure 1: General macrograph of the fractured tooth.

The following information related to the gearbox and its fracture is known:

- Incident background The failure of the pinion under study occurred after less than two years in service.
- Working conditions Rotational speed: 500 rpm at full power. Lubricant type: Optigear Synthetic VG 320 Max. temperature: 65°C.
- Specifications Given that there is no information on the material quality, a 18CrNiMo7-6 designation according to EN10084 [1] and MQ quality according to ISO 6336-5 [2], a material commonly used in this application, will serve as reference for result evaluation.

2. EXPERIMENTAL ANALYSIS

2.1. Visual inspection

The objective of this task, based on macrofractographic and defectologic analyses, is to determine the most plausible failure hypotheses to be confirmed by further analyses.

The tooth breakage takes place according to an oblique and curved fracture plane, figure 2, which is consistent with the presence of bending efforts that, in absence of a heterogeneous stress distribution, figure 1, enable to state that the failure occurred under qualitatively normal working conditions.



Figure 2: General macrograph of the broken tooth fracture surface.

The presence of beach marks in almost the entire fracture surface, fig. 2 (highlighted in red), points to a fatigue mechanism derived from a low stress level which is consistent with quantitatively normal working conditions.

The fatigue mechanism arises from a zone located 102 mm away from the nearest end, 10 mm away from the tooth crest and 6 mm below the surface. The linear morphology of the fatigue starting zone, fig. 3 (white arrow), points to a material defect as the failure origin.



Figure 3: Detail macrograph of the crack nucleation point.

In summary,

- The tooth breakage, according to the fracture plane and to the fatigue crack extension, occurred under qualitatively normal working conditions.
- Fracture derives from a fatigue mechanism started at a material defect located 6mm below the surface.

2.2. Microfractographic analysis

A microfractographic analysis is performed by means of Scanning Electron Microscopy (SEM) and Energy Dispersive X-Ray Spectroscopy (EDS), in order to:

- Determine the presence/absence of defects at the fracture nucleation that could have promoted the failure.
- Confirm/deny the presence of a fracture mechanism previous to the operating fatigue mechanism.

The analysis of the fatigue nucleation area evidences the presence of a group of alumina inclusions, fig. 4-5, along a 1,0 mm length linear segment with a thickness of 0,23 mm. The alumina inclusions length is higher than the upper limit of 0,18mm indicated for an ISO 6336-5 MQ designation.



Figure 4: SEM micrograph by BES. General view of the fatigue nucleation point. Presence of inclusions (dark coloured).



Figure 5: EDS spectrum of the inclusion on the crack nucleation point. Inclusion compositions indicates that they correspond to alumina.

Microfractographic features evaluation, figure 4, allows confirming, based on the Ratchet marks divergence from the alumina group, that the fatigue arises from this inclusions pool.

The presence of fatigue striations immediately adjacent to the inclusions pool allows confirming that the crack propagation derives merely from a fatigue mechanism.

Summary,

- Tooth fracture is originated in a 1,0 mm length alumina inclusion pool which is not acceptable for an ISO 6336-5 MQ grade.
- The presence of fatigue striations at the border of the inclusions pool allows confirms that the propagation is derived merely from a fatigue mechanism.
- Fatigue striation spacing along the first 14 mm of the crack propagation is below 10^{-6} m.

2.3. Metallographic analysis

The objective of this task, performed by means of light microscopy (LM) and HV Vickers microhardness test, is to evaluate the influence of material defects and microstructure on the fatigue mechanism.

The analysis of the fatigue nucleation zone, confirms the presence of alumina inclusions on the fracture surface, fig. 6. Additionally, some punctual inclusions are detected adjacent to the nucleation area in the bulk material.



Figure 6: LM micrograph in as etched condition. Detailed view of the fatigue nucleation zone.

The inclusion content evaluation is carried out according to ISO 4967. Obtained values, table 1, satisfy the requirements specified by ISO 6336-5 standard [3].

Table 1: Inclusions content evaluation.

	А]	В	(С]	D
	(Sul	fide)	(Alu	mina)	(Sili	cate)	(Globu	ular O)
	Fine	Thick	Fine	Thick	Fine	Thick	Fine	Thick
Fractured pinion	1,0	-	1,0	1,0	-	-	1,0	0,5
ISO 6336-5 MQ	3,0	3,0	2,5	1,5	2,5	1,5	2,0	1,5

The microstructure at the fracture nucleation point is formed by martensite and bainite and is considered normal for an EN 10084 18CrNiMo7-6 designation in as quenched and tempered condition.

Microhardness measurement at the fracture nucleation point presents a value of 498HV which is in accordance with ISO 6336-5 that specifies a minimum value of 266HV (25HRc). Therefore, considering the linear relationship between fatigue resistance and hardness, it can be stated that the material fatigue resistance is in accordance with the ISO 6336-5 standard.

In summary,

- Material inclusion evaluation satisfies the requirements specified for an ISO 6336-5 MQ quality. However, the inclusion at the failure origin was over the specified maximum size.
- Material fatigue resistance, obtained indirectly by means of hardness measurements, is in accordance with the ISO 6336-5 MQ designation.

3. WORKING CONDITIONS EVALUATION

This task, performed by means of SEM inspection and of ESACRACK software based on fracture mechanics criteria, has two objectives:

- To establish, based on the properties of the material and the size of the alumina inclusions pool, the minimum stress level causing crack growth due to fatigue.
- To evaluate the actual stresses endured by the gear, by comparing the fatigue striation spacing determined by microfractographic analysis with the calculated da/dN.

The criterion to establish whether there is a fatigue propagation is as follows:

$$\Delta K > \Delta K th$$
 (1)

Where,

$$\Delta K = \Delta s(\pi a) 1/2 f(g)$$
⁽²⁾

- ΔK: Stress intensity factor
- Δs : Stress range
- a: Crack depth
- f(g): Geometric factor
- ΔKth: Stress intensity factor threshold for fatigue to occur

The calculations are based on the EC01 model, figure 7.



Figure 7. EC01 model.

Geometric parameters are as follow:

- 2a: 0.23mm
- 2c: 1.0mm
- t: 16,6mm
- x=2,6mm

According to Rolfe-Barsom [4] the value of ΔK th for R=0 is 6MPa·m^{1/2}.

Table	2.	Calculations	results	and	ISO	3663-5
specific	catio	ons.				

	Defect Stress ¹ [MPa]	Work stress ² [MPa]	Nominal stress ³ [MPa]	Allowable stress ³ [Mpa]
Pinion	320	1010		
ISO 6336-5			500	1000

¹⁾ Minimum stress at the defect to promote fatigue crack propagation ²⁾ Minimum working stress to promote the fatigue crack propagtion

³⁾ Materials with a core hardness over 30HRc

Fatigue striation evaluation on 4 different points located along the first 14 mm of the crack propagation present a spacing below 10^{-6} m, example in fig. 8.



Figure 8: SEM micrograph. Fatigue propagation at a point 13,9 mm away from the nucleation zone. Detailed view of fatigue striations.

The striation spacing evaluation is performed based on the results obtained from the Paris law equation:

$$da/dN = C(\Delta K)^{m}$$
(3)

Where,

- da/dN: Fatigue crack growth rate (= Fatigue striation spacing).
- ΔK : Stress intensity factor
- C, m: Material constants.

Striation spacing measured for the first millimetres of propagation is in accordance with the obtained curve for a stress level of 320MPa (corresponding to a work stress of 1010MPa), graph 1. The calculated stress level to promote the initial fatigue propagation is confirmed as the actual stress value. The sudden change on crack propagation speed predicted by the model when the crack reaches the surface is not actually reflected on striation spacing.

The determined working stress level (1010MPa) is considerably above the nominal stress level specified by the previously mentioned standard.



Graph 1: Striation spacing calculation.

Summary

- Service stresses, are considerably above the nominal stresses in accordance to ISO 6336-5
- The calculated minimum stress level to promote the fatigue propagation is confirmed by means of the striation spacing measurement.

4. DISCUSSION

Tooth breakage occurs under a fatigue mechanism originated at alumina inclusions pool.

This inclusions pool, located inside the tooth core (6mm below the surface), is 5 times longer than the maximum allowed for a MQ grade according to the ISO 6336-5 standard. However, the metallographic evaluation of the tooth reveals that the inclusions content, measured according to ISO 4967 standard, satisfies the specifications for an ISO 6336-5 MQ quality; therefore, the inclusion pool that promoted the fracture is considered a punctual defect.

Pinion working conditions, as determined by means of microfractographic measurements and fracture mechanics calculations, are considered normal. However, service stresses are considerably above the nominal stress established by ISO 6336-5 for a MQ quality.

Fatigue resistance, evaluated indirectly through hardness measurement, is in accordance with the specification for an ISO 6336-5 MQ quality.

5. CONCLUSIONS

Tooth breakage was the consequence of the operation of a fatigue mechanism triggered by:

- The presence of a large alumina inclusions pool considered unacceptable by ISO 6336-5.
- The presence of a stress level considerably above the nominal stress level.

REFERENCES

- [1] UNE-EN 10084: 2013 Case hardening steels. Technical delivery condition.
- [2] ISO 6336-5:2003 Calculation of load capacity of spur and helical gears (Part 5).
- [3] ISO 4967-2013 Steel Determination of content of nonmetallic inclusions - Micrographic method using standard diagrams
- [4] J.M. Rolfe, S.T. Barsom, *Fracture and fatigue control in structures*, pp 198, 1999.

MAPAS DE RIESGO Y EVALUACIÓN PROBABILÍSTICA DE FALLO GLOBAL: DOS MODOS DE INTERPRETAR LA INTEGRIDAD ESTRUCTURAL

M. Muñiz Calvente^{*}, A. Ramos, M.J. Lamela Rey, F. Pelayo, A. Fernández Canteli

Escuela Politécnica de Ingeniería, Universidad de Oviedo Campus de Viesques, 33203 Gijón *E-mail: munizcmiguel@uniovi.es

RESUMEN

En trabajos anteriores, los autores han desarrollado un modelo local generalizado (MLG) que permite deducir la función de distribución primaria de fallo (FDPF) asociada a un determinado tipo de fractura del material bajo estudio. La consideración de esta FDPF como propiedad del material facilita su aplicación en las fases de diseño, dimensionamiento e inspección de componentes reales, teniendo en cuenta la distribución del parámetro de referencia de fallo en el componente, debida a un estado general de carga, incluyendo asimismo la consideración del efecto de escala. Desde la perspectiva de integridad estructural, esta metodología garantiza la transferibilidad desde el nivel de ensayos experimentales simples al dimensionamiento real de componentes mecánicos o estructurales complejos bajo dos modalidades: probabilidad global y los mapas de daño. La primera proporciona la probabilidad de fallo determinante para un dimensionamiento definitivo, mientras que la segunda representa un riesgo de fallo localizado que facilita un eventual redimensionamiento del componente pero sin referencia a la probabilidad total de fallo del mismo. Con el fin de ilustrar el papel de estas dos herramientas en el análisis de la integridad estructural se presenta un ejemplo de aplicación para el caso particular del dimensionamiento de placas de vidrio.

PALABRAS CLAVE: Modelo local probabilístico generalizado, probabilidad global de fallo, mapas de daño.

ABSTRACT

In a previous work, the authors developed a generalized probabilistic local approach (GPLA) that allows us to determine the primary failure cumulative distribution function (PFCDF) associated with a particular type of fracture of the material under study. The consideration of the PFCDF as a material property enables us its use in the design and maintenance phases of real components considering the non-uniform distribution of the critical parameter and including the scale effect too. In the design phase, but also along the lifetime of the component, the hazard maps complements the information provided by the global probability calculation in the sense that while the latter informs whether the component fulfills the safety requirements as a whole, the former permits us to identify local critical points in the current design and to advise on the possible convenience of avoiding such deficiencies by a local redesign of the component. In order to promote the implementation of the methodology proposed, an application is exemplary presented for the particular case of experimental results of glass plates.

KEYWORDS: Generalized probabilistic local approach, global probability of failure, hazard maps.

1. INTRODUCCIÓN

En la actualidad, suelen emplearse programas de cálculo por elementos finitos durante la fase de diseño de un componente industrial con el fin realizar un dimensionamiento correcto. Este dimensionamiento está basado en un criterio de fallo local que se evalúa en cada elemento de la malla de elementos finitos. Generalmente, estos modelos se aplican con el fin de determinar el coeficiente de seguridad del componente, que puede definirse como una relación entre el valor máximo del parámetro crítico alcanzado en el componente y el máximo valor de aquél que el componente es capaz de soportar. Sin embargo, este procedimiento no aporta al calculista ningún dato sobre la probabilidad de fallo, ni a nivel local ni global, lo que dificulta la toma de decisiones durante las etapas de rediseño o el mantenimiento.

La dispersión, nada despreciable, que evidencian, en general, los resultados obtenidos en los programas experimentales deja en evidencia a este enfoque determinista en la fase de dimensionamiento. La metodología que se presenta en este trabajo permite representar la dispersión obtenida en los ensayos experimentales como función de distribución, posibilitando así la conversión de los mapas de tensiones o deformaciones obtenidos mediante elementos finitos en mapas de probabilidad de fallo local y global para cualquier componente.

Por otra parte, es difícil, si no imposible, desarrollar una metodología para la comprobación del criterio de fallo en base a resultados de distintos programas experimentales mediante la aplicación de enfoques puramente deterministas, puesto que con estos no es posible tener en cuenta la influencia del tamaño o forma de la probeta ni de la distribución del parámetro crítico en cada uno de los ensayos. En este artículo, se propone una metodología que permite evaluar la calidad de un criterio de fallo teniendo en cuenta estos efectos.

El cálculo de mapas de riesgo y de probabilidades globales de fallo de componentes en servicio se basa en el denominado modelo local generalizado (MLG) desarrollado por los autores en trabajos previos [1-3], que resulta ser una extensión y generalización del modelo de Beremin [4]. El MLG permite obtener una relación directa entre la variable crítica representada en el criterio de fractura y la probabilidad de fallo. Esta relación, conocida como función de distribución primaria de fallo (FDPF) está basada en la ecuación triparamétrica de Weibull:

$$P_{fallo} = 1 - \exp\left[-\left(\frac{PG - \lambda}{\delta}\right)^{\beta}\right]$$
(1)

donde $\lambda,\,\beta\,y\,\delta$ son los parámetros de localización, forma y escala asociados al área de referencia S_{ref} y PG es el parámetro generalizado relacionado con el criterio de fallo seleccionado.

La organización del artículo es la siguiente. En primer lugar se define la metodología a aplicar en el MLG para crear mapas de riesgo y calcular la probabilidad global de cualquier tipo de componente sometido a cualquier estado tensional basándose en su FDPF. A continuación, se presenta una aplicación de la metodología anterior en la comprobación de un criterio de fallo aplicado a programas experimentales de distinto tipo. Finalmente se presenta la implementación de esta metodología sobre un software comercial (ABAQUS[5]) con el objetivo de facilitar la difusión de la misma ilustrándose su utilización mediante algunos ejemplos prácticos de vidrio estructural.

2. MAPAS DE RIESGO

Un mapa de riesgo es un gráfico que resalta las áreas que se ven afectadas o son vulnerables a un determinado tipo de fallo, proporcionando información visual sobre la probabilidad de que se produzca este fenómeno en cada punto del espacio estudiado. Este tipo de mapas han sido creados típicamente para predicción y análisis de desastres naturales, tales como terremotos, volcanes, deslizamientos de tierra, tsunamis, etc. En sus aplicaciones al diseño estructural, los mapas de riesgo se tienen en cuenta para definir el estado tensional o deformacional sin que, en general, proporcionen información probabilística a pesar de la información relevante que podrían aportar en las fases de diseño e inspección.

La ecuación (1) permite obtener la probabilidad de fallo de un elemento de tamaño S_{ref} sometido a una distribución uniforme del parámetro crítico (PG). Sin embargo, dado que la distribución del parámetro crítico es generalmente irregular ésta deberá ser evaluada numéricamente a nivel local es decir, de cada elemento finito. Admitiendo independencia estadística y aplicabilidad del principio del eslabón más débil, el efecto de escala, puede incorporarse a la expresión (1), para definir la probabilidad de fallo de un elemento finito de tamaño ΔS del componente estudiado para el valor local del parámetro generalizado, mediante la expresión:

$$P_{fallo,\Delta S} = 1 - \exp\left[-\frac{S_{ref}}{\Delta S} \left(\frac{PG - \lambda}{\delta}\right)^{\beta}\right]$$
(2)

donde S_{ref} sigue siendo el tamaño de referencia experimental.

3. PROBABILIDAD GLOBAL DE FALLO

La probabilidad global de fallo puede definirse como el resultado de la consideración simultánea de todas las probabilidades a nivel de elemento local de alcanzar el estado crítico de fallo en cualquiera de los elementos que constituyen el componente. El siguiente ejemplo puede clarificar la diferencia entre probabilidad global de fallo y mapa de riesgo. Para ello se considera una cadena traccionada, en la que un mapa de riesgo proporciona la probabilidad de que cada uno de los eslabones falle independientemente del resto, mientras que la probabilidad global representa la probabilidad de que falle la cadena como conjunto.

En la fase de diseño y a lo largo de la vida útil de los componentes, los mapas de riesgo complementan la información proporcionada por la probabilidad global de fallo en el sentido de que mientras esta última informa si el componente cumple en su totalidad los requisitos de seguridad, aquellos nos permiten identificar puntos críticos locales del diseño actual y establecer la conveniencia de realizar un rediseño a nivel local.

El método de cálculo de la probabilidad global se basa en el principio del eslabón más débil, que establece que la probabilidad de supervivencia global de un componente puede ser calculada como el producto de las probabilidades de supervivencia de cada uno de sus elementos. Con lo cual la probabilidad de rotura viene dada por la expresión:

$$P_{fallo} = 1 - \prod_{i=1}^{n} (1 - P_{fallo,\Delta S_i})$$
(3)

4. COMPROBACIÓN DEL CRITERIO DE FALLO

El objetivo de este apartado es presentar una metodología para la comprobación de validez de un criterio de fallo para cualquier distribución del parámetro crítico y tamaño de probeta ensayada e ilustrar su aplicabilidad mediante un ejemplo. Para ello se han simulado dos programas experimentales con probetas de distinto tamaño (ver Fig. 1), el primero, de flexión a cuatro puntos (4P) y el segundo de flexión a tres puntos (3P) considerando como parámetro crítico (PG) la tensión principal máxima. La figura 2 muestra el resultado de los treinta ensayos simulados para cada tipo de ensayo. Como se puede apreciar, ni la media ni la desviación típica del parámetro crítico para los dos ensavos coinciden, lo que podría llevar a entender que el parámetro crítico seleccionado no es el adecuado. Sin embargo, este resultado es totalmente lógico, ya que el efecto de escala y el cambio del tipo de ensavo juegan un papel importante en la distribución de fallo de los componentes ensayados.

La visualización de ambos mapas de riesgo proporciona una información útil sobre la probabilidad de fallo local para cada componente. La figura 1 muestra los mapas de riesgo para los dos ensayos sometidos a unas cargas de las que resulta en ambos casos el mismo valor máximo de PG. Como se puede observar, en el ensayo de flexión a 4 puntos existe una zona mayor que en el de flexión a 3 puntos, sometida al máximo valor de PG, de la que resulta una mayor probabilidad de fallo en el primer caso que en el segundo, o lo que es lo mismo, menores niveles del PG de fallo en el primero que en el segundo caso.



Figura 1. Geometrías y ejemplos de mapa de riesgo para ensayos de flexión en 3 y 4 puntos

Este hecho no permite deducir directamente si un componente sometido a un valor alto pero meramente local del PG presenta una probabilidad de fallo global mayor o menor que otro sometido a un valor relativamente bajo de PG pero extensivo a todo el elemento. Sin embargo, a través de la FDPF del material y de la ecuación 2 es posible calcular la probabilidad de fallo local de cada elemento finito para un estado dado de carga (mapa de riesgo) y convertir posteriormente esas probabilidad global mediante la ecuación 3. De este modo, se calcula la probabilidad global de fallo para cada nivel de carga en cada tipo de ensayo, lo que permite deducir las funciones de distribución experimentales de fallo que se muestran en la Fig. 4 y ratificar así la validez del criterio



Figura 2. Resultados experimentales simulados



Figura 3. Función de distribución primaria



Figura 4. Funciones de distribución de fallo experimentales

de fallo adoptado, sin más que recurrir a la FDPF del material para predecir las probabilidades globales de fallo para distintos tipos de ensayos y confirmar su concordancia con los resultados experimentales.

5. EJEMPLO DE APLICACIÓN

Con el fin de facilitar la comprensión, implementación y difusión de la metodología propuesta, se presenta aquí un ejemplo de diseño real en el que se busca optimizar la posición de los soportes de anclaje de un panel de vidrio templado.

Ello responde al incremento y diversificación en el uso generalizado de elementos estructurales de vidrio, que trata de combinar los conceptos de sostenibilidad, funcionalidad y estética con su empleo en cubiertas, fachadas e interiores. De hecho, en la actualidad prácticamente todos los edificios altos o singulares recurren a la presencia de vidrio en sus fachadas exteriores y en ocasiones en elementos portantes interiores.

5.1. Programa de post-procesado

El Plug-in desarrollado para el software comercial ABAQUS permite obtener los mapas de riesgo y la probabilidad de fallo global para una determinada simulación de elementos finitos. Este Plug-in está diseñado para elementos de vidrio estructural monolíticos en los que el PG es una combinación de las tensiones principales en cada elemento. Sin embargo,



Figura 5. Programa de post-procesado para ABAQUS

cabe destacar que la metodología local generalizada, presentada en este trabajo, es aplicable con generalidad a distintos materiales y criterios de fallo, independientemente de la relativa complejidad que puedan representar estos últimos.

La figura 5 muestra las dos ventanas principales del programa. En la primera de ellas deben introducirse los parámetros de Weibull obtenidos experimentalmente, el tamaño de referencia al que están vinculados, el nombre de la variable en la que se almacenarán los valores locales de probabilidad de fallo para la representación del mapa de riesgo a calcular y finalmente el espesor del vidrio simulado. En la segunda, se deberán definir el archivo de resultados (.odb), el grupo de elementos sobre el que se quiere calcular la probabilidad de fallo local y el espacio temporal para el que se solicita (Step y Frames).

A continuación se muestran algunos ejemplos ejecutados con este Plug-in, que puede encontrarse en la página web downloads.iemesgroup.com.

5.2. Programa experimental

En trabajos anteriores [6] se han realizado ensayos experimentales de flexión a cuatro puntos (UNE-EN 1288-3:2000 [7]) y de anillos concéntricos (UNE-EN 1288-5:2000 [8]) para caracterizar el vidrio recocido estudiado a fractura. La figura 6 muestra la FDPF y los parámetros de Weibull obtenidos para este tipo de vidrio tomando como criterio de fallo la siguiente combinación de las tensiones principales máximas:

$$GP = (\sigma_I^{\beta} + \sigma_{II}^{\beta} + \sigma_{III}^{\beta})^{1/\beta}$$
(4)

5.3. Optimización del diseño

Una vez determinado y comprobado el criterio de fallo y obtenida la FDPF como propiedad del material, estos datos pueden ser utilizados en la fase de diseño de un componente. En este caso, la aplicación se dirige a la obtención de la posición óptima de los soportes de una placa de vidrio a colocar en una fachada. La geometría estudiada se muestra en la figura 7, donde la posición



Figura 6. FDPF obtenida experimentalmente para el vidrio recocido



Figura 7. Geometría estudiada en el proceso de optimización



Figura 8. Distribuciones del parámetro generalizado para dos de los casos estudiados



Figura 9. Probabilidades de fallo globales para las distintas posiciones estudiadas

de los anclajes es la variable a optimizar. Se han realizado nueve simulaciones de acuerdo con las diferentes posiciones supuestas para los anclajes del vidrio, el cual está sometido a una carga uniforme que representa la acción del viento. Las simulaciones se llevaron a cabo mediante el programa de elementos finitos ABAQUS [4] considerando elementos SC8R, en condiciones de elasticidad lineal y empotramiento perfecto en los apoyos. La presión aplicada se va incrementando desde 0 MPa a 5000 MPa, siendo este valor suficiente para alcanzar una alta probabilidad de fallo en todos los distintos diseños. El valor local del parámetro crítico ha sido calculado de acuerdo con la Eq. 4, introducida en el Plug-in para ABAQUS.

La figura 8 muestra la distribución del PG para dos de los casos estudiados. Desde el punto de vista determinista es imposible determinar cuál de los dos diseños es el óptimo, ya que el valor máximo local de PG es muy similar y, por lo tanto, también lo será el factor de seguridad. Sin embargo, al transformar estas distribuciones tensionales en mapas de riesgo (ver figura 10) se ponen de manifiesto las áreas sujetas a una cierta probabilidad de rotura, lo que permite distinguir qué diseños son los más apropiados y qué partes del componente requieren especial atención desde el punto de vista de una posible fractura local.

Posteriormente, se calcularon las curvas que relacionan la probabilidad de fallo del componente a nivel global con la carga aplicada. Como puede comprobarse en la figura 9, el valor umbral para el que comienza a existir una probabilidad de fallo es mayor en los casos 4, 5, 6, ,8 y 9 que en el resto, lo que permite predecir que estas configuraciones fallarán para cargas mayores. Por otra parte, queda demostrado que la posición 5 es la óptima, ya que para cualquier nivel de carga proporciona una probabilidad de fallo claramente menor que el resto.

6. CONCLUSIONES

Las principales conclusiones de este trabajo son:

• La aplicación de la función de distribución primaria de fallo (FDPF), obtenida mediante el modelo local generalizado (MLG) a partir de resultados experimentales en probetas de laboratorio, permite obtener mapas de riesgo y probabilidades de fallo globales de componentes reales con geometrías, tamaños y solicitaciones diferentes a las probetas ensayadas en el laboratorio.

• La metodología presentada alerta sobre el error que resulta del desconocimiento y omisión del efecto de escala durante la fase de desarrollo, evidenciando las diferencias de las probabilidades resultantes para los distintitos tamaños de probeta.

• La determinación de los mapas de riesgo y el cálculo de la probabilidad global de fallo aportan una nueva perspectiva conjunta en el diseño y dimensionamiento de componentes que va más allá de la simple interpretación del valor máximo del parámetro de referencia frente a la rotura, facilitando la optimización en el diseño y cálculo de integridad estructural de componentes mecánicos.



Figura 10. Mapas de riesgo para los 9 casos estudiados

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen el apoyo obtenido por las Ayudas Predoctorales del Programa Severo Ochoa recibidas por el Gobierno Regional del Principado de Asturias.

REFERENCIAS

- M. Muñiz-Calvente, A. Fernández Canteli, V. Shlyannikov, and E. Castillo, "Probabilistic Weibull Methodology for Fracture Prediction of Brittle and Ductile Materials," *Appl. Mech. Mater.*, vol. 784, pp. 443–451, Aug. 2015.
- [2] M. Muniz-Calvente, A. Fernández-Canteli, A. Ramos, V. N. Shlyannikov, and E. Castillo, "Un modelo probabilístico general de fractura extensible a diferentes criterios de fallo," *An. la Mecánica Fract. 32*, vol. 1, 2014.
- [3] M. Muniz-Calvente, A. Ramos, V. N. Shlyannikov, M. J. Lamela, A. Fernández-Canteli, "Hazard maps and global probability as a way to transfer standard fracture results to reliable design of real components" *Engineering Failure Analysis*, 2016.
- [4] F. M. Beremin, A. Pineau, F. Mudry, J.-C. Devaux, Y. D'Escatha, and P. Ledermann, "A local criterion for cleavage fracture of a nuclear pressure vessel steel," *Metall. Trans. A*, vol. 14, no. 11, pp. 2277–2287, Nov. 1983.

- [5] Dassault Systèmes, "ABAQUS." Providence, RI, USA.
- [6] A. Ramos, M. Muñiz-Calvente, P. Fernández, A. Fernández Canteli, and M. J. Lamela, "Análisis probabilístico de elementos de vidrio recocido mediante una distribución triparamétrica Weibull," *Boletín la Soc. Española Cerámica y Vidr.*, Jul. 2015.
- UNE-EN 1288-3:2000, Glass in building. Determination of the bending strength of glass. Part 3: Test with specimen supported at two points (four point bending). 2000
- [8] UNE-EN 1288-5:2000, Glass in building. Determination of the bending strength of glass. Part 5: Coaxial double ring test on flat specimens with small test surface areas. 2000.

COMPARATIVE STUDY OF THE FATIGUE STRENGTH OF DENTAL IMPLANT SYSTEMS WITH PRE-ANGLED AND STRAIGHT CONNECTING PARTS

J.M. Ayllón, J. Mitjavila, C. Navarro, J. Domínguez

Departamento de Ingeniería Mecánica y de Fabricación, Escuela Superior de Ingenieros. Camino de los Descubrimientos s/n, 41092, Sevilla, España. *E-mail: cnp@us.es

RESUMEN

Los implantes dentales deben pasar una certificación donde se determina su resistencia a fatiga según la norma internacional ISO 14801. En esta norma se puede distinguir entre implantes angulados y rectos. En algunos países se exige obtener esta curva de fatiga para el implante angulado aunque ya se haya obtenido para el mismo implante pero recto. En este trabajo se muestra tanto experimental como analíticamente que el angulado es más resistente que el recto. Además, también se muestra que solamente sería necesario ensayar de un tipo, o angulado o recto, y a partir de ahí obtener la curva correspondiente para el otro. Para ello se han ensayado implantes rectos y angulados para dos modelos de implantes, mostrándose las vidas obtenidas en función de una tensión equivalente. También se analiza el posible efecto sobre la vida a fatiga de la variación de distintos parámetros de la geometría del implante.

PALABRAS CLAVE: Fatiga, Implantes dentales, Ensayos, Titanio, Pre-angulados

ABSTRACT

Dental implants need to pass a certification where their fatigue strength is determined following the international standard ISO 14801. This standard distinguishes between straight and pre-angled connecting parts. In some countries, it is obligatory to obtain the fatigue curve for the pre-angled implant although it may have already been obtained for the straight one. This paper shows experimentally and analytically that the implant with pre-angled connecting part is more resistant that the straight implant. Furthermore, it is shown that only one type of implant, either straight or pre-angled, needs to be tested and from this result the fatigue curve of the other one can be inferred. For this purpose, various sets of implants, straight and pre-angled for two different designs, have been tested, showing the fatigue lives against an equivalent stress. Finally, the effect over fatigue life of different geometric parameters has been analysed.

KEYWORDS: Fatigue, Dental Implants, Tests, Titanium, Pre-angled

1. INTRODUCTION

Dental implants are traditionally designed as mechanical components subjected to a cyclic loading scenario such as mastication. The designs of these components must be properly tested in order to know if the design has fatigue problems. The estimation of a component's fatigue life is a complex process that requires a lot of resources and time. The serious consequences of the fracture of these components from a clinical standpoint become a solid reason for an exhaustive testing phase. Many of these tests are done in accordance with ISO 14801 [1]; which specifies a method for fatigue testing of single post endosseous dental implants of the transmucosal type and their premanufactured prosthetic components. It is most useful for comparing endosseous dental implants of different designs or sizes than for determining specifically the fatigue strength of these implants under real masticatory loads. The kind of implant under study has been analysed before by the authors modelling the fatigue response in this type of test [2,3] and the fixing conditions [4].

This standard considers that the connecting parts of dental implant systems (also called pillars or abutments) can be divided between pre-angled or not pre-angled (also called straight). For each of these types of dental implants systems, the standard specifies different schemes for test installation. Straight dental implants are the most common ones and there is not much information in the literature about the pre-angled abutments. Usually, in the literature pre-angled or angulated implants are actually straight implants but collocated in the mandible at an inclined angle [5,6]. Some study the behaviour and interaction with the bone [5] concluding, among other things, that the stresses in the pre-angled abutment are higher. In [6] the authors measure the stress in the implant through strain gages and also find them higher for angulated abutments. As said earlier, these are not pre-angled implants as defined in the standard. In other cases [7] the authors use preangled connecting parts but they are loaded vertically, measuring the strain with digital image correlation and also concluding that the stresses are higher in the preangled one. Others simulate the bone support and measure the stresses using photoelasticity [8]. They find higher stresses in the material when using implants with pre-angled abutments, but the comparison is made against a straight implant loaded axially. All of these results seem to imply that the implants with a preangled connecting part are weaker, but, as will be shown, from the point of view of the ISO standard they are stronger. The reason is that the geometrical disposition is different.

The aim of this paper is to show that, if certain conditions are met and if ISO 14801 is used to validate and certify an implant, the fatigue strength of dental implant systems with pre-angled connecting parts is significantly higher than that of implant systems with the same body but with straight connecting parts. In other terms, this paper pretends to show that, under certain conditions, a dental implant system with straight connecting parts represents the worst case scenario. Thus, this configuration must be the one used to properly estimate fatigue strength and fatigue life, as the standard clearly states that testing shall be carried out for the worst-case conditions within the recommended use. Another direct consequence of this affirmation is that, for certain conditions, fatigue test for dental implant systems with pre-angled connecting part does not provide trustworthy information about fatigue behaviour as this configuration does not fulfil worstcase condition.

The analysis is carried out both theoretically as well as experimentally. First, based on tests requirement, an analysis of the nominal stresses produced in the failure zone for straight and pre-angled pillars is shown. Also, a comparison of experimental fatigue lives obtained with specific types of pre-angled and straight pillar is presented. Finally, some conclusions are obtained from the previous analysis.

2. TESTING METHOD DESCRIPTION

This section explains, in general terms, the methodology followed for sample preparation and fatigue testing according to ISO Standard 14801:2007. The testing method consists in cyclic loads applied on the implant that vary sinusoidally with R = Pmin/Pmax = 0.1.

The standard differentiates the test set up of both implant systems. Testing systems with straight connecting parts requires a test set-up such as the one schematically shown in the standard ISO 14801. According to this diagram, the test samples have to be clamped so that, during the test, its axis is inclined $30^{\circ} \pm 2^{\circ}$ with the loading direction of the testing machine.

On the other side, for testing systems that includes preangled connecting parts, the standard states that the test samples shall be clamped such that the angle with the loading direction of the testing machine is 10° greater than the angle between the implant axis and the axis of the angled portion of the connecting part, designated as α in this document.

3. THEORETICAL VALIDATIONS

This aim of this section is to theoretically validate that when a dental implant system is tested following the ISO 14801:2007 guidelines and under certain circumstances, it can be shown analytically that the damage parameter (stresses and strain combination producing fatigue) is significantly lower when the dental implant has pre-angled connecting parts that when those connecting parts are straight.

Fatigue failure of a dental implant system, is a phenomenon that depends on many different factors. These factors may be local factors (specific zones), such as the local geometry in the crack initiation area, or global factors, such as the value of the stress in the area crack of development.

This study assumes that the fracture of the system will occur frequently in the implant's body, far away from the connecting parts, in the border of the clamping zone. If the implant's body is identical in both systems, the stress concentration is the same and it seems perfectly reasonable to compare the behaviour using the nominal stresses, and thus eliminating from the study the influence of local factors in the initiation and crack propagation.

Therefore, to compare the fatigue strength of systems with pre-angled and straight connecting parts, it will be necessary to analyse the value of the maximum stress in the area of crack initiation in both systems.

In figure 1, it can be seen the different forces and torque generated by the application of the loading force F. This force can be decomposed in two different forces, one parallel to the axis of the implant, Fv, and the other orthogonal to it, F_{H} . The torque, Mv, will be the result of turning effect of the force F_{H} .

From figure 1 it is easy to see that the zone of maximum nominal stresses in the implant is the clamping plane, which is located 3 mm below the nominal level of the bone. As the implant body lacks of rotational symmetry and in order to provide the worst case scenario during the tests, the specimens were placed so that the maximum tensile stresses appear at the point of highest stress concentration. Thus, the maximum stress concentration will combine with the maximum nominal stress (initiation zone).



Figure 1. Simplified model of dental implant test with straight (a) and pre-angled (b) connecting parts.

The maximum nominal stress $\sigma_{nom,max}$, at the crack initiation zone can be obtained by combining the effects of bending and compression, both induced by force *F*. Thus:

$$\sigma_{nom,max} = \sigma_{felx,max} + \sigma_{comp} \tag{1}$$

The maximum nominal stress caused by bending of the implant body can be estimated by the following expression, which is valid for a cylindrical bar subjected to bending:

$$\sigma_{felx,max} = \frac{M}{\frac{\pi}{32}D^3}$$
(2)

Where D is the diameter of the implant and M is the bending moment induced by the applied force F. The value of M can be calculated by:

$$M = F \cdot y \tag{3}$$

The moment arm, y, according to the ISO 14801 Standard, represents the minimum distance between the axis of the force and the point where the moment is evaluated and, as it may be verified later, it depends only on the geometry of the test. Moreover, the compressive stress can be calculated by projecting the force F in the direction of the axis of the implant from the expression:

$$\sigma_{comp} = -\frac{F_{comp}}{\frac{\pi}{4}D^2} \tag{4}$$

In equation (4), F_{comp} is the compression component of the force F. The compressive stresses have the opposite effect to those caused by bending, which are traction stresses in the area of crack initiation. The tensile stresses tend to open the crack, unfavourable in terms of fatigue, while compression tends to close, so they are considered favourable.



Figure 2. Test configuration scheme implant systems with straight connecting parts.

In the case of an implant system with straight connecting parts, the value of the maximum nominal stress can be obtained through the following expressions, for this particular case (see figure 2):

$$\sigma_{nom,max}^{str} = \sigma_{flex,max}^{str} + \sigma_{comp}^{str}$$
(5)

$$\sigma_{nom,max}^{str} = \frac{F \cdot y_{str}}{\frac{\pi}{32}D^3} - \frac{F_{comp}^{str}}{\frac{\pi}{4}D^2} \tag{6}$$

$$\sigma_{nom,max}^{str} = \frac{F \cdot 11 \sin(30^{\circ})}{\frac{\pi}{32}D^3} - \frac{F \cdot \cos(30^{\circ})}{\frac{\pi}{4}D^2}$$
(7)

$$\sigma_{nom,max}^{str} = \frac{4F}{\pi D^3} \left(88 \cdot \sin(30^\circ) - D\cos(30^\circ) \right)$$
(8)

In the case of an implant system with pre-angled connecting parts, schematized in figure 3, the maximum nominal stress can be obtained through the following expressions:

$$\sigma_{nom,max}^{ang} = \sigma_{flex,max}^{ang} + \sigma_{comp}^{ang} \tag{9}$$

$$\sigma_{nom,max}^{ang} = \frac{F \cdot y_{ang}}{\frac{\pi}{32}D^3} - \frac{F_{comp}}{\frac{\pi}{4}D^2}$$
(10)



Figure 3. Test configuration scheme implant systems with pre-angled connecting parts.

In this case, y_{ang} can be calculated by trigonometry and is given by the expression:

$$y_{ang} = (3+a)\sin(\alpha+10) + (8-a)\sin(10)\sqrt{1+tg^2\alpha} (11)$$

Where α is the relative angle between the axis of the implant and the angled portion of the connecting part and a is a parameter that takes into account that in many connecting parts the angled portion does not start at the nominal level of the bone but slightly above. In commercial implants, this parameter a usually varies between 0 and 2 mm.

To properly compare the maximum nominal stresses in implant systems with the same body but with straight and angled connecting parts, a function, h, is defined as:

$$h = h(D, \alpha, a) = \frac{\sigma_{nom,max}^{str}}{\sigma_{nom,max}^{ang}}$$
(12)

$$h = \frac{88 \cdot \sin(30^\circ) - D\cos(30^\circ)}{8(y_{ang}) - D\cos(\alpha + 10)} \tag{13}$$

The function h represents, as stated above, the ratio of the value of maximum nominal stresses in dental implant systems between straight and angled connecting parts for the same applied load. As shown in the expression above, the value of the function h only depends on the geometry of the implant, the geometry of the connecting part and the test setup. According to this definition, a value of h greater than 1 indicates that the value of the maximum nominal stress is higher in the case of straight connecting part.

Figure 4 schematizes the evolution of h for different values of the angle of the connecting part, α , and for different values of the diameter of the implant body, D.

It has been considered a value of a = 2 mm, in other words, the angled part of the connecting part begins 2 mm above the nominal level of the bone, the worst-case condition, as it will be shown below. In this figure, it can be seen that the value of the maximum nominal stress in the case of straight connecting parts is greater than that for angled connecting parts, for values of α lower than approximately 42°. The graphic also shows that for values of α equal or lower than 25°, the maximum nominal stress for straight connecting parts is above 40% higher than the corresponding value in a dental implant system with angled connecting parts.



Figure 4. Evolution of h depending on abutment angle for a = 2 mm and several values of D.

To properly analyse the influence of the parameter a, figure 5 shows the evolution of h depending on the angle of connecting parts for different values of a. The value of D has been set at 3.5 mm. This figure shows that, as the value of a increases, the value of h decreases, and therefore so does the difference between the maximum nominal stresses associated with implant systems with straight and angled connecting parts, although the value of h is still greater than 1.



Figure 5. Evolution of h depending on abutment angle for several values of a (D = 3.5 mm, a = 2 mm).

In conclusion, it must be stated that when testing the fatigue strength of a dental implant system according to the ISO 14801 standard, and according to criteria established by this standard that says that the test shall be conducted under the worst-case scenario of all potential configurations of such system, the test shall be conducted using dental implants systems with straight connecting parts. This conclusion is only valid if fracture is located at point O' in figure 1 and the angle α is less than 42°.

4 EXPERIMENTAL VALIDATIONS

This section describes some experimental results to corroborate the analytical demonstration shown in the previous section. It has been analysed experimentally, following the guidelines of ISO 14801, the fatigue behaviour of a straight implant system and another one with pre-angled connecting part.

4.1 Description and specifications of dental implant system

The body of implant tested is a cylindrical threaded implant type, connected to its connecting part by an internal type connection. This implant system body is self-threading type, with three cutting grooves in the apical zone. It is made of grade 4 titanium in accordance with ISO-5832-2 [9]. A 25° angled column has been chosen to act as the connecting part. This element has been designed to hold the prosthesis performed by the prosthodontist. This connecting part has a through hole to accommodate a retention screw.

4.2 Testing methodology

According to ISO 14801 Standard, the dental implant system with straight connecting part shall be tested at an angle of 30° relative to the direction of loading and the dental implant system with pre-angled connecting part shall be tested with an undercorrection of 10° . The force is applied through the design of the hemispheric loading member ensures the geometric test conditions imposed by ISO 14801 Standard. The hemispheric loading member can be seen in figure 6.

The clamping system employed to place the sample in the correct test position is composed of a copper tube, with a longitudinal cut and the same inner diameter as the external diameter of the implant, and a jaw grip, figure 7. The implant is inserted into the copper tube which, when compressed by the jaws, is plastically deformed exerting a uniform tightening of the implant. With the exception of the tube, all components of the system are made of steel. The copper tube has an elastic modulus close to 110 GPa, above the minimum established by ISO 14801. The design of the loading device ensures no lateral constraints in the directions transverse to the load.



Figure 6 Hemispheric loading member configurations for pre-angled abutment test.



Figure 7 Clamping system with copper tube.



Figure 8 Failure Point.

The press system has lateral guides to ensure parallelism between the fixed and moving parts thereof. The torque applied to the screws is enough to produce small plastic deformation inside the copper tube. Screws are handily tightened ensuring that the clamping system is centred on the press system fixed and moving parts and, also, the final torque should be the same on both screws.

4.3 Test results

The initiation point of the crack is located at the surface of the implant system's body, coincident with the specimen potting level, in the zone where, for this implant system, the tensile stresses are maximum. Later the crack propagates perpendicular to the implant axis. This occurs for both implants, with the straight and preangled connecting parts, figure 8.

In section 3 it was determined that for the same load and a certain range of angle α , the nominal stresses in the straight implant were higher than in the pre-angled one. Therefore, the fatigue strength of the implant with preangled abutment should be higher. Figure 9 shows the fatigue results for both set of implants showing the higher resistance of the ones with pre-angled abutment. The two groups of data come together if the same set of results are drawn but representing the nominal stress vs. number of cycles, as calculated in section 3, instead of the force, figure 10. This shows experimentally that the nominal stress calculated at the critical point determines fatigue life, for the same cross section of the implant.





Figure 10. Fatigue test results (nominal stress vs. cycles).

5. CONCLUSIONS.

It has been shown theoretically and experimentally that the implants with pre-angled connecting parts have a higher fatigue strength if the ISO 14801 is used to validate them. Although this does not mean that they will last longer when they are collocated in the jaw because the loads applied in this case may have very different directions. This is a contradiction that the authors think should be pointed out and maybe lead to a modification in the standard. Nevertheless, more implants with different parameters needs to be tested to confirm these hypothesis.

ACKNOWLEDGMENTS

The authors wish to thank the Ministerio de Ciencia e Innovación for financing the investigation through the project DPI2014-59160-P.

REFERENCES

- ISO 14801. Dentistry. Implants. Dynamic fatigue test for endosseous dental implants. November 2007.
- [2] J.M. Ayllón, C. Navarro, J. Vázquez, J. Domínguez, Fatigue life estimation in dental implants, *Engng. Fract. Mech.* **123**, 34–43, 2014.
- [3] J.M. Ayllón, Análisis del proceso de fatiga en implantes dentales, Tesis Doctoral, Universidad de Sevilla, 2014.
- [4] J.M. Ayllón, C. Navarro, J. Domínguez. Condiciones de sujeción en el ensayo a fatiga de implantes dentales, *Anales de la Mecánica de la Fractura* 32, 418-423, 2015.
- [5] R. Celletti, C.H. Pameijer, G. Bracchetti, K. Donath, G. Persichetti, I. Visani, Histologic evaluation of osseointegrated implants restored in nonaxial functional occlusion with preangled abutments, *Int. J. Periodontics & Restorative Dentistry* 15, 563-573, 1995.
- [6] T. Brosh, R. Pilo, D. Sudai, The influence of abutment angulation on strains and stresses along the implant/bone interface: Comparison between two experimental techniques, *J. Prosthetic Dentistry* 79, 328-334, 1998.
- [7] I. Tanasic, D. Sarac, N. Mitrovic, L. Tihacek-Sojic, Z. Miskovic, A. Millic-Lemic, M. Milosevic, Digital image correlation analysis of vertically loaded cylindrical Ti-implants with straight and angled abutments, *Experimental Techniques* 2015.
- [8] M.C. Goiato, G.S. Arsufi, R.A. de Medeiros, A.A. Pesqueira, A.M. Guiotti, S.M. dos Santos, Stress distribution in bone simulation model with preangled implants, *J. Medical Engng.* & Tech. 39, 322-327, 2015.
- [9] ISO-5832-2. Implants for surgery. Metallic materials. Part 2: Unalloyed titanium.

ANÁLISIS DE ROTURA DE EJE.

Rubén RIVERA^{1*}, Ana VALENCIA¹, Clarisa LÓPEZ¹, Susana CALVO¹

¹División de Materiales y Componentes Instituto Tecnológico de Aragón, C/ María de Luna 8, 50018 Zaragoza, España. ^{*}E-mail: rrivera@ita.es

RESUMEN

En el presente trabajo se describen los análisis efectuados para la identificación de las causas de la rotura de un eje perteneciente a una instalación de bobinado.

La sistemática empleada está basada en la metodología general aplicable a los estudios de análisis de fallo. Los resultados obtenidos en los análisis realizados, han permitido concluir que la rotura del eje es la consecuencia de la actuación de un mecanismo de fatiga mecánica cuyo origen más probable radica en un inadecuado mantenimiento.

ABSTRACT

In the present work, the analyses carried out for the identification of the causes of the facture of shaft belonging to a winding installation is summarized.

The methodology employed in the study is based on the general methodology applicable to the failure analysis studies. The results obtained in the analysis have revealed that the shaft fracture is the consequence of a mechanical fatigue mechanism of failure, whose most probably origin is related to an inefficient maintenance.

PALABRAS CLAVE: Eje, Fatiga, Fallo.

INTRODUCCIÓN

En el siguiente trabajo se presentan los resultados obtenidos en el análisis de fallo llevado a cabo sobre un eje perteneciente a una instalación de bobinado transcurridos cuatro años aproximadamente de la puesta en funcionamiento de la instalación.

La sistemática empleada está basada en la metodología general aplicable a los estudios de análisis de fallo [1]. Tras la recopilación de los antecedentes de la instalación objeto de estudio, se efectuó una inspección visual sobre el eje, caracterizando en laboratorio la rotura a nivel macro y microscópico (SEM). A partir de estos análisis se identificó el mecanismo de rotura actuante, que junto a los resultados de la caracterización del material de fabricación, y de los cálculos aproximativos efectuados, han proporcionado la información suficiente y necesaria para establecer las causas del fallo y clasificarlo en un fallo de diseño, uso/mantenimiento o fabricación.

El material de fabricación del eje especificado por diseño corresponde a un acero de designación 42CrMo4 bonificado y recocido.

El peso máximo de diseño del eje es de 3500 kg, siendo el peso medio de las bobinas que se colocan en el mismo de 2850 kg y una longitud 1,5 m.

La velocidad de giro a la que trabaja el eje es variable, así como el diámetro de la bobina. La velocidad lineal máxima, en el caso de un diámetro de bobina de 500 mm, es de 650 m/min.



Figura 1. Foto de la rotura del eje.

En los siguientes apartados se describen las tareas llevadas a cabo y los resultados obtenidos en el estudio.

1. ANÁLISIS EXPERIMENTAL

2.1. Inspección visual del eje

La rotura se localiza en el radio de acuerdo existente en uno de los extremos del eje, de manera coincidente con uno de los cambios de sección próximos a la localización de uno de los rodamientos de apoyo.

Coincidiendo con la situación de los rodamientos de apoyo, la superficie exterior del eje presenta oquedades

y marcas indicativas de que el eje ha sido sometido a un proceso de recargue por soldadura (adherencias de material, salpicaduras)



Figura 2. Fotografía lateral de uno de los fragmentos de eje

Las superficies de fractura del eje están contenidas mayoritariamente en un plano perpendicular al mismo, en ausencia de estricción en el material, y con un cierto grado de deterioro que no permite determinar la totalidad de los macrocaracteres originales de la rotura.

El análisis macrofractográfico de las superficies de rotura revela la existencia de múltiples marcas superficiales situadas a lo largo de toda la periferia del eje, que se relacionan con la existencia de múltiples inicios de rotura; y marcas elípticas de parada perpendiculares a la dirección de propagación de la rotura y relacionadas con ciclos de aplicación de carga. Estos macrocaracteres de rotura son coherentes con la actuación sobre el eje de un mecanismo de fatiga mecánica por flexión rotativa. [2]



Figura 3. Esquema de la localización de los macrocaracteres de la rotura

La superficie correspondiente al inicio y propagación de la rotura por fatiga constituye en torno al 90% de la superficie de rotura. El resto de la superficie de fractura ofrece una textura rugosa, de aspecto mate, y se relaciona con la rotura mecánica final. 2.2 Análisis por Microscopía Electrónica de Barrido (SEM) y Energía Dispersada de Rayos X (EDS)

El análisis microfractográfico de las superficies de rotura se ha realizado mediante el uso de un microscopio electrónico SEM EDX Hitachi S-3400 N de presión variable con analizador EDX Röntec XFlash de Si(Li).

Las zonas de inicio y progresión de la rotura están caracterizadas por la presencia de plataformas irregulares y estrías de fatiga, perpendiculares a la dirección de progresión de la rotura características de la actuación de un mecanismo de rotura por fatiga mecánica de alto número de ciclos. [3]



Figura 4. Micrografía electrónica zona de inicio y progresión de la rotura del eje

La superficie correspondiente a la zona de rotura mecánica final ofrece una micromorfología de rotura por coalescencia de microvacíos o "dimples" de carácter dúctil, micromorfología característica de una rotura por sobrecarga. [4]



Figura 5. Micrografía electrónica zona de rotura mecánica final

2.3 Caracterización mecánica del material de fabricación del eje

Se realiza una caracterización mecánica del material de fabricación del eje basada en un ensayo de tracción a temperatura ambiente efectuado sobre una probeta mecanizada a partir de la muestra de eje disponible. [5]

Las características del material de fabricación del eje son inferiores a las especificadas.

Tabla 1.- Resultados del ensayo de tracción a temperatura ambiente

REFERENCIA	Rp (MPa)	Rm (MPa)	A (%)
Eje	533	777	19,0
42CrMo4 [6] 40 mm < d ≤100 mm	600 min	900-1100	12 min

2.4 Análisis por Microscopía Óptica

Se preparan probetas metalográficas a partir de secciones diametrales al eje coincidentes con la zona de inicio [7].

La rotura principal no presenta ramificaciones, y progresa en dirección transversal al eje. En la superficie adyacente a la localización de la rotura principal se observan múltiples agrietamientos paralelos a la misma, ondulaciones y pliegues superficiales de 250 micras de extensión máxima aproximada.



Figura 6. Micrografía óptica de la sección que contiene la rotura

De manera coincidente con la localización de la rotura existe de un recargue por soldadura. Los inicios de los agrietamientos se sitúan tanto en el metal de soldadura como en la zona afectada térmicamente (ZAT).



Figura 7. Micrografía óptica de la microestructura del núcleo del eje

El núcleo del material de fabricación del eje ofrece una microestructura constituida por bandas de martensita y bandas de ferrita perlita que apunta a la existencia de segregaciones en el material y/o un posible tratamiento térmico incompleto.



Figura 8. Micrografía óptica de la microestructura de la ZAT

La zona afectada térmicamente (ZAT) del área recargada revela una evolución de la microestructura respecto a la existente en el núcleo del material del eje, distinguiéndose una microestructura grosera de martensita en estado de bruto de temple.

2.5 Medidas de dureza Vickers

Se llevan a cabo los ensayos de dureza a temperatura ambiente [8] sobre una sección radial del eje en una zona próxima a la rotura. Los resultados se presentan en la tabla 2.

Los valores de dureza Vickers HV1 obtenidos en los ensayos efectuados revelan que en la zona afectada térmicamente (ZAT) se alcanza un valor máximo de 681HV1, muy superior a los correspondientes al material de soldadura (con un valor medio de 342HV1) y al material base (con un valor medio de 234HV1).

Estos valores de dureza son coherentes con las microestructuras observadas en las respectivas zonas de la sección del eje.

	REFERENCIA	MEDIDA	DUREZA VICKERS HV1
		1	681
	ZONA AFECTADA	2	613
	(ZAT)	3	650
EIE		4	598
EJE	MATEDIAL DASE	5	222
	MATERIAL BASE	6	245
		7	346
	SOLDADUKA	8	338

Tabla 2.- Resultados ensayos de dureza Vickers HV1

2. VERIFICACIÓN ESTRUCTURAL DEL EJE

Con el objetivo de verificar la fiabilidad a fatiga y a deformación permanente del eje en una situación ideal de diseño, en ausencia de soldaduras de reparación como las encontradas en el eje analizado, se realiza una evalúan según las expresiones recogidas en las tres partes de la normativa *DIN743 (Octubre 2000) Cálculo de la capacidad de carga de los árboles y ejes* [9], [10] y [11].

Los principales límites de aplicación de esta normativa son los siguientes:

- La norma solo es válida para tensiones debidas a tracción/compresión, flexión y torsión, consideradas como esfuerzos aislados o como combinaciones de esfuerzos. No se consideran las tensiones tangenciales debidas a fuerzas transversales, así como efectos asociados a pandeo.
- El rango de temperatura: -40°C < Temperatura de trabajo <150°C.
- El entorno no será corrosivo.
- Todos los cálculos se realizan considerando el límite a fatiga del eje por encima de 10⁷ ciclos.

En el caso analizado en el presente artículo el eje está sometido a esfuerzos de flexión, cumpliéndose el resto de supuestos de la Norma.

En la figura 9 se muestra el flujo de cálculo llevado a cabo para el análisis de la resistencia a fatiga. En la figura 10 se muestra el flujo utilizado en la comprobación a fluencia del eje. Ambas figuras son similares a las incluidas en el Apéndice B de la norma DIN 743-1 [9].



Figura 9- Flujo de trabajo según DIN743 para la verificación de ejes [9], [10] y [11]. Verificación a fatiga



Figura 10- Flujo de cálculo según DIN743 para la verificación de ejes [9], [10] y [11] . Verificación de fluencia

Ambas verificaciones, fatiga y limite a fluencia, se realizan únicamente en la sección en la que se produce el fallo, que es una transición entre dos secciones del eje, con destalonamiento, tal y como se muestra en la figura 11.



Figura 11- Esquema eje analizado. Sección con fallo

En ambas comprobaciones el momento de flexión se calcula a partir de las expresiones analiticas de una viga biempotrada, para el caso de máxima carga 3500 Kg.

Las propiedades de material consideradas en el cálculo corresponden a las obtenidas en los ensayos de caracterización mecánica efectuados sobre el eje (inferiores a los mínimos requeridos para la designación de material especificada en diseño)

3.1 Resultados del análisis a fatiga

En la tabla 3 se recogen resumidos los diferentes factores de influencia considerados en el análisis a fatiga, de acuerdo a lo definido en la figura 9.

Tabla 3 Factores de influencia considerados	para	la
nonificación a fatica		

verificació	n a janga
$K_{I}(d_{eff})$ para σ_{B}	1
$K_2(d)$	0,851
Kv	1,1
$K_{F\sigma}$	1,013
$K_{F\tau}$	1,007
α_{σ}	1,57
$lpha_{ au}$	1,29
n _σ	1,05
n_{τ}	1,03
$\beta_{\sigma(d)}$	1,497
$\beta_{\tau(d)}$	1,252
K_{σ}	1,628
K_{τ}	1,365

Los resultados obtenidos se analizan en términos de momento de flexión en el eje Z (M_{BZ}); la tensión axial debida a los esfuerzos de flexión (σ_{ba}) y las tensiones tangenciales debidas únicamente a esfuerzos de torsión (τ_{ta}), no consideradas en el caso analizado. En la tabla 4 se recogen estos resultados. Se incluye también en la tabla el límite a fatiga del componente (σ_{bWK} , τ_{tWK}) y el coeficiente de seguridad ante fallo a fatiga (S) para la sección analizada.

Tabla 4- Resultados del análisis de resistencia a fatiga

M _{Bz} [N·mm]	6,43e6
σ_{ba} [N/mm ²]	74,04
$\tau_{ta} [\text{N/mm}^2]$	0
$\sigma_{b WK} [\text{N/mm}^2]$	238,58
$\tau_{t WK} [\text{N/mm}^2]$	170,82
S	3,22

El coeficiente de seguridad frente a fallo por fatiga obtenido en la sección de fallo, S=3,22, cumple el requerimiento de la norma DIN 743-1 (apartado 4.1) [9], $S \ge S_{min} = 1,2$.

3.2- Resultados del análisis de límite de fluencia

En la tabla 5 se resumen los diferentes factores de influencia considerados en el análisis de límite de fluencia.

Tabla 5- Factores de influencia considerados para la verificación de limite de fluencia

$K_{I}(d_{eff})$ para σ_{s}	0,851
$K_{2F\sigma}$	1,2
$K_{2F\tau}$	1,2
$\gamma_{F\sigma}$	1,05
$\gamma_{F\tau}$	1

Los resultados obtenidos, recogidos en la tabla 6, se analizan en términos de momento de flexión en el eje Z del eje para las sección analizada (M_{BZ}); la amplitud de tensión axial debida a los esfuerzos de flexión ($\sigma_{b max}$) y la amplitud de tensiones tangenciales debidas únicamente a esfuerzos de torsión máximos ($\tau_{t max}$), no considerados en el acaso analizado, tal y como se ha comentado anteriormente. Se incluye también en la tabla el límite a fluencia del componente (σ_{bWK} , τ_{tWK}) y el coeficiente de seguridad ante fallo a fluencia (S) para cada una de las secciones analizadas.

De igual manera que en la verificación a fatiga, el momento de flexión se calcula a partir de las expresiones analiticas de una viga biempotrada, para el caso de máxima carga.

Tabla 6- Resultados del análisis de límite de fluenc	cia
--	-----

M_{BZ} [N·mm]	6,43e6
$\sigma_{b max} [\text{N/mm}^2]$	74,04
$\tau_{tmax} [\mathrm{N/mm}^2]$	0
σ_{bFK} [N/mm ²]	571,35
τ_{tFK} [N/mm ²]	314,16
S	7,72

El coeficiente de seguridad frente a fallo debido a fluencia obtenido en la sección de fallo, S=7,72, cumple el requerimiento de la norma DIN 743-1 (apartado 5.1) [9], $S \ge S_{min} = 1,2$.

3. CONCLUSIONES

En base a los resultados de las inspecciones, ensayos, cálculos y análisis llevados a cabo, se concluye que la causa más probable de la rotura del eje de la instalación es consecuencia de la actuación de un mecanismo de fatiga mecánica por flexión rotativa, a alto número de ciclos, concentración elevada de esfuerzos y un nivel tensional bajo, cuyo inicio estaría relacionado con las heterogeneidades y concentradores de tensiones derivados del proceso de recargue por soldadura y posterior rectificado llevado a cabo sobre el eje.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer la colaboración del INSTITUTO DE CARBOQUÍMICA del CSIC de Zaragoza en la realización de la caracterización mediante microscopía electrónica.

REFERENCIAS

- [1] ASM HANDBOOK. *Failure Analysis and Prevention*, vol 11, Metals Park (OH, USA):ASM International 2002.
- [2] ASM HANDBOOK. Failure Analysis and Prevention 9th ed, vol 11, Metals Park (OH, USA):ASM International 1992.
- [3] ASM HANDBOOK. *Fractography* 9th ed, vol 12, Metals Park (OH, USA):ASM International 1992.
- [4] Pintado Fe, J. M. Fallos en servicio de los materiales metálicos, INTA 1992.
- [5] UNE EN 10002-1: 2002. Materiales metálicos. Ensayos de tracción. Parte 1: Método de ensayo a temperatura ambiente.
- [6] UNE EN 10083-3:2006. Aceros para temple y revenido. Parte 3: Condiciones técnicas de suministro de aceros de calidad aleados
- [7] ASM HANDBOOK. Metallography and Microstructures 9th ed, vol 9, Metals Park (OH, USA):ASM International 1995.
- [8] UNE-EN ISO 6507-1:1998 Materiales metálicos. Ensayo de dureza Vickers. Parte 1: Método de ensayo. (ISO 6507-1:1997).
- [9] DIN743-1 (Octubre 2000) "Cálculo de la capacidad de carga de los árboles y ejes. Parte 1: Introducción, bases"
- [10] DIN743-2 (Octubre 2000) "Cálculo de la capacidad de carga de los árboles y ejes. Parte 2: Coeficientes de forma y entalladura"
- [11] DIN743-3 (Octubre 2000) "Cálculo de la capacidad de carga de los árboles y ejes. Parte 3: Valores de resistencia de los materiales"

MODELADO ANALÍTICO DEL PROCESO DE FISURACIÓN Y FALLO EN FLEXIÓN SIMPLE DE SECCIONES DE HORMIGÓN ARMADO

J. R. Carmona y G. Ruiz

E.T.S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, Universidad de Castilla la Mancha Avenida Camilo José Cela s/n, 13071 Ciudad Real E-mail: jacinto.rc@gmail.com Tfno: 926 29 53 00 Ext. 3276. Fax: 926 29 53 91

RESUMEN

En el presente trabajo se propone un modelo analítico para analizar el fallo de secciones sometidas a flexión en vigas de hormigón armado. Se impone el equilibrio de fuerzas en la sección y, para determinar la tensión en el armado, se incorpora una ecuación de compatibilidad que relaciona la apertura de fisura con el alargamiento de la barra de refuerzo. De esta forma la adherencia entre hormigón y acero se incorpora como parámetro al modelo. El modelo tiene en cuenta simplificadamente el comportamiento en fractura del hormigón introduciendo, en la punta de la fisura, una fuerza de tracción dependiente de las tensiones cohesivas. El modelo se valida frente a resultados experimentales de vigas de hormigón armado. La formulación propuesta permite obtener la relación entre el momento aplicado en la sección y la apertura de fisura correspondiente. Asimismo, permite estudiar la influencia de la adherencia en la capacidad de rotación de las secciones de hormigón armado.

ABSTRACT

This work presents an analytical model to study the failure of RC sections subjected to bending. The model is based in the forces equilibrium at the sectional level. It determines the stress in the reinforcement by introducing an additional compatibility equation enforcing that the crack opening is equal to the stretching of the reinforcement. The proposed formulation assumes a cohesive behavior of the fractured concrete introducing a force that depends on the cohesive stresses at the crack tip. Model results are validated against several beam tests. The crack opening for any bending moment and the plastic rotational capacity of RC sections can be obtained with the model.

ÁREAS TEMÁTICAS PROPUESTAS: Aplicaciones y casos prácticos

PALABRAS CLAVE: Hormigón armado, Apertura de fisura, Fallo por flexión, Tecnología del hormigón estructural

1. INTRODUCCIÓN

El comportamiento de las vigas de hormigón armado frente a esfuerzos de flexión ha sido un tema extensamente estudiado desde el punto de vista del diseño de estructuras de hormigón. Así pues, desde el inicio de la tecnología del hormigón se han ido proponiendo diversos modelo para su análisis. Desde un punto de vista práctico, los métodos más conocidos para determinar el momento último en secciones de hormigón armado son el método del momento tope (Instrucción-68 hormigón armado) y el del diagrama de pivotes (EHE). Estos métodos asumen que el hormigón no resiste tracciones y que la adherencia de las barras es perfecta, simplificaciones que conducen a tener que comprobar el momento de rotura y la apertura de fisura por separado, cuando en realidad ambos valores derivan del mismo fenómeno provocado por la flexión de una sección.

En el ámbito de la Mecánica de la Fractura se han propuesto diferentes formulaciones para el análisis del comportamiento de una sección sometida a flexion teniendo en cuenta el proceso de fisuración [1, 2]. Estos estudios han estado fundamentalmente encuadrados en el estudio de secciones débilmente armadas, por lo que el fallo por compresiones excesivas, en general, quedaba fuera de su ámbito [3].

En el presente trabajo se propone una metodología para analizar el fallo por flexión en secciones rectangulares de hormigón armado, pudiendo producirse el fallo bien por la rotura de la barra de acero o bien porque se alcanza una cierta deformación crítica en la zona de hormigón comprimida. El modelo introduce una ecuación de compatibilidad, basada en conceptos de Mecánica de Fractura, que relaciona la apertura de fisura con la tension en la barra de acero, incluyendo como parámetros la adherencia hormigón-acero, la cuantía de armado y propiedades mecánicas de los materiales.

2. MODELADO DEL PROCESO DE PROPAGACIÓN DE UNA FISURA A TRAVÉS DEL CANTO

Se considera una sección rectangular de hormigón armado en la que va a progresar una fisura. Las diferentes variables geométricas que intervienen en el problema se muestran en la Fig. 1. La viga tiene un canto h y un ancho b. La profundidad de la fisura viene representada por la letra z y el recubrimiento de las barras de acero por la letra c. Estas dimensiones geométricas pueden adimensionalizarse dividiendo por el canto h. De este modo definimos: $\xi = \frac{z}{h}$ como la profundidad relativa de la fisura adimensionalizada y $\zeta = \frac{c}{h}$ como el recubrimiento expresado en forma adimensional; estos parámetros tienen un valor comprendido entre 0 y 1.



Figura 1: Comportamiento de una sección fisurada a flexión: a) sección sin armado; b) sección con armadura

La profundidad de la resultante del bloque comprimido, y, es evaluada mediante el equilibrio de fuerzas horizontales, véase Fig. 1a:

$$T_c = C_c \tag{1}$$

Se asume una distribución rectangular de las tensiones en la zona comprimida, con un valor igual de la tensión a la resistencia del hormigón, f_c . La resultante del bloque comprimido está situada en el centro de gravedad de la distribución de tensiones, de esta forma resultante de las compresiones C_c puede escribirse como:

$$C_c = 2b(h-y)f_c.$$
 (2)

A partir de las Eqs. (1) y (2) la profundidad de la resultante del bloque comprimido es igual a:

$$y = h - \frac{T_c}{2bf_c}.$$
(3)

Las resultantes de compresiones y tracciones se pueden expresar en forma adimensionalizada dividiendo su valor por el área de la sección, bh, multiplicada por la resistencia a tracción del hormigón, f_{ct} .

$$T_c^* = \frac{T_c}{bhf_{ct}},\tag{4}$$

$$C_c^* = \frac{C_c}{bhf_{ct}}.$$
(5)

Así pues la Eq. (3) puede reescribirse de la siguiente forma:

$$\gamma = 1 - \frac{1}{2n_f} T_c^*,\tag{6}$$

donde n_f expresa el cociente entre la resistencia a compresión, f_c y la resistencia a tracción, f_{ct} .

Durante el progreso de una fisura, el hormigón en su frente va a generar una zona de proceso daño (FPZ) dado el carácter cuasifrágil del material, véase la Fig. 1. La resultante adimensional de las tracciones en esa zona, T_c^* , puede representarse a través de la ley de Efecto de Escala propuesta por el Prof. Bažant [4], véase la Eq. (7).

$$T_c^* = \frac{T_c}{bhf_{ct}} = \frac{(\gamma - \xi)}{\sqrt{1 + \frac{\beta_H}{\beta_0}}}$$
(7)

donde β_H es el denominado numero de fragilidad de Hillerborg [4], que es igual a una dimensión característica del elemento en estudio, en nuestro caso adoptaremos el canto, dividido de la longitud característica del material. Esta lóngitud se define como, $l_{ch} = \frac{E_c G_F}{f_{ct}^2}$, donde E_c es el modulo de elasticidad del hormigón, G_F es la energía de fractura y f_{ct} es la resistencia a tracción del hormigón. β_H es un parámetro que nos servirá para comparar elementos escalados entre sí. β_0 es una constante relacionada con el tamaño de árido y se ha tomado igual a 2 veces el tamaño máximo de árido dividido de l_{ch} [4]. La fuerza de tracción T_c se aplica a la altura z. Obsérvese que z es también la longitud que se toma como referencia en el proceso de crecimiento de la fisura, la cual, para simplificar el problema, se identifica con su profundidad. Debe tenerse en cuenta que la posición de la punta de una fisura cohesiva se difumina a lo largo de la zona de proceso. El momento en la sección durante el progreso de la fisura es igual a la tracción, T_c , por el brazo (y - z), que si se expresa de forma adimensionalizada queda como:

$$M_{c}^{*} = \frac{M_{c}}{bh^{2}f_{ct}} = T_{c}^{*}(\gamma - \xi) = \frac{(\gamma - \xi)^{2}}{\sqrt{1 + \frac{\beta_{H}}{\beta_{0}}}}$$
(8)

La existencia de una armadura introduce una nueva fuerza en nuestra sección, véase la Fig. 1b. El valor de esta fuerza, T_s , es igual a:

$$T_s = A_s \sigma_s \Longrightarrow T_s^* = \frac{T_s}{bhf_{ct}} = \frac{A_s \sigma_s}{bhf_{ct}} = \rho \sigma_s^* \qquad (9)$$

donde A_s es la cantidad de armadura, ρ la cuantía de armado y σ_s es la tensión de la barra de armado. Esta tensión se va a expresar de forma adimensionalizada, σ_s^* dividiéndola por la resistencia a tracción f_{ct} del hormigón. Esta nueva fuerza modifica el equilibrio de fuerzas en la sección, quedando éste como:

$$T_c + T_s = C_c \Longrightarrow T_c^* + T_s^* = C_c^* \tag{10}$$

Así pues, la profundidad de la resultante de las compresiones, expresada en forma adimensional, es igual a:

$$\gamma = 1 - \frac{1}{2n_f} (T_c^* + \rho \sigma_s^*)$$
(11)

El valor del momento durante el progreso de una fisura para una cierta profundidad, ξ , lo podemos expresar como:

$$M_t = M_c + M_s = T_c(y - z) + T_s(y - c)$$
(12)

ecuación que, en forma adimensionalizada, queda:

$$M_t^* = M_c^* + M_s^* = \frac{(\gamma - \xi)^2}{\sqrt{1 + \frac{\beta_H}{\beta_0}}} + \rho \sigma_s^* (\gamma - \zeta) \quad (13)$$

La Eq. (13) refleja que el momento flector durante el progreso de la fisura es la suma de dos términos, uno que depende de las características del hormigón en fractura y otro que depende de la cuantía de armado, la tensión de la barra de acero y el recubrimiento.

Para hallar la tension en el acero durante el proceso de propagación vamos a tener que plantear una ecuación adicional. Ésta se propone de tal forma que compatibilice el alargamiento de la armadura en la fisura con la apertura de la misma. Se va a considerar que el alargamiento de la barra es igual a la mitad de la apertura de fisura, véase la Fig. 2 y la Eq. (14).



Figura 2: Ecuación de compatibilidad

$$\frac{\omega_c}{2} = \Delta l_s \tag{14}$$

donde ω_c es la apertura de fisura y Δl_s es el incremento de longitud de la barra de acero respecto del hormigón. Se supone que la tracción en la barra es la misma a ambos lados de la fisura. La Eq. (14) se puede expresar de forma adimensionalizada dividiendo ambos términos del canto de la pieza.

$$\frac{\omega_c}{2h} = \frac{\Delta l_s}{h} \Longrightarrow \frac{\omega_c^*}{2} = \Delta l_s^* \tag{15}$$

El termino correspondiente a la apertura de la fisura, ω_c puede ser expresado a partir de la expresión dada por Tada [5]:

$$\frac{\omega_c^*}{2} = \frac{\omega_c}{2h} = 12M_t^* \frac{f_{ct}}{E_c} \xi f(\xi) (1 - \frac{\zeta}{\xi})$$
(16)

donde $f(\xi)$ es igual a:

$$0,76 - 2,28\xi + 3,87\xi^2 - 2,04\xi^3 + \frac{0,66}{(1-\xi)^2}$$
(17)

El incremento de longitud de la barra es evaluado, véase la Fig. 2, mediante la expresión:

$$\Delta l_s^* = \frac{\Delta l_s}{h} = \frac{\sigma_s^2 A_s}{2\tau_c E_s p_e h} = (\sigma_s^*)^2 \frac{f_{ct}^2}{2\tau_c E_s} \frac{A_s}{p_e h} \quad (18)$$

donde τ_c es la tensión rasante entre el acero y el hormigón y p_e es el perímetro de la barra. Sustituyendo las Eqs. (16) y (18) en la Eq. (15) la tensión en forma adimensional en las barras de acero se puede expresar como:

$$(\sigma_s^*)^2 = 24 \, M_t^* \, \eta^2 \, \beta_H \, \xi f(\xi) \left(1 - \frac{\zeta}{\xi}\right), \qquad (19)$$

donde η es un parámetro relacionado con la adherencia, definido por [1]:

$$\eta = \sqrt{n_E \frac{\tau_c}{f_{ct}} \frac{p_e \ell_{ch}}{A_s}},\tag{20}$$

 n_E es el cociente entre el modulo de elasticidad del acero, E_s , y el modulo de elasticidad del hormigón, E_c .

Se considera un comportamiento elástico perfectamente plástico para el acero de los refuerzos, véase la Fig. 3. Es decir una vez que se alcanza el limite elástico, f_y , la tensión en la barra permanece constante.

Con todo ello nos queda un sistema formado por las Eqs. (11), (13) y (19). Para una cierta profundidad de fisura, ξ obtendremos el momento asociado a esa profundidad, M_t^* , la tension en el acero σ_s^* y la profundidad de la resultante del bloque comprimido, γ . Resuelto el sistema se puede evaluar la apertura de fisura a partir de la Eq. (16) y la profundidad del bloque comprimido relativa al canto mediante la expresión $2(1 - \gamma)$.



Figura 3: Diagrama σ - ϵ del acero de armar

3. CRITERIOS DE FALLO Y ROTACIÓN PLÁSTICA DE LA SECCIÓN

El modelo presentado reproduce la evolución del momento resistido por una sección según avanza el proceso de fisuración, pero no indica cuándo se produce el fallo. Para fijar los puntos de fallo debemos introducir una serie de criterios adicionales.

La rotura de la sección se producirá bien por que se alcance un cierto valor de la deformación en la barra de acero, ϵ_{su} , Fig. 3, o bien un valor máximo de la deformación en el hormigón, ϵ_{cu} , Fig. 4.

En la zona fisurada, véase la parte inferior de la sección en la Fig. 5a, la ecuación de compatibilidad introducida nos permite evaluar la apertura de fisura y la longitud de armado movilizada, véase l_b en la Fig. 2,



Figura 4: Diagrama σ - ϵ en la zona comprimida de la sección de hormigón.

De esta forma, la deformación en el acero se puede evaluar mediante la expresión:

$$\epsilon_s = \frac{2\Delta l_s}{l_b} \tag{21}$$



Figura 5: Criterios de fallo: a) Zona fisurada-no fisurada; b) Deformación en la zona comprimida

Los valores de ϵ_{cu} y ϵ_{su} vienen determinados en las distintas normativas. Valores comunes para estos parámetros son, p.e., ϵ_{cu} =0,0035 y ϵ_{su} = 0,01. En todo caso se podrían adoptar formulaciones más complejas en las que, por ejemplo, la deformación en el hormigón pueda depender de la profundidad del bloque comprimido, con el fin de tener en cuenta el efecto de tamaño de la zona comprimida. Una vez superado alguno de los límites de deformaciones considerados, la sección falla, y el momento asociado a ese punto será el momento último resistente de la sección.

Complementariamente, el modelo permite determinar la capacidad de rotación de la sección, ya que para cada apertura de fisura se puede asociar un giro de la sección mediante la relación:

$$\tan \theta = \frac{\omega_c/2}{z-c} \simeq \theta = \frac{\omega_c/2}{z-c}$$
(22)

Dividiendo el numerador y el denominador de la expresión anterior por el canto del elemento, h, la Eq. (22) se puede expresar de forma adimensional:

$$\theta = \frac{\omega_c^*/2}{\xi - \zeta} \tag{23}$$

Una vez conocida la rotación de las secciones para los diferentes momentos aplicados en la sección, se puede evaluar la rotación plástica de la sección, parámetro de interés para determinar la ductilidad de la sección. La rotación plástica, θ_{pl} , sera igual a la rotación en el momento del fallo, θ_u , menos la rotación cuando el acero alcanza el límite elástico, θ_y .

$$\theta_{pl} = \theta_u - \theta_y \tag{24}$$

Así pues, la metodología propuesta permite evaluar en un único cálculo, la apertura de fisura para cada momento aplicado y la rotación plástica de una sección de hormigón armado.

4. CONTRASTACIÓN CON RESULTADOS EXPERIMENTALES Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS

Para contrastar la respuesta del modelo hemos comparado los resultados experimentales obtenidos por Ruiz Elices y Planas [6] con los del modelo propuesto. En concreto se han modelado los resultados para vigas con armadura adherente para tres tamaños diferentes, D1, 75 mm de canto, D2, 150mm de canto y D3, 300mm de canto. Estos ensayos se realizaron con cuantías bajas de armadura longitudinal por lo que únicamente se producía una fisura en la parte central de la viga. Se ha considerado que la rotación de la sección está provocada únicamente por el giro de la sección fisurada, despreciando el giro elástico del resto de secciones. En la Fig. 6 se muestran los resultados obtenidos.



Figura 6: Contrastación experimental. Ensayos Ref. [6].

En la Fig. 6 se representa en abscisas la rotación de la sección y en ordenadas en momento flector sobre la sección. El modelo reproduce de forma correcta los momentos de fallo y la tendencia en cuanto a los giros últimos de las secciones.

Para cubrir un rango de cuantías de armado mayor se han contrastado los resultados del modelo con una campaña experimental realizada por Carpinteri et al. [7]. El rango de cuantías cubre desde secciones débilmente armadas hasta cuantías que inducen un fallo por compresiones excesivas. Se han contrastado los resultados para vigas de 0.4m y 0.6m de canto, véase la Fig 7. En abscisas se representa la rotación de la sección y en ordenadas en momento sobre la sección.

También en este caso los momentos son reproducidos de forma adecuada. En cuanto a la rotación de la sección, en general, los ensayos presentan una rotación mayor en ro-

tura que lo indicado por el modelo. Esto es debido a que en las vigas más armadas aparece más de una fisura y consecuentemente la rotación es superior a la calculada. En todo caso las tendencias observadas experimentalmente son reproducidas por el modelo.



Figura 7: Contrastación experimental. Ensayos Ref. [7].



Figura 8: Influencia de la adherencia en la capacidad de rotación plástica.

En la Fig. 8 se muestra la influencia de la adherencia en la rotación plástica para una sección de hormigón armado. En abscisas se representa la profundidad del bloque comprimido y en ordenadas la rotación plástica. Cada curva se ha calculado para una sección manteniendo constante el parámetro que define la adherencia, η . Complementariamente se han dibujado los limites permitidos de giro plástico indicados en el Código Modelo para aceros de clases B y C. Para profundidades bajas, coincidentes en general con cuantías bajas, se observa como el aumento

de la adherencia disminuye la capacidad de rotación, ya que en esta zona el fallo se produce por la rotura del acero. Al aumentar la profundidad del bloque comprimido las curvas convergen debido a que el fallo se produce por compresiones excesivas y la influencia de la adherencia desaparece. Los resultados obtenidos se encuentran en el rango establecido por el Código Modelo.

5. CONCLUSIONES

El trabajo presentado propone una formulación analítica sencilla, basada en conceptos de Mecánica de Fractura, para estudiar el comportamiento de secciones de hormigón armado sometidas a flexión, con especial atención al proceso de progreso de una fisura y al modelado de la adherencia hormigón-acero. Los resultados del modelo se han contrastado con diferentes campañas experimentales, reproduciendo de forma adecuada las tendencias observadas en éstos. Con el modelo se pueden evaluar, en una sola comprobación, el momento último, la apertura de fisura para cada momento aplicado y la rotación plástica de una sección de hormigón armado.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen la colaboración de Jesús Ángel Serrano Garcia de la Plaza.

REFERENCIAS

- G. Ruiz, Propagation of a cohesive crack crossing a reinforcement layer. *International Journal of Fracture*, 111:265–282, 2001.
- [2] G. Ruiz, J.R. Carmona and D. Cendón Propagation of a cohesive crack throught adherent reinforcement layers. *Computer Methods in Applied Mechanichs and Engineering*, 195:7237–7248, 2006.
- [3] A. Carpinteri (Ed.), *Minimum Reinforcement in Concrete Members*. Number 24 in ESIS Publication, Elsevier, London, 1999.
- [4] Z. P. Bažant, and J. Planas, Fracture Size Effect in Concrete and Other Quasibrittle Materials. CRC Press, Boca Raton. 1998.
- [5] H. Tada, P. Paris and G. Irwin. *The Stress Analysis* of *Cracks Handbook*. Del Research Corporation, 1973.
- [6] G. Ruiz, M. Elices and J. Planas, Experimental study of fracture of lightly reinforced concrete beams. *Materials and Structures*, 31:683–691, 1998.
- [7] A. Carpinteri, M. Corrado, G. Mancini and M. Paggi, Size-scale effects on plastic rotational capacity o reinforced concrete beams. *ACI Structural Journal*, 106(6):887–896, 2009.

ANÁLISIS DE LA APARICIÓN DE FISURAS DE ORIGEN TÉRMICO EN ESTRUCTURAS MASIVAS DE HORMIGÓN UTILIZANDO UN MODELO DE FISURACIÓN COHESIVA CON ACOPLAMIENTO TERMO-MECÁNICO

M.P. Zappitelli^{1*}, E.I. Villa¹, J. Fernández-Sáez², C.G. Rocco¹

¹ Departamento de Construcciones, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de La Plata. Calle 48 y 115 s/n, (B1900TAG) La Plata, Buenos Aires, República Argentina. *paula.zappitelli@ing.unlp.edu.ar

² Departamento de Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras, Universidad Carlos III de Madrid. Av. de la Universidad 30. 29811 Leganés, Madrid, España.

RESUMEN

Las estructuras de hormigón masivo, como las presas o grandes bases de fundación, se encuentran sometidas a importantes cambios volumétricos debidos al calor liberado por la hidratación del cemento. Estos cambios originan tensiones de tracción que pueden dar lugar a la aparición de fisuras y afectar el comportamiento en servicio de la estructura. En este trabajo se presentan los resultados correspondientes al estudio de la localización y evolución de fisuras de origen térmico en una base de fundación. Las propiedades del material han sido asignadas aleatoriamente utilizando un código desarrollado en MATLAB. Se aplicó un modelo XFEM basado en el método de los segmentos cohesivos, disponible en el código de análisis por el Método de los Elementos Finitos ABAQUS V6.14. Los resultados obtenidos arrojaron patrones de fisuración que se corresponden, tanto en su localización como en su

Los resultados obtenidos arrojaron patrones de fisuración que se corresponden, tanto en su localización como en su evolución temporal, con los observados en la práctica en este tipo de estructuras.

PALABRAS CLAVE: Estructuras de hormigón masivo, análisis termo-mecánico, XFEM, fisuras de origen térmico, modelo de fisuración cohesiva.

ABSTRACT

Concrete massive structures, such as large dams and foundations, present volumetric changes because of the heat realised during the cement hydration process. This changes cause tensile stresses, which can generate cracks that could impact in the structure service behaviour. This paper presents the results of a thermal crack localization and evolution study of a foundation considering variable geometry and different boundary conditions. Material properties have been assigned in an aleatory way employing a MATLAB code developed by the authors. An XFEM model based in the cohesive segment method, available in the Finite Element Method Code ABAQUS V6.14, was implemented. The results show cracking patterns that match with the localization and temporal evolution of the patterns observed in the practice.

KEYWORDS: Massive concrete structures, thermal-mechanical analysis, XFEM, thermal cracks, cohesive cracking model

1. INTRODUCCIÓN

El ACI define al hormigón masivo como cualquier volumen de hormigón con dimensiones lo suficientemente grandes como para tomar medidas que permitan hacer frente al calor generado por la hidratación del cemento y a los cambios volumétricos para minimizar la fisuración [1]. En la práctica los reglamentos establecen que la menor dimensión de la estructura de hormigón debe ser de 0.7m para ser considerada como masiva.

Entre las estructuras de hormigón masivo en la ingeniería civil pueden citarse las presas, bases de fundación, pilas de puentes y centrales de generación de energía [2].

Los cambios volumétricos mencionados anteriormente generan la aparición de tensiones de tracción, que si superan la resistencia a tracción del material pueden ocasionar fisuras que afectan la capacidad resistente de la estructura y su durabilidad, o simplemente su funcionamiento y estética. Por este motivo es importante poder predecir la evolución térmica del hormigón durante el proceso de hormigonado y los niveles de tensiones generados por dichas temperaturas para poder tomar medidas tendientes a evitar los problemas referidos.

Si bien se han propuesto distintos modelos que permiten predecir la historia térmica en las estructuras de hormigón y establecer el estado tensional asociado, estos consideran un comportamiento elástico lineal del material que condiciona el abordaje del problema al establecer condiciones binarias respecto de la aparición o no de fisuras del tipo "*pasa/no pasa*". Esto representa una limitación importante ya que no permite describir el proceso de iniciación y propagación de fisuras, lo cual impide establecer niveles de tolerancia al daño o entender el comportamiento de estructuras fisuradas por causas térmicas. Por lo que disponer de modelos que incorporen el fenómeno de la iniciación y propagación de fisuras en los problemas térmicos de las estructuras de hormigón es un aporte significativo tanto en el campo teórico como práctico.

En este trabajo se presentan los resultados correspondientes al estudio de la localización y evolución de fisuras de origen térmico, utilizando el Método de los Elementos Finitos Extendido (XFEM), basado en el método de los segmentos cohesivos, considerando la aleatoriedad presente en la resistencia a tracción del hormigón. En el apartado 2 se introducen las ecuaciones que gobiernan el fenómeno térmico, en el apartado 3 se explica en qué consiste el método utilizado y en el apartado 4 se describe el modelo numérico desarrollado. Por último, en los apartados 5 y 6, se analizan los resultados y se presentan las principales conclusiones del trabajo.

2. ECUACIONES DE BALANCE TÉRMICO

Las observaciones experimentales indican que el flujo de calor es proporcional al gradiente térmico, siendo el factor de proporcionalidad la conductividad térmica del material, como se indica en la expresión siguiente [3]:

$$\vec{q} = -K \cdot \frac{\partial \theta}{\partial x} \tag{1}$$

en la que q es el vector de flujo de calor, K la matriz de

conductividad y $\frac{\partial \theta}{\partial x}$ el vector gradiente de

temperaturas. La ecuación (2) representa la formulación diferencial, o fuerte, de la ecuación de balance térmico:

$$\rho \cdot \dot{U} = -\frac{\partial q}{\partial x} + r \tag{2}$$

en donde q es el flujo de calor a través de la superficie de control indicada en la Figura 1, r es el calor generado en el volumen de control, U es la variación temporal de la energía interna y ρ es la densidad del material. Para integrar numéricamente la expresión (2) se la debe relajar multiplicando cada miembro por una temperatura variacional arbitraria $\delta\theta$, tal como se indica en (3):

$$\int_{V} \delta\theta \cdot \rho \cdot \dot{U} \cdot dV = -\int_{V} \delta\theta \cdot \frac{\partial q}{\partial x} \cdot dV + \int_{V} \delta\theta \cdot r \cdot dV \qquad (3)$$

Figura 1. Volumen y superficie de control arbitrarios para la ecuación de balance térmico.

Operando sobre la expresión (3) se llega a la forma variacional de la ecuación de balance térmico indicada en (4):

$$\int_{V} \delta\theta \cdot \rho \cdot \dot{U} \cdot dV - \int_{V} q \cdot \frac{\partial \delta\theta}{\partial x} \cdot dV =$$

$$= \int_{S} q \cdot \delta\theta \cdot dS + \int_{V} \delta\theta \cdot r \cdot dV$$
(4)

Para poder integrar numéricamente las ecuaciones diferenciales que describen el fenómeno físico hay que discretizar espacial y temporalmente el problema. Para ello, se parte de la expresión débil hallada anteriormente y se discretiza el volumen en elementos finitos, de forma tal que la temperatura en cualquier punto se calcula mediante la siguiente expresión:

$$\theta(x) = N(x)^{N} \cdot \overline{\theta}^{N} \tag{5}$$

donde $N^{N}(x)$ son las funciones de interpolación y $\overline{\theta}^{N}$ son las temperaturas nodales.

Utilizando la aproximación de Galerkin, las temperaturas variacionales también son interpoladas a partir de las mismas funciones:

$$\delta\theta(x) = N(x)^N \cdot \delta\overline{\theta}^N \tag{6}$$

Introduciendo las interpolaciones (5) y (6) en la ecuación (4), reemplazando el flujo de calor q por la Ley de Fourier y operando se obtiene la expresión (7):

$$\int_{V} N^{N} \cdot \rho \cdot U \cdot dV + \overline{\theta}^{M} \cdot \int_{V} K \cdot \frac{\partial N^{M}}{\partial x} \cdot \frac{\partial N^{N}}{\partial x} \cdot dV =$$

$$= \int_{V} N^{N} \cdot r \cdot dV + \int_{S} N^{N} \cdot q \cdot dS$$
(7)

que es la base para resolver problemas termo-mecánicos desacoplados unidimensionales mediante el MEF.

Cuando la energía interna del sólido no depende del campo de deformaciones o de tensiones, se puede escribir de acuerdo con la expresión (8):

$$\overset{\bullet}{U} = \frac{dU}{dt} = \frac{dU}{d\theta} \cdot \frac{d\theta}{dt} = \frac{dU}{d\theta} \cdot \overset{\bullet}{\theta} = c \cdot \overset{\bullet}{\theta}$$
(8)

siendo c el calor específico del material.

Tomando en cuenta la expresión (8), la ecuación (7) puede escribirse en forma matricial como se indica a continuación:

$$C \cdot \dot{\theta} + K \cdot \theta = Q \tag{9}$$

donde *C* es la matriz de capacidad calórica, *K* es la matriz conductividad, *Q* es el vector de flujo de calor y θ es el vector de temperaturas nodales.

Para problemas transitorios, además de espacialmente, se debe integrar la ecuación en forma temporal. Esto se consigue utilizando el algoritmo de diferencias regresivas indicado en (10):

$$\overset{\bullet}{U}_{t+\Delta t} = \frac{U_{t+\Delta t} - U_t}{\Delta t}$$
 (10)

Reemplazando ahora el algoritmo (10) en la ecuación (7) resulta la expresión (11):

$$\frac{1}{\Delta t} \int_{V} N^{N} \cdot \rho \cdot \left(\overset{\bullet}{U}_{t+\Delta t} - \overset{\bullet}{U}_{t} \right) dV + \overline{\theta}_{t+\Delta t}^{M} \cdot \int_{V} k_{t+\Delta t} \cdot \frac{\partial N^{M}}{\partial x} \cdot \frac{\partial N^{N}}{\partial x} \cdot dV -$$

$$(11)$$

$$- \int_{V} N^{N} \cdot r_{t+\Delta t} \cdot dV + \int_{S} N^{N} \cdot q_{t+\Delta t} \cdot dS = 0$$

Este es un sistema de ecuaciones no lineal que se resuelve a través del Método de Newton modificado. Una vez obtenido el campo de temperaturas nodales, se puede obtener el campo de deformaciones del sólido a partir del coeficiente de expansión térmica del material α , como se indica en la expresión (12):

$$\varepsilon^{th} = \alpha \cdot (\theta - \theta^{I}) \tag{12}$$

donde θ es la temperatura en el tiempo $t + \Delta t$, y θ^{t} es la temperatura inicial en el tiempo t.

Las deformaciones elásticas del material se obtienen por diferencia entre las deformaciones totales y las deformaciones de origen térmico. Conocido el campo de deformaciones, las tensiones se calculan por aplicación de la Ley de Hooke.

3. METÓDO DE LOS ELEMENTOS FINITOS EXTENDIDO (XFEM) BASADO EN EL MÉTODO DE LOS SEGMENTOS COHESIVOS

El Método de los Elementos Finitos Extendido fue presentado primeramente por Belitschko y Black [4]. Es una extensión del Método de los Elementos Finitos basado en el concepto de partición de la unidad introducido por Melenk y Babuska [5], que permite incorporar funciones locales de enriquecimiento en un modelo de Elementos Finitos. Se asegura la presencia de discontinuidades gracias a las funciones de enriquecimiento en conjunto con grados de libertad adicionales.

Las funciones de enriquecimiento consisten en funciones asintóticas cercanas a la punta de la fisura, que permiten capturar las singularidades en dicha zona, y una función discontinua que representa el salto en el desplazamiento a través de la superficie de la fisura. Considerando lo anterior el vector desplazamiento, u, queda definido de la siguiente manera [5]

$$\mathbf{u} = \sum_{I=1}^{N} N_I(x) [\mathbf{u}_I + H(x)\mathbf{a}_I + \sum_{\alpha=1}^{4} F_\alpha(x)\mathbf{b}_I^\alpha]$$
(13)

donde $N_t(x)$ representa las funciones de forma tradicionales, u_t es el vector de desplazamientos nodales asociado con la parte continua de la solución de elementos finitos, a_t es vector de grados de libertad nodales enriquecidos, H(x) es la función discontinuidad asociada a a_t a través de la superficie de la fisura, b_t^{α} es el vector de grados de libertad nodales enriquecidos y $F_{\alpha}(x)$ son las funciones elásticas de la punta de la fisura asociadas a b_t^{α} .

El primer término a la izquierda de la ecuación (13) es aplicable a todos los nodos en el modelo, el segundo es válido para nodos interceptados por el interior de la fisura y el tercer término se aplica a nodos interceptados por la punta de la fisura.

3.1. Predicción de la aparición de fisuras empleando el método de los segmentos cohesivos y el método de los nodos fantasma

Una alternativa dentro del marco de XFEM está basada en el comportamiento cohesivo de tracción-separación. El código de elementos finitos ABAQUS V6.14 utiliza esta alternativa para simular la iniciación y propagación de fisuras a lo largo de un camino arbitrario dependiente de la solución en el cuerpo del material, ya que la propagación de la fisura no está atada a los límites del elemento determinados por la malla. En este caso el producto $F_a(x)^* \mathbf{b}_I^a$, que considera la singularidad en la punta de la fisura no es necesario, solo interesa el salto en el desplazamiento a través de un elemento fisurado, representado por $\mathbf{H}(x)^* \mathbf{a}_I$ [6].

Los nodos fantasma, superpuestos a los nodos reales originales, se introducen para representar la discontinuidad en los elementos fisurados, ver Figura 2

Cuando el elemento está intacto cada nodo fantasma está vinculado completamente a su correspondiente nodo real. Cuando el elemento es atravesado por una fisura, éste se divide en dos partes. Cada una de ellas queda formada por la combinación de algún nodo real y alguno fantasma, dependiendo de la orientación de la fisura. Cada nodo fantasma y su correspondiente nodo real no continúan vinculados y pueden separarse [6].



Figura 2. Principio del método de los nodos fantasma

La magnitud de la separación se encuentra gobernada por una ley cohesiva hasta que la resistencia cohesiva del elemento fisurado es igual a cero, después de lo cual el nodo fantasma y el real se separan. Para contar con un conjunto base para realizar la interpolación, la parte del elemento fisurado que pertenece al dominio real, Ω_0 , se extiende al dominio fantasma, Ω_p . Luego el desplazamiento en el dominio real puede interpolarse utilizando los grados de libertad para los nodos en el dominio fantasma. El salto en el campo de desplazamientos se realiza integrando sobre el área desde del nodo real hasta la fisura, es decir Ω_0^+ y Ω_0^- [6].

4. MODELO NUMÉRICO

4.1. Generalidades

El problema a estudiar consiste en la simulación de bases de hormigón con distinta relación largo-ancho. El período de análisis es de 100 días, durante los cuales la única acción sobre la estructura es debida al calor de hidratación del cemento. En la Tabla 1 se indican las distintas dimensiones consideradas.

Tabla 1. Dimensiones de las bases analizadas

Altura	Largo
[m]	[m]
1	4
2	4
2	8

Los fenómenos de transferencia de calor considerados incluyen convección entre la superficie de la base y el aire y conducción en la masa de hormigón. El modelo busca reproducir el fenómeno de fisuración a edad temprana en el hormigón utilizando XFEM basado en el método de los segmentos cohesivos, modelo que se encuentra implementado en el código de análisis por el Método de los Elementos Finitos ABAQUS V6.14.

4.2. Análisis realizados y parámetros del modelo

Para la resolución del problema se utilizó un modelo de análisis secuencialmente acoplado. Esto significa que el campo de tensiones depende del campo de temperaturas en el material, pero las temperaturas no dependen de las tensiones [3]. Por este motivo se realizó en primer lugar un análisis térmico con el objetivo de obtener la variación de temperaturas en el espacio y en el tiempo, para luego aplicarlas como estado de cargas a un modelo mecánico, el cual permite obtener las tensiones, deformaciones y esquemas de fisuración.

El modelo realizado es bidimensional. Se emplearon elementos lineales cuadriláteros de transferencia de calor de cuatro nodos (DC2D4) en el análisis térmico y elementos bilineales cuadriláteros de deformación plana e integración reducida de cuatro nodos (CPE4R) en el análisis mecánico. En la Tabla 2 se indican las propiedades térmicas y mecánicas del hormigón utilizado.

m 1		^	n		1	1 1	1	•		. • 1	• 1	
Tal	hla		Pro	niada	Idae	dol	ho	rmic	nn	11/11	17000	١.
IUI	nu	<i></i> .	1 10	meau	ues	uei	$n\omega$	111112	con.	MILL	i i i i i i i i i i	,
								· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·				

Propiedades						
Densidad	2.40E-06	kg/mm3				
Conductividad	5.79E-07	kcal/mm.s.°C				
Calor específico	2.30E-01	kcal/kg.ºC				
Coeficiente de convección hormigón-aire	1.6E-09	kcal/mm2.s.°C				
contenido unitario de cemento	3.80E-07	kg/mm3				
Resistencia media a la comprsión a 28 días	38	MPa				
Resistencia media a la tracción a 28 días	2.9	MPa				
Módulo de elastididad a 28 días	34000	MPa				
Coeficiente de expansión térmica	1.19E-05	1/°C				
Coeficiente de Poisson	2.00E-01	-				
Pesod e la unidad de volumen	2.40E-05	N/mm3				
Apertura crítica	6.55E-02	mm				

Como se mencionó anteriormente el estado de carga considerado en el modelo térmico fue el calor de hidratación del cemento, el cual se ingresa como un flujo de calor por unidad de volumen y puede obtenerse de dos formas posibles. La primera de ellas es a partir de la curva de elevación adiabática del hormigón, resultado de un ensayo denominado Q Drum Test, y a partir de una expresión matemática se obtiene el mencionado flujo de calor volumétrico. La otra posibilidad consiste en calcularlo a partir de la expresión

$$Q(t) = Q_0 \cdot e^{-\left(\frac{\tau}{t+12}\right)^{\alpha}}$$
(14)

en donde Q(t) es el calor generado por kilogramo de cemento, Q_0 es la capacidad calórica del cemento, t es la edad en días y α y τ son parámetros de ajuste obtenidos experimentalmente [7]. Esta última alternativa fue la empleada en el presente trabajo.

Como se explicó en el apartado 3 el modelo mecánico empleado fue XFEM, basado en el método de los segmentos cohesivos. Este método requiere la definición de una curva de ablandamiento, que en el presente trabajo se adoptó de tipo lineal. Para definir la referida curva se necesitan: la resistencia a la tracción del material y la apertura crítica.

En lo que respecta a la resistencia a tracción del hormigón se consideró que ésta varía según una ley de distribución normal como la indicada en la Figura 3, con una resistencia media de 2.9 MPa y una desviación estándar de 0.4 MPa



resistencia a tracción del hormigón para una resistencia media de 2.9MPa

En el presente trabajo se consideró la mencionada distribución normal de resistencia a la tracción del material mediante el desarrollo de un algoritmo en MATLAB que permite asignar aleatoriamente a distintas zonas de la estructura valores de resistencia a la tracción respetando la distribución mencionada. En la Figura 4 se observa lo comentado anteriormente para el caso de la base de 4m de ancho y 2m de alto. Los detalles de la implementación del referido algoritmo exceden los alcances del presente trabajo.

Cada uno de los grupos de colores presentes en la Figura 4 representa uno de los valores de resistencia a tracción abarcados por la curva de la Figura 3.


Figura 4. Asignación aleatoria del material en el elemento estructural

Para cada uno de los casos analizados se consideraron cinco asignaciones aleatorias de resistencia a tracción, lo cual permite otorgarle un enfoque probabilístico al problema analizado. Teniendo en cuenta lo anterior en la Figura 5 se presentan las curvas de ablandamiento utilizadas.



Figura 5. Curvas de ablandamiento utilizadas

Con respecto a las condiciones de contorno en el modelo térmico se consideró intercambio de calor unidireccional entre la base de hormigón y el aire y condiciones adiabáticas en el resto de las caras. La temperatura ambiente se consideró igual 15°C, constante durante todo el análisis y la temperatura de colocación del hormigón se adoptó igual a 20°C.

5. ANÁLISIS Y DISCUCIÓN DE RESULTADOS

Para cada una de las geometrías estudiadas, indicadas en la Tabla 1, en las Figuras 7, 8, 9 y 10 se muestran los patrones de fisuración obtenidos para cada uno de los arreglos propuestos. A su vez, en las Tablas 3, 4, 5 y 6 se presentan los parámetros analizados: longitud de la fisura, relación entre la longitud de la fisura y el canto, tiempo de aparición de la fisura y coordenadas de la punta de la fisura, medidas como se indica en la Figura 6.



Figura 6. Coordenadas para la ubicación de la punta de la fisura

De la observación de los patrones presentados en la Figura 7 y de la relación longitud de la fisura/canto

indicada en la Tabla 3, se puede concluir que en la base de 4mx1m no se producen fisuras, ya que la mencionada relación es muy baja, menor al 10%, y el momento de la aparición de la fisura en general es muy tardío, alrededor de los 30 días, si se tiene en cuenta que se está analizando fisuración a edad temprana. Esto puede deberse a la baja temperatura de colocación (20°C) en relación a la temperatura ambiente (15°C) y las reducidas dimensiones de la base, que permiten una rápida disipación del calor generado.



Figura 7. Patrones de fisuración en la base 4mx1m empotrada, 1, 2, 3, 4 y 5 corresponden a las fisuras para los arreglos 1, 2, 3, 4 y 5 respectivamente

Tabla	3.	Parámetros	analizados	base	4mx1m
empotr	ada				

Dimensiones base		Ubicación	punta de fisura	Longitud de la físura	Relación Long fisura/Canto	Tiempo de aparición
[m]	iv de arregio	x [m]	y [m]	[m]	[%]	[días]
	A1	3.60	0.07	0.09	9%	1.04
	A2	0.08	0.00	0.09	9%	32.02
4X1	A3	0.08	0.00	0.09	9%	27.62
	A4	3.92	0.00	0.09	9%	30.40
	A5	3.92	0.00	0.09	9%	32.25

Para el caso de la base de 4mx2m las fisuras se generan claramente si se observan las Figuras 7 y 8 y las Tablas 4 y 5, ya que para el caso empotrado la relación longitud de fisura/ canto se encuentra en el entorno del 40% y en el caso simplemente apoyada alrededor del 20%. A su vez el tiempo de aparición de la fisura, en ambos casos, ocurre al día y medio o a los 2 días, lo cual representa adecuadamente el fenómeno de fisuración a edad temprana.



Figura 7. Patrones de fisuración en la base 4mx2m empotrada, 1, 2, 3, 4 y 5 corresponden a las fisuras para arreglos 1, 2, 3, 4 y 5 respectivamente

Tabla	4.	Parámetros	analizados	base	4mx2m
empotr	ada				

Dimensiones base	Nº da	Ubicación	punta de físura	Longitud de la fisura	Relación Long fisura/Canto	Tiempo de aparición
[m]	Nº de arregio	x [m]	y [m]	[m]	[%]	[días]
	A1	2.80	0.20	0.45	22%	1.90
	A2	1.77	1.13	0.87	43%	1.69
4x2	A3	1.77	1.13	0.87	43%	1.58
	A4	2.23	1.13	0.87	43%	1.92
	A5	1.77	1.20	0.80	40%	1.69



Figura 8. Patrones de fisuración en la base 4mx2m simplemente apoyada, 1, 2, 3, 4 y 5 corresponden a las fisuras para arreglos 1, 2, 3, 4 y 5 respectivamente

Si se comparan la forma de los patrones para las dos condiciones de borde analizadas, empotrada y simplemente apoyada, se observa que para el primer caso las fisuras se ubican, en general, para todos los arreglos en la parte superior de la base, y en el caso simplemente apoyado se encuentran en la parte inferior. Esto se relaciona con el hecho que para esta última condición de contorno se permite la libre expansión y contracción de la base. La aparición de una fisura en la parte inferior para el caso empotrado, puede estar relacionada con la existencia de resistencia a la tracción más baja en esa zona, resultado de la distribución aleatoria generada en el arreglo.

Tabla 5. Parámetros analizados base 4mx2msimplemente apoyada

Dimensiones base		Ubicación	punta de físura	Longitud de la fisura	Relación Long fisura/Canto	Tiempo de aparición
[m]	N° de arregio	x [m]	y [m]	[m]	[%]	[días]
	Al	3.00	0.40	0.40	20%	1.43
	A2	2.23	0.30	0.27	13%	1.64
4x2	A3	1.77	0.40	0.40	20%	1.64
	A4	2.03	0.47	0.47	23%	1.79
	A5	1.40	0.47	0.47	23%	1.68

Finalmente para la base de 8mx2m empotrada se presentan los patrones de fisuración para los distintos arreglos estudiados en la Figura 8. A partir de la Tabla 5 puede concluirse que la base se encuentra efectivamente fisurada, ya que la relación longitud de fisura/canto, en general, ronda el 30% y la aparición de las fisuras ocurre alrededor de la edad de un día, lo cual corresponde a fisuras a edad temprana. En comparación con los patrones de fisuración observados para la base de 4mx2m empotrada, puede decirse que en ese caso las fisuras son más largas que para la base de 8mx2m.



para arreglos 1, 2, 3, 4 y 5 respectivamente

Tabla	5.	Parámetros	analizados	base	8mx2m
empotr	ada				

Dimensiones base		Ubicación j	punta de fisura	Longitud de la fisura	Relación Long fisura/Canto	Tiempo de aparición
[m]	Nº de arregio	x [m]	y [m]	[m]	[%]	[días]
	A1	1.33	1.73	0.27	14%	0.65
	A2	1.07	1.40	0.60	30%	0.85
8x2	A3	1.13	1.33	0.68	34%	0.61
	A4	6.93	1.40	0.60	30%	0.72
	A5	0.87	1.33	0.68	34%	0.85

CONCLUSIONES 6

En el presente trabajo se utilizó exitosamente un modelo XFEM basado en el método de los segmentos cohesivos para predecir los patrones de fisuración a edad temprana en distintas geometrías de bases de hormigón masivo. A su vez se consideró en el mencionado modelo la aleatoriedad en la distribución de resistencias mediante un algoritmo desarrollado en MATLAB. Esto último representa la novedad de la implementación de una herramienta muy poderosa que permite introducir el análisis probabilístico en un análisis numérico.

REFERENCIAS

- [1] ACI 116R-78, Cement and Concrete Terminology, Reported by ACI Commitee 116, p. 27, 1978.
- [2] ACI 224R-01, Control of Cracking in Concrete Structures, Reported by ACI Committee 224, p. 28, 2001.
- [3] ABAQUS, Heat Transfer Theory Appendix I, Dassault Systems Simulia Corp., 2006.
- [4] Belytschko, T., and T. Black, Elastic Crack Growth in Finite Elements with Minimal Remeshing, International Journal for Numerical Methods in Engineering, vol. 45, pp. 601-620, 1999.
- [5] Melenk, J., and I. Babuska, The Partition of Unity Finite Element Method: Basic Theory and Applications, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, vol. 39, pp. 289-314, 1996.
- [6] ABAQUS, ABAQUS Analysis User's Manual Version 6.14, Dassault Systems Simulia Corp., Vol 2, pp 805-806, 2014.
- [7] U.S. Army Corps of Engineers, Thermal Studies of Mass Concrete Structures, Technical Letter No. 1110-2-542, 1997.

Ensayos miniatura

PROPIEDADES MECÁNICAS DE LAS ZONAS AFECTADAS POR UN CORTE LÁSER, CORTE POR PLASMA Y OXICORTE DE UNA CHAPA DE ACERO S460M DE 15 MM DE ESPESOR

J. Aldazabal^{1*}, A. Martín-Meizoso¹, A. Bannister², S. Cicero³, A. Klimpel⁴

¹Ceit y Tecnun (Universidad de Navarra) Manuel de Lardizábal, 15, 20018 San Sebastián ²Tata Steel, Swinden Technology Centre, Moorgate, Rotherham S60 3AR, Reino Unido ³Universidad de Cantabria, Avda. Los Castros 44, 39005 Santander ⁴Politechnika Slaska - Sutil, Akademica 2^a, 44-100 Gliwize, Polonia ^{*}E-mail: jaldazabal@ceit.es

RESUMEN

Se presentan los mini ensayos de tracción realizados sobre láminas extraídas en las zonas afectadas por el corte de una chapa de acero S460M de 15 mm de espesor. Los cortes se realizan tanto por láser como por plasma y oxicorte. Se extraen miniprobetas de tracción a diferentes distancias del borde de corte, determinándose cómo varía el límite elástico, la carga de rotura, alargamiento, índice de endurecimiento en función de la profundidad y las diferentes técnicas de corte. Se comparan las profundidades afectadas por el corte y su relación con la microestructura y microdurezas.

PALABRAS CLAVE: Zona afectada por un corte, Micro-ensayos, Planchas de acero.

ABSTRACT

Mini-tensile tests results are presented. Mini-tensile probes are extracted from Cut Heat-Affected Zones from the cut edge a S460M steel plate with a thickness of 15 mm. Cuts were done by laser beam, plasma arc and oxy-fuel. Mini-tensile test-piece were extracted at different distances from the cut edge. Yield stress, ultimate tensile strength, elongation, hardening index were obtained vs. distance from cut edge for the different thermal cutting techniques. Comparisons are made of the depth of Cut Heat-Affected Zones and their relation with microstructure and microhardness measurements.

KEYWORDS: Cut Heat-Affected Zone, Micro-tests, Steel plates.

1. INTRODUCCIÓN

La gran mayoría de las planchas de acero laminadas en calientes se cortan para formar elementos estructurales. Estos elementos se sueldan a otros, se fijan mediante uniones mecánicas o no necesitan ningún otro proceso. Para planchas de 15 mm de espesor, la técnica de corte es siempre térmica: mediante una antorcha de plasma, un haz láser o una llama de oxicorte (el cizallado de planchas de este espesor es poco viable). Estos cortes aumentan la temperatura, en la zona de corte, hasta derretir el material; lo que afecta a la microestructuras de las zonas próximas al corte (CHAZ).

Este trabajo se encuadra dentro de las investigaciones realizadas dentro de un proyecto europeo (*Research Fund for Steel and Coal*: HIPERCUT). Dentro de este proyecto se pretende determinar las posteriores prestaciones de los bordes cortados en aplicaciones con cargas alternadas.

2. MATERIALES Y TÉCNICAS EXPERIMENTALES

En este trabajo se examinan tres alternativas (plasma, láser y oxicorte) para el corte térmico de una chapa de acero de 15 mm de espesor y una resistencia media (S460M). Su composición química y carbono equivalente se recogen en la Tabla 1. Su microestructura, de ferrita y perlita bandeada, se muestra (atacada con nital al 2%) en la Fig. 1 (tomada de [1]) en diferentes secciones.

Tabla 1. Composición química del acero S460M.

Elemento	% en peso	Elemento	% en peso	Elemento	% en peso
С	0.12	Cr	0.062	Nb	0.036
Si	0.45	Mo	0.001	N	0.005
Mn	1.49	Ni	0.016	Sn	0.002
Р	0.012	Al	0.048	Ti	0.003
Si	0.001	Cu	0.011	V	0.066
				C Equiv.	0.39



Figura 1. Microestructura del acero S460M atacado con nital al 2%.



Figura 2. Extensión de las diferentes zonas afectadas por el calor del corte, reveladas con un ataque con nital.



Figura 3. Dureza (Vickers, 0.5 kg) frente a la distancia a los bordes de corte, para las diferentes técnicas de corte (Láser, Plasma y Oxicorte).

La Fig.2 muestra la profundidad de las zonas afectadas por el calor generado en el proceso de corte térmico para el corte con chorro de plasma, haz láser y oxicorte. La Fig. 2 muestra también las líneas de indentaciones Vickers realizadas para la medida de la dureza frente a la distancia al borde de corte.

Para la realización de los perfiles de dureza, se realizaron medidas de durezas con un indentador Vickers y una carga de 0.5 kg. La Fig. 3 muestra los



Figura 4. Microestructura y medidas de nanodurezas del borde de corte producido por el corte con plasma. Se observa, de izquierda a derecha, la baquelita usada para engastar la muestra, una capa de níquel (empleada para proteger la capa de óxidos), los óxidos y el acero.

perfiles de dureza para los 3 tipos de corte estudiados (plasma, láser y oxicorte) frente a la profundidad dentro de la chapa, para perfiles realizados en el centro del espesor de la chapa.

En el caso del corte que proporciona una mayor dureza (con plasma), la Fig. 4 muestra cómo la dureza se satura en los primeros micrómetros, más próximos al borde de corte. También se observa que no existe una capa amorfa próxima al corte (la velocidad de enfriamiento no es lo suficientemente elevada). Sin embargo se observa una capa algo más clara, que consiste en una capa nano-estructurada de unas 5 µm de profundidad.

Las rugosidades superficiales son muy diferentes entre unas y otras técnicas de corte. El corte con plasma es el que deja una superficie más suave (dejando un pequeño ángulo, falta de perpendicularidad a uno de los dos lados del corte), $R_{z5} = 9.4 \ \mu\text{m}$. El oxicorte es el que produce una peor calidad del corte ($R_{z5} = 23.7 \ \mu\text{m}$) y el láser tiene una calidad intermedia ($R_{z5} = 38.3 \ \mu\text{m}$) entre el plasma y el oxicorte, presentando un dentado muy característico en el lado de incidencia del haz, como se observa en la Fig. 5 b).



Figura 5. Aspecto superficial del corte de la chapa, de 15 mm de espesor, a) por plasma, b) láser y c) oxicorte.

Se extrajeron mini-probetas de tracción para caracterizar el comportamiento mecánico del material a las diferentes profundidades y microestructuras de las zonas afectadas por el calor del corte. El procedimiento para la extracción de miniprobetas de tracción a diferentes profundidades desde la superficie del corte (de unas 200 µm de espesor cada una) mediante electroerosión por hilo, se encuentra detallado en las referencias [2-3].

Para la medida de la deformación durante el ensayo de tracción, se adhiere a la superficie de la probeta, en la zona rebajada, una banda extensométrica (HBM 1-LY-11-3/120), como muestra la Fig. 6.





La carga que soporta la banda extensométrica deberá restarse de la carga total medida por la celda de carga para obtener la carga (y tensión) soportada por la sección de la probeta. Para determinar la carga soportada por la banda extensométrica se realiza un ensayo en el que se ensayan dos medias probetas unidas tan solo por la banda extensométrica, véase el inserto de la Fig. 5. A cada nivel de deformación ingenieril le corresponde una fuerza transmitida por la banda extensométrica.

La Fig. 7 también muestra el límite de medida de la banda extensométrica elegida (5%). Se selecciona una banda extensométrica con muy poco "recorrido" para poder precisar con mayor resolución el valor del límite elástico del material (convencionalmente / ingenierilmente se define al 0,2% de deformación permanente). A partir de este valor del 5%, el amplificador de la banda extensométrica se satura y la deformación deberá estimarse a partir de una correlación con la posición del actuador (que es lineal con el tiempo de ensayo).



La Fig. 8 muestra un ensayo en el que la banda extensométrica se despega durante el ensayo. Como es obvio, la carga transmitida por la banda extensométrica se sustrae de la carga total hasta el momento en el que ésta se despega (en la figura de ejemplo, con un alargamiento del 0.2 mm). A partir de ese momento, toda la carga es soportada por la sección de la miniprobeta. La curva verde muestra la estimación de la carga soportada por la probeta.



Figura 8. Registro carga frente al alargamiento de una miniprobeta de tracción en el que se observa cómo la banda extensométrica se desprende y cómo se sustrae la carga soportada por la banda extensométrica.

La medida de las tensiones residuales se realiza mediante difracción de rayos X (Phillips), con un ánodo de Cu y la técnica ángulo rasante. Se determinan las tensiones longitudinales y transversales cortas (en la dirección del espesor de la plancha). Para la medida de las tensiones en función de la profundidad, se elimina y electro-pule, hasta diferentes profundidades; deconvolucionan posteriormente las tensiones se matemáticamente; a partir de las tensiones medidas, se obtienen las originales, corrigiendo la relajación por la capa eliminada:

$$\sigma(z_1) = \sigma_m(z_1) + 2\int_{z_1}^{H} \frac{\sigma_m(z_1)}{z} dz - 6z_1 \int_{z_1}^{H} \frac{\sigma_m(z_1)}{z^2} dz \quad (1)$$

En donde *H* representa el espesor inicial de la muestra, z_1 el espesor actual y σ_m la tensión medida correspondiente a ese espesor.

3. RESULTADOS

El material base (S460M, lejos de la zona de corte y en dirección longitudinal) presenta un límite elástico de 484 MPa, una carga de rotura de 594 MPa y un alargamiento de 14.4%.

La Fig. 9 muestra los registros obtenidos de los miniensayos de tracción, ordenados por tipo de corte (plasma, láser y oxicorte) para las diferentes distancias al borde de corte. Las miniprobetas son longitudinales y se extraen de la mitad del espesor de la chapa (de 15 mm).

La Fig. 10 muestra en función del tipo de corte (plasma, láser y oxicorte) la evolución frente a la profundidad dentro del material del límite elástico. La Fig. 11 muestra la evolución de la carga de rotura. La Fig. 12 muestra la deformación uniforme; la Fig. 13 muestra la

Mini-tensiles: 4-15-P-M-000S:150:1050 1200 1000 Engineering STRESS (MPa) 800 600 400 200 -500 0.2 -10000.15 -1500 0.1 -2000 0.05 0 Engineering STRAIN (total) Mid-Distance from cut edge (microns)

a) corte por plama



Mini-tensiles: 4-15-F-M-0150,0300,0600:150:1200





deformación a fractura y, por último, la Fig. 14 representa la evolución del índice de endurecimiento del material (de acuerdo con un ajuste del comportamiento tensión-deformación a una ecuación de Hollomon).

4. DISCUSIÓN

La ZAC del corte es más delgada para el corte por láser y plasma. La mayor extensión de la ZAC ocurre para el oxicorte, y –en particular- en la zona de salida de la escoria donde se extiende varios milímetros.

El corte por láser produce mayores durezas que los cortes por plasma y oxicorte. Esto se debe a la mayor densidad de energía aportada y a una mayor velocidad de enfriamiento por (auto-) temple que se produce. Aunque se excede el límite de dureza permisible, fijado por la norma europea EN 1090-2-2008 (380 kg/mm²), todas las probetas superaron las pruebas de doblado sin agrietamiento alguno.

Todas las tensiones residuales son compresivas en las superficies de los cortes, como se observa en la Fig. 15. Anticipando una mejora en la vida a fatiga de los bordes de corte (su eliminación, en consecuencia, resultaría perjudicial para su vida a fatiga y, sin duda, económicamente más gravosa). El comportamiento a fatiga de los diferentes bordes de corte se detalla en la referencia [4].



Figura 10. Evolución del límite elástico en función de la técnica de corte, frente a la distancia al corte.



Figura 11. Evolución de la carga de rotura en función de la técnica de corte, frente a la distancia al corte.

5. CONCLUSIONES

- 1. Los cortes por plasma proporcionan una calidad superior del corte en comparación con el corte por haz láser o con una antorcha de oxicorte.
- 2. El corte por plasma deja un lado con un corte recto (que deberá ser el de la pieza) y otro oblicuo (que debería corresponder con la pedacería). Se controla modificando el sentido del corte.
- 3. La dureza superficial del corte con plasma puede exceder ligeramente los requisitos impuestos por las normas (EN 1090-2-2008), pero no se aprecia agrietamiento en el doblado; por lo que debería revisarse este límite para los cortes con plasma.
- 4. En prácticamente todos los escenarios que puedan contemplarse, el corte por plasma es más económico que el corte por láser.
- 5. El corte con láser produce un dentado regular en el lado de incidencia del haz. Tampoco es posible cortar espesores superiores a los 15 mm, con una calidad razonable.
- 6. El oxicorte produce unas amplias zonas afectadas por el calor, lo que supone un revenido del material subyacente y, en general, mejora sus características mecánicas.
- 7. La eliminación de los bordes de corte elimina las compresiones residuales producidas por los tres métodos de corte térmico estudiados, por lo que debería evitarse. No se recomienda; preferiblemente deberán respetarse los bordes de corte tal como quedan.
- 8. Todas las medidas de la zona afectada por el calor del corte son, en todos los casos, coherentes entre sí. La metalografía muestra diferentes fases a diferentes profundidades del corte, lo que se ve reflejado en diferentes durezas y diferentes comportamientos mecánicos.
- 9. El mejor procedimiento de corte, desde el punto de vista de las tensiones residuales es el oxicorte que introduce unas elevadas compresiones residuales que se extienden en el interior del material a lo largo de varios centenares de micrómetros.
- **10.** El peor, desde el punto de vista de las tensiones residuales, es el corte por haz de láser, que introduce unas compresiones residuales mucho más pequeñas.

AGRADECIMIENTOS

Los autores quieren agradecer la financiación recibida de la Unión Europea a través del proyecto HIPERCUT (RFSC-CT-2012-00027).



Figura 12. Evolución de la deformación uniforme en función de la técnica de corte, frente a la distancia al corte.



Figura 13. Evolución de alargamiento (a fractura) en función de la técnica de corte, frente a la distancia al corte.



Figura 14. Evolución del índice de endurecimiento en función de la técnica de corte, frente a la distancia al corte.



Figura 15. Evolución de las tensiones residuales en función de la distancia al borde cortado, para las diferentes formas de corte (plasma (P), Láser (L) y oxicorte (F)). Símbolos rellenos para las tensiones longitudinales y vacíos para la orientación transversal.

REFERENCIAS

- [1] T.P. García Pemán. Comportamiento en fatiga de componentes estructurales obtenidos mediante oxicorte, corte por plasma y corte por láser: comparativa y definición de curvas S-N de diseño. Tesis Doctoral. Universidad de Cantabria, 2015.
- [2] A. Martín-Meizoso, J. Aldazabal, J.L. Pedrejón, S. Moreno. Caracterización de la Zona Afectada por un Oxicorte, Anales de Mecánica de la Fractura 31 (2014) 595-600.
- [3] J. Aldazabal, A. Martín-Meizoso, S. Cicero, A. Klimpel, A. Bannister. Ductilidad y tenacidad de un borde de cortado por plasma en una chapa de acero S460M de 15 mm de espesor, *Anales de Mecánica de la Fractura* 32 (2015) 569-574.
- [4] S. Cicero, T. García, J.A. Álvarez, A. Martín-Meizoso, A. Bannister, A. Klimpel. Definition of BS7608 fatigue clases for structural steels with thermally cut edges, *J. of Constructional Steel Research* 120 (2016) 221-231.

DETERMINATION OF THE CREEP CRACK INITIATION PROPERTIES USING PRE-CRACKED SMALL PUNCH TESTS

J. M. Alegre^{1*}, I.I. Cuesta¹, C. Rodriguez², F.J. Belzunce²

¹Grupo de Integridad Estructural (Universidad de Burgos) ²Escuela Politécnica Superior de Ingeniería. Campus de Gijón (Universidad de Oviedo)

Escuela Politécnica Superior. Av Cantabria s/n 09006 – Burgos (Spain) *E-mail: jalegre@ubu.es

RESUMEN

The use of pre-cracked small punch creep test specimens (p-SPCT) is analyzed in this paper as an alternative method to obtain the Creep Crack Initiation (CCI) time in those cases where there is not enough material to use CT specimens. The material selected was an AZ31B magnesium alloy. The geometry of the specimens used was square of 10×10 mm with a thickness of 0.5 mm. An initial crack-like notch was created in the SPT specimens by means of a laser micro-cutting technique. Conventional compact specimens (CT-20) have been tested at T=150°C as a reference for CCI determination. The definition of an equivalent load for p-SPCT was seen to be a good methodology, and a λ parameter was defined to convert the p-SPCT to an equivalent C(T) load that produces the same CCI time. The influence of temperature and material on the λ parameter must be investigated.

KEYWORDS: Creep crack initiation, Small Punch Tests, Notches

1. INTRODUCCIÓN

In order to assess the reliability of components continually exposed to high temperatures, such as those working in power generation plants, accurate methods to predict the time for Creep Crack Initiation (CCI) and the rate of the Creep Crack Growth (CCG) are required.

In this sense, creep crack initiation and early growth constitute the most important part of the life under creep conditions. However, this initial stage of the creep process shows large fluctuation of the crack incubation time and growth of small cracks. These fluctuations are mainly caused by the randomness in the grain size and due to differences in local stress and local resistance to failure [1-2]. It is common practice to predict crack initiation in terms of creep damage accumulation in a process zone ahead of the crack tip. Other commonly used approach for creep crack initiation is based on the attainment of a critical crack opening displacement.

For creep-ductile materials substantial creep deformation accompanies the onset of fracture, and stress redistribution will occur at the crack tip that makes K not adequate to describe the local stress field at the crack tip. In those cases, the use of C^* integral has been widely used as a parameter for correlating CCG under steady-state creep conditions [3].

According to ASTM E-1457 Standard Test Method for measurement of Creep Crack Initiation and Creep Crack Growth in metals [4], the recommended specimen is the standard compact tension specimen C(T) with B/W=0.5and pin loaded in tension under constant loading conditions. Side-grooved specimens are recommended to assure uniform crack extension across the thickness of the specimen [5]. The equation to obtain C^* from C(T) specimens are well known and perfectly established.

Nevertheless, the use of geometries other than C(T) are allowed provided the calibration functions for K, J or $C^*(t)$ are available. In any case, data for other geometries must be compared to data obtained from C(T) specimens, that is usually considered as the reference geometry.

On the other hand, the small punch test (SPT) is a relatively new technique that has been proven useful to obtain the mechanical and fracture properties of metallic materials [6-7], in those cases where there is not enough material for conducting conventional tests. It has also been shown to be useful for the determination of creep properties [8-12]. Creep tests on a small scale have the potential to be used without significant loss of material or in areas where the available material is limited.

In this paper, the use of precracked miniature specimens is discussed in order to validate the Small Punch Creep Tests on pre-notched specimens (p-SPT) as an alternative creep crack initiation testing practice applicable in those cases where there is not enough material for the realization of conventional tests, such as the C(T) reference test. Then, the proposed approach involves to establish a correlation between the *p-SPT* and the C(T) standard tests, so that the load applied in *p-SPT* creep test can be converted into an equivalent C(T) load. Consequently, the objective is not to calculate the $C^*(t)$ value for the miniaturized specimens, but to use the $C^*(t)$ well-known equations for C(T) specimens, using an equivalent load obtained from *p-SPT* tests.

2. MATERIAL DATA

The material considered in this work is an AZ31-B magnesium alloy. It has a poor creep resistance at temperatures above 125° C. The chemical composition is of this alloy is presented in Table 1. Moreover, the mechanical properties of the alloy at a temperature of T=150°C is summarized in Table 2.

Table 1. Chemical composition of AZ31-B Mg-alloy(ASTM B90/B90M), % weight.

Al	Zn	Mn	Si	Cu
2.5-3.5	0.6-1.4	0.2	0.1	0.05
Ca	Fe	Ni	others	Mg
0.04	0.005	0.005	0.3	balance

 Table 2. Mechanical properties of AZ31-B Mg-alloy.

Sy (0.2%)	Su (MPa)	E (MPa)	A (%)
129 MPa	185	30200	0.33

The microstructure of the as-received material AZ31-B alloy is shown in Figure 1. After polishing, specimens were etched using a solution of acetic-picral (l00 ml of ethanol, 5 gr of picric acid, 5 ml of acid acetic and 10 ml of water) to reveal second phases, twins and grain boundaries. The microstructure of the alloy consists of a matrix of α -Mg with fine particles that are homogeneously distributed. The fine particles were identified as $Mg_{11}Al_{12}$ phase by X-ray diffraction technique (XRD).



Figure 1. Microstructure of AZ31B Mg-alloy

3. CREEP CRACK INITIATION TESTING

3.1. Creep crack initiation testing on C(T) specimens

For creep crack growth testing the standard compact tension specimen C(T)-20, pin loaded in tension under a constant load was selected. The geometry and main dimensions of the C(T) specimen is shown in Figure 2. The specimens were side-grooved to promote uniform crack growth across the thickness.



Figure 2. Compact tension C(T), ASTM E1457-00

In common practices for creep crack initiation and creep crack growth testing two different methods to provide the crack starter are used: (a) fatigue pre-cracking, and (b) use of an electric-discharge machined notch. Although the influence of the crack starter type on the creep crack growth progress can be disregarded, it is an important factor for the evaluation of the creep crack initiation time. In this paper, the fatigue pre-cracking method was used on compact C(T) specimens at room temperature, to obtain an initial crack between $0.45 < a_0 / W < 0.55$. The crack front obtained after pre-cracking, presented in Figure 3, shows a uniform crack along the thickness of the specimen. The maximum force during fatigue pre-cracking was less than 60% of the load used during creep crack growth testing.

In order to obtain the required crack length during the test, the partial unloading compliance method was used. During the test, the crack size and the load-line displacement versus time were recorded. Finally, the final crack length reached after the creep test the specimen was marked applying fatigue cycles at room temperature until complete fracture. The final crack front is then clearly identified in the specimen, as can be seen in the aforementioned Figure 3.



Fatigue pre-cracking \sim Creep crack growth. Figure 3. Aspect of creep-crack-growth in a C(T)specimen.

Figure 4 (a) shows the typical curve load-line displacement (LLD) versus time on the C(T) specimens. The curve corresponds to a C(T) specimen of the AZ31B material loaded with P = 5kN at a temperature $T = 150^{\circ}C$. In Figure 4 (b) the crack extension versus time obtained in the same test is presented.



Figure 4. Load-Line Displacement vs. time (upper) and Crack Size vs. time (lower) for a C(T) specimen of AZ31 alloy at 150°C.

In order to analyze the creep crack initiation mechanisms, some specimens have been interrupted at the moment where crack initiation was detected, as can be observed in Figure 5. After the initial blunting an small crack is visible and is considered as the initial crack size. A typical ductile micromechanism of microvoids nucleation and growth takes place in the process zone ahead the blunted precrack, giving rise to the initiation of the crack. After that, the growth of voids and tearing of the ligaments between voids is the main crack growth mechanism.

The creep crack initiation time t_i can be defined by a technical creep crack initiation length. A typical value of $\Delta a_i = 0.5 mm$ is common for C(T) specimens [1]. The definition of a fixed crack length at initiation is advantageous to avoid the influence of spurious factors

not related to crack advance. The creep crack initiation time for a value of $\Delta a_i = 0.5 mm$ is defined as $t_{0.5}$.





Figure 5. Creep Crack initiation in a AZ31B CT specimen at 150°C

2.3. Creep crack initiation testing on p-SPT specimens

An initial block of 10x10x20mm was extracted from a 25 mm thick rolled plate. Using a laser microcutting technique [13], a crack like notch was longitudinally machined, as it is shown in Figure 6 and after that, small samples of 10x10x1 mm were extracted. Finally, the p-SPT specimens were polished with SiC papers on both sides up to a 1200 grit final finish. The final thickness dimension obtained in each specimen was controlled within an accuracy of $0.5 \pm 0.01mm$.

The small punch creep tests have been conducted in air, using a device inserted into a tubular furnace provided with two temperature control zones and a variability for temperature of $\pm 1^{\circ}C$. The test temperature was 150°C. A dead weight was used to apply a constant load to the specimen. The displacement of the punch was measured using a COD extensometer with a precision of 1 µm. The experimental setup for small punch creep testing is presented in Figure 7.



Figure 6. p-SPT specimen dimensions and machined laser notch



Figure 7. Experimental setup for Small Punch Creep Testing

Figure 8 presents typical curves obtained in small punch creep tests performed on precracked specimens. The punch displacement versus time is recorded during the test until the fracture of the specimen. The punch displacement rate is then obtained as $\dot{\delta} = \Delta \delta / \Delta t$. Three zones can be clearly identified, that represent the primary, secondary and tertiary creep material behaviour, which show the crack tip blunting, crack initiation and crack propagation phases.



Figure 8. Typical Punch displacement curve vs. time for a p-SPT specimen.

In a first analysis, there are no evidences in the shape of the curve, like a sudden displacement increase at which fracture initiation occurs. In a first approach, it can be assumed that, like occurs in a conventional creep SPT [6,12], the onset of fracture (microvoids coalescence) initiates at a time where the minimum punch displacement rate is reached. In order to corroborate this assumption, some tests have been stopped at this particular time.

Figure 9 shows several micrographs taken in a test that has been interrupted when the minimum creep punch displacement rate has been lightly surpassed, the punch displacement rate started to increase afterwards. It can be clearly observed that crack propagation has started by tear in the precrack tip of the specimen. Creep initiation micromechanisms are similar to those observed in the C(T) specimens: after tip precrack blunting, the crack initiates in a ductile way.



Figure 9. Crack initiation by creep on p-SPT specimens of AZ31 Mg alloy.

As a result of this analysis, it can be postulated that the crack initiation on p-SPT can be assumed to take place at the time where the minimum creep punch displacement rate has been reached

4. RESULTS

In order to compare the Creep Crack Initiation values, using both geometries (CT and p-SPCT), the experimental program presented in Table 3 has been undertaken. Initially, a test temperature of 150°C has been selected, for both conventional creep test on C(T) specimens and small creep tests on p-SPT ones.

As it was explained before, for C(T) specimens, the creep crack initiation time t_i can be defined based on a technical creep crack initiation length. In this research, a value of $\Delta a_i = 0.5$ mm has been used [2].

Moreover, for p-SPCT, the creep crack initiation time t_i was found at the time where the minimum creep strain rate was reached. Interrupted tests were carried out to assure this assumption.

In the same Table 3, for both geometries, the values of the applied loads on C(T) specimens, referred as P^{CT} , and the loads used on the p-SPCT specimens, referred as P^{pSPT} , were collected.

Table 3. Experimental program and creep crackinitiation (CCI) time results.

Specimen	Temp	Load	CCI time
_	(°C)	(kN)	(h)
C(T)-20 #01	150	4.0	65.56
C(T)-20 #02	150	4.0	62.50
C(T)-20 #03	150	4.0	83.33
C(T)-20 #04	150	5.0	21.39
C(T)-20 #05	150	5.0	25.83
C(T)-20 #06	150	5.0	25.00
C(T)-20 #07	150	6.0	7.64
C(T)-20 #08	150	6.0	5.83
C(T)-20 #09	150	6.0	5.69
C(T)-20 #10	150	8.0	0.52
p-SPT #01	150	0.10	64.43
p-SPT #02	150	0.12	33.99
p-SPT #03	150	0.14	8.67
p-SPT #04	150	0.16	4.45

5. ANALYSIS AND DICUSSION

In order to make a comparison between a defined conventional test (e.g. creep tensile test) and the SPT is common practice to obtain and equivalent load for SPT that produces the same effect on the conventional specimen. In this research a similar approach was defined between the C (T) specimen and the p-SPT specimen for creep crack initiation analysis.



Figure 10. Experimental results of the CCI time for C(T) specimens



Figure 11. Experimental results of the CCI time for p-SPCT

An equivalent load for p-SPT has been defined $(P^{pSPT} \rightarrow P_{eq}^{CT})$ to convert the applied load in the p-SPT sample to an equivalent C(T) load, that produces the same CCI time in both creep tests.

As can be observed in the Figures 10 and 11, taken from the results of Table 2, a linear regression in log-t scale can be assumed in both tests. The bet fit was obtained using the following equations:

$$P^{CT}(kN) = -0.809 \cdot \ln(t_i) + 7.496 \tag{1}$$

$$P^{pSPT}(kN) = -0.021 \cdot \ln(t_i) + 0.191$$
⁽²⁾

Comparing both equations, a relationship between the loads applied in both tests can be obtained:

$$P^{pSPT}(kN) = -0.021 \cdot \ln(t_i) + 0.191 =$$

= 0.0253 \cdot [-0.809 \cdot \ln(t_i) + 7.496] = (3)
= \lambda \cdot P^{CT} (t, hours)

As a results, the load applied in the p-SPT, P_{eq}^{pSPT} , can be converted into an equivalent C(T) load, P_{eq}^{CT} , that produces the same CCI time:

$$P^{pSPT} \to P_{eq}^{CT} = \frac{P^{pSPT}}{\lambda} = \frac{P^{pSPT}}{0.0253}$$
(4)

A value of $\lambda = 0.0253$ or $\lambda^{-1} = 39.5$ was obtained for this particular material and test temperature.

Figure 12 shows the results of the CCI time for all the tests of the experimental program conducted at T=150°C. As can be observed, the CCI time can be predicted with a high accuracy using the p-SPCT results (converted to equivalent CT specimens). However, the influence of test temperature and material on the λ parameter must be studied in order to extent the applicability of the exposed methodology.



Figure 12. Experimental results of the CCI time for C(T) and p-SPCT

6. CONCLUSIONS

The p-SPCT can be used to obtain the Creep Crack Initiation time in those cases where there is not enough material for conducting conventional C(T) test. The definition of an equivalent load for p-SPCT was demonstrated to be a good methodology, and a unique λ parameter was defined to correlate both tests. The effect of test temperature and material on the λ parameter must be investigated in order to spread the applicability of the exposed procedure to other situations.

Acknowledgements

The authors would like to acknowledge the financial support of the Ministry for Science and Innovation (MICINN MAT2014-58738-C3-2-R, MAT2011-28796-C03-02, MAT2011-28796-C03-03)

REFERENCES

- F Mueller, T Gengenbach, A Klenk, S R Holdsworth, D.Dean, "Testing practices for creep crack initiation". ECCC RECOMMENDATIONS – VOLUME 3 PART IV [Issue 2, Draft 5]
- CEN/WS Report No. CEN/WS 21 (2005) Small punch test method for metallic materials Part 1: a code of practice for small punch testing at elevated temperatures.
- B. Dogan, K. Nikbin and B. Petrovski, Code of Practice for European Creep Crack Growth Testing of Industrial Specimens. 1st Draft, EC Project CRETE, Deliverable 6, 2003.
- 4. ASTM E1457-00, "Standard test method for measurement of creep crack growth rates in metals", ASTM 03.01, Philadelphia: ASTM 2000, PA 19103, USA.
- ASTM E1820-01 (2001) Standard test method for measurement of fracture toughness. ASTM, Annual Book of Standards, Vol. 03.01.
- J.M. Alegre, I.I. Cuesta, H. Barbachano. Determination of the fracture properties of metallic materials using precracked small punch tests. Fatigue Fract Engng Mater Struct, 2015, 38, 104–112.
- T.E. García, C. Rodríguez, F.J. Belzunce, I. Peñuelas, I.I. Cuesta. Estimation of the fracture toughness of structural steels by means of the CTOD evaluation on notched small punch specimens. 20th European Conference on Fracture (ECF20). Procedia Materials Science 3 (2014) 861 – 866
- Rodríguez, C., Cárdenas, E., Belzunce, F.J., Betegón, C., Fracture Characterization of Steels by Means of the Small Punch Test, Experimental Mechanics, 53 (2013), 385-392.
- F. Dobes, K. Milicka. Application of creep small punch testing in assessment of creep lifetime. Materials Science and Engineering A 510–511 (2009) 440–443.
- P. Dymácek, K. Milicka. Creep small-punch testing and its numerical simulations. Materials Science and Engineering A 510–511 (2009) 444–449.
- D.T. Blagoeva, R.C. Hurst Application of the CEN (European Committee for Standardization) small punch creep testing code of practice to a representative repair welded P91 pipe. Materials Science and Engineering A 510–511 (2009) 219–223.
- J.M. Alegre, I.I. Cuesta, M. Lorenzo: An Extension of the Monkman-Grant Model for the Prediction of the Creep Rupture Time Using Small Punch Tests. Experimental Mechanics (2014) 54:1441–1451.
- Cuesta, I. I., Rodriquez, C., Belzunce, F. J. and Alegre, J. M. Analysis of different techniques for obtaining precracked/notched small punch test specimens. Eng. Fail. Anal.18 (2011), 2282–2287

ANALISIS DE DIFERENTES METODOLOGIAS PARA OBTENER LAS PROPIEDADES A FRACTURA DE MATERIALES METALICOS A PARTIR DEL USO DE PROBETAS MINIATURA DE PUNZONADO

J. M. Alegre^{1*}, R. Lacalle², I.I. Cuesta¹, J.A. Álvarez²

¹Grupo de Integridad Estructural (Universidad de Burgos) ²LADICIM (Universidad de Cantabria)

Escuela Politécnica Superior. Av Cantabria s/n 09006 – Burgos (Spain) * E-mail: jalegre@ubu.es

RESUMEN

Una de las principales líneas de investigación en la aplicación del ensayo miniatura de punzonado (SPT) consiste en analizar su viabilidad para obtener las propiedades a fractura de un material. En este artículo se presentan tres diferentes aproximaciones para obtener las propiedades a fractura de aceros mediante el uso de p-SPT: La primera está basada en el concepto del CTOD, la segunda está basada en la medida del área encerrada bajo la curva carga-desplazamiento para diferentes longitudes de fisura, y la tercera aproximación está basada en la simulación numérica de la probeta p-SPT para obtener la integral J. Para analizar la viabilidad de este ensayo los valores obtenidos mediante las diferentes aproximaciones se comparan con los resultados de tenacidad obtenidos a partir de probetas compactas C(T) de diferentes espesores. Los resultados indican que las probetas p-SPT pueden utilizarse como un método alternativo para estimar un valor de tenacidad para condiciones de bajo confinamiento tensional.

PALABRAS CLAVE: Fractura, Probetas miniatura de punzonado, entalla

ABSTRACT

One important topic in the application of the Small Punch Test (SPT) is to analyze its viability for the determination of the fracture properties of a material. This article describes three different approaches using pre-notched SPT specimens (p-SPT): the first one is based on the concept of crack tip opening displacement (CTOD), the second is based on measuring the area under the load-displacement curve for different initial pre-notch lengths, and the third approach is based on the numerical simulation of the specimen p-SPT for the J-integral determination. To explore the feasibility of this miniature test for obtaining the fracture properties of steels the test values obtained by the different approaches are compared with results obtained from conventional compact specimens C(T). The results indicate that p-SPT specimens can be used, when there is not enough material for conducting conventional fracture test, as an alternative method to estimate a value of the fracture properties under low constraint conditions.

KEYWORDS: Fracture, Small Punch Tests, Notches

1. INTRODUCCIÓN

El ensayo miniatura de punzonado o Small Punch Test (SPT) es un método alternativo para la determinación de las propiedades mecánicas de un material, aplicable en aquellos casos en los que no se disponga de material suficiente para la realización de ensayos convencionales.

El ensayo SPT consiste básicamente en el punzonado hasta rotura, mediante una bola de gran rigidez, de una probeta de reducidas dimensiones (espesor 0.5 mm) que se encuentra empotrada en sus extremos. El registro de este ensayo es, típicamente, la fuerza aplicada frente al desplazamiento del centro de la probeta o de la bola. La aplicación del SPT ha adquirido una gran relevancia en las últimas décadas, y como consecuencia del interés suscitado y de los numerosos trabajos aparecidos ha dado lugar al desarrollo de un código de buenas prácticas por el CEN [1]. Es este código se recogen aspectos relacionados con los ensayos de rotura por creep, propiedades a fractura o búsqueda de las propiedades a tracción del material mediante el uso de las probetas SPT.

A lo largo de los últimos años han aparecido varios estudios dedicados a obtener las propiedades a fractura de un material utilizando probetas SPT, los cuales proporcionan expresiones empíricas para la estimación de un parámetros de resistencia a la fractura, en base a la medida de la reducción del espesor de la probeta en el momento del fallo [2].

A pesar de su relativa sencillez, la ausencia de una fisura o entalla iniciadora de la fractura resta precisión a estas aproximaciones, que permiten simplemente una estimación grosera de la resistencia a fractura del material.

En este trabajo se presentan una serie de nuevas aproximaciones al problema, en base al uso de probetas SPT en las que se ha practicado una entalla previa a la realización del ensayo. Estas probetas prefisuradas SPT se designarán en este trabajo como p-SPT.

Las aproximaciones al problema de la fractura presentadas en este trabajo son: (1) utilización del concepto de apertura de fisura, o *crack tip opening displacement* (CTOD), como parámetro característico de la resistencia a fractura del material, (2) medida de la energía de fractura en base al área encerrada debajo de la curva, para distintas longitudes de fisura (técnica multiprobeta), y (3) comparativa numérico-experimental en base al cálculo de la integral J y de su valor en el momento de la iniciación de la rotura.

Para una correcta estimación de la precisión alcanzada por cada una de las tres aproximaciones anteriores, se han comparado los resultados con ensayos convencionales sobre probetas compactas C(T), siguiendo la Norma ASTM E1820 [3].

2. DEFINICION DE LAS PROBETAS p-SPT

Las probetas empleadas en este trabajo presentan una sección cuadrada de 10x10 mm y un espesor de referencia de 0.5 mm. La zona de proceso de los ensayos es idéntica a la probeta tipo disco de 8 mm de diámetro propuesta en [1] siendo la única diferencia entre las muestras la forma de la zona empotrada entre matrices.

A las probetas se les ha practicado una entalla lateral desde uno de los bordes, con longitudes variables desde antes de la línea de carga hasta después de la línea de carga del punzón. Se han utilizado dos procedimientos diferentes para la generación de las entallas: (a) mediante corte por láser presentando un radio en el fondo de entalla de 0.075mm (Figura 1), y (b) mediante electroerosión por hilo, presentando un radio de 0.15 mm.



Figura 1. Probeta p-SPT con entalla lateral mecanizada por láser.

3. LONGITUD DE ENTALLA OPTIMA PARA LOS ENSAYOS p-SPT

El objetivo de practicar una entalla en las probetas p-SPT es para conseguir que durante el ensayo se produzca una propagación de la fisura que permita la aplicación de las diferentes aproximaciones basadas en la mecánica de fractura.

Con el objetivo de determinar en que rango de entalla se produce la fisuración de la probeta en esta geometría, Alegre *et al* [4] efectuaron ensayos a probetas p-SPT con diferente longitudes de entalla desde 4mm hasta 6mm, siendo 5mm la longitud de entalla que coincide con la línea de carga del punzón. El material utilizado fue un acero 15.5pH.

Los modos de rotura obtenidos para las diferentes longitudes de fisura analizadas se presentan en la Figura 2. Para las probetas con fisura inferior a 4mm la rotura se produce de forma circunferencial. Para probetas entre 4.5 mm y 5.5. mm la rotura se produce mediante una propagación en la dirección de la entalla.

Finalmente, para fisuras superiores a 5.5mm no se observa propagación en la dirección de la entalla, sino que la punta de la entalla se enroma progresivamente hasta el punzón es capaz de atravesar por completo la probeta.



Figura 2. Modos de rotura de las diferentes longitudes de fisura [4].

En consecuencia, es posible afirmar que existe un rango de variación de la longitud de entalla para el cual la propagación se inicia en la dirección de la entalla. Dicho rango varía aproximadamente entre la longitud de entalla de 4.5mm y la de 5.5 mm siendo 5 mm la línea de acción del punzón.

4. METODO 1: MEDIDA DEL CTOD

El primer método propuesto para la estimación de parámetros de fractura está basado en la medición de la apertura de la punta de entalla (CTOD) en las probetas p-SPT en el instante en el que se produce el inicio de la propagación de fisura. Este parámetro CTOD, también conocido como " δ ", es un parámetro puramente geométrico que se define como la apertura que experimenta la fisura en un proceso de carga [5].

La resistencia a fractura obtenida en términos de " δ " puede ser expresada en forma de "K" o "G" equivalentes aplicando las teorías básicas de Mecánica de la Fractura [1,5]:

$$CTOD = \frac{G}{m \cdot \sigma_{y}} = \frac{K_{I}^{2}}{m \cdot \sigma_{y} \cdot E}$$
(1)

donde m es una constante adimensional cuyo valor es aproximadamente 1 para tensión plana, y 2 para deformación plana.

De particular interés es el control de la apertura de entalla en el instante en que se inicia una grieta. Por su semejanza con los procesos que tienen lugar en un ensayo de tenacidad convencional, este instante podría correlacionarse con el momento en que, tras el enromamiento de la fisura inicial, se inicia la progresión de una grieta en la probeta estándar.

Con el objetivo de detectar el instante en el que se produce el inicio de la propagación, que servirá de base para establecer la tenacidad a fractura del material, se puede hacer uso de dos técnicas experimentales diferentes, que se describen a continuación.

La primera consiste en una evaluación directa de la apertura de la entalla en el transcurso de los ensayos, instalando una cámara tipo endoscopio en la matriz inferior del útil de ensayo lo que permite observar cómo se abre la entalla en el transcurso de un ensayo SPT (Figura 3) [6].

La segunda técnica consistiría en llevar a cabo ensayos interrumpidos, en el entorno de carga máxima donde se produce el inicio de la propagación, tal y como se presenta en los ejemplos mostrados en las Figuras 4 y 5 [7]. La punta de entalla de los ensayos interrumpidos se analiza mediante microscopía electrónica de barrido o microscopía óptica para medir la abertura de la punta de entalla en la zona inferior de la probeta, correspondiente al radio mayor.



Figura 3. Evolución del frente de entalla en el transcurso de un ensayo p-SPT [6,8].



Figura 4. Inicio de la propagación en el entorno de carga máxima para una probeta con a=5mm [7].



Figura 5. Propagación de la fisura iniciada una vez sobrepasado el valor de carga máxima [7].

Por otro lado, en el trabajo desarrollado por Lacalle *et al* [6,8], se ha demostrado que una vez fijada la longitud inicial del defecto, la relación entre la apertura de entalla y la deflexión de la probeta (o el desplazamiento del punzón) hasta el instante de la iniciación, es exclusivamente geométrica, es decir, no depende del material analizado. Como consecuencia de esta observación, ha sido posible generar mediante simulación por elementos finitos una colección de curvas "patrón" para diferentes valores de longitud de entalla inicial (Fig.6) que permiten relacionar directamente la deflexión máxima en la probeta (ó el desplazamiento del punzón) con la apertura de entalla en un instante determinado.



Figura 6. Curvas patrón relacionando la deflexión de la probeta con la apertura de entalla.

Sabiendo por tanto que la iniciación viene ligada a la discontinuidad en la pendiente de la curva y sin más que entrar en las curvas de la Figura 6 con el valor de deflexión registrado para ese instante del ensayo, es posible obtener a su vez un valor de " δ_{SP} ", característico de la iniciación de grieta al menos para la configuración de probeta empleada (p-SPT).

5. METODO 2: ENERGIA DE FRACTURA

La tasa de liberación de energía, definida como $G = -\partial U / \partial A$, representa la energía utilizada ∂U para producir un incremento del área fisurada ∂A .

Para aplicar este concepto a las probetas p-SPT es necesario disponer de las curvas carga-desplazamiento de varias probetas ensayadas con diferentes longitudes de entalla. Teniendo en cuenta que la energía almacenada por la probeta (U) se corresponde con el área encerrada debajo de la curva P- Δ , y que desde un punto de vista ingenieril se puede asumir que el inicio de la propagación se produce en carga máxima, se calculará el área encerrada entre dos curvas con distinta longitud de entalla (Figura 7), con el fin de obtener la energía necesaria para producir el avance de entalla correspondiente a la diferencia de longitudes y estimar con ello el valor de G:

$$G = -\frac{\partial U}{\partial A} = -\frac{1}{t} \cdot \frac{dU}{da} = -\frac{1}{t} \cdot \left(\frac{U_2 - U_1}{a_2 - a_1}\right)$$
(3)



Figura 7. Esquema para la estimación de parámetros de fractura a partir del área encerrada debajo de la curva.

6. METODO 3: CALCULO DE LA INTEGRAL J

La estimación de los parámetros de fractura puede realizarse también de manera directa ya que, algunos de ellos como K y J, pueden ser directamente calculados por los programas de elementos finitos convencionales. El software de simulación utilizado en esta tarea ha sido ABAQUS, que aplica el método de la extensión virtual de fisura para el cálculo de la integral de dominio a partir de varios caminos de integración.

En el trabajo de Cuesta et al [10], se han realizado simulaciones con modelos 3D simétricos de probeta p-SPT con distintas longitudes de entalla, donde los caminos de integración se han creado concéntricos a la punta de entalla. Los resultados obtenidos en la simulación permiten representar una curva, para cada camino, que define el valor de la integral J en función del desplazamiento del punzón Δ .

Teniendo en cuenta que el inicio de propagación se va a producir en el entorno de carga máxima y que se dispone de curvas experimentales que permiten conocer el valor del desplazamiento del punzón para dicho valor de carga Δ_c , será posible establecer un valor de tenacidad crítico J_c para el inicio de propagación en la curva simulada tenacidad-desplazamiento del punzón. La metodología se esquematiza en la Figura 8.



Figura 8. Esquema del método basado en el cálculo numérico de la integral J.

7. RESULTADOS Y ANALISIS

En el trabajo desarrollado por Lacalle et al [6,8] se han llevado a cabo ensayos tipo p-SPT sobre 4 distintos aceros estructurales (S235, S355, S690 y S890) empleando en cada caso 3 longitudes iniciales de entalla distintas (4.5, 4.8 y 5.0 mm). Siguiendo el procedimiento basado en la estimación del CTOD presentado anteriormente se estimaron los valores de "\delta_{SP}" correspondientes al instante de iniciación de grieta. Estos valores fueron posteriormente expresados en términos de "J" [5] y comparados con los valores de "J" de iniciación obtenidos para los mismos materiales en ensayos convencionales sobre probeta C(T) realizados siguiendo las pautas de [3]. La Figura 9 muestra la comparativa entre los valores obtenidos por ambas vías, pudiéndose comprobar como la correlación se encuentra en una más que aceptable banda del $\pm 15\%$. La misma metodología utilizando probetas p-SPT ha sido empleada también en otros trabajos [9] para caracterizar la zona de transición de aceros de vasija. En esos casos, al no presentar la zona plástica el mismo desarrollo, la comparación entre ensayos p-SPT y ensayos convencionales requiere de correcciones para tener en cuenta el efecto del espesor.



Figura 9. Comparación de los valores de "J" de iniciación, obtenidos con ensayos convencionales y con ensayos p-SPT.

Por su parte, en el trabajo desarrollado por Alegre *et al* [4,7] se han aplicado y comparado los tres métodos presentados en este trabajo, utilizando en su investigación un acero martensítico endurecido por precipitación 15.5pH. En la Figura 10, se recoge una evolución de las curvas de las probetas P-SPT para diferentes longitudes de entalla desde 4mm hasta 6mm.



Figura 10. Curvas carga-desplazamiento representativas de las probetas p-SPT de diferentes longitudes de entalla.

A partir de las curvas presentadas en la Figura 7 es posible aplicar la metodología basada en el cálculo de la energía de fractura (método 2). El programa experimental completo se puede consultar en [7]. A modo de ejemplo, en la Figura 11 se presenta la forma de las curvas de la energía disponible para la propagación de la fisura, utilizando los ensayos experimentales de varias probetas con diferentes longitudes de fisura entre 5.0 y 5.5mm. Teniendo en cuenta el desplazamiento del punzón en el momento de la iniciación (carga máxima) se puede obtener el valor del parámetro "G" o "J".



Figura 11. de la energía de disponible para la propagación de la fisura (a=5.0-5.5 mm)

Del mismo modo se puede operar a partir de los resultados del cálculo numérico de la integral J (método 3) cuya evolución se presenta en la Figura 12 para una probeta de longitud de entalla inicial a=5.0 mm.



Figura 12. Calculo numérico de la integral J en probetas p-SPT, 10 primeros caminos de integración (a=5.0 mm)

Finalmente, para la estimación de las propiedades a fractura, utilizando el método del CTOD, se han realizado ensayos interrumpidos en el entorno de carga máxima, tal y como se ha comentado en el apartado 4.

En la Figura 13 aparece recogida la comparativa entre los resultados de los tres métodos, y la tenacidad del material obtenida con probetas CT para diferentes espesores desde B=20mm (DP) hasta B=5mm (TP).

Se puede observar que, en general, la técnica multiprobeta de la energía de fractura (método 2) es la que proporciona una menor dispersión, y que los valores estimados se sitúan en torno al valor de tenacidad correspondientes a la probeta CT-5, representativa de un bajo confinamiento tensional (TP). Este método sin embargo presenta el inconveniente de precisar varias probetas de diferentes longitudes iniciales de entalla para su aplicación.



Figura 13. Cálculo de la energía de disponible para la propagación de la fisura (a=5.0-5.5 mm)

8. CONCLUSIONES

El uso de probetas SPT pre-entalladas constituye una alternativa factible para obtener las propiedades a fractura de un material en aquellos casos en los que no se disponga de material suficiente para realizar ensayos convencionales. El valor de tenacidad estimado es el correspondiente a condiciones de tensión plana o bajo confinamiento tensional.

De las tres técnicas analizadas, la técnica basada en el cálculo de la energía bajo la curva parece la más sólida, aunque el cálculo del CTOD puede resultar de más sencilla aplicación.

REFERENCIAS

[1] CWA 15627:2008, Small Punch Test Method for Metallic Materials, European Committee for Standardization (CEN).

[2] T. Misawa et al. Fracture toughness evaluation of fusion reactor structural steels at low temperatures by small punch tests. Journal of Nuclear Materials 169, (1989), Pages 225–232

[3] ASTM E1820-01 (2001) Standard test method for measurement of fracture toughness. ASTM, Annual Book of Standards, Vol. 03.01.

[4] J.M. Alegre, I. I. Cuesta, H. L. Barbachano. Determination of the fracture properties of metallic materials using pre-cracked small punch tests. Fatigue Fract Engng Mater Struct, 2015, 38, 104–112

[5] Anderson, T.L., "Fracture Mechanics. Fundamentals and Applications", CRC Press, 1991.

[6] R. Lacalle, "Determinación de las propiedades de tracción y fractura de materiales metálicos mediante ensayos Small Punch", Tesis Doctoral, Universidad de Cantabria, 2012.

[7] H.L. Barbachano, "Aplicación del ensayo miniatura de punzonado para la determinación de los parámetros de fractura de aceros", Tesis Doctoral, Universidad de Burgos, 2012.

[8] R. Lacalle, J.A. Álvarez, B. Arroyo, F. Gutiérrez-Solana, "Methodology for fracture toughness estimation based on the use of Small Punch notched specimens and the CTOD concept", 2nd International Conference SSTT, Conference Proceedings, 2012.

[9] R. Lacalle, D. Andrés, J. Hernando, J.A. Álvarez, D. Ferreño, J.M. Alegre y F. Gutiérrez-Solana, "Caracterización de la zona de transición de aceros de vasija mediante el ensayo Small Punch", Anales de Mecánica de Fractura, Volumen 31, 2014.

[10] I.I. Cuesta, J.M. Alegre, R. Lacalle, J.A. Alvarez, F. Gutierrez-Solana. Cálculo de la Integral J en probetas SPT para la estimación de la tenacidad a fractura. Anales de la Mecánica de Fractura, Volumen 25, 2008.

PREDICCIÓN DE TIEMPOS DE ROTURA EN CONDICIONES DE FLUENCIA MEDIANTE EL ENSAYO SMALL PUNCH EN ALEACIONES DE MAGNESIO

D. Andrés^{1*}, M. Lorenzo², R. Lacalle¹, J.A. Álvarez¹, J.M. Alegre³

¹Departamento de Ciencia e Ingeniería del Terreno y de los Materiales (Universidad de Cantabria) E.T.S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, Avda. De los Castros, 39005, Santander ²Departamento de Ingeniería Electromecánica (Universidad de Burgos) ³Departamento de Ingeniería Civil (Universidad de Burgos) Escuela Politécnica Superior, Avda. Cantabria, 09006, Burgos * E-mail: andresd@unican.es

RESUMEN

El ensayo Small Punch (SP) en condiciones de fluencia, introducido por primera vez por Parker en 1993, ha estado en continuo desarrollo desde sus orígenes. Actualmente, su uso se encuentra extendido en la industria nuclear y aeroespacial, empleándose principalmente en la caracterización de aceros. Debido a su potencial, especialmente por el reducido tamaño de las probetas y tiempos de ensayo inferiores a los convencionales, se ha planteado su aplicación en aleaciones ligeras. Estas cuentan con una utilización creciente en diversos sectores, puesto que contribuyen a reducir el peso de los componentes. En este trabajo se ha analizado la aleación de magnesio AZ31 entre 398 K y 523 k. Se han establecido equivalencias entre los ensayos convencionales y SP mediante la comparación del tiempo de rotura, así como de los parámetros de Larson-Miller (LM) y Orr-Sherby-Dorn (OSD). Por otro lado, se han obtenido los parámetros LM y OSD a partir de los resultados obtenidos mediante ensayos SP (transformados en sus equivalentes uniaxiales) y se han comparado con los ensayos convencionales, confirmando el potencial de esta técnica de ensayo y su adecuación para la extrapolación de tiempos de rotura en condiciones de fluencia.

PALABRAS CLAVE: Small Punch, Fluencia, Técnicas de extrapolación, Aleaciones de magnesio

ABSTRACT

The Small Punch Creep (SPC) test, first introduced by Parker in 1993, has been in continuous development ever since. Currently, it has a widespread utilisation in the nuclear and aerospace industry, being mainly applied to steel characterisation. Thanks to its potential, especially for the reduced size of the samples and shorter testing times than the conventional tests, its application in light alloys has been proposed. The use of light alloys in several sectors is growing continuously, since they contribute to reduce the weight of components. In this work, the behaviour of the magnesium alloy AZ31 has been analysed at temperatures between 398 K and 523 K. A relationship between conventional and SPC tests has been established, by comparing time to rupture, as well as the Larson-Miller (LM) and Orr-Sherby-Dorn (OSD) parameters. On the other hand, the LM and OSD parameters have been obtained from the results of the SPC tests (turned into their equivalent uniaxial values) and they have been compared to the ones derived from the conventional tests, confirming the potential of this testing technique and its accuracy for the extrapolation of times to rupture in creep conditions.

KEYWORDS: Small Punch, Creep, Extrapolation techniques, Magnesium alloys

1. INTRODUCCIÓN

El número de aplicaciones de las aleaciones ligeras, caracterizadas por su reducida densidad y resistencia específica, se encuentra actualmente en continuo crecimiento. Esto se debe a la búsqueda de componentes cada vez más ligeros para conseguir una mayor eficiencia, y así reducir el consumo energético. En consecuencia, este tipo de materiales está desplazando a otros materiales tradicionales, como el acero, en industrias tales como las asociadas al transporte.

Entre el conjunto de las aleaciones ligeras destacan las aleaciones de magnesio, cuatro veces menos densas que el acero y con una gran resistencia específica [1]. Entre ellas, la aleación AZ31B es la más utilizada para la obtención de placas y chapas en aplicaciones a temperatura ambiente y ligeramente elevadas, con un gran uso en la industria automovilística [1]. Esta aleación, al igual que el resto de aleaciones ligeras, presenta un punto de fusión relativamente bajo, en torno a 600° C. Por ello, resulta vital conocer el comportamiento de este tipo de materiales en condiciones de altas temperaturas relativas de trabajo, ya que se ven afectados por fenómenos como la fluencia.

En este trabajo se plantea la caracterización de la aleación AZ31 mediante el ensayo *Small Punch* en condiciones de fluencia. Esta técnica alternativa de ensayo, desarrollada en la década de los 90 [2], permite caracterizar componentes reales empleando un volumen muy reducido de material. Por ello, permite analizar localizaciones concretas de los componentes, independientemente de la geometría que estos presenten, al contrario que otras metodologías convencionales mediante las cuales sería prácticamente imposible.

Para caracterizar la aleación AZ31 en condiciones de fluencia se han realizado ensayos convencionales y *Small Punch* a varias temperaturas, entre 125° y 250° C, a varios niveles tensionales. Los resultados experimentales han sido empleados para obtener una equivalencia entre ambas técnicas comparando los tiempos de rotura, así como los parámetros de extrapolación habituales (Larson-Miller y Orr-Sherby-Dorn). También se han obtenido las curvas de diseño en fluencia a partir de los ensayos *Small Punch* convertidos en sus equivalentes uniaxiales, confirmando la adecuación del método para tales fines.

2. PROGAMA EXPERIMENTAL

2.1. Material

El material elegido ha sido la aleación de magnesio AZ31B, en forma de chapa laminada, cuya composición se muestra en la tabla 1. Se ha ensayado el mismo material en dos formas diferentes, siendo chapa de espesor 1 mm. en el caso de las temperaturas entre 398 K y 448 K, y de 20 mm. en el resto.

Tabla 1. Composición de la aleación AZ31B en porcentaje en peso.

	Composición química										
Al	Zn	Mn	Cu	Fe	Ni	Mg					
3.1	1.05	0.54	0.0008	0.0035	0.0007	Bal.					

Para la caracterización a c*reep* uniaxial (UAC), se han mecanizado dos tipos de probetas de tracción convencionales, de acuerdo a las recomendaciones de la norma ASTM E139-11 [3], cilíndricas de diámetro 6 mm y planas de 1 mm de espesor y 6 mm de ancho. Se han ensayado varias direcciones: dirección de laminación, a 45° y perpendicular a la misma. En cuanto a las probetas *Small Punch*, se han empleado probetas de dimensiones 10 x 10 mm, de acuerdo al Código Europeo de Buenas Prácticas (CoP) [4] y a otros trabajos previos [5]. Se han extraído probetas de las chapas de 1mm de espesor mediante la técnica de corte por chorro de agua. Por su parte para las de 20 mm de espesor se han extraído piezas de 0.5 mm de espesor mediante corte refrigerado en una cortadora de precisión. Tras ello, se ha llegado al espesor deseado de 0.5 ± 0.005 mm mediante el pulido de las probetas, de acuerdo al CoP [4].

2.2. Dispositivos experimentales

Los ensayos convencionales en condiciones de fluencia (UAC) han sido desarrollados de acuerdo a las recomendaciones de ASTM E139-11 [3]. Los ensayos han sido realizados en dos laboratorios diferentes: UBU (temperaturas entre 398 K-448 K) y UC (473 K y 523 K). En ambos casos se han empleado dispositivos experimentales como los del esquema de la figura 1.



Figura 1. Esquema del utillaje UAC empleado [6].

Por otro lado, los ensayos *Small Punch Creep* (SPC) se han realizado de acuerdo a las recomendaciones del CoP [4]. Los ensayos han sido realizados de manera análoga a los UAC en los laboratorios de UBU y UC. Un esquema similar a los dispositivos empleados puede verse en la figura 2.

3. RESULTADOS

Los resultados obtenidos se muestran en la figura 3, donde se pueden apreciar las diferentes isotermas obtenidas para cada tipo de ensayo. Se aprecia cierta dispersión en los resultados obtenidos, posiblemente debido a heterogeneidades del material y a la dispersión propia de la fluencia, así como cierto paralelismo entre las isotermas obtenidas para cada tipo de ensayo.



Figura 2. Esquema del utillaje Small Punch empleado.

Tal como se puede ver en la figura 4, la aleación AZ31 tiene un comportamiento de tipo dúctil en las condiciones ensayadas. Esto es visible en la gran estricción que presentan las probetas, así como en las grandes deformaciones alcanzadas. En el caso de la probeta SPC, la rotura dúctil tiene forma circular, indicando una gran ductilidad del material [5].



Figura 4. Fractografía de una probeta SPC y de una probeta UAC.

4. RELACIÓN ENTRE UAC Y SPC

Uno de los principales retos de la técnica *Small Punch Creep* es su correlación con los ensayos convencionales de fluencia. En este trabajo se han obtenido relaciones entre ambas metodologías mediante la comparación de (i) tiempos de rotura, (ii) el parámetro de Larson-Miller y (iii) el parámetro de Orr-Sherby-Dorn.

4.1. Comparación de tiempos de rotura

De acuerdo al CoP [4], para obtener una relación entre los ensayos UAC y SPC deben compararse ensayos que hayan sido realizados a la misma temperatura y compartan el mismo tiempo de rotura. A la hora de obtener esta relación surge el reto de obtener dos ensayos con un mismo tiempo de rotura. Dada la dificultad



Figura 3. Resultados obtenidos en los ensayos de fluencia, tanto convencionales como Small Punch.

práctica de esta tarea, se ha optado por estimar la carga de los ensayos SPC correspondiente a los tiempos de rotura de los ensayos UAC mediante un ajuste de tipo lineal, obtenido mediante regresión lineal para cada temperatura.

En este trabajo se ha obtenido la relación UAC-SPC, obteniendo los resultados que se observan en la figura 5. De acuerdo al CoP [4], el factor de correlación k_{SP} para este material es de 1.1, similar al propuesto por otros autores, como por ejemplo, 1.2 para el acero P91 [7].



Figura 5. Comparación de ensayos SPC y UAC que comparten la misma temperatura y tiempo de rotura.

4.2. Comparación del parámetro de Larson-Miller

De manera análoga a la sección anterior, en este caso se ha obtenido una relación entre los ensayos UAC y SPC mediante la comparación de ensayos que compartan un mismo parámetro de LM [8,9]. Para ello, en primer lugar se han obtenido las curvas de LM a partir de los resultados de los ensayos, mediante un ajuste de tipo lineal de acuerdo a las ecuaciones (1) y (2), derivadas a partir de la ecuación (3) (se ha asumido un ajuste lineal del parámetro LM en función de la fuerza o tensión aplicada), tal como se muestra en la figura 6.

$$\log(t_{\rm r}) = -a_1 + (a_2 + a_3\sigma)/T \tag{1}$$

$$\log(t_{\rm r}) = -a_1 + (a_4 + a_5 F)/T \tag{2}$$

$$LM = T(\log t_{\rm r} + a_1) \tag{3}$$

En las ecuaciones (1),(2) y (3), t_r es el tiempo de rotura en horas, a_i son constantes determinadas mediante regresión lineal, F es la fuerza aplicada en los ensayos SPC en N, σ es la tensión aplicada en los ensayos UAC en MPa y T es la temperatura en Kelvin.

Hay que señalar que se ha usado la constante a_1 obtenida a partir de los ensayos UAC en el ajuste de los ensayos SPC, una vez demostrada su escasa influencia en el ajuste de los resultados. La adopción de este valor permite garantizar la obtención de valores de LM similares para ambas metodologías de ensayo, permitiendo evitar así la extrapolación de resultados para poder luego realizar la comparación. Fruto de dicha comparación se ha obtenido la relación que se muestra en la figura 7, coincidente con la obtenida mediante la comparación de los tiempos de rotura y garantizando la adecuación de ambos métodos para obtener la relación entre ensayos UAC y SPC.

4.3. Comparación del parámetro de Orr-Sherby-Dorn

Mediante la comparación del parámetro de Orr-Sherby-Dorn, formulado de acuerdo a la ecuación (4), también se puede obtener la relación entre los ensayos UAC y SPC. Para ello, se ha actuado de manera similar a lo explicado en la sección 4.2 para el caso de LM, basándose en este caso en las ecuaciones (5) y (6), donde b_i son obtenidos



Figura 6. Curvas de Larson-Miller obtenidas para los ensayos UAC y SPC.



Figura 7. Relación entre UAC y SPC obtenida mediante la comparación del parámetro de Larson-Miller.

mediante regresión lineal. En la figura 8 se muestran las curvas obtenidas a partir de los ensayos UAC y SPC. Fruto de su comparación, se obtiene la relación que se muestra en la figura 9, coincidente con la obtenida en las secciones anteriores.

$$OSD = \log(t_{\rm r}) - b_1/T \tag{4}$$

$$\log(t_{\rm r}) = b_2 + b_3 \sigma + b_1 / T \tag{5}$$

$$\log(t_{\rm r}) = b_2 + b_3 F + b_1 / T \tag{6}$$

5. CURVAS DE DISEÑO EN CREEP

Una vez obtenida la relación entre los ensayos UAC y SPC para la aleación AZ31 en las condiciones de ensayo ($\sigma = 0.47F$), se plantea la utilización de los ensayos SPC convertidos en sus equivalentes uniaxiales para la



Figura 9. Relación entre UAC y SPC obtenida mediante la comparación del parámetro de Orr-Sherby-Dorn.

obtención de las curvas de diseño de LM y OSD, habitualmente empleadas en ingeniería. Estos parámetros permiten laextrapolación de los resultados obtenidos en laboratorio, generalmente con tiempo de rotura inferiores a 1,000 horas, a las condiciones reales de los componentes, con vidas útiles superiores a las 100,000 horas y temperaturas de trabajo que no suelen coincidir con las de los ensayos [10].

De acuerdo a lo planteado previamente, se ha obtenido la curva de diseño de Larson-Miller mediante regresión lineal empleando una expresión como la ecuación (1), consiguiendo los parámetros de la tabla 2.

Por otro lado, se ha obtenido la curva de diseño de Orr-Sherby-Dorn a partir de los resultados obtenidos en los ensayos UAC, convertidos en sus equivalentes uniaxiales. Para ello, mediante regresión lineal, y de acuerdo a la ecuación (6), se han obtenido los parámetros



Figura 8. Curvas de Orr-Sherby-Dorn obtenidas para los ensayos UAC y SPC.

Tabla 2. Parámetros obtenidos para el ajuste de LM.





Figura 10. Comparación entre curvas de LM.



Figura 11. Comparación entre la curvas de OSD.

que se muestran en la tabla 3. Se ha representado la curva obtenida en la figura 11, donde ha sido superpuesta con la obtenida directamente de los ensayos UAC. Tal como se esperaba, ambas curvas coinciden, confirmando la adecuación del método para la extrapolación de resultados.

Tabla 3. Parámetros obtenidos para el ajuste de OSD.

Parámetro	b_1	<i>b</i> ₂	<i>b</i> ₃
Valor	-12.3	-0.05	7,629

6. CONCLUSIONES

En este trabajo se ha validado el empleo del ensayo SPC en la caracterización de las propiedades de fluencia en una aleación ligera de amplia utilización. Se han realizado ensayos UAC en varias direcciones diferentes a la de laminación sin encontrarse diferencias relevantes en su comportamiento [11]. Se ha obtenido una relación empírica entre ensayos convencionales y alternativos mediante la comparación de tres parámetros diferentes: (i) tiempo de rotura, (ii) parámetro de Larson-Miller y (iii) parámetro de Orr-Sherby-Dorn. Los tres métodos propuestos han conducido a la misma relación, confirmando la adecuación de los mismos.

Gracias a dicha relación ha sido posible obtener la tensión uniaxial equivalente a partir de la carga empleada en el ensayo SPC. Los ensayos SPC han sido empleados para obtener curvas de diseño en fluencia (LM y OSD), coincidentes con las obtenidas directamente de los ensayos UAC. En consecuencia, el método ha sido validado para la extrapolación de los resultados SPC a situaciones de componentes reales en las condiciones analizadas, confirmando el potencial de esta técnica.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer al MINECO la financiación recibida de los proyectos MAT2011-28796-C03-01 y MAT2011-28796-C03-02.

REFERENCIAS

- [1] Gil, F.J., et al., Aleaciones ligeras, Edicions UPC, Barcelona, 2001.
- [2] Parker, J.D., James, J.D., Disc-Bend Creep Deformation Behaviour of 0.5Cr0.5Mo0.25V Low Alloy Steel, *CFEMS*, 651-660, 1993.
- [3] ASTM E139-11, Standard Test Methods for Conducting Creep, Creep-Rupture, and Stress-Rupture Tests of Metallic Materials, ASTM International, 2006.
- [4] CWA 15627:2008, Small Punch Test Method for Metallic Materials, European committee for Standardization 2008.
- [5] Lacalle, R., Determinación de las propiedades de tracción y fractura de materiales metálicos mediante ensayos *Small Punch*, PhD. Thesis, Univ. de Cantabria, 2012.
- [6] Lorenzo, M., Evaluación y aplicación del ensayo de fluencia miniatura de punzonado (SPCT) para la determinación de las propiedades a *creep* en la aleación de magnesio AZ31, PhD. Thesis, Univ. De Burgos, 2015.
- [7] Hurst, R., Matocha, K., Experiences with the European Code of Practice for Small Punch Testing for Creep, Tensile and Fracture Behaviour, SSTT 2014, 1-26, 2014.
- [8] Komazai, S., et al., Development of small punch tests for creep property measurement of tungsten-alloyed 9% ferritic steels, *JTE*, 28, 249-256, 2000.
- [9] Dobeš, F., Milicka, K., Application of creep small punch testing in assessment of creep lifetime, *Materials Science and Engineering A*, **510-511**, 440-443, 2009.
- [10] Viswanathan, R., Damage Mechanisms and Life Assessment of High Temperature Components, ASM International, Ohio, 1989.
- [11] Lorenzo, M., Cuesta, I.I., Alegre, J.M., The relationship between the Uniaxial Creep Test and the Small Punch Creep Test of the AZ31 magnesium alloy, *Materials Science and Engineering A*, 614, 319-325, 2014.

STUDY OF THE ENERGY FOR EMBRITTLEMENT DAMAGE INITIATION BY SPT MEANS. ESTIMATION OF KEAC IN AGRESSIVE ENVIRONMENTS AND RATE CONSIDERATIONS.

B. Arroyo^{1*}, J.A. Álvarez¹, R. Lacalle^{1,2}

¹LADICIM, Depto. de Ing. del Terreno y los Materiales (Universidad de Cantabria) Avda. de los Castros, 44, 39005 Santander (Cantabria) ^{*}E-mail: arroybo@unican.es

²INESCO INGENIEROS Avda. de los Castros, 44, CDTUC, Módulo 9, 39005 Santander (Cantabria)

RESUMEN

Existe una amplia experiencia en la determinación de parámetros de iniciación de propagación de fisuras en condiciones de CBT y FH mediante ensayos de mecánica de la fractura. Sin embargo, aunque existen algunas experiencias satisfactorias, la estimación de un parámetro en dichas condiciones empleando ensayos Small Punch está aún en continua experimentación.

En este trabajo se analiza una nueva aproximación para la estimación del parámetro KEAC en base a la energía necesaria para conseguir la iniciación del daño por fragilización sobre probetas Small Punch entalladas en condiciones de CBT y/o FH. Asimismo se analiza otro aspecto clave, como es la velocidad de solicitación en los ensayos SPT en ambiente agresivo, de cara a que no influya en los mecanismos de propagación. Finalmente se asientan las bases para las futuras investigaciones en esta línea.

PALABRAS CLAVE: Small Punch Test, CBT y FH, Velocidad de Solicitación

ABSTRACT

There is large experience on the determination of crack propagation initiation parameters in SCC and HE scenarios by fracture mechanics tests. Although there satisfying experiences, the estimation of a parameter in those situations by Small Punch means is in continuous research.

In this work a new approximation for the parameter KEAC is presented. It is based on the energy for embrittlement damage initiation on notched Small Punch specimens in SCC and/or EH conditions. Likewise another key aspect is analyzed, as it is the punch rate for SPT in aggressive environments, aiming not to have an influence on propagation mechanisms. Finally, bases for future research in this field are established.

KEYWORDS: Small Punch Test, SCC y HE, Solicitation rate

1. INTRODUCTION

A critical aspect concerning high strength steels working in petroleum derivates installations is its resistance facing Stress Corrosion Cracking (SCC) and Hydrogen Embrittlement (HE) phenomena, that produces degradation in its mechanical properties [1].

This work is about evaluating the behavior facing HE of high strength steels by means of the Small Punch Test. For this purpose, new methodology based on the energy for embrittlement damage initiation on notched Small Punch specimens in SCC and/or EH conditions is presented. This work is focused on two main objectives: to present a new approximation for the parameter KEAC, and to analyze the punch rate for SPT in aggressive environments, setting the bases for future research.

2. TESTS IN EMBRITTLEMENT SCENARIOS

2.1. HE classic testing and its disadvantages

The effect of Hydrogen is especially important in highstrength steels exposed to aqueous environments under cathodic protection (such as off-shore platforms) or those typical from H2S presence (as in gas transport pipelines). Both phenomena, HE and SCC, are similar, resulting in brittle failures in the presence of an aggressive environment and maintained stress. Meanwhile cathodic polarization issues HE occurrence decreases SCC mechanisms. Both phenomena are dependent on the crack deformation rate, even disappearing for higher ones, but at very slow strain rates Hydrogen keeps an embrittling effect. While in these conditions SCC processes attenuate or even disappear due to the formation of a passive layer. Different methodologies for testing HE have been investigated since the publication of the "ASTOH Selected Technical Papers" in 1947 [2].

Tests based on fracture mechanics in order to determine the behavior facing SCC and HE have been employed for the last 40 years [3,4], the most used are the so-called slow rate tests [5,6]. Fracture mechanics tests based on HE are performed with the aim of determining KIscc and crack growth rate data. The specimens contain fatigue pre-crack, KIscc is determined by means of crack initiation tests under constant load, or from crack arrest test on constant deflected specimens. There are different standards that supply procedures to be followed in order to evaluate the behavior of steels facing HE, ASTM E-1681-95 [7], ISO 7395-6 [4]. Other type of tests are the Slow Strain Rate (SSRT) [8], based on the use of tensile un-notched specimens, so that its capacity to evaluate KIscc is quite comparative, resulting in the parameter threshold stress, σ scc.

It's well known the influence of the test rate on the previously indicated parameters. One of the aspects that pushed large labors and discussions was the choice of the suitable displacement rate to determine accurately KIscc and da/dt. The recommendations presented by various research groups during the last decades have been collected on the standard ISO 7539-9 [4]. It establishes requirements concerning specimen size and solicitation rate, but does not solve definitively the procedure to follow in numerous applications.

The application of the Linear Elastic Fracture Mechanics in SCC scenarios using KI as the main parameter is based on the assumption of limited plasticity conditions, basically plane strain conditions are required on the crack propagation plane. In the case of high strength steels facing HE there is a great disagreement between the specimen size required for the tests and the thickness of the real component being studied, often ISO 7539 forces it to employ specimens of higher thickness than the component under study. The condition of threshold of crack propagation initiation, as well as the propagation itself, occurs due to a series of local crack processes that take place in the plastic zone that encircles the crack tip [3,9]. There is a large variety of models that estimate the threshold of crack growing KIscc and its propagation rate da/dt based on a local plastic zone analysis.

There are particular situations where standards such as [4,7] can't be followed to perform characterizations on in-service components, mostly due to the impossibility to mechanize specimens fitting the dimensions, or mainly the thickness required [4]. One of those situations is usually present in welded joints of any type of structure.

In other cases it can be a harsh task to test virgin material due to the inherent operational difficulties and uncertainties of standard CBT and HE tests.

2.2. HE alternative tessting by Small Punch means

To find a solution to these types of scenarios the miniature tests family was developed, which uses specimen sizes much smaller than the required by standard tests. Among these alternative techniques the Small Punch Test (SPT) is the most notable, based on punching a reduced dimensions plane specimen, which allows to estimate parameters as the yield stress, ultimate tensile strength and even fracture toughness of metallic materials with high reliability [10]. During the last years many groups are developing creep behavior models too [11]. Although a reference standard that includes the tensile and fracture estimations by SPT is currently in preparation, a European Code of Practice was developed in 2006 [12].

The SPT allows to test in-service structures, since the extraction of a sample with such a small amount of material does not compromise the component's integrity. It has been applied to characterize embrittlement situation on steels, such as the evolution of materials properties with neutron irradiation [13], or environmental embrittlement [14]. Throughout the last years some authors have proved the validity of the SPT to be used in HE and SCC characterizations [14,15,16], having the advantage of being faster and easier to perform than standard tests.

3. MATERIAL AND LABORATORY EMBRITTLEMENT SIMULATION SYSTEMS

3.1. Material employed

The material used in this study is a Cr-Ni-Mn highstrength steel. It is obtained by quenching and tempering processes, which give the tempered martensite microstructure showed in Figure 1. This steel is received in the factory in bars, which are then forged to conform components by bending forces. Cylindrical tensile specimens and compact specimens were obtained in order to determine the mechanical behavior of the material as received [18,19,20]. The results are shown in Table 1.



Figure 1. Microstructure of the steel employed.

	5	1 2
PARAMETER		VALUE
Yield Stress	(MPa)	920
Ultimate Stress	(MPa)	1015
Young's Modulus	(GPa)	205
Ramber-Osgood	N	14,5
Parameters	α	1,15
J 0,2	(KN/m)	821
KJ0,2 (MI	Pa*m^1/2)	410

Table 1. Mechanical properties of ths steel employed.

3.2. Simulating HE in lab tests

Two different environmental conditions have been analyzed in this work. The first one, cathodic protection, is usually applied in the accessible parts of the platforms or the off-shore structures. The second one, known as cathodic charge or anodic polarization, reproduces local aggressive environments impossible to avoid or predict that can seriously affect the structural integrity of the component exposed.

The technique of cathodic protection (CP) is used to avoid corrosion phenomena for marine water environments. It involves the use of a sacrificial anode of aluminum (more active than steel), which in the presence of seawater is connected to the steel structure, which is the cathode that will be protected from corrosion [1] due to the imposition of a fixed potential, therefore will maintain the stability of the process. In this study an aggressive environment of marine water was simulated, consisting in a 3.5% in weight dissolution of NaCl in distilled H₂O [5]. An aluminum anode was employed. The PH was controlled at the range 5,5 - 5,7 [5] during the hole of the tests extension and room temperature 20°C - 25°C. Two levels of cathodic protection (aggressiveness) were analyzed, 950mV and 1050mV of fix potential imposed.

The technique of cathodic charge (CC) is used against the phenomena that occurs in more aggressive environments (hydrogen transport infrastructures), or to reproduce local situations where a huge amount of hydrogen is present. It consists in the interconnection, via an acid electrolyte, of a noble material (platinum in this case) and the steel, which will passivate and receive protection due to the fixed current interposed [1]. Environmental conditions in accordance with [2] were simulated, consisting of an 1N H2SO4 solution in distilled water containing 10 drops of CS2 and 10mg of As2O3 dissolved per liter of dissolution. The solution of As2O3 was prepared using Pessouyre's method [2]. A platinum grid was used as an anode. The Ph was controlled at the range 0,65 - 0,80 during the hole of the tests extension and room temperature 20°C - 25°C. Two levels of charge (aggressiveness) were analyzed, 1mA/Cm2 and 5mA/Cm2.

4. EXPERIMENTAL METHODOLOGY

4.1. Fracture Mechanics tests

According to test plan shown in Table 2, the analysis was carried out evaluating the effects on the Cr-Mn-Ni steel of the environments previously explained (cathodic protection and cathodic charge). The study clearly delineated two conditions of aggressiveness for each environment, as well as paying attention to the loading rate in each case. Prior to the test, the specimens were subjected to hydrogen absorption by exposing them for 48 hours to the same environment and aggressiveness conditions as the test itself, that was performed subsequently by applying the corresponding loading rate using a slow strain rate machine according to the Standard ISO-7539 [4].

ENV	IRONM.	RATE(m/s)	SAMPL ES	RESULT
	$5m \Lambda/Cm^2$	6.10-8	1 C.T.	KEAC
SIIIA/CIII2	6.10-9	1 C.T.	KEAC	
1m/	$1 m \Lambda / Cm^2$	6.10-8	1 C.T.	KEAC
	TIIIA/CIII2	6.10-9	1 C.T.	KEAC
	1050mV	6.10-8	1 C.T.	KEAC
	6.10-9	1 C.T.	KEAC	
CP	950mV	6.10-8	1 C.T.	KEAC
		6.10-9	1 C.T.	KEAC

Table 2. Fracture Mechanics test plan.

From the straight zone of a \emptyset 120mm chain link, 8 compact (T) specimens 25mm thick in accordance to [4,17] were obtained. The specimens were machined in such an orientation that the crack propagation was transversal to the longitudinal axis of the chain link, as shown below.

An analysis was carried out obtaining the stress intensity factor, KEAC, from each test, employing for this purpose the methodology based on the GE-EPRI procedure [3]. This method allows the crack size values to be obtained throughout the whole test from the experimental P-COD curve using the concept of iso-a curves [7], thereby it is also possible to determine the value of the J integral in their elastic and plastic components, and the stress intensity factor.



Figure 2. Fracture Mechanics test being carried out.

4.2. Small Punch Tests

Some works have been carried out proving the validity of the SPT to be used in HE and SCC characterizations [14,15,16]. In this work the material embrittlement by Small Punch means is studied using a new approach. The purpose is to obtain a correlation between the energy employed by the SPT for embrittlement damage initiation, Eini, and the conventional stress intensity factor, KEAC.



Figure 3. Energy for embrittlement damage initiation, EIni, determination.

As shown in Figure 3 when overlaying two SPT curves obtained from notched specimens, one testing the material in air and another embrittling it, both loadpunch displacement recordings are coincident up to a point, showing the embrittled one a decrease in its load and displacement after it. This fact justifies the environmental effect on the crack initiation when a certain level of energy is reached, Eini, which is dependent on the material and the embrittlement grade. It means that the embrittlement damage initiates due to the environmental effect in that point, that makes the embrittled specimen to have a different behavior than the non-embrittled one.

The environments and aggressiveness levels studied where the same used in fracture mechanics tests, also the punch loading rate effect was evaluated performing tests at two different rates, the regular one of 0.01mm/s recommended by [12] and another 5 times slower, of 0.002mm/s, with the aim of analyzing the effect of the displacement rate on the value of the fracture parameter. The result of all this was the small punch test plan shown in Table 3.

Tuble 5. Small Tublet Test plan.				
EN	VIRONM.	RATE (mm/s)	SAMPLES	RESULT
	$5m\Delta/Cm^2$	0,010	4 SPT	Eini
	JIIIA/CIII2	0,002	4 SPT	Eini
	1mA/Cm2	0,010	4 SPT	Eini
		0,002	4 SPT	Eini
	1050mV	0,010	4 SPT	Eini
CD		0,002	4 SPT	Eini
CP	950mV	0,010	4 SPT	Eini
		0,002	4 SPT	Eini

Table 3. Smal Punch Test plan.

From the straight zone of a Ø120mm chain link, 32 SPT specimens were obtained in accordance to [10,12], having a lateral notch machined by elecrowire cutting of 0.3mm of diameter and 4.8mm long. The specimens were machined in such an orientation that the crack propagation was transversal to the longitudinal axis of the chain link [10], as shown below. Prior to the test, the specimens were subjected to hydrogen absorption by exposing them during 2 hours to the corresponding environment and aggressiveness conditions, a period of time considered enough for a proper and complete diffusion of the Hydrogen inside the material [2] (Figure 4). Subsequently the samples were extracted from the solution, dried and tested. In parallel to each test, the hydrogen content was determined in an identical specimen.



Figure 4. SPT specimens during its Hydrogen charge.



Figure 5. SPT notched specimen.

For each test condition (environment + aggressiveness level + loading rate) it was obtained the value of the Energy under the load-punch displacement recording from its origin up to the embrittlement damage initiaion point, as shown in Figure 4. The representative value of the energy of initiation, Eini, was obtained as the average of 4 results got from the notched specimens tested.

5. EXPERIMENTAL RESULTS

5.1. Fracture Mechanics tests

Figures 6, 7 and Table 4 show the results of the fracture mechanics tests performed on CT specimens. In the less aggressive cathodic protection cases (950mV), the maximum load of the test machine was reached before getting any noticeable crack propagation, so it was impossible to predict any KEAC value.



Figure 6. Experimental curves from Fracture Mechanics tests.

Table 4. Fracture Mechanics tests results.				
ENVIRON.		RATE (mm/s)	KEAC (MPa*m1/2)	
CC 5mA/Cm2 1mA/Cm2	5 1/0 2	0,010	32,80	
	0,002	30,92		
	1 m A/Cm2	0,010	46,04	
	TIIIA/CIII2	0,002	36,69	
	1050mV	0,010	139,26	
CD	1030111	0,002	117,28	
950mV	950mV	0,010	#	
	0,002	#		



Figure 7. Comparison of the KEAC results.

From previous results, as attested in the bibliography [18], the more aggressive the test conditions, the lower the value of KEAC. It also can be observed that if a cathodic protection or cathodic charge scenario is fixed (a dissolution and a solicitation rate are fixed), then KEAC will decrease if the applied intensity (or potential) is increased.

5.2. Small Punch Tests

Presented in Figure 8 are the curves obtained from the SPT tests carried out, overlaid to another from a sample tested in air. The value of Eini is calculated form them in each condition, shown in Table 5 and Figure 9.



Figure 8. SPT tests performed on notched specimens, overlaid to SPT test in air.

Table 5 Smal Punch Tests results

ENVIRONM.		RATE (mm/s)	Eini (J)	
	5m \/(Cm2)	0,010	0,14	
CC	SmA/Cm2	0,002	0,06	
1mA/Cm2	$1 m \Lambda/Cm^2$	0,010	0,52	
	TIIIA/CIII2	0,002	0,49	
	1050mV	0,010	1,75	
CD	0,002	1,19		
Cr	950mV	0,010	1,77	
		0,002	1,30	



Figure 9. Comparison of the Eini results.

From previous results, the more aggressive the test conditions, the lower the value of Eini It also can be observed that if a cathodic protection or cathodic charge scenario is fixed (a dissolution and a solicitation rate are fixed), then Eini will decrease if the applied intensity (or potential) is increased.

6. CONCLUSIONS AND FUTURE WORK

6.1. Conclusions

As proved, the numerical values of KEAC and Eini are qualitatively related, being Eini and KEAC lower for more aggressive conditions and higher for milder ones. In Figure 10 a correlation is made between pairs of results of tests performed in equivalent environments, at lower rates in each case (6.10-9 m/s for CT and 0,002 mm/s for SPT) or higher ones (6.10-8 m/s for CT and 0,01 mm/s for SPT).



Figure 10. Trend between pairs of results of tests performed in the same environment at the lower or higher solicitation rates.

In this paper, the Small Punch Test has been re-validated as a method for characterizing materials in HE scenarios. A high strength steel Cr-Ni-Mn had been studied, characterizing it in 4 different aggressive environments by both conventional and Small Punch Tests, taking into account the effect of 2 different loading rates in each case.

SPT shows embrittlement effects (Figures 8 and 9) when pre-embrittling specimens and testing them subsequently in air at conventional rates (0,01mm/s and 0,002mm/s). The Small Punch Test is able to show the effect of the environment on the material, as well as the effect of punch loading rate variations.

A new approach to study embrittlement in steels using the Small Punch Test was presented. From it, a correlation could be established between both conventional and alternative SPT using notched specimens, in order to estimate the stress intensity factor in environment, KEAC, from the energy employed by the SPT for embrittlement damage initiation, Eini.

6.2. Future work

The issue to be solved is relative to the solicitation rate that should be employed in SPT tests in order to reproduce accurately the environmental conditions taking place during conventional standard test.

Some experiences using un-notched specimens to estimate σ scc [19] use the basis of Small Punch Creep Tests looking for similar breaking times in standard and SPT tests, stating that the most suitable will be performing static tests in environment (wich gives punch rates arround 1E-5 or 1E-6 mm/s). Others propose to calculate a theorical equivalence between the solicitation rate in standard fracture mechanics tests and the punch rate in SPT [20], in order to have a same magnitude order CTOD variation in both cases, but there are not evident conclusions in this field yet.

There is not a definitive conclusion about the most suitable punch rate to be used. It seems that rates around 100 to 1000 times slower than recommended by [12] will be suitable. In this situation pre-embrittling the specimens and testing them in air is not an option, because the embrittlement effect will disappear after the first minutes (and the test will take hours or days). Finally, future work seems to be on the line of performing very low punch rate SPT's, mainly using the static load method.

ACKNOWLEDGMENTS

The authors of this paper would like to thank the Spanish Ministry of Economy and Competitivity for the support received for the development of the research project MAT2011-28796-C03: "Metodologías para la caracterización de materiales metálicos en condiciones ambientales adversas mediante ensayos Small Punch". Taylor R. Hiatt should be thanked for the English revision.

REFERENCES

[1] HAMILTON, J.M., "*The challenges of Deep-Water Artic Development*", International Journal of Offshore and Polar Engineering, Vol. 21 (4), pp. 241-247, 2011.

[2] STEVENS, M.F., "Effect of microstructure and trapping on the hydrogen embrittlement susceptibility of a Titanium bearing HSLA steel", Doctoral Thesis, Carniege Mellon University, 1984.
[3] V. KYMAR, M. GERMAN, C.F. SHIH, "An engineering Approach to

[3] V. KYMAR, M. GERMAN, C.F. SHIH, "An engineering Approach to *Elastic-Plastic Solids*", Research project EPRI NP-1931, General Electric Company, NY, 1981.

[4] ISO 7539; "Corrosion of metals and alloys" -- Stress corrosion testing.

[5] GONZÁLEZ, J.J., "Influencia de la microestructura en el comportamiento de aceros de alta resistencia frente a fenómenos de corrosión bajo tensión", Doctoral Thesis, University of Cantabria, 1987.

[6] ÁLVAREZ J.A., "Fisuración inducida por hidrógeno de aceros soldables microaleados. Caracterización y modelo de comportamiento.", Doctoral Thesis, University of Cantabria, 1998.

[7] ASTM E1681 - 03(2013); "Standard Test Method for Determining Threshold Stress Intensity Factor for Environment-Assisted Cracking of Metallic Materials".

[8] ISO 7539-4:1989 ; "Corrosion of metals and alloys" - Stress corrosion testing - Part 4:Preparation and use of uniaxially loaded tension specimens.
[9] GUTIÉRREZ-SOLANA F., "Fragilización por hidrógeno en tuberías de transmismente de transm

acero", PhD Thesis, Universidad Politécnica de Madrid, 1981.

[10] LACALLE, R., "Determinación de las propiedades en tracción y fractura de materiales metálicos mediante ensayos Small Punch". Doctoral Thesis, University of Cantabria, 2012.

[11] ANDRÉS D., LACALLE R., ÁLVAREZ J.A., "Creep property evaluation of light alloys by means of the small punch test: creep master curves", Materials and Design, 2016.

curves", Materials and Design, 2016. [12] CWA 15627:2008. "Small Punch Test for Metallic Materials". European Comittee for Standarization (CEN).

[13] D. FINARELLY, M. ROEDIG, F. CARSUGHI, "Small Punch Tests on Austenitic and Martensitic Steels Irradiated in a Spallation Environment with 530 MeV Protons", Journal of Nuclear Materials 328, 2004, pp.146-150.

[14] TAO BAI, PENG CHEN, KAISHU GUAN, "Evaluation of stress corrossion cracking susceptibility of sainless steel 304L with surface nanocrystalization by small punch test", Material Science & Engineering A, 561 (2013) 498-506.

[15] ARROYO B., ÁLVAREZ J.A., LACALLE R., GUTIÉRREZ-SOLANA F., GARCÍA T.E., "Environmental effects on R5 steel under cathodic protection and cathodic charge. characterization using the Small Punch Test", Proceedings of the 2nd SSTT, Austria, 2014.

[16] GARCÍA T.E., RODRÍGUEZ C., BELZUNCE F.J., PEÑUELAS I., ARROYO B., "Development of a methodology to study the hydrogen embrittlement of steels by means of the small punch test", Materials Science & Engineering A, 626 (2015), 342-351.

[17] ASTM E-1820-01, "Standard Test Method for Measurement of Fracture Toughness", Annual Book of ASTM Standards, 2001.

[18] CAYÓN, A., ÁLVAREZ, J.A., GUTIÉRREZ-SOLANA, F., DE CARLOS, A., "Application of new fracture mechanics concepts to hydrogen damage evolution", Final Report ECSC Contract. No 7210-PE-110, University of Cantabria, 2001.

[19] B. ARROYO, J.A. ÁLVAREZ, R. LACALLE, "Analysis of the Small Punch Test Capability to Evaluate the Response of High Strength Steels Facing HIC or SCC", Proceedings of ASME 2016 Pressure Vessels and Piping Conference, Hyatt Regency Vancouver - Vancouver, BC, Canada, 2016.

[20] B. ARROYO, J.A. ÁLVAREZ, R. LACALLE, T.E. GARCÍA y F.GUTIÉRREZ-SOLANA, "*Capacidad del Ensayo Small Punch para la determinación del parámetro de iniciación en condiciones de fisuración inducida por hidrógeno*", XXXII Encuentro del Grupo español de Fractura, Zamora, 2015.

EL USO DEL ENSAYO MINIATURA DE PUNZONADO EN LA RESOLUCION DE PROBLEMAS PRACTICOS EN INGENIERIA

C. Rodríguez^{1*}, M. Fernández¹, J. Cabezas¹, T.E. García¹ y F.J. Belzunce¹

¹Grupo SIMUMECAMAT, Escuela Politécnica de Ingeniería (Universidad de Oviedo), campus universitario, 33203 Gijón

^{*}E-mail: cristina@uniovi.es

RESUMEN

En este trabajo se describen dos ejemplos prácticos sobre la aplicabilidad de los ensayos miniatura de punzonado en la resolución de problemas prácticos en ingeniería. Uno de dichos problemas es la caracterización mecánica, de forma rápida y fiable, de piezas obtenidas mediante técnicas pulvimetalúrgicas, cuya complicada geometría hace que el uso de otro tipo de ensayos resulte prácticamente inviable. La posibilidad de obtener las propiedades mecánicas del producto antes de su puesta en servicio hace que se puedan acometer tareas de modificación de parámetros del proceso para la optimización del producto de un modo sencillo y económico. El otro caso estudiado ha sido la caracterización mecánica de la zona afectada térmicamente (ZAT) de una soldadura, hasta ahora imposible de caracterizar mediante técnicas sub-zonas de la ZAT permite poder describir con una gran precisión el comportamiento mecánico asociado a las distintas estructuras metalúrgicas derivadas del ciclo térmico de soldeo.

PALABRAS CLAVE: Mini-ensayos, SPT, soldadura, piezas sinterizadas.

ABSTRACT

Two examples of the use of the Small Punch Test to solve practical engineering problems were studied in this work. The first one was the mechanical characterization of powder metallurgical samples. In this case, their complex geometry does not allow the use of other type of mechanical tests. The knowledge of the mechanical properties of a sintered product before its use, allows the modification of process parameters in order to optimize it easily and economically. The second example was the mechanical characterization of the heat affected zone (HAZ) of a weld joint, which at the moment is not possible to characterize it, except using hardness profiles. The application of the SPT on samples machined from the different HAZ subzones allows a precise description of the mechanical behaviour characteristic of the different microstructures produced in the welding thermal cycle.

KEYWORDS: Mini-tests, SPT, welding, sintered products.

1. INTRODUCCIÓN

El ensayo miniatura de punzonado o "Small Puch Test" es uno de los ensayos miniatura que tiene hoy día un mayor grado de aplicación en ingeniería debido a que, aparte de utilizar muestras muy pequeñas, su realización es sencilla y económica y permite evaluar con un alto grado de fiabilidad las propiedades mecánicas fundamentales características de las mismas. Por otro lado, aunque este ensayo aún no está normalizado internacionalmente, existe un código de buenas prácticas [1] que define la forma de llevar a cabo el ensayo con objeto de obtener las propiedades mecánicas fundamentales de los materiales metálicos, tanto a temperatura ambiente, como a alta temperatura. Por otro lado, en relación a las propiedades mecánicas a temperatura ambiente, se ha venido aplicando el ensayo SPT para analizar materiales metálicos muy diversos, habiéndose obtenido correlaciones muy buenas entre los parámetros derivados de este ensayo y las propiedades mecánicas a tracción, especialmente límite elástico, resistencia a la tracción y alargamiento a rotura [2].

El uso del ensayo SPT es especialmente atractivo a la hora de analizar el deterioro progresivo que sufren los materiales metálicos en el curso de su servicio en circunstancias concretas, como es el caso de los componentes sometidos a irradiación neutrónica en los reactores nucleares o aquellos otros que prestan servicios a temperatura elevada. En estas situaciones, en

virtud del pequeño tamaño de las probetas necesarias, se considera un ensayo cuasi-no destructivo, ya que en muchas ocasiones resulta posible extraer una muestra muy pequeña, sobre la que se mecanizará la probeta SPT, sin que el componente sufra merma alguna apreciable en sus características resistentes. Resulta así posible evaluar el deterioro progresivo en las propiedades mecánicas que sufre un determinado componente en el curso de su servicio normal. Otras situaciones en las que el ensayo miniatura de punzonado se considera que resulta especialmente atractivo es a la hora de analizar el comportamiento mecánico de regiones muy pequeñas, como son las zonas afectadas térmicamente en los procesos de soldeo o en tratamientos superficiales específicos y, también, en la caracterización de componentes pequeños heterogéneos y con propiedades dependientes de la orientación.

En este trabajo se describe la aplicación del ensavo miniatura de punzonado en dos aplicaciones muy concretas, de alto interés en ingeniería. La primera corresponde al uso de este ensayo para caracterizar regiones muy pequeñas, concretamente la zona afectada térmicamente de una unión soldada de acero, que es la región donde, en virtud del ciclo térmico de soldeo, puede sufrir variaciones microestructurales muy significativas que, en ocasiones, se traducen en una gran variación en las propiedades mecánicas locales, que pueden llegar a ocasionar fallos prematuros inesperados en la estructura soldada. La segunda aplicación que se analiza en este trabajo se refiere a la caracterización de pequeños cubos sincronizadores fabricados mediante compactación en frío y sinterización de polvos de acero. Estas piezas tienen zonas con una masividad diferente de un tamaño tal que no resulta posible extraer probetas de tracción para su caracterización mecánica y, por otro lado, la direccionalidad de la compactación axial, normalmente utilizada, da lugar a heterogeneidades difíciles de evaluar a no ser mediante el uso de ensayos miniatura específicos.

2. ENSAYO SPT

Los ensayos miniatura de punzonado realizados en todo este trabajo fueron efectuados sobre probetas de 10x10 mm de 0.5 mm de espesor nominal. La figura 1 muestra el dispositivo de ensayo utilizado en la universidad de Oviedo que se ha acoplado a una máquina de tracción Instron, dotada de una célula de carga de 5 kN. Se ha utilizado siempre un punzón de cabeza semiesférica de 2.4 mm de diámetro y una matriz inferior provista de un agujero de 4 mm de diámetro con un radio de acuerdo de 0.2 mm. En el ensayo la probeta se empotra en todo su contorno y se deforma hasta su rotura bajo la acción del punzón citado bajo una velocidad constante de 0.2 mm/min. La medida del desplazamiento del punzón se ha realizado siempre con la ayuda de un extensómetro COD que mide el desplazamiento relativo entre la matriz superior e inferior.

La Figura 2 muestra las curvas típicas obtenidas al ensayar respectivamente una muestra de comportamiento dúctil y otra de comportamiento frágil, sobre las que se indican sus regiones características y además se han añadido imágenes del aspecto final de la rotura típica en ambas probetas. En la figura se muestran también las cargas Py y Pm, que permiten estimar respectivamente el límite elástico y la resistencia a la tracción y el valor del desplazamiento en carga máxima, d_m, que a su vez se utiliza para la estimación del alargamiento a tracción. La carga de cedencia, P_v, se ha calculado siempre en el punto de intersección de la curva con una recta paralela a la pendiente inicial del gráfico desplazada un valor igual al espesor inicial de la probeta dividido por 10, $P_{v(t/10)}$.





3. ESTUDIO DE ZONAS AFECTADAS TERMICAMENTE EN SOLDADURAS

Este estudio se llevó a cabo en una unión realizada sobre una chapa de 25 mm de espesor de acero de blindaje templado y revenido 30CrMo5-2, con una preparación de bordes en "K", que había sido realizada en las instalaciones de la empresa General Dynamics Santa Bárbara Systems. Se utilizó el soldeo con electrodo revestido de 4 mm de diámetro (SMAW), con un aporte térmico medio de 15 kJ/cm y se realizaron tres pasadas en cada una de las dos caras de la junta. La Tabla 1 muestra la composición química del acero (% en peso) y la Figura 3 una macrografía de la unión soldada con la localización de las líneas sobre las que se hicieron perfiles de dureza con carga de 500 g (HV0.5), en superficie a $\frac{1}{4}$ y a $\frac{1}{2}$ de espesor.

Tabla 1. Composición química del acero de blindaje

%C	%Mn	%Cr	%Ni	%Mo	%V	
0.33	0.72	0.87	0.35	0.25	0.08	



Figura 3. Macrografía y localización tanto de las líneas de dureza como de las lajas para la extracción de las probetas de ensayo

Por otro lado, una vez identificada la línea de fusión en la zona recta de la junta en K, se procedió a seccionar la ZAT mediante electroerosión, extrayendo de la misma 6 lajas consecutivas de 150x25 mm de 0.5 mm de espesor que fueron numeradas de 1 (laja adyacente a la línea de fusión) a 6 (laja más alejada de aquella). Finalmente, se mecanizó una laja adicional que correspondió al metal base no afectado. De cada una de estas lajas se mecanizaron 2 probetas miniatura de tracción (con una longitud y ancho calibrados de 25 mm y 6 mm respectivamente y una longitud total de 70 mm) y13 probetas SPT.

La zona afectada térmicamente en esta soldadura mostró unas microestructuras muy heterogéneas, que van desde microestructuras de temple, 100% martensíticas en las regiones superior e inferior (líneas L1 y L5), hasta microestructuras con diferentes grados de revenido (martensita revenida, en las líneas a 1/4 y a 1/2 de espesor), debido al efecto de revenido que causa una pasada sobre la ZAT generada en la anterior. A este respecto merece también la pena destacar que se han medido durezas desde casi 600 HV hasta 310 HV, cuando la dureza del metal base se situaba en 450 HV.

En relación a los resultados de los ensayos de tracción realizados sobre las probetas miniatura es preciso destacar que las propiedades obtenidas en la ZAT al variar la distancia a la línea de fusión (lajas 1 a 6) han sido muy irregulares y no se han podido correlacionar en absoluto ni con la microestructura, ni con las microdureza de la ZAT. La microestructura de la ZAT varía rápidamente en un ancho pequeño (3-5 mm) y el tamaño de las probetas de tracción es demasiado grande para asegurar una microestructura homogénea en toda ella, por lo que no nos ha resultado posible obtener resultados de tracción representativos de las diferentes subzonas de la ZAT en este acero templado y revenido.

Sin embargo, con el ensayo STP, que utiliza probetas bastante más pequeñas, se han obtenido resultados muy repetitivos en las diferentes lajas, así como un comportamiento significativamente diferente en cada una de ellas, tal y como refleja la Figura 4. Se han obtenido altos valores de resistencia en las lajas más próximas a la línea de fusión, luego un fuerte descenso en las lajas 4 y 5 y una clara recuperación en la laja 6, que era la más alejada de la línea de fusión, la más próxima al metal base. La forma de todas estas curvas revela también un comportamiento dúctil y roturas con grieta circunferencial (tal y como se había mostrado en la Figura 2).



0 0.1 0.2 0.3 0.4 0.5 0.6 0.7 0.8 0.9 1 1.1 1.2 1.3 1.4 1.5 1.6 1.7 1.8 Figura 4. Curvas SPT correspondientes a las lajas 1 a 6 (se alejan de la línea de fusión al aumentar el número)

En la Figura 5 se presentan los resultados obtenidos relativos al parámetro P_y/t^2 , que es directamente proporcional al límite elástico del acero, frente a la dureza media medida en cada una de estas mismas probetas. Se destaca la buena correspondencia entre ambos parámetros: tanto la dureza como el límite elástico disminuyen ligeramente al alejarnos de la línea de fusión hasta las lajas 3- 4 (situadas a una distancia de 3 y 4 mm respectivamente de la línea de fusión), para aumentar al continuar el alejamiento hasta alcanzar progresivamente los valores medidos en el metal base. Se hace notar también la variación progresiva de la dureza y del parámetro P_y/t^2 , sin discontinuidades entre las sucesivas lajas.

Se ha obtenido también una variación muy similar del parámetro SPT $P_m/d_m t$, que es el que está directamente relacionado con la resistencia a la tracción del acero.


Figura 5. Variación del parámetro P_y/t^2 y de la dureza HV0.5 en las lajas 1 - 6 y en el metal base.

4. ESTUDIO DE CUBOS SINCRONIZADOS SINTERIZADOS

El proceso de sinterizado resulta muy útil en la fabricación de pequeñas piezas mecánicas de acero con geometría compleja. Por esta razón las piezas de acero sinterizado se utilizan cada vez más en la industria del automóvil para la obtención de componentes cuya geometría sería muy costosa de obtener mediante un proceso convencional de mecanizado. Estos productos muestran unas características mecánicas muy interesantes pero muy dependientes de los distintos parámetros utilizados en el proceso de fabricación.

Uno de los factores que más influye es la porosidad final de la pieza, que dependerá tanto del tipo de polvo de partida como del proceso de prensado [3, 4]. Así un polvo de hierro en el que los aleantes hayan sido añadidos mediante un proceso de predifusión mostrará una mayor comprensibilidad, y consecuentemente una menor porosidad a igualdad de otros factores, que un polvo obtenido por prealeación. Por otro lado, la geometría de la pieza (diferencias de volumen entre unas zonas y otras) también modifica la porosidad [5]. Posteriormente, durante el proceso de sinterizado también tendrá importancia el tipo de horno y la atmósfera utilizada. Se utilizan diferentes tipos de atmósferas (N₂/H₂, endogás, exogas, etc.) con objeto de conservar la composición química inicial de la pieza, pero en la práctica resulta difícil evitar completamente fenómenos de decarburación, carburación, oxidación, reducción, etc., máxime si la superficie de la pieza en contacto con la bandeja del horno es elevada.

Por su parte, y utilizando los mismos parámetros de sinterizado, la variación de la geometría de la pieza también traerá consecuencias en su comportamiento mecánico. Así, si los tiempos de mantienen, el proceso de difusión será menos efectivo en una pieza con mayor volumen, que además, sufrirá una menor velocidad de enfriamiento durante el temple posterior pudiendo llegar a mostrar una resistencia inferior a la deseada. Además, otro aspecto todavía poco estudiado es el efecto que

tiene un posterior proceso de revenido sobre el comportamiento mecánico de estos productos.

En este trabajo se ha evaluado la aplicabilidad del ensayo SPT para estimar las propiedades mecánicas de cubos sincronizados sinterizados empleados en la industria del automóvil. Se han utilizado tres tipos de polvos: Mat1, polvos predifundidos Fe-4Ni-1.5Cu-0.5Mo, con 0.5% de grafito; Mat2, polvo prealeado con Mo y con el resto de aleantes incorporados por difusión, Fe-4Ni-2Cu-1.4Mo, con 0.6% de grafito y Mat3, polvo prealeado Fe-3Cr-0.5Mo con 0.45% de grafito. A partir de los mismos se compactaron piezas prismáticas de 120x30x15 mm bajo una presión de 600 MPa.

Las muestras de los productos Mat1 y Mat2 fueron doblemente compactadas y doblemente sinterizadas: presinterizadas a 800°C durante 45 min bajo atmósfera de N₂/H₂, reprensadas hasta una densidad de 7-7.1 g/cm³ y sinterizadas finalmente a 1135°C durante 30 min bajo endogas. Por su lado, las muestras Mat3 fueron prensadas hasta una densidad de 6.95-6.98 g/cm³ y sinterizadas a 1135°C durante 45 min en una atmósfera 90N₂-10H₂. Finalmente, la mitad de todas las muestras sufrieron un revenido final a 180°C durante 45 min.

En primer lugar se procedió a la medida del contenido de carbono, la dureza HB2.5 y también se midió la porosidad mediante análisis de imagen de las muestras examinadas a 100x. La Tabla 2 muestra los resultados obtenidos.

	%C	HB2.5	Porosidad (%)
Mat1	0.53	228	s: 8.8
			c: 11.5
			i: 10.2
Mat1+T	0.52	216	s: 11.4
			c: 13.5
			i: 11.6
Mat2	0.55	367	s: 10.1
			c: 11.8
			i: 9.7
Mat2+T	0.55	300	s: 10.9
			c: 12.0
			i: 10.8
Mat3	0.43	394	s: 9.1
			c: 10.3
			i: 10.1
Mat3+T	0.44	351	s: 9.8
			c: 11.2
			i: 10.3

Tabla 2.Contenido de carbono, dureza y porosidad de los materiales sinterizados

Se puede observar que debido a faltas de homogeneidad propias del prensado, la porosidad medida en la región central de la pieza (c) ha sido siempre mayor que la existente en las capas superior e inferior (s, i). Por otro lado, si se compara el contenido de carbono medido con el original presente en los polvos, se pone de manifiesto la existencia de una ligera decarburación. Finalmente, los valores de dureza manifiestan un leve descenso de la misma motivado por el tratamiento de revenido.

La Figura 6 muestra comparativamente las curvas SPT obtenidas con los diferentes materiales sinterizados.



Figura 6. Curvas SPT de los materiales sinterizados

En primer lugar, tomando como referencia la figura 2, se destaca el aspecto frágil de las mismas. Este aspecto se ha querido reflejar mejor en la Figura 7, que compara la curva SPT típica que se obtiene al ensayar un material dúctil con una de las curvas SPT obtenida con los materiales sinterizados. Esta figura también destaca diferencias en el modo de rotura: grieta circunferencial en los materiales dúctiles, mientras que el modo de rotura en todos los materiales sinterizados ha sido en estrella, aspecto característico en los comportamientos frágiles.



Figura 7. Curva SPT de uno de los materiales sinterizados frente a una curva típica de un material dúctil, mostrando igualmente el modo de fallo.

Las curvas SPT obtenidas también muestran la ligera variación de la curva que proporciona el tratamiento de revenido, que es algo más notoria en el caso del Mat2, hecho que también se había puesto de manifiesto mediante los ensayos de dureza (véase la Tabla 2).

Se mecanizaron también y se ensayaron probetas de tracción con una longitud y ancho calibrados de 27 y 4

mm respectivamente y un espesor de 0.5 mm (longitud total de 75 mm), con objeto de correlacionar los parámetros de los ensayos SPT con las propiedades a tracción.

La Figura 8 muestra la correlación entre los parámetros SPT P_y/t^2 y P_m/t^2 frente al límite elastico, σ_{ys} y la resistencia última a tracción, σ_{ut} . En el caso de los materiales frágiles, se ha demostrado que el parámetro P_m/t^2 es el que mejor correlaciona con la resistencia a la tracción. En esta figura se han representado los resultados obtenidos con los materiales sinterizados junto a la correlación obtenida por García et al. [2] utilizando materiales metálicos muy diversos.



Figura 8. P_y/t^2 vs σ_{ys} y P_m/t^2 vs σ_{ut} en las probetas sinterizadas junto a la correlación propuesta por Garcia et al. [2]

Las correlaciones obtenidas han sido muy buenas y cabe destacar que en el caso de los materiales sinterizados las expresiones predictivas del límite elástico y de la resistencia a la tracción son similares, ya que la situación de los parámetros P_y y P_m en las curvas SPT se sitúa muy próxima, formando además parte de la misma región de la curva:

$$\sigma_{\rm vs} = 0.343 \, ({\rm P_v}/t^2) \tag{1}$$

$$\sigma_{\rm ut} = 0.343 \ (P_{\rm m}/t^2)$$
 (2)

También se ha intentado correlacionar el alargamiento a tracción con el parámetro d_m/t , tal y como se ha representado en la figura 9. En este caso también se ha obtenido una correlación bastante buena, que queda reflejada en la expresión siguiente:

$$A(\%) = 2.5387 (d_m/t) + 1.14$$
(3)

4.1. Comprobación en cubos sincronizadores

Con objeto de valorar finalmente la exactitud de las correlaciones encontradas, se realizaron también ensayos sobre probetas extraídas directamente de cubos sincronizadores comerciales. Estas piezas habían sido fabricadas utilizando polvos de Fe-4Ni-1.5Cu-0.5 Mo, con 0.5% grafito y 0.8% de cera, que habían sido doblemente prensados y sinterizados: reprensados hasta una densidad comprendida entre 7 y 7.1 g/cm³ y finalmente sinterizados a 1135°C durante 30 min en atmósfera de endogas (SYH1). La mitad de los cubos fueron revenidos a 180°c durante 45 min (SYH2).



Figura 9. Correlación entre d_m/t y el alargamiento a tracción, A

La Figura 10 da cuenta de la geometría de los cubos sincronizadores. Se extrajeron probetas de tracción y SPT de cada uno de los tres sectores del cubo, tal y



Figura 10. Geometría del cubo sincronizador y localización de la extracción de las probetas

En la Figura 11 se presentan las curvas SPT obtenidas en estos ensayos sobre los cubos SYH2 (cubos revenidos) y se desea destacar la alta repetitividad encontrada. En la representación de estas curvas la carga aplicada se ha dividido por el espesor de la probeta elevado al cuadrado.

Finalmente, la Tabla 3 expone los parámetros SPT medios obtenidos en estos ensayos, junto a los valores medios de la porosidad, igualmente medidos. Como se había puesto de manifiesto sobre la Figura 11, se ha obtenido muy poca dispersión en los valores de los parámetros SPT y también en la porosidad. Esta misma tabla también pone de manifiesto el ligero beneficio que introduce la aplicación del tratamiento de revenido.

Por otro lado, se ha comprobado también que la correlación obtenida en estos ensayos con las propiedades a tracción ha ajustado bien a las expresiones expuestas con anterioridad (1 - 3).



Tabla 3. Parámetros SPT y porosidad medidos en los cubos sincronizadores

	P _y /t ² (MPa)	P _m /t ² (MPa)	d _m /t	Porosidad (%)
SYH1	1429 ± 35	2009 ± 11	0.90 ± 0.1	6.3 ± 0.1
SYH2	1505 ± 54	2063 ± 9	0.91 ± 0.1	6.4 ± 0.1

REFERENCIAS

se

CEN Workshop 21, Small Punch Test Method [1] for Metallic Materials. Part B: A code of practice for small punch testing for tensile and fracture behavior, 2006.

T.E. García, C. Rodríguez, F.J. Belzunce, C. [2] Suárez, Estimation of the mechanical properties of metallic materials by means of the small punch test, J. of Alloys and Compounds 582, 2014, 708-717.

M. Larsson, Mechanical properties and [3] dimensional stability obtained with different alloying techniques, Congreso EuroPM2000, 2000, Japón.

T.A. Malik, Alloy element redistribution [4] during sintering of powder metallurgy steels, Tesis doctoral, Royal Institute of Technology Department of Mechanics, Estocolmo, Suecia, 2014.

[5] I. Cristofolini, G. Pederzini, A. Molinari y M. Pilla, Influence of the Compaction Speed on the Dimensional and geometrical precision of Cr-Mo Steel Multilevel Parts, Congreso EuroPM2011, 2011.

CAMBIO DE PROPIEDADES MECÁNICAS DE LA ALEACIÓN AM60 CON TRATAMIENTOS TÉRMICOS Y SU CORRELACIÓN CON ENSAYOS DE MINIATURA DE PUNZONADO (SPT).

P.M Bravo Díez^{1*}, M. Preciado Calzada¹, D. Cárdenas Gonzalo¹

¹Departamento de Ingeniería Civil (Universidad de Burgos) Calle Villadiego s/n, 15, 09002 Burgos, España ^{*}E-mail: pmbravo@ubu.es

La aleación AM60 inyectada a alta presión es una de las aleaciones más usadas por su facilidad de procesado y bajo precio. Es de interés industrial la utilización de tratamientos térmicos con la finalidad de incrementar el alargamiento a rotura de la aleación. En este trabajo se pretende correlacionar los resultados obtenidos en ensayos de tracción de probetas tratadas térmicamente con los ensayos miniatura de punzonado. Por una parte, se busca ver si los diferentes valores característicos de este tipo de ensayos para las diferentes propiedades mecánicas son suficientemente sensibles para detectar los cambios que producen los tratamientos térmicos y los parámetros del proceso de inyección y si los factores de correlación son suficientemente estables. Además, se pretende validar la aplicabilidad de este tipo de ensayos a aleaciones de magnesio inyectadas a alta presión ya que el proceso de inyección de alta presión introduce una importante cantidad de defectos y en consecuencia una variabilidad de las propiedades mecánicas.

PALABRAS CLAVE: AM60, AZ91, tratamientos térmicos, ensayo miniatura de punzonado.

ABSTRACT

The AM60 alloy, injected by high pressure die casting process (HPDC), is one of the most widely used alloys for its ease of processing and low price. There is an industrial interest is the use of heat treatments in order to increase the elongation at break of the alloy. This work aims to correlate the results of tensile heat treated specimens with small punch test (SPT). On the one hand, this work intends to see if the different characteristic values of such tests for different mechanical properties are sensitive enough to detect changes produced by heat treatments or injection process parameters and if the correlation factors are sufficiently stable. In addition, another aim is to validate the applicability of such miniature tests (SPT) to high pressure die casting magnesium alloys since this process introduces a significant number of defects and thus a variability of the mechanical properties.

KEYWORDS: AM60, AZ91, heat treatment, Small punch test.

1. INTRODUCCIÓN

Las aleaciones de magnesio inyectadas a alta presión son de gran interés industrial debido a su facilidad de procesado y precio. Las aleaciones más usadas son la aleación AM60 y la aleación AZ91. La aleación AM60 tiene una resistencia moderada a temperatura ambiente, y mayor ductilidad y facilidad de procesado que la aleación AZ91 que tiene una mayor resistencia específica pero menor ductilidad, debido a su mayor contenido de aluminio.

Es de gran interés para la industria mejorar los procesos de inyección y utilizar tratamientos térmicos que permitan incrementar la capacidad de deformación plástica y en consecuencia la capacidad de absorción energía.

Durante los últimos años se han realizado muchos estudios sobre la aplicación del ensayo de miniatura de punzonado (SPT - Small punch test) aplicado a aleaciones. En estos estudios se correlacionan valores de las propiedades mecánicas ensayadas con los valores característicos de los ensayos miniatura, obteniendo expresiones que permiten posteriormente predecir las propiedades mecánicas cuando solo se realizan ensayos miniatura de punzonado. Estos ensayos, se utilizan para predecir propiedades como: la resistencia a la tracción y el alargamiento a rotura [1-3], fluencia o creep [4] y la tenacidad a la fractura [5, 6], entre otras.

Además, también se han realizado estudios mediante ensayos de miniatura de cortadura por punzonado (shear punch test) en aleaciones AM-60 en las que se relacionan las resistencias máximas y los límites elásticos del ensayo de tracción y de cortadura [7]. O también la dureza y la tensión máxima a cortadura en el ensayo de punzonado [8].

En este trabajo se correlacionan los resultados obtenidos en ensayos de tracción de probetas de aleaciones de magnesio AM60 y AZ91 inyectadas a alta presión, HPDC (High Pressure Die Casting), y de la aleación AM60 inyectada por de "Squeeze Casting" con y sin tratamiento térmico, con los ensayos miniatura de punzonado (SPT - Small punch test).

Se han utilizado probetas inyectadas de la aleación AM60 mediante un proceso de "Squeeze Casting" (inyección a alta presión con una fase final de compactación mecánica) ya que con este proceso se pretende reducir la porosidad inherente al proceso de inyección clásico y de esta manera mejorar el alargamiento a rotura y posibilitar la introducción de tratamientos térmicos.

Por una parte, se busca ver si los diferentes valores característicos de este tipo de ensayos para las diferentes propiedades mecánicas son suficientemente sensibles para detectar los cambios que producen debidos al proceso y a los tratamientos térmicos realizados, y si los factores de correlación son suficientemente estables.

Además, se pretende validar la aplicabilidad de este tipo de ensayos a aleaciones de magnesio inyectadas a alta presión ya que el proceso de inyección de alta presión introduce una importante cantidad de defectos y en consecuencia una variabilidad de las propiedades mecánicas.

La figura 1 muestra el registro carga-desplazamiento típico de este tipo de ensayo de Small punch, así como sus zonas características (zona l, ll, lll, lV) según autores como [1, 2, 9].

Para el caso de las aleaciones AZ-91 y AM60 inyectadas a alta presión (HPDC) debido que su alargamiento a rotura es menor las curvas del ensayo SPT se limitan a las zonas l y ll. En el caso de la aleación AM60 fabricada por "Squeeze Casting" también serán representativas las zonas III y IV tal como se muestra en la figura 1.

Aunque existen más factores, sin duda el espesor de la probeta es uno de los parámetros que más influye en los valores de carga desplazamiento del ensayo SPT según [10]. En el caso particular de éste estudio, el espesor de las probetas de SPT ha estado entre 0.495 y 0.505 mm , tal y como nos indica[10].

Una de las decisiones que se ha de tomar es la elección de la carga que limita las zonas l y ll del ensayo, $P_{y_{,}}$ dividida por el espesor inicial de la probeta al cuadrado (t^2), que se ha de relacionar con el límite elástico del material. Dicha relación que se plasma mediante expresiones del tipo:

$$\sigma_y = \alpha \frac{P_y}{t^2} \tag{1}$$

$$\sigma_y = \alpha_1 \frac{P_y}{t^2} + \alpha_2 \tag{2}$$

donde α , α_1 y α_2 son parámetros del ensayo.



Figura 1. Curva característica del ensayo Small punch para la aleación AM-60 "Squeeze Casting"

Las relaciones entre la resistencia máxima a la tracción σ_{max} y la carga máxima P_m se realizan mediante las expresiones siguientes:

$$\sigma_{max} = \beta \, \frac{P_m}{t^2} \tag{3}$$

$$\sigma_{max} = \beta_1 \frac{P_m}{t^2} + \beta_2 \tag{4}$$

Donde β_1 y β_2 son los coeficientes de correlación y t es el espesor de la probeta SPT.

Y para estimar el alargamiento bajo carga máxima (A_{gt}) se utiliza la expresión:

$$A_{gt}(\%) = \gamma_1 \frac{d_m}{t} + \gamma_2 \tag{5}$$

Donde d_m es el desplazamiento bajo carga máxima en el ensayo miniatura de punzonado, γ_1 y γ_2 son los coeficientes de correlación y t es el espesor de la probeta SPT

En este trabajo el cálculo del P_y atendiendo al código de buenas prácticas [10] que se basa en que el cálculo de la proyección vertical del punto de corte de las tangentes sobre la curva de ensayo, no nos proporciona datos fiables para las aleaciones inyectadas a alta presión (HPDC) por lo que no se optó por este método.

El método utilizado para el cálculo del P_y es el punto de corte de la curva con la recta paralela a la zona elástica desplazada un valor de 1/10 veces el espesor inicial de la probeta, [11, 12].

2. MATERIALES Y METODOLOGÍA EXPERIMENTAL

2.1 Materiales

Los materiales que han servido de base para este estudio han sido:

- 1. Aleación AM60 inyectada a alta presión (HPDC)
- 2. Aleación AZ91 inyectada a alta presión (HPDC)
- 3. Aleación AM60 inyectada por "Squeeze Casting (SC)"
- 4. Aleación AM60 inyectada por "Squeeze Casting (SC)" y tratamiento T4 de 4h a 420°C

Como se puede observar en la metalografía siguiente, la estructura para la aleación AM-60 tiene una estructura dendrítica formada por magnesio en solución sólida en el que el contenido de aluminio crece hacia el borde de grano y el compuesto intermetálico $Mg_{17}Al_{12}$ que se concentra en los bordes de grano en forma de eutéctico.



100 micras (L400x)

Figura 2. Microestructura de la aleación AM-60 sin tratar. Ataque: Acetil Glicol

2.1 Metodología experimental.

Para la caracterización de los materiales se han utilizado probetas convencionales de tracción obtenidas por inyección a alta presión en un molde con la geometría final de la probeta. Las probetas Small Punch se han obtenido de la zona calibrada de las probetas inyectadas de los diferentes materiales considerados. Las probetas Small Punch fueron obtenidas con un espesor nominal de 0,5 mm siguiendo las indicaciones de [10]. Los diámetros de las probetas varían entre 6,4 y 6,5 mm en función de los diámetros de las zonas calibradas de las probetas de las que se extrajeron.

El tratamiento térmico de las probetas de la aleación AM60 inyectada por "Squeeze Casting" se realizó en un horno Carbolite CWF 1300 sin atmosfera inerte durante 4h a 420°C y temple en agua.

La elección del tiempo de tratamiento térmico de solubilización se realizó a partir de la evolución de dureza en probetas tratadas a 1h, 2h, 4h y 8 h a distancias de la superficie de aproximadamente 0,5, 1 y 3,2 mm (centro del diámetro de la zona calibrada)

La evolución de la dureza es debida a la disolución de la fase $Mg_{17}Al_{12}$, a la homogeneización de la composición de la fase α y el crecimiento de grano. Aparentemente y de acuerdo con los resultados de los ensayos de dureza se alcanza un nivel de homogeneidad a las cuatro horas de tratamiento, por lo que fue este el tiempo elegido.

Los ensayos de tracción según norma [13] y los ensayos SPT según el código de bunas prácticas [10] fueron realizados en una máquina Zwick/Roell KAPPA 050 DS con células de carga de 50KN y 1KN respectivamente.

La evaluación de los resultados a partir de las curvas carga-desplazamiento del ensayo SPT se han realizado de acuerdo a la metodología propuesta en estudios propuestos como los de [1, 2, 9]. El límite de las zonas I y II utilizado fue el $P_{y t/10}$.

Para la aleación AZ91 HPDC del punto de carga máxima y desplazamiento máximo elegido se corresponden con el final de la zona II, ya que a partir de ese punto se inicia la rotura. Para el resto de materiales se tomó el punto de carga máxima de los ensayos realizados y su correspondiente desplazamiento.

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

3.1 Resultados de los ensayos de dureza para la aleación AM-60 inyectada por "Squeeze Casting" para diferentes tiempos de solubilización.

En la figura 5 se muestran los resultados de los ensayos de dureza y se observan dos datos importantes:

- Para el material sin tratar térmicamente hay diferencias importantes en la dureza entre las zonas cercanas a la superficie y el centro en la zona calibrada de la probeta.
- Al cabo de cuatro horas de tratamiento de solubilización se obtiene un nivel de homogeneidad adecuado.



Figura 3. Evolución de la dureza a diferentes profundidades en función del tiempo de solubilización a 420°C

Se realizaron ensayos de tracción para probetas con tratamientos de solubilización de 1h, 2h y 4h. Se observa un incremento notable del alargamiento a rotura para el tratamiento de solubilización de 4h tal como se observa en la figura siguiente.

En función de estos resultados se decidió utilizar la condición de T4 4h a 420°C para la aleación AM-60 inyectada por "Squeeze Casting".



Figura 4. Curvas de tensión-deformación para la aleación AM-60 con distintos tratamientos térmicos.

3.2 Resultados de los ensayos de tracción.



Figura 5. Curvas de tensión-deformación para la aleación AM-60 HPDC y AZ91 HPDC.

La figura anterior muestra los ensayos de tracción realizados sobre las aleaciones AM60 HPDC y AZ91 HPDC en las que se observa como la aleación AZ91 tiene mayor límite elástico y menor alargamiento a rotura

En la tabla siguiente se muestran los valores medios de los resultados obtenidos en los ensayos de tracción para los diferentes materiales utilizado en este trabajo.

Material	Rp0,2 Mpa	Rm Mpa	Agt %
AM-60 SC	133	212	6,5
AM-60 SC +T4	106	241	11,7
AM-60 HPDC	138	227	7,8
AZ-91 HPDC	153	221	4,0

Tabla 1.- Valores característicos de los ensayos de tracción de los materiales ensayados.

3.3 Resultados de los ensayos de Small Punch.

En la tabla 2 se relacionan los valores medios de los resultados obtenidos en los ensayos miniatura de punzonado para los cuatro materiales testados.

Material	Py_t/10 N	P _{y_CEN} N	dmax mm	Pmax N
AM-60 SC	83	59	0,75	239
AM-60 SC +T4	72	51	1,02	306
AM-60 HPDC	88	62	0,66	211
AZ-91 HPDC	95	No disp.	0,37	158

Tabla 2.- Valores característicos de los ensayos miniatura de punzonado (SPT) de los materiales ensayados.



Figura 6. Curvas de los ensayos SPT de la aleación AM60 SC con y sin tratamiento térmico T4.

3.4 Correlación entre los ensayos de tracción y los ensayos SPT.

Para la aleación AZ91 no se pudo obtener el valor de P_{y_CEN} al no alcanzarse en la zona II la parte lineal. En consecuencia, a la hora de establecer las correlaciones entre los valores característicos de los ensayos de miniatura de punzonado con los correspondientes a los ensayos de tracción se utilizó como Py el valor de $P_{y_t/10}$ en lugar de P_{y_CEN} .

En las gráficas que relacionan la resistencia máxima $\sigma_{max} \operatorname{con} P_m$ y $A_{gt} \operatorname{con} d_m$ se observa claramente como el punto correspondiente a la aleación AM60 SC (sin tratamiento térmico) se aleja la línea marcada por el resto de puntos. La causa que justifica dicha desviación es la anisotropía muy marcada entre el centro y la superfície de la zona calibrada de la probeta. Esta anisotropía queda identificada por las diferencias en dureza entre el centro y la superfície de la probeta.

En la gráfica que relaciona el límite elástico σ_y con el punto P_y del ensayo SPT el desplazamiento es menos evidente, aunque se puede razonar en el mismo sentido. El límite elástico en el centro de la probeta correspondiente a la aleación AM60 SC es menor que el de la superficie, y por lo tanto menor que el del conjunto de la probeta. De ahí que el punto representado para esta aleación en la figura 7 se desplace hacia la izquierda.

El ensayo SPT solo afecta a la zona central de la probeta que presenta menor dureza y mayor alargamiento que la superficie de la sección, mientras que en el ensayo de tracción se obtienen valores promedio de toda la sección de la probeta. Por esta razón, tanto en carga máxima como en alargamiento máximo este punto se desplaza hacia la derecha de la línea de tendencia en las gráficas correspondientes.

Con estos argumentos se tomó la decisión de no incluir este punto para el ajuste de las correlaciones en todos los casos.



Figura 7. Correlación entre el límite elástico y la carga Py del ensayo SPT.

Para obtener los coeficientes de correlación entre el límite elástico σ_y y P_y se utilizó la ecuación (2). Se obtuvo un valor de $\alpha_1 = 0,4891$ y $\alpha_2 = -33,791$.

Para obtener los coeficientes de correlación entre la resistencia máxima σ_{max} y la carga máxima del ensayo SPT, P_m , se utilizó la ecuación (4). Se obtuvo un valor de $\beta_1 = 0.0352$ y $\beta_2 = 198.18$.



Figura 8. Correlación entre la resistencia máxima y la carga máxima Pm del ensayo SPT.

Para obtener los coeficientes de correlación entre el alargamiento bajo carga máxima A_{gt} y el desplazamiento bajo carga máxima del ensayo SPT, d_m , se utilizó la ecuación (5). Se obtuvo un valor de $\gamma_1 = 5.9711$ y $\gamma_2 = -0.3347$.



Figura 8. Correlación entre el alargamiento bajo carga máxima y el desplazamiento bajo carga máxima del ensayo SPT.

4. CONCLUSIONES

Se han obtenido muy buenas correlaciones en la aplicación del ensayo SPT a aleaciones de magnesio inyectadas a alta presión.

El ensayo SPT es capaz de reflejar los cambios que producen los diferentes procesos de inyección sobre las propiedades mecánicas de la aleación inyectada, así como los cambios que producen los tratamientos térmicos. También se reproducen los cambios debidos a la composición de la aleación tal como ocurre con la aleación AZ91 HPDC.

Se ha demostrado que el uso de probetas SPT obtenidas de la zona calibrada de probetas inyectadas a alta presión con diámetros inferiores al recomendado por la norma son eficaces a la hora de reproducir las propiedades mecánicas de la aleación, siempre y cuando la sección sea suficientemente homogénea.

La anisotropía a nivel local, como en el caso de la aleación AM60 SC puede producir una desviación importante de los resultados respecto a los obtenidos en los ensayos de tracción. Como contrapartida abre un camino para el estudio de la evolución de las propiedades mecánicas en diferentes puntos de piezas inyectadas y a lo largo del espesor de la pared de las mismas.

5. **REFERENCIAS**

[1] Rodríguez, C., et al., *"Aplicación del ensayo SPT en la caracterización Mecánica de distintos tipos de acero"*. 2012, Anales de Mecánica de la Fractura 29. p. 579-584.

[2] Cuesta, l.I. and J.M. Alegre, "Hardening evaluation of stamped aluminum alloy components using the Small Punch Test". Engineering Failure Analysis, 2012. **26**: p. 240-246.

[3] Ma, Y.W. and K.B. Yoon, "Assessment of Tensile strength using small punch test for transversely isotropic aluminum 2024 alloy produced by equal channel angular pressing". Materials Science and Engineering 2010. **527**: p. 3630-3638.

[4] Yang, S., et al., "Creep life analysis by an energy model of small punch creep test". Materials and Design, 2015. **91**: p. 98-103.

[5] García, T.E., et al., "Analísis Experimental y numérico para la estimación de la tenacidad a la fractura de aceros estruscturales mediente el CTOD medido en ensayos de Small Punch" 2014, Anales de Mecánica de la Fractura 31.

[6] Lacalle, R., et al., "Estimación de la Tenacidad a la Fractura mediante probetas a partir de probetas

Small Punch entalladas". 2008, Anales de Mecánica de la Fractura 25.

[7] Akbaripanah, F., et al., "Microstructural homogeneity, texture, tensile and shear behavior of AM60 magnesium alloy produced by extrusion and equal channel angular pressing". Materials and Design, 2013. **43**: p. 31-39.

[8] Kondori, B. and R. Mahmudi, "Effect of Ca additions on the microstructure, thermal stability and mechanical properties of a cast AM60 magnesium alloy". Materials Science and Engineering, 2009. **527**: p. 2014-2021.

[9] Lacalle, R., J.A. Álvarez, and F. Gutiérrez-Solana, "Análisis de aspectos fundamentales para la interpretación de los resultados del ensayo de small punch". 2007, Anales de Mecánica de la Fractura 24.

[10] CENWorkshopAgreement, "*Small Punch Test Method for Metallic Materials*". European Committee for Standardization, 2006.

[11] Autillo, J., et al., Utilización del ensayo miniatura de punzonamiento (small punch test) en la caracterización mecánica de aceros. 2006, Anales de Mecánica de Fractura 23.

[12] Rodríguez, C., et al., Mechanical properties characterization of heat-affected zone using the small punch test. Weld J, 2009. **88**: p. 188-192.

[13] UNE-EN-ISO-6892-1, "Materiales metálicos . Ensayos de tracción. Parte 1: Método de ensayo a temperatura ambiente", AENOR . 2010.

ANÁLISIS NUMÉRICO MEDIANTE EL USO DE MODELOS DE DAÑO DÚCTIL DEL COMPORTAMIENTO HASTA FRACTURA EN PROBETAS MINIATURA DE PUNZONADO

I. I. Cuesta^{1*}, E. Martinez-Pañeda², I. Peñuelas², J. M. Alegre¹

¹Grupo de Integridad Estructural, Universidad de Burgos, Escuela Politécnica Superior. Avenida Cantabria s/n, 09006, Burgos, España ^{*}E-mail: <u>iicuesta@ubu.es</u>

²Departamento de Construcción e Ingeniería de Fabricación, Universidad de Oviedo. Edificio Departamental Oeste nº 7, Campus de Viesques. 33203, Gijón, España

RESUMEN

En la actualidad existen diferentes técnicas numéricas con las que reproducir el comportamiento hasta fractura de una probeta o componente. Una de las más empleadas es el uso de modelos de daño dúctil que incluyan la nucleación, crecimiento y coalescencia de microhuecos. Dichos modelos están gobernados por una serie de parámetros que es necesario conocer y que dependen fundamentalmente del material y de la triaxialidad de la probeta empleada para su identificación. El presente trabajo se centra en la estimación de dichos parámetros a partir del ensayo miniatura de punzonado y su posterior empleo en la simulación numérica de probetas con diferentes triaxialidades, desde probetas miniatura a probetas compactas. Posibilitando de esta manera la estimación mediante métodos numéricos de la tenacidad a fractura del material analizado.

PALABRAS CLAVE: Ensayo miniatura de punzonado, Modelo de daño dúctil, Tenacidad a fractura

ABSTRACT

There are currently different numerical techniques to model the mechanical behaviour up to final fracture of a specimen or structural component. Particularly popular are micromechanical-based ductile damage models that account for the nucleation, growth and coalescence of microvoids. These models are governed by a set of parameters that must be obtained and that primarily depend on the material and the triaxiality of the specimen used for identification. This paper focuses on the estimation of these parameters from miniature punching and it is subsequently use to model fracture in different specimens, covering a wide range of triaxility conditions. Thereby enabling the estimation of the material fracture toughness through numerical methods.

KEYWORDS: Small punch test, Ductile damage model, Fracture toughness

1. INTRODUCCIÓN

En las últimas décadas el ensayo de Small Punch (SPT) se ha utilizado para la determinación de las propiedades mecánicas [1-6] de materiales para los cuales no se dispone de material suficiente para poder realizar ensayos convencionales, como puede ser el caso de soldaduras o piezas irradiadas en servicio [7], pretendiendo así caracterizar el material mediante un ensayo de carácter no destructivo para el funcionamiento de la pieza.

Actualmente se está trabajando en consolidar una metodología con la que evaluar la curva cargadesplazamiento obtenida en el SPT con el objetivo de estimar las propiedades mecánicas y de fractura del material analizado. Para ello se hace necesario reproducir de manera numérica el comportamiento hasta fractura de la probeta miniatura mediante la implementación de modelos de daño dúctil que incluyan la nucleación, crecimiento y coalescencia de microhuecos. Dichos modelos están gobernados por una serie de parámetros que es necesario conocer y que dependen fundamentalmente del material y de la triaxialidad de la probeta empleada para su identificación.

El presente trabajo se centra en la estimación de dichos parámetros a partir del ensayo miniatura de punzonado (SPT, *Small Punch Test*) y su posterior empleo en la simulación numérica de probetas con diferentes triaxialidades, desde probetas miniatura a probetas compactas. Posibilitando de esta manera la estimación mediante métodos numéricos de la tenacidad a fractura del material analizado.

2. METODOLOGÍA EXPERIMENTAL

Este ensavo consiste básicamente en el punzonado de una probeta miniatura estando sus extremos empotrados por una matriz (Figura 1). Los ensayos se han realizado a temperatura ambiente con una velocidad del punzón v = 0.5 mm / min. El diámetro del punzón es $d_p = 2.5 mm$, mientras que el diámetro de la matriz inferior es $D_d = 4 mm$ y su radio de redondeo r = 0.5 mm. En la actualidad, existe un código europeo de buenas prácticas para la realización del ensayo [8]. Durante el ensavo se recogen los valores de carga aplicada y desplazamiento del punzón, tras el correcto tratamiento de los datos almacenados, se obtiene como resultado del ensayo SPT una curva cargadesplazamiento del punzón. Una curva típica para el caso de materiales dúctiles se puede ver en la Figura 2, correspondiente a un ensayo de una probeta SPT convencional de 10x10x0.5mm. En general, en dicha curva se pueden diferenciar hasta seis zonas [9].



Figura 1. Utillaje y esquema del Small Punch Test.



Figura 2. Zonas de la curva carga-desplazamiento del Small Punch Test.

Cada una de las zonas en las que se puede dividir la curva carga-desplazamiento está influenciada por los diversos parámetros característicos del material [9]. Sin embargo, las propiedades del material no pueden ser extraídas directamente de la curva carga-desplazamiento del SPT, pero sí que pueden ser relacionados con ciertos valores extraídos de la misma, como la carga de fluencia P_y , la carga máxima P_{max} y el desplazamiento en carga máxima $\Delta_{P_{max}}$ [10,11].

3. MODELIZACIÓN NUMÉRICA DEL DAÑO

Para la simulación numérica hasta rotura del SPT es habitual el empleo del modelo de daño de Gurson-Tvergaard-Needleman [12,13], definido por la expresión (1).

$$F = \left(\frac{\overline{\sigma}}{\sigma_{y}}\right)^{2} + 2q_{1}f^{*}\cosh\left(\frac{q_{2}\sigma_{kk}}{2\sigma_{y}}\right) - \left[1 + \left(q_{1}f^{*}\right)^{2}\right] = 0 \quad (1)$$

$$f^{*} = f \qquad si \quad f \leq f_{c}$$

$$f^{*} = f_{c} + \delta\left(f - f_{c}\right) \qquad si \quad f > f_{c} \qquad (2)$$

El parámetro f^* (2) se introduce en el modelo para poder reproducir el decrecimiento de la capacidad de carga si se produce la coalescencia de microhuecos. Siendo f la fracción volumétrica de microhuecos, cuyo valor varía en cada instante en función del crecimiento de los microhuecos existentes y de la nucleación de nuevos microhuecos:

$$\dot{f} = \dot{f}_{crecimiento} + \dot{f}_{nucleacion}$$

$$\dot{f}_{crecimiento} = (1 - f) \dot{\varepsilon}_{kk}^{p}$$

$$\dot{f}_{nucleacion} = \frac{f_{N}}{S\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\varepsilon_{m}^{p} - \varepsilon_{n}}{S}\right)^{2}\right] \dot{\varepsilon}_{m}^{p}$$
(3)

Dicho modelo depende de los siguientes parámetros que hay que determinar:

• q_1 y q_2 son parámetros de material. Dichos parámetros se han mantenido fijos según determinan varios autores [14], los cuales han comprobado que valores de q_1 =1.5 y q_2 =1 proporcionan buenos resultados para la mayoría de los aceros.

• f_0 es la fracción volumétrica de microhuecos inicial. En nuestro caso se ha tomado $f_0 = 0$ ya que se ha considerado que no existe daño inicial en el material, y que este se genera a lo largo del proceso de deformación de la probeta.

• ε_n es la deformación media para la nucleación. En las zonas de material en las que se alcanza este valor de deformación comienza la nucleación de microhuecos y su posterior crecimiento si la deformación aumenta.

• *S* es la desviación estándar del parámetro ε_n ya que este sigue una distribución normal en el modelo de daño. El valor de *S* será pequeño si el material se considera homogéneo, mientras que tomará un valor elevado si el tamaño de las partículas de la segunda fase del material varía mucho [6]. En nuestro caso se considera el material homogéneo, siendo S = 0.1.

• f_n es la fracción volumétrica de la nucleación de microhuecos, con este parámetro se controla la fracción volumétrica de microhuecos que se forman cuando se alcanza el valor de ε_n , es decir, cuando comienza la nucleación.

• f_c es la fracción volumétrica de microhuecos crítica. Este parámetro nos indica el valor para el cual la coalescencia de microhuecos comienza a tener lugar en el material, con lo que la capacidad resistente desciende notablemente. En la curva cargadesplazamiento del SPT este fenómeno se puede asociar con la zona de carga máxima ya que una vez alcanzada, la carga del punzón desciende significativamente.

• f_F es la fracción volumétrica de microhuecos en el fallo. Una vez que se inicia la coalescencia de microhuecos la fracción volumétrica de los mismos sigue aumentando hasta alcanzar el valor de f_F , momento en el que se produce la rotura del material. Una vez fijado el valor de f_c , el valor de f_F va a ser el que gobierne la velocidad de coalescencia (δ) que viene dada por la expresión (4) y en la que $f_u^* = 1/q_1$.

$$\delta = \frac{f_u^* - f_c}{f_F - f_c} \tag{4}$$

Para la extracción de dichos parámetros los autores han desarrollado diferentes metodologías, basadas en el cálculo inverso, el diseño de experimentos, el ajuste de curvas y los algoritmos genéticos.

La caracterización completa del material pasa por la determinación de un importante número de parámetros: μ , E, v, σ_0 , n, K, q_1 , q_2 , f_0 , ε_n , S, f_n , f_c , f_F . No obstante algunos de ellos se pueden determinar a partir de estudios previos o de la bibliografía, como es el caso de los parámetro μ , E, v, q_1 , q_2 , f_0 , S. Una vez identificados estos parámetros, únicamente falta determinar σ_0 , n, K, ε_n , f_n , f_c y f_{F^*} , siendo los tres primeros macromecánicos y los cuatro restantes del modelo de daño. La caracterización macro y micromecánica va a tener dos fases bien diferenciadas: en primer lugar se va a caracterizar macromecánicamente el material mediante el estudio de las dos primeras zonas de la curva cargadesplazamiento del SPT; en segundo lugar se procederá a la determinación de los parámetros micromecánicos del material previamente caracterizado, mediante el estudio de las restantes zonas de la curva. Esta separación es posible debido a la no influencia de los parámetros de daño en las zonas I y II de la curva cargadesplazamiento (Figura 3).



Figura 3. Comparación de las curvas F-d sin y con consideración de daño.

4. **RESULTADOS**

4.1. Influencia del tipo de entalla

Durante los últimos años han sido varios los investigadores que se han centrado en el empleo de probetas miniatura con una entalla (P-SPT) mecanizada previamente con el objetivo de asemejar dicha probeta a las empleadas convencionalmente en la determinación de los parámetros de fractura, como pueden ser las probetas compactas o Charpy.

En consecuencia se desarrolla un estudio preliminar para evaluar las condiciones de triaxialidad en diferentes tipologías de probetas SPT entalladas. Así, la influencia de la geometría de la entalla (tanto para entallas ciegas como pasantes) así como la metodología de prefisuración (láser o micromecanizado) se examina modelizando el inicio y la propagación del daño. Tal y como se puede observar en la Figura 4, el modelo GTN es capaz de reproducir de forma precisa el comportamiento observado en los experimentos. Los resultados numéricos muestran que las entallas ciegas proporcionan, por lo general, un mayor nivel de triaxialidad. Asimismo, el estudio permite elucidar que, si bien el uso de técnicas láser (ya sea láser o femtoláser) habilita el uso de entallas más agudas, mediante micromecanizado es posible conseguir entallas más uniformes a lo largo de la probeta a un coste inferior. Se distinguen asimismo dos configuraciones óptimas que serán objeto de estudio en el presente trabajo: (i) la prefisuración longitudinal no pasante en el espesor y (ii) la prefisuración parcialmente longitudinal pasante en todo el espesor.



Figura 4. Correlación numérico-experimental para probetas miniatura con diferentes tipos de entalla

4.2. Probetas miniatura con entalla lateral

Mediante el uso de probetas prefisuradas parcialmente en todo el espesor, se ha empleado un procedimiento para ajustar los parámetros de daño consistente en la obtención del parámetro f_c , a partir de haber fijado el valor de f_n , de tal forma que la curva P-SPT simulada se ajuste a la experimental (rotura en el mismo instante de carga y desplazamiento). La Figura 5 presenta un esquema de dicha metodología propuesta para determinar los parámetros de daño, la cual se resume a continuación:

- El primer paso consiste en la realización de una simulación de la probeta SPT entallada, utilizando los parámetros de daño constitutivos y de nucleación, sin incluir los de coalescencia (simulación del comportamiento del material si no existiera coalescencia).
- Obtención del desplazamiento del punzón correspondiente al 90% de carga máxima de la curva experimental (Δ₁ = 0.9 · Δ_{Pmax, exp}). Este valor es el que se ha supuesto como desplazamiento en el que se inicia la rotura de la probeta, y ha sido contrastado con ensayos P-SPT interrumpidos.
- Con dicho valor de desplazamiento (Δ₁) se obtendrá de la simulación numérica el nivel de porosidad crítico de la primera iteración (f_{c1}). Para ello se utilizará el gráfico de la evolución de porosidad f frente al desplazamiento del punzón Δ, correspondiente al nodo con mayor

nivel de porosidad (punto en el que se producirá el inicio de la propagación). En ésta primera iteración se tomará el valor de desplazamiento del punzón para carga máxima del modelo simulado $\Delta_{P \max, sim}$ y se le restará el punto equivalente de la curva experimental $\Delta_{P \max, exp}$, obteniéndose el valor $d = \Delta_{P \max, sim} - \Delta_{P \max, exp}$ representado en la Figura 5.

Dicho valor será restado al Δ₁, para posteriormente, de nuevo con ayuda de la gráfica f - Δ estimar un nuevo valor de f_c. Finalmente se realiza una nueva simulación con el mismo valor de f_n y con el valor f_c corregido que ajustará de forma mucho más precisa la curva carga-desplazamiento experimental.

En resumen, este método asume que el material rompe para un valor de daño fijo $f_F = 0.15$, y que para un valor determinado de f_n puede encontrarse, mediante un proceso iterativo, un valor de f_c que reproduce la curva $P - \Delta$ hasta rotura. La Figura 6 muestra la buena correlación numérico-experimental para una probeta P-SPT entallada longitudinalmente.



Figura 5. Procedimiento para la obtención de los parámetros de daño con probeta entallada.

Por consiguiente es posible establecer predicciones de daño en materiales con comportamiento dúctil a partir de un ensayo miniatura y la metodología numérica propuesta.



Figura 6. Correlación numérico-experimental para probetas miniatura con entalla lateral.

4.3. Probetas miniatura con entalla longitudinal

Además de permitir determinar los parámetros micromecánicos que caracterizan el daño dúctil, el uso de una metodología híbrida que combina los ensayos miniatura y la modelización numérica ofrece otras muchas posibilidades. Así, se ha desarrollado recientemente una metodología para determinar la tenacidad a fractura por medio del CTOD en probetas SPT [15]. La misma está basada en el paralelismo entre el CTOD de los ensayos convencionales y la apertura de la entalla en el ensayo miniatura δ_{SPT} . El uso de simulaciones numéricas incorporando modelos micromecánicos de daño es fundamental para poder cuantificar la apertura de la entalla (inviable experimentalmente por la idiosincrasia del ensayo) e identificar el momento crítico en el que se produce el inicio del agrietamiento.

Para examinar esta metodología se examinan dos diferentes grados de acero CrMoV que se corresponden con el metal base y el metal de aporte de una unión soldada. En esta ocasión se han extraído los parámetros del modelo GTN a partir del ajuste de ensayos de tracción en probetas ensayadas. Se emplea la técnica de correlación de imágenes numéricas (DIC) para extraer los campos de desplazamiento de forma precisa y, tal y como se muestra en las Figuras 7-10, se obtienen los parámetros del modelo GTN a partir de una metodología *Top-Down*. Así, es posible extraer los valores de f_n , f_c y f_F que luego se emplean para modelizar el daño en el ensayo SPT (Figura 11).



Figura 7. Datos experimentales y predicciones numéricas para diferentes valores de f_n.



Figura 8. Identificación de la caída de la carga asociada a la coalescencia de microhuecos.



Figura 10. Modelización numérica del daño para diferentes valores de f_F.

Tal y como se puede apreciar en la Figura 11, el modelo GTN permite una correlación muy precisa con los datos experimentales, lo que da lugar a una identificación meticulosa del parámetro crítico de la apertura de la entalla δ_{SPT} . Pudiendo así establecer una relación directa con el CTOD crítico (o de iniciación) en los ensayos convencionales.



Figura 11. Correlación numérico-experimental para probetas miniatura con entalla longitudinal.

5. CONCLUSIONES

En el presente trabajo se identifican las tipologías de entalla más apropiadas para establecer parámetros críticos de fractura mediante ensayos SPT. Asimismo se establecen sendas metodologías para: (i) Extraer los parámetros de modelos micromecánicos de daño a partir de la curva SPT, lo que permite reproducir el inicio y la propagación del agrietamiento en componentes industriales; y (ii) Establecer un parámetro crítico de la apertura de la entalla δ_{SPT} para determinar la tenacidad a fractura a partir del ensayo SPT.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer al Ministerio de Ciencia e Innovación la ayuda económica al proyecto MAT2014-58738-C3-2-R. Asimismo, E. Martínez-Pañeda agradece a la Universidad de Oviedo la ayuda otorgada a través del programa propio de contratos pre-doctorales (UNOV-13-PF).

REFERENCIAS

[1] X. Mao, H. Takahashi, Development of a furtherminiaturized specimen of 3 mm diameter for tem disk small punch tests, J. Nucl. Mater. 150 (1987) 42-52.

[2] X. Mao, H. Takahashi, T. Kodaira, *Supersmall punch test to estimate fracture toughness JIc and its application to radiation embrittlement of 2.25Cr-1Mo steel*, Mater. Sci. Eng. AI50 (1992) 231-236.

[3] J.H. Bulloch, *A study concerning material fracture toughness and some small punch test data for low alloy steels*, Eng. Failure Analysis 11 (2004) 635-653.

[4] M. Abendroth, M. Kuna, *Identification of ductile damage and fracture parameters from the small punch test using neural networks*, Eng. Fracture Mech. 73 (2006) 710-725.

[5] I.I. Cuesta, J.M. Alegre, *Determination of the fracture toughness by applying a structural integrity approach to pre-cracked Small Punch Test specimens*, Eng. Fracture Mech. 78 (2011) 289-300.

[6] J.M. Baik, J. Kameda, O. Back, *Small Punch Test evaluation of intergranular embrittlement of an alloy steel*, Scr. Metallurgica et Mater. 17 (1983) 1443-1447.

[7] I.I. Cuesta, C. Rodriquez, F.J. Belzunce, J.M. Alegre, *Analysis of different techniques for obtaining pre-cracked/notched small punch test specimens*, Eng. Failure Analysis 18 (2011) 2282-2287.

[8] CEN Workshop Agreement, CWA 15627:2007 D/E/F, *Small Punch Test Method for Metallic Materials*, CEN, Brussels Belgium, December 2007.

[9] I.I. Cuesta, J.M. Alegre, R. Lacalle, *Determination* of the Gurson-Tvergaard damage model parameters for simulating small punch tests, Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct. 33 (2010) 703-713.

[10] C. Rodríguez, J. García, E. Cárdenas, F.J. Belzunce, C. Betegón, *Mechanical properties characterization of heat-affected zone using the small punch test*, Welding Journal 88 (2009) 188-192.

[11] C. Rodríguez, E. Cárdenas, F.J. Belzunce, C. Betegón, *Fracture Characterization of Steels by Means of the Small Punch Test*, Experimental Mechanics 53 (2013) 385-392.

[12] A.L.Gurson, Plastic flow and fracture behavior of ductile materials incorporating void nucleation, growth and coalescence, Brown University, 1975.

[13] V. Tvergaard, A. Needleman, *Analysis of cup-cone fracture in a round tensile bar*, Acta Metall. 32 (1984) 157–169.

[14] V. Tvergaard, *Influence of voids on shear band instabilities under plane strain conditions*, Int. J. Fract. 17 (1981) 389–406.

[15] E. Martínez-Pañeda, T.E. García, C. Rodríguez, *Fracture toughness characterization through notched small punch test specimens*, Mater. Sci. Eng. A 657 (2016) 422–430.

REPETITIVE NANO-IMPACT TESTS AS A NEW TOOL TO MEASURE FRACTURE TOUGHNESS IN BRITTLE MATERIALS

E. Frutos^{a*}, J. L. González-Carrasco^{b,c}, T. Polcar^{a,d}

^a Department of Control Engineering, Faculty of Electrical Engineering, Czech Technical University in Prague,

Technická 2, Prague 6, Czech republic

^b Centro Nacional de Investigaciones Metalúrgicas, CENIM-CSIC, Avda. Gregorio del Amo 8, 28040 Madrid, Spain.

^c Centro de Investigación Biomédica en Red de Bioingeniería, Biomateriales y Nanomedicina CIBER-BBN, Spain.

^d National Centre for Advanced Tribology (nCATS), University of Southampton, University Road, Southampton SO17

1BJ UK.

*E-mail: frutoemi@fel.cvut.cz

ABSTRACT

This work studies the feasibility of using repetitive-nano-impact tests with a cube-corner tip and low loads for obtaining quantitative fracture toughness values in thin and brittle coatings. However, the length of the crack has to be lower than 10% of the total coating thickness to avoid substrate contributions. For this reason, and in order to ensure a small plastic region localized at the origin of the crack tip, low load values have to be used. Moreover, it will be shown how it is possible to know with each new impact the crack geometry evolution from Palmqvist crack to half-penny crack, being able to study the proper evolution of the different values of fracture toughness in terms of both indentation models and as a function of the strain rate, $\dot{\epsilon}$, decreasing. Thereby, fracture toughness values for α -Al₂O₃ layer decrease from ~4.40 MPa \sqrt{m} , for high $\dot{\epsilon}$ value (10³ s⁻¹), to ~3.21 MPa \sqrt{m} , for quasi-static $\dot{\epsilon}$ value (10⁻³ s⁻¹). On the other hand, a new process to obtain fracture toughness values will be analysed, when the classical indentation models are not met. These values are the typically found in the literature for bulk α -Al₂O₃, demonstrating the use of repetitive-nano-impact tests not only provide qualitative information about fracture resistance of the materials but it also can be used to obtain quantitative information as fracture toughness values in the case of brittle materials.

KEYWORDS: Nano-indentation; Repetitive-nano-impact test; High strain rate test; Dynamic hardness; Fracture toughness; Alumina coatings.

1. Introduction

Different types of surface modification in metallic materials have been proposed in order to develop an alumina coating on top of the metallic alloys. Metals and alloys are often coated using techniques such as thermal spraying and chemical/physical deposition [1]. However, these coatings often contain microcracks or pores, which can lead to cracking or peeling off of the coating during service. Thereby, surface modifications must be aimed at the development of pure, dense coatings with high adherence to the substrate. In this context, it is worth noting the development of oxide dispersion strengthened (ODS) FeCrAl alloys (MA 956, PM 2000), which are suitable for coating with an outer α -Al₂O₃ layer by thermal oxidation at elevated temperatures (> 1000 °C). The resulting layer is fine (a few microns thick), but dense and tightly adhered to the substrate. Thus, the alumina-coated alloys were investigated as potential biomaterials [2]. Since they shows superior in vitro corrosion resistance [3] and also good mechanical properties at room temperature under static or dynamic loads [4]. A good level of biocompatibility was assessed for PM 2000 with and without alumina layer, even when tested as fine particles [5]. The development of this alumina layer produces an effective barrier to the release of ions from the substrate *in vivo* [6], thereby precluding their toxics effects.

On the other hand, some concerns may exist about the mechanical performance of the alumina layer, since throughout the useful lifetime of a hypothetical prosthesis made with this material, its surface will be subjected to a multitude of fatigue processes. The higher the fracture toughness is, the longer the useful life of the component subjected to fatigue. Thereby, the characterization of fracture toughness is fundamental before considering any applications. Unfortunately, conventional methods used to determine the fracture toughness by single edge notched beam (SENB) [7], chevron notched beam (CVNB) [8] and double cantilever beam (DCB) [9], require complex experimental procedures and a minimum number of samples which have quite large dimensions, and therefore they are not applicable to coatings or thin layers. For this reason, nowadays there is great effort to develop or improve techniques for obtaining mechanical properties from very small volume, as is the case of coatings and thin layers.

Inside of this context, impact technique has recently been shown to be useful for measuring fracture toughness in relatively thick intermetallic coatings ($\sim 10 \ \mu m$) [10] and ceramic bulk materials [11]. Nano-impact tests, carried out on three-sided pyramidal indenters, are repetitive impacts initially performed at a high strain rate and always at the same spot. The magnitude of this initial strain rate, $\dot{\epsilon}$, is typically about $10^3 \, \text{s}^{-1}$, which is similar to that of classic Charpy and Hopkinson bar macroscopic impact tests [12]. However, as the indenter progresses through the material, opening the surface to both sides of the indenter, the value of the initial $\dot{\epsilon}$ decreases until reaching a typical value of a classic indentation test (10⁻³ s^{-1}). Moreover, depending on the magnitude of the initial impact energy, ε_t , and the nature of the material (ductile or brittle), breakage of the surface can be induced. Thereby, it is possible to characterize the fracture toughness, depending on the number of impacts, as long as the magnitude of the initial energy is high enough to cause fracture along the test. However, as happens with the strain rate, the initial impact energy does not remain constant, since the distance travelled by the indenter into the material, h, increases with each new impact. Therefore, to use repetitive-nano-impact test to calculate the fracture toughness value of a material, it is necessary first to ensure that the magnitude of the initial energy is high enough to produce a crack length, c, whose dimensions are such that the indentation models can be used. The plastic region localized at the origin of the crack tip has to be very small so as not to affect the overall load deflection behaviour.

In the case of coatings or thin layers, the use of this technique is limited by the fact that the load magnitude, P, and therefore the initial energy transmitted, ϵ_t , has to be high enough to produce a crack. Furthermore, the length of this crack, c, has to be lower than 10% of the total coating thickness, t, to avoid substrate contributions. For this reason, and in order to ensure a small plastic region localized at the origin of the crack tip, low P values have to be used. Nevertheless, the proportionality between fracture toughness, K_C, and the ratio P/c^{3/2} must be fulfilled, even for load range from 1 to 5 mN. Otherwise, the indentation models (IM) proposed by Anstins [13] and/or Laugier [14] cannot be used for the calculation of K_C for coatings.

The aim of this paper is to demonstrate the validity of the repetitive-nano-impact technique for obtaining fracture toughness, K_C , values in thin coatings of brittle nature. For this proposal, a proper knowledge of the crack morphology and its evolution with each new impact must be known, since otherwise it is not possible to know the most appropriate IM for the evaluation of K_C . Furthermore, new processes to obtain fracture toughness values when the previous conditions are not met will be analysed.

2. Experimental procedure

2.1 Materials

Hot rolled bars of PM 2000 alloy with the nominal chemical composition (in wt%) 20 Cr, 6 Al, 0.5 Ti, 0.5 Y_2O_3 , and Fe, was prepared at Plansee Gmbh (Lechbruck, Germany). Specimens of 20.5 mm diameter and 2 mm thick were mechanically grinded with

successively finer silicon carbide papers. Final mechanical polishing of the specimens to a mirror-like finish was performed with 1 µm diamond paste. Finally, specimens were washed in running water and then cleaned with alcohol. Oxidation treatment, designed to generate the outer alumina layer, was performed at 1100 °C for 120 h in air, followed by slow furnace cooling to room temperature. These experimental conditions were selected as the most suitable for obtaining a dense and adherent α -Al2O3 layer. To eliminate the oxide nodules at the outer most part of the alumina layer, a final polishing with 1 µm alumina paste was performed. For comparative purposes, specific discs of pure a-Al₂O₃ (>99.98) with a grain size of 1.2 μ m, denominated as HIP VitoxTM, were prepared with the same dimensions by Morgan Matroc Ltd. Surface roughness (R_a parameter) was about 76 and 56 nm for α -Al₂O₃ layer and bulk alumina, respectively.

2.2 Microstructural characterization

Microstructural characterization was performed by conventional metallographic techniques and scanning electron microscopy (SEM) with a field emission gun (FEG) coupled with an energy dispersive X-ray (EDX) system for chemical analysis. Grain size pattern in the alumina layer was revealed from specimens broken at room temperature after immersion for in liquid nitrogen for several minutes.

2.3 Mechanical characterization

Mechanical properties determined were by nanoindentation experiments using the Nanotest Advantage equipment from Micro Materials (Wrexham, UK). Nanoindentation was performed on the top of the surfaces by using a Berkovich tip with a load that ranged between 1- 5 mN. Loading and unloading time were fixed at 20 and 5 seconds in order to fix the strain rate at 0.05 and 0.2 s⁻¹, respectively. In all cases, the holding time was fixed at 15 seconds. Hardness (H) and Young's reduced modulus (E_R) were evaluated from the loaddepth indentation curves using the Oliver and Pharr method [15], by using the following equations:

$$H = \frac{P_{max}}{A_C} \tag{1}$$

$$\frac{1}{E_R} = \frac{1 - \nu^2}{E_f} + \frac{1 - \nu_i^2}{E_i}$$
(2)

In Eq. (1), P_{max} and A_C represent the maximum load and the projected contact area between the indenter and specimen at maximum load, respectively. In Eq. (2), v and v_i, and E_f and E_i denote the Poisson's ratio and the Young's modulus for the film and the indenter, respectively. E_R refers to the reduced Young's modulus of the specimen, determined according to Oliver and Pharr procedure. Young's modulus (E_i) and Poisson's coefficient (v_i) of the diamond Berkovich tip are 1141 GPa and 0.07, respectively. Both hardness and Young's modulus results for a given load correspond to average values of at least 10 experiments.

The nano-impact pendulum impulse configuration of the Nanotest-Advantage was used to perform repetitive impacts, at regular intervals, at the same location with precisely controlled force. A solenoid connected to a timed relay was used to produce these repetitive impacts directly on the surface. Impacts to two different initial energy levels have been studied. To that end, a cubecorner diamond tip was accelerated, from a distance, S, of 5000 and 500 nm, towards to the surface with two different loads, P (15 and 5 mN). The experiments were computer-controlled so that repetitive impacts occurred at the same position every 4 seconds over 600 seconds (120 impacts in total). The penetration depth was registered after every impact. Average values were obtained from at least 10 experiments performed in randomly selected areas on the coating surface.

3. Results

3.1 Microstructural characterization

Before the oxidation treatment, microstructural analysis of PM 2000 reveals a homogenous distribution of small grains of ~1 μ m, which are slightly elongated along the thickness of the α -Al₂O₃ layer. After oxidation treatment (1100 °C), a moderate grain growth is observed. In addition, despite the low aluminium content, a tightly adherent α -Al₂O₃ layer is developed on the surface.

Cross sectional examination by SEM (Fig. 1) shows a compact and dense oxide layer of Al_2O_3 about 3-4 µm thick. Moreover, neither delamination and/or spallation at the oxide/metal interface, nor cracks along the layer thickness, have been found, which is indicative of strong bonding between the layer and the substrate.



Figure 1. Cross-sectional view obtained by scanning electron microscopy, of the $\alpha\text{-}Al_2O_3$ layer on PM 2000.

Grain size within the layer varies from about 0.3 μ m, at the outer most zone of the layer that represents about onethird of the layer thickness, to ~1.5 μ m at the inner zone. These values are smaller than that of VitoxTM alumina discs, supplied by Morgan Advance Materials Company, for which a higher value of ~ 2 μ m is observed. More details, related to the oxidation process to get α -Al₂O₃ layer, as well a deep and complete microstructure characterization of this layer and of VitoxTM alumina discs, can be found in previous articles, published by the current authors [16,17].

3.2 Mechanical characterization

3.2.1 Nano-indentation testing

Figure 2 shows the variation of the reduced Young's modulus, E_R , as a function of the maximum indentation depth, h, for VitoxTM alumina discs, for the Al₂O₃ layer and for PM 2000 alloy. In this figure it can be seen that the E_R values are not dependent on the indentation depth, which is indicative of high homogeneity in their microstructures. Thereby, the average E_R value for PM 2000 is 203±8 GPa, whereas for VitoxTM alumina discs and alumina layer E_R is 313±4 and 281±6 GPa, respectively. The difference between these later average E_R values (~30 GPa) may be associated with the presence of porosity and/or the presence of atoms diffused from the metallic substrate and located at the grain boundaries in the alumina layer.



Figure 2. Variations of the Young's reduced modulus, E_R , as a function of the maximum indentation depth, h, for VitoxTM discs (green circles), for α -Al₂O₃ layer (blue circles) and for PM 2000 alloy.

Figure 3 shows the variation of the Berkovich hardness, H_B, as a function of the maximum indentation depth, for VitoxTM alumina discs, the alumina layer and the PM 2000 alloy. The H_B values for the bulk alumina discs and PM 2000 do not show any gradient, as happens with the E_R , and therefore their average H_B values are 22.8±1.7 and 5.7±0.3 GPa, respectively. However, in the case of the α -Al₂O₃ layer, H_B values are characterized by a sharp increase from 27.9 to 35.4 GPa, for the indentations made below an indentation depth of 100 nm, and a sharp drop to a constant value of about ~22 GPa, which is maintained for the remainder of the indentations made at higher indentation depth. The presence of this hardness gradient, located at subsurface level, may be due to the development of elevated compressive residual stresses during the oxidation stage, a consequence of the mismatch in the thermal expansion coefficient between the alumina layer and the metal substrate, and changes in

the grain size throughout the thickness of the oxide layer, as seen in the SEM images (Fig. 1).



Figure 3. Variations of the Berkovich hardness, H_B , as a function of the maximum indentation depth, h, for VitoxTM discs (green circles), for α -Al₂O₃ layer (blue circles) and for PM 2000 alloy.

3.2.2 Repetitive-nano-impact testing

A repetitive impact test takes place as a solenoid is used to pull an indenter (which can be of different geometries such as spherical, Berkovich, cube-corner, etc) away from the surface, then re-accelerate it towards the surface from a small and fixed distance, producing consecutive impacts on the same spot [18]. The increase in the depth reached along the repetitive impacts is related to plastic deformation and/or fracture below the surface impact point. Depending on the load, P, and the distance between the indenter tip and the surface, S, the energy transmitted to the surface, ε_t , can be selected. This energy is defined as:

$$\varepsilon_t = \left(P * (S - h_i)\right) \tag{3}$$

where h_i ($0 \le i \le n-1$, n = number of impacts) is the impact depth accumulated inside of the surface along the successive impacts. The larger S and/or P, the greater the initial ε_t with which the indenter impacts against the surface. Thereby, depending on the magnitude of the initial ε_t and the material ductility, the fracture of the surface may be induced [19, 20]. It is important to note that the energy transmitted is not constant along all impacts because the distance between the indenter tip and surface changes with each new impact.

Figure 4 shows the accumulative impact depth as a function of the number of impacts for the bulk Al₂O₃ discs (VitoxTM) and for the α -Al₂O₃ layer growth on the PM 2000 alloy. Although the initial energy transmitted (ε_t =75 nJ) is the same in both cases, the evolution of the accumulative impact shows clear differences. Initially, the evolution of the accumulative impact depth, h, and therefore the growth rate of the depth, h^* , achieved after each new impact is quite similar. However, in the case of the Al₂O₃ discs, after sixteen impacts it is possible to see an abrupt jump in its accumulative impact depth, inducing a rapid increase in the h^* value. However, for the Al₂O₃ layer, the evolution of h^* value does not exhibit

any abrupt jump. This increase in the h^* value has been related to the crack coalescence in our previous work. Again, the coalescence produces the opening of the surface around the cube-corner indenter. This takes place after a significant number of repetitive impacts where the strain rate, $\dot{\mathbf{\epsilon}}$, is close to zero, due to h^* effectively remaining constant. It is relevant for the intended applications that the cracking resistance is much higher for the alumina layer than for the VitoxTM alumina discs. This higher cracking resistance of the alumina layer is no doubt related to the presence of a gradient in the grain size, which is increased from the free surface to the layer/PM 2000 alloy interface. Moreover, the growth of this layer is accompanied by the development of compressive residual stresses, which tends to block the coalescence of the new cracks and their propagation. Therefore, it seems obvious to repeat the impact test in the α -Al₂O₃ layer for a low load magnitude in order to produce low impact depth, h, and characterize the possible difference in the mechanical behaviour as a function of the grain size. Thereby, the impact test has been repeated for a load value of P=5 mN, and for a distance between the indenter tip and the Al₂O₃ layer surface of S=500 nm. These values are suitable for making impacts with a small initial transmission of energy, $\varepsilon_t=2.5$ nJ. This small energy produces low h values less than 300 nm, as can be seen in Fig 4.



Figure 4. Variation of the accumulative impact depth, h, as a function of the impact number for VitoxTM discs (full circles), for α -Al₂O₃ layer (empty circles) and for PM 2000 alloy (full start).

3.2.3. Fracture toughness

Selection of the most appropriate expression for evaluating K_C requires a proper knowledge of the crack morphology and its evolution with each new impact. For this, it is first necessary to calculate the value of the different ratios, c/a and l/a, proposed in the literature, in order to know which indentation model is more appropriate. Thereby, if c/a \geq 3.5, the crack profile corresponds to a half-penny type and, therefore, the Anstins model is the most suitable for calculating the fracture toughness by using the expression:

$$K_{Ic} = \xi_{v}^{R} \left(\frac{E}{H}\right)^{1/2} \frac{P}{c^{3/2}}$$
(4)

where *P* is the indentation load, *c* is the crack length, *E* is the Young's reduced modulus, *H* is the hardness and ξ_{ν}^{R} is the calibration coefficient, which depends on the tip and crack geometries. For half-penny cracks and for a cube-corner indenter geometry, this parameter is 0.040.

On the other hand, if $1.1 \le 1/a \le 2.5$ or c/a ≤ 3.5 , the crack profile corresponds to the Palmqvist type, and therefore the Laugier model is the most adequate for calculating the fracture toughness from the expression:

$$K_{Ic} = \chi_{\nu} \left(\frac{a}{l}\right)^{1/2} \left(\frac{E}{H}\right)^{2/3} \frac{P}{c^{3/2}}$$
(5)

where a and l are the lengths related to the half of the diagonal and the crack length from the apex of the footprint, respectively, while χ_{v} is a constant similar to ξ_{v}^{R} , for which the most indicative value for cube-corner geometry is 0.057. Therefore, it is fundamental calculate the evolution of both ratios (h/a and l/a) and, therefore, it is necessary to calculate with each new impact the evolution of a, which is the length from the centre of the projected area to the corner, and l, which is the length from the corner of the indenter to the end of the crack. For this reason, previously is necessary to calculate next parameter. Frist one is: $b = 2 * \sqrt{3} * h_1 * \tan \theta$, where h_1 is the impact depth achieved in the indentation done at high strain rate and θ is the semi angle, whose value for a cube-corner indenter is 35.28°. Second one is: $d = \frac{b}{2} *$ tan 60°, where d is the length from the point f, which is located at the middle of a lateral, belonging to the projected area, to the opposite corner. Third one is: t = $\frac{b}{2}$ * tan 30°, where t is the length from the point f to the centre of the projected area. Once the values of the parameters d and t are known, it is possible to calculate the parameter a, i.e., the length from the centre of the projected area to the corner, since this value corresponds to the subtraction of the previous parameters (a=d-t). Thereby, from the initial value of length a, it is possible to calculate the ratio h/a, where $h = (h_i - h_1)$ varies from 2 to n (n = number of impacts). The calculation of the other characteristic length, l, is easier than the calculation of a, because l is equal to the subtraction of known parameters: l = h - a.

Figure 5 shows the h/a and l/a values as a function of the impacts for both kinds of Al_2O_3 (discs and layer) and for the two initial ε_t values (75 and 2.5 nJ). For ε_t =75 nJ, in the case of Al_2O_3 discs, it can be seen that the h/a ratio values are below 3.5 from the first to the ninth impact, and so it is only possible use the IM proposed by Laugier (Eq. 10). For the remaining impacts, however, conditions imposed by the IM of Anstins (Eq. 4) is maintained, suggesting that this model should be used for the fracture toughness calculation. The same is true in the case of Al_2O_3 layer, since below the eleventh impact it is not possible to use the Anstins IM, but it is possible to use the Laugier IM. For this initial energy, h/a and l/a ratios

show a similar evolution with each new impact, thus it is expected that the fracture toughness values are similar, since at these impact depths the grain size in both kinds of Al_2O_3 is almost the same (1,5~2 µm).



Figure 5. Variation of h/a (blue colour) and l/a (red colour) values as a function of the impacts number for VitoxTM discs (full circles) and for α -Al₂O₃ layer (empty circles an empty starts) under two initial ϵ_i values.

Figure 6 shows the evolution in fracture toughness, K_{IC} , as a function of the number of impacts for both types of Al₂O₃ (discs and layer) and for the highest initial ε_t value (75 nJ). Fracture toughness values have been calculated using the Laugier (full and empty black circles) and the Anstins (full and empty blue circles) indentation models. For both kinds of Al₂O₃, fracture toughness values in the first impact are too high, as they do not meet the Laugier condition for Palmqvist type crack morphology. However, from the second impact, the Laugier condition is achieved $(1.1 \le 1/a \le 2.5)$ and fracture toughness values descend from 6.32 to 3.45 MPa \sqrt{m} for Al₂O₃ VitoxTM, and from 4.40 to 3.21 MPa \sqrt{m} for Al₂O₃ layer. Moreover, the Laugier condition is not met due to a change of crack morphology from Palmqvist type to half-penny type, and therefore the Anstins IM has to be used to obtain the other fracture toughness values. Nevertheless, in both cases the fracture toughness values decrease until reaching a relatively constant value (3.45 MPa√m for Vitox[™] and 3.18 MPa \sqrt{m} for layer) as a consequence of the decrease in the strain rate with each new impact.



Figure 6. Variation of the fracture toughness values, K_{IC} as a function of the number of impacts for Vitox TM discs (full circles) and for $\alpha\text{-}Al_2O_3$ layer (empty circles) under two initial ϵ_t values. Black colour corresponds to the fracture toughness values calculated from Laugier indentation model and blue colour from Anstins indentation model.

It has been shown that the combination of nano-impact testing and classical IM is effective for determining fracture toughness values. Moreover, we could use this method for obtaining fracture toughness values along coatings when they show gradients in the grain size, and therefore gradients in the fracture toughness values. For this reason, it would be sufficient to reduce the initial energy in order to produce small impact depths. However, it is not always possible to use this approach. For the impacts made with a small initial energy (ε_t =2.5 nJ), none of the h/a and l/a ratios are satisfied along the successive impacts, and therefore these IM cannot be used to characterize fracture toughness values. Nevertheless, throughout this work, indicated any small jumps that appeared along the repetitive-nano-impact test when applying the smallest initial energy (ε_t =2.5 nJ). These jumps, which coincide with a strong increase in the indenter penetration rate, might be equivalent to the 'popin' observed in quasi-static indentation, because the strain rate is equivalent to quasi-static conditions, since its yield stress (~300 MPa) is achieved in this first impact. This phenomenon appears when a half-penny crack is nucleated at the boundary of the plastic zone immediately below the contact point of the indenter. This is followed by immediate propagation upward to join with an existing crack, or leads to the formation of halfpenny cracks at the surface. Although propagation of this crack to each corner may not be simultaneous, three corners appear to become involved fairly rapidly with increasing. The difference between both small jumps is that in the case of repetitive-nano-impacts, changes in the strain rate are performed at low and constant load, whereas in the indentation test it is not always possible to induce this effect, since it depends on the load and the degree of ductility of the material. If the material is ductile, the load level needed to cause the pop-in will be very high, since the material is able to accumulate a lot of plastic deformation before failure. However, in the case of brittle materials like Al₂O₃, crack nucleation and propagation might be possible for low values of ε_t , allowing the fracture toughness characterization in the subsurface, since tensile stresses normal to the direction of penetration, i.e. perpendicular to the crack generated at the apex of tip in the footprint, generated in the impact may be hypothetically replaced by a pressure distribution, acting on the free surfaces of the cracks, producing a similar crack opening profile. This opening displacement at the centre of the crack has been formulated by Tada et al. [21] as:

$$\delta_0 = \frac{8pa}{\pi E_R} D(\gamma) \tag{6}$$

where a is the radius of the crack, *p* is the pressure at the centre of the crack and $D(\gamma)$, is a constant whose values typically vary between 0.5 and 0.7, depending on the material.

The fully developed half-penny cracks at each corner extend over an angular extent a little larger than a quadrant, with its centre at the point of contact with the indenter. Including a factor to account for shape and discontinuities at the edges, a similar expression may be appropriate for describing the opening of quadrant cracks nucleated by indentation [22]. With cube corner geometry, the crack mouth opening is:

$$\delta_0 = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \Delta h \tag{7}$$

where Δh is the extra penetration resulting from a high increase in the penetration rate during Pop-in. Thereby, the calculation of the half-penny crack length, c, developed from the apex of the cube-corner footprint at a small ε_t value, can be obtained if the growth rate of impact depth (Δh), just after pop-in, is known by the expression given by Field et al.:

$$c = \sqrt{2}(h - \Delta h) + \frac{\sqrt{2}}{4\sqrt{3}} \frac{\pi * E * \Delta h}{H_B * D(\gamma)}$$
(8)

Figure 7 shows the accumulative impact depth as a function of the impacts in Al_2O_3 layer and for an initial energy transmitted of ϵ_t =2.5 nJ. As can be seen, after the first impact, the impact depth remains almost constant until it experiences a small jump (pop-in). Following this, the growth rate of the impact depth increases slowly and linearly until experiencing another pop-in and so on.



Figure 7. Variation of the accumulative impact depth, h, as a function of the impact number for α -Al₂O₃ layer and for an initial energy of 2.5 nJ. Black arrows indicate successive pop-in.

Therefore, h values correspond to the constant impact depth value (h= 116.16 nm) and Δh value is the difference between the impact depth values before and after the pop-in (Δh =9.8 nm). On the other hand, the impact depth achieved along the first impact corresponds to the subsurface zone with sub-micron grain size, and therefore the suitable Berkovich hardness, H_B, value is the maximum value obtained in the previous indentation test (35.44 GPa). Thereby, the crack length, c, obtained for these values is 256.91 nm, with crack morphology associated with these pop-in corresponding to half-penny cracks. Therefore, the fracture toughness calculation should be performed using the Anstins model. From Eq. 4, using the previous values for c, H_B and E (354 GPa), the K_C value for the subsurface zone is 4.85 MPa \sqrt{m} , which is higher than 3.21 MPa√m found at higher impact depth where grain size is $\sim 1 \ \mu m$.

4. Conclusion

Repetitive-nano-impact tests is considered as a tool to obtain fracture toughness of thin and brittle coatings, since the nucleation and propagation of a single crack is induced as a consequence of their negligible ductility. For this, sharp indenter geometry, like cube-corner, and an appropriate initial ε_t value must be selected in order to not to produce crack lengths higher than 10% of the layer thickness of the α-Al₂O₃. Thereby, repetitive-nanoimpact test carried out with cube-corner geometry, have proven to be highly efficient in the development of a crack propagating from the apex of the notch, which is produced in the first impact, until it reaches a stationary value as a consequence of the decrease in the initial ε_t value. Thereby, the crack length can be measured with each new impact and therefore the correct indentation model for calculating fracture toughness can be selected. This allows studying the evolution of c/a or l/a ratios, as a function of the impacts, i.e. the crack geometry, which evolves from Palmqvist crack (Laugier IM) to half-penny crack (Anstins IM). Consequently, it is possible to study the proper evolution of the different values of fracture toughness in terms of both indentation models (Laugier and Anstins) and as a function of the strain rate decrease. Fracture toughness values for bulk discs of Al₂O₃ decreased from ~4.40 MPa \sqrt{m} , for high $\dot{\epsilon}$ value, to ~3.21 MPa \sqrt{m} , for quasi-static $\dot{\epsilon}$ value. On the other hand, it has been demonstrated that small jumps appeared along the test, for smaller initial energy values such as 2.5 nJ, are due to `Pop-in'. During these jumps, a half-penny crack is nucleated at the boundary of the plastic zone immediately below the contact point of the indenter and it can be related to a pressure distribution, producing a similar crack opening profile. Combining the formulation proposed by Field et al. and the repetitive-nano-impact test is possible to calculate the crack length, and therefore to obtain fracture toughness values from Anstins indentation model. Thereby, is possible to make a profile with different initial energies, ε_t , in order to characterize fracture toughness evolution along the layer thickness as a result of different grain size distribution, relaxation of residual compressive stresses, etc. without satisfying Anstins and/or Laugier indentation models conditions. In our case, fracture toughness value for the subsurface zone, where the grain size distribution is much smaller than 1 μ m, is 4.85 MPa \sqrt{m} , which is higher than 3.21 MPa \sqrt{m} found at higher impact depth. These values are to identical to those reported for bulk α -Al₂O₃, which demonstrates that proposed methods are useful to calculate quantitative fracture toughness values in thin brittle coatings without substrate contribution.

Acknowledgements

The authors wish to express their thanks for the financial support of the Czech Science Foundation through the project 14-32801P.

References

1 D. Hochauer, C. Mitterer, M. Penoy, S. Puchner, C. Michotte, H.P. Martinz, H. Hutter, M. Katherin. Surf. Coat. Technol. 206 (2012) 4771-4777.

2 J.L. González-Carrasco, M.L. Escudero, J. Chao, M.C. García-Alonso. Mater Manuf Process. 13(3) (1998) 431-43.

3 M.L. Escudero, J.L. González-Carrasco. Biomaterials. 15 (1994) 1175-1180.

4 J.L. González-Carrasco, G. Ciapetti, M.A. Montealegre, S. Pagani, J. Chao, N. Baldini. Biomaterials. 26 (2005) 3861-3871.

5 G.Ciapetti, J.L. González-Carrasco, L. Savarino, M.A. Montealegre, S. Pagani, N. Baldini. Biomaterials. 26 (2005) 849-859.

6 J.C. Rubio, M.C. Garcia-Alonso, C. Alonso, M.A. Alobera, C. Clemente, L. Munuera, M.L. Escudero. J. Mater. Sci. - Mater. Med. 19(1) (2008) 369-75.

7 R. Damani, R. Gstrein, R. Danzer. J. Eur. Ceram. Soc. 16 (1996) 695-702.

8 D.T. Wan, F.L. Meng, Y.C. Zhou, Y.W. BAo, J.X. Chen. J. Eur. Ceram. Soc. 28 (2008) 663-669.

9 J.M Whitney, C.E. Browing, W. Hoogsteden. J. Reinf. Plast. Compos. 1 (1982) 297-313.

10 E. Frutos, J.L. González-Carrasco. Acta Mater. 61(6) (2013) 1886–1894.

11 E. Frutos, J. L. González-Carrasco, T. Polcar. Under review in J. Eur. Ceram. Soc.

12 A. Rossoll, C. Berdin, P. Forget, C. Prioul, B. Marini. Nucl. Eng. Des. 188 (1999) 217-229.

13 G. R. Anstis, P. Chantikul, B.R. Lawn, D. B. Marshall. J. Am. Ceram. Soc. 64 (1981) 533-538.

15 W.C. Oliver, G. M. Pharr. J. Mater. Res. 7 (1992) 1564-1583.

16 M.A. Montealegre, J.L. González-Carrasco, M.A. Morris-Muñoz, J. Chao, D.G. Morris. Intermetallics 8 (2000) 439-446.

17 J.L. González-Carrasco, G. Ciapetti, M.A. Montealegre, S. Pagani, J. Chao, N. Baldini. Biomaterials 26 (2005) 3861-3871.

18 G.S. Fox-Rabinovich, B.D. Beake, J.L. Endrino, S.C. Veldhuis, P. Parkinson, L. S. Shuster, M.S. Migranov. Surf. Coat. Technol. 200 (2006) 5738-5742.

19 B.D. Beake, J.F. Smith. Surf. Coat. Technol. 188-189 (2004) 594-598.

20 K.-D. Bouzakis, G. Skordaris, E. Bouzakis, A. Tsouknidas, S. Makrimallakis, S. Gerardis, G. Katirtzoglou. CIRP Ann. –Manuf. Technol. 60 (2011) 587-590.

21 H. Tada, P. Paris, G. Irwin. The stress Analysis of Cracks Handbook (Del Research Corporation, St. Louis Missouri, 1963. PP. 16-17)

22 J.S. Field, M.V. Swain, R.D. Dukino. J. Mater. Res. 6 (2003) 1412-1419.

¹⁴ M. T. Laugier. J. Mater. Sci. Lett. 6 (1987) 897-900.

SMALL PUNCH TEST METHODOLOGIES FOR THE ANALYSIS OF THE HYDROGEN EMBRITTLEMENT OF STRUCTURAL STEELS

T.E. García^{1,3*}, B. Arroyo², C. Rodríguez³, F.J. Belzunce³, J.A. Álvarez²

¹KNOW-HOW INNOVATIVE SOLUTIONS C/ Pedro Puig Adam, S/N, Espacio Tecnológico Campus, Oficina 4, 33203 Gijón (Spain) *E-mail: garciatomas@khisgroup.com Web: www.khisgroup.com

²LADICIM, Depto. de Ing. del Terreno y los Materiales (Universidad de Cantabria) Avda. de los Castros, 44, 39005 Santander (Cantabria)

³SIMUMECAMAT, Universidad de Oviedo. Edificio Departamental Oeste nº 7, Campus Universitario. 33203, Gijón, España

ABSTRACT

In the present study, a new small punch test (SPT) methodology has been used to analyse the effect of hydrogen embrittlement on the tensile properties of three different grades of CrMoV steel: the base metal (CrMoV-1), weld metal (CrMoV-2) and this same weld metal subjected to an intermediate heat treatment (CrMoV-3). SPT results were compared with those obtained in standard tensile tests carried out in a hydrogen environment. Moreover, a new SPT methodology was used to analyse the environmental effects on a CrNiMn steel under cathodic protection and cathodic charge.

Results obtained shows the usefulness of the SPT to estimate the grade of deterioration induced by hydrogen embrittlement, especially when a lack of testing material makes impossible the test of standard specimens.

KEYWORDS: Small punch test, hydrogen embrittlement, stress corrosion cracking.

1. INTRODUCTION

The effect of hydrogen is especially important in highstrength steels exposed to aqueous environments under cathodic protection (such as off-shore platforms) or those in which H_2S is present (as in gas transport pipelines). Both phenomena, HE and SCC, are rather similar, resulting in brittle failures in the presence of an aggressive environment under maintained stress. Both phenomena are dependent on the loading rate, even disappearing for higher ones, but at very slow strain rates hydrogen has a significant embrittling effect. Different methodologies for testing HE have been investigated since the publication of the "ASTOH Selected Technical Papers" in 1947 [2].

There are particular situations where standards such as [3,4] can't be followed to perform characterizations on inservice components, mostly due to the impossibility to machine specimens fitting the required dimensions, [3]. One of those situations is usually present in welded joints of any type of structure. In other cases, it can be a harsh task to test virgin material due to the inherent operational difficulties and uncertainties characteristic of standard CBT and HE tests.

To find a solution to these types of scenarios, miniature tests were developed, being the Small Punch Test (SPT) the most notable. Although a reference standard that includes the tensile and fracture estimations from SPT is currently still not available, a European Code of Practice was developed in 2006 [5]. SPT allows to estimate parameters as the yield stress, ultimate tensile strength and even fracture toughness of metallic materials with high reliability [6]. Throughout the last years some authors have proved the validity of the SPT to be used in HE and SCC characterizations [7-9], having the advantage of being faster, easier and safer to perform than the standard tests.

This paper presents a review of the characterization of HE on a high strength steel by SPT using two approaches, which will be subsequently compared to conventional mechanic tests.

2. MATERIALS

Three CrMoV steels were used in this study: the base metal (CrMoV-1), with a high resistance to hydrogen embrittlement [9], a high strength weld metal (CrMoV-2), which is highly susceptible to this phenomenon [9], and this same weld metal after being subjected to an intermediate heat treatment (CrMoV-3). Figure 1 shows the microstructure of CrMoV-1 (tempered martensite) and CMoV-2 (lath martensite). A quenched and tempered CrNiMn high-strength steel was also analyzed, having the tempered martensite microstructure showed in Figure 2. Table 1 shows the mechanical properties of this steel.



Figure 1. Microstructures of a) CrMoV-1 b)CrMoV-2



Figure 2. Microstructure of CrNiMn high-strength steel

Table 1. Mechanical properties of CrNiMn

E	σ _{ys}	σ _{ut}	J _{0.2}	K _{J0.2}
(GPa)	(MPa)	(MPa)	(kN/m)	(MPa m ^{0.5})
205	920	1015	821	410

3. EXPERIMENTAL METHODOLOGY

3.1. Tensile properties determination

The effect of hydrogen embrittlement on the tensile properties degradation of CrMoV steels was analyzed by means of a custom designed SPT device, which is depicted in Figure 3a and is thoroughly described in [9]. This device allows to test the specimens inside a hydrogen environment. A 1N solution of H_2SO_4 in distilled water with 10 drops of CS_2 and 10 mg of As_2SO_3 per litre was employed as electrolyte. A current density of 20 mA/cm² was set at the beginning of the test. All the SPT specimens (10x10x0.5 mm) were mechanically polished (up to 1200 emery paper) and cleaned before testing. The tests were carried out at a cross-head speed of 0.2 mm/min.

In order to have information about the tensile properties of standard specimens tested in a hydrogen environment, a sample and device sketched in Figure 3b was designed. Same conditions as described for the SPT were employed to perform these tensile tests. Plane specimens, with a 0.5 mm thickness were employed, in order to achieve similar hydrogen concentrations as those achieved in the small punch specimens.



Figure 3. Custom devices for testing in hydrogen environment: a) SPT device b) Tensile device

Expressions (1)-(3) were used for estimating the tensile properties by means of SPT, in both air and hydrogen environment. P_y was calculated as the intersection between the SPT curve and a straight line running parallel to the initial elastic slope with an offset of t/10, where t is the initial specimen thickness [9,10]. P_m is the maximum test load and d_m the displacement at maximum load.

$$\sigma_{ys} = \alpha \cdot \frac{P_{y_{\underline{t}/10}}}{t^2} \qquad (1) \qquad \sigma_{ut} = \beta_1 \cdot \frac{P_m}{t^2} \qquad (2)$$
$$\sigma_{ut} = \beta_2 \cdot \frac{P_m}{(d_m \cdot t)} \qquad (3)$$

3.2. Fracture mechanics

For conventional fracture mechanics tests, an analysis was carried out obtaining the stress intensity factor, KEAC, employing the methodology based on the GE-EPRI procedure [12].

For small punch tests, Lacalle's methodology [6] was employed in order to obtain the fracture toughness of the embrittled material, J_{th} . It consists on the determination of the CTOD crack initiation parameter by means of SPT tests, δ_{spi} , from which the value of J_{IC} is determined and transformed into the crack initiation intensity factor, K_{Jth} . After that, as stated in [8], in order to compare this value with the results of K_{EAC} obtained from conventional tests in 25 mm CT specimens, K_{Jth} was expressed into its equivalent factor obtained from 25 mm samples, K_{Jth25} , following expression (5) [13].

$$J_{Ic} = \frac{\delta_{SPi} * S_y}{d_n} \quad (4) \qquad K_{Jth} = \sqrt{J_{Ic} * E} \quad (5)$$
$$K_{Jth25}(MPa * m^{1/2}) = K_{min} + (K_{Jth} - K_{min}) * \left(\frac{0.5mm}{25mm}\right)^{\frac{1}{4}} \quad (6)$$
$$Being K_{min} = 20 MPa * m^{1/2}$$

In order to apply Lacalle's model [6], yield stress is necessary. It doesn't differ much from the value of the as received material [8], but accurate values can be estimated using expression (7):

$$S_v = 5.75 * P_v$$
 (7)

The analysis was carried out in two different environmental conditions: cathodic protection and cathodic charge. For each one, two different levels of aggressiveness were studied.

For cathodic protection an aluminum anode was employed. The pH was controlled at the range 5.5 - 5.7 during the whole tests, at room temperature. Two levels of cathodic protection (aggressiveness) were analyzed: 950 mV and 1050 mV of fixed potential.

For cathodic charge, environmental conditions were simulated by using the same electrolyte described in section 3.1. A platinum grid was used as anode. The pH was controlled at the range 0,65 - 0,80 at room temperature 20°C - 25°C. Two levels of charge (aggressiveness) were analyzed, 1mA/cm² and 5mA/cm².

In each case, two different loading rates were employed in conventional fracture mechanics tests. For SPT two approaches were employed. Specimens were embrittled during 2 hours and then tested under two different approaches: in air under two different load rates [5], and inside the hydrogen environment at a low punch displacement rate.

4. RESULTS AND DISCUSSION

4.1. Tensile properties

Figure 4 shows a comparison between the true stress – true strain curves obtained in both air and hydrogen, while Table 2 shows the obtained results. All the steels exhibited a decrease in the mechanical properties due to hydrogen embrittlement. In the case of both CrMoV-1 and CrMoV-3, no significant differences were found in the yield strength and ultimate tensile strength. However, a great decrease in ductility (elongation at failure) was observed when testing in hydrogen, especially in the case of CrMoV-2 was highly affected by hydrogen, and all the specimens failed at a stress level lower than the yield strength (60% approx.).

While in the case of tensile tests carried out in air, all the specimens exhibited ductile behavior, with a 45° crack path, as depicted in Figure 5a, a competition of ductile and brittle fracture mechanisms was observed in the tests carried out in hydrogen. Figure 5b shows the failure pattern of CrMoV-2, the most embrittled material, which exhibited a horizontal crack, where wide zones of cleavage were observed.



Table 2. Tensile test results (mean ± *standard deviation)*

STEEL	E (GPa)	$\sigma_{ys}(MPa)$	σ_{ut} (MPa)
CrMoV-1 (air)	208 ± 10	592 ± 20	701 ± 14
CrMoV-1 (hydr.)	210 ± 27	633 ± 38	714 ± 12
CrMoV-2 (air)	212 ± 17	1011 ± 17	1099 ± 26
CrMoV-2 (hydr.)	211 ± 2	697 ± 40	697 ± 40
CrMoV-3 (air)	206 ± 7	761 ± 20	825 ± 21
CrMoV-3 (hydr.)	202 ± 2	753 ± 41	757 ± 38



Figure 5. a) Fracture of specimens tested in air
b) Fracture of CrMoV-2 tested in hydrogen
c) Microvoids observed on specimens tested in air
d) Fracture surface of CrMoV-2 tested in hydrogen



Figure 6 shows the SPT curves obtained in both air and hydrogen for the CrMoV steels. Some tests were arrested at displacement levels close to P_y , in order to perform fractographic observations by SEM. Table 3 shows the obtained SPT parameters.

STEEL	P _y /t ² (MPa)	P _m /t ² (MPa)	$\frac{P_m/(t \ d_m)}{(MPa)}$	d _m (mm)
CrMoV-1 (air)	1586±189	7873±607	2264±158	1.62±0.03
CrMoV-1 (hydr.)	1682±56	3960±143	2462±71	0.74±0.02
CrMoV-2 (air)	2375±174	11354±826	3553±230	1.53±0.05
CrMoV-2 (hydr.)	2209±98	3517±113	2168±167	0.78±0.05
CrMoV-3 (air)	1604±157	7846±388	2286±152	1.61±0.03
CrMoV-3 (hydr.)	1690±77	3060±358	2014±439	0.73±0.09

Table 3. SPT results (mean ± standard deviation)

The same trend observed in conventional tensile tests was observed in the SPT ones: all steels exhibited hydrogen embrittlement, in terms of loss of ductility. In the case of CrMoV-1, the obtained SPT curve was the characteristic of a ductile steel. Thus, its analysis should be in terms of P_y/t^2 and $P_m/(t d_m)$ [10]. On this sense, results were in total agreement with those obtained in the standard tests, since no significant differences were found between the SPT parameters related with σ_{ys} and σ_{ut} , and only the parameter related with ductility, d_m , experimented a clear decrease.

It should be noted that the behavior of CrMoV-2 and CrMoV-3, tested in hydrogen, was not conventional. In this two cases, the specimen was observed to be totally cracked at a displacement level beyond P_v, and very close to it. In fact, the flat shape of the curve from this point on is indicating no bearing resistance of the specimen, but only friction between the testing components and a fully cracked specimen [14]. Figure 7 shows a SEM image of a CrMoV-3 specimen after a test interrupted at 500 N, corroborating this observation. Thus analysis of these steels should be performed only in terms of Py, as the material broke under elastic behavior. This fact is in agreement with the results obtained in the standard tensile tests with CrMoV-2 and CrMoV-3. Nevertheless, a disagreement was observed in the case of CrMoV-2: while the yield strength decreases approximately a 40% when tensile tests were performed in hydrogen, no significant differences were found between P_v/t^2 in air and hydrogen. This fact could be justified in the different test conditions. In the tensile test, the specimen contour is totally submerged in hydrogen, and more aggressive conditions are developed. Moreover, it was observed in a previous work [9] that CrMoV-2 is very sensitive to hydrogen embrittlement, due to its microstructure (virgin lath martensite), and a less aggressive environment should be used for the analysis of this steel (i.e. reducing current density).



Figure 7. CrMoV-3 specimen fully cracked just after P_y (test stopped at 500N)



Figure 8. CrMoV-1 broken specimens: a) b) Tested in air c) d) Tested in hydrogen

Figure 8a shows the fractography of a CrMoV-1 SPT specimen tested in air. This fracture appearance, with a unique circumferential crack, was observed in all steels tested in air, and it is characteristic of ductile steels. Figure 8b shows the microvoids observed on the broken surface. When testing in hydrogen, the behavior changed totally in all steels, and brittle fracture was always observed, indicated by the presence of radial cracks. In the case of CrMoV-1, certain ductility was observed, and a circumferential crack was accompanied by several radial cracks, as shown in Figure 8c. Cleavage surfaces were observed on these cracks (Figure 8d). Similar observations were made in CrMoV-3. In the case of CrMoV-2, the most hydrogen-affected steel, only radial cracks were developed, as shown in Figure 9a. As can be seen in Figures 8d and 9b, transgranular fractures were always observed in the specimens tested in hydrogen.



Figure 9. a) CrMoV-2 broken specimen b) detail of the fracture surface

4.2. Fracture mechanics

Figures 10,11,12 and Table 4 show the results of the tests performed on the CrNiMn steel. In Figure 13 a graphical comparison between SPT and fracture mechanics results is shown, and in Figure 14 a trend between them is displayed.



Figure 10. Curves obtained in CT fracture mechanics tests



Figure 11. SPT curves of pre-embrittled samples in air



Figure 12. SPT curves of tests in hydrogen environment

Hydrogen determination tests were also performed. The obtained results are presented in Figure 15. Hydrogen concentrations were measured just after the embrittlement, after 5 minutes exposition and after 10 minutes exposition (times necessary to perform tests

under punch displacement rates of 0,01mm/s and 0,002mm/s). As a comparison tool, the intrinsic hydrogen content of R5 steel is also represented by a horizontal line in the same graph.

Table 4.	Results	of fracture	tests
----------	---------	-------------	-------

Environment		Rate (mm/s)	Result (MPa*m ^{0.5})
CC	5mA/Cm2	6E-8m/s	32,80
Erro	SmA/Cm2	6E-9m/s	30,92
гіа Мал	1 m A/Cm2	6E-8m/s	46,04
Mec	TIMA/CIM2	6E-9m/s	36,69
CP	1050mV	6E-8m/s	138,26
Ero	1050mv	6E-9m/s	117,28
гіа Мал	050mV	6E-8m/s	#
Mec	Mec 950mV	6E-9m/s	#
		0,010mm/s	84,25
	5mA/Cm2	0,002mm/s	75,77
CC		5E-5mm/s	61,72
SPT	SPT 1mA/Cm2	0,010mm/s	111,84
		0,002mm/s	110,41
		5E-5mm/s	68,41
		0,010mm/s	162,33
	1050mV	0,002mm/s	131,57
CP		5E-5mm/s	116,65
SPT		0,010mm/s	161,43
	950mV	0,002mm/s	134,00
		5E-5mm/s	118,47



Figure 13. CT fracture vs SPT results



Figure 14. Trend between Fracture Mechanics and SPT



Figure 15. Hydrogen content results.

5. SUMMARY AND CONCLUSIONS

In this paper, the small punch test has been validated as a method for characterizing materials under stress corrosion cracking and hydrogen embrittlement scenarios, and some basic guidelines have also been established to perform this characterization.

First, it was demonstrated that SPT can be a very useful tool to estimate the deterioration of structural steels due to hydrogen embrittlement, in terms of tensile properties. Nevertheless, the aggressiveness of the test environment has to be properly selected, and a deepest study of this issue is still necessary in order to obtain universal relationships between results obtained in SPT and in standard tensile tests.

Moreover, regarding fracture mechanics, by comparing the SPT in different environments and different loading rates, it was proved that the test is able to show the effect of the environment on the material, as well as the effect of punch displacement rate variations. By comparing the SPT with standard crack propagation tests, it was proved that the SPT gives qualitatively correct results in aggressive environment characterizations, although tests performed in air after being hydrogen pre-charged are not able to give accurate results. This fact could be explained by differences at the crack tip in terms of strain rate and hydrogen diffusion and accumulation.

The issue to be solved in a future work concerns the displacement rate that should be employed in SPT tests in order to accurately reproduce the environmental conditions taking place during a conventional standard test. It seems that the whole test must be performed in similar conditions to those present in conventional crack propagation tests in order to obtain the good results. A quasi-static displacement rate should be used, while the specimen remains submerged into the hydrogen environment. Another type of approximation, such an energetic one, could also be studied in order to find more accurate estimations.

ACKNOWLEDGMENTS

The authors of this paper would like to thank the Spanish Ministry of Economy and Competitivity for the support received for the development of the research project MAT2011-28796-C03: "Metodologías para la caracterización de materiales metálicos en condiciones ambientales adversas mediante ensayos Small Punch".

REFERENCES

[1] HAMILTON, J.M., "The challenges of Deep-Water Artic Development", International Journal of Offshore and Polar Engineering, Vol. 21 (4), pp. 241-247, 2011.

[2] STEVENS, M.F., "Effect of microstructure and trapping on the hydrogen embrittlement susceptibility of a Titanium bearing HSLA steel", Doctoral Thesis, Carniege Mellon University, 1984.

[3] ISO 7539; "Corrosion of metals and alloys" -- Stress corrosion testing.

[4] ASTM E1681 - 03(2013); "Standard Test Method for Determining Threshold Stress Intensity Factor for Environment-Assisted Cracking of Metallic Materials".

[5] CWA 15627:2008. "Small Punch Test for Metallic Materials". European Comittee for Standarization (CEN).

[6] LACALLE, R., "Determinación de las propiedades en tracción y fractura de materiales metálicos mediante ensayos Small Punch". Doctoral Thesis, University of Cantabria, 2012.

[7] TAO BAI, PENG CHEN, KAISHU GUAN, "Evaluation of stress corrossion cracking susceptibility of sainless steel 304L with surface nanocrystalization by small punch test", Material Science & Engineering A, 561 (2013) 498-506.

[8] ARROYO B., ÁLVAREZ J.A., LACALLE R., GUTIÉRREZ-SOLANA F., GARCÍA T.E., "Environmental effects on R5 steel under cathodic protection and cathodic charge. characterization using the Small Punch Test", Proceedings of the 2nd SSTT, Austria, 2014.

[9] GARCÍA T.E., RODRÍGUEZ C., BELZUNCE F.J., PEÑUELAS I., ARROYO B., "Development of a methodology to study the hydrogen embrittlement of steels by means of the small punch test", Materials Science & Engineering A, 626 (2015), 342-351.

[10] GARCIA, T.E., RODRÍGUEZ, C., BELZUNCE, F.J., SUÁREZ, C., "Estimation of the mechanical properties of metallic materials by means of the small punch test", Journal of Alloys and Compounds, 582 (2014) 708– 717.

[11] ÁLVAREZ J.A., "Fisuración inducida por hidrógeno de aceros soldables microaleados. Caracterización y modelo de comportamiento.", Doctoral Thesis, University of Cantabria, 1998.

[12] V. KYMAR, M. GERMAN, C.F. SHIH, "An engineering Approach to *Elastic-Plastic Solids*", Research project EPRI NP-1931, General Electric Company, NY, 1981.

[13] ASTM E-1921-05, "Standard Test Method for "Standard Test Method for Determination of Reference Temperature, T_o, for Ferritic Steels in the Transition Range ". ASTM International.
[14] CUESTA, I.I., ALEGRE, J.M. "Determination of the fracture

[14] CUESTA, I.I., ALEGRE, J.M. "Determination of the fracture toughness by applying a structural integrity approach to pre-cracked Small Punch Test specimens" Eng Fract Mech. 78 (2011) 289-300.

RESISTENCIA Y TENACIDAD DE FIBRAS ESTRUCTURALES PARA REFUERZO DE MATERIALES COMPUESTOS

M. Herráez^{1*}, A. Fernández¹, C. González^{1,2}, C. Lopes¹

¹IMDEA Materiales, C/Eric Kandel 2, 28906 - Getafe, Madrid, España

²Departamento de Ciencia de Materiales, E.T.S. de Ingenieros de Caminos, 28040 Madrid, España

^{*}E-mail: miguel.herraez@imdea.org

RESUMEN

El objetivo del presente estudio es la caracterización de la tenacidad de fractura de fibras de carbono, vidrio y aramida individualmente mediante la introducción de una entalla haciendo uso de un cañón de iones (Focused Ion Beam, FIB). Con esta técnica, se genera una entalla de dimensiones nanométricas que representa una grieta. El diámetro de la fibra y la longitud de la entalla de cada espécimen fueron medidos utilizando un microscopio electrónico de barrido (Scanning Electron Microscope, SEM). Las fibras con entalla fueron ensayadas a tracción longitudinal individualmente. Conocida la longitud de la entalla, el diámetro de la fibra y la tensión de rotura, fue posible calcular la tenacidad de fractura en modo I. Los resultados experimentales concuerdan con los obtenidos por otros autores y son independientes del diámetro de las fibras y la longitud de la entalla demostrando que se trata de una propiedad del material. Tras los ensayos experimentales, la superficie de fractura fue analizada mediante SEM demostrando que la iniciación del proceso de fractura ocurría en el punto medio de la entalla. El proceso de montaje y alineamiento fueron mejorados para minimizar la manipulación de las fibras.

PALABRAS CLAVE: Fibras estructurales, Tenacidad, Fractura, Micro-ensayos, Factor de intensidad de tensión

ABSTRACT

The characterization of the fracture toughness of single carbon, glass and aramid fibres through the introduction of a notch by means of Focused Ion Beam (FIB) was carried out in the present work. Through this technique, a nanometric notch is generated simulating a crack. Fibre diameter and notch length of each specimen were measured using a Scanning Electron Microscope (SEM). Notched fibres were subjected to axial loading for single filament tensile testing. Through the notch length, fibre diameter and failure stress, the mode-I fracture toughness was obtained. The experimental results agree with those reported in the literature and were independent of the fibre diameter and notch length, concluding that it is a fundamental material property. Previous tensile tests with unnotched fibres were carried out to characterize the longitudinal Young's modulus. After mechanical testing, the fracture surface was analysed by SEM proving the initiation of the fracture process in the artificially generated crack tip. Finally, the fibre mounting and alignment procedures were notably improved to minimize the fibres manipulation and permit its testing.

KEYWORDS: Structural fibres, Toughness, Fracture, Micro-tests, Stress intensity factor

1. INTRODUCCIÓN

En el estado actual de desarrollo tecnológico, las fibras de pequeño diámetro como son el carbono, vidrio, aramida o polietileno, se sitúan como los materiales más resistentes fabricados por el hombre y su aplicación como refuerzo en materiales compuestos ha crecido especialmente en la reducción de peso gracias a sus extraordinarios rigideces y peso específicos. Las fibras se suelen encontrar embebidas en una matriz (metálica, cerámica o polimérica) que ocupa el papel de mantener las fibras convenientemente orientadas de acuerdo a las direcciones establecidas en el diseño, mientras que las protege de las condiciones ambientales. Es también conocido que las propiedades de los materiales compuestos están fundamentalmente controladas por las propiedades de sus constituyentes, incluyendo la intercara fibra/matriz, y, evidentemente la fracción volumétrica y la distribución espacial de las fibras. La resistencia y rigidez de las fibras suelen ser caracterizadas por el fabricante mediante ensayos de tracción realizados en probetas de un único filamento (Single Filament Test, SFT) o sobre mazos de fibras conteniendo miles de filamentos. Sin embargo, otras importantes propiedades mecánicas de las fibras, como la tenacidad, son menos conocidas debido a las enormes dificultades experimentales asociadas con el ensayo de tan pequeñas fibras. La tenacidad de la fibra (o el tamaño crítico del defecto) en combinación con la interacción con la intercara fibra/matriz juega un papel crucial en la tensión de rotura y los mecanismos de disipación de energía en los materiales compuestos unidireccionales frágiles.

La metodología más habitual para estimar la tenacidad de fibras de pequeño diámetro se basa en la observación directa de las superficies de fractura de especímenes postmortem convencionales. La superficie de fractura de las fibras acostumbra a exhibir una textura especular, que permite determinar el tamaño del defecto donde se inició la fractura y por consiguiente, estimar la tenacidad de fractura. Sin embargo, este procedimiento introduce un elevado grado de dispersión experimental debido a la incertidumbre en la determinación del tamaño exacto del defecto causante del fallo y de la máxima tensión alcanzada durante el experimento. El haz de iones pesados (Focus Ion Beam, FIB) abre un campo de oportunidades revolucionarias para la caracterización de materiales a escala micro mediante la talla/mecanizado selectivo de material generando geometrías complejas dedicadas a ensayos [1,15].

El concepto básico del FIB es similar al microscopio SEM (Scanning Electron Microscope), pero utilizando iones pesados en lugar de electrones. Una punta delgada de tungsteno cubierta de galio líquido (Ga) es empleada como fuente de donde se extraen los átomos de galio y a continuación son ionizados mediante la aplicación de una alta tensión. Estos iones de Ga+ son acelerados en torno a 0.5-50keV y dirigidos hacia la muestra mediante lentes electrostáticas. El cañón de iones puede ser utilizado tanto para visualizar, como para eliminar material a través del bombardeo de iones en localizaciones concretas de la muestra. Casi cualquier material puede ser mecanizado por FIB, desde materiales suaves (polímeros) hasta muy duros (diamante). Sin embargo, para la aplicación del FIB en mecanizado superficial debe tenerse en cuenta que este método puede acarrear implantación iónica, tensiones residuales térmicas y formación de defectos. Este es el caso de la medición directa de la tenacidad de fractura de la fibra mediante el ensayo de fibras entalladas conseguidas mediante FIB. Esta metodología permite el control preciso de la geometría de la entalla en términos de longitud y radio de punta de grieta. La tenacidad de fractura en modo I, K_{IC}, es entonces calculada a partir de la tensión de rotura de la fibra y de la geometría de la entalla

2. MATERIALES Y PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

En este estudio, la resistencia y tenacidad de tres fibras estructurales comunes en la fabricación de materiales

compuestos se han obtenido. AS4 (Hexcel [2]) es una fibra de carbono de alta resistencia fabricada a partir de (poliacrilonitrilo) comúnmente usada en PAN preimpregnados y telas secas para aplicaciones estructurales en la industria aeroespacial. Fibra de vidrio tipo E alúmino-borosilicato (54%SiO₂-15%Al₂O₃-12%CaO) es quizás el refuerzo más habitual para compuestos gracias a su bajo coste, elevada rigidez y resistencia, y resistencia a alta temperatura. Finalmente, Kevlar KM2 (poli-parafenileno tereftalamida el patentado por DuPont) es una fibra de aramida sintética de la familia de las poliamidas aromáticas de alta resistencia, módulo, y tenacidad empleada en el desarrollo de protecciones contra impactos balísticos.



Figura 1. a) Vista longitudinal de una fibra de carbono AS4 tras la introducción de una entalla recta, b) Superficie de fractura de una fibra de carbono AS4 tras ensayo

La resistencia y tenacidad de las fibras fue determinada mediante ensayos de tracción específicos utilizando fibras intactas y fibras con entalla. En primer lugar, las fibras fueron cuidadosamente extraídas mediante pinzas de un mazo de fibras previamente retirado de un tejido seco de los materiales anteriormente descritos. Especial cuidado fue tomado durante todo el proceso para no dañar las fibras en la manipulación. Los extremos de la fibra fueron pegados con cianocrilato sobre cartulina dejando una longitud libre de 20mm. Un mínimo de 15 fibras fueron dedicadas a la caracterización del módulo elástico y la resistencia de las fibras a temperatura ambiente (fibras sin entalla). Las cartulinas fueron directamente fijadas a las mordazas de la máquina de ensayo de fibras (Favimat+Textechno) y a continuación, sometidas a tracción uniaxial hasta fallo bajo control de desplazamiento a 1mm/min, lo que suponía velocidades de deformación del orden de 10⁻³s⁻¹. La densidad lineal de las fibras fue determinada con la máquina de ensayo de fibras mediante el método de las frecuencias de acuerdo al estándar ASTM D1577. Con este método, la fibra es pretensada en torno a 0.45-0.70cN/tex y a continuación, se extraen las frecuencias naturales de vibración, lo que implica obtener la densidad lineal y por lo tanto la sección transversal de la misma. Con este último valor se obtienen la resistencia y el módulo individuales de cada fibra. Todos los ensayos fueron realizados a temperatura ambiente. La Tabla 1 resume los valores de densidad lineal y diámetro medio de la población de fibras analizadas.

Tabla 1. Características geométricas y mecánicas de las fibras analizadas

Tipo de fibra	Carbono AS4	Vidrio E	Kevlar KM2
Densidad lineal (tex)	0.84±0.03	3.1±0.2	1.64±0.06
Diámetro (µm)	7.8 ± 0.2	12.4±0.4	11.8 ± 0.4
Módulo elástico (GPa)	229±14	67±2	86±9
Resistencia de Weibull, σ_0 (MPa)	3959	1951	4095
Módulo de Weibull, <i>m</i> (-)	6.5	4.1	6.5
Resistencia media (MPa)	3687	1771	3816

Las fibras empleadas para los ensayos de fractura fueron primero montadas sobre el mismo tipo de cartulina comentado anteriormente, aunque en este caso los bordes también fueron conectados a un soporte metálico con cinta de cobre para garantizar la continuidad eléctrica necesaria durante la operación de mecanizado en el FIB. Un sistema FEI Helios NanoLab DualBeam 600i equipado con un FIB fue utilizado para realizar las entallas artificiales en las fibras que actuaron como imitadores de una fractura durante el ensavo de tracción. Iones de Ga+ fueron acelerados en el FIB utilizando 30kV de potencial, y la corriente del haz fue ajustada a 80pA para el carbono y a 24pA para el vidrio y la aramida, respectivamente. La selección de la corriente del haz se hizo con objeto de minimizar en la medida de lo posible los cambios microestructurales debidos a la inclusión de iones durante el mecanizado con el haz. Entallas rectas y afiladas perpendiculares al eje de las fibras (entalla de frente recto) fueron realizadas en las tres fibras estructurales analizadas con una relación longitud, a_0 , a diámetro, D, de aproximadamente $a_0/D\approx 0.1$, Figura 1a). El radio del fondo de entalla

resultante del proceso de mecanizado fue de 50nm aproximadamente. Las fibras fueron sometidas a tracción uniaxial hasta fallo utilizando la misma configuración experimental descrita anteriormente para las fibras sin entalla. Tras los ensayos experimentales, la superficie de fractura fue analizada mediante SEM para confirmar la ubicación del inicio de la fractura y para comprobar la calidad de la entalla, Figura 1b). La textura de la superficie de fractura valida el comportamiento frágil, y la iniciación del proceso de fractura en la punta de la entalla realizada con el FIB.

3. RESULTADOS

El comportamiento de las fibras sin entalla fue lineal hasta rotura, Figura 2a). El módulo elástico en la dirección de la fibra fue obtenido de la pendiente de la curva tensión-deformación, los resultados se resumen en la Tabla 1 y son consistentes con los valores de referencia de los fabricantes [2,3]. La resistencia fue calculada con la carga máxima y la sección transversal medida por el método de las frecuencias con la máquina de ensayos. En torno a 50 fibras de carbono, vidrio y aramida fueron ensayadas. Los resultados de resistencia de cada grupo de fibras fueron ordenados en orden creciente y la probabilidad de fallo (i-0.5)/N fue asignada a cada fibra individual, donde *i* es la posición y N el número total de fibras de la población. De acuerdo a la distribución estadística de Weibull, la distribución de probabilidad acumulada F viene dada por la expresión (1).

$$F = 1 - \exp\left(-\frac{L}{L_0} \left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right)^m\right) \tag{1}$$

donde *L* es la longitud de la fibra, L_0 es una longitud arbitraria de referencia para adimensionalizar, que fue tomada igual a 20mm en todos los casos, y σ_0 y *m* son, respectivamente, la resistencia característica y el módulo de Weibull de la fibra que fueron obtenidos ajustando por mínimos cuadrados los resultados experimentales de la distribución de probabilidad acumulada, Figura 2b).

Tabla 2. Propiedades de fractura de las fibras analizadas

Tipo de fibra	Carbono	Vidrio E	Kevlar
	AS4		KM2
a_0/D	0.12±0.03	0.11 ± 0.02	0.10±0.02
Resistencia residual (MPa)	1300±300	500±50	3200±400
Energía de fractura, G_{IC} (J/m ²)	52±2	3.7±0.1	1101±9
Tenacidad de fractura, K_{IC} (MPa \sqrt{m})	2.1±0.4	1.08±0.14	6.6±0.6
Longitud zona plástica, l_p (µm)	0.105	0.118	0.960

La respuesta de las fibras con entalla fue también lineal y elástica hasta fallo. La resistencia residual de las fibras entalladas fue calculada a partir de la carga de rotura y la correspondiente sección transversal de la fibra en la posición de la entalla que fue medido visualmente mediante SEM durante la operación de mecanizado y se muestra en la Tabla 2. Una comparación preliminar del efecto de la entalla en la resistencia de la fibra sugiere una alta sensibilidad a los defectos en los casos de la fibra de carbono y de vidrio frente a la aramida lo que se interpreta como un valor inferior de tenacidad en el caso de los primeros.



Figura 2. a) Curva tensión-deformación de fibras sin entalla (carbono AS4, vidrio-E, aramid KM2), b) Gráficos de Weibull para las distintas fibras ensayadas con longitud de la muestra $L_0=20$ mm. Las líneas sólidas representan el ajuste de Weibull según la ecuación (1)

La tenacidad de las fibras fue evaluada a partir de la resistencia residual basándose en los postulados de la

Mecánica de la Fractura Elástica y Lineal (LEFM). En consecuencia, se asumirá que ni el pequeño radio de la punta de la fisura (\approx 50nm), ni la posible modificación del material inducida durante el mecanizado con el FIB afectan excesivamente el comportamiento en fractura de la fibra y, por lo tanto, el resultado puede considerarse una buena aproximación de la propiedad real del material o tenacidad aparente. Bajo las premisas de la LEFM, la fibra con entalla será estable en condiciones de carga tales que el factor de intensidad de tensiones en torno a la punta de la fisura (SIF, Stress Intensity Factor) sea inferior a la propiedad del material conocida como tenacidad de fractura en modo I, K_{IC} . Como resultado, el fallo de la fibra viene dado por la expresión (2).

$$K_{I}(a, a/D, \sigma) = Y(a/D) \cdot \sigma \cdot \sqrt{\pi a} = K_{IC}$$
(2)

Donde K_I es el factor de intensidad de tensiones que se calcula en base a la geometría del espécimen, Y, la longitud de la entalla, a, y la tensión remota aplicada, σ . El factor Y(a/D) es también conocido como factor de intensidad de tensiones adimensional o factor de forma.

Tabla 3. Propiedades elásticas de las fibras empleadas en las simulaciones por elementos finitos

Tipo de fibra	Carbono	Vidrio E	Kevlar KM2
	A54		KW12
E_1 (GPa)	229	68	84
$E_2 = E_3$ (GPa)	12.9	68	1.34
$v_{12} = v_{13}$	0.3	0.3	0.0095
v_{23}	0.46	0.3	0.24
$G_{12} = G_{13} (\text{GPa})$	11.3	26.1	24.4
G_{23} (GPa)	4.45	26.1	0.54

El factor de intensidad de tensiones para una entalla recta introducida en un cilindro sometido a tracción uniaxial a lo largo de su eje fue determinado numéricamente mediante el método de los elementos finitos [12,13]. La geometría del modelo se muestra en la Figura 3a). Una entalla recta y plana de longitud a_0 se sitúa perpendicularmente al eje de carga de la fibra de diámetro D. A modo de simplificación, solo un cuarto de la fibra se modeló aprovechando la simetría del problema, como se ilustra en la Figura 3b). La longitud de la fibra 2L=10D fue lo suficientemente grande para asumir condiciones de carga remotas, tratándose de tracción longitudinal, σ , impuesta sin restricciones de desplazamiento o rotación en los bordes. La relación longitud de fisura a diámetro de la fibra se hizo variar entre $a_0/D=0-0.2$ atendiendo a los ensayos realizados anteriormente. Cabe destacar que las fibras de carbono y aramida presentan un comportamiento fuertemente anisótropo, principalmente debido a su microestructura y a la orientación de sus enlaces, mientras que la estructura amorfa del vidrio puede considerarse elásticamente isótropa. Las fibras de carbono y aramida serán consideradas transversalmente isotropía y 1 la



Figura 3. a) Esquema del modelo de fibra con entalla y detalle del contorno Γ para la evaluación de la integral J, b) Detalle del mallado a lo largo de la punta de la fisura, c) Mallado del modelo de fibra a 1/4

dirección longitudinal de la fibra [14,10]. Las propiedades empleadas en la simulación se resumen en la Tabla 3. En todos los casos, las fibras eran homogéneas y, por tanto, los cambios en las propiedades en el interior de las fibras debido a su microestructura no se consideraron (por ejemplo, la estructura núcleo/piel).

Las condiciones de contorno para representar la simetría del modelo y simular el estado de tracción uniaxial para la fibra con entalla fueron $u_3=0$ en $x_3=0$ y $u_1=0$ en el plano de la fisura $x_1=0$ y $x_2>0$. Además, una tensión de tracción uniforme, σ , fue aplicada en la cara superior de la fibra en x₁=L. La geometría de la fibra fue en primer lugar seccionada con una forma cilíndrica a lo largo del frente de grieta para enriquecer la discretización con elementos finitos alrededor de la grieta y capturar adecuadamente los intensos gradientes de tensión que aparecen en esta zona, Figura 3b). Mallas extruidas y estructuradas fueron empleadas para discretizar la región cilíndrica y el volumen restante de la fibra mediante elementos hexaédricos isoparamétricos de 8 nodos de la librería de Abaqus/Standard [4]. Un total de 160000 nodos fueron necesarios en el modelo, Figura 3c). Se llevaron a cabo simulaciones en Abaqus/Standard en el marco de pequeñas deformaciones.

La evaluación de la tenacidad de fractura para la configuración dada se llevó a cabo basándose en la integral J que es el procedimiento estándar para caracterizar la tasa de liberación de energía asociada con el crecimiento potencial de una fisura en la Mecánica de Fractura Elástica y Lineal (J=G en materiales perfectamente frágiles). En tal caso, la tasa de liberación de energía, J, se obtiene integrando a lo largo de un contorno que encierra la punta de la fisura, Γ , según la expresión (3).

$$J = \int_{\Gamma} \left(W dx_2 - \vec{t} \cdot \frac{\partial \vec{u}}{\partial x_1} ds \right)$$
(3)

Siendo W la densidad de energía elástica y t y u los vectores tracción y desplazamiento a lo largo del contorno respectivamente. Aunque la integral J es independiente del contorno, varios contornos concéntricos alrededor de la punta de grieta fueron escogidos debido a la naturaleza numérica de la solución obtenida con los elementos finitos. Además, para esta geometría, los valores de la integral J no son constantes a lo largo de la punta de la fisura y el modelo de elementos finitos solo se centra en el valor máximo que tiene lugar en el plano de simetría (punto A en las Figuras 3a y 4c). El factor de intensidad de tensiones en el punto A fue determinado a partir de la integral Jmediante la relación de Irwin modificada para sólidos anisótropos por Sih, Paris e Irwin [5], expresión (4).

$$J = \sqrt{\left(\frac{a_{11} \cdot a_{22}}{2}\right)} \left(\sqrt{\frac{a_{11}}{a_{22}}} + \frac{2a_{12} + a_{66}}{2a_{22}}\right) K_I^2 \qquad (4)$$

Donde K_I es el factor de intensidad de tensiones en modo I y a_{ij} son las componentes del tensor de flexibilidad del sólido anisótropo en deformación plana, expresión (5).

$$a_{11} = \frac{1 - v_{12}v_{21}}{E_1}$$

$$a_{22} = \frac{1 - v_{21}v_{12}}{E_2}$$

$$a_{12} = -\frac{v_{12} \cdot (1 - v_{23})}{E_1}$$

$$a_{66} = \frac{1}{G_{12}}$$
(5)

Esta expresión resulta en la fórmula tradicional de Irwin para sólidos isótropos $J = K^2/E'$, siendo E' el módulo elástico efectivo en deformación plana $E'=E/(1-v^2)$. El factor de intensidad de tensiones adimensional Y(a/D)está representado en la Figura 4a) para las tres fibras estructurales analizadas en este trabajo utilizando las propiedades recogidas en la Tabla 3. Los valores de tenacidad de las fibras para la longitud de fisura dada fueron calculados empleando el correspondiente factor de intensidad de tensión adimensional determinado con los modelos de FEM y la resistencia residual de las fibras y se recogen en la Tabla 2. Los valores de tenacidad más bajos fueron obtenidos para la fibra de vidrio 1.08±0.14MPa√m y son similares a los reportados en la literatura [3] y ligeramente superiores a los de vidrio de sosa-cal caracterizado por nanoindentación [8]. Fibras de carbono de alta resistencia Toray T700 con entallas realizadas mediante FIB fueron ensavadas por Kant y Penumadu [6] y los resultados obtenidos en este trabajo para fibra de carbono AS4 de 2.1 ± 0.4 MPa \sqrt{m} son semejantes, mientras que Tanaka et al. [7] obtuvieron valores inferiores del orden de 1.1MPa√m con otras fibras de carbono basadas en PAN (T800G de alta resistencia, M30S, M40S y M50S de alto módulo).

Los resultados de tenacidad de fractura de las tres fibras se muestran en función del tamaño relativo de la fisura con objeto de establecer si existe o no influencia de la microestructura, Figura 4b). Los valores de tenacidad de las fibras se mostraron insensibles a la longitud de fisura en el rango analizado en los ensayos. Estos resultados no parecen inesperados en el caso de las fibras amorfas, como es el vidrio E, sin embargo, en el caso de fibras con alto nivel de anisotropía puede aparecer un efecto núcleo/piel debido a la microestructura de las fibras generada en el proceso de fabricación. En cualquier caso, las entallas producidas en las fibras superan el umbral del citado efecto piel y la tenacidad obtenida puede considerarse una propiedad homogénea atribuida a la sección central de la fibra (núcleo). Este efecto ha sido también mencionado por otros autores [6] sugiriendo un espesor de piel en fibras T700 de alta resistencia del orden de ≈300nm, que es muy inferior a la longitud de fisura promedio utilizada en este trabajo $(a_0=0.9\mu m)$.



Figura 4. a) Factores de intensidad de tensión adimensional para una fisura recta para los tres tipos de fibras ensayadas, b) Tenacidad de fractura de las fibras analizadas, c) Perfil típico de K_1 en una fisura cordal



Figura 5. Micrografías post-mortem de la superficie de fractura de fibras con entalla: a) vidrio-E, b) Kevlar KM2

4. DISCUSIÓN

La morfología de la superficie de fractura analizada tras el ensayo mecánico revela la naturaleza de los mecanismos de disipación de energía en cada fibra. El tamaño de la zona plástica/dañada delante de la punta de grieta, l_p , puede aproximarse según la relación de Irwin mostrada en la ecuación (6).

$$l_p = \frac{1}{\pi} \left(\frac{K_{IC}}{\sigma_{ave}} \right)^2 \tag{6}$$

Donde K_{IC} es la tenacidad de fractura mostrada en la Tabla 2, y σ_{ave} es la resistencia media a tracción de la distribución de Weibull, Tabla 1. Esta estimación resulta útil para establecer la validez de la singularidad de tensión en la punta de la fisura dada por la LEFM. Todos los resultados se recogen en la Tabla 2. Como cabía esperar, el tamaño de la zona plástica l_p era mucho menor que el diámetro de la fibra D, siendo la relación $l_p/D\approx0.013$ y 0.0095 para la fibra de carbono y vidrio-E respectivamente, lo que confirma el comportamiento frágil de ambos tipos de fibra. En el caso de la fibra de vidrio-E, la estructura amorfa favorece la propagación de la grieta a través de un único plano de aspecto especular como se indica en la Figura 5a), disipando la menor cantidad de energía por unidad de superficie en el proceso de fractura.



Figura 6. a) Fibra de Kevlar KM2 deformada tras la fractura, b) Esquema del deslizamiento de fibrillas en la fibra de Kevlar KM2

La superficie de fractura de la fibra de carbono AS4 resultó también plana como en el caso anterior (Figura 1b), aunque se observó una textura granular que permitió corroborar que la iniciación del proceso de fractura se produjo en el punto medio de la entalla, como predijeron las simulaciones numéricas para el cálculo del factor de intensidad de tensiones adimensional, Figura 4c). Esta morfología es típica de las fibras de carbono basadas en PAN como fue reportado por otros autores [6,9]. El tamaño de la zona plástica de las fibras de Kevlar KM2 inferido de los resultados fue de $l_p/D\approx 0.081$ que es significantemente superior a los otros dos casos. En este caso, la resistencia residual del Kevlar KM2 no se vio apreciablemente afectada por la presencia de la entalla lo que sugiere otros mecanismos de disipación de energía no lineales (3194 y 3816 MPa para las fibras con y sin entalla, respectivamente). Esta insensibilidad a los defectos puede justificarse en base a la estructura fibrilar que permite mecanismos de deslizamiento en la dirección de la fibra y a su vez suaviza el campo de tensiones alrededor de la fisura [10,11]. Como resultado, los mazos fibrilares de la fibra de aramida son cargados homogénea e independientemente de la presencia de la entalla llevando a un comportamiento casi insensible de la fibra, Figure 6b). En consecuencia, las fibras de Kevlar KM2 mostraron los valores de

tenacidad más altos comparados con el vidrio y el carbono, este fenómeno se explica mejor observando la región fracturada de estas fibras, Figura 5b). En este caso, el proceso de fractura implica disipación de energía en un volumen mayor de fibra, no se trata simplemente de una superficie de fractura plana, sino que tiene lugar disipación en forma de deformación plástica y daño en las inmediaciones de la región fracturada (rotura-deslizamiento de la microestructura fibrilar, Figura 6b). La fibra adquiere una forma retorcida tras la fractura que puede ser explicada por la onda elástica generada con el proceso de fractura. Esta onda elástica somete la fibra a altos niveles de tensión alcanzando niveles de deformación plástica permanente y flexión.

5. CONCLUSIONES

Ensayos de tracción en fibras de carbono AS4, de vidrio-E y de Kevlar KM2 con y sin entallas se han llevado a cabo para determinar su resistencia longitudinal y tenacidad. Entallas de $a_0/D\approx 0.1$ (a_0 es la longitud de la entalla y D es el diámetro de la fibra) fueron generadas en fibras individuales mediante mecanizado selectivo con FIB. Esta técnica abre posibilidades revolucionarias para tallar geometrías complejas con las que determinar propiedades físicas de los materiales a escala microscópica. Cabe destacar que el procedimiento de tallado mediante FIB puede introducir daño y/o cambios microestructurales que pueden ser evitados o aliviados seleccionando una intensidad de corriente adecuada. La tenacidad y la energía de fractura de cada fibra fueron determinadas a partir de la resistencia residual de las fibras con entalla y del factor de intensidad de tensiones obtenido por el método de los elementos finitos. Para este cometido, un cilindro con una fisura recta perpendicular a su eje fue sometido a tracción longitudinal uniforme obteniendo la tasa de liberación de energía, J, y el factor de intensidad de tensiones adimensional numéricamente. La tenacidad de la fibra de carbono AS4 y del vidrio-E fue similar a los valores reportados en la literatura, 2.1±0.4 y 1.08±0.14 MPa√m respectivamente, utilizando técnicas basadas en FIB o el análisis de las superficies de fractura en especímenes post-mortem. La fragilidad de estas dos fibras fue determinada mediante la ecuación de Irwin del tamaño de la zona plástica, siendo notablemente más pequeña que el diámetro de las fibras (<1%). Las superficies de fractura de las fibras de vidrio-E y carbono AS4 eran esencialmente planas con leves irregularidades fruto de la violenta propagación de la fisura y las inhomogeneidades del material. Por otro lado, los ensayos de las fibras de Kevlar KM2 revelaron que este material es menos sensible a la presencia de defectos y la resistencia residual no se vio muy afectada respecto a las fibras sin entalla. Como consecuencia, la energía de fractura y la tenacidad obtenida de este material haciendo uso de la Mecánica de Fractura Elástica y Lineal fueron apreciablemente mayores que

en el caso de las otras dos fibras previamente analizadas.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer la ayuda del Ministerio de Economía y Competitividad Español a través del proyecto MAT2012-37552. CSL agradece el soporte del Ministerio de Economía y Competitividad Español a través del programa Ramón y Cajal. También se agradece la ayuda del Dr. Jon Molina en el trabajo experimental.

REFERENCIAS

- M.G. Mueller, V. Pejchal, G. Žagar, A. Singh, M. Cantoni, A. Mortensen, 2015, Fracture toughness testing of nanocrystalline alumina and fused quartz using chevron-notched microbeams, *Acta Materialia*, 86, 385-395
- [2] www.hexcel.com/resources/datasheets/carbonfiber-data-sheets/as4.pdf
- [3] Frederick T. Wallenberger, James C. Watson, and Hong Li, Glass Fibres, 2001, ASM Handbook Composites, 21, 27-34.
- [4] Abaqus Standard, Version 6.13. Dassault systemes, Simulia
- [5] Sih, G.C., Paris, P.C., Irwin, G.R., 1965, On cracks in rectilinearly anisotropic bodies, *International Journal of Fracture Mechanics*, 1, 189-203
- [6] M. Kant, D. Penumadu, 2013, Fracture behavior of individual carbon fibres in tension using nanofabricated notches, *Composites Science and Technology*, 89, 83-88
- [7] K. Naito, Y. Tanaka, J.-M. Yang and Y. Kagawa, 2008, Tensile properties of ultrahigh strength PAN-based, ultrahigh modulus pitch-based and high ductility pitch-based carbon fibres, Carbon, 46, 189-195
- [8] Jianghong Gong, Yufeng Chen, Chunyan Li, 2001, Statistical analysis of fracture toughness of soda-lime glass determined by indentation, *Journal of Non-Crystalline Solids*, 279, 219-223
- [9] S Ogihara, Y Imafuku, R Yamamoto, Y Kogo, 2009, Application of FIB technique to introduction of a notch into a carbon fiber for direct measurement of fracture toughness, *Journal of Physics: Conference Series*, 191.
- [10] J.A. Bencomo-Cisneros, A. Tejeda-Ochoa, J.A. García-Estrada, C.A. Herrera-Ramírez, A. Hurtado-Macías, R. Martínez-Sánchez, J.M. Herrera-Ramírez, 2012, Characterization of Kevlar-29 tensile fibres by tests and nanoindentation, Journal of Alloys and Compounds, 536, S456-S459
- [11] Panar, M. and Avakian, P. and Blume, R. C. ,Gardner, K. H. and Gierke, T. D. and Yang, H. H., 1983, Morphology of poly(p-phenylene
terephthalamide fibres, *Journal of Polymer Science: Polymer Physics Edition*, 21, 1955-1969

- [12] G.V. Guinea, F.J. Rojo, M. Elices, 2004, Stress intensity factors for internal circular cracks in fibres under tensile loading, *Engineering Fracture Mechanics*, 71, 365-377
- [13] Toribio, J., Álvarez, N., González, B., & Matos, J. C., 2009, A critical review of stress intensity factor solutions for surface cracks in round bars subjected to tension loading, *Engineering Failure Analysis*, 16, 794–809
- [14] Cheng, M., Chen, W., & Weerasooriya, T., 2005, Mechanical Properties of Kevlar KM2 Single Fiber, ASME. J. Eng. Mater. Technol., 127, 197-203
- [15] Slusarksi, K.A. and Walter, M.S. and Bogetti, T.A. and Wetzel, E.D., 2014, In-plane Shear Properties of High-Performance Filaments, *Fracture and Fatigue*, 7, Conference Proceedings of the Society for Experimental Mechanics Series, 91-96.

MÉTODOS PARA DETERMINAR LA TENACIDAD DE FRACTURA REAL EN MATERIALES FRÁGILES NANOSTRUCTURADOS: EL CASO DEL WOLFRAMIO

T. Palacios^{1*}, J.Y. Pastor¹

¹Departamento de Ciencia de Materiales, Universidad Politécnica de Madrid ETSI Caminos, Canales y Puertos, C/Profesor Aranguren s/n, 28040, Madrid ^{*}E-mail: teresa.palacios@mater.upm.es

RESUMEN

En éste trabajo se comparan distintos métodos para determinar de manera precisa la tenacidad de fractura de materiales frágiles nanoestructurados de manera precisa, en concreto una aleación nanoestructurada de wolframio. Debido a su combinación ideal de propiedades, el wolframio, es un material candidato para aplicaciones en contacto con el plasma de los futuros reactores de fusión; sin embargo, su gran fragilidad limita su uso como material estructural. Para poder mejorar esta característica fundamental, es necesario determinar con precisión su tenacidad de fractura como una propiedad real del material independiente de parámetros geométricos y del tipo de ensayo. Los métodos tradicionales para introducir grietas son muy difíciles de aplicar en este caso, por ello, se han estudiado cuatro métodos obtenidos muestran que el radio de fondo de entalla tiene una gran influencia en los valores de la tenacidad de fractura y que, por tanto, la mejor alternativa es el uso de entallas producidas por láser femtopulsado ya que, además de no introducir daño en el material, son similares a una grieta y se observa buena reproducibilidad, gran precisión y poca dispersión de resultados.

PALABRAS CLAVE: Tenacidad de fractura, Material frágil, Material nanoestructurado, Entallas

ABSTRACT

This work studies various methods to determine accurately the fracture toughness of nanostructured brittle materials. In particular, the studies are focused on a nanostructured tungsten alloy. Due to its ideal properties combination, tungsten is a candidate material for plasma-facing applications for the next generation fusion reactors; however, its usage as a structural material is narrowed by its brittleness. Therefore, to improve this essential feature, it is necessary to determine with precision its fracture toughness as a real property, regardless of geometric parameters. Given that traditional methods to induce cracks are highly difficult to apply in such a case, four experimental methods have been studied to ascertain the effect of the notch-root radius on the fracture toughness. The results show that the notch-root radius has a significant influence on the measured fracture toughness values, thus the best alternative is the use of a femtosecond laser that, apart from avoiding damage to the material, produces crack-like notches with good reproducibility, precision and negligible dispersion of results.

KEYWORDS: Fracture toughness, Brittle material, Nanostructured material, Notches

1. INTRODUCCIÓN

El wolframio y sus aleaciones, debido a su excelente combinación de propiedades termo-físicas, están considerados materiales adecuados para ser utilizados en la fabricación de componentes en los futuros reactores de fusión nuclear. Su uso está destinado a componentes en contacto con el plasma, pero también para componentes estructurales. En esta última aplicación, sin embargo, tiene un limitado uso en la actualidad debido a su gran fragilidad, que se observa incluso en una ventana de operaciones en el que deberían tener un comportamiento dúctil [1]. Este inconveniente hace necesario el desarrollo de nuevas técnicas experimentales que midan de manera precisa su tenacidad de fractura para poder mejorarla. Para lo cual, esta tenacidad de fractura debe ser determinada como una propiedad del material, independiente de factores geométricos o del método utilizado por lo que para su correcta determinación. Introducir grietas o entallas que sean tan afiladas como una grieta, se convierte en un factor clave. Tradicionalmente, en metales, el método más exacto para crecer grietas es mediante fatiga mecánica [2]. Este método introduce entallas con radios de fondo muy pequeños sin producir daño en el material, ya que se genera una grieta real. Sin embargo, el control de este tipo de crecimiento en materiales extremadamente frágiles, como es el caso del wolframio, es muy difícil y la probabilidad de introducir entallas reproducibles sin perder gran cantidad de material es muy reducida [3][4]. Por tanto, es necesario encontrar una alternativa más funcional.

Durante años, numerosos autores han estudiado alternativas para medir la tenacidad de fractura en cerámicos y materiales duros, sin embargo, para metales frágiles estos métodos no están tan bien establecidos. Un método común utilizado en materiales frágiles es la microfractura por indentación (Indentation Microfracture, IM) [5]. Sin embargo, este método tampoco es posible aplicarlo en el wolframio, ya que no es lo suficientemente frágil para que se produzcan grietas de longitud homogénea en cada esquina de la indentación como puede observarse en la figura 1.



Figura 1. Microindentación Vickers realizada con una carga de 9.8 N en la que puede observarse el crecimiento desigual de las grietas.

Otra típica alternativa utilizada en materiales conductores es el entallado mediante corte por electroerosión (Electro-Discharge Machining, EDM), sin embargo este proceso fue descartado *a priori* porque introduce un gran daño térmico y modifica considerablemente la microestructura [6].

2. MATERIAL

Para la realización del estudio, se ha utilizado una aleación nanoestructurada de wolframio de composición W-4 wt.% Ti-1 wt.% La₂O₃ (W-4Ti-1La₂O₃) producida por ruta pulvimetalúrgica mediante aleado mecánico y compactación isostática en caliente. Puede encontrarse más información sobre la fabricación del material en [7]. Como consecuencia del proceso de fabricación y los

materiales constituyentes de la aleación, se obtuvo un material con distribución de tamaño de grano bimodal formado por granos gruesos de aproximadamente 2 μ m y granos finos con un tamaño inferior a 0.1 μ m como puede observarse en la figura 2.



Figura 2. Microestructura de la aleación W-4Ti-1La₂O₃.

Una vez terminado el proceso de fabricación, el material se cortó obteniendo probetas prismáticas con dimensiones nominales $1.6 \times 1.6 \times 25 \text{ mm}^3$ que fueron posteriormente entalladas mediante distintos métodos que se detallan a continuación.

3. MÉTODOS EXPERIMENTALES

Se introdujeron entallas, que gradualmente se aproximan a una grieta, mediante cuatro técnicas en las muestras prismáticas. Posteriormente, se realizaron ensayos de flexión en tres puntos (Three-Point Bending, TPB) en los cuatro tipos de muestras para determinar la influencia de la utilización de cada uno de los métodos en los resultados de tenacidad de fractura.

3.1 Muestras con entalla realizada con disco de diamante (Single-Edge Notched Beam with Disc, SENB-D)

En las probetas SENB-D se introdujo la entalla utilizando un disco de diamante de 400 μ m de espesor a 1800 rpm [8]. Éste método ha sido muy utilizado durante años en metales frágiles y cerámicos porque es fácil, rápido y tiene un coste bajo. Sin embargo, tiene algunas desventajas:

- \cdot La entalla introducida tiene un radio de fondo alrededor de 250 $\mu m,$ por lo que la entalla no se asemeja a una grieta (figura 3a).
- Los granos justo debajo del radio de fondo de entalla se deforman severamente como consecuencia de la fricción y la presión del disco durante el proceso de entallado (figura 4).



Figura 3. Micrografías de una probeta SENB-D (a), SENB-W (b) y SEVNB (c).



Figura 4. Superficie de fractura de una probeta SENB-D donde pueden apreciarse los granos deformados alrededor del fondo de entalla.

Por estos motivos, el método SENB-D ofrece únicamente una estimación de la tenacidad de fractura.

3.2 Muestras con entalla realizada con hilo de diamante (Single-Edge Notched Beam with Wire, SENB-W)

En las probetas SENB-W se realizó la entalla utilizando un hilo de diamante de 130 μ m de diámetro y una velocidad de corte inferior a la utilizada con el disco. Con éste método se pretende reducir el radio de fondo de entalla conservando la simplicidad y rapidez del método, aunque desafortunadamente también tiene algunos inconvenientes:

- \cdot El radio de fondo de entalla se ha reducido hasta alrededor de las 70-80 µm, sin embargo, la entalla aún está lejos de parecerse a una grieta (figura 3b).
- La deformación de los granos situados por debajo del fondo de entalla ha disminuido considerablemente, aunque aún puede observarse (figura 5).

Podrían utilizarse también otros tamaños de hilo que reducirían el radio de fondo de entalla, sin embargo, esto implicaría una reducción de la velocidad de entallado y de la vida útil del hilo de diamante con lo que el proceso sería más costoso y lento. Este método, por tanto, también proporciona una estimación de la tenacidad de fractura.



Figura 5. Superficie de fractura de una probeta SENB-W donde aún pueden observarse algunos granos deformados alrededor del fondo de entalla.

3.3 Muestras con entalla realizada mediante cuchilla (Single-Edge V-Notched Beam, SEVNB)

El método SEVNB utiliza una cuchilla metálica afilada de 150 µm de espesor impregnada en pasta de diamante de 1 µm que actúa como abrasivo desgastando el material [9]. Aunque el uso y eficiencia de este método está demostrado en materiales cerámicos [8], en metálicos no se ha utilizado tanto [13] y es menos referente aún en el wolframio. El éxito de éste método en cerámicos se atribuye a que estos materiales son más abrasivos que la cuchilla metálica y, por tanto, durante el entallado, la cuchilla se desgasta por la acción de la pasta de diamante resultando en un afilado progresivo de la cuchilla y la formación de un radio de fondo de entalla de unas cuantas micras. Sin embargo, en metales en general, los materiales en contacto tienen la misma resistencia a abrasión, así que la cuchilla se redondea y el radio de fondo de entalla se incrementa, además, la cuchilla se descanta más rápido que el material e impide la formación de entallas muy afiladas. Pueden encontrarse más detalles sobre la correcta utilización de este método en [14] y [15].

A pesar de que el proceso de entallado es largo y costoso y es necesaria la optimización de multitud de parámetros para evitar el enromamiento descrito anteriormente, los resultados obtenidos mediante esta técnica son satisfactorios:

- \cdot El radio de fondo de entalla obtenido está alrededor de 5-7 μm (figura 3c).
- No se han encontrado evidencias de deformación de granos en la zona adyacente al fondo de entalla (figura 6).

Por tanto, aunque en el caso de materiales nanoestructurados el radio de fondo de entalla aun sería mayor que el tamaño microestructural y no daría resultados precisos, es un método con el que se podría medir la tenacidad de fractura en materiales con tamaño de grano grueso, superior a 5 μ m.



Figura 6. Superficie de fractura de una probeta SEVNB.

3.4 Muestras con entalla realizada mediante corte por laser pulsado (Single-Edge Laser-Notched Beam, SELNB)

Se ha utilizado un laser femtopulsado para introducir entallas muy afiladas en el material. En este método, las condiciones de utilización del laser se optimizaron para obtener el radio de fondo de entalla más afilado junto con el mínimo daño térmico antes de su implementación. Se trata de un proceso, al igual que el anterior método de entallado con cuchilla, largo, pero que a diferencia de este los parámetros no necesitan ser optimizados para cada composición exacta de material sino que una vez realizado es válido para materiales similares como ya se ha demostrado en [16][17].

Los resultados obtenidos son extraordinarios:

- Entallas rectas y con un radio de fondo muy afilado en torno a los 5-20 nm o inferior (figura 7).
- No se han detectado evidencias de daño térmico en la zona adyacente a la entalla que pudieras haber sido provocadas por el láser (figura 8).



Figura 7. Imagen obtenida de un análisis con perfilómetro del radio de fondo de una entalla introducida mediante láser femtopulsado.



Figura 8. Superficie de fractura de la zona adyacente a la entalla de una probeta SELNB.

Este método, por tanto, ofrece ventajas como buena reproducibilidad de las entallas y gran precisión introduciendo entallas similares a grietas con el único inconveniente del incremento del precio respecto a los métodos anteriores.

3.5 Ensayos de flexión en tres puntos (TPB)

Los ensayos de TPB se han realizado a temperatura ambiente en una maquina universal de ensayos (Instron 3369, UK) utilizando control en desplazamiento a una velocidad de 100 μ m/min y distancia entre apoyos 8.5 mm. Posteriormente los resultados se analizaron para calcular la tenacidad de fractura utilizando las fórmulas propuestas en [18].

4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Tras la realización de los ensayos de flexión en tres puntos y el análisis de los resultados obtenidos con las probetas entallas mediante los cuatro métodos, se ha realizado el análisis de los resultados para determinar la influencia del radio de fondo de entalla introducido por los distintos procedimientos.

Para determinar el efecto del radio de fondo de entalla, se han normalizado los resultados de la tenacidad de fractura (K_{IQ}) con la tenacidad de fractura real (K_{IC}) del material. La K_{IC} se ha considerado como la obtenida de los resultados de las probetas SELNB ya que las entallas introducidas son como una grieta y por tanto pueden eliminarse los factores geométricos que puedan influenciar en los resultados. Como el radio de fondo de entalla es del mismo orden de magnitud que el tamaño de grano de la aleación, la medida de la tenacidad de fractura se considera que está en el límite teórico para el material, ya que si el radio de fondo de entalla se aproxima a valores infinitesimales, la tenacidad de fractura medida es aproximadamente igual a la teórica [19].

Los resultados obtenidos después de los ensayos pueden observarse en la tabla 1 en la que se muestra una clara dependencia de los valores del radio de fondo de entalla en los resultados de la tenacidad de fractura. Los resultados de las muestras realizadas con disco e hilo de diamante (SENB) tienen resultados similares, en torno a los 6 MPa·m^{1/2}. Sin embargo, los resultados de las probetas entalladas con la cuchilla metálica (SEVNB), decrecen un 13% hasta los 5.2 ± 0.3 MPa·m^{1/2}. Los resultados de los ensayos con las probetas entalladas con láser (SELNB) se reducen aún más, hasta obtener una tenacidad de fractura de 4.4 ± 0.1 MPa·m^{1/2}.

Tabla 1. Valores medios de la tenacidad de fractura medida con su respectivo error estándar para los cuatro métodos utilizados.

	SENB-D	SENB-W	SEVNB	SELNB
Radio (µm)	200	70-80	5-7	< 1
$\frac{K_{IQ}}{(MPa \cdot m^{1/2})}$	6.1 ± 0.6	6.0 ± 0.7	5.2 ± 0.3	4.4 ± 0.1

Otra diferencia apreciable en los resultados obtenidos es la reducción progresiva de la dispersión de los valores de tenacidad de fractura a medida que disminuye el radio de fondo de entalla. Esta dispersión va desde el 10% para las probetas SENB, 6% para las probetas SEVNB y solo un 2% para las probetas SELNB siguiendo la misma tendencia que el progresivo afilamiento del radio de fondo de entalla. Esta gran reducción en la dispersión de resultados en las probetas SELNB, se atribuye a que este método es menos invasivo y dañino para el material, por tanto, la probabilidad de realizar entallas similares es más alta.

Considerando, por tanto, los resultados obtenidos con las probetas SELNB como los resultados reales de tenacidad de fractura (K_{IC}), se puede observar en la figura 8 un gráfico con los valores normalizados obtenidos con los distintos métodos. En él, se muestra que los resultados de las probetas SENB están sobreestimados 40%. mientras un que la sobreestimación de los valores de las probetas entalladas con el método SEVNB es algo menor, en torno al 20%. Con éste último método, SEVNB, se obtiene una baja dispersión de resultados y podría utilizarse para la realización de entallas en materiales con un tamaño de grano más grueso (superior a las 5 µm que son los que se obtienen de radio de fondo de entalla) resultando menos costoso. Pero, para el caso de materiales frágiles nanoestructurados, queda demostrado que el método que introduce entallas mediante láser femtopulsado (SELNB) ofrece resultados fiables de tenacidad de fractura junto con numerosas ventajas, como la rapidez y buena reproducibilidad, aunque implicaría también un incremento del coste.



Figura 8. Efecto del radio de fondo de entalla en la tenacidad de fractura (K_{IQ}) .

5. CONCLUSIONES

Se han realizado entallas en muestras de una aleación de wolframio nanoestructurada con composición W-4Ti-1La₂O₃ mediante cuatro métodos distintos (SENB-D, SENB-W, SEVNB y SELNB) que gradualmente se aproximan a la geometría de una grieta real. Posteriormente, se han realizado ensayos de flexión en tres puntos para evaluar la influencia del radio de fondo de entalla en la determinación de la tenacidad de fractura del material. Los resultados de estos ensayos muestran una elevada dependencia de los valores de tenacidad de fractura con el radio de fondo de las entallas introducido. Por este motivo, los valores de tenacidad de fractura determinados no pueden considerarse como valores reales de la medida de una propiedad real del material, sino que son parámetros dependientes del método experimental de ensayo utilizado. Las conclusiones que se han obtenido de la utilización de los diferentes métodos experimentales utilizados son las siguientes:

- Las probetas SENB-D y SENB-W sólo son adecuadas para estimar el valor de la tenacidad de fractura ya que ofrecen valores aproximadamente un 40% superiores a los reales. Esto se debe no sólo al gran radio de fondo de entalla introducido, sino también a que introducen daño en el material.
- Las probetas SEVNB proporcionan una medida un poco más exacta de la tenacidad de fractura con valores un 20% a los reales gracias a que se consigue un radio de fondo de entalla más afilado. Este método, podría utilizarse en materiales con granulometría gruesa, superior a 5 μ m, aunque no en el caso de materiales nanoestructurados ya que el radio de fondo de entalla es superior al tamaño de la microestructura.

 Las probetas SELNB obtenidas mediante corte por laser femtopulsado proporcionan valores reales de la tenacidad de fractura. Esto se debe a que la geometría de las entallas introducidas se aproxima a la de una grieta con radios de fondo de entalla menores que el tamaño de grano sin introducir daño en el material.

El método de corte por laser femtopulsado, aunque implica unos costes mayores, proporciona un método alternativo para medir de manera precisa la tenacidad de fractura. Con este nuevo método propuesto se obtienen entallas fácilmente reproducibles de gran calidad sin introducir daño en el material y con muy poca dispersión de resultados.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido desarrollado dentro del Consorcio EUROfusion y del programa de Investigación y Formación Euratom 2014-2018 Nº 633053. Las opiniones aquí reflejadas no necesariamente reflejan las de la Comisión Europea. A los autores les gustaría agradecer al Ministerio de Economía y Competitividad y a la Comunidad de Madrid la financiación de los proyectos MAT2012-38541-C02-02 y S2013/MIT-2862-MULTIMATCHALLENGE. También el agradecimiento al Departamento de Física de la Universidad Carlos III de Madrid por proporcionar el material utilizado durante este trabajo y al Dr. P. Moreno del Grupo de Aplicaciones del Láser y Fotónica de la Universidad de Salamanca por su asistencia en la técnica del corte láser pulsado.

REFERENCIAS

- P. Norajitra, L. Boccaccini, A. Gervash, V. Filatov, R. Giniyatulin, *et al.*, Development of a helium-cooled divertor: material choice and technological studies, *Journal of Nuclear Materials* 367-370, 1416-1421, 2007.
- [2] T.L. Anderson, Fracture Mechanics: Fundamentals and Applications, 3rd ed. CRC Press, 2004.
- [3] R. Morrell, Fracture toughness testing for advanced technical ceramics: internationally agreed good practice, *Advances in Applied Ceramics* 105, 88-98, 2006.
- [4] R. Achilles, P. Brøndsted, Development of a procedure for fatigue crack growth in PCD, 2nd *International Industrial Diamond Conference*, Rome, 2007.
- [5] D.K. Shetty, I.G. Wright, P.N. Mincer, A.H. Clauer, Indentation fracture of WC-Co cermets, *Journal of Materials Science* 20, 1873-1882, 1985.
- [6] T. Muthuramalingam, B. Mohan, A review on influence of electrical process parameters in EDM process, ACME 15, 87-94, 2015.

- M.A. Monge, M.A. Auger, T. Leguey, Y. Ortega, L. Bolzono, E. Gordo, *et al.*, *Journal of Nuclear Materials* 286-388, 613-617, 2009.
- [8] J. Wang, W. M. Rainforth, I. Wadsworth, R. Stevens, The effects of notch width on the SENB toughness for oxide ceramics, *Journal of European Ceramic Society* 10, 21-31, 1992.
- [9] J. Kübler, Fracture toughness of ceramics using the SEVNB method: a joint VAMAS/ESIS round robin, *Fracture Mechanics of Ceramics* 13, 437-445, 2002.
- [10] T. Nose, T. Fujii, Evaluation of fracture toughness for ceramics materials by a single-edge-precrakedbeam method, *American Ceramic Society* 71, 328-333, 1988.
- [11] H. Fischer, A. Waindich, R. Telle, Influence of preparation of ceramic SEVNB specimens on fracture toughness testing results, *Dental Materials* 24, 618-622, 2008.
- [12] A. García-Prieto, C. Baudín, Influence of experimental variables on fracture toughness determined on SEVNB in three points bending. Mullite a case study, *Journal of European Ceramic Society* 32, 4241-4248, 2012.
- [13] D. Rupp, R. Möning, P. Gruber, S. Weygand, Fracture toughness and microstructural characterization of polycrystalline rolled tungsten, *International Journal of Refractory Metals and Hard Materials* 28, 668-673, 2010.
- [14] T. Palacios, Microstructural and mechanical characterization of tungsten based materials for fusion reactors, PhD Thesis, Universidad Politécnica de Madrid, 2015.
- [15] T. Palacios, J.Y. Pastor, Influence of the notch root radius on the fracture toughness of brittle metals: Nanostructure tungsten alloy, a case study, *International Journal of Refractory Metals and Hard Materials* 52, 44-49, 2015.
- [16] T. Palacios, A. Jiménez, A. Muñoz, M. Monge, C. Ballesteros, J.Y. Pastor, Mechanical characterisation of tungsten-1 wt.% yttrium oxide as a function of temperatura and atmosphere, *Journal of Nuclear Materials* 454 (1-3), 455-461, 2014.
- [17] E. Tejado, A. Muñoz, P.A. Carvalho, M. Dias, J.B. Correia, U.V. Mardolcar, J.Y. Pastor, The effects of tantalum addition on the microtexture and mechanical behaviour of tungsten for ITER applications, Journal of Nuclear Materials 467, 949-955, 2015.
- [18] G.V. Guinea, J.Y. Pastor, J. Planas, M. Elices, Stress intensity factor, compliance and CMOD for a general three-point bend beam, *International Journal of Fracture* 89,103-116, 1998.
- [19] R. Damani, R. Gstrein, R. Danzer, Critical notchroot radius effect in SENB-S fracture toughness testing, *Journal of European Ceramic Society* 16, 695-702, 1996.

PROPIEDADES MICROMECÁNICAS DEL LIGANTE METÁLICO EN COMPOSITES WC-Co: ANÁLISIS ESTADÍSTICO DE ENSAYOS MASIVOS DE NANOINDENTACIÓN E INFLUENCIA DE LA MICROESTRUCTURA

J. J. Roa^{1,2*}, E.Jiménez-Piqué^{1,2}, J.M.Tarragó^{1,2}, A.Mateo^{1,2}, J.Fair³, L.Llanes^{1,2}

¹CIEFMA-Departament de Ciència dels Materials i Enginyeria Metal·lúrgica, ETSEIB (Universitat Politècnica de Catalunya) Avda. Diagonal, 647, 08028 Barcelona (España)

² CRnE-Campus Diagonal Sud, Edificio C' (Universitat Politècnica de Catalunya) C/ Pascual i Vila, 15, 08028 Barcelona (España)

³Sandvik Hyperion, Torrington Avenue, CV4 0XG Coventry (Reino Unido)

*E-mail: joan.josep.roa@upc.edu

RESUMEN

El comportamiento mecánico y tribológico excepcional que presenta el metal duro (WC–Co) se atribuye principalmente a su microestructura, en la cual se combinan dos fases con propiedades muy diferentes a nivel local. Sin embargo, la información existente sobre la relación microestructura/propiedades micromecánicas de estos materiales es limitada. Ello es principalmente cierto en el caso del ligante metálico, el cual se encuentra constreñido por los carburos que lo rodean. En el presente trabajo se presenta un estudio sistemático para evaluar la correlación entre microestructura/propiedades micromecánicas de composites de naturaleza metal-cerámica. En primer lugar, se realizan ensayos masivos de nanoindentación a 200 nm de profundidad. Acto seguido, se determina la dureza intrínseca de cada una de las fases constituyentes utilizando las ecuaciones de Oliver y Pharr. Posteriormente, se analizan los valores obtenidos para la fase metálica utilizando modelos propuestos y validados para películas delgadas (Korsunsky y col., y Puchi-Cabrera y col.), con la finalidad de evaluar la influencia del constreñimiento plástico ejercido por los granos de WC que rodean al ligante metálico. Los resultados experimentales muestran que la influencia de la microestructura en el límite elástico del ligante metálico, obtenido a partir de la dureza intrínseca y la ecuación de Tabor, puede ser descrita satisfactoriamente mediante una relación del tipo Hall-Petch.

PALABRAS CLAVE: metal duro, nanoindentación masiva, relación microestructura/propiedades micromecánicas, análisis estadístico, relación Hall-Petch.

ABSTRACT

The exceptional mechanical and tribological behaviour of cemented carbides (WC–Co) is largely attributed to their microstructure, consisting of two phases exhibiting totally different properties at the local level. However, information on the microstructure/micromechanical properties relations for these materials is limited, especially when accounting for the constraint level exerted by the surrounding carbides on the metallic binder. In this work, a systematic procedure to evaluate the correlation between microstructure and micromechanical properties of metal-ceramic composites is presented. First, massive nanoindentation tests were performed at 200 nm of maximum displacement into surface. Then, hardness was estimated using Oliver and Pharr equations, as a function of the constraint degree of the metallic binder. Subsequently, hardness was analysed using models proposed and validated for thin films (Korsunsky and Puchi-Cabrera) aiming to evaluate the influence of the plastic constraining exercised by WC grains surrounding the metallic binder. Experimental results show that microstructure influence on the flow stress of the metallic binder, determined from experimentally measured hardness data and Tabor's equation, may be satisfactorily described by a Hall-Petch relationship.

KEYWORDS: cemented carbides, massive nanoindentation, microstructure/micromechanical properties relation, statistical analysis, Hall-Petch relation.

INTRODUCCIÓN

El metal duro (WC-Co) es un compuesto cerámicometálico, constituido de granos de WC embebidos en una matriz metálica de base Co. Este material combina valores de dureza y módulo elástico elevados con una tenacidad de fractura óptima para soportar condiciones extremas en servicio [1,2]. En este sentido, la dureza es un parámetro importante a tener en consideración en el diseño de piezas de WC-Co para su posterior aplicación industrial, tanto en herramientas de corte y matrices como en componentes resistentes al desgaste y al impacto. Asimismo, esta propiedad mecánica es relativamente fácil y práctica de medir. La dureza se ha considerado históricamente una propiedad básica para caracterizar diferentes materiales debido a que: (1) permite comparar diferentes calidades de metal duro, (2) correlaciona las propiedades mecánicas con su microestructura, y (3) es un parámetro de referencia para controlar la calidad de los materiales tanto en el ámbito tecnológico como científico.

En la literatura se pueden encontrar amplios e interesantes trabajos en los que se intenta entender la relación existente entre microestructura y dureza [2-6]. Durante las últimas décadas se han realizado varias investigaciones utilizando la técnica de nanoindentación para poder determinar los valores de dureza de las diferentes fases (matriz metálica y partículas de refuerzo cerámicas), así como su dependencia con la orientación cristalina de las partículas cerámicas de WC [7-15]. Todos estos trabajos muestran que las partículas de WC con una orientación cristalina cercana a la del plano basal presentan una mayor dureza que las partículas orientadas en planos prismáticos (~ 30 y 20 GPa, respectivamente). Sin embargo, por el momento no se ha determinado experimentalmente el valor de dureza del ligante metálico en función del grado de constreñimiento. Éste es el principal objetivo del estudio que aquí se propone.

MATERIALES Y TÉCNICAS EXPERIMENTALES

2.1. Material

Cinco calidades experimentales de metal duro (WC–Co) fueron subministradas por Sandvik Hyperion (Reino Unido), con diferentes contenidos de ligante metálico y tamaño de grano cerámico. La nomenclatura empleada a lo largo de este trabajo, así como las principales características microestructurales de las calidades estudiadas, se resumen en la Tabla 1.

Tabla 1. Parámetros microstructurales de las calidades estudiadas: % en peso del contenido de Co (*wt.* %), tamaño de grano promedio de las partículas cerámicas (*d*.) y camino libre medio de la fase metálica (λ_{rec} .)

$(u_{wc}), y$ cam	(\mathcal{M}_{uxc}) , y cannut note metale de la fase metallea $(\mathcal{M}_{ligante})$.						
Grado	wt.% Co	d_{wc} (µm)	$\lambda_{\text{ligante}} (\mu m)$				
10CoUF	10	$0,4 \pm 0,2$	$0,6 \pm 0,1$				
10CoC	10	$2,3 \pm 1,3$	$0,7 \pm 0,5$				
11CoM	11	$1,1 \pm 0,7$	$0,4 \pm 0,3$				
15CoM	15	$1,2 \pm 0,9$	$0,6 \pm 0,5$				
15CoC	15	$1,7 \pm 1,1$	$0,8 \pm 0,5$				

La denotación numérica que aparece en la calidad del metal duro hace referencia a la cantidad de ligante metálico que presenta la muestra de estudio, y las letras C, M y UF indican el tamaño de partícula (gruesa, media y ultra-fina, respectivamente).

2.2. Propiedades micromecánicas: dureza

Antes de realizar los ensayos de nanoindentación es necesario acondicionar la superficie de la muestra a ensayar. Para ello se realizó un pulido mecánico aplicando una carga constante de 1kg·cm⁻² y utilizado pasta de diamante de diferentes tamaños, finalizando con una etapa empleando sílice coloidal durante 20 minutos.

Los ensayos de nanoindentación se realizaron en un nanoindentador XP (MTS) utilizando el módulo CSM stiffness (continuous measurement), con un desplazamiento harmónico de 2 nm y una frecuencia de vibración de 45 Hz. La velocidad de deformación durante el ensayo de indentación se mantuvo constante, con un valor de 0,05 s⁻¹. Para la caracterización micromecánica se utilizó un indentador Berkovich, el cual fue calibrado previamente con un patrón de "fused silica" (módulo de Young ~ 72-74 GPa [16]). Las curvas de carga vs desplazamiento se analizaron utilizando el método de Oliver y Pharr [16,17], con el objetivo de determinar el valor de dureza a escala micrométrica.

Para cada muestra evaluada se realizó una matriz homogénea de 1400 indentaciones (20 x 70). Los ensayos se realizaron a profundidad de identación constante (200 nm). La distancia entre indentaciones se fijó en 5 μ m, con el fin de evitar que el campo de deformación plástico modificase el valor de dureza de las huellas vecinas. Posteriormente, los resultados se trataron por medio de un método estadístico propuesto por Ulm y colaboradores [18-21].

2.4. Caracterización superficial

La observación de la matriz de indentaciones se realizó mediante un microscopio electrónico de barrido de alta resolución (JEOL-7001F). Asimismo, se realizó una sección transversal (mediante un microscopio de haz de iones focalizado, FIB "Zeiss Neon 40"), con el fin de evaluar el tamaño del camino libre.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

3.1. Observación microestructural

En la Figura 1 se muestran imágenes obtenidas mediante microscopia electrónica de barrido de alta resolución para las muestras 10CoUF (Figura 1a) y 10CoC (Figura 1b). En ellas se puede observar que los carburos cementados presentan una microestructura constituida por dos fases, una matriz metálica y unas partículas de refuerzo cerámica inmersas en ella.



Figura 1. Imágenes de la microestructura, obtenida mediante microscopia electrónica de barrido de alta resolución, para las muestras 10CoUF (a) y 10CoC (b).

3.2. Ensayos micromecánicos

Para poder determinar las propiedades micromecánicas por medio del método estadístico se deben de tener en cuenta dos consideraciones. Primero, los tamaños de la huella residual y de su campo de deformación plástico tienen que ser suficientemente pequeños para confinarse en el interior de las partículas cerámicas y/o en el ligante metálico. Segundo, el número de huellas residuales realizadas en cada muestra ha de ser suficientemente elevado para poder implementar el método estadístico con un nivel de incertidumbre aceptable. Para ello, en trabajos previos los ensayos de nanoindentación se realizaron a 200 nm de profundidad y para cada muestra se llevaron a cabo un total de 1400 huellas (20 x 70) [15]. En la Figura 2 se observa una imagen obtenidas mediante microscopia electrónica de barrido de alta resolución de 15 indentaciones realizadas en la muestra 10CoC.



Figura 2. Imagen obtenida mediante microscopia electrónica de barrido, donde se evidencia una serie de nanoindentaciones realizada en la muestra 10CoC.

Posteriormente, los valores de dureza obtenidos por medio del método de Oliver y Pharr se ajustan a una función de distribución de probabilidad acumulada, CDF (*eje y*), como se ejemplifica en la Figura 3.



Figura 3. Función de distribución de probabilidad acumulada vs dureza para la muestra 10CoC.

Acto seguido, los datos experimentales (ver Figura 3), se ajustan a la siguiente expresión:

$$CDF = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2} f_i \left(1 + erf \left[\frac{H - H_i}{\sqrt{2} \sigma_i} \right] \right)$$
(1)

donde *n* es el número de ajustes Gaussianos que se desea realizar (en el presente caso, n = 3; una para el ligante metálico, y las otras dos para las partículas cerámicas, i.e. planos basal y prismático), f_i es la cantidad de cada una de las fases de estudio que se encuentra en superficie, H_i es la dureza para cada una de las fases, y σ_i es el ancho de pico determinado a la mitad de la altura de la curva Gaussiana (FWHM).

Una vez ajustados los puntos experimentales utilizando el método estadístico a través de la ecuación 1, se puede entonces extraer el valor de $\overline{\mu_H}$ para cada una de las fases de interés, así como para cada una de las microestructuras de estudio (Tabla 2).

Grado	Fase	H (GPa)
10CoUF	Со	$20,5^{\ddagger}\pm1,5$
	WC _{basal}	
	WC _{prismático}	
10CoC	Со	$9,9 \pm 1,0$
	WC _{prismático}	$21,6 \pm 5,5$
	WC _{basal}	$29,1 \pm 3,2$
11CoM	Со	$11,6 \pm 5,0$
	WC _{prismático}	$22,0 \pm 9,6$
	WC _{basal}	$29,9 \pm 4,7$
15CoM	Со	$10,8 \pm 5,5$
	WC _{prismático}	$21,0 \pm 7,2$
	WC _{basal}	$30,1 \pm 3,9$
15CoC	Со	$9,27 \pm 3,6$
	WC _{prismático}	$20,1 \pm 4,3$
	WC _{basal}	$31,2 \pm 5,6$

Tabla 2. Resumen de los datos obtenidos a partir de ajustar los valores experimentales con la ecuación 1 (dureza y desviación típica) para cada calidad de metal duro investigada.

[‡] El valor de dureza presentado en la Tabla 2 corresponde al material compuesto. Para esta muestra no se han podido determinar las propiedades mecánicas de cada una de las fases por separado debido a: (i) limitaciones técnicas del indentador utilizado para evaluar parámetros microestructurales cuyas dimensiones son inferiores al radio del indentador, ~ 75 nm (camino libre medio ~ 50 nm) y (ii) tamaño de partículas cerámicas demasiado pequeño para confinar el campo de deformación plástica en el interior del material.

Tal y como se observa en la Tabla 2, los valores de dureza para el plano basal son superiores a los determinados para el plano prismático. Esta tendencia está en concordancia con los valores que se presentan en la literatura [10,11,13-15]. La curva Gaussiana con el valor de dureza más bajo corresponde al ligante metálico. Una vez realizado este proceso, los datos experimentales se pueden representar tal y como se observa en la Figura 4, relacionando los rangos de valores a los indicados en la Tabla 2. Ello pretende desglosar el comportamiento mecánico para cada una de las fases y/o orientaciones cristalinas presentes en el material de estudio.



Figura 4. Representación de los valores experimentales, directamente obtenidos por medio del método de Oliver y Pharr (histograma), y superposición de las curvas Gaussianas obtenidas a partir de la ecuación (1) y resumidas en la Tabla 2 para la muestra 10CoC.

Sin embargo, se debe comentar que los valores de dureza para las indentaciones realizadas en el ligante metálico pueden estar afectados por las partículas cerámicas que las rodean, tal y como lo muestra la sección transversal realizada para la muestra 10CoC (Figura 5).



Figura 5. Sección transversal realizada mediante FIB para la muestra 10CoC.

Dado que el camino libre medio entre dos partículas de WC es próximo a la profundidad máxima de indentación (ver elipse discontinua en la Figura 5), cabe esperar que los valores de dureza extraídos directamente mediante la ecuación de Oliver y Pharr [16,17] y tratados mediante el método estadístico [18-21], estén afectados por los valores de dureza de las partículas colindantes. Para poder aislar este efecto, se han implementado dos modelos propuestos y validados para capas delgadas con el objetivo de obtener el valor de dureza intrínseca (real) para el ligante metálico. El primer modelo es el de Korsunsky y colaboradores [22]:

$$H_c = H_s + \frac{H_f - H_s}{1 + k\beta^2} \tag{2}$$

donde H_c es la dureza del material compuesto (WC–Co), H_f es la dureza de la capa delgada (componente minoritario, ligante metálico de Co), H_s es la dureza del sustrato (componente mayoritario, partículas cerámicas de WC), β es la profundidad relativa de indentación, y κ es una constante relacionada con el espesor de la capa (en este estudio, el camino libre medio del ligante metálico). El segundo modelo es el propuesto por Puchi-Cabrera y colaboradores [23], según:

$$H_c = H_s + (H_f - H_s)e^{\{-k\prime\beta^n\}}$$
(3)

donde k' y n son parámetros relativos al material, que caracterizan el cambio de dureza cuando el campo de deformación inducido por el indentador no se encuentra confinado dentro del ligante metálico y empieza a interactuar con las partículas cerámicas de su alrededor.

Utilizando los modelos de capas delgadas se puede observar que los valores de dureza obtenidos por el método de Oliver y Pharr son un 40% superiores a los que corresponderían al ligante metálico. Este fenómeno se debe a que el campo de deformación interactúa con las partículas cerámicas de WC, las cuales presentan unos valores de dureza superiores, dando lugar a un incremento considerable de los mismos.

3.3. Determinación del límite elástico

A partir de los valores de dureza intrínseca reales determinados para el ligante metálico (H_{Co}), se puede estimar el límite elástico para el Co constreñido, a partir de la ecuación de Tabor:

$$\sigma_{Co} = \frac{H_{Co}}{\varphi} \tag{4}$$

donde φ es un parámetro que comúnmente se considera igual a 3 para materiales dúctiles, pero para las calidades de metal duro estudiadas, puede variar entre 3 y 4, dependiendo del contenido de ligante o del tamaño de grano de la fase cerámica [24]. Asimismo, debido a que los ensayos de indentación se han realizado con un indentador Berkovich en lugar de un indentador Vickers, se debe considerar en la estimación un factor geométrico adicional, al cual le corresponde a un valor de 0,9 [25]. La Tabla 3 contiene los rangos de límite elástico obtenidos, a partir de la ecuación 4, para cada calidad estudiada.

Tabla 3. Rango del límite elástico estimado, a partir del valor de dureza intrínseca real para el ligante metálico y empleando la ecuación de Tabor para las calidades de metal duro estudiadas.

Calidad	σ_{e} (GPa)
10CoC	1,54 - 2,06
11CoM	1,82 - 2,43
15CoM	1,67 – 2,22
15CoC	1,50 - 2,00

3.4. Influencia de la microestructura

La relación Hall-Petch viene dada por:

$$\sigma_{\rm e} = \sigma_{\rm e}^{0} + k_{\rm y} \cdot \lambda_{\rm Co}^{-n} \tag{5}$$

donde σ_e^0 es el límite elástico del cobalto con una composición parecida a la del metal duro (~ 412 MPa [26]), k_y es el parámetro de la ecuación de Hall-Petch, λ_{Co} es el camino libre medio (Tabla 1) y *n* es la potencia de la relación de Hall-Petch. Aplicando logaritmos a la ecuación 5, se obtiene:

$$\log (\sigma_e) = \log (\sigma_e^{0}) + \log (k_y \cdot \lambda_{Co}^{-n})$$
(6)

La ecuación (6), se puede reescribir como:

$$\log (\sigma_{e}) - \log (\sigma_{e}^{0}) = \log (k_{y}) - n \cdot \log (\lambda_{Co})$$
(7)

Ajustando los valores de σ_e (ver Tabla 3) para cada calidad de metal duro investigada en el presente trabajo a la ecuación 7, se obtiene que el parámetro y la potencia de la ecuación de Hall-Petch para el ligante metálico son: $k_y = 0.98$ MPa \sqrt{m} y $n = \frac{1}{2}$, respectivamente. El valor de k_y obtenido a través de los ensayos de nanonidentación es relativamente inferior a los valores reportados anteriormente para el material compuesto por Sigl [27] y Lee y Gurland [2], 1,55 y 1,35 MPa \sqrt{m} , respectivamente. Asimismo, cabe destacar que el k_y para el ligante metálico es superior a valores típicos reportados en la literatura para diferentes elementos metálicos, Cu (0,11), Ti (0,40), acero dulce (0,74), etc [28], poniendo de manifiesto que este parámetro se encuentra afectado por el grado de constreñimiento existente entre los mismos granos de cobalto (Co/Co).

CONCLUSIONES

Del presente trabajo, se pueden extraer las siguientes conclusiones:

- Mediante la combinación del método estadístico y la implementación de modelos de capas delgadas se puede estimar la variación relativa del valor de dureza intrínseca real del ligante metálico en función del grado de constreñimiento efectivo.
- Tanto la dureza como el límite elástico presentan una relación lineal con los parámetros microestructurales del material. En este contexto, el límite elástico sigue una relación tipo Hall-Petch con un parámetro k_y igual a 0,98 MPa√m.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer al Prof. Dr. R. W. Armstrong por su ayuda durante la discusión de resultados así como a la compañía Sanvik Hyperion (Coventry, Reino Unido) por la provisión de las muestras utilizadas en el presente trabajo. Asimismo, los autores desean agradecer la financiación recibida por parte del Ministerio de Economía y Competitividad (proyecto MAT2012-34602). De igual manera, Dr. J. J. Roa quiere agradecer al Programa Juan de la Cierva por la concesión de una ayuda post-doctoral (núm. JCI-2012-14454).

REFERENCIAS

[1] A. V. Shatov, S. S. Ponomarev, S. A. Firstov, Hardness and deformation of hardmetals at room temperature. *Comprehensive hard materials*, pp. 647-699, vol. 1. Elsevier; en: V. K. Sarin, D. Mari y L. Llanes (Eds.), 2014.

[2] H. C. Lee, J. Gurland, Hardness and deformation of cemented tungsten carbide, *Materials Science and Engineering* **33**, 125-133, 1978.

[3] K. Jian, T. E. Fischer, B. Gallois, Microstructure, Hardness and toughness of nanostructured and conventional WC-Co composites, *Nanostructured Materials* **10**, 875-891, 1998. [4] W. D. Schubert, H. Neumeister, G. Kinger, B. Lux, Hardness to toughness relationship of fine-grained WC-Co hardmetals, *International Journal of Refractory Metals and Hard Materials* **16**, 133-142, 1998.

[5] B. Roebuck, Extrapolating hardness-structure property maps in WC/Co hardmetals, *International Journal of Refractory Metals and Hard Materials* **24**, 101-108, 2006.

[6] R. W. Armstrong, The hardness and strength properties of WC-Co composites, *Materials* **4**, 1287-1308, 2011.

[7] T. Takahashi, E. J. Freise, Determination of the slip systems in single crystals of tungsten monocarbide, *Philosophical Magazine* **12**, 1-8, 1965.

[8] D. N. French, D. Thomas, Hardness anisotropy and slip in WC crystals, *Transactions of AIME* **233**, 950-952, 1965.

[9] L. Pons, Plastic properties in tungsten monocarbide. En: F. W. Vahldiek y S. A Mersol (Eds.). Anisotropy in single-crystal refractory compounds, vol. 2, pp. 393-444, New York: Plenum, 1968.

[10] M. Lee, High temperature hardness of tungsten carbide, *Metallurgical & Materials Transactions A* **14A**, 1625-1629, 1983.

[11] N. Cuadrado, D. Casellas, L. Llanes, I. González, J. Caro, Effect of cristal anisotropy on the mechanical properties of WC embedded in WC-Co cemented carbides, *en: Euro PM2011-Hard materials*, pp. 215-220, 2011.

[12] E. Rayón, V. Bonache, M. D. Salvador, J. J. Roa, E. Sánchez, Hardness and Young's modulus distribution in atmospheric plasma sprayed WC-Co coatings using nanoindentation, *Surface Coatings and Technology* **37**, 4192-4197, 2011.

[13] B. Roebuck, P. Klose, K. P. Mingard, Hardness of hexagonal tungsten carbide crystals as a function of orientation, *Acta Materialia* **60**, 6131-6143, 2012.

[14] A. Duszová, R. Halgas, M. Bl'anda, P. Hvizdos, F. Lofaj, J. Dusza, J. Morgiel, Nanoindentation of WC-Co hardmetals, *Journal of the European Ceramic Society* **33**, 2227-2232, 2013.

[15] J. J. Roa, E. Jiménez-Piqué, C. Verge, J. M. Tarragó, A. Mateo, J. Fair, L. Llanes, Intrinsic hardness of constitutive phases in WC-Co composites: Nanoindentation testing, statistical analysis, WC crystal orientation effects and flow stress for the constrained metallic binder, *Journal of the European Ceramic Society* **35**, 3419-3425, 2015.

[16] W. C. Oliver, G. M. Pharr, An improved technique for determining hardness and elastic modulus

using load and displacement sensing indentation experiments, *Journal of Materials Research* 7, 1564-1583, 1992.

[17] W. C. Oliver, G. M. Pharr, Measurement of hardness and elastic modulus by instrumented indentation: Advances in understanding and refinements to methology, *Journal of Materials Research* **19**, 3-20, 2004.

[18] G. Constantinides, F. –J. Ulm, K. Van Vliet, On the use of nanoindentation for cementitious materials, *Materials and Structures* **36**, 191-196, 2003.

[19] G. Constantinides, K. S. R. Chandram, F. –J. Ulm, K. Van Vliet, Grid indentation analysis of composite microstructure and mechanics: principle and validation, *Materials Science and Engineering A* A430, 189-202, 2006.

[20] G. Constantinides, F. –J. Ulm, The nanogranular nature of C-S-H, *Journal of Mechanics and Physics of Solids* **55**, 64-90, 2006.

[21] F. –J. Ulm, M. Vandamme, C. Bobko, J. A. Ortega, K. Tai, C. J. Ortiz, Statistical indentation techniques for hydrated nanocomposites: concrete, bone and shale, *Journal of the American Ceramic Society* **90**, 2677-2692, 2007.

[22] A. M. Korsunsky, M. R. McGurk, S. J. Bull, T. F. Page, On the hardness of coated systems, *Surface Coatings and Technology* **99**, 171-183, 1998.

[23] E. S. Puchi-Cabrera, J. A. Berrios, D. G. Teer, On the computation of the absolute hardness of thin solid films, *Surface Coatings and Technology* **157**, 185-196, 2002.

[24] H. Doi, Y. Fujiwara, K. Miyake, Mechanisms of plastic deformation and dislocation damping of cemented carbides, *Transactions of AIME* **245**, 1457-1470, 1969.

[25] O. Casals, J. Alcalá, K. Miyake, The duality in mechanical property extractions from Vickers and Berkovich intrumented indentation experiments, *Acta Materialia* **53**, 3545-3561, 2005.

[26] B. Roebuck, E. A. Almond, A. M. Cottende, The influence of composition, phase transformation and varying the relative F.C.C. and H.C.P. phase contents on the properties of dilute Co-W-C alloys, *Materials Science and Engineering A* **66**, 179-194, 1984.

[27] L.S. Sigl, H. F. Fischmeister, On the fracture toughness of cemented carbides, *Acta Metallurgica* **36**, 887-897, 1988.

[28] W.F.Smith, J.Hashemi, Foundations of Materials Science and Engineering (4th ed.). Mc.Graw-Hill, 2006.

APLICACIÓNCIÓN DEL ENSAYO SPT EN LA CARACTERIZACIÓN MECÁNICA DE MATERIALES POLIMÉRICOS

C. Rodríguez¹, II Cuesta², M. LL. Maspoch³, F.J. Belzunce¹

¹ SIMUMECAMAT, Universidad de Oviedo. Edificio Departamental Oeste nº 7, 33203, Gijón, España. ^{*}e-mail: <u>cristina@uniovi.es</u>

² Grupo de Integridad Estructural, Universidad de Burgos, Escuela Politécnica Superior. Avenida Cantabria s/n, 09006, Burgos, España

> ³ Centre Català del Plastic, Universidad Politécnica de Catalunya. C/Colom 114, 08222 Terrassa, España

RESUMEN

Demostrada la aplicabilidad del ensayo Small Punch en la caracterización mecánica de materiales metálicos, este trabajo afronta las posibilidades de este ensayo en la descripción del comportamiento mecánico de materiales poliméricos. Para ello, se han seleccionado distintos tipos de polímeros cuyas propiedades mecánicas a tracción resultabn claramente diferentes. Dado que además la aplicación del ensayo small punch al caso de los polímeros resulta especialmente interesante cuanto éstos se fabrican en forma de films (el pequeño espesor de los films permite obtener probetas SPT de manera muy sencilla), la mayor parte de los materiales fueron fabricados bajo esta forma.

Tras la caracterización convencional de los distintos tipos de polímeros, la aplicabilidad del método se evalúa comparando los resultados obtenidos con los provenientes del uso del ensayo small punch. Los resultados obtenidos indican que existe una clara correlación entre el módulo elástico a tracción y la pendiente inicial de la curva SPT así como entre el límite de cedencia a tracción y el parámetro P_{ym}/t^2 . Ese tipo de correlación no pudo establecerse, sin embargo, con otros parámetros de tracción como la deformación a cedencia o a rotura.

PALABRAS CLAVE (máximo 3): Ensayos Small Punch, comportamiento mecánico, Polimeros

1. INTRODUCCIÓN

Los ensayos miniatura de punzonado o ensayos SPT (Small Punch Test) llevan utilizándose con éxito en la caracterización mecánica de diversas aleaciones mecánicas desde hace varias décadas [1-2]. La ventaja de este ensayo consiste en que utiliza probetas de muy pequeño tamaño (lado o diámetro inferior a 10 mm) y espesor (menos de 0.5mm). Estas probetas, cuyo contorno se encuentra empotrado, se someten a la acción de un punzón de cabeza semiesférica que la deforma hasta su rotura, tal como se esquematiza en la figura 1.

Durante el ensayo se obtiene el registro cargadesplazamiento del punzón sobre la que se obtienen una serie de parámetros característicos directamente relacionados con las propiedades mecánicas convencionales de los materiales [3]. La Figura 2 muestra el registro carga-desplazamiento típico de un acero estructural y las zonas donde se obtienen los diferentes valores de carga, desplazamiento o energía que, una vez convenientemente tratados y eliminado el efecto del espesor t de la probeta, se saben relacionados con parámetros tan importantes como el límite elástico (ec. 1), la resistencia a la tracción (2), el alargamiento (3) o la tenacidad del acero (4).







donde α , β , γ y θ son coeficientes característicos del tipo de material [4].



Aunque mucho más tarde y de forma más tímida, el ensayo SPT también ha sido aplicado en la caracterización de ciertos tipos de materiales poliméricos [5-9].

Con este tipo de materiales, en un principio la mayor parte de los trabajos se quedaron en el simple análisis de las curvas obtenidas en el ensayo [5,6], sin entrar en la definición precisa de las posibles relaciones entre las propiedades mecánicas convencionales y las que se obtendrían a través del ensayo SPT.

Posteriormente, se trataron de establecer, los parámetros SPT que podrían resultar más interesantes a la hora de establecer correlaciones con los característicos a tracción [7-9]. El primero de esos trabajos se presentó en este mismo congreso en el año 2013 [7], y en él se intentaba establecer una correlación entre parámetros de tracción y fractura con los obtenidos sobre las curvas SPT utilizando probetas standard (sin entalla). Para ello se utiliza tres tipos de polímeros, todos ellos con base PLA pero con ditintos grados de refuerzo de nanoarcilla y en dos condiciones diferentes: rejuvenecidos mediante tratamiento térmico y una vez envejecidos pasado un cierto periodo de tiempo. En este trabajo se logró establecer por primera vez la relación existente entre el límite de cedencia y la carga en el primer máximo de la curva SPT dividida entre el espesor de la probeta al cuadrado (P_{mv}/t^2) . También se estableció una correlación entre el área encerrada por la curva SPT y el trabajo esencial de fractura, si bien ésta no incluía a uno de los materiales.

Las ventajas del uso del ensayo SPT en estos materiales, quedó aún más patente en un trabajo posterior [8], en el que se logró estudiar, por primera vez, la transición dúctil-frágil de los PLAs conforme pasaba el tiempo tras realización de un tratamiento térmico la_ de rejuvenecimiento. La sencillez y rapidez de este tipo de cómo ensayo permitió analizar cambiaba el comportamiento de estos polímeros conforme envejecían. En este trabajo además, se obtuvo una posible correlación entre el modulo elástico a tracción de estos materiales y la pendiente de la curva SPT

dividida por el espesor de la probeta (Slope/t), obtenida la pendiente como la correspondiente al tramo de la curva inmediatamente anterior a la zona donde se alcanzaba el primer máximo de carga, denominado palier de cedecia.

Posteriormente y al objeto de comprobar estas correlaciones con otro tipo de polímero, se utilizaron tres tipos de polímeros base EVOH con distintas cantidades de refuerzo de nanoarcilla. Los resultados obtenidos [9] indicaban de nuevo una buena correlación entre el módulo elástico y el límite de cedencia a tracción de estos polímeros y los parámetros Slope/t y Pmy/t^2 , respectivamente, pero las expresiones obtenidas diferían sensiblemente de las obtenidas con los PLAs.

Aunque podría ser lógico que ambos tipos de familias de polímeros podrían responder a correlaciones diferenctes, el hecho de que los datos de tracción utilizados en la correlaciónes procediesen de fuentes y periodos de tiempo muy distintos, así como la comprobación que en el caso de los EVOH el comportamiento mecánico dependía mucho de la zona del film de donde habían sido extraídas, llevó a afrontar de nuevo este trabajo asegurando que tanto los resultados pudieran ser comparados con garantía. Se decidió, además, añadir al estudio otros tres tipos de polímero: un polipropileno (PP) y dos Polietilenos (PET y PETG).

Todos estos materiales han sido sometidos a ensayos de tracción y SPT asegurando que las probetas a comparar procediesen del mimo film y de la misma zona del mismo así como que han sido ensayadas en condiciones comparables. Tras el analisis y comparación de las curvas características de tracción y SPT para cada tipo de polímero, se procedió a definir los parámetros SPT que podrían estar relacionados con los característicos a tracción para posteriormente analizar y establecer posibles correlaciones.

2. MATERIALES UTILIZADOS: CARACTERIZACIÓN CONVENCIONAL

Dado que las ventajas de la aplicación del ensayo miniatura en la caracterización de polímeros se ve incrementada cuando éstos se fabrican en forma de film, para este trabajo se decidió utilizar un amplio rango de materiales poliméricos todos ellos fabricados en forma de láminas de pequeño espesor.

Uno de ellos ha sido un polipropileno comercial de la marca BASELL X9077, sobre el que se analiza el efecto del porcentaje en su resistencia mecánica [10]. También se han elegido dos polipropilenos: PET y de PETg (PET modificado con CHDM) suministradas por NUDEC y fabricadas por extrusión calandra. Como características generales es de destacar el brillo superficial y la transparencia, la buena resistencia al impacto y que son fáciles de termoconformar, que les hacen muy

interesantes para múltiples aplicaciones. En la síntesis del PETg se utiliza dimetanol ciclohexano (CHDM) que introduce discontinuidades en la cadena polimérica dificultando el proceso de cristalización, así este material es esencialmente amorfo incluso en placas de elevados espesores

Por su parte, se analizaron 6 tipos de film de PLA, todos obtenidos a partir de un grado comercial de PLA (NatureWorks, 2002D con 96 % de isómero L-láctico), pero con diferentes cantidades de carga (en este caso una montmorillonita organomodificada, Southern Clay Products, Cloisite 30B con un 30 % de modificador orgánico) y en distintos estados de envejecimiento. Se trabajó así con láminas de PLA sin carga (PLA0) y con láminas con cargas de nanoarcilla de un 0.5 ± 0.1 (PLA0.5) y un 2.4 ± 0.1 % (PLA2.5) en masa respectivamente. Estos tres tipos de PLAs, también fueron sometidas a un tratamiento térmico de "rejuvenecimiento" [7] obteniéndose los materiales denominados PLA0T, PLA0.5T y PLA2.5T.

Por último se utilizaron también tres tipos de film obtenidos a partir de un copolímero EVOH como material base (44% en moles de etileno, comercializado como Soarnol®AT44 03B) con distintos porcentajes de refuerzo: sin refuerzo (EVOH 44 C-0%), con un 1% de refuerzo (EVOH 44 C-1%) y con un 2.5% de refuerzo (EVOH 44 C-2.5%). El reforzante utilizado fue el mismo que en el caso de los PLA (nanopartículas de montmorillonita modificada.

3. COMPORTAMIENTO MECÁNICO: CURVAS CARACTERÍSTICAS A TRACCIÓN Y SPT

La caracterización mecánica de los distintos tipos de polímero se realizó a través de ensayos de tracción y ensayos SPT. Aunque los ensayos fueron realizados en distintos laboratorios, se aseguró que tanto los equipos utilizados como las condiciones en las que fueron ejecutados fueran muy semejantes, de modo que la comparación tuviese la máxima fiabilidad.

En el caso del polipropileno, analizado en la universidad de Burgos, se obtuvieron por inyección tanto probetas de tracción estándar tipo 5A como muestras rectangulares (60x10x4mm) a partir de las que se mecanizaron las probetas SPT de geometría standard (10x10x0.5mm).

El resto de los polímeros fueron fabricados y/o caracterizados a tracción en el centro Català del Plastic. En este caso las probetas de tracción tenían una geometría estándar tipo IV y habían sido obtenidas en dirección longitudinal (MD) en el film. De estos mismos films se extrajeron las probetas SPT, de sección rectangular y espesor igual al nominal de cada tipo de film, cuya caracterización mecánica fue realizada en las instalaciones del grupo SIMUMECAMAT en la Universidad de Oviedo. Todos los ensayos fueron realizados a temperatura ambiente. En el caso de los de tracción se siguió la norma ASTM D-638 utilizando máquinas con una capacidad de carga adecuada (5 kN) equipada además con videoextensómetros. La velocidad de separación de mordazas fue en todos los casos 10 mm/min. Del mismo modo, los ensayos SPT se realizaron utilizando dispositivos idénticos: punzón de 2.5 mm de diámetro y agujero de punzonado con un diámetro de 4mm y un radio de filete de ataque de 0.5mm. Dichos dispositivos se acoplan a máquinas de ensayo standard con una capacidad de carga de 5kN y dotadas de extensómetros tipo COD que miden el desplazamiento del punzón de modo muy preciso. La velocidad de ensayo fue en todos los casos de 0.5 mm/min. Para cada material, el número de probetas ensayadas fue siempre superior a 10.

La figura 3 muestra, a modo de comparación, las curvas de tracción ingenieriles (figura 3.a) y las curvas SPT (figura 3.b), más representativas de los polímeros PP, PET y PTg.



Como puede observarse, el comportamiento general ante carga estática de tracción de cada tipo de material es completamente diferente, tanto en lo que respecta a capacidad resistente como en ductilidad. El polipropileno es el material con la menor resistencia mecánica tanto en cedencia como en rotura con un alargamiento a rotura que no llega al 40%. El PET, por su parte muestra una capacidad resistente mucho más elevada, pero acompañada de una muy pequeña ductilidad, alcanzándose el fallo en el momento de la cedencia. El PETg por su parte, presenta una menor tensión de cedencia, pero tras la extricción sufre un endurecimiento progresivo hasta alcanzar la rotura con una tensión similar a la de cedencia y un alagamiento del 160%.

En el ensayo SPT, sin embargo, aunque las diferencias en capacidad de carga son claras y siguen la misma tendencia que a tracción, no ocurre lo mismo con la deformación a rotura, mostrando todos los materiales una ductilidad semejante. No obstante, se observan claras diferencias en las curvas de comportamiento por tipo de material. En el caso del PP, y al igual que ocurría a tracción, tras alcanzarse un máximo de carga, que podría considerarse el punto de cedencia, la carga cae hasta la rotura. El PET por su parte, tras alcanzar un primer valor máximo de carga (Pym) tras el cual sobreviene la estricción, sufre un endurecimiento continuo hasta rotura. Po último el PETg, apenas muestra un máximo de carga antes de la rotura, aunque sí parece apreciarse una ligera rigidización tras superarse una pequeña meseta de carga (punto P_{vm}).

Los mismos resultados comparados, esta vez para los PLAs se recogen en la figura 4.



Figura 4. Curvas de comportamiento de PLA y PLA_T a) Tracción, b) SPT

La figura 4.a) muestra el comportamiento a tracción del PLA sin carga antes y después del tratamiento de rejuvenecimiento. Dicho tratamiento aumenta de forma notable su ductilidad (450%) reduciendo a cambio la

rigidez y la resistencia de este material. Por su parte, y aunque no se recoge en dicha figura, la introducción del refuerzo de nanoarcilla, afecta de manera mucho menor a las propiedades mecánicas a tracción [7].

Las curvas SPT de estos materiales (figura 4.b), muestras un comportamiento muy similar a las de tracción, con la misma tendencia en cuanto a carga pero con diferencias menos acusadas en desplazamientos. Además, como en el caso de los polímeros analizados anteriormente, los material menos dúctil (PLA_0%) muestra una zona de cedencia clara, mientras que el material que mostraba una mayor deformación a rotura en tracción, bajo carga biaxial apenas tiene palier de cedencia, mostrando a cambio un fuerte endurecimiento posterior.

La figura 5 por su parte, recoge las curvas de tracción y SPT correspondientes a los polímeros EVOH con las distintos valores de refuerzo. Ensayados a tracción (figura 5.a), los polímeros base EVOH con refuerzo de arcilla son menos resistentes y más dúctiles que el material sin carga. Otra característica de estos films es el distinto comportamiento mecánico exhibido cuando el material es extraído del borde del film (EVOH_L) o de su zona central (EVOH_C), diferencia que va decayendo conforme crece la carga de nanoarcilla [9].



Figura 5. Curvas de comportamiento de los polímeros base EVOH: a) Tracción, b) SPT.

Cuando estos materiales son ensayados baio condiciones de biaxialidad (ensayo SPT: figura 5.b), las tendencias son similares. El EVOH sin carga se comporta de modo más rígido y resistente, siendo la nanoarcilla la responsable de aumentar su ductilidad a cambio de una merma en resistencia. Las diferencias entre la zona central y de borde de los films también pueden apreciarse en estos ensayo. Además, vuelve a ponerse de manifiesto el hecho de que cuando un material exhibe endurecimiento tras cedencia en el ensayo de tracción, en el ensayo SPT apenas se aprecia el palier de cedencia previo al enderecimiento.

4. PARÁMETROS CARACTERÍSTICOS Y CORRELACIONES

El análisis y comparación de las curvas de tracción y SPT características de los distintos tipos de polímeros evaluados, así como el realizado por otros investigadores sobre materiales semejantes, nos ha permitido establecer los valores de carga y desplazamiento que podrían ser más apropiados para establecer los parámetros de comportamiento mecánico en el ensayo small punch (figura 6).

Uno de ellos podría ser la pendiente de la curva SPT en la zona inicial previa al palier de cedencia (*Slope*_{ini}), que dividida por el valor del espesor inicial de la probeta, t, nos proporcionaría el parámetro E_{SPT} , que podría estar relacionado con el módulo elástico de estos materiales.

También podrían considerarse característicos los valores de carga y desplazamiento en el punto donde se alcanza el primer máximo de la curva SPT (P_{ym} , d_{ym}), que convenientemente parametrizados (dividiendolos por t^2 y t, respectivamente) estarían relacionados, respectivamente, con la tensión y deformación a cedencia (σ_y , ε_y).



Figura 6. Valores característicos en las curvas SPT de los polímeros

Por su parte, y aunque en el caso de los materiales metálicos, también parece haber una relación entre los valores de carga y desplazamiento en rotura en el ensayo SPT y la resistencia mecánica y alargamiento en el ensayo de tracción, en el caso que no ocupa, la simple comparación de las distintas curvas indica que dicha relación no existe, al menos con carácter general, en los polímeros.

Una vez calculados los parámetros característicos sobre las distintas curvas SPT, las figuras 7, 8 y 9 recogen las posibles correlaciones entre éstos y sus correspondientes parámetros en el ensayo de tracción.



Figura 7. Relación entre el módulo elástico a tracción y el parámetro SPT pendiente/t





Aunque con una cierta dispersión, que en parte podría ser debida a la distinta procedencia de los datos utilizados, la figura 7 refleja una más que apreciable correlación entre el módulo elástico de estos materiales y el valor de la pendiente inicial en los ensayos SPT. Teniendo en cuenta además, que en el caso de los materiales metálicos esta correlación no ha podido ser establecidad de manera tan clara, hace que los resultados obtenidos sean aún más esperanzadores.

En el caso de la tensión de cedencia y el parámetro P_{ym}/t^2 (Figura 8), la correlación obtenida es muy buena, con un coeficiente R^2 =0.9058.

No ocurre lo mismo en el caso de la deformación a cedencia y el parámetro d_{ym}/t . Entre estos dos parámetros no puede establecerse ninguna correlación. Una de las razones podría ser la pequeña diferencia entre los valores de ε_y de los polímeros analizados (entre el 2% y el 4%), que lleva a obtener también valores muy próximos de d_{ym}/t y haciendo imposible la obtención de una correlación entre ambos parámetros. No obstante, si parece que ambos parámetros tienen una tendencia similar.

5. CONCLUSIONES

Tras la aplicación del ensayo SPT en la caracterización mecánica de distintos tipos de polímeros, de procedencia y comportamiento muy variado, se han obtenido las siguientes conclusiones:

1- Bajo las condiciones de biaxialidad ejercidas por el ensayo SPT los polímeros se comportan de modo más dúctil que bajo carga uniaxial a tracción, mostrando todos ellos un palier de cedencia y sufriendo una mayor deformación a rotura.

2- No obstante, se ha podido comprobar que los polímeros con comportamiento frágil a tracción, muestran un ablandamiento tras el palier de cedencia, mientras que los más dúctiles endurecen significativamente una vez sobrepasado dicho palier y hasta el punto de rotura.

3- Se han podido establecer relaciones fiables y únicas entre parámetros del ensayo SPT y propiedades mecánicas convencionales como el módulo elástico y el límite de cedencia de los distintos polímeros analizados. Este tipo de correlación no ha podido ser establecida, sin embargo, en el caso de las deformaciones.

4- El ensayo SPT se perfila como una herramienta eficaz en la caracterización mecánica de este tipo de materiales, permitiendo, en un solo ensayo y con una muy pequeña cantidad de muestra, obtener valores aproximados de características mecánicas tan importantes como el módulo elástico y el límite de cedencia.

6. AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer al Ministerio de Economía y competitividad la financiación recibida a través de los proyectos MAT2014-58738-C3-1-R y MAT2013-40730-P.

REFERENCIAS

- M.P. Manahan, A.S. Argon, O.K. Harling.. J Nucl Mater 1981; 104: 1545-50.
- [2] X. Mao, H. Takahashi. J Nucl Mater 1987; 150: 42-52.
- [3] E. Fleury, J.S. Ha. Int J Pres Ves Pip 1998; 75: 699-706.
- [4] T.E. García, C. Rodríguez, F.J. Belzunce, C. Suárez. Journal of Alloys and Compounds. (2014) 582, 708-717.
- [5] V.L. Giddings, S.M. Kurtz, C.W. Jewett, J.R. Foulds, A.A. Edidin. Biomaterials 22 (2001) 1875}1881.
- [6] T.D.J. Jaekel, D.W. MacDonald, S.M. Kurtz. J Mech Behav Biomed 2011; 4-7: 1275-82.
- [7] C. Rodríguez, F.J. Belzunce, D. Arencón, M. LL. Maspoch. Polymer Testing. (2014) 33: 21–29
- [8] M.Ll. Maspoch, O.O. Santana, J. Cailloux, E. Franco-Urquiza, C. Rodríguez, J. Belzunce, A.B. Martínez. eXPRESS Polymer Letters Vol.9, No.3 (2015) 185–195
- [9] Ines Álvarez Fernández. Caracterización mecánica de polímeros nano-reforzados con arcilla: efecto del porcentaje de nano-refuerzo y de la metodología de ensayo utilizada. Trabajo Fin de Grado en Tecnologías Industriales. Universidad de Oviedo, Julio 2015.
- [10] I.I. Cuesta, J.M. Alegre, C. Rodríguez. Journal of Applied Polymer Science. Aceptado para su publicación APP-2015-05-1556.R1.

Fatiga e interacción con el medio ambiente

ESTUDIO DEL AGRIETAMIENTO EN EL ENSAYO SSRT DE PROBETAS GALVANIZADAS

G.Artola^{1,3*}, J.Aldazabal^{1,2}

¹Tecnun (Universidad de Navarra) Paseo de Manuel Lardizabal, 13, 20018 Donostia-San Sebastián ²Ceit-IK4 Paseo de Manuel Lardizabal, 15, 20018 Donostia-San Sebastián ³IK4-Azterlan Pol. Ind. Aliendalde, 6, 48200 Durango ^{*}E-mail: gartola@azterlan.es

RESUMEN

El agrietamiento producido por hidrógeno (HIC) presenta un patrón característico en los ensayos de tracción a baja velocidad de deformación (SRRT). El presente trabajo recoge la caracterización de dichos patrones para el caso de un acero de temple revenido, 30MnB4 con un límite elástico de 1000 MPa, galvanizado en caliente. Los ensayos se han realizado en agua marina sintética como electrolito y la fragilización se ha producido de forma espontánea. A partir de los resultados obtenidos, se plantea un conjunto de parámetros útiles en un futuro para modelizar el proceso.

PALABRAS CLAVE: Agrietamiento por hidrógeno, Galvanizado, Baja velocidad de deformación.

ABSTRACT

Hydrogen induced cracking (HIC) presents a characteristic pattern in slow strain rate tensile testing (SSRT). This work covers the characterisation of such patterns for a hot-dip galvanized quench and temper steel, 30MnB4 with a yield stress of 1000 MPa. Testing has been performed in synthetic sea water and embrittlement has been developed naturally. A set of parameters, which can be potentially useful in the future, for modelling the process is suggested from the obtained results.

KEYWORDS: Hydrogen induced cracking, Galvanized, Slow strain rate tensile testing.

1. INTRODUCCIÓN

Entre los distintos mecanismos de fallo que el hidrógeno provoca en los aceros, la fragilización por hidrógeno y el agrietamiento inducido por hidrógeno (HIC) son de los más complicados de entender [1] y han sido tratados desde distintas perspectivas en anteriores encuentros del Grupo Español de Fractura [2-5].

El HIC es un proceso de agrietamiento que se produce a niveles de tensión significativamente inferiores a la resistencia mecánica nominal del material, cuando existe hidrógeno disuelto en su interior. Dada una aleación concreta, la susceptibilidad a este tipo de ataque por hidrógeno aumenta a medida que se mejoran sus propiedades mecánicas.

El origen del hidrógeno disuelto, puede ser intrínseco o extrínseco, en función de si ha sido captado por el material durante su proceso de fabricación o durante su utilización. El hidrógeno presente en el caldo de acería, el captado durante los procesos de tratamiento térmico o decapado ácido se considera intrínseco. El hidrógeno extrínseco se absorbe por contacto directo con iones H⁺, cuyo origen puede ser variado.

El caso de los aceros de temple y revenido utilizados en aplicaciones sometidas a la intemperie es representativo en lo que respecta al HIC. Por un lado, se trata de materiales de elevada resistencia mecánica sometidos a esfuerzos severos y, por otro, se encuentran frecuentemente recubiertos de zinc, lo que facilita la generación pares galvánicos en presencia de agua.

En estas reacciones electrolíticas, el cincado ejerce el rol de ánodo de sacrificio y promueve la evolución de H^+ en la superficie del cátodo, que es el sustrato de acero. Cuando este hidrógeno difunde hacia el interior del acero, se cumplen las dos condiciones necesarias para el HIC: material bajo tensión e hidrógeno disuelto en el mismo.

En estas condiciones, los componentes pueden fallar en servicio de forma catastrófica, a pesar de no haberse superado sus cargas de diseño.

El estudio de estos patrones de fallo permite profundizar en la secuencia de agrietamiento, para dar soporte al desarrollo de modelos numéricos y al planteamiento de estrategias preventivas.

A continuación, se presenta un estudio descriptivo del proceso de HIC en probetas galvanizadas de acero 30MnB4 templado y revenido, sometidas a ensayos de Slow Strain Rate Testing (SSRT) [6] y en condiciones de hidrogenación extrínseca.

2. MÉTODO EXPERIMENTAL

La batería de ensayos que soporta este trabajo se ha realizado con acero comercial 30MnB4 según UNE EN 10263-4 en formato de barra descortezada de Ø48 mm. Las barras se han cortado en tramos de 140 mm de longitud. De cada tramo se han extraído dos probetas con zona calibrada de Ø10 mm y cabezas roscadas M16 según UNE-EN 1692-1, como se muestra en la figura 1. Un total de 22 probetas son sometidas a un tratamiento industrial de temple y revenido (Q&T) con dureza objetivo 42-45 HRC.



Figura 1. Croquis de extracción de las probetas.

Tras el tratamiento térmico, las probetas se dividen en dos grupos, "A" y "B", de 11 unidades cada uno. El grupo "A" será ensayado en estado Q&T. El grupo "B" se somete a un proceso industrial de galvanizado en caliente, tras un decapado ácido. Tras esto, se verifica que la cobertura de zinc es continua, sin poros ni arañazos.

Con las probetas recién descritas, se configura la matriz de control y ensayo mostrada en la tabla 1, que cuenta con los siguientes ensayos para cada grupo "A" y "B":

- Un ensayo de tracción convencional.
- Cinco ensayos de tracción a baja velocidad de deformación al aire.

 Cinco ensayos de tracción a baja velocidad de deformación en agua marina sintética según ASTM D1141.

1 abia 1. mainiz ae common y ensaya	Т	abla	1.	Matriz	de	control	y	ensaya
-------------------------------------	---	------	----	--------	----	---------	---	--------

	Ensayo		
	Tracción	SSRT aire	SSRT agua
Probetas "A"	Control	Control	Control
Probetas "B"	Control	Efecto del proceso de galvanizado	Efecto de galvanizado + electrolito

Este planteamiento está concebido para asegurar que el patrón de fractura estudiado es provocado por la capa de zinc en presencia de un electrolito y no está influenciado por los procesos de tratamiento térmico y galvanizado.

Tras cada ensayo, se realiza una verificación macroscópica de la zona calibrada de la probeta y se inspecciona por microscopía electrónica la superficie de fractura. Tras esta inspección, las probetas galvanizadas se cortan por su eje y se prepara metalográficamente el plano de corte.

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En la tabla 2 se recogen los resultados de la batería de ensayos mecánicos, incluyendo la duración t de los mismos para los SSRT. A la hora de interpretar los resultados, debe tenerse en cuenta que el cálculo de $R_{p0.2}$ para la tracción convencional se ha realizado con extensómetro, mientras que en los SSRT se ha calculado a partir del registro de la posición del actuador.

Tabla 2. Resultados de la batería de ensayos mecánicos. Medias y desviaciones típicas de la media.

		$R_{p \ 0,2}$	R_m	A	Ζ	t	
		[MPa]	[MPa]	[%]	[%]	[h]	
	tracc.	1038	1100	15	67	-	
F	SSRT	1015+5	1087+4	14+0.3	62+1	5 0+0 3	
Q&'	Aire	1015±5	100/±4	14±0,5	02±1	3,0±0,5	
	SSRT	101/1+1	1088+6	1/1+0 5	62+1	47+02	
	agua	1014±1	1000±0	14±0,5	02±1	4,7±0,2	
_	tracc.	1037	1097	12	55	-	
ĻΖτ	SSRT	1000+4	1085+4	14+0.7	60+2	4 6+0 1	
-T3	aire	1009±4	1005-4	14±0,7	0012	4,0±0,1	
Q	SSRT	1018+6	1000+8	11 + 10	11+2	30+02	
	agua	1010±0	1070±0	11±1,0		$5,7\pm0,2$	

Los resultados de SSRT para cada condición se han comparado entre sí mediante contraste de hipótesis sobre la media de dos poblaciones normales independientes, confirmándose estadísticamente que el único cambio de comportamiento significativo se produce para las probetas galvanizadas ensayadas en agua marina sintética. El recubrimiento de zinc en presencia del electrolito provoca una reducción del alargamiento, la estricción y el tiempo de ensayo.

De este modo, se verifica que las probetas objeto de estudio son representativas de un proceso de fragilización por hidrógeno espontáneo y que los resultados no están influidos por una posible hidrogenación previa.

La inspección macroscópica de la zona de estricción de las probetas, recogida en las figuras 2 a 5, permite apreciar el cambio de mecanismo de fallo al combinar la presencia de zinc y un electrolito. Tal y como se observa en la figura 5, únicamente en las probetas cincadas ensayadas en agua, se observa que toda la superficie de estricción está tapizada de multitud de grietas circunferenciales de distinta longitud.



Figura 2. Estricción de probetas Q&T. Test al aire.



Figura 3. Estricción de probetas Q&T. Test en agua.



Figura 4. Estricción de probetas Q&T+Zn. Test al aire.



Figura 5. Estricción de probetas Q&T+Zn. Test en agua.

En cuanto a la inspección por microscopía electrónica, la figura 6 muestra el aspecto de la superficie de fractura que comparten todos los ensayos, excepto los realizados con probetas galvanizadas en agua. Se trata de un patrón habitual en los aceros de temple y revenido, consistente en una orografía muy irregular con multitud de crestas y valles radiales. La textura de la fractura es dúctil tanto en periferia como en núcleo.

Las probetas galvanizadas ensayadas en agua, sin embargo, no presentan un carácter tan marcadamente radial (figura 7) y en la inspección de detalle se aprecian dos texturas.



Figura 6. Superficie de fractura para un test SSRT en agua en condición Q&T.



Figura 7. Superficie de fractura para un test SSRT en agua en condición Q&T + galvanizado.

La mayor parte de la superficie de fractura presenta el aspecto de la figura 8, caracterizada por micro-cúpulas dúctiles. La zona cercana a la piel de las probetas, sin embargo, presenta una textura propia del agrietamiento sub-crítico provocado por el hidrógeno, como la mostrada en la figura 9.

La superficie fragilizada por hidrógeno forma un anillo casi continuo en toda la periferia del material, con varios saltos de plano que indican que la continuidad se ha generado por coalescencia de grietas cercanas.



Figura 8. Micro-cúpulas dúctiles en las probetas de SSRT en agua en condición Q&T + galvanizado.



Figura 9. Superficie fragilizada por hidrógeno en la piel de las probetas de SSRT en agua en condición Q&T + galvanizado.

Por último, se cortan las probetas por su eje y se preparan metalográficamente para observar la profundidad de las grietas de la estricción. En la figura 10 se muestran las grietas de una zona cercana a la superficie de rotura.



Figura 10. Profundidad de las grietas presentes en la zona de estricción de las probetas ensayadas por SSRT en agua en condición Q&T + galvanizado.

En general, la profundidad de las grietas se corresponde con la anchura del anillo fragilizado que se observa por microscopía electrónica. En las secciones de menor estricción, sin embargo, se aprecia una reducción apreciable de su tamaño.

4. CONCLUSIONES

Los ensayos de SSRT de probetas galvanizadas y sumergidas en agua marina sufren un patrón de rotura característico que sigue la siguiente secuencia:

- 1. Al comienzo del ensayo la probeta se comporta de forma normal.
- 2. A medida que el material se va alargando, el recubrimiento de Zn comienza a agrietarse en distintas zonas y el sustrato de acero se ve expuesto al electrolito.
- 3. Cuando el electrolito moja el acero base se genera un par galvánico con el Zn.
- 4. En cada zona expuesta, difunde hidrógeno atómico y fragiliza el acero de forma muy local.
- 5. En la zona de la probeta que esté sometida a una condición crítica de fragilización + tensión, crecerá una grieta cuya punta se detiene en una zona a la que aún no ha difundido hidrógeno. El proceso de fragilización vuelve a comenzar en esa zona.
- 6. Esto provoca que el punto crítico de agrietamiento vaya moviéndose de una posición a otra, explicando el agrietamiento múltiple y la presencia de grietas de distinta profundidad.
- 7. La rotura final se produce, en todos los casos, cuando existe un anillo prácticamente continuo de grietas en la piel del material.

Esta secuencia de rotura indica los parámetros apropiados para poder modelar el mecanismo de fallo descrito:

1. Alargamiento al que el galvanizado comienza a presentar grietas.

- 2. Velocidad de captación de hidrógeno en la celda galvánica en función del nivel de tensión mecánica aplicada sobre el material.
- 3. Evolución de la tenacidad en función de la cantidad de hidrógeno disuelta en la red del acero.

REFERENCIAS

[1] M.R. Louthan Jr., Hydrogen embrittlement of metals: a primer for the fracture analyst, *J. Fail. Anal. and Preven.*, **8**, 289-307, 2008.

[2] B. Arroyo, J.A. Álvarez, M. Laporta, A.R. Seco, J. Portilla, Efecto de las condiciones ambientales en el comportamiento frente a fragilización por hidrógeno de acero R5. Aplicación de diagramas de fallo, *Anales de Mecánica de la Fractura 30.*, Vol. I, 199-204, 2013.

[3] D. Vergara, J. Toribio, Multi-fisuración asistida por hidrógeno en aceros perlíticos progresivamente trefilados sometido a estado triaxiales de tensión, *Anales de Mecánica de la Fractura 30.*, **Vol. I**, 259-264, 2013.

[4] J. Sánchez, S.F. Lee, MA. Martín-Rengel, J Fullea, C. Andrade, J. Ruiz-Hervias, Fragilización por hidrógeno en los aceros de alta resistencia. Medida del contenido de hidrógeno, *Anales de Mecánica de la Fractura 31*, 281-286, 2014.

[5] M. Iordachescu, A. Valiente, M. Elices, A.M. Fathy, Daño inducido por el ambiente en barras de acero de alta resistencia para construcción, *Anales de Mecánica de la Fractura 31*, Vol. I, 335-340, 2014.

[6] ASTM G129-00 (2013), Standard practice for slow strain rate testing to evaluate susceptibility of metallic materials to environmentally assisted cracking.

A NUMERICAL ANALYSIS OF THE RELATION BETWEEN CTOD AND FATIGUE CRACK GROWTH

D. Camas^{1*}, F.V. Antunes², S.M. Rodrigues²

¹Departmento de Ingeniería Civil, de Materiales y Fabricación, Universidad de Málaga, Escuela Politécnica Superior, C/Dr. Ortiz Ramos, s/n. Campus de Teatinos, E-29071 Málaga, Spain ²CEMUC, Department of Mechanical Engineering, University of Coimbra ^{*}E-mail: dcp@uma.es

RESUMEN

El cálculo de la vida a fatiga durante la etapa de propagación de la grieta se suele realizar relacionando da/dN con ΔK . Sin embargo, la influencia que en estos análisis tiene el parámetro ΔK debe recaer en algún otro parámetro no lineal cercano al frente de la grieta, ya que estos son los que realmente controlan la velocidad de crecimiento de la grieta. El principal objetivo del presente artículo es intentar mejorar la comprensión del crecimiento de grieta en fatiga empleando el desplazamiento de apertura de la punta de la grieta (CTOD). Este parámetro no ha sido muy empleado en el problema del cierre de grieta y su propagación en fatiga, teniendo un gran potencial. Por este motivo, se ha realizado un análisis numérico para un amplio rango de cargas de amplitud constante en dos aleaciones de aluminio (6016-T4 y 6082-T6). Cuando no se considera el contacto entre los flancos de la grieta se puede observar una relación bien definida entre el valor máximo de CTOD y ΔK , lo cual indica que no existe influencia de la relación de cargas y valida la mecánica de la fractura elástica lineal. Se ha encontrado una relación lineal entre los valores de CTOD y ΔK al considerar una doble escala logarítmica. Los valores de CTOD cuando se considera el concepto del cierre de grieta. Se ha encontrado una relación lineal entre de grieta. Se ha encontrado una relación lineal entre de de cierre de grieta. Se ha encontrado una relación lineal entre de de cierre de grieta. Se ha encontrado una relación lineal entre de cierre de grieta. Se ha encontrado una relación lineal entre de cierre de grieta. Se ha encontrado una relación de concepto del cierre de grieta. Se ha encontrado una relación lineal entre de cierre de grieta. Se ha encontrado una relación lineal entre de cierre de grieta. Se ha encontrado una relación lineal entre da/dN y CTOD cuando se considera una doble escala logarítmica para la aleación de aluminio 6082-T6.

PALABRAS CLAVE: Crecimiento de grieta en fatiga, parámetros no lineales en el frente de la grieta, CTOD

ABSTRACT

Engineering analysis of fatigue crack propagation is usually performed by relating da/dN to ΔK . However, the emphasis on ΔK parameter must be replaced by a close look to non-linear crack tip parameters, because these effectively control fatigue crack growth rate. The main objective here is to improve the understanding of fatigue crack growth using the crack tip opening displacement (CTOD). This parameter has not been totally exploited in the context of crack closure and fatigue propagation, and has a great potential. A numerical analysis was therefore developed for a wide range of constant amplitude tests in two aluminium alloys (6016-T4 and 6082-T6). Without contact of crack flanks there is a well defined relation between maximum CTOD and ΔK , which indicates that there is no influence of stress ratio, and validates the linear elastic fracture mechanics. A linear correlation was found between the CTOD and ΔK in log-log scales. The CTOD predicted with contact of crack flanks overlap the results without contact only when ΔK_{eff} is used, which validates the crack closure concept. A linear relation was found between da/dN and CTOD in log-log scales for the 6082-T6 aluminium alloy.

KEYWORDS: Fatigue crack propagation; non-linear crack tip parameters; crack tip opening displacement (CTOD),

1. INTRODUCTION

Engineering analysis of fatigue crack propagation is usually performed by relating the crack advance per unit cycle, da/dN, to the stress intensity factor range, ΔK . A power law relationship, named Paris law, is generally observed at intermediate values of ΔK . Paris and Erdogan [1] proved that da/dN versus ΔK for long cracks in the small-scale yielding range retains the advantage of LEFM, namely an invariance relatively to the shape and size of cracked solids. However, several limitations were found in the use of da/dN- Δ K relations. First, the da/dN- Δ K curves are completely phenomenological and not derived from physics. The fit parameters have units for which no physical reasoning is given. Second, the da/dN- Δ K curves are only valid in

the small-scale yielding range. Additionally, da/dN depends on other parameters, like stress ratio or load history. Crack closure concept [2] was proposed to explain variations associated with mean stress, overloads, short cracks and specimen thickness. The Tstress concept was used to explain the effect of specimen geometry [3]. However, in our opinion, the emphasis on ΔK parameter must be replaced by a close look to non-linear crack tip parameters (NLP), because these effectively control fatigue crack growth rate (FCGR). Antunes et al. [4] used non-linear parameters to prove the validity of crack closure concept and to identify the best crack closure parameter. The non-linear crack tip parameters identified in literature were the range of cyclic plastic strain [5,6], the size of reversed plastic zone [7,8], the total plastic dissipation per cycle [9,10] and the crack opening displacement.

The crack opening displacement (COD) is a classical parameter in elastic-plastic fracture mechanics. Crack tip blunting under maximum load and re-sharpening of the crack-tip under minimum load is widely used to explain fatigue crack growth under cyclic loading [11]. It was also shown by various authors that there is a relationship between the amplitude of crack tip blunting over a full fatigue cycle and the crack growth rate. Pelloux [12], using microfractography, showed that the concept of COD allowed the prediction of fatigue striations spacing and therefore the crack growth rate. Nicholls [13] assumed a polynomial relation between crack growth rate and COD:

$$\frac{da}{dN} = b(COD)^{1/p}$$
(1)

where b and p are constants. Tvergaard [14] and Pippan and Grosinger [15] indicated a linear relation between da/dN and COD for very ductile materials:

$$\frac{da}{dN} = c \times COD$$
(2)

being c a constant. Nicholls [13] proposed the following expression:

$$COD = \frac{\lambda K^2}{E\sigma_{ys}}$$
(3)

where *E* is Young's modulus, *K* is the stress intensity factor and σ_{ys} is the yield stress. The elastic crack profile is given by:

$$\text{COD}_{\text{elas}} = \pm \frac{4K}{E} \sqrt{\frac{d}{2\pi}}$$
(4)

being d the distance from crack tip. The positive and negative signals indicate the superior and inferior crack flanks, respectively. Note also that different measurements of crack opening displacement have been used in literature. In CT specimens an extensometer with blades is used to measure the opening of the specimen at the edge. Therefore, this parameter is usually called crack mouth opening displacement (CMOD). A similar approach is used in the M(T) specimen. A pin extensometer is placed at the center of the specimen, fixed in two small holes to avoid sliding [16]. The resulting force versus displacement curves are used to calculate the crack closure level. Digital Image Correlation (DIC) is a non-contact full-field measurement technique to measure the total (elastic plus plastic) strain on the surface of the specimen. The capability of DIC to measure total strain is unrivalled. DIC has found increasing application for the study of crack-tip strain fields and it has been possible to extract fracture mechanics information such as closure stresses [17], plastic zone sizes [18], crack opening displacements and effective stress intensity factors at the crack-tip [18]. The crack tip opening displacement (CTOD) can only be measured numerically or analytically. Matos and Nowell [19,20] studied the variation of the first node behind crack tip using numerical and analytical methods. They analysed a M(T) specimen made of Ti-6Al-4V titanium alloy, considering finite element elements with 5 or 10 µm near the crack tip. In numerical studies the CTOD is usually defined as the distance between two points found by intersecting the finite element model with two $(+45^{\circ} \text{ and } -45^{\circ})$ lines originated from the crack tip.

The main objective here is to improve the understanding of fatigue crack growth using the CTOD. This parameter has not been adequately exploited in the context of crack closure and fatigue crack closure, and has a great potential. Specific objectives are the determination of CTOD versus ΔK curves for different materials, with and without contact of crack flanks, and the determination of da/dN versus CTOD curves for materials with known da/dN- ΔK_{eff} curves.

2. NUMERICAL MODEL

A Middle-Tension specimen was studied, having W=60mm and a small thickness (t=0.2 mm) in order to obtain a plane stress state (Figure 1). A straight crack was modelled, with an initial size, a_o , of 5 mm (a_o /W=0.083). The specimen is symmetric about three orthogonal planes and therefore only 1/8 was simulated considering proper boundary conditions. The material considered in this research were the 6016-T4 (σ_{ys} =124MPa) and 6082-T6 (σ_{ys} =238MPa) aluminium alloys. Since Plasticity Induced Crack Closure (PICC) is a plastic deformation based phenomenon, the hardening behavior of the material was carefully modelled. From the experimental data and curve fitting results, for

different constitutive models, it was determined that the mechanical behaviour of this alloy is better represented using an isotropic hardening model described by a Voce type equation combined with a non-linear kinematic hardening model described by a saturation law. An anisotropic yield criterion was considered.



Figure 1. M(T), specimen. (a) Frontal view. (b) Plane strain state. (c) Plane stress state.

The finite element model of the M(T) specimen had a total number of 6639 linear isoparametric elements and 13586 nodes. The finite element mesh was refined near the crack tip, having $8 \times 8 \ \mu m^2$ elements there. Only one layer of elements was considered along the thickness. Crack propagation was simulated by successive debonding of nodes at minimum load. Each crack increment corresponded to one finite element and two load cycles were applied between increments. In each cycle, the crack propagated uniformly over the thickness by releasing both current crack front nodes. The total crack propagation was $\Delta a=1.28$ mm, which corresponds to 160 propagations, each with 8 μ m. A wide range of load cases was considered for a deep understanding of the mechanisms behind PICC.

The opening load, necessary for the determination of the closure level, was obtained considering the contact status of the first node behind the current crack tip, and the contact forces at minimum load along crack flank [21]. In this second approach, the stress intensity factor needed to eliminate each of the contact forces at minimum load is calculated, and the opening load is considered to be the linear summation of all the values. This method involves all the nodes in contact behind crack tip. The CTOD was assumed to be the vertical displacement of the node behind crack tip. The numerical simulations were performed with the Three-Dimensional Elasto-plastic Finite Element program (DD3IMP). This software was originally developed to model deep drawing [22], and was adapted to study PICC due to its great competence in the modelling of plastic deformation. Further details of the numerical procedure may be found in previous publications of the authors [21,23].

3. RESULTS

3.1. Typical curves

Figure 2a presents a typical plot of CTOD versus load, obtained for $\Delta a=1.272$ mm. The remote stress is calculated from the load, F, by dividing the area of cross section: $\sigma = F/A$, being A=30×0.1=3 mm². The crack closes at minimum load (A) and only opens when the load reaches point B, which is the crack opening load. After opening the CTOD increases linearly, but after point C there is some deviation from linearity which indicates plastic deformation. The extrapolation of the linear regime to the maximum load, as is represented, shows that the major part of the deformation is elastic. The decrease of load from point D produces a linear decrease of CTOD. The rate of variation of CTOD in regions DE and BC is similar. After point E, reversed plastic deformation starts and the crack closes again at point F. It is also interesting to note that the crack opening and crack closure levels are slightly different, which is explained by the plastic blunting during loading.

Figure 2b also plots the CTOD versus load, but without contact of crack flanks. There are negative values of CTOD, which indicate that the material is overlapping. Naturally this is only possible in the numerical analysis and has no physical sense. The range of CTOD is therefore significantly higher than with contact. The slope of the elastic regime is however the same with and without contact, since it only depends on the elastic properties of the material, and distance from the crack tip, where the CTOD is measured, as can be seen in equation 4.

3.2. Effect of load parameters

Figure 3a presents the maximum CTOD versus ΔK for different load cases. Without contact of crack flanks there is a well defined relation, which indicates that there is no influence of stress ratio. In other words, without crack closure, fatigue crack propagation only depends on ΔK . This curve is called the master curve. Besides, the existence of a well defined relation between the elastic parameter, ΔK , and a crack tip parameter that is supposed to control da/dN, validates the linear elastic fracture mechanics (LEFM). The results of CTOD versus ΔK with contact show a great scatter. Additionally the values are significantly below the master curve, i.e., the CTOD was supposed to be higher. However, when the same results are plotted versus ΔK_{eff} , the points overlap the master curve. This indicates that the crack closure concept is valid and able

to explain the effect of the contact of crack flanks on crack tip parameters and therefore on da/dN. Figure 3b plots CTOD versus ΔK (or ΔK_{eff}) in log-log scales, and a well defined linear variation can be seen. The slight deviation of the data obtained with contact is explained by the difficulties in defining a crack closure level that effectively quantifies the effect of contact on da/dN. The contact of crack flanks is used here to quantify the crack closure level, and seems to be quite effective.



Figure 2. Typical CTOD versus load plot. (a) With contact of crack flanks. (b) Without contact. (plane stress, $\Delta a=1.272$ mm).

3.3. Effect of material

Figure 4 compares the master curves (free of the influence of crack closure) obtained for two aluminium alloys. The yield stress is 124 MPa for the 6016-T4 AA,

and 238 MPa for the 6082-T6 AA. The CTOD values obtained for the 6082-T6 are of the same order of those for the 6016-T4, which was not expected considering the yield stresses. The elastic CTOD is exactly the same, therefore the difference is due to the plastic deformation. Anyway, a well defined between CTOD and ΔK still exists for the 6082-T6 AA, linear in log-log scales, which validates the LEFM once again.



Figure 3. CTOD versus ΔK or ΔK_{eff} (a) Linear scales. (b) Log-Log representation. (6016-T4 aluminium alloy)

For the 6082-T6, a model of da/dN versus ΔK_{eff} was found in literature [16]:

$$\frac{\mathrm{da}}{\mathrm{dN}} = \mathbf{C} (\Delta \mathbf{K}_{\mathrm{eff}})^{\mathrm{m}}$$
(5)

being m=3.389, C=1.229×10⁻⁷, [da/dN]=mm/cycle and $[\Delta K_{eff}]$ =MPa.m^{0.5}. These constants are valid within the range 2.5< ΔK_{eff} <12 MPa.m^{0.5} [16]. The relation between CTOD and ΔK_{eff} was used to link da/dN with CTOD. Figure 5 shows this relation in log-log scales. A linear variation is evident, which indicates that the CTOD is a viable alternative to ΔK . In fact, it is a crack tip parameter, which quantifies things where they really matter, i.e., where the crack propagation happens. The following relation was found:

$$\frac{da}{dN} = 5.291 \times 10^{-4} (\text{CTOD}_{\text{max}})^{1.185}$$
(6)

This expression is valid for the 6082-T6 aluminium alloy, for plane stress, [da/dN]=mm/cycle and $[CTOD]=\mu m$. The CTOD was measured 8 μm behind crack tip.



Figure 4. Effect of material on master curves.

3. CONCLUSIONS

A numerical study was developed to quantify the CTOD in a M(T) specimen made of aluminium alloy. Typical curves of CTOD versus load were obtained, showing the occurrence of crack closure, the crack opening level, an elastic regime and the plastic blunting. The elastic part of the CTOD is significantly higher than the plastic part for the 6016-T4 aluminium alloy.

Without contact of crack flanks there is a well defined relation between maximum CTOD and ΔK , which indicates that there is no influence of stress ratio, and validates the linear elastic fracture mechanics. With contact of crack flanks, the CTOD is below the values obtained without contact and show a great scatter.

However, when the same results are plotted versus ΔK_{eff} , the points overlap the results obtained without contact of crack flanks. This indicates that the crack closure concept is valid and able to explain the effect of the contact of crack flanks on crack tip parameters and therefore on da/dN. A linear correlation was found between the CTOD and ΔK in log-log scales.

The material, and particularly the yield stress, was found to have a significant influence on CTOD versus ΔK plots. Finally, a linear relation was found between da/dN and CTOD in log-log scales for the 6082-T6 aluminium alloy. This indicates that the CTOD is a viable alternative to ΔK in the analysis of fatigue crack propagation. Further work is however necessary to understand the effect of material, stress state and specimen geometry on the CTOD versus da/dN relation.



Figure 5. da/dN versus CTOD in log-log scales (6082-T6 AA).

ACKNOWLEDGEMENTS

This research is sponsored by FEDER funds through the program COMPETE (under project T449508144-00019113), by Portuguese national funds through FCT – Fundação para a Ciência e a Tecnologia –, under the project PTDC/EMS-PRO/1356/2014, and by Universidad de Málaga, Campus de Excelencia Inernacional Andalucía Tech.

REFERENCES

- P.C. Paris, J. Erdogan, Critical analysis of crack growth propagation laws, J Basic Eng 85D, 528– 34, 1963.
- [2] W. Elber, Fatigue crack closure under cyclic tension, Engng Fracture Mechanics **2**, 37-45 1970.
- [3] M. Lugo, S.R. Daniewicz, The influence of Tstress on plasticity induced crack closure under plane strain conditions, Int J Fatigue 33, 176–185, 2011.
- [4] F.V. Antunes, T. Sousa, R. Branco, L. Correia, Effect of crack closure on non-linear crack tip parameters, Int Journal of Fatigue **71**, 53–63, 2015.
- [5] H. Chen, W. Chen, T. Li, J. Ure, Effect of circular holes on the ratchet limit and crack tip plastic strain range in a centre cracked plate, Engng Fract. Mech 78, 2310–2324, 2011.
- [6] J. Pokluda, Dislocation-based model of plasticity and roughness-induced crack closure, Int Journal of Fatigue **46**, 35-40, 2013.
- [7] B.P. Heung, M.K. Kyung, W.L. Byong, Plastic zone size in fatigue cracking, Int J Pres. Ves. Piping 68, 279–285, 1996.
- [8] J. Zhang, X.D. He, S.Y. Du, Analyses of the fatigue crack propagation process and stress ratio effects using the two parameter method, Int Journal of Fatigue **27**, 1314–1318, 2005.
- [9] P.K. Liaw, S.I. Kwun, M.E. Fine, Plastic work of fatigue propagation in steels and aluminum alloys. Metallurgical Transactions A 12A, 49–55, 1981.
- [10] N.W. Klingbeil, A total dissipated energy theory of fatigue crack growth in ductile solids. Int Journal of Fatigue **25**, 117–128, 2003.
- [11] C. Laird, G.C. Smith, Crack propagation in high stress fatigue, Philos Mag 8, 847–857, 1962.
- [12] R.M.N. Pelloux. Mechanisms of formation of ductile fatigue striations, Trans ASM 62, 281–285, 1969.
- [13] D.J. Nicholls, The relation between crack blunting and fatigue crack growth rates, Fatigue Fract Eng Mater Struct **17(4)**, 459-467, 1994.
- [14] V. Tvergaard, On fatigue crack growth in ductile materials by crack-tip blunting, Journal of the Mechanics and Physics of Solids 52, 2149 – 2166, 2004.

- [15] R. Pippan, W. Grosinger, Fatigue crack closure: From LCF to small scale yielding, International Journal of Fatigue **46**, 41–48, 2013.
- [16] L.P. Borrego, J.M. Ferreira, J.M. Costa, Fatigue crack growth and crack closure in an AlMgSi alloy. Fatigue Fract Eng Mater Struct 24, 255-265, 2001.
- [17] F. Yusof, P. Lopez-Crespo, P.J. Withers, Effect of overload on crack closure in thick and thin specimens via digital image correlation, Int Journal of Fatigue 56, 17-24, 2013.
- [18] P. Lopez-Crespo, A. Shterenlikht, J.R. Yates, E.A. Patterson, P.J. Withers, Some experimental observations on crack closure and crack-tip plasticity, Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures **32**, 418-429, 2009.
- [19] P.F.P. de Matos, D. Nowell, On the accurate assessment of crack opening and closing stresses in plasticity-induced fatigue crack closure problems, Engng Fracture Mechanics 74, 1579– 1601, 2007.
- [20] P.F.P. Matos, D. Nowell, Numerical simulation of plasticity-induced fatigue crack closure with emphasis on the crack growth scheme: 2D and 3D analyses, Engineering Fracture Mechanics 75, 2087–2114, 2008.
- [21] F.V. Antunes, A.G. Chegini, L. Correia, R. Branco, Numerical study of contact forces for crack closure analysis. International Journal of Solids and Structures 51, 1330–1339, 2014.
- [22] L.F. Menezes, C. Teodosiu, Three-Dimensional Numerical Simulation of the Deep-Drawing Process using Solid Finite Elements, J Mat Process Technol 97, 100-106, 2000.
- [23] F.V. Antunes, D.M. Rodrigues, Numerical simulation of plasticity induced crack closure: Identification and discussion of parameters. Eng Fract Mech 75, 3101–3120, 2008.

ANÁLISIS MEDIANTE SIMULACIÓN NUMÉRICA DEL EFECTO DE LAS TRAMPAS MICROESTRUCTURALES EN LA CONCENTRACIÓN DE HIDRÓGENO EN PUNTA DE GRIETA

A. Díaz^{1*}, J. M. Alegre¹, I.I. Cuesta¹

¹Grupo de Integridad Estructural, Universidad de Burgos, Escuela Politécnica Superior. Avenida Cantabria s/n, 09006, Burgos, España ^{*}E-mail: adportugal@ubu.es

RESUMEN

La simulación del fenómeno de la fragilización por hidrógeno en metales requiere conocer perfiles de concentración, especialmente en punta de grieta. Para ello, se emplean modelos de difusión que modifican las tradicionales leyes de Fick mediante la influencia del estado tenso-deformacional. Además, la deformación plástica provoca la creación de trampas microestructurales que retardan la difusión.

Mediante un programa de elementos finitos se modeliza una punta de grieta cuyo campo de tensiones y desplazamientos es descrito por la mecánica de la fractura. Gracias a la analogía de las ecuaciones de la difusión con las de la transmisión de calor, se implementan dichos modelos a través de subrutinas dentro del programa comercial ABAQUS. Empleando teorías clásicas de plasticidad se discute el efecto en la acumulación de hidrógeno de considerar las trampas microestructurales como una función de la deformación plástica equivalente. Además, se implementan unas condiciones de contorno dependientes del estado tensional lo que reproduce de manera más realista la entrada de hidrógeno.

PALABRAS CLAVE: Fragiliazción por hidrógeno, Difusión de hidrógeno, Simulación numérica, Mecánica de la Fractura

ABSTRACT

Hydrogen embrittlement simulation in metals requires knowing concentration profiles, especially in the crack tip. For that purpose, diffusion models that modify the traditional Fick's laws including the influence of the stress-strain state are used. In addition, plastic strain causes the creation of microstructural traps delaying diffusion.

A crack tip, whose field of stresses and displacements is described by fracture mechanics, is modeled using a finite element program. These models are implemented by subroutines in the commercial program ABAQUS by means of the analogy between diffusion equations and heat transfer. Using classical theories of plasticity, the effect of considering microstructural traps as a function of the equivalent plastic strain is discussed. In addition, stress-dependent boundary conditions are implemented, representing hydrogen entry in a more realistic way.

KEYWORDS: Hydrogen embrittlement, Hydrogen diffusion, Numerical simulation, Fracture Mechanics

1. INTRODUCCIÓN

Los metales y sus aleaciones se degradan en presencia de hidrógeno. Uno de estos fenómenos es conocido como fragilización por hidrógeno y los mecanismos que operan a nivel microscópico y atómico aún no están del todo claros. Es de especial interés conseguir modelizar la interacción entre el hidrógeno y el material en punta de grieta ya que el comportamiento a fractura se ve drásticamente afectado. Los modelos de daño, bien sean modelos de daño continuo (Continum Damage Mechanics) o modelos cohesivos (Cohesive Zone Models), deben incorporar por tanto una nueva variable: la concentración de hidrógeno.

El presente artículo tiene como objetivo contribuir a este primer paso para la modelización de la fragilización por hidrógeno, es decir, a obtener unos perfiles precisos de la concentración de hidrógeno en punta de grieta. Para ello se desarrollan las ecuaciones de la difusión partiendo de las leyes de Fick que describen el flujo de hidrógeno debido a un gradiente de concentraciones. A continuación, se muestra como se modifican dichas ecuaciones debido al campo tenso-deformacional (Apartado 2). Para incluir adecuadamente la influencia de las trampas microestructurales, no existe actualmente ningún código por defecto en los programas comerciales de elementos finitos por lo que ha sido necesario desarrollar una subrutina basada en la analogía de la difusión con la transferencia de calor. Se ha verificado este procedimiento reproduciendo una simulación habitual en la bibliografía (Apartado 3) y se ha mejorado incluyendo como condición de contorno una concentración dependiente de la tensión hidrostática (Apartado 4).

2. MODELO NUMÉRICO DE DIFUSIÓN

2.1. Difusión sólida intersticial

La difusión de hidrógeno en forma de impureza intersticial dentro de un metal tiene como fuerza motriz \vec{F} , desde un punto de vista termodinámico, el gradiente del potencial químico [1]:

$$\vec{F} = -\nabla\mu \tag{1}$$

El signo negativo indica que el movimiento neto de los átomos de hidrógeno se produce desde zonas con mayor a menor potencial químico. El flujo de partículas \vec{J} puede ser expresado en función de dicha fuerza motriz, la concentración de hidrógeno *C*, del coeficiente de difusión *D*, la constante de los gases *R* y la temperatura absoluta *T* [2]:

$$\vec{J} = \frac{D}{RT} C \vec{F}$$
(2)

En el modelo de difusión empleado, se pretende emplear la concentración como incógnita a resolver y por tanto, debe expresarse el potencial químico en función de dicha variable. Existen expresiones más o menos complejas, para una solución intersticial sólida, proporcionadas por la mecánica estadística. En general [2, 3]:

$$\mu = \mu^0 + RT \ln \frac{\theta}{1-\theta} - \overline{V}_H \sigma_h \tag{3}$$

Donde μ^0 es el potencial químico en el estado estándar, θ es la ocupación de hidrógeno (igual a la concentración de hidrógeno *C*, dividida entre el número de sitios disponibles por unidad de volumen *N*), \overline{V}_H es el volumen parcial molar del hidrógeno introducido en la red metálica y σ_h es la tensión hidrostática.

Con el objetivo de relacionar el flujo que se establece debido al gradiente del potencial químico con la variación de concentración, se emplea el balance de masa. Suponiendo que no hay fuentes internas de hidrógeno, la variación de concentración en un volumen V debe ser igual al flujo atraviesa la superficie S que envuelve dicho volumen [2]:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{V} C dV + \int_{S} \left\{ \vec{J} \cdot \vec{n} \right\} dS = 0$$
(4)

Donde $\partial / \partial t$ es la derivada respecto al tiempo y \vec{n} es el vector unitario normal a la superficie. Aplicando el teorema de la divergencia e imponiendo que los términos dentro de la integral deben ser nulos, se obtiene la ecuación de balance:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{J} = 0 \tag{5}$$

2.2. Modelo bi-nivel

Toda red cristalina de un metal o aleación tendrá ciertos defectos o irregularidades, denominados trampas microestructurales, que modifican su periodicidad lo que influye decisivamente en la difusión. La inclusión de dichas trampas en el modelo de transporte de hidrógeno puede realizarse de manera implícita definiendo un potencial químico como función del continuo o de manera explícita definiendo una función para cada tipo de sitio de la red [4]. Aquí se ha seleccionado el segundo enfoque, considerando así dos tipos de niveles: el sitio intersticial (subíndice L) y un tipo de trampa (subíndice T).

Así, la concentración total que aparece en la ecuación de balance (5) es igual a la suma de la concentración intersticial más la existente en las trampas $C = C_L + C_T$. El flujo, sin embargo, se toma igual al intersticial, $\vec{J} = \vec{J}_L$, despreciando el flujo macroscópico entre trampas. Esta simplificación solo es válida cuando el salto de hidrógeno es improbable en dichas trampas [4]. De esta forma, se sustituye la expresión del potencial químico μ_L en (3) (con los correspondientes subíndices L) y se obtiene una expresión del flujo en función de la concentración intersticial:

$$\vec{J} = -D_L \nabla C_L + \frac{D_L}{RT} C_L \vec{V}_H \nabla \sigma_h \tag{6}$$

Donde se ha tenido en cuenta que $\theta_L = C_L / N_L \ll 1$. Al ser C_L la función incógnita, para resolver (5) se expresa la variación de concentración total como:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \left(1 + \frac{\partial C_T}{\partial C_L}\right) \frac{\partial C_L}{\partial t}$$
(7)

A continuación deben relacionarese ambas variables mediante suposiciones cinéticas y energéticas. En este trabajo se supondrán condiciones de equilibrio entre las trampas y los intersticios, es decir, el denominado equilibrio de Oriani [5]:

$$\frac{\theta_T}{1 - \theta_T} = \frac{\theta_L}{1 - \theta_L} K_T \tag{8}$$

$$K_T = \exp\left(-\frac{E_b}{RT}\right) \tag{9}$$

Donde K_T es la constante de equilibrio y E_b es la energía de enlace del tipo de trampa respecto al sitio intersticial, $E_b = \mu_T^0 - \mu_L^0$. Teniendo en cuenta que $\theta_T = C_T / N_T$ y que $\theta_L = C_L / N_L \ll 1$ y operando en (8) se obtiene:

$$C_T = \frac{N_T}{1 + \frac{N_L}{C_L K_T}} \tag{10}$$

Al derivar (10) se obtiene la expresión que permite sustituir en (7):

$$\frac{\partial C_T}{\partial C_L} = \frac{C_T \left(1 - \theta_T\right)}{C_L} \tag{11}$$

2.3. Analogía con la transferencia de calor

Debido a la poca versatilidad permitida en las simulaciones de difusión de masa en los programas de elementos finitos, algunos autores han aprovechado la analogía de la transferencia de calor con la difusión para su implementación numérica [6].

Los fenómenos de transporte comparten la forma de sus ecuaciones de balance así como del flujo que se establece. De esta forma, el intercambio de cantidad de movimiento se estudia en problemas de fluidos viscosos, el intercambio de energía en los de transferencia de calor y el intercambio de masa en los de difusión [7]. Este trabajo pone el foco en la analogía entre los dos últimos fenómenos. El balance de energía para un sólido estacionario [7] es análogo a (5):

$$\rho \frac{\partial \hat{U}}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{q} = 0 \tag{12}$$

El flujo de calor \vec{q} dependerá del gradiente de la temperatura mediante la ley de Fourier. Y \hat{U} es la energía interna por unidad de masa. A presión constante se puede definir la relación entre la variación de dicha energía y la temperatura mediante el calor específico:

$$d\hat{U} = c_{p}dT \tag{13}$$

De forma semejante, la variación de concentración total aplicando la regla de la cadena será [8]:

$$dC = \frac{\partial C}{\partial C_L} dC_L + \frac{\partial C}{\partial N_T} \frac{dN_T}{d\varepsilon_p} \frac{\partial \varepsilon^p}{\partial t} dt$$
(14)

Donde ε^{p} es la deformación plástica equivalente. El primer término a la derecha en (14) fue desarrollado en el trabajo pionero de Sofronis y McMeecking [2] y su expresión puede entenderse como la relación entre el coeficiente de difusión intersticial y una difusividad efectiva debida a la influencia de las trampas:

$$\frac{\partial C}{\partial C_L} = 1 + \frac{\partial C_T}{\partial C_L} = \frac{D_L}{D_{eff}}$$
(15)

Esta relación de difusividades D_L / D_{eff} correspondería al calor específico en la transferencia de calor como podemos ver en la Tabla 1 que relaciona las variables de la transferencia de calor con sus análogas en el modelo de difusión.

	n de variables
tarancia da calar	Intiici.

Transferencia de calor	Difusión
Energía interna por ud de masa: \hat{U}	Concentración total: C
Flujo de calor: \vec{q}	Flujo de masa: \vec{J}
Temperatura: T	Concentración intersticial: C_L
Calor específico: c_p	$D_{_L}$ / $D_{_{e\!f\!f}}$
Densidad: ρ	1

Krom *et al.* [8] tienen además en cuenta la influencia de la velocidad de creación de trampas por lo que incluye el segundo término a la derecha en (14) dependiente de la velocidad de deformación plástica equivalente. Sustituyendo (6)(7)(14) y (15) en (5) se obtiene la ecuación global del modelo empleado aquí:

$$\frac{D_{L}}{D_{eff}} \frac{\partial C_{L}}{\partial t} + \theta_{T} \frac{dN_{T}}{d\varepsilon_{p}} \frac{\partial \varepsilon^{p}}{\partial t} - \nabla \cdot (D_{L} \nabla C_{L}) + \nabla \cdot \left(\frac{D_{L}}{RT} C_{L} \overline{V}_{H} \nabla \sigma_{h}\right) = 0$$
(16)

La inclusión de la deformación plástica equivalente en el término incluido por Krom *et al.* se basa en el hecho observado experimentalmente de que la difusivididad efectiva disminuye según aumenta la deformación plástica. Esto se debe a que se crean dislocaciones que actúan como trampas retardando así la difusión. Dicha variable se define según la teoría clásica de plasticidad de Von Mises como:

$$\varepsilon^{p} = \int_{0}^{t} \dot{\varepsilon}^{p} dt \tag{17}$$

Siendo $\dot{\varepsilon}^{p}$ la velocidad de deformación plástica que a su vez depende de la componente plástica D_{ij}^{p} del tensor gradiente de deformaciones:

$$\dot{\varepsilon}^p = \sqrt{\frac{2}{3} D^p_{ij} D^p_{ij}} \tag{18}$$

La relación entre el número de trampas y la deformación plástica equivalente $N_T = N_T(\varepsilon^P)$ se suele obtener de manera experimental mediante ensayos de permeación de hidrógeno [9].

3. SIMULACIÓN MEDIANTE ELEMENTOS FINITOS

3.1. Subrutinas en ABAQUS

La simulación de la difusión de hidrógeno mediante el programa comercial de elementos finitos ABAQUS no permite implementar modelos que incluyan la influencia de las trampas. Sin embargo, existe la posibilidad de ejecutar subrutinas para modificar los modelos existentes.

Aprovechando la analogía con la transferencia de calor descrita en el apartado 2.3 se emplea la subrutina UMATHT donde debe definirse dC en vez de $d\hat{U}$ y \vec{J} en lugar de \vec{q} . Para implementar el gradiente de la tensión hidrostática que aparece en el flujo (6) se debe acceder a la información del material mediante una subrutina USDFLD. El valor de la tensión hidrostática se interpola entre los puntos de integración en el espacio isoparamétrico y mediante las derivadas de las funciones de forma se obtiene su gradiente [10].

3.2. Parámetros de la simulación

El material simulado es hierro α con impurezas ya que es el empleado por Sofronis y McMeeking en su trabajo y reproducido por multitud de autores. Por tanto, todos los parámetros de la simulación se obtienen de dicha referencia [2].

Se supone un endurecimiento isotrópico y el comportamiento elasto-plástico del material se modeliza con una ley potencial [8], siendo la relación entre deformaciones y tensiones ($\varepsilon - \sigma$) uniaxiales:

$$\varepsilon = \begin{cases} \frac{\sigma}{E} & \text{si } \varepsilon \leq \frac{\sigma_{ys}}{E} \\ \frac{\sigma_{ys}}{E} \left(\frac{\sigma}{\sigma_{ys}}\right)^n & \text{si } \varepsilon > \frac{\sigma_{ys}}{E} \end{cases}$$
(19)

Donde *E* es el módulo de Young, σ_{ys} el límite elástico y *n* el coeficiente de endurecimiento. En la Tabla 2 se incluyen los parámetros del material tanto mecánicos (columna izquierda) como relacionados con la difusión (columna derecha).

Tabla 2. Parámetros del material

Ε	207000 MPa	D_L	$1.27 \cdot 10^{-2} mm^2/s$
v	0.3	N_L	$5.1 \cdot 10^{20}$ sitios/mm ⁻³
$\sigma_{_{ys}}$	250 MPa	$\overline{V}_{\!_H}$	2000 mm ³ /mol
п	5	E_b	-60 KJ/mol

La relación $N_T = N_T(\varepsilon^p)$ se ajusta a partir de los ensayos de permeación de hierro α realiazdos por Kumnick y Johnson [11], siendo N_T el número de trampas por metro cúbico:

$$\log N_T = 23.26 - 2.33 \exp(-5.5\varepsilon^p)$$
 (20)

Los parámetros externos son: una temperatura T igual a 300 K y la concentración de hidrógeno C_b en el contorno remarcado en la Figura 2 que es igual a la concentración en equilibrio C_0 igual a $2.08 \cdot 10^{12}$ átomos H/mm⁻³.

3.3. Geometría

Se busca simular condiciones de deformación plana en las que la zona plástica esté confinada (small scale yielding) y por tanto la mecánica de la fractura elástica lineal sea válida. Para reproducir el estado tensional en punta de grieta se sustituye un modelo finito por un material "infinito" y una grieta "semi-infinita" y se aplican de forma remota (en un radio lejano R) los desplazamientos impuestos como condiciones de contorno. Este enfoque es el denominado "boundary layer approach". En deformación plana se tendrá un desplazamiento u_x en la dirección x y uno u_y en la dirección y:

$$\begin{cases} u_x(R,\theta) = K_I \frac{1+\nu}{E} \sqrt{\frac{R}{2\pi}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[2 - 4\nu + 2\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\right] \\ u_y(R,\theta) = K_I \frac{1+\nu}{E} \sqrt{\frac{R}{2\pi}} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[4 - 4\nu + 2\cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\right] \end{cases}$$
(21)

Siendo *R* el radio exterior igual a 0.15 metros y θ el ángulo en radianes desde el plano de grieta (Figura 1).

La carga K_1 , y en consecuencia el estado tensional, aumenta desde 0 hasta su valor máximo 89.2 MPa \sqrt{m} durante los primeros 130 segundos de simulación. A partir de entonces, se mantiene constante hasta las 1419 horas.



Figura 1. Geometría del modelo "boundary layer".

El radio inicial en punta de grieta es igual a la mitad de la apertura de grieta inicial $b_0/2 = 0.01$ mm (Figura 2). Al cumplirse que $R \gg b_0/2$ se está asegurando que los desplazamientos se aplican de manera remota en el contorno.

Respecto al mallado de las referencias [2, 3, 8], se ha realizado un refinado en el presente trabajo con el objetivo de capturar mejor los fenómenos que ocurren en punta de grieta. Para ello, se ha dividido la geometría en dos partes: hasta una distancia de punta de grieta de unos 0.05 mm el lado de los elementos es una dimensión regular e igual a unos 0.0025 mm (Figura 2); a partir de ahí dicha dimensión crece de forma radial mediante un factor igual a 1.286. Este procedimiento da como resultado un total de 4073 nodos y 1308 elementos del tipo CPE8RT (elementos cuadriláteros para deformación plana, de 8 nodos con formulación reducida y empleados para transferencia de calor).



Figura 2. Detalle del mallado en punta de grieta y concentración en el contorno.

Además de los desplazamientos impuestos se impone una condición de contorno mecánica restringiendo el desplazamiento en y del plano de simetría (Figura 1) y una concentración C_b en el contorno de la grieta (Figura 2 en azul).

3.3. Resultados

La distribución de hidrógeno en los intersticios C_L presenta una semejanza con la de la tensión hidrostática, como era previsible, situándose el pico de concentración a unos 0.07 mm desde punta de grieta (Figura 3).



Figura 3. Concentración intersticial en punta de grieta a los 130 s.

Para verificar que el modelo numérico ha sido correctamente implementado en le UMATHT se representan esos resultados (en trazo continuo) a lo largo del eje x (normalizado mediante la apertura de grieta b) en el plano de simetría de grieta y se comparan con los obtenidos por Krom *et al.* [8] (en trazo discontinuo) (Figura 4). Se incluye además el resultado si no se tiene en cuenta el segundo término en (14) para ver la influencia de $\partial \varepsilon^p / \partial t$ en la concentración intersticial. Todos los resultados se ajustan de manera precisa a los obtenidos por Krom *et al.* por lo que se considera validado el modelo implementado en la UMATHT. Las pequeñas diferencias en punta de grieta se deben al refinado del mallado.



Figura 4. Concentración intersticial en punta de grieta (comparación del presente estudio con [8]).

La concentración en trampas C_T se halla una vez obtenida C_L mediante (10). En punta de grieta es aproximadamente 86 veces mayor que C_0 (Figura 5) por lo que tiene un peso mucho mayor en la concentración total $C = C_L + C_T \approx C_T$. Esto se debe a los grandes niveles de deformación plástica en punta de grieta.



Figura 5. Concentración en trampas en punta de grieta (comparación del presente estudio con [8]).

Sin embargo, los mecanismos de daño no serán los mismos en función del sitio donde se encuentre el hidrógeno. Por tanto, en modelos cohesivos o en modelos continuos de daño es necesaria una mayor discusión antes de decidir qué concentración emplear.

4. CONDICIONES DE CONTORNO

4.1. Condición de contorno dependiente del estado tensional

Diversos autores han empleado UMATHT para analizar la difusión de hidrógeno reproduciendo los trabajos previos. Sin embargo, como señalan Di Leo y Anand [3], en gran parte de la bibliografía no se han reproducido las condiciones de contorno de manera realista. Debe tenerse en cuenta que la tensión hidrostática positiva (estado traccionado) reduce el potencial químico (3), es decir, aumenta la solubilidad. Siendo C_0 la concentración en equilibrio en ausencia de estado tensional, proporcionada por la ley de Sievert, la concentración en el contorno será:

$$C_b = C_0 \exp\left(\frac{\bar{V}_H}{RT}\sigma_h\right)$$
(22)

Cuando la condición sea un flujo prescrito en el contorno, también debe introducirse está componente hidrostática [12].

En el presente trabajo se pretenden fusionar dos enfoques: la implementación de unas condiciones de contorno adecuadas según (22) y el empleo de la analogía de transmisión de calor descrito en apartados anteriores. Para ello, además de la UMATHT, se recurre a la subrutina DISP que permite introducir una condición de contorno definida por el usuario. La DISP trabaja con valores nodales mientras que la tensión
hidrostática está calculada en los puntos de integración por lo que deberá realizarse una interpolación mediante las funciones de forma.

4.1. Resultados

Los resultados (Figura 6) concuerdan perfectamente para 1419 horas y con una ligera desviación a los 130 segundos con los obtenidos por Di Leo y Anand empleado el potencial químico como condición de contorno [3]. Lo más destacable es que suponen un aumento considerable en la concentración intersticial respecto a las simulaciones que no consideran el estado tensional en las condiciones de contorno.



Figura 6. Concentración intersticial en punta de grieta empleando la condición de contorno de (22) (comparación del presente estudio con [3]).

5. CONCLUSIONES

Las trampas microestructurales implican un retraso en la difusión, es decir, un coeficiente de difusión aparente menor al teórico. Por otra parte, el hidrógeno se acumula en las trampas en punta de grieta, como puede verse en la Figura 5, debido a la presencia de una deformación plástica importante con la consecuente creación de trampas. Debido a la cinética de difusión en las trampas, es necesario considerar también la velocidad a la que se crean, siendo este hecho decisivo para velocidades de deformación altas.

A pesar de su utilidad en describir el transporte de hidrógeno en punta de grieta, el modelo empleado en el presente trabajo presenta una serie de limitaciones que sirven como horizonte para futuras investigaciones. El modelo matemático de difusión de hidrógeno y su aplicación en elementos finitos debe avanzar hacia la implementación de diversas mejoras: teorías más avanzadas de plasticidad ("Strain Gradient Plasticity"), formulación de la mecánica de la fractura elastoplástica, condiciones de contorno generalizadas, influencia de los gradientes de temperatura (modelo no isotermo), cinética de intercambio de trampas fuera del equilibrio, transporte de hidrógeno por el movimiento de dislocaciones, etc.

Con todo, se ha demostrado que es posible aprovechar la analogía entre la difusión y la transmisión de calor para desarrollar una subrutina de elementos finitos que simule la influencia de las trampas microestructurales. Además, se ha comprobado que no es necesario acudir al potencial químico como variable para representar adecuadamente las condiciones de contorno dependientes del estado tensional.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer la financiación recibida del proyecto MCI Ref: MAT2014-58738-C3-2-R.

REFERENCIAS

[1] J. Wijmans, R. Baker, The solution-diffusion model: a review, *Journal of membrane science* **107**, 1-21, 1995.

[2] P. Sofronis, R. McMeeking, Numerical analysis of hydrogen transport near a blunting crack tip, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* **37**, 317-350, 1989.

[3] C.V. Di Leo, L. Anand, Hydrogen in metals: A coupled theory for species diffusion and large elastic–plastic deformations, *International Journal of Plasticity* **43**, 42-69, 2013.

[4] J. Toribio, V. Kharin, A Critical Review of Existing Hydrogen Diffusion Models Accounting for Different Physical Variables, *Solid State Phenomena*, **225**, 13-18, 2014.

[5] R.A. Oriani, The diffusion and trapping of hydrogen in steel, *Acta Metallurgica* 18, 147-157, 1970.
[6] C.-S. Oh, Y.-J. Kim, K.-B. Yoon, Coupled analysis of hydrogen transport using ABAQUS, *Journal of Solid Mechanics and Materials Engineering* 4, 908-917, 2010.

[7] R.B. Bird, W.E. Stewart, E.N. Lightfoot. Transport Phenomena, John Wiley & Sons, 2007.

[8] A.H.M. Krom, R.W.J. Koers, A. Bakker, Hydrogen transport near a blunting crack tip, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* **47**, 971-992, 1999.

[9] ISO 17081:2014. Method of measurement of hydrogen permeation and determination of hydrogen uptake and transport in metals by an electrochemical technique.

[10] E. Martínez-Pañeda, C. Betegón. Modeling damage and fracture within strain-gradient plasticity, *International Journal of Solids and Structures* **59**, 208-215, 2015.

[11] A. Kumnick, H. Johnson, Deep trapping states for hydrogen in deformed iron, *Acta Metallurgica* **28**, 33-39, 1980.

[12] A. Turnbull, D.H. Ferriss, H. Anzai, Modelling of the hydrogen distribution at a crack tip, *Materials Science and Engineering: A* **206**, 1-13, 1996.

INFLUENCIA DEL CONTENIDO DE FIBRA DE ACERO EN EL COMPORTAMIENTO A FATIGA EN COMPRESIÓN DE HORMIGÓN AUTOCOMPACTANTE

E. Poveda¹*, G. Ruiz¹, H. Cifuentes², R. C. Yu¹, X. X. Zhang¹

 ¹ E.T.S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, Universidad de Castilla-La Mancha Avenida Camilo José Cela s/n, 13071 Ciudad Real, Tfno: 926 295 300 Ext. 6311
 ² E.T.S. de Ingenieros, Universidad de Sevilla. Camino de los Descubrimientos s/n, 41092, Sevilla *Correo-e: elisa.poveda@uclm.es

RESUMEN

En este trabajo presentamos una reciente campaña experimental para evaluar la influencia del contenido de fibras de acero en el comportamiento a fatiga en compresión del hormigón autocompactante reforzado con fibras. Para ello, estudiamos cinco contenidos diferentes de fibras, que van desde el hormigón en masa hasta un 0.8 % en volumen, manteniendo la misma matriz de hormigón. En los ensayos de compresión estáticos no existe una contribución significativa de las fibras en el pico de carga. Por el contrario, en los ensayos de fatiga, se observa un comportamiento beneficioso de las fibras, que se traduce en una mayor vida a fatiga. La vida a fatiga más larga no se produce con el mayor contenido de fibras de acero, sino con un contenido intermedio (0.6 %). Ello se atribuye a que la alta presencia de fibras modifica la estructura de la matriz de hormigón y genera imperfecciones que favorecen el daño en fatiga.

ABSTRACT

In this work we present a recent experimental campaign to evaluate the influence of steel-fiber content in a self-compacting concrete under compressive fatigue loading. Five different fiber contents, from 0.0% (plain concrete) to 0.8% by volume, all sharing the same concrete matrix, have been studied. The results of monotonic tests show that there is not a significant contribution of the fiber content to the peak load. On the contrary, fatigue life increases in steel fiber reinforced concrete as compared to that in plain concrete. The longest fatigue life is achieved for a steel fiber content of 0.6% by volume, instead of the maximum fiber content studied in this research. This is attributed to modifications in the matrix due to the presence of fibers, pores and other imperfections that facilitate the generation of fatigue damage.

PALABRAS CLAVE: Hormigón reforzado con fibras, fatiga, compresión.

1. INTRODUCCIÓN

El hormigón reforzado con fibras es un material compuesto en el que las fibras están aleatoriamente orientadas y distribuidas en la matriz de hormigón. Las fibras controlan la fisuración y mejoran el comportamiento a flexotracción. Sus beneficios en tracción están suficientemente probados en la bibliografía científica. A este respecto, Johnston *et al.* [1] estudiaron la influencia del contenido de fibra en fatiga a flexión para una amplia variedad de composiciones, concluyendo que el factor determinante para las curvas S-N es el contenido de fibras.

Sin embargo, en compresión no existe una amplia bibliografía experimental sobre la influencia del contenido de fibras, y la poca que hay, abarca una escasa variedad de composiciones [2-4] o un número muy reducido de ensayos [5,6]. Para una misma dosificación de hormigón, Cachim et al. [4] se centran en el comportamiento en fatiga en compresión de dos tipos de fibras de diferente longitud, concluyendo que la fibra más corta, 30 mm de longitud, da mejor resultado a fatiga. Ahmed et al. [7] aunque estudian dos composiciones diferentes y dos tipos de fibra, fibra lisa y con extremos en forma de gancho, destacan el mejor comportamiento de la fibra con gancho, sin extraer conclusiones relevantes sobre el contenido de fibra. Medeiros et al. [2] estudiaron fibras de diferentes materiales, resaltando la influencia de las fibras en el comportamiento a fatiga en compresión para frecuencias bajas, inferiores a 1 Hz, pero no siendo objeto de estudio la cuantía. Grzybowski and Meyer [5], sin detallar la frecuencia de sus ensayos, estudiaron la influencia de la cuantía de fibras de acero y polipropileno en diferentes escalones de carga. Sin embargo, debido a la amplia variedad de los ensayos abarcados, el número de probetas resultó ser insuficiente para extraer conclusiones significativas, aunque destacaban que podía existir un óptimo en el contenido de fibra inferior a 0.25 % en volumen. Además, aunque intentaron mantener la misma matriz en todos sus hormigones, la falta de docilidad hizo necesario añadir superplastificante en las dosificaciones últimas. Por ello, en esta investigación se ha diseñado una matriz autocompactante muy robusta tanto para cuantías de fibras altas como bajas. Nuestro objetivo principal es determinar el contenido de fibra óptimo, lo cual puede suponer un ahorro considerable en la industria, donde cada vez más, un mayor número de aplicaciones tienden a la sustitución de la armadura total o parcialmente, por fibra de acero. Para resaltar la contribución de las fibras, nuestros ensayos de fatiga se realizan a una frecuencia baja, inferior a 1 Hz [2].

El artículo tiene la siguiente estructura: en la Sección 2 se describe el programa experimental realizado. Se explican en primer lugar las características de los hormigones utilizados y, luego, la forma en la que se han realizado los ensayos. La Sección 3 ordena los resultados y presenta un análisis de los mismos. Finalmente, en la Sección 4 resumimos la investigación y extraemos las conclusiones más relevantes.

2. PROGRAMA EXPERIMENTAL

2.1. Hormigones autocompactantes con fibras

Los hormigones estudiados en esta investigación han sido diseñados y fabricados para el estudio de la influencia del contenido de fibra en diferentes propiedades mecánicas, manteniendo la misma matriz de hormigón en todos ellos y variando el contenido de fibra. La dosificación de la matriz de hormigón se muestra en la Tabla 1. La fibra empleada es de acero HE 55/35 de ArcelorMittal, de longitud 35 mm y diámetro 0.55 mm, con extremos en gancho, ver Fig. 1. La nomenclatura adoptada y el contenido de fibra para las cinco composiciones se muestra en la Tabla 2. Para determinar la resistencia a la segregación, estabilidad y migración de aire del hormigón autocompactante, se realiza el ensayo de extensión de flujo, siguiendo la normativa UNE-EN 12350-2. Los valores de este ensayo aparecen reflejados en la tabla anterior, siendo T_{50} el tiempo que tarda el hormigón en alcanzar un círculo de 500 mm de diámetro tras levantar el cono de Abrams y d_f el diámetro medio de la torta circular que forma la pasta cuando se deja fluir libremente. Todas las amasadas se encuentran dentro de los límites de un hormigón autocompactante con la misma dosificación y sin recurrir a variaciones en la cantidad de superplastificante que pueden alterar la matriz.



Figura 1: Fibras de acero empleadas.

Desde el punto de vista mecánico, se han realizado diferentes ensayos de caracterización. En la Tabla 3 se dan los resultados obtenidos en los ensayos de caracterización mecánica estándar llevados a cabo sobre probeta cilíndrica de 100×200 mm (diámetro×altura): módulo de elasticidad, E_c , resistencia a compresión, f_c , y resistencia a tracción indirecta, f_t , y sobre probeta prismática de 100×100 mm de sección, y 400 mm de longitud, para medir la energía de fractura siguiendo el procedimiento de ensayo recomendado por la RILEM [8] con las mejoras propuestas por Planas, Guinea y Elices [9–11]. Además del valor medio de cuatro ensayos, entre paréntesis se indica la desviación estándar.

Tabla 1: Dosificación de la matriz de hormigón.

Componentes	Contenido
	(kg/m ³)
CEM II/B-L 32.5 R	360
Gravilla 0/6	530
Arena silícea 0/2	200
Arena caliza 0/2	975
MasterGlenium SKY 886	6.4
Agua	222

Tabla 2: Nomenclatura, contenido de fibra y valores del ensayo de extensión de flujo.

Nomenclatura	Contenido fibra	T_{50}	d_f
	(kg/m ³)	(s)	(mm)
H00	0	1.24	79
H15	15	1.19	77
H30	30	1.27	77
H45	45	1.44	75
H60	60	2.80	58

	H00	H15	H30	H45	H60
f_c (MPa)	31.6 (0.7)	32.5 (0.3)	30.7 (0.7)	32.1 (1.1)	30.3 (0.3)
f_t (MPa)	3.1 (0.2)	_	_	_	_
E (GPa)	18.5 (1.2)	19.4 (0.6)	18.5 (0.5)	18.3 (0.2)	19.0 (0.5)
G_f (N/m)	87 (10)	_	_	_	_
ν	0.17 (0.01)	0.17 (0.00)	0.18 (0.01)	0.16 (0.01)	0.18 (0.01)
ρ (kg/m ³)	2310 (30)	2310 (10)	2280 (20)	2300 (20)	2280 (10)

Tabla 3: Propiedades mecánicas de los hormigones utilizados.

2.2. Ensayos de resistencia residual a flexotracción

Para medir la resistencia residual a flexotracción del hormigón reforzado con fibras realizamos ensavos de flexión en tres puntos sobre probetas prismáticas de 100×100 mm de sección y 400 mm de longitud, entalladas hasta 1/6 del canto, siguiendo la norma UNE-EN 14651. Para la medida de la apertura de fisura en la punta de la entalla (CMOD), se utiliza un extensómetro resistivo de tipo clip colocado debajo de la probeta y centrado en la entalla. La Fig. 2 muestra una de las probetas lista para ser ensayada. Se han ensayado cuatro probetas para cada tipo de hormigón. Además, para comprobar la homogeneidad del amasado, se han contado por sectores las fibras tras la rotura de la probeta, obteniendo una distribución uniforme en cada cuadrante y que, como es lógico, aumenta con el contenido de fibra.



Figura 2: Ensayo de flexión en tres puntos.

2.3. Ensayos de compresión

La resistencia a compresión de referencia, usada para definir los umbrales de fatiga, se obtiene con el mismo tipo de probeta usado en los ensayos de carga cíclica. Son cubos de 100 mm de lado, cortados a partir de prismas de 100×100 mm de sección y 400 mm de longitud. Las caras del cubo en contacto con los platos de compresión de la máquina fueron las correspondientes a los laterales del molde, para asegurar la misma orientación de la fibra en todos los ensayos. Además, se eligió el mismo número de probetas del centro del molde y de los extremos para comprobar si la posición del cubo afectaba a los resultados. Los ensayos se realizaron siguiendo las recomendaciones de las normas UNE 83-304 v ASTM C39, empleando una velocidad de solicitación de 0.3 MPa/s. Para determinar la resistencia a compresión f_c media se realizaron 6 ensayos por amasada, obteniendo una desviación típica de la media inferior al 3 %, luego no existe influencia en los resultados de la posición del cubo respecto al molde.

2.4. Ensayos de fatiga

Los ensayos de fatiga se llevaron a cabo sobre probetas cúbicas de 100 mm de lado. Al igual que los cubos ensayados para obtener la resistencia a compresión de referencia, se obtuvieron por corte a partir de prismas de 100×100 mm de sección y 400 mm de longitud. Las probetas se sometieron a ensayos de fatiga en compresión con ciclos de carga de amplitud constante. Los ensayos se realizan en control de amplitud de carga, siguiendo tres etapas: precarga inicial de la probeta, con la rótula de la máquina de ensayos suelta, a una velocidad de 100 kN/min hasta alcanzar 2/3 de la carga media del ciclo, tras lo que se fija la rótula de la máquina; precarga final, a la misma velocidad de aplicación de la carga anterior, hasta alcanzar la carga media; y por último ciclos de fatiga de amplitud de carga constante, a la frecuencia de aplicación de la carga y relación de cargas seleccionadas. Para estos ensavos hemos utilizado una frecuencia de f = 1/25 Hz y un escalón tensional para una previsión de fallo de 1000 ciclos basándonos en las ecuaciones del Código Modelo [12]: $\sigma_{max} = 87 \% f_c$; R = 0.27, siendo σ_{max} la tensión máxima aplicada en los ensayos de fatiga, expresada como un porcentaje de la resistencia a compresión media sobre cubos de cada amasada, y R la relación entre la tensión mínima y máxima. Por cada amasada se realizaron 12 ensayos.

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

3.1. Variación de las propiedades mecánicas estáticas en función del contenido de fibra

La Fig. 3 muestra una selección de curvas tensión-CMOD del ensayo a flexotracción del hormigón reforzado con fibras. Se trata de una curva representativa para cada tipo de hormigón. Cada curva de este tipo permite obtener un valor de resistencia a flexotracción por hormigón, f_t , así como de resistencia residual a flexotracción, f_R . Los valores medios para cada hormigón se ordenan en la Tabla 4. Las resistencias residuales f_{R1} , f_{R2} , f_{R3} y f_{R4} corresponden a los valores de tensión para los que se tiene un CMOD de 0.5 mm, 1.5 mm, 2.5 mm y 3.5 mm, respectivamente.

Como se puede observar, el aumento en el contenido de fibra en general mejora la resistencia a flexotracción salvo en el H45, en el que se da un ligero descenso y cuyo valor es equiparable al de menor dosificación de fibra. Si comparamos la dosificación de 60 kg/m³ con la de menor contenido de fibra, obtenemos un incremento de la resistencia a flexotracción del 15 %. Con respecto al comportamiento post-pico obtenido de resistencia residual, el aumento en el contenido de fibra mejora considerablemente el comportamiento, aunque determinadas dosificaciones de fibra producen unos valores semejantes de resistencia residual. El hormigón con dosificación de fibra de 45 kg/m³ no produce mejora respecto al de 30 kg/m³, pero sí respecto al de 15 kg/m³.



Figura 3: Comparación curvas tensión-CMOD

Tabla 4: Resistencia residual a flexotracción.

	f_t	f_{R1}	f_{R2}	f_{R3}	f_{R4}
	(MPa)	(MPa)	(MPa)	(MPa)	(MPa)
H15	4.6	1.7	1.7	1.7	1.5
H30	5.1	4.4	4.4	4.1	3.6
H45	4.7	4.0	4.2	3.8	3.5
H60	5.4	5.2	5.2	4.8	4.1

Con respecto al comportamiento estático en compresión, la Fig. 4 representa una curva tensióndeformación media para cada amasada. La contribución de las fibras se manifiesta en un ablandamiento más suave en los hormigones reforzados con fibras (HRF en la Fig. 4) que en el hormigón en masa (HM). Sin embargo, no existe una mejora significativa al aumentar la cuantía de fibra en el comportamiento post-pico. Por otro lado, si observamos el pico de carga, vemos que incluso hay cuantías que conducen a una menor f_c . La de mayor cuantía, por ejemplo, provoca una reducción del pico de carga, hecho que también observamos en los ensayos de caracterización del apartado anterior.



Figura 4: Resultados ensayo de compresión en probeta cúbica.

3.2. Variación del comportamiento a fatiga en función del contenido de fibra

La Fig. 5 representa gráficamente el comportamiento a fatiga de cada tipo de hormigón. Falta el hormigón H15 porque, debido a una avería de la máquina, no se han realizado los ensayos todavía. También faltan algunos ensayos correspondientes al H30 para completar la serie de 12 ensayos, por lo que la tendencia es aproximada para este tipo de hormigón. En esta figura mostramos la probabilidad de fallo, *PF*, respecto al logaritmo del número de ciclos, N, obtenidos experimentalmente. Además, para cada hormigón dibujamos la curva correspondiente a la distribución normal del ajuste, cuyos parámetros aparecen reflejados en la Tabla 5. Para cada hormigón damos la media y su desviación estándar entre paréntesis. Como puede observarse, el hormigón reforzado con fibras mejora el comportamiento a fatiga respecto al hormigón en masa, aunque aumenta la dispersión en los resultados. Cabe destacar que el que resiste un mayor número de ciclos es el H45, por lo que la mayor vida a fatiga no se produce con el hormigón con un mayor contenido de fibra (H60), sino con un contenido intermedio, debido a que la alta presencia de fibras distorsiona la matriz y puede crear huecos. De hecho, el H60, aunque con poca diferencia, tiene una menor densidad. Estos huecos o poros en la matriz pueden favorecer la iniciación de grietas en fatiga.



Figura 5: Número de ciclos resistidos para los diferentes hormigones.

Tabla 5: Logaritmo del número de ciclos resistidos en fatiga por amasada.



Figura 6: Curva deformación frente al número de ciclos.

Respecto a la deformación, la curva de fluencia en fatiga representa la evolución de la deformación máxima frente al número de ciclos, ver Fig. 6. En este tipo de curvas hay tres etapas bien diferenciadas: la primera parte consiste en un rápido incremento de la deformación y puede llegar hasta el 15 % del numero de ciclos; posteriormente comienza la segunda etapa, que refleja un incremento de la deformación aproximandamente lineal respecto al número de ciclos; y finalmente hay un brusco incremento de la velocidad de deformación hasta que se produce la rotura. En la segunda etapa existe una relación lineal en escala logarítmica entre la velocidad de deformación secundaria, $\dot{\varepsilon}$ y el número de ciclos que la probeta es capaz de soportar [2]. La Fig. 7 representa la evolución de la velocidad de deformación secundaria para cada amasada, ajustando los resultados a una recta de tendencia mediante regresión lineal. Estas rectas para el H00 y el H45 están muy próximas, mientras que la del H60 se aleja más, lo que refuerza la teoría del cambio de comportamiento como consecuencia de la distorsión de la matriz. La tabla 6 muestra los valores obtenidos de las ecuaciones de regresión. En ella se aprecia que el coeficiente de correlación, r², es superior a 0.98 para el H00 y el H45, obteniendo más dispersión en el H60. Además, los tres hormigones representados tienen la misma pendiente, hecho destacado por otros investigadores [2,4].

Tabla 6: Ajuste de regresión de la velocidad de deformación secundaria para $\log \dot{\varepsilon} = \log \dot{\varepsilon}_i + s \log N$.

	s	$\log \dot{\varepsilon}_i$	r^2
H00	-0.884	-3.846	0.988
H45	-0.880	-3.801	0.989
H60	-0.888	-3.659	0.978



Figura 7: Velocidad de deformación secundaria respecto al número de ciclos para cada amasada.

4. CONCLUSIONES

Hemos estudiado la influencia de la cuantía de fibras en el hormigón reforzado con fibras de acero en diferentes propiedades mecánicas, fundamentalmente en fatiga. Para ello se diseñaron y fabricaron cinco tipos de hormigones autocompactantes de diferente contenido de fibras, manteniendo la misma matriz de hormigón. En comportamiento estático las fibras no producen una mejora significativa de resistencia, ni a flexotracción ni a compresión. Respecto al comportamiento en flexotracción, el aumento en el contenido de fibra mejora el comportamiento post-pico, aunque determinadas cuantías producen unos valores semejantes de resistencia residual. En compresión, el hormigón reforzado con fibras mejora el comportamiento tras el pico de carga, pero el aumento en cuantía de fibra no consigue ningún beneficio adicional.

El hormigón reforzado con fibras de acero mejora considerablemente el comportamiento a fatiga en compresión, ya que aumenta la vida a fatiga. La dosificación que resiste mayor número de ciclos es una de las de contenido intermedio, la de 45 kg/m³. Un aumento en el contenido de fibras respecto al contenido óptimo no solo conduce a mayores costes de fabricación, sino que lleva a un detrimento de la vida en fatiga. Finalmente, la dosificación de mayor cuantía de fibra produce peores resultados en compresión, ya que en carga estática produce una reducción de la resistencia a compresión, y en fatiga, un menor número de ciclos resistidos, quizás debido a que el mayor contenido de fibras distorsiona la matriz y produce poros e imperfecciones en el material que favorecen la iniciación de grietas.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen la ayuda recibida a través del proyecto BIA2015-68678-C2-R, así como a la empresa BASF la entrega del superplastificante.

REFERENCIAS

- [1] C.D. Johnston and R.W. Zemp. Flexural fatigue performance of steel fiber reinforced concrete. Influence of fiber content, aspect ratio, and type. *ACI Materials Journal*, 88(4):374– 383, 1991.
- [2] A. Medeiros, X.X. Zhang, G. Ruiz, R.C. Yu, and M.S.L. Velasco. Effect of the loading frequency on the compressive fatigue behavior of

plain and fiber reinforced concrete. *Internatio*nal Journal of Fatigue, 70:342–350, 2015.

- [3] L. Saucedo, R.C. Yu, A. Medeiros, X.X. Zhang, and G. Ruiz. A probabilistic fatigue model based on the initial distribution to consider frequency efect in plain and fiber reinforced concrete. *International Journal of Fatigue*, 48:308–318, 2013.
- [4] P. B. Cachim, J.A. Figueiras, and P.A.A Pereira. Fatigue behavior of fiber-reinforced concrete in compression. *Cement and Concrete Composites*, 24(2):211 – 217, 2002.
- [5] M. Grzybowski and C. Meyer. Damage accumulation in concrete with and without fiber reinforcement. *American Concrete Institute Journal*, Nov.-Dec.:594–604, 1993.
- [6] T. Paskova and Meyer C. Low-cycle fatigue of plain and fiber reinforced concrete. *American Concrete Institute Journal*, July-Aug.:273–285, 1997.
- [7] R.S. Ahmed, A. Gupta, and S. Krshnamoorthy. Influence of steel fibers in fatigue resistance of concrete in direct compression. *ACI Materials Journal*, 12(2):172–179, 2000.
- [8] RILEM TC 50-FMC. Determination of the fracture energy of mortar and concrete by means of three-point bend tests. *Materials and Structures*, 18:285–290, 1985. Draft recomendation, Fracture Mechanics of Concrete.
- [9] J. Planas, M. Elices, and G.V. Guinea. Measurement of the fracture energy using 3point bend tests. Part 2 - Influence of bulk energy-dissipation. *Materials and Structures*, 25(149):305–312, 1992.
- [10] G.V. Guinea, J. Planas, and M. Elices. Measurement of the fracture energy using 3-point bend tests: Part 1 Influence of experimental procedures. *Materials and Structures*, 25(148):212–218, 1992.
- [11] M. Elices, G.V. Guinea, and J. Planas. Measurement of the fracture energy using 3-point bend tests: Part 3 Influence of cutting the $P \delta$ tail. *Materials and Structures*, 25(150):327–334, 1992.
- [12] *Model Code 2010, Final Draft. fib* Bulletin N.65 and 66, EPFL Laussanne.

APLICACIÓN DE UN MODELO PROBABILÍSTICO AL COMPORTAMIENTO EN FATIGA POR FLEXOTRACCIÓN DE HORMIGONES REFORZADOS CON FIBRAS DE ACERO

José D. Ríos1*, Héctor Cifuentes1, Rena C. Yu2**, Gonzalo Ruiz2

¹Grupo de Estructuras, ETS Ingeniería (Universidad de Sevilla) Camino de los Descubrimientos s/n, 41092 Sevilla

* E-mail: jdrios@us.es

²ETSI de Caminos, C. y P. (Universidad de Castilla-La Mancha) Avenida Camilo José Cela s/n, 13071 Ciudad Real

** E-mail: rena@uclm.es

RESUMEN

En este trabajo se analiza la aplicación de un modelo probabilístico de fallo por fatiga a flexotracción de hormigones reforzados con fibras de acero. Para ello, se ha realizado un exhaustivo estudio bibliográfico de los datos disponibles para este tipo de ensayo y hormigones. El modelo está basado en la caracterización del comportamiento estático del material mediante una distribución de Weibull y ha sido desarrollado previamente para casos de fatiga por compresión. El objetivo principal del trabajo es la validación de la aplicación del modelo probabilístico para hormigones autocompactantes reforzados con fibras de acero, con diferente contenido en volumen y longitudes de fibras, así como estados de carga cíclica. A través de los resultados obtenidos, se estudia el efecto de esos factores en la dispersión estadística a fatiga de hormigones reforzados con fibras así como el análisis de la precisión del modelo probabilístico aplicado.

PALABRAS CLAVE: Modelo probabilístico, fatiga en hormigón, cargas de flexión.

ABSTRACT

In this work, a probabilistic fatigue model is applied to analyse the flexural fatigues tests for steel fiber-reinforced concretes collected from the literature. The model is based on characterizing the static behaviour of material by means of a Weibull distribution and was previously developed for predicting the fatigue life under compressive loading. The objective of this paper is to assess the applicability of this probabilistic model to self-compacting concrete reinforced with steel fibres by varying fiber volume fractions, fibre length and stress level. From the results obtained, it is confirmed that the aforementioned probabilistic model is able to capture the life cycles of flexural fatigue for all the experimental data considered.

KEYWORDS: Probabilistic model, fatigue in concrete, flexural loading.

1. INTRODUCCIÓN

La adición de fibras de acero al hormigón mejora notablmente sus propiedades mecánicas, especialmente frente a esfuerzos de tracción/flexo-tracción, lo que ha generado que sean utilizados en aplicaciones predominantemente reservadas hasta el momento al acero. Así, surge la necesidad de estudiar el comportamiento de estos elementos frente a situaciones habituales en estructuras de acero, como la fatiga [1]. Por otro lado, la aplicación de hormigones de altas prestaciones conlleva a una mejora de la resistencia a tracción de los mismos y hace que en el estudio del comportamiento frente a esfuerzos de tracción y flexotracción de estos hormigones sea interesante tener en cuenta su contribución frente a solicitaciones de tracción.

En este trabajo se analiza la aplicación de un modelo probabilístico de fallo a fatiga desarrollado por Saucedo et al [1] a hormigones reforzados con fibras de acero sometidos a cargas cíclicas de flexotracción. Dicho modelo probabilístico ha sido de aplicación en ensayos de compresión [1] y flexotracción [2] con satisfactorios resultados. El modelo se basa en la caracterización estática del material como una distribución de Weibull y en un modelo de fatiga que tiene en cuenta el efecto de la frecuencia de carga en el comportamiento del material. Una extensa batería de ensayos han sido recopilados de la bibliografía para hormigones reforzados con fibras, con diferentes longitudes de fibras y volúmenes, así como condiciones de carga para la aplicación de dicho modelo.

Los resultados obtenidos muestran una adecuada precisión en la adaptación del modelo probabilístico a los resultados experimentales de fatiga a flexotracción, haciendo de ésta una herramienta útil para el estudio de la fatiga en hormigones reforzados con fibras de acero.

2. DESCRIPCIÓN DE LOS ENSAYOS

Los datos recopilados en este documento pertenecen a un trabajo experimental realizado por Mohammadi y Kaushik [3] para el estudio de la distribución de la vida a fatiga de hormigones en masa y reforzados con fibras de acero con diferente contenido en volumen y tamaño. El contenido de fibras varía en 1%, 1,5% y 2% en volumen, para dos tamaños de longitud de fibras diferente de 25 mm y 50 mm. Para caracterizar el material y definir las condiciones específicas de los ensayos dinámicos se realizaron previamente una batería de ensayos estáticos de flexotracción en tres puntos de probetas de $100 \times 100 \times 500$ mm. Los resultados de las resistencias medias estáticas se encuentran en la Tabla 1 para cada tipo de hormigón.

Tipo de Hormigón	Volumen de fibras V _f (%)	resist. media flexión estática (MPa)
sin fibras	0 (DSF)	5.35
con fibras de 50 mm, acero	1 (DF1-50)	7.50
	1.5 (DF1.5-50)	9.44
	2 (DF2-50)	10.72
con fibras de 25 mm, acero	1(DF1-25)	7.16
	1.5 (DF1.5-25)	7.73
	2 (DF2-25)	8.11

Tabla 1. Valores estáticos de resistencia a flexión

En cuanto a los ensayos de fatiga, las probetas eran de iguales dimensiones a las del caso estático, $100 \times 100 \times 500$ mm, al igual que el tipo de ensayo, siendo éste de flexión en tres puntos. La relación de tensión, *R*, se mantuvo

constante en 0.1 para todos los ensayos al igual que la frecuencia de aplicación de la carga, siendo ésta de 20 Hz. Sin embargo, en aras de obtener mayor información del comportamiento a fatiga para diferentes niveles de carga y realizar un posterior ajuste del modelo, se realizaron series de ensayos de carga cíclica para niveles de tensión variables entre S=0.9-0.7.

3. APLICACIÓN DEL MODELO PROBABILÍSTICO

El modelo probabilístico fue desarrollado por Saucedo et al. [1] para el estudio del comportamiento a fatiga por compresión y aplicado por Cifuentes et al. [2] para el estudio de la fatiga por flexotracción. Este modelo tiene en cuenta el efecto del comportamiento estático del material, la frecuencia de carga y la relación de tensiones R. En este estudio se analiza la aplicabilidad de dicho modelo a hormigones reforzados con fibras de acero para una misma frecuencia de carga y relación de tensión, *R*.

El modelo probabilístico está basado en una ley de distribución de fallo por fatiga que contempla la posibilidad de fallo para un determinado número de ciclos en función de varios factores, principalmente la frecuencia de la carga [1].

En la ecuación (1) se muestra la forma de la función de distribución para el caso de carga estática:

$$PF(\sigma_{f0}) = 1 - exp\left[-\left(\frac{\sigma_{f0} - \sigma_{min0}}{\lambda}\right)^{k}\right]$$
(1)

para $\sigma_{f0} \geq \sigma_{min0}$

Dicha ecuación muestra la probabilidad de fallo de una probeta para una tensión, σ_{f0} , mayor o igual que un determinado valor para el que no se produce efecto de la carga cíclica, σ_{min0} , obtenido en el ensayo estático. Los parámetros, λ y k, factor de escala y experimental respectivamente, pueden obtenerse mediante ajuste experimental.

Si se considera la aplicación de una carga cíclica a una frecuencia, f, se puede relacionar el nivel tensional del ensayo dinámico con el correspondiente al ensayo estático mediante la ecuación (2) dada en [1]:

$$\frac{f_{cd}}{f_{c0}} = \left(\frac{\dot{\sigma}_d}{\dot{\sigma}_0}\right)^{\alpha} \tag{2}$$

Donde, $\dot{\sigma}_d$ y $\dot{\sigma}_0$, son la velocidad de aplicación de la carga en el ensayo cíclico y estático respectivamente. Sabiendo que el ensayo cíclico se realiza a frecuencia constante, f, se tiene: $\dot{\sigma}_d = 2f\Delta\sigma$, donde $\Delta\sigma$ es la variación de la tensión producida en el ensayo cíclico. El coeficiente, α , viene dado por $\alpha = 0.014exp[\gamma f]$ [1], siendo, γ , un parámetro a ajustar de forma experimental.

Por otro lado, se definen unas curvas de iso-probabilidad que relacionan el número de ciclos y la tensión máxima que resiste el material, la expresión de iso-probabilidad que cumple con los límites expuesto en [1] queda:

$$\sigma_f = \sigma_{min0} + (\sigma_{f0} - \sigma_{min0}) N^{-a(1-R)}$$
(3)

siendo, *R*, la relación entre la tensión mínima y la tensión máxima del ensayo cíclico y $a = b + c \ln(1 + f)$, donde los parámetros *b* y *c* deben ajustarse experimentalmente.

Operando entre las expresiones anteriores, se obtiene la función de distribución que proporciona la probabilidad de fallo para un cierto nivel de carga y una serie de parámetros que deben ser ajustados de forma experimental, tal y como se deduce con más detalle en [1] y que se presenta en (4). Esta función está basada en una distribución de Weibull.

$$PF(N;\sigma_{max},f,R) = 1 - exp\left[-\left(\frac{\sigma_{max0} - \sigma_{min0}}{\lambda N^{-a(1-R)}}\right)^{k}\right] \quad (4)$$

La función permite obtener la probabilidad de fallo a partir de unas condiciones de carga determinadas. Los datos de entrada serían, σ_{max} , la relación de cargas, R, y el número de ciclos, N. El resto, son parámetros que deben ser ajustados de forma experimental.

Tabla 2. Vida a fatiga correspondiente a cada nivel de tensión, S, hormigón sin fibra.

	Nivel de tensión, S					
DSF	0.85	0.80	0.70			
	942	4664	53322			
	1205	5664	56453			
	1290	5963	59493			
	1347	6614	63997			
	1386	6773	68387			
	1593	7621	81038			
	1664	8903	94102			
	1781	9379	114214			
	1902	10986	138563			
	2644	15385	189550			
	4482		288054			

El modelo se ha aplicado a siete baterías de ensayos: DSF Tabla 2, DF1-50 y DF1-25 Tabla 3, DF1.5-50 y DF1.5-25 Tabla 4, DF2-50 y DF2-25 Tabla 5, todas para la misma masa de hormigón, pero con distintos volúmenes y tamaño de fibras.

	Nivel de tensión, S			
DF1-50	0.90	0.85	0.80	
	656	4570	24371	
	922	5970	35879	
	1057	7567	38213	
	1122	7894	41810	
	1407	8369	53027	
	1441	9848	56423	
	1469	11405	99178	
	1697	17375	108242	
	2862	22991	125864	
		24285	156580	
			378238	
DF1-25	0.90	0.85	0.80	
	1644	7056	43589	
	1773	8211	60692	
	2342	10187	82568	
	2625	10964	82568	
	3391	12650	109722	
	4625	15029	188949	
	5962	18199	220753	
	8367	23927	266516	
	33980	35922	282973	
		48942	433925	
		136312		

Tabla 3. Vida a fatiga correspondiente a cada nivel de tensión, S, para un $V_f=1\%$.

	Nivel de tensión, S			
DF1.5-50	0.85	0.80	0.70	
	170	701	38602	
	233	973	48919	
	308	1127	65993	
	462	1167	103459	
	514	1257	107870	
	691	1532	145229	
	787	1875	158589	
	966	2296	229416	
	1258	4416	262374	
	12586	4948	416038	
DF1.5-25	0.85	0.80	0.70	
-	846	7854	9876	
	1243	11358	229060	
	1452	14697	351912	
	1630	18956	508340	
	2078	21656	857720	
	2749	30883	1030394	
	3812	38709	1289112	
	4973	77245	1531318	
	7634	81254	1619004	
			3402730	

Tabla 4. Vida a fatiga	correspondiente	а	cada	nivel	de
tensión, S, para un V _f =	1.5%.				

Tabla 5. Vida a fatiga	i correspondiente	а	cada	nivel	de
tensión, S, para un Vf	=2%.				

	Nivel de tensión, S			
DF2-50	0.85	0.80	0.70	
	21	94	823	
	26	107	3657	
	34	159	4789	
	38	217	6264	
	43	226	8069	
	49	340	12323	
	71	461	18063	
	121	610	20562	
	134	786	24760	
		3576	29037	
			42683	
DF2-25	0.85	0.80	0.70	
	566	1616	101812	
	648	2719	144600	
	796	3737	196634	
	889	4457	247608	
	1080	5381	316916	
	1517	6701	483635	
	2012	9508	528213	
	2439	10193	658380	
	4644	12644	888481	
	11204	23810	1522045	

4. **RESULTADOS**

Los resultados de rotura cíclica obtenidos de los ensayos de fatiga permiten ajustar los parámetros de la ecuación (4) por la que se determina la distribución de probabilidad de fallo de cada serie de hormigón, bajo un nivel de tensión máxima dado. Las curvas de probabilidad de fallo correspondientes son representadas junto con los valores experimentales de vida a fatiga en la figura 1



Figura 1. Curvas del modelo y datos experimentales para diferentes niveles de tensión, DSF (a), DF1-50 (b), DF1-25 (c), DF1.5-50 (d), DF1.5-25 (e), DF2-50 (f) y DF2-25 (g).

El ajuste de los parámetros se ha realizado con el programa Mathematica y dichos valores pueden verse en la Tabla 6.

Como puede deducirse de los resultados, la adición de fibras al hormigón conlleva una reducción del factor de forma, k, y con ello un aumento de la dispersión en los valores de vida a fatiga. Si el hormigón está reforzado con fibras de mayor longitud, el factor de forma, k, disminuye su valor ligeramente, haciendo que en los resultados de vida a fatiga exista algo más de dispersión cuando las fibras son de menor longitud.

El factor de escala, λ , con la adición de fibras en el hormigón ve incrementado su valor, siendo ligeramente mayor cuando la longitud de fibras es mayor.

En cuanto al parámetro, a, su valor se ve reducido cuando se añaden fibras a la matriz de hormigón, siendo más notable cuando la longitud de las fibras es menor. Respecto al parámetro, a, la adición de fibras reduce su valor, haciéndose más reseñable dicho efecto para hormigones reforzados con fibras de mayor longitud.

En cualquiera de los casos, se observa como existe una reducción de los valores de los parámetros del modelo probabilístico con la adición de fibras de acero en la matriz del hormigón. Sin embargo, para un hormigón reforzado con fibras, la variación del contenido en volumen de fibras no conlleva una variación considerable en los parámetros de ajuste.

	k	λ	а	α
DSF	70	5	0.060	0.041
DF1-50	45	7.8	0.046	0.018
DF2-25	50	6.81	0.037	0.025
DF1.5-50	35	9	0.047	0.017
DF1.5-25	50	6.81	0.037	0.025
DF2-50	35	9	0.047	0.017
DF2-25	45	7.25	0.039	0.020

Tabla 6. Parámetros del modelo probabilístico.

5. CONCLUSIONES

En función de los resultados obtenidos se pueden establecer las siguientes conclusiones:

El modelo probabilístico desarrollado por Saucedo et al [1] para fatiga por compresión y aplicado para fatiga a flexotracción por Cifuentes et al [2], es también aplicable al caso de fatiga por flexotracción para hormigones reforzados con fibras de acero, con diferentes contenidos y longitudes de fibras obteniéndose resultados satisfactorios.

En este trabajo no se ha analizado la influencia de la frecuencia de la carga, sino la influencia del tipo de solicitación, demostrándose la validez de la función de distribución propuesta.

REFERENCIAS

- Saucedo L, Yu RC, Medeiros A, Zhang X, Ruiz G. A probabilistic fatigue model based on the initial distribution to consider frequency effect in plain and fiber reinforced concrete. Int J Fatigue 2013;48:308–18. doi:10.1016/j.ijfatigue.2012.11.013.
- [2] Cifuentes H, Martínez P, Yu RC, Medina F, Ruiz G. Aplicación de un modelo probabilístico al estudio del comportamiento en fatiga por flexotracción del hormigón. An Mecánica La Fract 2015;32:599–604.
- [3] Mohammadi Y, Kaushik SK. Flexural Fatigue-Life Distributions of Plain and Fibrous Concrete at Various Stress Levels. J Mater Civ Eng 2005;17:650–8. doi:10.1061/(ASCE)0899-1561(2005)17:6(650).

Fractura de entallas

UN PROCEDIMIENTO BÁSICO DE EVALUACIÓN DE INTEGRIDAD ESTRUCTURAL DE COMPONENTES ENTALLADOS

S. Cicero^{1,*}, V. Madrazo², T. García³

¹ Dpto. Ciencia e Ingeniería del Terreno y de los Materiales, Universidad de Cantabria, Av/ Los Castros s/n, 39005, Santander, Cantabria, España.

² Fundación Centro Tecnológico de Componentes (CTC), Parque Científico y Tecnológico de Cantabria (PCTCAN), C/ Isabel Torres nº 1, 39011, Santander, España.

³IDOM, Servicios Nucleares, Av/ Zarandoa Etorbidea, Bilbao, Bizkaia, España.

*E-mail: ciceros@unican.es

RESUMEN

Este trabajo presenta un procedimiento básico de evaluación de integridad estructural de componentes entallados basado en los trabajos realizados por los autores en los últimos 5 años, en los cuales se ha analizado el efecto entalla en materiales tan diversos como el PMMA, la Al7075-T651, rocas como el granito y la caliza y diversos aceros estructurales (S275JR, S355J2, S460M y S690Q). En todos ellos el marco teórico de trabajo ha sido la denominada Teoría de las Distancias Críticas. El procedimiento propuesto combina las correcciones por efecto entalla de dicha teoría con un Diagrama de Fallo básico, único para todos los materiales, y queda validado por su aplicación a 232 ensayos de fractura realizados sobre probetas entalladas.

ABSTRACT

This paper presents a basic procedure for the integrity assessment of structural components containing notches. It is based on the works developed by the authors in the last five years analysing the notch effect in a wide range of materials, including PMMA, Al7075-T651, rocks such as granite and limestone and four structural steels (S275JR, S355J2, S460M and S690Q). In all cases the theoretical framework has been the Theory of Critical Distances. The procedure combines the notch effect corrections provided by such theory with a basic Failure Assessment Diagram, and has been successfully validated through its application to 232 fracture tests performed on notched specimens.

PALABRAS CLAVE: efecto entalla, integridad estructural, Diagrama de Fallo, Método de la Línea.

1. INTRODUCCIÓN

1.1. Efecto entalla

Los componentes con entallas desarrollan generalmente una mayor capacidad resistente que la que observada cuando se encuentran fisurados (ej., [1-10]). Con todo, es una práctica frecuente en ingeniería analizar las entallas como si fueran fisuras, dando como resultado análisis que generalmente son excesivamente conservadores. Las consecuencias prácticas pueden ser, por ejemplo, la realización de reparaciones o sustituciones de elementos estructurales que son innecesarias desde el punto de vista de la integridad estructural.

En un fallo frágil debido a la presencia de una fisura, la mecánica de la fractura establece que la situación crítica se alcanza cuando la tensión remota (σ^c) aplicada multiplicada por la raíz cuadrada de la longitud de fisura (a) es igual a una constante [11]:

$$\sigma^{c}\sqrt{a} = cte_{1} \tag{1}$$

Por su parte, las entallas someten a los componentes estructurales a situaciones tensionales menos críticas, de tal manera que la ecuación (1) pasa a ser:

$$\sigma^{c}a^{\alpha} = cte_{2} \tag{2}$$

en donde α es una constante. Por lo tanto, la particular naturaleza de las entallas hace necesario desarrollar metodologías específicas para su análisis a fractura que tengan en cuenta sus menores exigencias tensionales.

1.2. La Teoría de las Distancias Críticas

La Teoría de las Distancias Críticas (TDC) es en realidad un conjunto de metodologías que tienen en común el hecho de que en las evaluaciones de fractura utilizan, junto a la tenacidad a fractura, un parámetro característico del material con unidades de longitud (la distancia crítica, L) [1,2]. Los orígenes de la TCD se localizan a mediados del siglo XX con los trabajos de Neuber [3] y Peterson [4], pero su mayor desarrollo se ha producido en la última década, estableciendo su aplicabilidad a diferentes tipos de materiales (ej., metales, cerámicos, polímeros y compuestos), procesos (principalmente fractura y fatiga) y condiciones (ej., elástico-lineal frente elastoplástico). El parámetro de longitud mencionado anteriormente es normalmente conocido como L (distancia crítica), y su expresión (en análisis de fractura) es:

$$L = \frac{1}{\pi} \left(\frac{K_{mat}}{\sigma_0} \right)^2$$
(3)

Donde K_{mat} es la tenacidad a fractura del material y σ_0 es un parámetro resistente característico del material (denominado generalmente tensión inherente), que suele ser mayor que la tensión de rotura del material (σ_u) y que debe ser calibrado. Únicamente en aquellas condiciones en las cuales se produce comportamiento elástico-lineal tanto a escala macroscópica como microscópica (ej., fractura en materiales cerámicos) σ_0 coincide con σ_u .

Entra las metodologías que conforman la TCD, el Método del Punto (PM) y el Método de la Línea (LM) destacan por su sencillez [1]:

- El Método del Punto (PM, *Point Method*): es la aproximación más sencilla, y asume que el fallo se produce cuando la tensión alcanza el valor de la tensión inherente (σ_0) a una determinada distancia del frente de la entalla, igual a L/2. Así resulta que el criterio de fallo es:

$$\sigma\left(\frac{L}{2}\right) = \sigma_0 \tag{4}$$

- El Método de la Línea (LM, *Line Method*): supone que el fallo se produce cuando la tensión media a lo largo de una longitud determinada, que resulta ser 2L, alcanza el valor de la tensión inherente, σ_0 . Por lo tanto, la expresión del LM es:

$$\frac{1}{2L}\int_{0}^{2L}\sigma(r)dr = \sigma_0$$
⁽⁵⁾

Las predicciones usando el LM difieren ligeramente de las que se obtienen al usar el PM [7], pero ambos métodos generan resultados razonablemente parecidos a los datos obtenidos experimentalmente [1].

Las diferentes metodologías de la TDC se pueden aplicar para generar predicciones de la tenacidad aparente a fractura (K^{N}_{mat}) que presentan los componentes entallados [1]. Si se utiliza el PM es necesario considerar la distribución de tensiones en el fondo de entalla propuesto por Creager and Paris [5] (entallas en U), que es la existente en el fondo de fisura pero desplazada una distancia igual a la mitad del radio de entalla:

$$\sigma(r) = \frac{K_I}{\sqrt{\pi}} \frac{2(r+\rho)}{(2r+\rho)^{\frac{3}{2}}}$$
(6)

Considerando esta distribución tensional, las condiciones de rotura del PM (ecuación (4)) y la definición de la distancia crítica L (ecuación (3)), y estableciendo que el fallo se produce cuando K_I es igual a K^N_{mat} , se obtiene fácilmente la siguiente ecuación [1]:

$$K_{mat}^{N} = K_{mat} \frac{\left(1 + \frac{\rho}{L}\right)^{3/2}}{\left(1 + \frac{2\rho}{L}\right)}$$
(7)

Análogamente, la aplicación del LM proporciona la ecuación (8), la cual, por su sencillez, va a ser la utilizada en este trabajo (el uso de otras expresiones sería totalmente análogo).

$$K_{mat}^{N} = K_{mat} \sqrt{1 + \frac{\rho}{4L}}$$
(8)

1.3. Diagramas de Fallo

Los Diagramas de Fallo o FADs (*Failure Assessment Diagrams*) se utilizan para evaluar la integridad estructural de componentes con fisuras, y son aplicable a situaciones que van desde situaciones frágiles hasta aquellas en las que se produce plastificación generalizada (ej., [6,7]). Estos diagramas tienen en cuenta la interacción entre fractura y colapso plástico. Para ello se necesita una relación entre los parámetros que evalúan ambos procesos, denominados $K_r y L_r$, respectivamente:

$$K_r = \frac{K_I}{K_{mat}} \tag{9}$$

$$L_r = \frac{P}{P_L} \tag{10}$$

 K_I el factor de intensidad de tensiones, K_{mat} la tenacidad a fractura del material, P es la carga aplicada y P_L es la carga de colapso plástico. La relación entre ambos parámetros debe, además, representar una situación crítica, distinguir entre situaciones aceptables y no aceptables. La situación del componente evaluado frente a la rotura se obtiene mediante un punto de coordenadas (K_r , L_r) y su situación con respecto a la correspondiente línea de fallo, FAL ("*Failure Assessment Line*"). La Figura 1 muestra un ejemplo con las tres situaciones posibles: si el punto queda entre la FAL y los ejes coordenados se considera aceptable (A), si queda por encima de la FAL se considera que el

componente falla (C) y si el punto queda justo encima de la FAL se cumple la condicion de rotura (B).



Figura 1. Análisis FAD con las 3 situaciones posibles: A, situación segura; B, situación crítica (rotura); C, situación inaceptable.

2. MATERIALES Y MÉTODOS

Los autores han publicado recientemente diversos artículos que aplican la TDC, particularmente el PM y el LM, a diferentes tipos de materiales: PMMA [8], Al7075-T651 [9], aceros estructurales (e.g., [10,11]) y rocas [12]. La capacidad del LM para predecir el efecto entalla queda recogida en [13]. Este artículo recoge las predicciones para un buen número de casos (232 ensayos), pudiéndose encontrar los detalles de los procedimientos experimentales en las citadas referencias. La Tabla 1 recoge una breve descripción de los ensayos realizados, mientras que la Figura 2 muestra las correspondientes predicciones del LM.

Tabla 1. Resumen y descripción de los ensayos analizados. LS: Lower Shelf; DBTZ: Ductile-to-Brittle Transition Zone.

Material	Nº ensayos	Radio entalla (mm)	
PMMA	32	0-2.5	
Al7075-T651 LT	23	0-2.0	
Granite	41	0-10	
Limestone	41	0-10	
S275JR (-120°C, LS)	23	0-2.0	
S355J2 (-196°C, LS)	24	0-2.0	
S460M (-120°C, DBTZ)	24	0-2.0	
S690Q (-120°C, DBTZ)	24	0-2.0	

Puede observarse (Figura 2) que el LM captura la física del efecto entalla, dado que sus predicciones de efecto entalla siguen adecuadamente la tendencia de los resultados experimentales. La ecuación (8) puede expresarse de una forma más general:

$$K_{mat}^{N} = K_{mat} \sqrt{1 + \left(\frac{1}{M}\right) \left(\frac{\rho}{L}\right)}$$
(11)

donde M es un coeficiente que puede ser ajustado experimentalmente y cuyo valor teórico (ecuación (8)) es 4. En este sentido, si se utiliza el LM en evaluaciones de integridad estructural, aunque la ecuación (8) captura adecuadamente el efecto entalla su uso puede resultar inseguro, dado aue aproximadamente la mitad de los resultados experimentales quedan por debajo de sus predicciones de tenacidad aparente a fractura. Para evitar esto es necesario hacer uso de una expresión que genere predicciones seguras de tenacidad aparente, proponiéndose aquí hacer uso de la ecuación (11) con un valor de M igual a 20 (ver Figura 2).



Figura 2. Predicciones del LM para los distintos materiales analizados.

Más aún, con el objetivo de capturar la dispersión obtenida en las probetas fisuradas, en [13] se consideró una distribución normal de los resultados de K^{N}_{mat}/K_{mat} obtenidos en numerosos resultados experimentales, obteniéndose una desviación típica de 0.1616. Esto, cuando se considera un nivel de confianza del 95%, da lugar a un valor de cálculo de K^{N}_{mat}/K_{mat} en condiciones fisuradas igual a 0.73 (la media, 1.0, menos 1.645 veces la desviación típica). Las correspondientes predicciones de tenacidad aparente se muestran igualmente en la Figura 2, y siguen la ecuación (12):

$$K_{mat}^{N} = 0.73 \cdot K_{mat} \sqrt{1 + \frac{1}{20} \left(\frac{\rho}{L}\right)}$$
 (12)

Con todo esto, el procedimiento básico de evaluación de integridad estructural de componentes entallados propuesto en este trabajo combina las correcciones del LM con la metodología FAD [14-16], introduciendo la corrección por entalla en el parámetro K_r del FAD. La

definición de este parámetro resulta, en caso de usar la corrección de entalla de la ecuación (8):

$$K_r = \frac{K_I}{K_{mat}^N} = \frac{K_I}{K_{mat}\sqrt{1 + \frac{\rho}{4L}}}$$
(13)

Por lo tanto, la ecuación (13) sustituye a la ecuación (9) cuando los defectos analizados son entallas (en U) en vez de fisuras. Además, siguiendo la práctica ingenieril, el valor de K_{mat} utilizado para cada material debe ser aquel que proporciona un determinado nivel de confianza (ej., 95%). Expresiones análogas podrían derivarse para otro tipo de entallas (ej., en V), siempre y cuando se utilicen los campos de tensiones adecuados para derivar expresiones análogas a (8) y (13).

Con respecto a la definición del parámetro Lr, dependiente de la carga de colapso plástico (ecuación (10), [17] demuestra la baja influencia del radio de entalla en la misma. Por lo tanto, la definición de L_r propuesta es la misma que la usada en el análisis de fisuras.

Finalmente, la última cuestión a definir para completar el análisis FAD es la propia FAL. Horn y Sherry han demostrado una dependencia muy débil del FAD correspondiente a la Option 3 del R6 con respecto al radio de entalla [18,19]. Por lo tanto, el análisis de entallas propuesto hace uso de las mismas FAL utilizadas en el análisis de fisuras. Además, con el objetivo de tener una representación homogénea de los 232 ensayos analizados en este trabajo, es necesario hacer uso de una FAL que no dependa del material analizado. De esta manera se propone el uso de la FITNET FFS Option 0 (*discontinuous yielding*) [6], que constituye una versión conservadora de la BS7910 Option 1 [20]. Su definición es la siguiente:

$$f(L_r) = [1 + 0.5(L_r)^2]^{-1/2} \qquad \text{Lr} \le 1 \quad (14)$$
$$f(L_r) = 0 \qquad \qquad \text{Lr} > 1 \quad (15)$$

Tal y como se ha mencionado previamente, las predicciones del LM capturan la física del efecto entalla, pero generan predicciones inseguras en, aproximadamente, la mitad de los resultados analizados. Por este motivo, y teniendo en cuenta la ecuación (12), se propone la siguiente ecuación adicional para la realización de una evaluación básica, rápida y conservadora de la integridad estructural de componentes con entallas en U

$$K_{r} = \frac{K_{I}}{0.73 K_{mat} \sqrt{1 + \frac{\rho}{20L}}}$$
(16)

En este caso el valor de K_{mat} a utilizar ha de ser el correspondiente a la media de los resultados obtenidos en cada material en condiciones fisuradas, dado que la dispersión experimental de la resistencia a fractura queda recogida en el factor "0.73".

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Las Figuras 3 a 5 muestran los resultados obtenidos (puntos de evaluación en el momento del fallo) cuando se aplica la metodología propuesta en este trabajo. La Figura 3 se corresponde con evaluaciones sin corrección por efecto entalla; la Figura 4 utiliza la ecuación (13) para la definición de K_r ; finalmente, la Figura 5 hace uso de la ecuación (16) en la definición de K_r . En los tres casos la FAL sigue las ecuaciones (14) y (15), y L_r sigue la ecuación (10). Las soluciones de K_I y P_L se han tomado de [21] y [7], respectivamente.

Puede observarse en la Figura 3 cómo los puntos valuación, correspondientes al fallo de las distintas probetas, se encuentran frecuentemente muy alejados de la condición teórica de fallo establecida por la FAL. Esto significa que las predicciones de carga crítica derivadas del análisis FAD son muy inferiores a las cargas críticas reales. Esta cuestión es más apreciable a medida que aumenta el radio de entalla, de manera cuanto mayor sea dicho radio más alejado se encuentra el punto de evaluación correspondiente con respecto a la FAL. Estos resultados revelan un alto grado de conservadurismo cuando se evalúan entallas como si fuesen fisuras, y justifican la necesidad de desarrollar métodos de evaluación de entallas que tengan en cuenta la propia naturaleza de las mismas. Los factores de seguridad observados en este caso [6] tienen valores típicos de 2.5, con máximos en torno a 5.

La Figura 4 muestra una clara reducción del conservadurismo del análisis, con puntos de evaluación en el momento del fallo mucho más próximos a la FAL. Los factores de seguridad tienen una valor medio aproximado de 1.3, con valores máximos en torno a 3. Puede observarse igualmente que hay 6 puntos situados en la zona segura del FAD (entre la FAL y los ejes coordenados). Estos puntos se corresponden con evaluaciones inseguras del modelo, y representan un 2.6 % del total de las evaluaciones, lo cual constituye una situación razonable si se tienen en cuenta que se hace uso de un valor de tenacidad a fractura (K_{mat}) correspondiente al 95% de confianza.

Con la intención de reducir la posibilidad de generar resultados del lado de la inseguridad, se ha aplicado también la ecuación (16) para la determinación de K_r , mostrándose los resultados en la Figura 5. Puede observarse que la corrección por entalla sigue generando una notable reducción del conservadurismo: el factor de seguridad medio se sitúa en torno a 1.5, con valores máximos próximos a 3. Las predicciones

generadas por esta corrección son menos precisas que las recogidas en la Figura 4, pero a cambio el número de resultados inseguros se reduce a 2 (0.9 %). Estos dos resultados se corresponden, además, a probetas fisuradas, luego la inseguridad asociada a su evaluación no se puede atribuir a la corrección por efecto entalla.



Figura 3. Evaluación en rotura de las probetas ensayadas sin corrección por efecto entalla.







Figura 5. Evaluación en rotura de las probetas ensayadas con corrección por efecto entalla (ecuación (16)).

4. CONCLUSIONES

Este artículo presenta y valida un procedimiento básico de evaluación de integridad estructural de componentes estructurales con entallas (en U) basado en el uso de Diagramas de Fallo y de las correcciones por efecto entalla proporcionadas por el Método de la Línea. La capacidad de este último para predecir el efecto entalla ha sido también demostradas. El procedimiento propuesto limita las correcciones por entalla a la definición del parámetro Kr del FAD (análisis a fractura), manteniendo las definiciones del parámetro Lr y de la Línea de Fallo utilizadas en el análisis de fisuras. Se han utilizado dos correcciones por efecto entalla: la derivada de la aplicación estricta del Método de la Línea (junto con la tenacidad a fractura asociada al 95% de confianza), y una envolvente inferior asociada a una versión del Método de la Línea ajustada experimentalmente.

La metodología ha sido validada mediante su aplicación a 232 resultados experimentales que cubren una amplia variedad de materiales (PMMA, Al7075-T651, caliza, granito, S275JR, S355J2, S460M, S690O). Los resultados demuestran que las predicciones de rotura obtenidas cuando se aplican las correcciones por efecto entalla se aproximan mucho más a las condiciones teóricas de fallo (definidas por la Línea de Fallo) que las obtenidas cuando las entallas son analizadas como si fuesen fisuras. Por lo tanto, la precisión de las predicciones aumenta considerablemente y el conservadurismo se reduce, si bien en la gran mayoría de los casos los resultados siguen quedando del lado de la seguridad.

AGRADECIMIENTOS

Los autores de este trabajo desean agradecer al MINECO del Gobierno de España la financiación de los proyectos MAT2010-15721 y MAT2014-58443-P, de cuyos resultados se deriva este artículo.

REFERENCIAS

[1] D. Taylor, The Theory of Critical Distances: a New Perspective in Fracture Mechanics, Elsevier, Oxford, UK, 2007.

[2] D. Taylor, P. Cornetti, N. Pugno, The fracture mechanics of finite crack extension, *Engineering Fracture Mechanics* **72**, 1021-1038, 2005.

[3] H. Neuber, Theory of notch stresses: principles for exact calculation of strength with reference to structural form and material. Berlin: Springer Verlag, 1958.

[4] R.E. Peterson, Notch sensitivity, *in: Sines G, Waisman JL, eds. Metal fatigue*. New York, McGraw Hill, pp. 293–306, 1959.

[5] M. Creager, C. Paris, Elastic Field Equations for Blunt Cracks with Reference to Stress Corrosion Cracking, *International Journal of Fracture* **3**, 247-252, 1967.

[6] FITNET Fitness-for-Service (FFS) Proceure - Vol 1, M. Kocak, S. Webster, J.J. Janosch, R.A. Ainsworth, R. Koers, eds., Printed by GKSS, Germany, 2008.

[7] Anderson TL. Fracture mechanics: fundamentals and applications. Florida: CRC Press; 2005.

[8] S. Cicero, V. Madrazo, I.A. Carrascal, Analysis of Notch Effect in PMMA by Using the Theory of Critical Distances, *Engineering Fracture Mechanics* **86**, 56-72, 2012.

[9] V. Madrazo, S. Cicero, I.A Carrascal, On the point method and the line method notch effect predictions in Al7075-T651, *Engineering Fracture Mechanics* **79**, 363–379, 2012.

[10] S. Cicero, V. Madrazo, T. García, J. Cuervo, E. Ruiz, On the notch effect in load bearing capacity, apparent fracture toughness and fracture mechanisms of polymer PMMA, aluminium alloy Al7075-T651 and structural steels S275JR and S355J2, *Engineering Failure Analysis* **29**, 108-121, 2013.

[11] S. Cicero, V. Madrazo, T. García, Analysis of notch effect in the apparent fracture toughness and the fracture micromechanisms of ferritic-pearlitic steels operating within their lower shelf, *Engineering Failure Analysis* **36**, 322-342, 2014.

[12] S. Cicero, T. García, J. Castro, V. Madrazo, D. Andrés, Analysis of notch effect on the fracture behaviour of granite and limestone: An approach from the Theory of Critical Distances, *Engineering Geology* **177**, 1-9, 2014.

[13] S. Cicero, T. García, V. Madrazo, On the Line Method apparent fracture toughness evaluations: Experimental overview, validation and some consequences on fracture assessments, *Theoretical and Applied Fracture Mechanics* **78**, 15-19, 2015.

[14] S. Cicero, V. Madrazo, I.A. Carrascal, R. Cicero, Assessment of notched structural components using failure assessment diagrams and the theory of critical distances, *Engineering Fracture Mechanics* **78**, 2809– 2825, 2011.

[15] V. Madrazo, S. Cicero, T. García, Assessment of notched structural steel components using failure assessment diagrams and the theory of critical distances, *Engineering Failure Analysis* **36**, 104-120, 2014.

[16] S. Cicero, V. Madrazo, T. García, On the assessment of U-shaped notches using Failure Assessment Diagrams and the Line Method: experimental overview and validation, *Theoretical and Applied Fracture mechanics*, Accepted for publication, 2015.

[17] A.G. Miller, Review of limit loads of structures containing defects, International Journal of Pressure Vessels and. Piping **32**, 197-327, 1988.

[18] A.J. Horn, A.H. Sherry, An engineering assessment methodology for non-sharp defects in steel structures - Part I: Procedure development, *International Journal of Pressure Vessels and Piping* **89**, 137-150, 2012.

[19] A.J. Horn, A.H. Sherry, An engineering assessment methodology for non-sharp defects in steel structures - Part II: Procedure validation and constraint analysis, *International Journal of Pressure Vessels and Piping* **89**, 151-161, 2012.

[20] BS 7910: 2013, Guide to methods for assessing the acceptability of flaws in metallic structures, British Standards Institution, London, UK, 2013.

[21] ASTM E1820-09e1, Standard test method for measurement of fracture toughness, American Society for Testing and Materials, Philadelphia, 2009.

ANÁLISIS DEL EFECTO ENTALLA EN POLIAMIDA 6 REFORZADA CON FIBRA DE VIDRIO CORTA

F.T. Ibáñez^{*}, S. Cicero, I.A. Carrascal

¹Dpto. de Ciencia e Ingeniería del Terreno y de los Materiales (Universidad de Cantabria) Av. Los Castros, 44, 39005 Santander, Cantabria, España *E-mail: ibanezft@unican.es

RESUMEN

Este artículo presenta el análisis del efecto entalla en poliamida 6 reforzada con fibra de vidrio corta. El estudio se basa en los resultados obtenidos en un programa experimental compuesto por 25 probetas de fractura con un contenido de fibra del 10% y con 5 radios de entalla diferentes entre 0 mm (fisuras) y 2.0 mm. Los resultados muestran un claro efecto entalla, el cual se analiza a través de la evolución de la tenacidad aparente y la aplicación de la Teoría de las Distancias Críticas. El estudio se ha completado con el análisis de la evolución de los micromecanismos de fractura al variar el radio de entalla. Para ello se ha utilizado la Microscopía Electrónica de Barrido. Los resultados obtenidos demuestran la relación directa de esta evolución con la tenacidad aparente.

PALABRAS CLAVE: Tenacidad aparente, Poliamida 6, Efecto entalla

ABSTRACT

This paper presents an analysis of the notch effect on short glass fibre reinforced Polyamide 6 (SGFR-PA6). The research is based on the results of obtained in an experimental programme composed of 25 fracture specimens of 10 wt. % fibre content varying the notch radius from 0 mm (crack-like defect) up to 2.0 mm. The results show a clear notch effect. The notch effect is analysed through the evolution of the apparent fracture toughness and the application of the Theory of the Critical Distances. The research is completed with the analysis of the evolution of fracture micromechanisms when the radius increases by using Scanning Electron Microscopy (SEM) fractographies. It has been revealed a direct relation between this evolution and the apparent fracture toughness observations.

KEYWORDS: Fracture toughness, Polyamide 6, Notch effect

1. INTRODUCCIÓN

1.1. Efecto entalla

Los componentes entallados presentan una tenacidad aparente mayor que la que tienen los componentes fisurados (ej., [1-9]). Así, al considerar las entallas como fisuras en las evaluaciones de integridad estructural, los resultados obtenidos podrían resultar muy conservadores. Por ello, es necesario desarrollar metodologías que consideren el verdadero comportamiento de las entallas.

En la teoría de entallas existen dos criterios de fallo fundamentales: el criterio de fractura global y el criterio de fractura local [1,2]. El criterio global es análogo al análisis de fractura para las fisuras y establece que la fractura se produce cuando el factor de intensidad de tensiones de la entalla (K^{ρ}) alcanza un valor crítico (K^{C}_{ρ}) que depende del radio de entalla y del material. Se trata de una aplicación de incuestionable importancia; sin embargo su uso es muy limitado, bien por la falta de soluciones de K^{ρ} (como sí existen para K_{I}) y/o por la determinación experimental de K^{C}_{ρ} .

Por otro lado, los criterios locales, basados en el campo de tensiones en el fondo de entalla, tienen mucha mayor aplicación que los globales. Destacan el Método del Punto (PM, Point Method) y el Método de la Línea (LM, Line Method). Ambos métodos son metodologías de la Teoría de las Distancias Críticas (TCD), explicada en el siguiente punto. La TDC, en sus diferentes versiones, puede aplicarse a los análisis de la capacidad resistente de componentes que contengan cualquier tipo de concentrado de tensiones, desde probetas sin ningún tipo de defecto (lisas) hasta componentes fisurados, incluyendo cualquier otro tipo de defectos (entallas, agujeros, poros, etc ...). Por otra parte, las diferentes metodologías de la TCD pueden hacer predicciones de la tenacidad aparente a fractura de componentes entallados, en vez de fisurados.

El análisis realizado se centra en el LM ya que, en aras de la sencillez, la expresión resultante para el LM es más simple y proporciona predicciones similares a las obtenidas con el PM [10].

1.2. Teoría de las Distancias Críticas

La TDC es en realidad un conjunto de metodologías que en las evaluaciones en rotura tienen en común el uso de un parámetro característico del material con unidades de longitud (la distancia crítica) [10,11]. Los orígenes de la TDC se encuentran a mediados del siglo XX con los trabajos de Neuber [12] y Peterson [13]. Sin embargo, ha sido en las dos últimas décadas cuando se ha analizado sistemáticamente esta teoría, estableciendo su aplicabilidad a diferentes tipos de materiales (ej., metales, cerámicos, polímeros y compuestos), procesos (principalmente fractura y fatiga) y condiciones (ej., elástico-lineal frente elastoplástico).

Al parámetro de longitud se le conoce habitualmente como L (distancia crítica), y su expresión en análisis de fractura es:

$$L = \frac{1}{\pi} \left(\frac{K_{IC}}{\sigma_0} \right)^2 \tag{1}$$

Donde K_{IC} es la tenacidad a fractura del material y σ_0 es un parámetro resistente característico del material (resistencia inherente), mayor que la tensión de rotura (σ_U), que requiere ser calibrado. σ_0 coincide con σ_U sólo cuando haya comportamiento elástico-lineal en las escalas: macroscópica y microscópica (ej., fractura en cerámicos y algunas rocas). L tiene una expresión análoga en el análisis a fatiga [10].

Destacan dos metodologías de análisis en la TDC [10]: el Método del Punto (*PM*) y el Método de la Línea (*LM*). Ambas son de sencilla aplicación y se basan en el campo de tensiones en el frente del defecto. El PM asume que el fallo se produce cuando la tensión alcanza el valor de la resistencia inherente (σ_0) a una distancia del frente de la entalla igual a L/2 [10,14]. Así, el criterio de fallo del PM resulta:

$$\sigma\left(\frac{L}{2}\right) = \sigma_0 \tag{2}$$

Por otro lado, el LM supone que el fallo se produce cuando la tensión media a lo largo de una longitud (2L), alcanza el valor de la resistencia inherente (σ_U). Por lo tanto, la expresión del LM es:

$$\frac{1}{2L}\int_{0}^{2L}\sigma(r)dr = \sigma_0 \tag{3}$$

Las predicciones usando LM son algo distintas a la que se obtienen al usar PM [10], pero ambos métodos

generan resultados razonablemente parecidos al compararles con los datos obtenidos experimentalmente.

Asimismo, la TCD permite las evaluaciones en rotura de componentes con cualquier tipo de defecto concentrador de tensiones. Por ejemplo, si se utiliza el PM en un determinado material, bastaría con ensayar dos probetas con diferentes tipos de defectos (ej., entalla afilada y entallada roma). Las probetas pueden simularse por elementos finitos, determinando el estado tensional en el fondo de entalla con la carga de rotura correspondiente y representando sus correspondientes curvas tensión-distancia. Estas curvas se cruzan en un punto de coordenadas (L/2 y σ_0) tal y como muestra la Figura 2. Para saber la carga de rotura de otro componente (hecho con el mismo material) que contenga cualquier otro tipo de defecto, bastaría con simular dicho componente y dicho defecto, siendo la carga de rotura la que satisfaga la ecuación (2).



Figura 1. Obtención de los parámetros $L y \sigma_0$.

Tanto el PM y el LM proporcionan expresiones (justificadas en [6]) para la tenacidad aparente a fractura (K_{IN}) de componentes entallados. Desde el punto de vista práctico, esto tiene una gran importancia dado que reduce el análisis a fractura de un componente entallado a otro equivalente en un componente fisurado con la única particularidad de considerar K_{IN} en vez de K_{IC} como resistencia a fractura. Entonces, el fallo se produce cuando:

$$K_I = K_{IN} \tag{4}$$

 K_I es el factor de intensidad de tensiones para una fisura de las mismas dimensiones que la entalla (salvo el radio) y K_{IN} puede obtenerse utilizando las siguientes expresiones (ρ es el radio de entalla):

$$K_{IN} = K_{IC} \frac{\left(1 + \frac{\rho}{L}\right)^{3/2}}{\left(1 + \frac{2\rho}{L}\right)}$$
(5)

al utilizar el PM,

$$K_{IN} = K_{IC} \sqrt{1 + \frac{\rho}{4L}} \tag{6}$$

al utilizar el LM.

Por último, la TCD es conocida y habitualmente utilizada para predecir el fallo en materiales compuestos [10]. Sin embargo, el alcance de su aplicación se limita generalmente a la predicción de cargas de rotura aplicando el PM o el LM. No es habitual su uso para el análisis del efecto entalla en la tenacidad aparente a fractura o en la integridad estructural. Además, la evolución de los micromecanismos de fractura con el radio de entalla tampoco se ha estudiado antes.

2. PROGRAMA EXPERIMENTAL

2.1. Material

El material estudiado ha sido poliamida 6 reforzada con un 10% en peso de fibra de vidrio corta (SGFR-PA6, acrónimo en inglés). Los termoplásticos reforzados constituyen una clase importante de los plásticos técnicos, los cuales, gracias a su fácil fabricación y buenas propiedades mecánicas, están sustituyendo a las piezas metálicas utilizadas en componentes de ingeniería [15]. El monómero de la poliamida 6 es uno de los grados comerciales más comunes para piezas moldeadas; se caracterizan por una dureza, resistencia y tenacidad elevadas, así como por una vida a fatiga y resistencia a la abrasión buenas [16]. Al reforzar la poliamida con fibras de vidrio cortas se consigue un aumento considerable en términos de resistencia, dureza, temperatura de servicio y resistencia a la abrasión. Por ello, en los últimos años la SGFR-PA6 tiene un gran uso en aplicaciones para las industrias del automóvil y ferroviaria. Estas aplicaciones suponen la aparición de defectos que ponen en riesgo la integridad estructural de los componentes.

2.2. Ensayos y resultados

Para predecir el efecto entalla sobre la tenacidad aparente a fractura media en SGFR-PA6 se ha utilizado la TDC calibrando los parámetros del modelo mediante ensayos de fractura en probetas entalladas. Se obtuvieron un total de 27 probetas de tracción mediante la técnica de moldeo por inyección de tal modo que las fibras de vidrio cortas se orientan paralelamente al eje longitudinal de las mismas.

La Tabla 1 muestra las principales características de la fibra de vidrio utilizada. La geometría se muestra en la Figura 2.

Tabla 1. Características de la fibra de vidrio corta E. L: longitud; \emptyset : diámetro; σ_U : tensión última; E: Módulo de Elasticidad; ρ : densidad.



Figura 2. Esquema de la geometría de las probetas de tracción (cotas en mm).

En primer lugar se realizaron dos ensayos de tracción (según ASTM D638 [17]) a 20°C, trabajando en control de posición en una máquina servohidráulica universal INSTRON. En la Tabla 2 se recogen los resultados obtenidos.

Tabla 2. Parámetros de tracción. E: Módulo de Young; $\sigma_{0.2}$: Límite elástico; σ_U : Tensión de rotura; e_{max} : deformación máxima en rotura.

Ensayo	E (GPa)	σ _{0.2} (MPa)	σ _U (MPa)	e _{max} (%)
1	3.60	70.70	80.80	3.02
2	3.50	69.60	75.50	2.65

Posteriormente se realizaron 25 ensayos en probetas entalladas tipo SENB (Figura 3) según ASTM D5045 [18]. Las probetas se obtuvieron de la parte de central de las probetas de tracción descritas en la Figura 2. Las entallas se realizaron perpendicularmente a la dirección longitudinal de las probetas. Se obtuvieron por mecanizado excepto aquellas de radio aproximadamente cero (fisuras) que fueron generadas con una cuchilla. Se llevaron a cabo cinco ensayos por cada radio de entalla.



Figura 3. Esquema de la geometría de las probetas tipo SENB (cotas en mm) con detalle de la orientación de las fibras. ρ varía de 0 a 2 mm.

En la Tabla 3 se muestran los resultados experimentales de la carga de rotura y la tenacidad a fractura aparente (K_{IN}) , obtenida aplicando a probetas entalladas la

formulación asociada al cálculo de la tenacidad a fractura en probetas fisuradas [18]. Así, tenemos:

$$K_{IN} = \left(\frac{P_{\max}}{B \cdot W^{1/2}}\right) 6 \left(\frac{a}{W}\right)^{1/2} \left(\frac{1.99 - \left(\frac{a}{W}\right)\left(1 - \frac{a}{W}\right)\left(2.15 - 3.93\left(\frac{a}{W}\right) + 2\left(\frac{a}{W}\right)^{2}\right)}{\left(1 + 2\left(\frac{a}{W}\right)\left(1 - \frac{a}{W}\right)^{3/2}}\right)$$
(7)

Donde P_{max} se corresponde con la carga máxima, *B* es el espesor de la probeta, *W* es el canto y *a* la longitud del defecto.

La Figura 4 muestra la curva carga desplazamiento característica de varias probetas. Se observa un claro comportamiento elástico-lineal.

$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	2.46 2.28 1.65 1.81 2.47
10-0-2 4.25 107.20 10-0-3 0 4.60 70.20 10-0-4 4.60 76.70	2.28 1.65 1.81 2.47
10-0-3 0 4.60 70.20 10-0-4 4.60 76.70	1.65 1.81 2.47
10-0-4 4.60 76.70	1.81 2.47
	2.47
10-0-5 4.90 95.90	
10-0.25-1 93.10	2.48
10-0.25-2 105.20	2.80
10-0.25-3 0.25 5.00 104.50	2.78
10-0.25-4 87.80	2.34
10-0.25-5 78.60	2.09
10-0.5-1 116.20	3.09
10-0.5-2 102.10	2.72
10-0.5-3 0.50 5.00 93.40	2.49
10-0.5-4 111.10	2.96
10-0.5-5 97.70	2.60
10-1-1 124.10	3.30
10-1-2 116.50	3.10
10-1-3 1.00 5.00 141.00	3.75
10-1-4 125.00	3.33
10-1-5 119.70	3.19
10-2-1 173.80	4.63
10-2-2 166.70	4.44
10-2-3 2.00 5.00 167.30	4.45
10-2-4 146.40	3.90
10-2-5 153.40	4.08

Tabla 3. Resultados experimentales.



Figura 4. Curva carga-desplazamiento de una probeta por radio de entalla.

3. EFECTO DEL RADIO DE ENTALLA EN LA RESISTENCIA A FRACTURA

La Figura 5 muestra los resultados experimentales, el mejor ajuste estadístico según la ecuación (6), y la predicción por el Método de la Línea según la ecuación (6) cuando se considera una resistencia inherente igual a la tensión de rotura ($\sigma_0=\sigma_U$). Las curvas de mejor ajuste han utilizado L como parámetro de ajuste y se han obtenido por el método de mínimos cuadrados obligando a la curva a tomar el valor medio de tenacidad a fractura (K_{IC}) obtenido en las probetas fisuradas ($\rho=0$).



Figura 5. Efecto entalla en la tenacidad aparente a fractura y predicciones del Método de la Línea. L: Distancia crítica con Ec. (1) y $\sigma_0=\sigma_U$; L_{MA} : Distancia crítica del mejor ajuste.

En la Tabla 4 se muestran los parámetros asociados a las distintas predicciones. σ_U es la tensión de rotura media (Tabla 2), L es la distancia crítica obtenida según la ecuación (1) considerando $\sigma_0=\sigma_U$, L_{MA} es la distancia crítica a partir del mejor ajuste (mínimos cuadrados) de los resultados experimentales y σ_0 es la resistencia inherente obtenida con L_{MA} y la ecuación (1).

Tabla 4. Parámetros del material (TDC).

σ _U (MPa)	L (mm)	σ_0 (MPa)	L _{MA} (mm)
78.15	0.238	93.01	0.168

Ambas distancias críticas, L y L_{MA} , proporcionan una buena predicción de la evolución de la tenacidad aparente a fractura, por lo que presuponer la resistencia inherente igual a la tensión de rotura es adecuado para este material. Esto es de gran aplicación práctica ya que el uso de la TDC para este tipo de materiales no necesita una calibración previa, y L se puede obtener directamente con K_{IC} y σ_U .

El efecto entalla se aprecia claramente, con un importante aumento de $K_{\rm IN}$ al aumentar el radio de entalla.

4. EFECTO DEL RADIO DE ENTALLA EN LOS MICROMECANISMOS DE FRACTURA

El análisis de los micromecanismos presentes en las superficies de fractura de las probetas ensayadas se ha llevado a cabo mediante el uso del Microscopio de Electrónico de Barrido (SEM). Para cada radio de entalla analizado se ha seleccionado la probeta correspondiente al valor de tenacidad aparente a fractura más próximo a la media. Así, se evitan valores extremos.

En la Figura 6 se observa la evolución de los micromecanismos de fractura al aumentar el radio de entalla con una superficie más rugosa y un aspecto más dúctil a medida que aumenta dicho radio.

La Figura 7 permite ver como se acrecienta esta evolución en los radios de entalla más elevados que se han estudiado.



Figura 7. Detalle de los micromecanismos de fractura en SGFR-PA6 10 wt.%: a) $\rho = 1.0$ mm; b) $\rho = 2.0$ mm.



Figura 6. Efecto entalla en los micromecanismos de fractura observados en SGFR-PA6 (10wt.%): a) $\rho = 0 \text{ mm}; b$) $\rho = 0.25 \text{ mm}; c$) $\rho = 0.5 \text{ mm}; d$) $\rho = 1.0 \text{ mm}; e$) $\rho = 2.0 \text{ mm}.$

5. CONCLUSIONES

Este artículo presenta el análisis del efecto del radio de entalla en el comportamiento a fractura de poliamida 6 reforzada con un 10 % en peso de contenido de fibra de vidrio (SGFR-PA6). El programa experimental se compone de 25 probetas de fractura (SENB) variando el radio de entalla (de 0 mm a 2.0 mm).

Se ha observado un claro efecto entalla; el valor de la resistencia a fractura aumenta al incrementar el radio de entalla. El efecto entalla para radios inferiores a 0.25 mm es despreciable.

Asimismo, se ha realizado una correcta predicción del efecto entalla mediante el uso del Método de la Línea (LM). La predicción de la tenacidad aparente a fractura con la TDC en este material no necesita de calibración previa, siendo sencilla y precisa.

Por otro lado, mediante el uso de microscopía Electrónica de Barrido se ha observado una relación directa entre los micromecanismos de fractura y la evolución de la tenacidad aparente a fractura.

AGRADECIMIENTOS

Los autores de este trabajo desean agradecer al MINECO del Gobierno de España por la financiación del proyecto MAT2014-58443-P: "Análisis del comportamiento en fractura de componentes estructurales con defectos en condiciones debajo confinamiento tensional", de cuyos resultados deriva este artículo.

REFERENCIAS

- [1] AA Griffith, The phenomena of rupture and flow in solids, *Phil. Trans. R Soc. London.* A 221, pp. 163-198, 1920.
- [2] LS Niu, C. Chehimi, G. Pluvinage, Stress field near a large blunted V notch and application of the concept of notch stress intensity factor to the fracture of very brittle materials, *Eng Fract Mech* 1949;49:325-35.
- [3] G. Pluvinage, Fatigue and fracture emanating from notch; the use of the notch stress intensity factor, *Nucl Eng Des* 1998;185:173-84.
- [4] Y. Bao, Z. Jin, Size effects and mean strength criterion for ceramics, *Fat Fract Eng Mater Str* 1993;16:829-35.
- [5] W. Fenghui, Prediction of intrinsic fracture toughness for brittle materials from the apparent toughness of notch-crack specimen, *J Mater Sci* 2000;35:2543.
- [6] M. Creager, C. Paris, Elastic field equations for blunt cracks with reference to stress corrosion cracking, *Int J Fract* 1967;3:247-52.

- [7] S. Cicero, F. Gutiérrez-Solana, JA. Álvarez, Structural Integrity assessment of components subjected to low constraint conditions, *Eng Fract Mech* 2008;35:2543-6.
- [8] S. Cicero, V. Madrazo, IA. Carrascal, On the point method and the line method notch effect predictions in Al7075-T651, Eng Fract Mech 2012;86:56-72.
- [9] S. Cicero, V. Madrazo, T. García, Analysis of the notch effect in the apparent fracture toughness and the fracture micromechanisms of ferritic-pearlitic steels operating within their lower shelf, *Eng Fail Ana* 2014;36:322-342.
- [10] D. Taylor, The theory of critical distances: a new perspective in fracture mechanics, *Elservier*, 2007.
- [11] D. Taylor, M. Merlo, R. Pegley, MP. Cavatorta, The effect of stress concentrations on the fracture strength of polymethylmethacrylate, *Mater Sci Eng* 2004;A382: 288-94.
- [12] H. Neuber, Theory of notch stresses: principles for exact calculation of strength with reference to structural form and material, *Springer Verlag*, Berlin, 1958.
- [13] RE. Peterson, Notch sensitivity. In: Sines G, Waisman JL, editors. Metal fatigue. McGraw Hill. 1959. p. 293-306. New York.
- [14] TL. Anderson, Fracture mechanics: fundamentals and applications, *CRC Press*, Florida, 1991.
- [15] PK. Mallik, Fibre reinforced composites; materials manufacturing and design, 3rd Edition, CRC Press, 2007.
- [16] JA. Brydson, Plastics Materials, 5th Edition, Guildford: Butterworth Heinemann, 1989.
- [17] ASTM D638-10, Standard Test Method for Tensile Properties of Plastics, *American Society of Testing and Materials*, Philadelphia, 2010.
- [18] ASTM D5045-99, Standard Test Methods for Plane-Strain Fracture Toughness and Strain Energy Release Rate of Plastic Materials, *American Society of Testing and Materials*, Philadelphia, 1999.

LOADING RATE EFFECT ON THE DOUBLE-K FRACTURE PARAMETERS OF CONCRETE

G. Ruiz¹, J. J. Ortega^{1*}, R. C. Yu¹, S. Xu², Y. Wu²

E.T.S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, Universidad de Castilla-La Mancha Av. Camilo José Cela, s/n, 13071, Ciudad Real, Spain

²College of Civil Engineering & Architecture, Zhejiang University Yuhangtang Road 866, Xihu District, 310058, Hangzhou, China ^{*}E-mail: JoseJoaquin.Ortega@uclm.es

RESUMEN

Este trabajo estudia el efecto de la velocidad de carga en los parámetros de fractura doble-*K* en hormigón: tenacidad de inicio de la fisuración K_{lc}^{ini} y tenacidad inestable K_{lc}^{un} , que marcan los dos estados principales de propagación de la fisura. Se calculan a partir de una curva de carga-apertura de fisura, $P-w_M$. Sin embargo, la metodología original no tiene en cuenta la influencia de la velocidad de carga, que podría no ser despreciable para ciertas configuraciones de ensayo. El método doble-*K* incluye un tercer parámetro, la tenacidad cohesiva K_{lc}^c , que relaciona K_{lc}^{ini} y K_{lc}^{un} mediante la integración de las tensiones cohesivas en la zona de proceso de fractura. En este artículo, la influencia de la velocidad de carga se introduce en el método a través de K_{lc}^c , incluyendo en la ley de ablandamiento un factor viscoso, función de la velocidad de apertura de fisura. La idea surge de la aproximación viscosa-cohesiva ya implementada en un modelo numérico usado con éxito en un trabajo previo (*Engineering Fracture Mechanics* 82:195-208, 2012). Se calculan parámetros doble-*K* dependientes de la velocidad de carga. La dependencia de la velocidad es ligeramente mayor para probetas grandes, lo que amplifica el efecto de escala.

PALABRAS CLAVE: Método doble-K, Efecto de velocidad, Equivalencia elástica, Fractura de hormigón.

ABSTRACT

This work studies the effect of the loading rate on the double-*K* fracture parameters in concrete: crack initiation toughness K_{lc}^{ini} and unstable toughness K_{lc}^{un} , which mark the two main stages of crack propagation. They are calculated from a load-crack mouth opening curve, P- w_M . However, the original methodology does not take into account the influence of the load velocity, which may not be negligible for certain testing configurations. The double-*K* method includes a third parameter, the cohesive toughness K_{lc}^c , that relates K_{lc}^{ini} and K_{lc}^{un} by integrating the cohesive stresses in the fracture process zone. In this paper, the influence of the loading rate is introduced in the method through K_{lc}^c , by including in the softening law a viscous factor, function of the crack opening velocity. The idea arises from the viscous-cohesive approach implemented in a numerical model successfully used in a previous work (*Engineering Fracture Mechanics* 82:195-208, 2012). Rate-dependent double-*K* parameters are computed from P- w_M curves obtained with the numerical model, analysing a wide range of specimens and crack opening rates. *R*-curves are also obtained. The results show that double-*K* parameters increase with the loading rate. The rate dependence is slightly greater for large specimens, which amplifies the size effect.

KEY WORDS: Double-*K* method, Rate effect, Elastic equivalence, Concrete fracture.

1. INTRODUCTION

The double-*K* method [1-4] is a calculation methodology for concrete and other quasi-brittle materials that obtains as fracture parameters two values of toughness: K_{Ic}^{ini} , which marks the initiation of the crack propagation, and K_{Ic}^{un} , which indicates the limit at which the crack propagation becomes unstable. Double-*K* parameters are fairly used by many researchers and practitioners around the world, especially in China, where there is already a standard to regulate their

determination [5]. This method is based in an elastic equivalence, so that analytical formulas from linear elastic fracture mechanics (LEFM) can be applied to calculate those fracture parameters. Thus, this methodology stands as a practical tool to determine when a crack would start to grow and how far a structural element is from failure. The elastic equivalence is established for a curve of load-CMOD (crack mouth opening displacement or w_M). This curve can be measured in laboratory using beams for three-point bending (TPB) tests or compact specimens for

wedge-splitting (WS) tests. The present work has analysed the results for the first type.

Double-K parameters are determined from two points in the *P*- w_M curve. K_{Ic}^{un} needs the maximum load P^{max} and its corresponding critical crack mouth opening (w_{Mc}) . K_{lc}^{ini} requires only the load at crack initiation (P^{ini}). However, this load is usually difficult to detect in experimental tests. Due to that problem, the authors of the method [2, 4] proposed a methodology where K_{Ic}^{ini} is obtained from K_{lc}^{un} by detracting the amount of toughness developed along the fracture process zone (FPZ) from the crack initiation to the peak load, computed by the cohesive toughness K_{lc}^{c} . With this parameter, only P^{max} and w_{Mc} are necessary, which greatly simplifies the required work in the laboratory. However, one problem that arises from using K_{Ic}^c as it was originally defined is that it only deals with data from static tests. Experience has demonstrated the influence of loading velocity in tests results, which may result relevant for many test configurations used in laboratories, with loading rates that are not quasi-static or when unstable portions appear in P- w_M curves, when the control of the machine cannot follow fast variations of the load. Besides, rate-effects couple with the ones deriving from the size of the specimen [6].

The main objective of this study is, then, to adapt the double-K methodology so that the loading velocity influence can be estimated, whether it is necessary to correct rate-affected double-K parameters or static input data is wanted to be used for extrapolating to different loading rates. The introduction of rate-effects in the double-*K* methodology is made following the approach of Rosa et al. [7], who developed a viscous-cohesive model which was implemented in the so-called 'smeared crack-tip superposition scheme' to obtain an exact cohesive solution. It gives the cohesive stresses as a function of both the crack opening and the crack opening velocity. The same viscous-cohesive model is now introduced in the double-K methodology by means of a viscous factor implemented in the cohesive toughness K_{lc}^{c} . This parameter allows computing ratedependent toughness values and deriving the corresponding R-curves.

This numerical model was calibrated for a certain concrete characterised by previous experimental tests. With it, P- w_M curves were obtained, both static and rate-affected, in order to apply the double-K method to them. The values of K_{lc}^c obtained from each group of P- w_M curves are compared to observe their relation. Moreover, different calculations with the rate-affected K_{lc}^c are performed to analyse the particular effects of considering different crack opening rates or viscous parameters.

The results show that the toughness parameters increase with the loading velocity. The rate dependence is slightly weaker for small specimens than for large ones. This amplifies the size effect on the double-K

parameters, which is pronounced for small sizes and mild for big sizes at strictly static tests.

The article is structured as follows: Section 2 presents the experimental programme and its results; in Section 3, the numerical model is described and new P- w_M curves are obtained; in Section 4, the double-K method is analysed and modified to include the loading rate influence; in Section 5, the results are discussed; finally, Section 6 presents the conclusions of the work.

2. EXPERIMENTAL PROGRAMME

Concrete characterisation tests were used for calibrating the numerical model for a certain material and geometry. The experimental programme consisted in TPB tests, using notched beams. The tests were done with crack opening control, registering load (P) and crack mouth opening displacement (w_M) values.

The geometry of the beams consisted in prisms with a span 4 times the depth or size (*D*), with a central notch whose length is 0.5 *D*. Three different beam sizes were tested: DI = 75 mm, D2 = 150 mm and D3 = 300 mm, keeping the width (*B*) in 50 mm.

The concrete used had a maximum aggregate size of 5 mm. The material was made under an intense control of manufacture in order to minimized scatter in the mechanical properties. Table 1 shows the mean value for each parameter with their standard deviation in brackets. With these parameters, the resulting characteristic length is $l_{ch} = 130$ mm.

Table 1. Concrete properties.

f_c (MPa)	f_t (MPa)	E_c (GPa)	$G_F(\mathrm{N/m})$
39.5 (1.6)	3.8 (0.34)	30.5 (2.0)	62.5 (4.7)

Each beam size was tested at a different CMOD rate to study the size effect and at a very slow velocity, so that the testing conditions were quasi-static. The displacement rates were scaled in the same proportion than the beam sizes: D1, 5 µm/min; D2, 10 µm/min; D3, 20 µm/min. The experimental results are shown in Fig. 1. These test results are representative as we obtain very similar curves for each beam size.



Figure 1. Experimental P-w_M curves and validation of the numerical model.

3. NUMERICAL TESTS

In order to extend the study beyond the limitations in dimensions of laboratory tests, a numerical model of a standard TPB test was used. This model is based on the smeared crack tip method of Planas and Elices [8], which considers that only one discrete crack develops, in cohesive fracture. The numerical formulation consists in an improvement of the influence method of Petersson [9] by a triangulation of the system of equations, based on the applicability of LEFM and the superposition hypothesis. This system can be solved by direct substitution, making easier the calculation process.

A cohesive law relates the stresses in the crack with the corresponding crack openings, $\sigma = f(w)$. Several different softening laws were considered, selecting the one that better fitted the test results. This was the bilinear softening law proposed by Guinea, Planas and Elices [10], designed to provide a good fitting of the peak load and the tail of the *P*-*w*_M curve, as demonstrated by the comparison with the experimental curves (Fig. 1). A detailed description of the method and a successful application case is offered in [11], where the model includes a reinforcement layer.

Furthermore, the scope of the model was amplified to include the effect of the loading velocity [7]. High loading rates find higher opposition to break the material due to inertial phenomena. Thus, a simple approach to insert this effect in the model consists in considering a time dependent or viscous factor that multiplies the cohesive stress given by the softening law in the FPZ. This factor has been defined as:

$$g(\dot{w}) = 1 + \left(\frac{\dot{w}}{\dot{w_0}}\right)^n \tag{1}$$

where \dot{w} is the crack opening rate, \dot{w}_0 is a reference crack opening rate and *n* is a constant.

Previous experiences [7] have proved that a good value for \dot{w}_0 is 100 µm/s, while *n* can be chosen from the range (0.15, 0.30).

In this work, a total of 100 nodes have been used in the beam depth, with the notch tip in node 50. In order to calibrate the model for this concrete, numerical results are compared with the experimental ones for each of the three sizes studied in laboratory. As the tests were performed under quasi-static conditions, the numerical results have been obtained without including the rate effect. The comparison between experimental and numerical results, shown in Fig. 1, proves the good agreement between them and validates the model for this concrete and geometry.

Once validated, the model is ready to generate the P- w_M curves of the size range of interest for this study. This range is established in relation to the characteristic length (l_{ch}) of the concrete. With $D = 1 l_{ch}$ as reference, the chosen range includes the 9 decimal fractions and 9

multiples until 10. As $l_{ch} = 130$ mm, the range covers a 19-size series from 13 mm to 1300 mm (Fig. 2).

Additionally, six more $P-w_M$ curves were obtained including the rate influence for sizes between $D = 1 l_{ch}$ (130 mm) and $D = 10 l_{ch}$ (1300 mm). The configuration parameters were: $\dot{w}_M = 2.5 \,\mu\text{m/s}$, $\dot{w}_0 = 100 \,\mu\text{m/s}$, n = 0.15. Figure 3 shows three examples in comparison with their corresponding static curves.



Figure 2. Static numerical P-w_M *curves.*



Figure 3. Rate-affected numerical P-w_M curves.

4. RATE INFLUENCE IN THE DOUBLE-*K* METHOD

Double-*K* toughness parameters are calculated with the formula for the stress intensity factor *K* (Eq. 2) at the critical situation where the crack is propagating. For the crack opening mode I, the toughness parameter is denoted as K_{Ic} . The equivalent elastic crack length *a* is required, which can be calculated by Eq. 3. This formula relates each couple of P- w_M values with their corresponding crack length. Eq. 2 and Eq. 3 correspond to TPB specimens.

$$K_{I} = \frac{3 P S}{2 D^{2} B} \sqrt{a} F_{I}(a/D)$$
(2)

$$w_{M} = \frac{6 P S a}{D^{2} B E} V_{I}(a/D)$$
(3)

where S is the span length, D is the beam size, B is the beam width, E is the elastic modulus and F_I and V_I are shape functions for TPB specimens [12].

 K_{Ic}^{un} is calculated with the maximum load P^{max} and its corresponding critical crack mouth opening w_{Mc} . K_{Ic}^{ini} corresponds to the crack initiation load P^{ini} , with a crack length equal to the initial notch length a_0 . K_{Ic}^c computes the toughness developed along the FPZ from the crack initiation (a_0) to the peak load (a_c) . Then, K_{Ic}^{ini} can also be obtained with Eq. 4:

$$K_{Ic}^{ini} = K_{Ic}^{un} - K_{Ic}^c \tag{4}$$

The calculation of this parameter requires to set a stress distribution, given by a softening law. K_{lc}^{c} is calculated through Eq. 5 [2]:

$$K_{Ic}^{c} = \int_{a_0}^{a_c} \frac{2\sigma(x/a_c)}{\sqrt{\pi a_c}} F\left(\frac{x}{a_c}, \frac{a_c}{D}\right) dx \qquad (5)$$

where $\sigma(x/a_c) = \sigma(w[x/a_c])$ is the softening law and $F(x/a_c,a_c/D)$ is a geometric function.

This method has been applied to the set of 19 P- w_M curves obtained from the numerical model. Figure 4 shows the values of the different toughness parameters for each beam size, linked by continuous curves. For K_{lc}^{ini} there are two different curves. One of them corresponds to the crack initiation load P^{ini} that can be measured directly from the P- w_M curve, marked by the loss of linearity in the loading ramp. The other one corresponds to the K_{lc}^{ini} calculated by Eq. 4. As it is observed, there is a good agreement between them along this wide range of specimen sizes.



Figure 4. Double-K parameters from static P-w_M curves.

After this general description of the double-*K* method, the simplest idea to implement the loading rate influence is by following the same procedure that in the numerical model. K_{lc}^c allows the introduction of the same viscous factor. The original softening law $\sigma(w)$ in Eq. 5 is substituted by $\sigma(w, \dot{w}) = f(w) g(\dot{w})$, where f(w) is the softening law and $g(\dot{w})$ is the viscous factor defined by Eq. 1.

The softening law proposed in the double-K method is an expression developed by Reinhardt *et al.* [13]. However, any cohesive function adapted to the concrete under analysis can be chosen. In this work, the bilinear softening law of Guinea, Planas and Elices [10] was adopted, as this is the one implemented in the numerical model that has been used for generating the P- w_M curves taken as input data, with the same parameters.

Cohesive stress depends on the position along the crack as the crack opening w varies from the crack opening at the notch tip (w_T) to 0 at the crack tip, expressed as w(x). Similarly, the crack opening rate \dot{w} depends on the variation of crack opening in a time step, $\dot{w}(w(x), t)$. This is taken into account by recording the crack width in the previous point to the maximum load in the curve so that it is possible to obtain the local opening velocity along the crack until a_c .

Once K_{lc}^{ini} has been determined, which is considered to have a low variation under a change of loading rate and, so, can be kept constant, the new value of K_{lc}^{un} is obtained by adding the rate-affected K_{lc}^{c} to K_{lc}^{ini} . With this methodology, it is possible to easily evaluate the rate effect in the double-*K* parameters.

Furthermore, although K_{lc}^c was initially established to calculate the difference between K_{lc}^{ini} and K_{lc}^{un} , it is possible to obtain this parameter at every point of the *P*- w_M curve, each with a corresponding equivalent elastic crack length. Thus, $K_{lc}^{ini}+K_{lc}^c$ at each point generates a toughness-crack length curve (K_{lc} -a), with an equivalent resistance curve *R*-a through Eq. 6:

$$R = \frac{K_{Ic}^{2}}{G_{F}} \tag{6}$$

This methodology aims to get a term (K_{Ic}^{c}) capable to relate the corresponding K_{Ic}^{un} and K_{Ic}^{ini} values whatever the loading velocity, consideration that the original method did not include. Moreover, by assuming the hypothesis that K_{Ic}^{ini} is less sensitive to rate effects than K_{Ic}^{un} and, so, it will experience little change regardless the loading velocity, K_{Ic}^{c} would help to estimate K_{Ic}^{un} for a certain loading rate starting from a known K_{Ic}^{ini} value measured with quasi-static tests. Inversely, if what is known is a K_{Ic}^{un} measured in a case with a relevant loading velocity, a K_{Ic}^{c} calculated accordingly could serve to detract the rate effect from that parameter to obtain a reference K_{Ic}^{ini} and, after that, adding a new K_{Ic}^{un} without rate influence would provide the static K_{Ic}^{un} that corresponds to that concrete.

Double-*K* curves were also calculated in a previous work in static conditions [14]. Now, they are also presented in comparison with the effect of the loading rate.

5. RESULTS AND DISCUSSION

The first results to analyse consist in the double-*K* parameters that can be measured directly on the static and rate-affected P- w_M curves, respectively. Figure 5 shows that, while K_{lc}^{un} experiences an increment when considering the loading velocity, K_{lc}^{ini} keeps around a constant value. This fact supports the idea presented above, which considers that a static K_{lc}^{ini} may not differ much from its corresponding rate-affected value and, so,

it can be taken as the base for reaching K_{Ic}^{un} considering the load velocity by means of K_{Ic}^{c} .

Next, K_{Ic}^{c} parameters are introduced. On the one hand, the cohesive toughness calculated from the rate-affected P- w_M curves, with the appropriate viscous parameters, is detracted from its corresponding K_{lc}^{un} to obtain K_{lc}^{ini} . As shown in Fig. 5, this new K_{lc}^{ini} value coincides with the one already measured up to a beam size of 600 mm, although later it continues growing following the increasing tendency of K_{lc}^{un} . Then, for typical specimen sizes in laboratory, the K_{lc}^c parameter with a viscous factor works as well as its static counterpart for estimating K_{lc}^{ini} (Fig. 4). On the other hand, the modified K_{Ic}^c , obtained now from the static *P*- w_M curves, is added to the static K_{lc}^{ini} . This new K_{lc}^{un} is, again, a good approximation for the one that can be directly measured with the rate-affected curves until a size of 600 mm, remaining, in any case, within a 20% of variation on the safe side for larger sizes.



Figure 5. Static and rate-affected double-K parameters.

Furthermore, both K_{lc}^c parameters are very similar, around a constant value of 0.6 MPa m^{1/2}. This a relevant result as it validates the hypothesis that rate effects can be estimated from static P- w_M curves within a range of tolerance, and vice versa. Experimental tests with high loading rates are required to contrast this observation and to check if the K_{lc}^c obtained with this methodology corresponds to the difference between K_{lc}^{un} and K_{lc}^{ini} that are measured directly from the P- w_M curve.

In the following, rate effects on the double-*K* method adapted with this methodology are studied through K_{lc}^c obtained with the static P- w_M curves, depending on the variables that affect Eq. 1. Parametric analyses have been performed on the *n* parameter of the viscous factor, the crack mouth opening rate for a constant value for any beam size and the crack mouth opening rate for a value proportional to the beam size.

In Fig. 6, K_{lc}^c diminishes for higher *n*. This is in consonance with [7], where an increasing value of *n* obtains decreasing values of load up to a certain displacement rate/reference opening rate relation. From that point on, the effect is the opposite. Then, the relation of $\dot{w}_0 = 100 \,\mu\text{m/s}$ and $\dot{w}_M = 2.5 \,\mu\text{m/s}$ is to the left of that inflection point.



Figure 7. Rate effect varying \dot{w}_{M} , constant for all sizes.

D (mm)



Figure 8. Rate effect varying \dot{w}_{M} , size dependent.

Figure 7 and Fig. 8 show the variation of K_{lc}^c depending on \dot{w}_M , keeping n = 0.15. In the first case, \dot{w}_M is constant for every specimen, analysing different velocities. In the second case, \dot{w}_M is proportional to the beam size, considering a starting value of 2.5 µm/s for the smallest size (0.1 l_{ch}). For constant opening rates, each K_{lc}^c curve presents a certain size effect, increasing for larger sizes. The different \dot{w}_M values form a family of parallel curves. The interval between them is proportionally bigger for smaller opening rates than for larger ones. An increase in \dot{w}_M from 2.5 µm/s to 500 µm/s results in a variation of K_{lc}^c about a 40%, so for an exponential increase of \dot{w}_M , the variation in K_{lc}^c is moderate in relative terms. Figure 8 also shows the static K_{lc}^c curve and repeats the corresponding one for $\dot{w}_M = 2.5 \,\mu$ m/s. Again, their trajectories are parallel, with the rate-affected curve a 50% higher. In the case where the opening rate increases with the size, the size effect in K_{lc}^c is amplified, from that 50% of increase for the smallest size to a 100% for the largest one (10 l_{ch}).

Finally, the rate effect in K_{Ic}^c is also presented in the form of R-like curves, studying the evolution of the cohesive toughness along the crack for different crack opening rates. Figure 9 presents the results for $D = 1 l_{ch}$ in non-dimensional units and in terms of K_{lc}^c . As K_{lc}^{ini} is a constant, K_{Ic}^{c} curves have the same shape than K_{Ic} $(K_{Ic}^{ini} + K_{Ic}^{c})$. By Eq. 6, it is possible to convert this data into an R-curve. These curves follow the same tendency already observed in Fig. 7, with a higher value of K_{Ic}^c for larger velocities. This graph is useful to predict the behaviour of a concrete during a test where the opening rate is changed (intentionally or not), for example, in order to reduce its duration. If this has been a sudden change, the trajectory followed on a K_{lc}^c - Δa curve would suffer a jump to another one, continuing along this new curve after that.



Figure 9. Cohesive toughness evolution along the crack for different crack opening rates.

6. CONCLUSIONS

With the simple approach presented in this work, it has been possible to reproduce in the double-*K* parameters typical increments due to rate effects in other fracture parameters. This study shows how relatively small crack opening rates produce a clear increase in the result of toughness parameters, with a damped growing tendency.

The election of the parameters of the viscous factor has also an important role as they control the final value of K_{Ic}^c and, therefore, they must be properly chosen for the material under study.

The proposed methodology can also determine the resistance curves for a given specimen for various crack opening velocities, which allows following the evolution during a fracture process where changes of the loading rate take place.

ACKNOWLEDGEMENTS

The authors acknowledge the financial support from the *Ministerio de Economía y Competitividad*, Spain, under grant number BIA2015-68678-C2-1-R, and from the *Junta de Comunidades de Castilla-La Mancha*, under grant number PEII-2014-016-P and a predoctoral grant.

REFERENCES

- S. L. Xu, H. W. Reinhardt, Determination of double-K criterion for crack propagation in quasibrittle materials, Part I: Experimental investigation of crack propagation, *International Journal of Fracture* 98, 111-149, 1999a.
- [2] S. L. Xu, H. W. Reinhardt, Determination of double-K criterion for crack propagation in quasibrittle materials, Part II: Analytical evaluating and practical measuring methods for three-point bending notched beams, *International Journal of Fracture* 98, 151-177, 1999b.
- [3] S. L. Xu, H. W. Reinhardt, Determination of double-K criterion for crack propagation in quasibrittle materials, Part III: Compact tension specimens and wedge splitting specimens. *Int. Journal of Fracture* 98, 179-193, 1999c.
- [4] S. L. Xu, H. W. Reinhardt, A simplified method for determining double-K fracture parameters for three-point bending tests, *International Journal of Fracture* 104(2), 181-209, 2000.
- [5] DL/T 5332-2005, Norm for Fracture Test of Hydraulic Concrete [S], Power Press, Beijing, China, 2006.
- [6] Z. P. Bažant, M. Jirásek, *R*-curve modelling of rate and size effects in quasibrittle fracture, *Int. Journal* of *Fracture* **62**, 355-373, 1993.
- [7] A. L. Rosa, R. C. Yu, G. Ruiz, L. Saucedo, J. L. A. O. Sousa, A loading rate dependent cohesive model for concrete fracture, *Engineering Fracture Mechanics* 82,195–208, 2012.
- [8] J. Planas, M. Elices, Fracture criteria for concrete: mathematical approximations and experimental validation, *Engineering Fracture Mechanics* 35, 87-94, 1991.
- [9] P. E. Petersson, Crack growth and development of fracture zone in plain concrete and similar materials, Report No. TVBM-100, Lund Institute of Technology, 1981.
- [10] G. V. Guinea, J. Planas, M. Elices, A general bilinear fit for the softening curve of concrete. *Materials and Structures* 27, 99-105, 1994.
- [11] G. Ruiz, Propagation of a cohesive crack crossing a reinforcement layer, *International Journal of Fracture* **111**, 265-282, 2001.
- [12] H. Tada, P.C. Paris, G.R. Irwin, *The Stress Analysis of Cracks Handbook*, Paris Productions Incorporated, St. Louis, Missouri, USA, 1985.
- [13] H. W. Reinhardt, H. A. W. Cornelissen, D. A. Hordijk, Tensile tests and failure analysis of concrete. *Journal of Structural Engineering* 112(11), 2462-2477, 1986.
- [14] G. Ruiz, J. J. Ortega, R. C. Yu, Size effect on double-K fracture parameters in concrete, Anales de Mecánica de la Fractura 32, 184-189, 2015.

Reconstrucción en 3D mediante tomografía electrónica del fondo de micro-entallas generadas por ablación láser en circona dopada con itria

M. Turon-Vinas^{1,2*}, J. Morillas¹, P. Moreno³, M. Anglada^{1,2}

¹CIEFMA-Departamento de Ciencia de los Materiales e Ingeniería Metalúrgica, ETSEIB, Universitat Politècnica de Catalunya, 08028 Barcelona, España.

²CRnE, Campus Diagonal Sud, Edificio C', Universitat Politècnica de Catalunya, 08028 Barcelona, España.

³Grupo de Investigación en Aplicaciones del Láser y Fotónica, Universidad de Salamanca, E-37008, Salamanca, Spain ^{*}E-mail: miquel.turon@upc.edu

RESUMEN

Uno de los métodos más utilizados para medir la tenacidad de fractura de materiales cerámicos es a partir del ensayo de flexión por cuatro puntos en probetas prismáticas con entallas en forma de V (SEVNB). Generalmente, las entallas se fabrican mediante un corte con un disco adiamantado y el fondo de las mismas se afina mediante una cuchilla con pasta de diamante. Las entallas tienen una longitud cercana a la mitad del espesor con unos radios en su punta generalmente superiores a 10 µm.

Cuando el radio de la entalla es mucho mayor que el tamaño del grano, como ocurre en el caso materiales cerámicos sub-micrométricos, la aproximación de considerar la entalla más el daño inducido frente a la misma como una grieta de borde no se cumple. Por consiguiente, es necesario reducir el radio de la entalla o bien inducir frente a la entalla grietas cuya longitud sea varias veces mayor que su radio.

En este trabajo se presenta cómo se pueden mecanizar micro-entallas mediante ablación láser de femtosegundo en la superficie de probetas prismáticas de circona dopada con itria (3Y-TZP), obteniendo así entallas muy finas (con radios de entalla inferiores a 1 micra). También se forma una zona micro-fisurada frente a la punta de la entalla, muy localizada en la dirección de la misma, y de longitud muy superior a su radio. Esta zona ha sido estudiada en detalle realizando una reconstrucción tomográfica 3D del daño generado frente a las entallas utilizando cortes obtenidos con haz de iones focalizados.

PALABRAS CLAVE: Tenacidad de fractura, entallas, láser, tomografía

ABSTRACT

Four-point bending of samples with a V-notch (SEVNB) is one of the most widely used methods for determining the fracture toughness of ceramic materials. Usually, notches are produced by cutting with a diamond disc and thinned with a razor blade with a diamond suspension. These notches have a length of about half the thickness of the sample and with a radius at the tip usually above $10 \,\mu m$.

When the notch tip radius is much larger than the grain size, as happens in sub-micron ceramics, considering the notch and the damage in front of it as one edge crack is not a good approximation. Therefore, it is necessary to reduce the notch radius or to produce cracks in front of the notch whose length is a few times larger than its radius.

In this work it is shown a method to machine very sharp micro-notches (with radius bellow 1 micron) by femtosecond laser ablation on the surface of yttria-stabilized zirconia (3Y-TZP). In front of the micro-notch a micro-cracked zone is formed in the same direction as the notch and with a length much larger than its tip radius. This zone has been extensively studied by a 3D tomographic reconstruction from slices obtained by a focused ion beam (FIB).

KEYWORDS: Fracture toughness, notches, laser, tomography

1. INTRODUCCIÓN

La tenacidad de fractura, K_{Ic} , generalmente se mide a partir de una grieta superficial y pasante inducida en la punta de una entalla en forma de V (SEVNB) [1,2]. La entalla suele fabricarse mediante métodos convencionales, ya sea por corte con un disco muy fino adiamantado o por electroerosión. Para una correcta determinación de $K_{\rm lc}$ directamente a partir de la entalla es necesario que el radio de su punta, ρ , sea muy pequeño. En los metales se consigue mediante la nucleación y extensión, Δc , de una grieta de fatiga a partir de la raíz de la entalla. Sin embargo, en los materiales cerámicos inducir una grieta de fatiga mediante tracciones cíclicas es complejo, por lo que, en general, K_{Ic} suele obtenerse directamente a partir de la entalla.

Para ello, se supone que frente a la entalla existen micro-grietas muy finas de longitud muy superior a ρ , lo cual permite aproximar el factor de intensidad de tensiones real de la configuración entalla más microgrietas como el de una grieta recta en el borde de longitud $c_0 + \Delta c$ [3]. Para que esta aproximación pueda aplicarse correctamente a materiales cerámicos con tamaño de grano sub-micrométrico, ρ debería ser inferior a unas pocas micras, lo cual es prácticamente imposible mediante el corte con un disco adiamantado [4].

Un método novedoso para mecanizar entallas afiladas es mediante ablación láser de pulso ultra-corto (*ultra short laser pulse ablation*, UPLA) [5-8]. A diferencia de los láseres convencionales, los láseres de pulso ultracorto (generalmente de femtosegundo), fuera de la región focalizada y evaporada por el haz láser, la temperatura no aumenta porque el tiempo de excitación es demasiado corto para que el calor se transmita a la red cristalina, por lo que no debería producirse una zona afectada térmicamente alrededor de la zona ablada [9].

Sin embargo, en trabajos anteriores se ha observado micro-fisuración en la punta de las entallas producidas mediante este método. El tipo de daño y su extensión delante de la raíz de la entalla desempeña un papel importante de cara a la aplicabilidad del método y a la correcta determinación de $K_{\rm Ic}$ [5,6].

Por consiguiente, el presente trabajo se centra en el estudio del daño producido delante de micro-entallas mecanizadas por radiación láser de femtosegundo. Dicha zona ha sido estudiada en detalle realizando una reconstrucción tomográfica 3D del daño generado frente a las entallas a partir de imágenes bidimensionales de la superficies micro-mecanizadas con un haz de iones focalizado (FIB).

2. MÉTODO EXPERIMENTAL

Las probetas prismáticas utilizadas en los ensayos fueron fabricadas a partir de un polvo comercial de circona tetragonal estabilizada con 3% molar de (3Y-TZP) (grado TZ-3YSB-E, Tosoh) mediante prensado uniaxial a una presión de 100MPa. A continuación, fueron sinterizadas en un horno eléctrico (Nabertherm) a 1450°C durante 1 h, con rampas de calentamiento y enfriamiento de 3 °C/min., obteniendo así barras prismáticas de 4 mm \times 45 mm \times 3 mm (en las direcciones que indicaremos por X, Y y Z respectivamente). La densidad final medida por el método de Arquímedes fue superior al 98% de la densidad teórica). Las muestras fueron chaflanadas, desbastadas y pulidas utilizando un tamaño final de partícula de diamante de 3 µm en todas las superficies, y un pulido final de sílice coloidal en la superficie XY.

Micro-	Energía del	Velocidad de	Número de
entalla	pulso (µJ)	barrido (µm/s)	pasadas
1	5	50	4
2	5	50	2
3	5	100	2
4	5	100	4
5	5	150	4
6	5	150	2
7	3	150	2
8	3	150	4
9	3	100	4
10	3	100	2
11	3	50	2
12	3	50	4
13	8	50	4
14	8	50	2
15	8	100	2
16	8	100	4
17	8	150	4
18	8	150	2

Tabla 1. Resumen de los parámetros empleados en la fabricación de las entallas.

En una de las probetas se mecanizaron micro-entallas en la superficie XY en el plano YZ mediante ablación láser con pulsos infrarrojos ultra-cortos (120 fs 795 nm). El equipo utilizado fue un oscilador comercial de Titanio: Zafiro (Tsunami, Spectra Physics) y un amplificador regenerativo (Spitfire, Spectra Physics). Se utilizaron pulsos linealmente polarizados y la tasa de repetición fue de 1 kHz. El sistema de enfoque consistió en un doblete acromático con una longitud focal de 50 mm. La muestra fue colocada en una plataforma motorizada desplazándose en la dirección Y. En las diversas entallas se emplearon pulsos de distinta energía, distintas velocidades de escaneo y de número de pasadas (tabla 1).

Dos micro-entallas, correspondientes a la menor y máxima energía aplicada (micro-entallas 7 y 13, respectivamente) fueron seleccionadas para un análisis más detallado.

Para la observación de la zona delante de la punta de la micro-entalla se utilizó un microscopio electrónico de barrido (FESEM, JEOL). Las observaciones se realizaron después de rebajar mediante pulido la superficie lateral unas decenas de micras para evitar cualquier influencia de la superficie de la muestra en el daño producido.

Se realizó un estudio tomográfico de la zona delante de la punta de la entalla mediante un microscopio de haz de iones focalizados (FIB, Neon 40, Zeiss). En primer lugar se depositó una capa de platino en la superficie para reducir el efecto "cortina" producido por el mecanizado con iones. Los cortes fueron realizados utilizando iones de Galio con una corriente de 500 pA en la dirección -Z mostrada en la figura 1, con espesores de entre 20 y 40 nm.



Figura 1. Esquema de la zona estudiada mediante seccionamiento por FIB.

La zona estudiada incluye la punta de la entalla y la zona dañada en su frente, tal y como se observa en la figura 1. La zona reconstruida mediante tomografía comprende una zona de $9,3 \times 6,5 \times 10 \ \mu m$ en la micro-entalla 7, y de $11 \times 7,5 \times 35,5 \ \mu m$ en la entalla 13.

El software FEI Avizo fue utilizado para procesar las imágenes y crear una superficie segmentada del daño. Previamente se aplicaron una serie de filtros para mejorar la calidad de la imagen, eliminar artefactos y facilitar la segmentación de la imagen.

3. RESULTADOS

La figura 2 muestra la superficie lateral de las probetas que es paralela al plano XZ. Todas las entallas poseen una zona micro-fisurada en la punta en la dirección de la entalla (dirección Z). Las micro-entallas son de diferente longitud y son muy afiladas. También las fisuras de la zona dañada son extremadamente finas.





Figura 2. Vista lateral de las micro-entallas.

Micro-	Longitud micro-	Longitud zona	Longitud
entalla	entalla (µm)	micro-fisurada (µm)	total (µm)
1	24.1	17.6	41.7
2	15.5	21.2	36.7
3	12.1	20.0	32.1
4	19.4	17.2	36.6
5	15.3	15.8	31.1
6	9.0	18.6	27.6
7	10.8	7.3	18.1
8	14.3	8.4	22.7
9	15.0	9.3	24.3
10	10.4	11.2	21.6
11	11.6	11.4	23.0
12	17.9	9.1	27.0
13	28.7	24.0	52.7
14	19.2	27.9	47.1
15	15.5	28.4	43.9
16	24.4	24.1	48.5
17	20.2	20.7	40.9
18	13.2	24.0	37.2

Tabla 2. Longitud de las micro-entallas y de las zonas micro-fisuradas.

La profundidad de las micro-entallas y del daño asociado en la dirección Z están recogidos en la tabla 2. El radio de la punta de las micro-entallas es aproximadamente el mismo (~1 μ m) en todas ellas. La longitud total de micro-entalla más zona micro-fisurada a lo largo de la dirección Z es mínima para la microentalla 7 y máxima para la 13 (figura 3).



Figura 3. Micro-entallas 7 (izquierda) y 13 (derecha). Micro-fisuras (flechas blancas) perpendiculares a la micro-grieta principal (flechas negras).

Las micro-entallas son poco profundas, entre ~9 μ m y 29 μ m, y la profundidad de la zona micro-fisurada varía entre ~7 μ m y 28 μ m, obteniendo así profundidades

totales de daño entre ~20 μ m y 50 μ m. Asimismo, el daño delante de la entalla se concentra únicamente en una banda estrecha, de aproximadamente sólo ~4 μ m de anchura a lo largo de la dirección de la micro-entalla.

Las microfisuras tienen cierta direccionalidad. En ambas entallas puede apreciarse una micro-grieta principal en la dirección de la entalla (Z) y una alta densidad de micro-fisuras en dirección perpendicular (X) (figura 3). Cortes a la largo de los planos XY (plano perpendicular a la dirección de la micro-entalla), y a lo largo del plano de la misma (plano YZ) (ver figura 4) también ponen de relieve esta direccionalidad. Además, se observa que la mayoría están concentradas a lo largo de la micro-grieta principal.



Figura 4. Vistas ortogonales de la micro-fisuración en la entalla 7 en los planos XY (arriba) e YZ (abajo).

La figuras 5 muestran la reconstrucción tomográfica correspondiente a las micro-entallas 7 y 13. Tal como cabía esperar de las imágenes anteriores, la mayor parte
del volumen micro-fisurado se encuentra alrededor de la microgrieta principal. La diferencia en color pone de manifiesto el volumen fisurado y conectado a la microgrieta principal (color rojo) y el volumen fisurado que no está conectado a esta última (color verde).



Figura 5. Reconstrucción 3D de la punta de las entallas 7 (a) y 13 (b). En color rojo se observa el volumen vacío interconectado con la micro-grieta principal, y en verde las regiones microfisuradas no conectadas a ésta.

Para cuantificar el volumen vacío y determinar la densidad de esta zona microfisurada y microporosa se ha seleccionado una banda de aproximadamente 1 μ m de anchura de manera que incluya a la microgrieta

principal. La cuantificación se inicia en la posición Z en la cual la micro-entalla tiene una abertura de 1 μ m por lo cual la posición "cero" corresponde al volumen 100 vacío. En la figura 6 se ha representado el valor medio de la fracción de espacio vacío (zona micro-fisurada y poros) en función de la profundidad (dirección Z).



Figura 6. Fracción de volumen vacío en función de la profundidad.

Debido al origen seleccionado, la fuerte y progresiva reducción del volumen vacío inicial corresponde a la cada vez menor abertura de la entalla a medida que nos aproximamos a su punta. El fuerte cambio en pendiente corresponde al fin de la entalla y comienzo de la zona de daño delante de la misma. Esto ocurre a ~7 μ m y ~5 μ m del origen para las micro-entallas 13 y 7, respectivamente. En esta última, a mayor profundidad se observa un incremento del volumen vacío lo cual se correlaciona con el daño observado en la superficie de la figura 3 (izquierda).

En ambas micro-entallas se produce un final abrupto del daño con lo que su extensión puede ser determinada sin ambigüedades, lo cual también queda reflejado en las superficies de fractura [5,6].

4. DISCUSIÓN

Se ha observado que, con los parámetros utilizados, el mecanizado de micro-entallas produce daño delante de las puntas de las mismas, el cual está caracterizado por una alta densidad de microgrietas y poros concentrados en la dirección de la micro-entalla. Cuanto mayor es la energía del pulso y mayor es el número de pasadas o menor es la velocidad de pasada, las micro-entallas producidas están mejor definidas y afiladas, con zonas microfisuradas y microporosas más profundas.

Además, la mecanización de las entallas mediante láser de pulso ultra corto no produce cambio de fase ni en la superficie de las micro-entallas ni tampoco en las superficies de fractura correspondientes a la zona dañada, lo cual ha sido reportado previamente mediante el análisis por espectrocopía micro-Raman de las superficies de fractura [5]. Por consiguiente, podemos considerar que la configuración original de microentalla+zona micro-fisurada no está apantallada por la transformación de fase. En vista del alto agrietamiento en la dirección de la micro-entalla, realizamos la hipótesis que durante el ensayo para determinar $K_{\rm Ic}$ la zona micro-fisurada coalesce en una sola grieta delante de la micro-entalla. Solamente cuando alcanzamos la carga máxima en el ensayo de flexión por cuatro puntos la micro-grieta se propaga a través del material no afectado por la radiación láser. Por tanto en los cálculos para determinar $K_{\rm Ic}$, utilizamos como longitud de micro-grieta final la longitud de la entalla más la longitud de la zona micro-fisurada.

Puesto que la longitud final $c_0+\Delta c$ es del orden de los defectos naturales usuales en cerámicas avanzadas (ver tabla 2), la tenacidad que podremos determinar es la tenacidad efectiva para este tamaño de defectos. Es bien conocido que este valor puede ser bastante distinto del valor encontrado en grietas grandes en materiales que presentan curva R, como es el caso de 3Y-TZP. La condición de rotura inestable implica una condición de tangencia entre el incremento del factor de intensidad de tensiones y la curva R que en el caso de una grieta inicial muy pequeña solamente se cumple en los puntos iniciales de la curva R, es decir, valores alejados del plateau de esta curva. Efectivamente, los valores de tenacidad de fractura obtenidos arrojan valores razonables ligeramente inferiores a los obtenidos en grietas grandes [5,6].

5. CONCLUSIONES

Tras el presente estudio, se puede concluir que:

- a) El mecanizado de micro-entallas mediante los parámetros utilizados produce daño localizado en la dirección de la entalla y consiste en una estrecha zona delante de la punta con una alta densidad de microfisuras en dirección paralela a la entalla y en gran parte conectadas a una micro-grieta principal.
- b) Ambas zonas (entalla y zona microfisurada) están más claramente definidas, cuanto mayor es la energía aportada.
- c) Dicha zona microfisurada es importante a la hora de determinar de forma correcta la tenacidad de fractura a partir de grietas pequeñas.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer el apoyo del "Ministerio de Economía y Competitividad" a través de la subvención del proyecto MAT2014-60720-R. PM también agradece a la Junta de Castilla y León (UIC016) y MINECO (FIS2013-44174-P, FIS2015-71933-REDT). Los autores también agradecen al Dr. Trifon Trifonov su asistencia con el equipo FIB/SEM.

REFERENCIAS

- [1] J. Kübler, Fracture Toughness of Ceramics using the SEVNB Method; Round Robin. VAMAS Report No. 37 in: *ESIS Document D2-99*, EMPA, Germany, 1999.
- [2] T. Nishida, G. Pezzoti, T. Mangialardi, A.E. Paolini, Fracture mechanics evaluation of ceramics by stable crack propagation in bend bar specimens, *Fracture Mechanics of Ceramics* 11, 107-114, 1996.
- [3] T. Fett, Estimated stress intensity factors for semielliptical cracks in front of narrow circular notches, *Engineering Fracture Mechanics* **54**, 357-362,1999.
- [4] R.J. Damani, R. Gstrein, R. Danzer, Critical notchroot radius effect in SENB-S fracture toughness testing, *Journal of the European Ceramic Society* 16, 695-702, 1996.
- [5] M. Turon-Vinas, M. Anglada, Fracture toughness of zirconia from a shallow notch produced by ultra-short pulsed laser ablation, *Journal of the European Ceramic Society* **34**, 3865-3870, 2014.
- [6] M. Turon-Vinas, M. Anglada, Assessment in Si3N4 of a new method for determining the fracture toughness from a surface notch micromachined by ultra-short pulsed laser ablation, *Journal of the European Ceramic Society* 35, 1737-1741, 2015.
- [7] X. Wang, A. Atkinson, On the measurement of ceramic fracture toughness using single edge notched beams, *Journal of the European Ceramic Society* **35**, 3713-3720, 2015.
- [8] H.D. Carlton, J.W. Elmer, D.C. Freeman, R.D. Schaeffer, O. Derkach, G.F. Gallegos, Laser notching ceramics for reliable fracture toughness testing, *Journal of the European Ceramic Society* 36, 227-234, 2016.
- [9] I.V. Hertel, R. Stoian, D. Ashkenasi, A. Rosenfeld, E.E.B. Campbell, On the physics of material processing with femtosecond lasers, *RIKEN Review* **32**, 23-30, 2001.

Fractura de materiales biológicos y biomateriales

Mechanical characterization of a bone repair system using anisotropic and isotropic collagen sponges containing BMP2

Ion Andreu^{*1,6}, Maria Flandes Iparraguirre¹, Kai Stuckensen^{2,} José María Lamo de Espinosa Vazquez de Sola³, Emma Muiños López⁴, Joaquim Nickel⁵, Reyes Elizalde González⁶, Felipe Prósper Cardoso⁷, Jürgen Groll², Froilán Granero Moltó⁸

1Tecnun (University of Navarra) Manuel de Lardizábal 13, 20018 San Sebastián, Spain; 2Department of Functional Materials in Medicine and Dentistry, University of Würzburg; 3Orthopaedic Surgery and Traumatology Department, Clínica Universidad de Navarra; 4 Cell Therapy Area, Clínica Universidad de Navarra; 5Department of Physiological Chemistry, University of Würzburg; 6 CEIT Manuel de Lardizábal, San Sebastián; 7 Cell Therapy Area, Hematology Department, Clínica Universidad de Navarra; 7 Cell Therapy Area, Orthopaedic Surgery and Traumatology Department, Clínica Universidad de Navarra

* E-mail: iandreu@ceit.es

RESUMEN

Los ensayos biomecánicos se han considerado como una de las mejores formas de cuantificar la reparación ósea. El comportamiento mecánico de los huesos reparados depende del comportamiento del material así como de la geometría. Por ello, es esencial hacer el análisis mecánico teniendo en cuenta ambos parámetros [1]. En este trabajo hemos combinado técnicas de medidas mecánicas con medidas de geometría para su posterior análisis. Primero, se ha medido la geometría de los huesos mediante μ CT. Después, se han hecho ensayos de torsión para medir la mecánica macroscópica de la reparación. También se ha medido la rigidez local de la reparación mediante nanoindentación. Finalmente, se ha combinado toda la información en simulaciones hechas por métodos de elementos finitos para calcular las tensiones principales correspondientes a los pares de torsión máximos.

PALABRAS CLAVE: reparación ósea, nanoindentación, explantes

ABSTRACT

Biomechanical testing has been described as the gold standard to quantify bone reparation. The mechanics of the repaired bones are affected by the mechanical properties of the materials, as well as by the geometry of the reparation. In fact, to derive accurate tissue properties from biomechanical tests it is key to consider actual geometry [1]. In this work, a novel combination of techniques is used in order to assess functional improvement of the repaired bone. First, torsion tests were carried out to quantify the macroscopic bone performance. Then, we have measured the local stiffness of the reparation using nanoindentation. Finally, we have simulated by FEA the torsion tests using the geometry obtained from μ CT and the local stiffness measured from nanoindentation. The fracture stress of the reparation is then calculated from the maximum principal stresses corresponding to the maximum torque measured during the torsion test.

KEYWORDS: Bone reparation, nanoindentation, explant.

1 INTRODUCTION

Fractures that lack the capacity of healing end up in nonunions. In recent days there have been new approaches trying to fix this problem. Once created the union, a diversity of methods have been used in order to assess the quality of the obtained reparation, from histological analysis to biomechanical testing [2]. The latter one quantifies the overall performance of the reparation. However, there are different approaches when assessing the mechanical characteristics of the reparation from macroscopic testing without taking into account the actual geometry [3] to combinations of different techniques [4]. There have been inverse approaches by combining mechanical testing, finite element analysis (FEA) and μ CT. Here, we use a new methodological approach to quantify the maximum tensile stresses of the repaired bones. First, we perform a μ CT of all the bones. Then, we measure the maximum torque by torsion test. Next, we perform nanoindentation measurements on the undamaged parts of the reparation. Finally, we combine all the data by FEA in order to obtain the maximum tensile stresses bore by the reparations.

2 METHODS

2.1. Torsion tests

Both the repaired as well as the contralateral femora were evaluated for each rat ($n \ge 4$ for each group). Mechanical tests were performed using an Instron 8874 (Instron, MA, USA). A torsional test was chosen above other types of load placement, since it is more likely for a bone to break by torsion under ordinary circumstances [5]. Besides, an approximately uniform stress distribution along the length of the bone guarantees that the fracture initiates at the bone's weakest point [6]. Both ends of the femora were placed in custom made moulds and embedded in resin (Demotec-70, Agar-Scientific, Stansted, UK). Femora were aligned in the vertical direction using a couple of lasers. Femora were kept moist during the whole procedure by wrapping them in PBS soaked gauze. Bones were twisted in internal rotation, similar to physiological loading, at a rotation rate of 0.1 % until ultimate failure while torque and rotation were continuously recorded. To ensure pure torsion the tests were performed under controlled axial load with the load set to zero.

2.2 Nanoindentation

After torsion testing, one half of each repaired femora and the corresponding contralateral control were placed in a mold and embedded in epoxy resin (24 hours curing time). Longitudinal sections were prepared by grinding with sandpaper (600, 800 and 1200) and polishing down to 1 µm diamond liquid. Nanoindentations were performed with a TriboIndenter® (Hysitron, MN, USA) using a Berkovich tip and a protocol based on [7]. Load was applied in load control at 0.8 mN/s up to 8 mN, the load was hold for 30 s followed by total unloading at 0.8 mN/s. Samples were kept moist during the tests which were performed at 10 different locations of the cortical bone in the repaired zone and in the contralateral control. The elastic modulus was calculated from the unloading curve using the Oliver and Pharr method [8] and a Poisson's ratio of 0.3.

2.3 Finite Element Methods

A 3D numerical model was developed using Abaqus/Standard 6.14-2 (Simulia). From the CT of each bone was selected and a simplified 3D model was then constructed extruding the central section along the length of each bone. The bone was meshed using 6-node linear triangular prisms with reduced integration and hourglass control (Figure 3 shows an example of the built mesh). A finite-strain static analysis was performed assuming isotropic elasticity with the average elastic modulus measured through nanoindentation and a Poisson's ratio of 0.3. The maximum torque resulting from the torsion tests was used as input for the simulations. The error introduced from the displacement of the rotation center was studied (Figure 4). The relevant output variables in the analysis were the maximum principal stresses calculated at each integration point of the section. From this output, we define the fracture stress as the stress corresponding to the 90% percentile of the statistical distribution of the maximum principal stresses.

3 RESULTS

3.1 Torsion tests

None of the reparations failed at the interface between the repaired region and the pre-existing bone. Figure 1 shows the data of the torsion tests in terms of maximum torque. We found no statistically significant differences between the ISO and ANISO groups. However, it was observed that the variance is higher for the ANISO group than for the ISO group. When looking at the effect of BMP2 we found that using a dose of 5 μ g of BMP2 enhances significantly (p<0.01) the reparation.



Figure 1. A) Maximum torque of both scaffold pore distributions with and without BMP2. B) Comparison of the maximum torque obtained by torsion tests for reparations with and without BMP2 including both scaffold types.

3.2 Nanoindentation

We had contact detection problems with the groups without BMP2 as the reparation was too compliant for our setup. For this reason we limited the local measurements to the ANISO and ISO groups with BMP2. Figure 2 presents the Young's modulus measured by nanoindentation for the ISO and ANISO groups with BMP2 and their contralateral controls.



Figure 2. Young's modulus measured by nanoindentation of the reparations containing BMP2.

Mainly due to the early stage of the reparation, the stiffness of the reparations was, on average, nearly 40% smaller than the stiffness of the controls. As for the torsion tests, we found no significant differences between the ANISO and ISO groups. Furthermore, the variance of the ANISO group was higher and we observed stiffness reparation rates as high as 99%.

3.3 Finite Element Methods

Figure 3 shows the fracture stress calculated from FEA and an example of the distribution of the maximum principal stress across the bone section.



Figure 3. A) Example of the mesh and principal stress distribution of a repaired bone. B) Fracture stress of the reparations containing BMP2 obtained by FEA.

Figure 4 shows the small variations (<8%) in the maximum principal stress due to small inaccuracies (r=1 mm) in the positioning of the bone during the torsion tests. As for the maximum torque and Young's modulus, we found no significant differences between the ANISO and the ISO groups. However, as for the maximum torque, the variance of the fracture stress is higher for the ANISO group, showing on average 26% higher stresses than the ISO group.



Figure 4. Estimation of the experimental error caused by misalignement of the torsión axis. A) Distribution of the studied 9 axis positions. B) Cumulative fraction of the maximum principal stress for each axis. C) 90% stress value of the principal stress of each axis.

4 Discussion

We performed a novel combination of characterization techniques and FEA. On the one hand, we measured the overall mechanical performance of the reparation. Furthermore, we measured the local stiffness in the repaired regions. On the other hand, in order to determine the mechanical properties of the reparation and to avoid the effect of the geometry in the torsion tests, we carried out FEA of the torsion tests using as input data the geometry (μ CT) and the Young's modulus measured by nanoindentation. This combination allowed a direct calculation of the fracture stress from the simulated principal maximum stresses, which is affected by the greometry of the reparation and the mechanical properties of the repaired bone. We have seen that a similar behaviour in the maximum torque induces different stresses on the reparation due to the geometry and the local mechanical properties. These fracture stresses show a broader range of values beared by the anisotropic group although statistically are not different to the ones bored by the isotropic group.

We found that none of the reparations failed through the interface between the reparation and the pre-existing bone. Obtaining a strong union of the interface is crucial for the achievement of a successful reparation.

A BMP2 dose as low as 5 μ g produced an important improvement on all the mechanical parameters measured.

When comparing the anisotropically distributed pores and isotropically distributed ones, we found similar results for the maximum torque, the stiffness and the fracture stress, showing the coherence of the mechanical analysis. Our mechanical data consistently shows that there are not differences in the overall mechanical behaviour as a function of pore distribution.

5 Conclusions

The methodological approach enables us to measure the overall performance of the repaired bone, as well as quantifying the mechanical properties of the reparation by nanoindentation and finite element analysis. Mechanically we found no differences between different pore distribution and no interaction between the pores and the use of BMP2. The use of BMP2 in a dose as low as 5 μ g results in a mechanically better reparation.

REFERENCES

- van Lenthe GH, Voide R, Boyd SK, Muller R. (2008). Tissue modulus calculated from beam theory is biased by bone size and geometry: implications for the use of three-point bending tests to determine bone tissue modulus. Bone 43(4):717–23. [PubMed: 18639658]
- [2] Gerstenfeld LC, Wronski TJ, Hollinger JO, Einhorn TA. Application of histomorphometric methods to the study of bone repair. Journal of Bone and Mineral Research 2005; 20 (10):1715–1722. [PubMed: 16160729]
- [3] Cunha MR, Santos AR, Petinari, L; et al. Characterization of the Physical and Mechanical Properties of Femoral Bone Defects Filled with Polyanionic Collagen Scaffolds in Ovariectomized

Rats. Materials Research-Ibero-American Journal of Materials 2010; 13-2: 239-244

- [4] Weis JA, Miga MI, Granero-Moltó F, Spagnoli A.(2010). A finite element inverse analysis to assess functional improvement during the fracture healing process. J Biomech. 10;43(3):557-62. doi: 10.1016/j.jbiomech.2009.09.051
- [5] Lee, J. C., Khong, K. S., & Tan, S. K. (1994). Torsional performance of canine femoral osteotomy union. Annals of the Academy of Medicine, Singapore, 23, 879-884.
- [6] Funk, J. R., Hale, J. E., Carmines, D., Gooch, H. L., & Hurwitz, S. R. (2000). Biomechanical evaluation of early fracture healing in normal and diabetic rats.Journal of Orthopaedic Research, 18, 126-132.
- [7] Rodriguez-Florez, N., Oyen, M.L., Shefelbine, S.J. (2012). Insight into differences in nanoindentation properties of bone. Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials 18, 90-99.
- [8] Oliver, W.C., Pharr, G.M. (2004). Measurement of hardness and elastic modulus by instrumented indentation: advances in understanding and refinements to methodology. Journal of Materials Research 19, 3–20.

TENACIDAD DE MATERIALES DE FOSFATO TRICÁLCICO CON POROSIDAD CONTROLADA

A. García-Prieto¹, J.C. Hornez², A. Leriche², P. Pena¹ y C. Baudín^{1*} ¹Instituto de Cerámica y Vidrio, CSIC ²LMCPA-UValenciennes ^{*}E-mail: cbaudin@icv.csic.es

RESUMEN

Los materiales comerciales de fosfato cálcico (CaPs) se utilizan en forma de gránulos porosos para optimizar la osteogénesis y bioreabsorción. En los últimos años, se han propuesto como candidatos para la fabricación de andamios para regeneración ósea. Los gránulos y las paredes de los andamios deben combinar integridad estructural suficiente y reactividad, la cual determina el efecto del material en la formación de hueso. Las características del material y de su superficie que determinan su bioactividad -relación Ca / P, dopantes, tamaño de grano, rugosidad superficial, porosidad-también son factores determinantes del comportamiento mecánico.

Este trabajo es parte de un proyecto dedicado al desarrollo de biocerámicas para regeneración ósea. El objetivo es el desarrollo de gránulos o andamios de materiales híbridos de CaP's con bioactividad modificada debido a la presencia de células madre mesenquimales antes de la implantación. Inicialmente, se ha mantenido constante la composición química y de fases (β-TCP) y se ha modificado la topografía de la superficie mediante la introducción de diferentes niveles de porosidad por eliminación de un porógeno durante la sinterización.

Se presenta la caracterización microestructural y mecánica –módulo de Young, tensión de fractura, tenacidad- completa de los materiales y se establecen las relaciones existentes entre la porosidad y el comportamiento mecánico.

PALABRAS CLAVE: Biocerámicas, Porosidad, Tenacidad, Tensión de fractura

ABSTRACT

Commercial calcium phosphate (CaPs) bioceramics in the shape of porous granules are used to maximize osteogenesis and bioreabsorption. Additionally, CaP's are candidates to fabricate scaffolds for in situ bone regeneration. Scaffolds are designed to act as temporary templates that contribute to migration, proliferation and likely in differentiation of osteoblasts. The walls of the scaffolds and the granules should combine sufficient structural integrity with adequate reactivity. This latter determines the effect of the material on bone tissue formation.

Material and surface characteristics that determine biological reactivity -Ca/P ratio, chemical doping, grain size, surface roughness, porosity- are also determinant factors for the mechanical behaviour.

This work is a part of a more ambitious one dedicated to the development of bioceramics for tissue engineering. The main objective is the development of granules or scaffolds constituted by hybrid materials based on CaP's materials with tailored bioactivity due to the presence of mesenchymal stem cells prior to implantation.

In a first step, chemical and phase composition of the bioceramic has been kept constant (β -TCP) and surface topography been tailored by different levels of porosity formed during firing of a porogen during sintering.

The complete microstructural and mechanical behaviour of the materials is presented and the relationships between porosity and mechanical behavior are established.

KEYWORDS: Bioceramics, Porosity, Toughness, Strength

1. INTRODUCCIÓN

Los biocerámicos de fosfato cálcico (CaPs) se utilizan en medicina desde hace más de 30 años. Esto materiales, en forma de polvo, gránulos o cemento, se utilizan como recubrimientos de implantes ortopédicos dentales. cirugía maxilofacial у en en V otorrinolaringología. Las fases se seleccionan dependiendo de la función requerida -reabsorción o

bioactiva-. Básicamente, la relación Ca:P determina la solubilidad del material y su tendencia a la reabsorción en el cuerpo. Las composiciones más estudiadas han sido hidroxiapatita (HA, Ca₅(PO₄)₃OH), con Ca:P = 1.67, β-fosfato tricálcico (β- TCP, β-Ca₃(PO₄)₂), con Ca: P = 1.5, y los materiales compuestos HA-βTCP [2]. La principal diferencia entre las propiedades de HA y β-TCP es su velocidad de degradación relativa; mientras que HA se considera que relativamente no se degrada, el

 β -TCP se degrada fácilmente y puede ser sustituidos totalmente por hueso recién formado después de la implantación.

En los últimos años, los CaPs se han propuesto como candidatos para la fabricación de andamios para regeneración ósea. Tanto los gránulos como las paredes de los andamios deben combinar integridad estructural suficiente y reactividad, la cual determina el efecto del material en la formación de hueso. Las características del material y de su superficie que determinan su bioactividad -relación Ca/P, dopantes, tamaño de grano, rugosidad superficial, porosidad- también son factores determinantes del comportamiento mecánico.

Este trabajo es parte de un proyecto dedicado al desarrollo de biocerámicas para regeneración ósea. El objetivo es el desarrollo de gránulos o andamios de materiales híbridos de CaP's con bioactividad modificada debido a la presencia de células madre mesenquimales antes de la implantación. Inicialmente, se ha mantenido constante la composición química y de fases (β -TCP) y se ha modificado la topografía de la superficie mediante la introducción de diferentes niveles de porosidad por eliminación de un porógeno durante la sinterización.

En este trabajo se presenta la caracterización microestructural y mecánica de los materiales.

2. EXPERIMENTAL

Como material de partida se utilizó un polvo sintético de fosfato tricálcico (TCP) [2]. Para introducir los distintos niveles de porosidad (1-19%), se añadieron a los polvos distintas proporciones (0, 1, 5, 10 % en peso) de almidón de maíz y se prepararon suspensiones estables de las mezclas. Los compactos en verde (\approx 40x40x3 mm³) se obtuvieron por colaje en molde de escayola y, una vez secos, fueron sinterizados a 1130 °C/3h, utilizando 5°C/min como velocidades de calentamiento y enfriamiento. Para la caracterización mecánica se mecanizaron barras con disco y muela de diamante.

Para la determinación del módulo de Young y de la tensión de fractura se utilizaron 8 probetas (3 x 3 x 40 mm³. El módulo de Young se determinó a partir de la frecuencia propia de vibración de las probetas sometidas a flexión por impacto (Grindosonic, Bélgica) y la tensión de fractura se determinó en ensayos de flexión en 4 puntos (distancias interapoyos: 30-15mm; velocidad de desplazamiento del marco de carga: 0.5 mm/min).

La caracterización de la tenacidad de los materiales se realizó a partir de ensayos de fractura estable, utilizando un equipo y una metodología propuesta por los autores [3]. Se realizaron ensayos de flexión en tres puntos (interapoyos: L=20 mm) de probetas (base: B=3 mm; espesor: W=4 mm; longitud: l=40mm) con una entalla en forma de "V" (SENVN), utilizando la apertura de los labios de la grieta (CMOD) como parámetro de control del movimiento del marco de carga. Las entallas en forma de "V" se introdujeron con una cuchilla de afeitar y pasta de diamante de 5, 3 y 1 µm, utilizando como guía una entalla de≈ 250 µm introducida con un disco de diamante (Fig. 1). Los ensayos se realizaron a una velocidad de incremento de CMOD constante de 1µm/min.



Figura 1. Entalla y superficie de fractura.

Durante los ensayos de fractura estable se registraron las curvas carga-desplazamiento y se calculó el factor crítico de intensidad de tensiones en modo I, K_{IC} , a partir del valor de carga máxima, utilizando la siguiente expresión [4]:

$$K_{IC} = \frac{3P_{\max}L}{2BW^{3/2}}K_{\beta}(\alpha)$$

Donde $K_{\beta}(\alpha)$ es una función de forma válida para cualquier valor del tamaño relativo de entalla, $\alpha = a/W$, $(0 \le \alpha \le 1)$ y $\beta = L/W$) mayor que 2.5 (2.5 $\le \beta \le 16$).

La tasa crítica de liberación de energía en modo I, G_{IC} ; se calculó de acuerdo con:

$$G_{IC} = \frac{K_{IC}^{2}}{E'}$$

donde E' es el módulo de Young generalizado, E'= $E/(1-v^2)$ para deformación plana (E es el módulo de Young y v es el coeficiente de Poisson, v=0.22).

Asimismo, se calculó la energía de fractura, G_F , como la integral de la curva carga-desplazamiento dividida por la superficie de la parte no entallada de la probeta [5].

Se observaron las superficies de fractura utilizando un microscopio de barrido de emisión de campo (FE-SEM, Hytachi S-4700 type I, Japón)

2. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Los parámetros microestructurales de los materiales se recogen en la tabla 1 y la figura 2 muestra dos superficies de fractura características. Los cuatro materiales presentaron microestructuras homogéneas con tamaño de gran0.5 -3µm y pequeñas proporciones de poros de pequeño diámetres (μ m). Los tres materiales fabricados con porógeno presentaron poros esféricos de tamaños similares ($d_{50} \approx 13-14 \mu$ m) en proporciones (7-19%) determinadas por la cantidad de porógeno añadido.

Dadas las similitudes microestructurales existentes entre los cuatro materiales, las diferencias de comportamiento se deben a diferencias en la proporción de los poros de mayor tamaño.



Figura 2. Superficies de fractura de probetas σ_f . Material es P0 (a) y P10 (b)

Las figuras 3 y 4 muestran la dependencia del módulo de Young, E, y la tensión de fractura, f, con la porosidad, junto con los valores obtenidos por otros autores. Los valores de E son ligeramente superiores a los obtenidos por otros autores y se ajustan bien a la ecuación exponencial derivada del concepto de área sólida mínima (MSA). [6] Los valores de σ_f para las probetas del material denso son muy variables, ya que este material presenta fractura típica de un material frágil, en el cual la se origina a partir de defectos singulares, detectables en las superficies de fractura (Fig. 2 a). Sin embargo, las superficies de fractura de los materiales porosos son tortuosas (Fig. 2 b) debido a la actuación simultánea de múltiples grietas y poros (Fig. 2 b). Dadas estas diferencias en la forma de fractura, los valores no se ajustan a la ecuación derivada del MSA.



Figura 3. Módulo de Young vs Porosidad. Se indica el ajuste MSA [6] y valores de otros autores Ruseska [7], Boilet [8].



Figura 4. Tensión de fractura vs porosidad. Se indica el ajuste MSA [6] y valores de otros autores Ruseska [7], Boilet [8].

La figura 5 muestra la dependencia de los valores de G_{IC} y G_F con la porosidad. Al igual que en el caso de σ_{f_i} no hay acuerdo entre los valores de tenacidad y la tendencia derivada de MSA, debido a diferencias entre los procesos de fractura en los materiales. Para



Figura 5. Parámetros de tenacidad vs porosidad.

porosidades de hasta 12%, no existen diferencias significativas entre los valores de G_{IC} y G_F , como corresponde a materiales con curva R plana, en los que G_{IC} es una propiedad intrínseca. Por otra parte, no se observa ninguna dependencia con la porosidad. A diferencia del resto de los materiales, el material con mayor porosidad presenta valores de G_{IC} y G_F significativamente diferentes. El hecho de que G_F sea superior revela que durante la propagación de las grietas tienen lugar procesos adicionales de disipación de energía, por lo que el material presenta curva R.

La tendencia observada en este grupo de materiales puede explicarse debido a la actuación de dos factores contrapuestos en la fractura de estos materiales. La disminución de la cantidad de material en la punta de la grieta al aumentar la porosidad daría lugar a una disminución de la tenacidad mientras que el aumento de la tortuosidad daría lugar a un aumento de la misma. Este segundo factor dominaría en el material que presenta el nivel más alto de porosidad.

3. CONCLUSIONES

Se ha analizado el comportamiento mecánico de 4 materiales de β -TCP con porosidades 1-19%. La tenacidad de los materiales está determinada por la competencia entre menor material fracturado y mayor tortuosidad a medida que aumenta la porosidad. La fractura del material denso es típica de curva R plana y la del material con mayor porosidad lo es de curva R.

AGRADECIMIENTOS

EU COST MP 1301. MAT2013-48426-C2-1-R y PIE 201460E075 (España)

REFERENCIAS

[1] Wagoner Johnson AJ, Herschler BA. A review of the mechanical behavior of CaP and CaP/polymer composites for applications in bone replacement and repair. Acta Biomater 2011;7:16.

- [2] Descamps M, Boilet L, Moreau G, Tricoteaux A, Lu J, Leriche A, Lardot V, Cambier F. Processing and properties of biphasic calcium phosphates bioceramics obtained by pressureless sintering and hot isostatic pressing. Journal of the European Ceramic Society 2013;33:1263.
- [3] Garcia-Prieto A, Hernández J, López M, Baudín C. Controlled fracture tests of brittle ceramics. The Journal of Strain Analysis for Engineering Design 2011;46:27.
- [4] Guinea, GV, Pastor, JY, Planas, J, and Elices,M Stress intensity factor, compliance and CMOD for a general three-point-bend beam. International Journal of Fracture 1998;89: 103–116.
- [5] García-Prieto A, Baudín C. Influence of experimental variables on fracture toughness determined on SEVNB in three points bending. Mullite a case study. Journal of the European Ceramic Society 2012;32:4241.
- [6] Rice R. Porosity and Microcrack Dependence of Elastic Properties. Porosity of ceramics: Properties and Applications. New York: CRC Press (20 Mar. 1998), 1998. p.102.
- [7] Ruseska G, Fidancevska E, Bossert J. Mechanical and thermal-expansion characteristics of Ca10(PO4)6(OH)2-Ca3(PO4)2 composites. Science of Sintering 2006;38:245.
- [8] Boilet L, Descamps M, Rguiti E, Tricoteaux A, Lu J, Petit F, Lardot V, Cambier F, Leriche A. Processing and properties of transparent hydroxyapatite and β tricalcium phosphate obtained by HIP process. Ceramics International 2013;39:283.

ESTIMACIÓN DE PROPIEDADES ELÁSTICAS Y RESISTENTES DE LA LÍNEA CEMENTANTE EN TEJIDO ÓSEO CORTICAL A PARTIR DE ENSAYOS EXPERIMENTALES Y MODELOS DE ELEMENTOS FINITOS

R. Belda^{1*}, C. Arango¹, C. Tudela¹, E. Giner¹

¹Centro de Investigación en Ingeniería Mecánica-CIIM (Universidad Politècnica de València) Camino de Vera, 46022 Valencia, España *E-mail: ribelgon@gmail.com

RESUMEN

En este trabajo se realizan ensayos de flexión en tres puntos de muestras de tejido cortical de pequeñas dimensiones y se modelan mediante elementos finitos. De esta forma se infieren algunas de las propiedades elásticas y resistentes relevantes a nivel microestructural a partir de los ensayos experimentales y su correspondiente modelado numérico. Además, se simula la iniciación y crecimiento de microgrietas en las probetas ensayadas, a partir del uso de un modelo de daño basado en deformaciones principales máximas. Las simulaciones muestran buena correlación con los resultados experimentales. Se han llevado a cabo ensayos en hueso cortical de tibia de oveja, tras preparar microprobetas de unos 20 mm de longitud y 1 mm de espesor para su ensayo bajo condiciones de flexión en tres puntos. Las microprobetas han sido tratadas mediante tinción para su observación al microscopio óptico con el fin de reconocer la morfología a escala micro. Experimentalmente, se observa que las microgrietas que aparecen evolucionan por las probetas a lo largo de las líneas cementantes, atravesando el material intersticial y sin cruzar las osteonas, tal y como se observa en los modelos de elementos finitos generados. Se ha reproducido la geometría de las probetas mediante elementos finitos con el fin de calibrar las propiedades elásticas y resistentes del modelo de forma que su respuesta se corresponda con la respuesta carga-desplazamiento experimental. De este modo, mediante análisis inverso, es posible estimar propiedades poco documentadas en la bibliografía.

PALABRAS CLAVE: Hueso cortical, microgrietas, método de los elementos finitos

ABSTRACT

In this paper, the results from 3-point bending tests on cortical tissue samples of small dimensions are presented, together with its correlation modelled by finite elements. Some of the most relevant elastic and toughness material properties have been inferred from experimental tests and simulations. Further, the initiation and growth of microcracks in the tested samples is simulated by using a damage model based on the maximum principal strain. Simulations show good correlation with the experimental results. Experimental tests have been carried out on sheep tibia cortical bone, using prepared microsamples of about 20 mm long and 1 mm thick in order to test them on 3-point bending test conditions. Microsamples have been dyed for its observation under optic microscope in order to distinguish the micro scale morphology. Experimentally, it is observed that microcracks evolve along the cement lines, through the interstitial material but without crossing osteons, as the finite elements models predicted. Sample geometries have been considered using finite elements to calibrate the elastic and toughness properties of the FE model so that its response corresponds to the force-displacement experimental results. In this way, by inverse analysis, it is possible to estimate properties poorly documented in the literature.

KEYWORDS: Cortical bone, microcracks, finite element method

1. INTRODUCCIÓN

El modelado del comportamiento mecánico del tejido óseo requiere del conocimiento de las propiedades elásticas y resistentes de los distintos constituyentes que componen su estructura. El carácter fuertemente jerárquico de la estructura ósea hace que sea necesario conocer el comportamiento a escalas micro con el fin de elevar este comportamiento a escalas macro del tejido óseo en modelos multiescala. La Fig. 1 muestra las entidades básicas que serán objeto de modelado en este trabajo y que caracterizan la morfología del tejido óseo cortical. La osteona es la unidad básica estructural del hueso cortical y su estructura es bastante compleja en varios niveles jerárquicos Está compuesta [1,2]. nivel а submicroestructural por moléculas de colágeno que actúan como matriz y cristales de hidroxiapatita que actúan como refuerzo periódicamente distribuido [3]. Esta estructura periódica se agrupa en fibrilos con distintas orientaciones, dando origen a las lamelas, que

son capas concéntricas que se ordenan alrededor de los canales vasculares denominados canales de Havers.



Figura 1. Tejido óseo cortical y principales elementos que se distinguen en su morfología en una sección normal al eje longitudinal del hueso.

El presente trabajo corresponde a la simulación bidimensional de una sección de tejido cortical sometida a un ensayo de flexión en tres puntos. En el modelo se considera la presencia de osteonas, tejido intersticial que las rodea, y líneas cementantes que hacen de frontera entre las osteonas y el tejido intersticial. La importancia de estos elementos es esencial en el estudio de la fractura ósea a nivel microestructural debido a que aún no se conoce con exactitud el papel que cumple cada uno de ellos en el proceso de propagación del daño en el hueso.

Los objetivos de este trabajo son la estimación de propiedades elásticas y resistentes del tejido óseo cortical a nivel microestructural y, más concretamente, de la línea cementante, así como la simulación de la iniciación y crecimiento de microgrietas y su correlación experimental en probetas de hueso cortical de tibia de oveja ensayadas a flexión en 3 puntos. Son muy escasas las referencias en la literatura a las propiedades resistentes de las líneas cementantes y, sin embargo, la evidencia experimental demuestra que juegan un papel muy relevante en el comportamiento a fractura en el tejido óseo cortical [4].

Para la realización del trabajo se han llevado a cabo una serie de ensayos de flexión en tres puntos en microprobetas extraídas de la diáfisis de una tibia de oveja. Las microprobetas han sido modeladas mediante elementos finitos bajo las condiciones de carga del ensayo, teniendo en cuenta la microestructura observada en las micrografías. El modelo de elementos finitos incluye distintas propiedades elásticas para las osteonas, matriz intersticial y línea cementante [5]. Para la estimación de las propiedades materiales, se ha seguido un procedimiento de identificación inversa: la calibración de los modelos numéricos a partir de los resultados experimentales disponibles ha permitido estimar los módulos elásticos para los constituyentes del tejido, de forma que la respuesta del modelo numérico en régimen elástico se aproxime a la registrada experimentalmente.

Hay estudios que afirman que el proceso de daño en hueso está controlado por deformaciones [6]. Por tanto, el modelo de daño utilizado se basa en deformaciones, en concreto, en deformaciones principales máximas. Se ha realizado un análisis no lineal, considerando la degradación de las propiedades mecánicas de los distintos componentes microestructurales, basándose en la relación, en régimen cuasi-estático, de la mecánica del daño para régimen elástico. También se han estimado las propiedades resistentes de los componentes microestructurales considerados, en este caso, la deformación crítica asociada a las líneas cementantes, material intersticial y osteonas, de manera que se patrón de observado reproduzca el daño experimentalmente.

2. DESCRIPCION DE LOS ENSAYOS

Los ensayos realizados se llevaron a cabo en el Instituto de Biomecánica de Valencia (IBV). En primer lugar se realizaron cortes transversales en la diáfisis de tibia de oveja para obtener secciones de tejido cortical de 1 mm de espesor como la mostrada en la Fig. 2 izda. Tras eliminar los tejidos asociados al periostio y endostio, se obtuvieron cuatro muestras en las zonas de menor curvatura, conformando las cuatro microprobetas a ensayar. En cada una de estas probetas se realizó una entalla de aproximadamente 0.5 mm de anchura (véase Fig. 4). Las muestran se conservaron en frío y en las condiciones de humedad apropiadas.



Tinción de contraste

Flexión en tres puntos

Figura 2. Izda.: Sección de tibia de oveja (sin tratar y con tinción de contraste). Dcha.: Ensayo a flexión en tres puntos de la microprobeta extraída de la sección de tibia de oveja.

Las microprobetas fueron ensayadas a flexión en tres puntos en una máquina universal electromecánica. La Fig. 2 dcha. muestra el utillaje utilizado para el apoyo y aplicación de la carga. La aplicación de la carga se llevó a cabo a una velocidad de 1 μ m/seg, de forma que los ensayos se pueden considerar cuasiestáticos. Para cada una, se registró la fuerza aplicada en función del desplazamiento del punto de aplicación de la carga. Los resultados se recogen en la Fig. 3 y muestran una repetibilidad aceptable de los resultados. Resulta evidente la gran linealidad observada hasta la aplicación de una fuerza del orden de 4-5 N. A partir de ese valor de fuerza, comienza a aparecer daño generalizado en las zonas más solicitadas y tiene lugar el crecimiento de microgrietas, lo que ocasiona la pérdida de rigidez apreciable en las distintas curvas de la Fig. 3.



Figura 3. Respuesta fuerza-desplazamiento registrada para los 4 ensayos realizados.

La realización de los ensayos se llevó a cabo sin alcanzar la rotura en dos mitades de las microprobetas, con el fin de observar el camino seguido por las microgrietas. El siguiente paso consistió en la preparación de las muestras con tinción de contraste y la observación de la morfología a escala micro para delimitar las osteonas a través de sus líneas cementantes así como las microgrietas existentes (véase Fig. 4).



Figura 4. Microprobeta del ensayo 2 teñida con tinción de contraste después del ensayo (izda.) y detalle de observación al microscopio óptico (dcha. 50x).

Para la tinción de contraste se siguió el procedimiento descrito en [7]. En la Fig. 4 dcha. se observa una mayor concentración de colorante en la matriz intersticial, dejando definidas en tono más claro las osteonas, con un diámetro medio de unos 100 μ m. Se observa la existencia de una microgrieta que evoluciona a lo largo de las líneas cementantes, encontrando su origen en el fondo de la entalla.

3. MODELO NUMÉRICO

3.1. Modelo geométrico y de elementos finitos

Para la generación del modelo geométrico, se procesaron los contornos de la microprobeta y las osteonas con ayuda del software *Plot Digitizer*. La determinación de las líneas cementantes de las osteonas no es una tarea sencilla y requiere de intervención de un analista. El proceso de segmentación se limitó a las

osteonas más cercanas a la entalla, es decir, la zona de iniciación y crecimiento de microgrietas. Suficientemente lejos de esta zona no es relevante incluir estos detalles morfológicos y, en su lugar, se realiza la conveniente homogenización introduciendo propiedades elásticas equivalentes.



Figura 5. Mallado del modelo y condiciones de contorno aplicadas. El detalle muestra la discretización en el entorno de las osteonas. Los elementos de las líneas cementantes se muestran en rojo.

El modelo numérico se realizó en Abaqus v. 6.13. La malla utilizada se observa en la Fig. 5. Se aprecia que la región de interés presenta una elevada discretización con elementos de aproximadamente 1 μ m de lado, de forma que es posible mallar el interior de las líneas cementantes, cuyo espesor se ha supuesto de 1 μ m. Los elementos de las líneas cementantes de algunas de las osteonas se muestran marcados en rojo en el detalle de la Fig. 5. Se muestran también las condiciones de contorno en desplazamientos así como la carga concentrada. Se ha supuesto un estado de tensión plana.

3.2. Propiedades elásticas

Se consideran tres materiales diferentes en el modelo, según se trate de osteona, matriz intersticial o línea cementante. Un resumen de las propiedades elásticas y resistentes se puede encontrar en [8].

Osteona. En la literatura existen diferentes propuestas de distribución de los grupos de fibrilos de colágeno dentro de la lamela, siendo una de las más aceptadas actualmente la de 5 subcapas con espesores que varían entre 0.1 y 1.8 μ m. En [9] se calcula la matriz constitutiva del tejido lamelar, agrupando las subcapas en lamela delgada y lamela gruesa. Se toma como valor inicial homogeneizado e isótropo una rigidez de la osteona $E_{ost} = 11.18$ GPa y como coeficiente de poisson, $v_{ost} = 0.3$.

Matriz intersticial. Está asociada con segmentos de antiguas osteonas que han sido sustituidas en el continuo proceso de la remodelación ósea [1]. Sus propiedades elásticas corresponden a las de un tejido más mineralizado que el de las osteonas secundarias. Existe consenso en la bibliografía en que el tejido intersticial tiene una rigidez aproximadamente un 10% mayor que la de las osteonas [3,5]. Por tanto, se ha supuesto que $E_{\text{inters}} = 12.298 \text{ GPa y } v_{\text{inters}} = 0.3.$

Línea cementante. La línea cementante se puede considerar la interfase entre la osteona y la matriz intersticial. Existen autores que sugieren que las fibras de colágeno no atraviesan las líneas cementantes y por ello representan el eslabón más débil del hueso. Según este planteamiento, se explica el fenómeno observado experimentalmente por el que las microgrietas tienden a seguir las líneas cementantes más que a atravesar osteonas o tejido intersticial [10], como sucede en este trabajo. En [4] se realiza un análisis de los constituyentes de la línea cementante y se sugiere que es región de mineralización reducida. una Esta composición es consistente con la hipótesis de que la línea cementante constituye una interfaz relativamente débil con el tejido intersticial que induce a poca capacidad de transmisión de esfuerzos, promoviendo la iniciación de grietas en la línea cementante aunque ralentiza su crecimiento en el tejido intersticial. En la misma dirección, Nobakhti et al. analizan en [11] el comportamiento de la línea cementante en el tejido cortical mediante un modelo tridimensional y se afirma que para el caso de flexión, las deformaciones aumentan en las interfaces pero las tensiones disminuyen. Estos autores consideran en que $E_{cl} = 0.088$ GPa y $v_{cl} = 0.3$. Sin embargo, de acuerdo con [12] se ha supuesto que E_{cl} $= 3.3 \text{ GPa y } v_{cl} = 0.3.$

4. MODELO DE DAÑO

El daño en el hueso cortical se ha modelado como la degradación de sus propiedades elásticas cuando se llegan a valores críticos, usando una subrutina de usuario de Abaqus USDFLD. La mecánica del daño continuo es una teoría constitutiva que describe la pérdida progresiva de integridad material debido a la propagación у coalescencia de microgrietas, microhuecos y efectos similares. Estos cambios en la microestructura conducen a la degradación de la rigidez del material observada a escala macro [13]. Diversos autores afirman que el proceso de daño en hueso está controlado por deformaciones [6] y que la estructura del hueso es altamente jerárquica [1,2], por lo que se proponen diferentes deformaciones críticas de fallo para cada microcomponente considerado. En régimen cuasiestático, la relación de la mecánica del daño para el caso elástico e isótropo viene expresada por [14]:

$$\sigma_{ii} = (1 - D)C_{iikl}\varepsilon_{kl} \tag{1}$$

Donde *D* es la variable de daño, σ_{ij} son las componentes de tensión, ϵ_{kl} las deformaciones y C_{ijkl} son las componentes del tensor constitutivo elástico.

La subrutina de usuario de Abaqus implementada cuenta con una variable de estado (f), que constituye el criterio de daño, definido en deformaciones principales máximas, ver Ec. (2). Cuando se llega a valores críticos

de deformación $f \ge l$ y la variable de daño pasa de "no dañado" a "dañado", se degrada la rigidez del material al 1% (D=0.99) mediante la subrutina de usuario, con la finalidad de representar el daño modelando las microgrietas [13].

$$f = \frac{\varepsilon_{p,\max}}{\varepsilon_i^c} \tag{2}$$

Donde $\varepsilon_{p,max}$ es la deformación máxima principal y ε_i^c es la deformación crítica de daño para cada constituyente.

El método para modelado de daño implementado es dependiente de la malla y del incremento de paso, por lo que se ha realizado un análisis de sensibilidad respecto a estas dos variables. Respecto al incremento de paso, debe ser los suficientemente pequeño como para que la solución no varíe disminuyéndolo, mientras que la dependencia de malla implica suficiente refinado.

5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

5.1. Respuesta fuerza-desplazamiento

El primer objetivo del análisis numérico es verificar la respuesta fuerza-desplazamiento del punto de aplicación de la carga en el rango lineal. Un análisis preliminar de elementos finitos con los valores de rigidez propuestos en el apartado anterior muestra que el modelo numérico se comporta de forma mucho más rígida que los ensayos (unas 13 veces). Teniendo en cuenta la simplicidad de las condiciones de contorno y que las dimensiones geométricas se han modelado con precisión, se debe variar la rigidez de las propiedades elásticas.

Tras dividir por esta constante de proporcionalidad, los nuevos módulos de elasticidad calibrados son: $E_{ost,cal} = 0.85$ GPa, $E_{inters,cal} = 0.93$ GPa y $E_{cl,cal} = 0.25$ GPa. Se concluye que el ensayo realizado en condiciones húmedas presenta una rigidez del tejido óseo notablemente menor que la documentada en la literatura. En cualquier caso, los valores obtenidos son relativamente cercanos a los valores proporcionados por Nobakhti et al. en su reciente artículo [11], excepto para el caso de la rigidez de la matriz intersticial. En este trabajo se habla de una rigidez asociada a las osteonas de $E_{ost,transversal} = 0.15$ GPa, $E_{ost,longitudinal} = 5$ GPa, $E_{inters} = 13.7$ GPa y $E_{cl} = 0.088$ GPa.

4.2. Deformación crítica de inicio de fallo

La Fig. 6 muestra el nivel de deformaciones alcanzado tras aplicar una carga creciente hasta 5 N, medido a través de la máxima deformación principal en el plano. Se observa que la línea cementante de la osteona más próxima a la entalla es la que alcanza el máximo valor de deformación, siendo la zona más proclive al inicio del daño, como se ha comprobado experimentalmente. Se observa cómo, para el rango de carga estudiado en el modelo calibrado, aparecen deformaciones principales máximas mayores a un 15% (en rojo) en las líneas cementantes, por lo que puede afirmarse que las deformaciones críticas de inicio de fallo estarán en ese orden de magnitud.



Figura 6. Deformaciones principales máximas en la zona de entalla de la probeta del ensayo 2.

Para determinar los valores de deformación crítica de fallo se ha seguido un procedimiento iterativo, analizando la evolución del patrón de daño obtenido según los parámetros críticos elegidos, hasta conseguir reproducir el patrón de daño observado experimentalmente. De esta manera, se consiguen determinar, por análisis inverso, las propiedades críticas para cada componente microestructural considerado, para el modelo de daño elegido.

Tabla 2. Deformación crítica de daño para cada componente microestructural considerado.

ε _i ^c [%]	OS	LC	MI
Ensayo 2	17.00	17.40	5.90
Ensayo 4	17.00	17.75	8.45

En la Tabla 2, se muestran las deformaciones críticas para cada uno de los componentes en los ensayos realizados, donde OS: osteona, LC: línea cementante, MI: material intersticial. En ambos casos, los parámetros críticos obtenidos son muy similares, geometrías obteniendo. incluso tratándose de microestructurales distintas, valores críticos muy parecidos que conducen a los patrones de daño observados experimentalmente. Por tanto, se obtienen valores muy similares de deformación crítica de inicio de fallo para los microcomponentes de las distintas probetas ensayadas: en torno a un 17% para las osteonas y las cement lines y en torno al 7% para el caso del material intersticial.

4.3. Simulación del crecimiento de grieta

Las simulaciones se realizaron en Abaqus standard 6.12. Para validar el modelo y las hipótesis iniciales, el proceso ha sido aplicado a las probetas ensayadas a flexión en tres puntos, obteniendo una buena correlación con los resultados experimentales. Este método es capaz de representar la evolución del daño en una muestra de hueso cortical de oveja con gran exactitud, tal y como se observa en las Fig. 7 y 8.



Figura 7. Patrones de daño observados en la microprobeta 2 resultado de la simulación (arriba) y experimental (abajo).



Figura 8. Patrones de daño observados en la microprobeta 4 resultado de la simulación (arriba) y experimental (abajo).

En ambos ejemplos se observa cómo las grietas aparecen en la zona de entalla, en el componente menos rígido, donde las deformaciones son máximas, iniciándose en la línea cementante de la osteona más próxima a la entalla. Se visualiza cómo las grietas evolucionan cumpliendo la hipótesis inicial, en concordancia con los resultados experimentales: a lo largo de las líneas cementantes, a través del material intersticial y sin atravesar las osteonas. Este patrón de daño parece lógico también desde el punto de vista funcional del hueso, ya que se protege la vascularización del tejido óseo cortical, que tiene lugar a través de los canales de Harvers, situados en el interior de las osteonas. Las líneas cementantes, desde este punto de vista, constituyen un elemento de protección por su menor rigidez respecto al resto de componentes del hueso a esta escala.

6. CONCLUSIONES

Se han realizado ensayos experimentales de flexión en tres puntos en microprobetas de tejido óseo cortical y su correspondiente modelado mediante elementos finitos. En el modelo numérico se ha respetado la geometría de la microprobreta y la microestructura en la zona de interés, distinguiendo tres tipos de componentes: osteonas, matriz intersticial y línea cementante. La respuesta registrada experimentalmente fuerzadesplazamiento ha permitido calibrar las propiedades elásticas de cada uno de estos microcomponentes. También se ha calibrado la deformación crítica de daño para cada componente, consiguiendo reproducir el patrón de daño observado experimentalmente. Para ello se ha utilizado la teoría de la mecánica del daño continuo en régimen elástico, cuasi-estático, para un material isótropo. Tanto los ensayos experimentales como las simulaciones realizadas han permitido verificar la hipótesis de que las microgrietas que aparecen en tejido óseo cortical de tibia de oveja ensayado a flexión en 3 puntos se basan en deformaciones, debido a las diferentes rigideces de los distintos componentes que se distinguen en la microestructura. Estas grietas evolucionan a lo largo de las líneas cementantes, atravesando el material intersticial, pero no las osteonas, reforzando la idea de que las líneas cementantes constituyen un elemento de protección de las osteonas y de la vascularización del hueso.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer al Ministerio de Economía y Competitividad el apoyo recibido en el contexto de los proyectos DPI2010-20990 y DPI2013-46641-R y a la Generalitat Valenciana por el programa PROMETEO 2012/023. Los autores agradecen también al Dr. José Luis Peris, del Instituto de Biomecánica de Valencia por la colaboración prestada en el marco de los proyectos.

REFERENCIAS

- [1] S. C. Cowin, Bone mechanics handbook, CRC Press, Boca Ratón, Florida, 2001.
- [2] D. Taylor, J.G. Hazenberg, T.C. Lee, Living with cracks: Damage and repair in human bone. *Nature Mater* 6, 263-268, 2007.
- [3] J. Rho, J. Currey. The anisotropic Young's modulus of equine secondary osteones and interstitial bone determined by nanoindentation. *J Exper Biology* 204, 1775-1781, 2001.

- [4] D.B. Burr, M.B. Schaffler, R.G. Frederickson. Composition of the cement line and its possible mechanical role as a local interface in human compact bone. *J Biomechanics* 21, 939-945, 1988.
- [5] S. Li, A. Abdel-Wahab, E. Demirci, V.V. Silberschmidt. Fracture process in cortical bone: X-FEM analysis of microstructured models. *Int J Fracture* 184, 43-55, 2013.
- [6] R.K. Nalla, J.H. Kinney, R.O. Ritchie. Mechanistic fracture criteria for the failure of human cortical bone. *Nat Mater* 2, 164-168, 2003.
- [7] S.D. Bain, T.M. Impeduglia, C.T. Rubin. Cement line staining in undecalcified thin sections of cortical bone. *Stain technology* 65, 1-5, 1990.
- [8] C. Arango, E. Giner, A. Vercher, F.J. Fuenmayor. Modelado tridimensional del fallo progresivo de la microestructura del hueso cortical mediante elementos finitos. Actas del XXXI Encuentro del Grupo Español de Fractura, San Lorenzo del Escorial, 2014.
- [9] A. Vercher, E. Giner, C. Arango, J.E. Tarancón, F.J. Fuenmayor. Homogenized stiffness matrices for mineralized collagen fibrils and lamellar bone using unit cell finite element models with periodic boundary conditions. *Biomech Model Mechanobiol* 13, 437-449, 2014.
- [10] J.G. Skedros, J.L. Holme, E.G. Vajda, R.D. Bloebaum. Cement lines of secondary osteons in human bone are not mineral-deficient: new data in a historical perspective. *Anat Rec A Discov Mol Cell Evol Biol* 286, 781-803, 2005.
- [11] S. Nobakhti, G. Limbert, P.J. Thurner. Cement lines and interlamellar areas in compact bone as strain amplifiers contributors to elasticity, fracture toughness and mechanotransduction. *J Mech Behav Biomed Mat* 29, 235-251, 2014.
- [12] M.G. Ascenzi, N.P. Kawas, A. Lutz, D. Kardas, U. Nackenhorst, J.H. Keyak. Individual specific multi scale finite element simulation of cortical bone of human proximal femur. *J Comput Phys* 244, 298-311, 2013.
- [13] M. Jirásek. Damage and smeared crack models in G. Hofstetter and G. Meschke, Numerical modeling of concrete cracking, CSIM courses and lecture, SpringerWienNewYork 532, 1-49, 2011.
- [14] J. Lemaitre. A continuous damage mechanics model for ductile fracture. J Eng Mater Technol 107, 83-89, 1985.

EFECTO DE LA DEFORMACION SOBRE LOS PARAMETROS MICROESTRUCTURALES DE MEMBRANAS DE FIBRAS DE COLÁGENO

Jean-Yves Bourges^{1,*}, Francisco J. Rojo¹, Adriana L. Torres¹, Gustavo V. Guinea¹

¹Departamento de Ciencia de Materiales Laboratorio de Biomateriales e Ingeniería Regenerativa Centro de Tecnología Biomédica Universidad Politécnica de Madrid

RESUMEN

Las membranas de colágeno se utilizan habitualmente para las reparaciones de los tejidos biológicos con función estructural, como por ejemplo los velos de las válvulas cardiacas. Para mejorar la resistencia y durabilidad de estos materiales es necesario entender el comportamiento mecánico y relacionarlo con su microestructura, que puede ser caracterizada en primera aproximación por el contenido y orientación de sus fibras de colágeno. Hemos desarrollado un sistema de observación de la microestructura de materiales de base de colágeno utilizando una técnica no-destructiva basada en la dispersión de luz monocromática – 637nm. A partir de los patrones obtenidos, se ha desarrollado una técnica de análisis que permite establecer una relación entre la población de fibras y la tensión y deformación aplicada al material. Con ella es posible predecir los cambios debidos a la aplicación de fuerzas exteriores. Con el procedimiento de análisis microestructural no destructivo que se ha desarrollado es posible estimar de antemano la respuesta de una membrana antes de ser utilizada.

PALABRAS CLAVE: Membranas, Fibras de colágeno, Microestructura, Comportamiento a tracción

ABSTRACT

Collagen-based membranes are commonly used for structural soft biological tissue repair, like heart valve leaflets. To increase strength and durability of these materials, it is necessary to understand the mechanical behaviour and relate it to the material's microstructure that can be characterized, as a first approximation, by the orientation and content of collagen fibres. We have developed a system to observe the microstructure of collagen-based materials using a non-destructive technique based on the dispersion of monochromatic light – 637nm. From the obtained patterns, an analysis technique has been developed to relate the fibre population and the material's stress and strain. With that technique it is possible to predict the changes in the microstructure caused by external forces. This non-destructive microstructural analysis can help in the material selection estimating the mechanical response of a collagen-based membrane.

KEY WORDS: Membranes, Collagen fibres, Microstructure, Uniaxial tensile behaviour

1. INTRODUCCIÓN

Las membranas de colágeno son biomateriales estructurales que se encuentran en los cuerpos de los mamíferos [1]. Son materiales biológicos constituidos en gran mayoría por fibras de colágeno y fibras de elastina embebidas en una matriz de proteoglicanos y glicosaminoglicanos. Estas membranas, tras unos tratamientos de descelularización y entrecruzamiento, tienen gran interés como biomateriales para la fabricación de válvulas cardiacas y reparación de tejidos blandos [2-7].

Las ventajas de los materiales de base de colágeno son múltiples, y la más importante proviene de su naturaleza biológica [8], que facilita su compatibilidad tanto biológica como mecánica con el entorno biológico, reduciendo las probabilidades de rechazo y los problemas asociados a un desajuste de las propiedades mecánicas respecto de los materiales nativos.

Sin embargo, pese a tener origen biológico no contiene células vivas y por lo tanto carece de la capacidad de regeneración que tienen los materiales vivos. Esto tiene como consecuencia su principal desventaja, la durabilidad, que es especialmente importante para aplicaciones en las que el material debe soportar grandes esfuerzos mecánicos, como en las válvulas cardiacas.

Por lo tanto, es de gran importancia realizar una adecuada selección del material a emplear. Esto es una tarea complicada en materiales biológicos debido a la gran variabilidad de propiedades, incluso dentro del mismo individuo, que hace poco útil el empleo de ensayos destructivos sobre probetas cercanas y aparentemente similares. Se requiere por lo tanto de técnicas no destructivas de análisis para una mejor selección del material.

La difracción de bajo ángulo de Rayos X (SAXS) ya ha sido empleada en gran variedad de materiales: materiales blandos, carbón, compactación de polvos [9-11]. Sin embargo los Rayos X interactúan con la materia a nivel nanoscópico, mientras que los haces de fibras de colágeno de las membranas empleadas como biomateriales tienen diámetros de escala micrométrica.

Basada en la técnica SAXS, pero empleando luz visible en lugar de Rayos X, se han estudiado velos valvulares, tendones y pericardio, todos ellos materiales de base colágeno. La difracción de luz de bajo ángulo (SALS, por sus siglas en inglés Small Angle Light Scattering) ha permitido a diversos autores obtener información sobre la orientación preferente de las fibras de colágeno en las membranas [12-14].

El presente trabajo propone un método de análisis de los patrones de dispersión obtenidos mediante SALS que, empleando parámetros basados en la geometría de masas, permite cuantificar cambios microestructurales en las membranas de colágeno como consecuencia de solicitaciones mecánicas.

A continuación se presentan los materiales empleados y los métodos de obtención de los patrones de difracción y su análisis. Seguidamente se muestran los resultados obtenidos, comenzando por una muestra patrón y continuando con membranas de colágeno tras diferentes niveles de solicitación mecánica. Finalmente se discute la adecuación de los parámetros de análisis propuestos para la mejora en la selección de este tipo de materiales.

2. MATERIALES Y METODOS

Materiales

En el presente trabajo se han empleado tres tipos de materiales de base colágeno:

- tendones de ternera como material patrón, por estar formado principalmente por fibras de colágeno orientadas en una misma dirección.
- membranas de fibras cortas de colágeno empleadas en la industria alimentaria. Estas membranas se obtienen a partir de piel porcina que, tras ser triturada y procesada químicamente, es extruída formando membranas muy homogéneas de aproximadamente 300 micras de espesor.

Las membranas de colágeno fueron sometidos al tratamiento de entrecruzamiento empleado habitualmente con las membranas de pericardio, con glutaraldehido al 0.625% durante 24h. Posteriormente se conservaron las muestras en glicerol. Previamente al uso del material para ser escaneado o ser ensayado, éste se lava en sucesivos baños de suero fisiológico para eliminar el glicerol.

A partir de los tendones se prepararon muestras de 4mm de ancho y 0.2mm de espesor que se colocaron entre dos portamuestras. Las membranas de colágeno se cortaron en probetas de 5mm de ancho y 20mm de longitud. Los espesores oscilaron entre 0.25 y 0.3mm.

Dispositivo de difracción de luz de bajo ángulo (SALS)



Figura 1: esquema del sistema experimental

El dispositivo experimental consta de cuatro partes:

1) La emisión de la radiación, compuesta de un láser de diodo de 637nm (luz roja). Las características del láser son las siguientes: Potencia regulable de 1 a 140mW en incrementos de 1mW; Haz polarizado con un diámetro de salida de 1mm con una divergencia de 0.1mrad.

Para mantener la estabilidad de la longitud de onda emitida es necesario mantener la temperatura del equipo entre 20 y 25°C. Para ello se ha implementado un sistema de refrigeración por convección mediante un ventilador situado debajo del láser. Funcionando a máxima potencia la temperatura de la placa base se mantiene por debajo de la temperatura límite.

Las membranas artificiales estudiadas son muy transparentes y permiten emplear una potencia del láser muy baja (2mW). Esa potencia es suficientemente baja para no saturar el nivel de gris de los píxeles del sensor CMOS y así poder tener una imagen analizable del patrón de dispersión. Sin embargo, no se puede usar una potencia tan baja para trabajar con el pericardio de ternera ya que es mucho más grueso y menos transparente. Es necesario subir la potencia del láser cerca de su potencia máxima (140mW) para obtener un patrón de dispersión de una intensidad suficiente para poder ser analizado.

2) La segunda parte del equipo, de colimación del haz, está formada por un polarizador y dos agujeros

sucesivos de 1mm de diámetro para afinar el diámetro y la forma circular del haz incidente. A la salida del sistema de colimación, el haz es perfectamente circular con un diámetro de 1mm.

3) La tercera corresponde a la sujeción de la muestra por medio de un soporte situado en una mesa X-Y motorizada. La mesa permite desplazar la muestra con una precisión mejor a 0.1mm en el plano normal a la dirección de propagación del haz. El control del desplazamiento está automatizado vía software y los rangos de desplazamiento de los ejes son de 180mm en vertical y 280mm en horizontal.

4) La última parte del dispositivo es la correspondiente a la grabación de la imagen para su posterior análisis. Esta adquisición de datos se hace mediante una cámara CMOS, 25 imágenes por segundo, 1280x1024, 1.31Mpx. Los parámetros de configuración de la cámara en cuanto a tiempo de exposición, ganancia y resolución se controlan por ordenador. La lente de la cámara (FUJINON HF25HA-1B de 25mm de distancia focal) está enfocada en el infinito.

Toma de imágenes

La grabación de las imágenes se realiza mediante el software propio de la cámara CMOS: uEye desde el Cockpit. Los parámetros más relevantes de la cámara empleados para la grabación de los patrones de dispersión son los siguientes: ganancia nula, la resolución numérica de 1280x1024 pixels y el tiempo de exposición de 0.037ms.

Tanto la apertura del diafragma de la lente como su posición de enfoque en el infinito se fijaron mediante tornillos para que no fueran modificados accidentalmente.

Análisis de datos

Las imágenes analizadas se obtienen realizando un pequeño vídeo de aproximadamente un centenar de imágenes y obteniendo el valor medio de gris en cada pixel. De esta manera se limita el efecto de una posible variación en la intensidad del láser o vibraciones y movimientos trasmitidos a la muestra. Las imágenes se obtienen en escala de grises de 8 bits, dando lugar a 256 niveles distintos de intensidad de gris.

Con cada imagen de dispersión se emplean técnicas de geometría de masas siendo el nivel de gris el equivalente a la masa. Se definen primero las coordenadas del centro de gravedad de la imagen según las formulas:

$$X_G = \frac{\int x.dGL}{\int dGL} \tag{1}$$

$$Y_G = \frac{\int y.dGL}{\int dGL} \tag{2}$$

Donde *GL* es el nivel de gris, x e y representan las posiciones del pixel e X_G e Y_G las coordenadas en X e Y respectivamente del centro de gravedad G.

A continuación se obtienen los ejes principales de inercia y sus correspondientes radios de giro a partir de (1) y (2):

$$I_{1} = \frac{1}{2} \left(I_{X_{G}} + I_{Y_{G}} \right) + \sqrt{\frac{1}{4} (X_{G} - Y_{G})^{2} + I_{X_{G}Y_{G}}^{2}}$$
(3)

$$I_{2} = \frac{1}{2} \left(I_{X_{G}} + I_{Y_{G}} \right) + \sqrt{\frac{1}{4} (X_{G} - Y_{G})^{2} + I_{X_{G}Y_{G}}^{2}}$$
(4)

Donde

$$I_{X_G} = I_X - GLY_G^2 \tag{5}$$

$$I_{Y_G} = I_Y - GL \cdot X_G^2 \tag{6}$$

$$I_{X_G Y_G} = I_{XY} - GL \cdot X_G Y_G \tag{7}$$

Con:

$$I_Y = \int x^2 dGL \tag{8}$$

$$I_X = \int y^2 dGL \tag{9}$$

$$I_{XY} = \int xy dGL \tag{10}$$

El radio de giro es:

$$K_{\alpha}^{2} = \frac{l_{\alpha}}{GL} \tag{11}$$

Donde α es X o Y y GL es el valor total de niveles de gris.

Los ejes principales de inercia están definidos por el ángulo que forma el eje de inercia mayor con la horizontal. Los radios de giro se pueden relacionar entre sí dando un parámetro relacionado con el grado de alineamiento de las fibras que forman la membrana de colágeno:

$$r = \frac{K_1}{K_2} \tag{12}$$

Donde K_1 es el radio de giro mayor.

Solicitación de tracción

Se realizan ensayos de tracción sin llegar a rotura para aplicar una carga a las muestras y provocar su deformación y el realineamiento de las fibras que lo forman. Dicha reorganización modifica los parámetros microestructurales mencionados anteriormente, y tras la deformación de tracción se obtiene una nueva imagen de dispersión. La deformación de las probetas se llevó a cabo en una máquina electromecánica de universal Instron 5543A con una célula de carga de 100N. La velocidad de desplazamiento del cabezal de la máquina fue de 0.03mm/s.

3. RESULTADOS

A continuación se muestran las imágenes de dispersión de los materiales estudiados, antes y después de la deformación mecánica provocada.

La figura 2 muestra las imágenes tipo de la dispersión de luz de bajo ángulo, tanto del material patrón (tendón) como de las membranas de colágeno antes y después de la deformación mecánica.



Figura 2: Patrones de dispersión para los materiales de base de colágeno (a) Tendón (b) Membrana artificial noval (c) Membrana artificial después de la tracción hasta el 80% de su carga de rotura. Las barras son proporcionales a los radios de giro de la imagen.

La tabla 1 Muestra los valores medios y errores de los parámetros empleados para el análisis de las imágenes de dispersión.

Probeta	Condición	$r = K_1 / K_2$
Tendón	noval	4.2 (0.2))
Membrana	noval	1.90(0.07)
Membrana	Tracción 0º/ 0.5 F _R	1.95(0.05)
Membrana	Tracción 0º/ 0.8 F _R	2.02(0.02)
Membrana	Tracción 90º/ 0.5 F _R	1.89(0.04)
Membrana	Tracción 90°/ 0.8 F _R	1.82(0.07)

Tabla 1. Valores medios del parámetro r para los materiales estudiados. Entre paréntesis su error estándar

La figura 3 muestra la evolución del parámetro r en función de la solicitación mecánica sufrida por las muestras estudiadas.



Figura 3: Evolución del parámetro r en función de la solicitación mecánica del material

Este parámetro se puede emplear para evaluar cuantitativamente el cambio de orientación de las fibras del material. En este caso se comparan patrones del material libre de tensión y aplicándole un esfuerzo exterior. Un valor elevado del parámetro indica mayor grado de orientación, correspondiendo el valor 1 a un material con fibras orientadas homogéneamente según todas las direcciones.

4. DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS

Considerando las fibras de colágeno como cilindros infinitos de diámetro regular, el efecto de dispersión se puede resumir al simple efecto de difracción. El fenómeno de difracción es el efecto de borde de una onda electromagnética con una partícula de tamaño parecido a la longitud de onda de la onda. El patrón de difracción será perpendicular a la dirección del elemento dispersor. Así considerando un cilindro infinito y la luz llegando perpendicularmente a la dirección longitudinal, el patrón de difracción estará girado 90° respeto al cilindro. Esta hipótesis se verificó usando los tejidos patrón, los tendones, cuyas fibras son están muy alineadas.

Si las fibras estuvieran perfectamente alineadas y tuvieran todas el mismo diámetro, el resultado sería parecido a una red de difracción orientada en la dirección de las fibras de colágeno con un tamaño de rendija del diámetro de las fibras. Como puede verse en la Fig 2, el patrón de dispersión de los tendones no es tan perfecto, como consecuencia de las diferentes orientaciones y tamaños de las fibras de colágeno. Sí se observa claramente la orientación preferente de las fibras. En la Tabla 1 se observa que el parámetro r de

alineamiento de las fibras es muy superior en el caso de los tendones que en las membranas de colágeno.

En la misma figura 2 se observa de manera cualitativa que las membranas de colágeno tienen las fibras menos alineadas que el tendón y los cambios en los patrones de dispersión al ser estiradas.

Mediante el parámetro de alineación mostrado en la figura 3 se cuantifica el grado de alineación de las fibras en los materiales estudiados y su variación con el estiramiento. En el caso de las membranas estiradas según la dirección preferente de las fibras, se observa un aumento significativo del parámetro de alineación, que corresponde con un mayor alineamiento de las fibras. Sin embargo, cuando las membranas son estiradas según la dirección perpendicular a la orientación preferente de las fibras, el parámetro r de alineamiento disminuye, indicando una cierta reorientación de las fibras según la dirección de carga, perdiendo por lo tanto parte de su alineamiento original.

Es importante destacar que, al no proyectar los patrones de dispersión sobre una pantalla, no existe interacción con otro material diferente al material que está siendo escaneado. Por lo tanto las variaciones de intensidad que se pueden ver son inherentes al material y no provienen de artefactos. Por otro lado, enfocando la lente en el infinito permite tener la imagen del patrón neta y limpiar el chip CMOS de la luz que no proviene de la dispersión por el material.

5. CONCLUSIONES

El presente trabajo desarrolla una nueva metodología de analizar un patrón de dispersión de luz visible por parte de un material de base de colágeno que permite:

- a. Cuantificar de forma no destructiva cuantitativa la orientación de las fibras de colágeno dentro de una membrana de este material, y
- b. Evaluar los cambios en esa orientación como consecuencia de la aplicación de un esfuerzo exterior.

Este método permite tener una idea más adecuada de la microestructura del material sin que éste sufra daños y puede ser empleado para una mejor selección del mismo. Como ya se ha comentado, el problema de la selección de materiales es especialmente importante en materiales de gran variabilidad en sus propiedades, como el pericardio, cuando quieren ser empleados en aplicaciones de gran demanda mecánica y biológica como en los velos de las válvulas cardiacas.

6. AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen al Ministerio de Economía y Competitividad por la financiación a través de los proyectos MAT_2012_38412_C02_01 y MAT_2012_36096.

7. REFERENCIAS

- [1] S. Richard-Blum, *The Collagen Family*, Cold Spring Harb Perspect Biol, 2011.
- [2] R. Parenteau-Bareil, R. Gauvin, F. Berthod, Collagen-based Biomaterials for Tissue Applications, Materials, 2010(3): p. 1863-1887.
- [3] J. N. Limpert, A.R. Desai, A.L. Kumpf, M.A. Fallucco, D.L. Aridge, *Repair of abdominal wall defects with bovine pericardium*, The American Journal of Surgery, 2009(198), e60-e65.
- [4] I. Vesely, *Heart Valve Tissue Engineering*, Circ. Res, 2005. 97(8): p. 743-755.
- W. Vongpatanasin, L.D. Hillis, R.A. Lange, *Prosthetic Heart Valves*, N. Engl. J. Med., 1996(335): p. 407-416.
- [6] T. C. Flanagan & A. Pandit, *Living Artificial Heart Valve Alternatives: A Review*, European Cells and Materials, 2003(6): p. 28-45.
- J. A. M. Ramshaw , J.A. Werkmeister, V. Glattauer, *Collagen-based Biomaterials*, Biotechnology and Genetic Engineering Reviews, 1996(13): p. 335-382.
- [8] C. H. Lee, A. Singla, Y, Lee, *Biomedical Applications of Collagen*, International Journal of Pharmaceutics, 2001(221): p. 1-22.
- [9] Narayanan, T., High brilliance small angle X-ray scattering applied to soft matter. Current opinion in colloid & interface Science, 2009(14): p. 409-415.
- [10] Mitropoulos, A.C., K.L. Stefanopoulos, and N.K. Kanellopoulos, *Coal studies by small angle X-rray scattering*. Microporous and mesoporous materials, 1998(24): p. 29-39.

- [11] Laity, P.R. and R.E. Cameron, *A small-angle X-ray scattering study of powder compaction*. Powder Technology, 2008(188): p. 119-127.
- [12] Sacks, M.S., D.B. Smith, and E.D. Hiester, A Small Angle Light Scattering Device for Planar Connective Tissue Microstructural Analysis. Biomedical Engineering, 1997(25): p. 678-689.
- [13] Dahlgren, E.D., Small Angle Light Scattering Analysis of Tissue. 2002.
- [14] Mirnajafi, A., et al., The effects of collagen fiber orientation on the flexural properties of pericardial heterograft biomaterials. Biomaterials, 2005(26): p. 795-804.

INTEGRIDAD ESTRUCTURAL DEL PERICARDIO BOVINO PARA FABRICACIÓN DE VÁLVULAS CARDÍACAS

A.L. Torres¹, G.R. Plaza¹, F.J. Rojo¹, B. Mendoza-Novelo², J.Y. Bourges¹, G.V. Guinea¹

¹Departamento de Ciencia de Materiales, Universidad Politécnica de Madrid. E-28040 Madrid (España) ²Departamento de Ingeniería Biomédica. Universidad de Guanajuato. 37150 Guanajuato (México) e-mail: adrilu.torres@gmail.com, gplaza@mater.upm.es, gguinea@mater.upm.es

RESUMEN

Las prótesis cardiacas se utilizan para remplazar las válvulas nativas que han dejado de funcionar debido a diferentes enfermedades o por envejecimiento. Estas prótesis no requieren tratamientos anti-coagulantes, pero tienen una menor durabilidad que las prótesis mecánicas y suelen fallar por efecto de la calcificación. Las prótesis biológicas son fabricadas a partir de láminas de pericardio bovino. Para mejorar su durabilidad, se pretende mejorar el proceso de selección de las láminas mediante el estudio de los cambios en su resistencia mecánica en condiciones de uso. Para caracterizar las propiedades mecánicas de las láminas de pericardio bovino y relacionarlo con los diferentes tratamientos químicos que mejoran la durabilidad (descelularización, poliuretano, glutaraldehído) se ha desarrollado un dispositivo y una metodológica de ensayos cíclicos que pretenden reproducir las condiciones fisiológicas de trabajo. Los resultados validan la metodología y muestran el efecto de los diferentes tratamientos en los cambios de propiedades mecánicas y en la calcificación.

PALABRAS CLAVE: pericardio, válvulas cardiacas, calcificación, prótesis biológicas.

ABSTRACT

The cardiac prostheses are used as substitutes of the native valves which have been damaged by disease or aging. These prostheses do not require anti-coagulating treatments, but their durability is shorter compared to the mechanical prostheses and the typical failure is due to calcification. The biological prostheses are made of bovine pericardium and, in order to improve the durability, to enhance the selection process of the pericardium films is of key importance. It requires studying the progressive changes of mechanical properties. With the aim of characterizing the mechanical properties, and to correlate it with the different chemical treatments presently used (decellularization, cross-linking with polyurethane or glutardehide), we have developed a new device and the methodology to perform cyclic tests. Our results validate the methodology and show the effect of the different treatments on the progressive changes of the mechanical behavior and calcium absorption.

KEYWORDS: pericardium, heart valves, calcification, biological prosthesis.

1. INTRODUCCIÓN

Entre las enfermedades cardiacas más comunes se incluyen las que afectan directamente a las válvulas Las válvulas cardíacas tienen un área cardíacas. aproximada de 1-2 cm^2 [1] y se encuentran en los conductos de salida de las cuatro cavidades del corazón. Están formadas por finas membranas de tejido endotelial llamadas velos. Estos velos valvulares tienen la forma de un pequeño paracaídas y aseguran que el flujo sanguíneo circule en una sola dirección (de aurícula derecha a ventrículo derecho y de ventrículo derecho a arteria pulmonar; de aurícula izquierda a ventrículo izquierdo y de ventrículo izquierdo a arteria aorta). Las válvulas pueden deteriorarse anomalías por congénitas

(típicamente ocurre en la válvula aortica bicúspide) o por enfermedad o envejecimiento [2], por ello existen diferentes prótesis. Las prótesis valvulares constan de un orificio a través del cual fluye la sangre y de un mecanismo oclusor que cierra y abre el orificio. Existen dos tipos de válvulas protésicas: mecánicas y biológicas. Las prótesis mecánicas [3] son seguras y resistentes, pero su comportamiento afecta el flujo sanguíneo y requieren la ingesta de anticoagulantes de por vida.

Las prótesis biológicas, porcinas o fabricadas con pericardio de bovino, evitan este problema, pero tienen un mayor riesgo de deterioro a medio y largo plazo. Los velos de estas prótesis están formados por membranas de base colágeno, uno de los materiales más utilizados en medicina para reparar daños o traumas, en la piel, debido a su biocompatibilidad y su capacidad para iniciar la cicatrización de heridas [4]. Estas membranas requieren de tratamientos químicos para su esterilización y conservación de las propiedades mecánicas, el principal tratamiento es el de entrecruzamiento, el cual consiste en el bloqueo de los grupos reactivos del colágeno [5]. Muchas técnicas de entrecruzamiento han demostrado el aumento de la duración del tejido por la formación irreversible de entrecruzamiento molecular al nivel de la proteína del colágeno. Por otro lado, el entrecruzamiento minimiza el potencial antigénico de las membranas, pero se ha sugerido que la carga cíclica, junto a dichos tratamientos, acelera el proceso de calcificación.

La presente investigación es una primera contribución que describe la metodología de ensayos desarrollada en nuestro laboratorio y muestra el efecto de los diferentes tratamientos entrecruzamiento (descelularización, poliuretano, glutaraldehído) de las láminas de pericardio bovino [6], mediante el estudio de la evolución de las características mecánicas y la acumulación de calcio al ser sometido a una carga dinámica similar a la que experimenta una válvula en condiciones fisiológicas.

2. MATERIALES Y TÉCNICAS EXPERIMENTALES

2.1 Obtención y preparación del pericardio bovino

El pericardio bovino fue obtenido de animales sacrificados en mataderos municipales, fue limpiado con agua destilada y transportado al laboratorio en solución salina a 4°C para evitar la degradación y minimizar el crecimiento bacteriano.

Para eliminar el material celular (descelularización) [7], el pericardio se sumergió en solución acuosa de 0.8% de CaO y 1% de Tritón X-100 a 4°C en reposo durante 2 horas, y posteriormente en solución de 2% de $(NH_4)_2SO_4$ durante 30 minutos a temperatura ambiente con agitación. A continuación se lavó durante 30 minutos con agitación en PBS a temperatura ambiente y fue agitado durante un día a la misma temperatura en Tritón X-100 al 1% disuelto en PBS. Pasado este tiempo el material fue lavado durante 5 horas con PBS (con 100 ml PBS, 5x1 hora c/u), en agitación, a temperatura ambiente.

El tratamiento con nucleasas fue realizado durante 1 hora en nucleasas a 37°C (RNAsa 0.2 mg/mL y DNAsa 0.02

mg/mL, disuelta en MgCl₂ 2.5mM, CaCl₂ 0.5mM, Tris HCl 10 mM, pH 7.6). Después se realizaron dos lavados con EDTA 0.03 M, Tris HCl 0.1 M (2x, 15 min vortex c/u) en agua MiliQ (3x con agitación). Finalmente se realizó un lavado durante una noche con agua Mili Q en agitación moderada a temperatura ambiente.

El pericardio bovino descelularizado (ECM) fue sometido a dos tipos de tratamiento de entrecruzamiento: (i) con glutaraldehído (GA) al 0.625% en solución PIPES 30 Mm, pH 7.4, siguiendo una relación 1:6 de gramos de material a mililitros de solución, durante 24 h a temperatura ambiente; (ii) con prepolimero de poliuretano con terminación en sulfonato de carbamoil (PUP) a una concentración del 15%, con una relación peso/volumen del 1:5 (gramos de material a mililitros de solución). 2 h después de la agitación, se adicionó MgO (0.4% respecto al volumen de la solución) y se agitó nuevamente durante 22 h más. Finalmente, el material entrecruzado fue lavado con agua destilada (5x), congelado a -70 °C y liofilizado.

Para realizar los ensayos, los tres tipos de muestras de pericardio (ECM, PUP y GA) fueron rehidratadas durante 24 horas en suero fisiológico y después fueron cortadas en piezas circulares de 30 mm de diámetro, en diferentes orientaciones, para ser fijadas en las mordazas del dispositivo experimental de ensayos.

2. 2. Dispositivo de ensayos

Los ensayos mecánicos se llevaron a cabo con un dispositivo que hemos desarrollado y construido en nuestro laboratorio, capaz de simular la presión ejercida *in vivo* sobre los velos de las válvulas cardíacas, según el esquema de la figura 1. El dispositivo de ensayos está compuesto principalmente por un actuador hidráulico INSTROM 3309-622/8501, que mueve un émbolo unido a un cilindro de aluminio con aceite, que se conecta a una cámara con fluido SBF. El fluido SBF de la cámara y el aceite del cilindro están separados por una lámina de látex, sobre una apertura de la cámara se colocan las probetas. Para el control y adquisición de datos se utiliza la LabVIEW.

La cámara de fluido SBF es un contenedor de UHMWPE con un volumen de 0.7 L. En la parte superior se encuentra las mordazas que son dos placas entre las cuales se fija el perímetro circular del área ensayada de la probeta que tiene forma rectangular. Las mordazas tienen una apertura circular de 9 mm de radio, permitiendo el libre desplazamiento transversal de la zona circular ensayada. Durante el ensayo es posible medir el desplazamiento transversal de la lámina, con un sensor óptico MEL M7LL 100, y la presión aplicada, con un manómetro de 1.6 bar de presión nominal. Es posible utilizar una de las dos señales para controlar el pistón que comprime el aceite del cilindro y a su vez el fluido de la cámara de ensayos, ejerciendo presión sobre la probeta.



Figura 1. Dispositivo para ensayos mecánicos de presurización de láminas. (a) Esquema; (b) imagen del actuador hidráulico, estructura metálica de soporte, consola de control, cámara y extensómetro óptico;(c) cámara con jeringuilla de rellenado, punto de conexión del manómetro y extensómetro óptico; (d) detalle de una lámina deformada por efecto de la presión.

2. 3. Fluido corporal simulado

Para realizar los ensayos se ha utilizado fluido corporal simulado (*simulated body fluid*, SBF), que reproduce la concentración salina de la sangre y es ampliamente utilizado en estudios de calcificación de materiales [8].

2. 4. Ensayos mecánicos de presurización

En el estudio mecánico llevado a cabo, la carga aplicada a las muestras de láminas de pericardio consiste en una presión diferencial ΔP entre ambas caras, como ocurre *in* *vivo*. En los ensayos, dicha presión diferencial es igual a la presión manométrica en el interior del contenedor de líquido SBF, en uno de cuyos orificios se coloca la muestra. De este modo, una de las caras de la lámina está en contacto con el líquido y la segunda está a presión atmosférica (ver figura 1). Para realizar los ensayos mecánicos, primeramente se rehidrataron las probetas de pericardio bovino liofilizadas [9], introduciendo la probeta durante 24 horas en suero fisiológico, inmediatamente después se coloca la probeta en el dispositivo de ensayos, para realizar los ensayos de presurización durante 24 horas.

2. 4. Medida de la calcificación

Para conocer el contenido del calcio en las probetas, se empleó un proceso estándar de análisis de contenido de calcio mediante espectroscopia de absorción atómica [10]. Antes del análisis, las muestras fueron preservadas inmediatamente tras acabar el ensayo mecánico, mediante deshidratación a 36 °C y baja presión empleando una bomba de vacío (99.995% de vacío).

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Tal y como se describe a continuación, en este trabajo se ha estudiado (i) la permeación del fluido a través de la lámina, para determinar la velocidad a la que se pierde fluido de la cámara durante los ensayos, (ii) la evolución de las propiedades mecánicas al ser las láminas sometidas a un proceso de carga cíclico y (iii) la absorción de calcio. Estos dos últimos aspectos son importantes en relación a la caracterización del material para su posible empleo en la producción de prótesis valvulares.

3. 1. Permeación de fluido a través de las láminas de pericardio

Las láminas de pericardio son porosas y, puesto que ello puede suponer una dificultad a la hora de realizar los ensayos mecánicos por la pérdida progresiva de fluido, se realizó en primer lugar un estudio de la permeancia Π del pericardio descelularizado (ECM), al ser éste el material con mayor permeancia. El interés práctico es determinar el tiempo máximo durante el que es posible realizar ensayos de carga cíclica, con pérdida progresiva de líquido SBF por permeación. En la figura 2 se muestran los valores de permeancia en función de la presión diferencial ΔP . Puede verse que hay una gran dispersión en los valores, siendo la permeancia Π del orden de 0.6 ng/Pa·s·mm, y sin diferencias significativas entre los diferentes niveles de presión.



Figura 2. Permeancia Π de las láminas de pericardio descelulariizado (ECM) medida para varios valores de presión diferencial ΔP .

La masa total de agua *m* filtrada a través de una lámina de área total *A* y espesor *s*, en un tiempo *t*, es igual a

$$m = \prod \frac{A}{s} \int_0^t \Delta p \, dt \tag{1}$$

Integrando una curva presión-tiempo representativa (ver más abajo las curvas presión-desplazamiento), se puede estimar que la masa perdida durante 24 h en un ensayo cíclico de carga-descarga es del orden de 100g, equivalente a 0.1 L. Este valor es admisible teniendo en cuenta la deformabilidad de la lámina que separa la cámara de líquido SBF y el aceite en contacto con el pistón del actuador hidráulico. Este valor corresponde aproximadamente al valor medio del volumen de líquido perdido durante 24 h en los ensayos cíclicos con láminas descelularizadas, mostrando de forma práctica la posibilidad de realizar este tipo de ensayos en el dispositivo.

3. 2. Comportamiento mecánico de las láminas en los ensayos de presurización

Las láminas de pericardio muestran una gran variabilidad en sus propiedades mecánicas, como han mostrado trabajos previos [11]. En este trabajo se comprobó que la variabilidad de las curvas de carga y descarga es muy grande, como se observa en la figura 3. En parte, dicha variabilidad es esperable en un material tan inhomogéneo en espesor y en propiedades mecánicas [11], de hecho se obtuvieron propiedades muy diferentes incluso en muestras adyacentes. Por ello, para analizar el efecto de la carga cíclica sobre las propiedades mecánicas de las muestras, se realizó un análisis del desplazamiento relativo como se explica en la sección siguiente.



Figura 3. Ensayos de presurización, con carga y descarga, de cuatro muestras de pericardio descelularizado (ECM).

3. 3. Efecto de la carga dinámica en las propiedades mecánicas

Como se ha dicho, un objetivo esencial del trabajo ha sido el desarrollo de una metodología de ensayo in vitro de láminas de pericardio que permita aplicar condiciones de carga en presurización similares a las que soportan las válvulas cardíacas y la evaluación de la variación de las propiedades mecánicas por efecto de la carga cíclica [12]. Por ello, se han realizado ensayos de ciclos de carga y descarga, a 1 Hz y 5 Hz, con los tres tipos de muestras estudiados. Los ensayos se han realizado hasta una presión máxima $\Delta P = 10$ kPa, que coincide con el límite superior del rango fisiológico de la presión diferencial entre los dos lados de una válvula [13].

La figura 4 muestra los resultados para una lámina de pericardio descelularizado. Puede verse que la deformabilidad de la lámina aumenta progresivamente con el número de ciclos de carga y descarga a los que ha sido sometida. Para estudiar y comparar este efecto en diferentes materiales, se ha utilizado el incremento de desplazamiento relativo Δe_{rel} , definido como:

$$\Delta e_{\rm rel} = \frac{e_{\rm max} - e_{\rm max0}}{e_{\rm max0}} \qquad (2)$$

siendo e_{max} el desplazamiento máximo durante el proceso de carga en el ensayo de presurización y $e_{\text{max}0}$ el desplazamiento en el primer ensayo de la muestra, antes del proceso de carga cíclica. El incremento de desplazamiento relativo es una medida del aumento de la deformabilidad del material.



Figura 4. Curvas representativas de un ciclo de carga y descarga en un ensayo de presurización para una muestra de lámina de pericardio descelularizado (ECM), después de varios ciclos de carga y descarga a una frecuencia de 1 Hz.

La figura 5 muestra el desplazamiento relativo, $\Delta e_{\rm rel}$, en función del número de ciclos de carga en presurización al que ha sido sometido el material. Puede verse cómo el aumento de la deformabilidad es mayor en láminas simplemente descelularizadas que en las entrecruzadas: 0.127±0.033 frente a 0.030±0.0034 (GA) ó 0.024±0.007 (PUP) (valor medio ± error estándar).

3.4. Calcificación

Puesto que la calcificación es un proceso crítico en la reducción de la resistencia de las láminas de pericardio, un objetivo importante del trabajo ha sido desarrollar el procedimiento de medida y analizar si la carga dinámica aumenta o reduce la absorción de calcio en las probetas de pericardio, y comparar la absorción para los diferentes tratamientos estudiados [14]. Los resultados se muestran

en la figura 6. También se muestra la medida de calcio para muestras en el estado nativo, sin inmersión en fluido SBF. La figura refleja de nuevo la variabilidad de los resultados, debido a la inhomegeneidad del material. La tendencia encontrada es que los tratamientos de entrecruzamiento conducen a una mayor calcificación del material.



Figura 5. Incremento de desplazamiento relativo en función del número de ciclos en ensayos de presurización de hasta 10 kPa y a 1Hz. Las barras de error indican el error estándar.



Figura 6. Contenido de calcio después de 24 horas en fluido SBF (a) sin carga, (b) con ciclos de carga a 1 Hz y (c) a 5 Hz; y (d) en el estado nativo. Las barras de error indican el error estándar

3.5 Discusión

Los resultados reflejan la gran variabilidad que posee el material. La inhomogeneidad y anisotropía se debe especialmente a la distribución y orientación de las fibras

de colágeno [11]. Nuestros resultados muestran el efecto positivo del entrecruzamiento sobre las propiedades mecánicas, siendo el desplazamiento relativo en el material entrecruzado el 20% - 25% del desplazamiento relativo en el material simplemente descelularizado. En contraposición, la tendencia encontrada es que el entrecruzamiento da lugar a una mayor calcificación del material. Este efecto sugiere una posible mejora para los tratamientos actuales: un proceso químico que permitiera el entrecruzamiento del material solo en el interior de las láminas y no a nivel superficial podría ser favorable desde el punto de vista tanto mecánico como desde el punto de vista de la acumulación de calcio.

5. CONCLUSIONES

Este trabajo ha permitido desarrollar una metodología de ensayo de láminas de pericardio, mediante ensayos de carga por presurización que reproducen las condiciones de carga en las válvulas biológicas. Nuestros resultados muestran el efecto favorable del entrecruzamiento del material sobre las propiedades mecánicas, y su efecto desfavorable sobre la calcificación del material.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen al Prof. G.A. Narros, de la ETSI Industriales de la Universidad Politécnica de Madrid, su disponibilidad y diligencia en el servicio de análisis químico de las probetas; y al Ministerio de Economía y Competitividad por la financiación a través de los proyectos MAT_2012_38412_C02_01 y MAT_2012_36096.

REFERENCIAS

[1] S.J. Ahumada Zakzuk, "Caracterización de dimensiones anatómicas de la válvula mitral en diferentes patologías cardiacas mediante ecográfica transeofagica tridimensional". Trabajo de Grado. Facultad de Medicina de la Universidad del Rosario (Colombia). 2009.

[2] J. Marrugat, R. Elosua, H. Martí. "Epidemiología de la cardiopatía isquémica en España: Estimación del número de casos y de las tendencias entre". Revista Española de Cardiología. Vol. 55, pp. 337 -346. 2002.

[3] D. Bernales, F. Caride, A. Lewis, L. Martin. "Membranas de Colágeno Polimerizado: Consideraciones sobre su uso en técnicas de regeneración tisular y ósea guiadas". Revista Cubana de Investigaciones Biomédicas. Vol. 23, pp. 65-74. 2004.

[5] Gómez-Lizárraga K., Piña-Barba C., Rodríguez-Fuentes N. "Obtención y Caracterización De Colágena Tipo I A Partir De Tendón Bovino". Revista Superficies y Vacio. Vol. 24, pp. 137-140. 2011.

[6] "Método De Fabricación De Una Membrana De Colágeno A Partir De Piel De Porcino". Ed. Geistlich Sohne Ag Fur Chemische Industrie (Suiza), 2170713 23-04- 2004.

[7] B. Mendoza-Novelo et al. "Stability and mechanical evaluation of bovine pericardium cross-linked with polyurethane prepolymer in aqueous medium". Materials Science and Engineering. Vol. 33, pp. 2392-2398. 2013

[8] International Standard Organization (ISO- 2007). Implants for surgery-In vitro evaluation for apatiteforming ability of implant materials. ISO/FDIS 23317

[9] C.G. Aimoli et al. Lyophilized Bovine Pericardium Treated With a Phenethylamine Diepoxide as an Alternative to Preventing Calcification of Cardiovascular Bioprosthesis: Preliminary Calcification Results. Artificial organs. Vol. 31. pp. 278-283. 2007

[10] Skoog, Douglas A., et al. "Principios de análisis instrumental" Ed. Mac. Graw Hill. 2002.

[11] J-Y. Bourges et al. Relationship Between Fibre Orientation And Tensile Strength Of Natural Collagen Membranes For Heart Valve Leaflets. Anales de mecánica de la fractura, vol. 28, 2011.

[12] R. Claramunt, J.G. Páez, L. Álvarez, J. Spottorno, A. Ros, M.C. Casado. "Short-term fatigue testing can predict medium-term pericardium behavior". Journal of the mechanical behavior of biomedical materials. Vol. 4, pp. 1929-1935. 2011

[13] E. O'Brien, F. Mee, N. Atkins, M. Thomas. "Evaluation of three devices for self-measurement of blood pressure according to the revised British Hypertension Society Protocol: the Omron HEM-705CP, Philips HP5332, and Nissei DS-175". Blood pressure monitoring, Vol. 1. pp. 55-61. 1996

[14] J.G. Páez et al. « Chemical treatment and tissue selection: factors that influence the mechanical behaviour of porcine pericardium". Biomaterials. Vol. 22. pp. 2759-2767. 2001.

Fractura de materiales cerámicos

SIMULACIÓN NUMÉRICA DE HORMIGONES REFORZADOS CON FIBRAS DE POLIOLEFINA

M. G. Alberti^{1, *}, A. Enfedaque¹ y J. C. Gálvez¹

¹Departamento de Ingeniería Civil: Construcción, E.T.S de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, Universidad Politécnica de Madrid. c/ Profesor Aranguren, s/n, 28040, Madrid, España. E-mail^{*}: mgalberti@caminos.upm.es

RESUMEN

En investigaciones previas se fabricaron hormigones reforzados con fibras de poliolefina que, sin variaciones significativas en las propiedades mecánicas y manteniendo las propiedades en estado fresco, obtuvieron resistencias residuales aptas para contar con la contribución de las fibras en el cálculo estructural. Esto permite sustituir el refuerzo con barras o fibras de acero utilizando fibras estables químicamente con menores dosificaciones en peso. El comportamiento en fractura se definió mediante tres puntos singulares. Tras alcanzar el límite de proporcionalidad, la caída de resistencia inicial siguió una rama de ablandamiento como la de un hormigón sin refuerzo hasta determinada abertura de fisura en la que se produjo una recuperación de la resistencia hasta alcanzar un valor máximo post-fisuración. A partir de este punto, la resistencia decreció por fallo o por arrancamiento de las fibras. Utilizando los datos previos experimentales, tanto de ensayos de fractura como de arrancamiento y posicionamiento de las fibras, el presente estudio ha realizado un análisis inverso mediante simulación numérica y el método de los elementos finitos. Se definió una función de ablandamiento tri-lineal que permitió representar el comportamiento en fractura del material, así como conocer y justificar las relaciones constitutivas del comportamiento en tracción del material compuesto.

PALABRAS CLAVE: hormigón reforzado con fibras, fibras de poliolefina, modelo constitutivo, análisis inverso.

ABSTRACT

Research has shown that polyolefin fibres can meet the requirements of the standards that consider their post-cracking contribution in the structural design of fibre reinforced concrete (FRC). The fracture behaviour has shown a remarkably reliable performance of the polyolefin FRC even modifying the concrete type, the pouring and compaction procedures and the mould sizes. A numerical model, based on the cohesive fracture approach, is proposed for modelling the fracture processes of macro-polymer fibre reinforced concrete (PFRC). The model has been successfully used when applied by the authors to plain concrete and even non-isotropic cohesive materials. In this work, it is extended to PFRC by means of an adapted tri-linear softening law. The model is implemented in a finite element program by means of an embedded crack. The main advantage in comparison with other approaches is that it does not require re-meshing during the crack growing. Numerical simulations of the experimental results, supplied by the authors, show how the proposed model may simulate the PFRC fracture. The conclusions of this study provide a better understanding of the material behaviour subjected to Mode I of fracture and could enhance future modelling and structural design of PFRC.

KEYWORDS: fibre reinforced concrete, polyolefin fibres, constitutive models, inverse analysis.

1. INTRODUCCIÓN

El comportamiento cuasi-frágil del hormigón se ha solventado tradicionalmente mediante el refuerzo con barras de acero corrugado en las zonas traccionadas de un determinado elemento estructural. Esta combinación, conocida como hormigón armado, ha sido probablemente el material compuesto más utilizado en la construcción [1]. La sección se considera equilibrada aprovechando las mejores capacidades resistentes del hormigón en compresión y del acero en tracción. Sin embargo, el refuerzo con únicamente barras de acero no es capaz de evitar la aparición de micro-fisuras y el desarrollo de macro-fisuras [2]. Por ello, la posibilidad de sustituir parte del armado por fibras de acero no solamente permite reducciones de coste, sino que puede evitar algunos problemas de fisuración y, en definitiva, aportar una mejora de las propiedades del material. El hormigón reforzado con fibras de acero (HRFA) alcanza resistencias post-fisuración que incluso han permitido la sustitución total de las barras de acero en algunas aplicaciones [3, 4].

Por otro lado, la utilización de acero también es conocida por presentar problemas de durabilidad, ya que el acero se corroe de forma natural y en el caso de las fibras no es posible asegurar el recubrimiento de las que se posicionan en las capas más exteriores de la pieza de hormigón. Además, el acero tiene un coste elevado, la producción ocasiona un fuerte impacto ambiental, es pesado (comparado con otros materiales como los materiales poliméricos) y complejo de manipular. Todo ello ha llevado a la industria a desarrollar nuevas tipologías de fibras fabricadas con distintos materiales y formas. La posibilidad de fabricar fibras de poliolefina características mecánicas mejoradas con V químicamente estables [5], hacen de su uso una solución muy atractiva.

El hormigón reforzado con fibras de poliolefina permite obtener resistencias residuales cercanas al HRFA y con menores costes finales del material. Asimismo, utilizando las mismas metodologías de ensayo que para el HRFA [6, 7, 8], éstas pueden cumplir con los requerimientos de la normativa para tener en cuenta la contribución de las fibras en el cálculo estructural. Es decir, cumplen con los requisitos para sustituir total o parcialmente el acero estructural de una pieza de hormigón armado.

Para dicha sustitución, las normativas existentes [9, 10] proponen modelos constitutivos basados en el comportamiento en fractura del HFRA [11] y que, si bien pueden ser utilizados para el diseño del HRFP, no está probado que representen adecuadamente su comportamiento. Algunos autores han sugerido incluso que podrían sobrestimar la respuesta del material [12]. Además, el comportamiento en fractura del HFRP ha sido estudiado con profundidad en investigaciones previas [13, 14, 15, 16, 17, 18] y en las curvas fuerzaabertura de fisura se pudo apreciar cómo tras una primera rama de ablandamiento (posterior al límite de proporcionalidad), existe una rama de recarga que no se capta con los modelos de la normativa.

En este estudio, se han obtenido los modelos constitutivos mediante un análisis inverso a partir de los resultados experimentales presentados en la referencia [19]. En dichas campañas, se fabricaron probetas con un solo contenido de fibras y variando las propiedades del hormigón, los métodos de llenado de los moldes y fabricando elementos de tamaños estructurales en altura y en longitud. Con los resultados de fractura, se realizó un análisis inverso utilizando el modelo de la fisura cohesiva y el método de los elementos finitos (MEF). La fisura cohesiva se introdujo mediante una subrutina en el programa ABAQUS que previamente había permitido reproducir el comportamiento de materiales

cuasi-frágiles [20]. Dicha subrutina se modificó para que tuviera en cuenta el comportamiento del HFRP y de modo iterativo se pudieron ajustar las relaciones entre la tensión cohesiva y la abertura de fisura.

En el presente estudio se proporcionan funciones de ablandamiento que reproducen adecuadamente en fractura el comportamiento del HRFP reforzado con 6 kg/m³ de 60 mm de longitud, abarcando su uso en hormigón autocompactante y convencional compactado por vibración, lo que aporta una herramienta relevante para la futura modelización y diseño estructural con este material.

2. RESULTADOS EXPERIMENTALES

El HRFP tiene un comportamiento en fractura que se diferencia notablemente del de HFRA, tal y como se concluyó en investigaciones previas [13, 15, 18]. Las curvas de fractura del HRFP se describen típicamente mediante 3 puntos singulares: F_{LOP} , F_{MIN} y F_{REM} . En los ensayos de fractura, se alcanzó una carga máxima F_{LOP} tras la cual comenzó una rama de ablandamiento similar a la del hormigón sin fibras. En determinada abertura de fisura, las fibras fueron capaces de absorber la energía liberada en el proceso de fractura y comenzó una rama de recarga. El valor mínimo que alcanza en la rama de ablandamiento fue descrito como F_{MIN} . Si las deformaciones continúan, la rama de recarga alcanza un valor de carga máxima residual, denominado FREM. Todo esto se puede entender mejor observando la Figura 1. La figura muestra también una comparación esquemática con el comportamiento del HFRA, cuya discusión detallada, e incluso los resultados combinando ambas tipologías de fibras, pueden leerse en las referencias [13, 14].



Figura 1. Representación esquemática de las curva: típicas de fractura del HFRP [15].

Sin embargo, no solamente influyen en el resultado las características de las fibras empleadas como refuerzo, sino también la forma de compactación, el tipo de hormigón, el tamaño de la pieza a hormigonar y el

efecto pared, los cuales pueden ser decisivos en la orientación y distribución de las fibras y, por lo tanto, en las resistencias residuales alcanzadas [21, 22]. Para el presente estudio, se tomaron como referencia los resultados que se obtuvieron en la referencia [19] ya que englobaban modificaciones en el tipo de hormigón, compactación y tamaño del molde y, por lo tanto incluían dichos efectos en su banda de confianza. Como puede verse en la Figura 2, las curvas de HFRP con 6 kg/m³ de fibras de poliolefina de 60 mm de longitud mostraron una dispersión limitada si se tienen en cuenta las variaciones introducidas. De esta investigación, se extrajeron algunos otros valores experimentales, como la energía de fractura y las propiedades mecánicas que también fueron necesarios para las simulaciones numéricas. En este sentido, cabe destacar que se fabricaron hormigones autocompactantes y hormigones convencionales que sin fibras aportaban energías de fractura semejantes, en el entorno de 150 N/m. Cabe destacar también, que las propiedades mecánicas obtenidas fueron las esperadas, con muy pequeñas variaciones en la resistencia a compresión, módulo de elasticidad y resistencia a tracción indirecta, comparadas con las de su correspondiente hormigón sin fibras. La Figura 2 presenta los resultados que han sido simulados y cuyos resultados detallados están descritos en la referencia [19].



Figura 2. Curvas Fuerza-flecha experimentales [19].

3. ANÁLISIS INVERSO

El modelo de fisura cohesiva propuesto por Hillerborg [23] para materiales cuasi-frágiles, ha demostrado ser capaz de reproducir el comportamiento en fractura de hormigón [24]. Para ello, es necesario definir previamente una función de ablandamiento como propiedad del material que relaciona la tensión a través de la fisura (σ) y la abertura de fisura (w). Utilizando este modelo se han podido simular también otros

materiales anisótropos como fábrica de ladrillo u otros materiales cementicios reforzados con fibras [20, 25, 26].

El uso de modelos de fisura embebida permite además que el elemento se adapte individualmente al campo de tensiones siempre y cuando las aberturas de fisura permanezcan en un pequeño umbral. Las simulaciones de este estudio se hicieron mediante MEF con estos elementos que tienen la fisura embebida en ellos. En las referencias mencionadas se describe en detalle el modelo matemático y las consideraciones más importantes realizadas.

En este estudio, el modelo fue implementado en ABAQUS mediante una subrutina UMAT y un archivo externo de coordenadas de los nodos y los elementos. El modelo considera un comportamiento elástico mientras la fisura no aparece. Cuando la tensión en el elemento supera la resistencia a tracción, la fisura se introduce perpendicularmente a la dirección de la tensión máxima principal. Esto impide la formación de fisura cuasiortogonales y la fisura se adapta en el nivel del elemento fijando una dirección de la fisura sin necesidad de posteriores readaptaciones (ver referencia [20]).

3.2. Funciones de ablandamiento

Los modelos cohesivos utilizados para la simulación de HRF requieren la introducción de una función de ablandamiento o modelo constitutivo del material. En este caso, la función de ablandamiento describe el comportamiento del material a partir de la fisuración, comportándose de un modo elástico y lineal previamente. Cuando la tensión supera la resistencia a tracción del material, éste se comporta de acuerdo con las relaciones constitutivas introducidas mediante la función de ablandamiento. En la literatura existen referencias que han utilizado satisfactoriamente curvas tri-lineales para representar el comportamiento del HRFA [27, 28]. En estos casos, la rama intermedia se utiliza para representar el tramo en el que las fibras están activas, pero en ningún caso se introdujo una rama de recarga, tal y como puede verse en las Figuras 3 y 4 que representan las leyes de ablandamiento de estas referencias.

La forma de la función de ablandamiento utilizada para este trabajo, puede verse en la Figura 5. En la figura puede verse como la rama inicial escogida es una rama de caída similar a la del hormigón, siguiendo una ley exponencial. Esta rama de ablandamiento inicial continua has llegar al punto C_{min} en el que la tensión cohesiva cambia de tendencia, iniciando una rama de recarga que continua hasta C_{REM} . Por lo tanto, la rama

 C_{min} - C_{REM} se introduce como un tramo de recarga y a partir de C_{REM} se introduce una última rama recta hasta el fallo del elemento.

Los límites en la dispersión de los resultados del HRFP con 6 kg/m³ de fibras de poliolefina de 60 mm de longitud se consideraron los que se pueden ver en la Figura 2. De este modo, los modelos obtenidos en el análisis inverso representan todo la banda de confianza variando la reología y los métodos de compactación y pueden servir para alimentar con modelos constitutivos otros sistemas de cálculo y diseño estructural.

Para captar toda la banda de confianza, los valores de C_{min} y C_{REM} se movieron de modo que las simulaciones permitieran, no solamente captar el valor medio, sino también reproducir adecuadamente el comportamiento superior e inferior obtenido en los ensayos experimentales. También cabe destacar que el valor de resistencia a tracción del material en la función constitutiva (f_i), se tomó como 3,5 MPa.



Abertura de fisura

Figura 3. Modelo constitutivo tri-lineal incluyendo una rama inicial de ablandamiento y una zona llana cuando las fibras están activas [29].



Abertura de fisura





Abertura de fisura



3.3. Resultados de las simulaciones numéricas

Como puede verse en la Figura 6, los resultados de las simulaciones numéricas fueron significativamente próximos a los obtenidos experimentalmente. En la Tabla 1, se muestran los valores introducidos en las funciones de ablandamiento de las simulaciones que se presentan en la Figura 6. Con las coordenadas de los puntos singulares mencionados y teniendo en cuenta que la primera rama de ablandamiento fue exponencial, se puede construir los modelos constitutivos de la Figura 5.

La relevancia de estos resultados no solamente radica en la aportación de un mayor conocimiento del comportamiento del material en Modo I de fractura, sino para su utilización en futuros modelos de diseño y consideraciones normativas.



Figura 6. Resultados, superior, inferior y medio, de los cálculos numéricos con las funciones de ablandamiento propuestas y resultados experimentales.

Tabla 1. Posición de los puntos singulares las funciones de ablandamiento del HRFP con 6 kg/m³ de fibras de poliolefina de 60 mm de longitud

	C_{min}		C_{REM}		C_F	
	w (mm)	σ (MPa)	w (mm)	σ (MPa)	w (mm)	σ (MPa)
Comportamiento superior	0,072	0,503	2,250	0,784	7,500	0,000
Comportamiento	0.082	0 389	2 250	0.900	7 500	0.000

Comportamiento medio	0,082	0,389	2,250	0,900	7,500	0,000
Comportamiento inferior	0,090	0,311	2,250	1,200	7,500	0,000

4. CONCLUSIONES

En este estudio se propone un modelo numérico basado en el modelo de fisura cohesiva para reproducir el comportamiento del HRFP. El modelo funcionó satisfactoriamente produciendo resultados muy cercanos a los obtenidos experimentalmente. Aunque el modelo había sido probado en materiales anisótropos y hormigón en masa, en este trabajo se ha extendido su aplicación al hormigón reforzado con fibras por medio de funciones de ablandamiento tri-lineal. Además, mediante análisis inversos se pudieron ajustar las funciones de ablandamiento del material. Por lo tanto, este estudio proporciona modelos constitutivos del hormigón reforzado con fibras de poliolefina que podrían contribuir a mejorar el diseño estructural con dicho material. El ajuste se realizó mediante un proceso iterativo de cálculo y moviendo tres puntos singulares, lo que permitiría una fácil adaptación para realizar trabajos similares con otras fibras poliméricas y variando su contenido de fibras.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer la colaboración de Sika a través de la Cátedra Universidad-Empresa Sika-UPM. En particular, Marcos García Alberti agradece la beca doctoral otorgada. Además, agradecen al Ministerio de Economía y competitividad la concesión del proyecto DPI2011-24876.

REFERENCIAS

[1] A. M. Neville, Properties of concrete, Third Edition ed., London: Pitman, 1981, pp. 549-551.

- [2] E. Nawy, Construction Engineering Handbook. 2ed., FL, USA: Taylor & Francis group., 2008.
- [3] P. Serna, "Recientes ejemplos estructurales de aplicación de hormigón de fibras," *Monografía* sobre aplicaciones estructurales de hormigones con fibras, pp. 33-47, 2007.
- [4] J. A. López, P. Serna, E. Camacho, H. Coll y J. Navarro-Gregori, "First Ultra-High-Performance Fibre-Reinforced Concrete Footbridge in Spain: Design and Construction," *Structural Engineering International*, vol. 24(1), pp. 101-104, 2014.
- [5] S. C. Ugbolue, Polyolefin fibres: industrial and medical applications., CRC Press, 2009.
- [6] ASTM C 1609/C 1690M-07, "Standard test method for flexural performance of fiber reinforced concrete (using beam with third-point loading)," pp. 1–8, 2007.
- [7] RILEM TC-162-TDF, "Bending test: Final recommendations.," 2002.
- [8] EN 14651:2007+A1, Test method for metallic fibre concrete. Measuring the flexural tensile strength (limit of proportionality (LOP), residual), 2007.
- [9] fib Model Code, Model Code, Paris: Fédération Internationale du Béton fib/International Federation for Structural Concrete, 2010.
- [10] EHE-08, Instrucción de hormigón estructural, Ministerio de Fomento, 2008.
- [11] A. Blanco, P. Pujadas, A. de la Fuente, S. Cavalaro y A. Aguado, "Application of constitutive models in European codes to RC– FRC," *Construction and Building Materials*, vol. 40, pp. 246-259, 2013.
- P. Pujadas, A. Blanco, S. H. P. Cavalaro, A. [12] Aguado, S. Grünewald, K. Blom and J. C. Walraven, "Plastic fibres the as only reinforcement for flat suspended slabs: Parametric study and design considerations," Construction and Building Materials, vol. 70, pp. 88-96, 2014.
- [13] M. G. Alberti, A. Enfedaque y J. C. Gálvez, "On the mechanical properties and fracture behavior of polyolefin fiber-reinforced self-compacting concrete," *Construction and Building Materials*, vol. Volume 55, pp. 274-288, 2014.
- [14] M. G. Alberti, A. Enfedaque, J. C. Gálvez, M. F. Cánovas y I. R. Osorio, "Polyolefin fiberreinforced concrete enhanced with steel-hooked fibers in low proportions," *Materials & Design*, vol. 60, pp. 57-65, 2014.
- [15] M. G. Alberti, A. Enfedaque y J. C. Gálvez, "Comparison between polyolefin fibre reinforced vibrated conventional concrete and selfcompacting concrete," *Construction & Building Materials*, vol. 85(15), pp. 182-194, 2015.
- [16] M. G. Alberti, A. Enfedaque and J. C. Gálvez, "Fracture mechanics of polyolefin fibre reinforced concrete: Study of the influence of the concrete properties, casting procedures, the fibre length and specimen size," *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 154, pp. 225-244, 2016.
- [17] M. G. Alberti, V. Agrawal, A. Enfedaque y J. C. Gálvez, "Hormigón reforzado con alto contenido de fibras de poliolefina," in *Anales de Mecánica de la Fractura*, 2014.
- [18] M. G. Alberti, A. Enfedaque y J. C. Gálvez, "Estudio del comportamiento mecánico y en fractura de un hormigón autocompactante con fibras de poliolefina," in *Anales de Mecánica de la Fractura 30*, 2013.
- [19] M. G. Alberti, A. Enfedaque, J. C. Gálvez y V. Agrawal, "Reliability of polyolefin fibre reinforced concrete beyond laboratory sizes and construction procedures," *Composite Structures*, vol. 140(15), pp. 506-524, 2016.
- [20] E. Reyes, J. C. Gálvez, M. J. Casati, D. A. Cendón, J. M. Sancho y J. Planas, "An embedded cohesive crack model for finite element analysis of brickwork masonry fracture," *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 76(12), pp. 1930-1944, 2009.
- [21] M. C. Torrijos, B. E. Barragán y R. L. Zerbino, "Placing conditions, mesostructural characteristics and post-cracking response of fibre reinforced self-compacting concretes.," *Construction and Building Materials*, 24(6), p. 1078–1085, 2010.
- [22] F. Laranjeira, A. Aguado, C. Molins, S. Grünewald, J. Walraven y S. Cavalaro, "Framework to predict the orientation of fibers in FRC: a novel philosophy," *Cement and Concrete Research*, vol. 42(6), pp. 752-768, 2012.
- [23] A. Hillerborg, M. Modéer y P. E. Petersson, "Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements," *Cement and concrete research*, vol. 6(6), pp. 773-78, 1976.
- [24] D. A. Cendón, J. C. Gálvez, M. Elices y J. Planas, "Modelling the fracture of concrete under mixed loading," *International Journal of Fracture*, p. 293–310, 2000.
- [25] J. C. Gálvez, J. Planas, J. M. Sancho, E. Reyes, D. A. Cendón y M. J. Casati, "An embedded cohesive crack model for finite element analysis of quasi-brittle materials," *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 109, pp. 369-386, 2013.
- [26] K. Park, G. H. Paulino y J. Roesler, "Cohesive fracture model for functionally graded fiber reinforced concrete.," *Cement and Concrete Research6*), vol. 40(6), p. 956–965, 2010.

- [27] J. Barros y J. Figueiras, "Flexural behavior of SFRC: testing and modeling," *Journal of Materials in Civil Engineering*, vol. 11 (4), pp. 331-339, 1999.
- [28] D. Y. Yoo, S. T. Kang y Y. S. Yoon, "Effect of fiber length and placement method on flexural behavior, tension-softening curve, and fiber distribution characteristics of UHPFRC," *Construction and Building Materials*, vol. 64, pp. 67-81, 2014.
- [29] J. A. Barros, V. M. Cunha, A. F. Ribeiro y J. A. B. Antunes, "Post-cracking behaviour of steel fibre reinforced concrete," *Materials and Structures*, vol. 38(1), pp. 47-56, 2005.

OBTENCIÓN DE LA FUNCION DE ABLANDAMIENTO DE UN MORTERO DE CEMENTO REFORZADO CON FIBRAS DE VIDRIO (GRC) MEDIANTE ANALISIS INVERSO

A. Enfedaque^{1*}, M. G. Alberti¹, J. C. Gálvez¹ y J. Domingo

¹Departamento de Ingeniería Civil: Construcción, E.T.S I. de Caminos, Canales y Puertos Universidad Politécnica de Madrid. c/ Profesor Aranguren, s/n, 28040, Madrid *E-mail: alejandro.enfedaque@upm.es

RESUMEN

El mortero de cemento reforzado con fibras de vidrio (GRC) se caracteriza por sus buenas propiedades mecánicas, como son la notable resistencia a compresión que proporciona el mortero de cemento y la mejora de la resistencia a tracción que aportan las fibras de vidrio a los materiales cementicios. En estudios anteriores se obtuvo la energía de fractura de este material mediante una configuración de ensayo que había sido adaptada a partir de una de las recomendaciones más usadas para hormigón. Sin embargo, para poder aumentar la capacidad de diseño y el campo de aplicación de este material, es también esencial disponer de modelos capaces de reproducir su comportamiento en fractura. Así pues, en esta contribución se ha obtenido, mediante simulaciones numéricas en combinación con un análisis inverso, la función de ablandamiento del GRC cuando está sometido a fractura en su plano. En este trabajo se ha comprobado que mediante el uso de una función de ablandamiento tri-lineal se reproduce con gran precisión el comportamiento en fractura de este material, ampliando el campo su aplicación en ingeniería civil y facilitando el diseño.

PALABRAS CLAVE: GRC, simulación, función de ablandamiento, fibra de vidrio.

ABSTRACT

Glass fibre reinforced cement (GRC) is characterised by its outstanding mechanical properties such as its remarkable compressive strength provided by the cement mortar and its improved tensile strength sustained by the glass fibres. In previous studies the fracture energy of this material was obtained using an adaptation of one of the most used recommendations applied in concrete. However, to widen the applications and the ease of structural design of GRC is of high importance to have at disposal constitutive relations capable of reproducing its fracture behaviour. Following this rationale, the softening function of GRC when being fracture tested in an in-plane disposition has been obtained combining numerical simulations and an inverse analysis. It has been shown that a trilinear softening function is able to reproduce with notable accuracy the fracture behaviour of GRC widening its applications in civil industry and easing the structural design.

KEYWORDS: GRC, numerical simulation, softening function, glass fibre.

1. INTRODUCCIÓN

Dentro de los materiales de construcción que se fabrican teniendo como base cemento, el mortero de cemento reforzado con fibras de vidrio (GRC) ha mostrado durante las últimas décadas su notable aptitud debido a su buena resistencia a compresión y su considerable resistencia a tracción. Estas propiedades se han logrado mediante la combinación de morteros de cemento con un 5% de fibras de vidrio [1,2].

La presencia de fibras mejora la resistencia a tracción y la ductilidad del material en estado endurecido. Además, evitan problemas de retracción pudiéndose suprimir las barras de armado y fijar el espesor del GRC en tan solo 10mm. Al fabricar elementos tan delgados y no ser necesario disponer armaduras de refuerzo se consigue un material con una gran libertad de diseño que además tiene un peso propio muy reducido.

Las buenas propiedades mecánicas del material han permitido que haya sido utilizado desde su aparición en numerosas aplicaciones en las que se ha usado tanto como material con capacidad portante como con un uso no estructural. En general, sus usos más comunes han sido en aplicaciones no estructurales, como son los encofrados perdidos, los paneles de cerramiento de fachadas o en barreras acústicas [3,4]. En la mayoría de los usos del GRC sus propiedades mecánicas no se aprovechan en su totalidad puesto que el paso del tiempo provoca una caída de las propiedades mecánicas aportadas por las fibras como ha sido probado en estudios anteriores [5-8].

Para conseguir sacar partido a las propiedades de este material, no solo es necesario paliar el fenómeno anteriormente citado, sino que también sería de gran interés disponer de modelos constitutivos que reprodujeran completamente el comportamiento del material. Para conseguir llevar a cabo esta labor, en publicaciones anteriores se estudió la influencia de las adiciones químicas en el comportamiento en fractura del material [9]. Por lo tanto, siendo ya conocido el comportamiento mecánico es de gran utilidad el desarrollo de modelos constitutivos que permitan ampliar y facilitar el diseño estructural en elementos de GRC.

En esta contribución se ha realizado un estudio numérico del comportamiento en fractura dentro de su plano de probetas de GRC. Para ello, se ha postulado la forma de la función de ablandamiento y mediante un análisis inverso, realizado en un código de elementos finitos, se han determinado los puntos singulares de dicha función. A partir de los resultados obtenidos se puede realizar un diseño de elementos portantes con un mayor grado de precisión.

2. MODELIZACION NUMERICA

En las últimas décadas han aparecido varios modelos que intentan reproducir el proceso de fisuración y colapso de los materiales con base cemento sometidos a ensayos de fractura. Por un lado, se encuentran aquellos en los que se produce una zona de daño no localizado, conocidos como modelos de fisura distribuida, y que se caracterizan por aperturas de fisura reducidas. Por otro lado, se encuentran aquellos en los que se produce una clara concentración del daño y que son conocidos como modelos de daño discreto. Dentro de estos últimos, uno de los que ha tenido más difusión fue desarrollado por Hillerborg y se conoce como el modelo de la fisura cohesiva [10].

Este modelo ha sido utilizado para reproducir los procesos de fractura de hormigón en masa satisfactoriamente y con ligeras variaciones se ha mostrado capaz de simular el comportamiento en fractura de materiales no isótropos como la fábrica de ladrillo [11, 12]. También ha sido apto para simular los procesos de fisuración en modo mixto (I y II) sin necesidad de predecir la geometría de la fisura [13]. Una descripción más detallada del modelo anteriormente descrito se puede encontrar en cualquiera de las referencias anteriormente citadas.

El comportamiento del material se ha implementado en un código de elementos finitos mediante una subrutina de usuario de material. El comportamiento del material es elástico y lineal en compresión y en tracción siempre y cuando no se haya alcanzado en ningún momento la resistencia a tracción del material f_{ct} . Una vez superada la resistencia a tracción el comportamiento viene definido por la función de ablandamiento. Sin embargo, las funciones de ablandamiento que tradicionalmente han sido utilizadas para reproducir el comportamiento de estos materiales no han dado resultados satisfactorios al ser aplicados en materiales cementicios reforzados con fibras.



Figura 1. Función de ablandamiento tri-lineal.

Para reproducir el comportamiento del material es necesario conocer ciertas propiedades como la resistencia a tracción, el módulo de elasticidad y la energía de fractura. No obstante, el conocimiento de éstas no define completamente el comportamiento en fractura ya que es la función de ablandamiento la que define el comportamiento en descarga del material.

En esta contribución se ha estudiado la aplicación del modelo de fisura cohesiva al GRC mediante la implementación de una función de ablandamiento como se muestra en la Figura 1. Esta función de ablandamiento se define con la posición de cuatro puntos. El primero de ellos t corresponde a una apertura de fisura igual a cero y en él comienza el comportamiento en fractura del material. En este punto la tensión que soporta el elemento es igual a la resistencia a tracción del material f_{ct} posteriormente si la apertura aumenta se produce una descarga del elemento según la recta definida por los puntos t y k. Si la apertura del elemento sigue aumentando se descargará el elemento según la pendiente definida por los puntos ky r. Por último, se descargará el elemento según el segmento comprendido entre r y f. Si la apertura del elemento excede la definida por el punto f, w_f el elemento se considerará completamente fracturado y por tanto no podrá soportar tensiones. En caso de que se produzca la descarga del elemento una vez comenzada la fisuración del mismo, como por ejemplo a partir del punto u, la descarga se realiza hacia el punto de apertura igual a cero. Si posteriormente dicho elemento se carga de nuevo este proceso se realizará siguiendo la misma recta de descarga anteriormente citada.

En esta contribución, se ha estudiado la aplicación del modelo anteriormente descrito a través de su implementación en un código de elementos finitos comercial, ABAQUS[®], utilizando una subrutina de material la cual hace uso de un fichero en el que está reflejada la geometría del modelo.

Para ajustar la función de ablandamiento, se llevó a cabo un proceso iterativo de análisis inverso en el cual mediante la variación de los puntos que definen la función de ablandamiento se intentará reproducir el comportamiento del GRC en fractura. Para esto se siguió el esquema que se puede observar en la Figura 2. En primer lugar se planteó una función de ablandamiento la cual proporcionó un resultado en la simulación diferente al del material real. Iterativamente se fueron modificando las coordenadas de los puntos que definían la función de ablandamiento hasta que la curva obtenida en la simulación reprodujo el comportamiento real del material.



Figura 2. Esquema del análisis inverso realizado.

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Para comprobar la validez del modelo propuesto se decidió reproducir los resultados ya publicados en ediciones anteriores y en los que se estudió la energía de fractura de diferentes tipos de GRC.

En el estudio que se decidió reproducir se ensayaron probetas de $172x55mm^2$. Las probetas tenían a su vez un espesor de alrededor de 10mm. Se fijó una luz entre apoyos de 3D, siendo *D* el canto de la probeta. En estas probetas se efectuó una entalla igual a *D*/3 en la mitad de la probeta. En la Figura 3 se puede ver una de las probetas.



Figura 3. Probeta GRC entallada. Escala en cm.

En la Figura 4 se puede ver la disposición de una de las probetas a lo largo del ensayo. En esta Figura, también se puede apreciar un detalle de la instrumentación empleada.



Figura 4. Configuración del ensayo.

Para reproducir el comportamiento del material se utilizó una malla de elementos finitos en dos dimensiones como la que se puede ver en la Figura 5. Se realizó un análisis de la influencia del tamaño del elemento comprobándose la reducida influencia que tenía la variación del tamaño del elemento en los resultados obtenidos. Asimismo, se puede observar en la Figura 5 la distribución de tensiones que se produce en dos instantes de la simulación. Se puede ver claramente como la zona donde se localizan las tensiones máximas se va trasladando hacia el nodo donde se introduce la carga según se van fracturando los elementos adyacentes a la entalla.

Después de un cierto número de pruebas, variando los valores de los puntos singulares de la función de ablandamiento, se introdujeron los valores que condujeron al resultado que se puede observar en la Figura 6. En esta Figura se puede comprobar la gran precisión que permite obtener la utilización de la función de ablandamiento tri-lineal al introducir los valores adecuados.



Figura 5. Progresión de la punta de grieta en el modelo numérico.



Figura 6. Comparación de los resultados experimentales con los resultados numéricos.

En la Figura 7 se puede observar el aspecto de la función de ablandamiento que permite obtener los resultados mostrados en la Figura 6. En la Tabla 1 se muestran los valores de los puntos singulares de la función de ablandamiento.

Tabla 1. Puntos singulares de la función de ablandamiento tri-lineal

	<i>w</i> (mm)	σ (MPa)
t	0,000	7,80
k	0,083	1,10
r	0,211	0,34
f	0,600	0,00

Tanto en la Tabla 1 como en la Figura 7 se puede observar el elevado valor de la resistencia a tracción que proporcionan las fibras así como la elevada ductilidad del material. Hay que subrayar que el GRC mostró, como quedó reflejado en estudios anteriores, una notable energía de fractura de 455N/m así como una gran ductilidad.



Figura 7. Función de ablandamiento para GRC

4. CONCLUSIONES

En el presente trabajo se ha mostrado la capacidad que tiene el modelo de fisura cohesiva para representar con gran fiabilidad los ensayos de fractura realizados con probetas de GRC.

Esto ha sido posible mediante la implementación de una ley de ablandamiento tri-lineal que es idónea para reproducir tanto la elevada resistencia a tracción como la ductilidad que aportan las fibras de vidrio al mortero de cemento.

Los resultados obtenidos permiten plantearse la utilización de este modelo constitutivo en el diseño estructural de elementos de GRC aprovechando toda la capacidad portante del material previo al envejecimiento.

Se plantea también la extensión de este planteamiento a otras formulaciones de GRC y su aplicación al estudio del proceso de pérdida de propiedades causado por el envejecimiento del material.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer la colaboración de Sika a través de la Cátedra Universidad-Empresa Sika-UPM. Además, agradecen al Ministerio de Economía y competitividad la concesión del proyecto DPI2011-24876

REFERENCIAS

- L. Sánchez Paradela, V. Sánchez-Gálvez, Comportamiento a tracción de cementos reforzados con fibras de vidrio. *Informes de la construcción*; 43,77–89. 1991
- [2] L. Sánchez Paradela, V. Sánchez-Gálvez, Los cementos reforzados con fibras de vidrio. *Hormigón y Acero*, 173, 113–126. 1989
- [3] G.B. Kim, K. Pilakoutas, P. Waldron, Development of thin FRP reinforced GFRC permanent formwork systems. *Construction and Building Materials*. 11; 2250-9. 2008
- [4] J.G. Ferreira, F.A. Branco, Structural application of GRC in telecommunication towers, *Construction and Building Materials*, 21, 19-28, 2007.
- [5] Shah SP, Ludirdja D, Daniel JI, Mobasher B. Toughness-durability of glass fiber reinforced concrete systems. ACI Materials Journal; 85:352-360. 1988.
- [6] Mobasher B, Shah SP. Test Parameters for Evaluating Toughness of Glass Fiber Reinforced Concrete Panels. *ACI Materials Journal*; 86:448–458. 1989
- [7] Majumdar AJ, Laws V. Glass fibre reinforced cement. : BSP Professional Books; 1991.
- [8] Majumdar AJ. *Fiber reinforced cement and concrete.* : The Construction press; 1975.
- [9] A. Enfedaque, J.C. Gálvez, F. Suárez, Analysis of fracture tests of glass fibre reinforced cement (GRC) using digital image correlation, *Construction and Building Materials*, 75, , 472-487, 2015
- [10] A. Hillerborg, M. Modéer, P. Petersson. Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements *Cement and Concrete Research*, 6, 773–78, 1976.
- [11] J.C. Gálvez, J. Planas, J.M. Sancho, E. Reyes, D.A. Cendón, M.J. Casati, An embedded cohesive crack model for finite element analysis of quasi-brittle materials, *Engineering Fracture Mechanics*, 109, 369-386, 2013.
- [12] E. Reyes, J.C. Gálvez, M.J. Casati, D.A. Cendón, J.M. Sancho, J. Planas, An embedded cohesive crack model for finite element analysis of brickwork masonry fracture, *Engineering Fracture Mechanics*, 76, 1930-1944, 2009

[13] J.C. Gálvez, J. Červenka, D.A. Cendón, V. Saouma, A discrete crack approach to normal/shear cracking of concrete, *Cement and Concrete Research*, 32, 1567-1585, 2002.

INFLUENCIA DE LA ORIENTACIÓN DE DEFECTOS SUPERFICIALES EN LA CARACTERIZACIÓN A FRACTURA DE VIDRIO ESTRUCTURAL

A. Ramos*, M. Muñiz-Calvente, F. Pelayo, M.J. Lamela, A. Fernández-Canteli

Departamento de Construcción e Ingeniería de Fabricación. Escuela Politécnica de Ingeniería de Gijón, Universidad de Oviedo. C/ Pedro Puig Adam. Ed. Oeste. Módulo 7. Campus de Gijón, 33204, España. * E-mail: ramosfalberto@uniovi.es

RESUMEN

El vidrio, como material cerámico, se caracteriza por su fragilidad, evidenciando un comportamiento en rotura condicionado por la presencia y distribución aleatoria de microgrietas o defectos en la superficie de la pieza, generados durante el proceso de fabricación. La fractura se produce como consecuencia de la intensificación de tensiones en las grietas, que provoca el crecimiento de alguna de ellas, no necesariamente de aquella en la que actúa la tensión máxima, sino como resultado probabilístico de los factores influyentes, a saber: densidad, tamaño, y orientación de defectos. Con el fin de analizar la influencia de la orientación de las microgrietas superficiales, se presenta aquí un amplio programa experimental realizado sobre vigas de vidrio recocido bajo flexión a 4 puntos, extraídas según diferentes orientaciones con respecto a la placa de vidrio original fabricada en el horno float. Los resultados de la resistencia a rotura obtenidos en los ensayos se ajustan mediante un modelo triparamétrico de Weibull con el fin de analizar comparativamente la distribución espacial de grietas.

PALABRAS CLAVE: Vidrio estructural, Orientación de defectos, Programa experimental, Análisis probabilístico.

ABSTRACT

Glass, as a ceramic material, is characterized by its brittleness, evidencing a fracture behavior conditioned by the presence and random distribution of microcracks or defects on the plate surface generated during the fabrication process in the float furnace. The fracture occurs as a result of the tension stress intensification at the cracks, causing one of them to grow, not necessarily that crack subject to the maximum stress, but as a probabilistic result of influential factors, such as: density, size and orientation of defects. In order to analyze the influence of the surface microcrack, an extensive experimental program is performed testing annealed glass beams under 4 point bending tests. The beams are cut of under different orientations with respect to the float glass plate as manufactured in the fabrication process. The results of the fracture mechanical strength obtained from the tests are fitted using a three-parameter Weibull model with the aim of analyzing comparatively the spatial distribution of cracks.

KEYWORDS: Structural glass, Orientation of defects, Experimental program, Probabilistic analysis.

1. INTRODUCCIÓN

El vidrio, al igual que otros materiales cerámicos, presenta un comportamiento frágil, lo que implica una gran dispersión en los resultados de ensayos a rotura debido a la variación del tamaño y orientación en las microgrietas superficiales inherentes al proceso de fabricación del vidrio.

En este trabajo se analiza la posible distribución isotrópica de defectos superficiales en el vidrio, como suponen la mayoría de los autores [1, 2] o si, por el contrario, el propio proceso de fabricación genera una distribución aleatoria anisótropa de defectos, con diferente densidad y distribución de tamaños de microgrietas según la orientación considerada.

Para ello, se propone determinar las distribuciones de defectos críticos, en densidad y tamaño a partir del análisis de los resultados de un programa experimental con vigas de vidrio recocido, con el fin de permitir, en un futuro, un eventual dimensionamiento de componentes estructurales de vidrio en función del ángulo de corte.

El artículo se organiza, en primer lugar, con la descripción del programa experimental, describiendo el tipo de probetas, ensayos y equipos utilizados. En

segundo lugar, se expone el modelo numérico aplicado para la obtención de las tensiones locales y el modelo estadístico utilizado para la evaluación de los resultados experimentales. Por último, se analizan y discuten los resultados obtenidos y se enumeran las conclusiones más relevantes.

2. PROGRAMA EXPERIMENTAL

En el programa experimental se ensayó un total de 240 probetas de vidrio monolítico recocido de 300 mm de largo, 100 mm de ancho y 5 mm de espesor. Todas las probetas se extrajeron por corte de una placa original fabricada por flotado con objeto de evitar una posible dispersión en la composición del vidrio que podría conducir a diferentes resultados de su resistencia mecánica a rotura y dudas o errores en la interpretación de resultados.

Con el fin de estudiar la influencia de la orientación de los defectos superficiales, las probetas se cortaron longitudinalmente a distintos ángulos respecto a la dirección de laminación de la placa de vidrio original.

Para incrementar la fiabilidad del análisis, se consideraron 12 orientaciones de corte, a intervalos de 15° , desde 0° hasta 165° (teniendo en cuenta que la orientación a 180° equivale a la de 0°) y grupos de 20 probetas para cada una de las esas orientaciones.

En la figura 1 se muestra un esquema de los diferentes ángulos de corte según los que se extrajeron las probetas a partir de la placa original.



Figura 1. Corte de las probetas según ángulos.

Para la caracterización de la resistencia de los vidrios estudiados se realizaron ensayos de flexión a 4 puntos por control de desplazamiento hasta la rotura, aplicando una velocidad de carga correspondiente a un incremento de tensión de 2 MPa/s, tal como indica la normativa UNE-EN_1288-3:2000 [3].

El equipo utilizado fue una máquina universal de ensayos mecánicos MTS Bionix Uniaxial, con una célula de carga de 15 kN y un utillaje diseñado específicamente para el tipo de ensayo realizado. La tabla 1 recoge las dimensiones características del ensayo, siendo L_0 la distancia entre apoyo y carga y L_1 la distancia entre cargas, tal como se muestra en la figura 2.

Tabla 1. Dimensiones características del ensayo.

Ensayo	Dimensiones [mm]				
Flexión a 4P	L ₀ =50	L1=150	b=100	h=5	



Figura 2. Ensayo de flexión a 4 puntos.

3. SIMULACIÓN NUMÉRICA

Para el cálculo tensional de las probetas durante el ensayo de flexión a cuatro puntos se recurrió al software comercial de elementos finitos ABAQUS/Explicit v6.12, utilizando un modelo numérico tridimensional completo que incluye además de la propia placa de vidrio, los cuatro rodillos y las cintas de caucho exigidas por la norma para evitar el contacto directo entre vidrio y metal (ver figura 3).



Figura 3. Modelo numérico de flexión a 4 puntos.

El mallado del modelo numérico de la placa se configuró con elementos hexaédricos con integración reducida tipo Continuum Shell (SC8R). La carga se aplica reproduciendo el procedimiento experimental mediante imposición de un desplazamiento vertical a los rodillos de carga. Este desplazamiento es el medido por la máquina de ensayos desde el momento inicial hasta la rotura de la probeta en cada uno de los ensayos realizados. De esta manera, se realizan 240 simulaciones, correspondientes a otros tantos resultados de cargas de rotura, es decir, una para cada probeta ensayada. La distribución de tensiones obtenida para cada carga es aplicada posteriormente en la ejecución del análisis probabilístico.

4. MODELO PROBABILÍSTICO

Debido a la presencia de defectos superficiales distribuidos aleatoriamente, en principio bajo el supuesto de distribución isotrópica tanto en lo relativo a densidad de grietas como a su tamaño, cabe esperar una apreciable dispersión de resultados, característica de los materiales cerámicos, por lo que es preciso aplicar métodos estadísticos para la caracterización mecánica del vidrio.

Para el cálculo de la probabilidad de fallo se utiliza el denominado modelo local generalizado (MLG) desarrollado por los autores en trabajos anteriores [5, 6]. El MLG permite obtener una relación directa entre la variable crítica representada en el criterio de fractura y la probabilidad de fallo. Esta relación, conocida como función de distribución primaria de fallo (FDPF) se formula mediante un modelo triparamétrico de Weibull [4] para valores mínimos, según la ecuación:

$$P_{f,Aref}(\sigma) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{\sigma - \lambda}{\delta}\right)^{\beta}\right]; \sigma \ge \lambda$$
(1)

donde λ y β son los parámetros de localización y forma respectivamente, que dependen únicamente de las propiedades del material y no de su geometría, mientras que el parámetro de escala δ depende del área de referencia considerada, siendo esta área la elegida para la representación de la curva FDPF ajustada de los datos experimentales [2]. En este caso, el criterio de fallo se establece en función de la tensión principal máxima crítica, a la que se ocasiona la rotura, que queda definido como parámetro generalizado. Esto equivale a considerar una distribución de defectos, equivalente a defectos proyectados en dirección perpendicular a la orientación de corte de la probeta, lo que permite calcular y comparar las probabilidades de fallo de probetas cortadas con diferentes ángulos respecto a la dirección de laminación de la placa original.

El método desarrollado en este modelo probabilístico (MLG) se realiza bajo el supuesto de independencia estadística entre las distribuciones de rotura de las celdas, es decir, de cada elemento finito en el modelo numérico, y validez del principio del eslabón más débil, que determina que la probabilidad de supervivencia global de una placa completa puede ser calculada como el producto de las probabilidades de supervivencia de cada uno de sus elementos finitos, $P_{s,AAi}$, por lo que la

probabilidad de fallo de toda la placa se determina mediante la expresión:

$$P_{f,placa}(\sigma) = 1 - \prod_{i} P_{s,\Delta A_i}$$
⁽²⁾

donde,
$$P_{s,\Delta A_i} = 1 - P_{f,\Delta A_i}$$
 (3)

El factor de escala permite calcular la probabilidad de fallo para un tamaño de área cualquiera, y por lo tanto, la probabilidad de fallo de cada elemento finito a una tensión determinada a partir de la expresión:

$$P_{f,\Delta A_{i}} = 1 - \exp\left[-\frac{A_{ref}}{\Delta A} \left(\frac{\sigma - \lambda}{\delta}\right)^{\beta}\right]; \sigma \ge \lambda$$
(4)

5. ANÁLISIS DE RESULTADOS

El procedimiento general es el siguiente: en primer lugar se realizan los ensayos de flexión a 4 puntos, en los que se cargan hasta la rotura las 240 probetas, registrándose los valores de carga máxima y desplazamiento de los rodillos de carga proporcionados por la máquina. Posteriormente, se comprueba la localización del inicio de la fractura, distinguiendo entre roturas de borde y de área.

En la figura 4 se muestran las funciones de distribución de la tensión de fallo según el ángulo de corte de las probetas, sin diferenciar entre roturas de borde y área. Se observa una diferencia más que significativa en la resistencia mecánica de las probetas en función de la orientación de corte. En concreto para el ángulo de 105° existiría una resistencia mucho menor que para el resto de ángulos, siguiéndole el ángulo de 75°. A partir de ahí, se podrían considerar dos grupos con probabilidades de fallo similares, uno con una resistencia intermedia (0°, 30°, 60°, 90°, 135° y 165°) y otro grupo con una resistencia alta en comparación con el resto (15°, 45°, 120° y 150°).

Sin embargo, esta interpretación es simplista e incorrecta y puede llevar a equívocos al incluir una evaluación de todos los resultados conjuntamente.

Una evaluación correcta exige, en primer lugar, la consideración por separado de los datos de rotura de área y los de borde. En este caso, todos los datos de rotura de borde deberían ser evaluados como pertenecientes a una única muestra conjunta, dado que estas roturas no dependen de la orientación del corte sino que tienen su origen en el proceso de corte o en la manipulación posterior de las probetas, mientras que la posible influencia de la orientación de las grietas superficiales exige que los datos de área deban ser evaluados como muestras independientes, en función de la orientación de la orientación de la orientación de las grietas superficiales exige que los datos de área deban ser evaluados como muestras independientes, en función de la orientación de corte seleccionada.



Figura 4. Fdds para área y borde conjuntamente según el ángulo de corte.

En la figura 5 se muestran las fdds de fallo según el ángulo de corte de las placas considerando únicamente las roturas que se originaron por área, es decir, las debidas a una microgrieta situada en la superficie de una zona interior de las probetas, descartando las roturas que se originaron en un borde. En la tabla 2 se muestran los parámetros de Weibull obtenidos para dichas fdds para una área de referencia de 10000 mm².

En este caso, se observa una tendencia más homogénea de las curvas, a excepción de los resultados para 30° y 60°, que se desvían claramente de la tendencia general.



Figura 5. Fdds según el ángulo de corte en roturas de área.

Además se incluye la fdd, marcada como B total, teniendo en cuenta todas las probetas rotas por borde independientemente del ángulo de corte, que como ya se ha mencionado es independiente del ángulo de corte.

También se representa la fdd, marcada como A total, que incluye todas las probetas rotas por área que, sin

proporcionar información estadística de ninguna orientación en concreto, permite determinar una curva promediada, como se observa en la figura. Esta curva sería la utilizada en la fase de diseño si se procediese una evaluación conjunta de todos los resultados independientemente de la orientación asociada a cada uno de ellos, proporcionando una fdd claramente no conservadora para algunas de las orientaciones, a tenor de la que se deduce de los ensayos particularizados.

La elección de una orientación cualquiera para el ensayo, por ejemplo de 0°, la más común y lógica a la hora de cortar placas de vidrio, no conduce a una predicción de rotura fiable, ya que para otras orientaciones podrían obtenerse resistencias mayores.

Además, al observar las fdds para 105° en ambas figuras, se comprueba cómo la fdd de la figura 4 para 105° demuestra ser la de menor resistencia en el conjunto, mientras que la fdd para 105° en la figura 5 se agrupa entre las fdds con mayor resistencia mecánica. Esto nos indica que la evaluación de fallos de borde y área conjuntamente puede conducir a resultados erróneos.

Tabla 2. Parámetros de Weibull para A_{ref}=10000mm².

ANG	δ	β	λ
0 A	44,46	2,37	24,19
15 A	61,11	3,44	21,60
30 A	18,54	2,00	47,34
45 A	37,69	2,97	38,71
60 A	46,34	5,08	23,33
75 A	52,82	3,58	18,72
90 A	53,40	3,81	20,45
105 A	59,55	2,95	22,90
120 A	32,90	2,24	41,17
135 A	57,00	2,92	21,17
150 A	49,95	2,60	28,52
165 A	50,55	2,17	26,93
A total	43,64	2,89	31,34
B total	56,55	5,25	24,48

En las figuras 6, 7, 8 y 9, se representan los resultados experimentales, indicando la tensión máxima de cada uno de los ensayos así como la tensión máxima promediada para cada uno de los ángulos de corte de las probetas.



Figura 6. Resultados experimentales (Ángulos 0°-15°-30°).



Figura 8. Resultados experimentales (Ángulos 45°-60°-75°).

Se observa una gran dispersión en los resultados, obteniéndose variaciones de la tensión máxima en cada ensayo entre 36 MPa y 88 MPa. Esta variación también queda reflejada en los valores medios de la tensión máxima para cada orientación, con lo que queda demostrada la dependencia de la resistencia de cada probeta con respecto a la orientación seleccionada durante el proceso de corte de la misma. Aunque estas gráficas, y las fdds con los parámetros de las distribuciones triparamétricas correspondientes de Weibull proporcionan una interesante información sobre la variabilidad de la tensión crítica de fallo en función de la orientación seleccionada, esa información es insuficiente requiriéndose una evaluación estadística más rigurosa para garantizar un dimensionamiento fiable y económicamente conservador, basado en el MGL.

6. CONCLUSIONES

Las conclusiones más relevantes del presente trabajo son las que se enumeran a continuación:



Figura 7. Resultados experimentales (Ángulos 135°-150°-165°).



Figura 9. Resultados experimentales (Ángulos 90°-105°-120°).

- Se confirma que la distribución de defectos en las placas de vidrio no es uniforme, sino anisótropa con diferente. densidad de microgrietas y distribución de tamaños según la orientación considerada.
- La consideración conjunta de los resultados de roturas debidos a defectos de borde y a los de área en la evaluación, conduce a interpretaciones erróneas, ya que los defectos de borde se generan en el proceso de corte de las probetas siendo independientes de la orientación de corte de aquellas con respecto a la dirección de flotado durante el proceso de fabricación.
- La evaluación de los resultados según el método estadístico conocido como de "datos confundidos", proporciona un ajuste más fidedigno de las fdds para cada orientación, al considerar que para el nivel de tensión de rotura obtenido en el ensayo, el resultado representa una rotura para la clase de defectos determinante de la rotura en el ensayo y un run-out, es decir una probeta superviviente, para la clase de defectos no determinante de la rotura en el ensayo.

 Sin embargo, las ffds obtenidas, incluso procediendo a una consecuente evaluación desde el punto de vista de datos confundidos, no representan en sentido estricto las funciones de distribución primarias de fallo (FDPF), por lo que éstas deberán deducirse mediante un procedimiento adecuado, aún por desarrollar.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen la financiación recibida de los Planes Nacional y Regional de Investigación, a través de los proyectos IB09-136, BIA2011-28959 y SV-PA-11-012, así como la beca FPI BES-2012-053159 concedida por el Ministerio de Economía y Competitividad y la beca BP12042 concedida por el Gobierno Regional del Principado de Asturias bajo el programa Predoctoral Severo Ochoa.

REFERENCIAS

- Przybilla C., Fernández Canteli A., Castillo E. Deriving the primary cumulative distribution function of fracture stress for brittle materials from 3- and 4- point bending tests. J. of European Ceramic Society, Vol. 31 (4), pp. 451-460, 2010. <u>http://dx.doi.org/10.1016/j.jeurceramsoc.2010.11.0</u> 07
- [2] A. Ramos, M. Muniz-Calvente, P. Fernández, A. Fernández-Canteli, M.J. Lamela, Análisis probabilístico de elementos de vidrio recocido mediante una distribución triparamétrica Weibull, *Boletín de la Sociedad Española de Cerámica y Vidrio*, Vol. 54, Issue 4, pp. 153-158, 2015. doi:10.1016/j.bsecv.2015.06.002
- [3] UNE-EN_1288-3:2000, Vidrio para la edificación. Determinación de la resistencia a flexión. Parte 3: ensayo con probetas soportadas en dos puntos (flexión a cuatro puntos), 2000.
- [4] Weibull, W., A Statistical Theory of the Strength of Materials, *Proceedings of the Royal Swedish Institute of Engineering Research*, Nr. 151, 1939.
- [5] M. Muñiz-Calvente, A. Fernández Canteli, V. Shlyannikov, and E. Castillo, Probabilistic Weibull Methodology for Fracture Prediction of Brittle and Ductile Materials, *Appl. Mech. Mater.*, vol. 784, pp. 443–451, Aug. 2015.
- [6] M. Muniz-Calvente, A. Fernández-Canteli, A. Ramos, V. N. Shlyannikov, and E. Castillo, Un modelo probabilístico general de fractura extensible a diferentes criterios de fallo, *An. la Mecánica Fract. 32*, vol. 1, 2014.

CARACTERIZACIÓN DINÁMICA DEL HORMIGÓN A ALTA VELOCIDAD DE DEFORMACIÓN

V. Rey-de-Pedraza^{1*}, D. A. Cendón¹, V. Sánchez-Gálvez¹ & F. Gálvez¹

¹Departamento de Ciencia de los Materiales, ETSI Caminos, Canales y Puertos, Universidad Politécnica de Madrid C/ Profesor Aranguren s/n, 28040 Madrid, España *E-mail: v.rey@mater.upm.es

RESUMEN

En el presente trabajo se ha realizado un análisis de la técnica de *spalling* sobre probetas de hormigón usando la barra Hopkinson, con el fin de determinar propiedades mecánicas en fractura, a altas velocidades de deformación. Mediante el empleo de elementos finitos se diseñó un proyectil cónico que permitió controlar la sección de rotura en las probetas. Dicha rotura se produce debido a la reflexión de las ondas de compresión en el extremo libre de la probeta generadas por el impacto del proyectil, por lo que una forma adecuada de éste permite un control sobre la sección de rotura. Los diferentes ensayos llevados a cabo fueron instrumentados con bandas extensométricas y acelerómetros, utilizándose además una cámara de alta velocidad de cara a validar los resultados obtenidos. Finalmente se presentan los resultados tentativos de las propiedades mecánicas a fractura de las muestras ensayadas.

PALABRAS CLAVE: Impacto, Hormigón, DIF, Alta velocidad de deformación, Spalling, Barra Hopkinson

ABSTRACT

An analysis of the spalling technique of concrete bars using the Split Hopkinson Bar technique was carried out. Finite Element analysis was used for designing a conic projectile to obtain a suitable triangular impulse wave. Due to reflection of compressive waves in the free end, tensile stresses were originated and the tensile strength analysed. The tests were instrumented with strain gauges, accelerometers and high speed camera in order to validate the results by different ways. Results of the fracture mechanics properties of the tested concrete are presented.

KEYWORDS: Impact, Concrete, DIF, High strain rate, Spalling, Hopkinson bar

1. INTRODUCCIÓN

Gracias a sus características únicas, el hormigón sigue siendo en la actualidad uno de los materiales de construcción más empleados en diferentes infraestructuras tales como puentes, presas, centrales nucleares así como en instalaciones militares y estructuras defensivas. Entre sus inconvenientes se encuentran su extrema fragilidad y su baja tenacidad de fractura, todo ello unido a la escasa resistencia a tracción en comparación con su resistencia a compresión. De esta forma, a pesar de que el hormigón se diseña para trabajar a compresión, ciertas acciones dinámicas no previstas (accidentes, ataques terroristas, etc) pueden dar lugar a esfuerzos de tracción [1] causando la fractura del hormigón con proyección de fragmentos que pueden causar importantes daños [2] e incluso, el colapso progresivo estructural, que se considera la causa fundamental de muertes y heridos en estructuras sometidas a acciones impulsivas [3]. En estas circunstancias está ampliamente estudiado que la resistencia del hormigón varía, incrementándose bajo

solicitaciones dinámicas. Para ello conocer de forma precisa la influencia de estas acciones dinámicas es fundamental para tener una completa caracterización mecánica del hormigón. En este sentido, el comportamiento cuasi-estático del hormigón es bien conocido, no siendo el caso en las situaciones en las que éste se encuentra sometido a altas velocidades de deformación, en las que la obtención de parámetros fundamentales para su caracterización dinámica tales como la resistencia a tracción y la energía de fractura continúa siendo una tarea compleja.

El los últimos años varios autores han propuesto distintas técnicas para medir la resistencia dinámica a tracción del hormigón. De todas estas técnicas propuestas, son las basadas en la barra Hopkinson las que permiten alcanzar mayores velocidades de deformación. En éstas, un proyectil metálico golpea a una larga barra metálica incidente la cual transfiere un pulso de compresión a una probeta cilíndrica de material frágil. Al reflejarse en el extremo libre, la onda de compresión dará lugar a un pulso de tracción creciente hasta la fractura del material en un proceso conocido como spalling. La diferencia en los sucesivos análisis radica en las dimensiones empleadas para cada uno de los componentes de la barra, así como la instrumentación y técnica empleada para la obtención de los diferentes parámetros mecánicos del hormigón. Klepaczko [4] realizó ensayos de spalling sobre 48 probetas de hormigón de 120 mm de longitud en condiciones húmeda y seca. El pulso de compresión se registró únicamente en la barra incidente para después, mediante un análisis mecánico de la dispersión en ondas, extrapolarlo a la probeta. Gálvez [5] empleó una configuración similar para obtener la máxima resistencia a tracción en distintos materiales cerámicos. En este caso, las señales registradas en una banda extensométrica colocada en la probeta se utilizaron para reproducir el proceso de reflexión de ondas en el extremo libre de la misma, obteniendo así el estado tensional frente al tiempo. Schuler [6] centró sus investigaciones en barra Hopkinson en la obtención de la energía de fractura del hormigón. Para derivar esta energía empleó las velocidades inicial y residual de los trozos de la probeta de hormigón antes y después de producirse la fractura. Erzar and Forquin [7] analizaron y compararon tres métodos diferentes para la obtención de la resistencia a tracción dinámica del hormigón: Novikov, Klepaczko and Gálvez.

Sin embargo, aún existe mucha dispersión entre los resultados publicados, haciéndose esencial implementar una metodología sencilla, económica y fiable. En el presente trabajo se analiza una nueva configuración del ensayo de *spalling* basado en la barra Hopkinson para la caracterización dinámica del hormigón. A continuación se presentan los resultados de los ensayos realizados sobre probetas de hormigón convencional. Para registrar las ondas incidente, transmitida y reflejada se utilizaron bandas extensométricas en barra y probeta. Para comparar y completar los resultados se utilizaron además acelerómetros y una cámara de alta velocidad. Con esta instrumentación la técnica permite obtener las propiedades dinámicas de fracturas a velocidades de deformación de hasta 100 s⁻¹. Este trabajo da una estimación inicial de la resistencia a tracción dinámica del hormigón.

2. DISPOSITIVO EXPERIMENTAL

Ensayo de Spalling

La barra Hopkinson modificada ha sido empleada por numerosos autores para la obtención de diferentes parámetros dinámicos de materiales frágiles. Tal como se ha mencionado en la introducción, la disposición alineada de proyectil, barra incidente y probeta es la más adecuada para la obtención de resultados óptimos en este tipo de ensayo. Ese es el motivo por el cual en este trabajo se opto por continuar y ampliar dicha técnica para ensayar probetas de hormigón. En los ensayos de *spalling* con la barra Hopkinson modificada, un proyectil metálico (normalmente acero o aluminio) es disparado contra una barra larga metálica (Figura 1). Esto produce un pulso de compresión en la barra que es transmitido a la probeta de hormigón a través de la cual viaja para reflejarse una vez alcanza el extremo libre de la misma. A medida que se produce la reflexión, la onda de compresión se va transformando en una onda de tracción que crece y se desplaza desde este extremo libre para producir la factura del hormigón en la sección en la que se alcanza la resistencia a tracción dinámica del mismo.



Figura 1: Esquema de rotura por spalling

En este trabajo se ensayaron probetas de 970 mm de longitud con una relación longitud/diámetro igual a 14, suficientemente alta de cara a garantizar la propagación unidimensional de ondas con las ecuaciones bien conocidas [8,9], pudiendo así despreciar los efectos de dispersión tridimensionales. El diámetro empleado permite a su vez tener pulsos de compresión grandes lo que reduce las dificultades a la hora de estudiar la formación de fisuras.

Fabricación y curado del hormigón

Las probetas ensayadas son barras de hormigón autocompactante de 970 mm de longitud y 69 mm de diámetro. La dosificación del hormigón se adjunta en la Tabla 1.

Tabla 1. Dosificación del hormigón
autocompactante

	Volumen (m3)	Dosificación (%)	kg /m3			
Cemento	114	11.43	360			
Árido grueso	317	31.67	799			
Arena fina 1	357	35.72	940			
Arena fina 2	0	0.00	0			
Filler	45	4.47	116			
Agua	147	14.66	147			
Fibra Macro	0	0.00	0			
Fibra Micro	0	0.00	0			
SP(ADVA)	5	0.55	6			
Fluidificante	0	0.00	0			
AMV	0	0.00	0			
Aire	15	1.50	0			
Total	1000	100	2367			

A la hora de obtener un ensayo satisfactorio, uno de los principales problemas, aparte de las posibles faltas de alineamiento, es la obtención de un contacto adecuado entre barra incidente y probeta que asegure una buena transferencia de la onda. Además, la diferencia de diámetros existente entre ambas puede dar lugar a la penetración de la barra incidente en la probeta de hormigón, causando la rotura localizada en el contacto e incluso la rotura prematura de las barras. Todos estos factores pueden dar como resultado ondas transmitidas que se alejen mucho del estado unidimensional deseado. Por este motivo se fabricó una pieza metálica especial de 22 mm de diámetro (coincidiendo con el diámetro de la barra incidente) y 30 mm de longitud, que fue embebida en el extremo de la barra de hormigón en contacto con la barra incidente (Figura 2). Gracias a esta pieza se consigue un contacto óptimo, posibilitando el paso del pulso de compresión a la probeta de hormigón a través de una zona de transición metálica reduciendo la afección local de tensiones.

Tras el curado, todas las barras de hormigón se dejaron al aire al menos 96 horas antes del ensayo por lo que únicamente se estudiaron probetas libres de humedad. Ninguna otra variable se modificó o analizó en este estudio.



Figura 2. Disco metálico embebido en hormigón

Diseño del proyectil

Dado que las dimensiones de las probetas están fijadas, el primer paso para completar el dispositivo experimental es definir las dimensiones y geometría del proyectil. Esta tarea es de gran importancia pues estos parámetros determinarán el pulso de compresión obtenido en el impacto. La idea fundamental es conseguir una onda triangular con diferentes pendientes de subida y bajada. Esto hará que la onda reflejada en forma de tracción posea un pico máximo, claramente diferenciado, que asegure la aparición de una única fractura inicial, permitiendo la identificación de la tensión de tracción existente en ese momento.

El segundo punto es evitar la superposición de las ondas incidente y reflejada para tener un registro claro en las bandas extensométricas. Por ello la máxima longitud de onda en el hormigón no puede exceder la longitud de la probeta. Tras realizar simulaciones numéricas la longitud seleccionada para el proyectil fue de 450 mm. El pulso triangular se consigue modificando la cola del proyectil [10]. La geometría definitiva se muestra en la Figura 3. Las simulaciones también permitieron obtener la relación entre la velocidad inicial del proyectil y el pico máximo de la onda a compresión generada.



Figura 3. Geometría del proyectil

Por otro lado, para reducir la fricción existente entre proyectil y cañón, se colocaron dos casquillos de teflón en torno al proyectil.

Configuración experimental

El esquema experimental mostrado en la Figura 4 fue diseñado por los autores y fabricado en el Departamento de Materiales de la UPM. Este dispositivo experimental esta compuesto por un proyectil metálico disparado desde un cañón alimentado por aire, y una barra incidente de 1000 mm de longitud y 22 mm de diámetro de acero de alto límite elástico, instrumentada en el centro con una banda extensométrica. Al final de ésta se posiciona la probeta de hormigón sustentada sobre varios rodamientos de acero que deja la barra libre de cualquier restricción, permitiendo el fenómeno de spalling. La probeta se instrumenta, dependiendo del ensavo, con una o dos bandas extensométricas. En el extremo libre se dispondrá así mismo un acelerómetro. El dispositivo experimental se completa con una cámara de alta velocidad y el sistema de adquisición de datos formado por una acondicionador de señal de cuatro canales y un osciloscopio para registrar la señal de las bandas. El osciloscopio así como la cámara se sincronizan gracias a la señal registrada en la barra incidente.



Figura 4. Esquema del dispositivo experimental

Cálculo de la velocidad de onda y módulo elástico

El cálculo de la velocidad de onda es el primer paso para la obtención de la resistencia dinámica a tracción. Dicho cálculo se hace con ayuda de los diferentes sensores localizados a lo largo de barra incidente y probeta de hormigón. Conociendo la distancia entre cada sensor, la señal registrada en el osciloscopio dará el instante exacto en que la onda pasa por cada punto. Relacionando distancia y tiempo entre las respectivas señales se deduce la velocidad de onda (Figura 5). Dependiendo del número de sensores se pueden realizar múltiples medidas para obtener una media final más fiable. Una vez conocida la velocidad de onda (c) el módulo elástico dinámico se deduce de la siguiente expresión (1):

$$E = \rho \cdot c^2 \tag{1}$$

siendo ρ la densidad de la probeta.

Cálculo de la resistencia dinámica a tracción

El cálculo de la resistencia dinámica a tracción se lleva a cabo con ayuda del pulso registrado en las bandas de la probeta de hormigón (Figura 5).



Figura 5. Registro de señales en bandas de la probeta

Utilizando esta información es posible deducir las ondas incidente y reflejada en el extremo libre para reproducir analíticamente el proceso de reflexión. Esto se consiguió con ayuda un código en Matlab. Una vez la onda de compresión alcanza el extremo libre de la probeta, ésta comienza a reflejarse en forma de tracción de modo que el estado tensional en la probeta se calcula como suma de la onda de compresión, que sale de la probeta, y tracción (idéntica a la de compresión pero con signo y sentido de avance opuesto) que entra progresivamente en la probeta. El pico de tensión crece y se desplaza progresivamente desde el extremo libre hasta que se alcanza la resistencia dinámica a tracción. Conociendo la posición de la primera fisura (Figura 6), el pico de la onda es fácilmente identificado y, por tanto, la resistencia buscada (Figura 7).



Figura 6. Localización de fracturas tras el ensayo



Figura 7. Evolución de tensiones con el tiempo en el extremo libre

3. Resultados

Con la técnica anteriormente descrita, se ensavaron un total de 11 probetas. Los resultados de los ensayos realizados se adjuntan en la Tabla 2. De los 11 ensayos de spalling realizados, nueve fueron registrados con éxito. Como se ve en la Tabla 2, no todos los ensayos se instrumentaron de la misma forma. En los primeros se emplearon dos bandas en el hormigón para ver la evolución de la onda con el avance a lo largo de la probeta. La Tabla 2 muestra la referencia de la probeta ensayada, la velocidad del proyectil, la velocidad de deformación y la resistencia dinámica a tracción calculada con la información de cada una de las bandas del hormigón. Finalmente el Factor de Amplificación Dinámica ("Dynamic Increase Factor" o DIF) también se ha obtenido. Este factor representa la relación entre la resistencia dinámica y la resistencia bajo carga estática. Para el hormigón de este trabajo, los ensayos de referencia de compresión y brasileños realizados en régimen estático mostraron unas resistencia respectivas de 25 y 2.8 Mpa.

La velocidad de deformación para cada ensayo se obtuvo de la expresión (2) :

$$\dot{\varepsilon}_{spalling} = \frac{1}{E} \left(\frac{\delta \sigma_t}{\delta t} \right)_{crack \text{ position}}$$
(2)

Probeta	Vp (m/s)	Vel deform (s-1)	Banda 1 (Mpa)	DIF	Banda 2 (Mpa)	DIF
A5	8,3					
A2						
A3	8,1	90,0	11,1	4,0	9,0	3,2
A6	10,2	100,0	20,4	7,3	13,2	4,7
A7	4,6		13,1	4,7	11,6	4,2
A10	12,6	140,0	16,4	5,8	14,9	5,3
A8	11,0	74,0			14,1	5,0
A9	9,0	80,0			10,6	3,8
A11	6,7				10,8	3,8
A12	7,6	60,0			11,1	4,0
A14	7,6	60,0			12,5	4,5
MEDIA	8,6	86,3	15,2	5,4	12,0	4,3

Tabla 2. Resistencia dinámica a tracción

Registro de la aceleración. Aproximación de Novikov

Con el fin de comprobar la técnica y resultados presentados en este trabajo, se compararon con la aproximación de Novikov [11]. La expresión (3) propuesta por Novikov permite obtener la resistencia a tracción dinámica para un material cerámico en función de su densidad (ρ), la velocidad transmisión de las ondas (c_0) y de la diferencia entre la máxima velocidad alcanzada por el extremo libre y la velocidad en el rebote de la onda.

$$\sigma_F = \frac{1}{2} \rho c_0 \Delta v_{pb} \tag{3}$$

Para poder emplear esta expresión se colocó un acelerómetro en el extremo libre. A partir de la aceleración se obtiene la velocidad por integración. En la Figura 8 se muestra un resultado de la velocidad integrada en el extremo libre de una de las probetas.



Figura 8. Velocidad en extremo libre de la probeta

En este ejemplo, tomando una densidad aproximada para el hormigón ρ =2200 kg/m³ y c₀=4000 m/s la resistencia dinámica a tracción quedaría, según la expresión (3) anterior:

$$\sigma_F = \frac{1}{2} \cdot 2200 \cdot 4000 \cdot 2.5 = 11000000 Pa = 11 MPa$$

La Tabla 3 muestra la resistencia a tracción promedio obtenida con la técnica desarrollada en este trabajo, así como la que se obtiene con la aproximación de Novikov. Puede apreciarse que los resultados de ambas técnicas son muy constantes.

Probeta	Banda 1 (Mpa)	DIF	Banda 2 (Mpa)	DIF	Novikov (Mpa)	DIF
A5						
A2						
A3	11,1	4,0	9,0	3,2	9,5	3,4
A6	20,4	7,3	13,2	4,7	11,5	4,1
A7	13,1	4,7	11,6	4,2	12,7	4,5
A10	16,4	5,8	14,9	5,3	12,1	4,3
A8			14,1	5,0		
A9			10,6	3,8	10,9	3,9
A11			10,8	3,8		
A12			11,1	4,0		
A14			12,5	4,5		
MEDIA	15,2	5,4	12,0	4,3	11,3	4,0

Tabla 3. Comparativa de métodos

4. Conclusión y discusiones

La configuración experimental presentada en este artículo se basa en la técnica de *spalling* empleada para en análisis dinámico de materiales frágiles. La geometría y dimensiones adoptadas difieren de otras presentadas en anteriores trabajos y presentan una serie de ventajas. Así, la elevada relación longitud/diámetro de las probetas permite tener un estado de propagación unidimensional de ondas. Mediante el empleo de un proyectil de geometría tronco-cónica, se modifica el pulso rectangular que se conseguiría con un proyectil cilíndrico para generar un pulso triangular con diferentes pendientes de subida y bajada. Con este pulso es posible producir una única fractura inicial en el hormigón lo que posibilita el cálculo de la resistencia a tracción.

Gracias al uso de un disco metálico embebido en el hormigón en el extremo de contacto con la barra incidente, fue posible eliminar la concentración local de tensiones causada por el impacto de la barra en el hormigón. A través de esta pequeña pieza, el pulso de compresión se transmite progresivamente a la probeta de hormigón sin la aparición de fallo local o efectos 3D.

Solo un tipo de hormigón fue analizado, dado que el objetivo de este trabajo se centra en validar una nueva configuración del ensavo de spalling para la caracterización dinámica del hormigón. La resistencia a tracción se calculó analíticamente empleando los registros de las distintas bandas. Los resultados obtenidos muestran valores muy uniformes para la mayoría de las probetas, alcanzando resistencias de hasta 15 MPa, dependiendo de la velocidad de deformación. A pesar de que ésta última no se consideró como una variable a analizar en este trabajo, es importante relacionarla con la resistencia, pues está demostrado que influye notablemente en la resistencia a tracción alcanzada. En este sentido, el objetivo era tener una velocidad constante del proyectil y, por tanto, una velocidad de deformación constante, pero controlar esta magnitud no fue una tarea sencilla dado que depende de diversos parámetros tales como la presión de gas o la fricción existente entre proyectil y cañón. Aun a pesar de ajustar perfectamente la presión de aire, la fricción varía de un ensavo a otro debido al desgaste de los casquillos de teflón del proyectil.

En cuanto a la evolución de la onda de compresión en su avance por la probeta, los pares de bandas colocados en los primeros ensayos permitieron apreciar ciertas diferencias entre pulsos registrados en cada una, lo que se traduce en la existencia de evolución de la onda de compresión desde el inicio hasta la mitad de la probeta. Los resultados más homogéneos fueron obtenidos con la banda situada en la parte media entendiéndose que a partir de ésta la onda no sufre notables variaciones. Éstos muestran un valor medio de la resistencia a tracción de 12 MPa. Eso supone un factor de amplificación dinámica de 4.5 sobre la correspondiente resistencia estática. Comparados con los propios obtenidos mediante la aproximación de Novikov muestran valores muy similares con ambos métodos.

La estabilidad alcanzada en los resultados así como la comparación establecida con otros métodos hace de la técnica de *spalling* con barras largas una técnica apropiada, sencilla y fiable para la caracterización dinámica del hormigón.

Agradecimientos

Los autores desean agradecer el apoyo económico otorgado por el Ministerio de Economía y Competitividad a través del proyecto BIA2014-54916-R así como a la financiación por parte de la Comunidad de Madrid a través del proyecto DIMMAT-CM S2013/MIT-2775.

Referencias

[1] J.A. Zukas. 1990. High velocity impact dynamics. Ed. John Wiley and Sons

[2] Vicente Sánchez Gálvez. 2012. Materiales para la defensa. Cuadernos Cátedra ISDEFE-UPM.

[3] D.O. Dusenberry, Handbook for Blast Resistant Design of Buildings. John-Wiley & Sons, 2010.

[4] J.R. Klepaczko, A. Brara. 2001. An experimental method for dynamic tensile testing of concrete by spalling. Int J Impact Eng;25:387-409

[5] F.Gálvez Díaz-Rubio, J. Rodríguez Pérez, V. Sánchez Gálvez. 2002. The spalling of long bars as a reliable method of measuring the dynamic tensile strength of ceramics. Int J Impact Eng;27:161-77

[6] H. Schuler, C. Mayrhofer, K. Thoma. 2006. Spall experiments for the measurement of the tensile strength and fracture energy of concrete at high strain rates. Int J Impact Eng;32:1635-1650

[7] Erzar, B., Forquin, P., 2010. An experimental method to determine the tensile strength of concrete at high rates of strain. Exp. Mech. 50 (7), 941–955.

[8] Kolsky H. Stress waves in solids. New York: Dover Publications Inc., 1963.

[9] Johnson W. Impact strength of materials. London: Arnold, 1972.

[10] F. Gálvez Díaz-Rubio. Caracterización mecánica de materiales cerámicos avanzados a altas velocidades de deformación. PhD thesis. Universidad Politécnica de Madrid, 1999

[11] Novikov, S.A., Divnov, I.I., Ivanov, A.G., 1966. The study of fracture of steel, aluminium and copper under explosive loading. Fizika Metallov i Metallovedeniye 21 (4).

Fractura de materiales metálicos

EFFECT OF THE LOADING RATE AND STRESS STATE ON THE DUCTILE FRACTURE INITIATION OF THE DUAL PHASE 980 ADVANCED HIGH STRENGTH STEEL

Borja Erice^{1*}, Christian Roth¹, Dirk Mohr^{1,2}

¹Department of Mechanical and Process Engineering, Swiss Federal Institute of Technology (ETH), Zürich, Switzerland ²Impact and Crashworthiness Laboratory, Department of Mechanical Engineering, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge MA, USA *E-mail: eborja@ethz.ch

RESUMEN

Se ha investigado la rotura dúctil de un acero de alta resistencia de fase doble 980 realizando experimentos en los que el estado tensional variaba desde cortante puro a tracción biaxial. Los experimentos se realizaron a varias velocidades de deformación usando una máquina de tracción hidráulica y una barra Hopkinson equipada con un inversor de carga. Todos los experimentos fueron grabados con video cámaras para posibilitar medidas de deformación usando la correlación digital de imágenes. Por medio de un método híbrido experimental-numérico se obtuvo la deformación plástica equivalente de rotura. Para ello, fue necesario usar un modelo de material que contara con efectos de la velocidad de deformación y del ablandamiento térmico combinado con plasticidad y flujo plástico anisótropos. Además de la ya conocida dependencia de la deformación de rotura con el estado tensional, se observó que la velocidad de aplicación de la carga juega un papel fundamental.

PALABRAS CLAVE: Fractura dúctil, alta velocidad de deformación, anisotropía, elementos finitos

ABSTRACT

Fracture experiments were carried out for stress states ranging from pure shear to equi-biaxial tension to investigate the effect of the stress state on the ductile fracture initiation of the dual phase 980 advanced high strength steel sheet. Among others, such tests included a newly-developed mini-punch test device that allowed for direct fracture strain measurements with a stereo digital image correlation system and a material-tailored in-plane shear specimen geometry obtained through an iterative optimization algorithm. Additionally, a load inversion device was used in conjunction with a Split Hopkinson Pressure Bar system and a high-speed video camera to investigate the initiation of ductile fracture at high strain rates. A hybrid experimental-numerical approach was performed to determine the equivalent plastic strain to fracture. For this, a Swift-Voce isotropic hardening was combined with a Johnson-Cook type of constitutive equation that described the rate-and temperature dependent plasticity of the material. Plastic anisotropy was taken into account by a non-associated flow rule that used Hill 48 yield function. Besides the well-known stress state dependency, it was found that the strain to fracture increased as a function of the loading velocity. The rate-dependent Hosford-Coulomb failure criterion predicted the experimental results with good accuracy.

KEYWORDS: Ductile fracture, high strain rate, anisotropy, finite elements

1. INTRODUCTION

The stress state dependency on the ductile fracture initiation of metals under proportional loadings has been well established in the last ten years. Proof of that is the experimental work carried out by Barsoum and Faleskog [1]. Furthermore, advanced modelling techniques such as homogenization-based porous plasticity [2] and poreembedded unit cell calculations using a continuum model [3] have also found strong evidence of such stress state dependency. However, very few efforts have been invested on investigating such effects on dynamic loading regimes. In this paper, we will present an experimental campaign designed to observe and determine the ductile fracture behavior at very different stress states. Moreover, the campaign was extended to several loading rates to investigate the effect that the strain rate has on the ductile fracture. Since a hybrid experimental-numerical approach was chosen to obtain the fracture locus, an accurate description of the plasticity behavior of the material is of utmost importance. The rate-independent Hill '48 yield function combined with an non-associative flow rule has been proven to give excellent results when using such hybrid techniques [4]. Consequently, we have implemented a rate- and temperature dependent version of it. Micro-mechanically motivated Hosford-Coulomb fracture initiation criterion [5] was also adapted to include the effects that the loading rate may have on the ductile fracture.

2. EXPERIMENTS

2.1. Material

The material considered for this study is a Dual Phase (DP) 980 Advanced High Strength Steel provided by Voestalpine. The five different geometries used to machine the specimens from the 1.4 mm thick plate provided are depicted in Figure 1. Since all the experiments were highly repetitive only a representative repetition is shown in Figure 2. Please note that all the specimens but the UTs were oriented at 90° with respect to the rolling direction.

2.1. Quasi-static tests

All the quasi static tensile tests were performed on a MTS universal servo-hydraulic testing machine equipped with a 250 kN load cell. The displacements were measured over a gage length of 30 mm post-processing the 2452x2052 px² resolution images acquired at 2 fps with a digital camera. Vic-2D digital image correlation (DIC) software by correlated solutions was employed for such a task. The measured velocity of $2x10^{-5}$ m/s gave a strain rate of 10^{-3} s⁻¹ averaged over the specimen gage length of 20 mm. The force-displacement response of UT specimens machined at 0°, 45° and 90° orientations with respect to the rolling direction can be seen in Figure 2 (a). The force-displacement response of the CH, NT10 and NT3 specimens is also plotted in Figure 2 (b), (d) and (e) respectively.

2.2. Intermediate strain rate tests

The same hydraulic machine set-up as that described in the previous sub-section was employed to perform the intermediate strain rate tests. The images were acquired with a high speed camera that was set to record 1000 fps at a resolution of 800x456 px². The same DIC software was employed to get the displacement measurements over 30 mm gage length. A velocity of 0.01 m/s measured with the DIC gave a strain rate of 0.5 s⁻¹ averaged over a gage length of 20 mm. The force-displacement curves of the NT10 and NT3 specimens can be observed in Figure 2 (c) and (d) respectively.

2.3. Dynamic tests

A Split Hopkison Pressure Bar (SHPB) equipped with a load inversion device was employed to perform the tests under dynamic loading conditions. The geometry and dimensions of the SHPB are detailed in Figure 3. The specimen clamping ends shown in Figure 1 were obviously adapted to the SHPB set-up. Since all the three

bars (striker, input and output bars) remain in elastic regime, the force applied on the specimen was measured from a strain gage located at 320 mm from the clamped end of the output bar. Assuming equilibrium in the dynamically loaded specimen $F_{input} \cong F_{output}$, one can say that force applied on the specimen is:

$$F(t) = E_b A_b \varepsilon_t(t) \tag{1}$$

where E_b and A_b are the elastic modulus and the crosssection area of the output bar and $\varepsilon_t(t)$ is the transmitted strain history measured in the strain gage. This force measurement was directly related to the images taken at a resolution of 512x32 px² with an acquisition rate of 160000 fps that were correlated digitally to get the displacement. The measured velocity was 2.5 m/s which was translated into an average strain rate of 125 s⁻¹. The force-displacement curves corresponding to the NT10 and NT3 specimens are plotted in Figure 2 (c) and (d) respectively.

3. CONSTITUTIVE MODELING

Assuming the additive decomposition of the strain tensor $\mathbf{\varepsilon} = \mathbf{\varepsilon}^e + \mathbf{\varepsilon}^p$, its elastic part and the Cauchy stress tensor $\boldsymbol{\sigma}$ are related as follows:

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\mathsf{C}} : \boldsymbol{\varepsilon}^{e} = \boldsymbol{\mathsf{C}} : \left(\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}^{p}\right)$$
(2)

where **C** is the fourth-order symmetric tensor that contains the elastic moduli E = 210 GPa and v = 0.3.

To model plastic yielding of the material the quadratic Hill '48 orthotropic yield criterion was chosen. The yield function is given by:

$$\phi \left[\mathbf{\sigma}, \overline{\varepsilon}_{p}, \dot{\overline{\varepsilon}}_{p}, T \right] = \overline{\sigma} \left[\mathbf{\sigma} \right] - k \left[\overline{\varepsilon}_{p}, \dot{\overline{\varepsilon}}_{p}, T \right] = 0$$
(3)

where. $\overline{\sigma}$ is the equivalent stress and k is the isotropic hardening of the material that is defined as a combination of three terms that include Swift-Voce mixed strain hardening and Johnson-Cook-based [6] strain rate hardening and thermal softening,

$$k = k_{\rm sv} \left[\overline{\varepsilon}_p \right] \left\{ 1 + C \ln \left[\frac{\dot{\overline{\varepsilon}}_p}{\dot{\varepsilon}_0} \right] \right\} \left\{ 1 - \left(\frac{T - T_r}{T_m - T_r} \right)^m \right\}$$
(4)

where *C* and *m* are material constants, $\dot{\varepsilon}_0$ is the reference strain rate, T_r and T_m are the reference and melting temperatures respectively. The strain hardening is defined as a weighted linear combination of a Swift and Voce laws,

$$k_{\rm sv} = \alpha \left\{ A \left(\varepsilon_0 + \overline{\varepsilon}_p \right)^n \right\} + (1 - \alpha) \left\{ \sigma_0 + Q_1 \left(1 - \exp \left[-C_1 \overline{\varepsilon}_p \right] \right) \right\}$$
(5)

where A, ε_0 , n, σ_0 , Q_1 , C_1 are material constants and α is the weighting coefficient. The equivalent stress is expressed conveniently with a linear transformation of the stress tensor as follows:

$$\bar{\boldsymbol{\sigma}}[\boldsymbol{\sigma}] = \sqrt{\boldsymbol{\sigma}:\boldsymbol{\mathsf{P}}:\boldsymbol{\sigma}} = \sqrt{\{\boldsymbol{\sigma}\}^T [\boldsymbol{\mathsf{P}}]\{\boldsymbol{\sigma}\}}$$
(6)



Figure 2. Experimental and numerical force-displacement curves of UT specimens at 0°, 45°, and 90° (a) and CH under quasi-static conditions (b). NT10 (c) and NT3 (d) specimens tested at several strain rates. Points correspond to the experiments, while the solid lines correspond to the numerical simulations performed in ABAQUS/Explicit.



Figure 3. Geometry and dimensions of the Split Hopkinson Pressure Bar used for the high strain rate experiments.

being $\{\sigma\} = \{\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}, \sigma_{12}, \sigma_{23}, \sigma_{13}\}^T$ the vector form of the Cauchy stress tensor and **P** a positive-definite fourth-order symmetric weighting tensor that contains Hill's constants for plane stress anisotropic plasticity. **P** can be expressed in matrix notation as:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{P} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & P_{12}^* & P_{13}^* & 0 & 0 & 0 \\ P_{12}^* & P_{22}^* & P_{23}^* & 0 & 0 & 0 \\ P_{13}^* & P_{23}^* & P_{33}^* & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & P_{44}^* & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$
(7)

and

$$P_{22}^* = P_{22} , P_{33}^* = 1 + 2P_{12} + P_{22} , P_{44}^* = P_{33} P_{12}^* = P_{12} , P_{13}^* = -1 - P_{12} , P_{23}^* = -P_{12} - P_{22}$$
(8)

The direction of the plastic flow is given by a non-associated flow rule,

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{p} = \dot{\boldsymbol{\lambda}} \frac{\partial \boldsymbol{\psi}[\boldsymbol{\sigma}]}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \tag{9}$$

$$\psi[\boldsymbol{\sigma}] = \sqrt{\boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{G} : \boldsymbol{\sigma}} \tag{10}$$

where λ is the plastic multiplier and in close analogy to **P**, **G** is a positive-definite fourth-order symmetric tensor that defines the Hill '48 non-associated flow rule. It can also be expressed in a matrix form, being its components:

$$G_{22}^* = G_{22} , \quad G_{33}^* = 1 + 2G_{12} + G_{22} , \quad G_{44}^* = G_{33}$$

$$G_{12}^* = G_{12} , \quad G_{13}^* = -1 - G_{12} , \quad G_{23}^* = -G_{12} - G_{22}$$
(11)

Such components contain the Lankford ratios,

$$G_{12} = -\frac{r_0}{1+r_0} , \quad G_{22} = \frac{r_0}{r_{90}} \frac{1+r_{90}}{1+r_0}$$

$$G_{33} = \frac{1+r_{45}}{r_{90}} \frac{r_0+r_{90}}{1+r_0}$$
(12)

The Lankford ratios are defined as the ratio of the plastic strains in the width and thickness directions respectively $r_{\theta} = \varepsilon_p^w / \varepsilon_p^t = -\varepsilon_p^w / (\varepsilon_p^l + \varepsilon_p^w)$ where θ is the direction of a vector aligned with the loading axis with respect to the rolling direction.

The evolution equations for the internal variables are:

$$\dot{\overline{\varepsilon}}_{p} = \dot{\lambda} \frac{\psi}{\overline{\sigma}}$$
(13)

$$\dot{T} = \dot{\lambda} \frac{\chi \left[\dot{\bar{\varepsilon}}_{p} \right]}{\rho C_{p}} \psi$$
(14)

where $\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$ is the mass density, $C_p = 420 \text{ J/(kg °C)}$ is the specific heat and χ is the Taylor-Quiney coefficient that evolves with the strain rate:

$$\chi[\overline{\varepsilon}_{p}] = \chi_{0} \frac{\left(\dot{\overline{\varepsilon}}_{p} - \dot{\varepsilon}_{0}\right)^{2} \left(3\dot{\varepsilon}_{a} - 2\dot{\overline{\varepsilon}}_{p} - \dot{\varepsilon}_{0}\right)}{\left(\dot{\varepsilon}_{a} - \dot{\varepsilon}_{0}\right)^{3}}$$
(15)

where $\chi_0 = 0.9$, $\dot{\varepsilon}_0$ and $\dot{\varepsilon}_a$ are the limit strain rates for the isothermal and adiabatic domains, respectively [7].

3.3. Constant identification

The r_0 , r_{45} and r_{90} Lankford ratios were directly obtained from longitudinal (ε_n^l) and transversal (ε_n^w) strain measurements with a gage length of 4 mm taken in the surroundings of the localized neck area. The yield anisotropy parameters P_{12} , P_{22} and P_{33} , and the hardening constants were obtained by an iterative procedure that minimized the difference between the experimental and numerical force-displacement responses. Such procedure included all the experiments described in the previous section. The numerical simulations were performed discretizing only one-eighth the specimen and using an element size of $0.075 \times 0.075 \times 0.075 \text{ mm}^3$ in the gage area. The boundary conditions applied on the specimen ends were those that were directly measured in the experiments through DIC. The constitutive equations were implemented as a user material subroutine in ABAQUS/Explicit non-linear finite code. The material model constants are reported in Table 1. Figure 2 shows the good agreement between numerical experimental and force-displacement responses.

4. FRACTURE

4.1. Smiley shear and mini-punch tests

The basic shear geometry is extremely dependent on the hardening of the material. In most of the cases the specimen gage area is subjected to pure shear in its center but it is under plane strain tension on the edges. This latter condition is extremely critical because it typically presents the lower strain to failure under plane stress conditions [5]. If that is the case, and the hardening is not taken into account, the basic geometry can lead to an edge fracture. Here, a geometry optimization procedure has been used to ensure that the specimen will fracture under pure shear conditions with an assumed strain to failure similar to that obtained in the numerical simulations from previous tests.

That specific one-of-a-kind geometry was tested under quasi-static conditions with the same set-up and configuration as those specified in section 2. The experimentally measured force-displacement curves are compared with the "blind" numerical prediction using the constants from Table 1 in Figure 4 (a) and as can be seen the curves are in good agreement.

An in-house design mini-punch test device was used to measure directly the strain to fracture on the circular specimen depicted in the upper left part of Figure 4 (b). The device was designed to allow the movement of the outer frame while the punch was fixed (see right bottom part of Figure 4 (b)). This gave a fixed focal distance to the specimen allowing for 3d DIC measurements on the surface of the specimen. Once the onset of fracture was detected, the major and minor strains ($\varepsilon_1 = \varepsilon_2$) were measured and the strain to fracture was computed.



Table 1. Material constants for the DP 980 advanced high strength Steel.

Figure 4. (a) Experimental and numerical force-displacement curves of shear specimens tested under quasi-static loading conditions. (b) Experimental force-displacement curve of the mini-punch test. Points correspond to the experiments, while the solid lines correspond to the numerical simulations performed in ABAQUS/Explicit.

Since the stress state remains constant during the test, no simulation was required in this case. The Force-cross-head-displacement response can be observed in Figure 4 (b).

4.2. Fracture initiation criterion

Let us define the following tensor invariants,

$$I_1 = \operatorname{tr}[\boldsymbol{\sigma}]$$
; $J_2 = \frac{1}{2}\mathbf{s} : \mathbf{s}$; $J_3 = \operatorname{det}[\mathbf{s}]$ (16)

where **s** is the deviatoric stress tensor. The stress triaxiality η and the Lode angle parameter $\overline{\theta}$ are defined as a function of such invariants as,

$$\eta = \frac{I_1}{\sqrt{27J_2}}, \quad \bar{\theta} = 1 - \frac{2}{\pi} \cos^{-1} \left[\frac{9}{2\sqrt{3}} \frac{J_3}{J_2^{3/2}} \right]$$
(17)

The rate-dependent fracture initiation criterion proposed is given through the equivalent plastic strain to failure that has the form:

$$\overline{\varepsilon}_{p}^{f}\left[\eta,\overline{\theta},\dot{\overline{\varepsilon}}_{p}\right] = \overline{\varepsilon}_{hc}^{f}\left[\eta,\overline{\theta}\right] \left\{ 1 + D_{4}\ln\left[\frac{\dot{\overline{\varepsilon}}_{p}}{\dot{\varepsilon}_{0}}\right] \right\}$$
(18)

It combines the rate-independent Hosford-Coulomb failure criterion [5] with a loading-rate dependent term

borrowed from Johnson and Cook [8]. The equivalent plastic strain to failure of the Hosford-Coulomb model is: 1

$$\overline{\mathcal{E}}_{hc}^{f} = b(1+c)^{\frac{1}{n}} \\ \left\{ \frac{1}{2} \left| f_{1} - f_{2} \right|^{a} + \frac{1}{2} \left| f_{2} - f_{3} \right|^{a} + \frac{1}{2} \left| f_{1} - f_{3} \right|^{a} \right\}^{\frac{1}{a}} \right\}^{-\frac{1}{n}}$$
(19)
+ $c(2\eta + f_{1} + f_{3})$

where a, b, c and D_4 are material constants f_1 , f_2 and f_3 are the following trigonometric functions,

$$f_1\left[\bar{\theta}\right] = \frac{2}{3}\cos\left[\frac{\pi}{6}\left(1-\bar{\theta}\right)\right]$$
(20)

$$f_1\left[\bar{\theta}\right] = \frac{2}{3}\cos\left[\frac{\pi}{6}\left(1-\bar{\theta}\right)\right]$$
(21)

$$f_3\left[\bar{\theta}\right] = -\frac{2}{3}\cos\left[\frac{\pi}{6}\left(1+\bar{\theta}\right)\right] \tag{22}$$

A value of n = 0.1 has been found to be a good estimation for metallic materials. The fracture initiation criterion is fulfilled once the damage indicator,

$$D = \int_{0}^{\overline{\varepsilon}_{p}^{f}} \frac{d\overline{\varepsilon}_{p}}{\overline{\varepsilon}_{p}^{f} \left[\eta, \overline{\theta}, \overline{\varepsilon}_{p}\right]}$$
(23)

reaches the unity.

4.3. Constant identification

After the most critical element (highest equivalent plastic strain) was located, equivalent plastic strain, triaxiality and Lode parameter histories were extracted to reconstruct the loading paths until the displacement that corresponded to the onset of fracture was reached. The extracted equivalent plastic strain at the onset of fracture will be henceforth denoted as experimental fracture strain.

The set of parameters $\{a, b, c, D_4\}$ were optimized in an iterative way to minimize the relative error between the fracture strain that corresponded to D = 1 in eq. (23) and the experimental fracture strain. The prediction made with the calibrated constants reported in Table 2 are depicted as solid points in Figure 5, while the loading paths are shown in black for the quasi-static loading case, in blue for the intermediate loading case and red for the dynamic loading case.

5. CONCLUDING REMARKS

An experimental campaign that includes the following tests has been performed:

- Quasi-static tests on UT (0°, 45°, 90°), CH, NT10, NT3, shear and mini-punch specimens.
- Intermediate and dynamic tests on NT10 and NT3.

The experiments have been simulated with a material model implemented as an user material subroutine in ABAQUS/Explicit that includes:

- Anisotropic Hill '48 yield function and non-associated flow rule with Hill '48 flow potential.
- Swift-Voce mixed strain hardening combined with Johnson-Cook strain rate hardening and thermal softening.
- Temperature evolution law that accounts for the isothermal-adiabatic strain rate limits.



Figure 5. Hosford-Coulomb fracture initiation model. Solid points correspond to the model prediction and lines are histories extracted from the numerical simulations.

Table 2. Rate-dependent Hosford-Coulomb ductile fracture initiation criterion constants.

Hill 48 yield surface with non-associated flow rule					
a	b	С	D_4		
1.4102	0.9169	0.0599	0.0990		

The rate-dependent Hosford-Coulomb fracture initiation criterion gave remarkable predictions for the quasi-static loading conditions, while for the rest of the loading rates were acceptable.

AKNOWLEDGEMENTS

The authors would like to acknowledge the support of Voestalpine for providing the material. The Laboratoire de Mécanique des Solides at Ecole Polytechnique is also greatly acknowledged for letting us use their experimental facilities.

REFERENCES

[1] I. Barsoum, J. Faleskog, Rupture mechanism in combined tension and shear-Experiments, International Journal of Solids and Structures, 44 (2007) 1768-1786.

[2] K. Danas, P. Ponte Castañeda, Influence of the Lode parameter and the stress triaxiality on the failure of elasto-plastic porous materials, International Journal of Solids and Structures, 49 (2012) 1325-1342.

[3] M. Dunand, D. Mohr, Effect of Lode parameter on plastic flow localization after proportional loading at low stress triaxialities, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 66 (2014) 133-153.

[4] D. Mohr, M. Dunand, K.-H. Kim, Evaluation of associated and non-associated quadratic plasticity models for advanced high strength steel sheets under multi-axial loading, International Journal of Plasticity, 26 (2010) 939-956.

[5] D. Mohr, S.J. Marcadet, Micromechanicallymotivated phenomenological Hosford–Coulomb model for predicting ductile fracture initiation at low stress triaxialities, International Journal of Solids and Structures, 67–68 (2015) 40-55.

[6] G.R. Johnson, W.H. Cook, A Constitutive Model and Data for Metals Subjected to Large Strains, High Strain Rates and High Temperatures, in: 7th International Symposium on Ballistics, The Hague, 1983, pp. 541-547.
[7] C.C. Roth, D. Mohr, Effect of Strain Rate on Ductile Fracture Initiation in Advanced High Strength Steel Sheets: Experiments and Modeling, International Journal of Plasticity (2014).

[8] G.R. Johnson, W.H. Cook, Fracture characteristics of three metals subjected to various strains, strain rates, temperatures and pressures, Engineering Fracture Mechanics, 21 (1985) 31-48.

DIAGRAMAS MOMENTO-ROTACIÓN DE LIGAMENTOS RESISTENTES DE ZONA AFECTADA TÉRMICAMENTE EN SOLDADURAS REPARADAS DE ESTRUCTURAS DE ACERO

M. Iordachescu^{1*}, A. Valiente¹, R. Moreno Pérez¹

¹Dto de Ciencia de Materiales, Escuela de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, Universidad Politécnica de Madrid *Correo-e: miordachescu@mater.upm.es

RESUMEN

Los códigos para el proyecto y construcción de estructuras de acero admiten soldaduras reparadas siempre que superen los mismos ensayos e inspecciones que las soldaduras nuevas. El hecho de que de las uniones soldadas influyan en la deformabilidad global de la estructura hace que su papel estructural no sea meramente resistente y complica los criterios de aceptación de los procedimiento de reparación. Este trabajo describe la experimentación y el análisis de resultados llevados a cabo para comparar cuantitativamente desde ambos puntos de vista, resistencia y ductilidad, uniones soldadas con igual configuración, nuevas y reparadas. Para la experimentación se han utilizado probetas compactas prefisuradas extraídas de la unión soldada, con el ligamento resistente ubicado en la zona térmicamente afectada. Para el análisis comparativo se han utilizado los diagramas experimentales momento-rotación de los ligamentos resistentes de ambas soldaduras, así como del metal base. Los diagramas se han deducido aplicando un modelo de colapso plástico en tensión plana, que se ajusta a los resultados experimentales. La comparación proporciona un criterio de aceptación para procedimientos de reparación que permite valorar la resistencia y la ductilidad de la unión soldada como parte de la estructura.

ABSTRACT

Technical codes for design of steel structures allow repaired welded joints, provided that they passed the same inspection and testing control as the new ones. However, criteria to accept a specific repair procedure are involved due to the influence of the welded joints on the overall deformations of the structure. This contribution describes the experimental and analytical work carried out to asses the repairing effects on the bearing and rotation capacities of the same welded joint configuration, alternatively made with as designed and repaired welds. Precracked compact tensile specimens having the resistant ligament located in the heat affected zone were used to perform the experiments, and their rotation capacity was evaluated by means of a plane stress plastic collapse model previously validated. The model allows the comparison between HAZ and base metal in terms of plastic rotation capacity by separating the influences of yield strength and ductile fracture resistance. This provides a quantitative criterion to asses different repairing welding procedures.

PALABRAS CLAVE: Ligamento resistente ZAT, Reparación de soldaduras, Capacidad de rotación plástica.

1. INTRODUCCIÓN

Las uniones soldadas son detalles estructurales determinantes para la viabilidad y la seguridad en las estructuras de acero. Las especificaciones del cálculo mecánico y la ejecución de las uniones soldadas requieren capítulos monográficos en los códigos de diseño [1, 2] dedicados a estructuras de acero, pero aún así también son objeto de especial atención en los capítulos que se ocupan de la prevención de fallos por fisuración progresiva: de los 103 detalles estructurales que el eurocódigo 3 tipifica como vulnerables a la fatiga, 87 son uniones soldadas [3].

El papel estructural de las uniones soldadas no es meramente resistente, ya que su deformabilidad influye en la distribución de esfuerzos entre los elementos unidos y puede condicionar el dimensionamiento de la estructura. Los códigos técnicos incorporan la deformabilidad de las uniones soldadas al cálculo de esfuerzos por medio del diagrama momento-rotación, que puede obtenerse de modelos elastoplásticos, respaldados con resultados experimentales [2].

La importancia de las uniones soldadas en las estructuras de acero hace que los códigos de diseño extremen el control de los procedimientos de soldeo y de la ejecución de las soldaduras. Se recomienda reducir al mínimo imprescindible las uniones que hayan de ser ejecutadas en obra. Sólo se admiten procedimientos de soldeo cualificados y soldaduras cuyas imperfecciones y defectos detectados en las inspecciones preceptivas no superen los límites determinados por el nivel de calidad exigido. De no ser así, se deberá proceder a la reparación de las soldaduras rechazadas empleando un procedimiento establecido [1]. Sin embargo, la tarea de seleccionar un procedimiento de reparación no es fácil, porque la condición de referencia básica es el requisito exigido por los códigos de que las soldaduras reparadas superen las mismas inspecciones y ensayos que las soldaduras nuevas [1].

El rechazo de soldaduras ejecutadas en obra cuyo origen es un error sistemático no ocurre a menudo, pero cuando se produce plantea un problema de tal magnitud económica y constructiva, que la necesidad de diseñar un procedimiento de reparación eficaz se convierte en imperiosa. La contribución que se presenta en este trabajo ha surgido de esa necesidad, al adoptar el órgano responsable del control de ejecución el criterio de que las soldaduras reparadas no fueran más frágiles que las soldaduras nuevas en relación con el comportamiento estructural de las uniones soldadas.

La comparación entre los dos tipos de soldadura se ha llevado a cabo con probetas compactas para medida de la tenacidad de fractura, prefisuradas por fatiga y extraídas de uniones soldadas ejecutadas correctamente, conforme al proyecto, y de uniones ejecutadas incorrectamente y reparadas posteriormente según el procedimiento a analizar. La extracción de las probetas se ha efectuado haciendo coincidir el ligamento resistente con la zona térmicamente afectada de la unión soldada, por ser esta parte la menos controlable de la unión, y en consecuencia aquella donde se concentra el riesgo de fallo prematuro. De hecho, los códigos de estructuras de acero exigen metales de aportación cuyas propiedades mecánicas convencionales superen a las de los aceros unidos [1], y eximen de los cálculos para comprobación de resistencia en las soldaduras sin defectos tales que la unión soldada prolonga una de las partes a unir sin incrementar la sección transversal (soldaduras a tope con penetración total).

La experimentación se ha realizado aplicando la metodología normalizada de los ensayos de tenacidad de fractura, aún a sabiendas de que las dimensiones de las probetas, determinadas por la configuración de la unión soldada como detalle estructural, eran incompatibles con la medida de la tenacidad en los términos requeridos por las normas. Sin embargo, el objetivo último de la investigación era otro, y en consonancia con él y con el papel estructural de las uniones soldadas en las estructuras de acero, el análisis de resultados se ha orientado a cuantificar el comportamiento de los ligamentos resistentes de las probetas CT prefisuradas como rótulas plásticas, incluyendo y excluyendo respectivamente los efectos de la pérdida de sección por crecimiento dúctil de la fisura y el aumento de límite elástico por efecto del calor sobre el metal base.

2. EXPERIMENTACIÓN REALIZADA

La unión soldada origen de la investigación fue diseñada como empalme de pilares de acero con sección en doble **T** entre plantas de edificación. El pilar inferior era un soporte armado con chapa de acero S355 y el pilar superior un perfil laminado HEA–400 de acero S275. La necesidad de reparación surgió de una confusión en las soldaduras de unión de una de alas del perfil HEA-400 a la pletina interpuesta entre los dos pilares (Fig.1); en lugar de las soldaduras a tope con penetración completa y preparación de bordes contempladas en el proyecto se realizaron soldaduras en ángulo sin preparación de bordes.



Fig. 1.– Unión soldada y ubicación de probetas.

La reparación consistió en transformar la configuración errónea en la de proyecto, a base de eliminar mecánicamente el cordón de uno de los lados del ala hasta llegar al cordón del otro lado, y en sustituir el material eliminado por un nuevo cordón de soldadura que no sólo no dejase espesor sin soldar en el ala, sino que fundiese parcialmente el cordón no eliminado de la soldadura en ángulo a fin de garantizar su continuidad con el nuevo (Fig. 2).



Fig. 2.- Soldaduras reparada y nueva (de proyecto).

Para obtener las probetas de tracción y tenacidad destinadas a valorar la eficacia del procedimiento de reparación mediante ensayos de comparación, se cortaron en taller extremos de pilares de ambos tipos y se soldaron dos a dos, la mitad conforme al proyecto (en lo sucesivo, soldaduras nuevas) y la otra mitad reproduciendo el error de ejecución y reparándolas seguidamente (en lo sucesivo, soldaduras reparadas). Las probetas de tracción que se extrajeron de estas uniones soldadas fueron probetas cilíndricas de 3 mm de diámetro con cabeza roscada y dirección de carga paralela al eje del pilar, es decir, a la dirección longitudinal del perfil HEA-400. Para los ensayos de fractura se extrajeron probetas compactas normalizadas [4] de espesor B = 17,5 mm y canto útil W = 40 mm, también con el eje del pilar como dirección de carga. Las extracciones se realizaron de modo que la probeta contuviese la soldadura y las dos zonas advacentes térmicamente afectadas. El ligamento resistente de las probetas compactas se hizo coincidir con la zona térmicamente afectada de transición de la pletina, por ser la dirección de carga de la probeta y del pilar paralela al espesor de la pletina, e incorporarse por tanto el desgarro laminar de ésta a los mecanismos de fallo potenciales. También del perfil HEA se extrajeron probetas de tracción y tenacidad, con las mismas dimensiones y orientación que las anteriormente descritas. En la figura 1 puede verse la ubicación de todas probetas extraídas de las uniones soldadas.

La figura 3 muestra la cara dorsal de una probeta compacta de soldadura nueva y otra de soldadura reparada, tras ser atacadas con Nital para poder apreciar la ubicación del ligamento resistente en la zona afectada térmicamente. La secuencia de reparación de la figura 2 explica la diferencia de configuración que se observa entre las soldaduras reparada (izquierda) y nueva (derecha).



Fig. 3.– Ubicación del ligamento resistente en la zona afectada térmicamente de las probetas compactas de soldadura reparada y nueva.

Los dos tipos de ensayo se realizaron para soldadura nueva, soldadura reparada y metal base, los de tracción simple por cuadruplicado y los de fractura por duplicado. En los de tracción simple se empleó un extensómetro convencional para medir el alargamiento de una base de medida de 12,5 mm. Las probetas compactas fueron prefisuradas por fatiga hasta reducir el ligamento resistente al 40% del canto útil, de acuerdo con el valor de la flexibilidad medida sobre la línea de carga mediante un extensómetro COD. Tras la prefisuración se sometieron al ensayo de fractura de la norma ASTM E-1820 [4] instrumentadas con el mismo extensómetro COD. A lo largo del ensayo se realizaron descargas parciales sucesivas para determinar el tamaño de fisura a través de la flexibilidad de la probeta.

Los resultados de los ensayos de tracción se resumen en la figura 4, incluyendo una de las cuatro curvas tensióndeformación obtenidas de cada material (soldadura nueva, soldadura reparada y metal base). Se han representado dos versiones de cada curva, una en valores ingenieriles y otra en valores verdaderos. Las magnitudes indicadas en la tabla son el módulo de elasticidad E, el límite elástico $R_{p0.2}$, la resistencia a tracción R_m y la máxima deformación uniforme ε_m . Los registros carga–COD de las seis probetas compactas ensayadas aparecen en la figura 5.







Fig. 5.– Registros de los ensayos de probetas fisuradas.

Las curvas tensión-deformación de la figura 4 sólo corresponden a un material homogéneo en el caso del metal base, ya que el metal térmicamente afectado que incluyen las probetas de soldadura es una zona de transición de propiedades entre metal base y metal de aporte. No obstante, las curvas indican que las soldaduras superan sensiblemente la resistencia del metal base y que con la reparación la diferencia es aún mayor. Por el contrario, al comparar los valores del máximo alargamiento uniforme en la figura 4, la conclusión que se extrae acerca del efecto de la soldadura sobre la ductilidad es exactamente la opuesta.

Los registros carga–COD de la figura 5 indican que la rotura de las probetas compactas prefisuradas se produce por desgarramiento dúctil. Las superficies de fractura lo confirman (figura 6). Por consiguiente, no hay signos de comportamiento frágil en la propagación crítica de fisuras a través de la zona térmicamente afectada de las soldaduras nuevas y reparadas. Los valores de carga, COD y tamaño de fisura medidos en los ensayos, estos últimos por medio de las pendientes de descarga, hacen que se superen muy ampliamente los límites establecidos en la norma ASTM E-1820 [4] como capacidad de la probeta para que la rotura esté gobernada por el campo tensional del frente de la fisura. Esta condición no es compatible con la propagación crítica de fisuras a través de un ligamento resistente totalmente plastificado, como el de la figura 6.



Fig. 6.– Fractura de una probeta compacta prefisurada con el ligamento resistente en la zona afectada térmicamente de una soldadura reparada.

3. MODELO DE AGOTAMIENTO PLÁSTICO

La mayor resistencia y menor ductilidad registradas en los ensayos de tracción indican que las soldaduras nuevas y reparadas producen un endurecimiento de la unión soldada respecto al metal base, pero las roturas por desgarramiento dúctil producidas en los ensayos con probetas prefisuradas descartan el comportamiento frágil de las respectivas zonas térmicamente afectadas. Sin embargo, no es posible discernir con esos mismos resultados de ensayo si la reparación altera la capacidad de las uniones soldadas para comportarse estructuralmente como rótulas plásticas, toda vez que no ofrecen una base cuantitativa directa para comparar la influencia de las zonas térmicamente afectadas en dicho comportamiento. En cambio, sí la ofrece la capacidad de una probeta compacta fisurada para permitir que sus dos mitades simétricas giren entre si por deformación plática, cuando las une la zona térmicamente afectada de una soldadura.

El hecho de que el colapso plástico y la rotura del ligamento resistente de las probetas ensayadas tengan lugar simultáneamente sugiere la posibilidad de cuantificar su capacidad de rotación plástica a partir de los resultados de ensayo mediante modelos de agotamiento plástico de la probeta compacta basados en la teoría del análisis límite, teniendo en cuenta la reducción del tamaño del ligamento debido a la propagación dúctil de la fisura.

La carga límite de la probeta compacta ha sido determinada con diferentes modelos de agotamiento plástico suponiendo deformación plana y material sin endurecimiento [5]. Todos estos modelos postulan la formación de un enclave de material plastificado con centro en el ligamento resistente y tensiones determinadas por el límite elástico ideal. El enclave divide el resto de la probeta en dos partes iguales no plastificadas y la probeta se deforma al girar ambas partes simétricamente en torno al centro del enclave. La carga límite y la posición del centro de rotación se obtienen del equilibrio entre la carga aplicada y el campo de tensiones.

En las aplicaciones ingenieriles, el límite elástico ideal del material teórico sin endurecimiento se sustituye por un valor intermedio entre el límite elástico convencional y la resistencia a tracción del material real. Las normas de ensayos de fractura [4, 5] utilizan el valor medio para determinar la carga límite de la probeta compacta y con ella las condiciones de prefisuración por fatiga.

El modelo de agotamiento plástico adoptado para las probetas compactas de metal base, soldadura nueva y soldadura reparada no asume la hipótesis de deformación plana, sino la de tensión plana por considerarla más ajustada a la deformación real de las probetas (Figura 6). Esta hipótesis conduce a soluciones más complicadas al combinar el criterio de plastificación de Von Mises, las ecuaciones de equilibrio y las ecuaciones constitutivas de la Plasticidad. Un modelo de agotamiento en tensión plana aplicable al ligamento de la probeta compacta es el de la figura 7, propuesto por Kachanov [6].



Fig. 7.– Modelo de agotamiento plástico en tensión plana adoptado para probetas compactas prefisuradas.

El enclave plástico es una banda de discontinuidad de desplazamientos que se extiende sobre el ligamento desde el frente de fisura hasta el centro de rotación y llega a la cara dorsal de la probeta transformada en un prisma triangular. El estado tensional del prisma es de compresión simple y el de la banda de discontinuidad es de tracción biaxial, con una tensión principal doble que la otra. La carga límite F, y la profundidad \tilde{x} del centro de rotación (relativa al canto útil W de la probeta) se obtienen imponiendo el equilibrio de una mitad de la probeta bajo la acción de las tensiones que recibe a través del ligamento y de la carga aplicada. Los valores que resultan, expresados en función del límite elástico ideal σ_Y , del tamaño \tilde{a} de fisura (relativo a W) y del espesor B de la probeta, son:

$$\tilde{\mathbf{x}} = \sqrt{2\sqrt{3} - 3 - (2\sqrt{3} - 4)\tilde{\mathbf{a}}^2} - \tilde{\mathbf{a}}$$
 (1)

$$F = WB\sigma_{Y} \left(\sqrt{2\sqrt{3} + 3 + (2\sqrt{3} + 4)\tilde{a}^{2}} - \frac{2\tilde{a}}{\sqrt{3}} - 1 \right)$$
(2)

La componente plástica δ_p del COD (relativa a W) proporciona el giro Θ que produce el mecanismo de agotamiento plástico bajo la carga aplicada:

$$\Theta = \frac{\delta_{\rm p}}{\tilde{\rm x} + \tilde{\rm a}} \tag{3}$$

Los valores numéricos que resultan de aplicar la ecuación (2) coinciden sensiblemente con los que proporciona los métodos de estimación [7] para predecir el comportamiento de la probeta compacta.

4. ANÁLISIS DE RESULTADOS

Las ecuaciones (1) y (3) permiten obtener el valor experimental del giro Θ que el modelo de la figura 7 atribuye a las probetas compactas ensayadas en aquellos instantes del ensayo en que se han efectuado descargas parciales cuyas pendientes proporcionan el tamaño de fisura aplicando la fórmula correspondiente de la norma ASTM E-1820. El momento que la fuerza F medida en ese instante produce en el centro de rotación de la probeta sería el momento M necesario para producir el giro, también según el modelo de la figura 7:

$$\mathbf{M} = \mathbf{FW}(\tilde{\mathbf{a}} + \tilde{\mathbf{x}}) \tag{4}$$

Si el agotamiento plástico de las probetas ensayadas tiene lugar conforme al modelo de la figura 7, las parejas de valores M y Θ resultantes de particularizar las ecuaciones (1) (3) y (4) para los valores experimentales F, $\tilde{\delta}_p$ y ã obtenidos permiten construir el diagrama empírico momento-rotación que caracterizaría el comportamiento tipo rótula de una unión cuya resistencia y ductilidad estarían determinadas por un ligamento fisurado de metal base o de metal térmicamente afectado, perteneciente a una soldadura nueva o reparada. La validez del modelo puede valorarse comprobando la consistencia entre la curva tensión-deformación del material y el límite elástico ideal σ_y que la ecuación (2) predice para las cargas y tamaños de fisura medidos simultáneamente, tras la aparición de deformaciones permanentes en la probeta. Los valores de $\sigma_{\rm Y}$ deducidos de la ecuación (2) para cada uno de los seis ensayos llevados a cabo.

se han representado gráficamente frente a la componente plástica $\tilde{\delta}_p$ del COD en la figura 8.

Para el metal base, cuya curva tensión-deformación es la única plenamente conocida, la desviación entre los dos ensayos realizados es apreciable, y en ambos el límite elástico ideal $\sigma_{\rm Y}$ crece con el nivel de deformación plástica de la probeta, si bien todos los valores se mantienen dentro de los límites de endurecimiento por deformación del material en tracción simple, es decir, entre los 300 MPa del límite elástico y los 560 MPa de la resistencia a tracción en valor verdadero. El resultado de los ensayos es consistente con el modelo de agotamiento plástico, si la variación de $\sigma_{\rm Y}$ se atribuye al endurecimiento del material por acumulación de deformación plástica.



Fig. 8.– Evolución del límite elástico ideal de agotamiento plástico en los ensayos de probetas compactas.

Los valores del límite elástico ideal $\sigma_{\rm Y}$ también difieren apreciablemente entre los dos ensayos realizados con probetas de soldadura nueva, pero apenas varían a lo largo del ensayo, una vez iniciado el desgarramiento dúctil (señalado por los círculos llenos en la figura 8). Un valor único de $\sigma_{\rm Y}$ es plenamente consistente con el modelo de agotamiento plástico y no contradice la capacidad de endurecimiento por deformación del material, ya que los valores del límite elástico de la figura 4 son cotas inferiores que corresponden al material más débil de los que forman la probeta de tracción.

Entre los dos ensayos realizados con probetas compactas de soldadura reparada apenas hay diferencia de valores del límite elástico ideal $\sigma_{\rm Y}$, si bien éste crece con el nivel de deformación plástica como en el metal base. No es posible atribuir la variación de $\sigma_{\rm Y}$ al endurecimiento por deformación del material sin conocer su curva tensión-deformación.

Contrastada la validez del modelo de agotamiento de plástico, pueden construirse los diagramas momento-rotación $M-\Theta$ que resultan de las ecuaciones (1), (3) y (4). Como ya se ha indicado, estos diagramas describen el comportamiento tipo rótula de uniones de laboratorio cuya resistencia y ductilidad están respectivamente determinadas por el metal base y el metal térmicamente afectado de una soldadura, nueva o reparada. En la figura 9 se han representado los diagramas correspondientes a los seis ensayos realizados en términos del momento relativo:

$$\tilde{M} = \frac{M}{M(0)} \tag{5}$$

donde M(0) es el momento bajo el cual comienza la rotación entre las dos mitades de la probeta por efecto de la deformación plástica.





Los diagramas de la figura 9 muestranda, apasidad de rotación de la probeta en estado de repotamiento plástico del ligamento resistente, excluyento la influencia del límite elástico. El efecto que recogen es el aumento de deforma-

((())))

ción plástica que requiere la iniciación y continuación del crecimiento de la fisura por desgarramiento dúctil y el endurecimiento del material que lleva aparejado.

Existe dispersión entre los resultados de un mismo material incluso aunque sea homogéneo, como ocurre con el metal base. A pesar de ello, los resultados permiten constatar que la soldadura reparada mejora la capacidad de rotación de la unión soldada, especialmente tras alcanzarse el máximo de dicha capacidad por el inicio de la rotura dúctil en la zona térmicamente afectada.

5. DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

El método de comparación aplicado para dictaminar la eficacia de un procedimiento de reparación de soldaduras en estructuras de acero permite valorar la capacidad resistente de la unión soldada en presencia de fisuras y su contribución a la deformabilidad estructural global.

El análisis de resultados de los ensayos llevados a cabo con probetas compactas prefisuradas ha hecho posible superar las limitaciones de la metodología experimental basada en Mecánica de Fractura cuando la rotura es controlada por el colapso plástico del material.

La comparación de comportamiento mecánico entre soldadura reparada y soldadura nueva se sustenta en el diagrama momento-rotación de ligamentos resistentes ubicados en la zona térmicamente afectada de las uniones soldadas. El modelo de colapso plástico a que se ajustan los resultados experimentales permite separar el efecto del límite elástico e incluir el metal base en la comparación.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen al Ministerio de Ciencia e Innovación la financiación del proyecto BIA2014-53314-R.

REFERENCIAS

- [1] Ministerio de Fomento, *Instrucción de acero estructural EAE-2011*, Madrid, 2011.
- [2] UNE-EN 1993-1-8:2013, Eurocódigo 3: Provecto de estructuras de acero. Parte 1-8: Uniones UNOR, Madrid, 2013.
- [3] UNE-EN 1993 1-9.2018, Elucocódigo 3: Proyecto de estructuras de acero. Parte 1-9: Fatiga, AENOR, Madrid, 2008.
- [4] ASTITE-1820: Standard Test Method for Measurement of Fracture Toughness, ASTM International, 2015.
- [5] J.M. Hu, P. Albrecht, *Limit load solutions and load*ing behavior of *C(T)* fracture specimens, International Journal of Fracture, **52**, 19-45, 1991.
- [6] We Kachanov, Fundamentals of the Theory of Plasticity, Dover Publications, Mineola N.Y., 2004.
- [7] V. Kumar, M.D. German, S.F. Shih, An Engineering Approach for Elastic–Plastic Fracture Analysis, NP-1931, Electric Power Research Institute, 1981.

CORROSIÓN BAJO TENSIÓN EN AGUA DE MAR DE BARRAS DE ACERO DE ALTA RESISTENCIA CON MICROESTRUCTURA PERLITICA NO ORIENTADA

M. Pérez Guerrero^{1,2}, M. Iordachescu*¹, A. Valiente¹, M. Elices¹

¹Ciencia de Materiales, Escuela de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, Universidad Politécnica de Madrid ¹Facultad de Ingeniería, Universidad de Los Andes, Mérida, Venezuela *E-mail: miordachescu@mater.upm.es

RESUMEN

El objeto de este trabajo es la caracterización del comportamiento frente a la corrosión bajo tensión en agua de mar y los mecanismos de daño asociados en barras de acero micro-aleado de alta resistencia con estructura perlítica no orientada. Se han ensayado probetas cilíndricas con y sin entalla, sometiéndolas simultáneamente a tracción lenta y a fragilización por hidrógeno para cuantificar experimentalmente el efecto del daño inducido por el medio. Para variar la intensidad del daño se han empleado medios de distinta agresividad: aire, agua de mar y solución de tiocinato amónico. El comportamiento en fractura del acero se ha caracterizado como referencia mediante ensayos de tenacidad de probetas prefisuradas por fatiga con ligamento de anchura variable, perpendicular a la dirección longitudinal de las barras. Para determinar los micromecanismos de daño y de fractura, las superfícies de rotura se han analizado por microscopia SEM. Los resultados obtenidos indican que la fractura se produce por clivaje o por coalescencia de huecos en función de la concentración de tensiones y que el daño inducido por el hidrógeno los hace coexistir, aunque sus efectos macroscópicos sólo son relevantes para la integridad estructural de las barras bajo combinaciones extremas de carga y agresividad del medio.

PALABRAS CLAVE: Barras de acero HSLA para construcción, corrosión bajo tensión, fragilización por hidrógeno

ABSTRACT

The work focuses on the stress corrosion behaviour in seawater and associated damage mechanisms of high-strength low alloy steel bars of non-oriented pearlite structure. Notched and unnotched cylindrical specimens were simultaneously subjected to slow strain rate testing and hydrogen embrittlement to experimentally quantify the environmentally induced damage. Distinct aggressive environments as air, seawater and ammonium tiocianate solutions were employed to vary the damage intensity. Fatigue pre-cracked specimens of variable ligament width, perpendicular to the bars longitudinal direction were tested as benchmarking of toughness and fracture micromechanism. The fracture mechanisms emerged from the macro and micro fractographic observations of broken specimens, by SEM microscopy. The results indicate that fracture occurs by cleavage or hole coalescence depending on stress concentration. Hydrogen induced damage makes these two micromechanisms coexist, but its macroscopical effects are only relevant to the structural integrity of the bars for extreme combinations of stress concentration and environmental aggressivity.

KEYWORDS: HSLA steel bars, seawater stress corrosion, hydrogen embrittlement

1. INTRODUCCIÓN

La ingeniería estructural recurre cada vez más a las barras de acero de alta resistencia para aplicaciones permanentes. La infraestructura más crítica para la economía y la seguridad de la bahía de San Francisco, el puente de la Bahía, tuvo que ser reconstruido a raíz del terremoto de 1989, y el tramo de nueva construcción más importante, un puente autocolgante de 3,5 km de luz, incluye en su estructura más de 8 km de barras de anclaje de alta resistencia con diámetros comprendidos entre 25 y 90 mm. La construcción de este tramo, abierto al tráfico en 2013, sufrió un serio revés medio año antes de su inauguración, cuando 32 barras rompieron frágilmente a los pocos días de haber sido tesadas para cumplir su función de anclaje, si bien, por razones constructivas, habían sido incorporadas a la estructura cuatro años y medio antes [1]. Las normas que tipifican las barras de alta resistencia para aplicaciones constructivas dependen del tipo de aplicación [2, 3, 4], y aunque básicamente coinciden en los niveles de resistencia requeridos (resistencia a tracción de 1000 MPa o más) difieren sensiblemente en los requisitos de fabricación y de composición química. Ello da lugar a microestructuras muy distintas, con tenacidades de fractura bajas [5] o medias [6], y consecuentemente con fuertes diferencias de tolerancia al daño. Esta limitación puede superarse extremando la protección de las barras frente a daños accidentales durante su manipulación y operación, pero si el material es sensible a fenómenos como la corrosión bajo tensión y la fragilización por hidrógeno, es prácticamente inviable protegerlas con eficacia frente al daño inducido por el ambiente en combinación con la carga aplicada. Las roturas del puente de la Bahía antes mencionadas han sido atribuidas a fragilización por hidrógeno [1].

Las microestructuras que se observan en las barras comerciales de acero de alta resistencia son perlíticas o ferrito-martensíticas, siendo las primeras prácticamente exclusivas de las barras fabricadas coma armaduras activas para pretensar hormigón [2, 3]. A diferencia de los alambres y cables también empleados como armaduras activas, la alta resistencia de las barras no se consigue trefilando el acero eutectoide, sino aplicando tratamientos termo-mecánicos tras la laminación en caliente y/o añadiendo microaleantes. Consecuentemente, la microestructura perlítica resultante no tiene orientación preferente.

Este trabajo tiene por objeto caracterizar el comportamiento frente a la corrosión bajo tensión en agua de mar del acero perlítico microaleado con que se fabrica un tipo comercial de barras de alta resistencia. La caracterización se basa en ensayos de tracción lenta en presencia del medio agresivo, con concentradores de tensión y sin ellos, e incluye el análisis de los micromecanismos de daño, para lo cual los ensayos de tracción lenta en agua de mar se han completado con ensayos análogos en aire como medio inerte y en la solución FIP de tiocianato amónico [7] como medio fuertemente agresivo. Asimismo se han realizado ensayos de tenacidad con probetas SBS [8] prefisuradas por fatiga, con objeto de cuantificar el grado de fragilidad del acero, identificar los micromecanismos que la producen y establecer su papel en los procesos de daño ambientalmente asistidos.

2. MATERIALES Y EXPERIMENTACIÓN

El material empleado para este estudio es un acero proeutectoide de alta resistencia micro-aleado con cromo, cuya composición química recoge la tabla 1. Alguno microaleantes, como Cr y Cu, elevan fuertemente su resistencia a la corrosión atmosférica [9]. El acero procede de barras roscadas de 32 mm diámetro, que se obtienen por laminado en caliente y adquieren sus características definitivas a través de tratamientos termo-mecánicos posteriores [3]. La tabla 2 indica sus propiedades mecánicas, determinadas mediante ensayos de tracción.

Tabla 1. Composición química del acero estudiado (porcentajes en peso)

С	Mn	Si	Р	S	Cr	Ni	Mo	Cu
0,64	0,82	0,24	0,01	0,03	0,8	0,16	0,04	0,21

Límite elástico, R _{p0,2} ,[MPa]	Resistencia a tracción, R _{m,} [MPa]	Módulo de elasticidad, E, [GPa]	Máxima de- formación uniforme, ε _u , [%]	Estric- ción, η,[%]
880	1030	185	5	45

La microestructura del acero puede verse en la figura la, según un plano normal al eje de de las barras. El ataque con Picral hace perfectamente visibles las colonias perlíticas al observarlas en el microscopio SEM. Son colonias no orientadas con tamaños en torno a 3 μ m, formadas a partir de granos austeníticos cuyos bordes quedan marcados por cementita pro-eutectoide presente de forma discontinua. El tamaño de grano austenítico y el espaciamiento interlaminar en las colonias perlíticas son del orden de 60 μ m y de 0,1 μ m, respectivamente.



Figura 1: a) Microestructura del acero; b) Láminas de cementita fragmentadas y esferoidizadas.

La concentración de los microaleantes de la tabla 1 junto a la interfaz ferrita-cementita, obtenida mediante un tratamiento térmico de recocido, estabiliza la ferrita y evita el engrosamiento de la cementita [10]. El recocido da lugar a zonas de la perlita donde las láminas de cementita se fragmentan y llegan a esferoidizarse (figura 1b).

La característica microestructural que más influye en las tenacidad de fractura de los aceros perlíticos sin microestructura orientada es el tamaño de grano austenítico anterior a la formación de la perlita, ya que la faceta de clivaje abarca la totalidad o la mayor parte de las colonias perlíticas contenidas en un grano [11]. Esto sugiere que la iniciación del clivaje tiene lugar en los bordes de grano austenítico, y señala como iniciadores potenciales del clivaje a las intersecciones de tres granos austeníticos con presencia de cementita pro-eutectoide [9], por ser zonas muy favorables a la microfisuración de la perlita mediante el mecanismo Miller y Smith [12]. No obstante, las mismas microfisuras también pueden actuar como iniciadores de procesos de crecimiento y coalescencia de huecos si se forman en zonas con concentraciones de tensión insuficientemente intensas para activar el clivaje.

Los ensayos de tenacidad y de corrosión bajo tensión por tracción lenta se han realizado respectivamente con probetas SBS de 17 mm de lado prefisuradas por fatiga y con probetas cilíndricas de 5 mm de diámetro, lisas y entalladas axilsimétricamente. Los valores respectivos de la profundidad, el radio de curvatura y la inclinación de los lados de la entalla fueron 0,5 mm, 0,08 mm y 60°. El factor de concentración de tensiones que genera esta configuración geométrica al cargar la probeta a tracción en régimen elástico ha sido determinado mediante un modelo computacional de elementos finitos y su valor es de 3,7. La figura 2 muestra la ubicación y orientación de las probetas respecto a las barras.



Figura 2: Ubicación y orientación de las probetas de tenacidad y de tracción lenta respecto a las barras.

Los ensayos de tenacidad se han realizado aplicando la metodología de la norma ASTM E1304 [3], salvo la prefisuración de las probetas. Se han ensayado tres probetas.

Los ensayos de tracción lenta se han realizado por duplicado, tanto con probeta lisa como con probeta entallada, desplazando el actuador a 0,01 μ m/s. Para contener el medio agresivo (agua de mar artificial o solución FIP) se empleó un depósito cilíndrico transparente roscado por la base al extremo inferior de la probeta. Por ello, en ese extremo la longitud de probeta roscada se prolongó y la mordaza de sujeción a la máquina de ensayos se usó como tuerca de apriete de la junta de estanqueidad. Todos los ensayos, incluidos los realizados con el depósito vacío (en aire), se instrumentaron con un extensómetro modificado sujeto a la base del depósito y a una sección transversal de la probeta ligeramente por encima del extremo abierto del depósito (figura 3). La longitud de esta base de medida modificada era de 52 mm.



Figura 3: Ensayo de tracción lenta.

Las superficies de rotura de todas las probetas empleadas en los ensayos de tenacidad y de corrosión bajo tensión por tracción lenta fueron analizadas por microscopía SEM, a fin de identificar los micromecanismos de fractura y de daño por corrosión bajo tensión, estos últimos en función de la agresividad del medio.

3. RESULTADOS EXPERIMENTALES

Las roturas que se produjeron en los ensayos de tenacidad fueron plenamente frágiles, quedando bruscamente interrumpidos todos los registros carga-COD en el tramo recto inicial. La tenacidad de fractura se obtuvo de la carga de rotura y del tamaño de fisura [5], resultando un valor medio para los tres ensayos de 57,8 \pm 0,2 MPam^{1/2}.

Los ensayos de tracción lenta duraron entre 170 horas (ambiente inerte, probeta lisa) y 30 horas (solución FIP, probeta entallada). Las curvas carga-alargamiento obtenidas en un ensayo de cada tipo pueden verse en la figura 4. Las curvas de la figura 4a corresponden a probetas lisas ensayadas en aire, agua de mar y solución FIP. Las figuras 4b, 4c y 4d se han obtenido en ensayos de probetas entalladas respectivamente realizados en aire, agua de mar y solución FIP.



Figura 4: Ensayos de tracción lenta a) con probetas lisas; b, c, d) con probetas entalladas.

La influencia del medio es perceptible en los dos tipos de ensayo. Las medidas extensométricas de la deforma-

ción de la probeta ponen de manifiesto que el efecto fragilizador es muy intenso en el caso de la solución FIP y es más moderado en el del agua de mar. El agua de mar anticipa el colapso plástico de las probetas lisas y reduce la carga de agotamiento (figura 4a). En cambio, la solución FIP interrumpe el proceso de plastificación de la probeta con una leve pero estable caída de carga, detectada mediante las deformaciones medidas.

El agua de mar también anticipa el colapso plástico de las probetas entalladas, aunque muy ligeramente y sin que la carga de agotamiento disminuya. La caída de carga estable que culmina el colapso es muy corta y no difiere de la que se produce en ambiente inerte (figuras 4b, 4c). El efecto de la solución FIP es mucho más drástico (figura 4d) ya que interrumpe el proceso de carga en régimen elástico-lineal, si bien no bruscamente, sino con la caída de carga leve y estable observada anteriormente.

4. MICROMECANISMOS DE FRACTURA Y DE DAÑO POR CORROSIÓN BAJO TENSIÓN

La figura 6 muestra como se distribuyen las seis morfologías de fractura y daño detectadas en las superficies de rotura de las probetas sometidas a ensayo de corrosión bajo tensión. Cada morfología está identificada con un número romano del I al VI. La figura 7 muestra los micromecanismos asociados a estas morforlogías, tal como se observan por microscopía SEM. Uno de ellos también es el que se produce en los ensayos de tenacidad.

El micromecanismo de fractura de los ensayos de tenacidad y de la morfología I es clivaje (figura 7a), con facetas que abarcan las colonias perlíticas comprendidas en uno o varios granos austeníticos previos del acero. La morfología II (figura 7b) es la de un medio poroso, debido al crecimiento y coalescencia de huecos, si bien incluye pequeños islotes de clivaje. Esta morfología domina la rotura del acero en tracción simple (figura 6a).



Figura 6: Morfologías de fractura y daño I a VI en probetas lisas (línea superior) y entalladas (línea inferior): a) y d) aire; b y e) agua de mar; c) y f) solución FIP.

Las morfologías III (figura 7c) y IV (figura 7d) se caracterizan por la exfoliación de la perlita y el posterior desgarramiento de las láminas exfoliadas; la diferencia radica en el mayor grado de exfoliación de la morfología III. La morfologías V y VI son combinaciones de huecos y clivaje (figuras 7e) y de huecos con láminas perlíticas exfoliadas y desgarradas (figuras 7f).



Figura 7: Micromecanismos asociados a las morfologías de fractura y daño de la figura 6: a) clivaje, I; b) huecos con islotes de clivaje, I; c) y d) láminas perlíticas exfoliadas y desgarradas, III y IV; e) clivaje con huecos, V; f) huecos y láminas perlíticas exfoliadas y desgarradas, VI.

5. ANÁLISIS DE RESULTADOS

Los ensayos de tenacidad ponen de relieve la fragilidad del acero en presencia de concentraciones de tensión in-

tensas. El tipo de clivaje que se produce es propio de estructuras perlíticas no orientadas, pero sólo se activa en las condiciones indicadas. Así se explica que la rotura a tracción simple en ambiente inerte (figuras 4a y 6a) tenga lugar por coalescencia de huecos, bajo los fuertes niveles de deformación plástica que acompañan al desarrollo de un cuello de estricción subsecuente al agotamiento plástico de la probeta de tracción.

La coexistencia de los dos mecanismos cuando se añade a la probeta un concentrador de tensiones menos severo que una fisura de fatiga (figura 6d) se puede explicar consistentemente con la forma final de la curva carga-alargamiento (figura 4b). En efecto, antes de alcanzar el nivel requerido por la activación del clivaje, la concentración de tensiones debida a la entalla se transforma en una concentración de deformaciones plásticas que se intensifica y se extiende irregularmente hacia el eje de la probeta a medida que ésta es traccionada. La carga crece hasta que la coalescencia de huecos en la zona más deformada rompe gradualmente la sección resistente de la probeta, dando lugar a la leve caída estable de carga que se aprecia en la figura 4b. La pérdida de sección resistente es un proceso de fisuración que activa el clivaje del acero no afectado por las fuertes deformaciones plásticas.

La sección de rotura de la probeta entallada cuya curva carga–alargamiento recoge la figura 4b puede verse en la figura 8a, junto con un esquema de las zonas con morfologías de fractura I y II. La zona de morfología II puede asimilarse a una fisura falciforme (en forma de hoz), cuyo factor de intensidad de tensiones es conocido [13] para probetas lisas y para probetas con entalla axilsimétrica de factor de concentración de tensiones 4,3, es decir, muy próximo al utilizado en esta investigación.



Figura 8: Asimilación de áreas de rotura sin clivaje a fisuras falciformes en probetas: a) con entalla; b) lisas.

La tabla 3 indica las dimensiones de la fisura falciforme, la carga final F de la figura 4b, y el factor de intensidad de tensiones K que se obtiene particularizando los resultados de [13] para estos valores en el punto de iniciación del clivaje (indicado por la flecha de la figura 4d). La coincidencia con la tenacidad de fractura del acero es total y avala la interpretación dada a los procesos de fractura del acero.

Probeta	Lisa	Entallada				
Medio	Solución FIP	Inerte	Agua de mar	Solución FIP		
R [mm]	2,5	2,07	2,07	2,07		
a[mm]	1,0	0,33	0,47	0,68		
α	85 ⁰	143^{0}	152^{0}	150^{0}		
F [kN]	19,4	18,1	18,1	13,9		
K [MPa√m]	57	56	61	57		

Tabla 3. Factor de intensidad de tensiones de fractura en los ensayos de tracción lenta con rotura por clivaje

Los medios agresivos agua de mar y solución FIP, en conjunción con la aplicación de carga, introducen la exfoliación interlaminar de la perlita como micromecanismo de daño, aunque con niveles de intensidad muy diferentes. Estos datos son coherentes con la decohesión interlaminar de la perlita que produce la fragilización por hidrógeno en acero trefilados [14], y con la elevada capacidad de generación de hidrógeno de la solución FIP frente al agua de mar. El daño se desarrolla donde hay mayor concentración de tensiones y progresa axilsimétricamente desde la superficie de contacto con el medio hacia el interior de la probeta. La mayor concentración de tensiones tiene lugar en la raíz de la entalla si la probeta es entallada, y en la raíz del cuello de estricción si es lisa, pero en el caso de la solución FIP la rotura se produce sin estricción, a la altura de la superficie libre del medio.

Las dos morfologías de fractura observadas en ambiente inerte (I: clivaje, II: oquedades) son las únicas que acompañan al daño en los dos medios agresivos si hay concentrador de tensiones (figuras 6e y 6f), mientras que la morfología VI (huecos y láminas de perlita exfoliadas y desgarradas) se une a ellas en medio FIP y en ausencia de concentrador de tensiones (figura 6c). La caída estable de carga que precede a la rotura súbita final según las figuras 4a, 4c y 4d indica que la coexistencia de huecos y exfoliaciones no transforma el proceso de fisuración gradual por coalescencia de cavidades, aunque puede anticiparlo y acelerarlo notablemente. En consonancia con ello, también se ha utilizado la referencia [13] para determinar el factor de intensidad de tensiones final en los ensavos correspondientes a las curvas de las figuras 4a, 4c y 4d. Nuevamente, las áreas de la sección de rotura sin clivaje se han asimilado a una fisura falciforme (figura 8) y el factor de intensidad de tensiones se ha calculado en el punto de iniciación de aquel, señalado con flechas en la figura 6. La contribución de los anillos con morfologías III y IV a las dimensiones de la fisura no se han tenido en cuenta por ser su espesor muy inferior a la décima de milímetro. Los resultados obtenidos
aparecen en la tabla 3, y de nuevo las desviaciones respecto a la tenacidad de fractura son mínimas.

El daño que produce el agua de mar en probetas sin concentradores de tensión (figura 6b) solamente se desarrolla cuando la estricción es capaz de generar la concentración de tensiones necesaria. El proceso de formación y crecimiento de huecos que llevan aparejados los niveles de plasticidad alcanzados hace inviable roturas con morfologías de clivaje puro, y en efecto la morfología VI de la figura 6b es una mezcla de clivaje y coalescencia de huecos.

6. CONCLUSIONES

Las barras de construcción de alta resistencia fabricadas con acero proeutectoide microaleado se comportan dúctilmente en condiciones de carga normales, pero presentan baja tolerancia a los defectos debido a su reducida tenacidad de fractura. Además, son sensibles al daño asistido por el ambiente, y en particular a la fragilización por hidrógeno. El hidrógeno reduce la cohesión interlaminar de la perlita y facilita su exfoliación.

Sin embargo, el daño inducido por el hidrógeno no altera sustancialmente la tolerancia de las barras a los defectos, porque los micromecanismos de daño son intrínsecamente dúctiles y sólo producen efectos macroscópicos relevantes para la integridad estructural de las barras bajo combinaciones de estados tensionales y agresividad del medio extremadamente anómalas.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen la financiación del proyecto BIA 2014-53314-R por parte del Ministerio de Ciencia e Innovación, y la ayuda del profesor D. David Cendón en el cálculo de factores de concentración de tensiones.

REFERENCIAS

- Y. Chung, Corrosion on the new eastern span of the San Francisco–Oakland Bay Bridge, Materials Performance-NACE, 2014, 53, Vol 11, 58-62.
- [2] prEN 10138-4, *Prestressing steels Part 4: Bar*, European Standard, 2005.
- [3] ASTM A722/A722M, Standard Specification for High-Strength Bars for Prestressing Concrete, ASTM, 2015.
- [4] ASTM A354, Standard Specification for Quenched and Tempered Alloy Steel Bolts, Studs, and Other Externally Threated Fasteners, ASTM, 2011.
- [5] M. Pérez Guerrero, M. Iordachescu, A. Valiente, Utilización de probetas con ligamento de anchura variable prefisuradas por fatiga en ensayos de fisuración asistida por el medio, Anales de Mecánica de la Fractura, 2015, 32, pdf.

- [6] A. Valiente, M. Elices, *Premature failure of prestressed steel bars*, Engineering Failure Analysis, 2008, 15, 1009-1018.
- [7] EN ISO 15630-3, Steel for the reinforcement and prestressing of concrete Test methods Part 3: Prestressing steels, ISO, 2002.
- [8] ASTM E 1304, Standard test method for planestrain (Chevron-Notch) fracture toughness of metallic materials, ASTM, 2001.
- [9] G. Krauss, *Steels: Processing, Structure, and Performance*, 2nd Ed., ASM International, 2015.
- [10] Y.J. Li, P. Choi, S. Goto, C. Borchers, D. Raabe, R. Kirchheim, Evolution of strength and microstructure during annealing of heavily cold-drawn 6.3 GP hypereutectoide pearlitic steel wire, Acta Materialia, 2012, 60, 4005-4016.
- [11] J. M. Hyzak, I. M. Bernstein, *The Role of Micro-structure on the Strength and Toughness of Fully Pearlitic Steels*, Metallurgical Transactions A, 1976, 7A, 1217-1224.
- [12] L.E. Miller, G.C. Smith, *Tensile Fracture in Carbon Steels*, Journal of Iron Steel Institute, 1970, 208 (11), 998-1005.
- [13] M. Caspers, C. Maltheck, M. Munz, *Propagation of surface cracks in notched and unnotched rods*, ASTM STP 1060, American Society for Testing and Materials, 1990, pp. 365-389.
- [14] J. Toribio, E. Ovejero, Fisuración asistida por hidrógeno en microestructuras perlíticas orientadas, Anales de Mecánica de la Fractura, 2005, 22, 384-389.

RATE AND TEMPERATURE DEPENDENT PLASTICITY AND FAILURE OF AA7017-T73: EXPERIMENTS AND MODELLING

M.J. Pérez-Martín^{1*}, B. Erice², F. Gálvez¹

¹Departamento de Ciencia de Materiales. E.T.S.I. Caminos, Canales y Puertos. Universidad Politécnica de Madrid. Calle Profesor Aranguren, s/n, 28040, Madrid, España ²Department of Mechanical and Process Engineering. Swiss Federal Institute of Technology (ETH). Technoparkstrasse, 1, 8005, Zurich, Switzerland *E-mail: mariajesus.perez@mater.upm.es

RESUMEN

En esta investigación se presenta el modelo de plasticidad utilizado para describir el comportamiento de la aleación de aluminio 7017-T73 bajo cargas uniaxiales. Para ello, se ha realizado una serie de ensayos de tracción uniaxial a diferentes velocidades de deformación con probetas mecanizadas en varias orientaciones con respecto a la dirección de laminación del material. Los resultados experimentales revelan que la AA7017-T73 presenta un alto grado de anisotropía tanto en el límite elástico como en el flujo plástico. También, cabe destacar que el material presenta muy poca sensibilidad a la velocidad de deformación. Además, la AA7017-T73 presenta deformaciones de rotura muy diferentes para cada orientación de carga. A la vista de los resultados experimentales obtenidos, para describir el comportamiento observado del material se emplea la función de plastificación Yld2000-3d con endurecimiento por deformación tipo Voce. Las simulaciones por elementos finitos muestran que el modelo de plasticidad utilizado es capaz de describir con precisión las respuestas local y global del material bajo cargas uniaxiales. Por último, se presenta el criterio de rotura Cockcroft-Latham para describir el comportamiento a fractura anisótropo de la AA7017-T73.

PALABRAS CLAVE: Plasticidad, metales para blindaje, velocidad de deformación, fractura anisótropa.

ABSTRACT

A series of tensile tests on uniaxial specimens machined from different orientations with respect to the rolling direction was carried out at a wide range of loading rates for an aluminium 7017-T73 alloy. The experimental results revealed a high degree of anisotropy on both yield stress and plastic flow. In addition, the material showed very little strain-rate sensitivity. The measured fracture strains for different loading orientations showed large differences. In order to describe the material behaviour, the Yld2000-3d yield criterion and an isotropic Voce hardening model were used to describe the plasticity of the AA7017-T73. Finite element simulations showed that the plasticity model provided accurate predictions of local and global material responses under uniaxial loading. A Cockcroft-Latham failure criterion was presented for describing the anisotropic fracture behaviour of the AA7017-T73.

KEYWORDS: Plasticity, armour metals, loading rate, anisotropic fracture.

1. INTRODUCTION

Sheet metals, and particularly aluminium alloys, are prone to exhibit anisotropic mechanical behaviour. Because of the manufacturing processes, the material obtains a highly textured microstructure which is translated into a direction-dependent mechanical behaviour.

Various yield functions have been proposed over the years to describe the anisotropy of metallic sheets. Moreover, this choice typically depends on the material type; being Hill's anisotropic plasticity model family the classical choice for steel and Barlat's yield function family the most extended when using aluminium alloys.

In order to accurately describe both yielding and plastic flow behaviour of sheet metals, the coefficients of the anisotropic yield functions commonly need to be optimized explicitly or iteratively from experimental tensile, shear or biaxial yield stresses and Lankford coefficients.

The Yld2000-2d yield criterion [1] has been widely employed to describe the yield surface of different aluminium alloys. However, in most mechanical problems full 3d analysis is needed. In the present work, an extension of the Yld2000-2d yield function for general three-dimensional stress states [2] and a Voce hardening model are used to describe the anisotropic plastic yielding of AA7017-T73 sheets.

2. EXPERIMENTS

The experimental program included the tensile testing of AA7017-T73 sheet specimens under uniaxial loading at three different strain rates and temperatures. Figure 1 shows the geometry of the specimens used for such experiments.

In all tests a random black speckle pattern on a thin layer of white matt paint was applied to the specimen surface in order to measure the surface displacements through Vic2D digital image correlation software from Correlated Solutions.

2.1. Material

Although a regular AA7017 is considered a mediumstrength aluminium alloy, because of the T73 heattreatment the AA7017-T73 is considered one of the highest-strength commercial aluminium alloys. It contains zinc as the primary alloying element, magnesium and chromium in a lesser proportion. Magnesium produces a marked improvement in hardening whereas precipitation characteristics, chromium provides an increase of the stress corrosion cracking resistance. The detailed chemical composition in weight percentage is presented in Table 1. The alloy is solution heat-treated with an artificial aging. This T73 heat-treatment leaves the alloy beyond the point of maximum strength and achieves the best stress corrosion resistance.

2.2. Quasi-static experiments

Low strain rate experiments were carried out on a MTS hydraulic testing machine at a crosshead displacement of 0.6 mm/min. The material was tested under uniaxial loading along three different directions (0°, 45° and 90°), being 0° the rolling direction and 90° the transverse direction. An AVT Pike F-505B/C camera was set to record 2 fps with a resolution of 2452 x 2052 pixels. The experiments were carried out at room temperature and 75°C.

2.3. Intermediate strain rate experiments

Intermediate strain rate experiments were carried out on the same hydraulic testing machine as the previous tests but at a crosshead displacement of 600 mm/min. In this case, a Phantom 7.3 high speed camera took 1000 fps with a resolution of 800 x 456 pixels. The image acquisition was triggered by the rise in the force signal recorded by the load-cell.



Figure 1. 1 mm thick specimens used for the experiments at low and intermediate strain rates on the left, and at high strain rates on the right.

2.4. High strain rate experiments

A Split-Hopkinson Pressure Bar (SHPB) set-up equipped with a custom-made load-inversion device [3]. was used to carry out the experiments at high strain rates The system (see Figure 2) comprised of a striker, an input bar, a load-inversion device and an output bar, with the latter positioned on top of the input bar. The load-inversion device consisted of a pusher, which inverted the incoming compressive pulse from the input bar into a tensile loading of the specimen. The opposite grip section of the specimen fitted into a machined slit in the output bar, which was closed by counter-sunk screws, thus maintaining a symmetric mass distribution with respect to the output bar's centre axis. The assembly was guided through bearings with lubricated contact surfaces. A strain gauge positioned at a distance of 320 mm from the specimen/output bar interface was used to record the output bar strain history $\varepsilon_{i}(t)$. The axial force acting on the specimen was then calculated as:

$$F(t) = E_b A_b \varepsilon_t(t) \tag{1}$$

where E_b and A_b are the elastic modulus and crosssection area of the output bar. For the displacement measurements, the same high speed camera as for the intermediate strain rate experiments was employed. The camera was set to an acquisition rate of 160000 fps at 432 x 32 pixels, being the interval between images 6.25 μ s. The camera was triggered when the input bar strain gauge detected the rising edge of the incident wave.



Figure 2. Illustration of the SHPB set-up in conjunction with the load-inversion device.

Table 1. Chemical composition in weight percentage of the AA7017-T73.

$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\varepsilon}^{e} = \mathbf{C} \left(\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}^{p} \right)$	(2)
--	-----

Zn	Mg	Fe	Si	Cu	Mn	Cr	Zr
5.1	2.4	0.3	0.16	0.12	0.22	0.16	0.12

2.5. Results

The engineering stress-strain curves corresponding to the quasi-static tests 0° (black), 45° (blue) and 90° (green) are shown in Figure 3. The figure clearly shows the anisotropy of the material. Such anisotropy could be described quantitatively by the Lankford coefficients (rvalues) and the yield stresses corresponding to the 0° , 45° and 90° orientations. Based on the assumption of plastic incompressibility, the r-values were then determined from the ratios of the in-plane over the through-thickness logarithmic plastic strains. $r_{\theta} = \varepsilon_p^w / \varepsilon_p^t$ where θ is the direction of a vector aligned with the loading axis with respect to the rolling direction. The obtained uniaxial yield stresses Y_0 , Y_{45} , Y_{90} , and Lankford coefficients $r_0 = r_{45}$, r_{90} , are summarized in Table 2. The results showed that the AA7017-T73 was anisotropic both in strength and plastic flow. Figure 4 shows the experimental engineering stress-

Figure 4 shows the experimental engineering stressstrain response of the specimens oriented at 0° with increasing loading rates. The quasi-static experiments at $5 \cdot 10^{-4}$ s⁻¹ are plotted in black, the intermediate strain rate test performed at 0.5 s⁻¹ are shown in blue, and the dynamic stress-strain response of the material at 250 s⁻¹ is depicted in green. As expected, there was almost no strain-rate sensitivity.

3. CONSTITUTIVE MODELLING

3.1. Constitutive equations

Being $\mathbf{\varepsilon} = \left\{ \varepsilon_{xx} \quad \varepsilon_{yy} \quad \varepsilon_{zz} \quad 2\varepsilon_{xy} \quad 2\varepsilon_{yz} \quad 2\varepsilon_{xz} \right\}^{T}$ the vector form of the strain tensor and assuming the additive decomposition of the strain tensor $\mathbf{\varepsilon} = \mathbf{\varepsilon}^{e} + \mathbf{\varepsilon}^{p}$, its elastic part and the vector form of the Cauchy stress tensor $\mathbf{\sigma} = \left\{ \sigma_{xx} \quad \sigma_{yy} \quad \sigma_{zz} \quad \sigma_{xy} \quad \sigma_{yz} \quad \sigma_{xz} \right\}^{T}$ are related as follows:

where **C** is the matrix form of the fourth-order symmetric tensor that contains the elastic moduli
$$E$$
 and v .

In order to model the anisotropic plastic yielding of the AA7017-T73, the Yld2000-3d yield criterion [2] was chosen. The yield function is given by:

$$\phi \Big[\mathbf{\sigma}, \overline{\varepsilon}_p, \dot{\overline{\varepsilon}}_p, T \Big] = \overline{\sigma} \Big[\mathbf{\sigma} \Big] - k \Big[\overline{\varepsilon}_p, \dot{\overline{\varepsilon}}_p, T \Big] = 0 \tag{3}$$

where. $\overline{\sigma}$ is the equivalent stress and k is the isotropic hardening of the material that is defined as a combination of three terms that include Voce strain hardening, Johnson-Cook-based [4] strain rate hardening and thermal softening as,

$$k = k_{v} \left[\overline{\varepsilon}_{p} \right] \left\{ 1 + C \ln \left[\frac{\dot{\overline{\varepsilon}}_{p}}{\dot{\varepsilon}_{0}} \right] \right\} \left\{ 1 - \left(\frac{T - T_{r}}{T_{m} - T_{r}} \right)^{m} \right\}$$
(4)

where *C* and *m* are material constants, $\dot{\varepsilon}_0$ is the reference strain rate, and T_r and T_m are the reference and melting temperatures respectively. The strain hardening is defined as a Voce law,

$$k_{v} = \sigma_{0} + Q_{1} \left(1 - \exp\left[-C_{1} \overline{\varepsilon}_{p} \right] \right) + Q_{2} \left(1 - \exp\left[-C_{2} \overline{\varepsilon}_{p} \right] \right)$$
(5)

where σ_0 , Q_1 , C_1 , Q_2 , C_2 are material constants.

The equivalent stress is expressed as a sum of two functions,

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{2^{1/a}} \left(\phi'(\mathbf{s}') + \phi''(\mathbf{s}'') \right)^{\frac{1}{a}}$$
(6)

where

$$\phi'(\mathbf{s}') = |s_1' - s_2'|^a$$

$$\phi''(\mathbf{s}'') = |2s_2'' + s_1''|^a + |2s_1'' + s_2''|^a$$
(7)

and s'_1 , s'_2 and s''_1 , s''_2 denote the principal values of the deviatoric stress tensors s' and s'' given by the following linear transformations,

$$\mathbf{s}' = \mathbf{L}'\mathbf{\sigma}$$
$$\mathbf{s}'' = \mathbf{L}''\mathbf{\sigma}$$
(8)

These tensors expressed as

 $\mathbf{s}' = \left\{ s'_{xx} \quad s'_{yy} \quad s'_{zz} \quad s'_{xy} \quad s'_{yz} \quad s'_{zx} \right\}^{T} \text{ and}$ $\mathbf{s}'' = \left\{ s''_{xx} \quad s''_{yy} \quad s''_{zz} \quad s''_{xy} \quad s''_{yz} \quad s''_{zx} \right\}^{T}, \text{ while their } zz \text{ components are independently defined through}$ $s'_{zz} = -\left(s'_{xx} + s'_{yy}\right) \text{ and } s''_{zz} = -\left(s''_{xx} + s''_{yy}\right).$

The linear transformations are specified through eight independent parameters α_k (for k from 1 to 8) associated with plane stress state anisotrpy, plus four parameters α_k (for k from 9 to 12) that are associated with out-of-plane shear stresses,

$$\mathbf{L}' = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2\alpha_1 & -\alpha_1 & -\alpha_1 & 0 & 0 & 0 \\ -\alpha_2 & 2\alpha_2 & -\alpha_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3\alpha_7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3\alpha_9 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3\alpha_{10} \end{bmatrix}$$
(9)

$$\mathbf{L}'' = \frac{1}{9} \begin{bmatrix} L_{11}'' & L_{12}'' & L_{13}'' & 0 & 0 & 0 \\ L_{21}'' & L_{22}'' & L_{23}'' & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 9\alpha_8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 9\alpha_{11} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 9\alpha_{12} \end{bmatrix}$$
(10)

and

$$L_{11}'' = -2\alpha_{3} + 2\alpha_{4} + 8\alpha_{5} - 2\alpha_{6}$$

$$L_{12}'' = -4\alpha_{4} + 4\alpha_{6} + \alpha_{3} - 4\alpha_{5}$$

$$L_{13}'' = \alpha_{3} + 2\alpha_{4} - 4\alpha_{5} - 2\alpha_{6}$$

$$L_{21}'' = 4\alpha_{3} - 4\alpha_{4} - 4\alpha_{5} + \alpha_{6}$$

$$L_{22}'' = -2\alpha_{3} + 8\alpha_{4} + 2\alpha_{5} - 2\alpha_{6}$$

$$L_{23}'' = -2\alpha_{3} - 4\alpha_{4} + 2\alpha_{5} + \alpha_{6}$$
(11)

Imposing $\alpha_9 = \alpha_{10} = \alpha_{11} = \alpha_{12} = 1$ provides satisfactory results in applications where the sheet material accommodates most deformation under plane stress conditions [5].

The direction of the plastic flow is given by an associated flow rule,

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{p} = \dot{\boldsymbol{\lambda}} \frac{\partial \boldsymbol{\phi}}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \tag{12}$$

where $\dot{\lambda}$ is the plastic multiplier. The evolution equations of the internal hardening variables are

$$\dot{\overline{\varepsilon}}_p = \dot{\lambda} \tag{13}$$

$$\dot{T} = \frac{\chi \left[\dot{\bar{\varepsilon}}_{p} \right]}{\rho c_{p}} \boldsymbol{\sigma} \cdot \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{p}$$
(14)

where χ is the Taylor-Quiney coefficient that evolves according to the strain rate

$$\chi[\overline{\varepsilon}_{p}] = \chi_{0} \frac{\left(\dot{\overline{\varepsilon}}_{p} - \dot{\varepsilon}_{0}\right)^{2} \left(3\dot{\varepsilon}_{a} - 2\dot{\overline{\varepsilon}}_{p} - \dot{\varepsilon}_{0}\right)}{\left(\dot{\varepsilon}_{a} - \dot{\varepsilon}_{0}\right)^{3}}$$
(15)

where $\dot{\varepsilon}_0$ and $\dot{\varepsilon}_a$ are the limit strain rates for the isothermal and adiabatic domains, respectively.

3.2. Calibration procedure

The uniaxial yield stresses Y_0 , Y_{45} , Y_{90} , and Lankford coefficients r_0 r_{45} , r_{90} , were not enough to identify the

eight independent model parameters α_k (for k from 1 to 8). Typically additional equi-biaxial test data is used to identify such parameters. When these data are lacking, it is common practice [6] to assume that the rratio in equi-biaxial tension r_b is equal to unity and the yield stress is equal to that measured in the rolling direction $Y_0 = Y_b$. The yield exponent was chosen to be a = 8 since it is well established choice for materials with FCC crystal structures [7].

The seven constants of the hardening function (eq. (4)), { σ_0 , Q_1 , C_1 , Q_2 , C_2 , C, m} were identified through inverse modelling using LS-OPT optimisation software by LSTC. For such an optimisation, all tests shown in the previous section were simulated using an element size in the gauge length of 0.1 x 0.1 x 0.1 mm³ applying the boundary conditions measured with the DIC technique. The constitutive model was implemented via user material subroutine in the non-linear finite element commercial code LS-DYNA. For the sake of simplicity the isothermal and adiabatic strain rate limits were set to $\dot{\varepsilon}_0 = 5\cdot10^{-3}$ s⁻¹ and $\dot{\varepsilon}_a = 3$ s⁻¹ respectively. The material constants are summarised in Table 3. Figure 3, 4 and 5 show the excellent agreement between the experimental and numerical stress-strain responses.

Table 2. Yield stresses and Lankford coefficients

Experimental data used for model calibration					
Y_0 (MPa)	Y_{45} (MPa)	Y_{90} (MPa)	Y_b (MPa)		
434	400	413	434		
r_0	r_{45}	<i>r</i> ₉₀	r_b		
0.5	0.84	0.61	1		



Figure 3. Stress-Strain curves obtained from uniaxial tensile experiments along three different directions (0°, 45° and 90°) compared with the corresponding numerical simulations.

Physical constants and elastic moduli							
$ ho (kg/m^3)$	·)	$c_p \left(J/kg^{\circ}C \right)$	E (C	GPa)	ν		${\mathcal X}_0$
2760.0		960.0	69	0.0	0.33		0.9
Barlat Yld2000-3d yield surface with associated flow rule							
$\alpha_{_1}$	α_{2}	$\alpha_{_3}$	$lpha_{_4}$	α_{5}	$\alpha_{_6}$	α_7	$lpha_{_8}$
0.8582	1.0780	0.9022	1.0401	1.0258	0.9653	1.0537	1.2213
Voce strain hard	dening						
s ₀ (MPa))	Q_1 (MPa)	C	7 1	Q_2 (MPa)		C_2
430.00		32.00	632	2.99	123.47		14.09
JC strain rate ha	urdening]	IC thermal soften	ning			
С	$\dot{arepsilon}_0$	(s^{-1})	m	$\dot{arepsilon}_a$ $\left(\mathrm{s}^{-1} ight)$	T_r (°C)	$T_m \left({}^{\mathrm{o}}\mathbf{C} \right)$
0.002	5.1	0^{-4}	1.0	3.0	25	.0	635.0

Table 3. Material constants for the AA7017-T73



Figure 4. Stress-Strain curves obtained from uniaxial tensile experiments at three different strain rates compared with the corresponding numerical simulations.



Figure 5. Stress-Strain curves obtained from uniaxial tensile experiments at 75°C and room temperatures compared with the corresponding numerical simulations.

4. FRACTURE MODELLING

4.1. Failure criterion

In order to take into account the anisotropic fracture behaviour experimentally observed, an anisotropic version of the Cockcroft-Latham failure criterion [8] was proposed. Let us define the damage indicator as

$$D = \int_{0}^{\overline{\varepsilon}_{p}^{f}} \frac{1}{W_{cr}} \left\langle \hat{\sigma}_{1} \right\rangle d\overline{\varepsilon}_{p}$$
(16)

where $\langle \bullet \rangle = \max[0, \bullet]$ are the Macaulay brackets and $\hat{\sigma}_1$ is the maximum principal stress of the stress tensor $\hat{\sigma} = \mathbf{M}\boldsymbol{\sigma}$ being

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 1 & m_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ m_{12} & m_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(17)

This matrix contains the anisotropic constants m_{12} , m_{22} and m_{44} . According to eq. (16) when the plastic work reaches a critical value W_{cr} the material fails, i.e. D=1. Note that when using $m_{12}=0$, $m_{22}=1$ and $m_{44}=1$ the criterion collapses to the isotropic version of it and only one constant is necessary.

4.2. Calibration procedure

The parameters W_{cr} , m_{12} , m_{22} , m_{44} were identified using the results from the uniaxial tensile quasi-static experiments along the 0°, 45° and 90° directions. An optimization was performed using a derivative-free simplex algorithm (Matlab) which minimised the difference between the strains to fracture predicted by equation (16) with those extracted from the numerical simulations. The latter strains histories were extracted from the element with the highest equivalent plastic strain and recorded until the displacement corresponding to fracture was reached. The final parameters of the anisotropic Cockroft-Latham failure criterion for the AA7017-T73 are given in Table 4.

 Table 4. Calibrated parameters for the anisotropic

 Cockcroft-Latham failure criterion

Anisotropic Cockcroft-Latham failure criterion						
W_{cr} (MPa)	m_{12}	<i>m</i> ₂₂	m_{44}			
92.9	-1.9420	2.1065	0.8255			

5. CONCLUSIONS

A series of uniaxial tensile tests on AA7017-T73 sheet specimens machined from different orientations with respect to the rolling direction was carried out at three loading rates and two different temperatures.

The experimental results revealed a high degree of anisotropy on both yield stress and plastic flow. In order to describe the anisotropy of the material, the Yld2000-3d yield criterion combined with an isotropic Voce hardening model were used. Finite element simulations showed that the plasticity model implemented as an user material subroutine provided accurate predictions.

The fracture strains measured from the simulations for different loading orientations showed large differences.

The anisotropic Cockcroft-Latham failure criterion was successfully used to describe such large differences in the fracture strains.

ACKNOWLEDGEMENTS

The financial support through the project BIA2011-24445 of the Secretariat of State for Research, Development and Innovation of the Spanish Ministry of Economy and Competitiveness is gratefully acknowledged. The authors would like to acknowledge the Laboratoire de Mécanique des Solides at École Polytechnique for letting them use their experimental facilities.

REFERENCES

- F. Barlat, J.C. Brem, J.W. Yoon, K. Chung, R.E. Dick, S.H. Choi, F. Pourboghrat, E. Chu and D.J. Lege, Plane stress yield function for aluminium alloy sheets, *International Journal of Plasticity* 19, 1297-1319, 2003.
- [2] M. Dunand, A.P. Maertens, M. Luo and D. Mohr, Experiments and modeling of anisotropic aluminum extrusions under multi-axial loading – Part I: Plasticity, *International Journal of Plasticity* 36, 34-49, 2012.
- [3] C.C. Roth, G. Gary and D. Mohr, Compact SHPB system for intermediate and high strain rate plasticity and fracture, *Experimental Mechanics* 55, 1803-18011, 2015.
- [4] G.R. Johnson and W.H. Cook, A constitutive model and data for metals subjected to large strains, high strain rates and high temperatures, 7th *International Symposium on Ballistics, The Hague*, 541-547, 1983.
- [5] M. Luo, M. Dunand and D. Mohr, Experiments and modeling of anisotropic aluminum extrusions under multi-axial loading – Part II: Ductile fracture, *International Journal of Plasticity* **32-33**, 36-58, 2012.
- [6] O.S. Hopperstad, T. Børvik, T. Berstad, O.G. Lademo and A. Benalla, A numerical study on the influence of the Portevin–Le Chatelier effect on necking in an aluminium alloy, *Modelling and Simulation in Materials Science and Engineering* 15, 747-772, 2007.
- [7] R.W. Logan and W.F. Hosford, Upper bound anisotropic yield locus calculations assuming (1 1 1)-pencil glide, *International Journal of Mechanical Sciences* 22, 419-430, 1980.
- [8] M.G. Cockcroft and D.L. Latham, Ductility and workability of metals, *Journal of the Institute of Metals*, 33-39, 1968.

Fractura de materiales poliméricos y composites

INFLUENCIA DEL TIEMPO DE EXPOSICIÓN A ALTAS TEMPERATURAS EN EL COMPORTAMIENTO EN FRACTURA DE HORMIGONES AUTOCOMPACTANTES REFORZADOS CON FIBRAS

H. Cifuentes^{1*}, J.D. Rios¹, C. Leiva^{2**}, F. Medina¹

¹Grupo de Estructuras – ETS Ingeniería (Universidad de Sevilla) Camino de los Descubrimientos, s/n, 41092 Sevilla *E-mail: bulte@us.es

²Grupo de Ingeniería de Residuos – ETS Ingeniería (Universidad de Sevilla) Camino de los Descubrimientos, s/n, 41092 Sevilla ** E-mail: cleiva@us.es

RESUMEN

En el presente trabajo se analiza la influencia del tiempo de exposición a altas temperaturas sobre el comportamiento mecánico, en especial en fractura, de hormigones autocompactantes de alta resistencia con y sin refuerzo de fibras de polipropileno. Para ello, se han realizado ensayos normalizados de caracterización de los distintos hormigones y ensayos a flexión en tres puntos para las distintas temperaturas y tiempos de exposición. Las propiedades se han determinado en caliente, no tratándose de propiedades residuales. Los resultados muestran una influencia del tiempo de exposición, así como del refuerzo con fibras, mitigando en este caso los efectos nocivos que las altas temperaturas puedan generar sobre la matriz del hormigón.

PALABRAS CLAVE: Hormigón reforzado con fibras, Comportamiento en fractura, Elevadas temperaturas

ABSTRACT

In this work, the influence of the exposure time to high temperatures on the mechanical behaviour of high-strength selfcompacting concrete mixes, plain and polypropylene fibre reinforced concrete, is analysed. Special attention is paid on their fracture behaviour. In this way, standardized tests in order to mechanical characterization of the different mixes are conducted for the different temperatures and time of exposition. The properties are measured directly on heated concrete and not on cooling concrete. The results show the influence of the exposure time, as well as the effect of the fibre reinforcement of the mixes. The presence of polypropylene fibres mitigates the harmful effects that the high temperatures generate in the concrete matrix.

KEYWORDS: Fibre reinforced concrete, Fracture behaviour, High temperatures

1. INTRODUCCIÓN

El ritmo de desarrollo actual de la tecnología del hormigón lleva consigo un aumento en la facilidad de consecución y de utilización de hormigones con mejores prestaciones. En este sentido, la fabricación de hormigones de altas y ultra-altas prestaciones es bastante frecuente [1], permitiendo aplicar este material en estructuras tradicionalmente construidas con acero exclusivamente. Además, teniendo en cuenta la mejora de prestaciones que se pueden conseguir, se encuentran aplicaciones de hormigones de alta y ultra-altas prestaciones en estructuras donde las acciones a las que se encuentra sometido el material durante su fase en servicio son de origen termo-mecánico, encontrándose un acoplamiento entre las cargas mecánicas y térmicas. Es decir, el hormigón está sometido a tensiones importantes a temperaturas elevadas, como en el caso de

los depósitos de almacenamiento de vapor o los sarcófagos de los reactores de las centrales nucleares, entre otros [2].

Normalmente, se procura que las temperaturas que alcance el material resistente en este tipo de aplicaciones estén contenidas por debajo unos valores límite (mediante la utilización de aislamiento con refractario), o se penaliza enormemente su resistencia mediante coeficientes de reducción. Por otro lado, el interés habitualmente mostrado sobre el comportamiento a altas temperaturas de estos hormigones es referente al estudio de la situación de incendio y no a una situación donde el material pueda estar trabajando durante tiempo prolongado a una temperatura elevada [3].

Por los motivos comentados anteriormente, los ensayos habituales realizados sobre hormigón sometido a temperaturas elevadas tienen como finalidad el estudio del comportamiento al fuego de los materiales. En esta situación, la velocidad de calentamiento del hormigón durante el ensayo es elevada y el tiempo de exposición a la temperatura requerida es relativamente corto. En algunas situaciones, resulta interesante conocer el comportamiento del hormigón bajo exposiciones más prolongadas.

En este trabajo se analiza la evolución del comportamiento en fractura y de las propiedades mecánicas de hormigones autocompactantes de alta resistencia con y sin refuerzo de fibras de polipropileno, sometidos a diferentes temperaturas (temperatura ambiente, 100, 300, 500 y 700°C) y tiempos de exposición (6, 24 y 48 horas).

2. MATERIALES

El material empleado en el presente estudio es un hormigón autocompactante de alta resistencia reforzado con micro-fibras de polipropileno. La dosificación del hormigón se ha determinado mediante el procedimiento descrito por Deeb y Karihaloo [1], con ligeras modificaciones particulares de los materiales disponibles en el Laboratorio de Estructuras de la ETSI de Sevilla.

Se han fabricado tres tipos distintos de hormigón. Un hormigón D0 correspondiente al hormigón de control (sin refuerzo de fibras), un hormigón reforzado con fibras cortas de 6 mm (D1) y un hormigón reforzado con fibras largas de 24 mm (D2). Los tres hormigones poseen idéntica matriz, siendo su única diferencia la utilización o no de fibras como refuerzo y la longitud de las mismas. Las fibras tienen un diámetro de 33 µm y una tensión de rotura de 450 MPa. Presentan una temperatura de fusión de 160°C, encontrándose totalmente desintegradas para una temperatura de aproximadamente 450°C. La dosificación de los hormigones Cem/H.Silice/Agua/Arena/Grava/SP es: 0.87/0.13/0.18/1.33/1.72/0.03 con un contenido en cemento CEM-II-B-L/32.5R de 460 kg/m³. El contenido en fibras en el caso de los hormigones D1 y D2 es de 1800 g/m³. La arena es una arena compuesta por arena caliza (14%) de 0/4 y una arena silícea (86%) de 0/4. La grava es silícea de machaqueo con un tamaño máximo de 10 mm.

3. ENSAYOS

Como el objetivo principal de este trabajo es el estudio de la evolución de las propiedades mecánicas, en especial de fractura, con la temperatura y el tiempo de exposición y analizar la influencia de la adición de fibras de polipropileno, se han realizado ensayos de compresión simple, ensayos de tracción indirecta y ensayos de flexión en tres puntos sobre probetas prismáticas entalladas.

El ensayo a compresión simple se ha realizado sobre probetas cúbicas de 50 mm de lado, siguiendo las indicaciones de la norma UNE EN12930-3:2009. Los ensayos a compresión indirecta (brasileño) se ha realizado sobre probetas cilíndricas de 100×200 mm (diámetro×altura) de acuerdo a la norma UNE EN12930-6:2010. Asimismo, se ha determinado el módulo de deformación longitudinal del hormigón sobre probeta cilíndrica de acuerdo a la norma UNE EN12390-13:2014, cargando hasta 1/3 de la tensión de rotura y midiendo las deformaciones mediante dos transductores LVDT montados sobre dos anillos concéntricos y separados una distancia igual a 2/3 de la altura de la probeta.

Los ensayos para la determinación de la energía de fractura han consistido en ensayos a flexión en tres puntos sobre probetas prismáticas entalladas, tal y como se indica en la figura 1. Las dimensiones de las probetas son $50 \times 50 \times 200 \times 220$ mm (B×D×S×L), la profundidad de entalla ha sido de 25 mm en todos los casos.



Figura 1. Ensayo a flexión en tres puntos sobre probetas prismáticas entalladas

En el caso de los ensayos a temperatura elevada las probetas se han calentado en un horno eléctrico durante un tiempo de 6, 24 y 48 horas a temperaturas de 100, 300, 500 y 700°C. Se ha intentado medir las propiedades a 1000°C, pero todas las probetas se han roto tras el calentamiento a dicha temperatura.

Se han intentado medir todas las propiedades del hormigón en caliente. Para ello, se han calentado las probetas en un horno cercano a la máquina de ensayo y tras alcanzar el tiempo de exposición deseado se han extraído del horno y se han ensayado inmediatamente, procurando que la temperatura disminuyera lo mínimo posible. Debido a la imposibilidad de la manipulación de las probetas a temperatura elevada para algunos ensayos y de la colocación de ciertos útiles de medida, los ensayos en caliente presentan las siguientes variaciones:

- Los ensayos a compresión simple se han realizado de la misma forma a temperatura elevada que a temperatura ambiente.

- Los ensayos a tracción indirecta se han realizado únicamente a temperatura ambiente. Como la resistencia a tracción está relacionada con la carga de pico del ensayo a flexión en tres puntos, para las probetas a temperatura elevada se ha analizado la variación de la resistencia a tracción del hormigón mediante el análisis de dicha carga de pico.
- Los ensayos para la determinación del módulo de deformación longitudinal solamente se han realizado a temperatura ambiente. Para temperatura elevada, debido a la imposibilidad de colocar los transductores LVDT necesarios, la variación del módulo de deformación del hormigón se ha analizado mediante la pendiente del tramo prepico de la curva cargadesplazamiento del ensayo a flexión en tres puntos.
- En el caso de los ensayos para la determinación de la energía de fractura se han realizado ensayos a flexión en tres puntos en una máquina dinámica servo-hidráulica con control en desplazamiento. Se ha registrado la curva carga-desplazamiento (*P*-δ) para todos los ensayos. La determinación de la energía de fractura se ha realizado mediante el método de trabajo de fractura propuesto por RILEM [4]. Se han realizado los ajustes propuestos por Guinea et al. para la determinación de un valor independiente del tamaño [4]. Para ello, se ha realizado el ajuste de la cola de la curva *P*-δ.

Además, se ha controlado la temperatura de las probetas antes y después del ensayo, con el objetivo de determinar el descenso de temperatura experimentado por el material.

4. RESULTADOS

A continuación, en las figuras 2 a 16, se muestran los resultados obtenidos de la evolución de las propiedades mecánicas de las distintas dosificaciones con el tiempo y la temperatura de exposición.

Los resultados están organizados de tal forma que se presenta una gráfica por cada propiedad y tipo de hormigón.

Además, se muestra también la curva termogravimétrica realizada a la matriz de hormigón (figura 17), que permitirá relacionar el comportamiento mecánico observado en los hormigones con los procesos químicos producidos durante el calentamiento del material.

Se realiza también un análisis de la ductilidad de los hormigones para las distintas temperaturas y tiempos de exposición, en función de la longitud característica, definida por la siguiente expresión:

$$l_{ch} = \frac{G_F E_c}{f_{ct}^2} \tag{1}$$

Siendo G_F la energía de fractura específica del hormigón, E_c su módulo de deformación longitudinal y f_{ct} su resistencia a tracción.

4.1. Resistencia a compresión



Figura 2. Evolución de la resistencia a compresión con la temperatura para hormigón de control D0



Figura 3. Evolución de la resistencia a compresión con la temperatura para hormigón con fibra corta D1



Figura 4. Evolución de la resistencia a compresión con la temperatura para hormigón con fibra larga D2

4.2. Resistencia a tracción indirecta / Carga de pico



Figura 5. Evolución de la resistencia a tracción con la temperatura para hormigón de control D0



Figura 6. Evolución de la resistencia a tracción con la temperatura para hormigón con fibra corta D1



Figura 7. Evolución de la resistencia a tracción con la temperatura para hormigón con fibra larga D2

4.3. Módulo de deformación longitudinal



Figura 8. Evolución del módulo de deformación con la temperatura para hormigón de control D0



Figura 9. Evolución del módulo de deformación con la temperatura para hormigón con fibra corta D1



Figura 10. Evolución del módulo de deformación con la temperatura para hormigón con fibra larga D2

4.4. Energía de fractura



Figura 11. Evolución de la energía de fractura con la temperatura para hormigón de control D0



Figura 12. Evolución de la energía de fractura con la temperatura para hormigón con fibra corta D1



Figura 13. Evolución de la energía de fractura con la temperatura para hormigón con fibra corta D1

4.5. Longitud característica



Figura 14. Evolución de la longitud característica con la temperatura para hormigón de control D0



Figura 15. Evolución de la longitud característica con la temperatura para hormigón de control D0



Figura 16. Evolución de la longitud característica con la temperatura para hormigón de control D0



Figura 17. Curva termogravimétrica de la matriz de hormigón

5. ANÁLISIS DE RESULTADOS

Como se observa, respecto a la resistencia a compresión del hormigón, se produce un aumento de la misma con la temperatura, hasta un determinado valor, y el tiempo de exposición. Este efecto es debido a la pérdida de humedad que se produce en el hormigón, así como al aporte de energía que facilita la hidratación del cemento que se haya podido quedar sin hidratar durante el curado. A partir de determinado valor de la temperatura se produce la descomposición del hormigón (figura 17).

En la tensión de tracción indirecta se observa una disminución de la misma con la temperatura y el tiempo de exposición. El efecto beneficioso que puede tener el aumento de temperatura se ve superado por la microfisuración experimentada por el calentamiento del hormigón, lo que produce un descenso para todas las temperaturas. Este descenso es más acusado en los hormigones reforzados con fibras, debido a la modificación de la matriz del hormigón por la presencia de las fibras. Análoga apreciación se puede realizar de la evolución del módulo de deformación longitudinal.

Respecto a la energía de fractura, se observa como a temperatura ambiente el refuerzo con fibras de polipropileno produce un aumento notable de la misma. Además, se observa que los efectos, tanto favorables como desfavorables, que presenta el calentamiento de los mismos, se encuentran más acentuado para mayores tiempos de exposición. La adición de fibras, mejora los efectos positivos del calentamiento de los hormigones sobre la energía de fractura y atenúa los efectos negativos.

Analizando la evolución de la longitud característica de los hormigones se aprecia de forma notable el efecto del tiempo de exposición, la temperatura y la adición de fibras. Por regla general, los hormigones reforzados con fibras presentan mayor longitud característica que el hormigón de control para todas las temperaturas y tiempo de exposición. Además, está longitud característica aumenta notablemente con el tiempo de exposición a altas temperaturas. Este efecto es debido a la mayor disminución de la resistencia a tracción del hormigón respecto al efecto sobre el resto de propiedades que afectan al valor de la misma.

6. CONCLUSIONES

A la vista de los resultados se establecen las siguientes conclusiones generales:

- El tiempo de exposición a temperatura elevada influye sobre las propiedades mecánicas y en fractura de los hormigones analizados.
- La adición de fibras de polipropileno disminuye los efectos negativos del calentamiento del material y reduce la diferencia entre distintos tiempos de exposición.
- La energía de fractura de los hormigones analizados aumenta con la adición de fibras de polipropileno en todas las temperaturas y tiempos de exposición.
- La ductilidad de los hormigones aumenta con la temperatura y el tiempo de exposición, debido a la disminución de la resistencia a tracción. La adición de fibras al hormigón aumenta notablemente su ductilidad para todas las temperaturas y tiempos de exposición.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer la financiación recibida para la realización de esta investigación por parte del Ministerio de Economía y Competitividad mediante el proyecto BIA2013-48352-P.

REFERENCIAS

- [1] R. Deeb, B. L. Karihaloo, Mix proportioning of self-compacting normal and high-strength concretes, *Magazine of Concrete Research* **65**(9), 546-556, 2013.
- [2] F. Medina-Reguera, H. Cifuentes, F. Medina, Contact modeling of the duct-concrete interface in the evaluation of multistrand effect in high curvature post-tensioned tanks, *Key Engineering Materials* **681**, 197-213, 2016.
- [3] H. Cifuentes, C. Leiva, F. Medina, C. Fernández-Pereira, Effects of fibres and rice husk ash on properties of heated HSC, *Magazine of Concrete Research* 64(5), 457-470, 2012.
- [4] H. Cifuentes, F. García, O. Maeso, F. Medina, Influence of the properties of polypropylene fibres on the fracture behaviour of low-, normal- and high-strength FRC, *Construction and Building Materials* **45**, 130-137, 2013.

INFLUENCIA DE LA VELOCIDAD DE DEFORMACIÓN EN EL COMPORTAMIENTO MECÁNICO UNIAXIAL DE POLIPROPILENOS MICROESPUMADOS

M. Crespo^{1*}, T. Gómez del Río¹, J. Rodríguez¹, D. Arencón², A. Martínez²

¹DIMME, Grupo de Durabilidad e Integridad Mecánica de Materiales Estructurales. Universidad Rey Juan Carlos. C/ Tulipán, s/n. 28933 Móstoles. Madrid. Spain. *jesus.rodriguez.perez@urjc.es

² Centro Catalán del Plástico. Colom 114. 08222 Terrasa. Spain.

RESUMEN

En este trabajo se estudia el comportamiento mecánico uniaxial de polipropilenos microespumados mediante un proceso basado en la saturación del polímero con un gas en estado supercrítico, a temperatura y presión elevadas. Se presentan los resultados obtenidos al realizar ensayos de compresión y tracción en un intervalo muy amplio de velocidades de deformación, desde los ensayos convencionales en máquinas electromecánicas a velocidades de deformación del orden de 0,001 s⁻¹ hasta ensayos en barra Hopkinson a velocidades de deformación del orden de 1000 s⁻¹. Los resultados experimentales permiten analizar el efecto de la velocidad de deformación, de la presión hidrostática y del grado de microespumación en el comportamiento mecánico para diferentes grados de espumación de polipropilenos de uso común.

PALABRAS CLAVE: Polipropileno microespumado, velocidad de deformación

ABSTRACT

The uniaxial mechanical behaviour of microcellular polypropylenes is studied in this work. The manufacturing process of the samples was injection moulding using the foamer fluid in supercritical conditions, at high pressure and temperature. Tensile and compressive tests in a wide range of strain rates have been performed and the results are presented in this work. For quasi-static tests, strain rates around 0,001 s⁻¹, a universal testing machine was used while Split Hopkinson Pressure Bars were employed for the high strain rate tests (strain rates ~ 1000 s⁻¹). Based on the experimental results, the effects of strain rate, hydrostatic pressure and foaming degree on the mechanical behaviour of common polypropylenes are analyzed.

KEYWORDS: Microfoam polypropylene, strain rate

1. INTRODUCCIÓN

Las espumas de polímeros termoplásticos son materiales con una estructura celular formada por la expansión de un agente espumante en la estructura del polímero. La estructura de celdas es muy variable con la posibilidad de fabricar espumas con celdas abiertas o cerradas de tamaños entre unas pocas micras y varios milímetros. Estos materiales destacan por su elevada resistencia específica, resistencia al impacto y buenas propiedades de aislamiento térmico y acústico, por lo que ocupan un nicho comercial importante en sectores como el del embalaje, la construcción o el sector aeronáutico y, especialmente, en la industria del automóvil en la fabricación de interiores y de elementos de seguridad, por su gran capacidad de absorber energía ante cargas de impacto [1].

Las espumas convencionales tienen densidades relativas muy bajas, casi siempre por debajo de 0,3 en relación al material original y, como consecuencia, sus propiedades mecánicas son claramente inferiores (un orden de magnitud) a los correspondientes polímeros sin espumar, especialmente a temperaturas elevadas. Con el fin de mejorar la respuesta mecánica, se han desarrollado procesos de preparación de termoplásticos microespumados, con tamaños de celda inferiores a las 100 μ m y densidades de celda mucho mayores. En el Instituto Tecnológico de Massachussets se desarrolló un nuevo proceso de microespumado en el que el polímero

se satura con un gas en estado supercrítico, a temperatura y presión elevadas, pues poseen una solubilidad mayor que los gases en estado normal [2]. El CO_2 por encima de una presión crítica de 72 bares y una temperatura de 31 °C, así como el N2 por encima de 34 bares y -147 °C se convierten en fluidos supercríticos que son solubles en polímeros creando una disolución con una sola fase, con las condiciones adecuadas de tiempo, presión y temperatura. Durante la inyección se controla la nucleación de las celdillas, mientras que su crecimiento está determinado por las etapas de llenado y enfriamiento, donde con la caída de la presión el fluido precipita. Como resultado de la aplicación de este proceso se obtiene un material de tipo sandwich con dos pieles poco espumadas y un núcleo microespumado con celdillas de alrededor de 50 um.

El proceso de microespumación puede ser aplicado a varios termoplásticos (PS, PVC, PP, PS, PET), generando polímeros microespumados con algunas ventajas importantes frente a las espumas convencionales y los materiales de partida. En particular, presentan elevada rigidez específica, alta resistencia al cortante, muy buena resistencia al impacto e incluso una tenacidad aceptable [3,4].

La bibliografía sobre el comportamiento mecánico de espumas es considerable. En particular, el libro de Gibson y Ashby [1] ha intentado sistematizar el conocimiento del comportamiento mecánico de este tipo de materiales. Desafortunadamente, la inmensa mayoría de los estudios publicados se refieren a propiedades mecánicas de espumas convencionales con tamaños de celda mucho mayores y densidades relativas mucho menores que las de los materiales microespumados.

Una de las ventajas más llamativas de este tipo de materiales es su respuesta a alta velocidad de deformación. Por ello, es necesario realizar una buena caracterización de su comportamiento mecánico en condiciones similares a las que pueden producirse en la realidad en elementos de protección pasiva sometidos a choques o impactos. Por ejemplo, si se considera un impacto lateral sobre un panel de protección a una velocidad de 90 km/h, la velocidad de deformación en el material puede alcanzar valores superiores a 1000 s⁻¹, desde luego muy por encima de la velocidad de deformación que puede imponerse en una máquina universal de ensayos. Para alcanzar velocidades de este orden en el laboratorio puede utilizarse un equipo de Barra Hopkinson que se basa en la teoría de propagación de ondas elásticas unidimensionales en barras cilíndricas alargadas. Recientemente se ha publicado un estudio sobre el efecto de la velocidad de deformación en el comportamiento mecánico en compresión de polipropileno microespumado [5]. Este trabajo pretende completar el anterior estudiando el comportamiento de un material de base polipropileno en tracción y compresión uniaxial desde velocidades cuasiestáticas hasta altas velocidades de deformación.

2. PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

2.1 Materiales estudiados

El material estudiado ha sido un copolímero en bloque polipropileno/polietileno con diferentes grados de espumación. El copolímero tiene un contenido de polietileno del 11.2 % en peso. Las características básicas de isotacticidad o peso molecular han sido publicadas anteriormente [5].

El proceso de fabricación, tanto del material sólido como de los microcelulares, ha sido el moldeo por inyección. Para las piezas microespumadas, se empleó una inyectora Engel modelo *Victory 110* con fuerza de cierre de 1100 kN y un controlador de temperaturas del molde MTR-3 (Industrial y Comercial Marse, S.L, Barcelona, España). La máquina de inyección estaba equipada con un módulo adicional MuCell® facilitado por el fabricante. Este módulo contiene una unidad especial de plastificación con rosca de 40 mm y volumen máximo de 251 cm³ y una válvula de inyección serie II de 25 mm con sistema de suministro de fluido supercrítico (SFC) (Trexel Inc., Woburn, MA, USA). El agente físico de microespumación escogido fue nitrógeno.

El perfil de temperaturas durante la inyección de las probetas se mantuvo constante con valores de 190, 210, 220, 230 °C de la tolva a la boquilla, empleando una velocidad de inyección de 130 cm³/s. La temperatura del molde se fijó en 40 °C. El flujo de N₂ se fue modificando para obtener el grado de espumación deseado. El ciclo de enfriamiento era de 30 s y la presión de plastificación (Melt Plasticizing Pressure, MPP) se situó en los 200 bar.

2.2. Medida de la densidad

Para la medida de la densidad de materiales con diferentes grados de espumación, se empleó una balanza modelo Mettler Toledo, de ± 0.001 mg de precisión, equipada con un kit de medida de densidades por inmersión de probetas. Se hicieron cinco medidas diferentes para medir la densidad de cada material. En la tabla 1 se resumen los resultados obtenidos.

Tabla 1.	Grado de	espumación	y densidad	medida.
----------	----------	------------	------------	---------

Porcentaje de espumación (%)	Densidad (g/cm ³)
0	0.89161
10	0.78843
13	0.76767
20	0.69141

2.3 Ensayos mecánicos

Con el objeto de evaluar el efecto del proceso de espumación en la dependencia con la velocidad de deformación y con la presión hidrostática de estos materiales, se han realizado ensayos en tracción y compresión uniaxial en condiciones cuasi-estáticas y de alta velocidad de deformación.

Los ensayos estáticos se llevaron a cabo utilizando una máquina electromecánica MTS Alliance RF100 con una célula de carga de 5 kN. Las velocidades de deformación en estos ensayos variaron entre 0.001 y 0.1 s^{-1} aproximadamente.

Para los ensayos de compresión se utilizaron probetas con geometría cilíndrica de 12 mm de espesor y un diámetro de 8 mm. Para minimizar el rozamiento entre las barras y la probeta, se utilizó un lubricante CastroITM LMX. Para asegurar la reproducibilidad de los ensayos y calcular valores promedio, se realizaron al menos 3 ensayos en cada condición y material. Las probetas de tracción eran también de sección cilíndrica con geometría tipo halterio. La zona de las mordazas tenía un diámetro de 8 mm y de 4.9 mm en la zona central. La longitud de la zona recta era de 30 mm aproximadamente.

Los ensayos de compresión a altas velocidades de deformación se realizaron empleando una barra Hopkinson convencional. La barra Hopkinson consiste en un dispositivo constituido principalmente por 2 barras cilíndricas de gran longitud entre las que se coloca la probeta cilíndrica a ensayar (figura 1).



Figura 1. Esquema de un dispositivo Barra Hopkinson de compresión.

Las barras incidente y transmisora fueron fabricadas en acero de alto límite elástico. Sus dimensiones eran 20 mm de diámetro y 1.2 y 0.8 m de longitud, respectivamente. El proyectil es también una barra del mismo material y diámetro que las barras incidente y transmisora, pero con una longitud de 0.3 m. La onda de tensión generada por el impacto entre proyectil y barra incidente, viaja a lo largo de ésta hasta alcanzar a la probeta, donde parte de la onda se transmite y parte se refleja. Para medir esta ondas, las barras estaban instrumentadas con bandas extensométricas (VISHAY J2A-06-S047K-350). La señal de deformación en las barras es recogida por un acondicionador de señal (VISHAY 2200) conectado a un osciloscopio (TEKTRONIX TDS 420A).

Las dimensiones de las probetas fueron escogidas de modo que la relación diámetro/longitud aseguren el equilibrio durante el ensayo. El tiempo necesario para que esto ocurra depende de la velocidad de propagación de la onda en la probeta. Teniendo en cuenta el tamaño de las burbujas en el interior de los materiales microcelulares, y tras varias pruebas iniciales, finalmente se escogió un espesor de 3 mm para las probetas de compresión en barra Hopkinson. Para comparar los efectos de tamaño de la probeta, se realizaron varias pruebas en los ensayos estáticos con diferentes espesores y se comprobó que las curvas se mantenían semejantes.

Para los ensayos de tracción a altas velocidades de deformación se empleó una Barra Hopkinson de tracción. En este caso (figura 2) el diseño de las barras ha sido diferente con respecto a la Barra Hopkinson de compresión. El pulso de tracción es generado acelerando un proyectil (tubo hueco) contra el final de la barra incidente. Las barras incidente y transmisora eran de aluminio. La barra incidente es maciza de diámetro 12 mm y la barra tansmisora hueca con diámetro interior 8 mm y exterior 12 mm. El motivo de utilizar una barra hueca fue la reducción entre las impedancias de las barras y la probeta, obteniendo así una mayor sensibilidad en la onda transmitida. El equipo de adquisición de las señales era el mismo que el empleado con la barra de compresión.



Figura 2. Esquema de un dispositivo Barra Hopkinson de tracción.

Las probetas de tracción dinámica se sujetaron a las barras mediante rosca de métrica 8. Para estas probetas de tracción a alta velocidad de deformación se escogió un diámetro de la zona central de 4 mm y una longitud de la zona recta de 13 mm.

Para los ensayos de tracción en barra Hopkisnon se utilizó una cámara de alta velocidad Photrom SA5 para obtener una medida de la deformación de la probeta más directa que a través de las bandas extensométricas. Las imágenes se tomaron a 300000 imágenes/segundo y se empleó una iluminación con dos lámparas halógenas de 650 W cada una, evitando así sombras en la imagen que dificultasen la obtención de los datos. En todo caso, los resultados presentados en este trabajo se fundamentan en la medida de deformaciones a través del método tradicional de la barra Hopkinson.

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Las influencias del grado de microespumación, de la velocidad de deformación y de la presión hidrostática se ven reflejadas en los resultados obtenidos.

3.1 Curvas tensión-deformación características

Las figuras 3 y 4 muestras ejemplos de curvas tensión deformación obtenidas en tracción y compresión para diferentes velocidades de deformación. En todas ellas se observa como la tensión pasa por un máximo que se va a identificar con la tensión de cedencia del material. Como era de esperar esta tensión de cedencia aumenta con la velocidad de deformación, como sucede habitualmente en materiales donde el proceso de cedencia está asociado a mecanismos activados térmicamente [6].

3.2 Influencia de la velocidad de deformación

Las figuras 5 y 6 resumen los resultados obtenidos para todas las velocidades de deformación y para todos los grados de espumación ensayados, tanto en tracción como en compresión. En primer lugar, se corrobora, como en las figuras 3 y 4 que en todos los casos la tensión de cedencia aumenta con la velocidad de deformación y que la sensibilidad a esta variable del ensayo aumenta notablemente en el rango de las grandes velocidades de deformación. Este es un hecho ya conocido en esta familia de materiales. En general, eso conlleva modelos con varios mecanismos que se activan en los diferentes rangos de velocidades de deformación [7]. Los resultados hasta ahora disponibles serían ya suficientes para hacer un análisis de este tipo en compresión, pero no en tracción donde sólo se cuenta con 3 velocidades de deformación ensayadas.

La tabla 2 recoge los índices de sensibilidad a la velocidad de deformación, definidos como:

$$m = \left(\frac{\partial \log \sigma}{\partial \log \dot{\varepsilon}}\right) = \frac{\log(\sigma_2 / \sigma_1)}{(\log(\dot{\varepsilon}_2 / \dot{\varepsilon}_1))}$$

Los valores de m_1 se corresponden con el rango de bajas velocidades de deformación y los valores de m_2 con el de elevadas velocidades de deformación.

De los valores incluidos en la tabla se puede concluir que existen diferencias en la sensibilidad a la velocidad de deformación entre tracción y compresión, y entre alta y baja velocidad de deformación. Sin embargo, el grado de microespumación no parece ser un factor tan determinante.

Tabla 2.	Sensibilidad	a la	velocidad	de	deformación
para dife	rentes grados d	de esp	pumación.		

	Comp	resión	Trac	ción
	m_1	m ₂	m_1	m ₂
Sólido	0,052	0,066	0,035	0,078
10%	0,052	0,059	0,018	0,088
13%	0,038	0,076	0,039	0,074
20%	0,052	0,075	0,023	0,080



Figura 3. Ensayos de compresión a diferentes velocidades de deformación para el material con un grado de espumación del 10%.



Figura 4. Ensayos de tracción a diferentes velocidades de deformación para el material con un grado de espumación del 10%.



Figura 5. Variación de la tensión de cedencia con la velocidad de deformación en tracción



Figura 6. Variación de la tensión de cedencia con la velocidad de deformación en compresión

3.3 Influencia de la presión hidrostática

Las diferencias en los valores de la tensión de cedencia en tracción y compresión son una consecuencia de la influencia de la presión hidrostática en el comportamiento del material. Para el material sólido esas diferencias son apreciables como se observa en la figura 7. Donde es posible, pueden ajustarse los datos a un modelo de Mohr-Coulomb con cohesiones entre los 10 y 35 MPa y ángulos de rozamiento interno inferiores a 10°.

A medida que aumenta el grado de espumación los valores de la tensión de cedencia se vuelven independientes de la presión hidrostática. Un ejemplo

correspondiente al grado de espumación de 20% se encuentra recogido en la figura 8.



Figura 7. Ensayos de tracción y compresión a diferentes velocidades de deformación para el polímero sin microespumar.



Figura 8. Ensayos de tracción y compresión a diferentes velocidades de deformación para el polímero con un grado de espumación del 20%.

3.4 Influencia del grado de microespumación

Los resultados de las figuras 5 y 6 son claros en el sentido de que a medida que aumenta el grado de espumación disminuye la tensión de cedencia, tanto en tracción como en compresión. Más allá de la mera descripción de los resultados, es complejo encontrar en la bibliografía modelos aplicables a materiales microespumados con densidades relativas tan altas como las que tienen los materiales de este trabajo. Gibson y Ashby [1] han propuesto un modelo para

espumas de celda cerrada en el que la tensión de cedencia en términos relativos es función de la densidad relativa del material. El modelo supone que cada celda está compuesta de placas y columnas y hace una predicción de la carga de colapso de la celda en función de un parámetro ϕ cuyo valor está comprendido entre 0 y 1. Este modelo no es aplicable a los materiales de este trabajo con densidades relativas muy superiores. Las predicciones son más cercanas usando una simple regla de mezclas, o lo que es lo mismo, una caída de la tensión de cedencia proporcional a la variación de la densidad relativa.

CONCLUSIONES

Los resultados obtenidos permiten enunciar las siguientes conclusiones:

- Las propiedades mecánicas de los materiales microespumados no obedecen los modelos de las espumas convencionales y las variaciones son casi proporcionales a la pérdida de densidad que el proceso de microespumación origina.
- La velocidad de deformación es un factor muy influyente en la tensión de cedencia de un polipropileno microespumado. Las medidas realizadas en un amplio rango de velocidades de deformación indican que la tensión de cedencia puede multiplicarse varias veces al alcanzar velocidades de deformación típicas de los fenómenos de impacto.
- Las diferencias entre los valores de la tensión de cedencia en tracción y compresión son moderadas en el material sólido de partida y prácticamente desaparecen cuando aumenta el grado de microespumación.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer al *Ministerio de Economía y Competitividad* la financiación recibida a través de los proyectos MAT2009-14294 y MAT2012-37762.

REFERENCIAS

- Gibson, L. J., Ashby, M. F. Cellular Solids: Structure and Properties. Cambridge University Press, Cambridge UK, Second Edition. 1997
- [2] Xu Z. M., Jiang, X. L., Liu, T., Hu, Gu. H., Zhao, L., Zhu, Z. N., Yuan, W. K., *Journal of Supercritical Fluids* 41 (2007) 299-310.
- [3] Guan, R., Xiang, B., Xiao, Z., Li, Y., Lu, D., Song, G., *European Polymer Journal* 42 (2006), 1022-1032.
- [4] Sun, H., Sun, G. S., Mark, J.E. European Polymer Journal 38 (2002), 2373-2381.
- [5] T. Gómez-del Río, M.A. Garrido, J. Rodríguez, D. Arencón and A.B. Martínez, High strain rate behaviour of polypropylene microfoams, *Proceedings of the DYMAT 2012. EDP Sciences.* http://dx.doi.org/10.1051/epjconf/20122602006.
- [6] Richeton J, Ahzi S, Vecchio KS, Jiang FC, Adharapurapu RR. Influence of temperature and strain rate on the mechanical behavior of three amorphous polymers: characterization and modeling of the compressive yield stress. *Int J Solids Struct* (2006), 43, 2318–35.
- [7] T. Gómez-del Río, J. Rodríguez. Compression yielding of polypropylenes above glass transition temperatura. *European Polymer Journal 46 (2010)* 1244–1250.

ANÁLISIS MORFOLÓGICO Y DEL COMPORTAMIENTO A FRACTURA DE POLIPROPILENO ESPUMADO

J. Gómez-Monterde^{1-2*}, M. Schulte², M. Sánchez-Soto¹, O. O. Santana¹, M. Ll. Maspoch¹

¹Centre Català del Plàstic, Universitat Politècnica de Catalunya. Carrer Colom 114, 08222 Terrassa, España ^{*}E-mail: javier.gomez@upc.edu

² Centro Técnico de SEAT SA. Autovía A-2, km 585. Apartado de correos 91, 08760 Martorell, España

RESUMEN

El presente trabajo tiene como objetivo la caracterización morfológica y del comportamiento a fractura de placas macizas y espumadas de PP reforzado con fibra de vidrio. El análisis de la morfología se realizó a través de Microscopía Electrónica de Barrido (MEB), revelando una estructura piel maciza-núcleo espumado. La caracterización a fractura se determinó mediante el parámetro de apertura del frente de grieta (CTOD) a baja velocidad de deformación, así como la tenacidad a fractura (K_{Ic}) a impacto. Las placas espumadas presentaron un valor de CTOD superior a las macizas y mayor conforme se incrementa el porcentaje de gas inyectado, debido a la contribución de las celdas al enromamiento del frente de grieta. Sin embargo, la tenacidad a fractura K_{Ic} disminuye a medida que se reduce la densidad aparente. Además, se observó un alto grado de anisotropía en las placas macizas, que se reduce en las espumadas debido a una mayor desorientación de la fibra.

PALABRAS CLAVE: Polipropileno reforzado con fibra de vidrio (PP FV), Moldeo por inyección microcelular, Crack Tip Opening Displacement (CTOD), Tenacidad a fractura (K_{Ic})

ABSTRACT

The aim of the present work is to analyse the morphology and fracture behaviour of solid and foamed plates made of glass fiber-reinforced PP. The morphology was examined by Scanning Electron Microscopy (SEM), exhibiting a solid skin/foamed core structure. The fracture characterization was carried out by determining the Crack Tip Opening Displacement (CTOD) at low strain rate, as well as the fracture toughness (K_{Ic}) at impact loading. Foamed specimens presented higher values of CTOD than the solid ones and higher as the foaming ratio increases, due to cells acting as crack arrestors by blunting the crack tip. However, the fracture toughness K_{Ic} decreases with decreasing the apparent density. In addition, high levels of anisotropy in the solid plates were observed, which was diminished in the foamed materials due to higher fiber disorientation.

KEYWORDS: Glass fiber-reinforced polypropylene (PP GF), Microcellular injection molding, Crack Tip Opening Displacement (CTOD), Fracture toughness (K_{Ic})

1. INTRODUCCIÓN

El polipropileno (PP) es uno de los polímeros más utilizados en aplicaciones industriales debido a sus buenas propiedades mecánicas, alta estabilidad térmica y química, baja densidad, fácil procesado y relativo bajo coste. El refuerzo de PP con fibras de vidrio (PP FV) permite la mejora tanto en las propiedades a flexión como a impacto [1], aumentando el rango de aplicaciones a, por ejemplo, componentes estructurales de automoción. En la literatura pueden encontrarse diferentes estudios sobre la morfología y propiedades de PP reforzado con diferentes contenidos y tipos de fibra de vidrio obtenidos mediante moldeo por inyección [2]. La demanda de reducción de peso, emisiones y coste en la industria de la automoción hacen indispensable la introducción de sistemas más avanzados de producción, como puede ser el moldeo por inyección con microespumación *MuCell*®. Según J. Xu [3], la adición de cargas en la matriz polimérica favorece la nucleación de celdas, dando lugar a una mayor densidad celular y una distribución más uniforme de las mismas.

Debido a la naturaleza dúctil del PP, el comportamiento a fractura de este polímero tanto macizo como espumado ha sido abordado mayoritariamente mediante el concepto del Trabajo Esencial de Fractura (*Essential Work of Fracture, EWF*) [4-5]. La caracterización a fractura del PP FV presenta una mayor dificultad, debido a su composición multifásica, modos de fallo más complejos y su carácter anisotrópico. El presente trabajo tiene como objetivo analizar la morfología y el comportamiento a fractura de placas de PP FV macizo y espumado obtenido mediante moldeo por inyección microcelular *MuCell*®.

2. PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

2.1. Material

En el presente trabajo se utilizó un grado comercial de PP reforzado con fibra de vidrio (*Fibremod*TM *GE277Al*), suministrado por Borealis AG. El material tiene una densidad de 1.04 g/cm³ (ISO 1183/B) y un índice de fluidez de 12 g/10 min (ISO 1133), y ha sido desarrollado especialmente para su empleo en componentes estructurales de automoción.

2.2. Moldeo por inyección

Previamente al moldeo por inyección, el material objeto de este estudio fue secado durante un mínimo de 3 horas a 80 °C. Posteriormente, se invectaron placas cuadradas de 100 mm de lado y 5 mm de espesor (figura 1) empleando una máquina inyectora Engel Victory 110, con fuerza de cierre de 1100 kN y equipada con el sistema de suministro de fluido supercrítico (SCF) MuCell®. Se utilizó un perfil de temperaturas de proceso de 190-195-210-225-235 °C, desde la tolva a la boquilla y una temperatura de molde de 47 °C para inyectar las placas macizas, y de 35 °C para las espumadas. La velocidad de invección de las muestras macizas fue de 45 cm³/s, mientras que se mantuvo en 40 cm³/s para el caso de las probetas espumadas. Variando el contenido de agente espumante físico (N2), se obtuvieron placas espumadas con un 10% y un 20% de reducción de peso respecto de las placas macizas.

2.3. Caracterización morfológica y a fractura

La morfología de las placas espumadas se analizó en secciones transversales de 10 mm de anchura extraídas a diferentes distancias del punto de inyección (15, 50 y 80 mm, secciones MD-A, B y C respectivamente) en la dirección paralela (MD) al flujo de llenado, así como en la dirección transversal (TD), en el centro y a 15 mm de distancia de los extremos (secciones TD-A, B y C). Para ello, se sometieron a fractura criogénica barras prismáticas de 100x10x5 mm³ mecanizadas según el esquema de seccionamiento mostrado en la figura 1, y las superficies resultantes se analizaron mediante Microscopía Electrónica de Barrido (MEB) con un microscopio JEOL JSM-560. El contenido en fibras de vidrio en las diferentes secciones de las placas inyectadas se determinó mediante ensayos de calcinación directa, de acuerdo a lo establecido en la norma ISO 3451-1.

En cuanto a la caracterización del comportamiento a fractura, el parámetro de apertura del frente de grieta CTOD (Crack Tip Opening Displacement) se obtuvo mediante ensayos a baja velocidad de solicitación en probetas SENT (Single Edge Notched Tension), cuyas dimensiones se detallan en la figura 1. La relación de longitud de entalla / anchura de la probeta (a/W) se mantuvo en 0.6, con el fin de evitar estados tensionales triaxiales en la punta de la grieta [6]. Los ensayos se efectuaron a una velocidad de desplazamiento de mordazas de 16 mm/min en una máquina de ensayos universales Zwick/Roell, modelo Amsler HC25/2008. Dos cámaras digitales de alta resolución registraron los ensayos tomando 10 fotografías por segundo. Mediante el empleo de la técnica de correlación digital de imágenes con el software ARAMIS (GOM GmbH), se obtuvo el valor de apertura de grieta CTOD midiendo el desplazamiento entre las caras de la grieta mecanizada a partir de las imágenes correspondientes al momento de inicio de propagación de grieta.



Figura 1. Placas inyectadas y esquema de seccionamiento para análisis morfológico y probetas SENT y SENB.

La tenacidad a fractura K_{Ic} a altas velocidades de solicitación se determinó en probetas en configuración SENB (Single Edge Notched Bending) (figura 1). A partir de las recomendaciones del protocolo para la determinación de la tenacidad a fractura a velocidades moderadamente elevadas [7], se mecanizó una entalla en el centro de las probetas, manteniendo una relación con la anchura de la probeta de $0.45 \le a/W \le 0.55$. El ensayo se ejecutó en un equipo pendular instrumentado CEAST Resil, utilizando un impactor con una longitud de 0.374 m, una masa reducida de 3.654 kg y un ángulo de impacto de 30°, resultando una velocidad de impacto de 1 m/s. La fuerza, desplazamiento y tiempo de los ensavos se registraron con un sistema de adquisición de datos DAS-1600. La tenacidad a fractura K_{Ic} se calculó como:

$$K_{lc} = f \frac{Pq}{B\sqrt{W}} \tag{1}$$

Donde f es una función y P_q un valor de fuerza determinados según los criterios establecidos por el protocolo de ensayo [7], y *B* y *W* representan el espesor y anchura de la probeta ensayada, respectivamente.

Todas las entallas se agudizaron mediante la técnica de *"sliding"*, y los ensayos se efectuaron a temperatura ambiente. Las probetas se mecanizaron en las direcciones paralela y perpendicular a la dirección de inyección, haciendo coincidir las secciones de propagación de grieta con las analizadas morfológicamente (figura 1).

3. RESULTADOS

3.1. Morfología

En la figura 2 se muestran micrografías MEB de las placas espumadas con 10% de reducción de peso, obtenidas en la dirección paralela (MD) y perpendicular (TD) al flujo de llenado. En ellas puede observarse una estructura formada por dos capas superficiales macizas y un núcleo espumado. Las fibras de vidrio contenidas pieles superficiales macizas en las aparecen mayoritariamente orientadas en la dirección de llenado (figura 2(a)), mientras que la expansión de las celdas en el núcleo espumado favorece una mayor dispersión de la carga [8]. Debido al flujo fuente, las celdas cercanas a las pieles en la dirección MD se encuentran ligeramente alargadas, mientras que en la dirección TD son mayoritariamente esféricas (figura 2(b)).

Los parámetros morfológicos de los materiales espumados se muestran en la tabla 1. Las placas espumadas con ambos niveles de reducción de peso evidencian un incremento en el espesor de las capas superficiales conforme aumenta la distancia al punto de inyección (secciones MD-A, B y C). Debido a este incremento en el espesor de piel, las secciones más alejadas al punto de inyección presentan una mayor densidad aparente. En la dirección TD, sin embargo, el espesor de piel permanece prácticamente constante en las diferentes secciones estudiadas (TD-A, B y C). Asimismo, este espesor de piel es superior en el caso de las muestras inyectadas con un 10% de reducción de peso. La densidad celular se mantiene en todas las secciones en el orden de 10⁶ celdas/cm³. El mayor porcentaje de gas inyectado en las placas con un 20% de reducción de peso incrementaría el número de celdas nucleadas. Sin embargo, el exceso de celdas originadas podría haber provocado un fenómeno de coalescencia de celdas durante su expansión, dando como resultado celdas de mayor diámetro y con una densidad celular similar a las placas espumadas con un 10% de reducción de peso. Finalmente, la concentración de fibras de vidrio se encuentra contenida en el rango de 20.4 ± 0.2 %, siendo la de las placas macizas de 20.3 ± 0.2 % y la del material en granza de 20.5 ± 0.1 %. Es decir, el porcentaje de refuerzo permanece inalterado pese a una reducción de la densidad aparente desde 1.03 ± 0.03 g/cm³ (material macizo) hasta 0.88 ± 0.01 g/cm³ y 0.79 \pm 0.01 g/cm³ (10% y 20% de reducción de peso, respectivamente), debido al proceso de espumación.



Figura 2. Micrografías MEB de placas espumadas con un 10% de reducción de peso en las direcciones (a) paralela (sección MD-A); (b) transversal (sección TD-B) al flujo de llenado.

Material	Sección	Densidad	Contenido en	Espesor de	Densidad	Rango diámetro
		aparente	fibra	piel	celular	de celda
		(g/cm^3)	(%)	(mm)	(celdas/cm ³)	(µm)
	MD-A	0.79 ± 0.01	20.3 ± 0.2	0.52	$4.8 \cdot 10^{6}$	2 - 100
	MD-B	0.82 ± 0.01	20.6 ± 0.1	0.71	$3.1 \cdot 10^{6}$	8 - 188
Espumado 10%	MD-C	0.88 ± 0.01	20.6 ± 0.1	0.81	$2.5 \cdot 10^{6}$	6 - 180
reducción de peso	TD-A	0.86 ± 0.01	20.6 ± 0.1	0.77	$1.0 \cdot 10^{6}$	9 - 147
	TD-B	0.82 ± 0.01	20.6 ± 0.1	0.76	$3.5 \cdot 10^{6}$	6 - 135
	TD-C	0.86 ± 0.01	20.4 ± 0.1	0.77	$1.8 \cdot 10^{6}$	3 - 145
	MD-A	0.67 ± 0.01	20.5 ± 0.3	0.42	$2.9 \cdot 10^{6}$	7 - 252
	MD-B	0.73 ± 0.01	20.3 ± 0.3	0.59	$3.4 \cdot 10^{6}$	4 - 240
Espumado 20%	MD-C	0.80 ± 0.01	20.5 ± 0.1	0.71	$5.5 \cdot 10^{6}$	7 - 203
reducción de peso	TD-A	0.79 ± 0.01	20.2 ± 0.4	0.59	$4.7 \cdot 10^{6}$	7 - 243
	TD-B	0.73 ± 0.01	20.3 ± 0.3	0.58	$1.6 \cdot 10^{6}$	2 - 248
	TD-C	0.78 ± 0.01	20.2 ± 0.2	0.59	$7.0 \cdot 10^{6}$	6 - 215

Tabla 1. Parámetros morfológicos de placas de PP FV espumadas

3.2. Crack Tip Opening Displacement

Las curvas Fuerza-desplazamiento obtenidas con probetas SENT ensayadas en la dirección TD se muestran en la figura 3. Tanto en el material macizo como en los espumados, la propagación de grieta inició con anterioridad al alcance de la fuerza máxima y del colapso plástico de todo el ligamento. Además, la propagación de grieta no fue completamente estable a lo largo de todo el ligamento. El mismo comportamiento fue observado con placas macizas y espumadas de ABS de 5 mm de espesor [9], y probablemente esté causado por un estado tensional distinto a tensión plana pura en el frente de grieta debido al grosor de las muestras, favoreciendo la propagación inestable de grieta. Así, no es posible la aplicación del método de Trabajo Esencial de Fractura (Essential Work of Fracture, EWF), por lo que el comportamiento a fractura a baja velocidad de solicitación se caracterizó mediante el parámetro de apertura del frente de grieta (CTOD), cuyos resultados están contenidos en la figura 5(a). Como cabía esperar, la presencia de celdas en los materiales espumados contribuye al enromamiento del frente de grieta. De este modo, el CTOD es mayor en las muestras espumadas en comparación con el obtenido en las macizas. En el caso del material macizo, el CTOD aumenta cuando la grieta propaga en la dirección TD, lo que puede deberse a una mayor orientación de fibras en la dirección transversal y por tanto una mayor oposición al inicio de propagación de grieta. La misma tendencia se observa en las placas espumadas con el 10% de reducción de peso. Sin embargo, el CTOD determinado en las placas de mayor porcentaje de espumación (20%) es prácticamente el mismo en ambas direcciones. La razón de que no existan cambios en el CTOD cuando la grieta propaga en la orientación MD o TD es que, puesto que este material tiene una menor proporción de piel maciza, existe una mayor desorientación de las fibras en el núcleo espumado, y como el diámetro de celda en las direcciones MD y TD es muy similar, el comportamiento del material es más isotrópico.



Figura 3. (a) Curvas F-d de probetas macizas y espumadas ensayadas en la dirección TD; (b) campo de deformación en el frente de grieta en el momento de iniciación de propagación de (i) material macizo; y espumado con una reducción de peso de (ii) 10% y (iii) 20%.



Figura 4. (a) Visión general de la superficie de fractura en diferentes zonas de ligamento de una probeta SENT espumada con un 10% de reducción de peso y ensayada en la dirección MD; (b) detalles de distintas zonas.

Así, el CTOD en las direcciones MD y TD es el mismo, y de igual valor al obtenido en la dirección TD de las placas espumadas con un 10% de reducción de peso. Los campos de deformaciones en el frente de grieta en el momento de inicio de propagación representados en la figura 3 muestran que la extensión de la zona plástica no puede ser despreciada en comparación con la dimensión del ligamento. En estudios previos con polipropileno copolímero en bloque EPBC [10] y ABS [11] se justificó el carácter cuasi-estable de la propagación de grieta de los materiales espumados, debido a los sucesivos procesos de deformación, rotura y coalescencia de celdas. Además, se observó la aparición de grietas secundarias por delante del frente principal, fenómeno que también se ha constatado en este estudio. Las micrografías MEB de las superficies de fractura mostradas en la figura 4 permiten evidenciar el desarrollo de grietas por delante del frente principal. Durante la propagación cuasi-estable de grieta en los materiales espumados, el fallo es dúctil y las superficies de fractura muestran crestas debidas al desgarro del material, visibles tanto en el núcleo espumado como en la zona de la piel. En las áreas de fallo inestable, las superficies de fractura presentan un modo de fractura frágil. Sin embargo, puede observarse como la zona de transición dúctil-frágil no se desarrolla de manera uniforme a lo largo de todo el espesor de la probeta, sino que la región dúctil está más extendida en el núcleo espumado que en las capas superficiales. Es decir, la grieta en el núcleo se propaga por delante del frente principal en las pieles macizas.

3.2. Tenacidad a fractura

Los valores de tenacidad a fractura K_{Ic} obtenidos mediante ensayos a alta velocidad con probetas SENB se ilustran en la figura 5. Las superficies de fractura examinadas mediante MEB revelaron un modo de fallo frágil, con superficies lisas y brillantes. La matriz de PP se fractura, mientras que las fibras actúan como puente entre ambas caras de la grieta. En la dirección TD, las probetas de los laterales de las placas (secciones TD-A y C) presentan un valor de K_{Ic} similar y superior al de la sección central (TD-B). El perfil abanico del flujo de llenado de la cavidad genera una componente elongacional que se superpone al campo de cizalla, lo que da lugar a una orientación aleatoria de las fibras en el centro de las placas, reduciendo así la tenacidad en esta sección.





Esto también explicaría los mayores valores de K_{Ic} cuanto mayor es la distancia al punto de inyección (secciones MD-A, B y C), incluso superiores a la tenacidad obtenida en la dirección TD. En los materiales espumados, las celdas actúan como concentradores de tensiones debido al estado triaxial de tensiones [12]. Por lo tanto, el parámetro K_{Ic} disminuye en comparación con el material macizo, también como consecuencia de una menor densidad, resistencia y capacidad de absorción de energía. En la dirección TD, las diferencias encontradas entre las secciones extremas (TD-A y C) y la interior (TD-B) son menos acusadas, ya que, como se ha comentado en el análisis morfológico, la espumación da lugar a una mayor desorientación de las fibras de vidrio. En la dirección opuesta, en cambio, los valores de K_{Ic} son inferiores, y se mantienen en el mismo orden en las tres secciones analizadas (MD-A, B y C). En polímeros no cargados, se ha concluido que la densidad aparente es el factor más influyente en sus propiedades mecánicas y a fractura [13]. La adición de fibras de vidrio contribuye a compensar la reducción de propiedades debido a la disminución de la densidad aparente. Esto puede observarse en los resultados de K_{Ic} obtenidos en las secciones con mayor orientación de la carga (TD-A y TD-C), donde las probetas con un 10% y un 20% de reducción de peso presentan el mismo valor de tenacidad a fractura.

4. CONCLUSIONES

Las placas espumadas analizadas mediante Microscopía Electrónica de Barrido (MEB) mostraron una estructura consistente en dos capas superficiales macizas y un núcleo espumado. Las celdas contribuyen a un mayor enromamiento del frente de grieta, por lo que se obtuvo un mayor valor del parámetro de apertura del frente de grieta CTOD (Crack Tip Opening Displacement) en estos materiales, en comparación al determinado en el material macizo. Sin embargo, las celdas actúan como concentradores de tensiones y, por tanto, la tenacidad a fractura (K_{Ic}) disminuye conforme se reduce la densidad en las placas espumadas. El material macizo evidenció una mayor anisotropía que las muestras espumadas, puesto que la estructura celular promueve una mayor desorientación de las fibras. En aquellas zonas con una alta orientación de la carga, el grado de espumación apenas afecta a la tenacidad a fractura, ya que se obtuvieron valores similares de K_{Ic} para las reducciones de peso de 10% y 20% estudiadas.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer al Ministerio de Economía y Competitividad la financiación recibida para el proyecto MAT2013-40730P. J. Gómez-Monterde agradece a la Generalitat de Catalunya y a Rücker Lypsa SLU la colaboración en el Pla de Doctorats Industrials.

REFERENCIAS

- H.S. Tan, Y.Z. Yu, L.P. Li, X.J. Liu, Z.X. Tan, Y.Y. Gong, A.X. Li, Mechanical properties of long glass fiber-reinforced polyolefin composites, *Polymer-Plastics Technology and Engineering* 54(13), 1343-1348, 2015.
- [2] C. Unterweger, O. Brüggemann, C. Fürst, Synthetic fibers and thermoplastic short-fiberreinforced polymers: Properties and characterization, *Polymer Composites* 35(2), 227-236, 2014.
- [3] J. Xu, Microcellular Injection Molding, Wiley, ISBN 978-0-470-46612-4, 618 pp., 2010.
- [4] A.B. Martinez, J. Gamez-Perez, M. Sanchez-Soto, J.I. Velasco, O.O. Santana, M.Ll. Maspoch, The Essential Work of Fracture (EWF) method – Analyzing the Post-Yielding Fracture Mechanics of polymers, *Engineering Failure Analysis* 16(8), 2604-2617, 2009.
- [5] D. Arencón, M. Antunes, V. Realinho, J.I. Velasco, Influence of chemical nature, expansion ratio and cellular morphology on the fracture behaviour of flexible polyolefin-based foams assessed by the Essential Work of Fracture (EWF), *Polymer Testing* **43**, 163-172, 2015.
- [6] T.L. Anderson, Fracture Mechanics: Fundamentals and Applications, 3 ed., CRC Press, ISBN 97808049316562, 640 pp., 2005.
- [7] D.R. Moore, A. Pavan, J.G. Williams, Fracture mechanics testing methods for polymers adhesives and composites, Elsevier, ESIS Publication 28, ISBN 978-0-08-043689-0, 388 pp., 2001.
- [8] Z. Xi, X. Sha, T. Liu, L. Zhao, Microcellular injection molding of polypropylene and glass fiber composites with supercritical nitrogen, *Journal of Cellular Plastics* 50(5), 489-505, 2014.
- [9] J. Gómez-Monterde, M. Schulte, M. Sánchez-Soto, O. Santana, M.Ll. Maspoch, Efecto de la microespumación de ABS sobre el comportamiento a fractura, *Anales de Mecánica de la Fractura* 32, 261-266, 2015.
- [10] J. Gómez-Monterde, E. Franco-Urquiza, M. Sánchez-Soto, D. Arencón, O.O. Santana, R. Docampo, M.Ll. Maspoch, Caracterización del comportamiento a fractura de un polipropileno copolímero espumado, *Anales de Mecánica de la Fractura* **31**, 394-402, 2014.
- [11] J. Gómez-Monterde, M. Schulte, S. Ilijevic, J. Hain, M. Sánchez-Soto, O.O. Santana, M.Ll. Maspoch, Effect of microcellular foaming on the fracture behaviour of ABS polymer, *Journal of Applied Polymer Science* **133**, 43010(1-10), 2016.
- [12] M.N. Bureau, V. Kumar, Fracture toughness of high density polycarbonate microcellular foams, *Journal of Cellular Plastics* 42, 229-240, 2006.
- [13] L. Marsavina, E. Linul, T. Voiconi, T. Sadowski, A comparison between dynamic and static fracture toughness of polyurethane foams, *Polymer Testing* 32, 673-680, 2013.

FRACTURA DE BIOBLENDS PLA/ABS PREPARADAS POR MOLDEO POR INYECCIÓN

O. O. Santana¹, D. Costas¹, J. Cailloux¹, M. Sánchez-Soto², F. Carrasco³, M. Ll. Maspoch¹

¹ Centre Català del Plàstic (CCP)- Universitat Politècnica de Catalunya (UPC – ETSEIB) c/Colom, 114. Edifici Vapor Universitari. 08222 Terrassa, España E-mail: maria.lluisa.maspoch@upc.edu

² Centre Català del Plàstic (CCP)- Universitat Politècnica de Catalunya (UPC – ETSEIAT)

³ Universitat de Girona – Dep.d'Enginyeria Química, Agrària i Tecnologia Agroalimentaria

RESUMEN

Se ha evaluado el comportamiento a fractura y correlacionado con el gradiente morfológico que se genera durante el moldeo por inyección de un Poli(Ácido Láctico) modificado estructuralmente mediante extrusión reactiva con un agente multiepoxídico (REX-PLA) y mezclado con un 30% en peso de Acrilonitrilo-Butadieno-Estireno (ABS). La adición de un 20% en peso de un ABS modificado con Anhídrido Maléico (ABS-g-MAH) en base a la fase ABS, en conjunción con la reactividad remanente del REX-PLA promueve una mejor dispersión y generación de una interfase resistente. El inicio de la propagación de grieta no se ve influenciado ni por la adición del ABS-MAH ni por la morfología generada. Es en la etapa de propagación donde el ABS-g-MAH muestra su efectividad en la desaceleración de la propagación de grieta.

PALABRAS CLAVE: PLA, ABS, Bioblends, Morfología, Fractura, Impacto

ABSTRACT

It has been evaluated the fracture behavior and co-related with the morphological gradient generated during injection molding of a Poly(lactic acid) structurally modified by reactive extrusion with a multiepoxide reagent (REX-PLA) and blended with 30% by weight Acrylonitrile-Butadiene-Styrene (ABS). The addition of 20% by weight of a maleic anhydride modified ABS (ABS-g-MAH) based on the ABS phase, in conjunction with the remaining reactivity of REX-PLA promotes better dispersion and generates a strong interface. The onset of crack propagation is not influenced either by the addition of ABS-g-MAH or by morphology gradient generated. It is in the propagation step where the ABS-MAH shown to be effective in slowing the crack propagation.

KEYWORDS: PLA, ABS, Bioblends, Morphology, Fracture, Impact

1. INTRODUCCIÓN

Las mezclas de poli(ácido láctico) (PLA) con el terpolímero Acrinitrilo-Butadieno-Estireno (ABS) se proponen como una de las vías para mejorar las propiedades y ampliar las aplicaciones tecnológicas de larga vida útil del PLA, donde la biodegradabilidad es de importancia secundaria. El énfasis se focaliza en el contenido de materia prima de origen renovable a fin de disminuir las emisiones de CO2 asociadas al producto. Esta estrategia es de interés para los mercados de automoción y electrónica [1].

La tecnología de mezclado de polímeros require del uso de compatibilizantes puesto que en general los materiales que se mezclan son totalmente inmiscibles, generando morfologías heterogéneas con baja adhesión interfacial. Para la combinación de polímeros que se propone en este estudio diversos autores han usado agentes epoxidados, con Anhidrido Maléico (MAH) o la combinación de ambos, de forma tal que asegure a transmisión de tensiones entre las fases cuando el sistema es sometido a una solicitación mecánica [2,3].

Las propiedades vienen determinadas por la morfología obtenida, en particular, de las características finales de los dominios del componente minoritario: tamaño promedio, forma, distribución y distancia entre dominios. Este último aspecto suele estar controlado por la proporción y la relación de viscosidades entre las fases a la temperatura de mezclado [4].

El estudio del comportamiento a fractura de piezas de plástico moldeadas por inyección no es fácil debido a la anisotropía producida por la orientación molecular inducida por el flujo de llenado de la cavidad. Al trabajar con mezclas inmiscibles, la situación se complica aún más ya que se presenta un tipo de anisotropía adicional producida por la orientación de las fases a lo largo de las líneas de flujo. Inclusive, dentro de una misma pieza, la yuxtaposición de los campos elongacionales con los campos de cizalla que se generan durante el avance del fluidos polimérico en la cavidad, puede generar un gradiente morfológico bastante diferenciado dependiendo de la ubicación de la zona respecto al punto de inyección. Esto hecho hace que el comportamiento a fractura sea muy diferente en cada zona, yendo en detrimento del desempeño mecánico de la pieza acabada [5].

El trabajo presente plantea un doble objetivo. Por un lado, evaluar el efecto que tiene el uso como matriz de un PLA parcialmente modificado con un agente extensor de cadena multiepoxidado mediante extrusión reactiva el cual preserva reactividad remanente (REX-PLA). Por otro, estudiar la relación entre la morfología inducida durante el procesamiento y el comportamiento a fractura de estas mezclas.

2. PARTE EXPERIMENTAL

2.1. Materiales y obtención de mezclas.

Como componente mayoritario de las mezclas PLA/ABS se ha empleado un grado comercial de PLA (Ingeo 4032D, NatureWorks) parcialmente modificado mediante extrusión reactiva (REX-PLA) con un agente extensor/ramificador de cadena multiepoxídico (Joncryl 4300F, BASF). Detalles de su preparación se pueden encontrar en [6, 7]. El ABS seleccionado fue un grado comercial de uso general con un 21 % en peso de GP22, Styrolution-BASF). Butadieno (Terluran Adicionalmente se ha empleado un ABS modificado con Anhídrido Maléico, ABS-g-MAH, (Bondyram 6000, Polyram) con un 18% en peso de Butadiento y un 0.6 % molar de Anhídrido Maléico. Antes del procesamiento, los diferentes polímeros fueron mezclados físicamente en las proporciones indicadas en la tabla 1 y secados a 80°C durante 3h en una tolva secadora con punto de rocío de -40°C (DSN506 HE, Piovan).

El mezclado en "fundido" se llevó a cabo en una extrusora doble-husillo co-rotante con 7 zonas calefactoras, un diámetro de husillo de 25 mm y relación L/D = 36 (COLLIN Kneter 25X24D) y un cabezal de tipo filamento (diámetro de 3 mm). El perfil de temperatura se estableció entre 150 (zona 1) y 200°C (cabezal) y la velocidad de giro del husillo empleada fue de 45 rpm. El extrudado fue enfriado en una bañera con circulación de agua (20°C), cortado (granceado) y recristalizado a 90°C durante 4 h.

Tras el secado de las granzas recristalizada, similar al descrito anteriormente, se procedió a fabricar placas cuadradas de $100 \times 100 \times 3 \text{ mm}^3$ mediante moldeo por inyección (VC500, 110 Tn, Engel). El perfil de

Tabla 1. Codificación y composición de las mezclas en % en peso de mezcla.

Código	REX-PLA	ABS	ABS-g-MAH
REX-PLA	100	-	-
Bioblend-0	70	30	-
Bioblend-6	70	24	6

temperatura en la unidad de plastificación se estableció entre 165°C (alimentación) y 205°C (boquilla), empleando un molde a 20°C y un caudal de inyección de 45 cm³.s⁻¹. Las placas así fabricadas fueron sometidas a un tratamiento de recocido a 80°C durante 15 minutos, emulando el tratamiento usualmente empleado en piezas de ABS. De estas, fueron mecanizadas barras rectangulares en las ubicaciones *central* (colineal) y lateral al punto de inyección, con las dimensiones que se muestran en la figura 1.

2.2. Caracterización morfológica y fractura

La caracterización morfológica en dirección transversal al flujo del llenado de la cavidad (TD) se realizó sobre la superficie de fractura criogénica de las barras mecanizadas descritas anteriormente (zona sombreada de la figura 1). Para ello, se recubrió con oro la superficie y se procedió a su observación por Microscópio Electrónico de Barrido, MEB, (Jeol JSM 7001-F) operando a un voltaje de aceleración de 2 kV. Adicionalmente se analizaron superficies provenientes de la misma región ("central" de la placa) pero en orientación paralela al flujo de llenado de la cavidad.

El análisis cuantitativo de la fractura se realizó sobre probetas SENB, siguiendo la metodología sugerida por ESIS-TC4 [8]. Para cada material/disposición fueron ensayadas 10 probetas con una relación nominal de entalla/ancho (a/W) de 0,5. Previo al ensayo se agudizó la entalla indentando con una hoja de afeitar, evitando excesivo daño plástico en la punta de la misma. Una vez fracturada, se procedió a la determinación de la longitud de ligamento efectiva mediante una lupa binocular con una magnificación de 40 aumentos.

Los ensayos se realizaron en un equipo de impacto pendular (Dartvis, CEAST) en configuración CHARPY a 20°C y una velocidad de impacto de 0,9 m.s⁻¹. Se utilizó un martillo instrumentado de 25 J acoplado a un sistema de adquisición de datos DAS 16000, con una frecuencia de muestreo de 666 Hz. Las superficies de fractura así obtenidas fueron recubiertas con oro y observadas mediante microscopía electrónica de barrido.



Figura 1. Ubicación y dimensiones de las barras mecanizadas a partir de las placas moldeadas.

SAN libre

Debido a las características del comportamiento observado durante el ensayo se determinó el valor "aparente" del factor de intensificación de tensiones al inicio de la propagación de grieta o tenacidad aparente de fractura (K_Q) y la tasa de liberación de energía para el crecimiento de la grieta (G_Q) de acuerdo a los postulados de la Mecánica de la Fractura Elástico Lineal (LEFM) [8].

3. RESULTADOS Y DISCUSIONES

3.1. Morfología generada.

La figura 2 muestra en detalle la heterogeneidad resultante en las mezclas preparadas. Por una parte se observa una fase dispersa, correspondiente al ABS, con tamaños que van desde los 0,5 a 1,5 µm, y evidencias de múltiple cavitación tanto en su interior como en la intercara. Por otro lado, se aprecia una fase continua de aspecto "liso" correspondiente al REX-PLA que presenta partículas esféricas que van desde 0,07 hasta 0,2 µm de diámetro. Dichas partículas corresponderían, respectivamente, al Butadieno libre y fase SAN, constitutiva del ABS comercial empleado.

Realizando una observación global de las muestras considerando dirección de llenado del fluido en la



ABS+SAN+Butadiene libre

Butadieno libre

Figura 2. Micrografía MEB de superficie de fractura criogénica de Bioblend 0.

cavidad así como su posición respecto a la línea de inyección, se puede establecer un gradiente morfológico cuyas características varían sensiblemente con la adición deABS-g-MAH (figura 3). Se puede apreciar que en la región central (colineal al punto de inyección, figuras 3b-c y 3e-f) la morfología generada es de tipo laminar estratificada, cuyo espesor disminuye en presencia del ABS-g-MAH.



Figura 3. Micrografías MEB de las superficies de fractura criogénicas de la región media (entre pared de cavidad y centro de la probeta) en las ubicaciones y direcciones señaladas en la figura (sombreadas en gris).

En la región "lateral" al punto de inyección, se observa que en la dirección transversal a la dirección del flujo (TD) (figuras 3a y 3d), la fase dispersa de ABS presenta una forma circular, cuyo diámetro disminuye al añadir ABS-g-MAH (figura 3d). Correlacionando con micrografías tomadas en la dirección MD (no mostradas en esta comunicación) se puedo establecer que en realidad son filamentos elongados de sección circular (esquematizadas en la figura 3).

Combinando las observaciones realizadas en la sección media de las barras (figura 3) con las de la región cercana a la pared de la cavidad del molde (no mostradas en esta comunicación), se puede establecer un gradiente morfológico como el que se esquematiza en la figura 4. En líneas generales se puede decir que en la región "colineal" al punto de inyección se genera una morfología de tipo laminar estratificada en toda la sección, mientras que en la región "lateral" al punto de inyección la morfología evoluciona desde una "lámina estratificada" en las zonas cercanas a la pared del molde a una de "filamentos" con su eje axial orientado en la dirección del flujo y que ocupa el mayor porcentaje de la sección.

La adición de ABS-g-MAH no modifica en mayor medida el aspecto de dichos gradientes, pero sí hace que disminuya los espesores de los estratos y/o diámetro de los filamentos de la fase ABS, evidenciando su efecto dispersante/emulsificante.



Figura 4. Esquema del gradiente morfológico generado en las placas moldeadas en función de la ubicación respecto al punto de inyección.

Este gradiente morfológico es consecuencia del patrón de flujo de tipo "doble abanico" generado durante el llenado de la cavidad, y que se esquematiza en la figura 5. En la región de avance central del flujo ("colineal" al punto de inyección) se superpone al campo de flujo por cizalla uno elongacional, lo que genera en dicha zona la morfología tipo laminar, cuya esbeltez disminuye al añadir ABS-g-MAH. En la región de "intersección" de los dos patrones (lateral al punto de inyección, figura 5-4 y 5-5) predomina el campo a cizalla en el fluido, lo que promueve la elongación de la fase minoritaria, pudiendo generar una estructura "bead and string" similar a la reportada en mezclas PC/ABS [9].

3.2. Comportamiento a fractura

La figura 6 muestra las curvas típicas de *Carga* normalizada por sección de ligamento vs. Tiempo de contacto impactor-probeta (*F*-t) registradas en los ensayos sobre probetas SENB a 0,9 m.s⁻¹. Se aprecia que para las mezclas y en ambas posiciones dentro de la placa, el proceso presenta dos etapas. Una primera (Etapa I) donde la carga aumenta de forma lineal hasta unos 1,5 ms, donde se registra una caída abrupta para luego desacelerar su caída (Etapa II) y proseguir la disminución de la carga de forma paulatina hasta la completa ruptura. Esta secuencia en el trazo de las curvas *F*-*t* pudiera relacionarse con los eventos de inicio de propagación (región lineal) y posterior propagación "lenta" de grieta.

Dada la característica "lineal" de la etapa de iniciación de la propagación de grieta, se determinaron los parámetros "aparentes" de fractura aplicando la Mecánica de la Fractura Elástico-Lineal (LEFM): *Tenacidad a fractura* (K_Q) y la *tasa de liberación de energía para el crecimiento de la grieta* (G_Q), y que se presentan en la Tabla 2. La relación entre ambos parámetros indica que el inicio de propagación de grieta se presenta en un estado de tensiones mixto, por lo que los valores obtenidos no se consideran como intrínsecos



Figura 5. Secuencia de inyecciones incompletas mostrando el patrón "abanico simple" (1,2); la transición (3) y la generación del "doble abanico"(4,5).



Figura 6. Curvas Carga normalizada (por sección de ligamento) vs. Tiempo de contacto impactor-probeta a) central y b) lateral al punto de inyección.

del material, pero sí permiten un análisis comparativo entre materiales para esta geometría.

Según estos resultados, la adición de ABS al REX-PLA promueve un incremento en el valor de K_Q de casi un 75 % en las posiciones centrales (colineales al punto de inyección) y del 70% en las posiciones laterales. En lo referente al valor de G_Q dicha adición promueve un incremento de este valor siguiendo una tendencia contraria respecto a la observada en K_Q , es decir, el incremento ahora es mayor en la posición "lateral" (220% de incremento) que en la "central" (180 % de incremento). Ambas tendencias no dependen de la adición de ABS-g-MAH.

Ahora bien, el estudio completo del proceso de fractura debería incluir la etapa de propagación (Etapa II). En

Tabla 2. Parámetros $K_Q y G_Q de$ la etapa de iniciación Energía específica de ruptura (RI*). C: Central, L: Lateral.

Materiales		Ko	G ₀	RI*
		$(MPa.m^{-1/2})$	$(kJ.m^{-2})$	$(kJ.m^{-2})$
REX-PLA		$1,72 \pm 0,02$	$0,97 \pm 0,02$	$0,9 \pm 0,2$
Dichland 0	С	$3,04 \pm 0,02$	$2,81 \pm 0.03$	$5,9 \pm 0,2$
Bioblelid-0	L	$2,91 \pm 0,04$	$3,20 \pm 0,07$	$6,0 \pm 0,1$
Dichland 6	С	$3,02 \pm 0,03$	$2,71 \pm 0,07$	$6,1 \pm 0,1$
Dioblelia-0	L	$2,87 \pm 0,03$	$2,96 \pm 0,03$	$8,6 \pm 0,2$

este caso, y a falta de un análisis más extenso, se han determinado los valores de *Energía global de ruptura por unidad de sección de ligamento*, similar a un valor de resistencia al impacto (RI*). Tal y como se aprecia en la Tabla 2, la adición de ABS-g-MAH fomenta un incremento de un 47% en este parámetro para las regiones "laterales" al punto de inyección, siendo prácticamente nulo para la región central. Este hecho estaría relacionado con la configuración morfológica que se presenta para este sistema (véase esquema en la figura 4).

Los filamentos generados por la fase ABS y orientados de forma perpendicular al plano de propagación de grieta podrían actuar como refuerzo durante la apertura de la grieta. La alta esbeltez de estos al añadir ABS-g-MAH, y la generación de una mejor interfase ABS-REX-PLA contribuiría a una mayor proporción de *"interfase efectiva"*, siendo más eficaces en la desaceleración de la grieta.

Evidencias de este efecto se encuentran al analizar las superficies de fractura de esta región ("lateral" al punto de inyección) en las mezclas (Figura 7). En ambos casos se aprecia un "valle" central, característico del efecto "pop-in" o "túnel" (figuras 7a y 7c) no presente en las barras de la región central (colineal al punto de inyección). Este "túnel" se genera como un mecanismo para aliviar la alta triaxilidad generada en la sección central de la probeta, lo que permite la formación de "labios de cizalla" (shear lips) en los extremos externos de la sección promovidos por un estado de tensión plana en estas regiones [10].

El hecho de que este efecto "túnel" no se observe en las barras de la región central de la placa, pone en evidencia la acción de "frenado" de la morfología generada (filamentos). Al encontrar la grieta estos filamentos orientados de forma perpendicular al plano de propagación, se desacelera gracias a una acción "puente" (Bridging) que estos pueden ejercer. Si la interfase entre los filamentos y la matriz no es suficiente, se presenta la decohesión y "pull-out" de los mismos (figura 7b), siendo menos efectivo su efecto.

Si la adhesión es elevada, la propia elongación del filamento debido al campo traccional de apertura genera una cizalladura local en la interfase, haciendo que tanto matriz como fase dispersa deforme como un todo (figura 7d), consumiendo parte de la energía del frente de grieta, desacelerando la misma. Es quizás por este efecto que el "túnel" generado en la mezcla Bioblend-6 presente una forma discontinua (figura 7c), característico de un avance-desaceleración de grieta, demostrando la efectividad de la adición del ABS-g-MAH.



Figura 7. Micrografías MEB de las superficies de fractura de Bioblend 0 (a y b) y Bioblend-6 (c y d) obtenidas en las secciones laterales al punto de inyección de la placa. Las micrografías b y e corresponden a las regiones señaladas en los recuadros.

4. CONCLUSIONES

La adición de ABS-g-MAH promueve un efecto "emulsificante" en las mezclas estudiadas. La conjunción de este agente con la reactividad remanente del REX-PLA empleado, promueve la generación de una interfase capaz de aumentar la resistencia a la propagación de la grieta cuando la morfología generada en la fase dispersa (ABS) es de tipo filamentar, orientada de tal forma que su eje axial sea perpendicular al plano de propagación de la grieta.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen al Ministerio de Economía y Competitividad por la financiación recibida a través del proyecto *MAT2013-40730-P*.

REFERENCIAS

[1] M. Reddy, S. Vivekanandhan, M. Misra, S. K. Bhatia, A. K. Mohanty. *Progress in Polymer Science*, **38**, 1653-1689. 2014.

[2] Y. Li, H. Shimizu. *European Polymer Journal*, **45**, 738-746. 2009.

[3] S. Sun, M. Zhang, H. Zhang, X. Zhang. *Journal of Applied Polymer Science*, **122**, 2992-2999. 2011.

[4] Utracki LA, Polymer alloys and blends: Thermodynamics and rheology, Hansen Publishers. Alemania 1989. p. 1-5, 29-65, 130-247

[5] M. P. Lee, A. Hiltner, E. Baer. *Journal of Material Science*, **28**, 1491-1502. 1993.

[6] J. Cailloux, O. Santana, M. Ll. Maspoch, J. J. Bou, F. Carrasco. *J. of Rheology*, **59**(5), 1191-1227. 2015.

[7] O. Santana, J. Cailloux, M. A. Sánchez-Soto, F. Carrasco, M. Ll. Maspoch. Injection molded REX-PLA/ABS bioblends: Morphological characterization. Biopol-2015, book of abstracts.

[8]D.R.Moore, A. Pavan, J. G. Williams. Fracture mechanics testing methods for polymers adhesives and composites. Esis Publication 28. Elsevier, UK. 2001.

[9] M. P. Lee, A. Hiltner, E. Baer. Polymer, 33(4), 685-697. 1992.

[10] R. W. Boyle, A. M. Sullivan, J. M. Krafft. *Welding J. Res. Suppl.*, 41, 428 (1962).

ENSAYOS DE FRACTURA INTERLAMINAR EN MODO II EN LAMINADOS COMPOSITES ANGULARES

A. Arrese^{1*}, J. De Gracia¹, A. Boyano¹, F.Mujika^{1*}

¹Grupo Materiales + Tecnologías, Departamento de Ingeniería Mecánica (UPV/EHU) Escuela de Ingeniería de Gipuzkoa, Plaza de Europa, 1, 20018 Donostia-San Sebastián *E-mail: faustino.mujika@ehu.eus

RESUMEN

En el presente trabajo se estudian ensayos de fractura interlaminar en laminados composites con distintas configuraciones de simetría, de forma que puedan surgir modos de fractura mixtos II/III. La configuración de ensayo analizada es la que se utiliza para determinar la tasa crítica de liberación de energía en modo II en laminados unidireccionales y en materiales ortótropos. En las configuraciones de laminado analizadas en el presente trabajo se produce el acoplamiento flexión-torsión, por lo que la probeta está sometida a momentos flectores y torsores. Se explican los pasos más relevantes de la aproximación analítica y se propone una metodología para la realización de ensayos y para la interpretación de resultados experimentales.

PALABRAS CLAVE: Fractura Interlaminar, Laminados Angulares, Modo II/III.

ABSTRACT

The present study deals with the analysis of mixed mode failure modes II/III of interlaminar failure in composite laminates with different symmetry conditions. The test configuration analyzed is usually applied to the determination of mode II interlaminar failure in unidirectional laminates and in orthotropic materials. In the laminate configurations used in the present study bending-twisting coupling occurs. As a consequence, the specimen is acted on by bending and twisting moments. The main steps of the analytic approach are explained and a methodology for carrying out tests and for the reduction of experimental results is proposed.

KEYWORDS: Interlaminar Fracture, Angle-ply Laminates, Mode II/III.

1. INTRODUCCIÓN

Habitualmente la fractura interlaminar en composites laminados se analiza experimentalmente en probetas donde el frente de grieta es perpendicular a la dirección de la fibra. En la mayoría de los casos se analizan además los modos de fractura I y II y el modo mixto I/II. Ello es debido a que los mayores valores de tenacidad se obtienen cuando la fractura avanza en la misma dirección que la fibra. Sin embargo, los laminados composites pueden contener láminas con orientaciones diversas [1-3]. El laminado composite es entonces heterogéneo y el comportamiento global es anisótropo. Debido a la anisotropía, el comportamiento normal y tangencial están acoplados, es decir, las tensiones normales generan deformaciones tangenciales y las tensiones tangenciales generan deformaciones normales. Estos efectos de acoplamiento inducen a que en flexión los momentos flectores generen curvaturas de torsión y los momentos torsores generen curvaturas de flexión [4-6].

Además de los efectos debidos a las cargas aplicadas, los composites laminados carbono/epoxi de aplicación aeronaútica son sensibles a los efectos higrotérmicos residuales. Estos materiales se fabrican habitualmente a 180°C temperatura a la que adquieren su estado sólido, por lo que la temperatura libre de tensiones es habitualmente la de fabricación. Quiere ello decir que a temperatura ambiente el salto térmico es considerable y negativo. Debido a la diferencia de los coeficientes de dilatación térmica en la dirección de la fibra y en la dirección perpendicular a la misma, el comportamiento térmico es también anisótropo, con lo que las de variaciones temperatura generan también deformaciones tangenciales. Dependiendo de la configuración del laminado, pueden surgir curvaturas de flexión v/o de torsión a temperatura ambiente. Sin cargas aplicadas, dichas curvaturas residuales están asociadas a estados de tensiones de resultante y momento resultante nulo.

El análisis de los ensayos de fractura en laminados composites se realiza habitualmente mediante ensayos en los que las probetas están sometidas a flexión. En el presente trabajo se va a analizar la fractura interlaminar en laminados angulares en una configuración de ensayo que se utiliza para caracterizar la fractura interlaminar en composites unidireccionales en modo II. Dicha configuración de ensayo se denomina Flexión con Entalla Final (End Notched Flexure Test, ENF). Debido a las configuraciones de laminado utilizadas que se explicarán con detalle en párrafos posteriores, puede existir el acoplamiento flexión-torsión mostrado en la Figura 1 y curvaturas residuales de flexión y torsión mostradas en la Figura 2, con la consiguiente aparición de modo III de fractura interlaminar. Se realizará un análisis detallado del problema y se interpretarán resultados experimentales mediante la aproximación analítica propuesta.



Figura 1. Acoplamiento flexión torsión debido a la anisotropía.



Figura 2. Curvaturas residuales de flexión y torsión debidas al proceso de fabricación.

2. TEORÍA DE LAMINADOS

2.1. Desplazamientos y deformaciones

Se supone un laminado con geometría de tira para modelizar la probeta utilizada en el ensayo. Se asume el siguiente campo de desplazamientos:

$$u = u_0(x, y) + z\theta_x(x, y)$$

$$v = v_0(x, y) + z\theta_y(x)$$

$$w = w_0(x, y) = w_0(x) - y\theta_y(x)$$
(1)

De acuerdo a las ecuaciones (1), los desplazamientos en dirección y están motivados por el ángulo de torsión θ_y . Los desplazamientos w, tienen componentes debidas a la flexión y al ángulo de torsión. Por otra parte, se supone que el ancho de la tira rota pero se mantiene recto. Las deformaciones vienen dadas por:

$$\varepsilon_{x} = u_{,x} = \varepsilon_{x}^{0} + z\kappa_{x}$$

$$\varepsilon_{y} = v_{,y} = \varepsilon_{y}^{0} + z\kappa_{y}$$

$$\varepsilon_{z} = 0$$

$$\gamma_{xy} = \gamma_{s} = u_{,y} + v_{,x} = \gamma_{xy}^{0} + z\kappa_{xy}$$

$$\gamma_{xz} = u_{,z} + w_{,x} = \theta_{x} + w_{0,x} - y\theta_{y}'$$

$$\gamma_{yz} = v_{,z} + w_{,y} = \theta_{y} - \theta_{y} = 0$$
(2)

Siendo

$$\varepsilon_x^0 = u_{0,x} \quad \varepsilon_y^0 = v_{0,y} \quad \gamma_s^0 = u_{0,y} + v_{0,x}$$

$$\kappa_x = \theta_{x,x} \quad \kappa_y = \theta_{y,y} = 0$$

$$\kappa_{xy} = \kappa_s = \theta_{x,y} + \theta_{y,x} = \theta_{x,y} + \theta'_y$$
(3)

De acuerdo a la ecuación $(2)_5$ resulta que $\theta_x = \gamma_{zx} + y\theta'_y$. Derivando respecto a y y sustituyendo en la ecuación $(3)_6$ la curvatura de torsión viene dada por:

$$\kappa_{xy} = \kappa_s = \theta_{x,y} + \theta_{y,x} = \gamma_{zx,y} + 2\theta'_y \tag{4}$$

2.2. Tensiones, fuerzas y momentos por unidad de longitud en el plano del laminado

Las tensiones en la lámina k del laminado, teniendo en cuenta los efectos higrotérmicos vienen dadas por:

$$\begin{cases} \sigma_{x} \\ \sigma_{y} \\ \tau_{s} \end{cases}_{k} = \begin{bmatrix} Q_{xx} & Q_{xy} & Q_{xs} \\ Q_{xy} & Q_{yy} & Q_{ys} \\ Q_{xs} & Q_{ys} & Q_{ss} \end{bmatrix}_{k} \left\{ \begin{cases} \varepsilon_{x} \\ \varepsilon_{y} \\ \gamma_{s} \end{cases} - \begin{cases} e_{x} \\ e_{y} \\ e_{s} \end{cases}_{k} \right\}$$
(5)

Siendo las deformaciones higrotérmicas e_i :

$$e_i = \alpha_i \Delta T + \beta_i \Delta c \tag{6}$$

Donde $i = x, y, s; \alpha_i$ es el coeficiente de dilatación térmica; ΔT es la variación de temperatura; β_i es el coeficiente de dilatación higroscópica; y Δc es la variación en la concentración de humedad.

En forma abreviada:

$$\{\sigma\}_{k} = [\mathcal{Q}]_{k} \left(\{\varepsilon\} - \{e\}_{k}\right) = [\mathcal{Q}]_{k} \left(\{\varepsilon^{0}\} + z\{\kappa\} - \{e\}_{k}\right)$$
(7)

Integrando las tensiones en el espesor del laminado se obtienen las resultantes de fuerzas y momentos por unidad de longitud correspondientes a las componentes en el plano del laminado:

$$\begin{cases} N_{x} \\ N_{y} \\ N_{x} \\ N_{x} \\ M_{y} \\ M_{s} \\ M$$

Los términos N_i representan fuerzas de membrana en el plano del laminado, por unidad de longitud. Los términos M_i representan momentos de placa, por unidad de longitud. El superíndice HT indica fuerzas y momentos equivalentes debidos a efectos higrotérmicos.

Los términos A_{ij} representan los coeficientes de rigidez de membrana del laminado. Los términos B_{ij} representan los coeficientes de rigidez membrana-placa del laminado y los coeficientes D_{ij} representan los coeficientes de rigidez de placa del laminado. Dado que los términos conocidos son las fuerzas y los momentos, la ecuación (8) suele escribirse en forma inversa, expresada en función de los coeficientes de flexibilidad del laminado. En el ensayo analizado en este trabajo, los únicos términos no nulos son los momentos flectores M_x y el torsor M_s . Por lo tanto:

$$\begin{cases} \mathcal{E}_{x}^{0} \\ \mathcal{E}_{y}^{0} \\ \mathcal{F}_{s}^{0} \\ \mathcal{F}_{s}^{0} \\ \mathcal{K}_{x} \\ \mathcal{K}_{y} \\ \mathcal{K}_{s} \end{cases} = \begin{bmatrix} a_{xx} & a_{xy} & a_{xs} & b_{xx} & b_{xy} & b_{xs} \\ a_{xy} & a_{yy} & a_{ys} & b_{xy} & b_{yy} & b_{ys} \\ a_{xs} & a_{ys} & a_{xs} & b_{xx} & b_{ys} & b_{ss} \\ c_{xx} & c_{xy} & c_{xs} & d_{xx} & d_{xy} & d_{xs} \\ c_{xy} & c_{yy} & c_{ys} & d_{xy} & d_{yy} & d_{ys} \\ c_{xs} & c_{ys} & c_{ss} & d_{xs} & d_{ys} & d_{ss} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{M_{x}} \\ 0 \\ M_{s} \\ \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} N_{x}^{HT} \\ N_{y}^{HT} \\ \frac{1}{M_{x}}^{HT} \\ M_{y}^{HT} \\ M_{s}^{HT} \\ M_{s}^{HT} \\ \end{pmatrix}$$
(9)

Dado que la matriz de flexibilidad del laminado es también simétrica, se cumple $[c] = [b]^{t}$.

Dependiendo de las condiciones de apilamiento de láminas en el laminado algunos coeficientes de rigidez y de efectos higrotérmicos se hacen nulos. En este trabajo se analizarán laminados angulares formados por láminas orientadas a $\theta y - \theta$. Además el apilamianto puede ser simétrico o antisimétrico respecto del plano medio del laminado. En el caso simétrico la ecuación (9) se convierte en:

$$\begin{cases} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \frac{\gamma_s^0}{\kappa_x} \\ \kappa_y \\ \kappa_s \end{cases} = \begin{bmatrix} a_{xx} & a_{xy} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{xy} & a_{yy} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{xs} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{xx} & d_{xy} & d_{xs} \\ 0 & 0 & 0 & d_{xs} & d_{ys} & d_{ys} \\ 0 & 0 & 0 & d_{xs} & d_{ys} & d_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ M_x \\ 0 \\ M_s \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} N_x^{HT} \\ N_y^{HT} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$
 (10)

Según la ecuación (10), el comportamiento de membrana y placa están desacoplados. Por otra parte, no hay acoplamiento entre la cortadura y la fuerza axial en el comportamiento en membrana, pero existe acoplamiento flexión-torsión en el comportamiento de placa. Respecto a los efectos higrotérmicos, sólo producen deformaciones de membrana normales, que no afectan al ensayo.

En el caso de un apilamiento de láminas antisimétrico, la ecuación (9) queda:

$$\begin{cases} \mathcal{E}_{x}^{0} \\ \mathcal{E}_{y}^{0} \\ \mathcal{F}_{x}^{0} \\ \mathcal{K}_{x} \\ \mathcal{K}_{y} \\ \mathcal{K}_{s} \end{cases} = \begin{bmatrix} a_{xx} & a_{xy} & 0 & 0 & 0 & b_{xs} \\ a_{xy} & a_{yy} & 0 & 0 & 0 & b_{ys} \\ 0 & 0 & a_{ss} & b_{xs} & b_{ys} & 0 \\ 0 & 0 & c_{xs} & d_{xx} & d_{xy} & 0 \\ 0 & 0 & c_{ys} & d_{xy} & d_{yy} & 0 \\ c_{xs} & c_{ys} & 0 & 0 & 0 & d_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \mathcal{M}_{x} \\ \mathcal{M}_{s} \\ \mathcal{M}_{$$

Según la ecuación (11), el comportamiento de membrana y placa no están desacoplados. En este caso, el momento torsor genera deformaciones normales que no afectan al ensayo. Por otra parte, no hay acoplamiento entre la cortadura y la fuerza axial en el comportamiento en membrana y tampoco existe acoplamiento flexión-torsión en el comportamiento de placa. Respecto a los efectos higrotérmicos, producen deformaciones de membrana normales y curvaturas de torsión. Por lo tanto, a temperatura ambiente existe una curvatura de torsión que genera un apoyo localizado de la probeta sobre los cilindros de apoyo.

2.3. Comportamiento fuera del plano

La ecuación constitutiva para las componentes tangenciales no contenidas en el plano del laminado viene dada por:

$$\begin{cases} \gamma_q \\ \gamma_r \end{cases} = \begin{bmatrix} S_{qq} & S_{qr} \\ S_{qr} & S_{rr} \end{bmatrix}_k \begin{cases} \tau_q \\ \tau_r \end{bmatrix}_k$$
(12)

Se ha utilizado la notación de Daniel e Ishai [7] para las componentes tangenciales. El subíndice q corresponde a yz, el subíndice r corresponde a zx y el subíndice s a xy. Según la ecuación (2) las deformaciones tangenciales fuera del plano no dependen de z, por lo que sus valores son los valores medios en el espesor. En términos de valores medios de tensiones y deformaciones la ecuación (8) puede expresarse como:

$$\begin{cases} \overline{\gamma}_{q} \\ \overline{\gamma}_{r} \end{cases} = \frac{1}{h} \begin{bmatrix} \overline{S}_{qq} & \overline{S}_{qr} \\ \overline{S}_{qr} & \overline{S}_{rr} \end{bmatrix} \begin{cases} V_{q} \\ V_{r} \end{cases}$$
(13)

Siendo h el espesor total del laminado.

3. ECUACIONES DE EQUILIBRIO

3.1. Distribución de torsores

La ecuación de equilibrio que rige el problema viene dada por:

$$M_{x,x} + M_{s,y} - V_r = 0 ag{14}$$

Se supone además que la fuerza cortante se descompone en una parte simétrica en la dirección y del ancho de la probeta relacionada con la flexión y en otra parte antisimétrica relacionada con la torsión.

La ecuación (14) puede descomponerse entonces en 2 ecuaciones de equilibrio:

$$M_{x,x} - V_r^f = 0 M_{s,y} - V_r^t = 0$$
(15)

Dado que se supone que M_x es uniforme en el ancho, según $(15)_1 V_r^f$ también lo es, resultando la ecuación de equilibrio de vigas habitual. De acuerdo a la ecuación (9), cuando sólo se aplica el momento torsor y dado que según las ecuaciones (2) y (3) sólo κ_s depende de y, resulta:

$$\boldsymbol{M}_{s,y} = \boldsymbol{d}_{ss}^{-1} \boldsymbol{\kappa}_{s,y} \tag{16}$$

Teniendo en cuenta las ecuaciones (13), (15)₂ y (16) suponiendo despreciable V_q resulta:

$$d_{ss}^{-1}\kappa_{s,y} - h\overline{S}_{rr}^{-1}\overline{\gamma}_{r}^{t} = 0$$
⁽¹⁷⁾

Sustituyendo ahora la curvatura de torsión dada en la ecuación (4), queda:

$$\overline{\gamma}_{r,yy}^{t} - k^{2} \overline{\gamma}_{r}^{t} = 0$$
(18)

siendo $k^2 = \frac{n\alpha_{ss}}{\overline{S}_{rr}}$

La solución general de la ecuación diferencial (18) es:

$$\overline{\gamma}_r^t(y) = C_1 \sinh ky + C_2 \cosh ky \tag{19}$$

Derivando la ecuación (19), sustituyendo en la ecuación (4) para obtener la curvatura de torsión y sustituyendo en la ecuación (10)

$$M_{s} = d_{ss}^{-1} \left[2\theta' + k \left(C_{1} \cosh ky + C_{2} \sinh ky \right) \right]$$
(20)

Las condiciones de contorno son: $M_s = 0$ cuando $y = \pm \frac{1}{2}b$, siendo *b* el ancho. Reemplazándolas en la ecuación (20) se obtienen las constantes de integración:

$$C_1 = -\frac{2\theta'}{k\cosh\lambda} \qquad C_2 = 0 \tag{21}$$

Siendo $\lambda = \frac{1}{2}kb$. Reemplazando las constantes dadas en (21), la ecuación (19) queda:

$$\overline{\gamma}_{r}'(y) = -\frac{2\theta'}{k\cosh\lambda}\sinh ky$$
(22)

Por otra parte, la distribución de momentos torsores es:

$$M_{s} = d_{ss}^{-1} 2\theta' \left(1 - \frac{\cosh ky}{\cosh \lambda} \right)$$
(23)

3.2. Tensiones interlaminares

Se puede aplicar la siguiente ecuación de equilibrio para obtener las tensiones interlaminares:

$$\tau_{sy} + \tau_{rz} = 0 \tag{24}$$

Las tensiones τ_s pueden obtenerse de la ecuación (5) y las deformaciones en función de las cargas aplicadas de (9). Derivando respecto de la variable y y posteriormente integrando en z para determinar τ_r , se obtiene una distribución parabólica en el espesor. Las constantes de integración se obtienen aplicando condiciones de continuidad de tensiones interlaminares.

3.3. Flexibilidades equivalentes de cortadura

Dado que en la ecuación (13) se han utilizado valores promedio, los coeficientes de flexibilidad con raya superior son valores promedio de los coeficientes elásticos. Para determinarlos, se iguala la energía de deformación correspondiente al valor promedio con la energía de deformación correspondiente al estado de tensiones real. Suponiendo que sólo hay presentes tensiones $\tau_{\rm r}$, la energía de deformación que corresponde a un elemento de longitud dx, ancho dy y espesor viene dada por:

$$U_{t} = \left(\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n} S_{rr}^{k} \int_{z_{k-1}}^{z_{k}} \tau_{r}^{2} dz\right) dx dy$$
(25)

Por otra parte, la energía de deformación para los valores promedio de tensión y deformación es:

$$U_{m} = \left(\frac{1}{2h}\overline{S}_{rr}^{t}\left(V_{r}^{t}\right)^{2}\right)dxdy$$
(26)

Tras sustituir la distribución parabólica de τ_r en (25) e igualando con (26) se obtiene el coeficiente de flexibilidad equivalente.

Se puede utilizar un procedimiento similar para determinar los coeficientes de flexibilidad correspondientes a las fuerzas cortantes correspondientes a la flexión simple.

3.4. Energía complementaria de flexión y torsión

La energía complementaria debida a la flexión y a la torsión viene dada por [8]:
$$U^{*} = \frac{1}{2} \int_{L_{x}} \int_{L_{y}} \left(\frac{d_{xx} \overline{M}_{x}^{2} + 2d_{xs} \overline{M}_{x} \overline{M}_{s} + d_{ss} \overline{M}_{s}^{2}}{+2 \sum_{k=1}^{n} \{e\}_{k}^{t} [Q]_{k} \{e\}_{k} (z_{k} - z_{k-1})} \right) dx dy (27)$$

En la ecuación (27) los valores de momento con barra representan la suma de momentos mecánicos e higrotérmicos.

4. ENSAYO ENF

4.1. Descripción del ensayo

La Figura 3 muestra la configuración del ensayo analizado. En materiales ortótropos o unidireccionales la carga P genera únicamente flexión. Sin embargo, cuando se produce el acoplamiento flexión-torsión (Figura 1) o debido a curvaturas residuales de torsión (Figura 2) la configuración de apoyo en dos extremos diagonalmente opuestos de la probeta genera momentos torsores.



Figura 3. Configuración del ensayo ENF.

Se realiza un ensayo de flexión de 3 puntos en una probeta con una grieta inicial. Dicha grieta se origina en el proceso de fabricación del laminado, insertando un film en el plano medio durante el apilamiento de las láminas. A medida que la carga aumenta, la grieta avanza por el plano medio del laminado. En el caso de que la probeta y los brazos de grieta tengan comportamiento ortótropo, la grieta avanza en modo II. Sin embargo, en el caso del presente trabajo pueden generarse modos combinados II/III debido a la torsión. En el ensayo se determina la energía por unidad de superficie de grieta requerida para que la grieta avance, o tasa crítica de liberación de energía G. Suponiendo que un avance infinitesimal de grieta es un fenómeno reversible, G viene dado por:

$$G = \frac{1}{b} \left(\frac{\partial U^*}{\partial a} \right)_{F_i = cte}$$
(28)

Siendo *a* la longitud de grieta y F_i las fuerzas aplicadas. Conociendo los momentos flectores y torsores, utilizando las ecuaciones (27) y (28) puede obtenerse *G*.

4.2. Determinación de la longitud de grieta

La determinación de la longitud de grieta es fundamental en los ensayos de fractura interlaminar. En los ensayos ENF el seguimiento visual de la grieta se realiza en muchos casos con sistemas de video. En este trabajo, se plantea determinar la longitud de grieta mediante la variación de rigidez de la probeta a medida que la grieta avanza. Para ello es necesario determinar la rigidez de la probeta mediante los datos experimentales proporcionados por la máquina. Por otra parte, la expresión analítica del desplazamiento del punto de aplicación de carga puede obtenerse mediante el teorema de Engesser-Castigliano, derivando la energía complementaria respecto de la carga aplicada *P*:

$$\delta = \left(\frac{\partial U^*}{\partial P}\right)_{a=cte}$$
(29)

Para determinar la longitud de grieta a partir de los datos experimentales, es necesario despejarla de la ecuación correspondiente que incluye las propiedades elásticas del material. En este caso, intervienen propiedades de flexión y de torsión. Dado que en el desplazamiento del punto de aplicación de carga la influencia preponderante corresponde a la flexión, se realizarán ensayos de flexión en la parte no agrietada. Para determinar las propiedades elásticas de torsión se utilizará la teoría de laminados, siendo conocidas las propiedades de una lámina de material. Siendo conocida la longitud de grieta cuando no existe avance de la misma, se puede realizar una contrastación experimental de las hipótesis realizadas y del procedimiento propuesto.

4.3. Laminados simétricos

Se utilizarán laminados cruzados de 8n láminas que se cortarán a 45° para obtener laminados con orientaciones a 45° y a -45° con n = 1, 2. En el caso con n = 1simétrico, la secuencia de apilamiento es [+45/-45/+45/-45//-45/+45/-45/+45] Debido a la simetría del laminado total, no aparecen curvaturas iniciales de torsión en la parte no agrietada. Sin embargo, como puede apreciarse en la secuencia de apilamiento, los brazos de grieta de la constituven dos sublaminados parte agrietada antisimétricos. Como se ha explicado anteriormente, dichos laminados presentan curvaturas iniciales de torsión que en este caso son opuestas. Es decir, inicialmente los brazos de grieta se separan en un extremo del ancho y se comprimen en el otro.

A medida que el ensayo avanza, la parte no agrietada experimenta el acoplamiento flexión-torsión lo que

origina que la probeta en su apoyo no agrietado se despegue del cilindro de apoyo originando torsión. En consecuencia, el apoyo resulta localizado en un punto. Debido al equilibrio global de la probeta, en el otro apoyo el contacto puntual se produce en el extremo diagonalmente opuesto. Debido a la flexión y a la torsión conjuntas, el frente de grieta está sometido a modos II y III.

4.3. Laminados antisimétricos

En el caso antisimétrico para n = 1, la secuencia de apilamiento es [+45/-45/+45/-45/+45/-45]. Debido a la antisimetría del laminado total, aparecen curvaturas iniciales de torsión en la parte no agrietada. Además, como puede apreciarse en la secuencia de apilamiento, los brazos de grieta de la parte agrietada constituyen dos sublaminados antisimétricos. Como se ha explicado anteriormente, dichos laminados presentan curvaturas iniciales de torsión que en este caso son del mismo sentido. Es decir, inicialmente los brazos de grieta se deforman con curvaturas de torsión iguales.

A medida que el ensayo avanza, la parte no agrietada no experimenta acoplamiento flexión-torsión lo que origina que la probeta tienda a contactar a lo largo del ancho del cilindro, con lo que el efecto de la torsión disminuye a medida que el ensayo avanza. Debido a la antisimetría de los brazos de grieta, la torsión también tiende a desparecer en los brazos de grieta. Por lo tanto, cuando la grieta avance el frente de grieta está sometido principalmente a modo II.

5. CONSIDERACIONES FINALES

Es habitual que en los ensayos de fractura interlaminar de laminados multidireccionales se busquen medios para evitar los efectos de acoplamiento inherentes al comportamiento anisótropo del material. Sin embargo, el acoplamiento existe en realidad, por lo que el estudio de configuraciones de ensayo en el que se producen modos de fractura mixtos tiene interés científicotecnológico. En el presente trabajo, se propone una metodología para realizar e interpretar ensayos ENF en probetas que pueden presentar acoplamiento flexióntorsión. Debido a ello, además de la fractura en modo II habitual en ensayos de probetas unidireccionales u ortótropas, se producirá modo III de fractura interlaminar.

6. REFERENCIAS

 B.D. Davidson, R. Krüger, M. König, Three dimensional analysis and resulting design recommendations for unidirectional and multidirectional end-notched flexure tests, *Journal of Composite Materials*, 29, 2108-2133, 1995.

- [2] F. Ozdil, L.A. Carlsson, P. Davies, Beam analysis of angle-ply laminate end-notched flexure specimens, *Composites Science and Technology*, 58, 1929-1938, 1998.
- [3] N.S. Choi, A.J. Kinloch, J.G. Williams, Delamination fracture of multidirectional carbonfiber/epoxy composites under mode I, mode II and mixed-mode I/II loading, *Journal of Composite Materials*, 33, 73-100, 1999.
- [4] A.B. Pereira, A.B. de Morais, A.T. Marques, P.T. de Castro, Mode II interlaminar fracture of carbon/epoxy multidirectional laminates, *Composites Science and Technology*, 64, 1653-1659, 2004.
- [5] P. Prombut, L. Michel, F. Lachaud, J.J. Barrau, Delamination of multidirectional composite laminates at 0°/θ° ply interfaces, *Engineering Fracture Mechanics*, **64**, 2427-2442, 2006.
- [6] T.A. Sebaey, N. Blanco, J. Costa, C.S. Lopes, Characterization of crack propagation in mode I delamination of multidirectional CFRP laminates, *Composites Science and Technology*, 72, 1251-1256, 2012.
- [7] I.M. Daniel, O. Ishai, *Engineering Mechanics* of Composite Materials, Oxford University Press, 2006..
- [8] F. Mujika, A novel approach for the three point flexure test of multidirectional laminates, *Journal of Composite Materials*, **46**, 259-274, 2012.

EFECTO DE LA RELACION DE ESFUERZOS EN EL CRECIMIENTO DE GRIETAS POR FATIGA EN PETG

A. Salazar^{1*}, Alberto J. Cano¹, J. Rodríguez¹

¹DIMME, Grupo de Durabilidad e Integridad Mecánica de Materiales Estructurales. Universidad Rey Juan Carlos. C/Tulipán, s/n. 28933 Móstoles. Madrid. Spain. ^{*}E-mail: alicia.salazar@urjc.es

RESUMEN

La relación entre la tensión mínima y la máxima, R, es un parámetro de solicitación que afecta el crecimiento de grietas por fatiga en materiales poliméricos. Al igual que en metales, en polímeros se ha constatado que para valores bajos de R, se producen fenómenos de cierre de grieta que son dependientes del tipo de material polimérico y de la solicitación. Por contra, para valores altos de R, la amplitud del factor de intensidad de tensiones ya no es el único parámetro que describe el comportamiento del material bajo cargas cíclicas, pues el crecimiento de grietas puede ocurrir en combinación con fenómenos de fluencia, regidos principalmente por el valor instantáneo del factor de intensidad de tensiones máximo, K_{max} .

Este trabajo tiene como objetivo investigar el efecto de R en las curvas de propagación de grietas por fatiga de un termoplástico amorfo como el copoliéster de polietilentereftalato glicol de extrusión (PETG). Se analizarán los posibles factores que determinan el efecto de R para valores bajos y las posibles interacciones combinadas para valores de R altos. Los resultados se completarán con la morfología de las superficies de fractura.

PALABRAS CLAVE: fatiga, relación de esfuerzos R, copoliéster de polietilentereftalato glicol de extrusión (PET-G).

ABSTRACT

The ratio between the minimum and maximum stress, R, is a parameter that affects the fatigue crack growth rate in polymeric materials. As in metals, it has been found in polymers that for low R values crack closure phenomena are dependent on the type of polymeric material and load application. In contrast, for high R values, the stress intensity factor amplitude is not the only parameter that describes the behaviour of the material under cyclic loads because the crack growth may occur in combination with creep phenomena, mainly governed by the instant value of maximum stress intensity factor, K_{max} .

This paper aims to investigate the effect of R over propagation fatigue cracks of an extrusion amorphous thermoplastic copolyester Polyethylene terephthalate glycol. The main factors controlling R effect for low values and the potential interactions for high R ratios will be analysed. The results will be completed with the morphology of the fracture surfaces.

KEYWORDS: fatigue, stress ratio R, copolyester Polyethylene terephthalate glycol (PET-G).

1. INTRODUCCIÓN

En relación al comportamiento en fatiga, los materiales poliméricos tienen algunos elementos en común con los metales, pero presentan también diferencias relevantes, entre las que cabe resaltar el comportamiento mecánico dependiente del tiempo, los efectos de temperatura causados por la deformación cíclica y las diferencias entre el comportamiento en tracción y compresión. Los mecanismos físicos específicos, como el crazing, que se desarrollan en los materiales poliméricos durante los procesos carga cíclica condicionan de **S**11 comportamiento macroscópico [1].

Paris [2] introdujo la oscilación del factor de intensidad de tensiones, ΔK , para explicar, en el marco de la Mecánica de la Fractura, la propagación de grietas bajo cargas cíclicas. Las curvas de propagación de grietas están afectadas por la relación entre el factor de intensidad de tensiones mínimo y máximo, R. El efecto de la relación de carga R en la propagación de grietas por fatiga es uno de los casos en los que los polímeros tienen un comportamiento peculiar. Mientras que a bajos valores de R el fenómeno del cierre de grieta puede ser significativo como en el caso de los metales, a altos valores de R, la deformación por fluencia puede adquirir mucha importancia condicionando la velocidad de propagación [3-4]. Los efectos de plasticidad no contenida y de no linealidad pueden también manifestarse en curvas de propagación afectadas por la relación R [4]. Habitualmente, los distintos factores de influencia se combinan dependiendo del material, del estado tensional y del rango de la relación R utilizada.

El mecanismo del cierre de grieta propuesto inicialmente por Elber [5], suele estar relacionado con fenómenos locales de plasticidad, rugosidad de la superficie de fractura o presencia de productos surgidos durante la degradación del material. Sin embargo, la influencia de este fenómeno de cierre es a veces difícil de determinar experimentalmente con precisión y, por ello, el efecto de R se trata alternativamente mediante modelos fenomenológicos que buscan determinar el parámetro tensional que controla el proceso de propagación.

Los modelos fenomenológicos existentes en la literatura utilizan variables que controlan el crecimiento subcrítico ponderando de alguna manera la importancia de las cargas cíclicas a través de la oscilación del factor de intensidad de tensiones, ΔK , y la de las cargas monótonas a través de su valor máximo, K_{max} [6-7]. Esta ponderación se concreta en la determinación de un parámetro α que es característico de cada material. La magnitud efectiva, K^* que controla la velocidad de propagación de las grietas puede definirse por la siguiente expresión:

$$K^* = \Delta K^{1-\alpha} K^{\alpha}_{max}$$
(Ec.1)

Estos parámetros han sido aplicados a la descripción de los fenómenos de fatiga de diversos materiales metálicos [6-8]. Los resultados experimentales en materiales poliméricos son mucho más escasos [9]. Lo que en último término se busca es encontrar una curva maestra que proporcione la velocidad de propagación de grietas por fatiga para distintas condiciones de carga máxima y relación R.

El objetivo de este trabajo es estudiar el efecto de la relación de carga R en las curvas de propagación de grietas por fatiga en el copoliéster de polietilentereftalato glicol de extrusión (PETG) un material termoplástico amorfo.

2. METODOLOGIA

2.1. Materiales

El material empleado en este trabajo ha sido un polímero termoplástico amorfo, de calidad comercial, fabricado mediante extrusión como una modificación del polietilentereftalato (PET) con ciclohexadimetanol (PET-G), *Spectar 14471* (Eastman Chemical Co). Entre sus propiedades térmicas se conoce la temperatura de transición vítrea (T_g) de 78 °C y la aparición de una sub-

 T_g (transición β) a -70 °C [10]. El *Spectar 14471* ha sido suministrado por Nudec S.A. en forma de planchas de 8 mm de espesor.

Ensayos de tracción realizados a 21 °C [10], proporcionan un comportamiento dúctil con un límite de elasticidad (σ_y) de 49.5 MPa, un módulo de Young (E) de 2.1 GPa y un coeficiente de Poisson (υ) de 0.34.

2.2. Caracterización en fractura y fatiga

Los ensayos de fractura y fatiga fueron realizados siguiendo la normativa de metales ASTM E1820 [11] y ASTM E647 [12], respectivamente. Se utilizaron probetas compactas CT (compact tension) de 40x32x8 mm³ de tamaño con una entalla en forma de V con una relación entre la longitud y el ancho igual a 0.45 y 0.2 para las probetas de fractura y fatiga, respectivamente. En ambos casos, la entalla mecanizada ha de ser agudizada y, para ello, el procedimiento utilizado fue el de fatiga tal y como describen las normas. Salazar et al. [13] demostraron en un termoplástico como el polietileno que la fatiga puede utilizarse para introducir grietas afiladas a partir de la entalla mecanizada. Las probetas así agudizadas presentaron valores de tenacidad de fractura análogos y en ciertas condiciones de ensayo menores que los obtenidos a partir de las probetas agudizadas por las técnicas tradicionales de contacto. Es importante reseñar que en las probetas para la caracterización del PETG, el crecimiento de la grieta por fatiga asociada al proceso de agudización se inició a partir de una agudización previa mediante técnicas de contacto de la entalla mecanizada para no prolongar en exceso la duración de esta etapa inicial.

Los ensayos fueron realizados en un máquina hidráulica universal de ensayos mecánicos MTS 810 Materials Testing con una célula de carga de \pm 5 kN. La apertura de la grieta fue medida con un transductor de desplazamiento acoplado en el extremo de la entalla de +3 mm/- 2 mm de recorrido (COD transductor, MTS 632.02F-20). Los ensayos de fractura se realizaron en control de posición a una velocidad de 1 mm/min. Los ensayos de fatiga se realizaron a una frecuencia de 1 Hz y relaciones entre la tensión mínima y máxima, R, de 0.1, 0.3 y 0.5.

Por último, las superficies de fractura fueron estudiadas por microscopía electrónica de barrido (Hitachi S-3400N) para analizar el efecto de R en los mecanismos de fallo.

3. RESULTADOS

3.1. Ensayos de fractura

Una vez conocidas las principales propiedades térmicas y mecánicas, la primera caracterización llevada a cabo en este trabajo es la determinación de la tenacidad de fractura. Como se ha indicado en el apartado anterior las

probetas se ensayaron siguiendo la norma ASTM E1820 [11] pero teniendo en cuenta para el análisis las recomendaciones del Comité Técnico número 4 de la Sociedad Europea de Integridad Estructural (ESIS TC4) especializado en el comportamiento en fractura y fatiga de polímeros y materiales compuestos [14]. La figura 1 recoge los registros fuerza-COD de los ensayos de fractura realizados. Los resultados obtenidos indican que el material presenta un comportamiento elástico lineal aunque antes de producirse la rotura, en todos los casos existe un "pop-in" indicativo de inicio de propagación de grieta puesto que la flexibilidad del siguiente tramo de curva fue mayor. Así pues, el valor de la fuerza señalada con una flecha se consideró el valor asociado al inicio de la propagación de la fisura [13] y la tenacidad de fractura obtenida fue de 2.1 ± 0.2 MPa·m^{1/2}.

Es importante destacar que la tenacidad de fractura obtenida en este trabajo, es decir, en probetas de PETG cuya entalla mecanizada fue agudizada por fatiga es el valor más bajo comparado con los obtenidos por Martínez et al. [10]. En dicho trabajo, se recoge un estudio exhaustivo del efecto de las distintas técnicas de agudización tradicionales de contacto así como la técnica de no contacto como es la agudización mediante un láser de duración de femtosegundos (femtolaser) en la tenacidad de fractura del PETG. Esto nos permite concluir que la fatiga parece ser una técnica adecuada para la agudización de polímeros termoplásticos amorfos.



Figura 1. Registros Fuerza-COD obtenidos a partir de ensayos de fractura.

3.2. Ensayos de fatiga

Los ensayos de fatiga fueron realizados siguiendo las indicaciones de la norma ASTM E647 para metales [12], incorporando las recomendaciones del Comité Técnico número 4 de la Sociedad Europea de Integridad Estructural (ESIS TC4) [14].



Figura 2. Registros fuerzas-COD correspondiente al ciclo inicial, intermedio y final de las probetas ensayadas a R=0.3.

La figura 2 muestra a modo de ejemplo los registros de fuerza vs COD correspondientes al ciclo inicial, intermedio y final del ensayo de fatiga correspondiente a la probeta ensayada con R=0.3. La forma de las curvas fue análoga a las obtenidas en los ensayos de fatiga realizados para R=0.1 y 0.5. Como puede apreciarse el comportamiento es básicamente lineal sin observar efectos de histéresis durante los ciclos siendo, por tanto, posible aplicar el método de la flexibilidad para determinar de manera indirecta el tamaño de grieta en cada ciclo a lo largo del ensayo.



Figura 3. Curvas de propagación da/dN versus ΔK para el material PETG con relaciones de carga R=0.1, R=0.3 y R=0.5.



Figura 4. Morfología de las superficies de fractura de las probetas de fatiga ensayadas a (a) R=0.1, (b) R=0.3 y (c) R=0.5

La figura 3 recoge el principal resultado de este trabajo, las curvas de propagación de grietas por fatiga en modo I para distintas relaciones de carga R, en este caso 0.1, 0.3 y 0.5. En primer lugar, ha de decirse que se observa un comportamiento habitual, distinguiéndose claramente las tres regiones típicas. En la región I inicial, alrededor del umbral ΔK_{th} , el efecto de la relación R es especialmente acentuado. La región II en la parte central de la curva se corresponde con la propagación subcrítica más estable, en la que puede pensarse en encontrar un parámetro característico del comportamiento del material bajo carga cíclica. En el material ensayado las diferencias encontradas entre los ensayos realizados con distintos valores de R son limitadas. Por último, en la región III en la zona final de la curva, la propagación se produce en condiciones cercanas a las de rotura inestable con valores del factor de intensidad de tensiones K_I cercanos a la tenacidad de fractura del material K_{IC} y con una dispersión en las medidas mucho mayor.

3.3. Morfología de las superficies de fractura

Las superficies de fractura fueron analizadas mediante microscopía electrónica de barrido. La figura 4 muestra el aspecto característico de la superficie de fractura en la región central de la curva para los distintos valores de R.



Figura 5. Detalle de la zona central de las superficies de fractura de las probetas ensayadas a (a) R=0.1 y (b) R=0.5, donde se intuyen la presencia de playas.

Las imágenes obtenidas son muy semejantes para las tres relaciones de R empleadas y se caracterizaron por ser planas pero en todas ellas se observan unas tenues o ligeras playas de fatiga (Figura 5).

4. DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

Los resultados de la figura 3 muestran un efecto de la relación R distinto en las regiones I y II de la curva de propagación, es decir, en la zona cercana al umbral y en la región central de la curva. Como se aprecia en la figura, en la región central para un valor determinado de ΔK , la velocidad de propagación de las grietas por fatiga

es menor al aumentar la relación R. Este comportamiento es contradictorio con el característico efecto de cierre de grieta que, en metales, explica el efecto R. Cuando el cierre de grieta es el responsable del efecto R puede emplearse un ΔK_{ef} en lugar de ΔK , usando la definición:

$$\Delta K_{ef} = K_{max} - K_{cierre} \tag{Ec.2}$$

El valor de cierre K_{cierre} puede obtenerse de los registros de fuerza desplazamiento a partir de las variaciones de la flexibilidad. En el caso que nos ocupa la determinación de K_{cierre} presenta una elevada dispersión y utilizar el parámetro ΔK_{ef} no agrupa los valores de propagación en una única curva maestra.

La utilización del parámetro de control K^* indicado en la ecuación 1, permite agrupar los datos y valora la importancia de los dos factores ΔK y K_{max} . La relativa cercanía de las curvas correspondientes a las diferentes relaciones R conduce a un parámetro α =0.2 para la región II de la curva de propagación, resaltando el papel predominante de ΔK en el comportamiento de este material en las condiciones de ensayo.

En la región I de la curva de propagación, los valores umbral de la oscilación del factor de intensidad de tensiones disminuyen con la relación de carga R. La ecuación 1 se puede escribir como:

$$\Delta K_{th} = \Delta K_{th,0} (1-R)^{\alpha}$$
(Ec.3)

Con los datos experimentales obtenidos en el material de este trabajo PETG, en la región I se obtiene un valor de α =0,54.



Figura 6. Curvas de propagación da/dN versus ΔG para el material PETG con relaciones de carga R=0.1, R=0.3 y R=0.5.

El efecto R puede ser también consecuencia en ocasiones de un comportamiento no lineal del material. En este sentido la utilización de un parámetro de control diferente a ΔK puede ser ilustrativa. La figura 5 muestra las velocidades de propagación frente a la oscilación de la tasa de liberación de energía ΔG calculada como:

$$\Delta G = \frac{1}{E} \left(\frac{1+R}{1-R} \right) (\Delta K)^2$$
 (Ec.4)

La utilización de ΔG como parámetro de control del proceso de fatiga separa las curvas en la región central, aunque es cierto que agrupa los valores umbral para las tres relaciones de *R* utilizadas.

El comportamiento en fatiga del polímero termoplástico amorfo PETG ha sido evaluado mediante la determinación de las curvas de propagación de grietas por fatiga para diferentes relaciones de carga R. Los resultados obtenidos en este trabajo permiten enunciar las siguientes conclusiones:

- El crecimiento subcrítico de grietas en la región de propagación estable (región II de la curva de propagación) parece estar controlado por la carga cíclica en mayor grado que por la carga monótona. Esta mayor influencia se manifiesta en un mayor peso de ΔK que de K_{max} en el parámetro de control del proceso.
- En la región I de la curva de propagación, la zona cercana al umbral, un aumento de la relación R conduce a valores menores de ΔK_{th} .
- El fenómeno del cierre de grieta no permite explicar los resultados obtenidos para las distintas relaciones de carga.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer al profesor Antonio Martínez Benassat del Centro Catalán del Plastico el suministro del material necesario para la realización de este trabajo y al *Ministerio de Economía y Competitividad* la financiación a través del proyecto MAT2012-37762.

REFERENCIAS

- James, M. N., Christoper, C.J., Lu, Y., Patterson, E.A. (2012). Fatigue crack growth and crazeinduced crack tip shielding in polycarbonate. Polymer, 53, 1558-1570.
- [2] Paris, P., Erdogan, F. (1963). A critical analysis of crack propagation laws. ASME Journal of basic engineering, 85(4), 528-533.
- [3] Furmanski, J., Pruitt, L.A. (2007). Peak stress intensity dictates fatigue crack propagation in UHMWPE. Polymer 48, 3512-3519.

- [4] Kanchanomai, C., Thammaruechuc, A. (2009). Effects of stress ratio on fatigue crack growth of thermoset epoxy resin. Polymer Degradation and Stability 94, 1772-1778.
- [5] Elber, W. The significance of fatigue crack closure. (1971). ASTM STP 486, 230-243.
- [6] Kujawski, D. (2001). A fatigue crack driving force parameter with load ratio effects. International Journal of Fatigue 23, 8239-8246.
- [7] Dinda, S., Kujawski, D. (2004). Correlation and prediction of fatigue crack growth for different R-ratios using K_{max} and ΔK^+ parameters. Engineering Fracture Mechanics 71, 1779-1790.
- [8] Zhan, W., Lu, N., Zhang, C. (2014). A new approximate model for the R-ratio effect on fatigue crack growth rate. Engineering Fracture Mechanics 119, 85-96.
- [9] Sadananda, K., Vasudevan, A.K. (2004). Analysis of fatigue crack growth behavior in polymers using the unified approach. Materials Science and Engineering A 387-389, 536-541.
- [10] Martínez, A.B., León, N., Arencón, D., Rodríguez, J., Salazar, A. (2013). On the effect of the different notching techniques on the fracture toughness of PETG. Polymer Testing, 32(7), 1244–1252.
- [11] ASTM E1820-06: Standard test method for measurements of fracture toughness, ASTM standards; 2007.
- [12] ASTM E647-13: Standard test method for measurement of fatigue crack growth rates, ASTM standards; 2013.
- [13] Salazar, A., Rodríguez, J., Arbeiter, F., Pinter, G., Martínez, A.B. (2015). Fracture toughness of high density polyethylene: fatigue pre-precracking versus femtolaser, razor sharpening and broaching. Engineering Fracture Mechanics 149, 199-213.
- [14] Moore, D.R., Pavan, A., Williams J.G. (Eds.), Fracture Mechanics Testing Methods for Polymers, Adhesives and Composites. Elsevier Science Ltd. And ESIS: The Netherlands, 2001.

GREENSTICK FRACTURES IN COMPOSITE PULTRUDED RODS

G. Vargas^{1*}, F. Mujika¹

¹ 'Materials + Technologies' Group, Department of Mechanical Engineering, Engineering College of Gipuzkoa, Universidad País Vasco/Euskal Herriko Unibertsitatea (UPV/EHU), Plaza Europa 1, 20018. Donostia-San Sebastián, Spain *E-mail: gustavo.vargas@ehu.es

RESUMEN

El presente trabajo estudia el modo de fractura en tallo verde de vigas anisótropas sometidas a cargas de flexión, como son las ramas de las plantas, los huesos de mamíferos jóvenes y las barras de plástico reforzado. Se han estudiado dos modelos analíticos, uno suponiendo vigas rectas y otro, vigas uniformemente curvadas. Se ha determinado la distribución de tensiones normales circunferenciales considerando la teoría clásica de vigas, y las tensiones radiales y de cortadura se han calculado utilizando la función de tensiones de Airy. El trabajo experimental se ha llevado a cabo con barras pultruidas de composite con fibras orientadas longitudinalmente. Los ensayos de flexión a tres y cuatro puntos se han efectuado considerando diferentes relaciones distancia entre apoyos/diámetro de barra. Así, se han establecido las condiciones experimentales que promueven un modo de fractura en tallo verde.

PALABRAS CLAVE: Materiales compuestos, Biomecánica, Fractura en tallo verde, Cargas de flexión

ABSTRACT

The paper analyses the greenstick fracture mode on anisotropic beams subjected to flexural loading: plant branches, young mammal bones and reinforced plastic rods. Two analytical models have been studied: a straight beam model and a uniform curved beam model. Circumferential normal stress distribution has been determined considering the classical beam theory, and radial and shear stresses have been predicted by using the Airy's stress function. Experimental work has been implemented on composite pultruded rods with longitudinally oriented fibres. Three and four-point bending tests adopting several span-to-diameter ratios have been performed. Experimental conditions that promote a greenstick fracture mode have been considered.

KEYWORDS: Composite materials; Biomechanics; Greenstick fracture; Bending loading

1. INTRODUCTION

Considering a curved beam subjected to flexural loading, the stress state is composed by circumferential normal stress, radial normal stress, and shear stress. In beams composed of isotropic engineering materials transverse (i.e. radial) stresses are negligible compared with longitudinal (i.e. circumferential) ones, and they do not affect the mechanism of failure. Therefore, traditional analysis of isotropic beams do not take into account these radial stresses. Nevertheless, radial stresses must be considered when beams composed of anisotropic materials are studied. Fibre reinforced composites, both natural and man-made, are stronger and stiffer longitudinally than transversely, and consequently radial stresses due to bending can produce catastrophic failure. Thus, such radial stresses could enlighten the greenstick fracture behaviour of some anisotropic beams such as green branches and twigs,

bones of young mammals, and uniaxially reinforced composite beams. A greenstick fracture is a partial, angled fracture where the convex side ruptures (without the fracture line traversing the beam), and the concave side bends [1]. On Figure 1a a greenstick fracture of a green branch is presented.

Wooden branches and trunks have greater longitudinal than transverse strength due to the alignment of the tracheids (fibre cells) along the stem axis; in the tangential direction of the cross-section there are no oriented tracheids and as a result tangential is the weakest direction [2]. Mammalian lamellar bones are also anisotropic because of the orientation of collagen fibrils reinforced by hydroxyapatite platelets [3]. In addition, young bones are more flexible and more anisotropic than adult ones, where longitudinal stiffness is approximately twice as transverse one. Figures 1b and 1c display greenstick incomplete fractures of young radius and ulna [4]. Man-made composite beams composed of unidirectional fibre reinforced plastics are also highly anisotropic materials with longitudinal-to-transverse strength ratios up to 40:1.



Figure 1. Greenstick fractures: (a) a branch, (b,c) the radius and ulna of a child (From [4] with permission).

2. ANALYTICAL APPROACH

2.1. In-plane stresses

Circumferential normal stress σ_{θ} has been considered for both three-point bending (3-PB) and four-point bending (4-PB). In Figure 2 the loading configuration is presented. Shear force Q and bending moment M can be calculated in terms of applied load P, support span S_{0} , and loading span S_{i} , as follows:

$$Q = \frac{P}{2} \qquad \qquad M = \frac{P}{4} \left(S_o - S_i \right) \tag{1}$$



Figure 2. Bending configuration of the straight beam.

Three bending configurations have been analyzed: 3-PB set-up for $S_i = 0$, 4-PB one-third span set-up for $S_i = S_0/3$, and 4-PB one-half span set-up for $S_i = S_0/2$. According to classical beam theory (CBT), the maximum circumferential stress σ_{0max} is:

$$\sigma_{\theta \max} = k \frac{P S_o}{\pi \rho^3}$$
(2)

where k depends on bending set-up, as presented in Table 1, and ρ is the radius of circular-cross section.

2.2. Curved beam

In order to determine the in-plane circumferential stress σ_{θ} , a linear relation between circumferential strain in θ -direction ε_{θ} and radial coordinate taken from the neutral axis *z*, has been assumed. It depends on the radius of curvature of the neutral axis r_{NA} (evaluated at *z*=0) and can be expressed as:

$$\varepsilon_{\theta} = \frac{z}{r_{NA}} \tag{3}$$

Due to the loading condition of the beam, the neutral axis does not coincide with the cross section centroid axis. According to Figure 3, the radial coordinate taken from the centroid line z' is adopted as reference [5], considering that $z = z' - \overline{z}$, where \overline{z} is the distance between the neutral axis and the centroid line.

Table 1. Constant k related to bending configurations.



Figure 3. Radial and circumferential beam variables. (a) r, θ plane. (b) Section A-A.

The vector system equivalence states that normal load $N(\theta)$ and bending moment $M(\theta)$ are resultant force and resultant moment of normal stresses, respectively, both applied at the centroidal axis *G* (at *z*'=0). After that, the bending moment $M(\theta)$ can be calculated as function of the radius of curvature of the neutral axis r_{NA} , the longitudinal modulus E_1 and the cross section radius ρ :

$$M(\theta) = \frac{\pi}{4} \frac{E_1}{r_{NA}} \rho^4 \tag{4}$$

Equating Eqs. (3) and (4) the in-plane circumferential stress σ_{θ} can be expressed as function of the radial coordinate *r*, considering that $z = r - r_{\text{NA}}$ (see Figure 3).

$$\sigma_{\theta} = \frac{4 M(\theta)}{\pi \rho^4} (r - r_{NA})$$
(5)

The location of the neutral axis \overline{z} , defined as the line in the cross-section of the beam where the circumferential strain is zero ($\varepsilon_{\theta} = 0$), can also be obtained:

$$\bar{z} = \frac{\rho^2}{4 r_{_{NA}}} \tag{6}$$

2.3. Radial and shear stresses

Airy's stress function $\phi(r, \theta)$ in polar coordinates relates three components of stress: circumferential stress σ_{θ} , radial stress σ_{r} , and shear stress $\tau_{r\theta}$. The stress components obtained from this stress function satisfy equilibrium conditions in the considered domain [6], and they can be expressed as follows:

$$\sigma_r = \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2}$$
(7a)

$$\sigma_{\theta} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} \tag{7b}$$

$$\tau_{r\theta} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} - \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \phi}{\partial r \,\partial \theta}$$
(7c)

As the σ_{θ} stress can be expressed as function of the radial coordinate *r* and circumferential coordinate θ , see Eq. (5), it is possible to determine the Airy's stress function ϕ in polar coordinates from Eq. (7b), accomplishing several integrations. Afterwards $\sigma_{\rm r}$ and $\tau_{\rm r\theta}$ stresses can also be determined from Eq. (7a) and Eq. (7c), respectively.

The curved beam model considers a deformed beam with a uniform curvature, equal to the curvature of the mid-span point. Subsequently, the bending moment M does not vary with θ , and the bending moments at the mid-span and the bending moments at the loading points can be considered as equivalent. Therefore, the Airy's stress function depends only on the radial variable r, i.e. $\phi(r)$ and the stress components obtained from ϕ are:

$$\sigma_r = \frac{1}{r} \frac{d\phi}{dr} \qquad \qquad \sigma_\theta = \frac{d^2\phi}{dr^2} \qquad \qquad \tau_{r\theta} = 0 \tag{8}$$

After that, from Eqs. (8) can be inferred that:

$$\sigma_r = \frac{1}{r} \frac{d\phi}{dr} = \frac{1}{r} \int_A \sigma_\theta \, dr \tag{9}$$

After equating Eq. (9) the following equation to determine radial stress is obtained:

$$\sigma_r = \frac{2M(\theta)}{\pi\rho^4} \left[\frac{(r_{NA} - \overline{z} + \rho)(r_{NA} - 3\overline{z} - \rho)}{r} + r - 2(r_{NA} - 2\overline{z}) \right] (10)$$

3. EXPERIMENTAL WORK

3.1. Material and apparatus

Unidirectional fibre reinforced pultruded rods were considered for experimental work due to the highly anisotropic mechanical behaviour. Moreover, circular section has been selected in order to approach the failures observed in Nature, which have been pointed out in Section 1. Composite circular cross-section rods vinylester resin reinforced consisted of with oriented E-glass fibre, and longitudinally were fabricated and kindly provided by Abeki Composites, S.L. Pultruded rods had a nominal diameter of 8 mm. A universal testing machine MTS Insight 10 with a 10 kN load cell and standard bending test fixtures was used.

3.2. Fibre volume fraction

The fibre volume fraction $V_{\rm f}$ of the laminates has been determined through the ignition loss method (or burnout technique) according to ASTM D 2584-11 [7]. The determination of fibre volume fraction requires the measurement of the composite density *d*, which was measured in accordance with ASTM D 792-08 [8], assuming a negligible void content. Experimental results reveal that $V_{\rm f} = 58.6$ % and d = 2.02 g/cm³.

3.3. Bending test

Three-point bending (3-PB), four-point bending onethird span (4-PB-1/3), and four-point bending one-half span (4-PB-1/2) tests have been performed considering different support span-to-diameter ratios, $S_o/(2\rho)$. In Table 2 nominal support span S_o, nominal loading span S_i, and support span-to-diameter ratios considered are consigned, as depicted in Figure 2. For determining circumferential strength X_{θ} five specimens were loaded until first-ply failure defined as the first deviation in the load-deflection curve, taking a support span $S_0 = 96$ mm. A minimum overhang of 10 % of the support span at each extreme fixture, in accordance with ASTM D 4476 - 09 [9], must be taken into account. The load was applied at a stress rate of 250 - 350 MPa/min in the outer fibres of the specimen as recommended by ACI 440 for tensile tests of FRP rods [10]. The loading point displacement rates δ_{IP} are presented in Table 2.

4. Discussion and results

4.1. Circumferential strength

Experimental results of circumferential strength X_{θ} given at first rupture of outer fibres, consigned in Table

3, reveal that there is no appreciable difference between the considered bending set-ups, i.e. 3-PB, 4-PB 1/3, 4-PB 1/2. Hence, it can be concluded that the analysis carried out by CBT, taking into account a straight beam, can be considered suitable.

Table 2. Testing parameters for bending tests.
--

Bending set-up	S _o (mm)	S _i (mm)	S _o /(2 <i>p</i>) (-)	$\dot{\delta}_{LP}$ (mm/min)
3-PB	64	0	8	0.533 - 0.747
	96	0	12	1.200 - 1.680
	128	0	16	2.133 - 2.987
	200	0	25	5.208 - 7.292
4-PB-1/3	72	24	9	0.750 - 1.050
	96	32	12	1.333 – 1.867
	128	42.67	16	2.370 - 3.319
	200	66.67	25	5.787 - 8.102
4-PB-1/2	64	32	8	0.533 - 0.747
	96	48	12	1.200 - 1.680
	128	64	16	2.133 - 2.987
	200	100	25	5.208 - 7.292

Table 3. Circumferential strength results.

Bending set-up	X_{θ} (MPa)
3-PB	814 ± 7
4-PB-1/3	866 ± 24
4-PB-1/2	790 ± 14

4.2. Curved beam

In order to study the deformed curved beam, some results are presented in Table 4: the maximum displacement at loading points-to-span ratio (δ_{LPmax}/S_o), and the maximum displacement at mid-span-to-span ratio (δ_{MSmax}/S_o). Those results indicate that most of the tests have been performed under small displacements condition which requires a δ_{max}/S_o ratio less than 10 % [11]. Nevertheless, the 4PB-1/2 tests with $S_o/(2\rho) = 25$ have been carried out under great displacements condition ($\delta_{MSmax}/S_o = 11.67$ %). In a bending situation under great displacements the out-of-plane (radial) stress has a significant influence.

Table 4. Experimental results related to curved beam.

Set-up	$S_0/(2\rho)$	$\delta_{\text{LPmax}}/S_{\text{o}}$	$\delta_{\rm MSmax}/S_{\rm o}$	\overline{z}	$r_{\rm NA}/(2\rho)$
	(-)	(%)	(%)	(mm)	(-)
3-PB	16	5.8%	5.8%	0.016	30.97
	25	8.9%	8.9%	0.022	22.77
4-PB-	16				
1/3		6.6%	7.5%	0.019	26.73
4-PB-	16				
1/2		5.4%	7.3%	0.017	28.81
	25	8.6%	11.7%	0.028	18.08

Furthermore, geometrical results that deal with the curved beam model, as the location of the neutral axis \overline{z} , and the radius of curvature of the neutral axis-todiameter ratio $r_{\rm NA}/(2\rho)$ are also displayed in Table 4. As presented, the values of \overline{z} are three order of magnitude lesser than the thickness (diameter) of the beam. From a mechanical point of view, it means that stresses are mainly due to the bending moment, and that the influence of the axial load, considered by the beam curvature, is negligible. As a consequence, it would be possible to consider that the neutral axis coincides with the centroidal axis (i.e. $\overline{z} = 0, z = z'$).

4.3. Stress components

The stress components calculated with the curved beam model, σ_{θ} and σ_{r} , based on Eqs. (5) and (10) respectively, depends on the bending moment M. As in the curved beam model the bending moment is maximum at the mid-span point, the circumferential and the radial normal stresses are also maximum at that point. Consequently the failure of the beam starts at that point.. Furthermore, at the mid-span point the shear load Q is zero. On that sense, the distribution along the diameter of the beam of this two stress components, σ_{θ} and $\sigma_{\rm r}$, is presented. Those stress results are exhibited for two testing conditions: 3-PB (see Figures 4a and 5a) and 4-PB one-half span (see Figures 4b and 5b), taking into account that the 4-PB one-third span set-up is an intermediate testing condition. Those results correspond to two $S_0/(2\rho)$ ratios, 16 and 25, in order to compare a testing set-up with small displacements, and another one with a great displacements condition, where radial stresses have greater influence.

In the case of circumferential stress σ_{θ} a comparison between straight beam, Eq. (2), and curved beam, Eq. (5), is displayed. The variation of circumferential stress σ_{θ} through the diameter of the beam, i.e. considering dimensionless radial coordinate (z'/ρ) , for both the 3-PB set-up and the 4-PB 1/2 span set-up is shown in Figures 4, respectively. In order to compare circumferential stresses, the $\sigma_{\theta}/\sigma_{\theta CBT}$ ratio, i.e. circumferential stress for curved beam model -to- circumferential stress for straight beam model, has been calculated. This stress ratio is almost constant along the beam thickness (diameter). Circumferential stress differences at outer fibres (i.e. $z' = \pm \rho$) are small, up to 8,6 %, except for the 4-PB 1/2 span condition with $S_o/(2\rho) = 25$, where the $\sigma_{\theta}/\sigma_{\theta CBT}$ ratio is up to 1.51.

Concerning σ_r stress, the curved beam model proposed in this work, Eq. (10), is compared with the model proposed by Ennos and van Casteren [1]:

$$\sigma_r = \frac{4 M(\theta)}{3 \pi^4 r_G} \left(\rho^2 - z^2 \right) \tag{11}$$

For both models, radial stresses are compressive when the bending tends to increase curvature, as in the case of both 3-PB and 4-PB tests. The distributions along the diameter of the beam for 3-PB and 4-PB 1/2 span configurations indicate that σ_r is maximum at neutral axis and that is zero at inner and outer fibre, as presented in Figures 5. Comparing curved beam and Ref [1] models, the differences between stress distributions are similar through the entire beam diameter. In most cases, $\sigma_{\rm r}$ stresses with the curved beam model are twice the radial stresses obtained with the model proposed in Ref [1]. For the 4-PB one-half span set-up with $S_0/(2\rho)$ = 25, the difference is up to four times. On that sense, the proposed curved beam model gives greater importance to the influence of compressive radial stresses for predicting a greenstick fracture mode.



Figure 4. Circumferential stress σ_{θ} distribution along the cross-section: curved beam model (continuous lines), straight beam model (dashed lines). $S_{\sigma}/(2\rho) = 16$ (thin lines), $S_{\sigma}/(2\rho) = 25$ (thick lines). (a) 3-PB set-up, (b) 4-PB one-half span set-up.

4.4. Failure mode

Figures 6, 7 and 8 show the two flexure failure modes presented in FRP rods after bending tests. Figure 6 displays a brittle failure observed in all 3-PB tests for all support spans, having δ_{MSmax}/S_o ratios up to 8.9 %. In the case of 4-PB with one- half span the failure mode was brittle in the case of low support span (Figure 7), i.e. $S_o/(2\rho) = 16$, and ductile for the high support span, i.e. $S_o/(2\rho) = 25$, as presented in Figure 8. The ductile mode was characterized by δ_{MSmax}/S_o ratios up to 11.7 %, a feature that reveal a great displacements situation.



Figure 5. Compressive radial stress σ_r distribution along the cross-section: curved beam model (continuous lines), Ref [1] model (dashed lines). $S_{o'}(2\rho)$ = 16 (thin lines), $S_{o'}(2\rho) = 25$ (thick lines). (a) 3-PB set-up, (b) 4-PB one-half span set-up.



Figure 6. Brittle failure mode of pultruded rods under 3-PB, $S_o/(2\rho) = 25$.



Figure 7. Brittle failure mode of pultruded rods under 4-PB one-half span, $S_o/(2\rho) = 16$.

The brittle failure of the specimen starts with rupture of fibres on the convex side of the loading section; subsequently such rupture extended into a vertical crack toward the concave side. On ductile failure mode the tensile stress on the convex side develops the rupture of fibres; afterwards broken fibres delaminate promoted by the combined effect of tensile circumferential stresses σ_{θ} and compressive radial stresses σ_{r} . This state of stresses originates a significant shear stress oriented 45° with respect to circumferential direction. The ductile failure mode is known as greenstick fracture: limited fibre ruptures on the convex tensile side followed by large longitudinal cracks along the centre line [1].



Figure 8. Ductile failure mode of pultruded rods under 4-PB one-half span, $S_o/(2\rho) = 25$.

5. SUMMARY AND CONCLUSIONS

In the present contribution analytical approaches and experimental work for studying beams of unidirectional fibre reinforced plastic subjected to flexural loading have been presented, considering two models: an initially straight beam model, based on classical beam theory, and a proposed curved beam model. The aim of the paper was to evaluate the greenstick fracture mode presented in some anisotropic beams such as plant branches, young mammal bones and composite pultruded rods with longitudinally oriented fibres. The analytical approach initially deals with the study of the in-plane circumferential normal stress. Subsequently, the curved beam model assuming a constant curvature is presented. Finally, the Airy's stress function for obtaining the out-of-plane radial stress $\sigma_{\rm r}$, and the outof-plane shear stress $\tau_{r\theta}$ is offered, bearing in mind that stress components obtained from this stress function satisfy equilibrium conditions in the considered domain.

Experimental work has been performed under threepoint and four-point bending conditions, and several support span-to-diameter ratios have been considered. Brittle failures, characterized by a rupture of fibres that starts on the bottom side of the loading section and quickly develops into a vertical crack toward the upper side, have been presented in all tested specimens under 3-PB loading. 4-PB one- half span specimens presented two failure modes: brittle mode for small support span, $S_{\rm o}/(2\rho) = 16$, and ductile one for high support span, $S_{0}/(2\rho) = 25$. That ductile failure was obtained under a great displacements condition, where shear stresses oriented 45° with respect to circumferential direction is developed by the combination of tensile circumferential and compressive radial stresses. Such ductile failure is known as greenstick fracture, where limited fibre

ruptures on the convex tensile side are followed by large longitudinal cracks along the centre line.

REFERENCES

- A.R. Ennos, A. van Casteren, Transverse stresses and modes of failure in tree branches and other beams, *Proceedings of the Royal Society of London. Series B, Biological sciences* 277, 1253-1258, 2010.
- [2] A. Reiterer, I. Burgert, G. Sinn, S. Tschegg, The radial reinforcement of the wood structure and its implication on mechanical and fracture mechanical properties - A comparison between two tree species, *Journal of Materials Science* **37**, 935-940, 2002.
- [3] J.W.C. Dunlop, P. Fratzl, Biological Composites, Annual Review of Materials Research 40, 1-24, 2010.
- [4] P. Lee, T.B. Hunter, M. Taljanovic, Musculoskeletal colloquialisms: how did we come up with these names?, *RadioGraphics* 24, 1009-1027, 2004.
- [5] G. Vargas, A. Arrese, N. Carbajal, F. Mujika, Analysis of in-plane and out-of-plane thermomechanical stresses in un-symmetric cross-ply curved laminated strips, *Journal of Composite Materials* 43, 3157-3184, 2009.
- [6] S.P. Timoshenko, J.N. Goodier, Theory of elasticity, McGraw-Hill, New York, 1951.
- [7] ASTM, ASTM D2584-11: Standard test method for ignition loss of cured reinforced resins, West Conshohocken, 2011.
- [8] ASTM, ASTM D792-08: Standard test methods for density and specific gravity (relative density) of plastics by displacement, West Conshohocken, 2008.
- [9] ASTM, ASTM D4476-09: Standard test method for flexural properties of fiber-reinforced pultruded plastic rods, West Conshohocken, 2009.
- [10] ACI, ACI 440K: Guide test methods for fiberreinforced plastic (FRP) rods and sheets, Farmington Hills, 2004.
- [11] ISO, ISO 14125:1998: Fibre-reinforced plastic composites- Determination of flexural properties, Geneva, 1998.

Métodos y modelos analíticos y numéricos

ATOMISTIC SIMULATION OF THE RESPONSE TO AXIAL ELONGATION OF A <110> COLUMNAR NANOSTRUCTURE OF IRON WITH A NANO-SIZED PENNY-SHAPED TRANSVERSE CRACK

A. Luque¹, J. Aldazabal^{2,*}, I. Aldazabal³, J. Gil Sevillano²

¹Laboratory of Multiscale Mechanics Modeling, Institute of Mechanical Engineering, École Polytechnique Fédérale de Lausanne, Lausanne, CH-1015, Switzerland.

> ² CEIT and Tecnun (University of Navarra), P. Manuel de Lardizabal 15, 20018 San Sebastian, Spain.

³Centro de Física de Materiales (CSIC-UPV/EHU) - MPC, P. Manuel de Lardizabal 5, 20018 San Sebastian, Spain.

* e-mail: jaldazabal@ceit.es

RESUMEN

Se ha simulado mediante dinámica molecular un ensayo de tracción a 300 K de una muestra de hierro puro con una microestructura columnar de granos de sección nanométrica con orientación axial <011>. La muestra estudiada consta de 4.3 millones de átomos y se ha estirado en la dirección <011> de los granos, sin restricciones de desplazamiento transversales. Para evitar efectos de borde se han empleado condiciones de contorno periódicas completas. La orientación de los granos ha sido aleatoria alrededor de su dirección <011> común. La sección transversal de los granos ha sido aproximadamente de 10 nm. El comportamiento de la muestra libre de defectos otros que las juntas de grano de flexión <110> se ha comparado con el de una muestra idéntica pero con una grieta transversal con forma de oblea de aproximadamente $5.5 \times 5.5 \times 0.8$ nm³ que corta a una arista triple de las juntas de grano.

PALABRAS CLAVE: Fractura, Micro-ensayos, Entallas, Grietas, Nanomateriales

ABSTRACT

The response to tensile elongation of an <011> oriented columnar nanocrystalline pure iron structure at a temperature of 300 K has been simulated by molecular dynamics (MD). The simulated sample contains $4.3 \cdot 10^6$ atoms and has been subject to free elongation along the <011> axis common to the grains. Fully periodic boundary conditions have been assumed. The grains are randomly oriented around their common <011> direction and the size of their cross section is about 10 nm. The behaviour of a crack-free sample has been compared with the behaviour of an identical sample provided with a penny-shaped nano-crack built as an oblate spheroid of approximate dimensions $5.5 \times 5.5 \times 0.8$ nm³ transverse to the line of intersection of three <110> oriented grain boundaries.

KEYWORDS: Molecular dynamics, nanocrystalline iron, notch effect.

1. INTRODUCTION

The tensile elongation of an <011> oriented columnar nanocrystalline pure iron structure at a temperature of 300 K has been simulated by molecular dynamics (MD). Such structure mimics the structure a hypothetical iron wire would have after being imparted an extraordinary large plastic deformation by axisymmetrical drawing at room temperature. The main aim of this study is to explore the strength possibilities of such a highly textured iron filament if it could be obtained by pursuing wire drawing well beyond current technological practices (nowadays limited to a maximum true strain of the order of 10 without any intermediate annealing). It is well known that wire drawing of high melting point bcc polycrystals is a very effective strain hardening process that makes possible the production of thin wires and filaments of extraordinary mechanical strength. The axisymmetric deformation delivered by the drawing process induces an intense <011> texture and an intragranular dislocation substructure that evolves towards an axially oriented nanograin structure after large strains (see [1] for a review up to 1980; more recent assessments in refs. [2-8]). Such an structural evolution from dislocation cells to subgrains then to nanograins as strain progresses is accompanied by a relentless size reduction of the crystalline domains, responsible of the persistent strain hardening rate concomitantly observed. Strong metallic bcc filaments have a high technical importance for both mechanical (e.g., steel wires) and functional applications (e.g., tungsten and niobium filaments).

2. METHODOLOGY

Molecular dynamics (MD) simulations of the behaviour of a pre-cracked columnar nanograin structure with a random <011>texture have been performed on a near cubic sample containing 4331060 iron atoms (actual figures in Table 1; fully periodic boundary conditions in 3D assumed).

Table 1. Sample data	. Periodic boundary	conditions.
----------------------	---------------------	-------------

Number of atoms	4281460	
Unrelaxed dimensions, x, y, z	40.0×42.4×30.4 nm ³	
Relaxed dimensions (300 K)	39.5×41.9×30.3 nm ³	
Initial number domains	24	
Initial domain size (mean linear intercept on the cross section)*. Relaxed dimensions*. Without distinction of LAB or GB	9.37 nm	
Boundary (LAB or GB) surface per unit volume (relaxed dimensions)*	0.213 nm ⁻¹	

*Calculated for randomly oriented GBs in the cross section, empirical formula, ASTM E112.

The unrelaxed sample was tessellated in 24 domains that were given random orientations about a common <011> direction (z direction). A Voronoi tessellation of the x-y unrelaxed cross-section was made from the final position of 24 points randomly displaced on the plane from the centres of 24 regularly-spaced close-packed circles with a cut-off distance of 3 nm. Such procedure led to a size distribution with a standard deviation (21789 atoms) amounting to 16% of the mean domain size (135675 atoms); the ratio of the maximum to the minimum size of the 24 domains was 1.6. Considering a criterion of 15° for the separation between low-angle boundaries (LAB) and high-angle (grain) boundaries (GB), the initial structure is composed of 7 "true" grains. Most of them contain LAB in their interior. Relaxation hardly changes the quality or size of the unrelaxed structure. No free lattice dislocations are present apart from those composing the low-angle boundaries. Once the volume is generated an ellipsoidal notch was generated in its centre by removing 1190 atoms. These atoms correspond to approximately 60 x60x8 nm ellipsoid.

The MD simulations were performed with the LAMMPS code [9] using the EAM (embedded atom method) interatomic potential developed for iron by Mendelev et al. [10,11] and visualised using the Ovito code [12]. In comparison with previous MD potentials, the Mendelev EAM potential has been shown to provide a better agreement with both experimentally measurable

or ab-initio calculated properties, dislocation core structures and glide processes of iron [10,11].

The codes run in the Oberon Cluster at MPC CSIC-UPV (8 nodes, each with 8 Xeon E5520 Cores and 16 GB RAM). The integration time was 1 fs per step and files were saved each 500 steps. The initial, unrelaxed structure was built accounting for the lattice parameter of bcc Fe at 0 K. That structure was relaxed, unstressed, at 300 K during 0.2 ns. After the relaxation the simulation domain was stretched along the z direction at 10^8 s⁻¹.Figure 1 shows the relaxed structure. In this figure one half of atoms were removed for visualizing the central notch. After relaxation, the volume per atom was 11.726371 Å³ at 300 K.



Figure 1. Relaxed structure. One halve of atoms were removed for visualising purposes.

For studying the evolution of crack geometry and the free surface present on the system was studied using the algorithm proposed by Stukowski [12] with a probe size of 2.5 Å and a smoothing level of 30. For each step, once the surface was identified the equivalent diameter, d_{max} , and thickness, δ , of the resulting ellipsoid was calculated. The diameter was calculated averaging the crack horizontal projection on x and y planes. The thickness was calculated measuring the maximum and minimum z coordinates of crack surface. Figure 2 shows the notch surface identified for the relaxed structure prior to applying any load on it.



Figure 2. Detail of the relaxed structure. The notch surface was identified using the Stukowski algorithm

3. RESULTS AND DISCUSSION

The stress-strain response of the sound and cracked samples is shown in fig. 3.



Figure 3. Macroscopic stress-strain behaviour obtained for the cracked and crack-free samples.

The presence of the tiny penny-shaped crack does not significantly affect the elastoplastic behaviour. The columnar structure of nanograins is very strong: at 300 K, the elastic elongation reaches 4% before any dislocations are emitted from the tilt grain boundaries in the uncracked sample and the stress peaks at 8 GPa; after the peak, the stress attains a steady state in less than 1% additional deformation and remains nearly constant at a value of 5.5 GPa. The peak and subsequent short transient are due to the bulding-up of the required mobile dislocation density for the strain rate imposed (there were no other dislocations than those present in the initial columnar structure).

The behaviour of the nano-cracked sample is quite similar from a mechanical point of view; however, the some internal events related with the crack are occurring, as attested by the size and geometry evolution of the crack during the tensile loading studied.

Figures 4 to 6 show the evolution with total strain of, respectively, average maximum crack diameter, d_{max} , crack tip opening distance, CTOD and total crack surface.



Figure 4. Evolution of average crack size (projected diameter) during the simulation. Grey line corresponds to macroscopic stress-strain response.



Figure 5. Evolution of crack tip opening distance, CTOD, δ , during the simulation. Grey line corresponds to stress-strain behaviour of simulated volume.



Figure 6. Evolution of total crack surface measured using Stukowski algorithm. Grey line corresponds to stress-strain behaviour of simulated volume.

Figure 7 shows the shape and size evolution of the crack. First, there are some early accommodations of the crack tip upon loading, during the first 1% macroscopically elastic deformation, clearly detected in figs 4-6. For instance, the initial average maximum diameter in the {110} transverse plane increases from 5.6 nm to 5.85 nm, the CTOD from 1.0 to 1.3 nm and the crack surface from 54 to 60 nm². Thereafter there is



Figure 7. Evolution of crack geometry and its aspect ratio during the tensile test.

almost no change until a sudden crack growth burst occurs at the peak stress: almost instantaneously the CTOD reaches 1.7 nm, the maximum diameter 5.97 nm and the crack surface 70 nm^2 . The specific fracture energy triggering such crack growth event can be estimated as

$$G_c = \overline{\sigma} \cdot CTOD_c = 8 \text{ GPa} \cdot 1.3 \text{ nm} = 10.4 \text{ J m}^{-2}$$

This result is to be compared with other recent works [13-16] about the fracture from {110} nanocracks in single-crystal iron. The {110} surface energy is 1.429 J m⁻², i.e., a purely brittle (cleavage) crack growth would have only required twice such energy, about 3 J m⁻². The surface energy is only weakly larger for {001} or {111} iron planes. As the observed specific fracture energy is much higher, the crack growth on the {110} (one of the preferred cleavage planes of iron) at the peak is of semi-brittle character, mediated by dislocations.

After that crack extension, the crack stays inactive during the following 2% macroscopic elongation, plausibly because the crack tip zone was relaxed after the growth burst. Beyond 8% elongation the "crack" starts a continuum growth. The apparent fracture energy and CTOD steadily grow too but the aspect ratio of the oblate spheroidal crack rapidly decreases, as evidenced in fig. 7 and 9 in the slope of the CTOD vs. crack diameter plot, fig. 8: the conclusion is that despite the high level of tensile stress, at 300 K the initially 5.6 nm diameter nanocrack is becoming a potentially less harmful nanovoid.

4. CONCLUSIONES

• The tensile response at 300 K of a <110> columnar nanostructured pure iron has been simulated by molecular dynamics. After a (spurious, due to the absence of enough mobile dislocation density) stress peak of 8 GPa, a near steady-state flow stress of 5.5 GPa is established.



Figure 8. Crack tip opening distance vs. crack size (average projected diameter).



Figure 9. Apparent specific fracture energy, *G*, vs true total strain.

- The presence of a transverse penny-shaped crack of 5.6 nm of diameter laying on a potential {110} cleavage plane does not significantly affect the macroscopic mechanical response in the strain range explored (up to 11.5% total elongation).
- The nanocrack suffers a semibrittle extension at the peak stress region but it is being thereafter

plastically transformed in a void (decreasing its aspect ratio).

ACKNOWLEDGEMENTS

JGS and JA gratefully acknowledge partial support for performing this work from the Inter-University Attraction Poles (IAP) Programme P7/21 (Project INTEMATE), funded by the Belgian State, Belgian Science Policy.

REFERENCES

- J. Gil Sevillano, P. Van Houtte, E. Aernoudt, Large strain work hardening and textures. *Progr Mater Sci* 25, 69-412, 1980.
- [2] W.A. Spitzig, C.L. Trybus, F.C. Laabs, Structure properties of heavily cold-drawn niobium. *Mater Sci Eng A* **145**, 179-187, 1991.
- [3] J. Gil Sevillano, C. García-Rosales, J. Flaquer Fuster, Texture and large-strain deformation microstructure. *Phil Trans R Soc Lond A* 357, 1603-1619, 1999.
- [4] Y. Tomota, T. Suzuki, A. Kanie, Y. Shiota, M. Uno, A. Moriai, N. Minakawa, Y. Morii, In situ neutron diffraction of heavily drawn steel wires with ultrahigh strength under tensile loading. *Acta Mater* 53, 463-467, 2005.
- [5] J. Ocenásek, M. Rodriguez Ripoll, S.M. Weygand, H. Riedel, Multi-grain finite element model for studying the wire drawing process. *Comp Mater Sci* 39, 23-28, 2007.
- [6] J. Gil Sevillano, D. González, J.M. Martínez-Esnaola, Heterogeneous deformation and internal stresses developed in BCC Wires by axisymmetric elongation. *Mater Sci Forum* 550, 75-84, 2007.
- [7] J. Gil Sevillano, J. Alkorta, D. González, S. Van Petegem, U. Stuhr, H. Van Swygenhoven, In situ neutron diffraction study of internal microstresses developed by plastic elongation in <110> textured BCC wires. *Adv Eng Mater* 10, 951-954, 2008.
- [8] T. Suzuki, Y. Tomota, A. Moriai, H. Tashiro, High Tensile Strength of Low-Carbon Ferritic Steel Subjected to Severe Drawing. *Mater Trans* 50, 51-55, 2009.
- [9] LAMMPS Molecular Dynamics Simulator, http://lammps.sandia.gov/

- [10] M.I. Mendelev, S. Han, D.J. Srolovitz, G.J. Ackland, D.Y. Sun, M. Asta, Development of new interatomic potentials appropriate for crystalline and liquid iron. *Philos Mag* 83, 3977-3994, 2003.
- [11] G.J. Ackland, M.I. Mendelev, D.J. Srolovitz, S. Han, A.V. Barashev, Development of an interatomic potential for phosphorus impurities in α-iron. J *Phys: Condens Matter* 16, S2629, 2004.
- [12] A. Stukowski, Computational Analysis Methods in Atomistic Modelling of Crystals, *JOM* 66, 399-407, 2014.
- [13] C.H. Ersland, C. Thaulow, I.R. Vatne, E. Ostby, Atomistic modeling of micromechanisms and Tstress effects in fracture of iron, *Eng. Fr. Mech.* 79, 180-190, 2012.
- [14] I.R. Vartne, A Stukowski, C. Thaulow, E. Ostby, , J. Marian, Three-dimensional crack-initiation mechanisms in bcc Fe under loading modes I, II and III, *Mater. Sci. Eng. A* 560, 306-314, 2013.
- [15] J. Skosrud, C. Thaulow, Application of CTOD in atomistic modeling of fracture, *Eng. Fr. Mech.* 150, 153-160, 2015.
- [16] J.J. Möller, E Bitzek, On the influence of crack curvature on the fracture behavior of nanoscale cracks, *Mater. Sci. Eng. A* **150**, 197-208, 2015.

DETERMINACIÓN NUMÉRICA DEL MÓDULO DE COMPRESIBILIDAD EN NANOESTRUCTURAS DE CARBONO MEDIANTE EL BBM

J. Aranda-Ruiz^{1*}, M. Braun^{1,2,3}, J.A. Loya¹

 ¹Dpto de Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras (Universidad Carlos III de Madrid) Avda. de la Universidad 30, 28911, Leganés, Madrid, España *E-mail: jaranda@ing.uc3m.es
 ²Departamento de Construcciones, Facultad de Ingeniería (Universidad Nacional de La Plata) Calle 48 y 115 s/n, B1900TAG, La Plata, Buenos Aires, Argentina
 ³Consejo Nacional de Investigación Científicas y Técnicas (CONICET) CCT La Plata Calle 8 Nº 1467, B1904CMC, La Plata, Buenos Aires, Argentina

RESUMEN

En este trabajo, aplicando el método BBM (Beam Based Method) desarrollado por Li y Chou en 2003, se ha calculado numéricamente el módulo de compresibilidad en nanoestructuras de carbono (nanotubos y fullerenos esféricos) de diferente tamaño sometidos a presión hidrostática. Para ello, en un código comercial de elementos finitos, se ha implementado este modelo atomístico capaz de recoger los efectos asociados a la longitud característica de estas estructuras. En dicho modelo, se discretizan las interacciones interatómicas covalentes mediante elementos tipo viga con comportamiento elástico y lineal, cuya sección transversal y constantes elásticas se determinan igualando la energía interna de deformación del elemento estructural y la energía potencial del modelo atómico. Los resultados obtenidos a partir de las simulaciones numéricas realizadas han sido comparados con datos numéricos y experimentales publicados por otros autores, mostrando la buena capacidad predictiva del método implementado para calcular el módulo de compresibilidad en este tipo de nanoestructuras.

PALABRAS CLAVE: Fullerenos Esféricos, Nanotubos de Carbono, Módulo de Compresibilidad, Método de Elementos Finitos, Método BBM

ABSTRACT

In this work has been numerically calculated the bulk modulus of various sizes carbon nanostructures (nanotubes and spherical fullerenes) under hydrostatic pressure conditions using the Beam Based Method (BBM) develop by Li and Chou in 2003. For this purpose, using a finite elements commercial code, has been implemented this atomistic model capable of consider the size effects inherent in this type of structures. In this model, the interatomic covalent interactions has been discretized through beam-like elements with linear elastic behaviour, whose cross section and elastic constants are calculated by matching the internal energy of deformation of the structural element and the potential energy of the atomistic model. The results from numerical simulations have been compared with numerical and experimental data published by other authors, showing the good predictive capability of the implemented method to calculate the bulk modulus in such nanostructures.

KEYWORDS: Spherical Fullerenes, Carbon Nanotubes, Bulk Modulus, Finite Elements Method, Beam Based Method

1. INTRODUCCIÓN

El campo de la nanoingeniería ha sufrido un significante progreso en las últimas décadas. Las excepcionales propiedades mecánicas unidas a su extraordinariamente baja densidad, hacen de los nanotubos de carbono (CNT) y los fullerenos unos candidatos ideales para ser usados como refuerzo en otro tipo de materiales, en concreto en los materiales compuestos [1,2]. Además, potenciales aplicaciones como sensores, transistores y otros nanodispositivos que involucran nanoestructuras sometidas a rotación hacen de los CNT y de los fullerenos esféricos, estructuras aún más atractivas. Prueba de ello es la existencia de trabajos que analizan las propiedades dinámicas de este tipo de nanoestructuras [3-6]

Existen numerosos trabajos experimentales y teóricos que estudian la caracterización del módulo de elasticidad

en nanotubos de carbono, presentando una gran dispersión en los resultados obtenidos [7], centrados principalmente en su determinación en dirección axial, mientras que las propiedades mecánicas en la dirección transversal se encuentran menos estudiadas. En materiales compuestos reforzados con nanoestructuras, las tensiones residuales en la interfaz matriz-refuerzo y los mecanismos de fallo están íntimamente ligados a estas propiedades en la dirección transversal [8]. En particular, cuando nanogotas de metal son absorbidas capilarmente por los nanotubos de carbono, la deformación de éste último puede ser bastante elevada [9]. Por estos motivos, puede llegar a ser determinante el entender y caracterizar las propiedades mecánicas en dirección transversal en este tipo de nanoestructuras.

En cuanto a los fullerenos esféricos, la mayoría de estudios se han centrado en la caracterización del fullereno C_{60} , formados por 60 átomos de carbono [10,11]. En general, sus pronosticadas propiedades mecánicas, químicas, térmicas, eléctricas y electrónicas, han ampliado su campo de aplicación potencial a su uso como bio-sensores, suministración de fármacos, motores moleculares artificiales y refuerzo mecánico de membranas y compuestos poliméricos [12,13]. Este interés, junto al mayor desconocimiento en fullerenos esféricos de otro tamaño, reflejan la importante analizar el comportamiento de un mayor rango de tamaños, considerando incluso aquellos que pueden llegar a ser sintetizados en un futuro cercano.

Actualmente existen en la literatura numerosos estudios que analizan este tipo de estructuras mediante técnicas analíticas [3-5] y basadas en la dinámica molecular [8,9], que conllevan una elevada complejidad.

En 2003, Li y Chou [14] presentaron el denominado "Beam Based Method" (BBM) para modelizar las deformaciones en nanotubos de carbono de manera mucho más simplificada manteniendo la precisión en los resultados. Esta metodología se basa en el concepto de que los CNT son estructuras de geometría espacial tipo reticular fue fundamental para su enfoque, dando lugar a un análisis basado en la mecánica de estructuras clásica, utilizando para ello el método de la matriz de rigidez. Esta aproximación ha sido utilizada en diferentes trabajos para obtener el módulo elástico en nanotubos de carbono de simple capa y multicapa [14-16], sin embargo, no se incluye el cálculo del módulo de compresibilidad ni en nanotubos ni en fullerenos esféricos.

En este trabajo, basado en la metodología propuesta por Li y Chou [14], se ha propuesto un modelo tridimensional de elementos finitos para calcular numéricamente el módulo de compresibilidad de CNT y fullerenos esféricos bajo condiciones de presión hidrostática.

2. ESTRUCTURA ATÓMICA

2.1. Estructura CNT

La estructura de los CNT se define mediante su vector quiral \vec{C}_h y su ángulo θ . En la figura 1, se presenta un esquema del proceso de formación de estas estructuras a partir del corte y plegado de una lámina de grafeno. La porción de grafeno delimitada por los vectores quiral y traslacional \vec{T} , define las dimensiones mínimas del nanotubo formado.



Figura 1. Esquema de la estructura hexagonal del grafeno, con la definición de los vectores quiral y traslacional.

El vector quiral puede definirse a partir de la expresión (1), donde las constantes (n,m) son los llamados índices de Hamada, y \vec{a}_1 y \vec{a}_2 son vectores unitarios.

$$\vec{C}_h = n\vec{a}_1 + m\vec{a}_2 \tag{1}$$

El ángulo θ es el formado por el vector quiral y la dirección (*n*,0), y su valor define el tipo de nanotubo de carbono: $\theta = 0^{\circ}$ para zigzag y $\theta = 30^{\circ}$ para armchair, ambos representados en la figura 2.



(b) CNT tipo armchair.

Figura 2. Representación de las estructuras de nanotubos de carbono analizadas.

El radio de cualquier nanotubo depende de sus índices de Hamada, y puede calcularse a partir de la expresión (2), donde $a_0 = \sqrt{3} \cdot a_{C-C} \operatorname{con} a_{C-C} = 0.1421$ nm, siendo la distancia de equilibrio en un enlace covalente C-C.

$$\theta = \sin^{-1} \frac{\sqrt{3}m}{2\sqrt{n^2 + m \cdot n + m^2}} \tag{2}$$

Las propiedades físicas de los CNT son sensibles a su radio y quiralidad [14], es por eso que en este trabajo se ha analizado la influencia de estos parámetros en el módulo de compresibilidad K de nanotubos de carbono abiertos de simple capa.

2.2. Estructura Fullerenos

Los fullerenos considerados para este trabajo han sido todos con forma esférica, analizando diferentes tamaños C_i donde *i* es el número de átomos de carbono que conforman cada fullereno.

Estas estructuras están compuestas por un determinado número de pentágonos y hexágonos dependiendo del número de átomos de carbono que las definan. En la figura 3 se muestran algunos tamaños representativos analizados en este trabajo.



Figura 3. Representación de la configuración de distintos fullerenos esféricos (C₆₀, C₁₈₀ y C₅₀₀).

Las coordenadas espaciales con las que se definen las posiciones de los átomos de cada molécula han sido extraídas del trabajo presentado por Yoshida [17].

3. DESCRIPCIÓN DEL MODELO NUMÉRICO

El modelo BBM implementado en este trabajo fue propuesto por Odegard et al. [18] y, posteriormente, desarrollado por Li y Chou [14]. Este modelo discretiza las interacciones covalentes interatómicas C-C mediante elementos tipo viga con comportamiento elástico y lineal, cuya sección transversal y constantes elásticas se determinan igualando la energía interna de deformación del elemento estructural y la energía potencial del modelo atómico.

De acuerdo a la dinámica molecular, la energía potencial interatómica total U, se puede aproximar como la suma de las energías individuales covalentes [19], despreciando las no covalentes:

$$\boldsymbol{U} = \sum \boldsymbol{U}_r + \sum \boldsymbol{U}_{\theta} + \sum \boldsymbol{U}_{\phi} + \sum \boldsymbol{U}_{\omega}$$
(3)

donde cada término de la expresión (3) representa la energía de deformación debida a un tipo de interacción interatómica: axil U_r , flexión U_{θ} , torsión del ángulo diedrico U_{ϕ} y torsión fuera de plano U_{ω} (ver figura 4).



Figura 4. Interacciones interatómicas en mecánica molecular consideradas.

Asumiendo pequeñas deformaciones, estas energías pueden describirse de manera adecuada mediante una aproximación armónica. Adicionalmente, las contribuciones debidas a la torsión del ángulo diedrico, U_{ϕ} , y la de fuera de plano, U_{ω} , se pueden agrupar en un único término [20]. De este modo, se obtiene la energía de deformación del elemento estructural asociada a cada tipo de movimiento incremental:

$$U_r = \frac{1}{2}k_r(r - r_0)^2 = \frac{1}{2}k_r(\Delta r)^2$$
(4)

$$U_{\theta} = \frac{1}{2}k_{\theta}(\theta - \theta_0)^2 = \frac{1}{2}k_{\theta}(\Delta\theta)^2$$
(5)

$$U_{\tau} = U_{\phi} + U_{\omega} = \frac{1}{2}k_{\tau}(\Delta\tau)^2 \tag{6}$$

donde k_r , k_θ y k_τ son las rigideces axil, flexional y torsional, respectivamente. Mientras que Δr , $\Delta \theta$ y $\Delta \tau$ son, respectivamente, la variación de la longitud del enlace, y la variación de los ángulos de flexión y torsión.

De acuerdo a la teoría clásica de la mecánica estructural, la energía de deformación de una viga de longitud L y sección uniforme sometida a esfuerzo axil puro N, momento flector M y momento torsor T, tal y como se muestra en la figura 5, se expresa de la siguiente manera:

$$U_A = \frac{1}{2} \int_0^L \frac{N^2}{EA} dL = \frac{1}{2} \frac{N^2 L}{EA} = \frac{1}{2} \frac{EA}{L} (\Delta L)^2$$
(7)

$$U_{M} = \frac{1}{2} \int_{0}^{L} \frac{M^{2}}{EI} dL = \frac{1}{2} \frac{M^{2}L}{EI} = \frac{1}{2} \frac{EI}{L} (\Delta \alpha)^{2}$$
(8)

$$U_T = \frac{1}{2} \int_0^L \frac{T^2}{GJ} dL = \frac{1}{2} \frac{T^2 L}{GJ} = \frac{1}{2} \frac{GJ}{L} (\Delta \beta)^2$$
(9)

siendo ΔL el incremento de longitud de la viga, y $\Delta \alpha$ y $\Delta \beta$, respectivamente, la variación del ángulo entre los extremos de la viga debido a flexión y a torsión.



Figura 5. Esquema de un elemento sometido a tracción, flexión y torsión pura.

Igualando las expresiones (4-6) con las (7-9), se pueden relacionar las propiedades mecánicas del elemento estructural, *EA*, *EI* y *GJ*, con los parámetros moleculares k_r , k_θ y k_τ :

$$\frac{EA}{L} = k_r; \frac{EI}{L} = k_\theta; \frac{GJ}{L} = k_\tau \tag{10}$$

Asumiendo que la sección transversal del elemento estructural es circular y de diámetro d, es posible determinar las siguientes:

$$d = 4\sqrt{\frac{k_{\theta}}{k_r}}; E = \frac{k_r^2 L}{4\pi k_{\theta}}; G = \frac{k_r^2 k_{\tau} L}{8\pi k_{\theta}^2}$$
(11)

En el presente trabajo se han empleado las siguientes constantes [21]: $k_r = 6.52 \cdot 10^{-7}$ N/nm, $k_{\theta} = 8.76 \cdot 10^{-10}$ N·nm/rad, $k_{\tau} = 2.78 \cdot 10^{-10}$ N·nm/rad y L = 0.1421 nm. De esta forma, los parámetros elásticos y geométricos obtenidos a partir de la expresión (11) son: d = 0.147 nm, E = 5.49 TPa y G = 0.871 TPa.

4. RESULTADOS

4.1. Módulo de Compresibilidad en CNT

Siguiendo el procedimiento presentado por Li et al. [14], se ha calculado el módulo de compresibilidad K en los CNT como la relación entre la presión P aplicada y el cambio de volumen normalizado:

$$K = \frac{-P}{\Delta V/V_0} \tag{12}$$

donde la presión hidrostática P ha sido incluida a partir de fuerzas nodales f_i aplicadas en dirección radial en cada uno de los átomos de C (con la ayuda de un sistema de coordenadas cilíndrico). Así, la presión P es aproximada según la siguiente expresión:

$$P = \frac{\sum_{i=1}^{t} f_r^i}{2\pi l r_{NT}} \tag{13}$$

donde l y r_{NT} son la longitud total y el radio del nanotubo, y t el número total de átomos de carbono que lo forman.

En las figuras 6 y 7 se presentan los resultados obtenidos con el modelo BBM implementado en este trabajo para el módulo de compresibilidad en nanotubos tipo zigzag y armchair respectivamente. Además se muestran resultados extraídos de la literatura, calculados con otras técnicas numéricas: dinámica molecular (DM) [22, 23], y un método elástico basado en la mecánica de medios continuos (MEC) [9]. A tenor de estos resultados, se puede observar como en todos los casos el módulo de compresibilidad disminuye al aumentar el radio del nanotubo, y la buena concordancia entre todos los métodos presentados. La mayor diferencia presentada en los resultados obtenidos mediante el BBM y los otros métodos se encuentra en torno a un 25%, tanto en el caso de los nanotubos tipo zigzag como en los armchair. Por lo tanto, se puede concluir que el BBM es una técnica numérica válida para el cálculo del módulo de compresibilidad en nanotubos de carbono.



Figura 6. Módulo de compresibilidad en función del radio del CNT tipo zigzag, obtenidos con distintas técnicas.



Figura 7. Módulo de compresibilidad en función del radio del CNT tipo armchair, obtenidos con distintas técnicas.

4.2. Módulo de Compresibilidad en Fullerenos

El módulo de compresibilidad de los fullerenos esféricos, se calcula a partir del módulo de elasticidad radial E_r , siguiendo el procedimiento propuesto por Giannopoulos et al. [24]. La presión hidrostática ha sido simulada mediante la aplicación de una fuerza f_r^i en cada átomo en la dirección radial, definiendo para esto un sistema de coordenadas esféricas.

El módulo de elasticidad radial ha sido calculado a partir de la tensión radial σ_r y del desplazamiento radial medio Δr_f de acuerdo a la siguiente expresión:

$$E_r = \frac{\sigma_r}{\varepsilon_r} = \frac{(\Sigma_{i=1}^t f_r^i)/(4\pi r_f^2)}{\Delta r_f/r_f}$$
(14)

donde r_f es el radio inicial del fullereno, t es el número total de átomos de carbono del mismo.

El módulo de compresibilidad *K* ha sido estimado utilizando nuevamente la expresión (12). Para el caso de compresión triaxial y pequeñas deformaciones, la deformación volumétrica viene dada por $\varepsilon_V = 3\varepsilon_r$, mientras que la presión hidrostática es $P = -\sigma_r$. Reemplazando estas equivalencias en la expresión (12), y haciendo uso de la expresión (14), se obtiene finalmente:

$$K = \frac{\sigma_r}{3\varepsilon_r} = \frac{E_r}{3} \tag{15}$$

En la figura 8 se muestra el módulo de compresibilidad de los fullerenos esféricos en función del radio, obtenido con distintas técnicas: un método basado en muelles (MBM) [24], un modelo de muelles analizado con elementos finitos (MAEF) [25], la teoría de densidad funcional (TDF) [25], y el BBM implementado en este trabajo.



Figura 8. Módulo de compresibilidad en función del radio del fullereno, obtenidos con diferentes técnicas.

Se puede observar que todos los resultados exhiben la misma tendencia, donde el módulo de compresibilidad decrece al aumentar el radio. Sin embargo, es posible apreciar una diferencia notable entre las distintas predicciones numéricas del módulo de compresibilidad para un mismo radio. Además, se puede ver que las diferencias entre dichas predicciones aumentan cuando el radio disminuye.

Es importante destacar que el presente estudio y el realizado por Giannopoulos et al. [24] son los únicos que analizan todos los tamaños de fullerenos, mientras que otros estudios se limitan a tamaños inferiores al C_{60} . Sin embargo, los resultados publicados en [24] presentan serias diferencias con respecto al valor del módulo de compresibilidad obtenido con otros métodos (en torno al 75%). Por lo tanto, este trabajo recoge uno de los cálculos más completos y precisos del módulo de compresibilidad para un amplio rango de tamaños de fullerenos esféricos.

5. CONCLUSIONES

En este trabajo se ha implementado un modelo atomístico basado en elementos estructurales tipo viga (BBM) para calcular el módulo de compresibilidad de nanotubos y fullerenos esféricos de carbono sometidos a presión hidrostática. Los resultados obtenidos presentan una buena correlación con datos reportados por otros autores.

Tanto en el caso de los nanotubos de carbono como en el de los fullerenos se ha podido observar que el módulo de compresibilidad disminuye al aumentar el radio de los mismos, capturando la misma tendencia presentada por otros autores.

En el caso de los nanotubos de carbono, ya sean tipo zigzag o armchair, las pequeñas diferencias presentadas entre los resultados obtenidos mediante el BBM y los proporcionados por otros métodos, permiten concluir que el BBM es una técnica numérica válida para el cálculo del módulo de compresibilidad en nanotubos de carbono.

En lo referente al módulo de compresibilidad en fullerenos esféricos, se ha podido comprobar que aumenta la discrepancia entre las predicciones de las distintas técnicas a medida que el radio disminuye.

Por último, es importante mencionar que en este trabajo se recoge uno de los cálculos más completos y precisos del módulo de compresibilidad para un amplio rango de tamaños de fullerenos esféricos.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer al Ministerio de Economía y Competitividad del Gobierno de España, por el apoyo parcial a este trabajo a través de los Proyectos de Investigación DPI2011-23191 y DPI2011-24068.

REFERENCIAS

 B.L. Wardle, D.S. Saito, E.J. Garca, A.J. Hart, R.G. de Villoria, E.A. Verploegen, Fabrication and characterization of ultrahigh-volume-fraction aligned carbon nanotubepolymer composites, Advanced Materials 20, 2707-2714, 2008.

- [2] A.K.-T. Lau, D. Hui, The revolutionary creation of new advanced materials carbon nanotube composites, Compisites Part B: Engineering 33, 263-277, 2002.
- [3] J. Aranda-Ruiz, J. Loya, J. Fernández-Sáez, Torsion of cracked nanorods using a nonlocal elasticity model, Journal of Physics D: Applied Physics 47, 2014.
- [4] J. Vila, R. Zaera, J. Fernández-Sáez, Axisymmetric free vibration of closed thin spherical nanoshells with bending effects, Journal of Vibration and Control, 2015.
- [5] R. Zaera, J. Fernández-Sáez, J. Loya, Axisymmetric free vibration of closed thin spherical nano-shell, Composite Structures **104**, 2013.
- [6] S. Narendar, S. Gopalakrishnan, Nonlocal wave propagation in rotating nanotube, Physics **1**, 17-25, 2011.
- [7] R.Rafiee, R.M. Moghadam, On the modeling of carbon nanotubes: A critical review, Composites Pat B: Engineering **56**, 435-449, 2014.
- [8] P.M. Ajayan, L.S. Schadler, C. Giannaris, A. Rubio, Single-walled carbon nanotubepolymer composites: Strength and weakness, Advanced Materials 12, 750-753, 2000.
- [9] Y. Li, X. Qiu, Y. Yin, F. Yang, Q. Fan, Equivalent elastic moduli of a zigzag single-walled carbon nanotube given by uniform radial deformation, Physics Letters A 373, 2368-2373, 2009.
- [10] N. Kaur, S. Gupta, V. Jindal, K. Dharamvir, Pressure induced transformations in condensed and molecular phases of c60, Carbon 48, 744-755, 2010.
- [11] M.S. Amer, J.F. Maguire, On the compressibility of c60 individual molecules, Chemical Physics Letters 476, 232-235, 2009.
- [12] S. Afreen, K. Muthoosamy, S. Manickam, U. Hashim, Functionalized fullerene (c60) as a potential nanomediator in the fabrication of highly sensitive biosensors, Biosensors and Bioelectronics 63, 354-364, 2015.
- [13] E. Kay, D. Leigh, F. Zerbetto, Synthetic molecular motors and mechanical machines, Angewandte Chemie International Edition 46, 72-191, 2007.
- [14] C. Li, T.-W. Chou, A structural mechanics approach for the analysis of carbon nanotubes, International Journal of Solids and Structures 40, 2487-2499, 2003.

- [15] K. Tserpes, P. Papanikos, Finite element modeling of single-walled carbon nanotubes, Composites Part B: Engineering 36, 468-477, 2005.
- [16] P. Papanikos, D. Nikolopoulos, K. Tserpes, Equivalent beams for carbon nanotubes, Computational Materials Science 43, 345-352, 2008.
- [17] M. Yoshida, Fullerene structure library, accedido en abril de 2015, URL <u>http://jcrystal.com/steffenweber/gallery/Fullerenes/</u> <u>Fullerenes.html</u>
- [18] G.M. Odegard, T.S. Gates, L.M. Nicholson, K.E. Wise, Equivalent-continuum modeling of nanostructured materials, Composite Science and Technology 62, 1869-1880, 2002.
- [19] A.K. Rappe, C.J. Casewit, K.S. Colwell, W.A. Goddard, W.M. Skiff, A full periodic table force field for molecular mechanics and molecular dynamics simulations, Journal of the American Chemical Society **114**, 10024-10035, 1992.
- [20] B. Gelin, Molecular modeling of polymer structures and properties, HO: Hanser Gardner Publishers, Cincinnati, 1994.
- [21] W.D. Cornell, P. Cieplak, C.I. Bayly, et al., A second generation force field for the simulation of proteins, nucleic acids, and organic molecules, Journal of the American Chemical Society 117, 5179-5197, 1995.
- [22] T. Natsuki, T. Nayashi, M. Endo, Mechanical porperties of single- and double-walled carbon nanotubes under hydrostatic pressure, Applied Physics A 83, 13-17, 2006.
- [23] L. Shen, J. Li, Transversely isotropic elastic properties of single-walled carbon nanotubes, Physical Review B **69**, 045414-045423, 2004.
- [24] G.I. Giannopoulos, S.K. Georgantzinos, P.A.Kavakas, N.K. Anifantis, Radial stiffness and natural frequencies of fullerenes via a structural mechanics spring-based method, Fullerenes, Nanotubes and Carbon Nanostructures 21, 248-257, 2013.
- [25] A. Tapia, C. Villanueva, R. Peón-Escalante, R. Quintal, J. Medina, F. Peñuñuri, F. Avilés, The bond force constant and bulk modulus of small fullerenes using density functional theory and finite element analysis, Journal of Molecular Modeling 21, 2015.

TRANSPORTE ELECTRÓNICO A TRAVÉS DE BORDES DE GRANO EN GRAFENO

F. Arca¹, J. P. Méndez², M. P. Ariza^{1,*}

¹ Escuela Técnica Superior de Ingeniería, Universidad de Sevilla, Camino de los descubrimientos s/n, 41092, Sevilla,

España.

² Division of Engineering and Applied Science, California Institute of Technology, Pasadena, CA 91125, USA.

*E-mail: mpariza@us.es

RESUMEN

En el campo de la electrónica, debido a sus excelentes propiedades mecánicas y electrónicas, el grafeno se ha convertido en el material más prometedor para la producción de componentes electrónicos delgados y flexibles de próxima generación. Sin embargo, el grafeno puro, sin defectos, no presenta banda prohibida; por lo tanto, su aplicación a componentes electrónicos basados en semiconductores queda limitada. Se ha comprobado, tanto experimental como teóricamente, que la presencia de defectos puntuales tipo Stone-Wales modifica las propiedades electrónicas, sin embargo, no se ha visto que puedan introducir una banda prohibida; entre ellos, se ha comprobado que la presencia de bordes de grano altera las propiedades electrónicas, y algunas configuraciones introducen banda de transporte electrónico prohibida a través de ellas. Con el fin de identificar estas configuraciones, hemos llevado a cabo un estudio de la transmisión electrónica a través de diferentes configuraciones de bordes de grano.

ABSTRACT

In the field of electronics, due to its excellent mechanical and electronic properties, graphene has become the most promising material for the production of thin and flexible electronic components of next generation. However, pristine graphene, free of defects, presents no band gap, so its use to semiconductor-based devices is limited. It has been proved, either experimentally or theoretically, that the presence of point defects, such as Stone-Wales, modify the electronic properties, but they do not introduce a sufficient band gap for such applications. Many attempts have been carried out to introduce such band gaps. Among them, it has been seen that the presence of grain boundaries alter the electronic properties, and in particular, some configurations might introduce transport gap across them. With the main goal of identifying those configurations, we have carried out the study of electronic transmission across different grain boundary configurations.

PALABRAS CLAVE: Grafeno, Bordes de grano, Transmisión electrónica.

1. INTRODUCCIÓN

El grafeno es un cristal bidimensional formado por una lámina de átomos de carbono distribuidos en forma hexagonal y, debido a su peculiar estructura, posee unas excelentes propiedades [1, 2], tanto mecánicas como eléctricas, magnéticas, etc. Debido a estas propiedades, el grafeno puede utilizarse en multitud de aplicaciones: en aeronáutica, como sustituto de las fibras de carbono, reduce significativamente el peso y mejora la conductividad eléctrica; en bioingeniería, para la fabricación de sensores bioeléctricos; y en particular en la industria electrónica, para el desarrollo de pantallas táctiles y nanotransistores. No obstante, aparece una dificultad a la hora de diseñar componentes electrónicos basados en semiconductores: el grafeno puro no presenta banda prohibida, necesaria para impedir la conducción de los electrones en unas determinadas condiciones.

Por este motivo, se han llevado a cabo diversos intentos de introducir bandas prohibidas de amplitud suficiente en grafeno, que se basan, por ejemplo, en la introducción de defectos Stone-Wales [3], vacantes [4], dislocaciones y bordes de grano, comprobándose que la existencia de límites de grano modifica las propiedades electrónicas del grafeno, y que algunas configuraciones generan una banda prohibida a través de ellas [5, 6]. Con objeto de identificar qué estructuras de bordes de grano pueden bloquear la transmisión de electrones, hemos realizado un estudio de la transmisión electrónica a través de diferentes configuraciones de bordes de grano, usando para ello la formulación de Landauer-Büttiker [7, 8] y un potencial tipo *tight binding* [9].

En primer lugar, se expone en la sección 2 el formalismo de Landauer-Büttiker. En el apartado 3, presentamos las configuraciones de bordes de grano sobre las que vamos a realizar el estudio. Finalmente, se presentan los resultados en la sección 4.

2. MODELO Y METODOLOGÍA: FORMALISMO DE LANDAUER-BÜTTIKER

El formalismo de Landauer-Büttiker [7, 8] provee de un marco teórico para la descripción del transporte electrónico siempre y cuando este sea coherente, lo que implica que solo tienen lugar choques elásticos en la dispersión electrónica; por tanto se ignoran los eventos inelásticos, que son aquellos que mueven electrones desde diferentes niveles de energía, tales como interacciones electrónelectrón, electrón-fonón y electrón-defecto dinámico. La teoría de Landauer relaciona la conductancia a través de un medio con la probabilidad de transmisión, y ésta a su vez puede expresarse en términos de la función de Green. Posteriormente, Büttiker desarrolló una extensión a esta teoría para sistemas de múltiples conductores.

El modelo usado en el presente trabajo se esboza en la figura 1, y está compuesto por la parte central y las partes izquierda y derecha. Las partes izquierda y derecha están formadas por una red perfecta de átomos de grafeno y son semi-infinitas a lo largo del eje X, con condiciones de contorno periódicas en el eje Y. La parte central contiene dos bordes de grano paralelos, localizados como se refleja en la figura 1, teniendo también condiciones de contorno periódicas en el eje Y. La distancia entre los bordes de grano (L_A) se fija en aproximadamente 1 nm, ya que se ha comprobado que los límites de grano apenas pueden afectar a dominios más alejados de esta distancia [5]. De forma similar, se establece que la distancia entre los bordes de grano y los extremos de la parte central (L_B) sea suficiente tal que la transición entre la parte central y los extremos sea suave.



Figura 1. Representación del modelo.

De acuerdo a este modelo, la matriz Hamiltoniana tight binding [7] del sistema completo puede ser escrita como

$$H = \begin{pmatrix} H_{I} & H_{IC} & 0\\ H_{CI} & H_{C} & H_{CD}\\ 0 & H_{DC} & H_{D} \end{pmatrix}$$
(1)

donde H_C $[N_c \times N_c]$ representa la matriz Hamiltoniana de la parte central aislada, H_I $[\infty \times \infty]$ es la matriz Hamiltoniana de la parte izquierda y $H_{IC}[\infty \times N_c]$ representa el acoplamiento entre la parte izquierda y la central (homólogo para la parte derecha), siendo N_c el número de átomos de la parte central. Para calcular el Hamiltoniano hemos usado el modelo tight binding presentado por Xu et al. [9].

Por definición, la matriz de Green retardada del sistema completo puede ser obtenida como

$$G(E) = \left(E^{+} \cdot I - H\right)^{-1}$$
$$= \begin{pmatrix} G_{I} & G_{IC} & G_{ID} \\ G_{CI} & G_{C} & G_{CD} \\ G_{DI} & G_{DC} & G_{D} \end{pmatrix}$$
(2)

donde I es la matriz identidad y $E^+ = E + i \cdot \eta$ con $\eta \rightarrow 0^+$. Debido a que el objeto de estudio es la parte central, donde están contenidos los defectos, necesitamos conocer G_C , que se puede obtener de la ecuación 2 como

$$G_C(E) = [E^+ \cdot I - H_C - \Sigma_I(E) - \Sigma_D(E)]^{-1} \quad (3)$$

donde $\Sigma_I y \Sigma_D[N_c \times N_c]$ son las matrices de auto-energía de las partes izquierda y derecha, respectivamente. Estas matrices describen el efecto de dichas partes sobre la estructura electrónica de la zona central, y son definidas como

$$\Sigma_I(E) = H_{CI} \cdot G_I(E) \cdot H_{IC} \tag{4}$$

$$\Sigma_D(E) = H_{CD} \cdot G_D(E) \cdot H_{DC} \tag{5}$$

donde G_I y G_D son las matrices de Green de las partes izquierda y derecha, respectivamente, y se calculan como

$$G_I(E) = (E^+ - H_I)^{-1}$$
(6)

$$G_D(E) = (E^+ - H_D)^{-1}$$
(7)

Debido a que H_I y H_D son matrices de dimensión $\infty \times \infty$, su cálculo no es trivial y requiere emplear un método recursivo desarrollado por López-Sancho *et al.* [10] y aplicado en [11, 12].

Siguiendo [7, 8], la función de transmisión puede ser escrita como

$$T(E) = Tr[\Gamma_I(E)G_C^{\dagger}\Gamma_D(E)G_C(E)]$$
(8)

donde Γ_I y Γ_D son las matrices de acoplamiento entre la zona central y las partes izquierda y derecha, respectivamente, y se definen como la diferencia entre las matrices de auto-energía retardadas y avanzadas

$$\Gamma_I(E) = i(\Sigma_I(E) - \Sigma_I^{\dagger}(E)) \tag{9}$$

$$\Gamma_D(E) = i(\Sigma_D(E) - \Sigma_D^{\dagger}(E)) \tag{10}$$

Como la función de transmisión total T(E) para una energía E es definida como una sumatoria de la probabilidad de transmisión de cada canal individual, puede ser mayor que uno.

Finalmente, usando la fórmula de Landauer, la corriente electrónica I(E) a través de la parte central puede ser expresada en términos de la función de transmisión T(E) como

$$I(E) = \frac{2e}{\hbar} \int T(E) \left[f_I(E - \mu_I) - f_D(E - \mu_D) \partial E \right]$$
(11)

donde f_I y f_D son las funciones de Fermi correspondientes a las partes izquierda y derecha, respectivamente

$$f_{I(D)}(E) = \left(e^{\frac{E-\mu_{I(D)}}{k_B T}} + 1\right)^{-1}$$
(12)

donde k_B es la constante de Boltzmann, T es la temperatura y $\mu_{I(D)}$ es el nivel de Fermi de la parte izquierda (derecha), que es igual al potencial electroquímico de los electrones. Si cogemos un punto A de la parte izquierda y un punto B de la parte derecha, el potencial electroquímico se relaciona con el voltaje entre ambos mediante

$$V_A - V_B = -\frac{\mu_A - \mu_B}{e} \tag{13}$$

donde e es la carga del electrón.



Figura 2. Estructuras de bordes de grano simétricos con un ángulo de desorientación de (a) 6.6°, (b) 19.66°, (c) 38.21°.



Figura 3. Estructuras de bordes de grano asimétricos con un ángulo de desorientación de (a) 16.1° , (b) 30° , (c) 38.21° .

4. TRANSMISIÓN ELECTRÓNICA A TRAVÉS DE LOS BORDES DE GRANO

La evaluación de la transmisión de los portadores de carga en las configuraciones de bordes de grano seleccionadas se ha llevado a cabo bajo una tensión de polarización igual a cero y 0 K.

En la figura 4 se presenta la transmisión electrónica para la configuración de bordes de grano simétricos con un

3. ESTRUCTURAS ESTABLES DE BORDES DE GRANO

Atendiendo a las configuraciones de bordes de grano, se pueden distinguir dos tipos: simétricas y no simétricas. Las configuraciones simétricas son aquellas en las que θ_1 y θ_2 son iguales (ver figura 1), mientras que las no simétricas cumplen que $\theta_1 \neq \theta_2$. Normalmente, para definir un borde de grano usamos el ángulo de desorientación, θ , que se define como $\theta = \theta_1 + \theta_2$.

Antes de proceder a la evaluación de la transmisión electrónica, es necesario conocer qué configuraciones de bordes de grano en grafeno son estables a 0 K. Estas configuraciones fueron obtenidas por Méndez *et al* [13, 14], mediante simulaciones con dinámica molecular a través del código LAMMPS (Large-Scale Atomic/Molecular Massively Parallel Simulator), desarrollado en Sandia National Laboratories, y utilizando el potencial AIRE-BO [15] implementado en dicho código. Como resultado, se presentó que los bordes de grano con ángulos de desorientación simétricos iguales a 6.6°, 14.1°, 19.66°, 27.8°, 38.21° y 46.83° son estables; en los casos no simétricos, existe estabilidad cuando $\theta = 16.1^{\circ}$ ($\theta_1 = 16.1^{\circ}$ y $\theta_2 = 0^{\circ}$), $\theta = 30^{\circ}$ ($\theta_1 = 0^{\circ}$ y $\theta_2 = 30^{\circ}$) y cuando $\theta = 38.21^{\circ}$ ($\theta_1 = 8.21^{\circ}$ y $\theta_2 = 30^{\circ}$).

En las figuras 2 y 3 se pueden ver las redes resultantes de algunos de estos casos. Como se puede apreciar, los bordes de grano se estructuran como una cadena de dislocaciones tipo (1,0) (figuras 2a, 2b y 3a), tipo (1,0)+(0,1) (figura 2c) o como una combinación de ambos tipos (figura 3c).

ángulo de desorientación de 38.21°. En las figuras 5, 6 y 7 presentamos los resultados obtenidos en las configuraciones no simétricas con $\theta = 38.21^\circ$, $\theta = 30^\circ$ y $\theta = 16.1^\circ$, respectivamente.



Figura 4. Coeficiente de transmisión (por ancho de la parte central) de la configuración de bordes de grano simétricos con un ángulo de desorientación de 38.21°.

Se ha encontrado que todos los bordes de grano simétricos, a pesar de reducir la transmisión electrónica, conservan las propiedades semiconductoras de la red perfecta de grafeno, como se puede apreciar en la figura 4 para el ángulo $\theta = 38.21^{\circ}$ ($\theta_1 = 19.11^{\circ}$ y $\theta_2 = 19.11^{\circ}$). Lo mismo ocurre en algunas configuraciones asimétricas, como se muestra en la figura 5 para un ángulo de desorientación de 38.21° ($\theta_1 = 8.21^{\circ}$ y $\theta_2 = 30^{\circ}$).



Figura 5. Coeficiente de transmisión (por ancho de la parte central) de la configuración de bordes de grano asimétricos con un ángulo de desorientación de 38.21° ($\theta_1 = 8.21^{\circ}$ y $\theta_2 = 30^{\circ}$).

Por otro lado, hemos observado que algunos bordes de grano asimétricos pueden abrir una banda prohibida de hasta $\sim 1 \ eV$, como ocurre en los casos mostrados en las figuras 6 y 7. Las configuraciones en las que esto sucede son aquellas en las que hay un pequeño desajuste de la red en el borde de grano. Este desajuste es responsable de introducir una deformación en la red entorno al borde de grano y, como resultado, genera en la red una banda de transporte dentro de un rango de energía. Este resultado está de acuerdo con las conclusiones propuestas por Ni *et al* [16] y Gui *et al* [17] en sus trabajos experimental y computacional, respectivamente.



Figura 6. Coeficiente de transmisión (por ancho de la parte central) de la configuración de bordes de grano asimétricos con un ángulo de desorientación de 30° ($\theta_1 = 0^{\circ} y \theta_2 = 30^{\circ}$).



Figura 7. Coeficiente de transmisión (por ancho de la parte central) de la configuración de bordes de grano asimétricos con un ángulo de desorientación de 16.1° $(\theta_1 = 16.1^\circ y \theta_2 = 0^\circ)$.

Así mismo, como se puede observar en todos los casos, la simetría de la transmisión de electrones y huecos que presenta el grafeno perfecto (línea discontinua) se rompe, y además, la transmisión de los electrones (parte derecha) a través de los límites de grano es considerablemente menor que la de los huecos (parte izquierda).

Para validar los resultados, se han comparado, por un lado, con los obtenidos por Zhang *et al.* [5] (figura 7), y por otro lado, mediante cálculos basados en DFT (Density Functional Theory) y NEGF (Non-Equilibrium Green Function) a través de los códigos SIESTA [18] y TRAN-SIESTA [19] (figuras 5 y 6).

5. CONCLUSIONES

En este trabajo se ha evaluado la transmisión electrónica de las configuraciones de bordes de grano estables en grafeno, mediante el formalismo de Landauer-Büttiker con el modelo tight binding. Se ha obtenido que los defectos de límite de grano reducen considerablemente la transmisión electrónica de la red perfecta de grafeno, pero en la mayoría de los casos se conservan las propiedades semiconductoras del grafeno libre de defectos, y únicamente algunas configuraciones de bordes de grano asimétricas son capaces de abrir una banda de transporte moderada, de aproximadamente 1 eV.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean expresar su agradecimiento por el apoyo recibido al Ministerio de Educación, Cultura y Deporte (beca FPU2009), al Ministerio de Economía y Competitividad (DPI2012-32508), a la Consejería de Economía, Innovación, Ciencia y Empleo de la Junta de Andalucía (P12-TEP-850) y al Centro de Servicios de Informática y Redes de Comunicaciones (CSIRC), Universidad de Granada, por el tiempo de cálculo proporcionado.

REFERENCIAS

- A. H. Castro Neto, F. Guinea, N. M. R. Peres, K. S. Novoselov, and A. K. Geim. The electronic properties of graphene. *Rev. Mod. Phys.*, 81:109–162, 2009.
- [2] I. W. Frank, D. M. Tanenbaum, A. M. Van der Zande, and P. L. McEuen. Mechanical properties of suspended graphene sheets. *Journal of Vacuum Science* & *Technology B*, 25(6):2558–2561, 2007.
- [3] Sharmila N. Shirodkar and Umesh V. Waghmare. Electronic and vibrational signatures of stone-wales defects in graphene: First-principles analysis. *Phys. Rev. B*, 86:165401, Oct 2012.
- [4] A. Lherbier, S.M.M. Dubois, X. Declerck, Y.M. Niquet, S. Roche, and J.C. Charlier. Transport properties of graphene containing structural defects. *Physical Review B*, 86:075402, Aug 2012.
- [5] Junfeng Zhang, Junfeng Gao, Lizhao Liu, and Jijun Zhao. Electronic and transport gaps of graphene opened by grain boundaries. *Journal of Applied Physics*, 112(5):-, 2012.
- [6] O.V. Yazyev and S.G. Louie. Electronic transport in polycrystalline graphene. *Nat Mater*, 9:806–809, October 2010.
- [7] S. Datta. *Electronic Transport in Mesoscopic Systems*. Cambridge University Press, Cambridge, 1995.
- [8] S. Datta. *Quantum transport: Atom to Transistor*. Cambridge University Press, Cambridge, 2005.
- [9] C. H. Xu, C. Z. Wang, C. T. Chan, and K. M. Ho. A transferable tight-binding potential for carbon.

Journal of Physics: Condensed Matter, 4(28):6047, 1992.

- [10] M. P. Lopez-Sancho, J. M. Lopez-Sancho, J. M. L. Sancho, and J. Rubio. Highly convergent schemes for the calculation of bulk and surface green functions. *Journal of Physics F: Metal Physics*, 15(4):851, 1985.
- [11] D. L. John and D. L. Pulfrey. Green's function calculations for semi-infinite carbon nanotubes. *physica status solidi* (*b*), 243(2):442–448, 2006.
- [12] T. C. Li and Shao-Ping Lu. Quantum conductance of graphene nanoribbons with edge defects. *Phys. Rev. B*, 77:085408, Feb 2008.
- [13] J. P. Méndez, F. Macías, and M. P. Ariza. Topología y estabilidad de bordes de grano en grafeno. *Anales de Mecánica de la Fractura*, 31:69–74, 2014.
- [14] J. Méndez. *Harmonic/nonharmonic model of graphene and its structural defects based on a tight binding interatomic potential.* PhD thesis, University of Seville, 2015.
- [15] S. J. Stuart, A. B. Tutein, and J. A. Harrison. A reactive potential for hydrocarbons with intermolecular interactions. *J. Chem. Phys.*, 112(14):6472–6486, 2000.
- [16] Zhen Hua Ni, Ting Yu, Yun Hao Lu, Ying Ying Wang, Yuan Ping Feng, and Ze Xiang Shen. Uniaxial strain on graphene: Raman spectroscopy study and band-gap opening. ACS Nano, 2(11):2301– 2305, 2008.
- [17] Gui Gui, Jin Li, and Jianxin Zhong. Band structure engineering of graphene by strain: First-principles calculations. *Phys. Rev. B*, 78:075435, Aug 2008.
- [18] J. D. Gale A. García J. Junquera P. Ordejón J. M. Soler, E. Artacho and D. Sánchez-Portal. The siesta method for ab initio order- n materials simulation. *Journal of Physics: Condensed Matter*, 14(11):2745, 2002.
- [19] Mads Brandbyge, José-Luis Mozos, Pablo Ordejón, Jeremy Taylor, and Kurt Stokbro. Densityfunctional method for nonequilibrium electron transport. *Phys. Rev. B*, 65:165401, Mar 2002.

PROPAGACIÓN DE GRIETAS POR FATIGA EN CAMPOS BI-VARIANTES DE TENSIONES: EXPERIMENTOS Y MODELIZACIÓN NUMÉRICA

A. Bergara^{1*}, J.I. Dorado², A. Martín-Meizoso¹, J.M. Martínez-Esnaola¹

¹CEIT y TECNUN (Universidad de Navarra)
 P. Manuel Lardizábal 15, 20018 San Sebastián, España
 * Correo-e: abergara@ceit.es

² Industria de Turbo Propulsores S.A. ITP Parque Tecnológico, Edificio 300, 48170 Zamudio, España

RESUMEN

Se presenta la correlación numérico-experimental de un ensayo de propagación por fatiga de una grieta plana situada en la sección formada por dos superficies curvas de una probeta sometida a tracción uniforme. El ensayo experimental se ha llevado a cabo en una máquina MTS 810. El crecimiento de la grieta se ha monitorizado mediante microscopía óptica, así como por medio de tintados de grieta progresivos utilizando la técnica "heat tinting". Para la simulación numérica del experimento se ha utilizado el Método Extendido de los Elementos Finitos (XFEM) implementado en el software Abaqus[®]. Por último, se muestra una comparación de los resultados obtenidos.

ABSTRACT

Numerical-experimental correlation of a fatigue propagation test of a planar crack located on a section formed by two curved surfaces in a specimen subjected to uniform traction is performed. The experimental test has been carried out in an MTS 810 testing machine. Crack growth was controlled by optical microscopy and by progressive crack surface tinting using the "heat tinting" technique. For the numerical simulation the Extended Finite Element Method (XFEM) implemented in the software Abaqus[®] has been used. Finally, a comparison of the results is presented.

PALABRAS CLAVE: Fractura, Fatiga, XFEM.

1. INTRODUCCIÓN

Desde el punto de vista de seguridad tiene gran importancia la predicción precisa del crecimiento de grietas en estructuras ingenieriles. Muchos de estos componentes, tales como el fuselaje o el motor de un avión, son partes críticas del buen funcionamiento de toda la estructura. Estos componentes suelen estar sometidos a cargas cíclicas durante su vida útil, lo que provoca que el fallo más común en dichos componentes sea el fallo por fatiga. Las grietas con una forma aproximadamente elíptica o semielíptica presentes en el componente comienzan a crecer debido a la fluctuación de las cargas hasta que, a partir de un determinado tamaño de grieta, el crecimiento de la misma se vuelve inestable, dando como lugar el fallo catastrófico del componente o/y la estructura. Por lo tanto, una predicción precisa tanto de la forma como de la velocidad de crecimiento de la grieta es de vital importancia.

Existen estudios y soluciones analíticas disponibles en la literatura para grietas con geometrías comunes, tales como las soluciones de Newman-Raju [1986], pero en general la geometría de las grietas reales no es regular, lo que obliga a estudiar cada caso de forma particular. Este estudio individualizado es complejo y tedioso mediante métodos analíticos, de modo que los métodos numéricos se han convertido en la mejor opción para este tipo de casos. En el campo de la Mecánica de la Fractura, durante las últimas décadas se han desarrollado diferentes métodos numéricos para el cálculo de los factores de intensidad de tensiones (FITs), siendo los programas de simulación numérica y especialmente el método de los elementos finitos (FEM) el más utilizado.

El método extendido de los elementos finitos (XFEM) presenta una nueva alternativa para el cálculo de los FITs y para simular propagaciones de grieta. El método extendido de los elementos finitos [1-2] puede aproximar el campo discontinuo de desplazamientos alrededor de la grieta independientemente de la malla de los elementos finitos mediante el uso de funciones de interpolación especiales que pueden describir el campo de desplazamientos alrededor de una grieta. En este artículo, se pretende demostrar la validez de este método mediante la correlación numérico-experimental de un ensayo de fatiga a tracción de una sección con dos superficies curvas que contienen una grieta semi-elíptica superficial.

2. ENSAYO EXPERIMENTAL

El objetivo del ensayo experimental es hacer crecer un frente de grieta complejo para así poder validar las posteriores simulaciones mediante XFEM. Durante el ensayo el frente de grieta crece bajo una carga pura de tracción, lo que provoca cargas tractivas a lo largo de todo el frente.

El material utilizado para el experimento ha sido el INCO 718 Alloy BAR S/AMS 5662 y U/S S/MIL-STD 2132 [3], muy habitual en aeronáutica. La probeta utilizada proviene del mismo lote del cual se extrajeron las probetas para el ensayo *Four Point Bending* [4]. De este modo no ha sido necesario calcular la curva de Paris específica de la probeta utilizada en este experimento. En su lugar se ha utilizado una media de las curvas específicas obtenidas para cada probeta utilizada en el ensayo *Four Point Bending (4PB)*. Tanto las curvas de Paris específicas obtenidas en el ensayo anterior como la empleada en este trabajo se muestran en la *Fig. 1*.



Fig. 1. Curvas de Paris normalizadas

La geometría de la probeta empleada en el ensayo se muestra en la *Fig. 2*. En cada cara de la sección rectangular se han mecanizado curvaturas para facilitar la concentración de tensión. Se han empleado dos radios de curvatura diferentes, con el objetivo de que una concentre más tensión que la otra y la tensión varíe a lo largo del frente de grieta.



Fig. 2. Geometría de la probeta utilizada

Por otro lado, tal y como se muestra en la *Fig. 3*, en una esquina de la sección central, es decir, en la sección formada por las dos superficies curvas, se ha mecanizado mediante electroerosión una muesca con el objetivo de que funcione como concentrador de tensiones y haga de iniciador de la grieta.



Fig. 3. Detalle del iniciador de grieta

El ensayo se ha llevado a cabo en una máquina MTS 810, muy empleada en laboratorios para realizar ensayos de tracción, *Fig. 4*.



Fig. 4. Material System Testing 810.

El ensayo se ha llevado a cabo a temperatura ambiente y bajo una carga cíclica constante entre 48 kN y 0 kN a una frecuencia de 0.25 Hz. La fuerza impulsora del crecimiento de la grieta, ΔK , es variable durante el ensayo y tanto K_{max} como K_{min} en el frente de grieta van aumentado conforme va creciendo la grieta. Las condiciones de carga impuestas permiten obtener un rango de ΔK adecuado durante su crecimiento. Para este frente de grieta complejo no se dispone de expresiones analíticas mediante las cuales calcular los factores de intensidad de tensiones (FITs), por lo que se han utilizado simulaciones mediante XFEM para estimar la carga cíclica constante necesaria para hacer crecer la grieta en un rango de ΔK adecuado (*Fig. 5*).



Fig. 5. Rango del Factor de Intensidad de Tensiones a lo largo del frente de grieta al principio del ensayo

Para obtener los datos de la longitud de la grieta en los puntos de intersección del frente con las superficies libres, $A ext{ y } B$, frente al número de ciclos, N, cada cierto número de ciclos se han medido las longitudes de la

grieta en ambas caras de la probeta mediante microscopia óptica. Del mismo modo, cada cierto intervalo de longitudes de grieta la superficie de la misma se ha teñido en el horno mediante la técnica *"heat tinting"*.

Los datos de la longitud de los dos frentes de grieta, A y B, respecto al número de ciclos, N, se muestran en la *Fig.* 6.



Fig. 6. Longitud de la grieta en cada frente respecto al número de ciclos efectuados en el ensayo experimental.

Una vez finalizado el ensayo y rota la probeta se han podido observar las diferentes formas de la grieta a lo largo de su crecimiento, tal y como se muestra en la *Fig.* 7. " Λ "



Fig. 7. Diferentes marcados de la forma de la grieta debido a los teñidos en el horno.

3. SIMULACIÓN NUMÉRICA

El modelo se ha creado y mallado utilizando el software Abaqus[®] 6.14-2; y se ha simulado usando el método extendido de los elementos finitos (XFEM) implementado en este mismo software. El crecimiento de la grieta está gobernado por la ley de Paris, que relaciona la velocidad de crecimiento de la grieta, da/dN, con la tasa de liberación de energía potencial por deformación en la punta de la grieta, ΔG ,

$$\Delta G = G_{max} - G_{min} \tag{1}$$

donde G_{max} y G_{min} corresponden a los valores de energía liberados por deformación cuando la estructura está bajo la carga máxima, P_{max} , y la mínima, P_{min} , respectivamente. El rango de Paris está limitado por G_{thresh} y G_{pl} ; por debajo de G_{thresh} no se produce iniciación o propagación de grieta por fatiga, mientras que por encima de G_{pl} el crecimiento de grieta se produce de manera súbita, *Fig.* 8. Para que se produzca crecimiento de grieta por fatiga en primer lugar se debe cumplir el criterio de iniciación,

$$f = \frac{N}{c_1 \Delta G^{c_2}} \ge 1 \tag{2}$$

donde c_1 y c_2 son constantes del material. Una vez cumplido este criterio, la velocidad de crecimiento de la grieta, da/dN, se puede calcular en función de ΔG gracias a la Ley de Paris,

$$\frac{da}{dN} = c_3 \Delta G^{c4} \tag{3}$$

donde c_3 y c_4 son constantes del material.



Fig. 8. Curva de Paris empleada en XFEM [5].

El modelo de Abaqus[®] consta de 120936 elementos y 147998 nodos. Todos los elementos utilizados han sido hexaedros con integración reducida (C3D8R). En la *Fig.* 9 se muestran las condiciones de contorno y las cargas impuestas al modelo de elementos finitos. Tanto las condiciones impuestas como las dimensiones del modelo numérico son las correspondientes a las de la probeta experimental.



Fig. 9. Condiciones de contorno y cargas impuestas al modelo FEM.

El programa sólo admite los datos de la curva de Paris en forma de tasa de liberación de energía, G, por lo que se ha tenido que hacer el cambio del valor del FIT, K, por G, según la siguiente ecuación:

$$J = G = \frac{1 - v^2}{E} (K_I^2 + K_{II}^2) + \frac{1 + v}{E} K_{III}^2$$
(4)

Con el objetivo de reducir el coste computacional del modelo y así reducir el tiempo de simulación se han realizado diferentes transiciones de malla. Se ha diseñado un procedimiento mediante el cual se ha logrado una malla fina en los lugares donde el cálculo de las tensiones y desplazamientos es importante, es decir, en las zonas donde se aplican las condiciones de contorno y las fuerzas al modelo, y especialmente en el lugar donde está situada la grieta y en la zona donde se producirá su propagación; y una malla más gruesa conforme nos alejamos de estas zonas de interés a unas menos críticas para la respuesta del modelo.

El tamaño inicial de la grieta introducida en el modelo tiene las mismas dimensiones con las que ha empezado el ensayo experimental. Como se puede observar en la *Fig. 10*, la grieta sobresale de las dimensiones del modelo FEM con el fin de garantizar que atraviesa la superficie del modelo y así evitar posibles problemas numéricos.

4



Fig. 10. Inserción de la grieta inicial en el modelo FEM.

Los datos de la longitud de los dos frentes de grieta, A y B, respecto al número de ciclos obtenidos en la simulación mediante XFEM se muestran en la *Fig. 11*, mientras que la forma final de la grieta obtenida se muestra en la *Fig. 12*.



Fig. 11. Longitud de los dos frentes de grieta respecto al número de ciclos en la simulación XFEM.



Fig. 12. Forma final de la grieta en XFEM.

4. COMPARACIÓN DE LOS RESULTADOS

La comparación entre el resultado experimental y el de XFEM se ha realizado en función de la geometría de la grieta y el número de ciclos. La comparación se ha dividido en 6 etapas diferentes, el mismo número de tintados efectuados.

La *Fig. 13* muestra la comparación en cuanto al número de ciclos de los dos ensayos, mientras que las *Figs. 14-20* muestran la comparación de la geometría de la grieta en cada fase de propagación. Para hacer esta última comparación se han utilizado las marcas de los tintados realizados en el horno, tal y como se ha mostrado en la *Fig. 7*.



Fig. 13. Comparación de la velocidad de crecimiento de los dos frentes de grieta entre la simulación XFEM y el ensayo experimental.



Fig. 14. Forma de la grieta al comienzo del ensayo.


Fig. 15. Forma de la grieta en la fase 1/6 de propagación.



Fig. 16. Forma de la grieta en la fase 2/6 de propagación.



Fig. 17. Forma de la grieta en la fase 3/6 de propagación.



Fig. 18. Forma de la grieta en la fase 4/6 de propagación.



Fig. 19. Forma de la grieta en la fase 5/6 de propagación.



Fig. 20. Forma de la grieta en la fase 6/6 de propagación.

La forma de la grieta es similar en ambos casos en todas las fases de propagación (*Figs. 15-20*), aunque el área que abarca el frente de grieta interno es mayor en todos ellos en el caso experimental, en especial a partir de la fase 4 de propagación. En cuanto al número de ciclos, la diferencia entre ambos casos no es muy importante, siendo la predicción de vida en la simulación XFEM ligeramente mayor que en el caso experimental. La velocidad de crecimiento es prácticamente igual durante la primera mitad del ensayo, mientras que en la segunda la velocidad de los frentes de grieta experimentales es mayor.

5. CONCLUSIONES

Mediante este trabajo se ha demostrado la capacidad de XFEM de simular crecimientos de grieta en casos de frente de grieta complejo. Tanto la forma de la grieta como el número de ciclos obtenidos en la simulación numérica han sido muy similares a los del ensayo experimental.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen a Industria de Turbo Propulsores (ITP) la financiación recibida para la realización de este trabajo (proyecto PAINT Crack-Prop) así como la aportación de material.

REFERENCIAS

- [1] N. Moës, J. Dolbow and T. Belytschko, "A Finite Element Method for Crack Growth without Remeshing," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 46, No. 1, 1999, pp. 131-150.
- [2] N. Sukumar, N. Moës, B. Moran and T. Belytschko, "Extended Finite Element Method for Three-Dimensional crack Modelling," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 48, No. 11, 2000, pp. 1549-1570.
- [3] 2136-01 Certified Materials Test Report, Special Metals.
- [4] A. Bergara, J.I. Dorado, M. García-Toriello, A. Martín-Meizoso, J.M. Martínez-Esnaola, "Propagación de grietas por fatiga en campos complejos de tensiones: experimentos y modelización numérica," *Anales de Mecánica de la Fractura*, Vol. 32, 2015, 424-429.
- [5] Abaqus Analysis User's Guide, Vol. II (ver. 6.14), (2014). Dassault Systèmes Simulia Corp., Providence, RI, USA.

PROPAGATION: SOFTWARE PARA DEDUCCIÓN ANALÍTICA DE CURVAS DE CRECIMIENTO DE GRIETA Y DEL CAMPO S-N EN PROPAGACIÓN

S. Blasón^{1*}, A. Fernández-Canteli¹, C. Rodríguez¹

¹Escuela Politécnica de Ingeniería, Universidad de Oviedo, Campus de Viesques 7, 33204 Gijón

*E-mail: blasonsergio@uniovi.es

RESUMEN

En este trabajo se presenta *ProPagation*, un programa que permite un ajuste analítico completo de la curva de velocidad de crecimiento de grieta por fatiga *da/dN-* ΔK , incluyendo ΔK_{th} , a partir de los datos experimentales registrados durante los correspondientes ensayos. La herramienta se basada en el modelo de Castillo et al., que propone una normalización adimensional del rango de intensidad de tensión ΔK^* y consiguiente identificación de la curva como función de distribución de valores extremos, por ejemplo de Gumbel, debido a su forma sigmoidal y carácter monotónicamente creciente. A partir de aquella y mediante la aplicación de un teorema fundamental relativo a la expresión analítica del factor geométrico, el programa procede a una única integración numérica de la curva de velocidad de crecimiento de grieta, proporcionando una curva maestra de crecimiento de grieta *a-N*, para un tamaño inicial de grieta *a*₀ y rango de tensión $\Delta \sigma$ de referencia, en principio arbitrarios, a partir de la cual es posible la definición del campo *S-N* correspondiente a la etapa de propagación de grieta del material en estudio. De este modo, es posible un análisis de la variabilidad de los resultados experimentales en la fase de propagación, e incluso de las *curvas S-N* en iniciación, recurriendo a la definición probabilística convencional del campo *S-N* total. La utilidad del modelo se ilustra mediante la aplicación del programa *ProPagation* al ajuste de diferentes casos prácticos de propagación de grietas.

PALABRAS CLAVE: programa *ProPagation*, Velocidad de crecimiento de grieta, Factor de intensidad de tensiones umbral

ABSTRACT

In this work the new software program ProPagation, based on the model proposed by Castillo et al. is presented. This tool allows the entire fatigue crack growth rate to be entirely fitted from experimental data being able, in particular, to estimate the threshold stress intensity factor range value. The model uses a normalized dimensionless stress intensity range ΔK^{*+} . In this way, an extreme value distribution function (e.g. Gumbel distribution) is assumed as an alternative to fit the curve taking advantage of its sigmoidal shape as well as the fact that ΔK^{*+} is a monotonic function bounded by the interval [0,1]. A transcendent theorem is applied to integrate the geometry factor into the crack growth curve giving rise to a master growth curve *a-N*, depending on the stress range $\Delta \sigma$ and the initial crack length a_0 , both chosen freely. In this way, the *S-N* field corresponding to crack propagation phase of the analyzed material can be derived. A scatter a variability analysis of the experimental results is feasible related for the propagation phase using a probabilistic *S-N* conventional field, but also for the initiation phase. The capabilities of the model are shown by applying the ProPagation to different practical crack growth cases.

KEYWORDS: ProPagation software, Crack growth rate, Threshold stress intensity factor

1. INTRODUCCIÓN

La evaluación de la vida remanente para solicitación de fatiga en componentes agrietados puede llevarse a cabo desde la perspectiva de la mecánica de la fractura, que establece la relación entre la velocidad de crecimiento de grieta, debida a cargas variables sucesivas en el tiempo, y el valor del rango de factor de intensidad de tensión. Desde la formulación original propuesta por Paris [1],

$$\frac{da}{dn} = C \cdot (\Delta K)^m \tag{1}$$

hasta la fecha se han propuesto multitud de modelos en aras de obtener una expresión analítica de las curvas de velocidad de crecimiento de grieta. Sin embargo, la mayor parte de estas propuestas mejoradas de la ley de Paris, como los modelos de Forman-Mettu (NASGRO), Erdogan-Ratwani y Klesnil-Lukas, entre otros [2-4], presentan, al igual que la propuesta original, incoherencias dimensionales, que quedan de manifiesto al observar cómo las dimensiones de los parámetros C y m dependen de sus respectivos valores en el ajuste de la curva.

En cambio, existen otros modelos, en los que las dimensiones de los parámetros están prefijadas, aunque los valores de aquéllos están condicionados a las unidades que se utilizan en las variables que intervienen en el modelo (tamaño de grieta y factor de intensidad de tensiones, fundamentalmente). Tal es el caso de los modelos de Kohout [5] y algún otro contenido en la FKM-Guideline [6] que, por lo tanto, presentan también ciertas limitaciones prácticas.

Estas observaciones se consideran relevantes a la hora de desarrollar modelos fenomenológicos, resultando recomendable el uso de formulaciones adimensionales.

El modelo propuesto por Castillo et al. [7] evita los inconvenientes mencionados y permite un ajuste analítico completo de la curva de velocidad de crecimiento de grietas, incluyendo la estimación de ΔK_{th} , a partir de los datos experimentales extraídos de ensayos de laboratorio. El modelo ha sido implementado en un programa desarrollado empleando interfaces gráficas de usuario (GUIs bajo su nomenclatura anglosajona) con MATLAB [8] que responde al nombre de *ProPagation*. Esta herramienta dispone de libre acceso para todos aquellos usuarios interesados en el ajuste de datos experimentales registrados durante la ejecución de ensayos de crecimiento de grieta. En este trabajo se exponen la funcionalidad, manejo y versatilidad del citado software.

2. FUNDAMENTOS DEL MODELO

El teorema Π de Buckingham permite expresar los modelos con validez física en términos de variables adimensionales, lo cual, además de la estabilidad dimensional que garantiza, permite reducir al mínimo posible el número de parámetros a considerar.

Dicho teorema se aplica adoptando 3 variables de normalización, correspondientes a la anchura de probeta, W, tenacidad a la fractura característica del material analizado, K_C , y número de ciclos de referencia, N_0 , que conducen a una función que modela el proceso de crecimiento a una expresión dependiente de 5 variables adimensionales (todo ello considerando prefijados el tamaño de grano, el límite elástico y la

relación de cargas, -ver [7]-) sin implicación de consideraciones probabilistas.

Así, el tamaño de grieta del componente analizado podría escribirse a través de una función dependiente de 5 variables:

$$a^{*} = q(a_{0}^{*}, \Delta K^{*}, N^{*}, \Delta K_{th}^{*}, \Delta K_{up}^{*})$$
(2)

donde:

a	Longitud de grieta
a_0	Tamaño inicial de grieta
ΔK	Rango del factor de intensidad de tensiones
Ν	Número de ciclos

- ΔK_{th} Rango del factor de intensidad de tensiones umbral
- ΔK_{up} Rango del factor de intensidad de tensiones límite

La misma notación incluyendo asterisco hace referencia a variables adimensionales en virtud de las relaciones indicadas en la tabla 1:

Tabla 1. Relaciones de adimensionalización entre las variables que intervienen en el modelo de crecimiento de grieta

$$a^{*} = \frac{a}{W} \qquad \Delta K^{*} = \frac{K_{max} - K_{min}}{K_{Ic}} \qquad N^{*} = \frac{N}{N_{0}}$$
$$a^{*}_{0} = \frac{a_{0}}{W} \qquad \Delta K^{*}_{th} = \frac{\Delta K_{th}}{K_{Ic}} \qquad \Delta K^{*}_{up} = \frac{\Delta K_{up}}{K_{Ic}}$$

Bajo esta premisa, el modelo se constituye a partir de los siguientes 4 supuestos:

a) Normalización del rango del factor de intensidad de tensión adimensionalizado

Mediante la expresión (3) se acotan los valores que toma la variable ΔK^* al intervalo entre 0 y 1.

$$\Delta K^{*+} = \frac{\log \Delta K^* - \log \Delta K^*_{th}}{\log \Delta K^*_{up} - \log \Delta K^*_{th}}$$
(3)

b) Selección de una distribución de extremos como ajuste de la curva de crecimiento

La forma sigmoidal de la curva de crecimiento de grieta, junto con su carácter monotónico creciente, así como el intervalo entre 0 y 1 del rango del factor de intensidad de tensiones adimensionalizado, sugieren la posibilidad de ajustar la curva de crecimiento por medio de una distribución de extremos. Dada la naturaleza del fenómeno de crecimiento de grieta, puede ser definido a través de una función de extremos de máximos o de mínimos, en particular de Gumbel. La estimación de parámetros se lleva a cabo mediante un ajuste por mínimos cuadrados en base a la expresión (4), de donde resultan el parámetro de posición, α , el factor de escala, γ , así como los límites inferior, ΔK_{th} , y superior, ΔK_{up} , de la curva de crecimiento; este último no necesariamente identificable con $\Delta K_{failure}$. Se destaca el hecho de que la metodología propuesta permite por extrapolación la estimación del valor del rango de factor de intensidad de tensiones umbral, por debajo del cual no cabe esperar propagación de grietas.

$$Q = \sum_{i=1}^{n} \left\{ \log \Delta K_{i}^{*} - \log \Delta K_{ith}^{*} - \left(\log \Delta K_{up}^{*} - \log \Delta K_{th}^{*} \right) \cdot \left(\log \Delta K_{up}^{*} - \log \Delta K_{th}^{*} \right) \cdot \left(4 \right) \right\}^{2}$$

$$exp \left[- \exp \left(\frac{\alpha - \log \left(\frac{da^{*}}{dN^{*}} \right)}{\gamma} \right) \right]^{2}$$
(4)

1

Eligiendo una distribución de mínimos de Gumbel, la curva de velocidad de crecimiento adopta la expresión:

$$\Delta K^{*+} = F\left(\log \frac{da^*}{dN^*}\right) = 1 - \exp\left[-\exp\left(\frac{\log \frac{da^*}{dN^*} - \alpha}{\gamma}\right)\right]$$
(5)

c) Obtención de las curvas de evolución del tamaño de grieta con el número de ciclos

De lo anterior resulta la ecuación diferencial:

$$\frac{da^*(N^*)}{dN^*} = exp\left(F^{-1}\left(\frac{\log u - \log \Delta K_{th}^*}{\log \Delta K_{up}^* - \log \Delta K_{th}^*}\right)\right) \quad (6)$$

para un valor inicial de defecto, a_0^* , y un rango de tensión, $\Delta \sigma^*$. Aplicando el principio de *autosimilitud* (incompleta, en este caso), el problema puede simplificarse de forma sustancial. Así, la formulación de un teorema fundamental permite con una única integración obtener la curva de crecimiento de grieta *a*-*N* en función del número de ciclos para cualquier pareja de valores a_0^* y $\Delta \sigma^*$.

Para ello, se emplea una de las formas de la expresión (7) para ajustar la función del factor geométrico correspondiente al componente estudiado. T, U, Q y son constantes a determinar.

$$Z(a^*) = \begin{cases} T \exp(Ua^*) \\ (Qa^* + T)^{\rho} \end{cases}$$
(7)

d) Estimación del campo S-N en propagación

El procedimiento se completa con la definición de las curvas que relacionan el nivel tensional con el número de ciclos, es decir, con el campo *S-N*, correspondiente a la fase de propagación; esto es, sin consideración de la etapa de iniciación.

Cada curva de este campo *S-N* se corresponde con un determinado valor inicial de defecto; debiendo entenderse el número de ciclos asociado a cada rango de tensión como aquel necesario para alcanzar el tamaño de grieta que se haya definido como crítico.

Esto permite, conocido el campo *S-N* global o campo de Wöhler, que comprende ambas etapas de iniciación y propagación en el crecimiento de grieta,), deducir el número de ciclos consumidos en cada una de ellas. Debe tenerse en consideración que dicha conversión no resulta inmediata, pues las curvas del campo *S-N* convencional son dependientes del estado superficial de la muestra empleada para su definición.

3. ProPagation SOFTWARE

El modelo expuesto en los apartados anteriores ha sido implementado y la herramienta se encuentra disponible en [9]. La aplicación se ha programado de manera que el usuario perciba en cada paso qué etapa de la metodología se está desarrollando. La información de cada una de las ventanas de cálculo puede ser extraída, de forma que sea accesible para su tratamiento posterior.

A continuación se resume la información necesaria y los resultados alcanzados en cada una de las ventanas del software *ProPagation*:

First Step (ProPagation)

En la ventana inicial, el usuario ha de introducir el registro de datos experimentales de la curva de velocidad de crecimiento de grieta. Una vez cargados se representan en una figura anexa. También es preciso fijar los valores relativos a las variables de normalización.



Figura 1. ProPagation: primera etapa de análisis

Fitting module (ProPagation)

Este módulo permite estimar los parámetros que mejor ajustan los resultados experimentales a la función de distribución seleccionada para definir la curva analítica. Optativamente, pueden prefijarse el rango del factor de intensidad de tensión umbral, o del límite, o ambos si se tiene constancia de su valor. Se ofrece la opción de visualizar la curva de crecimiento en su versión adimensional normalizada o representarla con sus variables dimensionales.

Asimismo, puede proporcionar las constantes de la ley de Paris entre los límites definidos por el usuario.



Figura 2. ProPagation: ventana del módulo de ajuste

Second Step (ProPagation)

En esta etapa de análisis, se define el tipo de probeta empleada para realizar los ensayos, pudiendo seleccionarse una geometría estándar contenida en la normativa correspondiente [10] o bien, elegir otra tipo cualquiera. Para ello se introducen los valores del factor geométrico en función del tamaño de grieta en cada punto registrado en el ensayo. Esto puede obviarse si se trata de una geometría estandarizada y responde a las expresiones recogidas en la norma o guías especializadas (como la FKM-Guideline), al estar ya implementadas en el software. Si los valores del factor geométrico responden a cálculos efectuados por medio de modelos numéricos resulta conveniente introducirlos.

La integración de la expresión (6) con el empleo de las funciones (7) permite la deducción de una curva maestra para un tamaño inicial de defecto y rango tensional de referencia, a partir de la cual es posible definir la curva de crecimiento del tamaño de grieta con el número de ciclos para cualquier $a_0 y \Delta \sigma$, sin necesidad de resolver la ecuación diferencial para cada nuevo caso.

Third Step (ProPagation)

En la tercera fase de la evaluación se representan las curvas de evolución de la longitud de grieta con el número de ciclos en función del tamaño de grieta inicial y el rango de nivel tensional, a elegir libremente por el usuario.

Last Step (ProPagation)

Por último, las curvas relativas al campo *S-N* en propagación quedan definidas previa indicación del tamaño crítico de grieta que se considera crítico para el componente analizado.



Figura 3. ProPagation: segunda etapa de análisis



Figura 4. ProPagation: tercera etapa de análisis



Figura 5. ProPagation: última etapa de análisis

4. EJEMPLOS DE APLICACIÓN

En esta sección se muestran dos ejemplos de aplicación del programa *ProPagation* para el ajuste de dos tipos diferentes de material. En ambos casos, se han estimado las curvas *a-N* para diferentes pares (a_0 , $\Delta\sigma$), una vez definida la curva analítica *da/dN-\Delta K* que mejor representa el comportamiento del material, así como distintas curvas del campo *S-N* en propagación.

En un trabajo anterior, se demostró la aplicabilidad de la metodología en el estudio de un acero empleado en la fabricación de cigüeñales forjados [11]. En este trabajo se aplica la herramienta ProPagation en el ajuste y análisis de una aleación de aluminio Al2024, así como de un material compuesto consistente en una resina epoxi reforzada con fibras de carbono.

Ajuste Al2024

La figura 6 muestra los resultados de tres ensayos de crecimiento de grieta sobre probetas CT para una relación de cargas R=0.1 [12].



Figura 6. Resultados experimentales da/dN-AK en probetas CT Al2024 [12]

La evaluación de cada caso mediante *ProPagation* permite ajustar una curva de velocidad de crecimiento de grieta propia de cada ensayo experimental. En este caso se observó una patente repetitividad en los resultados. En la figura 7 se representa un ajuste promediado entre los tres ensayos comprobándose que en todos los casos los datos experimentales se localizan en la transición hacia la recta de Paris.

Una de las aportaciones del programa consiste en la estimación del valor del rango de factor de intensidad de tensiones umbral, ΔK_{th} . Para ello, es necesario disponer de valores experimentales relativos a la zona inferior de la curva. El valor de ΔK_{th} para la aleación de aluminio estudiada se estimó en 8.92 MPa·m^{1/2}.

De la función analítica de la curva de velocidad de crecimiento de grieta por fatiga es posible derivar las curvas *a*-*N* de evolución del tamaño de grieta.

En la figura 8 pueden observarse distintas curvas correspondientes a diferentes combinaciones de tamaño inicial de grieta inicial y rangos tensionales, para un R=0.1.

El análisis se completa con las curvas del campo *S-N* relativas a la etapa de propagación. En la figura 9 se presentan las curvas correspondientes a valores iniciales de grieta de 4.8, 4.9, 5.0, 5.1 y 5.2 mm imponiendo un tamaño crítico de grieta de 9mm.



Figura 7. Ajuste con ProPagation de resultados experimentales de probetas CT Al2024



Figura 8. Curvas a-N para diferentes combinaciones ($a_0, \Delta \sigma$)



Figura 9. Predicción campo S-N en propagación para valores iniciales de grieta de 4.8, 4.9, 5.0, 5.1 y 5.2 mm

Material compuesto

Con objeto de verificar la operatividad de *ProPagation* se ajustaron los resultados de una campaña experimental desarrollada sobre un material compuesto [13].

La figura 10 representa el ajuste de la curva de crecimiento de uno de los ensayos referidos en [13]. La secuencia de análisis sería similar a la propuesta en el ejemplo previo.

Cabe reseñar que la curva de velocidad de crecimiento de grieta se evaluó, en este caso, considerando G_{IC} como parámetro de referencia, confirmando así la posible generalización de este.



Figura 10. Ajuste con ProPagation de resultados experimentales sobre probeta 3K de material compuesto [13]

5. CONCLUSIONES

En este trabajo se exponen las prestaciones del programa *ProPagation* para el ajuste de resultados de ensayos de crecimiento de grietas por fatiga.

ProPagation procura una optimización analítica en el ajuste de datos experimentales, logrando así una representación fiel, tanto en la zona de Paris como en la zona inicial de la curva, lo que posibilita una estimación más fiable de la vida remanente en propagación en base a los conceptos de mecánica de la fractura.

A partir del ajuste inicial, el software proporciona las curvas de evolución de tamaño de grieta, a-N, para cualquier tamaño del defecto inicial y rango tensional de la carga cíclica aplicada.

De este modo, es posible la obtención del campo S-N debido exclusivamente a la fase de propagación de grietas, lo que permitirá en el futuro la determinación de la vida en iniciación como diferencia de la vida total, obtenida de un campo *S-N* probabilístico, menos la de propagación.

Su validez queda corroborada tras su aplicación al ajuste de diferentes materiales, como acero estructural y material compuesto.

REFERENCIAS

[1] Paris P, Erdogan F. A critical analysis of crack propagation laws. J Basic Eng. 85:528–534, 1960.

[2] Forman R., Kearny V., Engle R. Numerical analysis of crack propagation in cyclic loaded structures. Journal of Basic Engineering, Trans. ASME 89, Ser D:459-465, 1967.

[3] Erdogan F., Ratwani M. Fatigue and fracture of cylindrical shells containing a circumferential crack. Int. J. of Fracture, 6:379-392, 1970.

[4] Klesnil M., Lukas P. Effect of stress cycle asymmetry on fatigue crack growth. Materials Science and Engineering, 9:231-240, 1972.

[5] J. Kohout. A new function describing fatigue crack growth curves. Int J Fatigue, 21, pp. 813–821, 1999.

[6] FKM-Guideline, Fracture Mechanics Proof of Strength for Engineering Components, Frankfurt/Main, 2009.

[7] Castillo E., Fernández Canteli A., Siegele D., Obtaining S-N curves from crack growth curves. An alternative to self-similarity, Int. J. of Fracture, 187,(1), 159-172, 2014.

[8] MATLAB and Statistics Toolbox Release 2015b, The MathWorks, Inc., Natick, Massachusetts, United States.

[9] IEMES Research group (<u>www.iemesgroup.com</u>)

[10] ASTM-E1820, Standard Test Method for Measurement of Fracture Toughness.

[11] Blasón S., Fernández Canteli A., Rodríguez C. Caracterización a fatiga de un acero de cigüeñal: interacción de modelos. Anales de Mecánica de la Fractura, Vol.32, 448-453, 2015.

[12] Comunicación personal del Dr. Stanislav Seitl, Institue of Mechacnis iof materials, Czech Academy of Sciences, Brno, Czech Republic.

[13] Mireia Olave et al. Mode I fatigue fracture toughness of woven laminates: Nesting effect. Composite Structures, 133, 226-234, 2015.

PROPAGACIÓN DE FISURAS TIPO ESQUINA EN PLACAS CON UN TALADRO SOMETIDAS A CARGA CÍCLICA DE TRACCIÓN

B. González^{*}, J.C. Matos, J. Toribio

GIFIE Grupo de Investigación en Fractura e Integridad Estructural, Universidad de Salamanca Campus Viriato, Avda. Requejo 33, 49022 Zamora, España * Correo-e: bgonzalez@usal.es

RESUMEN

En este artículo se estudia el camino de propagación de fisuras tipo esquina originadas en un taladro situado en una placa de espesor finito sometida a carga de fatiga en tracción, comparando los resultados con los obtenidos para una fisura que emerge de la esquina de una placa similar. Para ello se ha realizado una modelización numérica que permite evaluar el avance del frente de fisura a partir de la ecuación de Paris y de los factores de intensidad de tensiones (FIT) obtenidos por Newman y Raju para los casos de estudio. Los resultados muestran que las fisuras en su crecimiento tienden hacia un *camino de propagación preferente*, de modo que este camino presenta relaciones de aspecto menores que uno para las fisuras que emergen de las esquinas de las placas y mayores que uno cuando las fisuras se originan en taladros, aumentando además su valor (para cada profundidad relativa de fisura dada) al disminuir la relación entre el radio del taladro y el espesor de la placa.

PALABRAS CLAVE: Fisuras tipo esquina, Placas con taladros, Concentradores de tensiones, Modelización numérica, Ley de Paris, Propagación de fisuras por fatiga, Relación de aspecto, Camino de propagación preferente

ABSTRACT

In this paper the crack path is studied for corner flaws in plates of finite thickness emanating from holes with different radius subjected to cyclic tension loading, results being compared with those obtained for a corner crack growing in a similar plate. To this end, a numerical modeling was performed to evaluate the advance of the crack front on the basis of the Paris equation and the stress intensity factor (SIF) solutions provided by Newman and Raju for the cases of analysis. Results show how the growing cracks tend towards a *preferential propagation path*, thereby exhibiting aspect ratio lower than one for cracks emerging from corners and higher than one in the case of flaws emanating from holes, increasing its value (for a given relative crack depth) as the ratio of the hole radius to the plate thickness diminishes.

KEYWORDS: Corner flaws, Plates with holes, Stress concentrators, Numerical modeling, Paris law, Fatigue crack propagation, Aspect ratio, Preferential propagation path

1. INTRODUCCIÓN

El estudio de la propagación de fisuras por fatiga en placas donde existen concentradores de tensiones, taladros o entallas, presenta gran interés en el campo de la Mecánica de Fractura. Esto ha originado que el factor de intensidad de tensiones (FIT) haya sido ampliamente calculado (tanto de forma numérica como experimental) para el caso de fisuras tipo esquina (una o dos, simétricas o asimétricas) que emanan de un taladro [1-8] o para una única fisura (también tipo esquina) que emerge de una entalla [9,10].

La existencia de superficies libres influye sobre el avance de la fisura, de modo que aunque ésta intenta propagarse de manera que el FIT a lo largo de su frente sea constante (iso-*K*), la superficie libre de la placa lo impide [11]. En tracción, las fisuras en la esquina de

una placa presentan valores del FIT más altos en los puntos del frente cercanos a ambas superficies libres (máximos en la proximidad de una u otra dependiendo de la relación de aspecto) y más bajos en los puntos interiores [12]. Estas fisuras durante su avance por fatiga tienden hacia un camino de propagación preferente [13].

Para fisuras tipo esquina originadas en la entalla semicircular de una placa sometida a tracción, el FIT es mayor en los puntos del frente de fisura próximos a la entalla [9], salvo en el caso que la fisura presente relaciones de aspecto de valor dos donde el FIT es casi constante a lo largo de todo el frente [10]. Para fisuras tipo esquina que emergen de una entalla semicircular o de un orificio pasante el FIT aumenta (para la misma configuración de fisura) con el incremento de la relación entre el radio de la entalla (o del orificio) y el espesor de la placa [6,10].

Las fisuras tipo esquina originadas en taladros situados en placas se propagan por fatiga (a tracción) ligeramente más rápido a lo largo del agujero, manteniendo durante su crecimiento una geometría elíptica [14]. Las fisuras en su avance tienden de forma asintótica hacia un patrón preferido, de forma que la relación de aspecto se aproxima hacia un valor constante, mayor con la disminución del radio del taladro y el incremento del exponente de Paris [15,16]. La expansión en frío de los taladros provoca un retardo en el avance de la fisura, por la presencia de tensiones residuales compresivas [17].

2. MODELIZACIÓN NUMÉRICA

Se realizó una modelización numérica en lenguaje Java para estudiar los caminos de avance de fisuras tipo esquina situadas en placas de gran longitud, de elevada anchura w y de espesor finito t, sometidas a carga cíclica de tracción. Las fisuras emergen de una esquina de la placa (figura 1a) o del borde de un taladro de radio r (figura 1b), propagándose a través de la sección transversal de la placa.



Figura 1. Fisura que emerge de: (a) la esquina de una placa; (b) un taladro.

El frente de fisura se caracterizó como un cuarto de elipse de semiejes *a* (profundidad de fisura) y *b* (longitud de fisura). Cada punto *p* sobre el frente de fisura se determinó por el parámetro angular ϕ , que depende de la relación entre los semiejes *a* y *b* de la elipse (figura 2).



Figura 2. Ángulo ϕ que define un punto p del frente de fisura: (a) $a/b \le 1$; (b) a/b > 1.

Los FITs K utilizados en este estudio fueron los obtenidos por Raju y Newman [1,4,12] mediante un análisis con elementos finitos 3D y el método de la fuerza nodal. Para una placa sometida a tracción remota σ , con una fisura de geometría cuarto de elipse que emerge de una esquina (figura 1a), estos autores [1,4] ajustaron los resultados a la ecuación:

$$K = \sigma \sqrt{\frac{\pi a}{Q(a/b)}} F_1\left(\frac{a}{b}, \frac{a}{t}, \frac{b}{w}, \phi\right)$$
(1)

La función Q es el factor de forma para una elipse (que viene dado por el cuadrado de la integral elíptica completa de segunda clase y que es función de la relación de aspecto a/b). La función F_1 depende de los parámetros: relación de aspecto a/b, profundidad relativa de fisura a/t, ancho finito b/w y localización angular ϕ . La ecuación (1) es válida para: $0.2 \le a/b \le 2$, a/t < 1, b/w < 0.5 y $0 \le \phi \le \pi/2$.

Para una placa sometida a tracción remota σ , con una fisura tipo esquina de geometría cuarto de elipse que emana de un orificio pasante (figura 1b), Raju y Newman [4,12] obtuvieron la ecuación:

$$K = \sigma \sqrt{\frac{\pi a}{Q(a/b)}} F_2\left(\frac{a}{b}, \frac{a}{t}, \frac{r}{t}, \frac{r}{w}, \frac{b}{w}, \phi\right)$$
(2)

La función F_2 depende de los mismos parámetros que F_1 y además de las relaciones radio-espesor r/t y radioancho r/w. La ecuación (2) es válida para: $0.2 \le a/b \le 2$, a/t < 1, $0.5 \le r/t \le 2$, (r+b)/w < 0.5 y $0 \le \phi \le \pi/2$.

La hipótesis básica de esta modelización consiste en asumir que el frente de fisura se propaga por fatiga en la dirección perpendicular a dicho frente, de acuerdo a la ley de Paris-Erdogan [18],

$$\frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}N} = C\Delta K^{\mathrm{m}} \tag{3}$$

conservando la geometría elíptica durante todo el proceso de cálculo, tal y como se ha visto de forma experimental [14] y numérica [15].

El frente de fisura se discretiza en un conjunto de puntos, mediante su división en z segmentos de idéntica longitud usando el método de Simpson. A continuación, cada punto i se desplaza de forma perpendicular al frente de acuerdo a la ley de Paris-Erdogan [18]. Al punto i de FIT máximo $F\{\max\}$ se le aplica el máximo incremento de fisura $\Delta a\{\max\} \equiv \max \Delta a(i)$ (de valor constante a lo largo de todo el cálculo), mientras que para el resto de puntos se calcula el avance $\Delta a(i)$ a través de la ecuación:

$$\Delta a(i) = \Delta a \left\{ \max \right\} \left[\frac{F(i)}{F \left\{ \max \right\}} \right]^{m}$$
(4)

Finalmente se ajustaron los puntos calculados a una geometría cuarto de elipse (mediante el método de los mínimos cuadrados), obteniéndose con ello otro frente de fisura que permite comenzar nuevamente todo el proceso, que se repite de forma iterativa hasta lograr la profundidad deseada.

Se realizó un estudio de convergencia para determinar el valor de los parámetros $z \neq \Delta a \{\max\}$. En los resultados no se muestra la propagación de fisuras con profundidades relativas en el intervalo 0 < a/t < 0.1, ya que producían problemas de convergencia.

3. RESULTADOS NUMÉRICOS

Las figuras 3 a 11 muestran el avance de fisuras tipo esquina (con varias geometrías iniciales: profundidad relativa de fisura $(a/t)_0 = \{0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7\}$ y relación de aspecto $(a/b)_0 = \{2, 1, 0.2\}$) situadas en placas de distintos materiales ($m = \{2, 3, 4\}$) sometidas a cargas cíclicas de tracción. Las figuras 3, 6 y 9 se corresponden con los resultados para una fisura situada en la esquina de una placa (r = 0), las figuras 4, 7 y 10 con los de una fisura tipo esquina originada en un taladro de radio r = 2t y las figuras 5, 8 y 11 con los de una fisura tipo esquina de un taladro de menor radio, r = 0.5t.

Los caminos de propagación para una única fisura tipo esquina que emana de un taladro situado en una placa (figuras 6 a 11) son los mismos que para el caso de dos fisuras tipo esquina simétricas originadas en un taladro, ya que la relación entre los FITs de ambos casos, para cada punto del frente de fisura (en la misma geometría de fisura), presenta el mismo valor [1,4], no afectando por tanto al calculo.

El crecimiento de fisuras por fatiga desde distintas geometrías iniciales tiende hacia un *camino de propagación preferente*, que se corresponde con el de una fisura inicial muy poco profunda de frente cuasicircular $a/b \sim 1$, con una convergencia (acercamiento entre las distintas curvas de propagación a/b-a/t) más rápida para las fisuras originadas en la esquina de una placa que en las que emanan de un taladro, y para este último caso mayor al aumentar la relación entre el radio del orificio y el espesor de la placa.

El acercamiento entre la curvas de propagación a/b-a/ttambién aumenta con el incremento del exponente de Paris *m*, la disminución de la profundidad relativa de fisura inicial $(a/t)_0$ y la proximidad de la geometría de fisura inicial $((a/t)_0, (a/b)_0)$ con el camino de propagación preferente. Así, las fisuras con una relación de aspecto inicial elevada $(a/b)_0 = \{1, 2\}$ presentan una convergencia mayor que las de geometría inicial cuasirecta $(a/b)_0 = \{0.2\}$, las cuales para profundidades relativas iniciales elevadas apenas ven modificadas su representación a/b-a/t para todos los casos estudiados.



Figura 3. Evolución de la relación de aspecto durante la propagación por fatiga, r = 0 y m = 2.



Figura 4. Evolución de la relación de aspecto durante la propagación por fatiga, r = 2t y m = 2.



Figura 5. Evolución de la relación de aspecto durante la propagación por fatiga, r = 0.5t y m = 2.



Figura 6. Evolución de la relación de aspecto durante la propagación por fatiga, r = 0 y m = 3.



Figura 7. Evolución de la relación de aspecto durante la propagación por fatiga, r = 2t y m = 3.



Figura 8. Evolución de la relación de aspecto durante la propagación por fatiga, r = 0.5t y m = 3.



Figura 9. Evolución de la relación de aspecto durante la propagación por fatiga, r = 0 y m = 4.



Figura 10. Evolución de la relación de aspecto durante la propagación por fatiga, r = 2t y m = 4.



Figura 11. Evolución de la relación de aspecto durante la propagación por fatiga, r = 0.5t y m = 4.

4. DISCUSIÓN

La figura 12 muestra, para las distintas configuraciones estudiadas (radio del taladro $r = \{0, 2t, 0.5t\}$; exponente de Paris $m = \{2, 3, 4\}$), las curvas correspondientes al camino de propagación preferente $(a/b - a/t)_{\rm P}$.



Figura 12. Camino de propagación preferente.

Las curvas $(a/b - a/t)_{\rm P}$ presentan relaciones de aspecto menores que la unidad, con un valor que disminuye con la profundidad relativa de fisura, para las fisuras originadas en la esquina de una placa. En cambio, para las fisuras que emanan de taladros las relaciones de aspecto son mayores que la unidad, con un valor más elevado a medida que disminuye el radio del taladro (mayor para r = 0.5t que para r = 2t). El aumento del exponente de Paris *m* incrementa la relación de aspecto para el camino de propagación preferente en las fisuras tipo esquina originadas en taladros y la diminuye para las fisuras situadas en la esquina de una placa. El aumento de este parámetro de Paris acelera los cambios en la geometría del frente de fisura, al tiempo que produce un camino de propagación preferente más alejado de la forma semicircular $a/b \sim 1$.

Las figuras 13 a 15 presentan la evolución del FIT adimensional $K/\sigma(\pi a)^{1/2}$ a lo largo del frente de fisura, de aquella fisuras asociadas al camino de propagación preferente (m=3) que tienen profundidades $a/t = \{0.1,$ 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8. Las superficies libres elevan el FIT en los puntos del frente de fisura próximos a ellas, presentando las zonas interiores valores mas reducidos (figura 13). Además, en las fisuras originadas a partir de taladros el FIT es mayor en la región del frente de fisura próximo al taladro (figuras 14 y 15). La disminución del radio del taladro produce un mayor gradiente del FIT, pero también disminuye su zona de influencia. Para las fisuras cortas hay una mayor variación en el FIT, a causa de que la mayoría del frente de fisura está en la región de influencia del concentrador de tensiones. Sin embargo, cuando la fisura es más profunda, parte del frente estará en una región de menor gradiente de tensiones.



Figura 13. FIT adimensional a lo largo del frente de fisura para el camino de propagación preferente, r = 0.



Figura 14. FIT adimensional a lo largo del frente de fisura para el camino de propagación preferente, r = 2t.



Figura 15. FIT adimensional a lo largo del frente de fisura para el camino de propagación preferente, r = 0.5t.

5. CONCLUSIONES

En placas sometidas a carga cíclica de tracción, las fisuras tipo esquina con diferentes geometrías iniciales se acercan durante su crecimiento en fatiga hacia un *camino de propagación preferente* $(a/b - a/t)_{\rm P}$.

La *convergencia*, acercamiento entre las curvas de crecimiento de las fisuras a/b - a/t, es más rápida al incrementarse el exponente de Paris *m* y el radio del taladro r/t (siendo todavía mayor cuando r = 0).

Para las fisuras originadas en la esquina de una placa el camino de propagación preferente presenta relaciones de aspecto menores que la unidad a/b < 1, con un valor que disminuye con la profundidad relativa de fisura a/t.

Para las fisuras que emanan de taladros el camino de propagación preferente muestra relaciones de aspecto mayores al disminuir el radio del taladro r/t, siendo (en general) su valor superior a la unidad a/b > 1.

Para el camino de propagación preferente, el aumento del exponente de Paris *m* diminuye la relación de aspecto para las fisuras situadas en la esquina de una placa y la incrementa para las originadas a partir de un taladro.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer el apoyo económico de las siguientes instituciones: MICYT (MAT2002-01831), MEC (BIA2005-08965), MICINN (BIA2008-06810 y BIA2011-27870) y JCyL (SA111A07 y SA039A08).

REFERENCIAS

- I.S. Raju, J.C. Newman Jr., Stress-intensity factors for two symmetric corner cracks, in: *Fracture Mechanics*, pp. 411-430, American Society for Testing and Materials, West Conshohocken, C.W. Smith (Ed.), 1979.
- [2] G. Nicoletto, Stress-intensity distributions for corner cracks emanating from open holes in plates of finite width, *Theoretical and Applied Fracture Mechanics* 3, 63-70, 1985.
- [3] J. Schijve, Comparison between empirical and calculated stress intensity factors of hole edge cracks, *Engineering Fracture Mechanics* 22, 49-58, 1985.
- [4] J.C. Newman Jr., I.S. Raju, Stress-intensity factor equations for cracks in three-dimensional finite bodies subjected to tension and bending loads, in: *Computational Methods in the Mechanics* of Fracture, pp. 311-334, Elsevier Science Publishers, Amsterdam, S.N. Atluri (Ed.), 1986.
- [5] C.S. Shin, The stress intensity of corner cracks emanating from holes, *Engineering Fracture Mechanics* **37**, 423-436, 1990.

- [6] X.B. Lin, R.A. Smith, Stress intensity factors for corner cracks emanating from fastener holes under tension, *Engineering Fracture Mechanics* 62, 535-553, 1999.
- [7] S.A. Fawaz, B. Andersson, Accurate stress intensity factor solutions for corner cracks at a hole, *Engineering Fracture Mechanics* 71, 1235-1254, 2004.
- [8] D. Peng, C. Wallbrink, R. Jones, Stress intensity factor solutions for finite body with quarterelliptical flaws emanating from a notch, *Engineering Fracture Mechanics* 72, 1329-1343, 2005.
- [9] P.W. Tan, J.C. Newman Jr., C.A. Bigelow, Three-dimensional finite-element analyses of corner cracks at stress concentrations, *Engineering Fracture Mechanics* 55, 505-512, 1996.
- [10] K.N. Shivakumar, J.C. Newman Jr., Stress intensity factors for large aspect ratio surface and corner cracks at a semi-circular notch in a tension specimen, *Engineering Fracture Mechanics* 38, 467-473, 1991.
- [11] X.B. Lin, R.A. Smith, Finite element modelling of fatigue crack growth of surface cracked plates. Part III: Stress intensity factor and fatigue crack growth life, *Engineering Fracture Mechanics* 63, 541-556, 1999.
- [12] I.S. Raju, J.C. Newman Jr., Finite-element analysis of corner cracks in rectangular bars, NASA Technical Memorandum 89070, Hampton, 1987.
- [13] J.C. Matos, B. González, J. Toribio, Predicción del crecimiento de fisuras por fatiga en placas de espesor finito, *Anales de Mecánica de la Fractura* 32, 357-362, 2015.
- [14] A.F. Grandt Jr., D.E. Macha, Digitized measurements of the shape of corner cracks at fastener holes, *Engineering Fracture Mechanics* 17, 63-73, 1983.
- [15] X.B. Lin, R.A. Smith, Fatigue shape analysis for corner cracks at fastener holes, *Engineering Fracture Mechanics* 59, 73-87, 1998
- [16] C. Liu, S. Chu, Prediction of shape change of corner crack by fatigue crack growth circles, *International Journal of Fatigue* 75, 80-88, 2015.
- [17] V. Lacarac, D.J. Smith, M.J. Pavier, M. Priest, Fatigue crack growth from plain and cold expanded holes in aluminium alloys, *International Journal of Fatigue* 22, 189-203, 2000.
- [18] P.C. Paris, F. Erdogan, A critical analysis of crack propagation laws, *Journal of Basic Engineering* 85D, 528-534, 1963.

METODOLOGÍA NUMÉRICA PARA DETERMINAR LA VIDA EN FENÓMENOS DE DESGASTE Y FATIGA POR FRETTING

I. Llavori^{1, *}, M.A. Urchegui², W. Tato¹, X. Gomez¹

 ¹ Escuela Politécnica Superior – Mondragon Unibertsitatea Loramendi 4, Arrasate-Mondragón (Gipuzkoa)
 * E-mail: illavori@mondragon.edu
 ² Orona EIC, Polígono Industrial Lastaola s/n, 20120 Hernani (Gipuzkoa)

RESUMEN

Componentes mecánicos, tales como, cojinetes, acoplamientos flexibles o dispositivos ortopédicos son sometidos simultáneamente a fenómenos de desgaste y fatiga por *fretting*. Por esta razón, el estudio combinado de desgaste, iniciación y propagación de grieta en un único modelo es de gran interés. En este trabajo, se presenta la metodología de estimación de iniciación de grieta en presencia de desgaste, que es parte de una metodología numérica global que evalúa la vida a desgaste y fatiga por *fretting* para una configuración 2D de un cilindro sobre un plano. El método desarrollado combina el modelo de desgaste de Archard, el parámetro multiaxial Smith-Watson-Toper (SWT) y la regla de acumulación de daño de Miner para la estimación de inicio de grieta. Posteriormente se emplea la Mecánica de la Fractura Elástico Lineal a través del Método eXtendido de los Elementos Finitos (X-FEM). En consecuencia, la suma de las dos etapas da como resultado la predicción de vida total. Los resultados obtenidos mediante la simulación numérica para la iniciación de grieta han sido comparados con trabajos de bibliografía. Se ha concluido que, para los casos analizados, la simulación de desgaste lleva a una estimación de inicio de grieta diferente a las simulaciones sin desgaste, en línea con los resultados experimentales reportados en la bibliografía.

ABSTRACT

Many mechanical components, such as, bearing housings, flexible couplings and spines or orthopedic devices are simultaneously subjected to a fretting wear and fatigue damage. For this reason, the combined study on a single model of wear, crack initiation and propagation is of great interest. This paper presents the methodology for crack initiation prediction in the presence of wear, which is part of an all-in-one 2D cylinder on flat numerical model for life assessment on coupled fretting wear and fatigue phenomena. The method combines the Archard wear model, the Smith-Watson-Topper (SWT) multiaxial fatigue criterion coupled with the Miner accumulation damage rule for crack initiation prediction. Then, the linear elastic fracture mechanics via eXtended Finite Element Method (X-FEM) embedded into the commercial finite element code Abaqus has been employed to determine the crack propagation stage. Therefore, the sum of the two stages gives a total life prediction. Finally, the numerical results obtained with the analyzed cases, the simulation of wear leads to a different crack initiation prediction compared to those cases where it was not considered, in line with the experimental results reported in the literature.

PALABRAS CLAVE: Fretting, Desgaste, Regla de Miner, Simulación numérica.

1. INTRODUCCIÓN

Componentes mecánicos, como soportes de rodamientos, acoplamientos flexibles, estructuras articuladas o cables metálicos, se encuentran sometidos en uso a fenómenos combinados de desgaste y fatiga por *fretting*. El *fretting* surge cuando dos cuerpos que se encuentran en contacto experimentan un movimiento relativo de pequeña amplitud, produciendo un daño en la superficie de contacto [1]. Dependiendo de la magnitud de las solicitaciones, este fenómeno puede causar la rotura catastrófica de dichos componentes mecánicos.

De forma general, el estudio de los fenómenos de *fretting* se divide en dos etapas, la iniciación y la propagación. Por una parte, debido al estado multiaxial y en consecuencia de la distribución de tensiones generadas en el contacto, el uso de los parámetros multiaxiales junto a la técnica del plano crítico se ha convertido en el método más empleado en el análisis de la vida en fatiga por *fretting* [2]. Por otro lado, diversos trabajos estudian la fase de propagación en términos de la Mecánica de la Fractura Elástico Lineal (MFEL). En este aspecto, se encuentran trabajos que analizan de forma desacoplada la fase de iniciación y propagación

de grieta, utilizando métodos analíticos para estudiar la fase de propagación [3], o trabajos como los de Giner *et al.* [4] donde analizan de forma acoplada las dos etapas mediante el Método eXtendido de los Elementos Finitos (X-FEM). Sin embargo, estos trabajos se centran principalmente en fenómenos de deslizamiento parcial, donde la remoción de material no es importante y en consecuencia no se emplean técnicas de simulación de desgaste.

En presencia de desgaste destaca el trabajo presentado por Madge *et al.* [5]. En este trabajo se analiza el efecto de desgaste en la fase de iniciación de grieta, combinando con el estudio multiaxial además de un marco de acumulación de daño para tener en cuenta el efecto de desgaste. La fase de propagación se analiza de forma desacoplada mediante la técnica de submodelo. Además, primeramente se simula un número de ciclos preestablecido para posteriormente realizar el estudio multiaxial, aumentando de manera considerable el número de ciclos simulados debido a que no se conoce a priori el número de ciclo hasta la iniciación de grieta.

El objetivo del presente trabajo es mostrar la metodología de estimación de iniciación de grieta en presencia de desgaste, que es parte de una metodología numérica global que tiene en cuenta tanto el inicio como la propagación de grieta. En concreto, se presenta el modelo combinado de desgaste de la ley Archard, el parámetro multiaxial Smith-Watson-Toper (SWT) y la regla de acumulación de daño de Miner-Palmgren para la estimación de inicio de grieta.

La organización de este trabajo es el siguiente: a continuación, se revisan los diferentes criterios empleados. Seguidamente, se presenta el modelo numérico desarrollado. Posteriormente se comparan los resultados numéricos realizados, para finalizar con las conclusiones.

2. REVISIÓN DE LOS CRITERIOS DE DESGASTE, INICIACIÓN Y PROPAGACIÓN DE GRIETA

2.1 Criterio de desgaste de Archard

La metodología de simulación del desgaste utilizada en este estudio es la presentada por McColl *et al.* [8]. Dicha metodología de simulación se basa en la implementación de la ley de desgaste de Archard aplicada a nivel local. Por lo tanto, la simulación del desgaste consiste en un proceso iterativo en el cual la ecuación de Archard local es resuelta por medio de las presiones de contacto y distribución de deslizamiento obtenidas por el MEF, tantas veces como incrementos de deslizamientos sean necesarios para completar el número de ciclos establecido. Sin embargo, este proceso requiere un alto coste computacional, por lo que se utiliza la técnica del acelerador de ciclos [8], donde se realiza la asunción de que el desgaste se mantiene constante durante un pequeño número de ciclos. De esta manera, la ecuación de Archard local (1) se define como

$$\Delta h(x,t) = \Delta n \cdot k \cdot p(x,t) \cdot \Delta s(x,t), \qquad (1)$$

donde $\Delta h(x,t)$, Δn , k, p(x,t) y $\Delta s(x,t)$ representan la profundidad de desgaste incremental, el acelerador de ciclos, el coeficiente de desgaste global, la presión de contacto y el deslizamiento relativo en la posición x y el tiempo t respectivamente

El coeficiente de desgaste empleado en este trabajo corresponde al estimado por McColl *et al.* [8], el cual está basado en la tanda de ensayos experimentales de Magaziner *et al.* [7] que se han tomado como referencia para realizar la comparación con los resultados obtenidos mediante simulación numérica con el modelo desarrollado. El valor estimado del coeficiente de desgaste global es de $k = 2,75 \, 10^{-8} \, \text{mm}^3/\text{N}$ mm.

2.2 Criterio de iniciación de grieta

Tal como se ha mencionado en la introducción, debido al estado multiaxial no proporcional del campo de tensiones, el uso de los parámetros multiaxiales se ha convertido en una técnica muy popular. En este trabajo se ha empleado el criterio Smith-Watson-Topper (SWT) [9] para estimar la ubicación, el plano y los ciclos hasta la iniciación de grieta.

El criterio energético SWT se aplica en aquellos materiales donde el crecimiento de grieta sucede principalmente en modo I. El plano crítico se define como aquél en el que el producto de la tensión de tracción ($\sigma_{máx}$,) y el rango de deformaciones de tracción ($\Delta \varepsilon$) es máximo,

$$SWT = \left(\sigma_{max} \frac{\Delta \varepsilon}{2}\right)_{max} = \frac{\sigma_i^{\prime 2}}{E} \left(2N_i\right)^{2b} + \sigma_i^{\prime} \varepsilon_f^{\prime} \left(2N_i\right)^{b+c}, \quad (2)$$

donde σ_i es el coeficiente de resistencia a fatiga, ε_f es el coeficiente de ductilidad a fatiga, *b* es el exponente a fatiga, *c* es el exponente de ductilidad a fatiga y N_i son los ciclos hasta la iniciación de grieta.

Las constantes de fatiga empleados en este trabajo corresponden a los empleados por Madge *et al.* [5], como se ha mencionado anteriormente basado en la tanda de ensayos de Magaziner *et al.* [7]. Los datos se muestran en la tabla 1.

El estado tensional en la zona de contacto varía durante el ensayo debido al desgaste, con lo que la estimación del parámetro SWT es diferente en la medida que la muestra se desgasta. Uno de los métodos más empleados para tener en cuenta periodos de estado distintos son los modelos de acumulación de daño como la regla de Miner

$$\omega = \sum_{i=1}^{k} \frac{n_i}{N_i},\tag{3}$$

donde ω es el parámetro de daño comprendido entre 0 (material sin daño) y 1 (material dañado), n_i es el número de ciclos completados para cada ratio de tensiones y N_i es el número de ciclos teóricos hasta el fallo estimado por SWT en cada periodo. En este trabajo se ha empleado la implementación de la regla de Miner realizada por Cruzado *et al.* [10].

Tabla 1. Datos de las constantes de fatiga del Ti-6Al-4V [5].

$\sigma_{ m f}$	MPa	1817,2
εŕ	-	0,841
b	-	-0,0978
С	-	-0,688

3. MODELO NUMÉRICO

El modelo mostrado en la figura 1 se ha desarrollado en el código comercial ABAQUS. Debido a la geometría de los ensayos experimentales, típicos de los ensayos de *fretting* fatiga, se ha modelado la mitad de la geometría, tal como en las referencias [2,3,4,5]. El modelo consta de elementos cuadriláteros lineales de 4 nodos (CPE4), con un mayor refinamiento de la zona de contacto mediante la técnica de particiones. Para la resolución del problema de contacto tangencial, se ha utilizado el modelo de Coulomb y el método de los multiplicadores de Lagrange, con el fin de obtener una resolución precisa de la distribución de deslizamientos.

En cuanto a las condiciones de contorno, se ha utilizado la restricción multipunto (MPC) en la parte superior del indentador y en ambos lados de la muestra sometida a carga axial, evitando así el giro al aplicar la fuerza de contacto *P*, el desplazamiento δ_{app} y la fuerza axial *F*. Además, se ha restringido el movimiento en el eje *X* e *Y*, tal como se muestra en la figura.1.

En la figura 2 se muestra el algoritmo desarrollado. Destacar los cuadros marcados en verde, donde se seleccionan los distintos criterios a estudiar.

Se han realizado dos simulaciones variando únicamente el desplazamiento relativo, $36 \ \mu m \ y \ 104 \ \mu m$ respectivamente. Debe mencionarse que para aplicar este desplazamiento relativo hay que tener en cuenta el alargamiento de la muestra sometida a fatiga, tal que

$$\delta = \delta_{\rm AB} - \delta_{\rm app} \,, \tag{4}$$

$$\delta_{\rm AB} = \frac{F - 2F_r}{AE} l_{\rm AB} \,, \tag{5}$$

donde δ es el desplazamiento relativo, δ_{AB} es el alargamiento de la muestra sometida a carga axial y δ_{app} es el desplazamiento aplicado en el modelo numérico para compensar el alargamiento de la muestra. Debido a que las simulaciones se realizan en condiciones de deslizamiento total, $F_r = \mu P$. En la tabla 2 se recogen los datos empleados en las simulaciones.



Figura 1. Condiciones de contorno del modelo numérico.



Figura 2. Algoritmo combinado de desgaste y daño desarrollado.

Е	GPa	126
V	-	0,32
μ	-	0,8
Rindentador	mm	12,7
emuestra	mm	3,2
l_{AB}	mm	40,9
Р	Ν	1001
F	Ν	1760
δ_{-1}	μm	104
δ 2	μm	36

Tabla 2. Datos de la simulación numérica.

4. RESULTADOS DE LAS SIMULACIONES

4.1 Evolución de las tensiones durante la simulación en presencia de desgaste.

En la figura 3 se muestra la amplitud de deslizamiento para los dos casos analizados y para cada nodo en contacto. Se observa que en los dos casos la amplitud de deslizamiento es menor que la amplitud de desplazamiento aplicado, tanto al principio como durante la simulación, aunque en el caso de $\delta = 36 \ \mu m$ el deslizamiento es considerablemente menor. Se muestra que las superficies en contacto en los dos casos se encuentran en deslizamiento total, pero la evolución difiere en el caso de $\delta = 104 \ \mu m$ debido a que existe un área de contacto considerablemente mayor.



Figura 3. Evolución de la amplitud de deslizamiento de la superficie de contacto.

Debido a la evolución de la superficie de contacto en la medida que sucede el desgaste, las tensiones generadas en el contacto varían considerablemente en los dos casos analizados. En las figuras 4, 5 y 6 se muestran la evolución de los componentes del tensor de tensiones en la superficie de contacto durante la simulación en el momento de la máxima carga axial.



Figura 4. Evolución de σ_{xx} *durante la simulación.*



Figura 5. Evolución de σ_{yy} *durante la simulación.*



Figura 6. Evolución de σ_{xy} *durante la simulación.*

En el caso de σ_{xx} , se muestra que al principio de la simulación el resultado es similar para los dos casos analizados, encontrándose el punto de máxima tensión en el extremo del contacto del lado donde se aplica la fuerza axial. Por un lado, en la medida que la superficie

de contacto aumenta, el punto de mayor tensión se traslada hacia la derecha, encontrándose siempre en el extremo del contacto (en la figura 3 se observa el área de contacto). Por otro lado, debido al aumento del área del contacto, la tensión máxima disminuye en los dos casos, siendo la simulación de $\delta = 104 \ \mu m$ la que disminuye de forma más acusada.

La evolución de los componentes del tensor de tensiones σ_{yy} y σ_{xy} es similar. En los dos casos, al principio de la simulación el punto de máxima tensión se encuentra en el centro del contacto. Sin embargo, en la medida que sucede el desgaste, en el caso de $\delta = 104$ µm el punto de mayor tensión se desplaza al extremo del contacto en el lado contrario donde se aplica la carga axial, mientras que en el caso $\delta = 36$ µm el punto de mayor tensión se desplaza al extremo del contacto. Esto se debe porque el desgaste acumulado en esta simulación es pequeño. Se debe mencionar que, en las dos simulaciones, el valor de máxima tensión disminuye en la medida que sucede el desgaste.

4.2 Evolución del daño en presencia de degaste

En la figura 7 se muestra la evolución del daño para los casos analizados. Dado que en el caso de $\delta = 36 \ \mu m$ no existe un desgaste importante, la estimación de inicio de grieta no varía considerablemente en presencia de desgaste. Se observa un ligero cambio en la pendiente a partir del ciclo 4000 y de forma más importante a partir del ciclo 7500. Esto se debe a que la variación de las tensiones debido al desgaste no es importante en los primeros ciclos. En esta simulación, la estimación de inicio de grieta es de 7700 ciclos sin considerar el desgaste y de 9200 ciclos considerando el desgaste.

En el caso de $\delta = 104 \ \mu m$ se observa la importancia de la simulación de desgaste. La predicción de inicio de grieta es de 6500 ciclos sin considerar la remoción de material, mientras que en la simulación de desgaste no llega a iniciarse la nucleación de la grieta. En el ciclo 3000 llega a un máximo de 0,2 en el parámetro de daño de Miner y a partir de allí se mantiene constante con una ligera pendiente descendente debido a la remoción del material más dañado.

Por último, en la figura 8 se muestra el daño acumulado en la superficie, para los casos analizados. El instante mostrado de cada simulación corresponde al momento de inicio de grieta, excepto en el caso de la simulación δ = 104 µm con desgaste, ya que nunca llega a iniciarse la grieta (el daño acumulado mostrado en la figura 8 corresponde al ciclo 9200).

Por un lado, en la simulación $\delta = 36 \ \mu m$ con desgaste, la predicción de ubicación de inicio de grieta se desplaza hacia la derecha, si se compara con la simulación sin desgaste, ubicándose en la zona del extremo del contacto en la medida que sucede el desgaste. Por otro lado, en el caso de la simulación $\delta = 104 \ \mu m$ con

desgaste, tal como se ha mencionado anteriormente, no llega a nuclearse la grieta. Sin embargo, la zona dañada no se halla en el extremo del contacto, en este caso la zona más dañada se encuentra hacia el interior de la zona de contacto.



Figura 7. Evolución del daño a lo largo de la simulación.



Figura 8. Daño estimado en la superficie de contacto.

5. CONCLUSIONES

En este trabajo, se ha presentado la metodología de estimación de iniciación de grieta en presencia de desgaste, que es parte de la metodología completa desarrollada que combina el inicio y propagación de grieta junto al proceso de desgaste.

Por un lado, para los casos analizados se ha concluido que la simulación de desgaste lleva a una estimación de inicio de grieta diferente a las simulaciones sin desgaste. Estos resultados preliminares sugieren que en condiciones de deslizamiento total, la simulación de desgaste puede ser importante, ya que en el caso de la simulación $\delta = 104 \ \mu m$ con desgaste, la metodología no predice que se vaya a dar la nucleación de la grieta. Este resultado está en la línea de los ensayos experimentales realizados por Magaziner *et al.* [7], donde los ensayos realizados con desplazamiento relativo similares las probetas no llegan a fracturarse.

Por otro lado, se ha visto que la no nucleación de la grieta se debe a que las tensiones en la superficie de contacto disminuyen de tal manera que el estudio multiaxial predice vida infinita. Además, debido al desgaste, se ha observado que la superficie más dañada desparece debido a la remoción de material.

Por último, comentar que como mencionan Pearson y Shipway [11], se demuestra que la amplitud de desplazamiento no es un sustituto adecuado para conocer la amplitud de deslizamiento, generalmente, el primero es la suma de la amplitud de deslizamiento y la acomodación elástica del sistema. Dado que la superficie de contacto evoluciona debido al desgaste, y simulación se mantiene constante el en la desplazamiento, la amplitud de deslizamiento varía a lo largo de la simulación. Además, la amplitud de deslizamiento es considerablemente menor para amplitudes de desplazamiento pequeñas como en el caso de $\delta = 36 \mu m$. En este caso, debido al poco desgaste, la simulación de la misma parece no ser tan importante para la estimación de ciclos de iniciación de grieta, ya que la predicción es relativamente similar. Sin embargo, el estado tensional es menos severo y la ubicación de la nucleación de la grieta es ligeramente distinta. En consecuencia, en presencia de una fisura la velocidad de propagación puede llegar a ser diferente.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer al Departamento de Educación, Política Lingüística y Cultura del Gobierno Vasco por la financiación concedida al proyecto NUSIMCO (Ref. PI2013-23) a través del programa "Proyectos de Investigación Básica y/o Aplicada".

REFERENCIAS

[1] O. Vingsbo, D. Soderberg, On fretting maps, *Wear* **126**, 131-147, 1988.

[2] C. Navarro, S. Muñoz, J. Dominguez, On the use of multiaxial fatigue criteria for fretting fatigue life assessment, *International Journal of Fatigue*, **30**, 32-44, 2008.

[3] J. Vázquez, Efecto de las tensiones residuales en la fatiga por *fretting*, Tesis Doctoral, Universidad de Sevilla, 2009.

[4] E. Giner, C. Navarro, M. Sabsabi, M. Tur, J. Domínguez y F.J. Fuenmayor., Fretting fatigue life prediction using the extended finite element method, *International Journal of Mechanical Sciences*, **53**, 217-225, 2011.

[5] J.J. Madge, S.B. Leen, P.H. Shipway, A combined wear and crack nucleation-propagation methodology for fretting fatigue prediction, International Journal of Fatigue, **30**, 1509-1528, 2008.

[6] E. Giner, N. Sukumar, J.E. Tarancon, F.J. Fuenmayor, An Abaqus implementation of the extended finite element method, *Engineering Fracture Mechanics*, **76**, 347-368, 2009

[7] R. Magaziner, O. Jin, S. Mal, Slip regime explanation of observed size effects in fretting, *Wear*, **257**, 190-197, 2004

[8] I.R. McColl, J. Ding, S.B. Leen, Finite element simulation and experimental validation of fretting wear, *Wear*, **256**, 1114-1127, 2004.

[9] D. Socie, G. Marquis, Multiaxial Fatigue, *SAE Book*, 181-198, 2000.

[10] A. Cruzado, S.B. Leen, M.A. Urchegui, X. Gómez, Finite element simulation of fretting wear and fatigue in thin steel wires, *International Journal of Fatigue*, **55**, 7-21, 2013.

[11] S.R. Pearson, P.H. Shipway, Is the wear coefficient dependent upon slip amplitude in fretting? Vingsbo and Söderberg revisited, *Wear*, **330-331**, 93-102, 2015.

FE ESTIMATION OF THE STRESS INTENSITY FACTOR IN TUBULAR T-JOINT CRACKS FOR OFFSHORE WIND TURBINE SUPPORT STRUCTURES.

E. Lozano-Minguez^{1*}, E. Giner-Maravilla¹, F.P. Brennan²

¹Ctro. de Investigación en Ingeniería Mecánica (Universidad Politécnica de Valencia) ²Centre for Offshore Renewable Energy Engineering (Cranfield University) ^{*}E-mail: eslomin@upv.es

RESUMEN

Numerosos estudios han analizado y modelado la incertidumbre en el crecimiento de grieta por fatiga en las intersecciones tubulares en estructuras de aerogeneradores offshore, ya que las grietas pueden comprometer su integridad estructural. A lo largo de los años se han desarrollado distintas soluciones para el FIT de grietas en pie de soldadura en uniones tubulares, tanto empírica como numéricamente (o por combinación), con diferentes niveles de precisión. Los valores calculados mediante los diferentes modelos no están necesariamente de acuerdo unos con otros, indicando que existirán discrepancias significativas entre las estimaciones de la vida de fatiga.

Para mejorar las predicciones y reducir las incertidumbres, se ha realizado una evaluación integral del cálculo del FIT mediante modelos de EF de uniones tubulares en T, considerando el perfil de soldadura completo y considerando grietas elípticas alabeadas que emanan de la intersección tubular. Se ha obtenido una nueva ecuación paramétrica para el punto más profundo de la grieta mediante el análisis de regresión de los resultados. Por último, se ha comprobado que la metodología seguida es una aproximación numérica válida.

PALABRAS CLAVE: Factor de intensidad de tensiones, estructuras offshore, grieta semi-elíptica, unión tubular.

ABSTRACT

Numerous studies have been carried out for assessing and modelling the uncertainty in fatigue crack growth in tubular joints, since cracks may compromise the integrity of the structure, and because crack growth estimations are needed for maintenance and safety requirements. Several SIF solutions for weld toe cracks in offshore tubular joints have been developed, both empirically and numerically (or by a combination), over the years with different levels of accuracy. Predictions derived from the different methods may not necessarily agree with each other, thus there will be significant discrepancies in fatigue life estimations.

In order to enhance the SIF predictions and reduce the uncertainties, an exhaustive evaluation of the calculation of SIFs through complete weld profile Solid FE tubular T-joint models was performed. A regression analysis of the computed results was performed to produce a new SIF parametric equation for the deepest point of a semi-elliptical surface crack at the saddle of tubular welded joints. Finally, it has been proved that the methodology followed is a reliable numerical approach for deriving SIFs.

KEYWORDS: Stress intensity factor, offshore wind support structure, semi-elliptical crack, tubular joint.

1. INTRODUCTION

Cracks produced at the weld toe of tubular joints, caused by cyclic fatigue loading, may compromise the integrity of the structure. Several stress intensity factor (SIF) solutions for weld toe cracks in offshore tubular joints have been developed over the years, both empirically and numerically (or by a combination of these approaches), since crack growth estimations are needed for maintenance and safety requirements. Empirical models derive shape factors (*Y*) from experimentally measured crack growth data, on the basis of the Paris-Erdogan law for the joint with known material fatigue properties. Then the SIF may be

expressed as function of the crack depth (*a*), and the hot spot stress (σ_{HS}):

$$K = Y \sigma_{HS} \sqrt{\pi a} \tag{1}$$

The most successful models are: the Average Stress Model (AVS) [1], the Two-Phase Model (TPM) [2], and the Modified Average Stress Model [3]. In [4] it is pointed that the Modified AVS model performs particularly well, providing an excellent fit to its experimentally derived Y factors for the T-joint tests at all crack depths. Both of the AVS models predict the shape of the curve very well; however, the TPM models the early crack growth region poorly (despite being the most sophisticated) and under-predicts the Y factors significantly. Although, as pointed out in [5], the efficiency of all these solutions is limited because of the scarce number of experimental results used to derive these models. BS 7910 [6] affirms that numerical methods provide the most realistic predictions of SIFs. Among all numerical fracture mechanics approaches developed for the modelling of fatigue crack growth in welded tubular joints, it is worth highlighting the weight function method and the finite element (FE) method because of their versatility. The weight function was first introduced by [7] and later generalized by [8]. They proved that the unknown SIF for a symmetrical load system can be obtained by integrating the product of the weight function for a crack in a particular geometric configuration and the stress distribution on the crack face before the crack occurred. The FE method [9] has been consolidated over the last four decades as the most versatile numerical technique for the analysis of solid mechanics problems. It may be defined as an approximation procedure of continuum problems. Generating good quality models is a difficult process because of the complex geometry at the welds and cracks. Different techniques for modelling have been implemented over the years to address this difficulty, such as the linespring concept [10] or 3D crack pre-processor software applications (for example, FEACrack [11]). The main drawbacks of modelling using these techniques are the limitation in the weldment design and the lack of a dense weld mesh to produce convergence. Three sets of SIF parametric equations for weld toe cracks of tubular joints derived by numerical methods are available in the literature, which are: Rhee et al.'s formula [12], Chiew et al.'s parametric equations [13], and Chang-Dover's parametric equations [5]. Furthermore, the most outstanding Y factor solutions derived by combined approaches are: Monahan's Model [14], Myers's crack shape correction factor for T-joints [4], and Etube et al.'s Model [15]. Opposite to the SCF parametric equations, all of these SIF formulations were derived by modelling or taking into account the weld. Nevertheless, how different weld profiles affect SIFs was not considered and models may not necessarily agree with each other, which indicates that there will be significant discrepancies in fatigue life estimations.

Therefore, this research intends to set out a reliable methodology for estimating the SIFs through complete weld profile solid FE tubular T-joint models. To this purpose, several tubular welded T-joints subjected to axial loading will be modelled because this is the most used combination in the available data, which will be used for modelling validation. Lastly, a regression analysis of the computed results will be performed to produce a new SIF parametric equation for the deepest point of a semi-elliptical surface crack at the saddle of tubular welded joints.

2. FINITE ELEMENT ANALYSES

The SOLIDWORKS [16] 3D CAD software and the ABAQUS/CAE [17] FEA product suite were used for

modelling uncracked and cracked tubular T-joints in order to calculate the SIFs. The numerical calculations have been carried out on a 16-core machine with 192 GB of shared memory RAM.

2.1. Modelling and meshing

T-joints with a brace length of about 0.4L are used in order to avoid the effect of short brace length [18]. Chord lengths greater than 6D are used to ensure that stresses at the brace/chord intersection are not affected by the boundary conditions [19]. The recommendations provided by the AWS Welding code [20] are used for the complete weld profile solid FE tubular T-joint models. The density, Young's modulus and Poisson's ratio are taken to be 7850 kg/m³, 210 GPa and 0.3 respectively, which match the mechanical properties employed by [21].

All the models were axially loaded, and subjected to a nominal stress of 6 MPa. This value was chosen randomly, since it does not influence the shape factor. The nominal stress was defined as the total applied load divided by the hollow cross-sectional area of the brace. Both chord ends were rigidly fixed. The surface cracks are characterised by a semi-elliptical shape. Tubular T-joint axially loaded specimen tests show that cracks grow along the chord surface at the weld toe and in depth through the thickness following a curving path under the weld [22]. Nevertheless, it was considered that the crack would propagate from the weld toe into the thickness of the chord in the direction normal to the chord surface because that is the shortest path to reduce the stiffness of the joint quickly. Cracks will appear in the region subjected to the highest stress concentration. Tubular joints will withstand combined loads; therefore, it is difficult to predict the crack location. In this research, the cracks are placed at the joint saddle regardless of the highest stress concentration location, aiming to analyse how axial loading affects an existing crack which grew as a result of other combined loads or a defect.

Once the cracked geometry is built, the T-joint part is divided into several regions using different partition tools to create mesh boundaries in order to help the refinement. These regions produce a smooth transition between the fine mesh around the crack and weld and the coarse mesh of the zones away from the crack. The mesh generation is the most time-consuming work because of the complex geometry at the crack and the weld. Moreover, meshing is a critical part since it influences the accuracy, convergence and speed of the results.

A comparison has been made between four element types: linear elements with reduced integration (C3D8), linear elements with full integration (C3D8R), quadratic elements with reduced integration (C3D20R), and quadratic elements with full integration (C3D20). It was concluded that C3D20 elements are the most favourable option since 8-node elements does not provide accurate results and the difference in running time is not significant enough as for not selecting the most precise elements (see *Table 1*).

	$\mathbf{V}_{(\mathbf{D}_{2},,1/2)}$	N°	N°	Wall
	\mathbf{K}_{I} (Pa m)	Elements	Nodes	time (s)
C3D8R	6.212E+06	42156	49937	20
C3D8	5.285E+06	42156	49937	28
C3D20R	6.954E+06	42156	191851	109
C3D20	6.940E+06	42156	191851	126

Table 1. Cost of computation comparison.

Submodelling was applied in order to study in detail the area around the crack with a refined mesh based on interpolation of the solution from a relatively coarse global model. First, the global model had to be created and analysed, and then the submodel had to be created and the driving region specified. Three submodels (see *Figure 1*) were analysed to prove that the driving region selected is appropriate. It was concluded that these three models may be used since the solutions for all of them are quite accurate and the stress distributions are correct. Therefore, Submodel 3 was selected to proceed with the research as it is formed by the lower number of nodes. The driving region of this model is located at a distance of 7a.



Figure 1. Global model and three different submodels.

A convergence test was carried out, aiming to verify that the meshes used for this research were sufficiently fine to accurately predict the SIFs. The selected sizes of the elements were: 0.11 mm for the elements which form part of the contours, and a bias ratio of 3.5 for meshing the rest of the model.

2.2. Defining the crack extension direction

In ABAQUS/CAE, the contour integral has been selected to compute the fracture characterizing parameter (SIF) and to study the onset of cracking for this research since it does not require further implementation. However, a contour integral estimate does not predict how a crack will propagate, thus it is necessary to specify the crack extension direction (\vec{q}) along the crack front. Using the \vec{q} option, it is possible to specify a crack extension direction per node. A Matlab routine, which requires two input datasets, has been developed to define the different directions. The first set is formed by all the crack tip nodes (*N*1), and

the second one is composed of the nodes located at the top of the elements forming the upper part of the crack front (N2). Each node of the crack tip is contained in two osculating planes, as shown in Figure 2; *Plane* 1 is formed by P1(i), P1(i + 1) and P2(i), and *Plane* 2 by P1(i), P1(i - 1) and P2(i). \vec{q}_i is the resultant of $\vec{q}_1(i)$ and $\vec{q}_2(i)$, which are contained in *Plane* 1 and *Plane* 2 respectively. $\vec{q}_1(i)$ and $\vec{q}_2(i)$ are perpendicular to $\overline{P1(i)P1(i + 1)}$ and $\overline{P1(i)P1(i - 1)}$ respectively.



Figure 2. Parameters used for defining \vec{q}_i .

2.3. Models validation

[23] and [24] presented a variation of the Y factor with normalised crack depth for a particular size (see *Table* 2) tubular welded T-joint subjected to axial loading. Neither of these publications provided information of the weld profile; however, [25] conducted a series of tests on this particular size of tubular welded T-joint using out-of-plane bending and reported the weld profile used (see Figure 3). Therefore, it was assumed that the weld profile of [23] and [24] is also the same. These measurements were used to assess the effectiveness of the FE models.

Chord diameter (mm)	460 [23] - 457 [24]	
Chord thickness (mm)	16	
Brace diameter (mm)	324	
Brace thickness (mm)	12.7	
Brace to chord diameter ratio	0.7	
Chord wall slenderness ratio	14.3 [23] - 14.4 [24]	
Brace to chord thickness ratio	0.8	
Joint angle	90°	





Figure 3. Weld profile [25].

Cases 20 to 24 were modelled in concordance with the experimental T-joint geometry, whose results are

summarised in *Figure 4*. This shows the comparisons of the SIFs obtained from the FE models with those from the fatigue tests, from which it can be seen that there is a good agreement. Therefore, the proposed methodology can be used to calculate the SIFs of the cracked tubular joints under axial loading.



3. PARAMETRIC STUDY

One hundred and thirteen FE models were built covering a wide range of geometrical parameter and crack profiles for data generation purposes, aiming to capture their relationship to the SIFs. The parameter ranges of the models analysed are summarised in *Table 3*.

Table 3. Validity limits.

$10 \le \alpha \le 25.9$	$0.36 \le \tau \le 1.0$
$0.25 \le \beta \le 0.77$	$0.17 \le a/T \le 0.88$
$7 \le \gamma \le 30.31$	$0.08 \le a/c \le 0.43$

This database of results has been used to derive new parametric equations for the calculation of the stress intensity modification factor for the deepest point along the crack front for a tubular T-joint under axial loading. Then the SIF may be expressed as function of the crack depth (a), and the nominal stress (σ_{nom}):

$$K = Y \sigma_{nom} \sqrt{\pi a} \tag{2}$$

The statistical package IBM SPSS [26] was used for performing non-linear multiple regression analysis. The large-scale fatigue tests on T-joints, such as [23] and [24], show that the Y factors may be related to $\frac{a}{T}$ using a Power Regression Model, which is expressed as follows:

$$Y = C_1 \left(\frac{a}{r}\right)^{C_2} \tag{3}$$

Therefore, the FE results were divided in different groups, depending on their geometric parameters, and their regression coefficients were derived. It was checked that both C_1 and C_2 follow normal distributions. Next, it was analysed if by using linear regression analyses, both C_1 and C_2 could be related to the chord stub slenderness ratio (α), the brace to chord diameter ratio (β), the chord wall slenderness ratio (τ), the maximum SCF using the notch stress (*SCF*), angle in

radians where the highest SCF is located (θ), and the degree of bending at the saddle (*DoB*). Satisfying all the assumptions of the Linear Regression Model, the best solutions are of the form:

$$C_1 = 12.485 + 0.056 SCF - 2.935 \theta - 12.09 DoB$$
(4)

$$C_2 = -0.248 - 0.012 SCF \tag{5}$$

The coefficients of determination indicate that 95.1% and 87.8% of the variance in C_1 and C_2 can be predicted by a combination of the independent variables selected respectively. The linear regression coefficients of equations (4) and (5) were used as starting values for deriving the non-linear regression coefficients, considering the Y factor results of the sample formed by the 56 FE models, and the Y factor curve is formulated as:

$$Y_{NL_{-}1} = (15.577 + 0.071 SCF - 3.664 \theta -$$

16.23 DoB) $\left(\frac{a}{T}\right)^{-0.361 - 0.008 SCF}$ (6)

Where 90.6% of the variance in the Y factor can be predicted by a combination of the independent variables.

The crack aspect ratio influences the Y factor values; as it was not possible to consider this parameter in the previous non-linear regression analysis, it was analysed if the residuals could be related to this. The proposed Y factor solutions considering the deviations are:

$$Y_{NL_2} = 6.264 + (4.218 + 0.093 SCF - 2.004 \theta - 6.015 DoB) \left(\frac{a}{r}\right)^{-0.717 - 0.005 SCF} - 28.73 \frac{a}{2c}$$
(7)

$$Y_{NL_{a}} = C_{0} \left(\frac{T}{a}\right)^{-0.412 - 0.006 SCF} + 6.134 \left[Exp\left(\frac{a}{2c} - C_{0}\right)\right]^{2.358}$$
(8)

 $C_0 = 18.005 + 0.078 SCF - 4.313 \theta - 19.51 DoB$

Where 94.5% of the variance in Y_{NL_2} can be predicted by a combination of the independent variables, while it is 91.2% in Y_{NL_3} .

Finally, the coefficients of equations (7) and (8) were used as starting values for deriving the curves of the sample formed by all the FE models (113 cases), and the proposed Y factor solutions are:

$$Y_{NL_{4}} = 8.22 + (1.739 + 0.102 SCF - 1.794 \theta - 3564 DoB) \left(\frac{a}{2}\right)^{-0.751 - 0.003 SCF} - 39479 \frac{a}{2}$$
(9)

$$S_{2c}^{(T)} = \frac{(T_{1})^{0.009-0.012SCF}}{(T_{1})^{0.009-0.012SCF}} = \frac{(T_{1})^{0.761}}{(T_{1})^{0.761}}$$

$$Y_{NL_{5}} = C_{0} \left(\frac{T}{a}\right)^{0.007 \ 0.0125c1} + 2.712 \left[Exp\left(\frac{a}{2c} - C_{0}\right)\right]^{0.001}$$
(10)

$$C_0 = 9.59 + 0.045 SCF - 4.209 \theta - 6.233 DoB$$

Where 90.1% of the variance in Y_{NL_4} can be predicted by a combination of the independent variables, while it is 76.4% in Y_{NL_5} . The R-squared values have decreased, especially for the case of Y_{NL_5} , but still the reliability is higher since the number of specimens considered more than doubled (from 56 to 113).

4. VALIDITY OF PROPOSED EQUATIONS

Firstly, the validity of the proposed equations was assessed against the test results of [4]. The six specimens tested during this investigation were all Tshaped, large scale, tubular welded joints and were performed under axial load control, but only T1 and T2 were tested in air. The differences in the results were not very significant, thus only specimen T1 was considered, whose characteristics are summarised in Table 4.

Table 4. Specimen T1.

α	7.26	γ	14.28
β	0.71	τ	1
Average brace weld leg length		24.8 mm	
Average chord weld leg length		12.2 mm	
SCF _{hss}			11.48

These parameters were used to build a new FE model in order to calculate the maximum notch SCF, its angle of location, and the *DoB*. The hot spot SCF was used to modify the Y factors in order to be able to calculate SIFs as a function of the nominal stress. Some discrepancies will be produced by considering average values for the weld leg lengths, since the comparison is not made between exactly the same specimens, but it helps to judge with greater understanding.

Figure 5 is a graphic summary of the results and facilitates the comparison between all the models. The $Y_{NL,2}$ curve is the best shape prediction curve; the overestimation is constant along the values of the normalised crack depth. Moreover, it is characterised by the coefficient of determination. The $Y_{(3)}$, Y_{NL_1} , and $Y_{NL 3}$ models predict the shape of the $Y_{Exp.}$ factor curve quite well, but the magnitude of the exponent is a bit higher and deviations are superior for the lowest values of a/T. This curve should have represented better the lowest side since there are no results for values of a/Texceeding 0.8. Therefore, the linear regression model is still the best alternative to relate the residuals to the crack aspect ratio. Among these three curves, $Y_{NL 3}$ is the most deviated, although it considers the effect of the crack aspect ratio and is the one with a higher coefficient of determination. Therefore, obtaining lower deviations could be expected but improving the general agreement with the FE results does not imply improving the results of a particular specimen. The $Y_{NL 4}$ model predicts the Y factors for normalised crack depths of less than 0.1 really well but it considerably overestimates the rest. Although its reliability is quite high, as it was derived from the largest sample and the R-squared is 0.901, further work has to be done to change the regression coefficients in order to improve the shape of the curve. The downside of the $Y_{NL 5}$ model is that the magnitude of the exponent is low, underestimating the Y factors for normalised crack depths of less than 0.2 (while it overestimates the Y factors for normalised crack depths of more than 0.2). If a safety factor were to be applied to avoid underestimations, the overestimations would be even higher.



Lastly, the validity of the proposed equation was also evaluated by comparing the results obtained from the models defined in Section 1. As shown in Figure 6, it can be seen that the stress intensity modification factors calculated from the models of Section 1 do not agree with each other, which implies that there will be considerable discrepancies in fatigue life estimations.



Figure 6 Comparison of Y factors from different models.

Rhee et al.'s model is the most conservative model since it predicts the highest Y factor values (much larger than others), which agrees with previous observations made by [13]. Etube et al.'s model is the most unconservative model; the predictions are much smaller than others which suggests that employing this formulation may be unsafe. The AVS and Modified AVS models were based on fatigue tests on T-joints with fairly similar geometry details as the geometry used for the comparison; therefore, they are considered to be the most reliable models for validation. Chiew et al.'s parametric equations [13] and Chang-Dover's parametric equations [5] do not seem to predict well the shape of the Y factor curve. Applying the Chiew et al.'s model could produce some underestimations for values of a/T lower than 0.15 if compared with the Modified AVS model or 0.3 with the AVS model. Using Chang-Dover's model could produce significant overestimations for values of a/T greater than 0.2 and especially for values around 0.8. However, the nonlinear regression model proposed $(Y_{NL 2})$ in this research seems to predict the shape of the Y factor curve quite satisfactorily. The Y factor results obtained

from this equation are a bit more conservative than those estimated by the Modified AVS model, the small overestimation for all values of a/T being constant. Compared with the AVS model, the discrepancies of the predictions for values of a/T lower than 0.4 are almost negligible.

5. CONCLUSION

The existing models for estimating SIFs do not necessarily agree with each other, which implies significant discrepancies in fatigue life estimations. Some studies do not consider the weld profile or the crack aspect ratio effects, which are key parameters. Thus, more research must be carried out in order to have a better understanding of these effects.

By mean of the convergence test, it was shown that 20node elements are the most favourable option to provide accurate results.

The SIF parametric equation for the deepest point of a semi-elliptical surface crack at the saddle of tubular welded joints under axial loading based on the maximum SCF_{notch} , θ , DoB, a/T and a/2c, and derived from 3D solid FE models, produces accurate results. Therefore, the methodology followed is a reliable numerical approach for predicting SIFs.

REFERENCES

- [1] W. Dover, S. Dharmavasan, Fatigue fracture mechanics analysis of T and Y joints, Offshore Technology Conf., Paper 4404, Houston, 1982.
- [2] J.P. Kam, Structural integrity of offshore tubular joints subject to fatigue, Ph.D. Thesis, University College London, 1989.
- [3] J. Austin, The role of corrosion fatigue crack growth mechanisms in predicting the fatigue life of offshore tubular joints, Ph.D. Thesis, University College London, 1994.
- [4] P. Myers, Corrosion fatigue and fracture mechanics of high strength jack up steels, Ph.D. Thesis, University College London, 1998.
- [5] E. Chang, W. Dover, Weight function and stress intensity factor for a semi-elliptical surface saddle crack in a tubular welded joint, J. of Strain Analysis for Engineering Design 40, 301-326, 2005.
- [6] British Standards Institution, BS 7910 Guide to methods for assessing the acceptability of flaws in metallic structures, BSI Standards Publication, 2013.
- [7] H. Bueckner, A novel principle for the computation of stress intensity factors., Z. Angew. MAth. Mech. 50, 529-546, 1970.
- [8] J. Rice, Some remarks on elastic crack-tip stress field, Int. J. Solids Structures 8,751-758, 1972.
- [9] O.C. Zienkiewicz, R.L. Taylor, J.Z. Zhu, The Finite Element Method: its Basis and Fundamentals, Elsevier Ltd, 7th Ed., 2013.
- [10] X. Huang, J. Hancock, The stress intensity factors of semi-elliptical cracks in a tubular welded T-joint

under axial loading, Engineering Fracture Mechanics 30, 25-35, 1988.

- [11] FEACrack, User's Manual, Quest Integrity Group, Boulder (USA), 2013.
- [12] C. Rhee, H. Han, G. Gibson, Reliability of Solution Method and Empirical Formulas of Stress Intensity Factors for Weld Toe Cracks of Tubular Joints, Proc. 10th Offshore Mechanics and Artic Engineering Conf., ASME 3, 441-452, 1991.
- [13] S. Chiew, S. Lie, C. Lee, Z. Huang, Parametric Equations for Stress Intensity Factors of Cracked Tubular T&Y-Joints, Proc.13th Int. Offshore and Polar Engineering Conference, Honolulu, 2003.
- [14] C. Monahan, Early fatigue crack growth in offshore structure, Ph.D. Thesis, University College London, 1994.
- [15] L. Etube, F. Brennan, W. Dover, A new method for predicting stress intensity factors in cracked welded tubular joints, Int. J. of Fatigue 22, 447-456, 1999.
- [16] D. S. S. company, Student's Guide to Learning SolidWorks® Software, Dassault Systèmes -SolidWorks Corporation, 2011.
- [17] Abaqus 6.12 Analysis User's Manual. Volume IV: Elements, Dassault Systèmes, 2012.
- [18] E. Chang, W. Dover, Parametric equations to predict stress distributions along the intersection of tubular X and DT-joints, Int. J. of Fatigue 21, 619-635, 1999.
- [19] S. Yong-Bo, D. Zhi-Fu, L. Seng-Tjhen, Prediction of hot spot stress distribution for tubular K-joints under basic loading, J. of constructional Steel Research 65, 2011-2026, 2009.
- [20] American Welding Society, ANSI AWS D1.1/D1.1M:2006, Structural Welding Code - Steel, Miami, 2006.
- [21] X. Huang, A fracture mechanics analysis of the fatigue reliability of tubular welded joints, Ph.D. Thesis, University of Glasgow, 1986.
- [22] D. Ritchie, C.W.M. Voermans, Stress intensity factors in an offshore tubular joint test specimen. 4th Int. Conf. on Numerical Methods in Fracture Mechanics, San Antonio, 1987.
- [23] W. Dover, Fatigue fracture mechanics analysis of offshore structures, Int. J. of Fatigue 3, 52-60, 1981.
- [24] W. Dover, G. Chaudhury, S. Dharmavasan, Experimental and finite element comparison of local stress and compliance in tubular weld T-joints, Int. Conf. Steel in Marine Structures, Paris, 1981.
- [25] W. Dover, S. Holdbrook, Fatigue crack growth in tubular welded connections, Int. J. of Fatigue 2, 37-43, 1980.
- [26] IBM, GPL Reference Guide for IBM SPSS Statistics, USA, 2013.

EFECTO PLÁSTICO DE ESCALA: MODELIZACIÓN NUMÉRICA Y CARACTERIZACIÓN DEL DAÑO

Emilio Martínez-Pañeda

Departamento de Construcción e Ingeniería de Fabricación, Universidad de Oviedo Campus de Viesques s/n, 33203, Gijón, España *E-mail: mail@empaneda.com

RESUMEN

En este trabajo se analiza exhaustivamente la influencia del efecto plástico de escala en la modelización del daño y la fractura. Así, por medio de las dos principales clases de teorías de gradientes de deformación plástica (SGP) y una implementación numérica *ad hoc*, se examinan: (i) los campos tensionales en el frente de grieta, (ii) la difusión de hidrógeno hacia la zona de proceso de fractura y (iii) la modelización del agrietamiento asistido por el medio ambiente. Los resultados revelan la imperiosa necesidad de considerar la influencia de las dislocaciones geométricamente necesarias (GNDs) para comprender, modelizar y predecir cuantitativamente el inicio y la propagación del daño en materiales metálicos.

PALABRAS CLAVE: Gradientes de deformación plástica, método de los elementos finitos, fragilización por hidrógeno.

ABSTRACT

In this work the role of the plastic size effect in the modelization of damage and fracture is thoroughly examined. The two main classes of strain gradient plasticity (SGP) theories and an *ad hoc* numerical implementation are employed to assess: (i) stress fields in the vicinity of the crack, (ii) hydrogen diffusion to the fracture process zone and (iii) environmentally-assisted cracking models. Results reveal the imperative need to account for the influence of geometrically necessary dislocations (GNDs) to understand, model and quantitatively predict the onset and propagation of damage in metallic materials.

KEYWORDS: Strain gradient plasticity, finite element method, hydrogen embrittlement.

1. INTRODUCCIÓN

Las observaciones experimentales han puesto de manifiesto la existencia, a nivel micrométrico, de un significativo efecto plástico de escala en los materiales metálicos [1]. Este efecto de tamaño estaría fundamentado en el almacenamiento de dislocaciones geométricamente necesarias (GNDs - Geometrically Necessary Dislocations) intrínsecas a la deformación plástica no uniforme y sería especialmente relevante en problemas de fractura, donde la zona plástica adyacente a la punta de la grieta suele ser físicamente pequeña y contiene fuertes gradientes espaciales de deformación. En los últimos años se han desarrollado diversas teorías de gradientes de deformación plástica (SGP - Strain Gradient Plasticity) con el objetivo de incorporar el efecto tamaño por medio de la longitud intrínseca del material, ausente en la plasticidad convencional. En función del enfoque utilizado en su desarrollo se distinguen principalmente dos clases de teorías SGP en el medio continuo: las fenomenológicas [2] y las basadas en el modelo de dislocaciones de Taylor (MSG -Mechanism-based Strain Gradient) [3].

La observación experimental de fractura por clivaje en presencia de significativo flujo plástico [4] ha alentado un interés significativo en la influencia de los gradientes de deformación plástica en los campos tensionales en la vecindad de la grieta. Sin embargo, a pesar de la existencia de grandes deformaciones en el entorno de la grieta, la inmensa mayoría de los estudios publicados se han desarrollado en el marco de la teoría de deformaciones infinitesimales.

En este trabajo se desarrolla un marco numérico en el contexto de la teoría de deformaciones finitas para las dos principales clases de formulaciones SGP. En primer lugar, el mismo se emplea para investigar los campos tensionales más allá de la grieta. Los resultados revelan que las GNDs existentes en la vecindad de la grieta promueven un endurecimiento local que se traduce en un nivel tensional mucho mayor al estimado por la plasticidad convencional [5, 6]. Esta elevación tensional podría ser especialmente relevante en la modelización del agrietamiento asistido por hidrógeno, dado el papel central que juega la tensión hidrostática σ_H en la

descohesión de la interfaz y en la dilatación de la red, gobernando la difusión de hidrógeno [7]. Por consiguiente, se analiza a continuación la difusión de hidrógeno hacia la zona de proceso de fractura y la modelización del daño asistido por hidrógeno teniendo en consideración el efecto de los gradientes de deformación plástica.

2. MODELO DEL MATERIAL

2.1. Enfoque fenomenológico

En este trabajo se adopta la generalización de la plasticidad J2 propuesta por Fleck y Hutchinson [2] para modelizar el efecto de escala desde una perspectiva fenomenológica. En esta teoría la influencia de los gradientes de deformación se incluye a partir del gradiente de la tasa de deformación plástica $\dot{\varepsilon}_{ij,k}^p = (m_{ij}\dot{\varepsilon}^p)_{,k}$. Dónde $\dot{\varepsilon}^p = \sqrt{\frac{2}{3}}\dot{\varepsilon}_{ij}^p\dot{\varepsilon}_{ij}^p$ es el incremento de la deformación plástica equivalente convencional y $m_{ij} = \frac{3}{2}s_{ij}/\sigma_e$ es su dirección, siendo s_{ij} el tensor desviador y σ_e la tensión equivalente de Von Mises. La tasa de deformación plástica equivalente que incluye la influencia de los gradientes \dot{E}^p se define en función de tres invariantes de $\dot{\varepsilon}_{ij,k}^p$:

$$\dot{E}_p = \sqrt{\dot{\varepsilon}_p^2 + l_1^2 I_1 + l_2^2 I_2 + l_3^2 I_3} \tag{1}$$

Donde l_1 , l_2 y l_3 son las longitudes características del material. Esta deformación plástica equivalente generalizada puede expresarse en función de $\dot{\varepsilon}^p$ y $\dot{\varepsilon}_{,i}^p$ haciendo uso de los coeficientes A_{ij} , B_i y C:

$$\dot{E}_{p} = \sqrt{\dot{\varepsilon}_{p}^{2} + A_{ij}\dot{\varepsilon}_{,i}^{p}\dot{\varepsilon}_{,j}^{p} + B_{i}\dot{\varepsilon}_{,i}^{p}\dot{\varepsilon}_{,j}^{p} + l_{3}^{2}I_{3}}$$
(2)

Así, en un sólido de volumen V con la superficie S, el principio de los trabajos virtuales en la configuración actual viene dado por:

$$\int_{V} \left(\sigma_{ij} \delta \dot{\varepsilon}_{ij} - (Q - \sigma_{e}) \delta \dot{\varepsilon}^{p} + \tau_{i} \delta \dot{\varepsilon}^{p}_{,i} \right) dV =$$

$$\int_{S} \left(T_{i} \delta \dot{u}_{i} + t \delta \dot{\varepsilon}^{p} \right) dS$$
(3)

Donde \dot{u}_i es el incremento de desplazamiento, σ_{ij} es el tensor de tensiones de Cauchy, Q es una tensión efectiva generalizada (trabajo conjugado de $\dot{\varepsilon}^p$) y τ_i es la tensión de orden superior (trabajo conjugado de $\dot{\varepsilon}_{,i}^p$). La integral de superficie contiene contribuciones tanto de la tracción convencional T_i como de la tracción de orden superior t.

2.2. Enfoque basado en mecanismos

La teoría SGP basada en mecanismos (*MSG plasticity*) [3] está basada en el modelo de dislocaciones de Taylor.

En consecuencia la tensión cortante de fluencia (τ) está relacionada con la densidad de dislocaciones (ρ) según:

$$\tau = \alpha \mu b \sqrt{\rho} \tag{4}$$

Donde μ es el módulo de elasticidad transversal, *b* es la magnitud del vector de Burgers y α es un coeficiente empírico que adopta valores entre 0.3 y 0.5. La densidad de dislocaciones está compuesta de dislocaciones geométricamente necesarias (ρ_G) y dislocaciones almacenadas estadísticamente (ρ_S), tal que:

$$\rho = \rho_G + \rho_S \tag{5}$$

Estando ρ_G relacionada con el gradiente de deformación plástica efectivo (η^p) en base a:

$$\rho_G = \bar{r} \frac{\eta^p}{b} \tag{6}$$

Donde \bar{r} es el factor de Nye, que adopta un valor aproximado de 1.90 para estructuras cristalinas fcc. La tensión de fluencia a tracción (σ_{flow}) está relacionada con la tensión cortante de fluencia (τ) según:

$$\sigma_{flow} = M\tau \tag{7}$$

Siendo M el factor de Taylor, que es igual a 3.06 para metales fcc. Reagrupando queda:

$$\sigma_{flow} = M\alpha\mu b \sqrt{\rho_S + \bar{r}\frac{\eta^p}{b}} \tag{8}$$

Despejando de (8) se puede obtener ρ_S a sabiendas de la relación en tensión uniaxial ($\eta^p = 0$) entre la tensión de fluencia y la curva tensión-deformación:

$$\rho_{S} = \left[\sigma_{ref} f(\varepsilon^{p}) / (M\alpha\mu b)\right]^{2} \tag{9}$$

Donde σ_{ref} es una tensión de referencia y f es una función adimensional de la deformación plástica ε^p que viene dada por la correspondiente relación uniaxial entre la tensión y la deformación. Sustituyendo en (8):

$$\sigma_{flow} = \sigma_{ref} \sqrt{f^2(\varepsilon^p) + l\eta^p} \tag{10}$$

Donde el parámetro l representa la longitud característica del material. El gradiente de deformación plástica efectivo se calcula a partir de:

$$\eta^p = \sqrt{\frac{1}{4}\eta^p_{ijk}\eta^p_{ijk}} \tag{11}$$

Donde el tensor de tercer orden η_{ijk}^p se obtiene según:

$$\eta^p_{ijk} = \varepsilon^p_{ik,j} + \varepsilon^p_{jk,i} - \varepsilon^p_{ij,k} \tag{12}$$

3. IMPLEMENTACIÓN NUMÉRICA

3.1. Enfoque fenomenológico

La teoría fenomenológica de Fleck y Hutchinson [2] se formula en el marco de deformaciones finitas a partir de una formulación Lagrangiana actualizada. Así, haciendo uso de las componentes tensionales de Kirchhoff, el principio de los trabajos virtuales (3) puede expresarse tal que:

$$\int_{V} \left(\check{\zeta}_{ij} \delta \dot{\varepsilon}_{ij} - \sigma_{ij} \left(2 \dot{\varepsilon}_{ik} \delta \dot{\varepsilon}_{kj} - \dot{e}_{kj} \delta \dot{e}_{ki} \right) + \left(\dot{q} - \dot{\sigma}_{e}^{\varsigma} \right) \delta \dot{\varepsilon}^{p} + \check{\rho}_{i} \delta \varepsilon_{i}^{p} \right) \mathrm{dV} = \int_{S} \left(\dot{T}_{0i} \delta \dot{u}_{i} + \dot{t}_{0} \delta \dot{\varepsilon}^{p} \right) \mathrm{dS} \quad (13)$$

Donde ξ_{ij} es la tasa Jaumann de la tensión de Kirchhoff, \dot{q} es la tasa de la tensión efectiva correspondiente a la tensión de Kirchhoff, $\check{\rho}_i$ es la tasa convectiva de la tensión de orden superior de Kirchhoff y \dot{e}_{ij} se corresponde con el gradiente de desplazamientos. Estando los términos de Kirchhoff relacionados con sus equivalentes de Cauchy en la Eq. (3) por medio del determinante del gradiente de deformaciones: $\zeta_{ij} = J\sigma_{ij}$, $\rho_i = J\tau_i$, q = JQ y $\sigma_e^{\varsigma} = J\sigma_e$.

La implementación numérica se lleva a cabo por medio de una formulación especial del método de los elementos finitos donde, además de los incrementos de los desplazamientos nodales (D^n) , los incrementos nodales de la deformación plástica equivalente $(\hat{\varepsilon}_n^p)$ aparecen directamente como incógnitas. Los incrementos de desplazamientos (\dot{u}_i) y de la deformación plástica equivalente $(\hat{\varepsilon}^p)$ se interpolan en cada elemento por medio de las funciones de forma N_i^n y M^n :

$$\dot{u}_i = \sum_{n=1}^{2k} N_i^n \dot{D}^n, \quad \dot{\varepsilon}^p = \sum_{n=1}^l M^n \dot{\varepsilon}_n^p$$
(14)

Siendo $k \ y \ l$ el número de nodos utilizados para la interpolación de los desplazamientos y la deformación plástica equivalente, respectivamente. Al introducir la interpolación de los desplazamientos y de la deformación plástica equivalente (14) y sus correspondientes derivadas en el principio de los trabajos virtuales, se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{bmatrix} K_e & K_{ep} \\ K_{ep}^T & K_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{D} \\ \dot{\varepsilon}^p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{F}_1 \\ \dot{F}_2 \end{bmatrix}$$
(15)

Donde K_e es la matriz de rigidez elástica, K_{ep} es una matriz de dimensión fuerza y K_p es una matriz de dimensión energía. La parte derecha de la Eq. (15) se compone de la componente externa del vector de fuerzas convencional \dot{F}_1 y de la componente incremental del vector de fuerzas de orden superior \dot{F}_2 .

Una vez obtenidos los incrementos de los desplazamientos nodales y de la deformación plástica equivalente, se calculan las componentes actualizadas de

las deformaciones (ε_{ij}), tensiones (σ_{ij}) y tensiones de orden superior (τ_i y Q), en cada punto de integración.

3.2. Enfoque basado en mecanismos

Al haberse descrito en la literatura numerosos problemas de convergencia en el análisis de problemas de fractura para la implementación en deformaciones finitas de la teoría de orden superior MSG (ver [8]), en el presente trabajo se adopta su versión homóloga de orden inferior: la teoría convencional basada en mecanismos (CMSG, Conventional Mechanism-based Strain Gradient) [3]. En la teoría CMSG la influencia el gradiente de deformaciones se introduce en el incremento de deformación plástica y por consiguiente no es necesario el uso de términos de orden superior. Huang et al. [3] utilizaron una formulación viscoplástica para obtener el incremento de deformación plástica $(\dot{\varepsilon}^p)$ en función de la tensión equivalente (σ_e), en lugar de $\dot{\sigma}_e$. Asimismo, para eliminar la dependencia temporal sustituyeron la velocidad de deformación de referencia ($\dot{\varepsilon}_0$) por la velocidad de deformación efectiva ($\dot{\varepsilon}$):

$$\dot{\varepsilon}^p = \dot{\varepsilon} \left[\frac{\sigma_e}{\sigma_y \sqrt{f^2(\varepsilon^p) + l\eta^p}} \right]^m \tag{16}$$

Este proceder es una conveniencia matemática y las diferencias son despreciables para un valor suficientemente alto del exponente visco-plástico ($m \ge 20$). Habida cuenta de que las deformaciones volumétricas y desviadoras están relacionadas con la tensión de la misma manera que en la plasticidad convencional, la ecuación constitutiva en la teoría CMSG se expresa tal que:

$$\dot{\sigma}'_{ij} = K \dot{\varepsilon}_{kk} \delta_{ij} + 2\mu \left\{ \dot{\varepsilon}'_{ij} - \frac{3\dot{\varepsilon}}{2\sigma_e} \left[\frac{\sigma_e}{\sigma_{flow}} \right]^m \dot{\sigma}'_{ij} \right\}$$
(17)

Al considerar un comportamiento colectivo de dislocaciones por medio del modelo de Taylor para incluir el efecto de η^p en el cálculo de la tensión de fluencia, la teoría CMSG sólo tiene sentido físico en una escala considerablemente mayor que el espacio medio entre dislocaciones (\approx 100 nm para la mayoría de los metales). Nótese que, en la teoría MSG, las condiciones de contorno de orden superior no tienen ninguna influencia en la distribución tensional en una distancia mayor de 10 nm con respecto a la punta de la grieta [3], una magnitud muy inferior a su límite de validez físico.

Al no requerir de tensiones de orden superior, las ecuaciones de comportamiento son las mismas que las de la plasticidad convencional. El gradiente de deformación plástica se calcula en cada punto de integración interpolando en el interior del elemento el valor del incremento de la deformación plástica en los puntos de integración de Gauss en el espacio isoparamétrico y derivando numéricamente a continuación las funciones de forma. Las rotaciones de cuerpo rígido para las tensiones y deformaciones se llevan a cabo por medio del

algoritmo de Hughes y Winget (ver [5]) y el gradiente de deformaciones se obtiene de la configuración deformada al no ser válida la hipótesis de pequeños desplazamientos.

4. RESULTADOS

4.1. Campos tensionales en el frente de grieta

En primer lugar se examinan los campos tensionales en la vecindad de la grieta por medio de una formulación de contorno. Por consiguiente la grieta se modeliza mediante un dominio circular y la carga externa en modo I se aplica en el contorno exterior del círculo por medio de un desplazamiento impuesto:

$$u(r,\theta) = \frac{(1+\nu)K_I}{E} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} (3 - 4\nu - \cos\theta) \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (18)$$

$$v(r,\theta) = \frac{(1+\nu)K_I}{E} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} (3 - 4\nu - \cos\theta) \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (19)$$

Donde $u \neq v$ se corresponden con los desplazamientos en las direcciones horizontal y vertical respectivamente, $r \neq \theta$ son las coordenadas polares de cada nodo, $E \neq v$ son las propiedades elásticas del material y K_I es el factor de intensidad de tensiones elástico que cuantifica la carga externa aplicada. Los parámetros del material utilizados en este caso son: límite elástico $\sigma_Y = 0.2\% E$, v = 0.3, coeficiente de endurecimiento por deformación N = 0.2, coeficiente viscoplástico m = 20, vector de Burgers b =0.255 nm y $\alpha = 0.5$. La longitud intrínseca del material se asume igual 5 µm, lo que se corresponde con un valor intermedio del rango observado experimentalmente (1-10 µm). Se utiliza la siguiente ley de endurecimiento:

$$\sigma = \sigma_Y \left(1 + \frac{E\varepsilon^p}{\sigma_Y} \right)^N \tag{20}$$

Siendo evaluada en E^p en lugar de ε^p en el enfoque fenomenológico. La tensión de referencia de (9) se corresponde con $\sigma_{ref} = \sigma_Y \left(1 + \frac{E\varepsilon^p}{\sigma_Y}\right)^N$ y $f(\varepsilon^p) = \left(\varepsilon^p + \frac{\sigma_Y}{E}\right)^N$. Se utiliza un mallado muy refinado en la punta de la grieta, con aproximadamente 6200 elementos cuadriláteros cuadráticos con integración reducida. Se adopta una relación entre el radio inicial de enromamiento de la grieta r y el radio externo R de la región circular de $R/r = 10^5$.

Para las dos formulaciones SGP consideradas y la plasticidad convencional, las figuras 1, 2 y 3 muestran respectivamente: la distribución normalizada de la tensión de apertura $\sigma_{\theta\theta}$ en la línea más allá de la punta de la grieta ($\theta = 0^\circ$), el enromamiento de la fisura y la variación de $\sigma_{\theta\theta}/\sigma_Y$ para diferentes niveles de carga, con la distancia a la punta de la grieta normalizada por la misma.



Figura 1. Distribución normalizada de la tensión $\sigma_{\theta\theta}$ mas allá de la punta de la grieta ($\theta^{\circ} = 0$) para una carga de $K_I = 25\sigma_Y \sqrt{l}$ La distancia al extremo de la fisura r está en escala logarítmica.



Figura 2. Enromamiento de la grieta para una carga de $K_I = 25\sigma_V \sqrt{l}$ [6]



Figura 3. $\sigma_{\theta\theta}/\sigma_Y$ mas allá de la punta de la grieta ($\theta^\circ = 0$) para diferentes valores de carga. La distancia a la punta de la grieta está normalizada por la carga externa [$J = (1 - \nu^2)K_I^2/E$] y ambos ejes se muestran en escala logarítimica [6]



Figura 4. Resultados experimentales y numéricos para la concentración normalizada de hidrógeno mas allá de la grieta para diferentes niveles de carga en un acero X80 [11]

Los resultados revelan que: (i) los campos tensionales se elevan significativamente con respecto a las predicciones de la plasticidad clásica; (ii) la distancia sobre la cual esta elevación tensional tiene lugar puede abarcar varias decenas de μ m, englobando la distancia crítica de muchos mecanismos de daño; (iii) el máximo nivel tensional tiene lugar en la punta de la grieta y depende de la carga, a diferencia de la plasticidad convencional. Estos aspectos podrían influir de sobremanera en los modelos continuos de numerosos mecanismos de daño.

4.2. Difusión de hidrógeno

Para estudiar la influencia de los gradientes de deformación plástica en la difusión de hidrógeno (H) hacia la zona de proceso de fractura se desarrolla un marco numérico de tensión-difusión. Así, se realiza en primer lugar el análisis tensional para obtener σ_H , que se utiliza como valor de entrada en el análisis de difusión. La concentración de H en la red *c* en función del tiempo *t* se modeliza a partir de la ley de Fick generalizada:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D\nabla^2 c + D \frac{V_H}{R(T - T^Z)} (\nabla c \nabla \sigma_H + c \nabla^2 \sigma_H)$$
(21)

Dónde D es el coeficiente de difusión, V_H es el volumen molar parcial de H en aleaciones de hierro, R es la constante de los gases, T es la temperatura actual y T^Z es la temperatura de cero absoluto. Con el objetivo de establecer una comparativa con resultados experimentales se simulan las condiciones de los ensayos de Mao y Li [10] en un acero X80. Por consiguiente se consideran las siguientes propiedades del material: *E*=200 GPa, v=0.3, σ_Y = 600 MPa y *N*=0.15. La figura 4 muestra los resultados numéricos obtenidos, así como los datos experimentales extraídos en [10] mediante la técnica SIMS tras 72 horas en una disolución NS-4 con un potencial libre.

Tal y como se puede apreciar en la figura, es necesario incorporar la influencia de los gradientes de deformación (en este caso, a partir de un enfoque fenomenológico [2]) para reproducir dos características fundamentales de los resultados experimentales: el incremento de la concentración de H con la carga y su tendencia monotónicamente creciente hacia la punta de la grieta.

4.3. Modelización del daño asistido por hidrógeno

Dos parámetros caracterizan el daño asistido por H: el factor de intensidad de tensiones umbral K_{TH} al que se inicia el agrietamiento y la velocidad de crecimiento subcrítica de la grieta en la segunda etapa da/dt_{II} . Para estimarlos se emplea un modelo basado en la teoría de dislocaciones (ver [7]) y en el mecanismo de descohesión inducido por H (HEDE), tal que:

$$K_{TH} = 5 \exp \frac{(k_{IG} - \alpha C_{H\sigma})^2}{0.0002\sigma_Y}$$
(22)

Dónde k_{IG} es el trabajo de fractura, α es el parámetro del material que cuantifica la influencia del H en la disminución de la tenacidad a fractura y $C_{H\sigma}$ viene dado por:

$$C_{H\sigma} = C_{H-Diff} \left[\exp\left(\frac{\sigma_H V_H}{RT}\right) \right]$$
(23)

Siendo C_{H-Diff} , la concentración de H difusible, un parámetro a estimar experimentalmente. La velocidad de crecimiento subcrítica viene dada por:

$$\left(\frac{da}{dt}\right)_{II} = \frac{4D}{x_{crit}} \left[\text{erf}^{-1} \left(1 - \frac{C_{H\sigma-crit}}{C_{H\sigma}} \right) \right]^2 \quad (24)$$

Siendo x_{crit} la distancia crítica donde nuclea el daño y $C_{H\sigma-crit}$ la concentración crítica necesaria para la descohesión por H. Ésta se puede obtener para un valor

experimental de da/dt_{II} teniendo en consideración que $C_{H\sigma}$ aparece en (22) y (24). La figura 6 muestra, para una superaleación de Niquel (Monel K-500), las predicciones del presente modelo – extrayendo σ_H a partir de las dos principales clases de teorías SGP – junto con los datos experimentales [7]. El modelo enriquecido con la influencia de las GNDs lleva a predicciones precisas para un gran rango de potenciales externos E_{APP} (a diferencia de la plasticidad convencional [7]).



Figura 6. Predicciones del modelo para K_{TH} (a) y da/dt_{II} (b) en un amplio rango de condiciones ambientales ajustando α con los datos experimentales en $E_{APP} = -1$ V_{SCE}. Otros parámetros: $k_{IG} = 0.88$ MPa \sqrt{m} , $D = 1 \cdot 10^{-10}$ cm²/s y $x_{crit} = 1 \ \mu m$. [12]

5. CONCLUSIONES

Los resultados reflejan una influencia significativa de las GNDs en el análisis en grandes deformaciones de los campos tensionales en la vecindad de la grieta. Este hecho influye particularmente en la modelización del agrietamiento asistido por hidrógeno, donde considerar el efecto plástico de escala permite establecer predicciones cuantitativas.

AGRADECIMIENTOS

El autor agradece especialmente a Covadonga Betegón (Universidad de Oviedo), Christian Niordson (Technical University of Denmark, DTU) y Richard Gangloff (University of Virginia) sus inestimables consejos durante la realización de este trabajo. Asimismo, el autor agradece al Ministerio de Ciencia e Innovación y a la Universidad de Oviedo, las ayudas económicas otorgadas a través del proyecto MAT2011-28796-CO3-03 y el programa propio de contratos pre-doctorales (UNOV-13-PF), respectivamente.

REFERENCIAS

- Gil Sevillano, J., Efectos plásticos de escala y mecánica de la fractura. *Anales de Mecánica de la Fractura* 17, pp. 263-266, 2000.
- [2] Fleck, N.A. and Hutchinson, J.W., A reformulation of strain gradient plasticity. *Journal of the Mechanics* and Physics of Solids 49, pp. 2245-2271, 2001
- [3] Huang, Y., Qu, S., Hwang, K.C., Li, M. and Gao, H., A conventional theory of mechanism-based strain gradient plasticity. *International Journal of Plasticity* 20, pp. 753-782. 2004
- [4] Elssner, G., Korn, D., Rühle, M., The influence of interface impurities on fracture energy of UHV diffusion-bonded metal-ceramic bicrystals. *Scripta Metallurgica et Materialia* 31, pp. 1037-1042. 1994
- [5] Martínez-Pañeda, E., Betegón, C., Modeling damage and fracture within strain gradient plasticity. *International Journal of Solids and Structures* 59, pp. 208-215, 2015
- [6] Martínez-Pañeda, E., Niordson, C.F., On fracture in finite strain gradient plasticity. *International Journal* of *Plasticity* (in press)
- [7] Gangloff, R.P., Ha, H.M., Burns J.T., Scully, J.R., Measurement and modeling of hydrogen environment-assisted cracking in Monel K-500, *Metallurgical and Materials Transactions A* 45, pp. 3814-3833, 2014.
- [8] Hwang, K.C., Jiang, H., Huang, Y., Gao, H., Finite deformation analysis of mechanism-based strain gradient plasticity: torsion and crack tip field. *International Journal of Plasticity* 19, pp. 235-251, 2003
- [10] Mao, S.X., Li, M., Mechanics and thermodynamics on the stress and hydrogen interaction in crack tip stress corrosion: experiment and theory. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* **46**, pp. 1125-1137, 1998
- [11] Martínez-Pañeda, E., del Busto, S., Niordson, C., Betegón, C., Gradient-enhanced modeling of hydrogen diffusion to the crack tip (submitted)
- [12] Martínez-Pañeda, E., Niordson, C.F., Gangloff, R.P., Strain gradient plasticity-based modeling of hydrogen environment assisted cracking (submitted)

PAPEL DE LAS TENSIONES RESIDUALES EN EL CRECIMIENTO DE FISURAS POR FATIGA EN ALAMBRES DE ACERO DE PRETENSADO

JC. Matos^{*}, B. González, J. Escuadra, J. Toribio

GIFIE Grupo de Investigación en Fractura e Integridad Estructural, Universidad de Salamanca Campus Viriato, Avda. Requejo 33, 49022 Zamora, España *Correo-e: jcmatos@usal.es

RESUMEN

Este artículo estudia el efecto de varios perfiles de tensiones residuales sobre la propagación de fisuras por fatiga en alambres de acero de pretensado sometidos a carga de tracción o de flexión. Con este fin, se desarrolló un programa informático que evalúa la evolución del frente de fisura de acuerdo a la ley de Walker. Los resultados muestran que la ausencia de tensiones residuales hace que la fisura crezca hacia un *camino de propagación preferente*. Cuando las tensiones residuales superficiales son de tracción y, por tanto, en el centro son de compresión, el frente de fisura rápidamente converge hacia una *forma cuasi-recta*. Cuando las tensiones residuales superficiales son de tracción en el centro, también aparece un *camino de propagación preferente*.

PALABRAS CLAVE: Alambres de acero de pretensado, Fisuras superficiales semielípticas, Modelización numérica, Ley de Walker, Perfil de tensiones residuales, Propagación de fisuras por fatiga, Relación de aspecto, Camino de propagación preferente

ABSTRACT

This paper deals with the effect of several residual stress profiles on the fatigue crack propagation in prestressing steel wires subjected to tension loading or bending moment. To this end, a computer program was developed to evaluate the crack front evolution on the basis of the Walker law. Results demonstrate that the absence of residual stresses makes the crack propagates towards a *preferential crack path*. When surface residual stresses are tensile and, correspondingly, core residual stresses are compressive, the fatigue crack front rapidly converges towards a *quasi-straight shape*. When surface residual stresses are compressive, with their corresponding tensile stresses in the core area, a *preferential crack path* also appears.

KEYWORDS: Prestressing steel wires, Semi-elliptical surface cracks, Numerical modelling, Walker law, Residual stress profile, Fatigue crack propagation, Crack front aspect ratio, Preferential crack path

1. INTRODUCCIÓN

El acero de pretensado, de microestructura perlítica y procedente de un proceso de trefilado en varios pasos, se utiliza por sus buenas características mecánicas como refuerzo en el hormigón pretensado. El trefilado, además de mejorar las propiedades mecánicas (aumento del límite elástico, de la resistencia a tracción, de la tenacidad de fractura... [1]), induce fuertes tensiones residuales, de tracción en la zona próxima a la superficie del alambre y de compresión en la central, debido a las deformaciones plásticas no homogéneas [2].

Las tensiones residuales han sido determinadas tanto de forma experimental, mediante técnicas de difracción de rayos X y de neutrones [3,4], como de forma numérica, a través del método de los elementos finitos (MEF)

considerando el criterio de plastificación de von Mises isótropo [4,5] o un límite elástico anisótropo basado en la textura [3]. Además, el perfil de tensiones residuales en ambos micro-constituyentes de la perlita, ferrita y cementita, es diferente [6].

Los cambios en la geometría de las hileras (al variar el ángulo) pueden modificar el perfil de las tensiones residuales producidas por el proceso de trefilado [5]. Además, el acero de pretensado frecuentemente se somete a tratamientos termomecánicos estirando y calentando durante cortos periodos de tiempo, para eliminar o reducir las tensiones residuales [7]. Éstas también pueden ser modificadas con otros procesos termomecánicos, como por ejemplo el laminado, que produce tensiones residuales de compresión en la superficie del alambre y de tracción en el centro [8]. Las tensiones residuales influyen en la medida de las propiedades mecánicas, por ejemplo en las obtenidas con el ensayo de tracción simple [9], y también afectan al fenómeno de la relajación tensional [10]. En alambres de acero de pretensado sometidos a carga cíclica de tracción, las tensiones residuales producidas por el trefilado provocan el llamado *efecto gaviota* sobre el frente de fisura [11], consistente en el retardo del crecimiento de la fisura en las áreas con tensiones residuales compresivas y la aceleración en las que están traccionadas. Bajo carga cíclica, las tensiones residuales de compresión producen un elevado descenso en la velocidad de propagación, mientras que las de tracción sólo causan un ligero incremento [12].

En fragilización por hidrógeno, la deformación plástica y las tensiones residuales (en especial su componente hidrostática) afectan a la durabilidad de los alambres de pretensado [13]. Los tratamientos superficiales que inducen tensiones residuales compresivas en el área cercana a la superficie claramente extienden la vida de los alambres, al retardarse la difusión de hidrógeno hacía las áreas interiores [14]. Así, en [5] se propone un novedoso diseño de la hilera de trefilado que reduce las deformaciones y las tensiones residuales en los alambres trefilados y, en consecuencia, mejora la resistencia a la fragilización por hidrógeno.

En este artículo se analiza la influencia de las tensiones residuales sobre el camino de propagación de fisura en alambres de acero de pretensado sometidos a cargas cíclicas. Las variables de estudio son el perfil de tensiones residuales, su intensidad relativa y el tipo de carga (tracción o flexión).

2. PROCEDIMIENTO NUMÉRICO

Se realizó una aplicación en lenguaje Java con el objeto de analizar como la fisura se propaga por fatiga a través de la sección transversal de un alambre.

Material

El material de estudio fue acero de pretensado con composición eutectoide y microestructura perlítica, en forma de alambre. Este acero es el resultado de realizar un proceso de trefilado en siete pasos sobre un alambrón, consiguiéndose con ello una deformación plástica acumulada de $\varepsilon^{P} = 1.57$.

Las propiedades mecánicas convencionales del acero de pretensado (obtenidas con el ensayo de tracción simple) son: módulo de Young E = 209 GPa, límite elástico convencional al 0.2% $\sigma_{0.2} = 1480$ MPa y resistencia a tracción $\sigma_{\rm R} = 1820$ MPa. Su comportamiento bajo carga cíclica se caracterizó por medio de la curva de Paris (con un factor R = 0): exponente de Paris m = 3 y $C = 4.1 \cdot 10^{-12}$ (en las unidades correspondientes para que ΔK esté en MPam^{1/2} y da/dN en m/ciclo) [15].

Tensiones residuales

Se usaron varios perfiles de tensiones residuales en dirección axial σ_{res} (componente que intenta abrir la fisura), los cuales satisfacen la condición de equilibrio global sobre la sección transversal del alambre:

$$\iint_{A} \sigma_{\rm res} dA = \int_{0}^{2\pi} \int_{0}^{D/2} \sigma_{\rm res} r dr d\theta = 0$$
(1)

donde A es el área transversal, r la coordenada radial, θ la coordenada angular y D el diámetro del alambre.

La figura 1 muestra el perfil de tensiones adimensional $(\sigma_{ap,max}+\sigma_{res})/\sigma_{ap,max}$, (la tensión remota aplicada máxima $\sigma_{ap,max}$ más la tensión residual σ_{res} , anterior a la fisuración, respecto de la primera) en función de la relación adimensional 2r/D.



Figura 1. Perfil de tensiones en el acero de pretensado.

En este trabajo, los caminos de propagación de fisura en alambres de acero de pretensado libres de tensiones residuales (TR0) se compararon con los de estos alambres presentando cuatro teóricos (hipotéticos) perfiles de tensiones residuales de diferente intensidad relativa y signo (tracción o compresión). Los cuatro derivan de la misma ecuación polinómica cuadrática, es decir, tienen la misma forma básica.

Los perfiles TR1 y TR2 presentan tensiones residuales de tracción en el área cercana a la superficie del alambre y de compresión en la central, con el doble de intensidad las tensiones en TR2 que en TR1. En ambos, las tensiones residuales se corresponden de forma aproximada con las de los alambres de acero de pretensado después de ser sometidos al tratamiento termomecánico que reduce las tensiones residuales del trefilado [7]. Sin embargo, los perfiles TR3 y TR4 presentan tensiones residuales compresivas en el área cercana a la superficie del alambre y de tracción en el de la superficie, con el doble de intensidad las tensiones en TR4 que en TR3. Estos perfiles representan la situación opuesta (caso simétrico) a la previamente analizada en los perfiles TR1 y TR2.

Modelo numérico

Las fisuras superficiales, contenidas en la sección transversal del alambre, se caracterizaron como parte de una elipse con centro en su superficie (figura 2). Los parámetros que definen la geometría de la elipse son la profundidad de fisura a (que se corresponde con un semieje de la elipse) y el otro semieje de la elipse b. Cada punto sobre el frente de fisura P se determina por la coordenada x, siendo h la coordenada correspondiente al punto del frente de fisura que se encuentra sobre la superficie del alambre.



Figura 2. Modelización elíptica de la fisura.

La propagación de fisuras bajo carga cíclica se analizó con la ley de Paris [16]:

$$\frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}N} = C\Delta K^{\mathrm{m}} \tag{2}$$

modificada por la ecuación de Walker (modelo de Paris que incorpora el efecto del factor R, es decir, tiene en cuenta la influencia de la tensión media) [17]:

$$\frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}N} = C \left(\frac{\Delta K}{\left(1 - R \right)^{\left(1 - \gamma \right)}} \right)^{\mathrm{m}}$$
(3)

donde *C* y *m* son los parámetros de Paris (para R = 0) y γ el exponente de Walker. Este parámetro se supuso igual a cero, asumiendo que el factor *R*,

$$R = \frac{\sigma_{\rm ap,min} + \sigma_{\rm res}}{\sigma_{\rm ap,max} + \sigma_{\rm res}}$$
(4)

es siempre menor que cero (ya que la parte compresiva de la tensión aplicada es ignorada por la mayoría de los modelos usados en propagación de fisuras por fatiga), así que la dependencia de la velocidad de propagación de fisura da/dN con el factor *R* es muy pronunciada y el factor de intensidad de tensiones (FIT) máximo K_{max} es la fuerza conductora de la fisuración [18,19]:

$$\frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}N} = C\left(K_{\mathrm{max}}\right)^{\mathrm{m}} \tag{5}$$

El FIT máximo K_{max} viene dado por:

$$K_{\rm max} = Y \sigma_{\rm max} \sqrt{\pi a} \tag{6}$$

donde Y es el FIT adimensional. La tensión máxima σ_{max} se obtiene aplicando el principio de superposición:

$$\sigma_{\max} = \sigma_{\text{app,max}} + \sigma_{\text{res}} \tag{7}$$

La tensión remota aplicada máxima sobre la barra $\sigma_{ap,max}$ para carga de tracción se calcula a través de la expresión:

$$\sigma_{\rm ap,max} = \frac{4F}{\pi D^2} \tag{8}$$

siendo *F* la fuerza axial máxima y *D* el diámetro. La tensión $\sigma_{ap,max}$ para carga de flexión viene dada por:

$$\sigma_{\rm ap,max} = \frac{32M}{\pi D^3} \tag{9}$$

donde M es el momento aplicado máximo.

El FIT adimensional Y utilizado en este artículo es el propuesto por Shin y Cai [20] en función de tres relaciones geométricas características: la profundidad relativa de fisura a/D, la relación de aspecto a/b y la posición relativa sobre el frente de fisura x/h (Figura 2).

El frente de fisura (caracterizado como una elipse) se discretizó en un conjunto de puntos obtenidos al dividir el arco de elipse en *z* partes de igual longitud aplicando la regla de Simpson. El avance de cada punto (*i*) se realizó de forma perpendicular al frente de fisura, de modo que el punto asociado con el máximo valor del producto $Y\sigma_{max}$, $(Y\sigma_{max})$ {max}, avanza un valor fijo Δa {max} y el resto de puntos (sobre el frente considerado) crece de acuerdo a la ley de Walker:

$$\Delta a(i) = \Delta a\{\max\} \left[\frac{Y(i)\sigma_{\max}(i)}{(Y\sigma_{\max})\{\max\}}\right]^{m}$$
(10)

Los nuevos puntos obtenidos se ajustan a una nueva elipse y todo el proceso se repite hasta alcanzar la profundidad de físura deseada.

En base a este modelo propuesto hay dos aspectos claves en la propagación de fisuras por fatiga: el FIT adimensional y la tensión máxima (debido a la inclusión de las tensiones residuales) en cada punto del frente de fisura. El primero está determinado por el tipo de carga (flexión o tracción), el segundo por el perfil de tensiones y ambos por la geometría del frente de fisura, de forma que cada uno de ellos influye en el otro, puesto que los dos son dependientes de la geometría de la fisura a la vez que determinan su variación.

3. RESULTADOS NUMÉRICOS Y DISCUSIÓN

Se realizó un estudio de convergencia para determinar el número de puntos z en los cuales discretizar el frente de físura y el incremento de físura máximo $\Delta a \{\max\}$ en el modelo numérico. Las fíguras 3 a 5 muestran la evolución del frente de físura durante la propagación por fatiga (relación de aspecto frente a profundidad relativa de físura, *a/b vs. a/D*) desde distintas geometrías iniciales (semi-circular, *a/b* inicial igual a 1; cuasi-recta, *a/b* inicial igual a 0.1).

La figura 3 corresponde al caso en el cual las tensiones residuales son nulas, siendo los resultados función del FIT adimensional en los diferentes puntos del frente de fisura para carga de tracción o de flexión [20] e independientes de la tensión aplicada, ya que en ausencia de cualquier tensión residual ($\sigma_{res} = 0$) sólo la tensión máxima aplicada $\sigma_{ap,max}$ (común para todos los puntos del frente de fisura) controla el avance de fisura.



Figura 3. Evolución de la relación de aspecto durante la propagación por fatiga: (a) TR0 y tracción; (b) TR0 y flexión.

Las curvas a/b vs. a/D (figura 3), correspondientes a la propagación de las fisuras desde diferentes geometrías iniciales, convergen hacia un camino de propagación preferente, el cual se corresponde con el de una fisura inicial de aspecto cuasi-circular $(a/b \sim 1)$ y con una profundidad relativa de fisura muy pequeña.

El camino de propagación preferente presenta relaciones de aspecto a/b mayores bajo carga de tracción que de flexión (en ambos casos para la misma profundidad relativa de fisura a/D dada). Este mismo hecho también sucede cuando: (i) el alambre está sometido a carga cíclica de tracción con extremos constreñidos, si se compara con el caso de extremos libres (que es el analizado en este artículo) [21]; (ii) el exponente de Paris disminuye [21,22].

La figura 4 (curvas a/b vs. a/D) presenta la evolución geométrica de fisuras situadas en alambres sometidos a carga cíclica de tracción o de flexión, cuando existen tensiones residuales de tracción en la superficie del alambre y de compresión en el área central, mostrando las figuras 4c y 4d el resultado para un nivel de tensiones doble que las figuras 4a y 4b. En ellas se observa como las fisuras (con diferentes geometrías iniciales) crecen rápidamente hacia un frente de fisura cuasi-recto $a/b \sim 0$, instante en el cual la modelización se detiene a causa de la desaparición de la geometría elíptica del frente de fisura. La aproximación de las diferentes curvas al frente recto tiene lugar para avances de fisura relativos menores cuando la intensidad de la distribución de tensiones aumenta (figura 1), es decir, es más rápida para TR2 que para TR1. Además, estos perfiles de tensiones parecen tener una mayor influencia en la propagación de fisuras por fatiga para carga de tracción que para carga de flexión; así, por ejemplo, en la figura 4b se observa como tres fisuras inicialmente muy profundas durante su crecimiento no llegan a alcanzar la geometría recta, mientras que en la figura 4a esto sólo sucede para una única fisura.

La figura 5 (curvas a/b vs. a/D) presenta la evolución geométrica de fisuras situadas en alambres sometidos a carga cíclica de tracción o de flexión cuando existen tensiones residuales de compresión en la superfície del alambre y de tracción en el área central, mostrando las figuras 5c y 5d el resultado para un nivel de tensiones doble que las figuras 5a y 5b. En ellas se observa como las fisuras (con diferentes geometrías iniciales) durante su avance tienden hacia un camino de propagación preferente (igual que sucede en ausencia de tensiones residuales). Este camino exhibe relaciones de aspecto a/b más altas (para cada a/D dado) cuando hay tensiones residuales (TR4 y TR5) que cuando no existen (TR0), si la intensidad de la distribución de tensiones aumenta (más elevadas para TR5 que para TR4) y en tracción que en flexión.

Las tensiones residuales compresivas inducen retardo en el crecimiento de las fisuras por fatiga, mientras que las de tracción lo aceleran. Cuando las tensiones residuales de compresión están próximas a la superficie y las de tracción en el área central la consecuencia evidente es el avance de las fisuras hacia relaciones de aspecto más elevadas. En cambio, cuando la situación es la opuesta (tracciones próximas a la superficie y compresiones en el área central) la relación de aspecto diminuye, muy rápidamente, durante la propagación.


Figura 4. Evolución de la relación de aspecto durante la propagación por fatiga: (a) TR1 y tracción; (b) TR1 y flexión; (c) TR2 y tracción; (d) TR2 y flexión.



Figura 5. Evolución de la relación de aspecto durante la propagación por fatiga: (a) TR3 y tracción; (b) TR3 y flexión; (c) TR4 y tracción; (d) TR4 y flexión.

4. CONCLUSIONES

(i) En ausencia de tensiones residuales la fisura crece hacia un *camino de propagación preferente*. En la representación a/b-a/D este camino es más elevado (mayor a/b para cada a/D dado) en tracción que en flexión.

(ii) Un perfil de tensiones residuales de tracción en las proximidades de la superficie del alambre y de compresión en el área central hace que la fisura se propague hacia un *frente cuasi-recto*.

(iii) Un perfil de tensiones residuales de compresión en las proximidades de la superficie del alambre y de tracción en el área central hace que la fisura avance hacia un *camino de propagación preferente*. En la representación a/b-a/D este camino es más elevado (mayor a/b para cada a/D dado) en tracción que en flexión, y más elevado que en ausencia de tensiones residuales.

(iv) El nivel relativo de las tensiones residuales intensifica el fenómeno de acercamiento al frente de fisura cuasi-recto y eleva la relación de aspecto del camino de propagación preferente.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer el apoyo económico de las siguientes instituciones: MICYT (MAT2002-01831), MEC (BIA2005-08965), MICINN (BIA2008-06810 y BIA2011-27870), JCyL (SA111A07 y SA039A08) y *Fundación Memoria de D. Samuel Solórzano Barruso*.

REFERENCIAS

- [1] J. Toribio, A. Valiente, Approximate evaluation of directional toughness in heavily drawn pearlitic steels, *Mater. Lett.* **58**, 3514-3517, 2004.
- [2] M. Elices, Influence of residual stresses in the performance of cold-drawn pearlitic wires, J. Mater. Sci. 39, 3889-3899, 2004.
- [3] S. He, A. Van Bael, S.Y. Li, P. Van Houtte, F. Mei, A. Sarban, Residual stress determination in cold drawn steel wire by FEM simulation and X-ray diffraction, *Mater. Sci. Eng. A* 346, 101-107, 2003.
- [4] J.M. Atienza, M.L. Martínez-Pérez, J. Ruiz-Hervias, F. Mompean, M. García-Hernández, M. Elices, Residual stresses in cold drawn ferritic rods, *Scripta Mater.* 52, 305-309, 2005.
- [5] J. Toribio, M. Lorenzo, D. Vergara, On the use of varying die angle for improving the resistance to hydrogen embrittlement of cold drawn prestressing steel wires, *Eng. Fail. Anal.* **47**, 273-282, 2015.
- [6] M.L. Martínez-Pérez, F.J. Mompean, J. Ruiz-Hervias, C.R. Borlado, J.M. Atienza, M. García-Hernández, M. Elices, J. Gil-Sevillano, R.L. Peng, T. Buslaps, Residual stress profiling in the ferrite and cementite phases of cold-drawn steel rods by synchrotron X-ray and neutron diffraction, *Acta Mater.* 52, 5303-5313, 2004.

- [7] J. Ruiz-Hervias, J.M. Atienza, M. Elices, E.C. Oliver, Optimisation of post-drawing treatments by means of neutron diffraction, *Mater. Sci. Eng.* A 480, 439-448, 2008.
- [8] J.M. Campos, M. Elices, Tensiones residuales internas en alambres trefilados, *Anal. Mecán. Fract.* 4, 143-157, 1987.
- [9] J.M. Atienza, M. Elices, Influence of residual stresses in the tensile test of cold drawn wires, *Mater. Struct.* 36, 548-552, 2003.
- [10] A. Zeren, M. Zeren, Stress relaxation properties of prestressed steel wires, J. Mater. Proces. Tech. 141, 86-92, 2003.
- [11] J. Toribio, B. González, J.C. Matos, Fatigue and fracture paths in cold drawn pearlitic steel, *Eng. Fract. Mech.* 77, 2024-2032, 2010.
- [12] M. Toyosada, T. Niwa, J. Sakai, Physical meaning of $\Delta K_{\rm RP}$ and fatigue crack propagation in the residual stress distribution field, *Int. J. Fatigue* **19**, 161-166, 1997.
- [13] J. Toribio, V. Kharin, Effect of residual stress-strain profiles on hydrogen-induced fracture of prestressing steel wires, *Mater. Sci.* 42, 263-271, 2006.
- [14] J. Toribio, M. Elices, Influence of residual stresses on hydrogen embrittlement susceptibility of prestressing steels, *Int. J. Solids Struct.* 28, 791-803, 1991.
- [15] J. Toribio, J.C. Matos, B. González, Micro- and macro-approach to the fatigue crack growth in progressively drawn pearlitic steels at different *R*ratios, *Int. J. Fatigue* **31**, 2014-2021, 2009.
- [16] P.C. Paris, F. Erdogan, A critical analysis of crack propagation laws, J. Basic Eng. 85D, 528-534, 1963.
- [17] K. Walker, The effect of stress ratio during crack propagation and fatigue for 2024-T3 and 7075-T6 aluminum, in: *Effects of Environment and Complex Load History on Fatigue Life (ASTM STP 462)*, pp. 1-14, Philadelphia, 1970.
- [18] J. Zheng, B.E. Powell, Effect of stress ratio and test methods on fatigue crack growth rate for nickel based superalloy Udimet720, *Int. J. Fatigue* 21, 507-513, 1999.
- [19] T. Mann, The influence of mean stress on fatigue crack propagation in aluminium alloys, *Int. J. Fatigue* **29**, 1393-1401, 2007.
- [20] C.S. Shin, C.Q. Cai, Experimental and finite element analyses on stress intensity factors of elliptical surface crack in a circular shaft under tension and bending, *Int. J. Fract.* **129**, 239-264, 2004.
- [21] J. Toribio, J.C. Matos, B. González, J. Escuadra, Numerical modelling of crack shape evolution for surface flaws in round bars under tensile loading, *Eng. Fail. Anal.* 16, 618-630, 2009.
- [22] J. Toribio, J.C. Matos, B. González, J. Escuadra, Numerical modelling of cracking path in round bars subjected to cyclic tension and bending, *Int. J. Fatigue* 58, 20-27, 2014.

DYNAMIC FRACTURE IN HSC UNDER IMPACT LOAD: A NUMERICAL STUDY VIA MESHFREE APPROXIMATION SCHEMES

Pedro Navas^{1*}, Bo Li², and Rena C. Yu³

¹E.T.S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, UCLM Avenida Camilo José Cela s/n, 13071 Ciudad Real E-mail: ¹pedro.navas@uclm.es, ³rena@uclm.es ²Case Western Reserve University 10900 Euclid Ave, Cleveland, OH USA E-mail:bo.li14@case.edu

RESUMEN

Este trabajo se centra en la modelización con métodos sin malla de la fractura dinámica en hormigón.El esquema OTM (optimal transportation meshfree) es elegido por sus numerosas ventajas tales como el transporte exacto de la masa, la satisfación de la ecuación de continuidad y la conservación exacta de del momento linel y angular, por lo que problemas numéricos como modos ficticios e inestabilidades por tracción se resuelven de modo natural. Tratamos de aplicar este esquema para simular la propagación de la fractura dinámica en hormigÛn cargado, en una configuración de flexión en tres puntos, a través de una máquina de impacto por caída. Tanto la viga de hormigón como el peso que cae se modelan explicitamente. Se comprueba que reacciones y fuerzas de impacto concuerdan con las experimentales.

ABSTRACT

The present work is concerned with the meshfree modelling of dynamic fracture in concrete. The OTM (optimal transportation meshfree) approximation scheme is chosen for its numerous advantages such as the exact mass transport, the satisfaction of the continuity equation, exact linear and angular momentum conservation, consequently numerical problems such as spurious modes, tensile instabilities are resolved naturally. We endeavour to apply this scheme to simulate the dynamic fracture propagation in concrete loaded in a three-point bend configuration through a drop-weight impact device. Both the concrete beam and the drop weight are explicitly modelled. Both the reaction and impact forces compare well with the experimental ones.

PALABRAS CLAVE: Meshfree modelling, OTM, Eigenerosion, High-strength concrete, Dynamic fracture

1. INTRODUCTION

The rate effect on fracture propagation in concrete with or without reinforcements has been the centre of interest for the last three decades, from both experimental and numerical standpoints. Within the framework of finite element methods, typical techniques to capture crack propagation vary from employing cohesive approaches [1, 2] by adaptively inserting cohesive elements [3, 4, 5] at solid element boundaries to adopting crack band theory [6] or handling arbitrary crack paths by level set representation of the fracture surface [7, 8]. Within the scenario of meshfree methods, the visibility criterion [9] or particle erosion [10, 11, 12, 13] have been opted for to reproduce fracture propagation. In the current work, we attempt to model the dynamic fracture propagation in high-strength concrete (HSC) employing the OTM (optimal transportation meshfree) approximation scheme [14, 12, 13]. Such a scheme is chosen for its numerous advantages such as the exact mass transport, the satisfaction of the continuity equation, exact linear and angular momentum conservation. Since the deformation and velocity fields are interpolated from nodal values using max-ent shape functions, the Kronecker-delta property at the boundary makes it possible for the direct imposition of essential boundary

conditions. Fracture is modelled through material-point erosion, i.e. each material point can be either intact or be completely failed or eroded and has no load bearing capacity. The crack set is approximated by means of eigendeformations, which enable the material to develop displacement jumps at no cost of local elastic energy. The feasibility of such methodology has been demonstrated for brittle materials [11, 12] and dynamic fragmentation of metals [13].

In 1980s, using high speed photography, Mindess and Bentur [15] carried out studies of the fracture, under impact loading, of plain concrete, fibre reinforced concrete, and concrete with conventional reinforcement. They concluded that the cracking process under impact loading is not substantially different from that which occurs under static loading, even though the absorption of energy is quantitatively different due to the inertia effect. In a sequel, Mindess, Banthia and Yan [16] showed that both the fracture toughness and the fracture energy were dramatically increased under impact loading. Banthia et al. [17] also presented a drop-weight impact-testing machine for generating impact flexural loading; by replacing the distributed inertia load with a generalized point inertial load and subtracting it from the tup load, they obtained the true bending load, when plotted with respect to the load-point deflection, the area below was considered as the dynamic fracture energy. This same procedure, which we term the *Hypothesis of Banthia et al.*, has been widely employed by Banthia, Mindess and co-workers [18, 19, 20], and recently by Ruiz and coworkers [21, 22, 24, 23]. However, except the analytic demonstration by Banthia et al. [17] with significant simplification, the validity of such a procedure has not been rigorously proved. By explicitly representing both the projectile and the target, we aim to probe the validity of the assumptions assumed by Banthia et al.

In section 2 the problem will be described. In the same manner, in Section 3 we can find the equations that govern the physics of the problem. Section 4 will provide the discussion of the computational results and section 5 will present the conclusion of this research.



2. EXPERIMENTAL OBSERVATIONS

Figura 1: The drop-weight machine designed at the Laboratory of Materials and Structures, University of Castilla-La Mancha.

In order to study the loading-rate effect in concrete, a drop-weight impact instrument [24], see Fig. 1, was designed and constructed in the Laboratory of Materials and Structures at the University of Castilla-La Mancha. Three-point bending tests on notched beams were conducted under impact loading. It has the capacity to drop a 316 kg mass from heights of up to 2.6 m, and can accommodate flexural specimens with spans of up to approximately 1.6 m. In this study, an impact hammer of 120.6 kg was employed to drop from the height of 360 mm with the

corresponding impact speed of 2640 mm/s. Three specimens were tested for this impact speed. The impact force is measured by a piezoelectric force sensor. In addition, the reaction force is determined by two force sensors located between the support and the specimen. A strain amplifier and two oscilloscopes were used to acquire the data from the strain gauges, located as it can be seen in Fig. 2.

The beam dimensions were 100 mm \times 100 mm (B \times D) in cross section, and 420 mm in total length, L. The initial notch-depth ratio was approximately 0.5, and the span, S, was fixed at 300 mm during the tests, see Fig. 2. Each specimen was removed from the moist room one day before the test and restored to the chamber after bonding the strain gauges. The specimen surface was polished and all four strain gauges were bonded to that surface, with a distance of 10 mm between each neighbouring gauge. Since a running crack in concrete is often deflected by aggregates along its path, the four strain gauges were bonded 10 mm apart from the centerline of the beam, see Fig. 2. Those strain gauges provided not only the strain history at the bonded positions, but also the time at which the crack tip reaches each strain gauge. For more information see [22].



Figura 2: Geometry and dimension of the concrete beam (in mm) and location of the strain gauges.

The material was characterised with independent tests and the measured material properties, such as the compressive strength, $f_c = 102,7$ MPa, the tensile strength, $f_t = 5,4$ MPa, the specific fracture energy, $G_F = 141$ N/m and the elastic modulus, E = 31 GPa.

3. THE NUMERICAL METHODOLOGY

For completeness, we summarise the basics of the OTM scheme and the eigen-erosion algorithm to treat fracture within the meshfree framework.

3.1. The OTM scheme

In this work the Optimal Transportation Meshfree (OTM) method [14] is employed in order to discretise the problem. It is a meshfree updated Lagrangian numerical scheme that combines concepts from Optimal Transportation theory with a material-point method based on the

local max-ent meshfree approximation [25]. The method has been used in applications involving dynamic deformation and failure of materials with demonstrated excellent results. The numerous advantages mentioned before ensure its robustness and stability in numerical calculations.

The local max-ent approximation scheme defined by Arroyo and Ortiz [25] is employed for fields requiring differentiation, such as deformation and velocity fields. The employed local max-ent function (LME), as a Pareto set, is optimal for $\beta \in (0, \infty)$. It is obtained as:

$$N_a(\mathbf{x}) = \frac{\exp\left[-\beta |\mathbf{x} - \mathbf{x}_a|^2 + \boldsymbol{\lambda}^* \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}_a)\right]}{Z(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}^*(\mathbf{x}))}, \quad (1)$$

where

$$Z(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}) = \sum_{a=1}^{n} \exp\left[-\beta \left|\mathbf{x} - \mathbf{x}_{a}\right|^{2} + \boldsymbol{\lambda} \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}_{a})\right], \quad (2)$$

being $\lambda^*(\mathbf{x})$ the unique minimizer for $\log Z(\mathbf{x}, \lambda)$. The parameter β is related with the discretization size (or nodal spacing), h, and the constant, γ , which controls the locality of the shape functions, as follows

$$\beta = \frac{\gamma}{h^2} \tag{3}$$

For a uniform nodal spacing, β is also a constant, thus the first derivatives can be obtained by employing the following expression:

$$\nabla N_a^* = -N_a^* \left(\mathbf{J}^* \right)^{-1} (\mathbf{x} - \mathbf{x}_a), \qquad (4)$$

where \mathbf{J} is the Hessian matrix, defined by:

$$J(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\beta}) = \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \boldsymbol{\lambda}}$$
(5)
$$\mathbf{r}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\beta}) \equiv \partial_{\boldsymbol{\lambda}} \log Z(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda})$$

$$= \sum_{a}^{n} N_{a}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}, \beta) (\mathbf{x} - \mathbf{x}_{a})$$
(6)

Note that the objective of the above procedure is to find the λ which minimizes $\log Z(\mathbf{x}, \lambda)$. This unconstrained minimization problem with a strictly convex objective function can be solved efficiently and robustly by a combination of the Newton-Raphson method and Nelder-Mead Simplex algorithm [26, 25].

Two sets of points, namely, nodal points and material points are defined. In calculations, the max-ent shape functions are reconstructed continuously from the nodal set, which changes in every step by adapting to the displacements of the nodes. This overcomes the essential difficulties that arise in fixed grid-based numerical schemes like Lagrangian and Eulerian finite element methods. Material points result from the spatial approximation of the mass densities $\rho_{h,k}(x)$ by M mass points

$$\rho_{h,k}(x) = \sum_{p=1}^{M} m_p \delta(x - x_{p,k})$$
(7)

where $x_{p,k}$ represents the position at time t_k of material point p, m_p is the mass of the material point and $\delta(x - x_{p,k})$ is the Dirac-delta distribution centred at $x_{p,k}$. Material points designate fix material points of the body, are convected by the deformation, carry a fixed volume and mass, serve the purpose of integration points for the calculation of the effective nodal forces and masses, and store all local state data. The spatial discretization is completed by approximating the deformation mapping as

$$\varphi_{h,k\to k+1}(x) = \sum_{a=1}^{N} x_{a,k+1} N_{a,k}(x)$$
 (8)

where $x_{a,k+1}$ is the position at time t_{k+1} of node a, and $N_{a,k}(x)$ are max-ent shape functions defined over the configuration at time t_k . The interpolation at a material point $x_{p,k}$ depends only on the nodes contained in a small local neighborhood $N_{p,k}$ of the material point. This reconstruction of the local neighborhoods leads to a new reconnection of the material points and the nodal set.

3.2. Eigenerosion algorithm

Within the context of OTM formulation, fracture can be modelled simply by failing material points according to an energy-release criterion. When the material points are failed, they are neglected from the computation of stresses in the model, which approximates the presence of cracks, this is the so-called eigen-erosion algorithm developed by Pandolfi et al. [11]. Next we compute the energy-release rate attendant to the failure of material point p as is it seen in [10, 11, 12].

$$G_{p,k+1} = \frac{C\epsilon}{m_{p,k+1}} \sum_{\substack{x_{q,k+1} \in B_{\epsilon}(x_{p,k+1}) \\ x_{q,k+1} \in B_{\epsilon}(x_{p,k+1})}} m_q W_k(F_{q,k+1})$$

$$m_{p,k+1} = \sum_{\substack{x_{q,k+1} \in B_{\epsilon}(x_{p,k+1}) \\ x_{q,k+1} \in B_{\epsilon}(x_{p,k+1})}} m_q$$
(9)

where $B_{\epsilon}(x_{p,k+1})$ is the sphere of radius ϵ centred at $x_{p,k+1}$ known as the ϵ -neighbourhood of the material point, $m_{p,k+1}$ is the mass of the neighbourhood, $W_k(F_{q,k+1})$ is the incremental free-energy density per unit mass and C is a normalising constant. A scheme of the configuration of the ϵ -neighbourhood is plotted in Fig.3.

The material point is failed when $G_{p,k+1} \geq G_c$, where G_c is a critical energy release rate that measures the material-specific energy, G_F , required to create a fracture surface of unit area. In calculations, the failed materialpoint set is updated at every time step according to this criterion. For linear elasticity, Schmidt et al. [10] have shown that this approximation converges to Griffith fracture in the limit of an infinitely fine discretisation. In order to minimise the computational effort, employing an averaging over an intermediate ϵ -neighbourhood to compute the energy-release rate attendant to material-point failure, Eq. (9), is essential to convergence. Indeed, erosion schemes that estimate the energy-release rate based on the energy of a single material point suffer from meshdependency and may overestimate the toughness of the material.



Figura 3: Scheme of a crack (black dots) as set of failed material points, and of the ϵ -neighborhood (grey dots) of the material point located at the crack tip (hollow dot).

It needs to be pointed out that when a material point satisfies the erosion condition, its contribution to the internal force vector and to the material stiffness matrix is set to zero, but its contribution to the mass matrix is maintained. The mass of a material point is discarded only when an eroded material point is not connected to any nodes.

4. NUMERICAL RESULTS AND DISCUSSION

In this Section, we apply the aforementioned methodology to simulate the dynamic fracture propagation in a three-point bend beam impacted by a drop-weight device. Both the projectile (the hammer) and the target (the concrete beam) are explicitly represented. Several levels of discretisation are employed to assess the objectiveness of the obtained results. The results obtained in this Section are from a discretisation of 16467 nodes, 81129 material points, and a nodal spacing of 2 mm near the middle section is maintained.

First we validate the reaction and impact forces as well as the load-line displacement against their experimental counterparts. Next the crack front evolution and strain history at the locations where the four strain gauges were bonded are extracted. Finally, the Hypothesis of Banthia et al. is assessed through energy evolution.

4.1. Validation against experimental results

Since the impact forces applied by the hammer and the reaction forces at the two supports were experimentally measured, they are compared with the numerical ones in Fig. 4. Note that the general trend of both forces are correctly captured. Additionally plotted in the figure is the recorded impact-line displacement contrasted with the numerical one.



Figura 4: Comparison between experimental and computational (top) impact forces and reaction forces; (bottom) impact-line displacement.

4.2. Dynamic crack propagation

Due to the explicit nature of our simulation, the crack front are well indicated by the newly eroded material points. The highest most recently eroded material points is extracted and plotted against time in Fig. 5. Note that the crack initiated at about 0.07 ms after the impact. At the beginning of the crack growth, the crack propagation velocity is about 400 m/s, then it gradually drops to around 100 m/s, until the beam is completely broken. These values and the decreasing trend agree very well with the experimentally measured ones given by Zhang et al. [22]. The strain histories at the same locations where the four strain gauges were bonded are also extracted and plotted in Fig. 5. It is observed that the strain peaks are reached slightly later than the crack front. This is due to, on the one hand, the 10-mm distance between the strain gauges and the main crack surface; on the other hand, the detected crack tip might be inside, whereas the strain gauges only give the information at the surface.



Figura 5: Numerically obtained strain evolution at the same locations where the four strain gauges are bonded and the crack-front position with respect to time.

4.3. Energy evolution: the hypothesis of Banthia

In order to characterise the fracture properties of a brittle material, the thee-point-bend configuration is often used to measure the specific fracture energy, G_F . Since the beam is in equilibrium, the measured reaction force is employed as the loading force to obtain the area below the load-deflection curve. When the load is dynamic, however, the contribution of inertia forces makes it difficult in the lab to determine the bending force which actually fractures the beam. Banthia et al. [17] proposed the scheme given in Fig. 6 to offset the influence of inertia, where in an equivalent pseudo-static state, a generalised bending load, P_b , is considered as the reaction forces at the two supports. Consequently, the shaded area is considered as the fracture energy expenditure under dynamic loading conditions. The numerical and experimental comparison of this energy is plotted in Fig. 7.



Figura 6: Scheme of calculation of the fracture energy and behaviour of the loads according to Banthia et al. [17].

Note that the numerical curve follows the general trend of the experimental one, though the difference between these two needs further investigation. In particular, the evolution of kinetic energy, elastic energy dissipation in eroded material points will bring more insights into the understanding of the hypothesis of Banthia et al.



Figura 7: Comparison of the numerical and experimental energy evolution.

5. CONCLUSIONS AND FUTURE WORK

We have applied the Optimal Transportation Meshfree scheme and the eigen-erosion algorithm to simulate the dynamic fracture propagation in a high-strength concrete beam loaded in a three-point-bend configuration. Both the impact hammer and the beam target are explicitly discretised. The obtained impact and reaction forces as well as load-line displacements are validated against the corresponding experimental ones. The crack propagation velocity is calculated from crack-front position history, the order of magnitude compares well with that of measured through strain gauges. Further investigation is necessary in order to probe the soundness of the hypothesis of Banthia et al. The influence of strain rate on the energy release rate is also work in progress.

Acknowledgements

The authors are grateful for the discussions with Dr. Zhang, Prof. Ruiz and Dr. Cifuentes. Financial support from the *Consejería de Educación, Cultura y Deportes de la Junta de Comunidades de Castilla-La Mancha, Fondo Europeo de Desarrollo Regional*, under Grant No. PEII-2014-016-P, Spain, is greatly appreciated.

REFERENCIAS

- [1] Barenblatt, G.L. 1962. The mathematical theory of equilibrium cracks in brittle fracture. *Advances in Applied Mechanics*. **7**:55–129.
- [2] Hillerborg, A., Modéer, M. and Petersson, P.E. 1976. Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements. *Cement and Concrete Research*. 6:773– 782.
- [3] Ortiz, M. and Pandolfi, A. 1999. Finitedeformation irreversible cohesive elements for three-dimensional crack-propagation analysis. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 44:1267–1282
- [4] Pandolfi, A. and Ortiz, M. 2002. An Efficient Adaptive Procedure for Three-Dimensional Fragmentation Simulations. *Engineering with Computers*. 18(2):148–159.
- [5] Ruiz, G., Pandolfi, A. and M. Ortiz. 2001. Threedimensional cohesive modeling of dynamic mixedmode fracture. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. 52:97–120.
- [6] Bažant, Z.P. and Oh, B.H. 1983. Crack band theory for fracture in concrete. *Materials and Structures*. 16:155–177.
- [7] Belytschko, T., Chen, H., Xu, J. and Zi, G. 2003. Dynamic crack propagation based on loss of hyperbolicity and a new discontinuous enrichment. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. 58:1873–1905.
- [8] Gravouil, A., Moës, N. and Belytschko, T. 2002. Non-planar 3D crack growth by the extended finite element and level sets-Part II: level set update. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. 53:2569–2586.
- [9] Rabczuk, T. and Belytschko, T. 2004. Cracking particles: a simplified meshfree method for arbitrary evolving cracks. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. **61**:2316–2343.
- [10] Schmidt, B., Fraternali, F. and Ortiz, M. 2009. Eigenfracture: an eigendeformation approach to variational fracture. *SIAM J. Multiscale Model. Simul.* 7:1237–1266.
- [11] Pandolfi, A. and Ortiz, M. 2012. An eigenerosion approach to brittle fracture. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* **92**:694–714.
- [12] Pandolfi, A., Li, B. and Ortiz, M. 2013. Modeling fracture by material-point erosion. *International Journal of fracture* **184**:3–16.
- [13] Li, B., Pandolfi, A. and Ortiz, M. 2015. Materialpoint erosion simulation of dynamic fragmentation of metals. *Mechanics of Materials* 80:288–297.

- [14] Li, B., Habbal, F. and Ortiz, M. 2010. Optimal transportation meshfree approximation schemes for fluid and plastic flows. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* **83**:1541–1579.
- [15] S. Mindess and A. Bentur 1985. A preliminary study of the fracture of concrete beams under impact loading, using high-speed photography. *Cement and Concrete Research*, **15**(3):474–484.
- [16] S. Mindess, N. Banthia, and C. Yan 1986 The fracture-toughness of concrete under impact loading. *Cement and Concrete Research*, 17(2):231– 241.
- [17] Banthia, N., Mindess, S., Bentur, A. and Pigeon, M. 1989. Impact testing of concrete using a dropweight impact machine. *Experimental Mechanics*, 29(1):63–69.
- [18] Banthia, N., Mindess, S. and Trottier, J. 1996. Impact resistance of steel fiber reinforced concrete. *ACI Materials Journal*, **93**(5):472–479.
- [19] Wang, N., Mindess, S. and Ko, K. 1996. Fibre reinforced concrete beams under impact loading. *Cement and Concrete Research*, 26(3):363–376.
- [20] Banthia, N., Yan, C. and Sakai, K. 1998. Impact resistance of concrete plates reinforced with a fiber reinforced plastic grid. *ACI Materials Journal*, 95(1):11–18.
- [21] Zhang, X.X., Ruiz, G., Yu, R.C. and Tarifa, M. 2009. Fracture behaviour of high-strength concrete at a wide range of loading rates. *International Journal of Impact Engineering*, 36:1204–1209.
- [22] Zhang, X.X., Yu, R.C., Ruiz, G., Tarifa, M. and Camara, M.A. 2010. Effect of loading rate on crack velocities in HSC. *International Journal of Impact Engineering*, **37**:359–370.
- [23] Ruiz, G., Zhang, X.X., Yu, R.C., Porras, R., Poveda, E. and del Viso, J.R. 2011. Effect of loading rate on fracture energy of high-strength concrete. *Strain*, 47(6):518–524.
- [24] Zhang, X.X., Ruiz, G. and Yu, R.C. 2010. A new drop-weight impact machine for studying fracture processes in structural concrete. *Strain*, 46(3):252– 257.
- [25] Arroyo, M. and Ortiz, M. 2006. Local maximumentropy approximation schemes: a seamless bridge between finite elements and meshfree methods. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 13:2167–2202,
- [26] Navas, P., López-Querol, S., Yu, R.C. and Li, B. 2015. B-bar based algorithm applied to meshfree numerical schemes to solve unconfined seepage problems through porous media. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*. DOI:10.1002/nag.2472

EXTENSIÓN DEL MODELO DE GURSON PARA MATERIALES CON SENSIBILIDAD A LA VELOCIDAD DE DEFORMACIÓN

J. Reboul^{1*}, G. Vadillo¹

¹Departamento de Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras (Universidad Carlos III de Madrid) Avda. Universidad, 30, 28911 Leganés, Madrid ^{*}E-mail: jreboul@ing.uc3m.es

RESUMEN

La fractura dúctil en un material, desde el punto de vista microscópico, es consecuencia de la nucleación, crecimiento y coalescencia de microvacíos. Una manera de predecir el comportamiento de un material durante el proceso de fractura dúctil consiste en la utilización de modelos matemáticos que tengan en cuenta la porosidad, mediante leyes constitutivas aplicadas a un medio homogéneo. El modelo analítico más utilizado es el propuesto por Gurson en 1977, donde formula un modelo de plastificación para materiales dúctiles con comportamiento rígido perfectamente plástico. Sin embargo, para materiales que no presentan un límite elástico constante, la superficie de plastificación propuesta por Gurson deja de ser exacta. En este trabajo se presenta una extensión analítica del modelo de Gurson añadiendo como novedad la introducción, en la superficie de plastificación, de la dependencia del material con la velocidad de deformación.

PALABRAS CLAVE: Fractura dúctil, Modelo de Gurson, Velocidad de deformación

ABSTRACT

Microscopically, the ductile fracture of a material is a consequence of the nucleation, growth and coalescence of microvoids. One way to predict the behaviour of a material during the fracture process consists on using mathematical models which take into account the effect of porosity through constitutive laws applied in a homogenous medium. The most employed analytical model is the one proposed by Gurson in 1977, where it was presented a yield function for perfectly plastic ductile materials. However, if the yield stress is not constant, the Gurson's yield function prediction became inaccurate. In the present work, an analytical extension of Gurson's model is proposed explicitly by introducing the strain-rate dependence of the material into the yield locus.

KEYWORDS: Ductile fracture, Gurson model, Strain-rate dependence

INTRODUCCIÓN

La nucleación, crecimiento y coalescencia de microvacíos que provoca la formación de fisuras es el mecanismo de fallo dúctil dominante en materiales metálicos. Los trabajos previos de McClintock [2] y Rice y Tracey [3] basados en el crecimiento de huecos cilíndricos o esféricos en matrices dúctiles, sentaron las bases de numerosos estudios de la micromecánica de sólidos porosos con comportamiento plástico. Las características más distintivas de estos modelos son que en ellos la porosidad se tiene en cuenta de manera explícita y que precisan de leyes constitutivas que caracterizan el comportamiento de este tipo de materiales. El modelo más conocido es el propuesto por Gurson [1], modelo formulado para materiales con comportamiento rígido perfectamente plástico para huecos esféricos o cilíndricos.

En las últimas décadas se han propuesto varias extensiones al modelo de Gurson con el fin de obtener una mejor representación del comportamiento de metales dúctiles: nucleación y coalescencia de microvacíos [4-5], materiales con endurecimiento por deformación [6], la anisotropía plástica de la matriz del material [7], la influencia del tercer invariante del tensor de tensiones en la plastificación de materiales porosos [8], el efecto de la forma del hueco, etc. Se puede obtener una extensa revisión de los modelos de Gurson en [9].

Los resultados teóricos obtenidos mediante los modelos mencionados pueden ser validados mediante el análisis de celdas unitarias. Esta metodología numérica, que fue introducida por [10], permite de una manera sencilla realizar estudios de los efectos de distintos parámetros micromecánicos en el proceso de fractura dúctil como partículas de segundas fases y generación de huecos, forma del hueco y de la celda, anisotropía del material, efecto de estados complejos de carga, etc.

Para conseguir reproducir el comportamiento de materiales con sensibilidad a la velocidad de deformación, la metodología más utilizada consiste en reemplazar directamente en el criterio de plastificación de Gurson [1], la constante $\bar{\sigma}_0$ por $\bar{\sigma}_0(\dot{\epsilon})$. La relación $\bar{\sigma}_0(\dot{\epsilon})$ proporciona una dependencia de la tensión equivalente en la matriz como una función de la velocidad de deformación plástica equivalente $\dot{\epsilon}$. Sin embargo, este procedimiento es heuristico. Uno de los objetivos que nos planteamos en este trabajo es evaluar dicha formulación y acotar su validez en un amplio rango de materiales, porosidades y triaxialidades.

Pese a la necesidad práctica de modelos precisos que tengan en cuenta materiales porosos con dependencia de la velocidad de deformación, éstos han tenido muy poca atención en la literatura. Desde el punto de vista de los autores existe una necesidad clara de formular modelos analíticos basados en principios micromecánicos que incorporen dicho efecto. Desafortunadamente, no es posible conseguir de manera exacta la expresión de la función de fluencia y, por lo tanto, se han explorado técnicas de aproximación para obtener leyes cerradas que reproduzcan de manera correcta el comportamiento dúctil de materiales porosos sensibles a velocidad de deformación.

CONCEPTOS BÁSICOS Y METODOLOGÍA

2.1. Formulación

Se considera un modelo de celda de material poroso lo suficientemente grande para ser una muestra representativa de un metal con una distribución periódica de microvacíos. Dicha celda se compone de un cilindro de pared gruesa (matriz) que contiene un hueco cilíndrico en su interior tal y como se muestra en la figura 1.



Figura 1. Modelo de celda cilíndrico con hueco.

La porosidad f de la celda se define como la fracción en volumen del tamaño del hueco en relación al tamaño total de la celda:

$$f = \frac{\Omega}{V} = \left(\frac{a}{b}\right)^2 \tag{1}$$

Se asume un estado de deformación plana y axisimetría cilíndrica. Por lo tanto, mediante coordenadas polares (r, θ, z) todas las magnitudes de campo son funciones exclusivamente de *r*.

En ausencia de fuerzas externas, la ecuación de equilibrio en coordenadas cilíndricas se expresa como:

$$\frac{d\sigma_{rr}}{dr} + \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}}{r} = 0 \tag{2}$$

Las velocidades de deformación en que cada dirección se definen de la siguiente manera:

$$\dot{\varepsilon}_r = \frac{d\dot{u}}{dr}; \ \dot{\varepsilon}_\theta = \frac{\dot{u}}{r}; \ \dot{\varepsilon}_z = \dot{E}_3$$
(3)

La regla de flujo asociada se refleja como:

$$\sigma_{ij}' = \frac{2}{3} \frac{\bar{\sigma}}{\bar{\varepsilon}} \dot{\varepsilon}_{ij}' \tag{4}$$

siendo σ'_r , σ'_{θ} , σ'_z las componentes locales de tensión desviadora. A su vez, $\bar{\sigma}$ y $\dot{\epsilon}$, son la tensión y la velocidad de deformación equivalentes de Von Mises:

$$\bar{\sigma} = \bar{\sigma}\left(\dot{\bar{\varepsilon}}\right); \ \dot{\bar{\varepsilon}} = \sqrt{\frac{2}{3}\left(\dot{\varepsilon}_r^2 + \dot{\varepsilon}_\theta^2 + \dot{\varepsilon}_z^2\right)} \tag{5}$$

También se imponen condiciones de contorno de manera que se asegure que las tensiones microscópicas en ejes globales en la superficie exterior del cilindro coincidan con las macroscópicas y que la tensión en dirección radial en la superficie libre del hueco sea nula.

Operando con las ecuaciones anteriores es posible relacionar las tensiones macroscópicas a las que está sometida la celda con las tensiones microscópicas, obteniendo dos integrales que definen el comportamiento plástico de la celda con hueco de la forma:

$$\Sigma_1 = \frac{4}{3} \int_a^b \frac{\bar{\sigma}}{\dot{E}_3 \left[1 + \alpha^2 \left(\frac{a}{r}\right)^4\right]^{\frac{1}{2}}} \frac{A}{r^3} dr \tag{6}$$

$$\Sigma_{eq} = \frac{2}{b^2} \int_a^b \frac{\bar{\sigma}}{\left[1 + \alpha^2 \left(\frac{a}{r}\right)^4\right]^{\frac{1}{2}}} r dr \tag{7}$$

La superficie de plastificación Φ que se tiene como objetivo puede ser obtenida integrando y combinando las ecuaciones (6) y (7).

2.1. Material independiente de la velocidad de deformación

Se estudia un caso particular en el que la ley constitutiva del material de la matriz no depende de la velocidad de deformación. Por lo tanto el límite elástico de la matriz tiene la siguiente forma:

$$\bar{\sigma} = \bar{\sigma}_0 \tag{8}$$

donde $\bar{\sigma}_0$ es el límite elástico de referencia. De esta manera, las integrales de las ecuaciones (6) y (7) tienen solución exacta. Operando matemáticamente es posible obtener la ley de flujo para un material poroso perfectamente plástico, que puede ser escrita de la forma:

$$\Phi = \frac{\Sigma_{eq}^2}{\bar{\sigma}^2} + 2f \cosh\left(\frac{\sqrt{3}\Sigma_1}{\bar{\sigma}}\right) - (1+f^2) = 0 \tag{9}$$

que da lugar al conocido criterio de Gurson para huecos cilíndricos.

2.2. Material dependiente de la velocidad de deformación

Por razones de simplicidad, el material dependiente de la velocidad de deformación estudiado tiene un límite elástico definido por una ley de endurecimiento de tipo potencial de la forma:

$$\bar{\sigma} = \bar{\sigma}_0 \cdot [\dot{\bar{\varepsilon}}]^m \tag{10}$$

donde *m* es el coeficiente de endurecimiento por velocidad de deformación y $\overline{\sigma}_0$ el límite elástico de referencia. En este caso las ecuaciones (6) y (7) que relacionaban tensiones macroscópicas con tensiones microscópicas, operando matemáticamente, presentan las expresiones:

$$\frac{\Sigma_1}{\sigma_0 \cdot \dot{E}_{eq}^m} = \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{1}{\left(1 - \frac{f\alpha}{\sqrt{3}}\right)^m} \int_{f\alpha}^{\alpha} \left(1 + x^2\right)^{\frac{m-1}{2}} dx \tag{11}$$

$$\frac{\Sigma_{eq}}{\sigma_0 \cdot \dot{E}_{eq}^m} = \frac{f\alpha}{\left(1 - \frac{f\alpha}{\sqrt{3}}\right)^m} \int_{f\alpha}^{\alpha} \frac{\left(1 + x^2\right)^{\frac{m-1}{2}}}{x^2} dx \tag{12}$$

Las integrales de estas ecuaciones no tienen solución analítica para valores de m distintos a 0 y 1. Debido a ello, es necesario estudiar una solución analítica aproximada, con el objetivo de obtener una función de plastificación precisa para este tipo de materiales.

APROXIMACIÓN ANALÍTICA DE LA SUPERFICIE DE PLASTIFICACIÓN

Como ya se ha comentado, para valores del coeficiente de endurecimiento por velocidad de deformación m entre 0 y 1 la solución de las integrales de las ecuaciones (11) y (12) que definen el comportamiento macroscópico de la celda no tienen solución exacta. Por ello, se introduce en este trabajo una nueva extensión

analítica del modelo de plastificación de Gurson [1] basada en un método de expansión en series y el uso de funciones de aproximación. Con ello, se han conseguido formular superficies de plastificación basadas en principios micromecánicos para materiales con dependencia potencial a la velocidad de deformación.

Se ha estudiado un rango de triaxialidad del estado tensional que cubre desde el caso de torsión pura (*T*=0), hasta valores de alta triaxialidad (*T*=3). Además, las porosidades (*f*) y los coeficientes de endurecimiento por velocidad de deformación (*m*) estudiados comprenden también un amplio rango de valores: $0 \le f \le 0.1, 0 \le m \le 0.1$.

El método de aproximación utilizado para resolver las integrales de (11) y (12) está basado en expansiones en series de Taylor. Para ello, en primer lugar se definen G(m) y H(m) como:

$$G(m) = \int_{f\alpha}^{\alpha} (1+x^2)^{\frac{m-1}{2}}; \ H(m) = \int_{f\alpha}^{\alpha} \frac{(1+x^2)^{\frac{m-1}{2}}}{x^2}$$
(13)

Debido a que los valores del coeficiente *m* son cercanos a cero, se pueden expandir las integrales G(m) y H(m)en series de Taylor para m=0. Por cuestiones de simplicidad, sólo se han tenido en cuenta las aproximaciones de primer orden de las series:

$$G(m) = G(0) + m G'(0) + R_G$$
(14)

$$H(m) = H(0) + m H'(0) + R_H$$
(15)

donde los correspondientes errores de truncamiento R_G y R_H están definidos como:

$$R_G = \frac{G''(x_1)}{2!} m^2; \quad R_H = \frac{H''(x_2)}{2!} m^2$$
(16)

El término mH'(0) es despreciable en comparación con H(0). La ecuación (15) puede aproximarse a la expresión H(m)=H(0). Los términos G(0) y H(0) son las soluciones de las integrales de (13) para el caso correspondiente con la función de plastificación clásica de Gurson m=0 (con solución analítica) :

$$G(0) = Ln\left(\frac{\alpha + \sqrt{1 + \alpha^2}}{f \cdot \alpha + \sqrt{1 + (f \cdot \alpha)^2}}\right)$$
(17)

$$H(0) = \frac{\sqrt{1 + f^2 \alpha^2} - f\sqrt{1 + \alpha^2}}{f\alpha}$$
(18)

La integral G'(0) dependiente de la porosidad f y el parámetro adimensional α , no tiene solución analítica, y es de la forma:

$$G'(0) = \frac{1}{2} \int_{f \cdot \alpha}^{\alpha} (1+x^2)^{-\frac{1}{2}} ln(1+x^2) dx$$
(19)

3.1. Primera aproximación

En primer lugar, se realiza una aproximación basada en considerar que el término $(1 - \frac{f\alpha}{\sqrt{3}})$, de las ecuaciones (11) y (12), tiene, para los rangos de porosidad y triaxialidad analizados, un valor igual a 1. Definiendo las tensiones macroscópicas adimensionales como:

$$\widehat{\Sigma}_1 = \frac{\Sigma_1}{\bar{\sigma}_0 \cdot \dot{E}_{eq}^m}; \ \widehat{\Sigma}_{eq} = \frac{\Sigma_{eq}}{\bar{\sigma}_0 \cdot \dot{E}_{eq}^m} \tag{20}$$

y siguiendo el mismo procedimiento que el utilizado en la sección anterior para el caso sin dependencia con la velocidad de deformación, se puede escribir la nueva función de plastificación aproximada como:

$$\Phi = \left(\widehat{\Sigma}_{eq}\right)^2 + 2f\cosh\left(\sqrt{3}\widehat{\Sigma}_1 - mG'(0)\right) - (1+f^2) = 0$$
(21)

El siguiente paso es conseguir una aproximación de G'(0) lo más simple posible sin comprometer la precisión del modelo. Para ello, y tras analizar la forma de la función, se ha realizado un ajuste logarítmico de esta variable, dependiente del parámetro α y dos constantes de ajuste A_1 y A_2 :

$$G'(0) = A_1 \cdot Log_{10}\left(\frac{\alpha}{A_2}\right) + 1 \tag{22}$$

Por otro lado, también hay que realizar una aproximación del valor del parámetro α , el cual puede hacerse dependiente de la tensión macroscópica equivalente adimensional en la celda $\hat{\Sigma}_{eq}$ y de la porosidad *f*. Mediante ajustes lineales de mínimos cuadrados se obtiene una definición del parámetro α que, a su vez, se puede hacer dependiente de tres constantes de ajuste B_0 , B_1 y B_2 :

$$\alpha = \frac{\widehat{\Sigma}_{eq} - (1 - f)}{B_0 + B_1 f + B_2 f^2}$$
(23)

Introduciendo los valores obtenidos de G'(0) y α en (21) se obtendría una superficie de plastificación mediante una aproximación analítica para un material poroso con dependencia de la velocidad de deformación. Es importante destacar que los 5 parámetros propuestos para el modelo son independientes del material y tienen un valor constante.

3.2. Segunda aproximación

La primera aproximación presentada se ha elaborado con el objetivo de conseguir una superficie de plastificación lo más simple posible. Sin embargo, también se presenta en este trabajo una mejora en la aproximación que proporciona resultados aún más precisos. Para ello, en una segunda aproximación, el término $(1 - \frac{f\alpha}{\sqrt{3}})$ es tenido en cuenta. El ajuste de *G'(0)* de las ecuaciones (22) y (23) no queda alterado, pero se hace necesario añadir otro parámetro a la superficie de plastificación K_F :

$$K_F = \left(1 - \frac{f\left(\widehat{\Sigma}_{eq} - (1-f)\right)}{\sqrt{3}\left(B_0 + B_1 f + B_2 f^2\right)}\right)$$
(24)

dependiente de la tensión macroscópica equivalente adimensional en la celda $\widehat{\Sigma}_{eq}$, de la porosidad f y de las constantes de ajuste B_0 , B_1 y B_2 . Introduciendo este parámetro K_F en (21) se obtiene una función de plastificación más precisa para materiales porosos sensibles a la velocidad de deformación de la forma:

$$\Phi = \left(K_F^m \widehat{\Sigma}_{eq}\right)^2 + 2f \cosh\left(\sqrt{3}(K_F^m \cdot \widehat{\Sigma}_1) - mG'(0)\right) - (1+f^2) = 0$$

$$(25)$$

ANÁLISIS DE RESULTADOS

En las figuras 2 y 3 se muestran las superficies de plastificación que resultan de considerar la aproximación 1 (21) y un valor de m = 0.01 (figura 2) y m = 0.1 (figura 3). En la figura 4 se representan las superficies de plastificación que resultan de utilizar la segunda aproximación (25) cuando el valor de m = 0.1 es considerado. Los valores de porosidad y triaxialidad analizados cubren en todos los casos el rango ($0 \le f \le 0.1$) y ($0 \le T \le 3$).

Se puede obtener por métodos numéricos la solución exacta para las integrales que definen el problema (11 y 12), por lo que también se representan en las figuras las funciones de plastificación de la solución exacta (líneas discontinuas).

Para cada nivel de porosidad se han representado además (con asteriscos) las relaciones $\hat{\Sigma}_{eq} - \hat{\Sigma}_1$ que se obtienen con las simulaciones con elementos finitos [11] para el modelo de Gurson original [1]. En dicho modelo la dependencia del material con la velocidad de deformación se ha tenido en cuenta reemplazando en la función de plastificación desarrollada por Gurson [1] (9) el valor constante de sigma por el límite elástico de la matriz $\bar{\sigma} = \bar{\sigma}_0 (\dot{\varepsilon})^m$.

En la figura 2 se observa cómo a valores bajos de coeficiente de velocidad de deformación (m = 0.01), las tres representaciones (solución exacta, solución aproximada 1 y solución numérica obtenida con las simulaciones con elementos finitos) son prácticamente coincidentes para todos los valores de porosidad y estado tensional analizados. La misma coincidencia en los resultados se observa si se representa, para m = 0.01 la solución exacta, la solución dada por la ecuación (25) (aproximación 2), y la solución numérica obtenida con [11]. Por razones de concisión, dicha gráfica no se ha incluido en este documento.

En la figura 3 se representan las tres soluciones para un valor de coeficiente a la velocidad de deformación m = 0.1. Para valores de triaxialidad $0 \le T \le 1.5$, se observa que las relaciones $\hat{\Sigma}_{eq} - \hat{\Sigma}_1$ obtenidas con la ecuación (21) (aproximación 1), tienen el mismo valor que las obtenidas con las simulaciones de elementos finitos. Para valores mayores de triaxialidad ($T \ge 1.5$), las superficies de plastificación considerando la aproximación 1 se ajustan mejor a la solución exacta que las obtenidas con las simulaciones con elementos finitos [11].

En la figura 4, para el valor de m = 0.1, se comparan de nuevo la solución exacta y la solución con elementos finitos con las curvas obtenidas utilizando en este caso la aproximación 2, donde se puede comprobar que ésta última es más precisa que la aproximación 1. Se observa en la figura cómo las superficies de plastificación obtenidas con la solución aproximada 2 son prácticamente coincidentes con la solución exacta para todo el rango de triaxialidades y porosidades analizados. Comparado con el modelo de Gurson tradicional (asteriscos), para altos valores de coeficiente de endurecimiento por velocidad de deformación m, la mejora de predicción de resultados es evidente si el modelo utilizado es el presentado en la ecuación (25).



Figura 2. Representación de las superficies de plastificación para m=0.01 para distintas porosidades (solución exacta, numérica con Elementos Finitos y aproximación_1)



Figura 3. Representación de las superficies de plastificación para m=0.1 para distintas porosidades (solución exacta, numérica con Elementos Finitos y aproximación_1)



Figura 4. Representación de las superficies de plastificación para m=0.1 para distintas porosidades (solución exacta, numérica con Elementos Finitos y aproximación_2)

CONCLUSIONES

Las etapas que se han llevado a cabo en este trabajo han sido las siguientes:

- En primer lugar, se han formulado dos extensiones del modelo de Gurson para materiales con dependencia a la velocidad de deformación. Ambos desarrollos se han basado en la aproximación en series de Taylor de las integrales que definen el problema (11 y 12) en torno a m = 0. La primera de las aproximaciones es analíticamente más simple que la segunda. La segunda aproximación es analíticamente más compleja. Sin embargo, para la segunda aproximación, la capacidad de describir el comportamiento del material es muy buena incluso para materiales con altos valores de m (m =0.1). Ambos modelos requieren de 5 parámetros de ajuste. Es importante recalcar que dichos parámetros son constantes e independientes del material. Para el valor m = 0, ambas soluciones se reducen a la solución propuesta por Gurson [1].

-En segundo lugar, se ha desarrollado un modelo de celda cilíndrico sin hueco en un software comercial de elementos finitos [11], ayudado de una subrutina de usuario MPC para controlar el estado tensional aplicado y evitar problemas de convergencia, el cual ha servido para analizar los resultados de las diferentes superficies de plastificación desarrolladas en este trabajo. En las simulaciones con elementos finitos, la dependencia del material con la velocidad de deformación se ha tenido en cuenta reemplazando, en la formulación original de Gurson [1] (9), el valor constante de sigma por el límite elástico de la matriz $\bar{\sigma} = \bar{\sigma}_0(\dot{\epsilon})^m$.

Para el amplio rango de porosidades y triaxialidades analizadas $(0 \le f \le 0.1)$, $(0 \le T \le 3)$, las principales conclusiones que se derivan de este trabajo son:

-Para coeficientes a la velocidad de deformación pequeños y medios ($m \le 0.05$), todas las superficies de plastificación presentan (prácticamente) el mismo comportamiento.

-Para materiales con altos coeficientes a la velocidad de deformación (m > 0.05), las superficies de plastificación desarrolladas en este trabajo (tanto la obtenida con la primera aproximación como con la segunda aproximación) tienen la importante cualidad de poder predecir con mayor precisión el comportamiento del material que el conseguido con el modelo clásico de Gurson [1].

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean expresar su agradecimiento al ministerio de Economía y Competitividad por la financiación de los proyectos EUIN2015-62556 y DPI2014-57989-P y DPI2014-57989-P.

Este trabajo se ha llevado a cabo dentro del Programa Horizon2020 de la Unión Europea (Ciencia Excelente, acciones Marie-Sklodowska-Curie) bajo los acuerdos de subvención de la REA 675602 (Proyecto OUTCOME).

REFERENCIAS

[1] A.L., Gurson, Continuum theory of ductile rupture by void nucleation and growth: Part I. Yield critetria and flow rules for porous ductile media. *Journal of Engineering Materials and Technology*, **99**, 2–15. 1977.

[2] F.A., McClintock, A criterion for ductile fracture by growth of holes. *Trans. ASME. Journal of Applied Mechanics* **35**, 363–371, 1968.

[3] J.R., Rice, D.M., Tracey, On the ductile enlargement of voids in triaxial stress fields. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, **17**, 201–217. 1969.

[4] C.C., Chu, A., Needleman, Void nucleation effects in biaxially stretched sheets. *J. Eng. Mater. Tech.* **102**, 249–256. 1980.

[5] V., Tvergaard, A., Needleman, Analysis of the cup-cone fracture in a round tensile bar. *Acta Metall.* **32**, 157–169. 1984.

[6] J.-B., Leblond, G., Perrin, J., Devaux, An improved Gurson-type model for hardenable ductile metals. *Eur. J. Mech. A-Solids* **14**, 499–527. 1995.

[7] A.A., Benzerga, J., Besson, A., Pineau, Anisotropic ductile fracture – Part II: Theory. *Acta Mater.* **52**, 4639–4650. 2004.

[8] G. Vadillo, J. Reboul, J. Fernández-Sáez, A modified Gurson model to account for the influence of the Lode parameter at high triaxialities. *Eur. J. Mech. A-Solids*, **56**, 31-44, 2016.

[9] J., Besson, Continuum models of ductile fracture: a review. *Int. J. Damage Mech.* **19**, 3-52. 2010.

[10] J., Koplik, A., Needleman, Void growth and coalescence in porous plastic solids. *Int. J. Solids Struct.* **24**, 835-853. 1988

[11] Simulia, ABAQUS/Standard User's Manual, Version 6.15 Edition. Dassault Systemes, Providence, USA. 2015.

ESTUDIO DE LA PROPAGACIÓN DE UNA FISURA SEMIELÍPTICA CONTENIDA EN UN EJE SOMETIDO A FLEXIÓN ROTATORIA CUASIESTÁTICA

P. Rubio, L. Rubio*, B. Muñoz-Abella

Departamento de Ingeniería Mecánica. Universidad Carlos III de Madrid Avenida de la Universidad, 30, 28911 Leganés - Madrid * E-mail: lrubio@ing.uc3m.es

RESUMEN

Los fallos debidos a la propagación de fisuras de fatiga en ejes son uno de los problemas más frecuentes en máquinas rotatorias pues pueden provocar daños irreversibles y poner en riesgo vidas humanas. Una fisura en un eje se abre y cierra a lo largo de un giro en lo que se denomina "breathing mechanism" (mecanismo de apertura y cierre), lo que hace que el comportamiento del eje se convierta en no lineal. En este trabajo se presenta el análisis cuasiestático de la propagación de una fisura semielíptica contenida en un eje, sometido a flexión rotatoria, teniendo en cuenta el comportamiento no lineal del eje. Para conseguir este objetivo se ha mejorado un algoritmo de propagación que permite obtener la evolución de la fisura a lo largo del tiempo, basado en la ley de Paris-Erdogan. Su principal aportación radica en que los avances del frente de fisura a lo largo del tiempo han sido calculados partiendo de valores del Factor de Intensidad de Tensiones (FIT) calculados a partir de una expresión que tiene en cuenta el "breathing mechanism" y el comportamiento no lineal del eje.

PALABRAS CLAVE: Ejes fisurados, crecimiento de fisuras, mecanismo de apertura y cierre, fisuras semielípticas

ABSTRACT

Due to cyclic loading conditions, cracks frequently appear in rotating machines. The propagation of fatigue cracks in shafts can cause severe accidents with high risks for people. During the rotation of the cracked shaft, the crack contained in it opens and closes in what is called the breathing mechanism and consequently the behavior of the shaft becomes non-linear. In the present work, the propagation of a semi-elliptical crack contained in a rotating shaft has been analyzed. To this end an integration algorithm which allows obtaining the crack front evolution has been improved. This procedure utilizes the Paris-Erdogan law to determine the advance at a few points along the crack front and uses the general expression that gives the Stress Intensity Factor (SIF) along the crack front of an elliptical crack in a rotating shaft taking into account the breathing mechanism and considering the nonlinear behavior of the cracked shaft.

KEYWORDS: Cracked shafts, crack growth, breathing mechanism, semielliptical cracks

1. INTRODUCCIÓN

Una gran parte de los fallos en servicio de las máquinas rotatorias de responsabilidad (turbinas, bombas, rotores, compresores, etc.), se producen habitualmente por la presencia y propagación de fisuras de fatiga en sus componentes. Los ejes, que son uno de los componentes principales de estas máquinas, trabajan en rotación y están sometidos a esfuerzos de flexión y torsión que producen tensiones variables a lo largo del tiempo, que pueden hacer propagar la fisura como consecuencia de la fatiga.

Un aspecto a tener en cuenta en el comportamiento de ejes fisurados es el estado de apertura/cierre de la fisura contenida en un eje giratorio. Este mecanismo de apertura y cierre se ha modelado de diferentes formas, la más realista de ellas es la que considera que la fisura se abre y se cierra de forma gradual, teniendo en cuenta estados de apertura y cierre parciales de la misma [1].

La velocidad de crecimiento de la fisura depende de la variación del Factor de Intensidad de Tensiones (FIT), según describe la ley de Paris-Erdogan. Por lo tanto, a partir del conocimiento del FIT en el frente de fisura a lo largo de un giro del eje es posible analizar la evolución de la misma. Diferentes autores han estudiado la propagación de fisuras semielípticas en barras cilíndricas sometidas a flexión tomando como base la ley de Paris-Erdogan. Entre ellos, Carpinteri [2] propone un modelo en el que el FIT depende del grado de apertura de la fisura durante el giro, que es similar al

del modelo de Línea de Cierre de Fisura (LCF) [3], mientras que el modelo de Toribio et al. [4] ha sido desarrollado a partir de valores del FIT únicamente para posiciones de giro en las que la fisura está completamente abierta.

En este trabajo se presenta el análisis cuasiestático de la propagación de una fisura semielíptica contenida en un eje sometido a flexión rotatoria. Para ello se ha mejorado un algoritmo de integración basado en la ley de Paris- Erdogan que permite obtener la evolución del frente de la fisura a lo largo del tiempo, tomando como datos de entrada en cada paso de integración los valores del FIT obtenidos de la expresión cerrada que se puede encontrar en trabajos previos de los autores [5]. El modelo de propagación propuesto tiene en cuanta el mecanismo de apertura/cierre de la fisura a lo largo de un giro del eje, así como el comportamiento no lineal del mismo.

2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

2.1. Modelo de eje fisurado

Se ha considerado un eje de aluminio (E=72GPa, v= 0.3 y ρ =2800 kg/m3) de longitud L= 900mm y diámetro D=20mm que contiene en su sección central una fisura transversal de frente semielíptico de profundidad a. El eje se encuentra biapoyado y sometido a sendas cargas puntuales F=100 N, que se aplican a una distancia d de los extremos del mismo (figura 1) asegurando estado de flexión pura en la sección fisurada.



Figura 1. Modelo geométrico del eje fisurado.

Los parámetros característicos que definen la fisura elíptica son (ver figura 2):

• profundidad de la fisura $\alpha = \frac{a}{D} \in [0, 0.5]$ (1)

• factor de forma
$$\beta = \frac{a}{b} \in [0,1]$$
 (2)

• posición relativa en el frente $\gamma = \frac{W}{h} \epsilon [-1,1]$ (3)



Figura 2. Parámetros característicos de la fisura.

La posición de la fisura a lo largo de una rotación del eje está caracterizada por el ángulo $\theta \in [0,2\pi]$. Para el valor $\theta=0$ la fisura se encuentra completamente abierta y en el caso de $\theta=\pi$ está completamente cerrada.

2.2. Factor de Intensidad de Tensiones

Los valores del FIT adimensional utilizados como datos de entrada en el modelo propuesto se han obtenido de la expresión cerrada, que tiene en cuenta el mecanismo de apertura/cierre de la fisura y el comportamiento no lineal del eje, desarrollada por los autores en trabajos previos [5]. La citada expresión permite calcular el valor del FIT adimensional en todos los puntos del frente de una fisura (γ) conocidos los valores de α , β y θ en cada caso.

3. DESARROLLO DEL MODELO

3.1. Procedimiento de cálculo

El modelo propuesto permite conocer la evolución a lo largo del tiempo de una fisura inicial de tamaño y forma conocidos mediante la integración de un algoritmo desarrollado basado en la Ley de Paris-Erdogan. De acuerdo con otros trabajos [2,4,6], se asume que el frente de fisura avanza según la expresión (4):

$$\frac{da}{dN} = C\Delta K_I^m \tag{4}$$

donde da/dN es la tasa de crecimiento de la fisura, ΔK_I es el incremento del FIT, C y m son constantes que dependen del material que en este caso se han tomado como $45 \cdot 10^{-9}$ y 2.9, respectivamente.

El frente de fisura se ha dividido en 12 segmentos iguales que se corresponden con valores de γ entre 1 y - 1. En cada uno de estos puntos se ha calculado el FIT en modo I según la expresión (5):

$$K_I = F_I \sigma \sqrt{\pi a} \tag{5}$$

donde σ es la tensión de referencia que se ha tomado como la máxima tensión de flexión del eje sin fisura, y F_I es el FIT adimensional en modo I calculado según se puede encontrar en [5].

Se determina el incremento del FIT a lo largo de un giro completo para cada punto según la ecuación (6):

$$\Delta K_{I, giro \ completo} = K_{I, \ max} - K_{I, \ min} \tag{6}$$

 $K_{I,max}$ y $K_{I,min}$ son, respectivamente, los valores máximo y mínimo del FIT durante un giro completo. En la figura 3 se muestra una curva tipo para un valor de γ genérico. Teniendo en cuenta que, independientemente del punto en el frente que se considere, $K_{I,min}$ =0:

$$\Delta K_{I, \text{ giro completo}} = K_{I, \text{ max}} \tag{7}$$



Figura 3. FIT máximo y mínimo para un γ genérico durante un giro completo.

El avance de la fisura Δa se obtiene integrando la ley de Paris-Erdogan, de forma que para un punto cualquiera del frente se puede expresar según (8):

$$\Delta a = \Delta N \cdot C \cdot \left[\Delta K_I \right]^m \tag{8}$$

siendo ΔN el número de ciclos necesarios para alcanzar un valor determinado de Δa .

Por otra parte, se supone que el frente de fisura se puede modelar como una elipse de centro O situado en la superficie del eje, con semieje menor a y semieje mayor b, como se muestra en la figura 2. De forma que para calcular, una vez que la fisura ha propagado, el nuevo de frente, en primer lugar, se fija el avance del punto central del frente, $\Delta a(A)$, y, posteriormente, se calculan los avances del resto de los puntos, $\Delta a(P_j)$, donde j es el número de puntos en el frente, mediante la expresión (9) (ver figura 4):



Figura 4. Avance local del frente de fisura para cada punto del mismo.

A partir de los nuevos puntos obtenidos, A' y P_j' , realizando un ajuste por el método de mínimos cuadrados, se define un nuevo frente elíptico con semiejes a' y b.' El proceso se repite iterativamente hasta alcanzar una profundidad de fisura final que se habrá de fijar previamente.

En la figura 5 se muestra un esquema del procedimiento seguido.





3.2. Determinación del avance inicial óptimo

Según se puede ver en la figura 5, para aplicar el algoritmo es necesario fijar un valor del avance en el frente de fisura, $\Delta a(A)$, en cada iteración, que además se mantendrá constante para todas ellas.

Con el objeto de determinar el valor óptimo de este dato de entrada se ha realizado un análisis de sensibilidad. En él se ha estudiado, para una configuración inicial dada, cómo evolucionan la forma (β) y profundidad (α) de la fisura durante la propagación para diferentes valores de $\Delta a(A)$. Se ha partido de un valor de $\Delta a(A)=0.05D$ y se ha ido disminuyendo hasta que se ha conseguido la convergencia en los resultados. En la figura 6(a) se muestra el resultado obtenido para el caso de profundidad relativa inicial α_0 =0.05 y factor de forma inicial β_0 =0, y en la figura 6(b) para α_0 =0.05 y β_0 =1. En ambos casos se observa que la convergencia se logra para $\Delta a(A)$ =0.005D, valor elegido para realizar el estudio de la propagación de la fisura. Para otros casos de configuración inicial se han obtenido resultados similares en el estudio de sensibilidad.



Figura 6. Análisis de sensibilidad de $\Delta a(A)$.

3.3. Validación del modelo propuesto

La validación del algoritmo propuesto se ha realizado comparando los resultados obtenidos con otros disponibles en la literatura.

En primer lugar se ha comparado con los resultados de Toribio et al. [4], modelo aplicable para esfuerzos de flexión cuando la fisura se encuentra completamente abierta. En la figura 7 se muestra la comparación, entre los datos de [4] y los resultados del modelo propuesto en este trabajo, de la evolución del frente de fisura (variación temporal de α y β) para las siguientes configuraciones iniciales: $\alpha_0=0.1$ y $\beta_0=0$; $\alpha_0=0.3$ y $\beta_0=0$; $\alpha_0=0.5$ y $\beta_0=0$; $\alpha_0=0.1$ y $\beta_0=0.5$. Los resultados de ambos modelos presentan buena concordancia. En ambos casos, para las geometrías iniciales estudiadas, la

fisura se hace más elíptica hasta un cierto valor de la profundidad y, a medida que se propaga, tiende a hacerse más recta hasta que β =0.3.



Figura 7. Comparación entre los resultados del modelo propuesto y los de la ref. [4].

En segundo lugar, cuando el eje está sometido a flexión rotatoria la fisura se abre y cierra continuamente con el giro. En la figura 8 se puede ver la comparación de ambos resultados para las siguientes configuraciones iniciales: $\alpha_0=0.1$ y $\beta_0=0$, $\alpha_0=0.1$ y $\beta_0=0.2$, $\alpha_0=0.1$ y $\beta_0=0.3$, $\alpha_0=0.1$ y $\beta_0=0.4$, $\alpha_0=0.1$ y $\beta_0=0.5$.



Figura 8. Comparación entre los resultados del modelo propuesto y los de la ref. [2].

Se puede observar en la figura 8 que las curvas correspondientes a ambos modelos siguen la misma tendencia, inicialmente el frente de fisura se hace más elíptico pero, a medida que la fisura progresa, se convierte en más recto. Las discrepancias observadas entre los dos modelos se deben a los datos de FIT utilizados en cada uno de ellos [5]. En este sentido, cuando la fisura está completamente abierta los datos de FIT de partida usados en ambos modelos son similares, sin embargo, cuando está parcialmente abierta aparecen diferencias debido a que el porcentaje de fisura abierta que consideran ambos modelos no es el mismo. Por último, cuando la fisura está completamente cerrada, el modelo [2] utiliza valores del FIT negativos mientras que el modelo propuesto considera que estos valores deben ser nulos.

4. RESULTADOS

4.1. Evolución del frente de fisura

En la figura 9 se puede ver la propagación de la fisura para los casos de profundidad relativa $\alpha_0=0.05$ y diferentes valores iniciales del factor de forma: $\beta_0=0$, 0.5, 1. Mientras que en la figura 10 se muestra la evolución de los valores de α frente a β para los casos de profundidad relativa $\alpha_0=0.05$ y los valores iniciales del factor de forma: $\beta_0=0$, 0.25, 0.5, 0.75, 1.



Figura 9. Propagación de la fisura para una profundidad inicial de $\alpha_o = 0.05$ y distintos β_o .



Figura 10. Evolución β y α , para una profundidad inicial de $\alpha_o = 0.05$ y distintos β_o .

En las figuras 9 y 10 se observa que, independientemente de la forma inicial, las fisuras tienden a adoptar la misma forma final, es decir, a adoptar una forma más recta con el crecimiento. En el caso de que la forma de partida ya sea recta ($\beta_0=0$), primero crece haciéndose elíptica y posteriormente vuelve a tomar la forma recta. Para el caso de que la fisura inicial sea mayor de $\alpha_0=0.05$ la evolución del frente durante el crecimiento es similar.

Aunque la mayoría de los autores consideran que las fisuras tienen forma convexa, ver figura 11(a), también se pueden encontrar trabajos en la literatura que las consideran con forma cóncava, por ejemplo [7], ver figura 11(b).



Figura 11. Formas típicas del frente: (a) convexa (b) cóncava.

Cuando el FIT es mayor en el centro del frente de fisura que en los extremos, éste tiende a hacerse más elíptico con el crecimiento, ver figura 12(a). Sin embargo, cuando el FIT es más pequeño en el centro que en los extremos, ver figura 12(b), la fisura tiende a hacerse más recta hasta que llega a un valor de $\beta=0$. A partir de ese momento se puede sospechar que el frente cambiaría de forma y adquiriría una forma cóncava.

En la Tabla 1 se pueden ver los valores de α para los cuales probablemente la forma del frente cambiará de convexa a cóncava, para todas las geometrías iniciales estudiadas.



Figura 12. FIT máximo en el centro y el extremo del frente para los casos de $\alpha=0.1$ (a) y $\alpha=0.5$ (b).

Tabla 1. Valor de α en el que el frente de fisura pasaría de convexo a cóncavo para diferentes configuraciones iniciales.

	β₀=0	β₀=0.25	β₀=0.5	β₀=0.75	β ₀ =1
$\alpha_0 = 0.05$	0.42	0.44	0.45	0.45	0.45
$\alpha_0 = 0.1$	0.38	0.41	0.435	0.445	0.445
α ₀ =0.15	0.345	0.38	0.425	0.445	0.45
α ₀ =0.2	0.31	0.36	0.42	0.45	0.46
α ₀ =0.25	0.27	0.36	0.43	0.465	0.475
α ₀ =0.3	0.3	0.375	0.445	0.485	0.495
$\alpha_0 = 0.35$	0.35	0.405	0.47	>0.5	>0.5
α ₀ =0.4	0.4	0.45	>0.5	>0.5	>0.5
α ₀ =0.45	0.45	0.485	>0.5	>0.5	>0.5

5. CONCLUSIONES

En este trabajo se ha presentado el estudio de la propagación de una fisura de frente semielíptico en un eje rotatorio sometido a flexión. Con tal propósito se ha mejorado un algoritmo basado en la ley de Paris-Erdogan que permite obtener la evolución del frente de fisura a lo largo del tiempo así como el número de ciclos necesarios para alcanzar una determinado profundidad de fisura prefijada. Este algoritmo toma como datos de partida unos valores del Factor de Intensidad de Tensiones [5] que tienen en cuenta el mecanismo de apertura/cierre de la fisura y el comportamiento no lineal del eje.

El modelo propuesto ha sido validado mediante la comparación de los resultados obtenidos con otros disponibles en la literatura, encontrándose buena concordancia en todos los casos. Posteriormente se ha analizado la evolución de la fisura para diferentes

configuraciones iniciales de la misma. Las conclusiones más importantes extraídas son las siguientes:

- Independientemente de la forma inicial de la fisura, ésta tiende a hacerse recta con su crecimiento. Si inicialmente es recta, primero tiende a hacerse elíptica para, posteriormente, volver a adoptar la forma recta.
- Una fisura inicialmente convexa o recta, cuando al propagase alcanza la forma recta, presumiblemente cambiará la forma del frente y tomará una forma cóncava.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer al Ministerio de Ciencia e Innovación por su financiación para la realización de este trabajo a través del proyecto DPI2013-45406-P.

REFERENCIAS

- [1] I. Mayes, W. Davies, Analysis of the response of a multi-rotor-bearing system containing a transverse crack in a rotor, *Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design* **106**, 139-145, 1984.
- [2] A. Carpinteri, Surface flaws in cylindrical shafts under rotary bending, *Fatigue Fracture of Engineering Materials* **21**, 1027-1035, 1998.
- [3] A. Darpe, K. Gupta, A. Chawla, Coupled bending, longitudinal and torsional vibrations of a cracked rotor, *Journal of Sound and Vibration* **269**, 33-60, 2004.
- [4] J. Toribio, J. C. Matos, B. Gonzalez, J. Escuadra, Numerical modelling of cracking path in round bars subjected to cyclic tension and bending, *International Journal of Fatigue* **58**, 20-27, 2014.
- [5] P. Rubio, L. Rubio, B. Muñoz-Abella, L. Montero, Determination of the stress intensity factor of an elliptical breathing crack in a rotating shaft, *International Journal of Fatigue* 77, 216-231, 2015.
- [6] Y. S. Shih, J. J. Chen, Analysis of fatigue crack growth on a cracked shaft, *International Journal of Fracture* **19**, 477-485, 1997.
- [7] A. Carpinteri, S. Vantadori, Sickle-shaped surface crack in a notched round bar under cyclic tension and bending, *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures* **32**, 223-232, 2009.

CÁLCULO DE LA VELOCIDAD DE PROPAGACIÓN DE FISURA EN ACEROS DE ALTA RESISTENCIA DEBIDO A FRAGILIZACIÓN POR HIDRÓGENO: INFLUENCIA DE LAS TRAMPAS DE HIDRÓGENO

J. Sanchez^{1*}, A. Ridruejo², J. Alonso^{1,2}, E. Muñoz¹, C. Andrade¹, J. Fullea¹, P. de Andres¹

¹Instituto de Ciencias de la Construcción Eduardo Torroja (IETcc-CSIC) Serrano Galvache 4, 28033, Madrid. ²Departamento de Ciencia de Materiales, Universidad Politécnica de Madrid, E.T.S.I. de Caminos, Canales y Puertos. Profesor Aranguren 3,28040, Madrid. ³Instituto de Ciencias de Materiales de Madrid (ICMM-CSIC) Sor Juana Inés de la Cruz, 3, Cantoblanco, 28049 Madrid. *E-mail: javier.sanchez@csic.es

RESUMEN

La fragilización por hidrógeno está presente en muchos de los fallos de estructuras o componentes de acero. En estudios anteriores se ha mostrado el efecto del hidrógeno dentro de la red de hierro a nivel atómico y se concluía que el hidrógeno no establece enlace químico con el hierro pero introduce tensiones internas que debilitan los enlaces hierrohierro y disminuyen la tenacidad de fractura. A nivel macroscópico se ha simulado la propagación de una fisura por el efecto del hidrógeno. Se ha acoplado el transporte de hidrógeno, los gradientes de tensiones y la variación de la tenacidad de fractura en un mismo modelo. El comportamiento en fractura se ha simulado mediante dos leyes cohesivas, una ley lineal y una ley polinómica. En el presente trabajo se estudia a nivel teórico el efecto de la concentración del hidrógeno en las "trampas" irreversibles sobre la propia transferencia del hidrógeno, los perfiles de concentración y la velocidad de propagación de la fisura.

PALABRAS CLAVE: Fractura, Fatiga, Micro-ensayos, Entallas

ABSTRACT

Hydrogen embrittlement is ubiquitous in many of the failures of steel structures components. The effect of hydrogen inside a periodic lattice of iron has been previously studied at the atomic level concluding that hydrogen does not establish significant chemical bonds with iron; instead it introduces internal stresses that weaken the iron-iron bonds and decrease toughness for fracture. Also we simulate the crack propagation under the hydrogen influence. Hydrogen transport, stress gradients and the evolution of fracture toughness was analysed together in a multi-physics finite element model. Fracture behaviour had been simulated using two different models for the cohesive law with either a lineal or a polynomial dependence. Results showed that the choice for the cohesive law influences the crack propagation rate and the hydrogen concentration profiles. In this work we study the effect of hydrogen trapping on the transport of hydrogen, the concentration contours and the crack propagation rate.

KEYWORDS: Fracture, Fatigue, Micro-tests, Notches

1. INTRODUCCIÓN

La Fragilización por Hidrógeno (FH) es una de las principales causas de fallo en los componentes metálicos expuestos a ambientes agresivos y puede estar asociada a otros tipos de degradación, como es la corrosión o la corrosión bajo tensión [1-3]. Desde el punto de vista teórico, existen diversas aproximaciones al fenómeno de la FH que pueden reproducir en mayor o menor medida el comportamiento de los diferentes metales o aleaciones frente a la FH [4-15]. En el caso del acero ferrítico se ha demostrado que el H no

establece enlace con los átomos de Fe [16], además introduce unas tensiones/distorsiones en la red bcc-Fe que condicionan el camino de difusión [17, 18] y debilitan el enlace Fe-Fe [9], o lo que es lo mismo reduce la energía de fractura del acero [4, 6, 19, 20].

Existe una amplia bibliografía para el caso del acero dedicada al fenómeno de difusión en función del medio y considerando las diferentes trampas existentes y su desorción [21, 22], el comportamiento mecánico y la reducción en la tenacidad de fractura [2, 8, 23]. Por otra parte, desde la mecánica de fractura se ha abordado el problema del crecimiento de las fisuras desde diferentes puntos de vista, siendo uno de los más utilizados el modelo de fisura cohesiva cuando se trata de estudiar el crecimiento de una fisura discreta [24-26]. Algunos autores han aplicado esta metodología para el caso de la FH en aceros [10].

El objetivo de este artículo es incorporar el efecto de las trampas de hidrógeno en un modelo de fragilización por hidrógeno que permita estimar la velocidad de propagación de la fisura.

2. METODOLOGÍA

A continuación se presenta la metodología adoptada para simular la propagación de una fisura por fragilización por hidrógeno teniendo en cuenta: (i) la generación de hidrógeno en la superficie de la fisura, (ii) el transporte de hidrógeno hacia la zona en proceso de fractura donde existe un gradiente de tensiones y, por último, (iii) se ha aplicado un modelo de fisura cohesivo que incluye una penalización por la presencia de hidrógeno.

En este trabajo se ha considerado únicamente el hidrógeno presente en la red de hierro. La ecuación de transferencia de materia tiene en cuenta, además del gradiente de concentración de hidrógeno C, el gradiente de tensiones a través de la presión hidrostática p [10]:

$$\frac{\partial C}{\partial t} - D\nabla^2 C + \frac{DV_H}{RT}\nabla C\nabla p = -\frac{DV_H}{RT}C\nabla^2 p \tag{1}$$

Donde V_H es el volumen molar parcial del hidrógeno, R es la constante de los gases ideales y T es la temperatura absoluta.

Las condiciones de contorno aplicadas en este modelo se basan en la adsorción de hidrógeno en equilibrio con el medio y que a su vez depende de las tensiones mecánicas [10]. Esta condición de contorno se aplica sobre la superficie de la fisura:

$$C = C_{eq}(p) = C_{eq}(0)e^{pV_H/RT}$$
⁽²⁾

Donde $C_{eq}(p)$ es la concentración en equilibrio en la superficie de la fisura a la presión hidrostática p y $C_{eq}(0)$ corresponde con la concentración en equilibrio a la presión hidrostática de valor cero [10].

A través de la ecuación de Langmuir podemos relacionar la adsorción de hidrógeno sobre la superficie de acero con la concentración en equilibrio sobre dicha superficie metálica (temperatura constante):

$$\theta = \frac{C}{C + e^{\frac{-\Delta g_b^0}{RT}}}$$
(3)

En esta ecuación se define Δg_b^0 como la diferencia de energía para el hidrógeno sobre la superficie de la fisura y para el hidrógeno dentro de la red de hierro.

El comportamiento en fractura se ha simulado mediante una ley cohesiva de grado 6. La ley cohesiva (Coh_{nolin}) está relacionada con la propuesta por Elices et al. [27]. Como aproximación a dicha ley se ha empleado un polinomio de grado 6 y la parte final se ha ajustado con una exponencial para facilitar la convergencia del programa de elementos finitos.

$$Coh_{nolin}(u) = \begin{cases} f_t - B_{nolin} u^6 & , u < 0.95 u_f \\ (f_t - B_{nolin} (0.95 u_f)^6) e^{((0.95 u_f - u)20 \times 10^5)}, 0.95 u_f < u \end{cases}$$
(4)

Donde u es la separación entre los labios de la fisura, uf es la separación crítica a partir de la cual se considera que el material se encuentra decohesionado y $B_{nolin} = ft/uf6$

Otro de los parámetros que definen la ley cohesiva es ft, la tensión inicial cuando u = 0. Diversos autores proponen que este valor es aproximadamente 4 veces el límite elástico, σ_{v0} [10]:

$$f_t = 4\sigma_{y0} \tag{5}$$

Experimentalmente se ha observado que la tenacidad de fractura en el acero disminuye en presencia de hidrógeno [29]. Cálculos ab-initio realizados por Jiang y Carter [19] proponen la siguiente ecuación que relaciona la disminución en la energía de fractura (Q) con el recubrimiento de hidrógeno (θ):

$$Q = 1 - 1,0467\theta + 0,1687\theta^2 \tag{6}$$

Por lo tanto, en un proceso de fragilización por hidrógeno es necesario actualizar la energía de fractura, $G_{\rm f}^{\rm HE}$, durante el cálculo de elementos finitos, en función de la concentración de hidrógeno en la red, $C_{\rm L}$.

Es posible aplicar el factor Q directamente sobre la energía de fractura, lo cual supone una reducción en la tensión inicial de la curva de ablandamiento ft. Al hacerlo de esta forma no se penaliza la separación crítica uf, únicamente la tensión máxima ft. Para lograr este efecto, se propone la siguiente ecuación donde, a través de un cambio de variables, se modifica la ley cohesiva disminuyendo tanto ft como uf en función de la concentración de hidrógeno C:

$$G_f^{HE} = G_f Q(C) = (Q(C))^{0.6} \int_0^{u_f} f\left(\frac{u}{(Q(C))^{0.4}}\right) du$$
(7)

Respecto a trabajos anteriores, se ha introducido el efecto de las trampas distinguiendo entre hidrógeno que se encuentra dentro de la red de hierro (H_L) y el hidrógeno que se encuentra en las trampas (H_T) . Se ha considerado que la capacidad de almacenar hidrógeno en las trampas es constante y uniforme a lo largo del material. También se considera que la barrera de salida del hidrógeno de dichas trampas es muy grande comparado con el movimiento del H en la red. De esta

forma, existe un equilibrio que se encuentra desplazado hacia la incorporación del H en las trampas hasta "llenarlas". En este trabajo se ha considerado que la concentración de $H_T = 1$ ppm.

$$H_{L} \longrightarrow H_{T}$$
 (8)

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En primer lugar se muestra la variación de la concentración por efecto de las tensiones mecánicas, considerando únicamente el comportamiento elásticolineal del material. Se ha simulado una placa de dimensiones 1x1 mm² y dos entallas circulares simétricas en la parte central de 0.2 mm de radio (figura 1). Los cálculos se realizaron para una carga de tracción de 400 MPa aplicada de forma homogénea tanto en el contorno superior como en el inferior. Respecto al transporte de H, se parte de un flujo de H en las entalla durante 100 s, sin aporte adicional de H y se define el transporte de hidrógeno según la ecuación (1). Se ha empleado un coeficiente de difusión de 10^{-10} m²/s, dado experimentalmente por diversos autores [10, 21] y que según los cálculos ab-initio realizados se corresponde para unas condiciones de concentración de hidrógeno relativamente alta [17].



En la figura 2 se muestra la evolución de la concentración de hidrógeno, tanto el que se encuentra en la red como el que ocupa las trampas, en el punto central de la geometría. Se observa que en primer lugar se llenan las trampas de H y posteriormente difunde el que se encuentra dentro de la red. En este punto central se alcanza el equilibrio después de aproximadamente 1100 s. En la figura 2 se muestra cual ha sido la evolución de la concentración total de ambas especies en todo el dominio de la simulación. Es decir, se ha integrado la concentración de H_L y H_T en toda la geometría. Se ha representado de forma relativa para poder ver la evolución. Después del tiempo 100 s que se

deja de inyectar H, comienza a aumentar el porcentaje de H_T hasta llegar al equilibrio que es cuando se llenan todas las trampas.



Figura 2. Variación de la concentración en el punto central de la geometría.



Figura 3. Variación de la concentración total en la geometría del hidrógeno en las trampas y el hidrógeno difundible o en la red.

En la figura 4 se muestra cuál es el perfil de concentración de H_L para un tiempo de 1700 s. Se puede observar que existe una considerable diferencia de concentración entre las zonas próximas a la entalla (2.3 ppm) y los bordes de la geometría (1.4 ppm). Este campo de concentraciones sigue de forma fiel el campo de tensiones, como



Para las simulaciones se ha considerado una placa de acero de 20x20 mm2 con una pre-fisura, 2a = 0.8 mm. Tanto la parte superior como la inferior están sometidas a una carga distribuida en toda su longitud. Véase figura 5.



Figura 5. Geometría, condiciones de contorno y de simetría.

Existen dos planos de simetría perpendiculares al eje vertical y horizontal que atraviesan la probeta por su centro, que permite simplificar el cálculo a ¹/₄ de la probeta. Se ha considerado que el camino de propagación de la fisura coincide con el eje x. En este eje se ha introducido la ley cohesiva correspondiente a una condición de contorno tipo muelle no lineal, donde se ha tenido en cuenta el desplazamiento, 2u, como apertura de la fisura en la ley cohesiva.

La tensión remota aplicada (σ) es de 1400 MPa. La concentración inicial de hidrógeno es nula y se ha considerado que la entrada de hidrógeno se produce en la superficie de la fisura. En este caso se ha impuesto una concentración constante de 2 ppm.

En las tablas 1 y 2 se muestran las constantes mecánicas y de transporte de hidrógeno en el acero.

Tabla 1. Propiedades mecánicas.

E (GPa)	V	ρ (kg/m ³)	K _{IC} (MPa √m)
207	0,3	7850	75

Tabla 2. Parámetros de transporte del hidrógeno en el acero.

D_{eff} (m ² /s)	V _H (m ³ /mol)	Δg^{0}_{b} (kJ/mol)
10^{-10}	2 10 ⁻⁶	30

En la figura 6 se puede ver la concentración de H difundible en el frente de la fisura. Como ocurría con las simulaciones en las que no se tenía en cuenta el H en trampas, aparece un máximo en la concentración de H_L que marca la posición de la fisura. En la figura 7 se muestra la concentración de H_T en el frente de la fisura, hasta alcanzar la concentración máxima de 1 ppm.



Figura 6. Concentración de hidrógeno H_L en el frente de la fisura.



Figura 7. Concentración de hidrógeno H_T en el frente de la fisura.

En la figura 8 se muestra la posición del frente de la fisura con el tiempo. Como ocurría en cálculo anteriores, la propagación de la fisura se produce de forma discontinua con saltos de aproximadamente 2 micras.



Figura 8. Posición del frente de la fisura en función del tiempo.

4. CONCLUSIONES

La velocidad de propagación de la fisura debida a la fragilización por hidrógeno depende de la ley cohesiva empleada y del H intersticial, que es el que reduce la energía de fractura. Por otra parte, al tener en cuenta las trampas de H, se modifica el perfil de concentración del H intersticial y por lo tanto la velocidad de propagación de la fisura.

Como en cálculos anteriores, se capta la propagación discontinua de la fisura con saltos aproximadamente de $2 \mu m$, lo cual coincide con resultados experimentales.

REFERENCIAS

- Sanchez, J., et al., Stress corrosion cracking mechanism of prestressing steels in bicarbonate solutions. Corrosion Science, 2007. 49(11): p. 4069-4080.
- [2] Elices, M., et al., Hydrogen embrittlement of steels for prestressing concrete: The FIP and DIBt tests. Corrosion, 2008. 64(2): p. 164-174.
- [3] Elices, M., et al., Failure analysis of prestressed anchor bars. Engineering Failure Analysis, 2012. 24(0): p. 57-66.
- [4] Song, J. and W.A. Curtin, Mechanisms of hydrogen-enhanced localized plasticity: An atomistic study using α -Fe as a model system. Acta Materialia, 2014. 68(0): p. 61-69.
- [5] Gangloff, R.P., et al., Measurement and Modeling of Hydrogen Environment-Assisted Cracking in Monel K-500. Metallurgical and Materials Transactions A, 2014.

- [6] Song, J. and W.A. Curtin, Atomic mechanism and prediction of hydrogen embrittlement in iron. Nat Mater, 2013. 12(2): p. 145-151.
- [7] Castedo, A., et al., Hydrogen induced changes in structural properties of iron: Ab initio calculations, in RILEM Bookseries. 2012. p. 79-84.
- [8] Sanchez, J., J. Fullea, and C. Andrade, High Strength Steels Fracture Toughness Variation by the Media. Modelling of Corroding Concrete Structures, 2011. 5: p. 137-146.
- [9] Castedo, A., et al., Ab initio study of the cubic-tohexagonal phase transition promoted by interstitial hydrogen in iron. Physical Review B, 2011. 84(9): p. 094101.
- [10] Serebrinsky, S., E.A. Carter, and M. Ortiz, A quantum-mechanically informed continuum model of hydrogen embrittlement. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 2004. 52(10): p. 2403-2430.
- [11] Birnbaum, H.K., I.M. Robertson, and P. Sofronis, Hydrogen effects on plasticity, in Multiscale Phenomena in Plasticity: From Experiments to Phenomenology, Modelling and Materials, J. Lepinoux, et al., Editors. 2000. p. 367-381.
- [12] Oriani, R.A. and P.H. Josephic, Equilibrium and kinetic studies of hydrogen-assisted cracking of steel. Acta Metallurgica, 1977. 25(9): p. 979-988.
- [13] Oriani, R.A., Mechanistic theory of hydrogen embrittlement of steels. Berichte Der Bunsen-Gesellschaft Fur Physikalische Chemie, 1972. 76(8): p. 848-857.
- [14] Williams, D.P. and H.G. Nelson, Evaluation of hydrogen embrittlement mechanisms. Metallurgical Transactions, 1971. 2(7): p. 1987-&.
- [15] Westlake, D.G., A generalized model for hydrogen embrittlement. Asm Transactions Quarterly, 1969. 62(4): p. 1000-&.
- [16] Sanchez, J., et al., Hydrogen in α -iron: Stress and diffusion. Physical Review B - Condensed Matter and Materials Physics, 2008. 78(1).
- [17] Sanchez, J., et al., Ab initio molecular dynamics simulation of hydrogen diffusion in α -iron. Physical Review B - Condensed Matter and Materials Physics, 2010. 81(13).
- [18] Sanchez, J., et al., Hydrogen Embrittlement of High Strength Steels. Diffusion in Materials -Dimat2008, 2009. 289-292: p. 203-209.

- [19] Jiang, D.E. and E.A. Carter, First principles assessment of ideal fracture energies of materials with mobile impurities: implications for hydrogen embrittlement of metals. Acta Materialia, 2004. 52(16): p. 4801-4807.
- [20] Song, J. and W.A. Curtin, A nanoscale mechanism of hydrogen embrittlement in metals. Acta Materialia, 2011. 59(4): p. 1557-1569.
- [21] Li, D.M., R.P. Gangloff, and J.R. Scully, Hydrogen trap states in ultrahigh-strength AERMET 100 steel. Metallurgical and Materials Transactions a-Physical Metallurgy and Materials Science, 2004. 35A(3): p. 849-864.
- [22] Thomas, R.L.S., et al., Trap-governed hydrogen diffusivity and uptake capacity in ultrahighstrength AERMET 100 steel. Metallurgical and Materials Transactions a-Physical Metallurgy and Materials Science, 2002. 33(7): p. 1991-2004.
- [23] Toribio, J. and E. Ovejero, Failure analysis of cold drawn prestressing steel wires subjected to stress corrosion cracking. Engineering Failure Analysis, 2005. 12(5): p. 654-661.
- [24] Sancho, J.M., et al., An embedded cohesive crack model for finite element analysis of mixed mode fracture of concrete. Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, 2006. 29(12): p. 1056-1065.
- [25] Sanz, B., J. Planas, and J.M. Sancho, An experimental and numerical study of the pattern of cracking of concrete due to steel reinforcement corrosion. Engineering Fracture Mechanics, 2013. 114: p. 26-41.
- [26] Fathy, A.M., et al., Determination of the bilinear stress-crack opening curve for normal- and highstrength concrete. Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, 2008. 31(7): p. 539-548.
- [27] Elices, M., et al., The cohesive zone model: advantages, limitations and challenges. Engineering Fracture Mechanics, 2002. 69(2): p. 137-163.
- [28] Irwin, G.R., Analysis of stresses and strains near the end of a crack traversing a plate. Journal of Applied Mechanics, 1957. 24: p. 361-364.
- [29] Enos, D.G. and J.R. Scully, A critical-strain criterion for hydrogen embrittlement of colddrawn, ultrafine pearlitic steel. Metallurgical and Materials Transactions a-Physical Metallurgy and Materials Science, 2002. 33(4): p. 1151-1166.

MODELO DEL COMPORTAMIENTO MECÁNICO DE MATERIALES CON CAMBIOS MICROESTRUCTURALES

R.Sancho^{1*}, D. Cendón¹, F.Gálvez¹

¹Departamento de ciencia de materiales, ETSI Caminos, Canales y Puertos (Universidad Politécnica de Madrid) C/Profesor Aranguren, S/N, 28040, Madrid, España. ^{*}E-mail: rafael.sancho@mater.upm.es

RESUMEN

Los materiales metálicos en situaciones ingenieriles que llevan asociadas altas velocidades de deformación (procesos de impacto, conformación por estampación...) sufren importantes aumentos de temperatura en las zonas de mayor deformación plástica debido al fenómeno de calentamiento adiabático. Normalmente, el calentamiento adiabático se traduce en pérdidas en el comportamiento mecánico del material y se suele modelizar con una única curva de ablandamiento, tal y como recogen diversos modelos constitutivos. Sin embargo, hay multitud de materiales que presentan evoluciones microestructurales con la temperatura, y por tanto la curva de ablandamiento no tiene por qué mantenerse. En este trabajo se presenta una modificación del modelo de material Johnson-Cook, basada en la definición por tramos de ablandamiento y/o endurecimiento independientes, con el objetivo de tener en cuenta diferentes comportamientos en un determinado rango de temperaturas que correspondan a los cambios microestructurales o cambios de fase. Este modelo se ha implementado en el código de elementos finitos LS-Dyna-explícito.

PALABRAS CLAVE: Ablandamiento térmico, Calentamiento adiabático, Johnson-Cook.

ABSTRACT

Metallic materials in engineering situations subjected to high strain rates (impact phenomena, stamping...) undergo important temperature increments in zones where high plastic strain takes place due to the phenomena of adiabatic heating. Usually, adiabatic heating leads to a decrease in the mechanical properties of materials and it is often modelled using a unique thermal softening curve, as it is described in some constitutive material models. Nevertheless, many materials exhibit microstructural changes with temperature; so, the thermal softening curve does not have to be continuous. In the present work, a modified Johnson-Cook material model, based on a piecewise function, is presented in order to describe the thermal softening and/or hardening of a material with different flow stress temperature dependence because of microstructural or phase evolutions. This constitutive model has been implemented in the explicit finite element code LS-Dyna.

KEYWORDS: Thermal softening, Adiabatic heating, Johnson-Cook.

1. INTRODUCCIÓN

Las simulaciones numéricas mediante el uso del método de elementos finitos es una herramienta fundamental para la industria ingenieril debido al ahorro, tanto en materiales como en dinero, durante el proceso de diseño. Las simulaciones numéricas de cualquier proceso industrial o ensayo mecánico necesitan de la integración de las ecuaciones constitutivas del material; por lo tanto, códigos de elementos finitos comerciales como Abaqus y LS-Dyna ya tienen implementados algunos modelos de materiales que pueden ser usados. Como muchas de las situaciones en ingeniería están relacionadas con procesos de alta velocidad, ya sea el corte de una pieza, el conformado de metales o el estudio de estructuras o materiales bajo condiciones de impacto, uno de los modelos constitutivos más utilizado en metales es el modelo de material de Johnson-Cook [1], que tiene en cuenta tanto la deformación plástica, la velocidad de deformación plástica y la temperatura a la hora de definir la evolución de límite elástico del material con la deformación. Sin embargo, hay situaciones en las que los modelos de material incorporados en los códigos comerciales no son capaces reproducir ciertos comportamientos. Esta situación tiene lugar cuando se quiere simular el comportamiento mecánico de un material, que debido a un aumento de la temperatura, presenta un cambio de fase o de microestructura [2]. Un ejemplo es el caso de un acero inoxidable martensítico trabajando a alta temperatura y que sufre el impacto de otra pieza. El calentamiento adiabático del material puede provocar un cambio de fase, y por lo tanto, un cambio en el comportamiento mecánico del acero. Si se emplea el modelo de material de Johnson-Cook solo se podría definir una curva de ablandamiento térmico; dando lugar a un ajuste poco riguroso que afectaría a los resultados de las simulaciones.

En el presente trabajo, se presenta una extensión del modelo de ablandamiento térmico propuesto por Johnson-Cook con el objetivo de recoger hasta tres comportamientos diferentes en el material con el aumento de la temperatura. El modelo propuesto también permite ajustar el aumento del límite elástico con la temperatura (endurecimiento térmico), típico de algunas superaleaciones base níquel y base cobalto [3]. Además, se desarrolla el esquema de integración utilizado para implementar la extensión del modelo en LS-Dyna. Finalmente, se muestra el comportamiento mecánico del acero maraging C-250 a diferentes temperaturas con el objetivo de validar el ajuste de nuestro modelo.

2. MODELO DE COMPORTAMIENTO

Usando el criterio de plastificación de von Mises [4], la ecuación constitutiva del modelo de Johnson-Cook [1] se escribe de la forma:

$$\sigma_{y}\left(\overline{\varepsilon}_{p}, \dot{\overline{\varepsilon}}_{p}, T\right) = \left[A + B\overline{\varepsilon}_{p}^{n}\right] \left[1 + C\ln \dot{\overline{\varepsilon}}_{p}^{*}\right] \left[1 - T^{*m}\right]$$
(1)

donde $\overline{\varepsilon}_p$ es la deformación plástica equivalente, $\dot{\overline{\varepsilon}}_p^* = \dot{\overline{\varepsilon}}_p / \dot{\overline{\varepsilon}}_o$ es la velocidad de deformación plástica equivalente adimensionalizada respecto a una velocidad de deformación $\dot{\overline{\varepsilon}}_0$ y T^* es la temperatura homóloga del material. La bondad de este modelo reside en que se puede definir el endurecimiento de un material metálico en función de la deformación plástica, la velocidad de deformación plástica y la temperatura de forma independiente. Las constantes de material *A*, *B*, *n* están referidas al comportamiento cuasi-estático del material, la constante *C* al comportamiento a alta velocidad de deformación y la constante *m* al efecto de la temperatura.

En la ecuación (1), la temperatura homóloga T^* del material se define como:

$$T^* = \frac{T - T_r}{T_m - T_r} \tag{2}$$

donde *T* es la temperatura del material, T_r es la temperatura ambiente o de referencia de los ensayos y T_m la temperatura a la cual el material deja de mostrar oposición a ser deformado, que generalmente se toma como la temperatura de fusión del material.

Tal y como se citó en la introducción, si se precisa modelar el comportamiento de un material como el que se muestra en la figura 1, es necesario modificar el término del ablandamiento térmico de la ecuación de Johnson-Cook por una nueva función $\theta(T)$. La función $\theta(T)$ se define como:

$$\theta(T) = \begin{cases} \theta_1(T) & \text{si } T \leq T_1 \\ \theta_2(T) & \text{si } T_1 < T \leq T_2 \\ \theta_3(T) & \text{si } T_2 < T \leq T_m \end{cases}$$
(3)

donde T_1 y T_2 son temperaturas a las que ocurre alguna transformación en el material. Las funciones $\theta_1(T)$, $\theta_2(T)$, $\theta_3(T)$ se definen como:

$$\theta_{1}(T) = 1 \pm \left(\left(\frac{T - T_{r}}{T_{1} - T_{r}} \right)^{m_{1}} \frac{\Delta \sigma_{1}}{\sigma_{r}} \right)$$
(4)

$$\theta_2(T) = \theta_1(T_1) \left[1 \pm \left(\left(\frac{T - T_1}{T_2 - T_1} \right)^{m_2} \frac{\Delta \sigma_2}{\sigma_1} \right) \right]$$
(5)

$$\theta_{3}(T) = \theta_{2}(T_{2}) \left[1 \pm \left(\frac{T - T_{2}}{T_{m} - T_{2}} \right)^{m_{3}} \right]$$
(6)

donde m_1 , m_2 , m_3 y T_m son constantes del material. Es importante mencionar que el signo positivo en las ecuaciones (4, 5 y 6) define el endurecimiento del material con el aumento de la temperatura y el signo negativo define el ablandamiento del material con la temperatura.



Figura 1. Representación esquemática de la evolución del límite elástico con la temperatura para un material multi-fase.

2.2. Algoritmo de integración

El modelo presentado anteriormente se implementó en el código de elementos finitos LS-Dyna mediante una subrutina de material programada en código explícito.

Utilizando la formulación de pequeñas deformaciones, y por lo tanto la descomposición aditiva elato-plástica del tensor de deformaciones, la respuesta elástica del material se define como:

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{C} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^e = \mathbf{C} : (\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p) \tag{7}$$

donde C es un tensor de cuarto orden que recoge las propiedades elásticas de una material isótropo, y los superíndice e y p indican deformaciones elásticas y plásticas respectivamente.

Debido a que el presente modelo constitutivo se propone para materiales metálicos, la función de plastificación se define utilizando el criterio de von Mises como:

$$\phi(\mathbf{\sigma}, \overline{\varepsilon}_p, \dot{\overline{\varepsilon}}_p, T) = \sqrt{\frac{3}{2}\mathbf{\sigma}' \cdot \mathbf{\sigma}'} - \sigma_y(\overline{\varepsilon}_p, \dot{\overline{\varepsilon}}_p, T) = 0$$
(8)

siendo σ' la parte desviadora del tensor de tensiones.

Utilizando plasticidad asociativa, la evolución del tensor de deformación plástica se define mediante la ecuación [5]:

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{p} = \dot{\boldsymbol{\lambda}} \frac{\partial \boldsymbol{\phi}(\boldsymbol{\sigma}, \overline{\boldsymbol{\varepsilon}}_{p}, \overline{\boldsymbol{\varepsilon}}_{p}, T)}{\partial \boldsymbol{\sigma}} = \dot{\boldsymbol{\lambda}} \frac{3}{2} \frac{\boldsymbol{\sigma}'}{\overline{\boldsymbol{\sigma}}}$$
(9)

El término λ se conoce como multiplicador plástico y representa la magnitud en la que aumenta la deformación plástica, mientras que el resto del término de la ecuación (9) indica la dirección del flujo plástico, que como se puede deducir es en dirección normal a la superficie de plastificación para el presente caso.

La evolución de las variables internas $\overline{\dot{\varepsilon}}_p$, \dot{T} que actualizan la superficie de plastificación se formula como:

$$\dot{\bar{\varepsilon}}_{p} = \sqrt{\frac{2}{3}\dot{\varepsilon}^{p}} : \dot{\varepsilon}^{p} = \dot{\lambda}$$
(10)

$$\dot{T} = \frac{\chi}{\rho C_p} \bar{\sigma} \, \dot{\bar{\varepsilon}}_p \tag{11}$$

siendo ρ la densidad del material, C_p el calor específico y χ el coeficiente de Quinney-Taylor, cuyo valor es 0.9 para la mayoría de los metales.

Utilizando el esquema de integración implícito de Euler [6] en el intervalo de tiempo $[t_n, t_{n+1}]$, el estado tensional de un material sometido a un incremento de deformación $\Delta \varepsilon$ se calcula resolviendo el sistema de ecuaciones que se presenta a continuación:

$$\begin{cases} \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^{e} = \boldsymbol{\varepsilon}_{n}^{e} + \Delta \boldsymbol{\varepsilon} - \Delta \lambda \frac{3\boldsymbol{\sigma}_{n+1}'}{2\bar{\sigma}_{n+1}} \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^{p} = \boldsymbol{\varepsilon}_{n}^{p} + \Delta \lambda \frac{3\boldsymbol{\sigma}_{n+1}'}{2\bar{\sigma}_{n+1}} \\ \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{p_{n+1}} = \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{p_{n}} + \Delta \lambda \\ \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{p_{n+1}} = \bar{\boldsymbol{\sigma}}_{n} + \Delta \lambda \\ \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{p_{n+1}} = T_{n} + \frac{\chi}{\rho C_{p}} \bar{\sigma}_{n} \Delta \lambda \\ \Delta \lambda \ge 0 \\ \boldsymbol{\phi}(\boldsymbol{\sigma}_{n+1}, \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{p_{n+1}}, \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{p_{n+1}}, T_{n+1}) \le 0 \\ \boldsymbol{\phi}(\boldsymbol{\sigma}_{n+1}, \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{p_{n+1}}, \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{p_{n+1}}, T_{n+1}) \Delta \lambda = 0 \end{cases}$$
(12)

Es importante mencionar que la temperatura se actualiza de forma explícita respecto al estado tensional del material.

Para resolver el sistema de ecuaciones presentado anteriormente se utilizó el algoritmo de retorno radial [6]. Conceptualmente, la idea de este algoritmo es bastante fácil de entender y consiste es suponer que toda la deformación que sufre el material es elástica y calcular la función de plastificación. Si la función de plastificación es menor o igual que cero, la suposición de que toda la deformación es elástica es correcta; pero si la función de plastificación es mayor que cero, la tensión se proyecta al punto más cercano de la superficie de plastificación, tal y como se puede observar en la figura 2 para un material que utiliza plasticidad de von Mises.



Figura 2. Retorno radial para un material que utiliza plasticidad de von Mises.

El algoritmo del retorno radial se implementó siguiendo los siguientes pasos:

1. Suposición elástica de la deformación

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^{\epsilon_{i}} = \boldsymbol{\varepsilon}_{n}^{\epsilon} + \Delta \boldsymbol{\varepsilon} \\
\boldsymbol{\overline{\varepsilon}}_{p_{n+1}}^{t} = \boldsymbol{\overline{\varepsilon}}_{p_{n}}; \quad \boldsymbol{\overline{\varepsilon}}_{n+1}^{t} = 0; \quad \boldsymbol{T}_{n+1}^{t} = \boldsymbol{T}_{n}$$
(13)

2. Cálculo de la tensión de tanteo (superíndice t):

$$\boldsymbol{\sigma}_{n+1}^{t} = 2G\boldsymbol{\varepsilon}_{d_{n+1}}^{e_{t}} + K\boldsymbol{\varepsilon}_{v_{n+1}}^{e_{t}} = \boldsymbol{\sigma}_{n+1}^{u} + \boldsymbol{\sigma}_{n+1}^{H_{t}}$$
(14)

donde *G* es el módulo de cizalladura, *K* el módulo de compresibilidad, $\mathbf{\epsilon}_{d_{n+1}}^{e_i}$ es la parte desviadora del tensor deformación elástico de tanteo y $\mathbf{\epsilon}_{v_{n+1}}^{e_i}$ la parte volumétrica.

3. Comprobación de que la suposición elástica es correcta:

$$\phi(\mathbf{\sigma}_{n+1}^{t}, \overline{\varepsilon}_{p_{n+1}}^{t}, \dot{\overline{\varepsilon}}_{p_{n+1}}^{t}, T_{n+1}^{t}) \le 0$$
(15)

- 3.1 Si la suposición elástica es correcta todas las variables de tanteo son correctas y por lo tanto $(\bullet)_{n+1}^t = (\bullet)_{n+1}$
- 3.2 Si la suposición elástica no es correcta:

$$\boldsymbol{\sigma}_{n+1}^{H} = \boldsymbol{\sigma}_{n+1}^{H}$$
$$\boldsymbol{\sigma}_{n+1}^{'} = \boldsymbol{\sigma}_{n+1}^{''} - 2G\Delta\lambda \frac{3\boldsymbol{\sigma}_{n+1}^{'}}{2\overline{\boldsymbol{\sigma}}_{n+1}} = \boldsymbol{\sigma}_{n+1}^{''} - 2G\Delta\lambda \frac{3\boldsymbol{\sigma}_{n+1}^{''}}{2\overline{\boldsymbol{\sigma}}_{n+1}^{'}}$$
(16)

donde $\Delta \lambda$ se calcula resolviendo la ecuación no lineal:

$$\boldsymbol{\sigma}_{n+1}^{u} - 3G\Delta\lambda - \boldsymbol{\sigma}_{y_{n+1}}(\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{p_{n+1}}, \boldsymbol{\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}}_{p_{n+1}}, T_{n+1}) = 0$$
(17)

Con el objetivo de determinar si el esquema de integración utilizado funcionaba correctamente, se reprodujeron mediante simulaciones numéricas los ensayos de Taylor realizados por Chocron et.al [7] haciendo uso de proyectiles cilíndricos de aluminio 6061-T651 con 31.75 mm de longitud y 6.35 mm de diámetro.

Los proyectiles de aluminio se modelizaron usando elementos sólidos con geometría cúbica, un solo punto de integración (*ELFORM*=1 en LS-Dyna) y 0.25 mm de tamaño, aproximadamente. Los proyectiles de aluminio se lanzaron a 100 m/s, 140 m/s, 170 m/s, 200 m/s y 240 m/s sobre un objetivo rígido que fue simulado usando un material elástico con módulo de Young *E*=240 GPa y densidad ρ =8500 kg/m³.

Las constantes del modelo constitutivo utilizadas para la simulación del proyectil son las que se recogen en la tabla 1. Como para el presente caso sólo existe una

curva de ablandamiento térmico, los parámetros que definen las otras dos curvas de ablandamiento fueron anulados introduciendo la relación $\Delta\sigma_1/\sigma_r = 1$. Además, no se introdujo ningún criterio de daño en el material ya que las velocidades consideradas en la simulación no provocaban el fallo del material en los experimentos.

Tabla 1. Constantes del modelo de Johnson-Cook modificado para el aluminio 6061-T651 [7]

E [GPa]	ρ [kg/m ³]	ν	$C_p [J/kg \ ^{o}C]$	χ
70	2660	0.28	900	0.9
A [MPa]	B [MPa]	n	С	$\dot{\overline{\mathcal{E}}}_0[s^{-1}]$
270	190	0.3	0.002	1.0
$T_r [^{\circ}C]$	T ₁ [°C]	m_1	$\Delta\sigma_{l}/\sigma_{r}$	-
24	1800	1.34	1	-

Los resultados de los ensayos de Taylor se recogen usando la relación entre el diámetro final e inicial del proyectil D_f/D_0 y la relación entre la longitud final e inicial del proyectil L_f/L_0 (ver figura 3). Como se puede observar en la figura 5, donde se muestra una comparación entre las relaciones de los diámetros y longitudes para los ensayos experimentales y para las simulaciones, el esquema de integración que se utilizó para introducir el modelo de material propuesto en la sección 2 es preciso y capaz de reproducir ensayos experimentales. Además, la imagen del proyectil deformado que se muestra en la figura 3 concuerda con la geometría típica de este tipo de ensayos [7]



Figura 3. Imagen de los ensayos de Taylor reproducidos con las simulaciones para una velocidad del proyectil de 240 m/s.



Figura 5. Representación esquemática de la barra Hopkinson



Figura 4. Comparación entre los resultados experimentales y de las simulaciones para los ensayos de Taylor realizados por Chocron et.al[7].

3. ENSAYOS EXPERIMENTALES

Con el objetivo de validar el ajuste del modelo de ablandamiento térmico propuesto en el presente trabajo, se realizaron ensayos experimentales sobre la aleación comercial VascoMax C250. Esta aleación pertenece a la familia de los aceros maraging, los cuales poseen una microestructura martensítica y son endurecidos por precipitación. La martensita de estos aceros se basa en el diagrama del Fe-Ni y se diferencia de la del diagrama Fe-C en que es dúctil y tenaz. Según el fabricante, los aleantes principales del acero VascoMax C250 son: 18.5% Ni, 7.5% Co, 4.8 % Mo. La función principal del níquel consiste en formar junto al hierro la estructura martensítica durante el enfriamiento desde la

temperatura de austenizado (815 °C aproximadamente). Por otro lado, el molibdeno es el responsable de formar los precitados endurecedores del compuesto intermetálico Ni₃Mo, mientras que el cobalto disminuye la solubilidad del molibdeno en la matriz martensítica con el objetivo de aumentar la cantidad de precipitados.

Los ensayos experimentales se basaron ensayos dinámicos de compresión (2000 s⁻¹) en barra Hopkinson sobre probetas prismáticas de base cuadrada a diferentes temperaturas (desde 25 °C hasta 694 °C). Las probetas se mecanizaron con dimensiones 6 mm x 4 mm x 4mm a partir de una barra de VascoMax C250 en estado martensítico pero sin endurecimiento por precipitación.

El sistema experimental de barra Hopkinson estaba compuesto por dos barras y un proyectil como se muestra en la figura 5. La longitud de las barras era de 1 m con diámetro de 19.2 mm. El proyectil tenía el mismo diámetro que las barras pero su longitud era de 37 cm. Tanto la barra incidente como la barra transmitida se instrumentaron usando bandas extensométricas con el objetivo de recoger la historia de deformaciones de las barras, onda incidente ε_i y reflejada ε_r en la barra incidente y onda transmitida ε_t en la barra de transmisión, durante el ensayo. Utilizando la teoría de propagación de ondas elásticas en una dimensión, la tensión y deformación verdaderas de las probetas se calcularon como:

$$\begin{cases} \sigma = \frac{AE\varepsilon_{t}}{A_{0}}(1-e) = s(1-e) \\ \varepsilon = -\ln\left(1 + \frac{2c}{l_{0}}\int_{0}^{t}\varepsilon_{r}dt\right) = -\ln(1-e) \end{cases}$$
(18)

donde A_0 y l_0 hacen referencia al área inicial de la sección transversal y a la longitud inicial de la probeta respectivamente. Las parámetros A, E, $c=(E/\rho)^{0.5}$ hacen referencia a la sección transversal, módulo de Young y velocidad del sonido en las barras, que en nuestro caso se fabricaron utilizando la aleación base níquel René 41.

Es importante tener en cuenta que la ecuación (18) está formulada suponiendo que la tensión y la deformación en compresión son positivos.

La figura 6 muestra la variación límite elástico noval de la aleación VascoMax C250 (puntos) con la temperatura junto con el ajuste (línea) utilizando el modelo de tres tramos propuesto en las ecuaciones (3, 4, 5, y 6). La tabla 2 recoge los parámetros utilizados para el ajuste. En el primer tramo encontramos que la aleación, en estado martensítico, empieza a perder propiedades mecánicas con la temperatura ya que las dislocaciones poseen mayor energía de origen térmico para moverse. Sin embargo, a partir de 325 °C y hasta unos 620 °C (segundo tramo) la aleación muestra un comportamiento de endurecimiento con la temperatura. La explicación a este fenómeno podría residir en la precipitación del compuesto intermetálico Ni₃Mo en la estructura martensítica, ya que según el fabricante el endurecimiento por precipitación de la aleación se produce entre 400 y 450°C. Finalmente, al calentar por encima de los 600°C tenemos que, según el diagrama metaestable Fe-Ni, la martensita se transforma en austenita y por lo tanto observamos un tercer tramo de ablandamiento en el comportamiento de la aleación



Figura 6. Comportamiento en función de la temperatura de la aleación VascoMax C250. El límite elástico noval a 25°C es de 1330°C

Tabla 2. Constantes del modelo térmico Johnson-Cook modificado para el acero VascoMax C250.

T ₁ [⁰C]	m_1	$\Delta\sigma_l/\sigma_r$	T ₂ [°C]	m ₂
320	0.7	0.24	625	0.5
$\Delta\sigma_2/\sigma_1$	m ₃	T_m [°C]	T _r [°C]	-
0.2	1.2	980	25	-

4. CONCLUSIONES

Se ha propuesto una modificación del ablandamiento térmico del modelo de material de Johnson-Cook. El modelo permite ajustar tanto el ablandamiento como el endurecimiento que sufre un material con tres tramos independientes con el objetivo de poder recoger los efectos en las propiedades mecánicas de posibles cambios microestructurales, como ocurre con la aleación VascoMax C250.

Además, se demostró por medio de simulaciones numéricas en LS-Dyna que integrar la evolución

temperatura de forma explícita con respecto a la tensión es una buena aproximación, siempre y cuando el código de elementos finitos sea explícito.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer el apoyo y la financiación económica de la Comunidad de Madrid (España) a través del proyecto DIMMAT-CM con referencia S2013/MIT-2775.

REFERENCIAS

[1] Johnson, G. R., & Cook, W. H. (1983, April). A constitutive model and data for metals subjected to large strains, high strain rates and high temperatures. In Proceedings of the 7th International Symposium on Ballistics (Vol. 21, pp. 541-547).

[2] Erice Echávarri, B. (2012). Flow and fracture behaviour of high performance alloys (Doctoral dissertation, Caminos).

[3] Miura, S., Ohkubo, K., & Mohri, T. (2007). Mechanical properties of Co-based L12 intermetallic compound Co3 (Al, W). Materials transactions, 48(9), 2403-2408.

[4] Mises, R. V. (1913). Mechanik der festen Körper im plastisch-deformablen Zustand. Nachrichten von der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Mathematisch-Physikalische Klasse, 1913, 582-592.

[5] de Souza Neto, E. A., Peric, D., & Owen, D. R. J. (2011). Computational methods for plasticity: theory and applications. John Wiley & Sons.

[6] Simo, J. C., & Hughes, T. J. (2006). Computational inelasticity (Vol. 7). Springer Science & Business Media.

[7] Chocron, S., Erice, B., & Anderson, C. E. (2011). A new plasticity and failure model for ballistic application. International Journal of Impact Engineering, 38(8), 755-764.

[8]

http://www.dynamicmetals.net/VascoMaxCatalog.pdf

UN MODELO MICROMECÁNICO DEL COMPORTAMIENTO EN FATIGA DE UNA SUPERALEACIÓN DE BASE NIQUEL

J. Segurado^{1,2}, J. LLorca^{1,2}, A. Cruzado², S. Lucarini²

¹Departamento de Ciencia de Materiales, E.T.S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, Universidad Politécnica de Madrid, C/ Profesor Aranguren s/n, 28040 Madrid, España.

E-mail: jsegurado@mater.upm.es

²IMDEA Materials Institute, C/ Eric Kandel 2,
28906, Getafe, Madrid, España.

RESUMEN

Se ha desarrollado una herramienta para la predicción de la vida en fatiga de la superaleación In718. La herramienta parte de un modelo del comportamiento cíclico de la superaleación basado en la simulación por elementos finitos de volúmenes representativos (RVEs) de la microestructura policristalina. El comportamiento de los granos se ha simulado mediante un modelo de plasticidad cristalina que reproduce todos los fenómenos observados experimentalmente en esta aleación: efecto Bauschinger, relajación de la tensión media y ablandamiento con el número de ciclos

La predicción de la vida en fatiga está basada en la simulación del comportamiento cíclico hasta alcanzar el ciclo estable. Los resultados de las simulaciones se han empleado para obtener parámetros indicadores de la fatiga (FIPs), definidos a partir de micro-variables internas como la energía disipada en cada sistema de deslizamiento en un ciclo. Finalmente, se han propuesto leyes que relacionan dichos FIPs con el número de ciclos para la iniciación de la fatiga. Estas leyes se han ajustado con resultados experimentales y los modelos resultantes permiten una predicción razonable de la vida en fatiga en función del tipo de solicitación cíclica aplicada.

ABSTRACT

A tool has been developed to predict the fatigue life of superalloy In718. The tool is based on a model of the cyclic plastic behavior of the superalloy based on the finite element simulation of representative volume elements of the polycrystalline microstructure (RVE). The grain behavior is modelled using a Crystal Plasticity model that accounts all the mechanisms experimentally observed in this alloy: Bauschinger effect, mean stress relaxation and cyclic softening.

The fatigue life prediction is based on the simulation of the cyclic behavior until reaching the stable cycle. The results of the simulations have been used to obtain Fatigue Indicator Parameters (FIPs) defined from the value of internal microvariables such as the energy dissipated in each slip system during a cycle. Finally, laws have been proposed relating the FIPs with the number of cycles to fracture. These laws have been adjusted to experimental results and the resulting models allow a reasonable prediction of the fatigue life as function of the type of cyclic loading applied.

1. INTRODUCCIÓN

La aleación IN718 es una superaleación Ni-Fe endurecida por precipitación y con un uso extensivo para aplicaciones entre 650-700 por su buena colabilidad, soldadura, propiedades mecánicas y resistencia a la corrosión [1]. Entre sus aplicaciones destaca su uso dentro de la industria aeronáutica en diversos componentes de la turbina de baja presión (disco, carcasa, alabes, etc).

Una de las condiciones más restrictivas para el diseño con esta aleación consiste en su comportamiento en fatiga. La vida en fatiga de este material es altamente dependiente de parámetros de la microestructura como el tamaño de grano, la temperatura y las condiciones de carga (índice R, el rango de carga en cada ciclo, la frecuencia, etc). El desarrollo de modelos numéricos con base física capaces de predecir la vida en fatiga para unas condiciones dadas de carga puede reducir mucho el coste de ensayos. Estos modelos permiten además analizar de forma rigurosa las causas de la rotura por fatiga e investigar el efecto de parámetros microestructurales (tamaño de grano, presencia de carburos, etc) en la vida del material.

Los modelos clásicos de fatiga, como la ley de Paris, no tienen directamente en cuenta la microestructura del material y son adecuados principalmente para la propagación de grieta. Sin embargo, se sabe que la incubación de una grieta y su propagación a través de unos pocos granos es altamente dependiente de la microestructura [2]. Así, la acumulación de la deformación plástica a nivel de grano es responsable de la aparición de las persistent slip bands, su evolución a microfisuras y su crecimiento a granos vecinos. Por esta razón, es muy interesante el uso de modelos donde se resuelva el valor de los microcampos de deformación plástica en cada grano durante el proceso de deformación cíclica. La homogeneización computacional es una herramienta ideal para este objetivo ya que permite obtener el valor de los microcampos dentro de los granos. Esta estrategia consiste en obtener el comportamiento de un policristal simulando un elemento representativo de la microestructura mediante un método numérico como el método de elementos finitos [3]. La ecuación constitutiva de los granos es el modelo de plasticidad cristalina, adaptado para incluir fenómenos cíclicos como el endurecimiento cinemático, ratcheting o el ablandamiento cíclico. La aplicación de la homogeneización computacional al campo de la fatiga es relativamente novedosa y se ha aplicado a algunas superaleaciones de base Ni [4], Ti [5], etc. En el caso de la aleación In718 existen modelos de plasticidad cíclica a nivel macroscópico para estimar la vida en fatiga [6], pero no hay ningún modelo basado en homogeneización computacional y plasticidad cristalina.

El objetivo de este trabajo es proponer un modelo basado en plasticidad cristalina y simulaciones por elementos finitos (CPFE) para estimar la vida en fatiga de la superaleación IN718. Para este objetivo primero se ha desarrollado y ajustado un modelo de plasticidad cristalina para el comportamiento plástico cíclico de esta aleación incluyendo endurecimiento isótropo, cinemático, ablandamiento cíclico y ratcheting. El modelo se ha usado para simular el comportamiento de elementos representativos de la microstructura real de este material bajo cargas cíclicas. Los microcampos obtenidos en cada punto del modelo tras alcanzar el ciclo estable se han empleado para definir parámetros indicadores de fatiga (FIP). Finalmente, se han propuesto y ajustado leyes que estiman el número de ciclos de vida en función de los valores de los FIPs obtenidos mediante la simulación de un ensayo.

2. MODELO NUMÉRICO DE LA VIDA EN FATIGA

2.1. Modelo de plasticidad cristalina para el comportamiento cíclico

El comportamiento de los granos se ha tenido en cuenta mediante un modelo de plasticidad cristalina fenomenológica. El modelo asume una descomposición multiplicativa del gradiente de deformación

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}^e \mathbf{F}^p \tag{1}$$



Figura 1: Descomposición multiplicativa del gradiente de deformación

El tensor gradiente de velocidad resultante tiene dos términos, el gradiente de deformación elástico \mathbf{L}^e y el plástico \mathbf{L}^p ,

$$\mathbf{L} = \dot{\mathbf{F}}\mathbf{F}^{-1} = \dot{\mathbf{F}}^{e}\mathbf{F}^{e^{-1}} + \mathbf{F}^{e}\dot{\mathbf{F}}^{p}\mathbf{F}^{p^{-1}}\mathbf{F}^{e^{-1}} = \mathbf{L}^{e} + \mathbf{F}^{e}\mathbf{L}^{p}\mathbf{F}^{e^{-1}}$$
(2)

Usando la configuración de referencia, el segundo tensor de Piola-Kirchoff se obtiene a partir del tensor de deformación elástico de Green y del tensor de rigidez elástico del cristal \mathbb{C}

$$\mathbf{S} = \mathbb{C}\frac{1}{2} \left(\mathbf{F}^{eT} \mathbf{F}^{e} - \mathbf{I} \right)$$
(3)

El gradiente de deformación plástico, definido en la configuración intermedia o plásica, se obtiene como la suma de las velocidades de deformación cortantes $\dot{\gamma}$ en cada uno de los sistemas de deslizamiento α característicos del metal considerado.

$$\mathbf{L}^{p} = \sum_{\alpha} \dot{\gamma}^{\alpha} \mathbf{s}^{\alpha} \otimes \mathbf{m}^{\alpha} \tag{4}$$

En la aleación In718, existe una fase FCC continua con aproximadamente un 80 % de la fracción volumétrica. Por esta razón, y en contraste con lo que ocurre con otras superaleaciones de alta fracción volumétrica de precipitados, los únicos sistemas de deslizamiento disponibles son los característicos de una red FCC (**m**, **s** \in [111] < 110 >) [7].

La velocidad de deformación cortante $\dot{\gamma}$ siguen una ley visco-plástica del tipo potencial

$$\dot{\gamma}^{\alpha} = \dot{\gamma}_0 \left(\frac{|\tau^{\alpha} - \kappa^{\alpha}|}{g^{\alpha}} \right)^{\frac{1}{m}} \operatorname{sign}(\tau^{\alpha} - \kappa^{\alpha}) \qquad (5)$$

donde $\dot{\gamma}_0$ es la velocidad de deformación de referencia, m es el exponente visco-plástico, τ^{α} es la tensión resuelta en el sistema considerado. g^{α} , κ^{α} son la tensión critica resuelta (CRSS) y el *backstress* de ese sistema.

La evolución del CRSS, g^{α} , define el endurecimiento o ablandamiento isótropo. Se ha empleado una ley con dos términos $g^{\alpha} = g_m^{\alpha} + g_c$. El primero define la evolución monotónica de CRSS y viene dado por

$$\dot{g}_{m}^{\dot{\alpha}} = h_{\alpha} \dot{\gamma}_{\alpha} + \sum_{\beta \neq \alpha} q_{\alpha\beta} h \dot{\gamma}_{\beta}$$
(6)

donde $q_{\alpha,\beta}$ son los coeficientes de endurecimiento latente y *h* es el módulo de auto endurecimiento, dado por la expresión de Asaro-Needleman

$$h = \operatorname{sech} \left| \frac{h_0 \Gamma}{\tau_s - \tau_0} \right| \tag{7}$$

siendo τ_0 , τ_s y h_0 los parámetros del material que definen la ley y Γ la deformación plástica acumulada, dada por

$$\Gamma = \sum_{\alpha} \int_{t} |\dot{\gamma}^{\alpha}| \mathrm{d}t \tag{8}$$

El segundo término de la evolución de la CRSS es g_c que proporciona en ablandamiento observado en algunos materiales como el In718 bajo deformaciones plásticas cíclicas. Este modelo propone que la evolución del ablandamiento cíclico sea igual para todos los sistemas y dependa de una nueva variable interna, la deformación plástica cíclica acumulada, que viene dada por la siguiente expresión

$$\Gamma_c = \sum_{\alpha} \int_t |\dot{\gamma}^{\alpha}| \mathrm{d}t - |\int_t \dot{\gamma}^{\alpha} \mathrm{d}t|.$$
(9)

Una vez definida Γ_c el modelo asume una evolución de g_c

$$g_c = -\tau_s^{cyc} (1 - \exp(h^{cyc} \Gamma_c / \tau_s^{cyc}))$$
(10)

donde τ_s^{cyc}, h^{cyc} son los parámetros del material que definen la evolución del ablandamiento cíclico

Finalmente, el modelo considera el endurecimiento cinemático, necesario para tener en cuenta el efecto Bauschinger. Existen varios modelos macroscópicos para la evolución del *backstress*, κ^{α} , que controla dicho endurecimiento [9],[10], etc. En este estudio se ha propuesto una evolución del *backstress*, eq. 5, basada en el modelo macroscópico de Friederich Armstrong [9], modificado con un nuevo término basado en el modelo de Ohno-Wang [10].

$$\dot{\kappa}^{\alpha} = c\dot{\gamma}^{\alpha} - d\kappa^{\alpha} |\dot{\gamma}^{\alpha}| \left(\frac{|\kappa^{\alpha}|}{c/d}\right)^{mk} \tag{11}$$

siendo c, d and mk los parámetros del material que definen el endurecimiento cinemático. El modelo propuesto es capaz de predecir de manera adecuada el endurecimiento cinemático, incluyendo la evolución de la tensión media (y del ratcheting) con un número de parámetros inferior a los modelos macroscópicos.

2.2. Homogeneización policristalina

El comportamiento del policristal se obtiene mediante un modelo numérico de homogeneización policristalina [3]. Este modelo está basado en la simulación mediante el método de elementos finitos de elementos periódicos representativos de la microstrucura (RVE). En este estudio se ha optado por modelos tipo voxel, donde el RVE es un cubo discretizado en elementos cúbicos idénticos perteneciendo cada cubo a uno de los granos representados. La microestructura dentro del modelo de voxels se genera para reproducir la distribución de formas y tamaños de grano del material y para ello se ha usado el programa de software libre Dream 3d. Un modelo típico de RVE se ha representado en la figura 2, en este caso el modelo contiene 713 granos y unos 80 elementos por grano. Las orientaciones de cada grano al ser uniforme la textura se generan aleatoriamente.



Figura 2: Modelo de voxels de un RVE conteniendo 713 granos y unos 80 elementos por grano.

La historia de deformación a aplicar se hace a través de las condiciones de contorno periódicas. Si A y B son dos nodos en posiciones periódicas del modelo y \mathbf{L}_{AB} es el vector que une dichos nodos, se impone que el desplazamiento de ambos \mathbf{u}_B , \mathbf{u}_A esté relacionado con la deformación a aplicar según

$$\mathbf{u}_B - \mathbf{u}_A = (\mathbf{F}(\mathbf{t}) - \mathbf{I})\mathbf{L}_{AB}$$
(12)

siendo $\mathbf{F}(\mathbf{t})$ el gradiente de deformación macroscópica. En el caso de carga uniaxiales en una dirección *i*, la única componente conocida de $\overline{\mathbf{F}(\mathbf{t})}$ es $\bar{F}_{ii}(t)$ siendo las demás componentes el resultado de imponer tensiones macroscópicas nulas en las otras direcciones. El valor de $\bar{F}_{ii}(t)$ representa la deformación impuesta en función del tiempo y es en esa función donde entra el rango de deformación aplicado, el índice *R*, la frecuencia y la forma de los ciclos.

2.3. Simulación del ciclo estable y obtención de indicadores de fatiga

El objetivo de las simulaciones de la deformación cíclica es obtener parámetros indicadores de la fatiga, definidos en el ciclo de deformación estable que experimentalmente puede alcanzarse tras centenas de ciclos. Debido al alto coste computacional de simular todos los ciclos, se ha propuesto una técnica de aceleración. Esta técnica consiste en realizar saltos de ciclos de forma que tras el último ciclo real simulado N se estima el valor de todas las variables de estado en un ciclo $N+N_{jump}$ mediante extrapolaciones basadas en la evolución de dichas variables entre los ciclos N - 1 y N. Los detalles de esta técnica se omiten aquí por brevedad.

Tras alcanzar el ciclo estable, se posprocesan los resultados de los microcampos y variables de estado en cada punto del modelo para obtener parámetros indicadores de la fatiga (FIPs). Estos parámetros son medidas de la acumulación de la deformación plástica producida por el movimiento cíclico de dislocaciones en cada grano, movimiento que dará lugar a la formación de Persistent Slip bands (PSB) y su evolución a grietas reales. Existen en la literatura varios indicadores, entre ellos cabe destacar el FIP energético y el FIP de Fatemi-Sociee. En este estudio, se ha usado el FIP energético, P_W definido como el máximo del valores medios en cada grano del trabajo plástico acumulado en cada punto $P_{loc}(\mathbf{x})$

$$P_{loc}(\mathbf{x}) = \int_{t} \sum_{\alpha} \tau^{\alpha} \dot{\gamma}^{\alpha} \mathrm{d}t \qquad (13)$$

$$P_W = \max_{i=1, N grain} \frac{1}{V_i} \int_{V_i} P_{loc}(\mathbf{x}) \mathrm{d}V$$
(14)

siendo Ngrain el número de granos considerados en el RVE.

2.4. Modelo de predicción de vida en fatiga

Si el proceso de nucleación de grieta está controlado por la deformación plástica local y la formación de PSB, se puede establecer una relación fenomenológica entre el valor del FIP obtenido y el número de ciclos para iniciación. Como la detección experimental precisa de la iniciación es muy complicada, los modelos suelen relacionar el valor del FIP con el número de ciclos necesarios para que se produzca una reducción de la rigidez (o de la tensión en caso de control en deformación) del 5 %. A nivel de diseño, ese punto se identifica en muchos casos como la vida en fatiga.

Si se define el incremento del FIP en un ciclo N como $\Delta P_N = P_{N+1} - P_N$, su valor estabilizado (N suficientemente grande para que ΔP_N no varíe) es el que usa para establecer la relación entre los resultados numéricos y la vida en fatiga. En este trabajo se usan dos leyes para la determinación del el número de ciclos de vida N_{tot} en función del ΔP

$$N_{tot}\Delta P = P_{crit}$$
(15)
$$N_{tot}\Delta P^a_{cyc} = P_{crit}.$$

La primera ecuación es una aproximación lineal con un solo parámetro a ajustar P_{crit} y la segunda es una expresión del tipo Coffin-Manson con dos parámetros, P_{crit} y a. Los parámetros de estas leyes se ajustan usando resultados experimentales de fatiga donde el resultado es el número de ciclos de vida.

3. RESULTADOS

3.1. Ajuste y resultados del modelo de plasticidad cíclica

La ecuación constitutiva descrita, incluyendo la aceleración del número de ciclos, se ha implementado como una subrutina de material UMAT en el programa de elementos finitos empleado, abaqus. El primer paso para la ajustar le herramienta de predicción d fatiga consiste en encontrar los parámetros del modelo de plasticidad cristalina que mejor ajusten el comportamiento cíclico en varias condiciones diferentes. Algunos parámetros del modelo $(q, m, \dot{\gamma}_0)$ se han medido directamente mediante ensayos micromecánicos en pilares [3]. El resto de los parámetros se han ajustado a partir de los resultados en [6], consistentes en las curvas tensión deformación de los primeros ciclos de dos ensayos con control en deformación, $R = 0, T = 400^{\circ}$ C, y rango de deformación aplicado $\Delta \epsilon = 0.01 \text{ y} \Delta \epsilon = 0.016$ (Figs. 3 y 4). La identificación de los parámetros se hizo mediante un proceso de optimización por mínimos cuadrados basado en el algoritmo de Levenberg-Marquardt. Esta técnica fue desarrollada por el grupo de investigación en [8] y se ha adaptado aquí para obtener los parámetros que controlan el comportamiento plástico cíclico. Las curvas tensión deformación de los 5 primeros ciclos de [6] se han usado como datos de ajuste y el resultado del modelo se ha representado en las Figs 3 y 4 junto a los datos experimentales. Los parámetros resultantes del material son:

- Medidos en micro-tests de compresión en pilares: $m = 0.017, \dot{\gamma}_0 = 2.42 \cdot 10^{-3}, q = 1$
- Obtenidos del ajuste directo del ablandamiento cíclico : $\tau_s^{cyc} = 32$ MPa y h^{cyc} =-30 MPa
- Obtenidos mediante optimización inversa de los resultados [6]:
 - Endurecimiento isótropo: $h_0 = -17575$ MPa, $\tau_0 = 424$ MPa, $\tau_s = 530$ MPa
 - Endurecimiento cinemático: c = 20639 MPa, d = 174,41, mk = 21,31

El resultado del ajuste permite reproducir con el mismo set de parámtros los 5 primeros ciclos de dos ensayos diferentes Figs 3 y 4. Este ajuste se ha logrado usando 8 parámetros en total para caracterizar el endurecimiento isótropo (3), cinemático (3) y ablandamiento cíclico (3). Conviene señalar que los modelos macroscópicos del comportamiento cíclico necesitan en muchos casos un número de parámetros mayor, por ejemplo el modelo de Ohno-Wang [10] solo para el kinematic hardening necesita 5 parámetros.


Figura 3: Comportamiento en los ciclos N=1 y N=5 para rango de deformación de $\Delta\epsilon=0,01$



Figura 4: Comportamiento en los ciclos N=1 y N=5 para rango de deformación de $\Delta \epsilon = 0.016$

3.2. Predicción de la vida en fatiga

Los resultados del comportamiento cíclico empleados [6] no incluyen el número de ciclos soportados. Por esta razón, se emplearon resultados experimentales para In718 también con control en deformación proporcionados por la empresa *ITP*. Los datos obtenidos de estos ensayos fueron el número de ciclos de vida (calculados como el ciclo donde la tensión máxima baja un 5%) para probetas ensayadas a fatiga con R = 0 (5 rangos de deformación diferentes) y R = -1 (7 rangos de deformación). Por falta de datos directos de las curvas cíclicas, se asumió que el comportamiento elasto-plástico ajustado previamente es también válido para estos ensayos.

Los modelos lineal y potencial de predicción de vida en

fatiga (ecuaciones 15) se ajustaron usando los resultados de los 5 ensayos disponibles para R = 0. El proceso de ajuste implica primero la simulación de cada ensayo hasta el ciclo estable usando el modelo policristalino para obtener el FIP correspondiente a dicho ensayo. Los datos experimentales de vida y los FIPs correspondientes obtenidos numéricamente se usan para obtener mediante ajuste por mínimos cuadrados de los parámetros de las leyes 15. La Figura 5 representa el rango de deformación aplicado en el ensayo (normalizado frente a la máxima) frente al número de ciclos de vida junto con los valores predichos por los modelos una vez ajustados. Puede observarse que el modelo lineal no es capaz de reproducir los ciclos de rotura para todos los ensayos a la vez mientras que el modelo potencial predice de forma adecuada la vida de los 5 ensayos.

Los modelos ajustados para R = 0 se ha empleado para hacer una predicción de la vida en fatiga con R=1 y evaluar así la capacidad predictiva del modelo. El resultado se ha representado en la Fig. 6. En términos generales las predicciones del modelo potencial son mejores. Este modelo captura con bastante precisión los 5 ensayos de mayores deformaciones resaltando la capacidad de esta estrategia para estimar la vida en fatiga bajo deformaciones medias, permitiendo una reducción del número de ensayos o la realización de ensayos virtuales para completar campañas experimentales. Por el contrario, las predicciones de ambos modelos para las deformaciones más pequeñas son bastante deficientes y el número de ciclos predicho fue considerablemente menor al experimental. La causa de las diferencias es el bajo nivel de deformaciones plásticas que el material desarrolla para esas cargas, que no es capturado de forma correcta por los modelos policristalinos. A estos niveles de deformación aplicada, la plasticidad media en los granos es muy pequeña y en los materiales reales, la formación de grietas puede estar potenciada por defectos o segundas fases que producen una localización de deformaciones plásticas que no se tienen en cuenta en los modelos.



Figura 5: Vida en fatiga y ajuste del modelo para 5 ensa-

yos a ${\cal R}=0$



Figura 6: Vida en fatiga y predicciones del modelo para R = -1

4. CONCLUSIONES

Se ha desarrollado un modelo numérico del comportamiento cíclico de la superaleación In718 basado en simulaciones por elementos finitos de volúmenes representativos de la microestructura. El comportamiento de los cristales se ha simulado mediante un modelo de plasticidad cristalina donde se han incorporado los efectos característicos de la deformación cíclica de este material: efecto Bauschinger, relajación de la tensión media y ablandamiento con el número de ciclos. Los parámetros del modelo de plasticidad se han obtenido de medidas directas en tests micromecánicos y mediante un problema inverso de optimización empleando como datos resultados experimentales de la literatura.

El modelo policristalino se ha empleado para simular ensayos a fatiga hasta alcanzar el ciclo estable y el resultado de las simulaciones se ha empleado para obtener parámetros indicadores de la fatiga (FIPs) en esos ensayos. Se han evaluado dos modelos, uno lineal y otro potencial para relacionar los FIP obtenidos por simulación con el número de ciclos de vida. Los modelos se han ajustado con 5 ensayos a R=0 y se ha concluido que el modelo lineal no es capaz de reproducir la rotura para todos los rangos de deformación. El modelo ajustado se ha usado finalmente para predecir los ciclos de vida de 7 ensayos a R=-1. Las predicciones del modelo fueron muy precisas con el modelo potencial para rangos de deformación aplicada medios y altos, mostrando la capacidad de la herramienta para estimar la vida del material en estos casos permitiendo reducir el número de ensayos. Por el contrario, el modelo falló en la predicción de vida para los 2 ensayos de deformaciones más bajas. Las pobres predicciones del modelo en rangos de deformación muy bajos se debe al pequeño valor medio de las deformaciones plásticas en esos casos.

AGRADECIMIENTOS

Esta investigación ha sido financiada por la Unión Europea a través del proyecto MICROMECH, convocatoria Clean Sky Joint Undertaking, 7th Framework Programme (CS-GA-2013-6200). Los investigadores agradecen a la empresa ITP y en particular a Arantza Linaza y Koldo Ostolaza su colaboración en este trabajo.

REFERENCIAS

- H.J. Wagner, A.M. Hall, Physical metallurgy of alloy 718. DMIC Report 217, Battelle Memorial Institute, Columbus, June 1, 1965.
- [2] S. Suresh Fatigue of Materials Cambridge University Press, 1998
- [3] A Cruzado, B Gan, M Jiménez, D Barba, K Ostolaza, A Linaza, JM Molina-Aldareguia, J Llorca, J Segurado Multiscale modeling of the mechanical behavior of IN718 superalloy based on micropillar compression and computational homogenization, *Acta Materialia* 98, 242-253, 2015
- [4] F.P.E. Dunne and D.Rugg On the mechanisms of fatigue facet nucleation in titanium alloys *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures* 21, 949?958, 2008
- [5] M. Shenoy , Y. Tjiptowidjojo, D. McDowell Microstructure-sensitive modelling of polycrystalline In100 *International Journal of Plasticity* 24, 1694-1730, 2008.
- [6] D. Gustafsson, J.J. Moverare, K. Simonsson, S. Sjöström, Modeling of the Constitutive behaviour of Inconel 718 at Intermediate temperatures Journal of Engineering for Gas Turbines and Power 133, 1-4, 2011.
- [7] C.J. Boehlert, H. Li, L. Wang, Slip system characterization of Inconel 718 using in-Situ scanning electro microscopy *Advanced materials and processes* 168, 41-45, 2010.
- [8] V. Herrera-Solaz, P. Hidalgo-Manrique, M.T. Pérez-Prado, D. Letzig, J. LLorca, J. Segurado, Effect of rare earth additions on the critical resolved shear stresses of magnesium alloys *Materials Letter* 128, 199-203, 2014
- [9] P. Armstrong, C. Frederick A mathematical representation of the multiaxial bauschinger effect *CEGB Report rd/b/n731* Berkeley nuclear laboratories, Berkeley, UK, 1966
- [10] N. Ohno, J.D. Wang Kinematic hardening rules with critical state of dynamic recovery, Part II: Application to experiments of ratchetting behavior *International Journal of plasticity* 9, 391-403, 1993.

NUMERICAL ANALYSIS OF CRACK DIRECTION IN CASE OF CRACK KINKING IN STANDARD COMPACT TENSION AND DOUBLE CANTILEVER BEAM SPECIMENS WITH INCLUSION OF CONSTRAINT

S. Seitl^{1*}, R. F. Diego Liedo², A. Fernandéz-Canteli²

 ¹Faculty of Civil Engineering, Brno University of Technology, Veveří 331/95, 602 00 Brno, Czech Republic
 ²Escuela Politécnica de Ingeniería, Universidad de Oviedo Campus de Viesques 7.1.10, 33203 Gijón, Spain
 *E-mail: seitl@ipm.cz

RESUMEN

El presente trabajo tiene como tema principal la dirección de propagación de la grieta en el caso de acodamiento tanto en una probeta compacta de tensión como en el de una viga en doble voladizo mediante simulaciones numéricas. La grieta tras el acodamiento puede propagarse hacia la superficie en lugar de a través del ligamento. Mientras que con el criterio original de tensión tangencial máxima solamente se tienen en cuenta los factores de intensidad de tensión correspondientes a los modos I y II, el criterio modificado considera el efecto de la tensión T, así como el de dichos factores. En este trabajo se presenta una deducción teórica del criterio empleado con la tensión T, así como el cálculo de la dirección de propagación de la grieta tras el acodamiento según ambos criterios, tradicional y modificado. Los resultados se comparan mediante el criterio de la densidad de energía de deformación.

PALABRAS CLAVE: Fractura, acodamiento de grieta, tensión T, constricción, criterio MTS, criterio SED, probeta compacta, viga en doble voladizo.

ABSTRACT

The numerical analysis of the crack direction in case of crack kinking for standard compact tension and double cantilever beam specimens with consideration of constraint is the main topic of this contribution. The crack after kinking may propagate towards the surface instead of growing through the ligament. While the traditional tangential stress criterion uses only the stress intensity factors in mode I and mode II, the modified criterion takes into account the effect of the T-stress as well as the stress intensity factors. Theoretical derivation of the criterion with T-stress is introduced, and the crack propagation direction after crack kinking is calculated by both the traditional and modified criteria. The results are compared using a strain energy density criterion.

KEYWORDS: Fracture, crack kinking, T-stress, constraint, MTS criterion, SED criterion, compact tension specimen, double cantilever beam specimen.

1. INTRODUCTION

For cracks under tension and shear, the crack growth direction is an important aspect of the fracture behaviour. Crack growth in a non-homogenous stress field generally displays a complicated trajectory influenced by stress concentrators, aggregates, biaxial load, etc. [6].

An accurate estimation of the crack path can aid by the prediction of unexpected failures in engineering structures. The usual assessment of the crack trajectory and crack propagation rates is based on a phenomenological approach. According to classical linear elastic fracture mechanics, two cracks display similar behavior if the stress intensity factors are equivalent.

Recently, it has been shown that in some cases twoparameter fracture mechanics [1, 10] can describe the crack tip stress field more accurately by taking into account the constraint effect. In other research works, the effect of the T-stress on the crack growth initiation angle is considered in brittle materials using four point antisymetrical bend specimens, see [17], either in tensile specimen with holes [14], or for a crack path inside the modified compact tension specimen [16], and for crack under biaxial loading [15]. Consequently, the criterion used for the estimation of the fatigue crack trajectory was also modified. There exist numerous different mix-mode criteria such as the maximum tangential stress (MTS) criterion [7], the maximum energy, the release rate criterion or the criterion based on the strain energy density (SED) the last two developed by Sih [18]. All these criteria minimize the mode II contribution on the crack propagation, and the predicted crack paths are more or less similar, especially for the small ratio K_{II}/K_{I} . [8]

The aim of the present paper is to describe the crack behaviour after crack kinking in a compact tension (CT), and in a double cantilever beam (DCB) specimens. For this purpose various lengths of crack kinking (da) and the kinking angle from zero to perpendicular crack kinking against the mother crack are studied. The influence of constraint is quantified on the crack direction, and the MTS and SED criterion are used. Note that the kinking of crack could be caused by material inhomogeneity like aggregates, inclusions, etc., but this is not a subject of research in this contribution, in which only a numerical study in homogenous bodies is performed.

2. THEORETICAL BACKGROUND

Historically, fracture mechanics research first sought to determine the conditions for stability of straight cracks extending in their own plane. For mixed mode loading this is often not the mechanically or energetically most favourable path. In fact, a variety of methodologies have been employed to determine the direction of crack growth under mixed-mode (tensile and shear) loading in homogeneous and layered materials.



Fig. 1 Coordinate system (r, θ) used at the crack tip; *a* is the length of mother crack, ω is the angle of kinking and *da* is the length after kinking the crack.

Using the solution by Williams [23], the crack tip stress field may be described by expansion and it can be written in the form:

$$\sigma_{ij} = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \frac{n}{2} r^{\frac{n}{2}-1} f_{ij}(n,\theta) + \sum_{m=1}^{\infty} B_m \frac{m}{2} r^{\frac{m}{2}-1} g_{ij}(m,\theta),$$
(1)

where $i, j \in \{x, y\}$. The meaning of the symbols used in Eq. 1 is: σ_{ij} represents the stress tensor components, r, θ symbolize the polar coordinates (provided the centre of the coordinate system at the crack tip and the crack faces lying on the negative x-axis); f_{ij} and g_{ij} stand for the known functions and their expressions can be found in classical textbooks on fracture mechanics. The values of A_n and B_m depend on the relative crack length or more generally, on the cracked specimen configuration. Therefore, it is necessary to calculate these parameters numerically and the method used within this work is described in the following text.

In addition, it should be added that the first term coefficients, A_1 and B_1 , in Eq. 1 are correlated to the stress intensity factor for normal and shear model K_I and K_{II} , respectively ($K_I = A_1\sqrt{2\pi}$, $K_{II} = -B_1\sqrt{2\pi}$). In the studied case we are restricted to the two-parameter fracture mechanics:

$$\sigma = \frac{K_I \cdot f(\theta) + K_{II} \cdot g(\theta)}{\sqrt{2\pi r}} + T.$$
(2)

The second term represents the strength of a constant stress expresses only in the second component and is usually referred to as the T-stress [1]. The T-stress is, in general, independent of the stress intensity factor; what means that two crack bodies can show the same K_I and K_{II} , but different values of T-stress. For a positive (tensile) T-stress, the path is destabilized, see in [4]. Therefore the CT and DCB specimens were selected for numerical analysis.

As of Eq. 2, stress field equations near the crack tip given in polar coordinate are:

$$\sigma_{rr} = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \left[K_I \left(\frac{5}{4} \cos \frac{\theta}{2} - \frac{1}{4} \cos \frac{3\theta}{2} \right) \\ + K_{II} \left(-\frac{5}{4} \sin \frac{\theta}{2} + \frac{3}{4} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \right] \\ + T \cos^2 \theta , ,$$

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \left[K_I \left(\frac{3}{4} \cos \frac{\theta}{2} + \frac{1}{4} \cos \frac{3\theta}{2} \right) \\ + K_{II} \left(-\frac{3}{4} \sin \frac{\theta}{2} - \frac{3}{4} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \right] \\ + T \sin^2 \theta , ,$$

$$\tau_{r\theta} = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \left[K_I \left(\frac{1}{4} \sin \frac{\theta}{2} + \frac{1}{4} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \\ + K_{II} \left(\frac{1}{4} \cos \frac{\theta}{2} + \frac{3}{4} \cos \frac{3\theta}{2} \right) \right] \\ - T \sin \theta \cos \theta .$$

$$(3)$$

In what follows, two conventional fracture criteria for the mixed mode are presented and then, the effect of T–stress on these criteria is studied.

2.1. MAXIMUM TANGENTIAL STRESS (MTS) CRITERION

Erdogan and Sih [18] proposed a criterion for determining crack propagation angle based on the assumption that the crack will propagate perpendicular to the direction of the maximum tangential stresses, along a sufficiently small constant radius around the crack tip.

The MTS criterion can be stated mathematically as follows:

$$\frac{\partial \sigma_{\theta\theta}}{\partial \theta} = 0, \qquad \frac{\partial^2 \sigma_{\theta\theta}}{\partial \theta} < 0; \tag{4}$$

where $\sigma_{\theta\theta}$ has been expressed as a function of θ in Eq. 4. The above has been studied in detail by Ayatollahi [2-3] and summarized here.

The two parameter modification of the MTS criterion takes into account the existence of the second term in the Williams expansion of the stress field, see Eq. 1, and has the following form (see e.g. [5] for details):

$$K_{I}\sin(\theta_{0}) + K_{II}(3\cos(\theta_{0}) - 1) + \frac{16}{3}T\sin(\frac{\theta_{0}}{2})\cos(\theta_{0})\sqrt{2\pi r} = 0; \quad (5)$$

where *T* is the corresponding value of the T–stress. The crack growth direction θ_0 can now be expressed in the following form:

$$\theta_0 = \theta_0(K_{II}/K_I, T, r); \tag{6}$$

where *r* is an additional length scale representing the fracture process zone size, see e.g. the article by Kim et al [12]. Based on Eq. 5 it can be found that the negative T-stress decreases the crack initiation angle θ_0 , whereas the positive T-stress increases it.

2.2. STRAIN ENERGY DENSITY (SED) CRITERION

Sih [18] postulated that crack advances incrementally in the direction where a critical amount of strain energy (*S*) is accumulated within the element.

SED criterion can be stated mathematically as follows:

$$\frac{\partial S}{\partial \theta} = 0, \qquad \frac{\partial^2 S}{\partial \theta^2} > 0.$$
 (7)

Strain energy density can be obtained in terms of the stress intensity factors of mixed mode I/II:

$$S = \frac{1}{2G} \left[\frac{\kappa + 1}{8} (\sigma_{rr} + \sigma_{\theta\theta})^2 - \sigma_{rr} \sigma_{\theta\theta} + \tau_{r\theta}^2 \right], \tag{8}$$

where G represents the shear modulus and κ is the Kolosov's constant, depending on the plane stress or strain conditions.

In what follows, the influence of the T-term in stresses by SED criterion on the fracture angle will be investigated. The used equations for the two-parameter modification cover the second non-singular term and are proposed in [19] by Sladek et al and [20] by Smith.

3. SPECIMENS GEOMETRY AND MATERIAL PROPERTIES

For the numerical study two geometries were selected providing positive values of T-stress, namely, the compact tension specimen (see in Fig. 2) and the relatively similar, but longer double cantilever beam specimen (see Fig. 3), for K-calibration curve, see e.g. [12], for T-calibration curve, see e.g. [10].

Material properties were selected as concrete (due its heterogeneity and easy way to kinking crack during propagation) with Young's modulus E = 44 GPa and Poisson's ratio v = 0.2.



Fig. 2 Compact tension (CT) specimen from the sketch the ratio H/W: 0.6W/W = 0.6.



Fig. 3 Double cantilever beam (DCB) specimen H/W = 0.10.

The crack propagation direction after kinking of the mother crack *a* was studied on a/W values range from 0.10 to 0.90, *da* from 0.5 to 3 mm and ω from 0° to 90°.

All calculations were performed for a constant value of the force, F = 1000 N.

4. MODELLING IN ANSYS

The numerical study was performed using the finite element software ANSYS. In the vicinity of the crack tip, the element PLANE 183 was used with a minimal size 1×10^{-5} mm, which allows us to take advantage of the moving center point to 1/4 of the distance and the model singular behavior at the crack tip [22]. All calculations were performed for plane strain condition. The selected meshes for the CT and DCB specimens with a detail near the crack tip are shown in Figs. 4 and 5, respectively.



Fig. 4 Compact tension specimen – finite element mesh with boundary conditions and detail of the finite element mesh near the crack-tip. A refinement is employed to capture the details of the stress singularities ($H/W = 0.60, a/W = 0.50, da = 2, \omega = 40^\circ$).

The material properties of the concrete, used as input data for ANSYS, were the following (see Section 3): Young's modulus E = 44 GPa and Poisson's ratio v = 0.2.

5. RESULTS AND DISCUSSION

In this section, the numerical results obtained in the numerical simulation are compared and discussed for both geometries (CT and DCB).

5.1. COMPACT TENSION SPECIMEN

The values of fracture parameters (stress intensity factors K_I and K_{II}) are shown in Figs. 6–10 for selected relative crack length a/W = 0.10; 0.25; 0.50; 0.75 and 0.90, respectively. These graphs in the mentioned Figs. 6–10 show the values of stress intensity factors versus the angle for various crack increments.



Fig. 5 Double cantilever beam specimen – finite element mesh with boundary conditions and detail of the finite element mesh near the crack-tip. A refinement is employed to capture the details of the stress singularities (H/W = 0.10, a/W = 0.50, da = 2, $\omega = 40^{\circ}$).



Fig. 6 Compact tension specimen a/W = 0.10, values of stress intensity factors (K_I – normal mode and K_{II} – shear mode) versus kink angle ω ($\omega = 0$ means that the crack increment is directly linked to the mother crack).



Fig. 7 Compact tension specimen a/W = 0.25, values of stress intensity factors (K_I – normal mode and K_{II} – shear mode) versus kink angle ω ($\omega = 0$ means that the crack increment is directly linked to mother crack).



Fig. 8 Compact tension specimen a/W = 0.50, values of stress intensity factors (K_I – normal mode and K_{II} – shear mode) versus king angle ω ($\omega = 0$ means that the crack increment is directly linked to mother crack).



Fig. 9 Compact tension specimen a/W = 0.75, values of stress intensity factors (K_I – normal mode and K_{II} – shear mode) versus king angle ω ($\omega = 0$ means that the crack increment is directly linked to mother crack).



Fig. 10 Compact tension specimen a/W = 0.90, values of stress intensity factors (K_I – normal mode and K_{II} – shear mode) versus king angle ω ($\omega = 0$ means that the crack increment is directly linked to mother crack).

The ratio K_{II}/K_I versus kinking angle ω for the studied CT specimens is shown in Fig. 11 and the values of the *T*-stress versus angle ω are shown in Fig. 12. For comparison, for some selected cases, the crack propagation direction without and with T-stress for

MTS, MTS with T-stress and SED criterion are shown in Fig. 13.



Fig. 11 Ratio K_{II}/K_I versus kinking angle ω for CT specimen (a/W = 0.25, da = 3).



Fig. 12 Values of the T-stress versus angle ω with force F = 1000 N for CT specimen (a/W = 0.25, da = 3).



Fig. 13 Crack propagation direction after kinking of crack in compact tension specimen, MTS without and with T-stress and SED criterion (a/W = 0.25, da = 3).

5.2. DOUBLE CANTILEVER BEAM

The values of fracture parameters (stress intensity factors K_I and K_{II}) are shown in Figs. 13–18 for selected relative crack length a/W = 0.10; 0.25; 0.50; 0.75 and 0.90, respectively. The graphs in the mentioned Figs. 13–18 show the values of stress intensity factors versus the angle for various crack increment.



Fig. 13 Double Cantilever Beam a/W = 0.10, values of stress intensity factors (K_I – normal mode and K_{II} – shear mode) versus king angle ω ($\omega = 0$ means that the crack increment is directly linked to mother crack).



Fig. 14 Double Cantilever Beam a/W = 0.25, values of stress intensity factors (K_I – normal mode and K_{II} – shear mode) versus king angle ω ($\omega = 0$ means that the crack increment is directly linked to mother crack).



Fig. 15 Double Cantilever Beam a/W = 0.50, values of stress intensity factors (K_I – normal mode and K_{II} – shear mode) versus king angle ω ($\omega = 0$ means that the crack increment is directly linked to mother crack).



Fig. 16 Double Cantilever Beam a/W = 0.75, values of stress intensity factors (K_I – normal mode and K_{II} – shear mode) versus king angle ω ($\omega = 0$ means that the crack increment is directly linked to mother crack).



Fig. 17 Double Cantilever Beam a/W = 0.90, values of stress intensity factors (K_I – normal mode and K_{II} – shear mode) versus king angle ω ($\omega = 0$ means that the crack increment is directly linked to mother crack).

The ratio K_{II}/K_I versus kinking angle ω for the studied DCB specimens is shown in Fig. 18 and values of the T–stress versus angle ω for a/W = 0.25 and crack increment da = 3 mm are shown in Fig. 19.

For comparison, for some selected cases, the crack propagation direction without and with T-stress for MTS and SED criterion are shown in Fig. 20. The values of T-stress are positive for all numerical studied cases, and as a result, the traditional MTS criterion predicted lower crack propagation direction than the MTS criterion considering T-stress and SED criterion without T-stress.



Fig. 18 Ratio K_{II}/K_I versus kinking angle ω for DCB specimen (a/W = 0.25, da = 3).



Fig. 19 Values of the *T*-stress versus angle ω with force F = 1000 N for DCB specimen (a/W = 0.25, da = 3).



Fig. 20 Crack propagation direction after kinking of crack in DCB specimen without and with T-stress for MTS and SED criterion (a/W = 0.25, da = 3).

It is well known, Leevers and Radon [11], that a crack in double cantilever beam specimen is directionally unstable [21] or [13]. Values of the biaxiality ratio *B*, i.e. T–stress, are always positive, see [11]. In the studied specimens, the crack direction is analyzed and quantified to know if the crack is going to propagate in the direction of mother crack or if the crack is going to propagate towards the surface line.

As would be expected the crack propagation direction for DCB specimen are much greater than those for CT specimen. The ratio K_{II}/K_I for CT specimen always

increases see Fig. 11 meaning that the crack direction after kinking turns towards the normal direction (perpendicular to load or we could say in the ligament direction).

Contrary to the DCB specimen, the ratio K_{II}/K_I for kinking angle greater than 50 degrees starts to decrease, meaning that the crack more stabilize in the direction of crack kinking and propagate toward surface side.

6. CONCLUSIONS

Coefficients of singular and T-stress terms of stress field around the crack tip were numerical calculated for the CT and DCB specimens under a wide range of mixed mode I/II loading conditions. For this purpose, KCALC (for stress intensity factor) and direct method (for T-stress) were employed.

The effect of T–stress on crack propagation direction of kinking cracks in CT and DCB specimens were studied analytically by applying the MTS and SED criteria. The traditional MTS criterion was compared with the MTS criterion under consideration of the T–stress. The analytical examination using the MTS with T–stress shows that the T–stress significantly influences the prediction of kinking angles. The kinking angle increases when the magnitude of the positive T–stress increases, and decreases with the negative T–stress.

For CT specimen the crack after kinking always propagates perpendicularly towards the main load.

The presented data in this paper could be used not only for preparing the appropriate fracture test configuration, but also for interpreting the results of fracture tests on quasi-brittle materials.

ACKNOWLEDGMENT

This paper has been worked out under the "National Sustainability Programme I" project "AdMaS UP – Advanced Materials, Structures and Technologies" (No. LO1408) supported by the Ministry of Education, Youth and Sports of the Czech Republic.

REFERENCES

- Anderson, T.L. Fracture Mechanics Fundamentals and Applications, CRC Press, Boca Raton, Florida, 1995.
- [2] Ayatollahi M.R., Pavier M.J., Smith D.J. Determination of T-stress from finite element analysis for mode I and mixed mode I/II loading. International Journal Fracture, 91, pp. 283–298, 1998.
- [3] Ayatollahi M.R., Pavier M.J., Smith D.J. On the consequences of T–stress in elastic brittle

fracture. Proc. R. Soc. A, 462, pp. 2415–2437, 2006.

- [4] Becker, T.L., Cannon, R.M. and Ritchie, R.O. Finite crack kinking and T-stress in functionally graded materials, International Journal of Solids and Structures 38, pp. 5545–5563, 2001.
- [5] Bouchard P.O., Bay F., Chastel Y. Numerical modeling of crack propagating - automatic remeshing and comparison of different criteria, Computer methods in applied mechanics and engineering, Vol. 192, pp. 3887–3908, 2003.
- [6] Buyukozturk, O. and Tseng, T., Concrete in biaxial compression. Journal of Structure Engineering (ASCE), pp. 461–476, 1984.
- [7] Erdogan F. and Sih G.C. On the crack extension in plates under plane loading and transverse shear. Journal Basic Engineering 85, pp. 525–527, 1963.
- [8] Gdoutos, E.E. Problems of mixed mode crack propagation, the Netherlands, Martinu Nijhoff, 1984.
- [9] Kim, J.H., Paulino, G.H. T-stress, mixed-mode stress intensity factors, and crack initiation angles in functionally graded materials: a unified approach using the interaction integral method, Computer methods in applied mechanics and engineering, pp. 1463–1494, 2003.
- [10] Knésl Z., Bednář, K. and Radon J.C. Influence of T-stress on the rate of propagation of fatigue crack. Physical Mesomechanics, pp. 5–9, 2000.
- [11] Leevers, P.S. and Radon, J.C. Inherent stress biaxiality in various fracture specimen geometries, International Journal of Fracture, 19(4), pp. 311–325, 1982.
- [12] Murakami Y. et all. Stress intensity factors handbook. Oxford, U.K: Pergamon Press; 1987.
- [13] Pook, L.P. Crack paths, WIT Press, UK, 2002.
- [14] Seitl, S. and Knésl, Z. Two parameter fracture mechanics: Fatigue crack behavior under mixed mode conditions, Engineering Fracture Mechanics, pp. 857–865, 2008.
- [15] Seitl, S. Crack under biaxial loading: Twoparameter description and prediction of crack growth direction, Anales de Mecánica de la Fractura, 31, pp. 45–49, 2014.
- [16] Ševčík, M., Hutař, P., Náhlík, L. and Seitl, S. The effect of constraint level on a crack path, Engineering Failure Analysis, pp. 82–93, 2013.
- [17] Shahani, A.R., Tabatabaei, S.A, Effect of T-stress on the fracture of a four point bend specimen, Materials and Design, 30, pp. 2630-2635, 2008.
- [18] Sih, G.C. Strain-energy-density factor applied to mixed-mode crack problems, International Journal of Fracture, 10, pp. 305-321, 1974.

- [19] Sladek, J., Sladek, V., Fedelinski, P. Contour integrals for mixed-mode crack analysis: effect of nonsingular terms, Theoretical and Applied Fracture Mechanics 27, pp. 115–127, 1997.
- [20] Smith R. N. L. Second-order terms and strain energy density for the angled crack problem, Engineering. Fracture Mechanics. 26, pp. 463-469, 1987.
- [21] Sumi, Z., Nemat-Nasser, S. and Keer, L.M. On crack path stability in a finite body, Engineering Fracture Mechanics, 22(5), pp. 759–771, 1971.
- [22] Tan, CL. Wang, X. The use of quarter-point crack tip elements for T-stress determination in boundary element method analysis, Engineering Fracture Mechanics, 70, pp. 2247–2252, 2003.
- [23] Williams M.L. On the stress distribution at the base of a stationary crack, Journal of Applied Mechanics, 24, pp. 111–114, 1957.

ANÁLISIS DEL MÉTODO DE BORINO PARA FORMULACIONES NO LOCALES EN MODELOS DE ELEMENTOS FINITOS

F. Suárez Guerra^{1*}

¹Departamento de Ingeniería Mecánica y Minera, EPS de Linares (Universidad de Jaén) Campus Científico Tecnológico de Linares, Cinturón Sur, s/n 23700 Linares (Jaén) *E-mail: fsuarez@ujaen.es

RESUMEN

A diferencia de lo que ocurre con los modelos usuales de elementos finitos, en los modelos no locales el comportamiento del material en un punto de integración no depende únicamente del estado del material en ese punto sino de un valor promediado utilizando otros puntos de integración que lo rodean. Esto disminuye notablemente la dependencia del tamaño de malla de los modelos.

Cuando el punto de integración en cuestión se encuentra cerca de un borde del cuerpo han de adoptarse estrategias que permitan corregir el valor no local obtenido por la fórmula estándar. Además de algunas que dependen de la cercanía al borde y otras que lo hacen del estado de tensiones de dicho punto, existe un método propuesto por Borino que añade al valor obtenido por la fórmula estándar un cierto valor que depende del local.

En algunos estudios realizados con modelos no locales se han observado resultados que presentan ciertas irregularidades cuando se emplea el método propuesto por Borino. En esta contribución se estudian los motivos que provocan estas irregularidades y por qué otras formulaciones proporcionan modelos más estables sin irregularidades en los resultados.

PALABRAS CLAVE: Fractura, Modelos no locales, Borino

ABSTRACT

In fracture nonlocal models, the behaviour of an integration point does not depend only on the local fields of the material (that is to say, the local fields of the integration point itself), but on an averaged value obtained with other integration points around it. This reduces the mesh size effect of the finite element model.

When the integration point is next to a body border, different strategies have been developed to correct the nonlocal value computed by the standard expression. Apart from some strategies that depend on the proximity of the border and some that depend on the stress state of the integration point, there exists a strategy proposed by Borino that corrects the value obtained by the standard expression by adding up a value that depends on the local value in the integration point itself.

In previous studies, some irregularities have been observed in the results when using the Borino's approach. In this contribution, these irregularities are explained, furthermore, the reason why other approaches do not present such irregularities are identified.

KEYWORDS: Fracture, Nonlocal models, Borino

1. INTRODUCCIÓN

El uso de leyes constitutivas con ablandamiento está ampliamente extendido en el estudio del daño en medios continuos. Este tipo de modelos adolece de una gran dependencia del tamaño de la malla, aspecto que puede ser mitigado en parte mediante el uso de formulaciones no locales, que promedian las variables de estado entre varios puntos de integración, logrando una mayor uniformidad de resultados en modelos con mallas de diferente tamaño.

Además, existe un aspecto particularmente interesante en este tipo de formulaciones, que es el modo en que dichas formulaciones realizan el cálculo en las cercanías del borde del cuerpo. Una de las estrategias para abordar este problema fue propouesta por Polizzotto [1] y Borino [2], proporcionando buenos resultados en los modelos de daño habituales. No obstante, en algunos casos se han observado ciertas inestabilidades en los resultados cuando se emplea esta técnica.

El presente estudio pretende encontrar la explicación a este comportamiento inestable de la formulación de Borino y Polizzotto. Para ello, se realizan modelos sencillos de daño en elementos rectangulares sometidos a tracción y se comparan los resultados para diversas formulaciones no locales y diversas estrategias de cálculo en las cercanías del borde del cuerpo, entre ellas la de Borino y Polizzotto, en adelante denominada *complemento local*.

2. FORMULACIONES NO LOCALES

El valor no local se obtiene sumando de forma ponderada la contribución de aquellos puntos de integración que se encuentran a una distancia menor o igual que un valor denominado *longitud característica*, a la que en adelante nos referiremos como *R*. El cálculo ponderado viene definido por la siguiente expresión:

$$\bar{\varepsilon}(\boldsymbol{x}) = \int_{V} \alpha(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\xi}) \tilde{\varepsilon}(\boldsymbol{\xi}) \, \mathrm{d}\boldsymbol{\xi}$$
(1)

donde *x* representa el punto de Gauss donde se calcula el valor no local (en adelante referido como *punto de interés*), $\boldsymbol{\xi}$ cada uno de los puntos de integración que se encuentran a una distancia menor o igual que *R* del punto de interés y contribuyen por tanto al valor no local, $\alpha(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\xi})$ el peso definido por una función de ponderación que corresponde a la distancia entre el punto de interés y cada uno de los puntos de integración $\boldsymbol{\xi}$ y $\tilde{\varepsilon}(\boldsymbol{\xi})$ la deformación equivalente en $\boldsymbol{\xi}$.

Por lo tanto, la expresión (1) proporciona un valor ponderado de la deformación equivalente integrando los valores de los puntos de integración $\boldsymbol{\xi}$ circundantes ponderados mediante una función de peso α .

2.1. Funciones de peso

La función de ponderación puede definirse de muchas maneras, en este estudio se han considerado las tres más habituales, que a continuación se describen:

a) Función gaussiana

$$\alpha_0(s) = \exp\left(-\frac{s^2}{R^2}\right) \tag{2}$$

b) Función exponencial

$$\alpha_0(s) = \exp\left(-\frac{s}{R}\right) \tag{3}$$

c) Función en forma de campana

$$\alpha_0(s) = \left\langle 1 - \frac{s^2}{R^2} \right\rangle^2 \tag{4}$$

donde $\langle \cdot \rangle$ denota los corchetes de Macaulay:

$$\langle x \rangle = \begin{cases} 0 & \text{if } x < 0 \\ x & \text{if } x \ge 0 \end{cases}$$
(5)

Nótese que en la ecuación (1) se ha denominado a la función de peso α mientras que aquí se están denotando por α_0 . Esto es debido a que las expresiones (2), (3) y (4) no están normalizadas y emplearlas directamente en la expresión (1) llevaría a resultados erróneos. Para solventar este problema, basta con definir el peso α de la siguiente manera:

$$\alpha(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\xi}) = \frac{\alpha_0(\|\boldsymbol{x} - \boldsymbol{\xi}\|)}{V_{r\infty}}$$
(6)

donde:

$$V_{r\infty} = \int_{V_{\infty}} \alpha_0(\|\boldsymbol{\xi}\|) \, \mathrm{d}\boldsymbol{\xi} \tag{7}$$

El valor de $V_{r\infty}$ puede obtenerse analíticamente para cada una de las funciones de peso presentadas obteniendo los siguientes valores para cada una de ellas:

- Función gaussiana: $V_{r\infty} = \pi R^2$
- Función exponencial: $V_{r\infty} = 2\pi R^2$

• Función en forma de campana:
$$V_{r\infty} = \frac{\pi R^2}{3}$$

2.2. Cálculo en las proximidades de los bordes

Cuando se emplea el cálculo descrito anteriormente en las proximidades de un borde, el valor de $V_{r\infty}$ que permite normalizar la expresión del peso α no puede calcularse empleando la ecuación (7), ya que dicha expresión asume que existen todos los puntos de integración en un radio R. No obstante, tal y como muestra la Figura 1, cerca del borde algunos puntos de integración dejan de existir, ya que parte del área encerrada por el radio R está fuera del cuerpo. Para afrontar esta situación existen diversas estrategias, a continuación se describen las utilizadas en este estudio.



Figura 1. Cerca del borde el volumen que contribuye al valor no local se ve reducido.

a) Fórmula estándar

En este caso el procedimiento es el mismo descrito anteriormente para un punto situado en el interior del cuerpo, con la salvedad de que la normalización de α se hace empleando un valor $V_{r\infty}$ que sólo tiene en cuenta los puntos de integración existentes dentro del radio R.

De este modo, la expresión del valor no local es la siguiente:

$$ar{arepsilon}(m{x}) = rac{1}{V_r(m{x})} \int_V lpha(m{x},m{\xi}) ar{arepsilon}(m{\xi}) \, \mathrm{d}m{\xi}$$
 (8)

donde:

$$\alpha(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\xi}) = \frac{\alpha_0(\|\boldsymbol{x} - \boldsymbol{\xi}\|)}{V_r(\boldsymbol{x})}$$
(9)

y:

$$V_r(\boldsymbol{x}) = \int_V \alpha_0(\|\boldsymbol{x} - \boldsymbol{\xi}\|) \, \mathrm{d}\boldsymbol{\xi}$$
(10)

b) Complemento local de Borino

En lugar de normalizar α utilizando V_r y no $V_{r\infty}$, este método añade un término a la expresión (6), resultando:

$$\alpha(\boldsymbol{x},\boldsymbol{\xi}) = \frac{\alpha_0(\|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{\xi}\|)}{V_{r\infty}} + \left(1 - \frac{V_r(\boldsymbol{x})}{V_{r\infty}}\right)\delta(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{\xi})$$
(11)

donde δ es la distribución de Dirac. Esto lleva a la siguiente expresión de la deformación no local:

$$\bar{\varepsilon}(\boldsymbol{x}) = \frac{1}{V_{r\infty}} \int_{V} \alpha_0(\|\boldsymbol{x} - \boldsymbol{\xi}\|) \tilde{\varepsilon}(\boldsymbol{\xi}) \, \mathrm{d}\boldsymbol{\xi} + \left(1 - \frac{V_r(\boldsymbol{x})}{V_{r\infty}}\right) \tilde{\varepsilon}(\boldsymbol{x})$$
(12)

donde $V_{r\infty}$ es la integral de α_0 extendida a un volumen infinito y que puede obtenerse con la expresión (7).

c) Dependiente de la distancia al borde

Al igual que ocurre con la formulación estándar, en este caso la función de peso también está escalada, pero α_0 se considera dependiente de la mínima distancia del punto en el que se obtiene el valor no local. Existen diversas definiciones de esta formulación; en este caso se ha utilizado una descrita por Grassl et al. en [3]. En ella, el valor de α_0 se escala mediante una función $\gamma(x)$ que depende de la mínima distancia del punto de interés al borde más próximo.

En el caso del artículo de Grassl et al., esta formulación se implementa asumiendo una función exponencial para la función de pesos, dando lugar a la siguiente expresión modificada de α_0 :

$$\alpha_0(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\xi}) = \exp\left(-\frac{\|\boldsymbol{x} - \boldsymbol{\xi}\|}{\gamma(\boldsymbol{x})R}\right)$$
(13)

donde:

$$\gamma(\boldsymbol{x}) = \begin{cases} 1 & \text{if } d(\boldsymbol{x}) \ge tR \\ \frac{1-\beta}{tR} d(\boldsymbol{x}) + \beta & \text{if } d(\boldsymbol{x}) < tR \end{cases}$$
(14)

En su artículo, Grassl et al. comprobaron que si en lugar de utilizar una expresión lineal de $\gamma(\boldsymbol{x})$, como la descrita por (14), se emplea una expresión exponencial, los resultados para el perfil de energía disipada por el modelo cerca de la región donde se inicia la fisura presentan resultados más adecuados, eliminando el pico local que se produce cerca del borde (ver [3]). En dicho estudio, proponen la siguiente expresión exponencial de $\gamma(\boldsymbol{x})$:

$$\gamma(\boldsymbol{x}) = 1 - (1 - \beta) \exp\left(-\frac{d(\boldsymbol{x})}{tR}\right)$$
(15)

Aquí se analizarán ambas formulaciones descritas para el caso dependiente de la distancia al borde, con una expresión de $\gamma(x)$ lineal y otra exponencial.

3. ANÁLISIS DE DIFERENTES FORMULACIONES NO LOCALES EN UN ELEMENTO RECTANGULAR SOMETIDO A TRACCIÓN

En este apartado se estudia la influencia de diversos parámetros sobre los resultados de un modelo sencillo que simula un ensayo de tracción sobre una probeta rectangular plana. En primer lugar se analizará la influencia de la longitud característica R sobre cada una de las formulaciones no locales descritas anteriormente y en segundo lugar la influencia de la densidad de la malla.

A continuación se describe el modelo empleado y se presentan los dos análisis descritos.

3.1. Descripción del modelo

El modelo empleado reproduce un ensayo de tracción sobre una probeta rectangular plana, la Figura 2 muestra las principales características de dicho modelo. Dado que se emplean formulaciones no locales, se han definido condiciones de contorno periódicas en los bordes izquierdo y derecho del modelo, de manera que los puntos de integración cercanos a dichos bordes puedan calcular correctamente sus valores no locales.

Todos los modelos, como se verá más adelante, tienen una única fila de elementos en la dirección de la tracción, la altura de estos es siempre de 10mm. pero su ancho varía entre 1 y 4mm. dependiendo del modelo.



Figura 2: Condiciones de contorno del modelo

El modelo de daño se ha definido mediante un parámetro de daño ω que modifica el tensor de rigidez elástico D_e de la siguiente manera: $D = (1 - \omega)D_e$. La evolución del daño se ha definido siguiendo una ley de ablandamiento exponencial:

$$\omega = 1 - \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon} \exp\left(-\frac{\varepsilon - \varepsilon_0}{\varepsilon_f - \varepsilon_0}\right) \tag{16}$$

Para localizar el daño en un material totalmente homogéneo, se ha provocado una perturbación aleatoria en el campo de desplazamientos en uno de los nudos del modelo al final de cada paso de cálculo; de esta manera se garantiza que los resultados no están influidos por elementos externos al problema.

Los modelos se han realizado con el código de elementos finitos OOFEM [4].

3.2. Influencia de la longitud característica

Los elementos empleados aquí tienen siempre un ancho igual a 1mm y una altura de 10mm. La malla consta de 16 elementos.

Para estudiar la influencia de la longitud característica sobre los resultados obtenidos y compararla con las otras formulaciones no locales, se han considerado dos valores de R:

- R = 2mm: Este valor es menor que la distancia mínima de cualquier punto de integración al borde del modelo, tal y como muestra la Figura 3 (las cruces rojas indican la posición de los puntos de integración de los elementos).
- *R* = 7*mm*: Este valor garantiza un área de influencia extensa alrededor del punto de interés aumentando el área que queda fuera del cuerpo, lo que incrementa la influencia del valor local en el término que la expresión de Borino añade a la formulación estándar (ver ecuación (12).

Resultados

La Figura 5 muestra los diagramas carga-deformación obtenidos con cada una de las formulaciones no locales descritas para un valor de R = 2mm y la Figura 6 los mismos diagramas para un valor de R = 7mm.

En la Figura 5 se observa cómo el resultado de la formulación estándar, el obtenido con el *complemento local* de Borino y el obtenido con la formulación dependiente de la distancia con una expresión lineal de γ son coincidentes, mientras que el resultado obtenido con la formulación dependiente de la distancia al borde con una expresión exponencial de γ difiere ligeramente del resto, desarrollando el daño para deformaciones menores.

La Figura 6 muestra cómo aparecen diferencias entre todas las formulaciones, siendo las dependientes de la distancia al borde las que desarrollan el daño para valores de deformación menores. No obstante, lo más reseñable en estos resultados es la inestabilidad que se observa en la curva correspondiente al complemento local de Borino, que llegado un descenso de carga determinado presenta una evolución instantánea del daño. En opinión del autor, este resultado es debido a que la formulación de Borino, para valores de R grandes que implican que gran parte del volumen encerrado por esta distancia se encuentra fuera del cuerpo, tiende a sobrevalorar la influencia del valor local del punto de interés x, dando lugar a inestabilidades en la evolución del daño definido por la curva de ablandamiento del material.



Figura 3: Malla de 1mm. x 10mm. Con una circunferencia de radio R = 2mm. superpuesta.



Figura 4: Malla de 1mm. x 10mm. Con una circunferencia de radio R = 7mm. superpuesta.



Figura 5: Diagramas carga-deformación para valores de R = 2mm.



Figura 6: Diagramas carga-deformación para valores de R = 7mm.

3.3 Influencia de la densidad de malla

En este análisis la altura de los elementos es siempre de 10mm. pero su ancho varía entre 1, 2 y 4mm.

El objetivo es estudiar cómo la densidad de malla y, por tanto, el número de puntos de integración que contribuyen al cálculo del valor no local, afecta a los resultados. Para ello se han considerado tres mallas:

- Elementos de 1mm. de ancho (ver Fig. 4)
- Elementos de 2mm. de ancho (ver Fig. 7)
- Elementos de 4mm. de ancho (ver Fig. 8)

Resultados

La Figura 9 muestra los diagramas carga-deformación obtenidos con cada una de las formulaciones consideradas para cada una de las mallas descritas anteriormente.

En todos los casos, considerando como diagrama de referencia el correspondiente a la malla de elementos 1x10mm., el daño se desarrolla de manera más tardía en el resto de casos. Cuanto mayor es el ancho del elemento, más tarda en desarrollarse el daño.



Figura 7: Malla de 2mm. x 10mm. Con una circunferencia de radio R = 7mm. superpuesta.



Figura 8: Malla de 4mm. x 10mm. Con una circunferencia de radio R = 7mm. superpuesta.

Este efecto es debido a que al incrementar el ancho de los elementos, se reduce el número de puntos de integración cercanos al punto de interés y, por tanto, su influencia en el valor no local calculado, provocando que éste sea menor y, por tanto, tarde más en alcanzarse el valor límite que desencadena el daño.

4. CONCLUSIONES

En este estudio se ha modelizado el ensayo de tracción sobre una probeta rectangular empleando diversas formulaciones no locales, entre ellas, la estrategia del *complemento local*, propuesta por Borino y Polizzotto para abordar el cálculo en las cercanías del borde del cuerpo.



Figura 9: Diagramas carga-deformación para las mallas con elementos de 1, 2 y 4mm.de ancho.

Los resultados obtenidos muestran que cuando el radio de acción definido por la longitud característica R queda dentro del cuerpo, los resultados de todas las formulaciones, incluida el *complemento local*, son estables, pero cuando dicho valor de R se incrementa y el radio de acción abarca un área importante fuera del cuerpo, el *complemento local* presenta inestabilidades, no ocurriendo lo mismo con el resto de formulaciones.

El motivo de dichas inestabilidades parece ser que la estrategia del *complemento local* tiende a incrementar notablemente el peso del valor local en el cálculo del valor no local promediado, dificultando un desarrollo suave de la curva de ablandamiento y provocando aperturas excesivamente rápidas de las fisuras en cada paso de cálculo.

AGRADECIMIENTOS

El autor quiere agradecer al Prof. Milan Jirásek su tiempo y su paciencia durante el tiempo que estuvo trabajando bajo su dirección en la Universidad Técnica de Praga.

REFERENCIAS

- Polizzotto, C., Remarks on some aspects of nonlocal theories in solid mechanics. *Proc.*, 6th *National Congr. SIMAI*, 2002.
- [2] Borino, G., Faill, B. and Parrinello, F., A symmetric nonlocal damage theory. *International Journal of solids and Structures*, **40**(13): 3621-3645, 2003
- [3 Grassl, P., Xenos, D., Jirásek, M., and Horák, M., Evaluation of nonlocal approaches for modelling fracture near nonconvex boundaries. *International Journal of Solids and Structures*, **51**(18): 3239-3251, 2014.
- [4] Patzák, B., Oofem- an object-oriented simulation tool for advanced modeling of materials and structures. *Acta Polytechnica*, 52(6), 2012.

MODELO DE INTERFASE ELÁSTICA LINEAL FRÁGIL (MIELF) APLICADO A PROBLEMAS TRIDIMENSIONALES CON CRECIMIENTO DE GRIETAS EN MODO MIXTO

Luis Távara, José Reinoso, Alejandro Estefani, Antonio Blázquez, Vladislav Mantič, Federico París ^aGrupo de Elasticidad y Resistencia de Materiales, Escuela Técnica Superior de Ingeniería Universidad de Sevilla, Camino de los Descubrimientos s/n, 41092 Sevilla, España E-mail: ltavara@us.es, jreinoso@us.es, aestefani@us.es, abg@us.es, mantic@us.es, fparis@us.es

RESUMEN

En la actualidad, desde un punto de vista numérico, la mayoría de investigaciones sobre los despegues y/o delaminaciones que aparecen en las interfases se centran en modelos 2D. Para modelar el comportamiento no lineal de la interfase se usa el Modelo de Zona Cohesiva (MZC), que es la técnica más extensivamente empleada, u otros modelos de interfase alternativos. Este es el caso del recientemente propuesto Modelo de Interfase Elástica Lineal Frágil (MIELF), el cual consiste en una ley lineal de tensión-desplazamiento relativo, donde un punto que alcanza su valor crítico falla de manera abrupta. El objetivo de este trabajo es ampliar el MIELF propuesto originalmente en 2D para su aplicación en problemas 3D, implementando además este modelo en un entorno de análisis basado en el Método de los Elementos Finitos a través de la herramienta UMAT del programa comercial ABAQUS. Una de las características del presente modelo es el tratamiento adecuado que realiza sobre los modos mixtos de fractura que pueden aparecer en una grieta 3D. Esta nueva herramienta tiene por objetivo realizar un estudio detallado de diferentes problemas que incluyen el despegue de interfases.

ABSTRACT

Nowadays, from a numerical point of view, research dealing with interface debonds is focused on 2D models. The nonlinear behaviour of the interface is modelled using Cohesive Zone Models (CZMs) or other alternative models. This is the case of the recently proposed Linear Elastic Brittle Interface Model (LEBIM). The LEBIM is characterized by a linear constitutive law (traction-relative displacement) where an interface point fails abruptly once a critical (failure) traction is reached. The aim of the present investigation is to extend the LEBIM (originally proposed for 2D problems) for its application in 3D problems. The model is implemented in Finite Element Method (FEM) environment through a UMAT user subroutine included in the commercial code ABAQUS. One of the main characteristics for the present model is the adequate treatment of the mixed fracture modes that may appear in a 3D crack surface. The final goal of the present tool is to carry out detailed studies for different problems where interface debonds may occur.

PALABRAS CLAVE: interfase débil, MIELF, MEF, 3D crack, grietas de interfase

1. INTRODUCCIÓN

En los últimos años se ha extendido el uso de los materiales compuestos reforzados con fibras de vidrio y carbono (CFRPs and GFRPs) en un amplio rango de aplicaciones ingenieriles, especialmente en las industrias aerospacial y automoción. Este hecho está motivado por la excelente relación rigidez/peso y resistencia/peso de estos materiales. Desde el punto de vista mecánico, existen numerosos mecanismos de daño que afectan al comportamiento de los composites. Estos mecanismos de daño se suelen clasificar como: (i) eventos de daño intralaminar, e.g. rotura de la fibra, fallo de la matriz, despegue fibra-matriz [1, 2, 3, 4, 5], entre otros, y (ii) fallo interlaminar i.e. delaminación [6, 7] o despegue entre sólidos unidos por adhesivos [8, 9].

En la actualidad, existe una demanda creciente en el desarrollo de herramientas numéricas que permitan una predicción precisa de los diferentes escenarios de fallo que pueden aparecer en los materiales compuestos. Dentro de los métodos de fractura no lineal, resalta el uso de los Modelos Cohesivos de Fractura (también conocido como Modelo de Grieta Cohesiva). Una de las características principales del comportamiento cohesivo es la llamada ley de tensión-desplazamiento relativo. Esta ley gobierna el comportamiendo de despegue en el modelo de interfase y está definida en términos de máxima tensión, energía de fractura y criterio de fallo en modo mixto [10, 11, 12]. En la literatura se puede encontrar un gran número de formulaciones que se rigen por diferentes leyes cohesivas. Las leyes existentes van desde leyes bilineales [7] hasta leyes exponenciales [13, 14]. Una posible estrategia de modelado es el caso límite (discontinuo) de un modelo cohesivo llamado Modelo de Interfase Elástica Lineal Frágil (MIELF). Conceptualmente, el MIELF se basa en la idea de fractura de interfases propuesto por Prantdl [15], que modelaba la interfase como una distribución continua de muelles lineales. Los aspectos fundamentales de esta formulación así como su aplicación en problemas de interfases de materiales compuestos han sido presentados por los autores en [16, 17, 18].

En el presente trabajo, se presenta la formulación 3D del MIELF y su correspondiente discretización basada en el Método de los Elementos Finitos. A diferencia de otros modelos cohesivos, basados en elementos finitos sin espesor, la presente formulación se basa en una relación constitutiva tensión-deformación en elementos con espesor. El espesor de los elementos puede relacionarse con regiones ricas en resina en las interfases fibra-matriz así como en las zonas entre diferentes capas (láminas) unidireccionales [6]. Esta formulación ha sido implementada en el paquete comercial ABAQUS [19] por medio de una subrutina de usuario UMAT.

2. 3D MIELF

En esta sección se presenta la versión ampliada a 3D del MIELF propuesto en [16, 17, 18]. Este modelo tiene en cuenta un comportamiento elástico lineal frágil en la interfase. Así, se asume una distribución continua de muelles donde el comportamiento de cualquier punto \mathbf{x} que pertenece a la interfase viene dado por las siguientes relaciones:

Interfase
Elástica Lineal
(sin daño)
$$\begin{cases}
\sigma(\mathbf{x}) = k_n \delta_n(\mathbf{x}), \\
\tau_1(\mathbf{x}) = k_{t1} \delta_{t1}(\mathbf{x}), \quad G(\mathbf{x}) < G_c(\psi(\mathbf{x})) \\
\tau_2(\mathbf{x}) = k_{t2} \delta_{t1}(\mathbf{x}),
\end{cases}$$
Interfase
rota
$$\begin{cases}
\sigma(\mathbf{x}) = k_n \langle \delta_n(\mathbf{x}) \rangle_{-}, \\
\tau_1(\mathbf{x}) = 0, \\
\tau_2(\mathbf{x}) = 0,
\end{cases}$$
(1)

donde σ es la componente normal de tensión, τ_1 y τ_2 son las componentes tangenciales de tensión interlaminar, δ_n , δ_{t1} , δ_{t2} se corresponden con el desplazamiento relativo normal y los desplazamientos relativos tangenciales; y k_n , k_{t1} , k_{t2} representan las rigideces normales y tangenciales de la distribución continua de muelles, respectivamente. En la Figura 1 se presenta una representación esquemática del modelo en 2D.



Figura 1: Comportamiento en modo mixto del MIELF.

Para adaptar el MIELF a capas de interfase con espesor finito, se asume que el adhesivo es suficientemente flexible en comparación con los adherentes. Luego, se puede asumir una distribución constante de tensiones a través del espesor de la interfase, y el Índice de Liberación de Energia en cualquier punto \mathbf{x} de la interfase se puede obtener calculando la energía de deformación elástica (por unidad de área) como:

$$G(\mathbf{x}) = G_I(\mathbf{x}) + G_2(\mathbf{x}) + G_3(\mathbf{x})$$
(2)

siendo

$$G_{I}(\mathbf{x}) = \frac{\langle \sigma^{2}(\mathbf{x}) \rangle_{+}}{2k_{n}}, \ G_{2}(\mathbf{x}) = \frac{\tau_{1}^{2}(\mathbf{x})}{2k_{t1}}, \ G_{3}(\mathbf{x}) = \frac{\tau_{2}^{2}(\mathbf{x})}{2k_{t2}}.$$
 (3)

La interfase falla abruptamente, sin ningún paso intermedio entre los estados sin daño y completamente dañado, cuando el criterio energético se cumple ($G(\mathbf{x}) = G_c(\mathbf{x})$). Para el cálculo de la tenacidad a la fractura en modo mixto (G_c) existen diferentes criterios de fallo (usualmente relacionados con experimentos), en [17] se hace un repaso de los principales criterios. En el presente trabajo se ha usado la versión 3D del criterio de fallo de Benzeggah-Kenane [20]:

$$G_{c} = G_{Ic} + (G_{IIc} - G_{Ic}) \left(\frac{G_{II} + G_{III}}{G_{I} + G_{II} + G_{III}} \right)^{\eta}$$
(4)

donde G_c representa la tenacidad a la fractura en modo mixto, G_{Ic} y G_{IIc} se corresponden con la tenacidad a la fractura en modos I y II de fractura, y η es el denominado exponente BK, que usualmente toma valores cercanos a 2 [12]. Cabe destacar que la presente formulación del MIELF se puede adaptar facilmente a cualquier otro criterio de fallo.

3. ENSAYO DE TENACIDAD A LA FRACTURA INTERLAMINAR G_{IC}

Para verificar la correcta implementación del MIELF 3D se ha tomado como referencia el modelado del ensayo de tenacidad a la fractura interlaminar G_{Ic} . La geometria de la probeta de este ensayo es conocida como doble viga en voladizo. Las características geométricas vienen marcadas por la norma [21]. El modelo incluye dos laminados unidireccionales, con láminas orientadas solamente en dirección 0°, 8552/AS4 (fibra de carbono con resina epoxi). Las propiedades usadas para definir el laminado son E_x =135GPa, E_y =10GPa, E_z =10GPa, G_{xy} =5GPa, G_{xz} =5GPa, v_{xy} =0.3, v_{yz} =0.4 and v_{xz} =0.3. El adhesivo usado es el EA 9695 K.05 que es un adhesivo epo-xi. Las propiedades estimadas para el adhesivo fueron: k_n =150GPa/m, $k_{t1} = k_{t2}$ =37.5GPa/m, G_{Ic} =750J/m⁻², $G_{IIc} = G_{IIIc}$ =1500J/m⁻², σ_c =15MPa y η = 2.

El número de elementos usados en la zona de la interfase es de 125 x 1125. En la Figura 2, se muestra la curva fuerza versus desplazamiento obtenida para este problema. También se muestran los resultados previos obtenidos por los autores usando un modelo en 2D y un código basado en el método de los elementos de contorno [21]. Las pequeñas diferencias entre ambos modelos se pueden explicar debido a que en el modelo 2D se asumía un estado de deformación plana, mientras que en el modelo 3D no se hace ninguna hipotesis al respecto. Incluso se puede observar como el modelo MIELF es capaz de captar los efectos de borde que aparecen al crecer la grieta, haciendo que el frente de grieta presente una pequeña curvatura como se puede observar en la Figura 3.



Figura 2: Fuerza versus desplazamiento en el modelo de tenacidad a la fractura interlaminar.



Figura 3: Variable de daño (1 sin daño, 2 dañado) en un paso de carga determinado. La deformada escalada por 3.

4. UNIÓN ADHESIVA ENTRE DOS CILINDROS SOMETIDOS A TORSIÓN PURA

Una de las motivaciones de presentar una formulación nueva dentro del marco de Modelos Cohesivos de Fractura, es la implementación incorrecta del modelo cohesivo incluido en el código comercial ABAQUS. El modelo cohesivo en tres dimensiones incluye la aplicación del criterio de fallo de Benzeggah-Kenane [20]. Este modelo permite modelar adecuadamente problemas donde el fallo de la interfase está principalmente controlado por el modo I de fractura. Sin embargo en problemas donde el modo I es despreciable y los modos II y III son predominantes el modelo puede dar lugar a resultados/estimaciones incorrectos/as.

Uno de los casos límite es el modelado de la unión adhesiva entre dos cilindros que se encuentran sometidos a torsión pura. Este caso de carga tiende a provocar un crecimiento de grieta con modo III de fractura predominante (prácticamente puro) en la interfase adhesiva. El modelo incluye dos cilindros iguales de radio 50 mm y altura 50 mm, unidos por un adhesivo de radio 25 mm y altura 0.1 mm. Se considera que el adhesivo tenga menor radio que los cilindros para evitar algún posible efecto de borde. En la figura 4, se muestra uno de los cilindros y la unión adhesiva.



Figura 4: Detalle del cilindro inferior y del adhesivo.

Las condiciones de contorno imponen un giro según el eje longitudinal de los cilindros de 0.01 radianes. Los cilindros son modelados con propiedades de un acero con E=200GPa y ν =0.3. Las propiedades de la interfase con propiedades cohesivas fueron: G_{Ic} =300J/m⁻², G_{IIc} = G_{IIIc} =800J/m⁻², σ_c =50MPa, τ_{1c} = τ_{2c} =25MPa y η = 2.

Bajo las condiciones de contorno mencionadas, el estado tensional en la zona de la interfase debería tener un tensor de tensiones con todas las componentes nulas (o tendentes a cero) excepto por la componente $\sigma_{r\theta}$, que debe mostrar una distribución circunferencial. Dado que el estado tensional indica que las mayores tensiones ocurren en el diámetro exterior del adhesivo, se espera que el daño de la interfase se inicie en dicha localización y que posteriormente progrese circunferencialmente.

Los resultados obtenidos se muestran en la Figura 5. Se puede verificar que si la definición de los elementos se hace imponiendo un sistema cilíndrico, los resultados son los esperados tal como se muestra en las Figuras 5(a) y (b), para un paso de carga sin daño y para un paso de carga donde ya hay algo de daño, respectivamente. Sin embargo si la definición constitutiva de los elementos sigue cualquier otro sistema como por ejemplo un sistema cartesiano, los resultados varían mucho de lo esperado (ver Figuras 5(c) y (d)). En este caso, empleándose los elementos de ABAQUS COH3D8, se predice una progresión del daño en la interfase en forma de "flor". Estos resultados muestran que la implementación del modo mixto de fractura de los elementos cohesivos de ABA-QUS no es del todo adecuada, puesto que los resultados no deberían verse afectados por la definición del sistema de coordenadas de los elementos. Este hecho se agrava en problemas donde la solución no tiene una distribución a priori conocida como es el caso del presente problema.



Figura 5: Componente $\sigma_{r\theta}$ en la interfase usando elementos cohesivos de ABAQUS. Coordenadas del elemento referidas a un sistema cilíndrico: (a) sin daño y (b) zona con cierto daño. Coordenadas del elemento referidas a un sistema cartesiano: (c) sin daño y (d) zona con cierto daño.

Por lo comentado anteriormente se hace necesario la obtención de un modelo que no se vea influenciado por la definición del sistema de coordenadas de los elementos y del cual se puedan obtener resultados más fiables. El ejercicio propuesto previamente para los elementos cohesivos de ABAQUS se ha repetido para los elementos que se rigen según el MIELF. Para que los resultados sean comparables se han usado las mismas propiedades que en el modelo anterior.

En la Figura 6 se muestran los resultados obtenidos usando el MIELF. Como se puede observar los resultados obtenidos son iguales tanto si las coordenadas del elemento se definen en un sistema cilíndrico como si se definen



Figura 6: Componente $\sigma_{r\theta}$ en la interfase usando el MIELF. Coordenadas del elemento referidas a un sistema cilíndrico: (a) sin daño y (b) zona con cierto daño. Coordenadas del elemento referidas a un sistema cartesiano: (c) sin daño y (d) zona con cierto daño.

en un sistema cartesiano. Se puede ver también que una vez empezado el daño las tensiones tienden a mantener una distribución circunferencial, sin embargo se ve que hay algunas zonas que no mantienen la uniformidad. Esta desviación puede estar motivada por el tamaño característico de la malla empleada.

Cabe recordar que el MIELF, a diferencia de los modelos cohesivos clásicos incluye un daño de tipo discreto (sin daño o daño completo). Este hecho se puede observar claramente si se comparan las Figuras 5(b) y 6(b), en la primera se ve cómo las tensiones van disminuyendo (las que tienden a cero en color celeste) progresivamente conforme nos vamos alejando de la zona con mayor tensión (en rojo); mientras en la segunda se ve un cambio brusco de las zonas con mayor tensión adyacentes a las zonas sin tensión.

Se verifica por tanto que el MIELF es una herramienta numérica fiable y con potencial para su aplicación en diferentes problemas de interfase, ya que hace un tratamiento adecuado de la mixticidad que puede aparecer en este tipo de problemas.

5. CONCLUSIONES

En el presente trabajo se ha presentado la ampliación a tres dimensiones del Modelo de Interfase Elástica Lineal Frágil (MIELF). EL MIELF ha sido implementado en el código comercial ABAQUS a través de una subrutina de usuario UMAT. Los aspectos más destacables que motivan el uso del MIELF son:

- La relativa simplicidad del MIELF en su implentación numérica en un código basado en el Método de los Elementos Finitos.
- El MIELF se puede adecuar fácilmente a diferentes criterios de fallo. Este hecho hace que se puedan usar criterios con base física que permiten la caracterización de la ley de comportamiento de la interfase (sin necesidad de definir otro tipo de variables que pueden modificar la evolución del daño como en el caso de algunos modelos cohesivos).
- La interpretación directa de la estimación de daño, el MIELF identifica claramente zonas completamente dañadas o áreas intactas.

Se han presentado también los resultados numéricos obtenidos para el Ensayo de tenacidad a la fractura interlaminar G_{Ic} de materiales compuestos. Los resultados obtenidos son similares a los resultados obtenidos usando una simplificación 2D del problema. También se ha presentado una comparación de los resultados obtenidos para el problema de dos cilindros unidos mediante una unión adhesiva sometidos a torsión pura. Este modelo ha permitido demostrar que el modelo cohesivo incluido en ABA-QUS tiene ciertas deficiencias de implementación relacionadas con la definición del sistema de coordenadas de los elementos. Los resultados muestran que el MIELF implementado no tiene esa dependencia.

Finalmente el MIELF se presenta como una nueva herramiena numérica robusta y fiable que permitirá estudiar problemas de grietas de interfase a diferentes escalas que aparecen en los materiales compuestos.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer la financiación de la Junta de Andalucía (Proyecto de Excelencia P12-TEP-1050) y del Ministerio de Economía y Competitividad (Proyectos MAT2015-71036-P y MAT2015-71309-P).

REFERENCIAS

[1] E. Correa, F. París, V. Mantič. Fiber-matrix debonding in composite materials: transverse loading (Chapter 6), In: Modeling Damage, Fatigue and Failure of Composite Materials, R. Talreja and J. Varna (Eds.) Elsevier, Amsterdam, 2016 pp. 97–116.

- [2] P. Ladevéze, G. Lubineau. On a damage mesomodel for laminates: micro-meso relationships, possibilities and limits. Composites Science and Technology 61 (2001) 2149–58.
- [3] P. Maimí, P.P. Camanho, J.A. Mayugo, C.G. Dávila. A continuum damage model for composite laminates: Part I Constitutive model. Mechanics of Materials 39 (2007) 897–908.
- [4] V. Mantič, I. G. García. Crack onset and growth at the fibre-matrix interface under remote biaxial transverse loads. Application of a coupled stress and energy criterion, International Journal of Solids and Structures 49 (2012) 2273–2290.
- [5] A. Puck, H. Schürmann. Failure analysis of FRP laminates by means of physically based phenomenological models. Composite Science and Technology 58 (1998) 1045–67.
- [6] C. Balzani, W. Wagner. An interface element for the simulation of delamination in unidirectional fiberreinforced composite laminates, Engineering Fracture Mechanics 75 (2008) 2597–2615.
- [7] A. Turón, P.P. Camanho, J. Costa, C.G. Dávila. A damage model for the simulation of delamination in advanced composites under variable-mode loading. Mechanics of Materials 38 (2006) 1072–1089.
- [8] A. Carpinteri, P. Cornetti, N. Pugno. Edge debonding in FRP strengthened beams: Stress versus energy failure criteria, Engineering Structures 31 (2009) 2436–2447.
- [9] J. Reinoso, A. Blázquez, A. Estefani, F. París, J. Cañas, E. Arévalo, F. Cruz. Experimental and three dimensional global-local finite element analysis of a composite component including degradation process at the interfaces. Composites: Part B 43 (2012) 1929–1942.
- [10] M. Ortiz, A. Pandolfi. Finite deformation irreversible cohesive elements for three-dimensional crackpropagation analysis, International Journal Numerical Methods in Engineering 44 (1999) 1267–1282.
- [11] L. Távara, V. Mantič, A. Salvadori, L.J. Gray, F. París. Cohesive-zone-model formulation and implementation using the symmetric Galerkin boundary element method for homogeneous solids, Computational Mechanics 51 (2013) 535--551.
- [12] J. Reinoso, M. Paggi. A consistent interface element formulation for geometrical and material nonlinearities. Computational Mechanics 54 (2014) 1569– 81.
- [13] K. Park, G.H. Paulino, J.R. Roesler. A unified potential-based cohesive model of mixed-mode fracture. Journal of the Mechanics and Physics of Solids 57 (2009) 891–908.
- [14] V. Tvergaard. Resistance curves for mixed mode interface crack growth between dissimilar elastiplastic solids. Journal of the Mechanics and Physics

of Solids 49 (2001) 2689-2703.

- [15] L. Prandtl. Ein Gedankenmodell für den Zerreißvorgang spröder Körper (A thought model for the fracture of brittle solids). Zeitschrift für Angenwandte Mathematik und Mechanik 13(2) (1933) 129–133.
- [16] L. Távara, V. Mantič, E. Graciani, F. París. BEM analysis of crack onset and propagation along fibermatrix interface under transverse tension using a linear elastic-brittle interface model, Engineering Analysis with Boundary Elements 35 (2011) 207– 222.
- [17] V. Mantič, L. Távara, A. Blázquez, E. Graciani, F. París. A linear elastic - brittle interface model: Application to the onset and propagation of a fibre-matrix interface crack under biaxial transverse loads, International Journal of Fracture 195 (2015) 15–38.
- [18] L. Távara, V. Mantič, E. Graciani, F. París. Modelling interfacial debonds in unidirectional fibre reinforced composites under biaxial transverse loads, Composite Structures 136 (2016) 305–312.
- [19] Abaqus-Inc. Abaqus user manual, Version 6.9. Dassault Systems Simulia Corp, Providence, RI, USA; 2010.
- [20] M. L. Benzeggagh, M. Kenane. Measurement of mixed-mode delamination fracture toughness of unidirectional glass/epoxy composites with mixed mode bending apparatus. Composite Science and Technology 56 (1996) 439–449.
- [21] L. Távara, V. Mantič, E. Graciani, J. Cañas, F. París. Analysis of a crack in a thin adhesive layer between orthotropic materials. An application to composite interlaminar fracture toughness test, Computer Modeling in Engineering and Sciences 58 (3) (2010) 247–270.

Numerical modelling on the pullout response of a steel fibre inclined at an arbitrary angle

Rena C. Yu^{1,*}, Hui Zhang², Gonzalo Ruiz¹ and Shilang Xu²

¹E.T.S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, Universidad de Castilla la Mancha Avenida Camilo José Cela s/n, 13071 Ciudad Real *E-mail: rena@uclm.es ²Zhejiang University, Hangzhou, China

ABSTRACT

It is well-known that fibres improve the performance of cementitious composites by acting as bridging ligaments in cracks. Such bridging behaviour is often studied through the fibre pullout tests. The relation between the pullout force versus slip end displacement is characteristic of the fibre-matrix interface. However, such a relation varies significantly with the fibre inclination angle. In the current work, we establish a numerical model to explicitly represent the fibre, matrix and the interface for arbitrary fibre orientations. Cohesive elements endorsed with mixed-mode fracture capacities are implemented to represent the bond-slip behaviour at the interface. Contact elements with Coulomb's friction are placed at the interface to simulate frictional contact. Matrix spalling is modelled through material erosion. The bond-slip behaviour is first calibrated through pull-out curves for fibres aligned with loading direction, then validated against experimental results carried out by Leung and Shapiro in 1999 for steel fibres oriented at 30° and 60°. Parametric studies are then performed to explore the influences of both material properties (fibre yield strength, matrix tensile strength, interface bond) and geometric factors (fibre diameter, embedment length and inclination angle) on the overall pullout behaviour, in particular on the maximum pullout load. The proposed methodology provides the necessary pull-out curves for a fibre oriented at a given angle for multi-scale models to study fracture in fibre-reinforced cementitious materials.

ÁREAS TEMÁTICAS PROPUESTAS: Métodos y Modelos Analíticos y Numéricos

PALABRAS CLAVE: Cohesive Fracture, Fibre Reinforced Concrete, Pullout, Internal Friction

NOMENCLATURE

d_f	fibre diameter
E	elastic modulus
f_c	matrix compressive strength
f_t	fibre or matrix tensile strength
f_y	fibre yield strength
T_{f}	modelled fibre thickness (out-of-plane dimension)
$\dot{H_f}$	modelled fibre height
L_c	critical fibre (embedment) length
L_e	fibre embedment length
L_f	fibre length
L_{sp}	matrix spalling length
$\dot{P_{max}}$	maximum pullout load
s	slip displacement
s_0	critical slip for interfacial friction
s_c	critical slip for interfacial bond
η	fibre aspect ratio, L_f/d_f
μ	Coulomb friction coefficient
ν	Poisson's ratio
ρ	material density
$ au_{max}$	interfacial shear strength (maximum shear stress)
$ au^*$	apparent interfacial shear stress
$\tau(s)$	bond stress distribution
$ au_0$	internal frictional resistance
θ	fibre inclination angle with respect to the load direction

1. INTRODUCTION

Since conventional concrete tends to fail in a brittle manner under excessive loading, fibres are often added to improve its ductility and durability. The effectiveness of given type of fibres, steel fibres in particular, is often assessed through a pullout test, in which the force required to pull a fibre out of the hardened concrete is measured. The transmission of this force is achieved through interfacial bond, defined as the shear stress at the interface between the fibre and the surrounding matrix [1, 2, 3, 4]. In order to capture the interface failure, stress criterion [5, 6] or energy criterion [7, 8, 9], as well as cohesive approaches where bond stress is determined by relative slip between fibre and matrix [10, 2, 7, 11], have been adopted.

Naaman et al. [2] pointed out that for aligned fibres (load direction is along the fibre direction), two types of shear bond exist at the interface: the elastic and the frictional. When the elastic shear stress at the interface exceeds the bond strength of the interface, bond becomes frictional in nature. This means that the bond-broken process was considered abrupt, not gradual. Based on this hypothesis, Naaman et al. [2] developed a fundamental study of bond in fibre-reinforced cement composites as well as the relationship between pullout curves and bond shear stress versus slip curves. In their analysis, a complete pullout curve was analytically derived from an assumed bond-slip relationship and the dual problem in which the bond-slip relationship was obtained from an experimental pullout curve was solved. Furthermore, they related the frictional behaviour of the interface by the shrink-fit and fibre-matrix misfit theory.

By focusing on the interfacial properties, Chanvillard [12] developed a micro-mechanical model to take into account the different phenomena observed in a nonstraight fibre. Ellis [13] conducted the simulation of a single fibre taking account of fibre morphology. Even though good agreement was obtained, only aligned fibres were considered in these two models.

When fibres are randomly distributed, however, besides bond strength and friction along the interface, additional phenomena such as fibre bending, matrix spalling and local friction effects are involved [14, 15, 16, 17]. Furthermore, the contributions of these micro-mechanisms are dependent on fibre inclination angle and fibre material properties [18, 14, 9, 16, 3, 19, 15]. Considerable efforts have been put to model the above phenomena involved in the pullout process of inclined fibres. However, simulations have been seldom conducted to explicitly model the entire pullout process for fibres at an arbitrary angle and considering fibre bending, matrix spalling. In the current work, we endeavour to do so. Cohesive models capable of representing mixed-mode fracture and Coulomb's friction are employed to simulate the interface between fibre and matrix: both the de-bonding and frictional phases. In addition, fibre bending and matrix spalling are taken into account naturally thanks to the explicit representation of the fibre, the matrix and the interface in between.

The rest of the paper is organised as follows. The interface bond characteristics and matrix spalling are presented in Section 2. Model calibration and validation are given in Section 3. Numerical results and parametric studies are depicted in Section 4. Finally, relevant conclusions are drawn in Section 5.

2. Bond characterisation and matrix spalling

In this section, we explain in detail the two essential features that determine the pullout response of a fibre with arbitrary orientation: bond characterisation and quantification of matrix spalling. The former deals with identification of the distinct mechanisms behind interface bond and friction from pullout tests of both aligned and inclined fibres. The latter tackles the matrix failure near fibre exit point when an inclined fibre is pulled out.

2.1. Interface bond characterisation

The shear stress versus slip relationship is considered to be a constitutive property of the interface. Its characterisation is of primary importance for predicting both the mechanical and fracture properties of fibre reinforced composites. Naaman et al. [1] attributed the presence and combination of four bond components to the complex nature of bond: physical and chemical adhesion, the mechanical effect of deformed or hooked fibres, the entanglement of fibres and friction which is greatly influenced by confinement. In the current work, by fitting with the experimental data of Leung and Shapiro [16], we attempt to identify and quantify the contribution of internal friction to interface strength.

For aligned fibres, there exists certain frictional resistance after debonding during pulling out. This friction is mainly dominated by the surface roughness and is assumed to keep constant regardless of the fibre orientation, we denominate this component as internal fraction resistance, τ_0 . As for inclined fibres, however, the mechanisms are quite different. Pullout load can be decomposed of a parallel force and a perpendicular force. The former pulls the fibre out while the latter bends the fibre and changes the direction of fibre during the pullout process. In addition, due to the non-uniform compression at the interface, the brittle matrix may spall and the fibre embedment length is reduced.

We propose a constitutive law which has three constituents to govern the interface deterioration process as follows

$$\tau(\theta, s) = \tau_f(s) + \tau_b(s) + \mu \, p(\theta) \tag{1}$$

where μ is the friction coefficient of Coulomb, $p(\theta)$ is the compressive stress at an interface inclined at an angle θ with respect to the external load direction. Thus the third term gives the shear stress due to *dry friction*, which plays a role only when the fibre is oriented at a non-zero angle with respect to the load direction. The first term, $\tau_f(s)$, is a contribution from the *internal friction*, which resists the motion between the fibre and the matrix when the composite undergoes deformation. The second term, $\tau_b(s)$, illustrates the interfacial bonding due to internal physical and chemical cohesion.

Both $\tau_f(s)$ and $\tau_b(s)$ are decaying functions of the slip displacement, s. For the case of constant friction, $\tau_f(s)$ is invariant with s. In the current work, they are assumed as linear-decreasing functions as:

$$\tau_f(s) = \tau_0 \left(1 - \frac{s}{s_0} \right),\tag{2}$$

$$\tau_b(s) = (\tau_{max} - \tau_0) \left(1 - \frac{s}{s_c}\right) \tag{3}$$

where τ_0 is the internal frictional resistance, which is a property of the interface, whereas τ_{max} is the bond strength, which is the maximum shear stress resisted at the interface, it covers the effect of both the internal bond and internal friction.

2.2. Matrix spalling

During the pullout process of inclined fibres, matrix spalling is inevitable due to the local curvature and stretching of the fibre segment at the free end. Detailed modelling of the spalling process is not an easy task. Since the deterioration process occurs within a narrow band near the interface, excessive mesh distortion often leads to convergence problems and thus impedes the further modelling of the entire pullout process. Consequently, simplifications are often assumed so that the spalling part is taken off from the numerical representation once the matrix tensile strength is reached [20, 21, 19, 17]. The length of the eroded matrix along the fibre direction is the so-called spalling length, denoted as L_{sp} following the notation in [20]. For example, Laranjeira et al. [20] employed a simplified failure criterion, which indicates that if the spalling force imposed by fibre curvature is larger than the resistance provided by the matrix at the cracked surface, the matrix will spall. An estimated length of the spalled matrix can be obtained according to the work of Laranjeira et al. [20] as follows:

$$a L_{sp}^2 + b L_{sp} + c = 0 \tag{4}$$

where

$$a = \frac{\sqrt{2}}{\sin\theta} + \frac{\cos\theta}{\sin^2\theta}, \ b = \frac{d_f}{\sin\theta}, \ c = -\frac{P_{max}\,\sin\theta}{f_t}$$
(5)

in which, d_f is the fibre diameter, θ is the inclination angle, P_{max} is the peak pullout load of the aligned fibre. The estimated values from Eq. (4) closely match the ones measured through scanning electron microscopy (SEM) by Leung and Shapiro [16].

In the current work, we adopt Eq. (4) as a first approximation to represent the matrix wedge which is to be spalled off later on. Then trial runs are performed to determine the moment at which the matrix wedge is deactivated. From then on, the elements within the matrix wedge cease to contribute to the overall stiffness and state variables. Furthermore, the first principal stresses within the matrix is checked and the spalled length is adjusted if necessary, to ensure that the matrix would not present hyper-strength.

3. Model calibration and validation

In order to explicitly model the physical phenomena involved in the pullout process, both the matrix and the fibre are represented as solid elements, elastic and bilinear kinematic plastic constitutive laws are respectively employed for the matrix and the fibre. The interface in between is reproduced as cohesive elements capable of representing mixed-mode fracture [22], contact elements coincident with the cohesive ones are implemented to model friction after de-bonding.

3.1. Experimental setup of Leung and Shapiro, 1999

In order to assess the effect of fibre yield strength on reinforcement efficiency in terms of maximum crack bridging force and total energy absorption, Leung and Shapiro [16] carried out pullout tests for steel fibres of different yield strengths and inclined at 0°, 30° and 60°. All the fibres are of 0.5 mm in diameter and 22 mm in length. The pullout specimens are blocks of 25.4 mm× 12.7 mm × 9.5 mm in size, with effective fibre length (or initial embedment length), L_f , of 10 mm. The material parameters for the matrix, fibre and the interface are given in Table 1, whereas the yield and tensile strengths of the four types fibres are listed in Table 2. Additionally listed in Table 2 is the *critical fibre length*, the maximum embedded length for a fibre to be pulled out from a matrix without rupture [14]. It is related with the maximum shear stress τ_{max} as follows

$$L_{c} = \frac{\pi \, d_{f}^{2}/4 \, f_{y}}{\pi \, d_{f} \, \tau_{max}} = \frac{d_{f} \, f_{y}}{4 \, \tau_{max}}.$$
 (6)

It needs to be pointed out that this estimation is for aligned fibres only, in the case of inclined ones, this length is considerably smaller due to the contribution of fibre bending.

Tabla 1: Material parameters for the matrix and the fibre given in [16].

	ρ	Е	ν	f_c
	[kg/m ³]	[GPa]	-	[MPa]
Matrix	2100	30	0.20	36.5 ± 2.5
Steel fibre	7800	200	0.33	-

Tabla 2: Yield and tensile strength of the four types of fibres tested in [16], the corresponding L_c is listed for a diameter of 0.5 mm.

Fibre type	1	2	3	4
f_y [MPa]	275	469	635	954
f_t [MPa]	-	783	847	1023
$L_c \text{ [mm]}$	12.7	21.7	29.4	44.2

3.2. Identification of the fibre-matrix interface properties

Tabla 3: Extracted parameters of the fibre-matrix interface from the experimental data of Leung and Shapiro [16].

$ au_{max}$	$ au_0$	s_0	s_c	μ
[MPa]	[MPa]	[mm]	[mm]	-
$2.7{\pm}0.1$	$0.5 {\pm} 0.1$	9.0	0.3	0.60

In order to extract the interface properties from experimental pullout curves, we first introduce the concept of *apparent interfacial shear stress*, which is defined as

$$\tau^* = \int_0^{L_e} \tau(s) ds / L_e \tag{7}$$

where $\tau(s)$ is the actual bond stress distribution at the interface, L_e is the initial embedment length.

Assuming the fibre-matrix interface property is uniform, the peak pullout load and maximum fictional load are respectively calculated as

$$P_{max} = \pi d_f L_e \tau_{max}, \ P_f = \pi d_f L_e \tau_0.$$
 (8)

The values for P_{max} and P_f are determined from pullout response of aligned fibres, as shown in Fig. 1. The critical slip displacement for internal frictional resistance, s_0 , is directly assumed as the final slip length, 9.0 mm approximately. The straight dotted line in Fig. 1a starts at the point $(s_0,0)$, follows the mean slope of the experimental curves and intercepts the load axis at $(0, P_f)$. The values for P_{max} and P_f are averaged for the four types of fibres listed in Table 2 to obtain those of τ_{max} and τ_0 as well as their standard deviations in Table 3. The critical slip for interfacial bond, s_c , is determined through trial and error so that the first decaying branch of the numerical pullout responses, as demonstrated in Fig. 1b, should fall within the experimental range. As regards the friction coefficient given in Table 3, it is estimated according to the experimental results of Chanvillard [12], which was also adopted by Laranjeira et al. [17].



Figura 1: (top) Experimental range for pullout curves for aligned fibre type 2 (yield strength 469 MPa) [16], where the dotted line represents the contribution from internal friction; (bottom) the corresponding numerical pullout curve plotted against the experimental range.

3.3. Numerical model

The in-plane dimensions and boundary conditions to simulate the pullout tests performed by Leung and Shapiro [16] are illustrated in Fig. 2. Note that within a twodimensional plain stress framework, the fibre thickness, T_f , is calculated through Eq. (9) so that the contact area at the interface is the same as that of the original one. In the same way, the fibre height, H_f , is determined via Eq. (9) so that the second moment of inertia of the original fibre is the same. For the case of fibre diameter of 0.5 mm, T_f and H_f are computed as 0.785 and 0.36 mm respectively.

$$T_f = \frac{\pi d_f L_f}{2L_f}, H_f = \left(\frac{\pi d_f^4/64}{T_f/12}\right)^{1/3}$$
(9)

1 / 9

Additional described in Fig. 2 are the boundary conditions imposed. Vertical displacements are prevented on the top and bottom sides, whereas horizontal movements are impeded on the left. The right end of the fibre is fixed in the vertical direction so that only horizontal movement is permitted. The pulling process is carried out with intervals of 0.001 mm in the horizontal direction until 0.3 mm, followed with increments of 0.01 mm until the end.



Figura 2: In-plane dimensions and boundary conditions for the pullout tests performed by Leung and Shapiro [16], with fibre inclination angle of 0° , 30° and 60° .

4. Numerical results and discussion

In this section, we first conduct the mesh sensitivity analysis along the fibre transverse and longitudinal directions to determine the particular mesh to employ for further studies. Second, the entire pullout load vs slip displacement curves are extracted to compare with those obtained experimentally by Leung and Shapiro [16]. Third, the von Mises stress and the first principle stress evolutions are explored both for the fibre and the matrix. Finally, the pullout work is obtained.

4.1. Validation against experimental pullout load vs displacement response

In order to verify the previously developed methodology, we compare the entire pullout curves with their experimental counterparts given by Leung and Shapiro [16]. This comparison is displayed in Fig. 3 for fibres inclined at 30° and 60° with four different yield strengths given in Table 2. Note that both the peak loads and the general tendency are well captured, the numerical curves fall within the experimental range, in particular the rising tail at the end of each pullout process is also reproduced.



Figura 3: Numerical-experimental comparison: complete pullout curves for the four yield strengths given in Table 2, the fibre is inclined either at 30° (left column) or 60° (right column).

4.2. The interfacial bond strength and internal frictional resistance

As described above, the interfacial bond between fibre and matrix is mainly composed of two parts, internal frictional resistance and bond strength. Simulations focusing on varying τ_{max} and τ_0 separately for fibres inclined at 0°, 15°, 30° and 60° are carried out. The obtained pullout curves are demonstrated in Fig 4, where three difference values, 1.3, 2.7 and 5.4 MPa for τ_{max} are considered. It is noted that τ_{max} has a dominant influence at the prepeak stage (when the slip-end displacement is less than 0.3 mm), in particular over the peak load, whereas τ_0 plays a more important role during the post-peak phase (not shown). In addition, the total slip displacement decreases as the inclination angle increases. This means the critical embedment length decreases with the inclination angle.



Figura 4: Pullout curves for τ_{max} at 1.3, 2.7 and 5.4 MPa, τ_0 is kept at 0.5 MPa. Fibres are inclined at 0°, 15°, 30° and 60° respectively.

4.3. The maximum pullout load

To explore the effect of fibre inclination, a spectrum of angles up to 85° are simulated by keeping the fibre, matrix and interface properties fixed. It is known that the length of spalled matrix and the time when the matrix spalls both matter in the pullout responses. According to Laranjeira et al. [20], spalling is considered to take place just after the beginning of fibre debonding but prior to its full accomplishment. After some trial runs, this slip displacement is estimated, which is around 0.01 mm. The spalling length is calculated according to Laranjeira [20] which corresponds well with Leung's [16]. Simulations of different fibre yield strengths are carried out and the obtained pullout curves are plotted in Fig. 5.

$$P_{max}(\theta) = F_1 \exp\left[-\left(\frac{\theta - \alpha_1}{\beta_1}\right)^2\right] + F_2 \exp\left[-\left(\frac{\theta - \alpha_2}{\beta_2}\right)^2\right]$$



Figura 5: Maximum pullout load vs. inclination angle for the four yield strengths given in Table 2 and fitted curves using Eq. 10.

5. CONCLUSIONS

We have proposed a numerical model to explicitly reproduce the pullout behaviour of a single fibre embedded within a cement-based matrix. This model takes into consideration of the gradual deterioration of interface bond, internal and dry friction as well as matrix spalling. In particular, a constitutive law which isolates the contributions of internal bond, internal friction and dry friction is formed and validated. Cohesive elements endorsed with mixed-mode fracture capacities are implemented to represent the bond-slip behaviour at the interface. Contact elements with Coulomb's friction are placed at the interface to simulate frictional contact. Matrix spalling is modelled through material erosion. The bond-slip behaviour is first calibrated through pull-out curves for fibres aligned with loading direction, then validated against experimental results carried out by Leung and Shapiro for steel fibres oriented at 30° and 60° . The influence of fibre yield strength on the stress distribution within the fibre and the matrix, the effect of the inclination angle as well as matrix spalling length on the pullout response are all explored in detail. The proposed methodology provides the necessary pull-out curves for a fibre oriented at a given angle for multi-scale models to study fracture in fibre-reinforced cementitious materials.

ACKNOWLEDGEMENTS

We acknowledge the financial support from the *Ministerio de Ciencia e Innovación*, BIA2015-68768-C2-R, Spain.

REFERENCIAS

- A. E. Naaman, G. Namur, H. Najm, and J. Alwan. Bond Mechanisms in fibre reinforced cement-based composites. *Report UMCE 89-9*, Dept. of Civil Engineering, Univ. of Michigan, Ann Arbor, Michigan:1–233, 1989.
- [2] A. E. Naaman, G. Namur, J. M. Alwan, and H. Najm. Fiber pullout and bond slip. I: Analytical study. *Journal of Structural Engineering*, 117:2769–90, 1991.
- [3] N. Banthia and J.F. Trottier. Concrete reinforced with deformed steel fibers, part I: bond-slip mechanisms. ACI Materials Journal, 91:435–446, 1994.
- [4] P. Groth. Fibre reinforced concrete fracture mechanics methods applied on self-compacting concrete and energetically modified binders. PhD thesis, Lulea University of Technology, Sweden, 2000.
- [5] P. Lawrence. Some theoretical considerations of fiber pull-out from an elastic matrix. *Journal of Materials Science*, 7:1–6, 1972.
- [6] C. K. Y. Leung and V. C. Li. New strength-based model for the debonding of discontinuous fibers in an elastic matrix. *Journal of Materials Science*, 26:5996–6010, 1991.

- [7] S. P. Shah and C. Ouyang. Mechanical-behavior of fiberreinforced cement-based composites. *Journal of the American Ceramic Society*, 74:2727–2953, 1991.
- [8] H. Stang, Z. Li, and S. P. Shah. Pullout problem stress versus fracture mechanical approach. *Journal of Engineering Mechanics-ASCE*, 116:2136–2150, 1990.
- [9] C.K.Y. Leung and V.C. Li. Effect of fiber inclination on crack bridging stress in brittle fiber reinforced brittle matrix composites. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 40:1333–1362, 1992.
- [10] Youjiang Wang, Victor C. Li, and Stanley Backer. Modelling of fibre pull-out from a cement matrix. *International Journal of Cement Composites and Lightweight Concrete*, 10:143–149, 1988.
- [11] A. P. Fantilli and P. Vallini. A cohesive interface model for the pullout of inclined steel fibers in cementitious matrixes. *Journal of Advanced Concrete Technology*, 5:247– 258, 2007.
- [12] G. Chanvillard. Modeling the pullout of wire-drawn steel fibers. *Cement and Concrete Research*, 29:1027–1037, 1999.
- [13] B.D. Ellis, L. McDowell, D, and M. Zhou. Simulation of single fiber pullout response with account of fiber morphology. *Cement and Concrete Composites*, 48:42–52, 2014.
- [14] V.C. Li, Y. Wang, and S. Backer. Effect of inclining angle, bundling and surface treatment on synthetic fibre pull-out from a cement matrix. *Composites*, 21:132–140, 1990.
- [15] C. Ouyang, A Pacios, and S.P. Shah. Pullout of inclined fibers from cementitious matrix. *Journal of Engineering Mechanics*, 120:2641–2659, 1994.
- [16] C.K.Y. Leung and N. Shapiro. Optimal steel fiber strength for reinforcement of cementitious materials. *Journal of Materials in Civil Engineering*, 11:116–123, 1999.
- [17] F. Laranjeira. Design-oriented constitutive model for steel fiber reinforced concrete. PhD thesis, Universitat Politècnica de Catalunya, 2011.
- [18] A.E. Naaman and S.P. Shah. Pull-out mechanism in steel fiber-reinforced concrete. *Journal of the Structural Division*, 102(8):1537–1548, August 1976.
- [19] E. Cailleux, T. Cutard, and G. Bernhart. Pullout of steel fibres from a refractory castable: experiment and modelling. *Mechanics of materials*, 37:427–445, 2005.
- [20] F. Laranjeira, A. Aguado, and C. Molins. Predicting the pullout response of inclined straight steel fibers. *Materials* and Structures, 43:875–895, 2010.
- [21] A.M. Brandt. On the optimal direction of short metal fibres in brittle matrix composites. *Journal of Materials Science*, 20:3831–3841, 1985.
- [22] G.T. Camacho and M. Ortiz. Computational modelling of impact damage in brittle materials. *International Journal* of Solids and Structures, 33 (20-22):2899–2938, 1996.
- [23] J. Morton and G.W. Groves. The cracking of composites consisting of discontinuous ductile fibres in a brittle matrix - effect of fibre orientation. *Journal of Materials Science*, 9:1436–1445, 1974.

Seguridad y durabilidad de estructuras

EFECTO DE LAS CONDICIONES DE CONTACTO VAINA-HORMIGÓN EN LA FRACTURA POR EFECTO MULTICORDÓN EN TANQUES POSTENSADOS DE GRAN CURVATURA

F. Medina Reguera^{1*}, H. Cifuentes Bulté¹, F. Medina Encina¹

¹Escuela Técnica Superior de Ingeniería (Universidad de Sevilla) Paseo de los Descubrimientos S/N 41092 Sevilla ^{*}E-mail: fmedinar@us.es

RESUMEN

La viabilidad de tanques postensados para almacenamiento energético depende de la capacidad de alcanzar un diseño eficiente en coste, en el que el comportamiento estructural y material haya sido modelizado desde las etapas constructivas, en servicio y en estado límite último para las altas cargas termomecánicas y de presión que la estructura debe soportar, de modo que la fiabilidad estructural pueda asegurarse en estas estructuras singulares. Los métodos analíticos y normas no incluyen específicamente estas estructuras para almacenamiento ni sus acciones extremas. Se debe esperar de ellos diseños conservadores, aunque la incapacidad de capturar la evolución del comportamiento de la estructura desde el postensado al servicio y hasta el colapso deja lugar para hipótesis erróneas en los diseños basados en procedimientos más simples. La estructura debe analizarse desde la mecánica de la fractura aplicada a un problema gobernado por el tendón de postensado. Así, los estudios realizados aquí muestran la necesidad de la modelización de la vaina y su contacto friccional, cohesivo y de separación normal en la interfaz vaina-hormigón. El modelo puesto a punto indica que ésta es clave por guiar los planos de grieta y para evitar la sobreestimación de la capacidad de la sección de ser postensada.

PALABRAS CLAVE: Fractura, Contacto, Adherencia, Tanques de Hormigón Postensado, Efecto Multicordón

ABSTRACT

The viability of post-tensioned tanks for energy storage depends upon the capability of reaching a cost efficient design, in which material and structural behavior shall be modeled during construction stage, at service and ultimate state for the high mechanical and pressure loads that the structure may withstand, so that safety can be ensured in such a singular structure. Analytical methods and codes do not include specifically this type of storage structures or their extreme actions. Conservative designs shall be expected from design by code requirements. The inability to capture the evolution of the structural behavior from post-tensioning to service and even collapse leaves nevertheless room for erroneous assumptions in simpler design procedures. The concrete structure must be analyzed from a fracture mechanics approach, applied to a problem where the post-tensioned tendon governs the design. This study shows the necessity of the duct modeling and its contact laws: frictional, cohesive and normal traction in the interface. The set-up model shows that the latter is crucial to guide crack planes and prevent an overestimation of the post-tensioning capacity of the concrete section.

KEYWORDS: Fracture, Bond-Slip Contact, Post-tensioned Concrete Tanks, Multistrand Effect

1. INTRODUCCIÓN

Los tanques de hormigón postensado para aplicaciones nucleares y de almacenamiento energético son estructuras cilíndricas, de pequeño radio en la mayoría de ocasiones, sometidas a situaciones de carga y temperatura extraordinarias. Una gran fuerza de postensado debe aplicarse para conseguir compensar las tracciones generadas por la presión interna así como por las deformaciones impuestas por la diferencia de temperatura entre las caras interna y externa del muro. De este modo, tendones horizontales (circunferenciales) con un alto número de cordones deben disponerse con una separación vertical mínima.

El tanque requiere de un alto nivel de postensado, lo que, debido al pequeño radio de curvatura, puede llegar a requerir propiedades de hormigón de ultra-altas prestaciones, incluso de forma independiente de las necesidades derivadas de la acción del contenido. Evaluar la capacidad del muro de hormigón para resistir las tensiones de postensado son por tanto necesarias con el fin de asegurar la viabilidad del tanque previamente y durante la fase de servicio. Los estudios realizados muestran como la fisuración crecerá alrededor de la vaina [1]. Por ello, profundizar en su modelización se hace necesario, en concreto, con el fin de analizar la influencia de las condiciones de contacto vaina-hormigón en el proceso de fisuración.

Diversos modelos no-lineales han sido desarrollados en para tener en cuenta diferentes mecanismos de transmisión de la fuerza del tendón a través de la interfaz de contacto vaina-hormigón.

Descartando los efectos locales de los anclajes de los tendones, se emplea un modelo 3D para el estudio con capacidad de reproducir un comportamiento fuertemente no-lineal. La Figura 1 muestra el proceso de simplificación conceptual adoptado para el caso de estudio, así como un tendón multicordón y su anclaje.



Figura 1. Descripción de la estructura. (a) Génesis del modelo. (b) Esquema de tendón multicordón.

1.1. Postensado y alta curvatura.

Los tendones contendrán un gran número de cordones en vainas, tan pequeñas como sea posible, de acero liso de 3mm de espesor, tal y como se recoge en [2]. La vaina se ovalizará bajo la acción de la fuerza de tesado, separándose del hormigón. En el caso de este acero liso, la fricción de la vaina y las fuerzas cohesivas tangenciales que puedan desarrollarse por adherencia no afectan significativamente como se concluye de este estudio. La adhesión normal es tan baja que puede despreciarse.

El efecto multicordón está asociado a altas curvaturas (debido a las fuerzas radiales proporcionales a esta), las cuales no pueden ser evitadas en este diseño. La naturaleza del contenido de un tanque para aplicaciones energéticas impone ciertas limitaciones a las dimensiones principales de la estructura cilíndrica de hormigón. La presión interna transmitida a la estructura es tan extrema como la temperatura en su interior. La precompresión necesaria que debe aplicarse a través del postensado es por ello infrecuentemente grande, pero sin embargo no es arbitraria, dado que hay limitaciones geométricas de separaciones entre vainas, recubrimientos y dimensiones de vainas. A éstas debe añadirse la necesidad de ejecutar un diseño orientado a la optimización de costes, implicando que debe minimizarse la cantidad de material, acero y hormigón, que se use en el diseño.

Como resultado, la tendencia en estos tanques debe ser la de diseñar estructuras con los menores radios y espesores posibles.

2. FUNDAMENTOS TÉÓRICOS.

2.1. Contacto adherente.

La vaina es un tubo cilíndrico curvado para adaptarse a la geometría del fuste del tanque, formando por tanto una superficie de contacto toroidal entre el acero liso y el hueco de hormigón que se forma durante el hormigonado. Está ampliamente cubierto en la bibliografía (ver [3], [4] y [5]) que en la adherencia entre hormigón y las armaduras intervienen varios procesos que resultan en una ley tracción-deslizamiento.

El mecanismo por el que se transfieren las tensiones tangenciales entre el hormigón y el acero corrugado incluye la adhesión, el interbloqueo mecánico y la fricción. En barras lisas, así como en las vainas de acero, el fenómeno mecánico de las líneas de rotura desarrolladas por las corrugas desaparece, quedando la resistencia a la adherencia reducida de forma muy significativa [6]. Un modelo describiendo esta relación tracción-deslizamiento puede encontrarse en [7] y [8]. Para barras lisas, la máxima tensión tangencial de la Ec. (1) que puede desarrollarse es 25 veces más pequeña que la de una barra corrugada. El deslizamiento correspondiente a esta tracción es de 0.01mm. En el caso de superficies planas, la máxima fuerza cohesiva es aquella que permanece oponiéndose al deslizamiento tras el fallo por tracción.

$$\tau_{bmax} = \tau_{bf} = 0.05 \sqrt{f_{cm}} , \qquad (1)$$

siendo τ_{bmax} la resistencia adherente, τ_{bf} la tension post-fallo y f_{cm} la resistencia media a compresión del hormigón.

En adición a este comportamiento cohesivo, una fricción tangencial tiene lugar. Así, los niveles de confinamiento, y en este caso particular, la fuerza de postensado, afecta a la ley total tracción-deslizamiento. La componente más relevante de las propiedades de contacto para modelizar la interfaz es el comportamiento normal, que ha sido tratado como una propiedad "hard-contact", es decir, las caras no pueden penetrarse pero sí separarse libremente.

El hecho de que la vaina sea hueca durante el postensado hace que esta propiedad sea absolutamente clave en la distribución de tensiones en el hormigón, ya que el tubo de acero se ovaliza, deformándose hacia adentro, y despegándose libremente del hormigón sin que pueda ocurrir ningún efecto de cosido de grietas por su adhesión.

2.2. Efecto multicordón.

Se ha descrito en [9] y [10], e indirectamente en algunas normas (ver [11]) que el postensado de tendones multicordón con gran curvatura puede provocar un daño crítico a la estructura durante la fase constructiva. El proceso mecánico involucrado es en realidad un problema de contacto, basado en la manera en que los cordones se apilan contra la vaina para transmitir la fuerza radial. Éstos se reajustan hasta alcanzar una configuración geométrica estable. La resultante radial de la fuerza de tesado se transmite a la vaina mediante presiones normales no uniformes a lo largo de un arco de contacto. En todo caso, una componente vertical de la presión aparece.

El modelo desarrollado en este trabajo trata de capturar este arco, ofreciendo resultados en concordancia con la distribución geométrica y de presiones que cabría esperar.



Figura2: Efecto multicordón: (a) Geometría estable del postensado. (b) Presión no uniforme de los cordones. (c) Grietas cilíndricas.

En el caso del postensado de tanques de alta curvatura, esta presión deja media sección neta tirando radialmente de la otra mitad hacia el interior, y verticalmente hacia arriba (debido al efecto Poisson).

La concentración de tensiones produce una iniciación de la fisuración en los extremos del arco de presión, que lleva a que la vaina se deforme y despegue del hormigón, lo que puede acabar produciendo un tipo de fallo en el que una grieta vertical (cilíndrica) crece de una vaina hacia la inmediatamente superior e inferior, acabando por separar el tanque en dos. [9] en la Ec. (2), y [11] en la Ec. (3), proponen un valor mínimo del radio del tendón R_{min} por debajo del cual se espera la fisuración y se advierte de la necesidad del uso de espirales de acero alrededor de los tendones.

$$R_{min} = \frac{90,000(1.1f_{pu}A_{ps})(1-\cos\alpha)}{4\pi\alpha d_c \phi_s \int_{c_i}^{f_c'}},$$
(2)

$$R_{min} = \frac{1.2 f_{pu} A_{ps}}{0.004 \pi d_c \phi \sqrt{f'_{ci}}},$$
(3)

donde f_{pu} es la Resistencia a tracción del acero de pretensar, en [ksi], A_{ps} es el área total del tendón en [in²], α es el ángulo de contacto en [°] tal y como aparece en la Figura2, d_c es la distancia desde el centro de la vaina a la superficie libre en [in], ϕ es el factor parcial de seguridad y f'_{ci} la resistencia a compresión del hormigón en [psi].

Estas relaciones no usan la resistencia a tracción del hormigón y por tanto no son útiles para hormigones de ultra altas prestaciones (UHPC) ni hormigones de ultraaltas prestaciones reforzados con fibras de acero (UHPFRC), dado que el ratio entre la resistencia a compresión y a tracción para estos hormigones varía de forma significativa con respecto a los hormigones ordinarios.

2.3. El modelo de comportamiento desde la mecánica de la fractura.

Este estudio ha sido desarrollado usando el modelo de Lubliner et al, elaborado por Lee y Fenves. El Concrete Damage Plasticity está basado en los conceptos de Modelo de Grieta Difusa Fija, con una superficie de fluencia definida en el plano p - q de tipo Drücker-Prager, daño isotrópico y flujo no-asociado. Su ecuación constitutiva se define en la Ec. (4) como:

$$\sigma = (1 - d)\boldsymbol{D}_0^{el}: (\epsilon - \epsilon_{pl}).$$
(4)

donde σ y ϵ son los tensores totales de tensión y deformación en sus formas vectoriales, d es la variable de daño, que varía de 0 a 1, \mathbf{D}_0^{el} es el tensor elástico en su forma matricial y ϵ_{pl} es el tensor de deformaciones plásticas en su forma vectorial.

3. MODELO NUMÉRICO.

3.1. Descripción geométrica.

El muro postensado tiene 500m de ancho y contiene un tendón de 27 cordones de 0.62" de acero Y1860S7, separado verticalmente del siguiente 350mm. La tensión de postensado actuante (tras pérdidas) considerada en el cálculo de es de 775MPa, que corresponde a unas pérdidas del 40% sobre una tensión de postensado del 70% de la carga última de 1860MPa.

El muro incluye además un refuerzo pasivo mediante armaduras $\phi 25$ en las direcciones circunferencial y vertical, distribuidos a 150mm y 175mm respectivamente. Así, la cuña analizada contiene un tendón y cuatro barras de cada clase, con el fin de capturar los efectos tridimensionales que pueden darse en secciones repetitivas. La vaina del tendón es de 125mm de diámetro, de acero estructural de 3mm de espesor.

3.2. Elemento de interfaz de contacto con ley de tracción-separación.

El contacto entre vaina y hormigón resulta del proceso de hormigonado alrededor de una tubería lisa de acero. Excepto por pequeñas anomalías, y teniendo en cuenta que en estas aplicaciones procede el uso de hormigones autocompactantes, se puede suponer un contacto inicial entre ambos cuerpos.

La propiedad cohesiva entre ambas partes se modeliza mediante una interacción tipo "surface-based" especificando las propiedades del contacto: el comportamiento normal, la fricción y la ley cohesiva de tracción-deslizamiento.

La propiedad normal tipo "Hard Contact" usa el método "direct constraint enforcement", que implica que no se aplica ninguna presión entre las superficies mientras hay un hueco entre las mismas, y que cualquier presión puede ejercerse en la interfaz si las caras están en contacto.

El comportamiento a fricción se define mediante un modelo básico de fricción de Coulomb, con la formulación tipo "penalty", por el que la fuerza es proporcional al deslizamiento, por lo que se cuenta con que algún deslizamiento ocurre.

Para la definición cohesiva de la interacción se emplea una ley elástica lineal para el comportamiento tracciónseparación tangencial de acuerdo con la Ec. (5):

$$\boldsymbol{t} = \begin{cases} t_n \\ t_s \\ t_t \end{cases} = \begin{bmatrix} K_n & 0 & 0 \\ 0 & K_s & 0 \\ 0 & 0 & K_t \end{bmatrix} \begin{cases} \delta_n \\ \delta_s \\ \delta_t \end{cases} = \boldsymbol{K}\boldsymbol{\delta},$$
(5)

siendo t el vector de tracción nominal, δ el vector de separación, y para la ley desacoplada normal-tangencial de tracción-separación, K es la matriz diagonal que contienen los parámetros K_n , K_s y K_t . Al no considerarse adhesión normal $K_n = 0$ y solo la condición de "Hard Contact" aplica.

Se ha realizado una simplificación escogiendo para el comportamiento tangencial el módulo secante de la curva $\tau - slip$ recogida en [7] hasta τ_{bmax} . Dicha ley definida tiene tangente inicial infinita, y debe adoptarse un enfoque secante.

La tensión tangencial cohesiva que se opone al deslizamiento crece linealmente y va a cero súbitamente si aparece un modo mixto con separación normal, esto es, la adhesión se rompe si hay separación normal.

Se han estudiado tres tipos de modelos: Fricción de Coulomb, Comportamiento Cohesivo y Condición de Restricción tipo Tie. Para el primero se han probado 3 parámetros: sin fricción, 0.2 y 0.4. El modelo de Tie, más común, puede verse en el análisis de trompetas en [12] para Dywidag, y en [13] para placas.

La ovalización de la vaina y la iniciación de la fisuración son responsables de una significativa variación del contacto, resultando en una inesperada falta de resistencia de la sección con respecto a los modelos tipo Tie de adherencia perfecta.

3.3. Discretización de la malla.

El modelo contiene elementos sólidos hexaédricos tipo C3D8R (integración reducida) para discretizar el hormigón y el sólido de transferencia de no-tracción que alberga al tendón. El tamaño del elemento para su uso con un modelo de grieta difusa como es el modelo CDP no debe ser menor que el ancho de banda fisurada. Un tamaño medio de 16mm ha sido empleado, considerando un tamaño máximo del árido para el hormigón de alta resistencia de clase C50 de entre 6 y 8mm.



Figura 3. Discretización de la malla. Hormigón 3D + Vaina 2D + Tendón y Armaduras 1D

La vaina de acero se ha modelizado mediante elementos cuadriláteros tipo placa lineal S4R. Las barras y el tendón se han modelizado mediante elementos tipo barra T3D2, con una condición de restricción del tipo "región embebida", asignándolas como huésped de las regiones sólidas a su alrededor. El sólido ficticio de no-tracción que alberga al tendón permite modelizar éste mediante elementos tipo barra, mostrando sólo fuerzas axiales, más convenientes para analizar las variaciones en la fuerza de postensado. La condición de no-tracción permite la distribución automática de la presión radial del elemento barra a la vaina, y de ésta al hormigón, produciendo el arco del efecto multicordón.

3.4. Aplicación de la fuerza de tesado y condiciones de contorno

El postensado se implementa mediante un enfriamiento de un elemento 1D embebido en un sólido ficticio para transferencia sin tracción que está adherido a la vaina. Aunque el enfriamiento elástico ha sido empleado desde hace décadas, incluir el tendón como un refuerzo conectado a un sólido permite introducirlo como un elemento totalmente reactivo en el modelo. Así, la tensión radial es transmitida de forma similar a la que los cordones hacen por contacto con la vaina. El sólido de no tracción produce automáticamente un arco de descarga sin tirar de la vaina ni rigidizar significativamente el acero. Este modelo incluye condiciones de contorno de simetría cíclica, y manteniendo las caras superior e inferior horizontales. Estas condiciones implican la imposición de un patrón tridimensional de repetición de la solución obtenida. Este patrón no es único, y puede ser objeto de estudios próximos el análisis de otros modos de repetición.

4. RESULTADOS.

Los resultados de 6 modelos de elementos finitos se presentan a continuación, mostrando el efecto de la propiedad de interacción de contacto y la sensibilidad de la solución a los parámetros de contacto.

4.1. Modelo de contacto cohesivo.

La evolución del comportamiento de este modelo se hace a través del campo tensional, de la variable daño y de los desplazamientos radiales.



Figura 4: (a) Tensión radial antes de la fisuración. (b). Tensión circunferencial antes de la fis.

La distribución de presiones no-uniforme se ve en la Figura 4. Antes de la fisuración, la vaina está ovalizada de forma no simétrica debido a la presión de los cordones. Al 80% de la predeformación objetivo del tendón, como se ve en la Figura 5, la sección se divide cilíndricamente en dos. La vaina se despega totalmente de la sección exterior del hormigón. Las curvas en las Figura 6 y Figura 7 muestran los resultados obtenidos en el modelo con respecto a la predeformación objetivo normalizada. La vaina no se despega de la cara trasera hasta el fallo lo que es relevante para el modelo cohesivo porque mientras no se separe mantiene resistencia al deslizamiento tangencial.



Figura 5: Evolución del daño(a) Iniciación de la fisuración al 60% del postensado. (b) 80%. (c) 81%: Fallo de la sección. (d) 82% : Relajación del tendón



Figura 6: Desp. radial de las paredes int. y ext.

Cuando la grieta crece totalmente, la rigidez que se opone al postensado se reduce drásticamente pues sólo la mitad interior está siendo comprimida, mientras que la exterior se está relajando elásticamente como se ve en la Figura 6. La fractura de la sección se da al 80% de la predeformación de postensado objetivo. Tras ese punto, al ser este un experimento controlado en deformaciones, se puede apreciar la caída en la tensión de los tendones.

La Figura 6 muestra como una vez que se produce la rotura, la mitad interior avanza mucho más rápido puesto que absorbe toda la fuerza de tesado, mientras que la exterior se recupera. El puente uniendo estas mitades está totalmente dañado y no es capaz de transmitir tensiones normales.

4.2. Modelos de fricción y contacto perfecto.

Se ha realizado una comparación del modelo cohesivo con 3 modelos de fricción y un modelo de adherencia perfecta. La Figura 7 (a) muestra la predeformación a la que llega cada modelo antes del colapso. Se puede ver que la relevancia está en la modelización de la separación normal de la vaina, más allá que el modelo de comportamiento tangencial. Una reducción de la capacidad de postensado de la sección de en torno al 20% se ha encontrado en este análisis. O dicho de otra forma, el modelo de adherencia perfecta sobreestima la capacidad resistente de la sección al postensado en un 25%.

Las leves diferencias en los modelos demuestran que el fallo prematuro por fisuración durante el postensado está gobernado por el comportamiento normal.



Máxima Fuerza de Postensado

(b) Figura 7: (a) Maximo ratio de postensado. (b) Desp. Radial en nodo interior.

Deformación Normalizada

5. CONCLUSIONES

Los resultados muestran una limitación significativa de la máxima fuerza de postensado al permitir la separación normal (con respecto a los modelos de adherencia perfecta) de la vaina metálica dentro del hueco que deja tras el endurecimiento del hormigón. El efecto multicordón y la ovalización de la vaina altera la distribución de presiones y una grieta vertical se inicia en el entorno del último cordón en contacto directo con la vaina. La sección se divide en dos de forma casi instantánea. Sin embargo, este efecto se oculta cuando se impide la separación libre del acero liso, apareciendo un efecto de cosido de la grieta vertical, por lo que los modelos de adherencia perfecta sobreestiman la fuerza de tesado con la que se puede diseñar el tanque, y por tanto su resistencia en servicio y rotura.

REFERENCIAS

- [1] F. Medina Reguera, H. Cifuentes Bulté, and F. Medina Encina, "Modelling of the behavior of post-tensioned concrete structures subjected to long term thermal loads," in 3rd International Conference on Mechanical Models in Structural Engineering, 2015, pp. 1–18.
- [2] FIB, "fib Bulletin 20 Grouting of tendons in prestressed concrete," 2002.
- [3] J. Khalaf, Z. Huang, and M. Fan, "Analysis of bond-slip between concrete and steel bar in fire," *Comput. Struct.*, vol. 162, pp. 1–15, 2016.
- [4] J. Melo, C. Fernandes, H. Varum, H. Rodrigues, A. Costa, and A. Arêde, "Numerical modelling of the cyclic behaviour of RC elements built with plain reinforcing bars," *Eng. Struct.*, vol. 33, no. 2, pp. 273–286, 2011.
- [5] Task Group Bond Models, "fib Bulletin 10 Bond of Reinforcement in Concrete," 2000.
- [6] F. Xu, Z. M. Wu, J. J. Zheng, Y. Hu, and Q. Bin Li, "Bond behavior of plain round bars in concrete under complex lateral pressures," *ACI Struct. J.*, vol. 111, pp. 15–25, 2014.
- [7] FIB, Model code 2010 Vol.1. 2012.
- [8] V. Cervenka and R. Eligehausen, "Simulation of Cracking and Failure of Concrete Structures," *FEMCAD, STRUCENG & OPTMIZATION*, 1990.
- [9] W. C. Stone and J. E. Breen, "Design of posttensioned girder anchorage zones," 1981.
- [10] W. C. Stone and J. E. Breen, "Behavior of Post-Tensioned Girder Anchorage Zones," *PCI J.*, vol. January-Fe, 1984.
- [11] AASHTO, AASHTO LRFD Bridge Design Specifications. American Association of State Highway and Transportation Officials, 2010.
- [12] FIB, "fib Buletin 45 Practitioners Guide to Finite Element Modelling of Reinforced Concrete Structures," 2008.
- [13] E. Ellobody and C. G. Bailey, "Modelling of unbonded post-tensioned concrete slabs under fire conditions," *Fire Saf. J.*, vol. 44, no. 2, pp. 159– 167, 2009.

Anales de Mecánica de la Fractura (Vol. 33)
ENSAYOS PARA DETERMINAR LAS PROPIEDADES MECÁNICAS DEL ÓXIDO EN CORROSIÓN ACELERADA DE HORMIGÓN ARMADO

B. Sanz^{1*}, J. Planas¹, J.M. Sancho²

¹Departamento de Ciencia de Materiales, Universidad Politécnica de Madrid E.T.S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, C/ Profesor Aranguren s/n, 28040 Madrid

²Departamento de Estructuras de Edificación, Universidad Politécnica de Madrid E.T.S. de Arquitectura, Avda. Juan de Herrera 4, 28040, Madrid

^{*}E-mail: beatriz.sanz@upm.es

RESUMEN

En la simulación de la fisuración del hormigón causada por la corrosión de las armaduras, las propiedades mecánicas del óxido son decisivas. Sin embargo, sus valores tienen que suponerse en los modelos, debido a que realizar ensayos directos es prácticamente inviable. Para obtener información cerca de la capa de óxido que permita una mejor comprensión de su comportamiento mecánico, se diseñó un dispositivo de ensayos de corrosión acelerada en el que se utilizan como muestras prismas de hormigón armados con tubo que se equipan con instrumentos especiales. En paralelo, se realizaron simulaciones de los ensayos, utilizando un modelo que reproduce el comportamiento cohesivo del hormigón y la expansión del óxido. Del análisis conjunto de los resultados experimentales y numéricos se obtuvieron conclusiones relevantes respeto al comportamiento del óxido y se propusieron valores aproximados para sus parámetros. Para verificar este método, se han realizado ensayos con probetas de otra amasada, y se han simulado los ensayos utilizando los valores obtenidos con las muestras de la amasada inicial, con resultados satisfactorios.

PALABRAS CLAVE: Corrosión, Hormigón armado, Fisura cohesiva

ABSTRACT

In the simulation of cracking of concrete due to reinforcement corrosion, the mechanical properties of the oxide have been proved to be crucial. However, their values have to be assumed in the models, due to the difficulty to perform direct measurements. To obtain information close to the oxide layer that allows further understanding about its mechanical behavior, a setup of accelerated corrosion tests was designed using as specimens concrete prisms reinforced with a steel tube, which are equipped with special instruments. In parallel, simulations of the tests were carried out using a model that reproduces the cohesive fracture of concrete and expansion of the oxide. From the joint analysis of the experimental and numerical results, relevant conclusions about the oxide behavior were disclosed and approximate values were obtained for its parameters. For verification of this method, accelerated corrosion tests have been carried out with specimens from another batch, and the tests have been simulated using the values determined for the specimens from the previous batch, with satisfactory results.

KEYWORDS: Corrosion, Reinforced concrete, Cohesive crack

1. INTRODUCCIÓN

La corrosión de las armaduras en estructuras de hormigón se produce cuando sustancias despasivantes llegan hasta el acero y rompen su pasividad. Como consecuencia, se genera una capa de óxido, que puede llevar a la fisuración del hormigón, entre otros efectos, debido a que el óxido ocupa un volumen mayor que el acero inicial [1]. En la simulación de este fenómeno, los parámetros del óxido influyen notablemente, como se ha probado en trabajos anteriores [2]. Sin embargo, existen muchas incertidumbres, debido a la dificultad para realizar ensayos sobre la capa de óxido, y sus valores tienen que suponerse en los modelos. Ejemplo de estos parámetros son la relación de expansión, que puede variar entre 2 y 6.5 dependiendo del tipo de óxido generado [3], o la rigidez a cortante, para la que no se han encontrado valores experimentales en la literatura.

Con el objetivo de obtener información cerca de la capa de óxido, los autores de este trabajo diseñaron un dispositivo de ensayos de corrosión acelerada, utilizando prismas de hormigón armados con un tubo de acero, en lugar de barra maciza, que se equiparon con instrumentos especiales [4]. En paralelo, se programó un modelo que combina elementos con fisura embebida adaptable [5] que reproducen la fractura del hormigón según el modelo de fisura cohesiva [6], y elementos junta expansiva que reproducen la expansión del óxido [7], y se realizaron simulaciones de los ensayos. Del análisis conjunto de los resultados experimentales y numéricos, se obtuvieron conclusiones relevantes respecto al comportamiento del óxido, y valores aproximados para sus parámetros. Para verificar el método, se han realizado ensayos con muestras de una amasada nueva, y se han simulado los ensayos utilizando para el óxido los valores que se determinaron con las muestras de la amasada anterior, con resultados satisfactorios, lo que refuerza la validez del modelo.

En el artículo se describen los aspectos fundamentales de los experimentos y las simulaciones, y se discuten los resultados obtenidos y los valores propuestos para el óxido.

2. DESCRIPCIÓN DE LOS EXPERIMENTOS

2.1. Muestras y materiales

Las muestras de este trabajo son prismas de hormigón con un tubo liso como armadura, con la geometría indicada en la Fig. 1, que se diseñaron para obtener una fisura principal en el recubrimiento durante corrosión acelerada. Además, se fabricaron muestras de la misma amasada para caracterización mecánica del hormigón; en concreto, seis cilindros de 150 mm de diámetro y 300 mm de longitud, y cuatro vigas de sección $100 \times 100 \text{ mm}^2$.

Para fabricar las muestras, se utilizó hormigón de dos amasadas. En ambos casos, se preparó un hormigón poroso con relación agua cemento 0.5, cemento I 52.5 R, árido silíceo con tamaño máximo 8 mm y 3 % de cloruro cálcico en peso de cemento para despasivar el acero. La Tabla 1 muestra la dosificación. En el caso de los prismas, los tubos se limpiaron previamente según el procedimiento descrito en [8] y se aplicó una capa de esmalte en los extremos para evitar corrosión durante curado y limitar la superficie libre de corrosión a 80 mm de longitud.

2.2. Ensayos de corrosión acelerada

Los ensayos se realizaron en condiciones de laboratorio, con la probeta sumergida en agua con cloruros, como se muestra en la Fig. 2(a). Para proporcionar aislamiento eléctrico, se aplicó una capa de resina epoxi a las caras de hormigón perpendiculares al tubo, y se embebió un tapón de PVC para proteger el extremo de tubo sumergido. De esta manera, se espera tener campo de corriente plano y corrosión uniforme, que resulten en campo de de-



Figura 1. Muestras para ensayos de corrosión acelerada.

1	al	bl	a	1.1	D)osi	fi	ica	c	ió	n	d	el	!	hoi	rn	iis	2Ó	n.	en	p	es	0	de	2	cemento).
_					_	~~~			-					-			c		,		r						-

Agua	Cem.	Arena	Grava	$CaCl_2$	Superpl.	
0.5	1	2.85	2.05	0.03	0.0055*	

*Para la Amasada 1 la dosis de superplastificante fue 0.0013, y se añadió 0.01 de retardador



Figura 2. Esquema del ensayo de corrosión acelerada (a), medidas de main CMOD y variación de diámetro interior (b), y medida de variación de volumen interior (c).

formación plano, para poder comparar los resultados con los de simulaciones de modelos bidimensionales. Como contraelectrodo se utilizó un tubo de acero inoxidable. Para acelerar la corrosión, se siguió la técnica de corriente impresa [1, 9], imponiendo el paso de una corriente constante de 400 μ A/cm², durante tres días.

Durante el ensayo se midieron la intensidad y la diferencia de potencial entre el tubo y el contraelectrodo, con instrumentos estándar, y la temperatura del tubo y del agua, con termopares tipo K. Para medir la apertura de la fisura principal en la sección media de la probeta, a la que llamamos main CMOD, Fig. 2(b), se adaptaron extensómetros comerciales. Finalmente, las probetas se instrumentaron con un extensómetro de diámetro o con un circuito capilar, que se diseñaron para medir, respectivamente, la variación de diámetro interior y la variación de volumen interior del tubo [4, 10]. La variación de diámetro ΔD se midió perpendicular a la fisura principal, como se muestra en la Fig. 2(b). Para medir la variación de volumen interior, se selló el tubo excepto por una salida a través de un capilar, Fig. 2(c), de modo que variaciones de volumen producen variaciones en la altura de líquido del capilar ΔH , que se lee en fotografías tomadas periódica-





Figura 3. Vista de un ensayo de corrosión acelerada con extensómetro de diámetro (a) y con circuito capilar (b).

mente. La Fig. 3 muestra un ensayo con extensómetro de diámetro (a), y otro con circuito capilar (b).

Al finalizar el ensayo, se midió la pérdida en peso de los tubos, y se comparó con la teórica, comprobando que la diferencia es admisible [11] y, por tanto, la ley de Faraday aplicable. A partir de los registros de intensidad se calculó la profundidad de corrosión x, suponiendo 100 % de eficiencia de la corriente y corrosión uniforme.

2.3. Caracterización mecánica

Complementariamente, se realizaron ensayos de caracterización mecánica del hormigón a los 28 días de edad. En concreto, se realizaron tres ensayos de compresión estándar, para determinar la resistencia a compresión f_c , tres ensayos brasileños siguiendo las recomendaciones de Rocco [12], para determinar la resistencia a tracción f_t , y cuatro ensayos de flexión en tres puntos siguiendo el procedimiento propuesto por Planas et al [13], para calcular una aproximación bilineal de la curva de ablandamiento. Los resultados de estos ensayos se utilizaron como input para las simulaciones y se muestran en la Sec. 3.2.



Figura 4. Curva de ablandamiento del hormigón y aproximación bilineal, donde f_t es la resistencia a tracción, G_F la energía de fractura, w_1 el punto de corte del primer tramo de la curva con el eje de abscisas, y σ_k la tensión del punto de quiebro.

3. DESCRIPCIÓN DE LAS SIMULACIONES

3.1. Modelo numérico

En el modelo utilizado, la fractura del hormigón se describe conforme al modelo de fisura cohesiva, introducido por Hillerborg et al [6], en el que las fisuras transmiten tensiones según una ley de ablandamiento. Para simplificar los cálculos, en este trabajo se ha utilizado una ley bilineal, definida en la Fig. 4. Este comportamiento está implementado en elementos con fisura embebida adaptable dentro del programa de elementos finitos COFE (*Continuum Oriented Finite Element*) [5], que son triángulos de deformación constante, con discontinuidad fuerte y que siguen un modelo de fuerzas centrales. En estos elementos la fisura puede cambiar su orientación hasta que se alcanza un cierto valor límite w_{th} que se calcula en función de un factor de adaptabilidad α' como $w_{th} = w_1 \alpha'$, donde w_1 está definido en la Fig. 4, y $\alpha' = 0.2$ [5].

Para reproducir el comportamiento del óxido, se utilizan elementos junta expansiva [2, 7], que son elementos de cuatro nudos, con espesor inicial nulo, que simulan una expansión libre en dirección normal al elemento **n**. En los elementos se han implementado fenómenos de deslizamiento y despegue, que se consiguen, respectivamente, con una rigidez a cortante k_t mucho menor que la rigidez normal k_n , y disminuyendo la rigidez normal en el caso de tracción con un factor de direccionalidad η . De esta manera, el vector de tensiones **t** que actúa en el elemento para un desplazamiento mecánico **w** se calcula como

$$\mathbf{t} = \eta k_n (\mathbf{w} \cdot \mathbf{n} - \beta x) \mathbf{n} + k_t [\mathbf{w} - (\mathbf{w} \cdot \mathbf{n}) \mathbf{n}]$$
(1)

Para evitar remallado, en el modelo se mantiene constante la sección de acero, y el elemento junta sólo comprende la expansión volumétrica del óxido, por lo que para mantener equivalencia mecánica del sistema real y el simulado, se calculan las propiedades del elemento en función de las del acero y el óxido, que resultan ser inversamente proporcionales a la profundidad de corrosión. Para evitar inestabilidades numéricas, se establecen valores de corte numéricos k_n^0 y k_t^0 para las rigideces correspondientes a una profundidad de corte numérica x_0 .

Tabla 2. Parámetros de los materiales en las simulaciones, donde E es el módulo de elasticidad, ν el coeficiente de Poisson, f_t , G_F , w_1 y σ_k los parámetros de la curva bilineal definidos en la Fig. 4, β el factor de expansión, x_0 la profundidad de corte, k_n^0 y k_t^0 las rigideces de corte, y η el factor de reducción de la rigidez en tensión.

	E (GPa)	ν	f_t (MPa)	G_F (N/mm)	$w_1 \text{ (mm)}$	σ_k (MPa)	α'
Acero	200	0,3		—	—		
Horm. Am. 1	36.1	0.2	2.78	0.107	0.0430	0.322	0.2
Horm. Am. 2	32.1	0.2	2.88	0.102	0.0311	0.338	0.2
	β	$x_0 \text{ (mm)}$	k_n^0 (N/mm ³)	$k_t^0 \text{ (N/mm^3)}$	η		
Óx. ini.	1.0	1.0×10^{-3}	1.0×10^{6}	1.0×10^{-14}	1.0×10^{-11}		
Óx. def.	2.0	$1.0{ imes}10^{-3}$	1.0×10^{6}	1.0×10^{3}	1.0×10^{-11}		



Figura 5. Malla utilizada en simulaciones de los ensayos.

3.2. Características de las simulaciones

Para las simulaciones se utilizaron modelos bidimensionales de las muestras. La malla, Fig. 5, se generó con el programa Gmsh [14], utilizando cuadriláteros con deformaciones mejoradas supuestas para el acero, elementos con fisura embebida para el hormigón, y elementos junta expansiva para el óxido, con 16 elementos por cuarto de circunferencia en el contorno del tubo.

La Tabla 2 muestra los parámetros de los materiales. El acero se modeló con material elástico y valores estándar. Para el hormigón se utilizó ablandamiento bilineal, con los valores experimentales. Para el óxido, primero se supuso un comportamiento fluido según [15], con rigideces a cortante y tensión virtualmente cero, como en [7]; después, se modificaron sus parámetros para reproducir los resultados experimentales de la Amasada 1.

Se impuso una profundidad de corrosión de 20 μ m en 40 pasos. Se registró el desplazamiento de los nudos adecuados para simular el main CMOD, la variación de diámetro y de altura en el capilar, que se calculó suponiendo deformación uniforme en la superficie libre del tubo.

4. RESULTADOS

4.1. Resultados experimentales de referencia

En la Fig. 6, con color claro, se muestran la envolvente y la media de los resultados de los ensayos con muestras de la Amasada 1. El main CMOD, Fig. 6(a), aumentó levemente durante las primeras micras de profun-

didad de corrosión, pero después la pendiente de las curvas aumentó bruscamente, indicando desarrollo de la fisura principal. La altura en el capilar, Fig. 6(b) creció rápidamente hasta un pico, que coincide con la profundidad de corrosión del quiebro en las curvas de main CMOD, y que llamamos *profundidad de corrosión crítica*, y después descendió. Esto significa que el volumen interior del tubo disminuyó hasta que se desarrolló la fisura principal, y después hubo una recuperación parcial de volumen. El diámetro interior, Fig. 6(c), tuvo una tendencia general a aumentar durante el ensayo. Nótese que la tendencia diferente del volumen y el diámetro interior indica deformación no uniforme del tubo, lo que explicaría la alta dispersión obtenida en las medidas de diámetro interior.

4.2. Estudio numérico de los parámetros del óxido

Los experimentos se simularon utilizando los valores del óxido inicial. Las curvas numéricas, Fig. 6, curvas oscuras punteadas, reprodujeron las tendencias de los ensayos, con un quiebro en las curvas de main CMOD y un pico de altura de capilar para la misma profundidad de corrosión, pero estaban desfasadas respecto a las curvas experimentales, lo que puso de manifiesto la necesidad de un ajuste de los parámetros del óxido.

A continuación se modificaron los parámetros del óxido, como se muestra en la Tabla 2, Óxido def., teniendo en cuenta que el factor de expansión escala los resultados según la profundidad de corrosión, ya que controla el incremento de volumen impuesto, y que la rigidez a cortante influye en el comportamiento después del pico.

Se simularon los ensayos con los nuevos parámetros. En este caso, Fig. 6, curvas oscuras continuas, las curvas numéricas reprodujeron adecuadamente las experimentales, excepto por errores que se deben a las limitaciones del modelo, como no considerar difusión del óxido en las grietas [15], no reproducir corrosión no uniforme, o la diferencia de velocidad de carga de los ensayos de caracterización mecánica y los de corrosión acelerada.

4.3. Resultados para verificación del método

Para verificar el método, se realizaron ensayos con muestras de la Amasada 2, cuyos resultados se muestran en la Fig. 7, en color claro. Las curvas obtenidas fueron simi-





Figura 6. Resultados de ensayos de corrosión acelerada y simulaciones numéricas con muestras de la Amasada 1.

Figura 7. Resultados de ensayos de corrosión acelerada y simulaciones numéricas con muestras de la Amasada 2.

lares a las descritas en la Sec. 4.1. Finalmente, se simularon los ensayos, utilizando los parámetros experimentales correspondientes para el hormigón, y los valores del óxido obtenidos para las muestras de la amasada anterior, Tabla 2, Óx. def. Los resultados numéricos reprodujeron adecuadamente los experimentales, excepto por errores debidos a las limitaciones mencionadas, que se corregirán en el futuro, mostrando la validez del método para determinar los parámetros del óxido.

5. CONCLUSIONES

En este trabajo se ha presentado un dispositivo de ensayos de corrosión acelerada, utilizando prismas de hormigón armados con tubo en lugar de barra, para obtener información mecánica adicional respecto a la medida típica de apertura de fisura. En particular, se han medido la variación de diámetro y la variación de volumen interior del tubo, utilizando instrumentos especiales.

Simulaciones de los ensayos utilizando un modelo que reproduce el comportamiento cohesivo del hormigón y la expansión volumétrica del óxido, mostraron que las curvas de resultados son muy sensibles variaciones en los parámetros del óxido, lo que ha resultado fundamental en este trabajo para obtener valores para estos parámetros.

Los valores propuestos para el óxido, para muestras ensayadas con 400 μ A/cm², se han verificado, mediante la simulación de ensayos realizados con muestras de una amasada diferente, con resultados satisfactorios, lo que da soporte al modelo y al método propuesto, aunque es necesario implementar mejoras en el modelo que se llevarán a cabo en el futuro.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen la financiación recibida de la Secretaría de Estado, de Investigación, Desarrollo e Innovación del Ministerio de Economía y Competitividad a través del proyecto BIA2014-54916-R.

REFERENCIAS

- C. Andrade, M.C. Alonso, and F.J. Molina. Cover cracking as a function of bar corrosion: Part i - experimental test. *Materials and Structures*, 26(8):453– 464, 1993.
- [2] B. Sanz, J. Planas, A. M. Fathy, and J. M. Sancho. Modelización con elementos finitos de la fisuración en el hormigón causada por la corrosión de las armaduras. *Anales de Mecánica de la Fractura*, 25(2):623–628, 2008.
- [3] K. Tuutti. *Corrosion of steel in concrete*, volume 4.82 of *CBI Forskning* 82:4. Swedish Cement and Concrete Research Institute, 1982.

- [4] B. Sanz, J. Planas, and J.M. Sancho. A closer look to the mechanical behavior of the oxide layer in concrete reinforcement corrosion. *International Journal of Solids and Structures*, 62:256 – 268, 2015.
- [5] J. M. Sancho, J. Planas, D. A. Cendon, E. Reyes, and J. C. Galvez. An embedded cohesive crack model for finite element analysis of concrete fracture. *Engineering Fracture Mechanics*, 74(1-2):75– 86, 2007.
- [6] A. Hillerborg, M. Modéer, and P.E. Petersson. Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and fracture elements. *Cement and concrete research*, 6(6):773–781, 1976.
- [7] B. Sanz, J. Planas, and J. M. Sancho. An experimental and numerical study of the pattern of cracking of concrete due to steel reinforcement corrosion. *Engineering Fracture Mechanics*, 114:26–41, 12 2013.
- [8] I. Kayafas. Technical note: Corrosion product removal from steel fracture surfaces for metallographic examination. *Corrosion, NACE*, 36(8):443–445, 8 1980.
- [9] T. El Maaddawy and K. Soudki. Effectiveness of impressed current technique to simulate corrosion of steel reinforcement in concrete. *Journal of Materials in Civil Engineering*, 15(1):41–47, 2003.
- [10] B. Sanz. Experimental and numerical study of cracking of concrete due to reinforcement corrosion. PhD thesis, Universidad Politécnica de Madrid, 2014.
- [11] M.C. Alonso, C. Andrade, J. Rodríguez, and J.M. Díez. Factors controlling cracking of concrete affected by reinforcement corrosion. *Materials and Structures*, 31(7):435–441, 1998.
- [12] C. Rocco. Influencia del tamaño y mecanismos de rotura del ensayo de compresión diametral. PhD thesis, E.T.S.I. Caminos, Canales y Puertos, U.P.M., 1996.
- [13] J. Planas, G. V. Guinea, J. C. Galvez, B. Sanz, and A. M. Fathy. *Report 39: Experimental Determination of the Stress-Crack Opening Curve for Concrete in Tension - Final report of RILEM Technical Committee TC 187-SOC*, chapter 3. Indirect tests for stress-crack opening curve, pages 13–29. RI-LEM Publications SARL, 2007.
- [14] C. Geuzaine and J.-F. Remacle. Gmsh: a threedimensional finite element mesh generator with built-in pre- and post-processing facilities. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 79(11):1309–1331, 2009.
- [15] F.J. Molina, M.C. Alonso, and C. Andrade. Cover cracking as a function of bar corrosion: Part ii - numerical model. *Materials and Structures*, 26(9):532–548, 1993.

DAMAGE BEHAVIOUR OF REINFORCED CONCRETE PLATES UNDER IMPACT LOADINGS

D. Schmitt *¹, M.L. Ruiz-Ripoll ¹, O. Millon ¹, A. Stolz ¹, K. Thoma ¹

¹Fraunhofer Institute for High-Speed Dynamics, Ernst-Mach Institut, EMI Eckerstraße 4, 79104 Freiburg, Germany Freiburg, Germany *E-mail: <u>Daniel.Schmitt@emi.fraunhofer.de</u>

RESUMEN

Las infraestructuras no sólo están sujetas a las típicas cargas estáticas o dinámicas, tales como viento o cargas sísmicas, sino que a su vez se ven sometidas a otro tipo de cargas dinámicas, tales como el impacto producido por vehículos o incluso aviones. Es por ello de gran importancia comprender el comportamiento estructural y los daños ocurridos en el hormigón armado sometido a ese tipo de cargas.

En la actualidad no existen métodos que pronostiquen la relación entre cargas locales y la respuesta global del sistema ante este tipo de cargas. Este trabajo tiene como objetivo rellenar ese hueco, cuantificando el daño de placas de hormigón armado bajo cargas de impacto. El trabajo combina un análisis experimental y uno numérico del comportamiento de daño de placas de hormigón armado. Los experimentos abarcan impactos con velocidades de entre 80 hasta casi 300 m/s. Además, el análisis experimental incluye la respuesta global de las fuerzas, la caracterización del daño en términos de diámetro y profundidad del cráter, el posible agrietamiento conal, y la creación de esquirlas para ambos lados de las placas después del impacto, considerando diferentes resistencias del hormigón, grados y posiciones de las armaduras y geometrías del impactador. El análisis numérico se realiza mediante elementos finitos de la familia de los Hidrocódigos, representando de una forma muy acorde los daños percibidos en las placas.

PALABRAS CLAVE: Hormigón armado, impacto, daño local y global, propagación de onda, técnicas de medicion, Hidrocódigos.

ABSTRACT

Since buildings are not exclusively subjected to quasi-static and classical dynamic loads, such as wind loads or earthquakes, but also impact loads caused by vehicles or even airplanes, a good understanding of the structural behaviour and the resulting damage of reinforced concrete structures under such scenarios is of high importance. Methods for forecasting the relation between such local dynamic loadings and the global response of the system are not available at the present. The work presented in this paper aims to fill this gap, analysing the damage respectively resistance behaviour of reinforced concrete plates under impact loadings. The research encompasses experimental and numerical analysis of hard impacts with velocities between 80 m/s to almost 300 m/s. Furthermore, the analysis includes the relation of introduced forces and global response, the characterization of the diameter and the depth of the crater, the possible cone cracking and spalling or scabbing effects formed at both sides of the plates after impact, in dependence of the concrete compressive strength, degree and position of the reinforcing bars and shape of the impactor. The numerical calculations are done by using FEM-Software from the family of Hydrocodes, providing good results of the structural damage in comparison with the experiments.

KEYWORDS: Reinforced concrete, impact loadings, local and global damage, wave propagation, measurement techniques, Hydrocodes.

1. INTRODUCTION AND OBJECTIVES

Infrastructures as buildings are not only subjected to quasi-static and dynamic typical loads, such as wind or earthquakes, but also impact loads caused by vehicles or even airplanes. Thereby, the understanding of the dynamic behaviour and the resulting damage of these structures is of high interest.

During the last years, several scientific works on this topic have been published [1, 2]. Nevertheless, these works either are mostly focused on the local damage behaviour of the loaded structure, or the global structural behaviour. However, the relation between local induced loadings and global dynamic response behaviour of reinforced concrete slabs has not been studied consistently yet. Thus, the main objective of this paper is to fill this gap, by combining experimental results with numerical simulation results of reinforced concrete plates under impact loadings.

The goal of the large experimental campaign is to improve the understanding of the dynamic behaviour of reinforced concrete slabs under impact loadings and thereby analysing the influence of different parameters like concrete compressive strength, degree of reinforcement, impactor shape and impact-velocity. The impact is considered as a hard impact. Thus, the use of non-deformable impactors is essential. Using several measuring techniques, the analysis is able to detect the deflection of the specimens, the bearing forces and the wave propagation inside of the plates in an optical and numerical way.

The dynamic behaviour of the plates is characterized primarily by the recorded time curves of deformation and bearing forces of the structure. The damage analysis is made based on the diameter and depth of the resulting crater/damage zones. Cone cracking, spalling or scabbing effects and bending of the slabs due to the impact are the typical damage phenomena (see Figure 1).

Together with the experimental characterization, numerical analyses are also performed. The objective is a better understanding of structural dynamic effects and the determination of the numerical exactness in comparison with the experiments. For that, the numerical calculations are performed by the use of Hydrocodes [3].



Figure 1: Damage phenomena of r/c-slabs under hard impact loading: a) penetration with spalling and scabbing, b) cone cracking (punching shear), c) bending. Figures taken from [4].

2. EXPERIMENTAL PROCEDURE

2.1. Experimental setup

The experiments were performed at Fraunhofer EMI. Figure 2 presents the experimental setup used during the study. This consists of a loading device (accelerator and impactor), the target plate and the support construction. The plate is positioned vertically and suspended at four points to two counter bearing walls. Last-named are connected on a massive r/c-basement to secure the position against horizontal displacements.. The 4 connection-points of the specimen consist of a cylindrical body between two circular surface plates. At one side of these plates centrally, orthogonal, rigidly connected threaded rods are the mounting points of the r/c-slaps (see Figure 2-b). The bearing structure has the advantage that at the cylindrical body parts, the distortions can be recorded by means of strain gauges. Thereby, force-time curves at the respective supports are determined by the known cross-sectional area of the specimen.

The experiments were performed in combination with a high metrological instrumentation to investigate extensively the behaviour of the reinforced concreter/c plates. In order to determine how the pressure waves propagate through the specimen, strain gauges at the surfaces of the concrete body (front and rear side of the plate) and pressure sensors developed at Fraunhofer EMI were used. Furthermore, distortion measurements were taken from the support points as described before, in order to assess the horizontal support reaction over time from the measured signals. A laser optical system allowed the detection of the deflection of the specimen's rear surface. Further, the cracking and fragmentation behaviour of the components back has been detected using high-speed video recordings to assess the temporal progress of the concrete damage. Another video recording captured the penetration of the impactor on the loading side. Figure 3-a presents a schematic representation of an instrumented specimen, with six gauges on concrete, six gauges on the reinforcement, three pressure sensors and one optical distance measurement.



Figure 2: Experimental setup: a) accelerator, b) specimen and fixation to the counter bearing walls.

During the experiments two different impactors were used (Figure 3-b), which differed in the geometric shape of the impact side (spherical and flat). Both have a mass of 6 kg and a diameter of 85 mm.



Figure 3: a) positioning of the instrumentation (schematic diagram), b) used impactors.

2.2. Materials and specimen geometry

The specimens are fabricated as plates with 1500x1500x300 mm dimensions. Three different concrete compressive strengths and degrees of reinforcement (μ_s) were used (presented in Table 1). In all cases the reinforcement layers consisted of 8 mm bars.

Besides the influence of the compression strength and the degree of reinforcement on the dynamic behaviour of the plates under impact loadings, the incident point of the impactor into the plate was modified with respect to the position of the reinforcement analysing the direct local influence of the reinforcement layer.

Table 1: Concrete and degree of reinforcement used during the experiments.

Concrete	μ _s [%]	Spacing [mm]	Incident point
C20/25	0.31	100	Middle
C40/50	0.31	100	Middle
C40/50	0.33	100	At reinforcement
C40/50	0.22	150	Middle
C80/95	0.31	100	Middle

3. EXPERIMENTAL RESULTS

A total of 27 experiments, divided in 10 different configurations (Table 2) were performed. During the experiments, the impactor shape (Figure 3) and velocity were modified (from 80 to 274 m/s). In order to make an easier comparison analysis, a standard configuration was defined (C40/50, flat impactor, μ_s =0.31 %, 100 mm bar spacing, impact point on centre of rebar spacing and impact velocity of 200 m/s).

Table 2: Tested configurations and parameters.

Conf.	Concrete	Impactor	μ _s (%)	v _{impact} (m/s)
1	C20/25	Flat	0.31	200
2	C40/50	Flat	0.31	200
3	C40/50	Flat	0.33	200
4	C40/50	Flat	0.22	200
5	C40/50	Flat	0.31	220
6	C40/50	Flat	0.31	242
7	C40/50	Flat	0.33	274
8	C40/50	Spherical	0.31	200
9	C80/95	Flat	0.31	200
10	C40/50	Flat	0.31	80

3.1. Analysis of the concrete damage

The damage analysis is essential for the evaluation of the dynamic behaviour of reinforced concrete plates under impact loading. During an impact, different damage phenomena are observed at both faces (attack side, as well as rear side) of the structure. The damage on the attack side is related with the direct action of the impactor, while the damage produced on the rear side is related to the spallation effects, derived from the stress wave propagation. There the superposition of the incident stress waves and the stress waves which reflect at the rear side of the specimen leads to tensile forces which produce large-scale cracking and a spall-plane, if the dynamic tensile strength is exceeded.

In order to characterize the damage level of the plates, the diameter and depth of the damage zone formed at both sides of the plates are measured after each experiment. Table 3 and Figure 4 present the results obtained from the experiments, where D_f and D_r correspond with the diameter of the damage zone at the front and the rear side respectively.



Figure 4: Damage parameter analysis for different configurations: a) and b) concrete strength, c) and d) degree of reinforcement, e) and f) impact-velocity, g) and h) impactor's shape.

The specimen tested under an impact velocity of 80 m/s did not suffer significant damage (Table 3, configuration 10). Therefore, the results of this configuration have not been included in Figure 4.

The results show, that the diameter of the tensile damage zone (rear side) is around factor 2 larger than the ones obtained in the compression damage zone (front side). This can be easily seen in the images of Figure 5 and the cross sections of the plates (Figure 6). In the latter a typical conical widening of the damage zone from the attack to the rear face is observed. This effect is mainly based on the difference between the tensile and compressive strength of concrete.



Figure 5: Damaged plate (reference/standard configuration) after impact tests: a) front side, b) rear side.

Table 3: Damage parameter obtained after the experiments. D_f and D_r = diameter of the damage zone at front and rear side, respectively, d_p = crater depth, D_r/D_f = damage ratio rear/front, (standard deviation).

Conf.	Front side	•	Rear side	D_r/D_f
	$D_{f}(cm)$	d _p (cm)	D _r (cm)	(-)
1	57.2 (5.8)	11.7 (2.6)	95.8 (6.8)	1.68
2	46.0 (9.3)	6.9 (0.5)	87.8 (11.2)	1.91
3	40.0 (2.9)	5.9 (1.6)	90.1 (19.0)	2.25
4	49.3 (3.9)	7.7 (1.5)	94.8 (14.2)	1.92
5	61.0 (7.0)	10.2 (0.7)	98.0 (11.7)	1.61
6	60.0 (5.7)	16.0 (-)	99.0 (1.4)	1.65
7	58.0 (1.4)	25.0 (-)	111.0 (7.1)	1.91
8	45.3 (1.8)	8.6 (0.3)	98.3 (19.2)	2.17
9	46.7 (5.5)	7.5 (0.4)	99.5 (8.7)	2.13

The concrete with low compressive strength (C20/25) presents a larger damage diameter on the front (24%) and the rear side (9%) in comparison to C40/50. The crater depth increases about 70%. High-strength concrete just presents a larger damage diameter on the rear side. This is justified by the higher brittleness of high-strength concrete, which favours spalling effects, since the energy dissipation capacity is lower.

An increment on the degree of reinforcement of about 50 % (from $\mu_s=0.22\%$ to $\mu_s=0.31\%$) leads to a slight reduction of the damage diameter of about 7 % on the attack face, and about 8 % on the rear side. The depth of

the crater was reduced about 12 %. No significant influence on the damage has been observed for the incident point of the impact.

A larger impact velocity leads to the expected larger damage of the plates. For the maximum velocity of 274 m/s the crater depth is about 360 % larger than for the reference configuration. The diameter of the damage zone at the front and rear side is about 25 % larger. Figure 6 documents the effect of the increment of the impact velocity on the structural damage.

The shape of the impactor has no significant influence on the damage zone diameters of the plates, with just a reduction of about 2 % on the front side and increased about 11 % on the back side, while the penetration depth is 25 % higher as in the reference configuration.



config. $\mu_{s=0.22\%}$ impactor $\nu_{i=220}$ in s $\nu_{i=242}$ in s Figure 6: Damaged profile from plates after impact tests for different configurations.

3.2. Analysis of load history, horizontal reaction forces and displacement

In addition to the evaluation of concrete damage (Section 3.1), the determination of the horizontal bearing forces and the deflection of the plate over time was another focus of this study. Figure 7 presents the average bearing force- and deflection-time curves of the plates obtained for three different configurations (reference, high-strength concrete (C85/95) and impact velocity of 220 m/s).

As it can be seen on the figure, all curves have very similar profiles. During the first 10 ms, the maximum force between 350 kN and 450 kN (per bearing point) occurs, followed by a second peak of < 100 kN (see Figure 7-a). The maximum deflection obtained during the experiments is between 18 mm and 32 mm (see Figure 7-b). The maximum corresponds with the 220 m/s impact-velocity configuration, while between the reference and the high-strength concrete configuration there is no significant difference.

The corresponding velocity-time profiles are presented in Figure 7-b, were it is observable how for all cases, in the course of the first 1.5 ms, the impactor has been completely stopped.



Figure 7: Comparison between three different configurations: a) horizontal bearing forces - and deflection of the slabs - time profile, b) velocity - time profile of impactor.

4. NUMERICAL ANALYSIS

The results obtained from the experiments were compared to numerical simulations using a FEM code with a Hydrocode formulation [3, 5]. This kind of formulation is generally used for high-speed dynamic events. In comparison to classical FEM, Hydrocodes simultaneously solve the conservation equations for mass, momentum, and energy with explicit time integration [3, 6].

In this study, the concrete material was described using the RHT model [7]. The impactor and the bodies of the bearing point structures were modelled using standard material models from the FE-program Autodyn [8] for metallic materials. The rebars were modelled as discrete beam elements using a modified material model from the Hydrocodes library. The connection between the beam elements of the rebars and the volume elements of the concrete was realised by the rigidly joined elements nodes.

The objective of the analysis was to evaluate the reliability of such FE simulations for future different loading scenarios. Furthermore, the numerical results in combination with the experimental ones help to understand better the structural dynamic behaviour.

Figure 8 shows the ratio between the horizontal bearing force peaks obtained from experiments and compared with the numerical analysis results. When the ratio is equal to one, both, experimental and numerical results are the same. Thus, values away from ratio equal to one show a not perfect fitting between experiments and simulation. The best results are obtained for the configurations 4 (degree of reinforcement, reinf. 2 in Figure 8, with $\mu_s = 0.22$ %) and 6 (impact-velocity of 242 m/s).



Figure 8: Ratio between the horizontal bearing force peaks obtained from experiments and compared with the numerical ones. Peak 1: max. horizontal bearing force, peak 2: second max. horizontal bearing force.

Figure 9 presents the calculated damage of the plate resulting from the numerical analysis in comparison with the experiment (standard configuration). The results show a quite good correlation between numerical and experimental results.



Figure 9: Numerical analysis results in comparison with the experimental ones: a) numerical simulation from rear side and middle section, b) experimental damaged plate (middle section).

While the calculated deformation of the plates also correlated with the experimental data (Figure 9), the bearing forces did not for all configurations (Figure 8). For the future Fraunhofer EMI therefore follows a promising approach with a modified RHT material model and a combination of classical FEM and the mesh free SPH (smoothed-particle hydrodynamics) method.

5. CONCLUSIONS

This paper presents the dynamic behaviour of reinforced concrete plates subjected to impact loads, considering different parameters, like concrete strength, reinforcement degree, impactor shape and impactvelocity.

During the study, the relation between local loading and resulting damage was determined in terms of diameter and depth of the impact crater on the front side and diameter of the tension damage zone (spallation layer) on the rear side of the loaded plates. In addition, the global structural dynamic behaviour was also analysed by the measurement of the bearing forces and the displacement of the concrete body over time.

The experimental campaign shows the following main findings. The concrete strength plays a less important role on the damage of the structures than expected. A higher strength concrete reduces the damage produced in the attack side, but increases the spallation effects on the rear side of the plate, due to the brittleness of the material. A higher degree of reinforcement leads to a general lower damage level of the plate. The incident point of the impact has a negligible influence on the experimental results. Furthermore, and as expected, plates subjected to a faster impact suffer larger damage. Finally, the shape of the impactor has no relevant influence on the damage found on the plates.

To analyse the structural dynamic behaviour of the r/cslabs under impact loading several measurements techniques were used (strain gauges, laser optical systems pressure sensors and high-speed-cameras). It was demonstrated that the determined force-time curves (of the bearing points) and the displacement-time curves (of the centre at the rear side of the plates), for all experiments have a similar profile. Only the maximum values of force and displacement differ. Thus, the reliability of the results is secured by the used instrumentation.

The numerical investigations of r/c-plates under impact loading showed a good correlation with the experimental results in the point of damage, while the comparison of the force-time-curves at the bearing points showed some deficits of the calculations. Thus, as it was already mentioned, it is planned to develop a modified RHT material model and a combination of classical FEM and the mesh free SPH (smoothed-particle hydrodynamics) method for an optimization of the numerical results.

It is planned that in a second phase of the research work the focus of the analysis will be on pre-stressed reinforced concrete plates under similar loading and boundary condition.

ACKNOLEDGEMENTS

This work is part of the project "*Experimentelle Untersuchung des Verhaltnes von Stahlbetonplatten unter Impaktbelastung*" funded by the German Research Foundation (DFG).

REFERENCES

[1] K. Thoma, A. Stolz, O. Millon, Performance and suitability of ultra-high performance concrete under a broad range of dynamic loadings, Advances in protective Structure Research, (2012) 65-96.

[2] M. Zineddin, T. Krauthammer, Dynamic response and behavior of reinforced concrete slabs under impact loading, International Journal of Impact Engineering, 34 (2007) 1517-1534.

[3] S. Hiermaier, Structures under crash and impact, 2008.

[4] F.P. Müller, E. Keintzel, H. Charlier, Probleme im Stahlbetonbau Teil I, Der Baustoff Stahlbeton unter dynamischer Beanspruchung, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton (DAfStb), 342 (1983).

[5] A. Stolz, M.L. Ruiz-Ripoll, Experimental and Computational Characterization of Dynamic Loading and Structural Resistance of Tunnels in Blast Scenarios, Fire Technol, (2015) 1-24.

[6] N. Gebbeken, M. Ruppert, On the safety and reliability of high dynamic hydrocode simulations, Int J Numer Meth Eng, 46 (1999) 839-851.

[7] W. Riedel, 10 Years RHT: A review of Concrete Modelling and Hydrocode Applications, Predictive Modeling of Dynamic Processes, (2009) 143-166.

[8] AUTODYN Theory Manual, in, San Ramon, CA, 2005.

Técnicas experimentales

EFFECT OF LOADING RATE ON THE FRACTURE BEHAVIOUR OF THREE DIFFERENT STEEL-FIBER REINFORCED CONCRETES

X.X. ZHANG^{1*}, G. RUIZ¹, M. TARIFA¹, W.H. ALHAZMI², D. CENDÓ N², F. GÁ LVEZ²

¹ ETSI de Caminos, Canales y Puertos, Universidad de Castilla-La Mancha 13071 Ciudad Real, Spain. E-mail: zhangxiaoxinhrb@gmail.com

² ETSI de Caminos, Canales y Puertos, Universidad Politécnica de Madrid. c/ Profesor Aranguren s/n, 28040, Madrid, Spain. E-mail:dcendon@mater.upm.es

RESUMEN

En esta investigación se han realizado ensayos de flexión en tres puntos sobre probetas entalladas. Se han ensayado tres tipos de hormigón reforzado con fibras de acero, empleando para ello una máquina de ensayos servo-hidráulica y una máquina dinámica tipo torre de caída. Los tres hormigones compartían una misma matriz, variando su contenido en fibras, lo cual modificaba su comportamiento post-pico. Así, el hormigón PA contenía 40 kg/m3 de fibra Dramix OL 13/0.20, el hormigón PB 40 kg/m3 de fibra Dramix OL 13/0.20 + 20 kg/m3 de fibra Dramix RC 80/30 BP y el hormigón PC 40 kg/m3 de fibra Dramix OL 13/0.20 + 60 kg/m3 de fibra Dramix RC 80/30 BP. La geometría de las probetas seguían las recomendaciones de la RILEM, con un factor reductor de 1.5. Se midió la resistencia a flexotracción y la energía de fractura a varias velocidades de solicitación, abarcando seis órdenes de magnitud, desde 2.20×10^3 mm/s (cuasi-estático) hasta 2.66×10^3 mm/s. Los resultados muestran, para los tres hormigones, un incremento en la resistencia a flexotracción y la energía de fractura, a medida que la velocidad de solicitación aumenta. Esta tendencia es leve a bajas velocidades, donde la ganancia de resistencia a flexotracción, comparada con el valor cuasi-estático, alcanza el 30 %. En los hormigones PA y PB, el incremento de energía de fractura llega al 20 %, mientras que en el hormigón PC al 30 %. Sin embargo, a altas velocidades de solicitación, el incremento en el pico de carga y la energía de fractura son considerables. En el hormigón PA, el factor de incremento dinámico para la resistencia a flexotracción y la energía de fractura es aproximadamente de 6 y 3, mientras que en el hormigón PC están en torno a 4 y 2, respectivamente. Así, cuanto mayor es el contenido en fibras, menor es la sensibilidad del material a la velocidad de solicitación.

PALABRAS CLAVE: Hormigón reforzado con fibras de acero, Contenido de fibra, Ensayo de impacto

ABSTRACT

Three-point bending tests on notched beams of three types of steel fiber-reinforced concretes (SFRC) have been conducted using both a servo-hydraulic machine and a drop-weight impact instrument. These three different concretes had the same matrix, while various fiber contents and deflection hardening or softening behaviours, i.e., 40 kg/m³ Dramix OL 13/0.20 (Concrete PA), 40 kg/m³ Dramix OL 13/0.20 + 20 kg/m³ Dramix RC 80/30 BP (Concrete PB) and 40 kg/m³ Dramix OL 13/0.20 + 60 kg/m³ Dramix RC 80/30 BP (Concrete PC), respectively. The shape and geometry of the specimen followed the RILEM recommendation but with a reducing factor 1.5. The flexural strength and the fracture energy were measured over a wide range of loading rates (displacement rates), spanning six orders of magnitude, from 2.20×10^{-3} mm/s (Quasi-static) to 2.66×10^{3} mm/s. The results show that the fracture energy and the flexural strength increase as the loading rate increases for these three concretes. Besides, such a trend is relatively mild under low rates. The gain of the flexural strength is around 30% compared with its quasi-static values. For Concretes PA and PB, the enhancement of fracture energy is around 20%, but 30% for Concrete PC. However, under high rates the increase in the fracture energy and the peak load are pronounced. For Concrete PA, the dynamic increase factors of the flexural strength and the fracture energy are approximately 6 and 3, while for Concrete PC, they are around 4 and 2 respectively. That is, the higher the fiber content is, the less rate sensitivity gets.

KEYWORDS: Steel Fiber-Reinforced Concrete, Fiber Content, Impact Test

1 INTRODUCTION

Nowadays, steel-fiber reinforced concrete (SFRC) has been used widely for pavements, highways, airport runways overlays, to reduce both cracking and thickness. Moreover, it is adopted commonly in industrial floors to decrease damage due to abrasion and impact as well [1]. Thus, the dynamic mechanical behavior of SFRC is getting more and more concerns [2-7]. In our previous work [3], we have used a drop-weight impact device and a servo-hydraulic testing machine to study the flexural behavior of a SFRC at a wide range of loading rates, from 10⁻³ mm/s to 10³ mm/s. The shape and geometry of the beam followed the recommendation of the RILEM TC 162- TDF committee [8] and the EN 14651 standard [9], i.e., 150 mm \times 150 mm in cross section, and 700 mm in total length. The initial notchdepth ratio was approximately 1/6, and the span was fixed at 500 mm during the tests. 64.5 kg/m3 (volume ratio: 0.83%) of steel fiber were added as the reinforcement. The steel fiber with a tensile strength 1900 MPa used was hooked-end, 50 mm in length, 0.75 mm in diameter and 67 in aspect ratio. The results show that the fracture energy and the peak load increase as the loading rate increases. Furthermore, such a trend is relatively mild under low rates (from 10^{-3} mm/s to 10^{0} mm/s). The gain of the fracture energy and peak load is around 10% compared with its quasi-static values. Whereas under high rates (from 10^2 mm/s to 10^3 mm/s), the increases in the fracture energy and the peak load are pronounced. The dynamic increase factors of the peak load and the fracture energy for the fastest loading rate are approximately 3.5 and 2.5, respectively.

Due to the fact that the standard beam (around 40 kg in weight) of the recommendation of RILEM TC 162-TDF committee [8] and EN 14651 standard [9] is not that easy to handle in the lab, Giaccio et al. [10] proposed to use small beams to measure design parameters of fiber-reinforced concrete (FRC), such as 100 mm \times 100 mm in cross section. The testing results proved that the post-peak parameters (equivalent or residual strengths) did not differ from the standard beam considering a significance level of 10%. Thus, for getting design parameters of FRC, it is more convenient to use small beams.

As a continuous investigation of the previous work, in the paper, the rate effect on SFRC with three different fiber contents has been studied. Namely, a series of SFRC specimens (cylinders and small notched beams) having different fiber types and contents were fabricated. Three-point bending tests on notched beams were conducted at a wide range of loading rates (loading point displacement rates), from 10^{-3} mm/s to 10^{3} mm/s, adopting both a servo-hydraulic testing machine and a drop-weight impact device. The results show that the fracture energy and the flexural strength increase as the loading rate increases for these three SFRCs. Moreover, such a trend is relatively mild under low rates, while it is pronounced under high loading rates. Furthermore, the higher the fiber content is, the less rate sensitivity is.

2 EXPERIMENTAL PROCEDURE

2.1 Material characterization

Three types of SFRC with deflection hardening or softening behaviors were used throughout the experiments. These three concretes were selfcompacting ones and, named as Concrete PA, PB and PC, respectively. The matrix of them was kept consistent. Two different sands, the coarse one (0-2 mm) and fine one (0-0.8 mm) and, ASTM type I cement 42.5 R-SR were used in the composition. The mixing proportions by weight were: 1: 0.12 : 0.35 : 1.21 : 1.27 : 0.38 (cement: silica fume: filler siliceous: fine sand: coarse sand: water). Straight smooth short and hookedend long steel fibers were added as reinforcement. The former (Dramix OL 13/.20) was 13 mm in length, 0.20 mm in diameter and 65 in aspect ratio, the minimum tensile strength is 2600 MPa. The latter (Dramix RC 80/30 BP) was 30 mm in length, 0.38 mm in diameter and 80 in aspect ratio, the minimum tensile strength is 1050 MPa. The quantities and fiber type adopted in each concrete are shown in Table 1.

The workability of the fresh mixtures was determined following ASTM C1611 standard as shown in Fig. 1, the two largest diameters in two directions at 900 are listed in Table 1 as well.

Table 1: Steel fiber contents and results of flow table tests.

Concrete	Dramix	Dramix	Fiber	Diameters
type	OL	RC 80/30	volume	of slump
	13/.20	BP	ratio	flow tests
	(kg/m^3)	(kg/m^3)		(mm^2)
PA	40	-	0.51%	700×700
PB	40	20	0.77%	660×670
PC	40	60	1.23%	570×570



Figure1: Slump flow test result.

Compressive tests were conducted at an age around 7 months by using a servo-hydraulic testing machine, following ASTM C39 and ASTM 469 standards. Four cylinders of 150 mm \times 300 mm (diameter \times height) were tested for each type of SFRC. The results are presented in Table 2. It is clear that the compressive strength and the elastic modulus are slightly influenced by the fiber content.

Table 2: Properties of concretes at an age around 7 months.

Concrete type	fc	Ε	Possson's ratio	ρ				
• •	(MPa)	(GPa)	v	(kg/m^3)				
PA	112(1)	46.4 (3)	0.18 (0.01)	2362 (3)				
PB	112 (6)	45.2 (2)	0.17 (0.01)	2376(32)				
PC	114 (3)	45.9 (3)	0.17 (0.01)	2408(11)				
Note: values in parentheses are standard deviations.								

Typic. Values in parentileses are standard devian

2.2 Three-point bending tests

Two machines were used to do three-point bending tests on notched beams at a wide range of loading rates, from 10^{-3} mm/s to 10^{3} mm/s. One was a servo-hydraulic testing machine and the other was a drop-weight impact instrument.

The dimensions of the beams were 100 mm \times 100 mm ($B \times D$) mm in cross-section, and 450 mm in total length (L). The span (S) was fixed at 333 mm during the tests and, the initial notch-depth ratio (a/D) was approximately 1/6, see Fig. 2, namely, following the recommendation of RILEM TC 162- TDF committee [8] with a reducing factor 1.5_{Force}



Figure 2: Schematic diagram of the specimen.

2.2.1 Tests under low loading rates 10^{-3} to 10^{1} mm/s

In this low loading rate range, the tests were performed using the hydraulic servo-controlled testing machine as shown in Fig. 3.



Figure3: Photo of the set-ups (a) Servo-hydraulic testing machine (b) Drop-weight impact machine.

The beam rests on two rigid-steel cylinders laid on two supports permitting rotation out of the plane of the beam and rolling along the beam's longitudinal axis with negligible friction. These supports roll on the upper surface of a very stiff beam fastened to the machine base. Two LVDTs (linear variable differential transducers) fixed to the steel beam are used to measure the displacement between the loading rod and the steel beam. Moreover, an extensometer attached to the lower surface of the beam was adopted to obtain the Crack Mouth Opening Displacement (CMOD). The tests were conducted in position-control. Two loading rates were applied during the test from quasi-static level (2.20×10^{-3})

mm/s) to rate dependent level $(2.20 \times 10^1 \text{ mm/s})$. Four specimens were tested at each loading rate.

2.2.2 Impact tests at loading rate 10^3 mm/s

In this high loading rate, all tests were performed by using the drop-weight impact machine as shown in Fig.3 (b). It has the capacity to drop a mass of 316 kg from the height up to 2.6 m, and can accommodate flexural beams with spans of up to approximately 1.6 m. More detailed information about this instrument is given in reference [11]. An impact hammer weighting 120.6 kg was adopted for the three-point bending tests and, two drop heights of 160 mm and 360 mm were selected. The corresponding impact velocities were 1.77×10^3 mm/s and 2.66×10^3 mm/s, respectively.

The impact force between the hammer tup and the beam is measured by a piezoelectric force sensor affixed to the tup. Due to the fact that the impact load measured includes inertia force, thus, two more force sensors are located between the supporter and the specimen for measuring pure bending load (reaction force) excluding inertia effect [11-14]. An accelerometer bonded to the hammer is used to measure acceleration during the impact process, and then loading point displacement would be determined [3]. Once the reaction force and the loading point displacement are obtained, i.e., the inertia effect is removed during the impact process, the dynamic fracture energy is obtained. It is worth noting that this method would not be valid any more if the failure pattern changes to shear of local ones instead of flexure.

Furthermore, a three-point bending condition needs to be confirmed as well during the impact process by using this method, i.e., the loss of contact between the tup, the specimen and the supports should be avoided [15]. If there is a loss of contact among them under the impact loading condition, it would result in the wrong interpretation on experimental results by using the method.

Taking the work done by the self-weight of the beam into account, the fracture energy can be calculated according to Eq. (1), which is more accurate than the one recommended by RILEM 50-FMC Technical Committee [16]

$$G_F = \frac{Wo}{B(D-a)} + \frac{mg\left(1 - \frac{L}{2S}\right)\delta_s}{B(D-a)} \tag{1}$$

where W_0 , *B*, *D*, *a*, *S*, *L*, *m*, δ_s and *g* are the area under the experimental load-displacement curve, width, depth, notch, span, length, mass, specified deflection of the beam and gravitational acceleration, respectively. Under dynamic loading conditions, W_0 was obtained by the area under the reaction force – displacement (load – displacement) curves, where the reaction force is evaluated by adding the values from both support data points as proposed in references [11-14]. Furthermore, the flexural strength for a notched beam with center-point loading can be calculated as Eq. (2).

$$R = \frac{3P_{max}S}{2B(D-a)^2}$$
(2)

where P_{max} is the peak load in the load-displacement curve.

2.3 Determination of elastic modulus by using threepoint bending test

According to the recommendation of RILEM TC 89-FMT [17], elastic modulus is calculated from Eqs. (3) and (4).

$$E = 6saV_1(\alpha)/(C_iBD^2)$$
(3)

$$V_1(\alpha) = V_1\left(\frac{a}{D}\right) = 0.76 - 2.28\alpha$$

$$+3.87\alpha^2 - 2.04\alpha^3 + 0.66/(1-\alpha)^2$$
(4)

where C_i is the initial compliance determined from Load-CMOD curve, and the rest parameters of the beam is defined in Fig. 2.

3 RESULTS AND DISCUSSIONS

3.1 Failure pattern and fracture surfaces

All beams tested present flexural failure pattern. For the impact tests, only Concrete PC were not broken completely due to not having enough impact energy for the hammer drop height 160 mm, the rest were fractured entirely.

Fig. 4 shows the morphology of fracture surface of Concretes PA, PB and PC at impact loading rate 2.66×10^3 mm/s, respectively. It is obvious that Concrete PC has greater roughness on the fracture (crack) surface than the rest due to the fact that it has higher fiber contents, more fibers has more resistance to the crack propagation and a better bridging crack effect. Moreover, no broken fibers are found, all the fibers in crack surface are pulled out.



(a) Concrete PA

(b) Concrete PB



Figure 4: Morphology of fracture surface of different concretes at loading rate 2.66×10^3 mm/s.

3.2 Quasi-static flexural behavior

Fig. 5 shows the typical load-CMOD curves for each SFRC at quasi-static loading rate, i.e. 2.2×10^{-3} mm/s. It is observed that the peak load and the fracture energy increase with an increase in steel fiber volume ratio. Moreover, both of the ascending (pre-peak) and

descending (post-peak) parts of the curves are influenced by the addition of steel fibers. For Concrete PA, the lowest fiber content, 0.51%, the behavior follows that of the conventional SFRC. I.e., the fibers provide post-cracking ductility, but the loads are less than the first crack load (deflection softening behavior). With adding more hooked-end fibers to Concrete PA, Concretes PB and PC show different flexural behavior and can be classified as high performance SFRC due to the fact the fibers act to increase both the strength and toughness of the concretes (deflection hardening behavior) [2, 7, 18].



Figure 5: Typical load-CMOD curves.

	Table 3: Comparison of elastic modulus.									
	Elastic m	odulus								
	(GPa	Relative error								
	From cylinder	From beam								
PA	46.4 (3)	49.5 (2)	6.7%							
PB	45.2 (2)	47.5 (3)	5.1%							
PC	45.9 (3)	48.7 (4)	6.1%							

Note: values in parentheses are standard deviations.

Table 3 presents the comparison of elastic modulus by using two different measuring methods. One is the compressive test on cylinders following ASTM 469 standard, the other is the three-point bending test following the RILEM recommendation, see Eq. (3). It is clear that the results are in a good agreement, the relative error is less than 7%. Though the RILEM recommendation is for plain concrete, it is still valid for fiber-reinforced concrete.

3.3 Dynamic flexural behavior

Fig. 6 shows the comparison of the typical loaddisplacement curves at different loading rates for each SFRC, from 10^{-3} mm/s to 10^{3} mm/s. It is worth noting that at loading rates 10^3 mm/s, i.e., drop-weight impact tests, the load refers to the reaction force from the supports. From the figure, it is obvious that the peak load increases with increase in loading rates. However, the stiffness of the beam does not present a clear tendency, which is due to the sensitivity of the elastic flexibility of the beam to the boundary conditions during the application of the concentrated load as put forward in reference [19]. Moreover, the chosen cut-off value in displacement was set 3 mm for calculating fracture energy, due to the fact that some beams were broken when the displacement reached this value approximately.



Figure 6: Load-displacement curves at different loading rates.

Table 4 presents the experimental results at a wide range of loading rates. The dynamic increase factor (*DIF*) is determined by the ratios of the flexural strength (*R*) and the fracture energy (*G_F*) to their corresponding quasi-static values for each type of SFRC. Here, the lowest loading rate $(2.20 \times 10^{-3} \text{ mm/s})$ is set as the quasi-static condition. H is the drop height of the hammer for the impact tests.

Table 4: Experimental results at different loading rates.

Concrete	Н	δ	P_{max}	R	DIF	G_F	DIF for
type	(mm)	(mm/s)	(kN)	(MPa)	for R	(N/m)	G_F
	-	2.20 ×10 ⁻³	11.96 (0.5)	8.46 (0.3)	1	3067 (264)	1
PA	-	2.20×10^1	15.70 (0.4)	11.13 (0.4)	1.32	3784 (420)	1.23
	160	$1.77 \\ \times 10^{3}$	55.13 (6)	38.41 (4)	4.54	8060 (774)	2.63
	360	2.66×10^3	67.89 (9)	46.98 (6)	5.55	8635 (547)	2.82
	-	2.20 ×10 ⁻³	20.85 (4)	14.74 (3)	1	5056 (1168)	1
PB	-	2.20×10^1	26.85 (4)	18.93 (3)	1.28	6171 (789)	1.22
	160	1.77×10^3	67.77 (15)	47.77 (10)	3.24	12347 (2078)	2.44
	360	2.66×10^{3}	85.47 (5)	60.07 (5)	4.07	13964 (609)	2.76
	-	2.20 ×10 ⁻³	33.06 (0.8)	23.28 (0.05)	1	9414 (361)	1
PC	-	2.20×10^{1}	43.98 (6)	31.28 (4)	1.34	12552 (2646)	1.33
re	160	1.77×10^{3}	98.41 (14)	69.53 (11)	2.98	17752 (230)	1.89
	360	2.66×10^{3}	12 <u>9.6</u> 7 (11)	91.50 (6)	3.93	20218 (588)	2.15

Note: values in	parentheses a	re standard	deviations.
-----------------	---------------	-------------	-------------

It is obvious that higher fiber content exhibits a higher fracture energy and flexural strength, due to the improvement of fiber bridging capacity at crack surface. The tendency of the rate effect on the flexural strength and the fracture energy is presented in Fig. 7 as well. It is observed that the flexural strength increases with increase in loading rates for each type of SFRC. It is worth noting that the rate effect is minor under low loading rates. For instance, DIF for three different concretes is around 1.3, i.e., the enhancement of flexural strength is around 30% at loading rate 2.20×10^{1} mm/s. However, under impact conditions, the rate effect is remarkable. DIF reaches the range from 2.98 to 5.55. Moreover, the high performance SFRCs (PC and PB) is less sensitive to loading rate than the conventional SFRC (PA). For instance, at loading rate 2.66×10^3 , DIF of flexural strength for Concrete PA is 5.55, while they are 4.07 and 3.93 for Concretes PB and PC, respectively. Banthia [7] reported a similar tendency in the study of dynamic fracture behavior of SFRC.

Furthermore, a prediction of each concrete for the rate effect on the flexural strength is derived from the experimental results as shown in Eqs.(5), (6) and (7), the correlation coefficient is over 97%.



Figure: 7 (a) Loading rate effect on the flexural strength (b) Loading rate effect on the fracture energy.

PA:
$$DIF_R = 1 + k(\frac{\delta}{\delta_0})^n = 1 + 0.048(\frac{\delta}{\delta_0})^{0.58},$$

for δ in mm/s (5)

PB:
$$DIF_R = 1 + k(\frac{\dot{\delta}}{\dot{\delta_0}})^n = 1 + 0.0073(\frac{\dot{\delta}}{\dot{\delta_0}})^{0.77}$$
 (6)
PC: $DIF_R = 1 + k(\frac{\dot{\delta}}{\dot{\delta_0}})^n = 1 + 0.0016(\frac{\dot{\delta}}{\dot{\delta_0}})^{0.95}$ (7)

PC:
$$DIF_R = 1 + k (\frac{0}{\delta_0})^n = 1 + 0.0016 (\frac{0}{\delta_0})^{0.95}$$
 (7)

where δ is the loading rate in mm/s, δ_0 is set as 1 mm/s. thus, those adjustment parameters k and n are without units. The equations can be used to efficiently predict the rate effect on the flexural strength and could also be helpful in performing numerical simulations.

The loading rate effect on the fracture energy is also shown in Fig. 7 (b). The trend is similar to that of the flexural strength, i.e., the tendency is moderate under low loading rates, while under high loading rates it is dramatic. A similar equation for each concrete is also proposed to represent this behavior, see Eqs. (8), (9) and (10), the correlation coefficient is over 92%.

PA:
$$DIF_{G_F} = 1 + m(\frac{\delta}{\delta_0})^r = 1 + 0.28(\frac{\delta}{\delta_0})^{0.24}$$
,
for $\dot{\delta}$ in mm/s (8)

PB:
$$DIF_{G_F} = 1 + m(\frac{\delta}{\delta_0})^r = 1 + 0.24(\frac{\delta}{\delta_0})^{0.25}$$
 (9)

PC:
$$DIF_{G_F} = 1 + m(\frac{\dot{\delta}}{\dot{\delta_0}})^r = 1 + 0.30(\frac{\dot{\delta}}{\dot{\delta_0}})^{0.16}$$
 (10)

where coefficients m and r are adjusting parameters without units due to the fact that δ_0 is set as 1 mm/s as mentioned before. Moreover, the rate effect on the fracture behaviour of the SFRC is slight as well in the low rate range. It could be attributed to viscous effects mainly originated by the presence of free water in voids and porous structures in the matrix [20], and also the weak pullout behaviour between the fiber and the matrix [21]. However, under impact loading rates, the rate effect is remarkable. On the one hand, the additional microcracking and the additional resistance to microcracks initiation and growth make fracture propagation more difficult [22-24]. On the other hand, steel fibers embedded in concrete matrix support a higher load under impact and the pullout energy is also greater, the rate effect is pronounced [25]. Furthermore, the high performance SFRCs (PA and PB) is less sensitive to loading rate than the conventional SFRC (PA) as well, but not like the rate effect on the flexural strength, showing a big difference, DIF of fracture energy is just from 1.89 to 2.82 under impact loading conditions.

4 CONCLUSIONS

The fracture behavior of three different steel-fiber reinforced concretes at a wide range of loading rates was investigated. One was a conventional SFRC, the others were two high performance SFRCs. The shape of and geometry the beams followed the recommendation of RILEM TC 162-TDF but with a reducing scale factor 1.5. Moreover, the loading rates varied form a quasi-static level to a dynamic one, the order of magnitude was from 10⁻³ to 10³ mm/s. Some conclusions can be drawn from this study.

The recommendation of RILEM TC 89-FMT committee for estimating the elastic modulus by a three-point bending test is still valid for fiber-reinforced concrete, though it is for plain concrete.

For both the conventional and the high performance SFRCs, the flexural strength and the fracture energy are rate sensitive. Under low loading rates, the rate effect is minor, while it is remarkable under high loading rates. At low loading rate $(2.20 \times 10^1 \text{ mm/s})$, for flexural strength, three different SFRCs get around 30% enhancement. While at high loading rates, the dynamic increase factor for the conventional SFRC, is approximately 6 instead of 4 for the two different high performance SFRCs. Moreover, with an increase in fiber content, the rate sensitivity is less. Regarding the fracture energy, the gain is less than 40% for three different SFRCs at low loading rates.

Two empirical equations for the rate sensitivity of the flexural strength and the fracture energy are proposed for each type of SFRC. They would be helpful in numerical simulations that evaluate the rate effect of the fracture behavior.

ACKNOWLEDGEMENTS

The authors thank the financial support from the INCRECYT and, the funding from the Ministerio de Economía y Competitividad, Spain, under grant MAT 2012-35416.

REFERENCIAS

[1] S. Mindess, J.F. Young, D. Darwin, Concrete, Pearson Education, Inc., New Jersey, 2002.

[2] D.Y. Yoo, Y.S. Yoon, N. Banthia, Flexural response of steel-fiber-reinforced concrete beams: Effects of strength, fiber content, and strain-rate, Cement and Concrete Composites, 64 (2015) 84-92.

[3] X.X. Zhang, A.M. Abd Elazim, G. Ruiz, R.C. Yu, Fracture behaviour of steel fibre-reinforced concrete at a wide range of loading rates, International Journal of Impact Engineering, 71 (2014) 89-96.

[4] N.T. Tran, T.K. Tran, D.J. Kim, High rate response of ultra-highperformance fiber-reinforced concretes under direct tension, Cement and Concrete Research, 69 (2015) 72-87.

[5] A. Caverzan, E. Cadoni, M. Di Prisco, Tensile behaviour of high performance fibre-reinforced cementitious composites at high strain rates, International Journal of Impact Engineering, 45 (2012) 28-38.

[6] ACI Committee 544. State-of-art report on fiber reinforced concrete. ACI Committee 544 report 544.1 R-96, in, American Concrete Institute, Detroit, 1996.

[7] N. Banthia, Impact resistance of HPFRCC, in: F.D. Fischer, V.C. Li (Eds.) International RILEM workshop on high performance fiber reinforced cementitious composites in structural applications, RILEM Publications SARL, Honolulu, Hawaii, USA, 2005, pp. 479-488.

[8] RILEM TC 162-TDF, Test and design methods for steel fibre reinforced concrete - Bending test, Materials and Structures/Materiaux et Constructions, 35 (2002) 579-582.

[9] BS EN 14651, Test method for metallic fibre concrete - measuring the flexural tensile strengh (limit of propportionally (LOP), residual), in, BSI, UK, 2007, pp. 1-20.

[10] G. Giaccio, J.M. Tobes, R. Zerbino, Use of small beams to obtain design parameters of fibre reinforced concrete, Cement and Concrete Composites, 30 (2008) 297-306.

[11] X.X. Zhang, G. Ruiz, R.C. Yu, A new drop-weight impact machine for studying fracture processes in structural concrete, Strain, 46 (2010) 252-257.

[12] Y. Khalighi, N. Banthia, A study of FRP-concrete bond under impact, in: Applied Mechanics and Materials, Lugano, 2011, pp. 630-635.[13] X.X. Zhang, G. Ruiz, R.C. Yu, M. Tarifa, Fracture behaviour of high-

[13] X.X. Zhang, G. Ruiz, R.C. Yu, M. Tarifa, Fracture behaviour of highstrength concrete at a wide range of loading rates, International Journal of Impact Engineering, 36 (2009) 1204-1209.

[14] S.M. Soleimani, N. Banthia, A novel drop weight impact setup for testing reinforced concrete beams, Experimental Techniques, 38 (2014) 72-79.

[15] M. Tarifa, X.X. Zhang, E. Poveda, R.C. Yu, G. Ruiz, Contact analysis between the support and the specimen in a drop-weight impact test on concrete, Anales de Mecánica de la Fractura. XXIX encuentro del Grupo Español de Mecánica de la Fractura, Bilbao, Spain, 29 (2012) 101-106.

[16] RILEM, TC50-FMC: Determination of the fracture energy of mortar and concrete by means of three-point bend tests on notched beams, Materials and Structures, 18 (1985) 99-101.

[17] S.P. Shah, Determination of fracture parameters (KIcs and CTODc) of plain concrete using three-point bend tests, Materiaux et constructions, 23 (1990) 457-460.

[18] A. Bentur, S. Mindess, Fiber reinforced cementitious composites, Taylor & Francis, London and New York, 2007.

[19] J. Planas, G.V. Guinea, M. Elices, Stiffness associated with quasiconcentrated loads, Materials and Structures, 27 (1994) 311-318.

[20] G. Ruiz, X.X. Zhang, R.C. Yu, R. Porras, E. Poveda, J.R. Del Viso, Effect of loading rate on fracture energy of high-strength concrete, Strain, 47 (2011) 518-524.

[21] D.J. Kim, S. El-Tawil, A.E. Naaman, Loading rate effect on pullout behavior of deformed steel fibers, ACI Materials Journal, 105 (2008) 576-584.

[22] J. Weerheijm, J. Van Doormaal, Tensile failure of concrete at high loading rates: New test data on strength and fracture energy from instrumented spalling tests, International Journal of Impact Engineering, 34 (2007) 609-626.

[23] I. Vegt, V.K. Breugel, J. Weerheijm, Failure mechanisms of conrete under impact loading, in: A. Carpinteri, P. Gambarova, G. Ferro, G. Plizzari (Eds.) Fracture Mechanics of Concrete and Concrete Structures, Taylor & Francis Group, Italy, Catania, 2007, pp. 579-587.

[24] J. Weerheijm, I. Vegt, How to determine the dynamic fracture energy of concrete. Theoretical considerations and experimental evidence, in: Applied Mechanics and Materials, Trans Tech Publications Ltd (TTP), Lugano, 2011, pp. 51-56.

[25] N. Banthia, J.-F. Trottier, Deformed steel fiber-cementitious matrix bond under impact, Cement and Concrete Research, 21 (1991) 158-168.

ADVANCED MECHANICAL CHARACTERIZATION OF LIME MORTARS

L.Garijo^{*}, X. X. Zhang, G. Ruiz

ETSI Caminos, C. y P., Universidad de Castilla-La Mancha. Avda. Camilo José Cela, s/n, 13071 Ciudad Real, España *E-mail: Lucia.Garijo@uclm.es

RESUMEN

Los morteros de cal se emplean ampliamente en trabajos de restauración por su compatibilidad con el material de sustrato, bajo consumo de energía durante su proceso de producción y reducidas emisiones de dióxido de carbono. Se han estudiado mucho sus resistencias a compresión y flexión, sin embargo su comportamiento en fractura no es tan conocido. Por ello, en este estudio se ha desarrollado una caracterización mecánica avanzada de dos tipos diferentes de morteros de cal hidráulica natural (NHL), con relaciones agua/cal de 0.8 y 1.1, respectivamente. Se ha incluido la resistencia a compresión, a flexión y a tracción, el módulo de deformación, la energía de fractura y la longitud característica. Los resultados muestran que las propiedades mecánicas de los morteros de cal son menores para relaciones agua/cal altas. Así, por ejemplo, la resistencia a compresión disminuye un 61%, la resistencia a flexión un 33% y la energía de fractura un 61% respecto a relaciones agua/cal bajas. Esto se atribuye a que las velocidades de carbonatación del hidróxido cálcico y de los silicatos cálcicos hidratados en la pasta de NHL descienden al aumentar la relación agua/cal.

PALABRAS CLAVE: Cal hidráulica natural, Mortero, Energía de fractura, Relación agua/cal.

ABSTRACT

Lime mortar is widely used for restoration works due to its compatibility with the substrate material, low amount of energy consumption during its production process and reduced carbon dioxide emissions. Compressive and flexural strengths are known for this type of material, while there is a need for a better understanding of the fracture behaviour. Thus, in the paper, an advanced mechanical characterization has been performed on two different natural hydraulic lime (NHL) mortars with water/lime ratios of 0.8 and 1.1, respectively. It consisted of measuring the compressive strength, the flexural strength, the tensile strength, the Young's modulus and the fracture energy. The results show that the mechanical properties of the lime mortar are lower for high water/lime ratios. In particular, the compressive strength decreases 61%, the flexural strength 33% and the fracture energy 61% with respect to low water/lime ratios. This can be attributed to the fact that both the carbonation rate of calcium hydroxide and calcium silicate hydrates in NHL paste presents a downward trend with an increase in the water lime ratio.

KEYWORDS: Natural hydraulic lime, Mortar, Fracture energy, Water/lime ratio.

1. INTRODUCTION

Mortar is the material responsible for the distribution of stresses in masonry structures. The knowledge about the properties of mortar is fundamental to ensure a good performance of masonry walls [1]. Lime-based mortars are widely used for restoration of historic buildings and structures and, for this reason, the research on this materials is justified [2]. The most important characteristic of lime-based mortars is their compatibility with the substrate material in terms of chemical, physical and structural behavior. This is crucial to avoid further degradation due to the differential behavior between the original and the repair materials. In this sense, natural hydraulic lime (NHL) mortars can be used instead of air-hardening or limepozzolan mortars when early strength gain is essential.

NHL mortars seem to offer a promising solution due to their similarity with the in situ materials and their mechanical efficiency for the structural restoration of masonry [3]. Besides restoration, NHL presents further benefits: it is an eco-efficient material, it consumes low amount of energy during their production process, it generates reduced carbon dioxide emissions and it consumes carbon dioxide during the process of carbonation [4].

In general, NHL mortars are well studied in terms of compressive and flexural strengths. For instance, Lanas *et al.* [3] studied these properties according to curing time and binder/aggregate ratios. They concluded that angle-shaped aggregates, like limestone, contribute to strength increment while rounded-shaped aggregate causes strength reduction due to the increase of large

pores. Kalagri *et al.* [4] studied the influence of aggregate size and type of binder on the flexural and compressive strength of NHL mortars. They concluded that for the same type of binder, the use of coarse aggregates improves the mechanical properties.

The direct measurement of static elastic modulus of NHL mortars is not so well documented. Drougkas et al. [5] obtained indirectly the elastic modulus of lime based mortars from the masonry and brick characteristics and Eleni Aggelakopoulou et al. [6] studied the static modulus of elasticity in limemetakaolin mortars. Others. like Rosell and Cantalapiedra [7] measured the dynamic Young's modulus by using ultrasonic impulse velocity and the static Youngs's modulus by performing conventional bending tests in lime and cement mortars. Nežerka et al. [8] studied the dynamic Young's modulus of lime based pastes using the resonance method and Pozo-Antonio [9] studied the dynamic Young's modulus in lime based and lime-cement based mortars with pure limestone aggregate.

Regarding the study of the fracture energy of lime based mortars, there is little research so far. Pereira *et al.* [10] studied the fracture energy of lime-cement mortars produced with different binders and sands. They concluded that the fracture energy is higher for artificial sand mortars for all classes and all types of binders. So, the aim of the present study is to provide a full mechanical characterization of NHL based mortars, including the measurement of the fracture energy. Related to fresh state, the consistence is the most important characteristic in order to allow a good application [10] and therefore it was also measured. Concerning hardened stated, the compressive, flexural and indirect tensile strengths, Young's modulus, fracture energy and characteristic length were evaluated. Fracture energy is an important parameter to characterize the fracture behavior of the material and the ductility [10]. The influence of the water lime ratio on the mechanical properties of NHL mortars was also studied by measuring the properties of two lime mortars with water lime ratios of 0.8 and 1.1 respectively. These parameters may be useful for the design of repair masonry mortars and for numerical modeling.

The rest of the paper is organized as follows. Next section describes the experimental procedure. Results are presented and analyzed in Section 3. Finally, some conclusions are extracted in Section 4.

2. EXPERIMENTAL PROCEDURE

2.1. Raw materials

The natural hydraulic lime used was a commercial lime of class NHL 3.5, according to standard UNE-EN 459-1 [11] and it was supplied by Socli (Italcementi Group). It has a density of 2.58 g/cm^3 and an apparent density of 0.85 g/cm^3 .

The sand used was a commercial crushed limestone common sand supplied by "Áridos Ignacio Manzanares" in Ciudad Real (Spain). The particle size distribution curve, determined according to UNE-EN 1015-1 [12] is presented in Figure 1. The sand has an apparent particle density of 2.68 g/cm³ according to UNE-EN 1097-6 [13] and an apparent density of 1.82 g/cm³ according to UNE-EN 1097-3 [14].



Figure 1: Limestone crushed sand grading curve.

2.2. Mortar composition and preparation

Two mortar compositions were studied by using two water/lime ratios: 0.8 and 1.1 by volume. The binder/aggregate ratio used for both of them was the traditional one, 1:3 by volume. Volume proportions of compounds were converted in weight to avoid measurement imprecision on mixing process. The mortars were made with consistence of the flow table test of 130 mm and 240 mm respectively, according to standard UNE-EN 1015-3 [15].

The mixture was performed according to standard UNE-EN 1015-2 [16]. We made $40 \times 40 \times 160$ mm prisms and $\phi 75 \times 150$ mm cylinders using steel molds, which were lubricated with mineral oil to prevent adhesion of the mortar to the mold walls. The mortar was poured in two layers when using the prismatic moulds and in three layers when using the cylindrical ones, each of which was compacted with 25 strokes of the tamper. In total, 18 prismatic and 6 cylindrical samples were prepared for each mortar type. They were demolded two days later according to standard UNE-EN 1015-1 [17]. Curing was executed in the humidity chamber until the day of testing (RH 95% ± 5% and 20 ± 2 °C).

2.3. Test procedures

The characteristics of the mortars were evaluated by laboratory tests. For fresh state the consistence was measured. For hardened state the flexural, compressive and indirect tensile strengths, Young's modulus, fracture energy and characteristic length were evaluated. The flexural and compressive strengths were determined according to UNE-EN 1015-11 [17]. The flexural

strength was measured by three point bending on three $40 \times 40 \times 160$ mm specimens using an Instron 1011 testing machine at a low rate of loading (10 N/s). The compressive strength was conducted on the remaining six prism halves from the bending tests. The compression was centered in the middle of the longest face on a surface of 40×40 mm. The tests were performed in load control at a rate of 50 N/s. The reported results are the mean and the standard deviation of the three and six specimens respectively.

Splitting tensile strength (f_{ct}) was measured through quasi-static splitting tests (Brazilian tests) on four 40×40×80 mm prismatic halves resulting from the preceding bending test to measure the fracture energy and adapting the procedures recommended by UNE-EN 12390-6 [18] to lime mortar. The ratio of the load bearing width over the height has been kept as low as 1/10 following the recommendations in [19-21]. The bearing strips were made of plywood and they were located in the middle of the longest face of the halves. The fracture mechanisms are a sign of the test validity and they can be studied through the crack pattern, which is a single crack [22] (Figure 2). To perform the Brazilian tests, the same machine as in flexion and compression, the Instron 1011 testing machine, was used. The rate of loading was the same as in the compression test: 50 N/s.



Figure 2: Example of crack pattern in the Brazilian test

The elastic modulus was measured from the stress-strain diagrams of the compressive tests carried out on four cylinders which were 75 mm in diameter and 150 mm in height by adapting the recommendations of prEN 12390-13 [23], which is intended for concrete. In this last case, the machine used was an Instron 8805 testing machine. Two clip strain gages (resistive extensometer Instron 2630) centered in opposite generatices were used to measure the elastic modulus. The clips were placed covering a span of 50 mm so that local constriction caused by the friction between the steel plates and the mortar surface did not influence the measurement of the elastic modulus [24-25].

The fracture energy was measured through three-point bending tests adapting the procedure recommended by RILEM [26] and the improvements proposed by Planas, Guinea and Elices [27-29]. In this study, the prisms were of the same dimensions of those used for the flexural tests, so as to facilitate comparison of the results [30]. During the fabrication of the specimens, a cardboard piece of 2 mm width and 20 mm depth was introduced in the mold in order to create a pre-cast notch. Four specimens were tested for each mortar type at the age of 56 days.



Figure 3: Experimental set-up for three-point bending tests on specimens

The tests were performed using an Instron 8805 testing machine as shown in Figure 3. G_F is obtained as:

$$G_F = \frac{w_{\exp} + w_{um}}{B(D-a)} \tag{1}$$

where W_{exp} is the area under the experimental loaddisplacement curve $(P_{exp}-\delta_{exp})$, and W_{um} is the unmeasured energy that corresponds to the portion of the ligament that is still unbroken when we stop the test.

We assume that the crack propagation obeys a cohesive model, which leads to a hyperbolic tail in the $P-\delta$ curve when the displacement is very large and the ligament is very short [27, 31-32]. Figure 4 shows the process followed to obtain the complete fracture energy, where δ_u and P_u correspond to the termination of the bending test. It should be pointed out that the kinetic energy of the specimen is very small and insignificant compared with the fracture energy in our tests [32]. The unmeasured energy is approximately 10% of that of the measured one. The procedure described above allows getting a size independent value for G_F [31, 33].

The weight compensation technique was followed during the test in order to get the complete failure information from the specimen, i.e. springs were used to hold the specimen all the time, as shown in Figure 3. We placed the specimen over two rigid steel cylinders laid on two supports that permit rotation out of the plane of the specimen and rolling along the specimen's longitudinal axis with negligible friction. These supports are attached to a very stiff steel beam fastened to the machine frame. We measured the load-point displacement in relation to this steel beam using two LVDTs (linear variable differential transducers) fixed to it. They measure the displacement between the loading rod and the steel beam. The tests were performed in position-control at a loading rate of 5.0×10^{-4} mm/s until a displacement equal to 0.3 mm and at 2.5×10^{-3} mm/s during the rest of the test (until a displacement of 3 mm).



Figure 4: Determination of the fracture energy

The characteristic length of lime-based mortars was also calculated in this research. It is a parameter proposed by Hillerborg *et al.* [34] for tensile fracture. It can be used to predict brittleness of a material. As the characteristic length decreases, brittle nature dominates and vice versa [34]. It is defined as:

$$l_{ch} = \frac{EG_F}{f_t^2} \tag{2}$$

Where E, G_F and f_t represent the material's elastic modulus, specific fracture energy and tensile strength respectively.

3. EXPERIMENTAL RESULTS AND ANALYSIS

3.1. Flexural and compressive strengths

The obtained results are presented in Table 1, where std. dev. is the standard deviation and f_f , f_{c1} and f_{c2} are, respectively, the average flexural and compressive strengths from prisms and from cylinders. Similar results of flexural and compressive strengths were obtained by other authors [5]. The differences between the compressive strength from prisms (f_{c1}) and cylinders (f_{c2}) are due to geometry and size effects.

The results disclose how the water/lime ratio affects the mechanical response. Comparing the results for a water/lime ratio of 0.8 and for 1.1, it can be seen that the flexural strengths decreases 33%, the compressive strength from prisms 61% and the one from cylinders 48%. This can be attributed to the fact that both the carbonation rate of calcium hydroxide and calcium silicate hydrates in NHL paste presents a downward trend with an increase in the water/lime ratio [35].

3.2. Splitting tensile strength

The obtained results are presented in Table 1, where f_{ct} is the indirect tensile strength. Also in this case, the influence of the water/lime ratio can be observed. Comparing the results for a water/lime ratio of 0.8 and for 1.1, it can be seen that the splitting tensile strength decreases 54%.

3.3. Young's modulus

The obtained results of Young's modulus are presented in Table 1, where E is the elastic modulus obtained from the compressive test on cylinders. The influence of the water/lime ratio is also noticeable in the case of the Young's modulus. As it can be observed in Table 1, it decreases around 49% when the water lime ratio increases from 0.8 to 1.1.

3.4. Fracture energy

The obtained results are presented in Table 1, where G_F is the fracture energy. Also in this case, the influence of the water lime ratio is noticeable. The values are 61% lower for NHL 1.1 compared to NHL 0.8.

3.5. Characteristic length

The characteristic length was derived from equation (2) and the results are presented in Table 1.

4. CONCLUSIONS

In this research, the mechanical properties of two NHL mortars have been studied extensively. The water/lime ratios were 0.8 and 1.1 respectively. It has been observed that the water/lime ratio has a great influence on the mechanical properties of NHL mortars. Flexural strength of NHL 1.1 was 33% lower than the one of NHL 0.8, compressive strength and fracture energy decreased 61% and the Young's modulus and the splitting tensile strength got around 50% less. This can be attributed to the fact that both the carbonation rate of calcium hydroxide and calcium silicate hydrates in NHL paste present a downward trend with an increase in the water/lime ratio. It bears emphasis that, to our knowledge, this is the first time that G_F is measured in NHL mortars.

ACKNOWLEDGEMENTS

Funding from the Ministerio de Economía y Competitividad, Spain, under grant BIA2015-68678-C2-R, is gratefully acknowledged. The first author acknowledges financial support from the scholarship FPU014/05186 given by the Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, Spain. Fruitful discussion with Prof. Pere Roca from Universidad Politécnica de Cataluña on the dosage of the material is also appreciated very much.

	NHL 0.8		NHI	$\frac{(1)-(2)}{(\%)}$ (%)	
	Mean (1)	Std. dev.	Mean (2)	Std. dev.	(1)
Flexural strength, f_f (MPa)	1.33	0.10	0.89	0.04	33
Compressive strength from prisms, f_{cl} (MPa)	4.2	0.3	1.7	0.1	61
Compressive strength from cylinders, f_{c2} (MPa)	2.7	0.3	1.4	0.1	48
Splitting tensile strength, f_{ct} (MPa)	0.51	0.01	0.24	0.03	54
Young's modulus, E (GPa)	5.4	0.6	2.8	0.7	49
Fracture energy, G_F (N/m)	11.5	1.0	4.5	0.9	61
Characteristic length, l_{ch} (mm)	240	-	220	-	8

Table 1: Mechanical properties of two different NHL mortars.

REFERENCES

- V.G. Haach, G. Vasconcelos, P.B. Lourenço, Influence of aggregates grading and water/cement ratio in workability and hardened properties of mortars, *Construction and Building Materials* 25, 2980-2987, 2011.
- [2] J. Lanas, J.I. Alvarez, Masonry repair lime-based mortars: Factors affecting the mechanical behavior, *Cement and Concrete Research* 33, 1867-1876, 2003.
- [3] J. Lanas, J.L. Pérez Bernal, M.A. Bello, J.I. Álvarez Galindo, Mechanical properties of natural hydraulic limebased mortars, *Cement and Concrete Research* 34, 2191-2201, 2004.
- [4] A. Kalagri, I. Karatasios, V. Kilikoglou, The effect of aggregate size and type of binder on microestructure and mechanical properties of NHL mortars, *Construction and Building Materials* 53, 467-474, 2014.
- [5] A. Drougkas, P. Roca, C. Molins, Compressive strength and elasticity of pure lime mortars masonry, *Materials and Structures* 49, 983-999, 2016.
- [6] E.Aggelakopoulou, A. Bakolas, A. Moropoulou, Properties of lime-metakolin mortars for the restoration of historic masonries, *Applied Clay Science* 53, 15-19, 2011.
- [7] J. R. Rosell, I. R. Cantalapiedra, Simple method of dynamic Young's modulus determination in lime and cement mortars, *Materiales de Construcción* 61, 39-48, 2011.
- [8] V. Nežerka, Z. Slížková, P. Tesáreka, T. Plachý, D. Frankeová, V. Petráňová, Comprehensive study on mechanical properties of lime-based pastes with additions of metakaolin and brick dust, *Cement and Concrete Research* 64, 17-29, 2004.
- [9] J.S. Pozo-Antonio, Evolution of mechanical properties and drying shrinkage in lime-based and lime cement-based mortars with pure limestone aggregate, *Construction and Building Materials* 77, 472-478, 2015.
- [10]M. P. Pereira, J. B. Aguiar, A. Camoes, P. B. Lourenço, Influence of type of binder and sand on the characteristics of masonry mortars, *Romanian Journal of Materials* 45, 117-122, 2015.
- [11]Norma española UNE-EN 459-1, Cales para la construcción. Part 1: Definiciones, especificaciones y criterios de conformidad, 2011.
- [12]Norma española UNE-EN 1015-1, Métodos de ensayo de los morteros para albañilería. Parte 1: Determinación de la distribución granulométrica (por tamizado), 1999.

- [13]Norma española UNE-EN 1097-6, Ensayos para determinar las propiedades mecánicas y físicas de los áridos. Parte 6: Determinación de la densidad de partículas y la absorción de agua, 2014.
- [14]Norma española UNE-EN 1097-3, Ensayos para determinar las propiedades mecánicas y físicas de los áridos. Parte 3: Determinación de la densidad aparente y la porosidad, 1999.
- [15]Norma española UNE-EN 1015-3, Métodos de ensayo de los morteros para albañilería. Parte 3: Determinación de la consistencia del mortero fresco (por la mesa de sacudidas), 2000.
- [16]Norma española UNE-EN 1015-2, Métodos de ensayo de los morteros para albañilería. Parte 2: Toma de muestras total de morteros y preparación de los morteros para ensayo, 1999.
- [17]Norma española UNE-EN 1015-11, Métodos de ensayo de los morteros para albañilería. Parte 11: Determinación de la resistencia a flexión y a compresión del mortero endurecido, 2007.
- [18]Norma española UNE-EN 12390-6, Ensayos de hormigón endurecido. Parte 6: Resistencia a tracción indirecta de probetas, 2010.
- [19]C. Rocco, G.V. Guinea, J. Planas, M. Elices, Size effect and boundary conditions in the Brazilian test: Theoretical analysis, *Materials and Structures* 32, 437-444, 1999.
- [20]C. Rocco, G.V. Guinea, J. Planas, M. Elices, Size effect and boundary conditions in the Brazilian test: Experimental verification, *Materials and Structures* 32, 210-217, 1999.
- [21]I. Iglesias, B. Acosta, R. Yu, G. Ruiz, M. Aineto, A. Acosta, Study of mechanical characterization of ceramic specimens from a brazilian test adaptation, *Materiales de Construcción* 61, 417-429, 2011.
- [22]C. Rocco, G.V. Guinea, J. Planas, M. Elices, Mechanisms of rupture in splitting tests, ACI Materials Journal 96, 52-60, 1999.
- [23]European Standard prEN 12390-13, Testing hardened concrete. Part 13: Determination of secant modulus of elasticity in compression, 2012.
- [24]F. Indelicato, M. Paggi, Specimen shape and the problem of contact in the assessment of concrete compressive strength, *Materials and Structures* **41**, 431-441, 2008.
- [25]G. Ruiz, X. X. Zhang, R. C. Yu, R. Porras, E. Poveda, J. R. del Viso, Effect of Loading Rate on Fracture Energy of High-Strength Concrete, *Strain* 47, 518-524, 2011.

- [26]RILEM Committee on Fracture Mechanics of Concrete, Determination of the fracture energy of mortar and concrete by means of the three-point bend tests on notched beams, Draft recommendation, TC 50-FMC, *Materials* and Structures 18, 285–290, 1985.
- [27]M. Elices, G. V. Guinea, J. Planas, Measurement of the fracture energy using three point bend tests. 3. Influence of cutting the *P*-δ tail, *Materials and Structures* 25, 327– 334, 1992.
- [28]M. Elices, G. V. Guinea, J. Planas, Measurement of the fracture energy using three point bend tests. 1. Influence of experimental procedures, *Materials and Structures* 25, 121-218, 1992.
- [29]J. Planas, M. Elices, G. V. Guinea, Measurement of the fracture energy using three point bend tests. 2. Influence of bulk energy dissipation, *Materials and Structures* 25, 305–312, 1992.
- [30]S. F. Lee, S. Jacobsen, Study of interfacial microstructure, fracture energy, compressive energy and debonding load of steel fiber-reinforced mortar, *Materials and Structures* 44, 1451-1465, 2011.

- [31]M. Elices, G. V. Guinea, J. Planas, On the measurement of concrete fracture energy using three-point bend tests, *Materials and Structures* **30**, 375-376, 1997.
- [32]X. X. Zhang, G. Ruiz, R. C. Yu, M. Tarifa, Fracture behaviour of high-strength concrete at a wide range of loading rates, *International Journal of Impact Engineering* 36, 1204-1209, 2009.
- [33]A. Hillerborg, Results of three comparative test series for determining the fracture energy G_F of concrete, *Materials and Structures* **18**, 407-413, 1985.
- [34]A. Hillerborg, M. Modéer, P.E. Peterson, Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements, *Cement and Concrete Research* 6, 73–782, 1976.
- [35]S. Xu, J. Wang, Y. Sun, Effect of water binder ratio on the early hydration of natural hydraulic lime, *Materials and Structures* **48**, 3431–3441, 2014.

COMPARACIÓN DE PATRONES DE DAÑO POR TOMOGRAFÍA COMPUTERIZADA EN HORMIGÓN REFORZADO CON FIBRAS SOMETIDO A CARGAS MONÓTONAS Y CÍCLICAS

M. A. Vicente¹, G. Ruiz², D. C. González¹, J. Mínguez¹, M. Tarifa^{2*}, X. X. Zhang²

¹Escuela Politécnica Superior, Universidad de Burgos Campus Milanera (Edif. D); c/ Villadiego s/n, 09001 Burgos, Tfno: 947 259 400

²E. T. S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, Universidad de Castilla-La Mancha Avda. Camilo José Cela s/n, 13071 Ciudad Real, Tfno: 926 295 300 Ext. 6322 *Correo-e: manuelagustin.tarifa@uclm.es

RESUMEN

Los modelos de fatiga de hormigón asumen que el ensayo de compresión es un caso particular de fatiga, en el cual se alcanza la rotura en un solo ciclo. Ello viene avalado por el hecho de que el patrón de fisuración debido a un ensayo a compresión es similar, a simple vista, al de una probeta rota por fatiga. La investigación presentada en este artículo se centra en la comprobación de si el daño producido por ambas situaciones es realmente semejante. Para ello se emplea la Tomografía Axial Computerizada (TAC) combinada con el procesado digital de imagen, la cual permite obtener una imagen tridimensional del daño. En esta investigación se analizaron probetas cúbicas de 40 mm de lado fabricadas con hormigón reforzado con fibra de vidrio. Se clasificaron por series según el tipo de solicitación a que fueron sometidas: intactas, carga monótona y carga cíclica. Las probetas se escanearon para obtener sus mapas tridimensionales de fisuración, identificando el patrón de daño medio por serie. Los resultados muestran una distribución del daño similar entre los cubos ensayados con carga monótona y cíclica, lo cual confirma la hipótesis inicial.

PALABRAS CLAVE: Fatiga de hormigón, Tomografía Axial Computerizada (TAC), procesado digital de imagen, patrón de fisuración tridimensional.

ABSTRACT

Fatigue models for concrete assume that compressive tests are a limit case of a cyclic test where failure is achieved in the first cycle. This is supported by the fact that the crack pattern obtained in both cases is similar to the naked eye. This paper focuses in checking whether this observation is correct or not. For that, we use Computer Tomography Scan (CT-Scan) together with digital image processing to obtain 3D damage maps of tested 40 mm edge-length cubes made of glass-fiber reinforced concrete. The cubes were classified in series according to the type of loading: intact, monotonic and cyclic. They were scanned to obtain their 3D damage maps, which were processed to identify average damage maps for each series. Results show that average damage maps for monotonic and cyclic tested cubes are similar, which confirms the initial hypothesis.

KEYWORDS: Fatigue of concrete, CT-Scan, digital image processing, 3D crack pattern.

1. INTRODUCCIÓN

En los últimos años, el desarrollo de modelos de fatiga de hormigón ha ganado importancia en el diseño de estructuras. Esto se debe a que el aumento de las resistencias del hormigón y de la esbeltez de los elementos estructurales hace que las cargas cíclicas sean las principales acciones que soportan muchas estructuras. Es el caso, por ejemplo, de torres de aerogeneradores realizadas en hormigón o de elementos de infraestructura de vía en alta velocidad.

Se han desarrollado muchos modelos de fatiga que permiten correlacionar la carga cíclica con el número de ciclos resistidos. La mayor parte de estos modelos son deterministas [1,2]. Otros, sin embargo, incluyen la naturaleza probabilista del fallo en sus formulaciones [3,4]. En todo caso, la mayor parte de los modelos asumen la hipótesis de convergencia a la *distribución inicial* o distribución del ensayo de compresión, es decir, consideran que el ensayo de compresión es un caso particular de fatiga en el cual se alcanza la rotura en un solo ciclo. Sin embargo, la evidencia física que soporta esta hipótesis consiste únicamente en que el patrón de fisuración debido a un ensayo a compresión es similar, a simple vista, al de una probeta rota por fatiga.

El objetivo de este trabajo de investigación es comprobar si dicha hipótesis es o no correcta. Para ello se emplea la Tomografía Axial Computerizada (TAC) combinada con el procesado digital de imágenes, la cual permite obtener una imagen tridimensional del daño de una probeta. Se estudian los patrones de daño de una serie de probetas rotas bajo carga estática de compresión y se comparan con los patrones de daño de otra serie rota en fatiga a bajo número de ciclos. Además, estos patrones se comparan con los que presentan probetas intactas y con modelos estadísticos que simulan una distribución aleatoria del daño.

El TAC es una técnica no destructiva que se utiliza para estudiar la microestructura de los materiales. En los últimos años se han publicado un buen número de trabajos en los que se analiza la microestructura del hormigón mediante esta técnica [5-7]. En este trabajo utilizamos el TAC para estudiar los huecos internos del hormigón, sean poros o fisuras. El procesado digital de las imágenes captadas con el TAC es capaz de determinar la densidad de cada uno de los vóxeles (píxeles volumétricos) que componen la probeta. El equipo asigna un tono de gris en función de su densidad. Vóxeles más claros implican densidades más altas y vóxeles más oscuros, densidades más bajas. Los aspectos técnicos de este proceso se detallan en Vicente et al. [6]. En esta investigación se analizan probetas cúbicas de 40 mm de lado fabricadas con hormigón reforzado con fibra de vidrio. Se clasifican por series según el tipo de solicitación a que son sometidas: intactas, carga monótona y carga cíclica. Las probetas se escanean para obtener sus mapas tridimensionales de fisuración, identificando el patrón de daño medio por serie. Podemos anticipar aquí que los resultados muestran una distribución del daño similar entre los cubos ensayados con carga monótona y cíclica, lo cual confirma la hipótesis inicial.

Este artículo se estructura de la siguiente forma: el procedimiento experimental se describe en la sección 2, en la sección 3 se presentan y discuten los resultados y, finalmente, en la sección 4 se extraen las conclusiones del trabajo.

2. PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

En este apartado se describen los materiales utilizados y el procedimiento experimental seguido en la investigación.

Se utilizaron cubos de hormigón reforzado con fibra de vidrio de 40 mm de lado, pertenecientes a una única amasada denominada C40. El hormigón empleado estaba compuesto por cemento CEM I 52.5 R, humo de sílice y árido silíceo de un tamaño máximo de 6 mm. Para el refuerzo de la matriz de hormigón se utilizó una macro-fibra de vidrio resistente a los álcalis, de 36 mm de longitud y 0.54 mm de diámetro, lo que resulta una relación de aspecto de 67. La resistencia a tracción de la fibra era de 1.7 GPa.

En este trabajo se han fabricado y estudiado un total de 47 cubos, que fueron tallados a partir de prismas de $700 \times 150 \times 150$ mm (largo×ancho×alto), con una tolerancia en su fabricación de ± 0.2 mm. Dichas probetas se han dividido en series, del siguiente modo:

- 1. Serie n: 8 probetas intactas (no ensayadas).
- 2. Serie f_c : 15 probetas para conocer la resistencia a compresión del material.
- 3. Serie *c*: 8 probetas sometidas a carga monótona hasta rotura.
- 4. Serie *f*: 16 probetas sometidas a fatiga de bajo número de ciclos hasta rotura.

La serie f_c se utilizó para caracterizar el hormigón de la amasada C40 por medio de ensayos de resistencia a compresión, a una velocidad de carga de 0.3 MPa/s. La densidad del hormigón de las probetas (ρ) y resistencia a compresión obtenida (f_c), se muestran en la Tabla 1, con la desviación entre paréntesis. La resistencia a compresión media obtenida se empleó en el cálculo de los niveles de tensión a aplicar en los ensayos de fatiga en compresión.

Tabla 1: Propiedades del hormigón.

Material	ρ	f_c	
	(kg/m ³)	(MPa)	
C40	2392 (20)	110.1 (4)	

Las probetas de la serie c se ensayaron a compresión a una velocidad de solicitación de 0.3 MPa/s, ver Tabla 2. Una vez ensayadas, en estas probetas se analizó su patrón de daño interno con un TAC.

Finalmente, se ensayaron a fatiga en compresión las probetas de la serie f. Los ensayos se realizaron a una frecuencia de aplicación de la carga de 10 Hz, y con unos niveles de tensión de $\sigma_{max} = 0.82 f_c$ y $\sigma_{min} = 0.36 f_c$. Los resultados de estos ensayos se presentan en la Tabla 3. Una vez ensayadas, se analizó el patrón de daño mediante TAC.

Tabla 2: Probetas ensayadas a compresión.

Probeta	f_c	Probeta	f_c
	(MPa)		(MPa)
1c	62.5	5c	56.2
2c	97.1	6 <i>c</i>	113.0
3c	93.3	7c	115.1
4c	87.5	8c	111.8

Tabla 3: Probetas ensayadas a fatiga.

Ciclos para $\sigma_{max} = 82 \% f_c; \sigma_{min} = 36 \% f_c$					
Probeta	Ciclos	Probeta	Ciclos		
1f	1066	9 <i>f</i>	19186		
2f	3128	10 <i>f</i>	90		
3 <i>f</i>	214	11 <i>f</i>	144		
4f	29189	12 <i>f</i>	3305		
5f	1115686 **	13 <i>f</i>	2700		
6 <i>f</i>	25	14 <i>f</i>	88		
7f	111	15 <i>f</i>	152076		
8 <i>f</i>	460	16 <i>f</i>	0		

** Probeta superviviente.



Figura 1: Imagen escaneada.



Figura 2: Vóxeles de espacio vacío.

Para el escaneo se ha utilizado el CT-Scan de la Universidad de Burgos. Se trata de un equipo Y. CT. Compact, dotado de un tubo YXlon de 225 kV / 30 mA. El software de postproceso de los datos genera imágenes planas de 1024×1024 pixeles. La resolución en el plano horizontal es de $65 \times 65 \mu m$, y la distancia vertical entre planos de corte es de $100 \mu m$. Para cada probeta, el equipo genera un total de 401 imágenes como la mostrada en la Fig. 1. Mediante un software de postproceso específico del equipo, es posible identificar aquellos vóxeles (píxeles volumétricos) cuya densidad corresponda con la del espacio vacío y, seguidamente, generar una imagen tridimensional del daño, ver Fig. 2.

Desde el punto de vista numérico, el resultado de este trabajo es una matriz de puntos, de coordenadas x, y y z, del centro de gravedad de cada uno de los vóxeles pertenecientes a poros o fisuras. El número total de vóxeles de una probeta es, aproximadamente, de 1.4×10^8 . En la Tabla 4 se muestran los vóxeles vacíos obtenidos en cada serie de probetas analizadas.

Tabla 4: Vóxeles vacíos por grupo de probetas.

Gru	ро	Intactas	Compresión	Fatiga
		(Serie n)	(Serie c)	(Serie f)
Nº pro	betas	8	8	16
Vóxeles	Media	73254	1472215	1089281
	Desv.	26134	238492	438796
%	Media	0.05	1.05	0.78
Vóxel	Desv.	0.02	0.17	0.31

En el caso de la serie n, los vóxeles vacíos corresponden a poros solamente. Para el caso de las series c y f, los vóxeles vacíos corresponden a poros y fisuras. Se observa, en primer lugar, cómo en el caso de la serie n, el número de vóxeles vacíos es muy inferior a las series c y f. En segundo lugar, cabe destacar que el número medio de vóxeles de la serie c es superior al de la serie f, aunque su desviación es menor. A partir de la imagen tridimensional generada directamente por el equipo, no es posible observar si el daño sigue o no un patrón. Se hace necesario desarrollar un protocolo de análisis de datos que permita obtener un criterio numérico para el análisis de resultados.

2.1. Ensayo circunferencial

En este apartado se describe el desarrollo de un protocolo de análisis del daño producido en las probetas, a partir de los datos proporcionados por el TAC, considerando la hipótesis de que existe simetría a lo largo del eje de aplicación de la carga. A continuación se describen los pasos de este protocolo.

En primer lugar, se identifica cada vóxel con dos coordenadas: distancia D_i y altura H_i , ver Fig. 3, según las siguientes ecuaciones:

$$D_i = \sqrt{(x_i - x_G)^2 + (y_i - y_G)^2}$$
(1)

$$H_i = z_i \tag{2}$$

siendo (x_i, y_i, z_i) las coordenadas del vóxel y (x_G, y_G) las coordenadas del centro de gravedad de la sección en la que se encuentra el vóxel.

496

A continuación se obtienen los valores normalizados, según las siguientes expresiones:

$$d_i = \frac{D_i}{a/2} \qquad h_i = \frac{H_i}{a} \tag{3}$$

siendo a el lado de la probeta.

Adicionalmente se ha desarrollado un modelo estadístico de Monte Carlo de 1×10^6 puntos, dentro de una probeta teórica de referencia, de 40 mm de lado, para simular una distribución aleatoria de daño. Si las probetas reales presentaran una distribución similar a la probeta teórica, la distribución de daño sería aleatoria, en caso contrario, la distribución de daño no sería aleatoria.



Figura 3: Coordenadas del vóxel.

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

A continuación se muestran los resultados de las probetas escaneadas.

3.1. Histogramas integrados en dirección h

Los histogramas muestran claramente que los patrones de daño mostrados por las probetas ensayadas, Fig. 4 difieren notablemente del patrón aleatorio, Fig. 5, aunque los resultados presentan una alta dispersión. De este modo, a través de los diagramas 3D es difícil determinar si existe algún patrón de daño.

Para analizar adecuadamente los resultados, los datos se agregan en dirección h, obteniendo así histogramas planos, en los que el eje horizontal se representa la dimensión d y el eje vertical la frecuencia relativa, como vemos en el ejemplo de la Fig. 6, para las probetas de la serie c, en el que se compara además con la curva teórica.



Figura 4: Ejemplo de patrón de daño por fatiga (6f).



Figura 5: Patrón de daño aleatorio.



Figura 6: Histograma agregado en h. Serie c.

Por otro lado, en la Fig. 7, se muestra el histograma medio para la serie n, así como los límites superior e inferior, para un intervalo de confianza del 90%. Tal y como se aprecia en este caso, la curva teórica, correspondiente a una distribución aleatoria del daño,

se encuentra mayoritariamente dentro del huso definido por los límites superior e inferior. Por lo tanto se aceptaría que, para el caso de las probetas de la serie n, el daño se distribuiría aleatoriamente. Pero, al estar la serie n formada por probetas sin ensayar, la distribución aleatoria asumida correspondería a los poros existentes en la matriz del hormigón.



Figura 7: Histograma medio. Serie n.

Por el contrario, para el caso de las probetas ensayadas bajo cargas estáticas o de fatiga, la curva teórica discurre, mayoritariamente, fuera del huso definido por los límites superior e inferior. Eso significa que, para estos casos, la distribución del daño no se ajusta a una distribución aleatoria. Así, el nivel de daño medido en el núcleo interior de la probeta es inferior al teórico, mientras que el nivel de daño cerca del perímetro exterior de la probeta es superior al teórico. El punto de cruce entre la curva media y la curva teórica ocurre, aproximadamente, para d = 0.8 a, ver Fig. 8, valor que divide la sección en dos dos áreas idénticas. Por lo tanto, se puede afirmar que las probetas rotas presentan una distribución no aleatoria, concentrándose el daño en la semi-sección exterior.



Figura 8: Localización del daño en las probetas.

Comparando los histogramas de las probetas de las series c y f, Fig. 9, se comprueba que las curvas son prácticamente coincidentes. Esto demuestra que ambos patrones de daño son iguales, por lo tanto las probetas rotas bajo carga estática presentan el mismo patrón de daño que las probetas rotas bajo carga cíclica de bajo número de ciclos.



Figura 9: Histograma comparativo. Series c y f.

Estos resultados confirman la hipótesis de que, el ensayo estático de compresión es un caso particular de ensayo cíclico en el que el número de ciclos que soporta el material es igual a 1.

3.2. Histogramas integrados en dirección d

Agregar los histogramas a lo largo del eje d, permite evaluar el daño en función de la profundidad h. En la Fig. 10 se muestra un ejemplo de histograma de la serie c, y en la Fig. 11 el histograma medio de las series c y f, así como los límites superior e inferior. En ambos casos, los resultados se comparan con la curva de la probeta teórica.



Figura 10: Histograma agregado en d. Serie c.

De estos resultados se aprecia que, en todos los casos, el valor teórico se encuentra muy próximo al valor medio y dentro del huso definido por los límites superior e inferior. Por lo tanto se acepta que el comportamiento de la probeta es el mismo en toda su longitud, no observándose fenómenos de concentración de daño en las caras en contacto con los platos de ensayo.



Figura 11: Histograma medio en d. Series $c \neq f$.

4. CONCLUSIONES

El TAC es una técnica muy útil para la medida del daño interno en probetas de hormigón. En el caso de probetas intactas, el *daño* se refiere al contenido de poros. En probetas dañadas, incluye los poros y las fisuras, sin posibilidad de diferenciarlos. Se ha usado un protocolo de análisis de distribución de daño, denominado *Ensayo Circunferencial*, con el cual es posible determinar numéricamente si el daño sigue o no una distribución aleatoria.

En el caso de las probetas intactas la porosidad se distribuye aleatoriamente en el volumen. Sin embargo, en las ensayadas el daño no se distribuye aleatoriamente, sino que se concentra en la semi-sección exterior. El patrón de daño mostrado por las probetas ensayadas bajo cargas estáticas de compresión es el mismo que el de las probetas ensayadas bajo cargas cíclicas de bajo número de ciclos hasta rotura, lo cual confirma la validez de la hipótesis de convergencia a la distribución inicial.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen la ayuda recibida a través del proyecto BIA2015-68678-C2-R.

REFERENCIAS

- R. Tepfers and T. Kutti, Fatigue strength of plain, ordinary and lightweight concrete, *J Am Concr Inst*, **76(5)**, 635-652, 1979.
- [2] G. Petkovic, R. Lenschow, H. Stemland and S. Rosseland, Fatigue of high strength concrete, *ACI SP*, **121(25)**: 505-525, 1990.
- [3] C. Przybilla, A. Fernández-Cantelli, E. Castillo, Deriving the primary cumulative distributive function of fracture stress for brittle materials from 3- and 4-point bending tests. *J Euro Ceram Soc*, **31**:451–60, 2011.
- [4] L. Saucedo, R. C. Yu, A. Medeiros, X. X. Zhang, G. Ruiz, A probabilistic fatigue model based on the initial distribution to consider frequency effect in plain and fiber reinforced concrete. *International Journal of Fatigue*, 48: 308-318, 2013.
- [5] J. Schnell, K. Schladitz and F. Schuler, Richtungsanalyse von Fasern in Betonen auf Basis der Computer-Tomographie [en alemán], *Di*rection analysis of fibers in concrete on basis of computed tomography, Beton Stahlbetonbau, 105(2): 72–77, 2010.
- [6] M. A. Vicente, D. C. González, J. Mínguez, Determination of dominant fibre orientations in fibre-reinforced high-strength concrete elements based on computed tomography scans, *Nondestructive Testing and Evaluation*, 29(2): 164-182, 2014.
- [7] J. Yuan, Y. Liu, H. Li, B. Zhang, Experimental Investigation of the Variation of Concrete Pores under the Action of Freeze-Thaw Cycles by Using X-Ray CT, Advances in Materials Science and Engineering, 2014.

METODOLOGÍA PARA LA CUANTIFICACIÓN EXPERIMENTAL DEL TAMAÑO Y LA FORMA DE LA ZONA PLÁSTICA

J.M. Vasco-Olmo^{1*}, F.A. Díaz¹, M.N. James², C.J. Christopher², E.A. Patterson³

 ¹Departamento de Ingeniería Mecánica y Minera (Universidad de Jaén) Campus Las Lagunillas, s/n, 23071 Jaén, España
 ²School of Marine Science & Engineering (University of Plymouth) Drake Circus, PL4 8AA Plymouth, Reino Unido
 ³School of Engineering (University of Liverpool)
 The Quadrangle, Brownlow Hill, L69 3GH Liverpool, Reino Unido
 *E-mail: jvasco@ujaen.es

RESUMEN

El presente trabajo presenta una novedosa metodología para la cuantificación experimental de la zona plástica durante el crecimiento de grieta a fatiga. Dicha metodología se basa en la aplicación de criterios de plastificación para estimar el área y la forma de la zona plástica en el vértice de una grieta empleando tanto el criterio de Von Mises como el de Tresca. La implementación de la metodología propuesta requiere el empleo de mapas de deformaciones calculados a partir de campos de desplazamientos obtenidos a partir de la técnica de correlación digital de imágenes (DIC). Posteriormente, los mapas de tensiones se obtienen mediante la aplicación de los criterios de plastificación. Una probeta compact-tension (CT) de titanio comercialmente puro fue ensayada a *R*-ratio de 0.6. Además, se ha explorado la capacidad de tres modelos analíticos de caracterización de los campos de desplazamientos alrededor del vértice de una grieta (Westergaard, Williams y CJP) para predecir tanto la forma como el tamaño de la zona plástica. De dicho análisis fue establecido que el modelo CJP es el que proporcionó mejores predicciones del tamaño y la forma de la zona plástica con respecto a los datos experimentales.

PALABRAS CLAVE: Zona plástica, Fatiga, Campo de tensiones, Factor de intensidad de tensiones, DIC.

ABSTRACT

The current work presents a novel methodology for the experimental quantification of the crack tip plastic zone during fatigue crack growth. This methodology is based on the application of yield criteria to estimate the area and the shape of the crack tip plastic zone using both the Von Mises and Tresca yield criteria. The implementation of the proposed methodology requires using the strain maps calculated from displacement fields obtained by digital image correlation (DIC). Stress maps are subsequently found by applying these yield criteria. A compact-tension (CT) specimen made from commercially pure titanium was tested at *R*-ratio of 0.6. Moreover, the ability of three analytical models for characterising crack tip displacement fields (Westergaard, Williams and CJP) to predict the shape and the size of the crack tip plastic zone has been explored. From this analysis it was established that the CJP model is which provided the most accurate prediction of the experimentally obtained plastic zone size and shape.

KEYWORDS: Crack tip plastic zone, Fatigue, Crack tip stress field, Stress intensity factor, DIC.

1 INTRODUCCIÓN

Desde hace décadas, dentro de la comunidad científica dedicada al estudio de la mecánica de la fractura, se ha reconocido que la estimación y/o predicción de la forma y el tamaño de la zona plástica y su posible influencia en el crecimiento de grieta a fatiga es un tema cuyo análisis y evaluación presenta gran complejidad, ya sea abordado de forma numérica como experimental. En lo que respecta a las simulaciones numéricas, las predicciones normalmente se han basado en modelos teóricos puramente elásticos de los campos de tensiones en el vértice de grieta. Experimentalmente, la determinación de la región deformada plásticamente en las inmediaciones de una grieta creciendo a fatiga se ha perseguido mediante el empleo de una gran variedad de técnicas que consigan estimar las dimensiones de la zona plástica en el vértice de la grieta. Uğuz and Martin [1] proporcionaron una útil revisión del trabajo experimental más tempranero sobre la caracterización de la zona plástica en el vértice de grieta; esta revisión incluye técnicas basadas en medidas de microdureza, químico, interferencia óptica, grabado galgas extensiométricas y microscopio electrónico. Técnicas modernas de modelado numérico y técnicas avanzadas experimentales como difracción de rayos X y tomografía [1], correlación digital de imágenes (DIC) [2], termografía (TSA) [3], y difracción de electrones por retrodispersión (EBSD) [4] han puesto de manifiesto el potencial de las técnicas experimentales de campo completo para la determinación de los factores de intensidad de tensiones, las tensiones У deformaciones residuales y, por tanto, el potencial para la estimación de las dimensiones de la zona plástica.

La mayoría de los trabajos reportados para predecir el tamaño y la forma de la zona plástica en el vértice de grieta han empleado enfoques basados en la Mecánica de la Fractura Elástico-Lineal (LEFM), como son las estimaciones de Irwin [5] o Dugdale [6], y el modelo basado en las ecuaciones de Westergaard [7], entre otros. Sin embargo, se tratan de enfoques simplistas y, por tanto, hay un claro campo de aplicación consistente en la combinación de técnicas de medición de campo completo con un modelo que mejore la definición del campo de tensiones en las inmediaciones del vértice de grieta que trate de incorporar de una forma más exacta los efectos de la plasticidad que se genera durante el crecimiento de grieta a fatiga sobre el campo de tensiones elástico circundante.

En trabajos previos, algunos de los autores presentes han propuesto un modelo [8] del campo de tensiones en el vértice de grieta basado en las series de expansión de Williams [9]. La premisa subyacente de este modelo modificado es que el campo de tensiones elástico que gobierna el crecimiento de grieta es contralado a través de la carga aplicada e influenciado por las tensiones inducidas por la zona plástica en el contorno elastoplástico. La validación del modelo se realizó inicialmente mediante la técnica de fotoelasticidad en probetas compact-tension (CT) de policarbonato, pero se ha extendido posteriormente para cubrir medidas de desplazamiento en modo mixto en probetas metálicas empleando DIC [10].

El objetivo de este trabajo es la determinación experimental del tamaño y la forma de la zona plástica empleando DIC in probetas CT de titanio. Así mismo, se pretende evaluar la capacidad de tres modelos de caracterización de los campos de tensiones y desplazamientos en el vértice de grieta para predecir el tamaño y la forma de la zona plástica. Los tres modelos considerados son el basado en las ecuaciones de Westergaard, el fundamentado en las series de expansión de Williams y el recientemente desarrollado modelo CJP.

2 DESCRIPCIÓN DE LOS MODELOS PARA LA CARACTERIZACIÓN DE LOS CAMPOS DE TENSIONES Y DESPLAZAMIENTOS

En la literatura se recogen numerosos modelos para la caracterización de los campos de tensiones y desplazamientos en las inmediaciones del vértice de grieta. En el presente trabajo tres son los modelos que se han estudiado para explorar su capacidad para predecir tanto el tamaño como la forma de la zona plástica, el modelo basado en las ecuaciones de Westergaard, el basado en las series de expansión de Williams y el recientemente desarrollado modelo CJP. En esta sección únicamente se va a describir la formulación del modelo CJP ya que se trata de un novedoso modelo y los otros dos modelos están suficientemente reconocidos dentro de la comunidad científica.

De acuerdo con las ecuaciones de Westergaard, los campos de tensiones y de desplazamientos [8] en las inmediaciones del vértice de grieta se describen a través de los factores de intensidad de tensiones (SIFs) K_I y K_{II} , el T-stress T y un sistema de coordenadas polares con su origen en el vértice de grieta. Por otro lado, de acuerdo con las series de expansión de Williams, los campos de tensiones [12] y de desplazamientos [13] se expresan en función del número de términos en las series, los coeficientes de las mismas y un sistema de referencia polar con origen en el vértice de la grieta.

El modelo CJP es un novedoso modelo matemático desarrollado por Christopher, James y Patterson [9] basado en los potenciales complejos de Muskhelishvili [14]. Los autores postularon que el resto plástico que se genera alrededor del vértice y de los flancos de una grieta protegerá a la misma de la influencia del campo de tensiones elástico circundante. Así, este fenómeno protector (recogido en la literatura como 'shielding') comprende el efecto de las fuerzas de contacto entre las caras de la grieta (tradicionalmente conocido como cierre de grieta) así como una tensión cortante interfacial inducida por compatibilidad en el contorno elasto-plástico. En la formulación original del modelo, los campos de tensiones [9] en las inmediaciones del vértice de grieta fueron caracterizados según la ecuación (1); mientras que los campos de desplazamientos [9] fueron caracterizados según la expresión (2). En el análisis matemático, la suposición D+F=0 debe establecerse con el fin de dar un apropiado comportamiento asintótico de las tensiones a lo largo de las caras de la grieta. Por tanto, según esta suposición, tanto los campos de tensiones como los de desplazamientos son caracterizados a partir de cinco coeficientes (A, B, C, F y H).

$$\sigma_{x} = -\frac{1}{2} (A + 4B + 8F) r^{-\frac{1}{2}} \cos \frac{\theta}{2} - \frac{1}{2} B r^{-\frac{1}{2}} \cos \frac{5\theta}{2} - C$$

$$-\frac{1}{2} F r^{-\frac{1}{2}} \left[\ln(r) \left(\cos \frac{5\theta}{2} + 3 \cos \frac{\theta}{2} \right) + \theta \left(\sin \frac{5\theta}{2} + 3 \sin \frac{\theta}{2} \right) \right] + O(r^{\frac{1}{2}})$$

$$\sigma_{y} = \frac{1}{2} (A - 4B - 8F) r^{-\frac{1}{2}} \cos \frac{\theta}{2} + \frac{1}{2} B r^{-\frac{1}{2}} \cos \frac{5\theta}{2} + H$$

$$+ \frac{1}{2} F r^{-\frac{1}{2}} \left[\ln(r) \left(\cos \frac{5\theta}{2} - 5 \cos \frac{\theta}{2} \right) + \theta \left(\sin \frac{5\theta}{2} - 5 \sin \frac{\theta}{2} \right) \right] + O(r^{\frac{1}{2}})$$

$$\sigma_{xy} = -\frac{1}{2} r^{-\frac{1}{2}} \left(A \sin \frac{\theta}{2} + B \sin \frac{5\theta}{2} \right)$$

$$- F r^{-\frac{1}{2}} \sin \theta \left[\ln(r) \cos \frac{3\theta}{2} + \theta \sin \frac{3\theta}{2} \right] + O(r^{\frac{1}{2}})$$

$$2G(u+iv) = \kappa \left[-2(B+2F)z^{\frac{1}{2}} + 4Fz^{\frac{1}{2}} - 2Fz^{\frac{1}{2}}\ln(z) - \frac{C-H}{4}z \right]$$
$$-z \left[-(B+2F)\overline{z}^{-\frac{1}{2}} - F\overline{z}^{-\frac{1}{2}}\overline{\ln(z)} - \frac{C-H}{4} \right]$$
$$-\left[A\overline{z}^{\frac{1}{2}} + D\overline{z}^{\frac{1}{2}}\overline{\ln(z)} - 2D\overline{z}^{\frac{1}{2}} + \frac{C+H}{2}\overline{z} \right]$$
(2)

Donde G=E/2(1+v) es el módulo de elasticidad transversal del material, mientras que *E* y *v* son el módulo de Young y el coeficiente de Poisson del material respectivamente. Además, $\kappa=(3-v)/(1+v)$ para tensión plana o $\kappa = 3-4v$ para deformación plana.

El modelo CJP define tres factores de intensidad de tensiones para caracterizar los campos de tensiones y desplazamientos alrededor del vértice de grieta: un factor de intensidad de tensiones de apertura K_F , un factor de intensidad de tensiones de retardo K_R , un factor de intensidad de tensiones cortante K_S . A estos SIFs hay que sumarle el T-stress.

El factor de intensidad de tensiones de apertura K_F se define a partir de la carga remota aplicada, tradicionalmente caracterizada por K_I , pero que es modificado por las componentes de la fuerza derivadas de las tensiones que actúan a lo largo del contorno elasto-plástico y que por tanto, influyen en las fuerzas que gobiernan el crecimiento de grieta. Según lo indicado, K_F se define al evaluar la tensión normal perpendicular (σ_v) al plano de la grieta:

$$K_F = \lim_{r \to 0} \left[\sqrt{2\pi r} \left(\sigma_y + 2Fr^{-\frac{1}{2}} \ln r \right) \right] = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \left(A - 3B - 8F \right)$$
(3)

El factor de intensidad de tensiones de retardo K_R caracteriza las fuerzas aplicadas en el plano de la grieta, las cuales proporcionan un efecto de retardo en el crecimiento de grieta a fatiga. Por tanto, K_R se define a partir de la tensión normal paralela (σ_x) al plano de la grita.

$$K_{R} = \lim_{r \to 0} \left[\sqrt{2\pi r} \sigma_{x} \right] = -(2\pi)^{3/2} F$$
(4)

Además de los dos SIFs anteriores, el modelo CJP propone que un término cortante surge a partir de los requerimientos de compatibilidad de los desplazamientos entre el volumen de la región elástica y el de la zona plástica. Por tanto, este factor de intensidad de tensiones cortante K_S caracteriza la tensión cortante inducida por compatibilidad a lo largo del contorno entre el resto plástico y el campo elástico circundante. Según esto, K_S será definido a partir de la tensión cortante (σ_{xy}):

$$K_{S} = \lim_{r \to 0} \left[\sqrt{2\pi r} \sigma_{xy} \right] = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \left(A + B \right)$$
(5)

Por último, el T-stress se define a partir de sus componentes a lo largo de las direcciones x e y:

$$T_x = -C; \quad T_y = -H \tag{6}$$

3 TRABAJO EXPERIMENTAL

Una probeta CT (dimensiones mostradas en la figura 1) fue fabricada a partir de una hoja de titanio comercialmente puro de 1 mm de espesor. Dicha probeta se ensayó a fatiga a ciclo de carga de amplitud constante, empleando un *R*-ratio de 0.6 ($P_{min} = 450$ N, $P_{max} = 750$ N).



Figura 1. Geometría y dimensiones (mm) de la probeta empleada para realizar el ensayo a fatiga.

Las dos caras de la probeta se prepararon de forma distinta para la correcta observación experimental. La superficie empleada para su análisis mediante DIC se pintó aplicando un moteado negro sobre un fondo blanco para generar el speckle necesario para su correcta implementación. La superficie opuesta fue pulida para un correcto seguimiento del vértice de la grieta.

El ensayo a fatiga se realizó en una máchina electromecánica ElectroPuls E3000 (figura 2) empleando una frecuencia de 10 Hz. A cada lado de la probeta se dispuso perpendicularmente una cámara CCD equipada con una lente zoom (MLH-10X EO) para incrementar la resolución espacial en las inmediaciones del vértice de la grieta. Durante la realización de los ensayos, periódicamente se pausó el ciclado para permitir la adquisición de una secuencia de imágenes a incrementos uniformes a lo largo de un ciclo de carga completo. El campo de visión obtenido en la superficie empleada para la implementación de DIC fue de 17.3 x 13 mm (resolución de 13.5 µm/pix.), con la trayectoria de la grieta localizada en el centro de la

imagen. Para la iluminación de la superficie se empleó un anillo de fibra óptica colocado alrededor de la lente zoom (mostrado en la figura 2).



Figura 2. Montaje experimental empleado para la implementación de DIC y el seguimiento de la grieta.

4 METODOLOGÍA EXPERIMENAL

Esta sección recoge las dos metodologías desarrolladas para evaluar el tamaño y la forma de la zona plástica. La primera metodología es un método directo en el que la zona plástica se estima a partir de los campos de desplazamientos medidos experimentalmente mediante DIC; mientras que la segunda metodología consiste en un método indirecto en el que los datos experimentales se emplean en los modelos para determinar sus predicciones del tamaño y la forma de la zona plástica.

Método directo para la estimación de la zona plástica

Este método se basa en la aplicación de un criterio de plastificación y consiste en identificar los campos de deformación plástica a través de la diferenciación de los campos de desplazamientos experimentales. En este trabajo se ha empleado DIC-2D para medir los desplazamientos. El procedimiento seguido para la implementación de este método se describe en los siguientes párrafos.

El primer paso en la metodología consiste en obtener los campos de desplazamientos horizontal y vertical alrededor del vértice de la grieta. En la figura 3 se muestra un ejemplo típico de campos de desplazamientos obtenidos para una longitud de grieta de 9.40 mm a una carga de 750 N. El proceso desarrollado se ilustrará empleando estos mapas de desplazamientos.



Figura 3. Campos de desplazamientos horizontal (a) y vertical (b) medidos con DIC para una longitud de grieta de 9.40 mm y un nivel de carga de 750 N.

El siguiente paso en la metodología implica determinar los campos de deformaciones en el vértice de grieta por diferenciación de los campos de desplazamientos. Para este propósito, se ha empleado el tensor de deformaciones de Green-Lagrange [15] porque considera términos de segundo orden, siendo más exacto que los tensores que emplean únicamente términos de primer orden. Así, este tensor viene dado por las siguientes expresiones:

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \end{pmatrix} + \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & 0 & \frac{\partial v}{\partial y} & 0 \\ 0 & \frac{\partial u}{\partial y} & 0 & \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial y} & \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{\partial v}{\partial x} \\ \frac{\partial u}{\partial y} & \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{\partial v}{\partial x} \end{pmatrix}$$
(7)

Una vez se han calculado los campos de deformaciones, el siguiente paso es determinar los campos de tensiones empleando la ley de Hooke. La tensión equivalente se calcula a partir del tensor de tensiones, bien empleando el criterio de Von Mises o el de Tresca. De esta forma, la zona plástica puede estimarse a partir del mapa de la tensión equivalente hallando la región que excede el límite de fluencia del material. Para el titanio empleado en este trabajo, ensayos de caracterización de material arrojaron un límite de fluencia de 390 MPa. La figura 5 muestra la región de la tensión equivalente donde se excede el límite de fluencia del material tanto para el criterio de Von Mises (5a) como para el de Tresca (5b). Así, la extensión de la zona plástica (área blanca) se puede identificar fácilmente respecto del campo de tensiones elástico circundante.



Figura 5. Mapas de la tensión equivalente excediendo el límite de fluencia del material aplicando el criterio de Von Mises (a) y el de Tresca (b) para una longitud de grieta de 9.40 mm y un nivel de carga de 750 N.

En este trabajo, el área de la zona plástica se ha considerado como variable que contiene información tanto del tamaño como de la forma de la zona plástica y la cual, por tanto, puede proporcionar una forma eficiente y de gran potencial para hacer mediciones cuantitativas. Una vez se ha identificado la zona plástica, el siguiente paso consiste en caracterizar su tamaño mediante la cuantificación del área. Inicialmente, se detectan los puntos que definen el contorno de la zona plástica (figura 6a). A continuación, se aplica una función de triangulación para definir el área encerrada por los puntos seleccionados anteriormente (figura 6b). Finalmente, el área de la zona plástica puede calcularse como la suma de las áreas de todos los triángulos previamente definidos en el proceso de triangulación.



Figura 6. (a) Detección de los puntos que definen el contorno de la zona plástica y (b) triangulación del área encerrada por los puntos seleccionados.

Método indirecto para la estimación de la zona plástica

La zona plástica estimada a partir de los datos experimentales se comparará con la predicha por modelos analíticos de definición de los campos de tensiones y desplazamientos para validar la metodología propuesta. En la literatura, los dos modelos más populares empleados para estimar el tamaño de la zona plástica son las aproximaciones de Irwin [6] y Dugdale [7]. Ambos procedimientos conducen a estimaciones del tamaño y la forma de la zona plástica simplistas basadas en soluciones elásticas. Según esto, es más útil estimar el tamaño y la forma de la zona plástica en todos los ángulos alrededor del vértice de la grieta aplicando un criterio de plastificación sobre un modelo analítico que describa los campos de tensiones en las inmediaciones del vértice de grieta. En este trabajo, los tres modelos descritos en la sección 2 se emplearán para encontrar la forma de la zona plástica.

El primer paso de la metodología consiste en determinar los factores de intensidad de tensiones definidos en cada modelo a partir del análisis de los campos de desplazamientos experimentales. El método 'multi-point over-deterministic' desarrollado por Sanford y Dally [16] forma la base de este proceso. Los modelos son válidos sólo para el campo elástico cercano a la singularidad del vértice de la grieta y, por tanto, es necesario identificar la zona próxima a dicho vértice donde se pueden obtener datos válidos. Así, una malla anular (figura 3) fue definida para establecer la zona a partir de la cual determinar los SIFs. Dos parámetros son fundamentales para la definición de la malla anular: los radios interno y externo. El radio interno se definió con la extensión suficiente para evitar la selección de datos en la deformación plástica generada en el vértice de la grieta, mientras que el radio externo se definió a partir de la región dominada por la singularidad generada en el vértice de la grieta. Esta región de

singularidad fue definida a partir de los mapas de desplazamientos verticales, estableciendo su extensión a través del cambio que se observa en la orientación de los contornos de los desplazamientos debido a la interacción entre la zona dominada por el vértice de la grieta y la dominada por el borde libre de la probeta.

Una vez que se han calculado los factores de intensidad de tensiones, éstos pueden emplearse para obtener los coeficientes que definen los campos de tensiones en el vértice de grieta. Así, dichos campos de tensiones pueden reconstruirse y emplear el mismo procedimiento que el indicado en la sección anterior para el método directo, obteniendo el mapa de la tensión equivalente y estimando la extensión y la forma de la zona plástica a partir de la tensión de fluencia del material. Por tanto, tanto el tamaño como la forma de la zona plástica determinada experimentalmente pueden compararse con la extensión y la forma predichas por los tres modelos considerados.

5 RESULTADOS Y DISCUSIÓN

La figura 7 muestra datos de la zona plástica obtenidos a máxima carga empleando el criterio de Von Mises para dos longitudes de grieta diferentes (6.42 y 9.20 mm).



Figura 7. Comparación entre las formas de la zona plástica experimental y predicha empleando el criterio de Von Mises correspondiente a máxima carga (750 N) para dos longitudes de grieta: 6.42 (a) y 9.20 mm (b).

El área blanca representa la zona plástica experimental estimada mediante el método directo, mientras que las líneas de contorno corresponden a la zona plástica predicha por los tres modelos a través de la implementación del método indirecto. Se puede observar claramente que la zona plástica predicha por el modelo CJP muestra un excelente ajuste con la estimada de forma experimental, mientras que los modelos de Westergaard y Williams predicen dimensiones mayores. Por tanto, desde un punto de vista cualitativo, el modelo CJP parece que presenta un gran potencial para predecir la zona plástica en el vértice de grieta.

Además de lo anteriormente establecido a partir de la observación de los contornos para la zona plástica
Además de lo anteriormente establecido a partir de la observación de los contornos para la zona plástica predichos por los tres modelos considerados. Desde un punto de vista cuantitativo, como se indicó anteriormente, se analizará como variable el área de la zona plástica. La figura 8 muestra la evolución con la longitud de grieta de las áreas de la zona plástica estimada experimentalmente y de la predicha por los tres modelos empleando el criterio de Von Mises.





De nuevo, los resultados experimentales muestran un gran nivel de acuerdo con el área de la zona plástica calculada a partir del modelo CJP para todas las longitudes de grieta analizadas. Sin embargo, el área predicha por los modelos de Westergaard y Williams es mayor que la obtenida experimentalmente. Además, los valores obtenidos mediante el modelo de Westergaard muestran un error progresivamente mayor con el incremento de la longitud de grieta, mientras que los obtenidos mediante el modelo de Williams permanecen bastante constantes. Por tanto, se puede concluir que el modelo CJP proporciona una excelente predicción del tamaño y la forma de la zona plástica comparada con los modelos de Westergaard y Williams.

La figura 9 ilustra cómo variará el área de la zona plástica en función del criterio de plastificación elegido. En este caso se han implementando los criterios de Von Mises y Tresca, analizando cómo varía el área de la zona plástica estimada experimentalmente y predicha por el modelo CJP. Como era de esperar, los tamaños obtenidos usando el criterio de Tresca son mayores, pero se sigue manteniendo la gran concordancia entre los resultados experimentales y las predicciones del modelo CJP.



Figura 9. Comparación entre el área de la zona plástica estimada experimentalmente y la predicha por el modelo CJP a máxima carga empleando tanto el criterio de Von Mises como el de Tresca.

6 CONCLUSIONES

En el presente trabajo se ha propuesto una metodología experimental novedosa para la evaluación cuantitativa del tamaño de la zona plástica durante el crecimiento de grieta a fatiga. Esta metodología emplea la diferenciación de los campos de desplazamientos medidos experimentalmente para obtener los campos de deformaciones que pueden combinarse con un criterio de plastificación para estimar el tamaño y la forma de la zona plástica en el vértice de grieta. Estas estimaciones se han comparado con predicciones de la zona plástica obtenidas a partir de modelos analíticos que describen los campos de tensiones y desplazamientos en las inmediaciones del vértice de grieta. Este trabajo indica que el modelo CJP proporciona la mejor predicción tanto del tamaño como de la forma de la zona plástica. Se propone que esta concordancia soporta el hecho de que el modelo CJP, a través de sus suposiciones respecto de la influencia de la plasticidad en el campo de tensiones elástico, define de forma más exacta el tamaño real de la zona plástica.

Los resultados presentados en el presente trabajo tratan de contribuir a un mejor entendimiento de los efectos protectores de la plasticidad generada en el vértice de grieta durante el crecimiento de grieta a fatiga. Se ha demostrado que el modelo CJP puede representar una potente herramienta en el estudio de problemas de mecánica de la fractura en los que el efecto de la plasticidad juega un papel importante.

REFERENCIAS

 A. Uğuz, J.W. Martin, Plastic zone size measurement techniques for metallic materials, *Materials Characterization* 37, 105-118, 1996.

- [2] A. Steuwer, L. Edwards, S. Pratihar, S. Ganguly, M. Peel, M.E. Fitzpatrick, T.J. Marrow, P.J. Withers, I. Sinclair, K.D. Singh, N. Gao, T. Buslaps, J.Y. Buffière, In situ analysis of cracks in structural materials using synchrotron X-ray tomography and diffraction, Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B: Beam Interactions with Materials and Atoms 246, 217-225, 2006.
- [3] D. Nowell, M.E. Kartal, P.F.P. de Matos, Digital image correlation measurement of near-tip fatigue crack displacement fields: constant amplitude loading and load history effects, *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures* **36**(1), 3-13, 2013.
- [4] F.A. Díaz, E.A. Patterson, J.R. Yates, Assessment of effective stress intensity factors using thermoelastic stress analysis, *The Journal of Strain Analysis for Engineering Design* **44**, 621-631, 2009.
- [5] S.I. Wright, M.M. Nowell, D.P. Field, A review of strain analysis using electron backscatter diffraction, *Microscopy and Microanalysis* 17, 316-329, 2011.
- [6] G.R. Irwin, Analysis of stresses and strains near the end of a crack traversing a plate, *Journal of Applied Mechanics* **24**, 361-364, 1957.
- [7] D.S. Dugdale, Yielding in steel sheets containing slits, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 8, 100-104, 1960.
- [8] M. Janssen, J. Zuidema, R.J.H. Wanhill, Fracture Mechanics, 2nd Edition, Spon Press, Abingdon, 2006.
- [9] M.N. James, C.J. Christopher, Y. Lu, E.A. Patterson, Local crack plasticity and its influence on the global elastic field, *International Journal of Fatigue* 46, 4-15, 2013.
- [10] M.L. Williams, On the stress distribution at the base of a stationary crack, *Journal of Applied Mechanics* **24**, 109-114, 1957.
- [11] C.J. Christopher, G. Laboviciute, M.N. James, E.A. Patterson, Extension of the CJP model to mixed mode I and II, *Frattura ed Integrità Strutturale* **7**, 161-166, 2013.
- [12] K. Ramesh, S. Gupta, A.A. Kelkar, Evaluation of stress field parameters in fracture mechanics by photoelasticity–Revisited, *Engineering Fracture Mechanics* 56, 25-45, 1997.

- [13] J.R. Yates, M. Zanganeh, Y.H. Tai, Quantifying crack tip displacement fields with DIC, Engineering Fracture Mechanics 77, 2063-2076, 2010.
- [14] N.I. Muskhelishvili, Some Basic Problems of the Mathematical Theory of Elasticity, Nordhoff International Publishing, Groningen, 1977.
- [15] A.K. Singh, Mechanics of Solids, Prentice-Hall of India, 2010.
- [16] R.J. Sanford, J.W. Dally, A general method for determining mixed-mode stress intensity factors from isochromatic fringe patterns, *Engineering Fracture Mechanics* 11, 621-633, 1979.
- [17] J.R. Rice, Mechanics of crack-tip deformation and extension by fatigue, In J. Grosskreutz (Ed.) STP 415 Fatigue Crack Growth, ASTM, PA, USA, 1967.

Mini presentaciones

REPARACIONES DE FISURAS SUPERFICIALES CON PARCHES DE MATERIAL COMPUESTO

I. Ivañez^{1*} y M. Braun^{2, 3}

 ¹Departamento de Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras (Universidad Carlos III de Madrid) Avda. de la Universidad 30, 28911, Leganés, Madrid, España
 *E-mail: idel@ing.uc3m.es
 ²Departamento de Construcciones, Facultad de Ingeniería (Universidad Nacional de La Plata) Calle 48 y 115 s/n, B1900TAG, La Plata, Buenos Aires, Argentina.
 ³Consejo Nacional de Investigación Científicas y Técnicas (CONICET) CCT La Plata Calle 8 Nº 1467, B1904CMC, La Plata, Buenos Aires, Argentina

RESUMEN

En este trabajo se presentan los resultados numéricos correspondientes al estudio del comportamiento de reparaciones de material compuesto sobre placas metálicas en las que existe una grieta superficial. Con el objetivo de evaluar la eficiencia de las reparaciones se ha calculado el factor de intensidad de tensiones en modo I para diferentes casos, evaluando los efectos de la profundidad y longitud de grieta así como del espesor de parche de material compuesto utilizado en la reparación. El análisis se ha realizado mediante la implementación de un modelo tridimensional de elementos finitos utilizando el código comercial Abaqus/Standard. Se han estudiados tres configuraciones: placa sin reparar, placa reparada con parche doble. Los resultados obtenidos han permitido establecer que la selección entre una reparación tipo parche de configuración simple o doble depende en gran medida de la profundidad de grieta y del espesor de parche utilizado.

PALABRAS CLAVE: Materiales compuestos, Reparaciones, Factor de Intensidad de Tensiones, Método de Elementos Finitos

ABSTRACT

In this work, the performances of circular single- and double-sided composite patch repairs are compared by computing the maximum stress intensity factor of a surface crack. The three-dimensional finite-element method is used to calculate the stress intensity factor along the crack tip. The effects of the crack depth and the composite patch thickness on the stress intensity factor variation are highlighted. The obtained results show that the selection of single- or double-sided patches depends on both the crack depth and the patch thickness.

KEYWORDS: Composites, Repairs, Stress Intensity Factor, Finite Elements Method

1. INTRODUCCIÓN

El uso de materiales compuestos para llevar a cabo reparaciones adheridas a componentes estructurales presentan numerosas ventajas, que incluyen: baja densidad, mejora del comportamiento a fatiga, reducción de costes y una excelente capacidad de conformación que permite la fabricación de parches con formas complejas [1,2]. Además, este tipo de reparaciones proporcionan una transferencia de carga más eficiente y uniforme en comparación con las reparaciones mecánicas, pues reducen la concentración de esfuerzos [3]. Sin embargo, en la actualidad las normas de certificación aplicables a estructuras primarias recomiendan evitar el uso de uniones sin tornillos [4]. Por lo tanto, la necesidad de adquirir conocimientos acerca de su comportamiento en diferentes condiciones y tipos grieta es evidente, lo que ha dado lugar al desarrollo de numerosas investigaciones durante las dos últimas décadas.

Típicamente, la estabilidad estructural de placas metálicas reparadas con parches de material compuesto se evalúa a partir del factor de intensidad de tensiones (FIT). A este respecto, debido al aumento de potencia de cálculo, el método de elementos finitos (MEF) ha contribuido considerablemente al conocimiento del comportamiento mecánico de defectos reparados mediante parches y ha sido utilizado por muchos autores [5-9]. El uso del MEF para la determinación del FIT ha permitido optimizar el diseño de parches, maximizando la relación entre la seguridad de la estructura y el coste de la reparación [5,6]. En este sentido, distintos autores [7,8] han analizado el rendimiento de parches con distintas formas, llegando a la conclusión de que su variación tiene un efecto significativo en el valor del FIT.

Ramji y Srilakshmi [9] han comparado el rendimiento de un solo parche frente al de doble cara en un panel de aluminio con una fisura central. En su trabajo encontraron que el comportamiento de ambos tipos de reparaciones es completamente distinto, y llegaron a la conclusión de que el parche de doble cara es más eficiente en todos los casos estudiados. También destacaron que en caso de reparaciones con un parche simple, el FIT en la superficie sin parche supera el valor obtenido en paneles sin reparar.

Los estudios presentados hasta el momento, se han centrado en placas de pared delgada donde se considera que el frente de grieta es recto. Sin embargo, el creciente uso de parches de material compuesto en aplicaciones navales ha dado lugar al análisis de placas más gruesas [10,11], donde el comportamiento es diferente al observado en placas delgadas. Usualmente, los fallos por fatiga en estructuras se deben a la iniciación y propagación de fisuras de muescas o defectos en el material, o en una esquina, que se propagan con frentes de grieta aproximadamente elípticos [12]. Existe falta de conocimiento en el análisis de la respuesta mecánica de paneles metálicos gruesos que presentan grietas a través del espesor, que pueden causar un fallo prematuro de los trenes de aterrizaje de aeronaves, largueros, refuerzos, y otros componentes [13]. En este contexto, una evaluación realista de las condiciones de fallo requiere la determinación precisa del FIT además de un estudio detallado del comportamiento del parche.

En este trabajo se presentan, en el contexto de la Mecánica de Fractura Elástica Lineal (MFEL), resultados del cálculo del FIT en modo I, correspondiente a la simulación numérica tridimensional de un panel de aluminio con una fisura superficial elíptica reparada mediante parches. Se ha evaluado el efecto de la profundidad y longitud de grieta, así como del espesor de parche de material compuesto utilizado en la reparación. Se han comparado los resultados obtenidos considerando tres configuraciones: placa sin reparar, placa reparada con parche de doble cara.

2. GENERALIDADES

En la figura 1 se presenta la geometría básica de la estructura fisurada estudiada, que consiste en una placa rectangular de aluminio con una fisura central sometida a tracción uniaxial en la dirección vertical. La placa es de aluminio T3 de dimensiones 254x254x12 mm, y contiene

una fisura elíptica de longitud 2a y profundidad c, como se detalla en la figura 1a. Las dimensiones de la placa han sido extraídas del trabajo experimental llevado a cabo por Jones y Chiu [14].



Figura 1. Geometría del modelo: (a) vista en perspectiva, (b) vista lateral. Todas las dimensiones en milímetros.

La fisura se repara mediante parches unidireccionales boro/epoxy, en los cuales la dirección de las fibras es paralela a la dirección de aplicación de la carga. La vista lateral presentada en la figura 1b muestra que el espesor del parche cuando se aplica en ambas caras es la mitad del espesor que se considera cuando se utiliza un parche simple, siguiendo el mismo procedimiento presentado por Albedah et al. [15].

El parche de material compuesto se une a la placa de aluminio mediante un adhesivo epoxy FM 73, que tiene un espesor de 0.15 mm [15]. En la tabla 1 se presentan las propiedades mecánicas de los distintos materiales modelizados [15].

Tabla 1. Propiedades mecánicas de los materiales.

Dropiadadas	Materiales			
riopiedades	Aluminio	Boro/epoxy	Adhesivo	
E _y - [GPa]	72	210	2.55	
E _x - [GPa]	-	19.6	-	
E _z - [GPa]	-	19.6	-	
ν_{xy}	0.33	0.3	0.32	
ν_{xz}	-	0.28	-	
ν_{yz}	-	0.28	-	
G _{xy} - [GPa]	-	7.2	-	
G _{xz} - [GPa]	-	5.46	-	
G _{yz} - [GPa]	-	5.46	-	

3. DESCRIPCIÓN DEL MODELO

Se ha implementado un modelo tridimensional utilizando el código comercial de elementos finitos Abaqus/Standard [16]. El modelo de elementos finitos consiste en tres partes: la placa fisurada, el adhesivo y el parche de material compuesto. La simetría del problema permite representar sólo la mitad de la estructura, por lo tanto el tamaño de análisis del dominio y el tiempo de cálculo se ven reducidos (ver figura 2).



Figura 2.Detalle de la malla del modelo numérico.

El contacto entre las distintas partes se ha modelizado considerando la hipótesis de adherencia perfecta a través de un contacto tipo *tie*, disponible en la librería de Abaqus/Standard [16]. La placa de aluminio es sometida a una tensión de tracción de 70 MPa.

Para poder capturar el alto gradiente de tensiones presente en las cercanías del extremo de grieta, se ha refinado la malla alrededor de esta área, donde el tamaño de los elementos se reduce a una dimensión de 0.015 mm. El FIT ha sido calculado mediante la Integral J, considerando 10 contornos de integración para cada punto del extremo de fisura. El plano de cada contorno de integración se ha definido en la dirección normal al frente de grieta.

La placa de aluminio y el adhesivo han sido discretizados con 336440 y 9858 elementos, respectivamente, mientras que el parche presenta 9858 elementos para cada milímetro de espesor. Todas las partes se encuentran malladas con elementos tipo C3D8R (elementos tridimensionales continuos de integración reducida de ocho nodos) [16].

4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

4.1. Validación de la malla: Comparación entre resultados numéricos y analíticos

En esta sección, se ha modelizado una placa tridimensional con una fisura superficial, y se han comparado los resultados obtenidos con la solución analítica dada por Newman y Raju [12], la cual permite calcular el FIT de una fisura elíptica en una placa sometida a tracción, de acuerdo a la siguiente expresión:

$$K_I = \sigma \left(\frac{\pi c}{Q}\right)^{1/2} F_s \tag{1}$$

Los parámetros de la ecuación se definen del siguiente modo:

$$Q = 1 + 1.464 \left(\frac{c}{a}\right)^{1.65}$$
(2)

$$F_{s} = \left[M_{1} + M_{2}\left(\frac{c}{t}\right)^{2} + M_{3}\left(\frac{c}{t}\right)^{4}\right]gf_{\phi}f_{W}$$
(3)

$$M_1 = 1.13 - 0.09 \ c/a \tag{4a}$$

$$M_2 = -0.54 + \frac{0.89}{0.2 + c/a} \tag{4b}$$

$$M_3 = 0.5 - \frac{1}{0.65 + c/a} + 14\left(1 - \frac{c}{a}\right)^{24}$$
(4c)

$$g = 1 + \left[0.1 + 0.35 \left(\frac{c}{t}\right)^2\right] (1 - \sin \phi)^2$$
 (4c)

$$f_{\phi} = \left[\left(\frac{c}{a}\right)^2 \cos^2 \phi + \sin^2 \phi \right]^{1/4} \tag{5}$$

$$f_W = \left[\sec\left(\frac{\pi a}{2b}\sqrt{\frac{c}{t}}\right)\right]^{1/2} \tag{6}$$

Todos los parámetros geométricos y el sistema de coordenadas utilizados se definen en la figura 3. Es importante mencionar que la expresión (1) es válida para: $0 \le c/a \le 2, a/b < 0.5$ y $0 \le \phi \le \pi$.

Para la validación de la malla se ha considerado una fisura de longitud y profundidad de 12.0 y 1.5 mm, respectivamente. Las dimensiones de la placa y sus propiedades mecánicas empleadas han sido definidas en la Sección 2 de este trabajo.



Figura 3. Representación de los parámetros geométricos y del sistema de coordenadas.



Figura 4. Comparación del FIT obtenido numérica y analíticamente.

En la figura 4 se presentan los resultados del FIT en función del ángulo ϕ , obtenidos numérica y analíticamente. Puede observarse que el FIT obtenido numéricamente tiene una buena correlación con la predicción analítica, presentando una diferencia máxima del 1%. Por lo tanto, esto confirma la eficiencia de la malla empleada, de modo que para los siguientes análisis se ha llevado a cabo la misma metodología.

4.2. Efecto de la profundidad de grieta en el FIT

En este estudio se ha considerado una longitud de fisura a de 12 mm y un radio de parche de 50 mm. El espesor de los parches de material compuesto es de 2 mm y 1 mm para el de simple y doble cara, respectivamente.

Los resultados presentados en esta sección son definidos en función del FIT normalizado máximo \overline{K}_I que se define de acuerdo a la siguiente expresión:

$$\overline{K}_I = \frac{K_I}{K_I^{np}} \tag{7}$$

Donde K_I y K_I^{np} representan el FIT máximo de la fisura reparada y sin reparar, respectivamente.

En la figura 5 se presenta la variación de \overline{K}_I obtenida para parches de simple y doble cara, en función de la profundidad de grieta (*c*) normalizada con respecto al espesor de la placa (*t*). De acuerdo con los resultados presentados, el rendimiento de la reparación de parche doble es independiente de la profundidad de la grieta, mientras que la eficacia del parche simple disminuye cuando aumenta la profundidad de la grieta. Los resultados muestran que el uso de las reparaciones con parches simples es más eficaz cuando la profundidad de la grieta es inferior a la mitad del espesor de la placa.

Por lo tanto, la elección entre el uso de reparaciones de parche de simple o doble cara dependerá de si la profundidad de la grieta es inferior o superior a la mitad del espesor de la placa a reparar.



Figura 5. Valores máximos del FIT normalizado para parches de simple y doble cara en función de la profundidad de fisura.

Es importante destacar que de acuerdo con el estudio presentado por Albedah et al. [15] sobre placas con fisuras de frente recto reparadas con parches circulares de material compuesto, en todos los casos estudiados los parches de doble cara son más eficientes que los parches de simple de una sola cara.

4.3. Efecto del espesor del parche en el FIT

En esta sección se ha estudiado la estructura presentada anteriormente, considerando diferentes espesores de parche (e_r). En las figuras 6 hasta 8 se presenta la variación del FIT normalizado máximo en función del espesor del parche, simple y doble, para diferentes profundidades de grieta (c = 3, 6 y 9 mm).

En todos los casos el rendimiento de la reparación aumenta con el espesor del parche. La reparación de parche simple es más eficiente en aquellos casos en que el espesor de la fisura es inferior a la mitad del espesor de la placa, como se puede ver en la figura 6.



Figura 6. Valores máximos del FIT normalizado para parches de simple y doble cara en función del espesor del parche (c/t = 0.25).



Figura 7. Valores máximos del FIT normalizado para parches de simple y doble cara en función del espesor del parche (c/t = 0.50).

Los resultados de la figura 7 muestran que el parche simple tiene mejor rendimiento para espesores de parche pequeños; sin embargo, conforme el espesor del parche aumenta, el parche doble es más eficiente. En ambos casos, el rendimiento de las reparaciones tiene una tendencia asintótica a un límite de eficiencia, con el aumento del espesor de parche.

En el caso de fisuras con profundidades superiores a la mitad del espesor de la placa reparada, como en el caso presentado en la figura 8, los parches de una sola cara presentan limitaciones mayores, resultado más eficiente el uso de parches dobles. Esto puede estar asociado a la asimetría que se presenta en la estructura reparada al utilizar parches gruesos en una sola cara, la cual crea un campo de flexión entre el parche y la placa, conduciendo a la aparición de tensiones más altas en las proximidades de la grieta [9].

En la figura 9 se presenta la diferencia del FIT normalizado entre los resultados obtenidos con parche simple y doble ($\Delta \overline{K}_I$), en función del espesor del parche. Este parámetro adimensional del FIT es definido como:

$$\Delta \overline{K}_I = \frac{\kappa_I^{sp} - \kappa_I^{dp}}{\kappa_I^{np}} \tag{8}$$

Donde K_I^{sp} y K_I^{dp} son el FIT máximo de una placa con parche simple y doble, respectivamente. Notar que valores negativos de $\Delta \overline{K}_I$ indican que el parche simple es más eficiente que el parche doble.

Los resultados presentados en la figura 9, muestran que el comportamiento de los parches dobles mejora el rendimiento de la reparación al aumentar el espesor de parche, o la profundidad de la grieta. Por lo tanto, se recomienda utilizar la técnica de parche simple sólo cuando la profundidad de la grieta es inferior a la mitad del espesor de la placa a reparar, y cuando la asimetría del parche no es lo suficientemente alta para disminuir su rendimiento.



Figura 8. Valores máximos del FIT normalizado para parches de simple y doble cara en función del espesor del parche (c/t = 0.75).



Figura 9. Diferencia entre el FIT normalizado máximo obtenido con parches de simple y doble cara en función del espesor del parche.

5. CONCLUSIONES

En el presente estudio se ha analizado la influencia de reparaciones de parches de material compuesto en el comportamiento mecánico de una placa de aluminio con una fisura superficial de frente elíptico, utilizando para ello el código comercial de elementos finitos Abaqus/Standard. La placa ha sido sometida a una carga de tracción uniaxial, y para cada caso analizado se ha evaluado el valor máximo del FIT. Se ha estudiado la influencia de los siguientes parámetros: configuración del parche (simple o doble cara), espesor de los parches, y la profundidad de la fisura.

Los resultados obtenidos muestran que la elección entre el uso de parches de simple o doble cara depende de la profundidad de la fisura. En fisuras con una profundidad inferior a la mitad del espesor de la placa, el rendimiento de los parches de simple cara es mejor en comparación con los parche de doble cara. A medida que la profundidad de la grieta aumenta, se recomienda el uso de parches de doble cara para reparar grietas superficiales. En todos los casos, el rendimiento de los parches aumenta con el espesor del parche de material compuesto. Sin embargo, debido a la creciente asimetría que presentan los parches de una sola cara la eficiencia de los mismos disminuye al aumentar su espesor. Por lo tanto, se recomienda el uso de parches dobles en fisuras superficiales con profundidades superiores a la mitad del espesor de la placa.

Además, con el objetivo de validar el refinamiento de la malla del modelo numérico, se han comparado los resultados numéricos del FIT de la placa fisurada sin reparar, con la solución analítica propuesta por Newman y Raju [12]. Se ha podido observar la buena correlación que existe entre los resultados numéricos y analíticos.

El análisis presentado en este trabajo permite predecir el FIT en placas con fisuras superficiales de frente elíptico, estableciendo de este modo un criterio de diseño óptimo en la elección del empleo de parches de simple o doble cara en función de las dimensiones de la fisura.

AGRADECIMIENTOS

Se agradece la financiación recibida para el desarrollo de este trabajo del Ministerio de Economía y Competitividad de España en el marco del proyecto DPI2013-42240-R.

REFERENCIAS

- [1] A. Baker, R. Jones. Bonded repair of aircraft structures, Martinus Nijhoff Publishers, 1989.
- [2] A. Baker, R.J. Chester. Recent advances in bonded composite repair technology for metallic aircraft components. In: Proceedings of the International Conference on Advanced Composite Materials, 45-49, 1993.
- [3] C.N. Duong, C.H. Wang. Composite Repair: Theory and Design. Elsevier Science Ltd, Oxford 2007.
- [4] S. Pantelakis, K.I. Tserpes. Adhesive bonding of composite aircraft structures: Challenges and recent developments. Sci China-Phys Mech Astron; 57: 2011, 2014.
- [5] B.A. Bachir Bouiadjra, M. Belhouari, B. Serier. Computation of the stress intensity factor for repaired cracks with bonded composite patch in mode I and mixed mode. Compos Struct; **56**:401-406, 2002.
- [6] F. Benyahiaa, A. Albedaha, B.A. Bachir Bouiadjra. Elliptical and Circular Bonded Composite Repair under Mechanical and Thermal Loading in Aircraft Structures. Mat Res; 17: 1219-1225, 2014.

- [7] D. Ouinas, B.B. Bouiadjra, B. Serier, M. Said Bekkouche. Comparison of the effectiveness of boron/epoxy and graphite/epoxy patches for repaired cracks emanating from a semicircular notch edge. Compos Struct; 80:514-522, 2007.
- [8] M. Kashfuddoja, M. Ramji. Design of optimum patch shape and size for bonded repair on damaged Carbon fibre reinforced polymer panels. Mater Des; 54:174–183, 2014.
- [9] M. Ramji, R. Srilakshmi. Design of composite patch reinforcement applied to mixed-mode cracked panel using finite element analysis. J Reinf Plast Compos; **31**: 585–595, 2012.
- [10] W. Kwon, B.L. Hall. Analyses of cracks in thick stiffened plates repaired with single-sided composite patch. Compos Struct; **119**: 727–737, 2015.
- [11] G.C. Tsai, S.B. Shen. Fatigue analysis of cracked thick aluminum plate bonded with composite patches. Compos Struct; **64**: 79–90, 2004.
- [12] Jr. J.C. Newman, I.S. Raju. Stress-Intensity Factor equations for cracks in three-dimensional finite bodies. Fracture Mechanics: Fourteenth Symposium. American Society for Testing and Materials, Philadelphia, 238-265, 1983.
- [13] R.J. Gran, F.D. Orazio, P.C. Paris, G.R. Irwin, R.H. Hertzberg. Investigation and Analysis Development of Early Life Aircraft Structural Failures, AFFDL-TR-70-149, U.S. Air Force Flight Dynamics Laboratory.
- [14] R. Jones, W.K. Chiu. Composites repairs to cracks in thick metallic components. Compos Struct, 44: 17–29, 1999.
- [15] A. Albedah, B.A. Bachir Bouiadjra, R. Mhamdia, F. Benyahia, M. Es-Saheb. Comparison between double and single sided bonded composite repair with circular shape. Mater Des; **32**: 996–1000, 2011.
- [16] Abaqus/Standard version 6.13. User's manual. Hibbit, Karlsson: 2013.

COMPORTAMIENTO CICLICO DE UN ACERO St-52-3N: INFLUENCIA DE LOS MÓDULOS DE ELASTICIDAD EN LAS ESTIMACIONES DE VIDA A FATIGA.

M. López-Prieto¹, B.Moreno¹, J.Zapatero¹, P. López-Crespo¹

¹ Departamento de Ingeniería Civil de Materiales y Fabricación, (Universidad de Málaga), C/Dr Ortiz Ramos s/n, 29071 Málaga, España, * E-mail: mlopezp@uma.es

RESUMEN

Dada la dependencia de los módulos de elasticidad en los métodos de estimación de vida a fatiga, se analiza el comportamiento cíclico y la variación de estos con el grado de deformación. En este estudio se llevan a cabo una serie de experimentos de fatiga uniaxial en control de deformación, con R=-1, a bajo número de ciclos y a temperatura ambiente, para caracterizar el comportamiento cíclico del acero al carbono St-52-3N. Se realizaron ensayos de fatiga uniaxial tanto de tracción como de torsión.

Se compara los valores de los módulos de elasticidad monotónico y cíclico, además de los valores cíclicos correspondientes a los segmentos de descarga y carga (E_1,E_2) (acordes con ISO/DIS 121106). Se pone de manifiesto la variabilidad cometida al calcular el incremento de deformación plástica según el Método Estándar de ensayo que utilicemos (BS/ISO, ASTM, AECMA) y que determinará en cada caso la estimación del módulo de elasticidad cíclico

PALABRAS CLAVE: Módulo de de elasticidad, comportamiento cíclico, fatiga, estimaciones de vida.

ABSTRACT

Given the dependence of the modulus of elasticity in the methods of estimating fatigue life, the cyclic behavior and the change of these with the total strain range is analyzed. A series of experiments, including constant amplitude low-cycle fatigue tests, with R = -1, were performed at room temperature, to characterize the cyclic behavior of carbon steel St-52-3N. Uniaxial fatigue test and torsional fatigue test were performed.

The values of monotonic and cyclic modulus of elasticity were compared, and the values of the modulus of elasticity determined on the unloading and loading segments (E_1,E_2) respectively in accordance with ISO / DIS 121106. It shows the variability committed to evaluate the plastic strain range under the different Standard Test method we use (BS / ISO, ASTM, AECMA) and which will determine in each case the way to estimate the cyclical elasticity module.

KEYWORDS: Modulus of elasticity, cyclical behavior, fatigue, life estimates.

INTRODUCCIÓN

Las propiedades mecánicas, tales como los módulos de elasticidad longitudinal y transversal, son comúnmente determinados con los ensayos monotónicos de tracción o torsión pura, usándose dichos valores en el diseño de componentes estructurales, estimaciones de vida, etc. Es sobradamente conocido que hay al menos dos valores para dichos módulos, el "estático" o monotónico y el "dinámico" o cíclico.

Además observaciones sobre los primeros ciclos de las curvas de histéresis muestran que realmente éstas no posee un segmento elástico lineal lo cual aumenta las posibilidades a la hora de elegir los valores de los módulos E o G con aproximaciones lineales.

En algunos casos es fácil determinar los módulos *E* o *G* de las curvas de tensión deformación con un alto grado de exactitud. Sin embargo, en las curvas de histéresis obtenidas durante ensayos a fatiga, resultan más difíciles de obtener y se obtienen diferentes valores en los segmentos de carga y descarga. Las diferentes normas de ensayo establecen distintos métodos para determinar con carga cíclica el rango de deformación plástica, $\Delta \varepsilon_{p}$. Dependiendo del método de cálculo empleado, esta variabilidad de resultados puede llevar en los ajustes a distintos valores de los coeficientes que caracterizan el comportamiento cíclico del material. Dichos valores, son

usados por los distintos modelos de daño para el cálculo de vida a fatiga. En este trabajo se analiza la influencia que este hecho puede tener en las predicciones de vida.

2. PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

2.1. Material

Todos los ensayos realizados en este trabajo fueron llevados a cabo temperatura ambiente usando un acero con bajo contenido en carbono (St-52-3N), el cual es usado ampliamente en aplicaciones estructurales, construcción naval, etc.

Tabla 1. Composición química para el acero St-52-3N considerado en este estudio (wt%)

С	Si	Mn	Р	S	Cr	Ni	Mo
0.17	0.225	1.235	0.010	0.0006	0.072	0.058	0.16

2.2 Probeta

Para la realización de los ensayos se han utilizado probetas cilíndricas hueca descritas en trabajos anteriores [3]. Para la caracterización de las propiedades del material se han realizado ensayos tanto monotónicos como cíclicos a torsión y a tracción (para tres niveles de deformación).

Tabla 2 Designación de las probetas utilizadas en los diferentes ensayos.

Ensayo	Designación	$N_{\rm f}$
Monotónico tracción	SPC-1, SPC-2	-
Monotónico torsión	SPC-3, SPC-4	-
Fatiga- Tracción		
$\Delta \varepsilon_{\rm t} = 0.8 \%$	SPC-5	1683
$\Delta \epsilon_t = 0.9\%$	SPC-6	1619
$\Delta \varepsilon_t = 0.1\%$	SPC-7	1200
Fatiga - Torsión		
$\Delta \gamma_t = 0.8 \%$	SPC-8	4200

2.3 Ejecución de los ensayos

Todos los ensayos fueron realizados en control de deformación con la ayuda de un extensómetro biaxial Epsilon 3550 utilizándose para ello una señal senoidal con una media de deformación cero (R=-1). El número de ciclos a la rotura, N_f , fue definido como el correspondiente al 10% de caída de la máxima amplitud de tensión.

Los ensayos se realizaron en una máquina servohidraúlica MTS 809, la cual permite aplicar cargas de tracción-compresión-torsión. Se han realizado ensayos con tres amplitudes de deformación axial en tracción-compresión y en una amplitud de deformación angular en torsión tal y como se resume en la tabla 2.

3. RESULTADOS

3.1 Resultados de los ensayos monotónicos de tracción y torsión

El ensayo monotónico de tracción revela un comportamiento lineal en el rango elástico, con un valor promedio de E = 206 GPa, Fig 1. A su vez con el ensayo monotónico de torsión se obtiene un valor promedio de G=76 GPa, Fig 2.



Fig.1 Curva tensión deformación del Ensayo Monotónico de tracción.



Fig.2 Curva tensión deformación del Ensayo Monotónico de torsión.

3.2 Resultados de ensayos cíclicos de tracción y torsión uniaxial.

De los ensayos cíclicos se obtuvieron los lazos de histéresis estabilizados a la mitad de la vida. Estos resultados para los tres niveles de deformación axial considerados se muestran en la figura 3. La determinación del módulo elástico a partir de la curva de histéresis se realiza partiendo de la deformación máxima en el segmento lineal de descarga, E_1 , o partiendo de la deformación mínima durante el segmento de carga, E_2 (fig. 4). Los valores calculados del módulo elástico dependerán entre otros del método de determinación, la frecuencia de muestreo y el incremento de deformación sobre el cual se lleva a cabo el ensayo [1].



Fig.3 Curva de histéresis a mitad de vida para las probetas SPC-5, SPC-6 y SPC-7.



Fig.4 Curva de histéresis a mitad de vida para la probeta SPC-5.

En la figura 5 se observa la variación de E_1 y E_2 con el rango de deformación usado en el ajuste lineal, decreciendo siempre estos con el aumento del rango de deformación utilizado en el ajuste lineal, con una variabilidad máxima del 11 % aproximadamente para ambos módulos.



Fig.4 Variación de $E_1 y E_2$ con el rango de ajuste de deformación desde el pico de la curva de histéresis $(\Delta \varepsilon_i = 0.4)$.

En este trabajo se ha determinado el módulo de elasticidad mediante ajuste lineal del segmento de carga E_2 o el de descarga E_1 de la curva de histéresis a mitad de vida (o desde el primer ciclo en el caso de $E_{1/4}$) con un rango de ajuste lineal 0,10 - 0,12 %.

3.3 Análisis de los resultados de los módulos de elasticidad.

Los resultados de la figura 5 muestran que la relación tensión-deformación en el inicio de los segmentos de carga y descarga no es estrictamente lineal, de ahí la dependencia de los módulos elásticos con el rango de deformación usado en el ajuste. Los valores obtenidos de E_1 y E_2 son menores que el correspondiente a los ensayos monotónicos. Además, como se muestra en la figura 6, dichos módulos cambian dependiendo del grado de deformación máxima aplicado a la probeta.



Fig.6 Variacion del modulo E_1 y E_2 con el rango total de deformación en las probetas a mitad de vida.

Durante el estudio también se ha obtenido la variabilidad de los módulos con el número de ciclos aplicados en el ensayo a fatiga, figuras 7 (a), (b) y (c). Los resultados muestran que dichos valores se estabilizan rápidamente, mucho antes de la mitad de la vida, y se mantienen prácticamente constantes.

Los resultados para el módulo de elasticidad transversal, G, obtenidos de los ciclos de histéresis del ensayo de fatiga a torsión pura se muestran en la figura 8. En este caso, los valores de los módulos G_1 y G_2 (correspondientes a los segmentos de descarga y carga del ciclo de histéresis) también se estabilizan rápidamente con el número de ciclos y también son superiores los valores obtenidos para el segmento de carga que para el de descarga. No obstante, a diferencia de los observado para los módulos de elasticidad longitudinales, los valores obtenidos de los módulos de elasticidad transversal G_1 y G_2 son muy similares con diferencias significativamente menores.

Las diferencias para las tres amplitudes estudiadas no excede del 11% para los ensayos de tracción-compresión (medido entre el valor inicial y rotura) y un 9,5 % para el ensayo de fatiga a torsión.



Fig.7 Variación de $E_1 y E_2$ con el número de ciclos para $\Delta \varepsilon_t = 0.8 \%$ (a), $\Delta \varepsilon_t = 0.9 \%$ (b) $y \Delta \varepsilon_t = 1 \%$ (c).



Fig.8 Variación de los módulos G_1 y G_2 con el número de ciclos para $\Delta \gamma_t = 0,8$ %.

3.4 Determinación de $\Delta \varepsilon_p$ en control de deformación para ensayos de fatiga a bajo número de ciclos.

En los ensayos a fatiga a bajo número de ciclos en control de deformación existen diferentes métodos, definidos en las distintas normas o standards de ensayos, para determinar el incremento de deformación plástica tal como se describe en tabla 3.

Tabla. 3 Standards para determinar $\Delta \epsilon_{P}$ en ensayos de fatiga a bajo número de ciclos en control de deformación.

Ensayo	Determinación de $\Delta \epsilon_p$
BS 7270:2006	$\Delta \varepsilon_{\rm p}$ en la fig. 5
ASTM- E606M-12	$=\Delta\varepsilon_{\rm t}-\frac{\Delta\Theta}{E^*}$
AECMA PrEN 3988	$\Delta \varepsilon_p$ en la fig. 5
ISO/DIS 12106	$=\Delta \varepsilon_{\mathrm{t}} - \frac{\Delta \sigma}{E_m}$

 E^* se define como el módulo obtenido ensayando la probeta a tensiones o deformaciones cerca del límite elástico. Asumimos que $E^* \approx E_{1/4}$, $(E_{1/4}$ módulo obtenido mediante ajuste lineal en el primer cuarto de ciclo), según la aproximación tomada por Kandil [1]. E_m es definido como la media entre módulos E_1 y E_2 .

Los resultados muestran pequeñas variaciones para $\Delta \epsilon_{p}$, en oposición a los estudios realizados anteriormente para una aleación de Níquel Niomic 101 [1], ó para fundiciones [2], presentando en aquellos trabajos errores en el cálculo entre 30% al 300% respectivamente.

El cálculo mediante el método ISO y AECMA dio similares resultados en los tres niveles de deformación realizados. El método ASTM sin embargo presentó ligeras diferencias con los anteriores, arrojando errores relativos del orden del 5%.



Fig.9 Diferencias del incremento de deformación plástica obtenidas acordes con los standards.



Fig.10 Error relativo del incremento deformación plástica calculado con los diferentes standards de ensayo.

3.4 Influencia en las estimaciones de vida a fatiga usando modelos de daño.

El comportamiento cíclico de un material se suele caracterizar en base a resultados de ensayos de fatiga a tracción y/o torsión, es decir, en base a las curvas ε -N y/o γ -N. En el caso de tracción, las curvas ε -N son definidas mediante los coeficientes $\sigma'_f y \varepsilon'_f y$ los exponentes b y c, ajustando (mediante regresión lineal en coordenadas logarítmicas) las semiamplitudes de deformación elástica y plástica independientemente (ecuación 1). De forma análoga se determinan los coeficientes $\tau'_f y \gamma'_f y$ los exponentes b_{γ} y c_{γ}, para el caso de las curvas γ -N.

$$\frac{\Delta\varepsilon}{2} = \frac{\Delta\varepsilon_e}{2} + \frac{\Delta\varepsilon_p}{2} = \frac{\sigma_f}{E} (2N_f)^b + \varepsilon_f (2N_f)^c \tag{1}$$

La diferente determinación de $\Delta \varepsilon_p$ según las distintas normas, hace que se obtengan distintos valores para los coeficientes y exponentes en el ajuste de la ecuación 1. En la tabla 4 aparecen los valores obtenidos a partir de la determinación de $\Delta \varepsilon_p$ siguiendo las normas ASTM (ajuste 1) o AECMA/BS (ajuste 2).

Tabla 4 parámetros cíclicos obtenidos en los distintos ajustes.

	Ajuste 1	Ajuste 2
$\sigma'_{\rm f}$	564 MPa	564 MPa
b	-0.058	-0.058
ε' _f	0.155	0.138
c	-0.466	-0.459

Como se puede comprobar a partir de los valores de la tabla las diferencias no afectan a los coeficientes de la parte elástica, puesto que éstos son función de las tensiones pero sí a los correspondientes a la parte plástica, el coeficiente $\epsilon'_f y$ el exponente c. Se pretende analizar la influencia de estas diferencias en las estimaciones de vida a fatiga usando modelos de daño.

Los modelos de daño usados en fatiga multiaxial establecen la vida a fatiga a través de un parámetro de daño. La relación entre parámetro de daño y vida se obtiene en general partir de ensayos con las curvas ε -N, dichas relaciones para los modelos de Fatemi-Socie (FS), Smith-Watson-Topper (SWT) y Liu I (LI) se corresponden con las ecuaciones 2, 3 y 4 respectivamente.

$$\frac{\Delta \gamma_{max}}{2} \left(1 + k \frac{\sigma_{n,max}}{\sigma_y} \right) = \frac{\tau_f'}{G} (2N_f)^{b_y} + \gamma_f' (2N_f)^{c_y}$$
(2)

$$\sigma_{n,max} \frac{\Delta \varepsilon_n}{2} = \frac{{\sigma_f'}^2}{E} (2N_f)^{2b} + \sigma_f' \varepsilon_f' (2N_f)^{b+c}$$
(3)

$$\left(\Delta\sigma_n\Delta\varepsilon_n\right)_{\max} + \left(\Delta\tau\Delta\gamma\right) = 4\sigma_f'\varepsilon_f'\left(2N_f\right)^{b+c} + \frac{4(\sigma_f')^2}{E}\left(2N_f\right)^{2b}(4)$$

Haciendo uso de estos modelos y a través del software libre disponible en la web efatigue se han estimado las vidas a fatiga para diferentes niveles de deformación axial equivalente usando los parámetros de los dos ajustes de la tabla 4. Para la aplicación del modelo de Fatemi-Socie los parámetros de torsión son estimados a partir de los de tracción. Los resultados obtenidos con el ajuste 1 se muestran en la tabla 5. Los resultados obtenidos con los parámetros del ajuste 2 se muestran en la tabla 6 como las diferencias en % obtenidas respecto a los valores de la tabla 5.

Tabla 5. Vidas estimadas (N_f) por los distintos modelos usando los parámetros del ajuste 1.

$\Delta\epsilon_{eq}/2$	$N_{f}(FS)$	$N_{f}(SWT)$	$N_{f}(LI)$
0.004	3860	3980	3870
0.003	10840	11620	11030
0.0027	16530	17770	16720
0.0025	22950	24420	22830
0.0021	52480	54890	50070
0.0019	90330	95770	85470
0.0015	433200	428400	367500

Tabla 6. Diferencias en % de las vidas estimadas usando los parámetros del ajuste 2 respecto a los valores mostrados en la tabla5.

$\Delta\epsilon_{eq}/2$	N _f (FS)	$N_{\rm f}(SWT)$	$N_{\rm f}(LI)$
0.004	-9.9	-10.1	-7.1
0.003	-8.3	-8.4	-5.2
0.0027	-7.7	-7.7	-4.4
0.0025	-7.1	-6.4	-3.3
0.0021	-5.9	-5.9	-2.4
0.0019	-5.0	-5.0	-1.4
0.0015	-2.8	-1.8	1.5

Los resultados mostrados en la tabla 6 muestran, como cabía esperar, que la diferente determinación de $\Delta\epsilon_p$ tiene mayor influencia en las estimaciones de vida a fatiga a bajo número de ciclos, donde predominan las deformaciones plástica, que alto número de ciclos, predominio de las deformaciones elásticas. El modelo de Liu I es menos sensible a dichas diferencias que los modelos de Fatemi-Socie y Smith-Watson-Topper. Con cualquiera de los tres modelos analizados puede concluirse que la influencia es pequeña dado que las diferencias no superan el 10 %.

CONCLUSIONES

- Los resultados de este trabajo arrojan pocas variaciones en los valores de Δε_p calculados con los diferentes métodos, en contra de los resultados obtenidos para por F.A. Kandil [1] y
- Los valores cíclicos correspondientes a los segmentos de descarga y carga (E₁,E₂) son diferentes y siempre E₁ menor que E₂.
- Los resultados del ensayo también muestran que después de unos pocos ciclos, los valores del modulo E₁ y E₂ no son constantes y decrecen gradualmente con el incremento de deformación, con lo que se comporta de manera no lineal.
- La determinación de $\Delta \varepsilon_p$ en ensayos a fatiga con control de deformación establecida de forma distinta en diferentes normas conduce a distintos valores de los parámetros que caracterizan el comportamiento cíclico del material.
- Los distintos parámetros cíclicos obtenidos conducen a similares estimaciones de vida por los modelos de daño de Fatemi-Socie, Smith-Watson-Topper o Liu I analizados en este trabajo.
- •

• AGRADECIMIENTOS

Agradecer el apoyo financiero del Ministerio de Economía y Competitividad a través del proyecto referencia DPI2012-33382 y de la Junta de Andalucía a través del Proyecto de Excelencia TEP- 3244.

REFERENCIAS

- [1] F.A. Kandil, Potencial ambiguity in the determination of the plastic strain range component in LCF testing, *International Journal of Fatigue 21* (1999) 1013–1018.
- [2] ISO/DIS 12106. Metallic materials -- Fatigue testing -- Axial-strain-controlled method.

- [3] Lopez-Crespo P, Moreno B, Lopez-Moreno A, Zapatero J. Study of crack orientation and fatigue life prediction in biaxial fatigue with critical plane models. Engineering Fracture Mechanics. 2015;136:115-130.
- [2] BS 7270:2006. Metallic materials. Constant amplitude strain controlled axial fatigue. Method of test, British Standards Institution, 2006.
- [4] ASTM E606 / E606M-12, Standard Test Method for Strain-Controlled Fatigue Testing, ASTM International, West Conshohocken, PA, 2012.
- [5] PrEN 3988:1998. Aerospace series, Test methods for metallic materials - constant amplitude straincontrolled low cycle fatigue testing. AECMA, draft no. 2, March 1998.

EL EFECTO DE LA TENSIÓN MEDIA DE CORTADURA EN LA RESISTENCIA A FATIGA TORSIONAL DE UN ACERO 34CrNiMo6

L. Pallarés-Santasmartas^{1*}, J. Merzeau², J. Albizuri¹, R. Avilés¹, N. Saintier²

¹ Departamento de Ingeniería Mecánica, Escuela Técnica Superior de Ingeniería de Bilbao, UPV/EHU Alameda de Urquijo s/n, 48013 Bilbao
² École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers ParisTech à Bordeaux-Talence Esplanade des Arts et Métiers - 33405 TALENCE Cedex

* E-mail: lpallares001@ikasle.ehu.eus

RESUMEN

El presente estudio consiste en una investigación teórica, experimental y fractográfica del efecto de tensiones medias estáticas de torsión en el comportamiento a fatiga de altos ciclos de un acero 34CrNiMo6 de alta resistencia en estado de templado y revenido (UTS = 1.210 MPa), empleado comúnmente en componentes altamente solicitados mecánicamente.

Se han obtenido las curvas S-N de torsión S-N curvas bajo diferentes valores tensiones de cortadura media. Los resultados experimentales mostraron que el aumento de la tensión cortante media reduce gradualmente la amplitud de torsión que el material puede soportar sin fallo.

Los resultados de los ensayos han sido comparados con las predicciones teóricas de los métodos de fatiga multiaxial de Findley, Robert y Marin, los cuales tienen en cuenta el efecto de las tensiones medias cortantes. Los dos primeros muestran una buena correlación con los ensayos, dando soporte experimental a las teorías que dependen de los esfuerzos cortantes medios.

Se han realizado macro y micro análisis de la fractura de las probetas con el objetivo de obtener las características de la fractura para diferentes valores de cortadura media en torsión cíclica.

PALABRAS CLAVE: Fatiga multiaxial, Torsión, Tensiones medias cortantes, HCF

ABSTRACT

The present study consists of a theoretical, experimental and fractographic investigation of the effect of superimposed static shear stresses on the high cycle fatigue behavior of a 34CrNiMo6 high strength steel in quenched and tempered condition (UTS=1210 MPa), commonly employed in highly stressed mechanical components.

The torsion S–N curves under different values of mean shear stress were obtained. Experimental results showed that increasing the mean shear stress gradually reduces the shear stress amplitude that the material can withstand without failure.

The results of the present tests are compared with the theoretical predictions from Findley, Robert and Marin multiaxial fatigue methods which take into account the effect of the mean shear stresses, showing a good agreement for the first two ones, and giving support to the methodologies which are dependent on mean shear stresses.

Macro-analysis and micro-analysis of specimen fracture appearance were conducted in order to obtain the fracture characteristics for different mean shear stress values under torsion fatigue loading.

KEYWORDS: Multiaxial fatigue, Torsion, Mean shear stresses, HCF

1. INTRODUCCIÓN

El efecto de las tensiones medias de torsión en la resistencia a la fatiga es un asunto controvertido en el mundo ingenieril, existiendo grupos de investigación con opiniones contrapuestas acerca de su influencia. En cualquier caso, se puede afirmar que esta influencia es

menor que la de las tensiones normales medias, especialmente en materiales dúctiles.

Una hipótesis muy extendida en la literatura es que la tensión media de torsión no influye en la resistencia a fatiga torsional, siempre que no se alcance el límite elástico en cortadura τ_{yp} . Esta teoría se basa entre otras

en las investigaciones de Smith en los años 30 y 40 del pasado siglo [1], que también aparecen recogidas en el trabajo de Sines de 1959 [2]. Esta hipótesis ha sido representada por Papadopoulos [3] mediante la figura 1.



Figura 1: Imagen esquemática del efecto de las tensiones medias cortantes en fatiga torsional [3]

Utilizando esta hipótesis, algunos de los métodos de análisis de fatiga multiaxial más utilizados, como los de Sines [4], Crossland [5] o Dang Van [6] no tienen en cuenta la influencia de la torsión media. Su aplicación por lo tanto y en todo caso debería estar limitada al límite de fatiga.

Sin embargo, existen numerosos estudios en los que se documenta una influencia apreciable de las tensiones medias cortantes en torsión cíclica, como por ejemplo en las campañas experimentales realizadas por Findley [7], Chodorowski [8] o Wang y Miller [9]. En la figura 2 se muestran los resultados obtenidos por Findley [7] para un aluminio aeronáutico.



Figura 2: Resultados experimentales obtenidos por Findley [7] para un aluminio 76S T61.

Los resultados de Findley muestran una influencia aproximadamente lineal de las tensiones medias cortantes, manteniéndose la pendiente aproximadamente constante con el número de ciclos, incluso para vidas superiores a 1 millón de ciclos.

Como consecuencia de ello, otros métodos tienen en cuenta las tensiones medias de torsión. Los primeros que asumieron esta hipótesis, en los años 50, son los de Marin [10] y Findley [11], o más recientemente los de Robert [12] o Papuga [13] entre otros.

Debido a la controversia sobre el efecto de las tensiones medias cortantes, los autores han decidido realizar una campaña en fatiga torsional con tensiones medias cortantes para un acero de alta resistencia.

2. ENSAYOS EN FATIGA TORSIONAL CON TENSIONES MEDIAS CORTANTES

El material escogido para realizar los ensayos ha sido el acero 34CrNiMo6, suministrado en barras de diámetro 30 mm y en estado de temple y revenido. La elección de este material se fundamenta en su uso habitual en piezas de alta responsabilidad sometidas a fatiga. Las propiedades monotónicas del mismo se muestran en la tabla 1.

Tabla 1. Propiedades monotónicas del acero 34CrNiMo6 usado en los ensayos

Propiedad monotónica	Símbolo	Valor
Tensión última	σ_{UTS}	1210 MPa
Tensión de cedencia	$\sigma_{yp \ 0.2}$	1084 MPa
Alargamiento en rotura	A (%)	12.18%
Reducción de área	Z (%)	60.17%

Para la realización de los ensayos se ha optado como en otros ensayos similares [14] por una probeta con una geometría "hourglass", que permite concentrar los fallos en una zona de la probeta, permitiendo disminuir la dispersión. Las dimensiones de la misma se muestran en la figura 3.



Figura 3: Probeta "hourglass" utilizada en los ensayos de fatiga torsional

Los ensayos han sido realizados con un equipamiento anteriormente utilizado en otras campañas experimentales [15], con un par máximo en torsión de 150 N.m. Todos los ensayos se han realizado a 50 Hz.

La campaña ha estado focalizada en la obtención de la parte inclinada de la curva S-N, aunque en el futuro se pretende obtener la zona correspondiente a vidas mayores de 1 millón de ciclos mediante el método de la escalera.

En la figura 4 se muestran los resultados correspondientes a la parte inclinada de la curva S-N de amplitud de torsión para diferentes valores de torsión media constante. Como puede observarse, el efecto de la torsión media es claramente medible en la zona de vida finita.



Figura 4: Ensayos en torsión cíclica para diferentes valores de torsión media.

Las modelizaciones de Basquin para torsión totalmente revertida (R=-1) y para torsión media de 250 MPa se corresponden respectivamente a las ecuaciones (1) y (2):

Torsión totalmente revertida: $\log N = 57.1303 - 19.3969 \cdot \log S$ (1)

Torsión media de 250 MPa: $\log N = 49.3949 - 16.6739 \cdot \log S$ (2)

La sensibilidad a las tensiones medias de torsión M_{τ} , definida como la pendiente del diagrama de Haigh en torsión, puede ser calculada para el caso de torsión media de 250 MPa a través de la ecuación (3).

$$M_{\tau} = \frac{\tau_{a(R=-1)} - \tau_{a(\tau_m = 250)}}{250}$$
(3)

El parámetro M_{τ} ha sido anteriormente utilizado por varios investigadores en fatiga multiaxial [14,15] para determinar comparativamente la influencia de las tensiones medias cortantes.

Por lo tanto, combinando las ecuaciones (1) y (2) con la definición de la ecuación (3), la sensibilidad a las tensiones medias cortantes puede ser calculada en función del número de ciclos, mostrándose los valores de M_{τ} para el rango 50.000 < N_{ciclos} < 500.000 en la figura 5.



Figura 5: Sensibilidad a las tensiones medias cortantes en el rango 50.000 < Nciclos < 500.000

Como puede observarse, la sensibilidad a las tensiones medias cortantes no disminuye en el rango de vida finita estudiado en la campaña experimental para la curva de torsión media de 250 MPa.

3. CORRELACIÓN DE LOS EXPERIMENTOS CON ALGUNOS MÉTODOS DE FATIGA MULTIAXIAL

En el presente documento se analizará la correlación de los diferentes métodos con algunos de los métodos de fatiga multiaxial que tienen en cuenta el efecto de la torsión media en fatiga torsional.

El método de Marin [10] fue junto al de Findley uno de los primeros puede ser expresado de forma general mediante la ecuación (4).

$$\left(\frac{\sqrt{3}\cdot\sqrt{J_{2,a}}}{\sigma_{-1}}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{J_{2,m}}}{\sigma_{UTS}}\right)^2 \le 1$$
(4)

Este método requiere únicamente la resistencia a fatiga axial totalmente revertida σ_{-1} y la tensión última de rotura σ_{UTS} . Para el caso particular de torsión pura puede definirse mediante la expresión (5)

$$\tau_a \leq \frac{\sigma_{-1}}{\sqrt{3}} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{\tau_m}{\sigma_{ut}}\right)^2} \tag{5}$$

Lo que indica que el método de Marin es sensible a las tensiones medias de torsión, y que la forma geométrica en el diagrama de Haigh de torsión es una elipse.

Otro método ampliamente utilizado, y correspondiente a la categoría de métodos de plano crítico es el método de Findley [11]. Este método busca primero el plano en el que se maximice la función de daño de la ecuación (6):

$$\tau_a^*(\varphi,\theta) + \alpha_F \cdot \sigma_{\max}^*(\varphi,\theta) \tag{6}$$

Una vez obtenida la pareja de ángulos (ϕ^*, θ^*) en la que esta función es máxima, el criterio se aplica mediante la expresión (7), donde α_F y λ_F son parámetros del material que pueden ser ajustados con las resistencias a fatiga totalmente revertidas axial y torsional.

$$\tau_a^*(\varphi^*, \theta^*) + \alpha_F \cdot \sigma_{\max}^*(\varphi^*, \theta^*) \le \lambda_F \tag{7}$$

Al no ser necesario que el plano de la función de Findley sea el de máxima amplitud de cortadura, existe una influencia de las tensiones medias de cortadura, que puede ser representada por la relación (8):

$$\tau_{a} = \frac{\sqrt{\lambda_{F}^{2} \cdot \alpha_{F}^{2} + \lambda_{F}^{2} - \alpha_{F}^{2} \tau_{m}^{2}} - \alpha_{F}^{2} \cdot \tau_{m}}{1 + \alpha_{F}^{2}}$$
(8)

Otro método ampliamente utilizado es el de Robert [12], que puede ser considerado como una evolución del método de Findley. El plano crítico en el método de Robert queda definido mediante la maximización de la expresión (9):

$$\tau_a^*(\varphi,\theta) + \alpha_R \cdot \sigma_a^*(\varphi,\theta) + \beta_R \cdot \sigma_m^*(\varphi,\theta)$$
(9)

Al igual que en el método de Findley, una vez obtenida la pareja de ángulos (ϕ^*, θ^*) en la que esta función es máxima, el criterio se aplica mediante la siguiente función de daño, definida en (10):

$$\tau_a^*(\varphi^*, \theta^*) + \alpha_R \cdot \sigma_a^*(\varphi^*, \theta^*) + \beta_R \cdot \sigma_m^*(\varphi^*, \theta^*) \le \lambda_R \quad (10)$$

Los 3 parámetros de material α_R , β_R y λ_R para el método de Robert pueden ser ajustados mediante 3 ensayos, generalmente mediante las resistencias a fatiga axial y torsional revertida, y un tercer ensayo como el axial pulsante (R=0). En caso de no disponerse de este tercer ensayo, puede aplicarse la fórmula empírica de Dowling [16] para aceros, expresada en la ecuación (11).

$$\sigma_0 = \sigma_{-1} \cdot 2^{-0.0002\sigma_{UTS} + 0.8818} \tag{11}$$

Al igual que en el caso del plano crítico de Findley, el plano crítico de Robert no es necesario que sea el de máxima amplitud de cortadura, existiendo por lo tanto una influencia de las tensiones medias de cortadura, que puede ser expresada mediante la ecuación (12):

$$\tau_{a} = \frac{\sqrt{\tau_{-1}^{2} \cdot (\alpha_{R}^{2} + 1)^{2} - \beta_{R}^{2} \cdot \tau_{m}^{2}} - \beta_{R} \cdot \alpha_{R} \cdot \tau_{m}}{\alpha_{R}^{2} + 1}$$
(12)

Para el ajuste de los parámetros de material de los métodos se ha utilizado la resistencia a torsión totalmente revertida mediante la ecuación (1); y también los datos procedentes de una campaña experimental de flexión rotativa aún no publicados. Las resistencias a fatiga torsional para torsión media de 250 MPa son conjuntamente mostrados con los otros dos ensayos en la tabla 2.

Tabla 2. Datos de resistencia a fatiga para	varios
números de ciclos dados	

	Resistencia a fatiga (MPa)			
No. Ciclos	σ ₋₁ (Bending)	τ ₋₁ τ _m =0 MPa	τ_a $\tau_m=250$ MPa	
50 000	792	505	479	
100 000	724	487	460	
200 000	682	470	441	
500 000	645	448	418	

Los resultados obtenidos para la curva de torsión media 250 MPa para cada una de las metodologías es mostrada en la Tabla 3. Los errores porcentuales para los 3 métodos utilizados junto con la hipótesis de no tener en cuenta el efecto de las tensiones medias cortantes es mostrado en la tabla 4.

Tabla 3. Resultados comparativos de amplitud de torsión soportada de acuerdo a los diferentes métodos

	Amplitud de torsión para τ_m =250 MPa					
No. Ciclos	ExperimentsMarinFindleyRobeEcuación (2)Ec. (5)Ec. (8)Ec. (1)					
50 000	479	447	482	496		
100 000	460	409	450	476		
200 000	441	385	426	458		
500 000	418	364	401	437		

Tabla 4. Resultados comparativos en Error (%). Un valor negativo implica una hipótesis no-conservadora.

	Error (%)			
No. Ciclos	Marin	Findley	Robert	Sin efecto
50 000	6.7	-0.5	-3.4	-5.3
100 000	11.1	2.0	-3.6	-5.9
200 000	12.6	3.4	-4.0	-6.6
500 000	12.7	3.9	-4.6	-7.4

Los resultados de la tabla 3 muestran que la función de daño de Marin es excesivamente conservadora. El método de Robert subestima el efecto de las tensiones medias cortantes, pero las estimaciones son sensiblemente mejores que las de los métodos que no tienen en cuenta la torsión media. Como puede observarse, el método de Findley es sensiblemente conservador en la mayoría de los casos, y además mostrando una buena correlación con los resultados experimentales.

4. OBSERVACIONES DE LA FRACTURA

En general existe un comportamiento parecido al observado por otros investigadores cuando el número de ciclos es relativamente alto [14]: en los ensayos con fallos en un número elevado de ciclos no se observó una grieta visible hasta pocos ciclos antes de la rotura.

En algunos casos con tensiones medias cortantes, después de nuclearse esta grieta, siempre cercana a algún plano de máxima cortadura, propagó en modo II unas micras, para posteriormente empezar a propagar rápidamente en planos de máxima tensión normal. En la figura 6 puede la forma de la grieta para un ensayo con torsión media. El eje de la probeta es el eje horizontal del dibujo.



Figura 6: Probeta sometida a un ensayo τ_a = 420 MPa; τ_m = 250 MPa; Nciclos=508792.

Sin embargo, se han observado comportamientos diferentes a los señalados en [14]. En varios especímenes con tensión cortante nula y altas vidas, la grieta ha iniciado y propagado en planos de máxima cortadura.

Por otra parte, con valores de torsión cortante máxima iguales o superiores a 710 MPa (p.e. τ_a = 460 MPa; τ_m = 250 MPa) se han observado múltiples iniciaciones, todas en planos de máxima cortadura, pudiéndose producir el fallo antes de la coalescencia entre las diferentes macrogrietas.

5. DISCUSIÓN

Los ensayos muestran una sensibilidad a las tensiones medias cortantes M_τ que se mantiene aproximadamente constante con el número de ciclos en el rango estudiado (50.000 < N < 500.000). La sensibilidad a la torsión media es en gran medida similar a los de otros aceros estructurales analizados previamente en la literatura [17].

Los modos de fallo observados en las superficies fracturadas pueden ser diferentes entre sí incluso para unos mismos niveles de torsión amplitud y media, pero el efecto de las tensiones medias cortantes parece hacerse patente a través de la propagación en planos de máxima tensión normal. Ésta podría ser una razón para argumentar la buena correlación de resultados experimentales de la función de daño de Findley, dependiente de la máxima tensión normal al plano de daño, que no es el de máxima amplitud de cortadura.

6. CONCLUSIONES

El efecto de las tensiones medias cortantes en la resistencia a fatiga para vidas inferiores a 1 millón de ciclos es cuantificable para el acero 34CrNiMo6, existiendo una sensibilidad prácticamente constante ($M_{\tau}\approx0.11$) en el rango de vida finita estudiado, comprendido entre 50.000 y 500.000 ciclos.

Los métodos que no dependen de las tensiones medias cortantes no parecen adecuados para ser utilizados en rangos de vida inferiores a 1 millón de ciclos, tal como han realizado algunos autores [18,19].

Los métodos de Robert y sobre todo Findley muestran una buena correlación con los resultados experimentales, dando soporte a las teorías que dependen de las tensiones medias cortantes, especialmente las basadas en los métodos de plano crítico cuyo plano de fallo no es el de máxima amplitud de cortadura.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer a Javier Gómez y a Arantza Linaza por sus valiosos comentarios y consejos respecto a la planificación de los ensayos y cuestiones metalúrgicas.

REFERENCIAS

- [1] Smith J.O., "The effect of range of stress on the fatigue strength of metals" University of Illinois Engineering Experiment Station, Bulletin series No. 334
- [2] Sines G., "Behavior of Metals under Complex Static and Alternating Stresses", in: Metal Fatigue, Editors: George Sines and J.L. Waisman. McGraw-Hill Book company, 1959.
- [3] Papadopoulos I.V. et al. "A comparative study of multiaxial high-cycle fatigue for metals" Int. J. Fatigue 19 (1997) 219-235

- [4] Sines G. "Failure of materials under combined repeated stresses with superimposed static stresses." NACA-TN-3495. NACA, Washington; 1955.
- [5] Crossland B., "Effect of large hydrostatic pressure on the torsional fatigue strength of an alloy steel." In: Proceedings of international conference on fatigue of metals. London: Institution of Mechanical Engineers; 1956. p. 138–149.
- [6] Dang Van K. "Sur la résistance à la fatigue des métaux." Thèse de Doctorat ès Sci, Sci Techniq l'Armement 1973;47:647.
- [7] Findley W.N. "Combined-stress fatigue strength of 76S-T61 Aluminum alloy with superimposed mean stresses and corrections for yielding." NACA-TN-2924. NACA, Washington; 1953.
- [8] Chodorowski WT. "Fatigue strength in shear of an alloy steel, with particular reference to the effect of mean stress and directional properties". In: Proc. Int. Conf. Fatigue of Metals. London: I. Mech. Eng.; 1956. p. 122–31.
- [9] Wang C.H., Miller K.J.: "The effect of mean shear stress on torsional fatigue behaviour". Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures, Vol. 14, No.2/3, pp.293-307,1991.
- [10] J. Marin, in: 'Proc. Int. Conf. on Fatigue of Metals', Institution of Mechanical Engineers, London, 1956, pp. 184-194
- [11] W. Findley. A theory for the effect of mean stress on fatigue of metals under combined torsion and axial load or bending. J Eng. Ind., Trans ASME 1959;81(4):301–6.
- [12] J.L. Robert, "Contribution à l'étude de la fatigue multiaxiale sous sollicitations périodiques ou aléatoires", Thèse de Doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, Lyon, 1992
- [13] Papuga J., Ruzicka M. "Two new multiaxial criteria for high cycle fatigue computation" Int. J. Fatigue 30 (2008) 58-66
- [14] P. Davoli et al. "Independence of the torsional fatigue limit upon a mean shear stress" Int. J. Fatigue 25 (2003) 471-480
- [15] Froustey C., Laserre S., "Multiaxial fatigue endurance of 30NCD16 steel". Int J Fatigue 11 No 3 (1989) pp 169-175
- [16] N.E. Dowling et al. "Mean stress effects in stresslife fatigue and the Walker equation" Fatigue Fracture Engng Mater Struct 32 (2009), 163–179

- [17] Baier, F.: Zeit- und Dauerfestigkeit bei überlagerter statischer und schwingender Zug-Druck- und Torsionbeanspruchung. [PhD thesis]. Stuttgart, Universität Stuttgart 1970
- [18] Cristofori et al. "A stress invariant based criterion to estimate fatigue damage under multiaxial loading" Int. J. Fatigue 30 (2008) 1646-1658
- [19] Mamiya et al. "Multiaxial fatigue life estimation based on a piecewise ruled S-N surface" Int. J. Fatigue 33 (2011) 529-540

EMPLEO DEL ENSAYO DE FATIGA PARA ESTIMAR EL DETERIORO POR CORROSIÓN BAJO TENSIÓN EN UN ACERO TREFILADO

L. Rodríguez Duro^{1*}, M. A. Morales Hortelano¹, F. J. Sainz de Cueto Torres¹

¹Laboratorio Central de Estructuras y Materiales (CEDEX – Ministerio de Fomento) Alfonso XII, 3-5, 28014 Madrid *E-mail: laura.rodriguez@cedex.es

RESUMEN

La **corrosión bajo tensión** es una de las causas más importantes de daño en las estructuras de hormigón pretensado. Se produce por la combinación de un material susceptible a la corrosión, la presencia de un medio corrosivo y la existencia de tensiones mecánicas. Por otro lado, la **fatiga** es una forma de fractura, que se debe a la reiteración de tensiones cíclicas por debajo de la resistencia última, hasta que producen la rotura final.

En este trabajo se trata de valorar el daño causado por la corrosión bajo tensión en un **acero pretensado**, examinando la modificación de otras características con referencia al acero sin dañar. La propiedad que se ha analizado es la fatiga. Para ello se han preparado las muestras de acero en diferentes **niveles de corrosión** para posteriormente, haciendo uso del ensayo de fatiga, analizar el comportamiento del acero.

Se ha demostrado que el ensayo de fatiga es una buena herramienta para la cuantificación del deterioro por corrosión bajo tensión del acero pretensado, mediante la determinación de su **vida residual**. El **daño acumulado** evaluado mediante las curvas de Wöhler aumenta, aunque no de forma lineal con el grado de corrosión. Para los primeros niveles de corrosión el daño aumenta significativamente pero a partir de los intermedios este incremento es mucho menos acusado.

PALABRAS CLAVE: Corrosión bajo tensión, Fatiga, Acero pretensado, Curva Wöhler

ABSTRACT

The stress corrosion cracking is one of the more important causes of damage in the prestressed concrete structures. It takes place for the combination of a corrosion susceptible material, the presence of a corrosive medium and the existence of mechanical tensions. On the other hand, the fatigue is a form of fracture, which is due to the reiteration of cyclical tensions below the ultimate tensile strength, until the final failure is produced.

In this work the damage caused by the stress corrosion cracking on prestressed steel has been assessed, examining the modification of other characteristics with reference to the steel without damage. The property that has been analyzed is the fatigue strength. For it the steel specimens have been corroded in different corrosion levels for later, making use of the fatigue test, to analyze the behaviour of the steel.

It has been demonstrated that the fatigue test is a good tool to quantify the deterioration of the prestressed steel because of stress corrosion cracking, by means of the determination of its residual life. The accumulative damage evaluated by means of the Wöhler's curves increases, but not of linear form versus the corrosion rate. For the first corrosion levels, the damage increases significantly but this increase is much less marked from intermediate corrosion levels.

KEYWORDS: Stress Corrosion Cracking, Fatigue, Prestressing Steel, Wöhler's curve

1. INTRODUCCIÓN

La **corrosión bajo tensión** es una de las causas más importantes de daño en las estructuras de hormigón pretensado. Las armaduras activas pueden sufrir corrosión bajo tensión debido a distintos procedimientos agresivos tanto químicos como abrasivos o a causa de revestimientos escasos u hormigones inapropiados para el ambiente en el que se sitúa la estructura.

La corrosión bajo tensión aparece como consecuencia de la **combinación de tres factores**: un material susceptible a la corrosión, presencia de un medio agresivo y existencia de tensiones mecánicas. No es un requisito suficiente para que la corrosión se produzca la existencia del medio agresivo y de las tensiones mecánicas [1]. Para que la **susceptibilidad** a la corrosión bajo tensión tenga lugar se deben tener en cuenta otras **características metalúrgicas** del material: composición química, tamaño de grano, microestructura, tratamiento térmico, etc. [2].

Las **Normas ASTM** definen la fatiga como: "Término general usado para describir el comportamiento de materiales sometidos a ciclos repetidos de tensión o deformación que ocasiona un deterioro del material que produce una fractura progresiva, localizada y permanente". El término de **progresiva** hace referencia a que el daño producido por la fatiga va aumentando a lo largo del tiempo que la estructura esté en funcionamiento y el término de **permanente** alude a que este daño no desparece ni aunque las cargas sean retiradas [3].

Las **cargas cíclicas** pueden ser de **naturaleza axial**, **flexional o torsional**. Lo verdaderamente significativo es conocer la **amplitud** y la **frecuencia** de estas tensiones que hacen que éstas puedan clasificarse en tensiones **simétricas**, **asimétricas** o **de carácter aleatorio**. En el caso de este estudio se trabajó con **fatiga a tracción** que es el esfuerzo característico del acero de pretensado (Figura 1).



Figura 1. Graficas de las diferentes cargas cíclicas existentes: (a) carga oscilante alternada, (b) carga oscilante, (c) carga pulsatoria intermitente y (d) carga pulsatoria.

Los primeros estudios documentados sobre el fenómeno de fatiga fueron realizados hace más de 100 años por August Wöhler. A partir de estas investigaciones aparecieron las llamadas **curvas de Wöhler** o **curvas S-**N (Stress – Number of cycles) en las que se representen en el eje de ordenadas la **tensión máxima aplicada** en cada ciclo de carga y en el eje de abscisas el **número de ciclos de rotura**.

Esta curva desciende primero y a partir de un determinado número de ciclos se mantiene horizontal.

Este número de ciclos en los materiales férreos varía entre 2 y 10 millones. Al utilizar **la escala logarítmica** se pueden diferenciar los cambios de pendiente que no se expondrían al usar coordenadas cartesianas. Estos cambios de pendiente son los que nos permiten distinguir entre **fatiga de bajo número de ciclos** y **fatiga de alto número de ciclos**. O lo que es lo mismo, una zona de vida finita y una zona de vida infinita o de endurancia. La recta horizontal define el límite de resistencia a la fatiga del material (Figura 2) [4].



Figura 2. Representación en escala logarítmica de la curva de Wöhler [4].

Este trabajo de investigación trataba de valorar el daño causado por la corrosión bajo tensión en un acero de pretensado, analizando la modificación de sus propiedades con referencia al acero sin dañar. La herramienta de análisis que se ha usado principalmente fue la **fatiga** [5].

La parte experimental consistió en la realización de **ensayos de corrosión bajo tensión** para caracterizar el material, conocer su tiempo de rotura y utilizando esta información, establecer los niveles de corrosión; y la ejecución de **ensayos de fatiga** con el objetivo de trazar las curvas de Wöhler de las muestras sin corroer y de aquellas con un cierto grado de corrosión y así valorar el daño causado por la corrosión bajo tensión a través de su comportamiento en el ensayo de fatiga.

2. PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

El **acero de pretensado** es una material muy importante en diferentes campos de la ingeniería civil por lo que es el objetivo de incontables investigaciones científicas. Entre sus aplicaciones es usado como armadura activa en las estructuras de hormigón prentensado.

Se obtiene por **trefilado a partir de un alambrón de 10 a 15 mm de diámetro**, seguido posteriormente de un tratamiento termomecánico de envejecimiento (estabilización).

Su **microestructura** es la típica de un **acero eutectoide** formada por colonias perlíticas en las que se alternan las bandas de ferrita y cementita.

El material utilizado en este estudio es un acero para pretensar liso en forma de alambre de 5 mm de diámetro nominal, con una resistencia mínima garantizada de 1.860 MPa.

El ensayo de corrosión bajo tensión se realizó siguiendo el procedimiento de la norma UNE-EN ISO 15.630-3:2011 apartado 10 [6]. El ensayo determina el **tiempo** hasta alcanzar la **rotura** de una probeta sometida a una carga de tracción constante y sumergida en una solución a una temperatura constante dada.

Como medio agresivo se usó una disolución de 200 gr de tiocianato amónico en 800 ml de agua destilada. Según norma, se considera que se ha completado el ensayo bien por rotura de la probeta, bien por haber alcanzado el tiempo establecido.

Este ensayo está basado en el ensayo FIP (de la Federación Internacional del Pretensado) y es aceptado universalmente desde hace más de 40 años como un medio para reproducir de forma acelerada cómo afecta la corrosión en las propiedades del acero.

El **Laboratorio Central de Estructuras y Materiales** del **Cedex** cuenta con tres máquinas para realizar ensayos de corrosión bajo tensión cada una de ellas compuestas por un marco rígido o bastidor y una célula o recipiente de disolución. Los **bastidores horizontales** son de carga permanente de 2 m de longitud. La capacidad de carga máxima es de 300 kN. Cada una de ellas está conectada a un **ordenador** con un software que se usa como medidor de tiempo (Figura 3).



Figura 3. Marco rígido de ensayo.

Con el objetivo de estudiar más en profundidad cómo afecta la corrosión bajo tensión en las características del material y a fin de cuantificar el deterioro de las propiedades del acero al aumentar el grado de corrosión con relación al acero sin daño se realizaron ensayos de fatiga después de diferentes niveles de corrosión.

En base al estudio anteriormente hecho del material y su comportamiento en corrosión bajo tensión, se

establecieron unos grados de corrosión en los cuales la probeta no se rompía pero se corroía de forma tal que esto influía en sus propiedades.

El procedimiento de preparación fue exactamente el mismo siguiendo la norma UNE-EN ISO 15.630-3:2011 [6] pero ahora el ensayo no se realiza hasta la rotura de la probeta sino que se detiene una vez alcanzado el tiempo de corrosión establecido.

Una vez que se paraba el ataque, se procedía al desmontaje del ensayo. Cuando las **probetas corroídas** pero no fracturadas se sacaban de la célula correspondiente, se limpiaban con etanol para que la disolución corrosiva en contacto con el aire no continuara actuando y las probetas pudieran ser usadas en un **ensayo posterior.**

Como herramienta de análisis se utiliza el ensayo de fatiga que se realizó siguiendo el procedimiento de la norma UNE-EN ISO 15.630 – 3: 2011 apartado 9 [6].

Consiste en someter a la probeta a un esfuerzo axial de tracción, el cual varía cíclicamente según una onda sinusoidal de frecuencia constante en la zona elástica.

El ensayo debe efectuarse en condiciones de fuerza superior, amplitud de fuerza y frecuencia estables. Se realizó hasta la rotura de la probeta, o hasta alcanzar sin colapso, el número de ciclos de fuerza especificado en la norma de producto correspondiente.

Si la rotura tenía lugar en las mordazas o a una distancia 2 veces el diámetro del alambre, o se iniciaba debido a una particularidad excepcional de la probeta, el ensayo podía considerarse no válido.

El **Laboratorio Central de Estructuras y Materiales** del **Cedex** cuenta con un equipo para realizar ensayos de fatiga, una máquina servohidráulica dinámica equipada con una célula de carga de 350 kN de capacidad conectada a un ordenador el cual dispone de un software para el manejo de la misma (Figura 4).

Para obtener la **curva de Wöhler** las muestras se ensayaban a fatiga hasta rotura a diferentes rangos de tensión:

- primero del acero de pretensado sin corroer
- segundo del acero de pretensado con **distintos** grados de corrosión.

Para reducir la duración de los programas experimentales, una vez alcanzado el límite de fatiga para este material (2 millones de ciclos) se interrumpía el ensayo.



Figura 4. Máquina servohidráulica dinámica.

3. RESULTADOS

Los **ensayos de corrosión bajo tensión** para la **caracterización del material** dieron como resultado un valor medio del tiempo de rotura de 4,52 horas.

En base a estos valores se establecieron unos niveles de corrosión en los que las probetas no se rompían pero se corroían. Se fijaron 4 niveles por debajo de la media del tiempo de rotura: 1ª nivel 1 hora de corrosión, 2º nivel 2 horas de corrosión, 3º nivel 3 horas de corrosión y 4º nivel 4 horas de corrosión (Figura 5).



Figura 5. Valores del ensayo de corrosión bajo tensión y niveles de corrosión.

En la Figura 6 se puede observar la fractura típica de corrosión bajo tensión hallada en este trabajo y obtenida por **microscopía óptica**. La fractura no presentaba el aspecto de una rotura de carácter dúctil, sino más bien una apariencia de carácter frágil con ausencia total de estricción de la zona, aspecto típico de la rotura inducida por fragilización por hidrógeno.

Se puede ver que la primera etapa se inicia debido a una imperfección y evoluciona uniformemente en un plano con una pendiente muy pronunciada respecto al plano transversal hasta un tercio del diámetro y en la segunda etapa la fisura se extiende violentamente de forma arborescente a partir del punto medio de la primera. Esta segunda etapa es la consecuencia de la dispersión variable de la primera, fruto de la fuerza aplicada, mientras que la primera es el resultado del desarrollo creciente como consecuencia de la actuación conjunta de la carga y el medio corrosivo [9].



Figura 6. Imagen de rotura de desarrollo típico de corrosión bajo tensión vista transversalmente.

Se realizaron casi unos **200 ensayos de corrosión bajo tensión** con diferentes niveles de ataque, 27 de ellos se programaron para 5 horas, una más que el nivel más alto mencionado, pero como más del 50 % se rompieron antes de completar el ataque se decidió no continuar; además, los pocos resultados obtenidos en el ensayo de fatiga de las probetas que sí completaron el ataque permitieron intuir que el comportamiento del material era similar, en cuanto al porcentaje de daño alcanzado, al de los niveles intermedios.

Se llevaron a cabo más de **250 ensayos de fatiga de muestras** sin corroer y muestras con diferentes grados de corrosión. Estos resultados se recogen en la representación gráfica de las curvas de Wöhler para todas estas muestras (Figura 7).

Se trazan todas juntas para poder hacer una **comparación** entre ellas. Se hace la representación de los resultados de una forma **doblemente logarítmica** para poder aproximar los resultados a una recta.

Como se puede ver, la recta que corresponde a las muestras corroídas en el primer nivel, con un daño del 25% aproximadamente, está claramente más cerca de la recta de las muestras **sin corroer**. A partir del segundo nivel de corrosión, el daño que se observa en el comportamiento a fatiga es del mismo orden de magnitud, ligeramente superior al 50 %, igual que para el tercer y el cuarto nivel de corrosión. Esto parece indicar que existe un cambio de etapa en el proceso de

fisuración del alambre entre el primer nivel de corrosión, y entre los niveles siguientes.



Figura 7. Curvas de Wöhler de los resultados del ensayo de fatiga según el nivel de corrosión en escala bilogarítmica.

En el **grado de corrosión más bajo** el proceso de fisuración de la probeta está en la etapa de nucleación. Casi el 70 % de las muestras rompieron en el ensayo de fatiga **fuera de la zona corroída.** Esto sucede porque en este nivel de corrosión, el daño medio alcanzado es la mitad que en las muestras corroídas en los siguientes niveles. Parece que ese **tiempo no sea suficiente** para nuclear una fisura en la zona corroída. Al ensayar estas muestras en fatiga existe la posibilidad de que se nuclee y se propague otra fisura fuera de la zona corroía, generada en alguna irregularidad propia del material más crítica que las provocadas con el ataque previo de corrosión.

En los **niveles intermedios de corrosión**, la fisura responsable de la rotura del alambre se encuentra en la etapa de propagación. La propagación es una etapa que abarca la mayor parte de la duración del proceso de rotura en la que no se aprecia una disminución significativa del número de ciclos al aumentar el tiempo de corrosión. Si se **alcanzara un nivel superior de daño por corrosión** el proceso de rotura se situaría próximo al colapso del alambre, la disminución de los ciclos de fatiga sería notable y el porcentaje de daño también sería mayor.

La **acumulación de daño** supone la suma acumulada de los cambios en el material que se producen en este caso por el tiempo de exposición a la corrosión. Estos cambios se traducen en el avance de la grieta.

En la gráfica de la Figura 8 se ha trazado una banda entre la que se pueden encontrar todos los valores obtenidos para daño acumulado. Se puede ver que según va aumentado el nivel de corrosión dicha banda se va abriendo para poder englobar todos los valores obtenidos, ya que la dispersión es mayor y es necesaria mayor distancia entre los valores límite.



Figura 8. Daño acumulado por nivel de corrosión.

En el **primer nivel** de corrosión, como ya se ha dicho, la rotura está en la etapa de nucleación. A partir del segundo nivel, el daño que se observa en el comportamiento a fatiga es del mismo orden de magnitud que para un tercer o cuarto nivel y la rotura del alambre está en la etapa de propagación.

Esto es plenamente coincidente con el concepto de rotura frágil asociada a estos fenómenos, en los que la fase de propagación prácticamente consume toda la vida útil del material. Se cree que al pasar a un nivel de corrosión superior se alcanzaría un porcentaje mayor de daño y la grieta pasaría rápidamente a la siguiente fase de rotura final.

Una de las aportaciones más importantes hechas en este estudio es la de incluir la fractura de las muestras rotas en el ensayo de fatiga y con diferentes grados de corrosión. Estas imágenes fueron obtenidas por **microscopía óptica.**

La rotura aunque se produjo por la fractura **final** de la muestra corroída en el **ensayo de fatiga** tiene una apariencia más parecida a la rotura de corrosión bajo tensión pura que a la rotura de fatiga pura.

Esto sucede porque la fisura responsable del colapso final se inició en el ensayo de corrosión bajo tensión y aunque la muestra rompe finalmente en el ensayo de fatiga, la fisura continúa el camino iniciado en la corrosión y rompe como tal.

Se puede ver en la Figura 9 el desarrollo de la fractura previo a la rotura final tiene un resalte muy desigual formado por semiondas en línea con el eje del alambre que progresan hasta llegar el otro borde, típico en el avance característico de una rotura por corrosión bajo tensión.

La rotura vista **longitudinalmente** revela, como en el caso de la corrosión bajo tensión pura y de la fatiga pura, que dicha fractura no presenta la apariencia de una rotura de carácter dúctil sino más bien presenta un carácter frágil con ausencia total de estricción de la zona (Figura 10).



Figura 9. Imagen de sección transversal de rotura de corrosión bajo tensión-fatiga.



Figura 10. Imagen de sección de rotura de corrosión bajo tensión - fatiga vista longitudinalmente.

4. CONCLUSIONES

Por último, se exponen el resumen de las conclusiones más relevantes de este estudio:

Como parte fundamental de esta investigación, para cuantificar el daño por corrosión en las propiedades de un acero de pretensado y poder evaluar su grado de ataque mediante ensayos mecánicos, se ha planteado como posible herramienta de análisis el ensayo de fatiga. Para ello se han realizado ataques previos de corrosión bajo tensión sobre unas 200 probetas para su posterior ensayo.

Se ha demostrado que el ensayo de fatiga es una buena herramienta para la cuantificación del deterioro por corrosión bajo tensión del acero de pretensado, mediante la determinación de su vida residual.

De los 250 ensayos de fatiga distribuidos en diferentes niveles de corrosión se puede decir que según aumenta el tiempo de corrosión disminuye el número de ciclos soportados.

Los diagramas de Wöhler evaluados con una distribución normal doblemente logarítmica, muestran

que la pendiente de la recta va aumentando según se incrementa el nivel de corrosión.

El daño acumulado evaluado mediante las curvas de Wöhler aumenta, aunque no de forma lineal, con el grado de corrosión. Es decir, para los primeros niveles de corrosión el daño aumenta significativamente pero a partir de los intermedios este incremento es mucho menos acusado.

Las fracturas obtenidas en el ensayo de fatiga con muestras previamente corroídas analizadas mediante microscopio óptico revelan un carácter frágil con ausencia total de estricción en la zona. A pesar de que la rotura se produce por la fractura final de la muestra corroída en el ensayo de fatiga tiene una apariencia más próxima a la de rotura de corrosión bajo tensión pura.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer al Centro de Estudios y Experimentación de Obras Públicas los medios puestos a su disposición y el apoyo recibido para la realización de este trabajo de investigación y a EMESA Trefilería (Arteixo, La Coruña) por el suministro del acero utilizado en el estudio.

REFERENCIAS

[1] J. R. Galvele, Corrosión bajo tensión. Estado Actual del conocimiento, *Anales de mecánica de la fractura* **18**, 8-13, 2001.

[2] S. Feliu, M. C. Andrade, Corrosión y protección metálicas *Madrid: CSIC*, 1991.

[3] I. Aramburu, A. M. Irisarri, Análisis de los modelos de acumulación de daño de fatiga *Anales de mecánica de la fractura* **20**, 161-166, 2003.

[4] V. Badiola, Cargas variables – Diseño de máquinas, 55-79, 2004.

[5] L. Rodríguez Duro, Evaluación del daño por corrosión bajo tensión en un acero de pretensado mediante condiciones experimentales de fatiga *Tesis*. *Grado de Doctor en Ciencias Físicas. Universidad Complutense de Madrid*, 2015

[6] AENOR, UNE-EN ISO 15.630-3:2011 Acero para el armado y el pretensado del hormigón. Métodos de ensayo. Parte 3: Acero para pretensar, 2011.

[7] L. Rodríguez Duro, F. J. Sainz de Cueto Torres, M. A. Morales Hortelano, Corrosión bajo tensión del acero de pretensado. Análisis mediante solicitación de fatiga *Monografías CEDEX* (En imprenta)

PREDICCIÓN DE LAS CARGAS DE ROTURA DE PROBETAS ENTALLADAS DE RESINAS EPOXI MEDIANTE MODELOS COHESIVOS

M. A. Garrido¹, A. Serrano², A. Salazar¹, J. Gómez³, J. Rodríguez^{1*}

¹DIMME, Grupo de Durabilidad e Integridad Mecánica de Materiales Estructurales. Universidad Rey Juan Carlos. C/ Tulipán, s/n. 28933 Móstoles. Madrid. Spain. *jesus.rodriguez.perez@urjc.es

> ² Departamento de Ingeniería y Gestión Forestal y Ambiental. Universidad Politécnica de Madrid

³ Advanced Materials Simulation, S. L. Madrid, Spain

RESUMEN

La aplicación de la teoría de distancias críticas para la predicción de cargas de rotura en sólidos entallados de material polimérico necesita de valores muy elevados de la tensión característica, valores que deben ser mucho mayores que los de la resistencia a tracción sin una justificación clara. El empleo de modelos cohesivos en los que el material es elástico lineal requiere también de valores de la resistencia cohesiva muy elevados para que los resultados del modelo se acerquen a la realidad. En este trabajo se ha analizado la rotura de una serie de probetas de flexión en tres puntos con diferentes radios de entalla fabricadas en resina epoxi. Se ha realizado una simulación numérica basada en un modelo cohesivo y considerando el material elastoplástico. Los resultados se han comparado con resultados previos obtenidos de ensayos experimentales y se analizado el efecto de la triaxialidad en los valores de resistencia cohesiva necesarios para obtener buenas predicciones de las cargas de rotura.

PALABRAS CLAVE: resinas epoxi, probetas entalladas, cargas de rotura.

ABSTRACT

The critical distances theory for predicting failure loads of notched solid polymer material requires assuming very high values of the characteristic stress. These values have to be much higher than the nominal tensile strength without a reasonable explanation. The use of cohesive models for linear elastic materials also requires very high cohesive strength values so that the results of the model are closer to the experimental ones. This paper has analyzed the failure of a batch of three-point bending specimens with different notch radii made of epoxy resin. Numerical simulations based on a cohesive model considering the elastic-plastic material have been carried out. The results are compared with previous results obtained from experimental three-point bending tests. Additionally, the effect of triaxiality on the cohesive strength values required to get good predictions of the experimental failure loads has been also analyzed.

KEYWORDS: epoxy resins, notched specimens, failure loads.

1. INTRODUCCIÓN

El estudio de los criterios de rotura en sólidos entallados es fundamental en la integridad estructural, pues son constantes los elementos donde existen concentradores de tensión semejantes a una entalla.

Existen diversas aproximaciones para abordar el estudio de la integridad de sólidos entallados, desde teorías empíricas simplificadas como la teoría de las distancias críticas [1] hasta modelos no lineales como el modelo de zona cohesiva [2]. Los detalles de ambos planteamientos son bien conocidos por la comunidad científica. No obstante, la aplicación de estas teorías y modelos al caso de los materiales poliméricos está menos extendida que para otros tipos de materiales y, además, encuentra algunas dificultades específicas.

Williams y Kinloch [3] estudiaron el efecto del enromamiento de las grietas generadas por *tapping* en la

medida de la tenacidad de fractura en resinas epoxi, aplicando la teoría de distancias críticas. Para explicar sus resultados utilizaron una resistencia específica varias veces superior a la resistencia a tracción del material. Una modificación que incluye una corrección por plasticidad ha sido publicada recientemente [4]. Algo similar sucede con otros materiales poliméricos como el policarbonato [5]. Aunque se ha argumentado que el efecto de constricción plástica es el responsable de necesitar una tensión característica tan alta, permanece sin resolver de un modo satisfactorio la utilización de una propiedad única para probetas lisas, entalladas y agrietadas [1].

La utilización de modelos de zona cohesiva es una alternativa más avanzada a la teoría de las distancias críticas. Rodríguez y colaboradores [6,7] han aplicado modelos de zona cohesiva para describir el comportamiento de una serie de probetas entalladas de resinas epoxi, desde radios de varios mm hasta probetas agrietadas, pasando por probetas entalladas con radios de decenas de micras. El material masivo se consideró elástico lineal y los elementos cohesivos fueron modelados con una función de ablandamiento lineal. Como en el caso de la teoría de distancias críticas la resistencia cohesiva necesaria para reproducir los datos experimentales tenía que ser muy alta, más de tres veces superior a la tensión de cedencia del material. De nuevo, el modelo de zona cohesiva no puede predecir simultáneamente las cargas de rotura de probetas lisas y entalladas, incluyendo entre estas últimas las correspondientes a fisuras naturales.

Las predicciones del modelo de zona cohesiva con material elástico lineal, pueden mejorarse incorporando comportamientos elastoplásticos para el material masivo [8]. De esta forma es esperable acercar la tensión cohesiva a la tensión de cedencia del material, por la limitación de las tensiones en la zona plástica. Aun así, sigue permaneciendo el obstáculo de describir con un único modelo una serie de probetas entalladas entre los casos extremos de probeta lisa y probeta fisurada.

Recientemente [9,10] se han publicado algunos trabajos que proponen una influencia del grado de triaxialidad en las propiedades del material cohesivo, es decir, en los valores de la tensión cohesiva y de la energía de fractura que determinan la función de ablandamiento. En estos modelos de zona cohesiva, los parámetros anteriores no serían propiedades únicamente dependientes del material, sino que estarían condicionados por el estado tensional. Lógicamente para introducir esta dependencia con la triaxialidad será necesario contar con una referencia, bien experimental o bien basada en las predicciones de otro tipo de modelo que considere a escala microestructural el comportamiento íntimo del material.

El objetivo de este trabajo consiste en determinar la influencia que el grado de triaxialidad puede tener en las

propiedades del modelo de zona cohesiva características de una resina epoxi. Se utilizará como referencia del modelo numérico la serie de experimentos en probetas entalladas con distintos radios publicada recientemente por los autores [7].

2. METODOLOGIA

2.1 Experimentos.

El material estudiado es una resina epoxi comercial (DGEBA), cuyas propiedades mecánicas pueden determinarse mediante ensayos de compresión en deformación plana [11]. Su módulo elástico es 2,65 GPa y su tensión de cedencia 85 MPa. Es característico de las resinas epoxi presentar una zona de ablandamiento para continuar con una etapa de endurecimiento que para esta resina particular está caracterizada por una pendiente de la curva tensión deformación de 600 MPa.

Como se ha dicho anteriormente, los resultados experimentales que van a servir como base de este estudio han sido previamente publicados [7] y allí pueden consultarse todos los detalles del procedimiento experimental. A modo de resumen se puede decir que se trata de una serie de ensayos de probetas de flexión en tres puntos con unas dimensiones $6x12x54 \text{ mm}^3$. En estas probetas se introdujeron entallas con diferentes radios, desde el caso de una grieta natural (R=0,2 µm) hasta radios de 2 mm.

2.2 Modelo numérico.

El modelo de elementos finitos de las probetas entalladas se ha realizado con el programa comercial ANSYS, versión 14.0. Puesto que todos los casos analizados en este trabajo presentan simetría con respecto al plano de simetría de la entalla, sólo se ha analizado la mitad de la probeta. Se ha utilizado un mallado adaptativo en función del valor del radio de la entalla, es decir, un mallado fino en el fondo de entalla, aumentando gradualmente con la distancia a esa zona.

Se han empleado elementos cuadriláteros de 8 nodos para el material masivo con un modelo de material elastoplástico bilineal con las propiedades citadas al comienzo de este apartado. No se ha considerado la fase de ablandamiento. Para el proceso de rotura se han empleado elementos cohesivos de 6 nodos con una función de ablandamiento lineal, que depende básicamente de dos parámetros, la tensión cohesiva y la energía de fractura.

Como condición de carga se ha impuesto una fuerza sobre el nodo superior del plano de la sección de simetría, junto con condiciones de contorno que impiden el desplazamiento vertical sobre el apoyo de la probeta en flexión. Asimismo, se ha impedido el desplazamiento horizontal sobre los elementos cohesivos. Un ejemplo del tipo de malla empleada se incluye en la Figura 1.

El cálculo se ha realizado en todos los casos en condiciones de deformación plana.



Figura 1. Ejemplo del tipo de malla empleada en el modelo de elementos finitos.

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Los resultados experimentales de las cargas de rotura se recogen en la figura 2 con su grado de incertidumbre. Estos resultados experimentales se completan con los ensayos realizados en probetas lisas sin entallas. Por falta de disponibilidad del material las probetas lisas no tenían las mismas dimensiones que las entalladas. Para unas dimensiones nominales de probeta lisa de 3x6x24mm³, la carga de rotura se situó en 420 ± 30 MPa, con un total de 5 ensayos realizados.



Figura 2. Cargas de rotura experimentales para probetas entalladas y agrietadas.

Los resultados del modelo numérico están condicionados por las propiedades del elemento cohesivo. Se ha utilizado una ley de ablandamiento lineal en la que se ha mantenido la energía de fractura constante de valor igual a la medida en la probeta agrietada, 40,73 J/m², que se ha ensayado de acuerdo con la normativa ESIS [12]. Los valores de la tensión cohesiva se han ido variando hasta conseguir una buena

predicción del modelo numérico. Resultados numéricos y experimentales sólo coinciden si el valor de la resistencia cohesiva varía con el radio, como se recoge en la figura 3.



Figura 3. Valores de la tensión cohesiva en función del radio de la entalla.

Los valores incluidos en la figura 3 son aquellos con los que hay que alimentar el modelo numérico para conseguir que las predicciones coincidan con los resultados experimentales. No obstante, el valor de la tensión cohesiva que recoge la figura 3 está condicionado por el estado tensional, que es diferente en función del radio de entalla. La figura 4 muestra los valores de la presión hidrostática y de la tensión equivalente de Von Mises para los elementos que se encuentran en el frente de grieta, en el momento de alcanzar la carga máxima. Estos valores se representan para diferentes radios de entalla, incluyendo el caso de la probeta lisa.



Figura 4. Valores de la presión hidrostática y de la tensión cohesiva en el frente de grieta en función del radio de la entalla.

Parece que los valores de la tensión cohesiva presentan una cierta correlación con el estado tensional, en particular, con la presión hidrostática. Es habitual utilizar el grado de triaxialidad, *H*, definido como el cociente entre la presión hidrostática, p, y la tensión equivalente de Von Mises, σ_{eq} :

$$H = \frac{p}{\sigma_{ea}}$$

La figura 5 muestra simultáneamente la variación del grado de triaxialidad y de la tensión cohesiva en términos del radio de la entalla.



Figura 5. Grado de triaxialidad y tensión cohesiva en función del radio de la entalla.

En la línea de los trabajos de Siegmund y Brocks [9], orientados hacia la descripción de procesos de rotura dúctil, estos resultados parecen indicar la necesidad de considerar la dependencia con el grado de triaxialidad de los parámetros de la función de ablandamiento, que no serían ya una propiedad del material sino que estarían condicionados por el estado tensional.

Al haber utilizado una función de ablandamiento lineal, los parámetros necesarios son la tensión cohesiva y la energía de fractura. En este trabajo, se ha optado por mantener la energía de fractura constante en todos los casos y variar únicamente la tensión cohesiva, ya que la energía de fractura se conoce en el caso límite de la probeta agrietada (0,2 μ m de radio de entalla). Probablemente, la energía de fractura sea también dependiente del grado de triaxialidad, pero para conocer cómo varía es necesario contar con un caso de referencia y con una ley de variación.

Finalmente, hay que decir que los resultados presentados en este trabajo son sólo una primera aproximación que pretende únicamente resaltar la dependencia de los parámetros de la función de ablandamiento con la triaxialidad del estado tensional. Un modelo que incorpore con rigor esta dependencia debería tener en cuenta dos aspectos claves que complican considerablemente la cuestión. En primer lugar, el estado tensional no es homogéneo en el caso de un sólido entallado y, por tanto, cada elemento cohesivo tiene su propia triaxialidad. El código numérico debería implementar la ley de dependencia de los parámetros del modelo cohesivo con la triaxialidad, para que ésta

sea calculada para cada elemento en el elemento sólido adyacente. En segundo lugar, el cálculo necesariamente deberá descansar en un algoritmo iterativo, puesto que los valores de los parámetros de la ley cohesiva condicionarán el reparto de tensiones y, por tanto, la misma triaxialidad de la que dependen.

4. CONCLUSIONES

Los resultados obtenidos en este trabajo permiten enunciar las siguientes conclusiones:

- Es posible utilizar modelos de zona cohesiva para predecir las cargas de rotura de una serie de probetas de resinas epoxi, entalladas con distintos radios de entalla.
- Los parámetros que definen la función de ablandamiento del modelo cohesivo son dependientes del estado tensional y muestran una cierta correlación con el grado de triaxialidad del estado tensional.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer al *Ministerio de Economía y Competitividad* la financiación recibida a través del proyecto MAT2012-37762.

REFERENCIAS

- [1] D. Taylor. The Theory of Critical Distances. Elsevier, Amsterdam, 2007.
- [2] M. Elices, G.V. Guinea, F.J. Gómez, J. Planas. The cohesive zone model: advantages, limitations and challenges. Engineering Fracture Mechanics 69 (2002) 137–63.
- [3] A.J. Kinloch, J.G. Williams. Crack blunting mechanism in polymers. Journal of Materials Science 15 (1980) 987-96.
- [4] A. Salazar, Y. Patel, J.G. Williams. Influence of crack sharpness on the fracture toughness of epoxy resins. 13th International Conference on Fracture, Beijing, China, 2013.
- [5] K. Tsuji, K. Iwase, K. Ando. An investigation into the location of crack initiation sites in alumina, polycarbonate and mild steel. Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures 22 (1999) 509-17.
- [6] J. Rodríguez, A. Salazar, M.A Garrido, A. Serrano, J. Gómez. Fractura de probetas entalladas en materiales poliméricos frágiles Anales de Mecánica de la Fractura, 2015; 32, 256-260.

- [7] J. Rodríguez, A. Salazar, F.J. Gómez, Y. Patel, J.G. Williams. Fracture of notched samples in epoxy resin: Experiments and cohesive model. Engineering Fracture Mechanics 149 (2015) 402– 411.
- [8] V. Tvergaard, J.W. Hutchinson. Effect of straindependent cohesive zone model on predictions of crack growth resistance. International Journal of Solids and Structures 33 (1996) 3297-3308.
- [9] T. Siegmund, W. Brocks. A numerical study on the correlation between the work of separation and the dissipation rate in ductile fracture. Engineering Fracture Mechanics 67 (2000) 139-154.
- [10] A. Banerjee, R. Manivasagam. Triaxiality dependent cohesive zone model. Engineering Fracture Mechanics 76 (2009) 1761–1770.
- [11] Y. Huang, A. J. Kinloch. Modelling of the toughening mechanisms in rubber-modified epoxy polymers. Journal of Materials Science 27 (1992) 2753-2762.
- [12] Moore, D.R., Pavan, A., Williams J.G. (Eds.), Fracture Mechanics Testing Methods for Polymers, Adhesives and Composites. Elsevier Science Ltd. And ESIS: The Netherlands, 2001.

SHAPE AND COMPLIANCE FUNCTIONS OF SPLITTING/BENDING TEST SPECIMENS FOR DETERMINATION FRACTURE PARAMETERS OF QUASI-BRITTLE MATERIALS

J. Sobek^{*}, V. Veselý

Brno University of Technology, Faculty of Civil Engineering, Institute of Structural Mechanics Veveří 331/95, 602 00 Brno, Czech Republic *E-mail: sobek.j@fce.vutbr.cz

ABSTRACT

Procedure of estimation of calibration curves (for stress intensity factors and higher order terms of Williams series) and the specimen compliance functions is presented. A series of concrete test specimens in different variants of a novel test configuration which combines the wedge splitting and bending test was investigated. The tests were carried out at TU Wien with cooperation with Brno University of Technology. Evaluation of the dimensionless shape functions from Williams' solution for characterization of stress/displacement field in the cracked specimen, as well as the specimen compliance functions, is crucial for further fracture analysis of quasi-brittle materials. Over deterministic method implemented within an own developed procedure (in Java programming language) is used in this study. Numerical results obtained from models in ANSYS FEM software are considered as inputs to this procedure.

KEYWORDS: Williams series, higher-order terms, fracture test, quasi-brittle material, splitting/bending geometry

1. INTRODUCTION

This paper is focused on determination of stress intensity factors, *T*-stress and higher order terms of Williams series (expressed as dimensionless shape functions) and the specimen compliance function for fracture test specimens, which were loaded by combination of bending and splitting mechanism. Via this combination, the level of the stress constraint at the crack tip can be adjusted and therefore, a detailed analysis is crucial for relevant fracture studies.

Specimens from quasi-brittle material (concrete – cement-based composite) were cast at the Technische Universität Wien (TU Wien) and with the cooperation of Faculty of Civil Engineering, Brno University of Technology (FCE BUT) were tested during May 2015. The experiment can be viewed as attractive due to combination of two different loading mechanism – of the wedge splitting test (WST) [1,2] and three-point bending test (3PB) [3]. During these tests, apart from the typical outputs such as the load–displacement curves, signals from failure events causing acoustic emission were recorded. For related analyzes, based on fracture mechanics, the knowledge of parameters, which can describe stress and displacement fields in the cracked body, is important.

Main goal of this paper is the estimation of these parameters by means of FEM (finite element method) models and application of multi-parameter fracture mechanics (within an own developed tool) for processing of results of the simulations.

2. TEST CONFIGURATIONS

Experiments were carried out in test configurations displayed in Fig. 1 and 2. Test specimens of nominal dimension 150×150 mm (height × breadth) and variable length (150, 300 and 600 mm) were tested in combination of bending and splitting geometry. These fracture tests (on notched specimens), in total number of 48, were tested also with variations in angle of the loading wedge ($\alpha_w = 15^\circ$ and 30° , it is important for distribution of components of the loading force) and with the initial notch at the bottom of the body (denoted as *III-b*) in 12 cases.

Denotation of test specimens is following: variant *I* is a typical wedge splitting test with length of 150 mm; variant *II* represents a test specimen for bending tests with $\chi = S/L = 0.9$ (span between supports divided by total length of the specimen) and loading in the way characteristic for the wedge splitting test; variant *III* is twice as longer than the previous test specimen and its crack propagates from the notch at the top part of the specimen; finally, in variant *III-b* the crack propagates from the notch at the bottom face of the test specimen (thus, the *b* letter is in the name of this variant). Parameters $\lambda = L/W$, where *W* means its height. Other dimensions of test specimens can be found in Tab. 1.



Fig. 1. Test geometry with indication of the specimen dimensions and applied boundary conditions (with the splitting loading mechanism – steel platens, and roller supports) [4].

Tab. 1. Dimensions of all test specimens variants from Fig. 1

var.\[mm,°]	L	S	$\alpha_{\rm W}$	f	e	d _n	h
Ι	150	0	30	40	10	20	8
II	300	270	15				
III	600	540	15				
III-b	600	540	15				



Fig. 2. Denotation of test specimens with demonstration of its proportions.

3. THEORETICAL BACKGROUND

4.1. Williams power series

The stress and displacement fields in a homogeneous isotropic body with a crack can be expressed as an infinite power series – Williams expansion [5], i.e. via an analytical description by mean of multi-parameter fracture mechanics (MP-LEFM). The stress tensor $\{\sigma\}$ and displacement vector $\{u\}$ can be written for mode I problem as follows:

$$\sigma_{ij} = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \frac{n}{2} r^{\frac{n}{2}-1} f_{ij,\sigma}\left(n,\theta\right), \quad i, j \in \{x, y\},$$

$$\tag{1}$$

$$u_{i} = \sum_{n=1}^{\infty} r^{\frac{n}{2}} A_{n} f_{i,u} \left(n, \theta, E, \nu \right), \quad i \in \{x, y\},$$
(2)

where *r* and θ are polar coordinates centred at the crack tip, $f_{ij,\sigma}$ and $f_{i,u}$ are known functions, *n* represents the index of the term of the power expansion, μ is the shear modulus ($\mu = E/(2(1 + v))$), κ is the Kolosov's constant ($\kappa = (3 - v)/(1 + v)$ for plane stress or $\kappa = 3 - 4v$ for plane strain state), *E* and *v* are Young's modulus and Poisson's ratio. Coefficients A_n are functions of relative crack length α . It is typical to express them as functions of the relative crack length α and transformed into the form of dimensionless functions g_n :

$$g_{n}(\alpha) = \frac{A_{n}(\alpha)}{\sigma_{\text{nom}}} W^{\frac{n-2}{2}} \text{ for } n = 1, 3, 4..., N; \ g_{2} = t(\alpha) = \frac{4A_{2}(\alpha)}{\sigma_{\text{nom}}}.$$
(3)

In these formulas, σ_{nom} is the applied nominal (gross) stress in the central plane of the specimen caused by (usually only the splitting component P_{sp}) the applied load (i.e. $\sigma_{nom} = P_{sp}/BW$), *a* is the crack length, and *W* and *B* are the specimen width and breadth, respectively.

4.2. Over-deterministic method

The values of the coefficients A_n were calculated via the over-deterministic method (ODM) [6] which is based on the linear least-squares formulation. It provides solution of the system of 2k equations (resulting from Eq. 2), where k represents the number of selected nodes around the crack tip – diameter of nodal ring was chosen by 5 mm, number of nodes by 49, see Fig. 3 and 4. From the solution, the values of first N selected terms of the series are obtained. They can be calculated from data regarding the values of components u, v of the displacement vector and coordinates r, θ of the selected FEM nodes.

4.3. ODeMApp java application

A multiplatform and object-oriented computational tool, called *ODeMApp* [7,8] serves as solver for the ODM procedure. It is based on Java programming language [9] and allows solution of data from FE analysis by ODM in one unit with g_n outputs.

4.4. Compliance functions

To capture structural response of the test specimens, the compliance functions $F(\alpha)$ were constructed from knowledge of displacements of specific points at given load obtained from the numerical models (Fig. 3). The specimen compliance is expressed as a function of the relative crack length α (for further possible estimation of the effective crack length).

4. NUMERICAL MODEL

Numerical models were created in ANSYS FEM computational system [10] as 2D models from available geometry under plane strain conditions. The FE mesh was generated from 8-nodes iso-parametric elements (PLANE82), with the crack-tip singularity taken into account using triangular crack elements with the shifted mid-side node. The linear elastic isotropic material of the cementitious composite specimen and the steel loading platens was defined by Young's moduli E of 35 and 210 GPa and Poisson's ratios v of 0.2 and 0.3, respectively. There is a procedure in ANSYS system, called KCALC, which allows calculating of stress intensity factor $K_{\rm I}$ directly. Sample of the FE mesh and the crack-tip nodal ring detail illustrates Fig. 4. Numerical model has been calculated with various relative crack length α (from 0.125 to 0.925 with step of 0.025).



Fig. 3. FEM model of the test specimen in var. II with typical FE mesh. Purple area represents the steel platen.



Fig. 4. Detail of nodal ring around the crack tip.

5. RESULTS AND DISCUSSIONS

5.1. Stress intensity factors

As has been already mentioned above, the stress intensity factor K_1 values were obtained by the ANSYS built-in procedure. Tab. 2 shows their values for bended/splitting specimens for selected values of α . Extent of this paper does not allow to publishing them all. However, they are stored by authors of this contribution.

Tab. 2. Values of stress intensity factor K_I [MPam^{1/2}] for all variants of test specimens for chosen α

$K_{\rm I} 10^{-3}$	α					
	0.125	0.25	0.5	0.75	0.925	
Ι	8.370	14.226	25.978	76.942	933.709	
II	6.372	10.795	21.036	65.613	355.200	
III	5.269	8.819	17.281	55.104	296.594	
III-b	2.649	4.263	10.719	51.549	-	

4.2. Shape functions

By the ODM procedure, the values higher order terms A_n (recalculated to dimensionless shape functions g_n) were obtained. They are summarized in Tab. 3 divided. Again, only sample of the all data is shown – shape functions g_1 , g_2 , g_3 , g_5 and g_9 .

Tab. 3. Values of some shape functions g_n for all variants of test specimens for chosen α

g_1	α						
	0.2	0.35	0.5	0.65	0.8		
Ι	1.884	2.522	3.904	6.055	16.518		
II	1.439	2.039	3.161	5.738	13.933		
III	1.182	1.659	2.597	4.781	11.741		
III-b	-0.014	0.033	0.148	0.534	2.742		

a	lpha						
82	0.2	0.35	0.5	0.65	0.8		
Ι	-0.479	2.629	4.698	7.006	17.466		
II	-0.582	0.995	1.679	3.842	14.668		
III	-0.361	0.901	1.282	2.892	11.736		
III-b	0.002	-0.030	-0.157	-0.983	-5.370		

<i>g</i> ₃	α						
	0.2	0.35	0.5	0.65	0.8		
Ι	-1.648	-3.754	-5.946	-12.32	-51.959		
II	-0.799	-1.920	-3.509	-9.512	-43.682		
III	-0.746	-1.542	-2.720	-7.610	-36.118		
III-b	-0.738	0.916	4.947	18.966	111.933		

a	α						
85	0.2	0.35	0.5	0.65	0.8		
Ι	-4.952	1.116	1.338	-3.585	-62.989		
II	-3.948	0.528	-0.980	-6.566	-55.412		
III	1.232	0.007	0.111	1.310	10.015		
III-b	-12.52	6.063	52.241	220.569	1516.305		
<i>g</i> 9	α						
	0.2	0.35	0.5	0.65	0.8		
Ι	17.61	-8.927	-6.746	-24.539	-368.33		
II	30.91	-5.115	-5.921	-19.275	-283.08		
III	-44.0	4.043	1.777	5.562	88.67		
III-b	-4164	2798	20014	81803	537790		

4.3. Compliance functions

Graphs in Fig. 5 to 7 show the progress of compliance functions of all considered variants of the test specimen. Here, the specimen compliances are expressed for the point in the centre of the loading axle for the horizontal ($F_{ax,hor}$) and vertical ($F_{ax,vert}$) displacement, respectively, and the mid-span point at the bottom surface for the vertical displacement ($F_{b,vert}$).



Fig. 5. Progress of compliance function $F_{ax,hor}$



Fig. 6. Progress of compliance function Fax, vert-



Fig. 7. Progress of compliance function $F_{b,vert}$.

6. CONCLUSION

The values of stress intensity factors, dimensionless shape and compliance functions of bending/splitting test specimens were presented. Their values were determined via processing of FEM data using an implementation of ODM to Java application.

These results may facilitate further research in the field of fracture mechanics of quasi-brittle materials.

ACKNOWLEDGEMENT

This paper has been worked out under the "National Sustainability Programme I" project "AdMaS UP – Advanced Materials, Structures and Technologies" (No. LO1408) supported by the Ministry of Education, Youth and Sports of the Czech Republic.

REFERENCES

- E.K. Tschegg, Equipment and appropriate specimen shapes for tests to measure fracture values, Austrian Patent AT No. 390328, Austrian Patent Office, Austria, 1986.
- [2] E. Brühwiler, F.H. Wittmann, The wedge splitting test, a new method of performing stable fracture mechanics test, *Engineering Fracture Mechanics* 35, 117–125, 1990.
- [3] RILEM Committee FMC 50, Determination of the fracture energy of mortar and concrete by means of three-point bend test on notched beams, *Materials and Structures* **18**, 285–290, 1985.
- [4] H. Šimonová, I. Havlíková, J. Sobek, A. Abdulrahman, Z. Keršner, I. Merta, Effect of hemp fibers dosage and length in concrete to fracture initiation: wedge splitting fracture tests evaluation, in: Sborník příspěvků konference 22. Betonářské
dny 2015, Litomyšl, pp. 1-6, Česká betonářská společnost ČSSI, 2015.

- [5] M.L. Williams, On the stress distribution at the base of a stationary crack, *Journal of Applied Mechanics (ASME)* **24**, 109–114, 1957.
- [6] M.R. Ayatollahi, M. Nejati, An over-deterministic method for calculation of coefficients of crack tip asymptotic field from finite element analysis, Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures 34, 159–176, 2010.
- [7] J. Sobek, T. Pail, V. Veselý, Evaluation of crack tip Stress field using combination of advanced implementation of over-deterministic method and FE analysis, *Key Engineering Materials* **627**, 273– 276, 2015.
- [8] V. Veselý, J. Sobek, D. Tesař, P. Frantík, T. Pail, Multi-parameter approximation of stress field in a cracked specimen using purpose-built Java applications, *Frattura ed Integrità Strutturale* 33, 120–133, 2015.
- [9] JavaTM. Programming language.
- [10] ANSYS Program Documentation. User's manual version 11.0, Houston, 2007.

Anales de Mecánica de la Fractura (Vol. 33)

PATROCINADORES

