Anales de Mecánica de la Fractura

TEXTO DE LAS COMUNICACIONES PRESENTADAS EN EL

CONGRESO DEL GRUPO ESPAÑOL DE FRACTURA 2019

Número 36

Sevilla

3, 4 y 5 de abril de 2019







Anales de Mecánica de la Fractura

Texto de las comunicaciones presentadas en el

CONGRESO DEL GRUPO ESPAÑOL DE FRACTURA 2019

3, 4 y 5 abril de 2019 Sevilla

© ANALES DE MECÁNICA DE LA FRACTURA Editado por la Secretaría del Grupo Español de Fractura

"Reservado todos los derechos para todos los países. Ninguna parte de esta publicación, incluido el diseño de la cubierta puede ser reproducida, almacenada o transmitida de ninguna forma, ni por ningún medio, sea electrónico o cualquier otro, sin previa autorización escrita por parte de la Editorial"

I.S.S.N.: 0213-3725 Fecha publicación: Abril 2019

EDITORIAL

El volumen 36 de los Anales de Mecánica de la Fractura incluye las comunicaciones presentadas en el Congreso del Grupo Español de Fractura 2019 (GEF2019), celebrado en Sevilla del 3 al 5 de abril de 2019. En esta ocasión, la organización del encuentro promovido por el Grupo Español de Fractura – Sociedad Española de Integridad Estructural ha recaído en el Grupo de Elasticidad y Resistencia de Materiales, de la Escuela Técnica Superior de Ingeniería de la Universidad de Sevilla.

Las conferencias plenarias han estado a cargo de los profesores: Leslie Bank-Sills – del laboratorio Dreszer de Mecánica de la Fractura de la Universidad de Tel Aviv y Dominique Leguillon del Instituto Jean Le Rond d'Alembert de la Universidad de la Sorbonne, así como del Ing. Rafael Ávila, responsable del área de Thermoset Materials Technology de Airbus Operations S.L. A todos ellos deseamos expresar nuestro agradecimiento por su excelente contribución al GEF2019. Asimismo, deseamos agradecer el trabajo y el esfuerzo de todos los autores que han hecho posible la edición de este volumen con más de un centenar de artículos.

De igual forma, los organizadores queremos agradecer el apoyo y esfuerzo realizado por las siguientes entidades y empresas que han colaborado en la organización y financiación del Congreso: INSTRON, SEM Ingeniería, MTS, Zwick/Roell, Walter+bai ag, UMI, FIDAMC, Element, Cátedra Airbus Group de estudios aeronáuticos y la Escuela Técnica Superior de Ingeniería.

También deseamos agradecer a los miembros del Comité Científico, quienes han participado activamente en la organización.

En Sevilla, a 3 de abril de 2019

El Comité Organizador

Junta Directiva de la Sociedad Española de Integridad Estructural – Grupo Español de Fractura (SEIE – GEF) Presidente: Antonio Martín Meizoso (Universidad de Navarra-CEIT) Vicepresidente 1°: Jesús Manuel Alegre Calderón (Universidad de Burgos) Vicepresidente 2°: María Lluisa Maspoch Rulduá (Universidad Politécnica de Cataluña) Vicepresidente 3°: Eugenio Giner Maravilla (Universidad Politécnica de Valencia) Vicepresidente 4°: Cristina Rodríguez González (Universidad de Oviedo) Vicepresidente 5°: Carlos Navarro Pintado (Universidad de Sevilla) Secretaria: Alicia Salazar López (Universidad Rey Juan Carlos) Tesorero: Francisco Gálvez Díaz-Rubio (Universidad Politécnica de Madrid)

Comité científico

Antonio Martín Meizoso (Universidad de Navarra-CEIT) Jesús Manuel Alegre Calderón (Universidad de Burgos) Eugenio Giner Maravilla (Universidad Politécnica de Valencia) María Lluisa Maspoch Rulduá (Universidad Politécnica de Cataluña) Carlos Navarro Pintado (Universidad de Sevilla) Cristina Rodríguez González (Universidad de Oviedo) Alicia Salazar López (Universidad Rey Juan Carlos) Francisco Gálvez Díaz-Rubio (Universidad Politécnica de Madrid) Luis Távara Mendoza (Universidad de Sevilla) José Reinoso Cuevas (Universidad de Sevilla)

Comité organizador

Luis Távara Mendoza	Alberto Barroso Caro	
Carlos Navarro Pintado	Elena Correa Montoto	
Federico París Carballo	José Reinoso Cuevas	
José Cañas Delgado	Israel García García	
Vladislav Mantič Leščišin	Jesús Justo Estebaranz	
Antonio Blázquez Gámez	Alejandro Estefani Morales	
Enrique Graciani Díaz	Mª Luisa Velasco López	
Juan Carlos Marín		

Patrocinadores
INSTRON
SEM Ingeniería
Walter+bai ag,
FIDAMC
Cátedra Airbus Group de estudios aeronáuticos

Zwick/Roell MTS UMI Element Escuela Técnica Superior de Ingeniería

ÍNDICE

FRACTURA DE MATERIALES METÁLICOS14
PLANTEAMIENTO DE UNA METODOLOGÍA DE ANÁLISIS DE LA FISURACIÓN ASISTIDA POR EL AMBIENTE DEL ACERO X80 BASADA EN LA TEORÍA DE DISTANCIAS CRÍTICAS
P. González, S. Cicero, J.A. Álvarez, B. Arroyo15
FRACTURA ASISTIDA POR HIDRÓGENO INTERNO EN EL ACERO 42CrMo4 TEMPLADO Y REVENIDO
A. Zafra, G. Álvarez, R. Fernández, J. Belzunce, C. Rodríguez21
ENFOQUE DE SEGUNDO ORDEN COMPLETO PARA LA PREDICCIÓN DEL VALOR ESPERADO Y VARIANZA DE LA VIDA A FATIGA EN EL CRECIMIENTO DE GRIETA PROBABILÍSTICA
C. Mallor, R. Rodríguez-Barrachina, J.L. Núñez, A. Landaberea, S. Calvo
DISTRIBUCIÓN ESTADÍSTICA DE LA RESISTENCIA A FLEXIÓN DE LADRILLOS DE W
A. Martín Meizoso, J.L. Pedrejón Bardo, E. Viles Díez
ANÁLISIS DE LAS SUPERFICIES DE FRACTURA EN PROBETAS DE ACERO AISI 304L CON ENTALLA CIRCUNFERENCIAL ENSAYADAS A FATIGA
J.A. Balbín, V. Chaves, A. Navarro40
MÉTODO DE CORRELACIÓN DIGITAL DE IMÁGENES (DIC) PARA MEDIDAS DE CRECIMIENTO DE GRIETA EN PROBETAS NO ESTÁNDAR
M. Sánchez, S. Calvo, M. Canales, C. Mallor, R. Rodriguez-Barrachina
ANÁLISIS NUMÉRICO-EXPERIMENTAL DE LA FRACTURA DE PLACAS DE ALUMNIO AL7017 ENTALLADAS EN U
R. Sancho, D. Cendón, F. Gálvez
ANÁLISIS NUMÉRICO DE LA CONTRIBUCIÓN DE SHOT PEENING EN EL COMPORTAMIENTO A FATIGA DE UNIONES SOLDADAS MULTIPASADA
U. Etxeberria, J.A. Esnaola, M. Larrañaga, I. Ulacia, D. Ugarte, I. Llavori, A. Lopez-Jauregi
MECANISMOS DE DAÑO EN ALAMBRES DE ALTA RESISTENCIA DE ACERO EUTECTOIDE E INOXIDABLE DÚPLEX SOMETIDOS A CARGA DE TRACCIÓN Y A CARGA TRANSVERSAL
M. Iordachescu, M. de Abreu, A. Valiente
EFECTO DE LA CARGA TRANSVERSAL SOBRE EL COMPORTAMIENTO A FATIGA DE ALAMBRES DE ALTA RESISTENCIA DE ACERO INOXIDABLE DÚPLEX Y DE ACERO EUTECTOIDE
M. de Abreu, M. Iordachescu, A. Valiente71
EXPERIMENTAL-THEORETICAL APPROACH TO IDENTIFYING THE FRACTURE CRITERION OF DUCTILE MATERIALS
A. Bragov, L. Igumnov, A. Konstantinov, A. Lomunov77
USO DE PROBETAS ENTALLADAS EN EL ENSAYO SPT PARA LA DETERMINACIÓN DE LAS PROPIEDADES A FRACTURA EN ACEROS ESTRUCTURALES
G. Álvarez, C. Rodríguez, F.J. Belzunce, T.E. García

ANÁLISIS DE LA FRAGILIZACIÓN POR HIDRÓGENO DE UN ACERO CrMoV MEDIANTE PROBETAS SE(T)
G. Álvarez, A. Zafra, F.J. Belzunce, C. Rodríguez
SIMULACIÓN MEF DEL ENSAYO DE ROTURA A TRACCIÓN DEL ACERO CORRUGADO TEMPCORE B500SD
B. Hortigón, F. Ancio, G. Roldán, J.M. Gallardo95
PREDICCIÓN PROBABILÍSTICA DE FRACTURA EN COMPONENTES METÁLICOS ENTALLADOS MEDIANTE LA OBTENCIÓN DE LA CURVA MAESTRA DEL MATERIAL
A. Álvarez Vázquez, M. Muñiz Calvente, F. Pelayo, A. Fernández Canteli, E. Castillo, M. J. Lamela Rey101
COMPORTAMIENTO EN FRACTURA DE PROBETAS ENTALLADAS DE ACERO PERLÍTICO TREFILADO SOMETIDAS A SOLICITACIONES DE TRACCIÓN
I. Balboa, P. Santos, F. J. Ayaso, J. C. Matos, B. González, J. Toribio107
FRACTURA DE MATERIALES CERÁMICOS Y PÉTREOS113
COMPORTAMIENTO A FRACTURA DE MEZCLAS DE YESO CON ADICIÓN DE FIBRAS POLIMÉRICAS
F. Suárez, L. Felipe-Sesé, F.A. Díaz, J.C. Gálvez, M.G. Alberti
EVOLUCIÓN DE LAS PROPIEDADES MECÁNICAS DE MORTEROS DE CAL AÉREA E HIDRÁULICA NATURAL
L. Garijo, X. X. Zhang, G. Ruiz, J. J. Ortega120
RELACIÓN ENTRE LAS RESISTENCIAS RESIDUALES A FLEXIÓN Y A COMPRESIÓN DEL HORMIGÓN REFORZADO CON FIBRAS DE ACERO DENTRO DEL MARCO NORMATIVO DEL EUROCÓDIGO 2
G. Ruiz1, Á. de la Rosa, E. Poveda124
MODELIZACIÓN 3D DE LA MESOESTRUCTURA DE MATERIALES CEMENTICEOS REFORZADOS CON FIBRAS
G. Sal-Anglada, E. I. Villa, C. G. Rocco, M. Braun129
LOADING RATE EFFECT IN INCLINED FIBER PULLOUT: A NUMERICAL STUDY
E. Poveda, R.C. Yu, M. Tarifa, G. Ruiz135
SIMULACIÓN DE ENSAYOS DE ADHERENCIA EN MUESTRAS DE HORMIGÓN ARMADO CON CORROSIÓN
B. Sanz, J. Planas, J.M. Sancho141
EFECTO DE LA TEMPERATURA Y LA PRESENCIA DE FIBRAS DE ACERO EN LA MICROESTRUCTURA DE HORMIGONES DE ULTRA-ALTAS PRESTACIONES Y SU INFLUENCIA EN EL COMPORTAMIENTO EN FRACTURA
J.D. Ríos, A. Afán, H. Cifuentes
ANÁLISIS 2D Y 3D DE LA FRACTURA DEL HORMIGÓN POR ATAQUE SULFÁTICO EXTERNO
C. López, A. Vélez, I. Carol, A. Pérez, A. Idiart153
DIGITAL IMAGE CORRELATION ON POST-CRACKING FIBRE REINFORCED CONCRETE SHEAR BEHAVIOUR
Á. Picazo, M. G. Alberti, A. Enfedaque, J. C. Gálvez159

FRACTURA DE MATERIALES POLIMÉRICOS Y COMPUESTOS1	.65
INFLUENCIA EN EL FALLO DE PROBETAS OFF-AXIS DE LAS SINGULARIDADES DEL ESTADO TENSIONAL	
A. Piña, A. Barroso, J.C. Marín1	166
MECHANICAL CHARACTERIZATION OF ADDITIVE MANUFACTURED POLYMER COMPONENTS USING VIRGIN AND RECYCLED FILAMENTS	
C. Alonso, M. Lorenzo, W.M.H. Verbeeten	171
ANÁLISIS DE LA PROPAGACIÓN DE GRIETAS POR FATIGA DE PROPULSANTES SÓLIDOS DE MATERIA COMPUESTO DE BASE CTPB	۹L
A. Salazar, R. López, J. Rodríguez1	177
ANÁLISIS DEL COMPORTAMIENTO A FATIGA DE LA POLIAMIDA 12 PROCESADA MEDIANTE SINTERIZADO SELECTIVO POR LÁSER MEDIANTE EL DIAGRAMA DE KITAGAWA-TAKAHASHI	
A. J. Cano, A. Salazar, J. Rodríguez1	183
MODELADO DE LA INICIACIÓN Y CRECIMIENTO DE GRIETAS EN LAMINADOS DE MATERIALES COMPUESTOS UTILIZANDO UN ANÁLISIS SECUENCIAL LINEAL	
L. Moreno, L. Távara, E. Correa1	189
FAILURE OF BUILDING BRICK UNDER DYNAMIC LOADING	
A. Bragov, M. Grigoriev, D. Lamzin, S. Litvinchuk, A. Lomunov1	195
IMPLEMENTACIÓN 3D DE UN MODELO DE INTERFASE Y DEL ALGORITMO DE SOLUCIÓN SLA EN ABAQUS: APLICACIÓN A MATERIALES COMPUESTOS	
S. Moreno, L. Távara, V. Mantič	201
CARACTERIZACIÓN A FRACTURA DE LA RESINA EPOXI EPOLAM 2025 CON PROBETAS CT PREAGRIETADAS	
M. Casasola, M.J. Lamela, A. Fernández-Canteli, M. Muñiz-Calvente, F. Pelayo, A. Álvarez-Vázquez, A. Salaz J.M. Pintado	ar, 207
REVALPET: COMPORTAMIENTO MECÁNICO Y A FRACTURA DE LÁMINAS EXTRÍDAS DE MEZCLAS rPP/rPET OPACO	
D. Loaeza, M. Klotz, J. Cailloux, M. Sánchez-Soto, M. Ll. Maspoch, O. O. Santana	213
EVALUACIÓN EXPERIMENTAL DEL EFECTO DEL TAMAÑO DE LAS INCLUSIONES ESFÉRICAS EN LA RESISTENCIA DE MATERIALES COMPUESTOS	
A. Zurita, I.G. García, J. Justo, A. Cañas, V. Mantic	220
EVALUATION OF MECHANICAL PROPERTIES OF POLY (LACTIC ACID)/CELLULOSE NANOCRYSTAL NANOCOMPOSITES: A COMPARATIVE STUDY OF CONVENTIONAL TENSILE TEST AND SMALL PUNCH TEST	
S. Singh, C. Rodriguez, O. Santana, K. Oksman, M.LI. Maspoch	226
APLICACIÓN DE LA TEORÍA DE LAS DISTANCIAS CRÍTICAS A LA ROTURA DINÁMICA DE PROBETAS ENTALLADAS DE POLIAMIDA 12 FABRICADAS POR SINTERIZADO SELECTIVO POR LÁSER	
M. Crespo, M. T. Gómez-del Río, J. Rodríguez	232

ANÁLISIS DEL EFECTO DEL TRATAMIENTO SUPERFICIAL EN LA ENERGÍA DE FRACTURA EN UNIONES ADHESIVAS DE COMPUESTOS
S. Sánchez, G. Álvarez, A. Argüelles, J. Viña, I. Viña
A MICROMECHANICAL ANALYSIS OF INTER-FIBER FAILURE IN LONG REINFORCED COMPOSITES BASED ON THE PHASE FIELD APPROACH OF FRACTURE COMBINED WITH THE COHESIVE ZONE MODEL
T. Guillén-Hernández, I.G. García, J. Reinoso, M. Paggi
ANÁLISIS NUMÉRICO DE LA FORMACIÓN DE LA VIRUTA EN OPERACIONES DE MECANIZADO DE FIBRA DE CARBONO
F. Cepero-Mejías, J.L. Curiel-Sosa, V.A. Phadnis
COMPARACIÓN EXPERIMENTAL DE LA TENACIDAD A FRACTURA INTRALAMINAR EN MATERIALES COMPUESTOS PARA CRECIMIENTO DE GRIETAS EN DIFERENTES DIRECCIONES EN EL PLANO
F. Cepero-Mejías, I.G. García, J. Justo, V. Mantič, F. París
MODELADO 3D DE LA DELAMINACIÓN DE LAMINADOS CURVOS DE MATERIAL COMPUESTO CAUSADA POR TENSIONES INTERLAMINARES
J.A. Almagro, E. Graciani, L. Távara
INFLUENCIA DE LA FRICCIÓN EN EL CRECIMIENTO DE GRIETAS DE INTERFASE ANTE CARGA UNIAXIAL DE COMPRESIÓN EN MATERIALES COMPUESTOS
C. Sandino, E. Correa, F. París
FALLO POR UNFOLDING EN LAMINADOS CURVOS DE MATERIAL COMPUESTO: CAMPAÑA DE ENSAYOS Y ANÁLISIS TENSIONAL.
P.L. Zumaquero, E. Graciani, J. Justo
INFLUENCIA DE LA MICROESTRUCTURA EN EL DAÑO TRANSVERSAL EN MATERIALES COMPUESTOS
M.L. Velasco, E. Correa, F. París
PROGRESIÓN DE DAÑO INTRALAMINAR EN MATERIALES COMPUESTOS: UN ANÁLISIS BASADO EN LA MECÁNICA DE LA FRACTURA
F. París, M.L. Velasco, E. Correa
FRACTURA DE MATERIALES BIOLÓGICOS Y BIOMATERIALES
MODELIZACIÓN DE LA DEGRADACIÓN DE LA RESISTENCIA MECÁNICA DE ESTRUCTURAS POROSAS BIODEGRADABLES
J. Aldazabal, G. Artola, J.M. Martínez-Esnaola
DESGASTE DEL ESMALTE DENTAL HUMANO A ESCALAS MICRO- Y MACROSCÓPICA
Ó. Borrero-López, A. Pajares, F. Rodríguez-Rojas, F. Guiberteau, P. Constantino, B. Lawn

FATIGA E INTERACCIÓN CON EL MEDIO AMBIENTE
FATIGUE CRACK PROPAGATION OF TIAI6V4 ALLOY SPECIMENS PRODUCED BY SELECTIVE LASER MELTING
J.A.M. Ferreira, L. Borrego, J. Jesus, J.D. Costa, C. Capela
ANÁLISIS DE LA DIFUSIÓN DE HIDRÓGENO EN LA FRAGILIZACIÓN DE UN ACERO 42CrMo4 TEMPLADO Y REVENIDO
A. Zafra, J. Belzunce y C. Rodríguez
REDUCCIÓN DE VIDA A FATIGA EN CADENAS DE AMARRE DE BUQUES POR PÉRDIDA DEL CONTRETE
A. Valiente, M. Iordachescu, F. J. Gómez Sánchez
FATIGUE CRACK GROWTH AND CLOSURE OF LASER BEAM WELDED T-JOINTS
P. Oliveira, A. Loureiro, J.D.M. Costa, J.A.M. Ferreira, L.P. Borrego
SOBRE LA EXISTENCIA O NO EXISTENCIA DE LÍMITE FATIGA Y SUS CONSECUENCIAS
A. Fernández Canteli, S. Blasón, B. Pyttel, E. Castillo
CARACTERIZACIÓN DE CURVAS DE VELOCIDAD DE CRECIMIENTO DE GRIETAS POR FATIGA: INFLUENCIA Y COMPARATIVA DE MÉTODOS DE AJUSTE
S. Blasón, M. Madia, C. Rodríguez, A. Fernández Canteli
CAMINOS DE PROPAGACIÓN DE FISURAS EN PLACAS ENTALLADAS SOMETIDAS A CARGA DE FATIGA EN TRACCIÓN
J.C. Matos, B. González, J. Toribio
DETERMINACIÓN EXPERIMENTAL DE LA CARGA DE APERTURA DE GRIETA EN FATIGA BAJO CARGAS ALEATORIAS
A.S. Cruces, D. Camas, P. Lopez-Crespo, J. Zapatero, B. Moreno
MÉTODOS DE PLANO CRÍTICO PARA EL ANÁLISIS DE FATIGA MULTIAXIAL EN EL ACERO INOXIDABLE 316
A.S. Cruces, P. Lopez-Crespo, S. Bressan, T. Itoh, B. Moreno, J. Zapatero
EVALUACIÓN DE LA ZONA PLÁSTICA EN FATIGA PARA UN ACERO BAINÍTICO MEDIANTE DIFRACCIÓN DE RAYOS X
M. Carrera, P. López-Crespo, D. Camas, J. Zapatero, B. Moreno
MÉTODOS Y MODELOS ANALÍTICOS Y NUMÉRICOS
2D AND 3D IMPLEMENTATIONS OF THE COUPLED CRITERION TO PREDICT CRACK NUCLEATION AT STRESS CONCENTRATION POINTS IN BRITTLE MATERIALS
D. Leguillon
ESTUDIO DE LA VALIDEZ DEL CONCEPTO DE MATERIAL EQUIVALENTE PARA PREDECIR LA ROTURA PRODUCIDA POR ENTALLAS EN U
F.J. Gómez, M. Ispizua, S. Cicero, A.R. Torabi
INTERACTING COLLINEAR CRACKS ANALYSIS BY ELEMENT-FREE GALERKIN METHOD
D. Garijo, Ó.F. Valencia, F.J. Gómez-Escalonilla

STUDY OF THE INFLUENCE OF THE CONSTRAINT MODEL ON THE PREDICTIONS OF FATIGUE CRACK GROWTH	<
M. Escalero, H. Zabala, I. Urresti, M. Muñiz-Calvente	378
DETERMINACIÓN DE LA ENERGÍA DISIPADA EN UNA VIGA FISURADA EN FUNCIÓN DE LAS CARACTERÍSTICAS DE LA FISURA	
A. Walsh, B. Muñoz-Abella, L. Rubio, P. Rubio	384
MATHEMATICAL MODELING OF NONSTATIONARY CREEP OF ALLOYS IN A MULTIAXIAL STRESS STAT	ΤE
I.A. Volkov, L.A. Igumnov, S.Yu. Litvinchuk, E.V. Boev, M.V. Grigoryev	390
SIMULACIÓN DEL EFECTO DEL TAMAÑO DE PROBETA Y LA DISPERSIÓN EN FATIGA EN METALES MEDIANTE MICROMECÁNICA COMPUTACIONAL	
J. Segurado, S. Lucarini	394
DETERMINATION OF THE DAMAGE PARAMETERS OF A SERIES 5000 ALUMINIUM-MAGNESIUM ALLON DURING SMALL PUNCH TEST	(
L.M.A. van Erp, A. Díaz, R.H.J. Peerlings, I.I. Cuesta	400
FINITE ELEMENT ANALYSIS OF GRAIN BOUNDARY TRAPPING BEHAVIOUR IN HYDROGEN PERMEATI TESTS	ON
A. Díaz, I.I. Cuesta, J.M. Alegre	406
SOLUCIÓN ELÁSTICA ASINTÓTICA DE UNA GRIETA SOMETIDA A MODO III EN UNA INTERFAZ ADHES	IVA
S. Jiménez, V. Villalba, V. Mantič	412
MODELIZACIÓN POR DIFERENCIAS FINITAS DEL CRECIMIENTO DE GRIETAS EN MATERIALES SOMETIDOS A FRAGILIZACIÓN POR HIDRÓGENO	
G. Artola, A.I. Fernández-Calvo, J. Aldazabal	418
MODELIZACIÓN FRENTE A IMPACTO DE TEJIDOS DE ARAMIDA DE ALTO RENDIMIENTO	
J. Aranda-Ruiz, M.M. Moure, M. Rodríguez-Millán, J.A. Loya	424
INFLUENCIA DE LOS CRITERIOS VECTORIALES DE FRACTURA EN LOS MODELOS DE FISURA COHESIVA PARA HORMIGÓN Y OTROS MATERIALES CUASI-FRÁGILES	
J. Planas, B. Sanz, J.M. Sancho	430
SIMULACIÓN CON MODELOS DE FRACTURA COHESIVA DE LA ROTURA DE UNA LOSA DE HORMIGÓN ARMADO CON UN ORIFICIO	N
J. J. Ortega, L. Garijo, G. Ruiz	436
CONDICIONES DE INTERACCIÓN SUPERFICIAL MULTICAMPO EN LAS CARAS DE GRIETA DE MATERIALES PIEZOELÉCTRICOS	
L. Rodríguez-Tembleque, F. García-Sánchez, A. Sáez	440
LOS PERCENTILES DE LOS PERCENTILES: UN PASO MÁS ALLÁ EN FATIGA	
M. Muniz-Calvente, E. Castillo, A. Fernández-Canteli, S. Blasón, A. Álvarez	444
EFECTO DE LA EXCENTRICIDAD SOBRE EL FACTOR DE INTENSIDAD DE TENSIONES EN BARRAS FISURADAS CIRCUNFERENCIALMENTE SOMETIDAS A TRACCIÓN	
B. González, J.C. Matos, J. Toribio	450
COMPORTAMIENTO PLÁSTICO DE MATERIALES ORTÓTROPOS	
C. Madrigal , J. Muñuzuri	454

CÁLCULO DE LA TENACIDAD A FRACTURA EFECTIVA Gx : INTEGRAL-J APLICADA A INTERFASES ESTRUCTURADAS.	
L. García-Guzmán, L. Távara, J. Reinoso, A. J. Valverde, F. París	0
COMPARISON OF CRACK PATHS BY USING SELECTED CRITERIA DURING BRAZILIAN DISC TEST	
G. Furgieri, P. Miarka, S. Seitl, Jan Klusák	6
CRACK PATH PREDICTION UNDER FATIGUE BIAXIAL OUT-OF-PHASE LOADS IN A CRUCIFORM SPECIMEN USING XFEM	
D. Infante-García, H. Miguélez, E. Giner	8
COMPARISON OF NEW EXPERIMENTAL DATA AND PREDICTIONS BY THE COUPLED CRITERION OF FFM FOR BRITTLE FRACTURE OF V-NOTCHED TPB SPECIMENS	
A. Macías, V. Mantič, A. Sapora, L. Távara , F. París	4
CONVERGENCIA DE LA SOLUCIÓN NUMÉRICA OBTENIDA POR EL MÉTODO DE ELEMENTOS DE CONTORNO EN LA APLICACIÓN DEL CRITERIO ACOPLADO DE LA MECÁNICA DE LA FRACTURA FINITA EN INTERFASES DÉBILES	
M.Muñoz-Reja, L. Távara, V. Mantič	0
EL PRINCIPIO DE ENERGÍA TOTAL MÍNIMA SUJETO A UNA RESTRICCIÓN TENSIONAL. UNA GENERALIZACIÓN DE LA MECÁNICA DE LA FRACTURA ELÁSTICA LINEAL	
V. Mantič	6
CAMINOS DE FISURACIÓN POR FATIGA Y FRACTURA COMO CONSECUENCIA DE LA ANISOTROPÍA MICROESTRUCTURAL Y RESISTENTE TRAS EL TREFILADO DE ACEROS PERLÍTICOS: 1. EN EL MARCO CONCEPTUAL DE MAURITS CORNELIS ESCHER Y DE JOHANN SEBASTIAN BACH. 2. UN ENFOQUE ORTEGUIANO Y UN TRIBUTO AL "DECÍAMOS AYER" DE FRAY LUIS DE LEÓN	
J. Toribio	2
EFICIENCIA Y DEGENERACIÓN MATEMÁTICA EN FUNCIONES DE GREEN PARA MEDIOS PIEZOELÉCTRICOS	
F.C. Buroni, C. Ubessi, G. Hattori, R.J. Marczak, A. Sáez	2
TÉCNICAS EXPERIMENTALES	8
CARACTERIZACIÓN DE TI-6AI-4V FABRICADO MEDIANTE FUSIÓN POR HAZ DE ELECTRONES (EBM) POI LA TÉCNICA DE MINIATURA PUNZONADO	R
M. Preciado, P. M. Bravo, J. Calaf, D. Ballorca	9
EVALUACIÓN DEL EFECTO DE DIFERENTES SOBRECARGAS EN EL CRECIMIENTO DE GRIETA A FATIG/ EMPLEANDO LAS TÉCNICAS ÓPTICAS DE FOTOELASTICIDAD Y DIC	4
J.M. Vasco-Olmo, F.A. Díaz, L. Felipe-Sesé, E. López-Alba	5
INFLUENCIA DEL SHOT PEENING SOBRE LA VIDA EN ENSAYOS DE FATIGA POR FRETTING CON CONTACTO CILÍNDRICO	
V. Martín, C. Navarro, J. Vázquez, J. Domínguez	1
STUDY ON RESIDUAL STRESSES IN COLD-ROLLED STEEL MEMBERS USING THE HOLE-DRILLING METHOD	
A. Díaz, J.M. Alegre, I.I. Cuesta, J.M. Manso	7

CARACTERIZACIÓN DE LA FRAGILIZACIÓN POR HIDRÓGENO MEDIANTE LA APLICACIÓN DE LA TÉCNICA DE ESCALONES INCREMENTALES AL ENSAYO SMALL PUNCH	
B. Arroyo, P. González, L. Andrea, J.A. Álvarez, R. Lacalle	533
ESTUDIO NUMÉRICO DE LA MULTI-DEPENDENCIA DE LOS MÉTODOS DE CORRELACIÓN DEL LÍMITE ELÁSTICO CON LAS PROPIEDADES DEL MATERIAL EN EL ENSAYO MINIATURA DE PUNZONADO	
J. Calaf-Chica, P.M. Bravo Díez, M. Preciado Calzada, D. Ballorca-Juez	539
COMPARATIVA DE DOS METODOLOGÍAS PARA LA CARACTERIZACIÓN MECÁNICA DEL HORMIGÓN A ALTA VELOCIDAD DE DEFORMACIÓN	١
V. Rey de Pedraza, C. Roller, F. Gálvez, D. Cendón	545
DETERMINACIÓN DE PROPIEDADES MECÁNICAS DE ACEROS DE ESTAMPACIÓN EN CALIENTE MEDIANTE EL ENSAYO MINIATURA DE PUNZONADO	
P.M. Bravo Díez, M. Preciado Calzada, J. Calaf Chica, D. Ballorca Juez, A. Miranda-Vicario, M. Calvo Bravo	551
EFECTO DE LA VELOCIDAD Y LA INCLINACIÓN EN ENSAYOS DE ARRANCAMIENTO DE FIBRAS LISAS CONFORMADAS	Y
M. Tarifa, E. Poveda, V.M.C.F. Cunha, J.A.O. Barros	557
DEVELOPMENT OF MULTIAXIAL FATIGUE TESTING MACHINES FOR VERY HIGH CYCLE FATIGUE	
P. Costa, L. Reis, M. de Freitas	562
ESTIMACIÓN DE CURVAS DE RESISTENCIA A FATIGA EN IMPLANTES DENTALES	
C. Navarro, J.M. Avllón, J. Domínguez	569
COMPORTAMIENTO MECÁNICO DE TRAVIESAS DE FERROCARRIL POLIVALENTES DE HORMIGÓN PRETENSADO DURANTE SU FABRICACIÓN Y PUESTA EN OBRA	
A. Montañés, J. Donaire, F. Suárez	575
INFLUENCIA DEL ACABADO SUPERFICIAL Y LA POROSIDAD EN EL COMPORTAMIENTO A FATIGA DE ALEACIÓN A356	LA
R. Hidalgo, J.A. Esnaola, A. Zabala, I. Llavori, M. Larrañaga, N. Herrero-Dorca, I. Hurtado, E. Ochoa de Zabalegui, P. Rodríguez, A. Kortabarria	581
ANÁLISIS DE ROTURA DE VÁLVULA	
R. Rivera, C. López, A. Valencia	586
EXPERIMENTAL STUDY OF THE DEFORMATION OF CRUSHABLE ALUMINUM FOAM	
A. Miranda-Vicario, P.M. Bravo, F. Coghe	592
DISEÑO DE INTERFACES CURVAS DÉBILES PARA LA INHBICIÓN DEL CRECIMIENTO DINÁMICO DE GRIETAS	
M.T. Aranda, I.G. García, J. Reinoso, V. Mantic	597
FALLO DE UNA JUNTA DE ALTA PRESIÓN. ANÁLISIS DEL PROBLEMA DE FATIGA ORIGINADO EN LAS RANURAS DE ALIVIO DE PRESIÓN	
D. Ballorca-Juez, P.M. Bravo Díez, M. Preciado Calzada, J. Calaf-Chica	603

SEGURIDAD Y DURABILIDAD DE ESTRUCTURAS	609
TRANSPORTE DE HIDRÓGENO EN ACEROS DE ALTA RESISTENCIA TENIENDO EN CUENTA DIFERENTES TIPOS DE TRAMPAS	
J. Sanchez, A. Ridruejo, P. de Andres, J. Torres, N. Rebolledo	.610
PROPAGACIÓN DE GRIETAS POR FATIGA EN ESLABONES DE CADENAS OFFSHORE MEDIANTE EL MÉTODO EXTENDIDO DE LOS ELEMENTOS FINITOS (XFEM)	
A. Bergara, J. Altuzarra, A. Arredondo, J.M. Martínez-Esnaola	.616
DESIGNING GLAZING AGAINST TERRORIST EXPLOSIONS	
J. Rodríguez, L. Lacoma, F. Martínez, J. Martí	.622
VALORES POR DEFECTO DE LA DISTANCIA CRÍTICA EN ACEROS ESTRUCTURALES. ESTIMACION DI LA TENACIDAD APARENTE A FRACTURA EN PRESENCIA DE ENTALLAS EN U	E
S. Cicero, J.D. Fuentes, I. Procopio, V. Madrazo, P. González	.628

Fractura de Materiales Metálicos

PLANTEAMIENTO DE UNA METODOLOGÍA DE ANÁLISIS DE LA FISURACIÓN ASISTIDA POR EL AMBIENTE DEL ACERO X80 BASADA EN LA TEORÍA DE DISTANCIAS CRÍTICAS

P. González^{1*}, S. Cicero¹, J.A. Álvarez¹, B. Arroyo¹

Departamento de Ciencia e Ingeniería del Terreno y de los Materiales. E.T.S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos. Universidad de Cantabria. Avda. De los Castros 44, 39005, Santander, España. *Persona de contacto: glezpablo@unican.es

RESUMEN

Este trabajo presenta un análisis de la fisuración asistida por ambiente empleando la Teoría de las Distancias Críticas (TDC). La investigación se desarrolla a través de un programa experimental compuesto de probetas C(T) de fractura con diferentes radios de entalla, desde 0 mm (defecto tipo fisura) hasta 2 mm. El material utilizado es un acero X80 utilizado en tuberías de transporte de gas a bajas temperaturas que ha sido estudiado en condiciones de Fragilización por Hidrógeno (FH). El trabajo se completa con simulaciones por Elementos Finitos. En base a los resultados, la capacidad de la TDC para analizar procesos de fisuración asistida por ambiente queda probada en este material y en las condiciones estudiadas.

PALABRAS CLAVE: Fragilización por Hidrógeno; Teoría de las Distancias Críticas; Efecto Entalla; Fisuración Asistida por el Ambiente; Polarización Catódica.

ABSTRACT

This paper presents an analysis of Environmental Assisted Cracking (EAC) based on the Theory of Critical Distances (TCD). The research is based on an experimental program composed of fracture specimens with notch radius varying from 0 mm (crack-like defect) up to 2 mm. A pipeline steel was used in this work (X80). It has been analysed under Hydrogen Embrittlement (HE) conditions. The study has been completed with Finite Elements Simulation analysis. The capacity of the TCD to analyse EAC processes has been proven in this material subjected to the mentioned conditions.

KEYWORDS: Hydrogen Embrittlement; Theory of Critical Distances; Notch Effect; Environmental Assisted Cracking; Cathodic Polarization.

INTRODUCCIÓN

La creciente demanda de energía ha favorecido el desarrollo de materiales para el transporte de gas y petróleo mediante tuberías, componentes y estructuras muchas de las cuales se encuentran en zonas offshore. El efecto del ambiente en estos materiales puede provocar fenómenos de Corrosión Bajo Tensión (CBT) y Fragilización por Hidrógeno (FH). Estos fenómenos conducen a la degradación de las propiedades mecánicas de los aceros cuando éstos están en contacto con un ambiente agresivo [1–3].

Los recambios y reparaciones de defectos en componentes offshore conllevan un gran gasto económico [4]. Pero estos defectos no son necesariamente defectos tipo fisura, sino que pueden presentar un radio finito en el frente del defecto, en cuyo caso se denominan entallas. Como ejemplo, se pueden citar los defectos por corrosión, defectos de fabricación o defectos creados por daño mecánico. Si las entallas son consideradas como fisuras en las evaluaciones de integridad estructural, los resultados serán demasiado conservadores por el hecho de que los componentes entallados presentan una tenacidad aparente a fractura mayor que la de los componentes fisurados [5–8]. Por este motivo, es necesario implementar metodologías de que consideren el comportamiento real de las entallas.

En la actualidad, muchos investigadores han desarrollado metodologías capaces de predecir el comportamiento a fractura de componentes entallados. Los métodos más relevantes son los basados en el campo de tensiones en el frente del defecto debido a su mayor aplicabilidad. Entre éstos métodos destacan el Método del Punto (MP) y el Método de la Línea (ML), ambos pertenecientes a la Teoría de las Distancias Críticas (TDC) [9–11].

La TDC está formada por un grupo de metodologías, las cuales utilizan un parámetro de longitud característico

del material, la distancia crítica (*L*), para realizar las evaluaciones a fractura y fatiga. Tiene los orígenes a mediados del siglo XX pero es en las últimas décadas cuando ha alcanzado mayor desarrollo y aceptación [8,12]. La capacidad predictiva de la TDC en el estudio de la fractura y la fatiga ha sido probada por numerosos autores. Sin embargo, esta teoría nunca ha sido utilizada para predecir la rotura en condiciones de CBT o FH.

El principal propósito de este estudio es realizar, a través de una serie de ensayos, un análisis de la fisuración asistida por ambiente basado en la TDC (más concretamente, utilizando el MP). Para ello se ha utilizado un acero comúnmente empleado el transporte de gas natural y petróleo. La fragilización del material proviene de un sistema de protección del metal frente a la corrosión usado frecuentemente: la polarización catódica. Han sido realizados ensayos a fractura en condiciones de FH de probetas C(T) fisuradas y entalladas mediante ensayos de baja velocidad de desplazamiento. Finalmente, se ha empleado un análisis por elementos finitos para determinar el campo tensional en las proximidades del defecto en el momento en el que la fisura empieza a propagar.

LA TEORÍA DE LAS DISTANCIAS CRÍTICAS

La TDC fue propuesta a mediados del siglo XX por Neuber [13,14] y Peterson [15]. Sin embargo, ha sido en las últimas décadas cuando más auge y aceptación ha tenido esta teoría, proporcionando soluciones precisas para diversos problemas de la ingeniería [16–19]. La TDC agrupa un conjunto de metodologías, las cuales tienen en común el uso de un parámetro característico del material, con unidades de longitud, llamado la distancia crítica (*L*). Este parámetro característico, en los análisis a fractura, sigue la siguiente ecuación:

$$L = \frac{1}{\pi} \left(\frac{K_{mat}}{\sigma_0} \right)^2 \tag{1}$$

 K_{mat} es la tenacidad a fractura (obtenida de componentes fisurados) y σ_0 es la tensión inherente, que suele ser mayor que la resistencia a tracción del material, σ_U , aunque requiere calibración.

En análisis a fatiga, la ecuación para la distancia crítica sigue una expresión análoga:

$$L = \frac{1}{\pi} \left(\frac{\Delta K_{th}}{\Delta \sigma_0} \right)^2 \tag{2}$$

donde ΔK_{th} es el umbral de propagación de fisura y $\Delta \sigma_0$ es la resistencia a fatiga de una probeta lisa.

El método del punto, dentro de la TDC, ha sido empleado para este estudio por su sencillez y precisión a la hora de aplicarlo.

Método del Punto

El método del punto (MP) es la metodología más simple de la TDC. Establece que el fallo tiene lugar cuando se alcanza una tensión igual a la tensión inherente a una distancia L/2 desde el frente del defecto (Ecuación (3)):



Figura 1. Curvas tensión-distancia al frente del defecto para la obtención de L.

La Figura 1 muestra de manera gráfica una de las posibilidades utilizadas para la obtención de la distancia crítica, L, y de la tensión inherente, σ_0 . Las curvas tensión-distancia al frente del defecto, en fractura, de dos ensayos con diferentes geometrías del defecto, se cortan en un punto de coordenadas ($L/2, \sigma_0$).

El MP también ofrece una ecuación para predecir la tenacidad aparente a fractura (K^{N}_{mal}) de componentes con entallas tipo U. Para ello ha de combinarse el MP con la ecuación de Creager y Paris (Ecuación (4)) del campo de tensiones elástico lineal en las entallas [20]:

$$\sigma(r) = \frac{K}{\sqrt{\pi}} \frac{2(r+\rho)}{(2r+\rho)^{3/2}}$$
(4)

donde *K* es el factor de intensidad de tensiones (definido por probetas fisuradas), ρ es el radio de entalla y *r* es la distancia desde el frente del defecto. Nótese que la Ecuación (4) solo es válida para pequeñas distancias desde el frente de entalla. Combinando la ecuación (3) y la ecuación (4) y suponiendo que el fallo tiene lugar cuando K_I es igual a K^{N}_{mat} , entonces se obtiene la ecuación (5):

$$K_{mat}^{N} = K_{mat} \frac{\left(1 + \frac{\rho}{L}\right)^{3/2}}{\left(1 + \frac{2\rho}{L}\right)}$$
(5)

MATERIALES Y MÉTODOS

Material

El material empleado en este estudio es el acero API X80, empleado normalmente en el transporte de gas y petróleo a bajas temperaturas debido a sus propiedades mecánicas y su tenacidad. Presenta una microestructura ferríticoperlítica, con un tamaño de grano entre 5 μ m y 15 μ m, como se muestra en la Figura 2. Las propiedades mecánicas vienen representadas en la Tabla 1.

Tabla 1. Propiedades mecánicas del acero X80.

MATERIAL E,	GPa	$\sigma_{Y,}$ MPa	$\sigma_{\rm U}$, MPa
X80 2	09.9	621.3	692.9
		SUM.	T

Figura 2. Microestructura del acero X80.

La composición química de acero X80 viene reflejada en la Tabla 2.

Tabla 2.	Composición	auímica	del acero	X80.
1 <i>uo</i> iu 2.	composicion	gainica	uci ucci 0	100.

С	Si	S	Р	Mn	Ni	Cr	Mo	Cu
0.07	0.18	< 0.005	< 0.005	1.83	0.03	I	0.15	0.02
Sn	Al	V	Ti	Co	Nb	В	Ν	Ceq
-	0.03	-	-	-	0.03	I	< 0.005	0.408

Simulación de la Polarización Catódica

En este estudio ha sido empleado un sistema de polarización catódica. El principio de la polarización catódica (o carga catódica) es la aplicación de un potencial (o intensidad de corriente) negativo entre el ánodo y el cátodo para que la velocidad de corrosión descienda [21]. Este método se emplea para proteger contra la corrosión componentes que operan en ambientes agresivos. El principal inconveniente es que causa fragilización en el acero por la acción del hidrógeno, que penetra y queda atrapado en el material.

Como muestra la Figura 3, el acero (ánodo) está conectado, a través de una solución ácida, con el metal noble (platino) que actúa como cátodo. La intensidad de corriente que circula entre ambos es de 5 mA/cm² debido a su uso extendido en la industria.

La disolución ácida empleada ha sido preparada siguiendo el método de Pressouyre [22-24]. Dicha

disolución es, básicamente, una disolución de H_2SO_4 en agua destilada con 10 mg de As_2O_3 y 10 gotas de CS_2 por litro de disolución. El pH ha de permanecer entre 0.65-0.80 siendo necesario el cambio de disolución cuando el pH se encuentra fuera de esos valores. La temperatura de ensayo ha estado comprendida entre 20 °C-25 °C.

Es necesaria una recirculación de la disolución para evitar que las burbujas de hidrógeno que se quedan en la superficie del metal produzcan algún tipo de corrosión localizada, como por ejemplo picaduras.



Figura 3. Esquema de la polarización catódica durante los ensayos.

Metodología

El uso de la TDC para análisis a fractura y fatiga es ampliamente conocido. Predice de manera fiable y precisa el fallo en componentes entallados (ej., ecuación (5)). En este estudio se va a reformular el mismo concepto que ofrece la TDC en fractura y fatiga, para abordar la fisuración asistida por ambiente (de ahora en adelante se denotará EAC por sus siglas en inglés). De esta manera, y, análogamente a la ecuación (1) en fractura y a la ecuación (2) en fatiga, la siguiente expresión ha sido propuesta para el cálculo de la distancia crítica en condiciones de EAC:

$$L_{EAC} = \frac{1}{\pi} \left(\frac{K_{IEAC}}{\sigma_{0EAC}} \right)^2 \tag{6}$$

donde L_{EAC} es la distancia crítica del material en condiciones de EAC, K_{IEAC} es umbral de propagación de fisuras y σ_{0EAC} es la tensión inherente en ambiente agresivo. Siguiendo esta ecuación y, aplicando el método del punto, es posible establecer predicciones de componentes entallados en condiciones de EAC como muestra la siguiente ecuación:

$$K_{IEAC}^{N} = K_{IEAC} \frac{\left(1 + \frac{\rho}{L_{EAC}}\right)^{3/2}}{\left(1 + \frac{2\rho}{L_{EAC}}\right)}$$
(7)

A través de la ecuación (7) se pueden realizar predicciones del umbral de propagación (en adelante, umbral de propagación aparente) en EAC, K^{N}_{IEAC} , de un material con entallas en forma de U, a partir de su umbral de propagación en el ambiente agresivo, K_{IEAC} , el radio de entalla, ρ y la distancia crítica en EAC, L_{EAC} .

Para comprobar la validez de la ecuación (7), es preciso el cálculo de la tenacidad aparente a fractura (componentes entallados) y la tenacidad a fractura (componentes fisurados) en condiciones de EAC, mediante una serie de ensavos a fractura en ambiente agresivo. En estos ensayos, la probeta ha de someterse a una velocidad de desplazamiento constante mientras está expuesta al medio agresivo. La velocidad necesaria para que el ambiente gobierne el comportamiento del material ha de ser muy baja, por lo que los ensayos que se han de realizar son de baja velocidad de desplazamiento [25]. Los ensayos de baja velocidad de desplazamiento han supuesto un avance sustancial a la hora de evaluar el efecto del ambiente en un material, puesto que reducen la duración de los ensayos de caracterización de materiales en ambientes agresivos de manera significativa.

Antes de la realización del ensayo, las probetas han de permanecer sumergidas en el ambiente agresivo y estar sometidas a la polarización catódica durante 48h para lograr la máxima absorción de hidrógeno.

Después de la absorción del hidrógeno, una máquina de eje horizontal de baja velocidad de deformación lleva a cabo los ensayos. La velocidad de desplazamiento utilizada, siguiendo las recomendaciones de la normativa ISO 7539 [25], es de $6 \cdot 10^{-8}$ m/s. El ensayo presenta un registro continuo de Fuerza-COD (*Crack Opening Displacement*). Una vez obtenida la curva, se emplea la metodología propuesta en las normativas ISO 7539 [25] y ASTM E1820 [26] para el cálculo del umbral de propagación en probetas compactas C(T), empleando la carga el momento en el que la fisura comienza a propagar en el ensayo (Ecuación (8) y (9)):

$$K_{IEAC}^{N} = \frac{P_Q}{(BB_N W)^{3/2}} f\left(\frac{a}{W}\right)$$
(8)

$$f\left(\frac{a}{W}\right) = \frac{\left[\left(2 + \frac{a}{W}\right)\left(0.886 + 4.64\frac{a}{W} - 13.32\left(\frac{a}{W}\right)^2 + 14.72\left(\frac{a}{W}\right)^3 - 5.6\left(\frac{a}{W}\right)^4\right)\right]}{\left(1 - \frac{a}{W}\right)^{3/2}}$$
(9)

donde P_Q es la carga para la cual la fisura comienza a propagar en la probeta, *B* es el espesor de la probeta y B_N es el espesor neto en caso de que se hayan realizado ranuras laterales, *W* es el ancho de la probeta y f(a/W) es un factor geométrico dependiente de la profundidad del defecto, *a*, y del ancho de la probeta, *W*.

Programa experimental

Para comprobar la precisión y adecuación de las ecuaciones propuestas (ecuaciones (6) y (7)) es necesario realizar una serie de ensayos adicionales. En concreto, han sido realizados ensayos a fractura en ambiente a baja velocidad de desplazamiento ($6 \cdot 10^{-8}$ m/s) sobre dos probetas C(T) prefisuradas, para el cálculo de K_{IEAC} . Posteriormente, ha sido repetido este ensayo en las mismas condiciones, pero esta vez con probetas C(T) entalladas (ver Figura 4), cuyos radios de entalla son 0.25 mm, 0.50 mm, 1.00 mm, y 2.00 mm. De cada radio de entalla se han duplicado los ensayos para conseguir una mayor representatividad en los resultados.



Figura 4. Geometría de las probetas C(T) empleadas.

En total, 10 probetas C(T) han sido ensayadas. La Tabla 3 recoge los ensayos realizados.

Tabla 3. Ensayos realizados en función del radio de entalla.

Radio, p (mm)	0.00	0.25	0.50	1.00	2.00
N° de ensayos	2	2	2	2	2

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Los valores obtenidos experimentalmente para estos para estos parámetros son los que se muestran en la Tabla 4.

La media aritmética de los umbrales de propagación en EAC de las dos probetas prefisuradas ($\rho = 0.00$ mm) ha sido considerada como K_{IEAC} . En este caso, dicho valor es de 60.29 MPa·m^{0.5}.

N° de ensayo	Radio, p (mm)	P _Q (kN)	K ^N _{IEAC} (MPa⋅m ^{0.5})
1	0.00	27.86	67.42
2	0.00	23.12	53.16
3	0.25	34.41	63.21
4	0.25	34.85	64.01
5	0.50	38.26	70.28
6	0.50	42.75	78.52
7	1.00	44.50	81.74
8	1.00	42.93	78.87
9	2.00	56.24	103.31
10	2.00	54.20	99.56

Tabla 4. Resultados experimentales analizados en esteestudio.

Simulación por elementos finitos

Se ha empleado el programa ABAQUS (versión 6.13) para la realización de un análisis por elementos finitos del campo tensional en las proximidades de la entalla en el momento en el que la fisura comienza a propagar. La simulación ha sido ejecutada en condiciones elástico-lineales [9]. La Figura 5 representa el campo tensional en la entalla y el mallado de la probeta, que ha sido creado mediante elementos hexaédricos y es mucho más refinado en las proximidades del defecto debido a los elevados gradientes tensionales en esa zona.



Figura 5. Mallado de la probeta C(T) y campo tensional en el frente de entalla.

Han sido obtenidas las curvas tensión-distancia desde el frente de entalla (en el medio de la sección) de cada ensayo realizado para la carga a la cual empieza a propagar la fisura en cada ensayo. Se observa en la Figura 6 como las curvas se cruzan, aproximadamente, en un punto, como postula este trabajo.



Figura 6. Curvas tensión-distancia al frente de entalla obtenidas mediante simulación por elementos finitos.

El punto donde se cortan las curvas sirve para calcular la distancia crítica y la tensión inherente en EAC. En este caso, para el acero API X80 en condiciones de polarización catódica (5 mA/cm²), el valor de la distancia crítica es $L_{EAC} = 0.184$ mm ($L_{EAC}/2 = 0.092$ mm) y el valor de la tensión inherente es $\sigma_{0EAC} = 2517.25$ MPa.

Predicciones del Método del Punto

La Figura 7 muestra las predicciones que el método del punto ofrece. Se muestran dos curvas de predicciones (empleando el valor experimental de L_{EAC} y el mejor ajuste por mínimos cuadrados, L_{EAC-MA}) del umbral de propagación aparente en EAC y los resultados experimentales obtenidos. Las predicciones de los umbrales de propagación aparentes (K^{N}_{IEAC}) se han generado al introducir el valor de L_{EAC} (o L_{EAC-MA}) en la ecuación (7) junto con el valor de K_{IEAC} obtenido experimentalmente con probetas C(T) prefisuradas.



Figura 7. Predicciones del Método del Punto con valores experimentales y con el mejor ajuste de L_{EAC} por mínimos cuadrados.

Como se observa en la Figura 7, las predicciones obtenidas empleando el valor experimental de la distancia crítica en ambiente, L_{EAC} , presentan un alto grado de precisión comparándolas con los resultados de los ensayos experimentales realizados.

CONCLUSIONES

Este trabajo aplica la teoría de las distancias críticas, por primera vez, para analizar la fisuración asistida por ambiente. Se ha estudiado en el acero API X80 en condiciones de polarización catódica (5 mA/cm²).

La calibración de los parámetros de la TDC ha sido realizada mediante una combinación de ensayos experimentales y análisis del campo tensional en el frente del defecto, por elementos finitos.

Se observa un claro efecto entalla, creciendo el umbral de propagación aparente (K^{N}_{IEAC}) en EAC a medida que aumenta el radio del defecto.

El valor calculado de la distancia crítica de manera experimental ($L_{EAC} = 0.184$ mm) ofrece unas predicciones fiables de K^{N}_{IEAC} . El mejor ajuste por mínimos cuadrados, ofrece un valor de $L_{EAC-MA} = 0.197$ mm. La pequeña diferencia entre el valor experimental y

el mejor ajuste unido a la precisión en las predicciones, prueban la capacidad del método del punto y, por tanto, de la TDC, para analizar procesos de fisuración asistida por ambiente.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer al Ministerio de Economía y Competitividad la financiación recibida de los proyectos MAT2014-58443-P y MAT2014-58738-C3-3-R desarrollado por la Universidad de Cantabria.

REFERENCIAS

- J.M. Hamilton, The challenges of deep-water arctic development, Int. J. Offshore Polar Eng. (2011) 21:241– 247.
- [2] G.P. Tiwari, A. Bose, J.K. Chakravartty, S.L. Wadekar, M.K. Totlani, R.N. Arya, R.K. Fotedar, A study of internal hydrogen embrittlement of steels, Mater. Sci. Eng. A. (2000) 286: 269–281.
- [3] J. Rehrl, K. Mraczek, A. Pichler, E. Werner, Mechanical properties and fracture behavior of hydrogen charged AHSS/UHSS grades at high-and low strain rate tests, Mater. Sci. Eng. A. (2014) 590:360–367.
- [4] M. Elboujdaini, Hydrogen-Induced Cracking and Sulfide Stress Cracking, Uhlig's corrosión handbook, John Wiley and Sons, Ottawa (2011) 183-194..
- [5] L.S. Nui, C. Chehimi, G. Pluvinage, Stress field near a large blunted tip V-notch and application of the concept of the critical notch stress intensity factor (NSIF) to the fracture toughness of very brittle materials, Eng. Fract. Mech. (1994) 49:325–335.
- [6] G. Pluvinage, Fatigue and fracture emanating from notch; the use of the notch stress intensity factor, Nucl. Eng. Des. (1998) 185:173–184.
- [7] W. Fenghui, Prediction of intrinsic fracture toughness for brittle materials from the apparent toughness of notchedcrack specimen, J. Mater. Sci. (2000) 35:2543–2546.
- [8] B. Atzori, P. Lazzarin, S. Filippi, Cracks and notches: Analogies and differences of the relevant stress distributions and practical consequences in fatigue limit predictions, Int. J. Fatigue. (2001) 23:355–362.
- [9] D. Taylor, The Theory of Critical Distances, Elsevier,Oxford (2007).
- [10] V. Madrazo, S. Cicero, T. García, Assessment of notched structural steel components using failure assessment diagrams and the theory of critical distances, Eng. Fail. Anal. (2014) 36:104–120.
- [11] S. Cicero, V. Madrazo, I. Carrascal, R. Cicero, Analysis of notch effect in fracture micromechanisms, in: Am. Soc. Mech. Eng. Press. Vessel. Pip. Div. PVP (2012) 847–856.
- [12] D. Taylor, P. Bologna, K. Bel Knani, Prediction of fatigue failure location on a component using a critical distance method, Int. J. Fatigue. (2000) 22:735–742.

- [13] H. Neuber, Theorie der technischen Formzahl, Forsch. Auf Dem Gebiete Des Ingenieurwesens. (1936) 7:271– 274.
- [14] H. Neuber, Theory of notch stresses: principles for exact calculation of strength with reference to structural form and material, Springer Verlag, Berlin (1958).
- [15] R.E. Peterson, Notch sensitivity, Met. Fatigue. (1959) 293–306.
- [16] D. Taylor, The theory of critical distances: A history and a new definition, SDHM Struct. Durab. Heal. Monit. (2006) 2:1–10.
- [17] L. Susmel, D. Taylor, On the use of the theory of critical distances to estimate KIc and Δ Kth from experimental results generated by testing standard notches, Key engineering materials (2010). 417-418:25-28.
- [18] K. Tanaka, Engineering formulae for fatigue strength reduction due to crack-like notches, Int. J. Fract. (1983) 22:R46.
- [19] J.M. Whitney, R.J. Nuismer, Stress fracture criteria for laminated composites containing stress concentrations, J. Compos. Mater. (1974) 8:253–265.
- [20] M. Creager, P.C. Paris, Elastic field equations for blunt cracks with reference to stress corrosion cracking, Int. J. Fract. Mech. (1967) 3:247–252.
- [21] D.A. Jones, Principles and prevention of corrosion, Prentice-Hall, Inc. Simon & Schuster, New Jersey (1996).
- [22] I.M. Bernstein, G.M. Pressouyre, Role of traps in the microstructural control of hydrogen embrittlement of steels, Noyes Publ, Park Ridge, NJ, Pittsburgh (1988).
- [23] J.A. Alvarez, F. Gutiérrez-Solana, Elastic-plastic fracture mechanics based methodology to characterize cracking behavior and its application to environmental assisted processes, Nucl. Eng. Des. (1999) 188:185–202.
- [24] B. Arroyo, J.A. Álvarez, R. Lacalle, C. Uribe, T.E. García, C. Rodríguez, Analysis of key factors of hydrogen environmental assisted cracking evaluation by small punch test on medium and high strength steels, Mater. Sci. Eng. A. (2017) 691:180–194.
- [25] ISO 7539 Corrosion of metals and alloys. Stress corrosion testing. Parts 1 to 11 (2015).
- [26] ASTM E1820-18, Standard Test Method for Measurement of Fracture Toughness, ASTM International, West Conshohocken, PA, (2018).

FRACTURA ASISTIDA POR HIDRÓGENO INTERNO EN EL ACERO 42CrMo4 TEMPLADO Y REVENIDO

A. Zafra^{1*}, G. Álvarez², R. Fernández², J. Belzunce¹, C. Rodríguez²

¹ Departamento de Ciencia de los Materiales e Ingeniería Metalúrgica ²Departamento de Construcción e Ingeniería de Fabricación Escuela Politécnica de Ingeniería de Gijón. Universidad de Oviedo. Campus Universitario. 33203 Gijón-España * Persona de contacto: UO218302@uniovi.es

RESUMEN

Se mecanizaron probetas compactas CT de chapas de acero 42CrMo4 templado y revenido respectivamente a 650 y a 700°C durante 2 horas. A continuación, se cargaron con hidrógeno en un reactor bajo elevada presión de hidrógeno gaseoso y temperatura (19.5MPa y 450°C), para finalmente ensayarlas bajo la aplicación de factores de intensidad de tensión, K_I, constantes. De esta manera, se ha determinado el factor K_{IH} para el que se iniciaba el crecimiento de la grieta y se ha relacionado con el contenido interno de hidrógeno en el acero, obteniéndose valores significativamente inferiores al de la tenacidad a fractura en presencia de hidrógeno interno K_{ICH}. Se ha realizado también la simulación con elementos finitos para determinar la distribución de hidrógeno en las probetas CT a lo largo de estos ensayos. Finalmente, se han determinado los micromecanismos de fractura operativos en estos ensayos empleando SEM.

PALABRAS CLAVE: Fragilización por hidrógeno, tenacidad a fractura, hidrógeno interno, aceros templados y revenidos, simulación por elementos finitos.

ABSTRACT

CT specimens machined from 42CrMo4 steel plates quenched and tempered at 650 and 700°C for two hours were hydrogen charged in a high pressure and high temperature hydrogen reactor (19.5MPa and 450°C), and then tested under the application of constant stress intensity factors, K_I . In this context, the K_{IH} factor for the initiation of crack growth was determined and related with the internal hydrogen content measured in the steel. K_{IH} factors much lower than the fracture toughness in the presence of hydrogen, K_{IcH} , were obtained. Additionally, finite element analysis allowed determining the hydrogen distribution in the specimens along the mechanical tests. Finally, the operative fracture micromechanisms were determined using SEM.

KEYWORDS: Hydrogen embrittlement, fracture toughness, internal hydrogen, quenched and tempered steels, finite element analysis.

1. INTRODUCCIÓN

Actualmente se está considerando la energía basada en el hidrógeno, limpia y 100% renovable, como una de las principales alternativas a los combustibles fósiles tradicionales [1]. Sin embargo, el desarrollo de materiales adecuados, específicamente aceros, para la fabricación de grandes infraestructuras como tanques, tuberías y válvulas que trabajen con seguridad en presencia de hidrógeno gaseoso, en muchos casos a elevada presión, es uno de los principales retos a los que se enfrenta la industria del hidrógeno hoy en día.

En este contexto, los aceros al carbono, empleados tradicionalmente para la fabricación de estos componentes deberán ser sustituidos por aceros aleados,

de mayor resistencia, que permitan satisfacer el incipiente aumento en la demanda de hidrógeno.

El acero 42CrMo4 es un acero aleado con un contenido medio de carbono, que suele emplearse en estado de temple y revenido cuando se requiere una combinación óptima de resistencia y tenacidad. Además, presenta una elevada resistencia a la fatiga, convirtiéndolo en un excelente candidato para la fabricación, por ejemplo, de recipientes destinados al almacenamiento y transporte de hidrógeno gaseoso a elevada presión. Sin embargo, es ampliamente conocido el hecho de que los aceros de alta resistencia, como es el caso del 42CrMo4, son susceptibles al fenómeno de fragilización por hidrógeno (FPH) y que, además, esta susceptibilidad aumenta al hacerlo la resistencia mecánica del acero [2]. En trabajos anteriores ya se ha mostrado el perjudicial efecto del hidrógeno en las propiedades a tracción [3], en la tenacidad a la fractura [4], y en la velocidad de crecimiento de grieta por fatiga [5] del acero 42CrMo4 templado y revenido a diferentes temperaturas, aumentando la sensibilidad al fenómeno FPH al disminuir la temperatura de revenido (mayor límite elástico). De hecho, en base a los resultados que se han obtenido hasta la fecha, solamente los grados revenidos a mayores temperaturas, 650 y 700°C, se podrían considerar, a priori, aptos para este servicio. De cualquier manera, el uso de la tenacidad a fractura en presencia de hidrógeno, como criterio límite de diseño de componentes que pudieran contener grietas, pudiera no ser apropiado, si las grietas presentes en estos componentes pueden crecer bajo la aplicación de factores de intensidad de tensión menores en presencia de hidrógeno interno. Resulta entonces necesario determinar el factor de intensidad de tensión umbral, K_{III}, por debajo del cual no se produce crecimiento alguno de grieta en presencia de hidrógeno interno.

Con objeto de aclarar este punto, se ha utilizado el acero 42CrMo4 templado y revenido a 650°C y 700°C (2h). Probetas compactas CT de estos dos grados del mismo acero se han cargado de modo controlado con hidrógeno interno a alta presión y temperatura y, a continuación, se han sometido a carga mecánica mediante la aplicación de factores de intensidad de tensión, K_I , constantes, con el fin último de determinar el valor umbral K_{IH} para el que la grieta no crece.

2. PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

2.1. Material y tratamientos térmicos

El material estudiado fue el acero aleado 42CrMo4, cuya composición química se recoge en la Tabla 1.

Tabla 1. Composición química (% en peso) del acero 42CrMo4.

С	Cr	Mo	Mn	Si	Cu	V
0.42	0.98	0.22	0.62	0.18	0.02	0.01

Este acero fue templado y revenido a dos temperaturas distintas, 650 y 700°C, durante dos horas, con objeto de analizar la influencia de la microestructura y del límite elástico en el agrietamiento inducido por hidrógeno interno. Los tratamientos térmicos, así como la nomenclatura utilizada, se recogen en la Tabla 2.

Tabla 2. Tratamientos térmicos realizados al acero42CrMo4. TA = temple en agua. R=revenido.

Nomenclatura	Tratamiento Térmico
42CrMo4_650	845°C/40min + TA + R (650°C/2h)
42CrMo4_700	845°C/40min + TA + R (700°C/2h)

Posteriormente, se mecanizaron pines cilíndricos para medir el contenido de hidrógeno y obtener las curvas de desorción a temperatura ambiente, así como probetas de fractura CT para realizar los ensayos mecánicos correspondientes.

2.2. Carga de hidrógeno

Todas las probetas se cargaron con hidrógeno gaseoso en un reactor a presión disponible en las instalaciones del centro tecnológico IDONIAL, ubicado en Avilés, Asturias. En la fase de carga, las probetas permanecieron en contacto con el hidrógeno gaseoso durante 21 h a 450°C bajo una presión de 19.5 MPa. Para la extracción de las mismas, se aplicó siempre una rampa de enfriamiento de 1 h hasta unos 80°C, durante la que se mantuvo constante la presión (19.5MPa) para intentar minimizar la salida de hidrógeno de las probetas. De cualquier manera, en esta etapa tiene lugar una pérdida significativa de hidrógeno. Una vez extraídas las probetas, se mantuvieron en nitrógeno líquido (-196°C) hasta el momento de su ensayo.

2.3. Medidas del contenido de hidrógeno

El equipo empleado para medir el contenido de hidrógeno de las probetas fue el analizador de hidrógeno Leco DH603. Para asegurar la completa extracción del hidrógeno la muestra se calienta a 1100°C durante unos 6 minutos.

Se determinaron las curvas de desorción de hidrógeno a temperatura ambiente (TA) de los dos grados de acero estudiados. Estas curvas muestran como varía la concentración de hidrógeno en el acero (ppm) en función del tiempo de permanencia a TA. Para la obtención de las mismas se emplearon pines cilíndricos de 10 mm de diámetro y 30 mm de longitud.

2.4. Ensayos de crecimiento de grieta bajo factor de intensidad de tensión, K, constante.

Se utilizaron probetas CT, de 48 mm de ancho, 12 mm de espesor y con una profundidad de entalla inicial $a_n=20$ mm, que fueron preagrietadas mediante fatiga (R=0.1 y f=10Hz), siguiendo la norma ASTM E1820 [6], hasta conseguir una relación de longitud de grieta/ancho, a/W=0.5. Posteriormente, fueron entalladas lateralmente hasta alcanzar un espesor neto en la zona central, $B_n=10$ mm. Estas probetas se precargaron con hidrógeno en el autoclave bajo las condiciones anteriormente descritas.

A continuación, las probetas compactas CT precargadas con hidrógeno fueron cargadas estáticamente bajo factores de intensidad de tensión constantes de diferente magnitud, que se mantuvieron durante distintos tiempos, con objeto de evaluar el crecimiento de la grieta que pudiera haber tenido lugar. El objetivo de estos ensayos era determinar si la pregrieta era capaz de crecer alimentada exclusivamente por la difusión del hidrógeno interno hacia la zona de proceso situada en el frente de la misma cuando se impone un determinado factor de intensidad de tensión.

En estos ensayos se registró de manera continua la apertura de la boca de la grieta, CMOD, frente al tiempo, utilizando para ello un extensómetro MTS tipo COD de 6 mm de apertura. Los ensayos se dieron por concluidos transcurrido un cierto periodo de tiempo. Una vez finalizados, se rompieron las probetas bajo carga cíclica con objeto de marcar la posición final del frente de la grieta al final de la carga estática. Para la medida del crecimiento de la grieta se determinó el valor medio de 5-10 medidas en el tercio central del espesor de la probeta CT.

2.5. Observación microestructural y de las superficies de fractura

El crecimiento real de la grieta se midió sobre la superficie de fractura de la misma en un microscopio electrónico de barrido JEOL-JSM5600, perteneciente a los Servicios Científico Técnicos de la Universidad de Oviedo. Así mismo, haciendo uso del mismo equipo, se determinaron los micromecanismos de fallo operativos en estos ensayos e igualmente se captó la microestructura original de los aceros.

3. RESULTADOS

3.1. Microestructuras y propiedades mecánicas

En la Figura 1(a) y (b) se muestra la microestructura (10.000x) del acero 42CrMo4 templado y revenido a 650 y 700°C durante 2h, respectivamente.



Figura 1. Microestructuras (a) 42*CrMo4_650 y (b)* 42*CrMo4_700. SEM, 10000x.*

En ambos casos la microestructura es martensita revenida, observándose una profusa precipitación de carburos que tiene lugar durante la etapa de revenido. Así mismo, al aumentar la temperatura de revenido, estos carburos han crecido y se han distribuido de forma más homogénea [3].

Estas diferencias microestructurales se reflejan en la dureza Brinell (HB), en las propiedades a tracción (límite elástico, σ_{ys} , resistencia a tracción, σ_{uts} , alargamiento, A, y estricción, Z) y en la tenacidad a fractura, $J_{0.2/BL}$, a temperatura ambiente de ambos grados de acero (Tabla 3.) Se aprecia que, al aumentar la temperatura de revenido, la dureza, el límite elástico

y la resistencia mecánica disminuyen, mientras que el alargamiento, la estricción y la tenacidad a la fractura, aumentan.

Tabla 3.	Propiedades	mecánicas del	acero 42CrMo4
----------	-------------	---------------	---------------

T _{rev} [°C]	HB	σ _{ys} [MPa]	σ _{uts} [MPa]	A [%]	Z [%]	J _{0.2/BL} [kJ/m ²]
650	246	820	905	16	57	396
700	201	622	710	22	61	580

3.2. Curvas de desorción de hidrógeno

Las curvas de desorción de hidrógeno obtenidas, así como el ajuste numérico empleado para la determinación del coeficiente de difusión (ver [4]) se muestran en la Figura 2.

Se observa que al aumentar la temperatura de revenido de 650 a 700°C, el contenido de hidrógeno inicial es similar (1.2 ppm), pero la salida de hidrógeno de las probetas es más rápida (mayor coeficiente de difusión), el hidrógeno residual (fuertemente atrapado en la red) disminuye (0.45 frente a 0.3 ppm), mientras aumenta el hidrógeno difusible (Tabla 4). Estos resultados concuerdan con los cambios microestructurales comentados anteriormente.



Figura 2. Curvas de desorción de hidrógeno (experimental) y ajuste con Abaqus (FEM).

Tabla 4. Hidrógeno inicial (C_{H0}), final (C_{Hf}) y difusible (C_{H0} - C_{Hf}) para las dos temperaturas de revenido

T _{rev}	C _{H0}	C _{Hf}	C_{H0} - C_{Hf}	D _{app}
[°C]	[ppm]	[ppm]	[ppm]	$[m^{2}/s]$
650	1.2	0.45	0.75	$2.5 \cdot 10^{-10}$
700	1.2	0.30	0.90	$4.2 \cdot 10^{-10}$

3.3. Distribución de hidrógeno en las probetas CT

Se llevó a cabo un análisis numérico por elementos finitos de la evolución del contenido de hidrógeno en las probetas CT utilizando el software Abaqus. En primer lugar, ha sido necesario evaluar la pérdida de hidrógeno que tiene lugar durante la fase de enfriamiento de las

probetas en el propio autoclave. Hemos supuesto que al final del proceso de carga las probetas estaban saturadas en hidrogeno: 4.1 ppm, según Hirtz [7]. Conocida la concentración de hidrógeno en las probetas cilíndricas al finalizar la carga (C_{H0} =1.2 ppm), se aplicó la ley de la difusión de Fick en la dirección radial y se calculó el tiempo necesario para que tuviera lugar esta pérdida de hidrógeno. A continuación, se utilizó este mismo tiempo para calcular la distribución de hidrógeno en la probeta compacta tras la extracción del autoclave, asumiendo en este caso una difusión unidireccional en la dirección del espesor. Finalmente, se determinó la evolución del hidrógeno en la probeta compacta al cabo de 2, 8 y 24 horas a TA, utilizando el mismo procedimiento y tomando el valor del coeficiente de difusión aparente del grado revenido a 700°C ($D_{app} = 4.2 \ 10^{-10} \ m^2/s$, Tabla 4).

Para llevar a cabo el análisis numérico, se emplearon elementos de 8 nodos con integración reducida para el modelado de ambas probetas, siendo axisimétricos de tipo CAX8RT en el caso de la probeta cilíndrica y del tipo CPE8RT en el de la compacta. La Figura 3 muestra la distribución de hidrógeno en la probeta compacta a lo largo de su espesor tras la extracción del autoclave (0 h) y tras los diferentes tiempos de mantenimiento a TA.



Figura 3. Distribución de hidrógeno a lo largo del espesor (ppm) tras 0, 2, 8 y 24 h a TA en una probeta CT del acero revenido a 700°C.

Se pone así de manifiesto que las probetas CT de las calidades de acero utilizadas en este trabajo (de 10 mm de espesor) todavía mantienen una cantidad significativa de hidrógeno en su región central mientras al cabo de 8 horas a TA, pero pierden ya prácticamente todo el hidrógeno interno en menos de 24 horas de mantenimiento a TA (cálculos similares realizados con el acero revenido a 650°C dieron lugar a resultados parecidos, aunque con cantidades de hidrógeno ligeramente mayores).

3.4. Crecimiento de grieta bajo factor de intensidad de tensión, K, constante.

Los incrementos del tamaño de grieta, Δa , medidos en estos ensayos para los diferentes factores de intensidad de tensión K_I aplicados, para los dos grados de acero ensayados, se resumen en la Tabla 5, donde además se indican los micromecanismos de fallo operativos en cada caso. Así mismo, en las Figuras 4(a) y 4(b) se ha representado el crecimiento de grieta medido, Δa , en función del tiempo de duración del ensayo, t, para los diferentes K_I aplicados.

Se destaca que, en los dos aceros, al aumentar el factor intensidad de tensión aplicado, el crecimiento de la grieta también aumentó. Además, se observa que el crecimiento de grieta registrado en estos ensayos fue significativamente mayor en el grado revenido a menor temperatura (mayor límite elástico y más susceptible a la fragilización por hidrógeno). Tomando como base para fijar el inicio del crecimiento de la grieta en un crecimiento real de 0.2 mm (es el criterio que se ha adoptado igualmente para definir la tenacidad a la fractura en [4]), el valor de K_{IH} necesario para iniciar el crecimiento de la grieta se sitúa por debajo de 65 MPam^{1/2} en el grado revenido a 650°C, mientras que sube hasta más de 90 MPam^{1/2} en el revenido a 700°C.

Tabla 5. Resultados de los ensayos de crecimiento de grieta bajo factor de intensidad de tensión, K_{l} , constante. *MF=Micromecanismos de fractura.

T _{rev} [°C]	K _I [MPam ^{1/2}]	∆a [mm]	t _{ensayo} [h]	MF*
	50	0.07	24	
		0.18	2	
	65	0.22	8	DDUUC
650		0.27	24	PKHIC
050		0.51	2	+ IG
	80	0.56	8	ю
		0.85	24	
	96	1.23	8	
	81	0.07	24	
	92	0.14	8	
		0.13	24	
		0.11	2	
700	112	0.13	8	PRHIC
		0.46	24	
		0.1	2	
	122	0.26	8	
		0.47	24	

En la Figura 5 se muestra el crecimiento de la grieta que ha tenido lugar en la zona central de la probeta (región en la que la concentración de hidrógeno es mayor, véase la Figura 3) al cabo de 2, 8 y 24 horas como resultado de aplicar un factor K_I =80 MPam^{1/2} sobre el grado de acero revenido a 650°C. Se observa claramente el progresivo crecimiento del tamaño de la grieta al aumentar el tiempo de ensayo.

Por otro lado, en el caso del acero revenido a 700°C, en la Figura 6 se puede observar igualmente el crecimiento

de grieta correspondiente al mayor factor intensidad de tensiones aplicado (K_I =122 MPam^{1/2}) al cabo de 2, 8 y 24 h. En este caso se observa un crecimiento de grieta apreciablemente menor que en el caso anterior, pese a que el K_I aplicado ha sido bastante mayor.



Figura 4. Evolución del crecimiento de grieta frente al tiempo para los diferentes $K_1[MPam^{1/2}]$ aplicados. Temperatura de revenido de (a) 650°C y (b) 700°C.



Figura 5. Crecimiento de grieta (SEM, 25x) en el acero revenido a 650°C sometido a un K_I =80MPam^{1/2} durante 2, 8 y 24h.



Figura 6. Crecimiento de grieta (SEM, 25x) en el acero revenido a 700°C sometido a un $K_I=122MPam^{1/2}$ durante 2, 8 y 24h.

Las Figuras 7 y 8 muestran detalles de los micromecanismos de fallo operativos en la región en la que la grieta ha crecido asistida por el hidrógeno interno. Se observa claramente la actuación del micromecanismo de fractura PRHIC (plasticity-related hydrogen induced cracking), que es es un tipo de fractura de apariencia transgranular, característico de los aceros martensíticos ensayados en presencia de hidrógeno, consistente en desgarros plásticos a lo largo de las intercaras de las lajas y paquetes martensíticos [8]. Adicionalmente, solo cabe destacar que en el caso del acero revenido a 650°C se han observado pequeñas regiones con una cierta apariencia de rotura intergranular (véase la Figura 7).



Figura 7. Superficie de fractura (SEM, 1000x) del acero revenido a 650°C sometido a un K_I =80MPam^{1/2} durante 8h. PRHIC+IG.

De acuerdo entonces con los datos graficados en la Figura 4, se han estimado respectivamente en 50 MPa \sqrt{m} y en 90 MPa \sqrt{m} los valores límites del factor de intensidad de tensión K_{IH} para evitar el crecimiento de una grieta asistida con hidrógeno interno en los grados de acero 42CrMo4 revenido a 650 y a 700°C. Estos serían los valores máximos de K_I admisibles en el diseño de componentes fabricados con estos aceros para soportar con seguridad cargas mecánicas en presencia de hidrógeno interno. Estos valores de K_I son muy

inferiores a los correspondientes a la tenacidad a la fractura medida en estos mismos aceros en probetas CT cargadas en las mismas condiciones y ensayadas con una velocidad de desplazamiento muy lenta, 0.01 mm/min (K_J =240 kJ/m² en el grado revenido a 650°C y 282 kJ/m² en el revenido a 700°C [4]).



Figura 8. Superficie de fractura (SEM, 1000x) del acero revenido a 700°C sometido a un K_I =93MPam^{1/2} durante 24h. PRHIC.

CONCLUSIONES

Tras el análisis de los resultados obtenidos en este trabajo, se ha llegado a las siguientes conclusiones.

En el acero 42CrMo4 templado y revenido respectivamente a 650°C y a 700°C, en presencia de los contenidos de hidrógeno utilizados en este trabajo, las grietas pueden crecer asistidas por hidrógeno bajo la aplicación de factores de intensidad de tensión moderadamente altos.

Cuanto menor ha sido la temperatura de revenido del acero (mayor límite elástico), las grietas inducidas por el hidrógeno han crecido más y bajo un factor K_I aplicado menor.

El micromecanismo de fractura responsable del crecimiento de grieta observado en estos ensayos ha sido principalmente el mecanismo conocido como PRHIC (solo en el grado revenido a la menor temperatura se observó también alguna zona con rotura intergranular), que es el mecanismo característico operativo en los aceros martensíticos ensayados en presencia de hidrógeno.

Tomando un valor de 0.2mm como criterio para el inicio del crecimiento de grieta, se ha determinado el factor intensidad de tensión límite que evita el crecimiento de grieta bajo carga estática: este valor límite es aproximadamente igual a 50MPam^{1/2} en el acero revenido a 650°C y a 90MPam^{1/2} para el acero revenido a 700°C. Es importante destacar que estos valores son muy inferiores a los valores de la tenacidad

a la fractura obtenidos en presencia de los mismos contenidos de hidrógeno interno y utilizando ensayos muy lentos.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer la financiación recibida del Ministerio de Energía y Competitividad en el marco del proyecto MAT2014-58738-C3 y A. Zafra su contrato dentro del programa "Severo Ochoa" financiado por el Principado de Asturias dentro del proyecto PA-18-PF-BP17-038.

REFERENCIAS

- [1] ABC reportajes, El hidrógeno se postula como alternativa al diésel y al coche eléctrico, septiembre 2018.
- [2] M. Nagumo, Fundamentals of Hydrogen Embrittlement, 1st ed. 2016, Springer.
- [3] A. Zafra, L.B. Peral, J. Belzunce, C. Rodríguez, Effecto of hydrogen on the tensile properties of 42CrMo4 steel quenched and tempered at different temperatures. Int. J. of Hydrogen Energy, Vol. 43, p. 9068-9082, 2018
- [4] A. Zafra, L.B. Peral, J. Belzunce, C. Rodríguez, Effects of hydrogen on the fracture toughness of 42CrMo4 steel quenched and tempered at different temperatures. Int. J. Pressure Vessels and Pipin , Vol. 171, p. 34-50, 2019.
- [5] L.B. Peral, A. Zafra, S. Blasón, C. Rodríguez, J. Belzunce, Effect of hydrogen on the fatigue crack growth rate of quenched and tempered CrMo and CrMoV steels. Int. J. of Fatigue, Vol. 120, p. 201-214, 2019.
- [6] ASTM E1820, "Standard test method for measurement of fracture toughness", Annual Book of ASTM Standards, Vol. 03-01, 2015.
- [7] J.P. Hirtz, Effects of hydrogen on the properties of iron and steel, Metallurgical Transactions, Vol. 11, p. 34-46, 1980.
- [8] K.A. Nibur, B.P. Somerday, C.S.A.N. Marchi, J. W. Foulk, M. Dadfarnia and P. Sofronis, "The relationship between crack-tip strain and subcritical cracking thresholds for steels in highpressure hydrogen gas, Metall. Mater. Trans. A, Vol. 44A, p. 248-269, 2013.

ENFOQUE DE SEGUNDO ORDEN COMPLETO PARA LA PREDICCIÓN DEL VALOR ESPERADO Y VARIANZA DE LA VIDA A FATIGA EN EL CRECIMIENTO DE GRIETA PROBABILISTA.

Mallor, Carlos¹; Rodríguez-Barrachina, Rafael¹; Núñez, José Luis¹; Landaberea, Aitor²; Calvo, Susana¹.

¹ITAINNOVA. María de Luna, 8. 50018, Zaragoza. España. ²CAF S.A. J.M. Iturrioz, 26. 20200, Beasain, Guipúzcoa. España.

*Persona de contacto: cmallor@itainnova.es

RESUMEN

El crecimiento de grieta por fatiga en ejes ferroviarios se caracteriza por incertidumbres inherentes a las cargas, propiedades del material y parámetros geométricos, por lo que la mecánica de fractura y la teoría de probabilidad son necesarias para modelar su comportamiento. En el presente artículo se describe un enfoque estocástico para predecir momentos estadísticos de la vida a fatiga en el crecimiento de grieta. La metodología consiste en el desarrollo de ecuaciones probabilistas para la estimación del momento de orden uno, valor esperado, y el momento centrado de orden dos, varianza, de la variable aleatoria de salida vida a fatiga (*N*). Estos momentos se obtienen a partir de la aproximación mediante serie de Taylor hasta los términos cuadráticos, segundo orden completo, de la ecuación de crecimiento de grieta por fatiga NASGRO respecto de las variables de entrada aleatorias consideradas. Finalmente, las ecuaciones probabilistas se aplican en el crecimiento de grieta por fatiga en un eje metálico sometido a carga de flexión aleatoria. Los momentos estadísticos estimados se verifican comparándolos con simulaciones de Montecarlo. El método desarrollado permite una estimación eficiente de momentos estadísticos, obteniendo resultados precisos que pueden usarse en estudios de fiabilidad.

PALABRAS CLAVE: Probabilista, Crecimiento de grieta por fatiga, Predicción vida a fatiga, NASGRO, Momentos estadísticos.

ABSTRACT

The fatigue crack growth process in railway axles is characterized by uncertainties inherent to scattering loads, material properties and geometrical parameters, therefore fracture mechanics and probability theory are required for modelling its behaviour. This paper describes a stochastic approach for predicting statistical moments of fatigue crack growth lifetime. The methodology consists in developing probabilistic formulations to approximate the first raw moment, expected value, and the second central moment, variance, of the output random variable fatigue lifetime (N). These moments are obtained from the approximation via the Taylor series up to the quadratic terms, full second-order, of the fatigue crack growth NASGRO equation with respect to the random input variables taken into account. Finally, the probabilistic formulations are applied to the fatigue crack growth in a metallic shaft under random bending loading. The statistical moments are checked by comparison with Monte Carlo simulations. The method developed enables an efficient estimation of statistical moments, providing accurate probabilistic results that can be used in reliability studies.

KEY WORDS: Probabilistic, Fatigue crack growth, Fatigue life prediction, NASGRO, Statistical moments.

1. INTRODUCCIÓN

Análisis probabilistas son de gran utilidad como complemento a análisis deterministas en el diseño de componentes, así como en la definición de intervalos de inspección de mantenimiento. Para definir intervalos de inspección en servicio en ejes de ferrocarril, se utiliza la metodología de tolerancia al daño basada en la mecánica de la fractura para describir el proceso de crecimiento de grieta proporcionando un cierto nivel de seguridad. El modelo más popular de crecimiento de grieta es la ley de Paris [1], sin embargo una versión modificada denominada ecuación de NASGRO [2], se usa en la evaluación de ejes de ferrocarril. Además, el proceso de crecimiento de grieta se caracteriza por incertidumbres inherentes a las cargas, material y parámetros geométricos, por lo tanto, un enfoque probabilista que considere la distribución estadística de los parámetros de entrada y proporcione la distribución de la respuesta de salida será más útil que uno determinista. En algunas aplicaciones es suficiente con obtener ciertos estadísticos de la distribución de respuesta, por ejemplo, momentos matemáticos como el valor esperado y la varianza.

Los primeros estudios sobre la capacidad de un componente para realizar una función requerida de forma

segura, en las condiciones establecidas y durante un intervalo de tiempo [3,4] revelaron que la resistencia y las condiciones de carga son variables aleatorias y que por lo tanto existe una probabilidad de fallo asociada. Estas ideas probabilistas fueron desarrolladas y aplicadas en problemas prácticos [5,6], estableciendo la teoría de primer orden segundo momento (FOSM en inglés) para análisis de fiabilidad. El método FOSM se utiliza en el análisis probabilista de componentes en ingeniería como en [7–9] para estimar la vida a fatiga de acuerdo con la ley de Paris, con el modelo de daño de Coffin-Manson y con base al modelo de fatiga multiaxial de Liu.

El objetivo de este trabajo es la predicción eficiente de los momentos estadísticos, valor esperado y varianza, de la vida a fatiga de acuerdo con el modelo de NASGRO. Para ello, se desarrolla una versión generalizada del FOSM, extendida a una aproximación de segundo-orden completo. A modo de ejemplo, el método se aplica al crecimiento de grieta por fatiga en un eje metálico.

2. MÉTODOS DE ANÁLISIS PROBABILISTAS

En general, puede no ser factible calcular el valor esperado y la varianza de la respuesta mediante el uso directo del operador esperanza sobre la función que relaciona las entradas aleatorias con las variables de salida si la función no es relativamente simple. En esos casos, para abordar el problema estocástico se recurre a métodos de aproximación como el de Montecarlo (MC) y el de primer orden segundo momento (FOSM). Una vez se aplica el segundo, es común verificar sus resultados frente al MC. Ambos métodos son aproximaciones en esencia, cual es más adecuado, dependerá de los requerimientos del problema en cuestión.

El análisis estructural probabilista está condicionado principalmente por dos aspectos, la eficiencia y la precisión. El método FOSM es una técnica de bajo coste computacional mientras que el MC es de alto coste. Si las diferencias entre los resultados proporcionados son suficientemente pequeñas, ambos métodos se consideran igual de precisos y por tanto se recomienda el uso del FOSM para aplicaciones que requieran estimaciones rápidas como por ejemplo en herramientas de diseño o como ayuda a la toma de decisiones durante el proceso de definición de intervalos de inspección de mantenimiento.

2.1. Método de Montecarlo

El método de MC es bien conocido y utilizado en ingeniería para resolver problemas con variables aleatorias proporcionando una interpretación probabilista. La idea esencial consiste en generar variabilidad de entrada mediante muestreo aleatorio y evaluar un modelo determinista obteniendo muchos resultados deterministas que interpretados como un todo, proporcionan una distribución de probabilidad. Posteriormente, la respuesta puede analizarse en los términos estadísticos deseados, como por ejemplo, valores esperados y varianzas.

2.2. Enfoque de segundo orden completo para los momentos de funciones de variables aleatorias.

El método FOSM es un método probabilista para determinar momentos estocásticos de una función de variables de entrada aleatorias mediante series de Taylor, siempre que la función sea suficientemente diferenciable y que los momentos de las variables de entrada sean conocidos. El objetivo es determinar el efecto de la variabilidad de las variables de entrada en la función de respuesta dependiente de ellas.

En la Fig. 1 se ilustra la versión más simple del FOSM, una función Y = g(X) de solo una variable aleatoria de entrada X distribuida normalmente y aproximación en serie de Taylor de orden uno de g(X), es decir, se usa una ecuación lineal para propagar o proyectar la variabilidad de entrada en el eje-y.



Fig. 1. FOSM en una función de una variable aleatoria.

La forma de salida real en el eje-y sería en cierta medida distorsionada y la distribución sería asimétrica, ciertamente no normal. Cuando se usa Taylor de orden uno, la proyección lineal produce una distribución normal para Y como se muestra. Para permitir la estimación de una forma no simétrica o simétrica no normal teniendo en cuenta el efecto de la función no lineal, se propone aproximar mediante serie de Taylor de segundo orden.

Considérese una función general multivariable arbitraria Y = g(X) de *d* variables aleatorias $X = \{X_1, X_2, ..., X_d\}$. *Y* se distribuye aleatoriamente ya que *X* es aleatorio. Para relacionar los momentos de la distribución de salida con los momentos de las variables de entrada, la función *Y* se reescribe usando la serie de Taylor multivariable de orden dos en el entorno del vector de medias de las variables de entrada aleatorias $P = (\mu_{X_1}, \mu_{X_2}, ..., \mu_{X_d})$. La integración de la aproximación en serie de Taylor, requerida para la estimación de momentos, puede realizarse término a término directamente. La aproximación de Taylor de segundo orden generalizada de *Y* resulta la Ec. (1), donde g_{μ} es la evaluación de g(X) en el vector *P*, $g_{,j} = \frac{\partial g}{\partial x_j}$ es la derivada parcial de primer orden de g(X) con respecto a X_j y $g_{,jk} = \frac{\partial^2 g}{\partial X_j \partial X_k}$ es la derivada parcial de segundo orden ca X_j y x_k .

$$Y \approx g_{\mu} + \sum_{j=1}^{d} g_{,j} \left(x_{j} - \mu_{x_{j}} \right) + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{d} \sum_{k=1}^{d} g_{,jk} \left(x_{j} - \mu_{x_{j}} \right) \left(x_{k} - \mu_{x_{k}} \right)$$
(1)

El primer momento de *Y*, se define como el valor esperado *E*[*Y*]. La aproximación de segundo orden completo para el valor esperado de una función general multivariable arbitraria se muestra en la Ec. (2), donde μ_{jk} indica el segundo momento central $\mu_2(X_j, X_k)$.

$$E[Y] = \mu_Y \approx g_\mu + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^d \sum_{k=1}^d g_{,jk} \ \mu_{jk}$$
(2)

El segundo momento central de *Y* es la varianza, denotado Var(Y) o σ_Y^2 habitualmente. La aproximación de segundo orden completo para la varianza de una función viene dada por la Ec. (3), donde μ_{jkl} y μ_{jklm} son el tercer y el cuarto momentos centrales, es decir, $\mu_3(X_j, X_k, X_l)$ y $\mu_4(X_j, X_k, X_l, X_m)$ respectivamente.

$$Var(Y) = \sigma_Y^2$$

$$\approx g_{\mu}^2 + \sum_{j=1}^d \sum_{k=1}^d g_{,j}g_{,k}\mu_{jk} + \frac{1}{4} \sum_{j=1}^d \sum_{k=1}^d \sum_{l=1}^d \sum_{m=1}^d g_{,jk}g_{,lm}\mu_{jklm}$$

$$+ g_{\mu} \sum_{j=1}^d \sum_{k=1}^d g_{,jk}\mu_{jk} + \sum_{j=1}^d \sum_{k=1}^d \sum_{l=1}^d g_{,j}g_{,kl}\mu_{jkl} - \mu_Y^2$$
(3)

El método de primer orden segundo momento (FOSM) deriva su nombre del hecho de aproximar la función mediante la serie de Taylor de orden uno y utiliza solo el primer y el segundo momentos de las variables de entrada aleatorias para determinar el valor esperado y la varianza de la respuesta. Cuando se usa la serie de Taylor de orden dos, el método se llama segundo orden segundo momento (SOSM en inglés), requiriendo momentos de hasta orden dos para la estimación del valor esperado, pero para la varianza momentos de hasta orden cuatro.

En éste artículo el método se denota enfoque de segundo orden completo, no indicando el orden de los momentos de las variables de entrada aleatorias requeridos ya que depende del orden del momento a aproximar.

3. MODELO DE CRECIMIENTO DE GRIETA

El modelo de crecimiento de grieta NASGRO se presenta desde dos perspectivas, la determinista y la probabilista.

3.1. Ecuación de NASGRO determinista

En las Ecs. (4) a (12) se formula el modelo de NASGRO.

$$\frac{da}{dN} = C \left(\Delta K_{eff} \right)^n \frac{\left(1 - \frac{\Delta K_{th}}{\Delta K} \right)^p}{\left(1 - \frac{K_{max}}{K_c} \right)^q} \tag{4}$$

$$\Delta K_{eff} = \frac{1-f}{1-R} (\Delta K) \tag{5}$$

$$\Delta K_{th} = \Delta K_{th0} \frac{\sqrt{\frac{a}{a+a_0}}}{\left(\frac{1-f}{(1-A_0)(1-R)}\right)^{1+C_{th}\cdot R}}$$
(6)

$$C_{th} = \begin{cases} C_{th}^{p} & \text{if } R \ge 0\\ C_{th}^{m} & \text{if } R < 0 \end{cases}$$

$$\tag{7}$$

$$f = \begin{cases} max(R, A_0 + A_1R + A_2R^2 + A_3R^3) & \text{if } R > 0 \\ A_0 + A_1R & \text{if } R \le 0 \end{cases}$$
(8)

$$A_0 = (0.825 - 0.34\alpha + 0.05\alpha^2) \left[\cos\left(\frac{\pi}{2}S_{max}/\sigma_0\right) \right]^{1/\alpha}$$
(9)

A

$$I_{1} = (0.415 - 0.071\alpha) \frac{S_{max}}{\sigma_{0}}$$
(10)

$$A_3 = 2A_0 + A_1 - 1 \tag{11}$$

$$A_2 = 1 - A_0 - A_1 - A_3 \tag{12}$$

donde da/dN es la tasa de propagación de grieta, N es el numero de ciclos aplicado, a es la profundidad de grieta, R es el ratio de tensión, ΔK es el rango de factor de intensidad de tensiones (FIT) del máximo y mínimo K, K_{max} and K_{min} , f es la función de apertura de la grieta, ΔK_{th} es el rango de FIT umbral, K_c es el FIT crítico, ΔK_{eff} es el rango de FIT efectivo y C, n, p, y q son constantes de material derivadas empíricamente. Para una descripción más detallada, consulte [2].

Para un incremento de paso suficientemente pequeño, da/dN puede aproximarse por el ratio entre incrementos finitos Eq. (13), permitiendo usar un esquema iterativo adecuado para la resolución Ec. (14), donde *i* es el incremento de paso i-ésimo hasta el número de pasos *ns*.

$$\frac{da}{dN} \approx \frac{\Delta a}{\Delta N} \tag{13}$$

$$\frac{\Delta a^i}{\Lambda N^i} \approx \frac{a^{i+1} - a^i}{N^{i+1} - N^i} \tag{14}$$

El crecimiento de grieta se calcula en dos puntos, el más profundo llamado A y el punto de la superficie de la grieta llamado B tal y como se muestra en la Fig. 2.



Fig. 2. Sección transversal de un eje con una grieta postulada.

Para utilizar el modelo de NASGRO eficientemente, es esencial calcular los FITs de forma rápida. Para ello, se utilizan funciones de peso en las que para una variación unidimensional de las tensiones a través del plano la grieta, la relación entre el FIT y las tensiones viene determinada en la Ec. (15), donde $\sigma(x)$ es la distribución de tensiones en el componente sin grieta y m(x, a) son las funciones de peso, que dependen de la geometría instantánea de grieta y de la posición del frente de grieta. Las funciones de peso utilizadas provienen de [10].

$$K = \int_0^a \sigma(x) \cdot m(x, a) dx \tag{15}$$

3.2. Ecuaciones probabilistas de NASGRO

En el análisis estocástico del crecimiento de grieta por fatiga, las siguientes distribuciones de probabilidad son posibles: la distribución del tamaño de grieta para un número de ciclos dado y la distribución del número de ciclos para alcanzar un tamaño de grieta dado. En análisis de tolerancia al daño de ejes de ferrocarril, la distribución del número de ciclos es preferible ya que permite planificar intervalos de inspección verificando tamaños de grieta. Sustituyendo la Ec. (5) en la Ec. (4), despejando dN y utilizando la versión discretizada resulta la Ec. (16).

$$dN^{i} = \frac{da^{i}}{C\left(\frac{1-f^{i}}{1-R^{l}} \Delta K^{i}\right)^{n}} \frac{\left(1-\frac{K_{max}^{i}}{K_{c}}\right)^{q}}{\left(1-\frac{\Delta K_{th}^{i}}{\Delta K^{i}}\right)^{p}}$$
(16)

El valor esperado de la vida a fatiga E[N] se obtiene aplicando el operador esperanza en el número de ciclos total N, sumatorio de los ns incrementos de vida dN^i hasta la profundidad de grieta final a_{fin} . Aplicando la linealidad del operador esperanza conduce a la Ec. (17).

$$E[N] = E\left[\sum_{i=1}^{n_{s}} dN^{i}\right] = \sum_{i=1}^{n_{s}} E[dN^{i}]$$
(17)

La varianza de la vida a fatiga Var(N), se obtiene aplicando su definición en N. Considerando la varianza de la suma de variables aleatorias resulta la Ec. (18).

$$Var(N) = Var\left(\sum_{i=1}^{ns} dN^{i}\right)$$

= $\sum_{i_{1}=1}^{ns} Var(dN^{i_{1}}) + 2\sum_{i_{1}=1}^{ns} \sum_{i_{2}=i_{1}+1}^{ns} Cov(dN^{i_{1}}, dN^{i_{2}})$ (18)

En la Ec. (17), $E[dN^i]$ se obtiene aplicando la aproximación de segundo orden completo desarrollada para obtener los momentos estocásticos de primer orden Ec. (2), sobre dN^i Ec. (16). Igualmente, los momentos de dN^i en la Ec. (18), se obtienen aplicando Ec. (3), aproximación de segundo orden completo de los momentos centrales de orden dos. Las Ecs. (17) y (18) se denominan ecuaciones de NASGRO probabilistas para el cálculo del valor esperado y la varianza, respectivamente.

En resumen, para cada incremento de grieta $i^{\acute{esimo}}$, el primer momento y los segundos momentos centrales del incremento de la vida dN^i se calculan aplicando el método de segundo orden completo en la versión discretizada de la ecuación NASGRO, lo que requiere la primera y segundas derivadas parciales de la ecuación con respecto a las variables de entrada aleatorias, y los momentos hasta cuarto orden de las variables de entrada.

4. EJEMPLO DE APLICACIÓN

Los métodos probabilistas presentados se aplican en el crecimiento de grieta por fatiga en un eje de ferrocarril Fig. 3, bajo un momento de flexión aleatorio. El diámetro del eje es 173 mm y está fabricado en acero EA1N [11].



Fig. 3. Vista general de un eje montado no motorizado.

Se asume una grieta semicircular a_{ini} de 2 mm en la transición-T, indicada en rojo en la Fig. 3. Además define la coordenada radial x desde la superficie del eje. La grieta mantiene una forma semielíptica durante el crecimiento hasta la profundidad final a_{fin} de 50 mm.

La variable de entrada momento de flexión aleatorio, se asume normalmente distribuida con una desviación estándar del 5% del valor medio. Los parámetros de la distribución se muestran en la Tabla 1. Dado que la distribución se asume normal, el tercer momento central es cero y el cuarto es igual a $3\sigma_M^4$. Es importante remarcar que la distribución del momento de flexión utilizado en este ejemplo para demostrar la validez del método propuesto, se corresponde con una situación extrema que no es representativa del espectro de cargas real que actúa sobre un eje de ferrocarril durante su vida en servicio.

Tabla 1. Parámetros de distribución normal de la variable aleatoria momento de flexión.

Distr. de probabilidad	$\mu_M \ [MN \ mm]$	$\sigma_M^2 \ [MN \ mm]^2$
Normal	78.14	15.26

La rueda está calada con una interferencia de 0,286 mm. El cálculo de FIT requiere las distribuciones de tensiones normales a la superficie de la grieta que se calculan por el método de elementos finitos. En la Fig. 4 se muestran las tensiones de interferencia σ^I , las de flexión σ^B para el valor medio de momento μ_M y en superposición σ^{B+I} .



Fig. 4. Distribuciones de tensión en dirección axial en la transición-T para el caso de calado con interferencia, para flexión y para la superposición de ambos casos de carga.

El caso de carga es de flexión rotativa, como resultado, la distribución de tensiones total en la grieta depende de su posición angular con respecto a la rotación del eje Fig. 5.



Fig. 5. Ilustración de las tensiones de flexión e interferencia en la sección transversal del eje en dos ángulos diferentes θ .

De la figura anterior, se puede inferir que las tensiones máximas y mínimas se obtienen en $\theta = 0$ y $\theta = \pi$. Las tensiones máximas y mínimas pueden relacionarse entre sí como resultado de la simetría de tensiones. Existe una única fuente de variabilidad del momento de flexión que induce variabilidad en la tensión de flexión, por lo tanto, existe variabilidad en la combinación de la flexión con la tensión de interferencia. En consecuencia, el FIT también es estocástico, y dado el carácter cíclico de la rotación del eje, el FIT puede describirse como dos variables aleatorias K_{max} y K_{min} que están relacionadas entre sí. Las dos variables aleatorias son variables correlacionadas y por lo tanto no son independientes. K_{max} y K_{min} están explícitamente involucradas en la ecuación NASGRO.

Los parámetros de material en crecimiento de grieta por fatiga obtenidos de bibliografía se incluyen en la Tabla 2.

Tabla 2. Parámetros de material en el modelo de NASGRO.

Parámetro	Valor	Referencia
C ⁽¹⁾	$3.3197\text{E-}10 MPa^{-n}mm^{1-n/2}$	[12]
n	2.09	[12]
p	1.3	[12]
q	0.001	[12]
K _c	2434.9 MPa√mm	[13]
ΔK_{th0}	233.7 <i>MPa√mm</i>	[12]
C_{th}^{p}	1.442	[12]
C_{th}^m	-0.02	[12]
α	2.5	[14,15]
S_{max}/σ_0	0.3	[15]
a_0	0.0381 mm	[15,16]

(1) Los exponentes en las unidades de C hacen referencia a n.

Para verificar los momentos estadísticos calculados con el enfoque de segundo orden completo, se realizan 10 000 simulaciones de MC generando los resultados mostrados en la Fig. 6. En la parte inferior de la figura se muestran las distintas evoluciones de profundidad de grieta frente a número de ciclos así como su valor medio calculado en rojo. La parte superior muestra seis histogramas de la variable de salida aleatoria vida a fatiga N para profundidades de grieta de 5, 10, 20, 30, 40 y 50 mm.



Fig. 6. Evolución de la profundidad de la grieta frente a ciclos e histogramas para diferentes profundidades de grieta.

La distribución de la vida a fatiga N puede analizarse para cada profundidad de grieta en el rango 2-50 mm. A medida que aumenta la profundidad de la grieta, el ancho del histograma, es decir, la variabilidad de N, también aumenta. La distribución de probabilidad subyacente difiere de una distribución normal de acuerdo a una prueba de normalidad basada en [17]. La distribución tiene forma asimétrica con la cola derecha más grande.

Se aplica el enfoque de segundo orden completo derivado para calcular el primer momento y los segundos momentos centrados de $dN^i = g(K_{max}^i, K_{min}^i)$ en cada profundidad de la grieta. Después, el valor esperado μ_N y la varianza σ_N^2 de la vida a fatiga N se obtienen a partir de los $i^{ésimos}$ momentos, generando un resultado continuo en *a*. Para verificar la precisión en cuanto a tendencia central, las historias de μ_N calculadas en el MC y en la ecuación probabilista (Ec. Pr.) se comparan en la Fig. 7. También se incluye el número de ciclos determinista (Det.) para el valor medio del momento de flexión μ_M .



Fig. 7. Historia del valor esperado de N proporcionado por el MC y por la ecuación probabilista de NASGRO (Ec. Pr.) y el numero de ciclos determinista (Det.).

En la Tabla 3 se listan los valores de las curvas anteriores para 5, 10, 20, 30, 40 y 50 mm de profundidad de grieta.

Tabla 3. Valor esperado de N proporcionado por el Montecarlo (MC) y por la ecuación probabilista de NASGRO (Ec. Pr) y vida a fatiga según el cálculo determinista (Det.).

	MC	Ec. Pr.	Det.	Ec. PrMC	DetMC	
а	μ_N	μ_N	Ν	Error	Dif.	
[mm]	[Ciclos]	[Ciclos]	[Ciclos]	[%]	[%]	
5	113 408	113 667	111 530	0.23%	-1.66%	
10	169 442	169 790	167 005	0.21%	-1.44%	
20	224 926	225 355	222 004	0.19%	-1.30%	
30	259 442	259 928	256 234	0.19%	-1.24%	
40	284 380	284 917	280 976	0.19%	-1.20%	
50	302 062	302 653	298 538	0.20%	-1.17%	

Se considera como marco de comparación el valor esperado calculado en el análisis de la distribución de MC. El error de la Ec. Pr. es entorno a un 0.2%, manteniéndose constante a medida que aumenta la profundidad de grieta. La diferencia máxima de la Ec. Pr. conduce a un valor esperado unos 600 ciclos mayor. La diferencia porcentual del número de ciclos Det. es entorno a un 2% y la máxima diferencia es menor de 4 000 ciclos, siendo el valor Det. inferior. En este último caso, la vida N determinista es inferior al valor esperado del MC para todas las profundidades de grieta, lo que puede explicarse dada la existente distribución asimétrica observada en el MC con la cola derecha más grande.

Para verificar la precisión en términos de dispersión, las historias de desviación estándar σ_N calculadas en el MC y mediante la Ec. Pr. para la estimación de la varianza son comparadas en la Fig. 8. Se expresa la desviación estándar en lugar de la varianza pese a que la varianza es más conveniente en el desarrollo de las ecuaciones probabilistas, ya que la desviación estándar se expresa en unidades de la variable original, por lo que es más significativa para su interpretación.



Fig. 8. Historia de la desviación estándar de N proporcionada por el Montecarlo (MC) y por la ecuación probabilista de NASGRO (Ec. Pr.).

En la Tabla 4 se listan los valores de las curvas anteriores para 5, 10, 20, 30, 40 y 50 mm de profundidad de grieta.

Tabla 4. Desviación estándar de N proporcionada por el Montecarlo (MC) y por la ecuación probabilista de NASGRO (Ec. Pr.) para el cálculo de la varianza.

	MC	Ec. Pr.	Ec. PrMC
а	σ_{N}	σ_N	Error
[mm]	[Ciclos]	[Ciclos]	[%]
5	17 706	17 801	0.54%
10	24 585	24 792	0.84%
20	30 980	31 314	1.08%
30	34 855	35 320	1.33%
40	37 596	38 213	1.64%
50	39 473	40 258	1.99%

De nuevo, la desviación estándar calculada en el análisis por simulaciones de MC se considera como el marco de comparación. El cálculo determinista no considera la variabilidad de las variables de entrada, por tanto no proporciona resultados de desviación estándar.

Puede observarse que cuanto mayor es la grieta, mayor es la variabilidad en ciclos. Este comportamiento se ha observado previamente en los histogramas de la Fig. 6. La ecuación probabilista también reproduce esta tendencia. El error de la Ec. Pr varía del 0.5% al 2%, aumentando a medida que aumenta la profundidad de la grieta. La máxima diferencia de la Ec. Pr. calcula una desviación estándar de unos 800 ciclos superior.

5. DISCUSIÓN, ASUNCIONES CLAVE Y PERSPECTIVA

A partir de los resultados presentados en este trabajo, se deriva que:

- El valor esperado y la varianza o desviación estándar proporcionados por el MC y por las ecuaciones probabilistas de NASGRO son muy próximos, con errores suficientemente pequeños como para considerar que ambos métodos son igual de precisos.
- Las metodologías de tolerancia al daño pueden beneficiarse de los resultados proporcionados para definir intervalos de inspección, optimizando los costes de mantenimiento de los ejes ferroviarios.
- La ventaja clave del método de segundo orden completo propuesto es el menor tiempo de cálculo. Por ello, es un método válido para etapas de diseño.
- Los resultados probabilistas proporcionados pueden utilizarse en estudios de fiabilidad.
- La distribución de salida *N* mostrada en el ejemplo no es normal, pese a que las entradas son normales.

El ejemplo de aplicación del método de segundo orden completo mostrado se basa en los siguientes supuestos:

 Los momentos estadísticos de orden uno a cuatro de las variables de entrada aleatorias deben ser conocidos o asumidos.

- La magnitud del momento de flexión considerado y por tanto la de las tensiones, no reproduce el estado de cargas real al que se encuentra sometido un eje de ferrocarril. Por ello, los resultados obtenidos en términos de número de ciclos no son representativos de la vida real del componente en servicio.
- La variable de entrada aleatoria se ha introducido en la ecuación NASGRO como dos variables de entrada aleatorias que están correlacionadas, por lo tanto, no son independientes. Como resultado, los términos de las Ec. Pr. que involucran los segundos, terceros y cuartos momentos mixtos no se anulan.
- Las derivadas de la ecuación de NASGRO se obtienen analíticamente.
- El número de términos en la ecuación probabilista, debido al uso de la serie de Taylor de segundo orden, aumenta rápidamente a medida que aumenta el número de variables de entrada aleatorias.

En trabajos futuros, puede ser interesante explorar los siguientes aspectos:

- Debido al inherente carácter aleatorio de los parámetros involucrados se propone considerar más variables de entrada como aleatorias. El método presentado permite incluirlas directamente.
- Dado que la distribución de probabilidad de la vida a fatiga no presenta una distribución normal, se propone inferir momentos de orden superior lo que permitiría un mayor conocimiento de la distribución.

6. CONCLUSIONES

Este trabajo presenta un método probabilista de segundo orden completo para predecir los momentos estadísticos, valor esperado y varianza, de la vida a fatiga basada en el modelo NASGRO utilizando información de la distribución de las variables aleatorias de entrada. Esos momentos son útiles para describir el fenómeno de crecimiento de grietas en condiciones estocásticas como por ejemplo bajo un momento de flexión aleatorio.

La precisión de los momentos de la vida a fatiga obtenidos a través del método presentado y su bajo coste computacional, en comparación con un análisis equivalente mediante el método de Montecarlo, demuestran el buen rendimiento del enfoque propuesto. Por ello, cabe destacar que su implementación en etapas de diseño así como en estudios de fiabilidad es viable.

Investigaciones futuras podrían extender el método presentado para contribuir a un mejor conocimiento de la distribución de la variable de respuesta aleatoria.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen al Ministerio de Economía, Industria y Competitividad Español, a través del Programa Nacional para los Retos de Investigación en la Sociedad financiado por el proyecto RCT-2016-4813-4.

REFERENCIAS

- Paris PC, Erdogan F. A Critical Analysis of Crack Propagation Laws. J Basic Eng 1963;85:528–33. doi:10.1115/1.3656900.
- [2] Forman RG, Mettu SR. Behavior of surface and corner cracks subjected to tensile and bending loads in Ti-6Al-4V alloy. ASTM STP 1131 Am Soc Test Mater Phila PA 1990:519–46.
- [3] Mayer M. Die Sicherheit der Bauwerke und ihre Berechnung nach Grenzkräften anstatt nach zulässigen Spannungen. Berlin: Springer Verlag; 1926.
- [4] Mayer M. La seguridad en las construcciones y su cálculo aplicando los esfuerzos límite en lugar de las tensiones admisibles = Safety in constructional works and its design according to limit states instead of permissible stresses. Madrid: INTEMAC; 1975.
- [5] Cornell CA. A Probability-Based Structural Code. ACI J Proc 1969;66:974–85. doi:10.14359/7446.
- [6] Cornell CA. Structural safety specifications based on second-moment reliability analysis, IABSE Symposium on Concepts of Safety of Structures and Methods of Design; 1969. doi:10.5169/seals-5948.
- [7] Bea JA, Doblaré M, Gracia L. Evaluation of the probability distribution of crack propagation life in metal fatigue by means of probabilistic finite element method and B-models. Eng Fract Mech 1999;63:675–711. doi:10.1016/S0013-7944(99)00053-3.
- [8] Núñez JL. Análisis del fenómeno de la fatiga en metales en etapa de nucleación mediante la utilización de modelos estadísticos de daño acumulado y elementos finitos probabilistas. PhD thesis. Universidad de Zaragoza, 2003.
- [9] Calvo S, Canales M, Gómez C, Valdés JR, Núñez JL. Probabilistic formulation of the multiaxial fatigue damage of Liu. Int J Fatigue 2011;33:460–5. doi:10.1016/j.ijfatigue.2010.10.003.
- [10] Wang X, Lambert SB. Stress intensity factors for low aspect ratio semi-elliptical surface cracks in finitethickness plates subjected to nonuniform stresses. Eng Fract Mech 1995;51:517–32. doi:10.1016/0013-7944(94)00311-5.
- [11] EN 13261:2009+A1:2010: Railway applications Wheelsets and bogies – Axles –Product requirements. European Committee for Standardization.; 2010.
- [12] Madia M, Beretta S, Zerbst U. An investigation on the influence of rotary bending and press fitting on stress intensity factors and fatigue crack growth in railway axles. Eng Fract Mech 2008;75:1906–20. doi:10.1016/j.engfracmech.2007.08.015.
- [13] Zerbst U, Vormwald M, Andersch C, M\u00e4dler K, Pfuff M. The development of a damage tolerance concept for railway components and its demonstration for a railway axle. Fract Mech Railw Appl 2005;72:209–39. doi:10.1016/j.engfracmech.2003.11.011.
- [14] Zerbst U, Schödel M, Beier HT. Parameters affecting the damage tolerance behaviour of railway axles. Eng Fract Mech 2011;78:793–809. doi:10.1016/j.engfracmech.2010.03.013.
- [15] NASGRO. Fracture Mechanics and Fatigue Crack Growth Analysis Software, Reference manual, 2002.
- El Haddad MH, Topper TH, Smith KN. Prediction of non propagating cracks. Eng Fract Mech 1979;11:573– 84. doi:10.1016/0013-7944(79)90081-X.
- [17] D'Agostino R, Pearson ES. Tests for departure from normality. Empirical results for the distributions of b 2 and√ b. Biometrika 1973;60:613–22. doi:10.1093/biomet/60.3.613.

DISTRIBUCIÓN ESTADÍSTICA DE LA RESISTENCIA A FLEXIÓN DE LADRILLOS DE W

A. Martín Meizoso^{1,2*}, J.L. Pedrejón Bardo¹, E. Viles Díez²

¹ Ceit, División de Materiales y Fabricación.
 Manuel Lardizabal 15, 200018 Donostia / San Sebastián, España
 ² Universidad de Navarra, Tecnun
 Manuel Lardizabal 13, 200018 Donostia / San Sebastián, España
 * Persona de contacto: ameizoso@ceit.es

RESUMEN

Se ensaya a flexión en tres puntos cuarenta ladrillos de W, comercialmente puro, que se emplearán en el Centro Europeo de Espalación. Miles de ladrillos de W serán periódicamente bombardeados por un haz de protones, procedentes del acelerador de protones más grande del mundo, para conseguir la emisión de neutrones. Lo que conlleva unas considerables exigencias mecánicas. Para decidir sobre su idoneidad, se ensaya una muestra estadísticamente significativa para determinar no solo su resistencia media a flexión sino también su dispersión, pues no sería aceptable introducir ladrillos que pudieran no soportar las tensiones que se generan en los ciclos del bombardeo. Se discuten los resultados obtenidos, en particular su fragilidad y dispersión.

PALABRAS CLAVE: Wolframio, Tungsteno, Resistencia a flexión, Dispersión

ABSTRACT

Forty commercially pure tungsten bricks are tested in three-point bending. These bricks are intended for use at the European Spallation Centre, where thousands of such bricks will be periodically bombarded by a proton beam, from the largest proton's accelerator in the world, to obtain neutrons by spallation. These periodic bombardments introduce significant stresses on those bricks. To decide on their future performance, a considerable amount of bricks is tested in 3-point bending not only to ascertain their flexural strength but also to characterise their scatter. It would not be acceptable to introduce -into the spallation facility- tungsten bricks that will not support the thermal stresses generated under the cyclic proton bombardment. The obtained results are discussed, in particular, concerning pure tungsten brittleness and its scatter.

KEYWORDS: Tungsten, Flexural strength, Scatter

INTRODUCCIÓN

El futuro centro europeo de espalación de neutrones (ESS, por sus siglas en inglés) está diseñado para obtener neutrones de alta energía mediante la espalación de unos blancos de wolframio que son bombardeados con un haz de alta energía de protones (producidos por el acelerador de mayor potencia disponible). El blanco de wolframio se compone de unos casetes que dan vueltas y se exponen periódicamente al haz de protones. En cada uno de estos casetes se disponen centenares de pequeños ladrillos de wolframio, como se muestra en la figura 1.

Estos ladrillos de wolframio se exponen al haz de alta energía de protones y emiten los neutrones. Durante este proceso se calientan. Las casetes disponen de un flujo de He que permite disipara el calor producido durante el proceso de espalación en los ladrillos expuestos. Los casetes están montados en una rueda que gira lentamente hasta completar el ciclo de exposición y enfriamiento. Durante este proceso se producen gradientes térmicos en los ladrillos de wolframio y originan, a su vez, tensiones de origen térmico.

Las tensiones –cíclicas- que se producen en los ladrillos se han calculado mediante elementos finitos. La figura 2 muestra la distribución de la tensión normal máxima, en la dirección longitudinal de los ladrillos y la figura 3 la distribución de la tensión principal máxima que se estima que se produzca durante su ciclo de operación. En resumen, se produce una tensión máxima en el centro de la cara lateral del ladrillo de unos 111 MPa, en la dirección longitudinal del ladrillo. Si consideramos que son tensiones de fatiga, utilizaremos un coeficiente de seguridad de 3 para tener en cuenta su resistencia a las cargas cíclicas. Con lo que exigiremos una resistencia



Figura 1. Prototipo del casete con ladrillos de wolframio, para el blanco de espalación [ESS Bilbao].

mínima de 333 MPa a todos y cada uno de los ladrillos de wolframio. Como resulta evidente estos ladrillos deberán soportar esa tensión cíclica sin romperse. Puesto que el número total de ladrillos de wolframio -de los que se compone el blando de espalación- es del orden de 7.000 ladrillos, es importante garantizar que no existe un solo ladrillo que pueda no soportar estas tensiones. Para lo que se plantea un estudio estadístico. No solo importa la resistencia media sino también su dispersión, de modo que la probabilidad de incorporar un ladrillo con una resistencia menor a 333 MPa sea poco menos que inexistente (y se garantice un correcto funcionamiento de esta costosísima instalación sin problemas durante todos sus años de operación).

MATERIALES

De los 7.000 ladrillos se escogen 40 aleatoriamente para verificar su resistencia mecánica. La Tabla 1 nos muestra la composición química de los ladrillos de wolframio.

Tabla 1. Composición química de los ladrillos de W

Elemento	С	N	0	S	AI	Ca	Fe	Mg	Mo	Ni	Si
w%	0.002	< 0.0001	0.0182	< 0.001	< 0.0001	< 0.001	0.001	< 0.0001	0.001	0.0002	< 0.001

Los contenidos de O y N se han obtenido mediante el método de Fusión en Gas Inerte (IGF) [1]. Estos 40 ladrillos de wolframio se ensayan a flexión en 3 puntos, de modo que la máxima tensión se produzca en el lugar y dirección en la que aparecen las mayores tensiones, de acuerdo con el cálculo realizado mediante la técnica de los elementos finitos (en el centro de la cara lateral).

TÉCNICAS EXPERIMENTALES

La figura 4 nos muestra uno de estos ladrillos listo para el ensayo de flexión en tres puntos [2-3].

Las dimensiones nominales de los ladrillos son 80×30



Figura 2. Tensión normal máxima en la dirección longitudinal de los ladrillos de wolframio durante su operación [ESS Bilbao].



Figura 3. Tensión principal máxima en los ladrillos de wolframio durante su operación [ESS Bilbao].
Tabla 2. Dimensiones y resistencias a flexión.

ESS I	Bilbao W target	Length ¹	Depth ²		Thickne	ess ² (mm)		F _{max}	y _{max}	1	С	M _{max}	σ_{max}	
	Sample ID	L (mm)	H (mm)	t ₁	t ₂	t ₃	t _{average}	kN	mm	mm⁴	mm ³	kN∙mm	MPa	
1	218325-25	80.08	29.99	9.968	9.972	9.970	9.970	86.57	14.995	22222.7	1482.0	1515.0	1022	
2	218325-45	80.09	30.00	9.968	9.972	9.979	9.973	88.37	15.000	22251.8	1483.5	1546.5	1042	
3	218325-65	80.07	30.00	9.975	9.973	9.980	9.976	100.42	15.000	22258.5	1483.9	1757.4	1184	
4	218325-85	80.06	29.98	9.977	9.979	9.980	9.979	87.54	14.990	22219.9	1482.3	1532.0	1033	
5	218325-106	80.06	29.99	9.973	9.972	9.972	9.972	84.69	14.995	22228.0	1482.4	1482.1	1000	
6	218325-126	80.08	30.00	9.977	9.975	9.973	9.975	96.13	15.000	22256.3	1483.8	1682.3	1134	
7	218325-146	80.07	29.99	9.984	9.981	9.981	9.982	90.28	14.995	22249.7	1483.8	1579.9	1065	
8	218325-166	80.06	30.00	9.983	9.982	9.980	9.982	80.82	15.000	22271.3	1484.8	1414.4	953	
9	218325-186	80.07	30.00	9.981	9.980	9.980	9.980	90.22	15.000	22268.3	1484.6	1578.9	1064	
10	218325-307	80.08	29.99	9.982	9.983	9.986	9.984	98.71	14.995	22253.5	1484.1	1727.4	1164	
11	218325-327	80.06	29.99	9.977	9.975	9.980	9.977	94.13	14.995	22239.2	1483.1	1647.3	1111	
12	218325-347	80.08	29.99	9.983	9.981	9.980	9.981	95.21	14.995	22248.2	1483.7	1666.2	1123	
13	218325-367	80.07	30.00	9.980	9.981	9.987	9.983	102.29	15.000	22273.5	1484.9	1790.1	1206	Unbroken (>100 kN)
14	218325-387	80.07	30.00	9.972	9.977	9.978	9.976	97.52	15.000	22257.8	1483.9	1706.6	1150	
15	218325-3008	80.08	29.99	9.971	9.972	9.972	9.972	79.65	14.995	22226.5	1482.3	1393.9	940	
16	218325-3039	80.08	29.99	9.982	9.989	9.986	9.986	83.69	14.995	22258.0	1484.4	1464.6	987	
17	218325-3060	80.06	30.00	9.989	9.985	9.983	9.986	98.50	15.000	22280.3	1485.4	1723.8	1160	
18	218325-3081	80.08	30.00	9.968	9.966	9.965	9.966	101.67	15.000	22236.8	1482.5	1779.2	1200	Unbroken (>100 kN)
19	218325-3112	80.08	29.99	9.985	9.983	9.986	9.985	94.10	14.995	22255.7	1484.2	1646.8	1110	
20	218325-3143	80.06	29.99	9.976	9.975	9.976	9.976	96.62	14.995	22235.5	1482.9	1690.9	1140	
21	218325-3174	80.03	29.98	9.964	9.969	9.969	9.967	97.92	14.990	22194.5	1480.6	1713.6	1157	
22	218325-3205	80.05	29.99	9.979	9.977	9.977	9.978	89.73	14.995	22240.0	1483.2	1570.3	1059	
23	218325-3236	80.08	29.98	9.980	9.982	9.985	9.982	94.66	14.990	22228.1	1482.9	1656.6	1117	
24	218325-3267	80.08	29.99	9.983	9.979	9.979	9.980	90.22	14.995	22246.0	1483.6	1578.9	1064	
25	218325-6014	80.05	29.98	9.981	9.978	9.980	9.980	99.66	14.990	22222.2	1482.5	1744.1	1176	
26	218325-6034	80.10	29.99	9.984	9.982	9.983	9.983	78.80	14.995	22252.0	1484.0	1379.0	929	Minimum
27	218325-6064	80.00	30.00	9.975	9.973	9.980	9.976	93.659	15.000	22258.5	1483.9	1639.0	1105	
28	218325-6084	80.07	30.00	9.964	9.965	9.963	9.964	88.90	15.000	22231.5	1482.1	1555.8	1050	
29	218325-6094	80.06	29.99	9.971	9.970	9.971	9.971	90.64	14.995	22224.2	1482.1	1586.2	1070	
30	218325-6102	80.04	30.00	9.970	9.970	9.970	9.970	94.78	15.000	22245.0	1483.0	1658.7	1118	
31	218325-6122	80.06	30.00	9.973	9.975	9.980	9.976	92.18	15.000	22258.5	1483.9	1613.2	1087	
32	218325-6142	80.09	29.99	9.972	9.972	9.970	9.971	90.63	14.995	22225.7	1482.2	1586.0	1070	
33	218325-6162	80.05	29.98	9.976	9.975	9.976	9.976	95.47	14.990	22213.2	1481.9	1670.7	1127	
34	218325-6182	80.04	29.98	9.993	9.993	9.992	9.993	97.44	14.990	22251.4	1484.4	1705.2	1149	
35	218325-6313	80.08	29.98	9.969	9.967	9.968	9.968	93.658	14.990	22196.0	1480.7	1639.0	1107	
36	218325-6333	80.08	29.99	9.984	9.985	9.983	9.984	103.48	14.995	22254.2	1484.1	1810.9	1220	Maximum
37	218325-6353	80.09	30.00	9.985	9.985	9.987	9.986	96.58	15.000	22280.3	1485.4	1690.2	1138	
38	218325-6373	80.08	29.98	9.985	9.982	9.983	9.983	93.30	14.990	22230.4	1483.0	1632.8	1101	
39	218325-6393	80.10	30.00	9.991	9.991	9.991	9.991	91.50	15.000	22292.3	1486.2	1601.3	1077	
40	218325-7005	80.05	29.99	9.986	9.985	9.984	9.985	92.87	14.995	22256.5	1484.3	1625.2	1095	Closest to average
	Minimum	80.000	29.980			Minimum	9.964	78.80	14.990	22194.5	1480.6	1379.0	929	
<u> </u>	Average	80.068	29.992			Average	9.978	92.83	14.996	22244.8	1483.4	1624.5	1095	
<u> </u>	Maximum	80.100	30.000			Maximum	9.993	103.48	15.000	22292.3	1486.2	1810.9	1220	
	St. Dev.	0.020	0.007			St. Dev.	0.007	5.98	0.004	21.7	1.2	104.6	70]

 \times 10 mm, con los bordes redondeados con un radio de 1 mm y la luz entre los cilindros inferiores de apoyo es de 70 mm. Los ensayos se realizan a temperatura ambiente (300 K) en una máquina de ensayos electromecánica Instron 5982, dotada de una celda de carga de +/- 100 kN.

La velocidad de desplazamiento de la cruceta se fija en 0.15 mm/minuto, de modo que la velocidad de deformación se estima en 1×10^{-4} s⁻¹ (como recomienda la norma de ensayos ASTM C1161 – 13 [3]).

RESULTADOS

La tabla 2 recoge las dimensiones reales de las 40 probetas ensayadas, sus cargas de rotura y su resistencia a flexión, calculada de acuerdo con la expresión (1), propuesta en [3]:

$$S = \frac{^{3PL}}{^{2bd^2}} \tag{1}$$

En donde P es la carga con la que rompe la probeta de flexión en tres puntos, L es la luz entre apoyos (70 mm), b es el espesor de la probeta (10 mm) y d es el canto de la viga (30 mm). Las esquinas están redondeadas con un radio de 1 mm.

Todas las probetas presentan desconchados en las zonas próximas a los tres rodillos de carga, previos a la fractura frágil de la probeta. Dos probetas no rompen con la carga máxima disponible en la máquina (100 kN a compresión), aunque sí presentan desconchados.

La probeta que ha soportado una menor tensión, la que ha soportado más (y ha roto) y aquella que tiene un comportamiento más próximo a la resistencia media de todo el lote de 40 probetas se someterán a un análisis metalográfico y fractográfico más detallado en un microscopio electrónico de barrido.



Figure 6. Trayectorias de fractura, ordenadas de mayor a menor resistencia a la flexión.



Figura 4. Ensayo de flexión en tres puntos de uno de los ladrillos de wolframio (sin la pantalla de protección).

Las fracturas ocurren siempre desde el apoyo del cilindro superior y habitualmente hasta uno de los dos rodillos inferiores. Más raramente la fractura divide el ladrillo en dos mitades iguales. La fractura es completamente frágil y ocurre en múltiples fragmentos, debido a la elevada carga con la que rompen las probetas y la cantidad de energía elástica almacenada, como muestra la figura 5.

La figura 6 muestra las probetas ordenadas por su resistencia a la flexión, de modo que las trayectorias de las grietas puedan compararse (las fotografías se han invertido cuando ha sido necesario de modo que la fractura afecte al apoyo de que se muestra a la izquierda). La figura 7 muestra el origen de la fractura en el contacto con el rodillo central y planos de delaminación. Es probable que con unos apoyos de



Figura 5. Ejemplo de ladrillo de W roto en múltiples fragmentos.

mayor diámetro la resistencia a flexión hubiera sido mayor, pero el propósito es demostrar que el valor mínimo supera el valor de 333 MPa. Luego los valores de la tabla 2 pueden considerarse resistencias mínimas a flexión (*lower bounds*).



Figura 7. Fractura desde el contacto con el rodillo central (arriba a la izquierda) desconchado superficial y delaminaciones sobre la superficie de fractura.

ANÁLISIS ESTADÍSTICO

La figura 8 muestra la distribución acumulada de los valores de la resistencia mecánica de las 40 muestras ensayadas. Las dos flechas indican las dos probetas que no se han roto tras aplicar 100 kN (carga máxima de compresión disponible en la máquina de ensayos).



Figura 8. Distribución acumulada de la resistencia a flexión de los 40 ladrillos de W.



Figura 9. Distribución de las resistencias a flexión sobre un diagrama de Weibull.

La función de distribución de Weibull

$$f(x;\lambda,k) = \begin{cases} \frac{k}{\lambda} \left(\frac{x}{\lambda}\right)^{k-1} e^{-(x/\lambda)^k} & x \ge 0, \\ 0 & x < 0, \end{cases}$$
(2)

$$F(x;k,\lambda) = 1 - e^{-(x/\lambda)^k}$$
(3)

ajusta muy razonablemente los resultados, con un coeficiente de correlación R = 0.994, muy superior a los que se obtiene ajustando funciones de distribución normales (R = 0.986) o logarítmico normales (R = 0.980). La figura 9 muestra los resultados obtenidos sobre un diagrama de Weibull (también la línea roja sobre la figura 8).

Este tipo de distribuciones son típicas de mecanismos de fallo del tipo del eslabón más débil. Los parámetros de la distribución de Weibull obtenidos del ajuste son un módulo de Weibull: k = 17.7 y un factor de escala: $\lambda = 1128$ MPa. El procedimiento de ajuste viene descrito en la norma ASTM C1239-00^[4] (mínimos cuadrados) o -aún mejor- mediante el procedimiento de máxima verosimilitud, *L*, que permite incorporar los dos datos censurados.

$$L = \prod_{i=1}^{38} f(x_i) \cdot \prod_{j=1}^{2} [1 - F(x_j)]$$
(4)

Como es habitual, maximizaremos su logaritmo (neperiano, función monótona creciente en *L*):

$$Ln(L) = (k-1)Ln\left(\frac{k}{\lambda}\right)\sum_{i=1}^{38}Ln\left(\frac{x_i}{k}\right) - \sum_{j=1}^{2}\left(\frac{x_j}{\lambda}\right)^k \quad (5)$$

Se estima un módulo de Weibull, una vez corregido por sesgo^[4]: m = 17.1, véase la figura 8. Un módulo de

Weibull, *m*, próximo a 20 está descrito en la bibliografía -para este tipo de metales frágiles- como correspondiente a fracturas frágiles de naturaleza intergranular^[5].

Con ese ajuste, podemos calcular la probabilidad de que la resistencia mecánica de un ladrillo sea menor de 333 MPa (*LSL, Lower Specification Level*), obteniéndose una probabilidad de $F = 8.7 \times 10^{-10}$.

CONCLUSIONES

- 1. Los ladrillos de wolframio se comportan de una forma muy frágil a temperatura ambiente (típico de un enlace metálico que es casi covalente ^[6]).
- 2. La resistencia a la flexión de estos ladrillos de wolframio se distribuye de acuerdo con una distribución de Weibull con parámetros: m = 17 (módulo de Weibull) y $\lambda = 1128$ MPa (factor de escala).
- 3. Para estimaciones rápidas y aproximadas, puede suponerse una distribución normal con un valor medio de $\mu = 1095$ MPa y una desviación típica de σ = 70 MPa.
- 4. La probabilidad de que uno de estos ladrillos de W no soporte las tensiones producidas durante el proceso de espalación es prácticamente nula (8.7×10^{-10}) .

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer a ESS Bilbao la financiación de este trabajo y la provisión de los ladrillos de wolframio. Muy particularmente, a los Sres. Fernando Sordo e Igor Rueda por toda la ayuda prestada.

REFERENCIAS

- ASTM C1161 13, Standard Test Method for Flexural Strength of Advanced Ceramics at Ambient Temperature, ASTM International (2013).
- [2] J. Habainy, Y. Dai, Y. Lee, S. Iyengar, Mechanical properties of tungsten irradiated with high-energy protons and spallation neutrons, Journal of Nuclear Materials 514 (2019) 189-195.
- [3] ASTM E1941 10: Standard Test Method for Determination of Carbon in Refractory and Reactive Metals and Their Alloys by Combustion Analysis, ASTM International (2010).
- [4] ASTM C1239 13: Standard Practice for Reporting Uniaxial Strength Data and Estimating Weibull Distribution Parameters for Advanced Ceramics, ASTM International (2018).
- [5] A. Pineau, A.A. Benzerga, T. Pardoen, "Failure of metals I: Brittle and ductile fracture", Acta Materialia 107 (2016) 424-483.
- [6] E. Lassner, W.-D. Schubert, Tungsten: properties, chemistry, technology of the element, alloys, and chemical compounds. Springer (1999) p. 9.

ANÁLISIS DE LAS SUPERFICIES DE FRACTURA EN PROBETAS DE ACERO AISI 304L CON ENTALLA CIRCUNFERENCIAL ENSAYADAS A FATIGA

J.A. Balbín*, V. Chaves, A. Navarro

Escuela Técnica Superior de Ingeniería. Universidad de Sevilla. Camino de los Descubrimientos s/n, 41092. Sevilla-España * Persona de contacto: jbalbin@us.es

RESUMEN

Este trabajo muestra los resultados de ensayos de fatiga sobre probetas cilíndricas con entalla circunferencial de perfil semicircular y fabricadas en acero inoxidable AISI 304L. Se han ensayado seis tamaños de entalla diferentes, todos bajo control de carga R = -1, y se han construido las curvas S-N. Se ha realizado un análisis de las superficies de fractura, para evaluar la iniciación y la propagación de la grieta desde el borde de la entalla, mediante un microscopio óptico, un perfilómetro óptico 3D y un microscopio electrónico de barrido. Concretamente se ha tratado de localizar el punto de iniciación de la grieta en el borde de la entalla y a partir de ese punto se ha estudiado el ángulo con el que la grieta se ha propagado, con especial atención a las primeras 800 µm desde su nacimiento, distancia que se corresponde con unos 10 granos de este material. Esta distancia es la longitud típica utilizada en modelos como el de Distancia Crítica o el N-R para predecir el límite de fatiga en componentes entallados.

PALABRAS CLAVE: Entalla, Límite de fatiga, Grieta, Alto número de ciclos.

ABSTRACT

This work shows the results of fatigue tests on cylindrical specimens with circumferential notches of semicircular profile and made of stainless steel AISI 304L. Six different notch sizes have been tested, all under load control R = -1, also the S-N curves have been constructed. An analysis of the fracture surfaces has been carried out in order to evaluate the initiation and propagation of the crack from the edge of the notch, using an optical microscope, a 3D optical profiler and a scanning electron microscope (SEM). Specifically, we have tried to locate the crack initiation point at the edge of the notch and we have studied the angle at which the crack has spread, paying special attention to the first 800 μ m from the initiation point, distance which corresponds to about 10 grains of this material. This distance is the typical length used in models such as the Critical Distance or the N-R to predict the endurance limit in notched components.

KEYWORDS: Notch, Fatigue Limit, Crack, High-cycle fatigue

1. INTRODUCCIÓN

La existencia de discontinuidades geométricas tales como cambios de sección, agujeros, marcas de acabado superficial de mecanizado, etc., denominadas entallas pueden provocar la concentración de tensiones en sus proximidades y la correspondiente aparición de pequeñas grietas que pueden conllevar la rotura de un componente sometido a fatiga. En el estudio de estas grietas, Forsyth estableció dos etapas de crecimiento denominadas etapa I y etapa II [1]. La etapa I se centra en la iniciación de la grieta, la cual se ve afectada directamente por la microestructura del material y está controlada por esfuerzos y deformaciones tangenciales. En la etapa II la dependencia con la microestructura casi desaparece y la grieta continúa su crecimiento en dirección normal a la carga aplicada. El paso de etapa I a etapa II se produce cuando la grieta alcanza una determinada longitud que depende enormemente de la microestructura del material y de las condiciones de carga a las que está sometido el componente, variando de un caso a otro. En relación con esto anterior, existen métodos teóricos que proporcionan una predicción de vida en componentes con entalla que se basan en la idea

propuesta por la que dicha longitud depende de las propiedades internas del material en cuestión. Algunos ejemplos son los métodos de distancia crítica propuestos por Taylor [2] o el modelo microestructural de Navarro y De los Ríos [3] (modelo N-R). La característica fundamental de estos métodos es que se centran en el análisis del gradiente de tensiones producido en una determinada línea que parte desde la raíz de la entalla (focus path), normalmente en una zona que se sitúa entre el primer y el décimo grano, ya que se asume que esa extensión es representativa del progreso que lleva la grieta en el componente. Un aspecto importante a tener en cuenta de estos modelos de predicción de vida a fatiga es la simplificación que hacen de la grieta al considerarla como una línea recta. Esta técnica es razonable si se asume que una de las dos fases de la grieta es mucho mayor que la otra. Por esta razón, en este trabajo se ha hecho uso de una línea que abarca los primeros diez granos desde el punto de inicio de la grieta.

Este enfoque se ha trasladado al campo experimental dónde existen autores que han elaborado trabajos en los que se realizan un estudio y análisis del crecimiento y propagación de grietas prestando especial atención a la primera zona del recorrido hecho por la grieta. Un ejemplo es el trabajo de Chaves et al. dónde se realizó un estudio sobre la iniciación y las direcciones de grieta, tanto en probetas lisas [4] como en probetas con concentradores de tensión fabricadas en acero inoxidable bajo diferentes tipos de solicitación [5], concluyendo que el inicio de grieta y la propagación parecen estar cercanos al punto de mayor tensión principal y a la dirección de tensión principal respectivamente.

Este documento muestra un estudio experimental del límite de fatiga en el acero inoxidable AISI 304L en función del tamaño de entalla. Los ensayos se realizaron bajo carga cíclica axial sobre probetas entalladas a alto número de ciclos. Además, se ha elaborado un análisis de las superficies de fractura de las probetas ensayadas, prestando especial atención al punto de iniciación (hotspot) y a la dirección de grieta en los primeros granos (focus path). El focus path se analiza trazando un plano axilsimétrico que incluye al hot-spot y al eje de revolución de la probeta. El análisis está enfocado a la primera zona recorrida por la grieta y se ha conseguido gracias al uso de un microscopio óptico, un microscopio electrónico de barrido y un perfilómetro 3D de no contacto con el objetivo de realizar una mejor evaluación del proceso de crecimiento de grietas.

2. MATERIAL Y ENSAYOS

El material ensayado en este trabajo es el acero inoxidable comercial AISI 304L de bajo contenido en

carbono y fue previamente caracterizado [4]. La microestructura presenta granos austeníticos con bandas de ferrita delta y el tamaño medio de grano es de 80 µm. Después de diversos ensayos de tracción, el acero presenta las siguientes propiedades mecánicas: tensión última $\sigma_{UTS} = 654$ MPa y límite elástico $\sigma_y(0.2\%) = 467$ MPa. Las probetas ensayadas son cilíndricas y poseen entallas circunferenciales de perfil semicircular que se sitúan en el punto medio del eje longitudinal, tal y como se muestra en la figura 1.



Figura 1. Esquema de la geometría de la probeta.

Siendo *D* el diámetro exterior, o diámetro bruto, con valor 8 mm (constante para todos los tamaños de entalla), y el radio de entalla, *r*, que coincide en este caso con la profundidad de la entalla. Se decidió fabricar las probetas con radios de entalla 0,2, 0.6, 1.3, 2.0, 2.5 y 3.0 mm.

Todos los ensayos se hicieron en una máquina servo hidráulica a una frecuencia de 8 Hz, con carga axial de onda sinusoidal y bajo control de carga con R = -1. Los ensayos finalizaron bien por la rotura de la probeta o bien por *run-out*, el cual se ha establecido en $3.5 \cdot 10^6$ ciclos. Las curvas S-N se han construido siguiendo el método propuesto por la Sociedad Japonesa de Ingenieros Mecánicos (JSME) que describe la técnica para conseguir una curva con solo 14 ensayos [6,7] dividiendo el proceso en una parte para la pendiente de la curva y otra correspondiente al límite de fatiga siguiendo el método de la escalera o staircase. En la figura 2 se muestra un ejemplo de una curva S-N obtenida con este método, concretamente correspondiente al radio de entalla de 2 mm. En la tabla 1 se muestran los valores obtenidos de límites de fatiga para cada tamaño de entalla. El resto de curvas S-N y una descripción detallada de los ensayos se puede consultar en un trabajo anterior [8].



Figura 2. Curva S-N obtenida para el radio de entalla 2 mm.

3. ANÁLISIS DE LAS SUPERFICIES DE FRACTURA

Es bien sabido que las grietas se originan desde la raíz de la entalla, cercanas al punto de mayor tensión principal *hot-spot* y, gracias al proceso de fatiga al que están sometidas las probetas, éstas se propagan. La propagación puede acabar en una rotura completa del componente. En este trabajo, varias probetas de cada tamaño de entalla sufrieron rotura completa, por lo que son válidas para realizar en ellas un análisis completo de las superficies de fractura. Sólo se han analizado aquellas cuya vida ha sido superior a 10⁵ ciclos que son las correspondientes a la zona de alto número de ciclos.

Se han utilizado diferentes técnicas microscópicas para evaluar las superficies de fractura de las probetas ensayadas. Concretamente se ha optado por utilizar el microscopio óptico, un microscopio electrónico de barrido (tecnología SEM) y un perfilómetro óptico 3D de no contacto. El objetivo es identificar el origen o punto de iniciación de la/s grieta/s principales y observar su evolución durante los primeros granos, ya que es la etapa más crítica para determinar su influencia sobre el componente.

4. PUNTO DE INICIACIÓN DE LA GRIETA (HOT-SPOT)

La geometría de la entalla hace que el punto de mayor concentración de tensiones se sitúe justo en el punto medio de la entalla, es decir, en el de mayor profundidad de la misma (Ver Fig. 1). Al ser una entalla circunferencial, el *hot-spot* hace referencia a una circunferencia completa. En el ámbito experimental se asume que las grietas se originan en la superficie exterior, ya que es la zona de máximo cortante, y coinciden con el punto de máxima tensión principal (*hot-spot*) propagándose hacia el interior de la superficie del componente. Al ser circular la sección de la probeta,

Tabla	1.	Límites	de	fatiga	experimentales	para	los
diferen	ites	radios d	e en	talla.			

Radio de entalla (mm)	0.20	0.60	1.30	2.00	2.50	3.00
Límite de fatiga (MPa)	212	232	323	278	406	390

Tabla 2. Valores de rugosidad para cada tamaño de entalla.

Radio de entalla (mm)	0.60	1.30	2.00	2.50	3.00
R _a (µm)	0.18	0.22	0.20	0.20	0.19
$R_q (\mu m)$	0.23	0.28	0.25	0.27	0.26

no es posible anticipar dicho punto de iniciación y esa es la razón de analizar la superficie de fractura en su totalidad. Para confirmar que las grietas se originan en el punto correspondiente al hot-spot se hace un análisis del acabado superficial en la entalla y así poder corroborar que no existen marcas o defectos que afecten a la nucleación de grietas, ya que un mal acabado daría pie a la aparición de numerosas grietas que, más tarde, se unan en un mismo frente para crecer juntas hasta la rotura del componente. Sin embargo, un buen acabado superficial conlleva la aparición de un número bajo de grietas. Para llevar a cabo este proceso se hace uso del perfilómetro 3D para medir la rugosidad superficial en la entalla. Las medidas están realizadas en base a la norma ISO 25178. La superficie del fondo de entalla es capturada en el perfilómetro y, debido a que es una superficie curva la que se obtiene, es nivelada para poder tomar medidas en base a la norma antes mencionada. Después de esto, a la superficie nivelada se le aplica un filtro gaussiano, en base al objetivo focal utilizado, que nos permita obtener la rugosidad. Los resultados de rugosidad obtenidos para cada tamaño de entalla pueden verse en la tabla 2. Los valores indicados corresponden a la rugosidad media, Ra, y a la rugosidad cuadrática media R_q. Se aprecia que el acabado del proceso de mecanizado es de buena calidad y no debe afectar a la nucleación de grietas. Hay que destacar que en la entalla de menor radio no fue posible tomar medidas debido a las limitaciones de distancia de trabajo de las lentes focales del microscopio.

A continuación, las superficies son analizadas en un microscopio electrónico de barrido. Este tipo microscopio ofrece una calidad de imagen muy alta para poder deducir dónde se encuentran los puntos de iniciación de grieta con mayor detalle. Varios ejemplos puede verse en las figuras 3 y 4 donde se muestra toda la superficie de fractura y se indica el punto de inicio de la grieta mediante una flecha. En ambos casos parece que hay una grieta principal, los puntos de inicio de grieta se sitúan en la parte inferior de la imagen y puede verse como la propagación de la grieta y la superficie de rotura final están en la parte superior de la imagen.



Figura 3. Sección probeta radio 2.5 mm de entalla. Vida total 132199 ciclos. Tensión aplicada 425 MPa.



Figura 4. Sección probeta radio 3.0 mm de entalla. Vida total 190421 ciclos. Tensión aplicada 394 MPa.

Una vez que se identifica el punto de origen de la grieta en la parte exterior de la sección, se procede a calcular el ángulo de iniciación de la grieta α y el de propagación β en el plano axilsimétrico antes comentado para indicar la posición del hot-spot y la dirección del focus path, respectivamente. Se consigue mediante una medida en el microscopio óptico sobre el alzado de la probeta midiendo la diferencia de posición en la circunferencia de este punto de inicio con el de máxima tensión principal que coincide con la horizontal, permitiendo así calcular el ángulo de iniciación mediante la expresión α $= sen^{-1} (\Delta h/r)$. Un esquema del proceso está definido en la figura 5 y una medida real está representada en la figura 6. Debido a que las probetas están sometidas a carga axial, el valor teórico del ángulo α que corresponde al inicio de la grieta en el hot-spot está situado a cero grados con la horizontal que marca el centro del radio de la entalla. En la tabla 3 se muestran los valores medidos para cada tamaño de entalla. Los

resultados muestran que el inicio de las grietas está cercano al punto de máxima tensión principal.



Figura 5. Esquema del ángulo de inicio de grieta.



Figura 6. Detalle de la medida del ángulo de inicio de grieta.

5. ESTUDIO DE LA DIRECCIÓN DE GRIETA (FOCUS PATH)

La propagación de las grietas en las superficies de fractura de las probetas se analiza con un perfilómetro 3D. Esta herramienta permite trasladar la imagen capturada a una superficie en tres dimensiones, la cual puede ser analizada posteriormente. En las figuras 7 y 8 se muestran varios ejemplos de estas superficies capturadas. La zona marcada en color rojo corresponde a aquellos puntos con mayor altura y la marcada en tonos azules a los de menor altura. Las zonas en negro corresponden a aquellos puntos que, por poseer una excesiva pendiente, no han podido ser capturados por la lente del microscopio. Las alturas de cada punto son las correspondientes a las del plano de máxima tensión principal. Se confirma que en todos los casos estudiados las grietas nacen desde la superficie exterior y se propagan en dirección hacia el interior de la sección. El número de grietas en cada caso varía, así podemos encontrar casos como el de la figura 7 en el que se aprecian varios planos, uno en color amarillo y otro en color azul, que pueden corresponder a grietas originadas en planos diferentes. Sin embargo, en la figura 8 se muestra una sola grieta principal que abarca toda la



Figura 7. Superficie 3D de la probeta con entalla de radio 0.60 mm y perfil de la grieta en las primeras 800 micras.

superficie. Aun así, independientemente del número de grietas nucleadas, todas se unen para formar un frente de grieta común que, normalmente, abarca desde la mitad de la superficie total hasta llegar a la superficie de rotura (área de color rojo en ambas figuras 7 y 8).

Junto a las superficies en tres dimensiones se adjunta un gráfico que muestra las alturas del perfil de propagación de la grieta indicado en cada imagen y correspondiente a un plano paralelo al eje de revolución de la probeta que contiene al punto de inicio de la grieta. La longitud del perfil es de 800 micras desde el punto de inicio de la grieta en el borde exterior de la sección, que corresponde, aproximadamente, a la longitud que abarcan los diez primeros granos, y permite observar la diferencia de alturas entre el punto de iniciación y el punto final situado a 800 micras. Esta diferencia de alturas entre ambos puntos se puede traducir en el ángulo de propagación β calculado mediante la expressión $\beta = sen^{-1}$ ($\Delta h/800$). La diferencia de altura Δh en el caso de la probeta de radio 0.60 mm representada en la figura 7 da un valor de 35.31 µm. Por otro lado,



Figura 8. Superficie 3D de la probeta con entalla de radio 3.00 mm y perfil de la grieta en las primeras 800 micras.

esta diferencia de alturas, Δh , en el caso de la probeta de radio 3.00 mm (figura 8) es de 19.23 µm. Los valores obtenidos para los diferentes tamaños de entalla están indicados en la tabla 3. De nuevo, se deduce de los resultados que la propagación de la grieta está cercana a la dirección de máxima tensión principal por situarse en el entorno de los cero grados con la horizontal.

Tabla 3. Ángulos de iniciación y propagación de grietas para cada tamaño de entalla.

Radio de entalla (mm)	0.60	1.30	2.00	2.50	3.00
α	11.6°	2.6°	5.3°	0.3°	0.4°
β	2.5°	4.9°	2.2°	0.2°	1.4°

6. RESUMEN Y CONCLUSIONES

En este trabajo se ha realizado un estudio sobre el efecto del tamaño de la entalla en la concentración de tensiones y en el comportamiento a fatiga. Ensayos de fatiga a alto número de ciclos y bajo control de carga axial R = -1 han sido realizados en probetas de acero inoxidable AISI 304L con diferentes tamaños de entalla y se han obtenido las curvas S-N y los límites de fatiga.

Las superficies de fractura han sido analizadas utilizando un microscopio óptico, un microscopio electrónico de barrido y un perfilómetro 3D, prestando atención al punto de iniciación de la grieta (*hot-spot*) y a la dirección de la grieta en las primeras 800 micras (*focus path*), que es la longitud correspondiente a los 10 primeros granos que abarca la grieta y es del orden de las distancias propuestas en métodos como el de distancia crítica o el modelo N-R. Los resultados experimentales muestran que el inicio de grieta se sitúa cerca del punto de máxima tensión principal y la propagación de grieta a lo largo de las primeras 800 micras está cercana a la dirección de máxima tensión principal.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer al Ministerio de Economía y Competitividad del Gobierno de España por la financiación del proyecto DPI2014-56904-P.

REFERENCIAS

- [1] Forsyth PJE. The physical basis of metal fatigue. USA: American Elsevier Publishing; 1969.
- [2] Taylor D. Geometrical effects in fatigue: a unifying theoretical model. Int J Fatigue, 21, 413-420; 1999.
- [3] Navarro A, De los Ríos ER. Fatigue crack growth by successive blocking of dislocations. Proc Roy Soc, 437, 375-390; 1992.
- [4] Chaves V, Beretta G, Navarro A. Biaxial fatigue limits and crack directions for stainless steel specimens with circular holes. Eng Fract Mech, 174, 139-154; 2017.
- [5] Chaves V, Navarro A, Madrigal, C. Stage I crack directions under in-phase axial-torsion fatigue loading for AISI 304L stainless steel. Int J Fatigue, 80, 10-21; 2015.
- [6] Tanaka T, Nishijima S, Ichikawa M. Statistical research on fatigue and fracture. Elsevier Applied Science, London; 1987.
- [7] BS ISO 12107:2003.

[8] Balbín JA, Chaves V, Navarro A. Ensayos de fatiga en probetas entalladas de acero inoxidable AISI 304L. Anales de Mecánica de la Fractura Vol 35. Grupo Español de Fractura, Málaga; 2018.

MÉTODO DE CORRELACIÓN DIGITAL DE IMÁGENES (DIC) PARA MEDIDAS DE CRECIMIENTO DE GRIETA EN PROBETAS NO ESTÁNDAR.

Sánchez¹, Mario*; Calvo¹, Susana; Canales¹, Margarita; Mallor¹, Carlos; Rodriguez-Barrachina¹, Rafael;

¹ITAINNOVA. María de Luna, 8. 50018, Zaragoza. España

*Persona de contacto: msanchez@itainnova.es

RESUMEN

El uso de técnicas sin contacto para monitorizar el avance de grieta en estructuras sometidas a cargas cíclicas, está adquiriendo gran relevancia debido a las exigencias desde el punto de vista de tolerancia al daño para el mantenimiento de componentes en cuanto a intervalos de inspección, principalmente en los sectores del ferrocarril y aeronáutico.

Técnicas tradicionales para la caracterización del crecimiento de grieta en materiales como el extensómetro *COD* no pueden extrapolarse generalmente a la caracterización directa de componentes. Para analizar el comportamiento de éstos se necesitan métodos alternativos como la Correlación Digital de Imágenes (*DIC*) o el uso de bandas extensométricas de fractura que permitan monitorizar el avance de grieta para poder realizar predicciones de vida. En este estudio se presentan los resultados obtenidos en una probeta no normalizada utilizando ambas técnicas y se muestran las ventajas e inconvenientes encontrados en su utilización.

En primer lugar se optimiza la medida del *DIC* con ensayos en probeta normalizada tipo *MT* (*Middle Tensile*) bajo norma ASTM E647. Posteriormente, se evalúa el avance de grieta en una probeta cilíndrica entallada utilizando *DIC 3D* y banda de fractura para valorar la aplicación de los métodos en situaciones donde el montaje de un extensómetro *COD* no es posible.

PALABRAS CLAVE: Crecimiento de grieta, DIC.

ABSTRACT

The use of non-contact techniques to measure crack growth on structures under cyclic loads is increasing because of the high requirements from the damage tolerance point of view, in order to properly perform maintenance on components in terms of inspection intervals, mainly in railway and automotive industry.

Traditional techniques to characterize crack growth in materials like COD extensioneter are not usually available to directly extend its application to characterize real components. In these cases, alternative methods like Digital Image Correlation (DIC) or Fracture Gauges are required to measure crack growth and to predict service life on components. Results obtained on a non-standard specimen by means of both techniques are presented in this work, including advantages and disadvantages of both them.

First, an optimization of the *DIC* system is performed over a standard *MT* specimen (*Middle Tension*) under ASTM E647 code. Then, the crack growth on a notched cylindrical specimen is measured by using *DIC 3D* and Fracture Gauge simultaneously, in order to validate the availability of using these techniques when *COD* extensioneter is not applicable.

KEYWORDS: Crack growth, *DIC*

1. INTRODUCCIÓN

Cada vez resulta más habitual el estudio de la mecánica de la fractura en componentes sometidos a cargas cíclicas de fatiga. Especialmente importante es el estudio del crecimiento y la evolución de la grieta en aquellos componentes sujetos a estrictos intervalos de inspección, sobre todo en el sector aeronáutico y del ferrocarril [1,2]. Resulta incluso imposible en algún caso la aplicación de los métodos tradicionales de medida de crecimiento de grieta, como el extensómetro de apertura de frente de grieta (*COD*), en este tipo de componentes debido a su complejidad geométrica. Por lo tanto se hace necesaria la incorporación de nuevas técnicas de medida en campo completo y sin contacto que den una solución a este problema.

En el presente estudio se utiliza la técnica de Correlación Digital de Imágenes (DIC) en el análisis bajo el enfoque de la mecánica de la fractura aplicada a diferentes probetas metálicas. En primer lugar se obtiene la curva *a-N* sobre una probeta estándar tipo "*Middle Tensile*" (*MT*) de material de acero A1N sometida a condiciones de carga de modo I. Posteriormente, se obtienen las curvas de Paris en la región lineal $(da/dN-\Delta K)$ con ambos métodos (*DIC* y *COD* tradicional).

El objetivo final del trabajo consiste en extender la utilización del método *DIC* al estudio de la mecánica de la fractura en una probeta no estándar (probeta cilíndrica) del mismo material que la anterior (acero A1N) y sometida a un ensayo de fatiga de modo I, donde no se puede aplicar el método del extensómetro *COD* tradicional. Para verificar el método de medida sin contacto, se utiliza también una banda extensométrica de fractura que permite monitorizar el avance de grieta durante una parte del ensayo de fatiga.

2. TÉCNICA DIC EN MECÁNICA DE LA FRACTURA

La Correlación Digital de Imágenes (DIC) es una técnica de medida sin contacto y en campo completo que permite medir el campo de desplazamientos sobre la superficie de cualquier componente sometido a un estado de cargas determinado. El principio de medida se basa en la comparación de una imagen inicial de referencia (sin cargas aplicadas) con el resto de las imágenes registradas durante el ensayo, bajo diferentes condiciones de carga. Es preciso que la superficie del componente en cuestión presente un patrón de contraste aleatorio (speckle), que se puede conseguir de manera manual o puede estar intrínseco en la superficie del material debido a sus características superficiales [3]. El tamaño del speckle tiene que ser fijado según el tamaño de la superficie de interés a analizar, en función de la resolución de las cámaras y el tamaño del campo de visión.

El sistema *DIC* divide la superficie del componente en una malla virtual de tamaño variable llamado *subset*. Dentro de cada *subset* se almacena la información correspondiente a una parte del *speckle*, como puede observarse en la Figura 1. Se recomienda que el tamaño de los puntos del *speckle* sea entre tres y ocho veces mayor que el tamaño del píxel [4,5]. El sistema es capaz de identificar la información de cada *subset* en la imagen de referencia y localizarla en el resto de las imágenes a lo largo del ensayo (correlación). De esta manera es posible calcular el campo de desplazamientos en la superficie del componente como el desplazamiento que se ha producido entre los centros de cada *subset* [6]. Por lo tanto, el tamaño de subset influye en la resolución de la medida.

Para que la correlación de las imágenes pueda llevarse a cabo interviene el concepto de *step*. Se trata de la distancia que se desplaza cada *subset* (en todas las direcciones del espacio) para llevar a cabo la correlación de las imágenes. Este parámetro tiene gran influencia en el tiempo de procesado. Es recomendable que el tamaño del *step* sea inferior al del *subset* para asegurarse de que se realiza la correlación sobre toda la superficie de la probeta [4].



Figura 1. Principio de correlación DIC y desplazamientos entre centros de cada subset.

Para evaluar el avance del frente de grieta en una superficie desde el punto de vista de la mecánica de la fractura en el régimen elástico-lineal, el campo de desplazamientos en las proximidades del frente de grieta se puede ajustar mediante las series de Williams [7] a través de las siguientes ecuaciones para obtener los factores de intensidad de tensiones.

$$\underbrace{\text{Mode I}}_{k} \begin{bmatrix} u_k = \sum_{n=1}^{N} C_n f_{\ln}(r_k, \theta_k) - \sum_{n=1}^{N} D_n f_{\ln}(r_k, \theta_k) + T_x - Ry_k \\ v_k = \sum_{n=1}^{N} C_n g_{\ln}(r_k, \theta_k) - \sum_{n=1}^{N} D_n g_{\ln}(r_k, \theta_k) + T_y + Rx_k \end{bmatrix}$$
(1)

Donde *u* y *v* son los desplazamientos horizontal y vertical, μ es el módulo a cortadura y k = (3-v)/(1+v) en condiciones de tensión plana. v es el coeficiente de Poisson y *r* y θ son la distancia y el ángulo respecto al frente de grieta a_n , que es constante. T_x, T_y y R se expresan como el movimiento de sólido rígido, mientras que *f* y *g* son funciones conocidas.

Para el campo de desplazamientos obtenido en cada imagen adquirida mediante *DIC*, se pueden ajustar las ecuaciones entre n_{min} y n_{max} (número de términos utilizados en las series de Williams) para calcular K_I y K_{II} de acuerdo con la siguiente matriz:

u ₁ :		$\begin{bmatrix} f_{11}(r_1,\theta_1) \\ \vdots \end{bmatrix}$	 •	$-f_{111}(r_1,\theta_1)$	· · · ·	1	0 :	-y ₁ :	$\begin{bmatrix} C_1 \\ \vdots \\ D \end{bmatrix}$	
u_M	=	$f_{\rm IM}(r_M,\theta_M)$	•••	$-f_{\rm IIM}(r_M,\theta_M)$	•••	1	0	- <i>y</i> _M		
<i>v</i> ₁		$g_{11}(r_1,\theta_1)$		$-g_{II1}(r_1,\theta_1)$		0	1	x ₁	Tx	
: v _M		$g_{IM}(r_M,\theta_M)$		$-g_{IIM}(r_M,\theta_M)$		0	1	x _M	$\begin{bmatrix} I_y \\ R \end{bmatrix}$	

Figura 2. Sistema de ecuaciones para estimar los factores de intensidad de tensiones K_I y K_{II} mediante las series de Williams

Como el número de desplazamientos seleccionado es mayor que el número de incógnitas del sistema, tanto los factores de intensidad de tensiones como los términos de movimiento de sólido rígido se pueden estimar mediante mínimos cuadrados:

$$[\boldsymbol{\Delta}] = \left[\begin{bmatrix} \boldsymbol{b} \end{bmatrix}^{\mathsf{T}} \begin{bmatrix} \boldsymbol{b} \end{bmatrix} \right]^{-1} \begin{bmatrix} \boldsymbol{b} \end{bmatrix}^{\mathsf{T}} \begin{bmatrix} \boldsymbol{h} \end{bmatrix}$$
(2)

3. MATERIALES Y MÉTODOS DE ENSAYO

Para la ejecución de todos los ensayos experimentales se utiliza una Máquina Universal de Ensayo de alta frecuencia: INSTRON 8802 (100 kN). Ver Figura 3.



Figura 3. Montaje del sistema de correlación digital de imágenes para la adquisición en probeta MT (a) y en probeta cilíndrica (b).

Para el estudio de mecánica de la fractura en probeta estándar *MT* [8, 9], se utiliza una cámara *PointGrey* de 2448 x 2048 píxeles. Se combina una lente de 23 mm de distancia focal junto con una distancia a la probeta de 140 mm para conseguir una magnificación de 0,2x. Esta configuración resulta en un tamaño de píxel de 0,02 mm/píxel por lo que el tamaño del *speckle* debe estar entre 0,06 y 0,16 mm [5]. Se utiliza un aerógrafo con punta de 0,15 mm para la aplicación del patrón.

El disparo de la cámara está sincronizado con la onda seno que gobierna el ensayo. Se adquiere una foto cada 1.000 ciclos en el punto de la onda correspondiente a la fuerza máxima (máxima apertura) para realizar un seguimiento de la grieta.

El material de la probeta es acero A1N, cuyas propiedades se muestran en la Tabla 1. Este material se define según UNE EN 13261 [10] y es extensamente utilizado en el sector del ferrocarril. Se realiza un ensayo de crecimiento de grieta por fatiga para caracterizar la región de Paris con ratio de carga R=-1.

Tabla 1. Propiedades mecánicas del material A1N.

	Límite elástico σ. (MPa)	Límite rotura σ _e (Mpa)	Módulo Young E (MPa)	Coef. Poisson
	- y (501	0.15.105	0.0
A1N	343	591	$2,15 \cdot 10^{\circ}$	0,3

En la Figura 4 se pueden observar los detalles geométricos de la probeta MT (W = 46 mm, B = 4 mm, L = 142 mm y a = 5mm).



Figura 4. Geometría de la probeta estándar MT de material A1N.

Según la norma ASTM E647 [11], primero se realiza un pre agrietamiento por fatiga sobre la probeta MT con el objetivo de eliminar la influencia del mecanizado de la entalla y generar un frente de grieta de forma natural. Este ensayo consiste en la aplicación de una onda senoidal de carga constante, con amplitud $\Delta P=26.000$ N, R=0,05 y frecuencia de 18 Hz hasta conseguir una longitud final de la grieta de 1,3 mm (medido con el extensómetro COD). Posteriormente se aplica una onda senoidal para determinar la región de Paris a R=-1 utilizando el método de ΔK constante por nivel según la norma ASTM E647 [11]. Se realiza una secuencia ascendente de niveles con incrementos respecto al nivel anterior del 10% con una frecuencia de ensavo de 18 Hz, para niveles de $\Delta K / \Delta K_{\text{th}}$ comprendidos entre 4 y 7, siendo ΔK_{th} el valor del incremento del factor de intensidad de tensiones umbral. Tanto para la medida de crecimiento de grieta como para el control del ensavo se utiliza, además, un extensómetro COD INSTRON de 10 mm de distancia y ± 4 mm de recorrido.

Tras verificar la viabilidad de la aplicación del método de Correlación Digital de Imágenes en la medida de crecimiento de grieta en probeta estándar, se extiende el estudio de mecánica de la fractura en probeta cilíndrica no estándar con entalla semi elíptica (*CIL*) cuya geometría se especifica en la Figura 5 y sus propiedades mecánicas en la Tabla 1.



Figura 5. Geometría de la probeta cilíndrica con entalla semi elíptica de material A1N.

En la monitorización del ensayo se instalan dos cámaras *PointGrey* de 2448 x 2048 píxeles para adquirir el crecimiento de grieta a un lado de la entalla. Se incorporan dos lentes de 60 mm de distancia focal junto con sendos tubos extensores de 48 mm, lo que dan lugar a una magnificación de 0,7x. Se utiliza un aerógrafo con punta de 0,1 mm para conseguir un tamaño de *speckle* de entre 0,02 y 0,05 mm.

Se sincroniza el disparo de las cámaras con la onda del ensayo y se adquiere una imagen cada 500 ciclos en el punto de máxima apertura de grieta (F_{max}). La frecuencia de ensayo se fija en 20 Hz, por lo que se selecciona una velocidad de disparo de 1,1 ms para obtener unas imágenes nítidas.

En el otro lado de la entalla se adhiere una galga extensométrica de fractura *HBM RD22* con 50 hilos en paralelo, una resistencia por hilo de 44Ω y una longitud máxima de medida de 5 mm. El avance de la grieta produce la rotura de los hilos, originando una variación de la resistencia.

La probeta cilíndrica no estándar (*CIL*) se somete a un ensayo de crecimiento de grieta por fatiga con ΔP = constante y R=0,05 con el objetivo de obtener las curvas de crecimiento de grieta. Posteriormente, se determinan los factores de intensidad de tensiones ajustando los campos de desplazamientos en el frente de grieta obtenidos por el *DIC* mediante las series de Williams, con n_{min}=-4, n_{max}=3, R_{min}=0,1 mm y R_{max}=1,5 mm.

4. ANÁLISIS DE RESULTADOS

Para monitorizar el avance de grieta en la probeta MT estándar mediante la técnica DIC se calcula el desplazamiento relativo entre puntos enfrentados (uno por encima y otro por debajo de la grieta), a lo largo de todo el ensayo. En la Figura 6 se observa el campo de desplazamientos verticales sobre la superficie de la probeta y la asimetría en la longitud de grieta a ambos lados de la entalla. Por encima de la entalla los desplazamientos tienen signo positivo, mientras que por debajo de la misma el signo es negativo. De esta manera es posible realizar un seguimiento del frente de grieta mediante la localización del punto donde se produce un desplazamiento relativo igual a cero.



Figura 6. Resultados de la correlación en la fase de máxima longitud de grieta mostrado en base a desplazamientos por encima y por debajo de la grieta en la probeta MT.

Para el post procesado de las imágenes con el sistema *DIC* sobre el ensayo de fatiga de la probeta MT se considera un tamaño de subset de 39 píxeles y un tamaño de step de 9 píxeles [3]. El tamaño del step es la cuarta parte que el subset para proporcionar datos independientes y no repetitivos [12].

Con esta configuración se determinan las curvas de crecimiento de grieta *a-N* tanto con el método tradicional (*COD*) como con la técnica *DIC*. La medida del extensómetro se basa en el método *Compliance*, calculado de manera indirecta a partir de la rigidez de la probeta de acuerdo a las propiedades del material

(módulo elástico, E), geometría de probeta (B) y la carga (P) tal y como indica la norma ASTM E647 [11], por lo que se obtiene una única medida de longitud de grieta para ambos lados de la entalla. En la Figura 7 se observa que el extensómetro mide un valor final de grieta por debajo de los valores medidos por el *DIC* en la grieta derecha e izquierda de la entalla, a pesar de que se esperaba una medida intermedia entre estos valores.

Sin embargo, la técnica *DIC* proporciona una medida directa de la longitud de grieta y permite monitorizar de manera simultánea tanto la grieta de la derecha de la entalla como la de la izquierda. Es decir, es posible analizar por separado y simultáneamente la evolución de ambas grietas a los dos lados de la entalla, pudiendo chequear además los criterios de validez del ensayo marcados por la norma en lo referente a inspección visual.



Figura 7. Curvas de crecimiento de grieta a fatiga a-N obtenidas por el método tradicional y mediante la técnica DIC.

Para el seguimiento del avance de la grieta sobre la superficie de la probeta cilíndrica con entalla semi elíptica se utiliza un inspector lineal virtual con el punto inicial en el final de la entalla y el punto final lo más cercano posible al borde opuesto de la probeta, tal y como se observa en la Figura 8. Al ser un problema tridimensional se configura el sistema *DIC* con dos cámaras y se establece el parámetro de control en el seguimiento de grieta como la pérdida de correlación (*Sigma*) cuando se produce una discontinuidad en el medio: la grieta.



Figura 8.- Transformación de crecimiento de grieta lineal (a) en crecimiento de grieta circunferencial (s).

Dado que el inspector lineal sólo realiza un seguimiento de la grieta en dirección horizontal (eje X), es necesario llevar a cabo una transformación geométrica para obtener la longitud de grieta a lo largo de la superficie de la probeta (s). El inicio de la medida se establece justo en el borde de la entalla (Figura 8).

En la Figura 9 se representa la curva de crecimiento de grieta para la probeta cilíndrica de entalla semi elíptica *CIL*. El crecimiento de grieta es muy rápido y tiene lugar en la parte final del ensayo, una vez superado el 94% del mismo. De manera que el inicio de grieta y la rotura catastrófica de la probeta están localizados en el 6% final del ensayo.



Figura 9.- Curva s-N de crecimiento de grieta en probeta cilíndrica (CIL) obtenida con DIC y con la banda RD22.

Se observa una buena correlación entre la medida obtenida con *DIC* y con la banda *RD22*. Sin embargo, en la banda se produce una rotura simultánea de un gran número de hilos en un espacio de tiempo muy corto. Este efecto puede asociarse a algún tipo de problema con el pegado de la banda en la superficie de la probeta.

Una vez obtenidas las curvas de crecimiento de grieta *a*-*N* para la probeta estándar *MT* y *s*-*N* para la probeta cilíndrica no estándar, se calculan las curvas $da/dN - \Delta K$. En el caso estándar es posible aplicar el método de la secante en la región de Paris según la normativa ASTM E647 [11]. En primer lugar se ajustan los datos brutos procedentes del *DIC* a un polinomio de grado 5. Posteriormente se determina la velocidad de crecimiento a partir de la pendiente resultante de dos puntos consecutivos de longitud de grieta y ciclos expresada de la siguiente forma:

$$(da/dN)_{a} = (a_{i+1} - a_{i})/(N_{i+1} - N_{i})$$
(3)

Como la velocidad de crecimiento es un valor promedio a lo largo de todo el incremento $(a_{i+1} - a_i)$, se determina un valor promedio de longitud de grieta a = $\frac{1}{2}((a_{i+1} + a_i))$, a partir del cual se calcula ΔK . Los valores de ΔK se obtienen de las fórmulas analíticas presentes en la norma ASTM E647 [11] obtenidas según la geometría de probeta. En la Figura 10 se representan los valores de velocidad de crecimiento de grieta frente ΔK obtenidos con el método tradicional del extensómetro y con el *DIC*. En la obtención de la curva con los datos de correlación digital se post procesan de forma conjunta los valores de longitud de grieta obtenidos en los lados derecho e izquierdo de la entalla.

Para completar el estudio de la mecánica de la fractura sobre probeta cilíndrica no estándar se trata de obtener la curva da/dN- ΔK de igual manera que en el caso de la probeta MT estándar. Primero se ajusta la curva de crecimiento s-N obtenida con el DIC a un polinomio de grado 5, tal y como se muestra en la Figura 9. A continuación se determina la velocidad de crecimiento de grieta da/dN aplicando el método de la secante especificado en la normativa ASTM E647 [11] (Ec 2). Se seleccionan 8 puntos distribuidos a lo largo de la curva s-N correspondientes a diferentes tamaños de grieta (s=1,65; 1,76; 1,91; 2,26; 3,87; 4,67; 5,26; 5,86 mm. Figura 9). Cada uno de los puntos seleccionados anteriormente se corresponde con un instante determinado del ensayo en el cual se conoce el campo de desplazamientos porque es monitorizado por el DIC. Así se puede obtener el factor de intensidad de tensiones ajustando el campo de desplazamientos mediante las series de Williams. De esta forma queda definida la curva da/dN- ΔK para los 11 puntos seleccionados tal y como se observa en la Figura 10.



Figura 10. Curva da/dN vs ΔK obtenida para la probeta MT estándar (con DIC y COD), la probeta cilíndrica no estándar CIL con entalla semi elíptica (con DIC) y corrección Keff para R=0,05.

Se aprecia un desfase hacia la izquierda entre la curva obtenida mediante *DIC* y las series de Williams (*CIL*) y las obtenidas por el método *COD* tradicional (*MT_COD*) y el método *DIC* junto con la formulación de la normativa (*MT_DIC*). Este desfase se debe a que el ΔK calculado en la probeta cilíndrica tiene en cuenta el fenómeno de cierre de grieta, ya que parte del campo de desplazamientos real en la superficie de la probeta. En cambio, si se utiliza el método tradicional *COD* es necesario aplicar un post proceso a las medidas, indicado en la normativa ASTM E647 [11], para obtener el ajuste de la ecuación en la región de Paris (K_{eff}), según puede observarse en la Figura 10.

5. CONCLUSIONES

En el presente estudio se ha analizado la viabilidad del uso de una técnica de no contacto basada en la correlación de imágenes digital, *DIC*, como herramienta para determinar curvas de crecimiento de grieta por fatiga en material metálico, comparándolo con otras técnicas de medida como son la técnica tradicional del extensómetro *COD* o el uso de bandas extensométricas de fractura.

Se obtiene la curva de crecimiento *a-N* sobre una probeta *MT* estándar mediante *DIC* y mediante extensómetro *COD*, obteniendo diferencias elevadas entre ellas asociadas al cálculo indirecto en que se basa esta última. Sin embargo, en términos de velocidad de crecimiento de grieta da/dN, para un ΔK de 40 MPa \sqrt{m} se observa una diferencia del 6% a partir de los ajustes potenciales de la ley de Paris entre la técnica *DIC* y el método tradicional.

Posteriormente se analiza la posibilidad de aplicar la técnica *DIC* en el estudio de mecánica de la fractura sobre una probeta cilíndrica no estándar. Se obtienen las curvas de crecimiento *s*-*N* mediante *DIC* y mediante una banda extensométrica de fractura *HBM RD22* obteniéndose buena correlación entre los dos métodos de medida. A continuación se determina la curva *da/dN*- ΔK sobre la probeta *CIL* utilizando los campos de desplazamientos obtenidos mediante *DIC*. Debido a que ambas probetas están fabricadas con el mismo material A1N, se pueden comparar las curvas.

Con todo lo anterior, se puede considerar adecuado el uso del método DIC para la obtención de las curvas de crecimiento de grieta s-N sobre una probeta cilíndrica no estándar. Con esta técnica se pueden evitar las dificultades que presentan la banda de fractura RD22 como es el pegado adecuado, la distancia entre el frente de grieta y el primer hilo de la banda, la posible aparición de burbujas en la superficie de contacto que puedan producir la no rotura de algún hilo o la limitación de la longitud de grieta medida (5 mm en el caso de la RD22). Además, resultaría imposible obtener las curvas da/dN- ΔK con el uso únicamente de la banda. El método DIC presenta las ventajas de no precisar contacto con la probeta, por lo que se puede aplicar a cualquier tipo de componente y permite obtener el campo de desplazamientos en el frente de grieta en cada instante del ensayo, de modo que se puede calcular el factor de intensidad de tensiones a través del ajuste con las series de Williams, evitando los efectos del cierre de grieta dentro de las medidas. Aunque el inconveniente más destacado puede ser el elevado coste de inversión inicial dependiendo del número de grietas a monitorizar, (son necesarias 2 cámaras para cada grieta), además se requiere un elevado número de imágenes para conseguir el seguimiento de la grieta adecuado, con su consiguiente coste computacional.

6. AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen al Ministerio de Economía, Industria y Competitividad Español, a través del Programa Nacional para los Retos de Investigación en la Sociedad financiado por el proyecto RCT-2016-4813-4.

7. REFERENCIAS

- U. Zerbst, C. Klinger, D. Klingbeil. Structural assessment of railway axels – A critical review. Engineering Fracture Mechanics, 35, 54-65, 2013
- [2] U. Zerbst, M. Madia, M. Vormwald, H. Th. Beter. Fatigue strength and fracture mechanics – A general perspective. Engineering Fracture Mechanics, 198, 2-23, 2018.
- [3] M. Sánchez, S. Calvo, M. Canales, A. Landaberea. Optimización del método de correlación digital de imágenes (DIC) para medidas de crecimiento de grieta en probetas estándar y comparación con el método tradicional. Anales de mecánica de la fractura, 35, 545-550, 2018.
- [4] R.P. Bigger, B. Blaysat, C. Boo, M. Grewer, J. Hu, M.A. Idiacola, A.R. Jones, E.M.C. Jones, M. Klein, P. Lava, M. Pankow, K. Raghavan, P.L. Reu, T. Schmidt, T. Siebert, M. Simonsen, A. Trim, D.Z. Turner, A.F. Vieira, T. Weikert. A good practices guide for digital image correlation. Nov 2017.
- [5] M. A. Sutton, J. J. Orteu, H. W. Schreier. Image Correlation for Shape, Motion and Deformation Measurements. Basics Concepts, Theory and Applications. Springer, USA, 2009.
- [6] J. R. Yates, M. Zanganeh, Y. H. Tai. Quantifying crack tip displacement fields with DIC. Engineering Fracture Mechanics 77, 2063-2076, 2010.
- [7] S.R. McNeill, W.H. Peters, M.A. Sutton. Estimation of stress intensity factors by digital image correlation. Engineering Fracture Mechanics, 28, 101-102, 1987
- [8] J. Chen, N. Zhan, X. Zhang, J. Wang. Improved extended digital image correlation for crack tip deformation measurement. Optics and lasers in engineering 65, 103-109, 2015.
- [9] J. Chen, N. Zhan, X. Zhang, J. Wang. Improved extended digital image correlation for crack tip deformation measurement. Optics and lasers in engineering 65, 103-109, 2015.
- [10] UNE EN 13261:2009+A1. Aplicaciones ferroviarias. Ejes montados. Ejes. Requisitos de producto. Septiembre 2011.
- [11] ASTM E647 13a. Standard test method for measurement of fatigue crack growth rates.
- [12] M. Mokhtarishirazabad, P. Lopez-Crespo, B. Moreno, A. Lopez-Moreno, M. Zanganeh. Evaluation of crack-tip fields from DIC data: A parametric study. International Journal of Fatigue, 89, 11-19, 2016.

ANÁLISIS NUMÉRICO-EXPERIMENTAL DE LA FRACTURA DE PLACAS DE ALUMINIO AL7017 ENTALLADAS EN U

R. Sancho¹*, D. Cendón¹, F. Gálvez¹

¹Departamento de Ciencia de Materiales. E.T.S.I Caminos, Canales y Puertos. Universidad Politécnica de Madrid. C/ Profesor Aranguren s/n, 28040, Madrid, España * Persona de contacto:rafael.sancho@mater.upm.es

RESUMEN

Este trabajo muestra parte de los resultados de una investigación centrada en el estudio de la fractura de materiales metálicos entallados. Para ello se ha analizado el comportamiento de placas de la aleación de aluminio Al7017 entalladas en U sometidas a modo I y modo mixto (I+II) de carga, bajo condiciones cuasi-estáticas. Con el fin de analizar el efecto de la triaxialidad se han estudiado tres radios de entalla y dos espesores de probeta distintos. Además, los campos de desplazamiento en la superficie de las probetas han sido analizados mediante el uso de la técnica de correlación digital de imágenes (D.I.C por sus siglas en inglés). Finalmente, desde el punto de vista numérico, los ensayos experimentales han sido simulados mediante la técnica de elementos finitos, comprobando así las limitaciones de un modelo de amplio uso, como es del de Johnson-Cook.

PALABRAS CLAVE: Entalla, materiales metálicos, triaxialidad, modelo numérico

ABSTRACT

This paper shows some results from a wide research focussed on studying the fracture of notched metallic materials. To that end, the behaviour of U-notched Al7017 aluminium plates under mode I and mode I+II of quasi-static loading were analysed. With the aim of determining the influence of the triaxiality, three different notch radii and two different plate thickness were tested. Moreover, the displacement fields on the sample surfaces were computed by using the Digital Image Correlation (D.I.C) technique. Finally, the experimental tests were simulated by means of the finite element method with the aim of checking the limitations of the widespread Johnson-Cook failure model.

KEYWORDS: Notch, metallic materials, triaxility, numerical model.

1. INTRODUCCIÓN

El efecto negativo que tienen las entallas sobre la capacidad de los materiales para resistir un cierto nivel de carga mecánica ha sido un tema de estudio en el campo de la ingeniería desde que en 1913 C. E. Inglis [1] analizase la distribución de tensiones cerca de entallas elípticas. La presencia de una entalla en un sólido provoca una concentración de tensiones que depende del radio de entalla, siendo nula la concentración de tensiones para el caso de una entalla con radio infinito (ausencia de entalla), hasta la concentración de tensiones máxima que tiene lugar para una entalla de radio teórico nulo (equivalente a una grieta teórica de acuerdo con la mecánica de fractura tradicional).

Al igual que las grietas aparecen de forma no deseada en los componentes, hay situaciones ingenieriles en las que un componente estructural se diseña con entallas, como por ejemplo ocurre con los remaches en el fuselage de los aviones. En estos casos no cabe otra solución que calcular la capacidad resistente del elemento estructural fisurado mediante alguna teoría.

En el caso de materiales frágiles cuyo comportamiento puede aproximarse a un material elástico-lineal, existen diferentes modelos para predecir la fractura de sólidos entallados de forma precisa. Entre ellos cabe destacar el modelo de fisura cohesiva [2,3], el criterio de la densidad de energía crítica [4,5] o la teoría de distancias críticas [6], entre otras. Sin embargo, en los materiales metálicos el efecto de las deformaciones plásticas cerca de la entalla es importante y los criterios anteriormente mencionados dejan de ser válidos en muchos casos [7], mientras que parámetros como la triaxialidad de tensiones [8,9] y el ángulo de Lode [10] empiezan a ganar importancia a la hora de modelizar la fractura.

La finalidad de este trabajo es doble. Por un lado, proporcionar nuevos datos sobre el papel que juega la triaxialidad en la fractura de metales entallados. Para ello se fabricaron probetas de la aleación Al7017 con tres radios de entalla y dos espesores distintos que se ensayaros bajo condiciones de carga en modo I y modo I+II. Por otro lado, la segunda finalidad del trabajo se centra en analizar la capacidad del modelo de fallo de Johnson-Cook, ampliamente utilizado en la simulación de materiales metálicos, para predecir el comportamiento de fallo de los especímenes entallados.

2. DESCRIPCIÓN DEL MATERIAL

El material estudiado es la aleación de aluminio Al7017-T73. Esta aleación pertenece a la familia de aleaciones de aluminio de alta resistencia y es ampliamente utilizada en blindajes de vehículos. Sus principales elementos de aleación son el zinc y el magnesio (ver Tabla 1). El papel de ambos elementos es formar el precipitado endurecedor MgZn₂, también conocido como fase η . Además, la adición de cobre y el tratamiento térmico T73 (solución + sobre-maduración) ayuda a mejorar el binomio comportamiento mecánico-comportamiento a corrosión bajo tensión.

Tabla 1: Composición química (% en peso) de la aleación Al7017 [11]

Zn	Mg	Fe	Si	Cu	Mn	Cr	Zr
5.1	2.4	0.3	0.16	0.12	0.22	0.16	0.12

3. ENSAYOS EXPERIMENTALES

Con el objetivo de estudiar el efecto de la triaxialidad en la fractura en modo I y modo I+II de la aleación seleccionada, se realizaron ensayos cuasi-estáticos de tracción hasta rotura sobre diferentes probetas fisuradas con espesores de 1mm y 3mm y tres radios de entalla diferentes R=0.2mm, R=1mm y R=3mm (ver figura 1).



Figura 1: Geometría de las probetas ensayadas en modo I (izquierda) y modo I+II (derecha). L=110mm, W=30mm.

Los ensayos se llevaron a cabo utilizando una máquina servo-hidráulica configurada en control de desplazamiento a una velocidad de 0.1mm/min, monitorizando la fuerza aplicada por la máquina con una célula de carga de 100kN. Con el objetivo de obtener la mayor información posible de los ensayos se decidió sustituir el uso de extensómetros tradicionales por la técnica de correlación digital de imágenes (D.I.C por sus siglas en inglés) ya que esta permite obtener los campos de desplazamiento sobre toda la superficie de la probeta. Básicamente, la técnica del DIC se basa en, mediante el uso de algoritmos, calcular los desplazamiento relativos de puntos o patrones pintados sobre las muestras entre la imagen inicial (imagen de referencia) y el resto de imágenes del ensayo (imagen deformada) [12]. En el caso del presente trabajo, se capturó una imagen cada segundo de ensayo para su posterior análisis.

En el montaje del ensayo (ver figura 2) se utilizaron dos mordazas y dos rótulas auxiliares, una en cada mordaza, con el objetivo de alinear la carga aplicada con el eje longitudinal de la probeta y evitar la aparición de excentricidad en la carga.



Figura 2: Montaje del ensayo utilizado para la caracterización de las muestras entalladas.

4. SIMULACIONES NUMÉRICAS

Con el código de elementos finitos LS-Dyna se simularon los ensayos experimentales expuestos en la sección anterior con el objetivo que comprobar la capacidad del modelo de Johnson-Cook, ampliamente utilizado en la modelización de eventos dinámicos, para predecir el fallo de componentes con entallas. El esquema de trabajo de esta sección se puede resumir en dos partes fundamentales. En primer lugar, mediante ensayos realizados con anterioridad sobre probetas cilíndricas entalladas y sin entallar (ensayos expuestos en [13]), calibrar las constantes del modelo y en segundo lugar, utilizar esas constantes para comprobar la capacidad de predicción del modelo con los ensayos experimentales.

4.1. Modelo de material

El modelo de Johnson-Cook utilizado para simular los ensayos experimentales está formulado siguiendo la teoría clásica de plasticidad J2 (independiente de la presión hidrostática). El modelo consta de una ecuación constitutiva [14] y un parámetro de daño [8]. La ecuación constitutiva describe la evolución del límite elástico del material en función de la deformación plástica equivalente \overline{e}_p^n , la velocidad de deformación \dot{e}^* y la temperatura *T* de acuerdo con la siguiente expresión:

$$\sigma_{\mathbf{y}}(\overline{\boldsymbol{\varepsilon}}_{p}, \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{*}, T) = (A + B\overline{\boldsymbol{\varepsilon}}_{p}^{n})(1 + Cln\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{*})(1 - T^{*m}) \quad (1)$$

donde *A*, *B*, *n* y *m* son constantes a ajustar del material, mientras que $T * = (T - T_{room})/(T_{melt} - T_{room})$ es la temperatura homóloga del material. Como en este trabajo todos los ensayos se realizan en régimen cuasi-estático y a temperatura ambiente, solo se considera el primer factor de la ecuación anterior.

El parámetro de daño del modelo es el encargado de indicar cuándo un elemento tiene que erosionarse y por tanto dar lugar al inicio de la fractura. Este parámetro tiene la forma:

$$D = \sum \frac{\Delta \varepsilon_p}{\varepsilon_f} \tag{2}$$

siendo ε_f una función definida por:

$$\varepsilon_f = (D_1 + D_2 e^{\sigma^* D_3})(1 + D_4 ln \dot{\varepsilon}^*)(1 + D_5 T^*)$$
(3)

donde σ^* es la triaxialidad. De nuevo, como en este trabajo no se contemplan ensayos a alta velocidad de deformación ni a diferentes temperaturas, solamente es necesario considerar el primer término de la ecuación.

4.2. Ajuste de los parámetros

A partir de las curvas tensión-deformación obtenidas de ensayos de tracción sobre probetas cilíndricas con diferentes radios de entalla ($R = \infty$, R = 4mm, R = 2mmy R = 1mm), se ajustaron las constantes del modelo de Johnson-Cook (ver tabla 2) y las constantes elásticas módulo de Young E = 74GPa y coeficiente de Poisson v = 0,32. Para calibrar las constantes del modelo constitutivo solo fueron necesarios los datos de las probetas sin radio de entalla ($R = \infty$), mientras que los resultados de las probetas entalladas sirvieron para el ajuste de la función ε_f (ver ecuación 3) en función de la triaxialidad σ^* . Para más información sobre el ajuste de los parámetros, consultar el trabajo [13].

Tabla 2: Parámetros del modelo de Johnson-Cook utilizados en las simulaciones numéricas

Ecuac	ión constitu	tiva						
A (MPa)	B (MPa)	n (-)						
140	492	0.09						
Ecuación de fallo								
D ₁ (-)	D ₂ (-)	D ₃ (-)						
-0.135	0.736	-0.962						

4.3. Simulación de placas entalladas

Para comprobar la capacidad predictiva del modelo de fallo de Johnson-Cook se simularon los ensavos experimentales sobre placas entalladas. Las probetas se modelizaron con sus dimensiones originales, utilizando elementos sólidos hexaédricos con ocho puntos de integración y con dimensiones de 0.02mm x 0.02mm cerca de la entalla (ver imagen 3). Utilizando ocho puntos de integración aumentamos el tiempo computacional pero evitamos el efecto de deformación espurio "hourglass". El modelo de material se alimentó con las constantes recogidas en la tabla 2 mientras que la carga sobre la probeta se generó aplicando un desplazamiento vertical $\dot{u}_v = 0.1 mm/min$ sobre un conjunto de nodos de la parte superior de la probeta y evitando el desplazamiento vertical de un conjunto de nodos de la parte inferior ($u_v = 0$). Como el problema numérico lleva asociado la erosión de los elementos con el fallo del material, aunque se trate de ensayos cuasiestáticos, se utilizó el esquema de integración explícito del software. Para reducir el tiempo de cálculo se forzó al programa a utilizar un paso de tiempo fijo de dos milisegundos, lo que internamente en el programa se traduce en un aumento artificial de la masa de los elementos (mass scaling). Comparando el ratio energía cinética - energía interna de la pieza (< 1E - 08) se comprobó que el paso de tiempo elegido no producía cambios en la solución.



Figura 3: Detalle de la malla utilizada para la simulación de las probetas con radio de entalla 1mm y modo I+II de carga.

5. RESULTADOS

Los resultados de los ensayos experimentales, anteriormente descritos en la sección 3, se analizaron a través de las curvas fuerza por unidad de espesor de probeta versus el desplazamiento registrado con un extensómetro virtual (DIC) situado en el centro de la probeta con una base de medida de 20mm. De esta forma y agrupando los ensayos en función del modo de apertura (modo I y modo I+II) y radio de entalla, se obtuvieron los gráficos que se pueden observar en la figura 4.

Un primer análisis global permite apuntar que el efecto del espesor sobre la carga máxima que es capaz de soportar la probeta es despreciable, pero sin embargo muestra influencia en el desplazamiento máximo hasta rotura final, aumentando este último a mayor espesor.



Figura 4: Curvas fuerza por unidad de espesor - desplazamiento de los ensayos experimentales y de las simulaciones numéricas. Las curvas sombreadas muestran los resultados experimentales mientras que los trazos discontinuos corresponden a las simulaciones numéricas.

La manera en la que aumenta el desplazamiento máximo depende del radio de entalla. En el caso de las entallas de 0.2mm y 1mm (mayor triaxialidad), la rotura se caracteriza por un proceso de iniciación (carga máxima) y un proceso de propagación de grieta con una duración entre dos y tres minutos (zona de descenso de la curva después de carga máxima), teniendo importancia la variable espesor de la muestra en el proceso de propagación; mientras que por otro lado, en la probeta de 3mm (menor triaxialidad) la rotura es prácticamente instantánea y el efecto se centra en el instante de iniciación del fallo del material. El modo I+II de apertura de entalla muestra las tendencias generales ya mencionadas pero con dos diferencias importantes. En primer lugar, la fuerza máxima alcanza un valor mayor que en el modo I, como era de esperar porque propagar una entalla con esfuerzos cortantes en el plano requiere mayores niveles de tension, y en segundo lugar, existe menor desplazamiento durante la propagación de grieta en las probetas con mayor triaxialidad.

Las líneas a trazos de la figura 4 muestran los resultados de las simulaciones numéricas. En las probetas con menor triaxialidad (radio de entalla 3mm) se captura con fidelidad la curva fuerza-desplazamiento hasta el punto de carga máxima, donde comienza el fallo del material, aunque hay cierta desviación en el desplazamiento del caso mixto con 1mm de espesor. A partir del punto de carga máxima, el modelo de Johnson-Cook predice una erosión de material progresivo en el tiempo mientras que los experimentos muestran que es instantáneo; o dicho de otro modo, el trabajo de las fuerzas externas que necesita la simulación para romper la probeta es en torno a 36 % mayor que lo esperado experimentalmente.

En el caso de las probetas de R=1mm, la predicción hasta el punto de inicio de rotura es correcta para todos los casos menos para el modo I de espesor 1mm, existiendo desviaciones importantes con respecto al ensayo. En este punto es importante comentar que esta desviación experimental es extraña si la comparamos con la curva experimental para el mismo modo de apertura de entalla pero espesor 3mm. Tanto en el modo I como en el modo I+II, a partir del punto de carga máxima la simulación erosiona la mayor parte de los elementos de manera instantánea y luego hay una degradación progresiva que se aleja del comportamiento mostrado en la fase experimental. En términos energéticos implica que el modelo de fallo subestima de manera importante la energía que es capaz de absorber el material durante la rotura en las probetas de mayor espesor, pero sobrestima en menor medida la energía en las de menor espesor.

Finalmente, las simulaciones de las probetas con menor radio de entalla, aquella que se asemeja más a una grieta, son las que peor capacidad tienen de predecir tanto la curva hasta la carga máxima como la parte posterior de la misma. En el primer tramo, la respuesta de la simulación es prácticamente elástica-lineal sin mostrar el endurecimiento plástico que se observa experimentalmente, y en el segundo tramo se observa una propagación progresiva de la entalla pero que dista de la tendencia experimental. En el modo I se subestima la energía de rotura en gran medida mientras que en el modo mixto se sobreestima.

Desde el punto de vista de los autores, como el modelo de fallo de Johnson-Cook está formulado pensando en el fallo del material como un proceso de nucleación, crecimiento y coalescencia de microvacios dependiente de la presión hidrostática, implica que la predicción del fallo de placas con entallas empeore cuando estas tengan radios menores y se acerquen a una grieta ideal, dando lugar a mecanismos de rotura frágil.

6. CONCLUSIONES

A partir de la campaña experimental y de las simulaciones numéricas, podemos llegar a las siguientes conclusiones sobre el efecto de entallas en U en placas con comportamiento elasto-plástico y sobre las capacidades del modelo de fallo Johnson-Cook:

- En el modo I de carga, un aumento del radio de entalla implica un aumento en la deformación plástica de la probeta hasta el inicio de la rotura. Por otro lado, al disminuir el radio de entalla aumenta el tiempo de propagación de la grieta en el tiempo hasta el fallo final (rotura diferida).
- La aplicación de un modo mixto de carga (I+II) implica un mayor nivel de fuerza para iniciar el fallo del material, pero también provoca una rotura con un carácter más instantáneo.
- Un aumento del espesor lleva asociado una disminución en los niveles de triaxialidad de la entalla y por lo tanto, una mayor energía de fractura (normalizada por unidad de espesor).
- La calibración del modelo de Johnson-Cook para el material permite reproducir con un acuerdo razonable la curva de carga-desplazamiento hasta el punto de carga máxima, aunque la capacidad de predicción empeora al disminuir el radio de entalla.
- El modelo de Johnson-Cook no es capaz de recoger el comportamiento experimental observado durante la fase de propagación de la grieta.

Agradecimientos

Los autores agradecen a la Comunidad de Madrid (España) el apoyo económico recibido a través del proyecto DIMMAT-CM, ref: S2013/MIT2775.

Referencias

- [1] Charles Edward Inglis. Stresses in a plate due to the presence of cracks and sharp corners. *Spie Milestone series MS*, 137:3–17, 1997.
- [2] FJ Gómez, M Elices, and J Planas. The cohesive crack concept: application to pmma at- 60 c. *Engineering fracture mechanics*, 72(8):1268–1285, 2005.
- [3] DA Cendon, AR Torabi, and M Elices. Fracture assessment of graphite v-notched and u-notched specimens by using the cohesive crack model. *Fatigue* & fracture of engineering materials & structures, 38(5):563–573, 2015.
- [4] GC Sih and JW Ho. Sharp notch fracture strength characterized by critical energy density. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 16(3):179– 214, 1991.

- [5] Paolo Lazzarin and F Berto. Some expressions for the strain energy in a finite volume surrounding the root of blunt v-notches. *International Journal of Fracture*, 135(1-4):161–185, 2005.
- [6] David Taylor. *The theory of critical distances: a new perspective in fracture mechanics*. Elsevier, 2010.
- [7] S Cicero, F Berto, FT Ibáñez-Gutiérrez, I Procopio, and V Madrazo. Sed criterion estimations of fracture loads in structural steels operating at lower shelf temperatures and containing u-notches. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 90:234–243, 2017.
- [8] Gordon R Johnson and William H Cook. Fracture characteristics of three metals subjected to various strains, strain rates, temperatures and pressures. *En*gineering fracture mechanics, 21(1):31–48, 1985.
- [9] Yuanli Bai and Tomasz Wierzbicki. A new model of metal plasticity and fracture with pressure and lode dependence. *International journal of plasticity*, 24(6):1071–1096, 2008.
- [10] Borja Erice and Francisco Gálvez. A coupled elastoplastic-damage constitutive model with lode angle dependent failure criterion. *International Journal of Solids and Structures*, 51(1):93–110, 2014.
- [11] Maria Jesus Pérez Martín, Borja Erice Echávarri, and Francisco Galvez Diaz-Rubio. On the loading-rate dependence of the al 7017-t73 fractureinitiation toughness. *Procedia Materials Science*, 3:1026–1031, 2014.
- [12] WH Peters and WF Ranson. Digital imaging techniques in experimental stress analysis. *Optical engineering*, 21(3):213427, 1982.
- [13] E. Alliu F. Berto R. Sancho, D. Cendón. Fractura en modo i y modo mixto de placas con entalla en u de dos matriales metálicos con comportamiento plástico diferenciado. *Anales de Mecánica de la Fractura*, (35):46–51, 2018.
- [14] Gordon R Johnson. A constitutive model and data for materials subjected to large strains, high strain rates, and high temperatures. *Proc. 7th Inf. Sympo. Ballistics*, pages 541–547, 1983.

ANÁLISIS NUMÉRICO DE LA CONTRIBUCIÓN DE SHOT PEENING EN EL COMPORTAMIENTO A FATIGA DE UNIONES SOLDADAS MULTIPASADA

U. Etxeberria^{1*}, J.A. Esnaola¹, M. Larrañaga¹, I. Ulacia¹, D. Ugarte¹, I. Llavori¹, A. Lopez-Jauregi¹

¹ Grupo de Diseño y Mecánica Estructural Escuela Politécnica Superior - Mondragon Unibertsitatea Loramendi 4, 20500. Mondragon-España * Persona de contacto: uetxeberriai@mondragon.edu

RESUMEN

Las tensiones residuales (TR) producidas en el proceso de soldadura tienen un efecto negativo en el comportamiento a fatiga de estructuras mecanosoldadas. Con el objetivo de relajar las TR, los componentes soldados son habitualmente tratados térmicamente. En el caso de grandes estructuras la aplicación de tratamientos térmicos es compleja debido a las limitaciones de tamaño. Como alternativa, es posible aplicar localmente tratamientos mecánicos como el *Shot Peening* (SP) para reducir las TR y generar TR compresivas, cerrando las grietas y mejorando el comportamiento a fatiga.

En el presente trabajo, se realiza la evaluación numérica de la contribución del SP en el comportamiento a fatiga de uniones soldadas multipasada. En primer lugar, se obtiene el patrón de TR de la soldadura a tope de tres pasadas en chapas de S275JR, con 10 mm de espesor y 200 mm de longitud, siguiendo el procedimiento de modelización propuesto recientemente por los autores. En segundo lugar, se realiza la modelización del efecto del SP en la evolución del patrón de TR siguiendo un procedimiento local-global. Y finalmente, se realiza la evaluación del comportamiento a fatiga de las uniones tratadas y no tratadas siguiendo el procedimiento presentado previamente por los autores.

PALABRAS CLAVE: Tensiones residuales, *HCF multiaxial*, Simulación de soldadura multipasada, Análisis de fatiga basado en tensiones, Tratamiento de Shot Peening.

ABSTRACT

As it is widely known, the residual stress (RS) pattern generated during the welding process detrimentally affects the fatigue strength of welded structures. In order to relief RS, welded components are typically heat-treated. However, the application of a heat treatment is complex in case of big structure due to size limitations. As an alternative, mechanical treatment such as Shot Peening (SP) can be locally applied to relief RS pattern, and additionally generate local compressive stresses, which tend to close the crack and enhance the fatigue strength of the treated component.

In the present work, the contribution of SP in the fatigue strength of multipass welded joints is numerically evaluated. First, the RS stress pattern of a 3 pass butt weld of 10 mm thickness, 200 mm length S275JR plates is calculated following the modelling procedure recently proposed by the authors. Then, the effect of SP in the RS evolution of the treated component is modelled following a local-global procedure. Finally, the fatigue strength of treated and non-treated butt welds is evaluated based on the fatigue procedure presented previously by the authors.

KEYWORDS: Residual stresses, Multiaxial HCF, Multipass Welding simulation, Stress based fatigue analysis, Shot peening treatment.

INTRODUCCIÓN

La soldadura por arco eléctrico con gas protector inerte y con electrodo consumible (MIG) multipasada es una de las técnicas de unión más usadas en estructuras metálicas de gran tamaño [1,2]. Dentro de los diferentes tipos de soldaduras MIG, el de tipo spray es el más conveniente para estructuras de gran tamaño debido al alto ratio de deposición, junto con una alta estabilidad de arco y bajo nivel de salpicadura [3,4]. La mayor desventaja de las uniones soldadas es la creación de TR con altos picos de tensiones tractivas cerca del pie de soldadura, los cuales pueden alcanzar niveles de plastificación del material. Las tensiones tractivas tienden a acelerar la generación y la propagación de grietas, teniendo así un efecto negativo en el comportamiento a fatiga de los componentes soldados [5,6]. Hoy en día, el patrón de las TR puede ser estimada mediante simulaciones numéricas [7,8]. Además, los recientes métodos de predicción de vida a fatiga [9] permiten considerar el valor de las TR para obtener una predicción más real de la vida del componente.

Las estructuras mecanosoldadas son habitualmente tratadas térmicamente para la relajación de las TR producidas en el proceso de soldadura. Sin embargo, la aplicación de tratamientos térmicos puede ser compleja en este tipo de estructuras debido a las limitaciones de tamaño. Además, los tratamientos térmicos pueden alteraciones en la microestructura del causar componente, afectando negativamente en el comportamiento mecánico de éste [10,11]. Como alternativa, los tratamientos mecánicos generan TR compresivas, los cuales tienden a cerrar el frente de fisuración, mejorando así la vida a fatiga. En concreto, el tratamiento de SP puede generar patrones de TR compresivas, con tensiones que pueden superar el límite elástico del material en un 70-80%. Cabe destacar la existencia de equipamiento portátil para la aplicación local del tratamiento de SP, lo cual es idóneo para tratar estructuras metálicas de grandes dimensiones. El patrón de TR está directamente relacionado con los parámetros de proceso empleados. Los parámetros más importantes son la intensidad de Almen, la cual depende del tamaño y de la dureza de las esferas empleadas, y la cobertura, la cual representa el ratio del área cubierta con indentaciones con respecto a la superficie tratada [12]. Con lo cual, cuanto mayores sean la intensidad de Almen y la cobertura, mayor será la magnitud y la profundidad de las TR. Sin embargo, una excesiva magnitud y profundidad de las TR puede causar tensiones tractivas elevadas en la sub-superficie, pudiendo muy comprometer el comportamiento mecánico del componente (figura 1) [13]. En consecuencia, los parámetros de proceso deben ser controlados para evitar la generación de picos tractivos no deseados.



Figura 1. Evolución de las TR en la profundidad.

En la literatura se pueden encontrar procedimientos analíticos para la predicción de las TR comenzando desde la década de 1970 hasta la década del 2000 [14-18]. Sin embargo, su aplicación en geometrías complejas y aún más en estructuras soldadas es limitado. A partir de la década del 2000, se comienzan a desarrollar métodos numéricos para salvar dichas limitaciones [19-22]; progresivamente, se realiza el desarrollo desde modelos en 2D a 3D y de pequeños dominios a dominios más

amplios. Cabe destacar la modelización del SP realizada en el 2008 por Liang *et al.* [23] en una placa soldada mediante una aproximación global-local desacoplada. En el 2011, Mylonas *et al.* [24] llevaron a cabo un profundo análisis numérico de la influencia de los parámetros de proceso en la cobertura del patrón de TR y de la evolución del patrón de TR en la profundidad para diferentes estrategias de SP. El trabajo teórico fue validado con los resultados experimentales de Labeas *et al.* [25]. En el 2016, Seddik *et al.* [26] relacionaron la predicción del patrón de TR de un componente sin soldar con el comportamiento a fatiga de un componente tratado.

Aun así, la aplicación extendida del tratamiento de SP en estructuras mecanosoldadas, junto con el análisis de la contribución del tratamiento de SP en el comportamiento a fatiga de las uniones soldadas sigue siendo una incógnita.

En el presente trabajo se evalúa numéricamente la contribución del SP en el comportamiento a fatiga de uniones soldadas. Para ello, en primer lugar, se calcula el patrón de TR de la soldadura a tope de 3 pasadas de placas S275JR (50mm de largo y 10mm de espesor). En segundo lugar, se modeliza la aplicación del tratamiento de SP en el área de TR tractivas y se analiza la evolución de las TR. Para finalizar, se evalúa el comportamiento a fatiga de las placas soldadas a tope tratadas y no tratadas.

NOMENCLATURA

HCF	Fatiga de altos ciclos
TR	Tensiones residuales
SP	Shot Peening
Nf	Numero de ciclos
Se	Resistencia a fatiga a 10 ⁷ ciclos
σ_u	Tensión de rotura
σ_{res}	Valor numérico de las TR
σ_{Nf}	Resistencia a fatiga del componente
S _{NfBM}	Resistencia a fatiga del material base
σ_{a-res}	Amplitud de la tensión considerando TR

PROCEDIMIENTO

El objetivo del presente trabajo es evaluar teóricamente la contribución del SP en el comportamiento a fatiga de uniones soldadas. Para ello, se analiza el comportamiento a fatiga de un caso de estudio de una soldadura a tope con una longitud de soldadura de 50 mm y un espesor de 10 mm (figura 2) bajo cuatro escenarios diferentes:

- i. **Placas de material base:** Como referencia se considera el comportamiento a fatiga de placas S275JR libres de tensiones.
- Caso de soldadura a tope de tres pasadas: Se evalúa la influencia del patrón de TR tras la soldadura en el comportamiento a fatiga.
- iii. Tratamiento SP en placas de material base: Se evalúa la contribución del tratamiento de SP en placas S275JR libres de tensiones iniciales.

 iv. Tratamiento SP en el caso de soldadura a tope de 3 pasadas: Se evalúa la contribución del SP en el patrón de TR provenientes de la soldadura y en el comportamiento a fatiga tras la soldadura.

3.1. Placas de material base y material de aporte

Para los cuatro escenarios se emplean placas S275JR. El material de aporte empleado es el hilo denominado PRAXAIR M-86 de 1,2 mm de diámetro, de acuerdo con el estándar de AWS/ASME SFA 5,18 ER70S-6. Para ambos materiales se emplean las mismas propiedades tanto mecánicas como térmicas empleadas por Lopez-Jauregi *et al.* [8] para el modelizado numérico y para la evaluación de la vida a fatiga.



Figura 2. Caso de estudio de soldadura a tope con soldadura de 50 mm de longitud y 10 mm de espesor.

3.2. Predicción numérica del patrón de TR de la soldadura

El patrón de TR de la soldadura del caso de estudio seleccionado es obtenido mediante una simulación FEM siguiendo el procedimiento presentado por Lopez-Jauregi *et al.* [8]. En este procedimiento la fuente de calor se define en base a la física de la soldadura tipo transfer de acuerdo con la sección trasversal de cada pasada. Después, se definen los parámetros del proceso basándose en el modelo analítico de la fuente de calor implementado como dato de entrada para alimentar el modelo FEM.

En el presente trabajo se emplea una longitud de discretización de 5 mm, dicha longitud asegura una discretización temporal inferior a 1 s en el conjunto de las 3 pasadas. La tabla 1 muestra los parámetros del proceso definidos junto con los parámetros de entrada de cada pasada para la simulación FEM.

Tabla 1. Parámetros del proceso y parámetros de entrada del modelo FEM para cada pasada

	Parámetros	del proceso	Parámetros de entrada MEF			
Pasada	Potencia de soldeo (W)	Velocidad de soldeo (mm/min)	Flujo de calor volumétrico (W/mm ³)	Ratio kill- rebirth (s-1)		
1	12320,5	540	71,8	1,8		
2	11406,2	483	65,8	1,6		
3	10608,6	404	55,7	1,3		

3.3. Predicción numérica del patrón de TR del SP

En esta sección se describe el procedimiento numérico aplicado para la estimación del patrón de TR de iii) placas de material base libres de tensiones y iv) considerando las TR provenientes del proceso de soldadura. En la iv) el patrón de TR del caso de estudio es alimentado con el patrón de TR obtenido en el ii).

El procedimiento numérico para la simulación del proceso de SP se basa en el trabajo presentado por Mylonas et al. [24]. La configuración de SP empleada consiste en proyectiles de S230 (de acuerdo con el manual de SP SAE [27]) con un diámetro de proyectil nominal de 0,6 mm, un ángulo de impacto de 90° y una velocidad de proyectil de 50 m/s. El tratamiento se aplica empleando una boquilla de 4 mm de diámetro, un ratio de flujo másico medio de 11 kg/min y a una velocidad de 175 mm/s. De acuerdo con Hong et al. [28] el porcentaje de proyectiles que impactan con la superficie tratada cuando su velocidad es mayor a 20 m/s, es del 86%. Con lo cual, siguiendo el procedimiento presentado, el número de proyectiles reducido que impactan en la superficie tratada es de 238 impactos/mm². Con el objetivo de reducir el coste computacional, el cálculo FEM se realiza con un numero de proyectiles equivalente FEM de acuerdo con el procedimiento presentado por Labeas et al. [25] y validado por Mylonas et al. [24]. En la tabla 2 se muestra el número de impactos total, el número reducido de impactos estimado y el numero equivalente de impactos FEM para una cobertura del 100% en un área de referencia de 1 mm², para el ratio de flujo másico especificado, la velocidad de la pistola especificada y la velocidad de los proyectiles especificado.

Tabla 2. Numero de impactos real, reducido y equivalente FEM para una cobertura del 100% en 1 mm² para un ratio de flujo de 11 kg/min y una velocidad de pistola de 175 mm/s

Proy	Tot.	Reducido	Cobe	Eq. FEM	v
ectil	impactos/	impactos/	rtura	impactos/	proyectil
	mm^2	mm^2	(%)	mm^2	(m/s)
S230	2370	238	100	10	50

Ya que una de las ventajas del SP es el poder aplicarlo localmente, en este trabajo el tratamiento se aplica en el área con tensiones tractivas máximas debidas a la soldadura, cerca del pie de soldadura, tal y como se muestra en la figura 4.



Figura 3. Modelo FEM del Shot Peening.



Figura 4. Patrones de TR globales y detalle de la evolución en la profundidad (a) caso de soldadura a tope de 3 pasadas, (b) caso de libre de tensiones + SP y (c) caso de soldadura + SP

En el área tratada se emplean elementos hexaédricos de segundo orden, con una longitud de 0,08 mm para una mayor resolución en las tensiones. En el área no tratada se emplean elementos tetraédricos de segundo orden para realizar una transición de elementos más rápida desde el área tratada (longitud 0,08 mm) hasta el área no tratada (longitud 1,5 mm). De este modo se consigue minimizar el numero de elementos global y el coste computacional, asegurando una buena resolución en el área de interés. Las áreas de elementos hexaédricos y tetraédricos están conectadas mediante una restricción de empotramiento.

3.4. Estimación de la vida a fatiga

La estimación de vida en el régimen de fatiga de altos ciclos considerando las TR se realiza siguiendo el procedimiento presentado por los autores en Lopez-Jauregi *et al.* [9].

El procedimiento se basa en las tensiones uniaxiales equivalentes computadas en el plano crítico. Este método fue propuesto por Papadopulos *et al.* [29] y extendido a las estructuras mecanosoldadas por Carpinteri *et al.* [30] y por los autores Lopez-Jauregi *et al.* [9], los cuales consideraron las TR estimadas numéricamente. Después, se considera la tensión uniaxial equivalente para determinar la relación tensión-vida del componente adaptando la curva S-n en cada caso. Para ello, la interacción lineal entre la amplitud de las tensiones y el valor medio de las tensiones es definida mediante la expresión de Goodman, expresión (1), la cual se emplea para considerar la influencia de las TR en la resistencia a fatiga para el caso inverso (R = -1):

$$\frac{\sigma_{a-res}}{S_e} + \frac{\sigma_{res}}{\sigma_u} = 1 \tag{1}$$

Donde S_e es la resistencia a fatiga a 10⁷ ciclos para el material base, σ_u es la tensión de rotura (en el caso de estudio 525 MPa), $\sigma_{a\text{-res}}$ es la amplitud de la tensión

considerando las TR y σ_{res} es el valor de las TR de la soldadura estimada numéricamente en el plano crítico del caso de estudio.

Para estimar la vida a fatiga del componente, se realiza la corrección de la expresión de Basquin para el material base, basándose en la expresión (2), para poder considerar las TR del plano crítico:

$$\sigma_{N_{f}} = S_{N_{f}BM} \left(1 - \frac{\sigma_{res}}{\sigma_{u}} \right)$$
(2)

Donde σ_{Nf} y S_{NfBM} son la resistencia a fatiga del componente y la resistencia a fatiga del material base para un numero de ciclos N_f , respectivamente.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

4.1. Predicción numérica de las TR de la soldadura

La figura 3(a) muestra el patrón de TR generado en el proceso de soldadura junto con la evolución de las TR en el espesor, tanto en escala de tensiones absolutas como en escala de tensiones compresivas. Se observa la localización simétrica de los picos de tensiones tractivas cerca del pie de soldadura con tensiones alrededor de 135-140 MPa. Además, tal y como se muestra en la figura 5 el patrón de tensiones se mantiene constante en el espesor.

4.2. Predicción numérica de las TR de SP

La figura 3(b) y la figura 3(c) muestran el patrón de TR estimado tras la aplicación de SP en una placa libre de tensiones y en el caso de soldadura a tope considerando las TR provenientes del proceso de soldadura. La figura 5 muestra la evolución de las TR en el espesor del componente tratado. La aplicación de SP genera una zona local compresiva cerca de la superficie con una profundidad de 0,3-0,4 mm, en donde se alcanzan valores de -347 MPa y -221 MPa en la superficie. Además, se observan picos de tensiones tractivas en la sub-superficie a una profundidad de 0,5 mm, en el caso de estado inicial sin tensiones con valores máximos de hasta 62 MPa y en el caso de estado inicial con TR provenientes de la soldadura con valores máximos de hasta 202 MPa. En ambos casos los valores de tensión se estabilizan asintóticamente aproximadamente a una profundidad de 1,5 mm.



Figura 5. Evolución de la tensión equivalente uniaxial en la profundidad

4.3. Evaluación de la fatiga considerando TR

La tabla 3 muestra el valor medio de las TR equivalentes para una profundidad de 0,25 mm en cada caso de estudio, junto con los coeficientes de las curvas S-n calculadas para cada caso de estudio.

La figura 6 muestra las curvas de los componentes de cada caso de estudio. En primer lugar, para el caso de la soldadura a tope de 3 pasadas se observa la reducción del límite de resistencia en un 35% con respecto al material base.

En segundo lugar, teniendo como referencia el caso del material base, se observa un incremento del 46% en el límite de resistencia al aplicar el SP al caso en el que el estado inicial es libre de tensiones, y una disminución del 9,5% al aplicar el SP al caso en el que se consideran las TR de soldadura.

Por último, cabe destacar el efecto del SP en la soldadura; como se puede observar, el límite de resistencia aumenta en un 34% en el caso de TR de soldadura tratadas con SP, con respecto al caso de TR de soldadura sin tratar. Tabla 3. TR uniaxial equivalente para la profundidad de 0,25 mm y los coeficientes de las curvas S-n del material base y de cada caso de estudio considerando TR

Caso de estudio	Valor de TR uniaxial equivalente (MPa)	$\sigma_{ m f}^{'}$	b	
Placas de material base	-	415,0	-0,047	
Soldadura a tope 3 pasadas	130	280,6	-0,047	
Libre de tensiones+SP	-246	573,1	-0,047	
Soldadura+SP	-176	375,5	-0,047	



Figura 6. Curvas S-n del componente considerando TR para cada caso de estudio

CONCLUSIONES

En el presente trabajo, se analiza la contribución del tratamiento SP en la generación de TR compresivas superficiales en componentes soldados y sin soldar. Incluso en el caso del componente soldado, el cual presenta tensiones tractivas de 135-140 MPa, al ser tratado con SP se llegan a obtener tensiones compresivas de hasta -221 MPa. Sin embargo, tanto en el componente soldado como en el componente sin soldar, se crean picos de tensiones tractivas en la sub-superficie, tal y como menciona Nitschke-Pagel *et al.* [13]. Con lo cual, se concluye que el tratamiento de SP es adecuado para la generación de patrones de TR compresivas, incluso en chapas soldadas con TR tractivas elevadas.

Además, se analiza el potencial para mejorar el análisis del comportamiento a fatiga siguiendo el modelo propuesto por Lopez-Jauregi *et al.* [9]. Se observan mayores límites de resistencia en los casos de estudio tratados con SP, soldados y sin soldar. Además, se observa un incremento de más del 30% en el límite de resistencia mediante la aplicación del tratamiento de SP en el componente soldado con respecto al límite de resistencia del componente soldado sin tratar. En conclusión, el tratamiento de SP tiene un gran potencial para mejorar el comportamiento a fatiga de componentes soldados.

REFERENCIAS

- Naidu D. S., Moore K. L., Ozcelik S., Modelling Sensing and Control of Gas Metal Arc Welding. Kilington: Elsevier Science Ltd, ISBN 9780080536620 (2003)
- [2] Gery D., Long H., Maropoulos P., Effects of welding speed, energy input and heat source distribution on temperature variations in butt joint welding. Journal of Materials Processing Technology (2005), Vol 167(2), pp. 393-401
- [3] Mousavi M., Haeri M., Estimation and control of droplet size and frequency in projected spray mode of a gas metal arc welding (GMAW) process. ISA T, Vol. 50(3), pp. 409–418 (2011)
- [4] Murray P.E., Selecting parameters for GMAW using dimensional analysis. Welding Journal (2002), Vol. 81(7), pp. 125–131
- [5] Maddox S.J., Fatigue strength of welded structures. Woodhead publishing, ISBN 1 85573 013 8 (1991)
- [6] Kong F., Ma J., Kovacdvic R., Numerical and experimental study of thermally induced residual stress in the hybrid laser_GMA welding process. Journal of Materials Processing Technology (2011), Vol211, pp. 1102-1111
- [7] Goldak J., Chakravati A., Bibby M., A new finite element model for welding heat sources. Metallurgical Transaction B. (1984), Vol. 15(2), pp. 299-305
- [8] Lopez-Jauregi A., Ulacia I., Esnaola J.A., Ugarte D., Torca I., Larranaga J., Procedure to predict residual stress pattern in spray transfer multipass welding. Int. J. of Adv. Man. Tech. (2014), Vol. 76, pp. 2117-2129.
- [9] Lopez-Jauregi A., Esnaola J. A., Ulacia I., Urrutibeaskoa I., Madariaga A., Fatigue analysis of multipass welded joints considering residual stresses. International Journal of Fatigue (2015), Vol. 79, pp. 75-85.
- [10] Huang C. C., Pan Y. C., Chuang T. H., Effects of postweld heat treatments on the residual stress and the mechanical properties of electron beam welded SAE4130 steel plates. Journal of Materials Engineering and Performance (1997), Vol. 6, pp. 61-68
- [11] Olawale J. O., Ibitoye S. A., Oluwasegun K. M., Shittu M. D., Ofoezie R. C., Correlation between process variables in shielded metal-arc welding (SMAW) process and post weld heat treatment (PWHT) on some mechanical properties of low carbon steel welds. Journal of Minerals and

Materials Characterization and Engineering (2012), Vol. 11, pp. 891-895

- [12] Hong Y. M., Numerical and theoretical study of shot peening and stress peen forming process. PhD dissertation, University of Montreal, 2010
- [13] Nitschke-Pagel T., Dilger K., Residual Stresses and near-surface material condition of welded high strength steels after different mechanical post-weld treatments. Proceedings of the 20th International Offshore and Polar Engineering Conference (2010), ISOPE-I-10-361
- [14] Flavenot J. F., Niku-Lari A., La mesure des constraints résiduelles, méthode de la fléche, méthode de la source de contraintes. Les Mémorires Techniques du CETIM (1977), Vol 31
- [15] Al-Hassani S.T.S., The shot peening of metalsmechanics and structures. Aeroespace Congres – SAE Technical Paper (1982), SAE-821452, 13p.
- [16] Khabou M. T., Castex L., Inglebert G., The effect of material behavior law on the theoretical shot peening results. European Joural of Mechanics-A/Solids (1989), Vol. 9(6), pp. 537-549
- [17] Fathallah R., Inglebert G., Castex L., Prediction of plastic deformation and residual stresses. Materilas Science and Technology (1998), Vol. 14(7), pp. 631-639
- [18] Shen S., Han Z. D., Herrera C. A., Atluri S. N., Assessment, development and validation of computational fracture mechanics methodologies andtolls for shot-peened materials used in rotorcraft principal structural elements. Final REpor –U.S. Department of Transportation: Federal Avitaion Administration (2004), FAA Repor No. DOT/FAA/AR-03/76
- [19] Guagliano M., Relatin Amen intensity to residual stresses induced by shot peening: a numerical approach. Journal of Materials Processing Technology (2001), Vol. 110, pp. 277-286
- [20] Rouhad E., Ouakka A., Ould C., Chaboche J. L., François M., Finite element model of shot penening, effects of constitutive laws of the material. Conference paper (2005), ICSP9: SHOT PEENING
- [21] Bagherifard S., Ghelichi R., Guagliano M., Numerical and experimental analysis of surface roughness generated by shot peening. Applied Surface Science (2012), Vol. 258, pp. 6831-6840
- [22] Ghelichi R., Crispiatico G., Guagliano M., Bagherifard S., An energetic approach to predict the

effect of shot peening-based Surface tratments. Metals (2018), doi:10.3390/met8030190

- [23] Ling X., Hongfan G., Ma G., Investigation of the influence of shot peening on stress corrosion Cracking of stainless steel welded joints. Material Science Forum (2008), Vols. 575-578, pp. 672-677
- [24] Mylonas G. I., Labeas G., Numerical modelling of shot peening process and corresponding products: Residual stress, Surface roughnes and cold work prediction. Surface & Coatings Technology (2011), doi:10.1016/j.surfocoat.2011.03.080
- [25] Labeas G., Rodopoulos C. A.m Spiner D., Relating shot peening process parameters to residual stresses- a computational/stochastic marriage. Electronic Incorporated-The Shot Peenir-Shot Peening Lirary (2008) Vol. 22(3), http://www.shotpeener.com/ligrary/spc/2008012.ht ml
- [26] Seddik R., Bahloul A., Atig A., Fathallah R., A simple methodology to optimize shot-peening process parameters using finite element simulations. International Journal of Advanced Manufacturing Technology (2016), doi: 10.1007/s00170-016-9532-1
- [27] SAE Manual on Shot Peening (2011), Society of Automotive Engineers, Warrendale, USA, Fourth Edition
- [28] Hong T., Ooi J. Y., Shaw B. A., A numerical simulation to relate the shot peening parameters to induced residual stresses. Engineering Failure Analysis (2008) Vol. 15, pp. 1097-1110
- [29] Papadopoulos I., Critical plane approaches in highcycle fatigue, On the definition of the amplitude and mean value of the shear stress acting on the critical plane. Fatigue Fract Eng Mater. Struct. (1998) Vol. 21, pp. 269–285.
- [30] Carpinteri A., Spagnoli A., Vantadori S., Multiaxial fatigue life estimation in welded joints using the critical plane approach. Int. J. Fatigue (2009), Vol. 31, pp.188–196.

MECANISMOS DE DAÑO EN ALAMBRES DE ALTA RESISTENCIA DE ACEROS EUTECTOIDE E INOXIDABLE DÚPLEX SOMETIDOS A CARGA DE TRACCIÓN Y A CARGA TRANSVERSAL

M. Iordachescu^{1*}, M. de Abreu¹ y A. Valiente¹

¹Departamento de Ciencia de Materiales, Escuela de Ingenieros de Caminos, Universidad Politécnica de Madrid Calle Profesor Arturo Aranguren, s/n, Ciudad Universitaria, 28040-Madrid, España. * Persona de contacto: <u>mihaela.iordachescu@upm.es</u>

RESUMEN

Los cordones trenzados con alambres de alta resistencia son el elemento resistente más común en los tendones estructurales de construcción. Los tendones están diseñados para soportar grandes cargas de tracción, pero también pueden verse sometidos a cargas transversales permanentes o accidentales que incrementan las fuerzas de contacto entre los alambres de los cordones y alteran su comportamiento a tracción. En este trabajo se presenta un análisis experimental comparado de los mecanismos macroscópico y microscópicos que producen la rotura de alambres de alta resistencia fabricados mediante estirado en frío de aceros eutectoides y de aceros inoxidables dúplex. Los resultados obtenidos revelan diferencias macroscópicas y microscóspicas muy consistentes entre ambos aceros, que resultan de la biaxialidad localizada del estado tensional y de la alteración microestructural inducidas localmente en los alambres por la carga lateral.

PALABRAS CLAVE: Carga biaxial; Rotura; Macro y Micro Mecanismos de Daño

ABSTRACT

Multi-wire strands are the most common resistant element for structural tendons used in a wide range of applications. The tendons are designed to withstand high tensile loads, but they can also be subjected to permanent or accidental transverse loads that increase the contact forces between the wires and thus alter their tensile behavior. The paper presents a comparative experimental analysis of the macroscopic and microscopic failure mechanisms of high strength wires manufactured by cold drawing of eutectoid steels and duplex stainless steels. The obtained results reveal consistent macroscopic and microscopic differences between both steels wires, which result from the local biaxiality of the stress state and from the microstructural alteration induced by the transverse load.

KEYWORDS: Biaxial load; Fracture; Macro y Micro Mechanisms of Damage

1. INTRODUCCIÓN

Los cordones trenzados con alambres eutectoides de alta resistencia son el elemento resistente más común en los tendones estructurales de construcción que se emplean en la actualidad. Los tendones están diseñados para soportar grandes cargas de tracción, pero también pueden verse sometidos a cargas transversales permanentes o accidentales que incrementan las fuerzas de contacto entre los alambres de los cordones y reducen su resistencia a tracción [1-6].

Este trabajo estudia los mecanismos de rotura por carga biaxial en alambres trefilados de alta resistencia para cordones, tanto de acero eutectoide como de acero inoxidables lean dúplex. Investigaciones recientes han demostrado el gran potencial que tienen los alambres de acero inoxidable trefilados en frío para ser empleados como armaduras activas para el hormigón pretensado, debido no solamente a la resistencia a la corrosión y a las propiedades mecánicas, sino también a su resistencia a la corrosión bajo tensión y a su alta tolerancia al daño [7-9].

Los ensayos de rotura bajo carga biaxial se realizaron con un dispositivo especialmente diseñado que permite ejercer y mantener constante una carga de compresión transversal aplicada localmente sobre los alambres mientras se ensayan a tracción. El actuador con que se aplica la carga transversal es otro alambre del mismo material y diámetro que el ensayado.

Los resultados experimentales obtenidos determinan las combinaciones de carga de tracción y de carga de compresión transversal causantes de la rotura; a partir de ellos se ha formulado un criterio empírico de fractura que satisfacen tanto los alambres de acero eutectoide como los de acero dúplex. El nivel de carga transversal influye fuertemente en los micromecanismos de rotura y de deformación que preceden a la rotura, debido a que modifica localmente la orientación microestructural del material inducida por el trefilado. La microestructura explica las diferencias de micromecanismos que se observan entre el acero eutectoide y el acero dúplex, a pesar de la igualdad del criterio de rotura.

2. MATERIALES Y EXPERIMENTACIÓN

2.1. Materiales

Los materiales objeto de este estudio son dos alambres comerciales de 4 mm de diámetro y alta resistencia, uno de acero eutectoide (ES) y otro de acero inoxidable lean dúplex (LDS), ambos fuertemente trefilados en frío. Las tablas 1 y 2 indican la composición química y las propiedades mecánicas a temperatura ambiente, éstas últimas medidas se obtuvieron ensayando a tracción muestras de alambre de 350 mm de longitud. Los ensayos se realizaron en una máquina servo-hidráulica de 200 kN, a velocidad de carga constante de 1 mm/min y se instrumentaron con un extensómetro óptico virtual de 12,5 mm de base de medida. Las cargas resistidas por los alambres en los ensayos de tracción simple son valores de referencia para cuantificar el efecto de la compresión transversal sobre el comportamiento a tracción bajo carga biaxial.

Tabla 1. Composición química de los aceros estudiados, (porcentajes másicos)

Acero	С	Si	Mn	Р	S	N	Cr	Мо	Ni	Fe
LDS	0,03	1,00	5,00	0,035	0,015	0,11	20,50	0,60	2,25	Bal.
ES	0,78	0,21	0,67	0,012	0,022	-	-	-	-	Bal.

Tabla 2. Propiedades mecánicas de los aceros estudiados

Propiedades mecánicas	LDS	ES
Módulo de Elasticidad [GPa]	180	205
Límite Elástico [MPa]	1354	1640
Resistencia a tracción [MPa]	1817	1745
Máxima deformación uniforme [%]	2,3	3,2
Estricción [%]	51	50

2.2. Experimentación

La combinación de carga axial de tracción y carga transversal de compresión local (T-QL) en un mismo ensayo tiene como objetivo evaluar la variación que experimenta la resistencia a tracción de los alambres para cordones por efecto del empuje transversal debido al contacto con otros sólidos. Los alambres de un mismo cordón se ejercen entre sí este tipo de empuje y los dispositivos de anclaje, empalme y re-direccionamiento de cordones los ejercen sobre los alambres periféricos.

Las imágenes que muestra la figura 1 corresponden al ensayo T-QL. La carga de tracción se aplica a las probetas de alambre de 350 mm de longitud y 4 mm de diámetro mediante anclajes comerciales de cuña y barrilete sujetos a la máquina servo-hidráulica. La carga transversal se aplica y se mantiene constante comprimiendo la probeta de alambre mediante el actuador anteriormente descrito contra una placa circular de 30 mm de diámetro ranurada en ángulo recto según un diámetro. La fuerza horizontal de empuje que el actuador transmite a la probeta procede del pistón de un micro-cilindro oleo-hidráulico que, junto con la placa ranurada, forma parte de un bastidor flotante de pequeñas dimensiones adosado a la probeta. El bastidor se desplaza verticalmente arrastrado por el área de contacto con la probeta, sin introducir fuerzas indeseadas. Para ello cuelga de una polea unida a la máquina de ensayos, con su peso perfectamente equilibrado por el contrapeso. La fuente de presión es el aire comprimido de una botella con presión de salida regulable, que se transmite al aceite a través de un amplificador de presión aireaceite. La figura 1a es una vista general del dispositivo de ensayo en funcionamiento, las figuras 1b y 1c son esquemas indicativos de las fuerzas aplicadas a la probeta durante el ensayo, y la figura 1.d son imágenes del ensayo antes de aplicar la carga transversal, durante la aplicación de la carga de tracción, y tras la rotura. Las imágenes proceden del sistema de vídeo-extensometría óptica digitalizada VIC-2D con que se instrumentó el ensayo T-QL para medir el alargamiento de la probeta en la zona de contacto.



Figura 1. a) Vista general de ensayo de tracción de alambres con carga transversal; b, c) esquemas de la aplicación de las fuerzas; d) fases del ensayo: sin carga, bajo carga axial y transversal, y rotura.

Como anteriormente se ha indicado, el actuador que aplica la carga transversal es una muestra del alambre de la probeta y recibe la fuerza del pistón a través de una placa de apoyo idéntica a la de la probeta, con la ranura girada 90°. Por ello, la huella generada por deformación en ambas muestras por la carga transversal ha de permanecer invariante bajo giros de 90° alrededor de la línea de carga, tal como indica la figura 1.c. En la figura 2 pueden verse las curvas carga-alargamiento obtenidas en los ensayos T–QL de los alambres trefilados de acero dúplex (LDS) y eutectoide (ES), para algunos valores de la carga transversal Q. Un extensómetro virtual generado computacionalmente a partir de las imágenes digitalizadas del ensayo permitió medir el alargamiento sobre una base de medida longitudinal de 12,5 mm centrada en la línea de la carga transversal.

La figura 2 pone de manifiesto para los ambos aceros que la rotura de los alambres no se produce durante el crecimiento de la carga de tracción, y por tanto tiene lugar tras haberse iniciado un proceso de deformación inestable. La disminución de la capacidad resistente de los alambres con la carga transversal es notoria, y en cambio su ductilidad aumenta, aunque más moderadamente.



Figura 2. Efecto de la carga transversal sobre las curvas de tracción–alargamiento de los alambres: a) ES; b) LDS.

Los micromecanismos del daño experimentado por las probetas en los ensayos T–QL fueron analizados mediante microscopía electrónica de barrido (SEM). Se examinaron las superficies de fractura de las probetas y el área de contacto con el actuador de aplicación de la carga transversal. Para observar también el daño generado en los alambres bajo ambas superficies de contacto se realizaron cortes metalográficos axiales y transversales en las zonas de rotura y la deformada del actuador. Las muestras así preparadas fueron analizadas con el microscopio SEM.

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

3.1 Efecto de la carga transversal sobre la capacidad de resistencia a tracción de los alambres

La figura 3a reúne la totalidad de resultados obtenidos en los ensayos T–QL. La carga máxima P_m alcanzada por cada probeta de alambre ensayada se ha representado de forma adimensional frente a la carga transversal Q aplicada en el ensayo. Los resultados del alambre inoxidable dúplex y del alambre eutectoide se agrupan sobre una misma recta con pendiente negativa cuya ecuación:

$$\frac{P_{\rm m}}{P_0} = 1 - 0,56 \frac{Q}{P_0} \tag{1}$$

expresa el criterio empírico común a ambos alambres que predice el fallo por carga a tracción cuando una fuerza transversal de empuje también actúa localmente sobre el alambre.

La figura 3b muestra los resultados de los ensayos Q–TL bajo una formulación distinta. También se ha representado la carga máxima adimensional P_m/P_0 , ahora como cociente entre la tensión de tracción del alambre σ_{Pm} lejos de la carga transversal y su resistencia a tracción R_m , frente al cociente entre la tensión media de compresión σ_{Qm} producida por la carga transversal Q y la resistencia R_m . El área de contacto A_h empleada para calcular σ_{Qm} es la de la huella que presentaba el actuador de empuje concluido el ensayo. En la figura 4 puede verse una huella de cada acero, junto con los valores del área A_h medidos para cada carga transversal Q aplicada. El área A_0 empleada para adimensionalizar A_h es la sección transversal de los alambres.



Figura 3. Capacidad de carga a tracción de los alambres ES y LDS en función de la carga transversal, a) total y b) promediada sobre el área de contacto.

El gráfico de la figura 4a indica que los alambres LDS son más deformables frente a la carga transversal que los alambres ES, aunque la diferencia es difícil de apreciar para cargas inferiores al 30% de la capacidad resistente de los alambres sometidos a tracción simple, P_0 . Este resultado es consistente con el menor límite elástico del LDS. Por su parte, la figura 3b pone de manifiesto que la capacidad de carga transversal de los dos alambres se satura en términos de la tensión media de compresión aplicada sobre el área de contacto. La saturación ocurre aproximadamente cuando la carga transversal supera el 40% de P_0 , si bien las tensiones de saturación varían de un acero a otro.

El origen de la diferencia de deformabilidad de los dos aceros frente a la carga transversal se encuentra en su mi-

croestructura y en sus propiedades mecánicas básicas. La figura 5 muestra la sección axial de sendos alambres ES y LDS ensayados a tracción bajo la misma carga transversal de 20 kN hasta carga máxima, pero sin llegar a la rotura. La sección incluye la de la muestra de alambre del mismo acero empleada para aplicar la carga transversal. Para revelar la microestructura los dos cortes, las muestras fueron pulidos y atacados selectivamente con distintos reactivos (Nital al 2,5 % para el acero eutectoide y reactivo modificado de Groesbeck para el acero inoxidable dúplex). La mayor deformabilidad plástica de los alambres LDS no sólo se refleja en el tamaño y profundidad del área de contacto, sino también en la intensidad y profundidad del campo de fuertes deformaciones plásticas, que se perciben a través de la curvatura adquirida por las "capas" de componentes microestructurales alineados axialmente por efecto del trefilado. El efecto es especialmente acusado en el borde del área de contacto. El alambre LSD experimenta un nivel de endurecimiento mayor, pero su menor límite elástico compensa los efectos sobre el estado tensional.



Figura 4. a) Tamaño del área de contacto producida por la carga lateral Q en los alambres ES y DLS; b) Forma del área de contacto en el alambre LDS para Q = 11 kN; c) Forma del área de contacto en el alambre ES para Q = 20 kN.



Figura 5. Deformación plástica bajo carga máxima en el plano longitudinal de los alambres ES (a) y LSD (b) ensayados a tracción con carga transversal de 20 kN; el corte incluye el alambre del miso tipo empleado par transmitir la carga transversal.

3.2. Macromecanismo de colapso y micromecanismos de daño en los ensayos T-QL.

Las figuras 6 y 7 muestran las características macroscópicas de las roturas producidas en sendos ensayos T-QL bajo cargas transversales de 5 y 20 kN, respectivamente realizados con alambre LDS y ES. La rotura se propaga aproximadamente por un plano inclinado respecto al eje del alambre, tras iniciarse en el borde del área de contacto sobre la generatriz del alambre coplanaria con la carga transversal. Para cargas transversales bajas, la estricción del alambre coexiste con la propagación plana de la rotura, y en el caso del alambre ES impide que se extienda a toda la superficie de fractura. Para cargas transversales más altas la rotura según un plano inclinado divide el alambre en dos.



Figura 6. Forma de roturas de los alambres LDS en ensayos T-QL bajo cargas tansversales de 5 kN (a, b) y 20 kN. (c, d).



Figura 7. Forma de roturas de los alambres ES en ensayos T-QL bajo cargas tansversales de 5 kN (a, b) y 20 kN. (c, d).

La propagación de la rotura a lo largo de un plano inclinado no se inicia mientras crece la carga de tracción. Esto sugiere la existencia de un proceso de deformación inestable localizado en el plano de propagación como desencadenante de la rotura, es decir, un proceso de inestabilidad plástica según una banda de deslizamiento. En la figura 8 pueden verse cortes longitudinales de las roturas mostradas en las figuras 6 y 7 correspondientes a la carga transversal de 20 kN. Ambos cortes confirman las características concernientes a la iniciación y propagación de la rotura, y ponen de relieve que la inclinación del plano de propagación es la única diferencia entre los dos materiales. En el esquema incluido en la figura se representa la banda de deslizamiento que habría determinado la forma de la rotura.



Figura 8. Trayectoria de propagación de la rotura en el plano de carga en ensayos T-QL con carga transvesal de 20 kN: a) alambre LDS; b) alambre ES; c) esquema del macromecanismo de inestabilidad plástica.

La formación de esta banda de deslizamiento está estrechamente relacionada con la orientación de la microestructura inducida por el trefilado según la dirección del eje del alambre. La curvatura que las capas microestructurales adquieren por efecto de la compresión transversal permanece impuesta durante la carga de tracción y debe acomodarse al alargamiento que experimenta el alambre. El efecto y el daño asociado es particularmente intenso en el cambio de curvatura que se produce inmediatamente bajo la transición entre la superficie cilíndrica libre del alambre y la hendidura a que da lugar el cambio de geometría causado por la penetración del alambre de empuje (figura 5).



Figura 9. Daño inducido por la carga biaxial en los alambres LDS (a, b: rotura de la ferrita) y ES (c, d: fragmentación de las colonias perlíticas).



Figura 10. a) Formación de la banda de deslizamiento por donde se propaga la rotura. Estado de la banda de deslizamiento tras la rotura del alambre: b) LDS y c) ES.

La figura 9 permite ver el tipo de daño que sufren las capas microestructurales de los alambres LDS y ES ubicadas en esa zona. Las imágenes corresponden a ensayos T– QL con carga transversal de 14 kN detenidos en carga máxima, y muestran el plano axial de simetría del ensayo. La flecha indica la dirección de tracción y el fondo de color negro marca el límite del alambre deformado. En los dos aceros el daño consiste en la microfisuración creciente de las capas curvadas por texturización hasta rotura de la ferrita en el caso del acero LDS (figura 8a) y mayoritariamente por decohesión y rotura de las laminas de cementita y ferrita que forman las colonias perlíticas en el caso del acero ES (figura 8b). El espesor de las "capas" microfisuradas se corresponde con el del grano ferrítico (inferior a 2 µm) y de las colonias perlíticas (del orden de 20 µm), mientras que el espaciamiento entre capas es del orden de 40 µm en el acero LDS y de 20 µm en el acero ES. Este espaciamiento se explica por la redistribución de tensiones que tiene lugar a medida que la deformabilidad de la microestructura crece localmente por la proximidad de las capas microfisuradas.

El cambio de curvatura de las capas microestrucurales se produce bajo el límite del área de contacto y origina una concentración de microfisuras alineadas en una franja de material estrecha y deformable que se comporta como una banda de deslizamiento cuando se torna inestable porque puede continuar deformándose sin crecimiento de la carga de tracción. La posterior coalescencia de las microfisuras es el mecanismo de rotura del alambre, que se propaga desde el límite del área de contacto siguiendo la banda de deslizamiento.

El esquema y las fotografías de la figura 10 ilustran el proceso de formación de la banda de deslizamiento y su estado final tras haber servido de desencadenante y de trayectoria para la propagación de la rotura. La figura 10b corresponde al alambre de acero inoxidable y la figura 10c al de acero eutectoide. Ambas imágenes muestran el plano de simetría axial paralelo a la carga transversal y su intersección con la superficie de fractura, que limita el fondo de color negro. Se aprecia claramente la fuerte distorsión que se produce en la zona curvada y microfisurada de las capas microestructurales por haberse incorporado a la banda de deslizamiento.

4. CONCLUSIONES

Los resultados experimentales obtenidos en este trabajo demuestran que los empujes laterales reducen apreciablemente la capacidad resistente a tracción de los alambres trefilados empleados en la fabricación de cordones de alta resistencia para uso estructural.

Los dos tipos de alambre estudiados han sido respectivamente fabricados con acero eutectoide y con acero inoxidable lean dúplex pero a pesar de ello no difieren en el criterio empírico de fractura hallado para predecir la capacidad resistente a tracción en función de la carga transversal aplicada al alambre.

El mecanismo de rotura de los dos alambres también es común debido a la fuerte orientación de la microestructu-

ra que produce el proceso de trefilado, pero la naturaleza perlítica del acero eutectoide y austeno-ferrítica del acero inoxidable dúplex produce diferencias cualitativas. La fractura se propaga desde el límite del área de empuje siguiendo un plano inclinado respecto al eje del alambre. El origen del plano es una banda de deslizamiento plástico inestable que surge por la concentración de microfisuras y de grandes deformaciones plásticas en la capas microestructurales forzadas a curvarse por la proximidad del empuje aplicado.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen la ayuda del INOXFIL S.A. por el suministro de los aceros inoxidable dúplex de alta y baja aleación, fuertemente trefilados.

REFERENCIAS

- [1] DYWIDAG bonded post-tensioning using strands, DYWIDAG-SYSTEMS International, 04 160-1/06.17-web sc, dywidag-systems.com/emea
- [2] DYWIDAG multistrand stay cable systems, DYWIDAG-SYSTEMS International, 04 178-1/07.17 -web sc, dywidag-systems.com/emea
- [3] BBR HiAm CONA Strand stay cable system, BBR VT International, 03.2009, www.bbrnetwork.com
- [4] FIB bulletin 30, Acceptance of stay cable systems using prestressing steels, FIB 2005, ISSN 1562-3610
- [5] UNE-EN ISO 15630-3:2010, Aceros para el armado y el pretensado del hormigon. Métodos de ensayo. Parte 3: Aceros para pretensar.
- [6] Maupetit P., Olivie F., Raharinaivo A., Francois D., Shear fracture of prestressing plain carbon steel wires under complex loading, Int. Journal of Fracture, 13(1977), 725-727.
- [7] Valiente A., Iordachescu M., Damage tolerance of cold drawn ferritic-austenitic stainless steels wires for prestressed concrete. Constr Build Mater 2012; 36:874-880.
- [8] Iordachescu M., De Abreu M., Valiente A., Effect of cold-drawn induced anisotropy on the failure of high strength eutectoid and duplex steel wires. Eng Fail Anal 2015; 56:412-421.
- [9] De Abreu M., Iordachescu M., Valiente A., On hydrogen-induced damage in cold-drawn leanduplex wires. Eng. Fail. Anal. 2018.

EFECTO DE LA CARGA TRANSVERSAL SOBRE EL COMPORTAMIENTO A FATIGA DE ALAMBRES DE ALTA RESISTENCIA DE ACERO INOXIDABLE DÚPLEX Y DE ACERO EUTECTOIDE

M. de Abreu^{*}, M. Iordachescu¹, A. Valiente¹

¹ Departamento de Ciencia de Materiales, Escuela de Ingenieros de Caminos, Universidad Politécnica de Madrid Calle Profesor Aranguren, s/n, Ciudad Universitaria, 28040-Madrid, España. * Persona de contacto: m.deabreu@upm.es

RESUMEN

Los alambres trefilados de acero inoxidable dúplex son la alternativa a los de acero eutectoide para prevenir el riesgo de corrosión bajo tensión en los cordones estructurales de alta resistencia empleados como armaduras activas para hormigón pretensado y como elementos de tirantes para puentes atirantados. Una de las incertidumbres que plantea esta posible aplicación es el comportamiento de los alambres cuando experimentan la acción combinada de fuerzas de tracción cíclicas y de fuerzas transversales originadas en los cordones por contacto mutuo o por la acción de anclajes y dispositivos de redireccionamiento. En esta investigación se estudia experimentalmente y se compara el comportamiento de los alambres trefilados de acero inoxidable dúplex y de acero eutectoide cuando son sometidos simultáneamente a carga estática transversal y a carga de fatiga longitudinal. Los resultados indican que ambos alambres, incluso soportando cargas transversales de casi el 40 % de la resistencia a tracción simple, mantienen el límite de fatiga requerido por la normativa vigente para los alambres de acero de pretensado libre de cargas transversales.

PALABRAS CLAVE: Acero inoxidable dúplex trefilado, acero eutectoide, carga transversal, limite de fatiga.

ABSTRACT

Cold drawn duplex stainless steel is an alternative to cold drawn eutectoid steel to prevent the risk of stress corrosion cracking in structural strands employed in prestressing concrete and stay cable systems. This possible application creates uncertainty concerning the fatigue behaviour of the wires when subjected to the combined action of cyclic tension loads and transverse loads occurred by the contact with the other wires of the strand or with the anchorage and deviation devices. This research deals with and compares the experimental behaviour of two cold drawn wires, respectively manufactured from a duplex stainless steel and from an eutectoid steel, when simultaneously subjected to transversal static and axial fatigue loading. The obtained results show that the two wires, even under transverse loads as high as 40 % of their tensile strength, hold the fatigue endurance limit required by the standards for prestressing steel wires free from transverse loading.

KEYWORDS: lean-duplex stainless steel, eutectoid steel, transverse loading, fatigue limit.

1. INTRODUCCIÓN

Desde finales de la década de los 70 se han dedicado importantes esfuerzos de investigación y desarrollo a los sistemas de pretensado de hormigón y de atirantado de estructuras. Los avances conseguidos han dado lugar a que hoy en día los tendones estructurales formados por haces de cordones de acero de alta resistencia estén presentes en gran variedad de estructuras de ingeniería civil, especialmente en puentes [1-3]. El tipo de cordón de uso más común es el fabricado con 7 alambres de alta resistencia de acero eutectoide trefilado, de los cuales 6 están enrollados helicoidalmente sobre el alambre rectilíneo central [4,5]. Los tendones estructurales soportan elevadas cargas de tracción de acuerdo con la función que desempeñan, pero también pueden experimentar fuerzas transversales concentradas por contactos ocasionados en los dispositivos de anclaje y redireccionamiento. Estas fuerzas producen cargas transversales en los cordones que se transmiten a los alambres y se añaden a las originadas por el contacto interno mutuo. Las tensiones indeseadas que las cargas transversales generan en los alambres inducen pérdidas significativas de resistencia a tracción y a fatiga en los cordones que conforman el tendón [1-3, 6].

En los últimos años se han realizado numerosas investigaciones sobre la vida a fatiga de los alambres de acero
eutectoide con que se fabrican los cordones de alta resistencia para tendones estructurales, en particular empleando las teorías de la Mecánica de Fractura [7-9] para estudiar la fisuración por fatiga de estos alambres en sus tres fases de iniciación, crecimiento y rotura. Sin embargo, el mayor conocimiento y la mejora de los productos existentes no es el único medio de satisfacer la demanda actual de la industria de la construcción para incrementar la capacidad resistente y la durabilidad de los tendones estructurales. El desarrollo y la certificación de alambres de alta resistencia de nueva generación, en particular de acero inoxidable dúplex fuertemente trefilado, es una prometedora vía que también está siendo objeto de investigación. Así, en las referencias [10,11] se compara la tolerancia al daño de alambres de este tipo con la de alambres eutectoides convencionales, empleando para ello resultados de ensavos de rotura a tracción realizados con alambres fisurados transversalmente por fatiga, junto con un modelo teórico elemental de colapso plástico desarrollado al efecto. Los efectos causados por el proceso de trefilado en la microestructura de cada acero explican consistentemente las diferencias halladas, que favorecen a los alambres de nueva generación. Igualmente, los datos experimentales recogidos en [12] revelan que su resistencia a la corrosión bajo tensión supera ampliamente a la de los alambres eutectoides.

Este trabajo tiene como objetivo determinar empíricamente el acortamiento que experimenta la vida de los alambres de alta resistencia para cordones sometidos a cargas cíclicas de tracción, cuando soportan simultáneamente cargas estáticas concentradas de dirección transversal. Se han incluido en la experimentación dos alambres fabricados por trefilado en frío, uno de acero inoxidable dúplex de baja aleación (LDS) y otro de acero eutectoide (EU). Los experimentos se han llevado a cabo con un dispositivo especialmente diseñado para mantener constante la carga de compresión aplicada localmente en los alambres mientras son simultáneamente sometidos a tracción cíclica de alta frecuencia con la carrera de tensiones de 200 MPa, por ser la que estipula la normativa vigente para garantizar la vida a fatiga de los cordones de pretensado con mayores prestaciones [4]. En los tendones estructurales, la carga cíclica se superpone a la carga estática, y por ello en los ensayos se ha variado el valor máximo de la carga de fatiga. Con los resultados obtenidos se ha elaborado un diagrama de fallo por fatiga bajo carga transversal que tiene como límite las combinaciones de cargas estáticas transversal y de tracción que producen la rotura de los alambres. El diagrama de fallo describe cuantitativamente el comportamiento de los dos alambres estudiados y facilita su comparación.

2. EXPERIMENTACIÓN

Los alambres objeto de estudio son de alta resistencia, de 4 mm de diámetro, y fueron fabricados por trefilado en frío a partir de dos tipos de acero bien diferenciados: uno perteneciente a una nueva familia de aceros inoxidables dúplex de baja aleación conocidos como "lean dúplex" (LDS), y otro con la composición eutéctica convencional (EU) del acero de pretensar. Las características microestructurales de los dos aceros se detallan en publicaciones previas [10-12]. La tabla 1 resume las propiedades mecánicas a temperatura ambiente obtenidas en ensayos de tracción simple, que se realizaron con muestras de alambre de 350 mm de longitud en una máquina servo-hidráulico de 200 kN de capacidad. Se aplicó una velocidad de desplazamiento constante de 1mm/min y se empleó un extensómetro resistivo de 12,5 mm de base de medida para medir las deformaciones.

Tabla 1. Propiedades mecánicas de los alambres estudiados

LDS	EU
180	205
1350	1640
1820	1740
2,3	3,2
51	50
	LDS 180 1350 1820 2,3 51



Figura 1. a) Dispositivo empleado para los ensayos de tracción cíclica de alambre con carga transversal; b) Esquema de la aplicación de la carga; Detalles de la aplicación de la carga transversal en el alambre: c) durante el ensayo; d-1) antes del comienzo; d-2) tras la rotura.

Los ensayos de fatiga con carga transversal requerían someter muestras de alambres a cargas cíclicas de tracción y aplicar al mismo tiempo una carga estática local de compresión en dirección perpendicular al eje del alambre. El dispositivo diseñado y utilizado para los ensayos se observa en la figura 1. Las muestras ensayadas, de 350 mm de longitud, se sujetaron a las mordazas de la máquina de ensayos con anclajes comerciales de cuña y barrilete. La carga cíclica de tracción se aplicó en la dirección longitudinal del alambre mediante el actuador de la máquina servo-hidráulica. La carga de compresión transversal estática se aplicó perpendicularmente al eje del alambre mediante un equipo independiente de pequeño tamaño compuesto por un actuador, una placa de apoyo y un bastidor de unión. El conjunto fue cuidadosamente diseñado para que el actuador y la placa de apoyo permaneciesen durante todo el ensayo unidos solidariamente al alambre ensayado, sin deslizar ni transmitir carga axial (figura 1a). Esta condición se consigue mediante un sistema de poleas y pesas colgado de la máquina, que equilibra el peso del bastidor y permite que se desplace arrastrado por el contacto con el alambre, sin perder la horizontalidad y sin generar acciones parásitas significativas. El actuador consiste en un mini-cilindro óleohidráulico alimentado por un multiplicador de presión aire-aceite, que se alimenta a su vez del aire comprimido procedente de una botella con presión de salida controlable manualmente mediante un regulador. El pistón del mini-cilindro mide 30 mm de diámetro y comprime el alambre ensayado con la fuerza activa que recibe del aceite. La fuerza es transmitida al alambre por medio de una muestra del mismo alambre, que hace de actuador transversal. Esta muestra se aloja en una ranura de caras perpendiculares practicada a lo largo del diámetro horizontal de la base del pistón. En el lado del alambre ensayado opuesto al de contacto con el actuador, se encuentra la placa de apoyo, provista de una ranura idéntica y perpendicular a la del pistón. El alambre recibe la fuerza reactiva de la placa, alojado en esta ranura (figura 1b). Las figuras 1c, 1d-1 y 1d-2 muestran detalles de la sujeción y la posición del alambre en el bastidor de aplicación de carga trasversal.

Como ya se ha indicado, todos los ensayos se realizaron con 200 MPa de carrera de tensiones, pero con diferentes combinaciones Pmax - Q de carga máxima de fatiga y de carga transversal. Los ciclos de carga se aplicaron según ondas armónicas de 6 y 12 Hz de frecuencia. La Federación Internacional de Hormigón Estructural FIB [5] asume que la vida a fatiga es ilimitada a partir de los 2×10^6 ciclos, por ello los ensayos donde no hubo rotura previa se detuvieron al alcanzar esta cifra, llegándose en algunos casos hasta los 5×10^6 ciclos. Tras el ensayo, los alambres que no fallaron por fatiga se sometieron a tracción simple hasta rotura para así determinar su capacidad resistente remanente. Las superficies de rotura fueron fractográficamente analizadas, a fin de determinar el efecto de la carga transversal sobre los micromecanismos de daño y fractura de los alambres.

3. RESULTADOS EXPERIMENTALES

3.1 Efecto de la carga de compresión transversal sobre la vida a fatiga de los alambres.

La figura 2 ilustra esquemáticamente el proceso de carga seguido en el ensayo de fatiga y en el posterior ensayo de rotura por tracción simple con sendos alambres de acero eutectoide y de acero inoxidable dúplex. La carga máxima de tracción y la carga transversal respectivamente aplicadas en ambos ensayos de fatiga fueron el 60 y el 35% de la capacidad resistente de los alambres en tracción simple, P₀. Los dos ensayos se detuvieron tras 5×10^6 ciclos y en ambos

casos los alambres fueron posteriormente sometidos a tracción simple hasta producirse la rotura, bajo una carga igual al 98% de P₀. La figura incluye como referencia el ensayo de fatiga con ulterior rotura a tracción simple utilizado como control de fabricación de cordones comerciales de alta resistencia formados por 7 alambres de 4 mm de diámetro [3]. La carrera de tensiones en este ensayo, basada en requisitos de la asociación FIB [5], es también de 200 MPa, la carga máxima de fatiga es el 35% de la capacidad resistente del cordón en tracción simple, la carga transversal de los alambres es la que genera el contacto mutuo dentro del cordón, el número de ciclos a superar es de 2×10^6 , y la resistencia de cordón posterior a la fatiga ha de superar el 95% de la anterior.



Figura 2. Secuencia de carga de los alambres EU y LDS que superan los ensayos de fatiga con carga transversal, y secuencia análoga en los ensayos de control de un cordón comercial.

Los resultados que recoge la figura 2 indican que la capacidad resistente de los alambres LDS y EU no experimenta pérdidas significativas por la acción combinada y simultánea de una carga transversal igual a $0,35P_0$ y de 5×10^6 ciclos de carga de tracción oscilante entre $0,49P_0$ y $0,60P_0$. El comportamiento de los dos alambres supera ampliamente tanto los requisitos que los fabricantes de cordones de alta resistencia exigen a sus productos, como el criterio de aceptación estipulado por la asociación FIB para los alambres de acero eutectoide empleados en cordones de tendones estructurales en puentes atirantados [5].

Los diagramas de la figura 3 muestran la totalidad de los resultados obtenidos en los ensayos de fatiga con carga transversal para los dos alambres ensayados (figura 3a: acero EU; figura 3b: acero LDS). La carga máxima P_{max} del ciclo de carga repetido en el ensayo de fatiga se ha representado frente a la carga transversal Q aplicada durante el ensayo, en ambos casos utilizando como unidad la capacidad resistente P_0 del alambre en tracción simple. Cada ensayo está representado en los diagramas por un punto mediante uno de dos símbolos, que indica si el alambre ensayado ha fallado por fatiga o si ha superado el umbral de vida a fatiga ilimitada. Por consiguiente, la frontera que separa los dos tipos de puntos determina las combinaciones de carga transversal-carga axial máxima de fatiga para las cuales el límite de fatiga de los alambres son 200 MPa. El requisito de resistencia a fatiga que la normativa de aceros de pretensado establece para los alambres de clase F1 [4] equivale a que la zona del diagrama de vida ilimitada contenga al punto (0; 0,70).



Figura 3. Resultados de ensayos de fatiga con carga transversal en el diagrama carga máxima de fatiga - carga transversal estática de los alambres: a) LDS; b) EU; c) Comparación de ambos alambres y zona de seguridad común.

La segunda frontera que aparece en los diagramas es la recta que representa las combinaciones de cargas estáticas transversal y de tracción que producen el colapso de los alambres. Esta recta se ha obtenido realizando con los alambres EU y LDS los ensayos estáticos de tracción bajo carga transversal descritos en [13].

La línea horizontal AB de ordenada 0,7 es el valor máximo de carga en servicio que la Instrucción EHE-08 admite para las armaduras activas en hormigón pretensado [14]. La curva BC dibujada en los dos diagramas es una estimación de la frontera que separa las combinaciones de cargas $P_{max} - Q$ para que el límite de fatiga de cada alambre sea inferior o superior a 200 MPa. A partir de estas fronteras estimadas, se constata que para cargas transversales inferiores al 40% de P₀ en el caso de los alambres LDS y al 37% de P₀ en el de los alambres EU, ambos alcanzan el límite de fatiga de 200 MPa exigido por la normativa cuando no actúan cargas transversales, pero la carga máxima de fatiga P_{max} es la mayor carga de tracción admitida en servicio, es decir, 0,7 P₀.

También se constata que ambos alambres alcanzan el límite de fatiga de 200 MPa independientemente de la carga transversal siempre que la carga máxima de fatiga no supere el 40 % de P₀, para el alambre EU y el 45 % para el alambre LSD. Entre ambos valores de la carga máxima de fatiga, la carga transversal reduce el límite de fatiga de los dos tipos de alambre por debajo de los 200 MPa. Estos datos sugieren la existencia de una zona de seguridad del diagrama P_{max} – Q geométricamente muy simple, que garantiza el límite de fatiga de 200 MPa y que es prácticamente la misma para los dos tipos de alambre (figura 3c).

3.2 Mecanismos de fallo de los alambres sometidos a carga transversal y a tracción cíclica.

En la figura 3c se aprecia que los efectos de la carga transversal sobre la resistencia a fatiga de los alambres son menores en el caso del acero EU, ya que la curva de límite de fatiga 200 MPa está más próxima a la curva de colapso estático. La explicación debe buscarse en las variaciones que presentan los micromecanismos de daño causantes de la fatiga debido a las diferencias microestructurales entre los dos aceros, en particular la mayor ductilidad que la fase austenítica aporta a la matriz bifásica del acero dúplex frente a la matriz perlítica del acero eutectoide. Estas diferencias explican la mayor tolerancia al daño del alambre LDS [10, 11] y su menor susceptibilidad a la fragilización por hidrógeno en ambientes agresivos [12].

Las imágenes de la figura 4 son macro y microfractografías de uno de los alambres LDS que fallaron en el ensayo de fatiga con carga lateral antes de alcanzar los 2×10^{6} de ciclos. Las figuras 4a y 4b revelan que la fisuración por fatiga ocurre en un plano inclinado respecto al eje del alambre, tal como indica el esquema de la figura 4c. La iniciación del proceso de fisuración tiene lugar en uno de los extremos de la entalla generada por deformación plástica del contacto entre el alambre ensayado y el alambre de empuje. La transición de la superficie de contacto a la superficie libre, más el efecto geométrico de la entalla, propician la iniciación actuando como concentrador de tensiones para la carga cíclica de tracción aplicada al alambre durante el ensayo. El ángulo que forman el plano de fisuración y el eje del alambre es aproximadamente de 40°, muy similar al encontrado en la

fractura de los alambres LDS [13]. Este ángulo contrasta con el de 90° que determina la fisuración de los alambres sometidos a cargas cíclicas de tracción sin carga transversal.



Figura 4. a,b, c) Imágenes macroscópicas y esquema de la rotura por fatiga con carga transversal de los alambres LDS; d) Morfología general de la superficie fisurada por fatiga; e) Transición entre las zonas de iniciación y crecimiento de la fisura de fatiga; f) Estrías de fatiga en la zona de crecimiento; g y f) microfisuración secundaria de las interfaz ferrita-austenita durante la propagación de la fisura de fatiga.

La imagen de la figura 4d muestra la morfología general de la fisura de fatiga, compuesta por tres zonas bien definidas: la de iniciación, con la rugosidad propia de la fractura dúctil, la de propagación, muy plana y con poca rugosidad aparente, y los labios de cortante de la rotura final. La observación a mayores aumentos permite apreciar el paso de la zona de iniciación a la de propagación (figura 4e), ambas con numerosas microcavidades desarrolladas por deformación plástica, que se diferencian en la densidad, el tamaño y la orientación: en la zona de propagación son menos abundantes, más grandes y más sesgadas. En la figura 4f pueden verse las estrías que delimitan los escalones de crecimiento de la fisura, con una característica atípica: se observan signos de microfisuración por decohesión localizada de las fases ferrítica y austenítica que forman el acero dúplex (figura 4g).



Figura 5. a,b) Imágenes macroscópicas de rotura por fatiga con carga transversal de los alambres EU; c) Morfología general de la superficie fisurada por fatiga; d) Marcas de fatiga en la zona de propagación; d y e) Estrías de fatiga en la zona de crecimiento.

Las características fractrográficas de los alambres de acero EU que fallaron en los ensayos de fatiga son muy similares a los alambres LDS, con las variaciones que se indican seguidamente (figura 5). El proceso de fisuración también comienza en el paso de la superficie libre a la superficie de contacto con el alambre de empuje, y la propagación tiene lugar siguiendo un plano inclinado respecto al eje del eje alambre, con un ángulo algo mayor que el encontrado en el alambre LDS. La diferencia de morfología entre las zonas de iniciación y crecimiento es menos acusada (figura 5c), el avance de la fisura se produce por rotura de láminas de cementita y crecimiento de micro-cavidades en la fase ferrítica de las colonias (figura 5e), sin microfisuración secundaria. Debido a ello, las estrías de fatiga son más abruptas que las del alambre LDS.

4. CONCLUSIONES

Los ensayos de fatiga axial con carga transversal estática realizados demuestran que el alambre eutectoide trefilado para cordones estructurales de alta resistencia conserva los niveles de resistencia a la fatiga requeridos por los códigos técnicos en armaduras activas de hormigón pretensado y los recomendados por las asociaciones técnicas internacionales en tendones de puentes atirantados. Es necesario que la carga transversal supere un umbral próximo al 40% de la capacidad resistente del alambre en tracción simple para que el límite de fatiga descienda por debajo de los 200 MPa requeridos para ciclos de carga con valor máximo de 70 % de dicha capacidad resistente.

Los ensayos análogos realizados con alambre trefilado de igual resistencia y diámetro, pero de acero inoxidable dúplex de baja aleación, demuestran que las prestaciones de este producto relativas a la resistencia a la fatiga bajo carga transversal superan las del alambre eutectoide convencional empleado para fabricar los cordones estructurales de alta resistencia.

El método de análisis empleado no sólo permite comparar la sensibilidad de la resistencia a fatiga de distintos alambres frente a las cargas transversales. También permite determinar las condiciones de servicio de los alambres a partir de las cuales dicha sensibilidad entraña riesgos añadidos de fallo por fatiga. En el caso de los alambres estudiados esto sucede cuando la carga de tracción cíclica supera 45% de la resistencia a tracción si son de acero eutectoide y el 50% si son de acero dúplex.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen la financiación del proyecto BIA 2014-53314-R por parte del Ministerio de Ciencia e Innovación y la ayuda del INOXFIL S.A. por el suministro de los aceros inoxidables dúplex fuertemente trefilados.

REFERENCIAS

- [1] DYWIDAG bonded post-tensioning using strands, DYWIDAG-SYSTEMS International, 04 160-1/06.17-web sc, dywidag-systems.com/emea
- [2] DYWIDAG multistrand stay cable systems, DYWIDAG-SYSTEMS International, 04 178-1/07.17 -web sc, dywidag-systems.com/emea
- [3] BBR HiAm CONA Strand stay cable system, BBR VT International, 03.2009, www.bbrnetwork.com
- [4] prEN 10138-2, Prestressing Steels–Part 2:Wires CEN, 2009
- [5] FIB bulletin 30, Acceptance of stay cable systems using prestressing steels, FIB 2005, ISSN 1562-3610
- [6] Cullimore M.S.G., The Fatigue strength of high tensile wire cable subjected to stress fluctuations of small amplitude, IABSE publications 1972, http://doi.org/10.5169/seals-24940
- [7] Llorca J, Sanchez–Galvez V. Fatigue limit and fatigue life prediction in high strength cold drawn eutectoid steel wires. Fatigue Fract Eng M 1989; 12(1): 31–45.
- [8] Mahmoud KM. Fracture strength for a high strength steel bridge cable wire with a surface crack. Theor Appl Fract Mech 2007; 48(2): 152–60.
- [9] Toribio J, Valiente A. Failure analysis of cold drawn eutectoid steel wires for prestressed concrete. Eng Fail Anal 2006; 13: 301–11.
- [10] Valiente A., Iordachescu M., Damage tolerance of cold drawn ferritic-austenitic stainless steels wires for prestressed concrete. Constr Build Mater 2012; 36: 874-880.
- [11] Iordachescu M., De Abreu M., Valiente A., Effect of cold-drawn induced anisotropy on the failure of high strength eutectoid and duplex steel wires. Eng Fail Anal 2015; 56: 412-421.
- [12] De Abreu M., Iordachescu M., Valiente A., On hydrogen-induced damage in cold-drawn leanduplex wires. Eng. Fail. Anal. 2018; 91: 516-526.
- [13] Iordachescu M., de Abreu M., Valiente A. Effect of transversal loading on the fatigue life of colddrawn duplex stainless steel. Procedia Structural Integrity 2018; 13: 584-589.
- [14] EHE-O8. Instrucción de Hormigón Estructural. Ministerio de Fomento, Madrid 2008.

EXPERIMENTAL AND THEORETICAL APPROACH TO IDENTIFYING THE FRACTURE CRITERION OF DUCTILE MATERIALS

A. Bragov, L. Igumnov, A. Konstantinov*, A. Lomunov

Research Institute of Mechanics, National Research Lobachevsky State University of Nizhny Novgorod. 23/6 Gagarin Ave., GSP-1000, Nizhny Novgorod, 603950, Russia *Persona de contacto: constantinov.al@yandex.ru

RESUMEN

Un criterio de fractura debe considerar varios factores (tasa de tensión, temperatura y estado de tensión) para estimar de manera confiable la resistencia de una estructura bajo carga de impacto. La interpretación directa de los datos experimentales sobre la fractura de una muestra es casi imposible debido a la falta de homogeneidad de los campos en la zona de fractura y la compleja historia de las variables de estado. El uso conjunto de la investigación experimental y la simulación numérica es necesario para identificar los criterios de fractura. Este documento describe un procedimiento similar que se desarrolló para identificar el criterio de fractura de Johnson-Cook. La predicción precisa de la máxima tensión plástica es muy importante ya que el criterio se basa en ella. Así que el modelo de comportamiento viscoplástico del material se construye y verifica preliminarmente. La simulación de elementos finitos se utiliza para estimar el historial de variables de estado. Los parámetros del modelo se determinan mediante la minimización de la desviación de los tiempos de falla calculados y experimentales. La diferencia entre este procedimiento creado y el enfoque generalmente aceptado es que toma en cuenta que todo el historial de variables de estado cambia durante el experimento, pero solo sus valores promediados. Se determinaron los parámetros del criterio de fractura para varios aceros.

PALABRAS CLAVE: Fractura, Tensión final, Estado de estrés, Identificación, Simulación numérica

ABSTRACT

A fracture criterion must consider a number of factors (strain rate, temperature and stress state) to reliably estimate the strength of a structure under impact loading. The direct interpretation of experimental data on the fracture of specimens is almost impossible due to the inhomogeneity of the fields in the fracture zone and the complex history of state variables. The combined use of experimental investigation and numerical simulation is necessary to identify the fracture criteria. This paper describes a similar procedure, which was developed to identify the Johnson-Cook fracture criterion. Precise prediction of ultimate plastic strain is very important since the criterion is based on it. Therefore, the model of viscoplastic behaviour of the material is preliminarily constructed and verified. Finite element simulation is used to estimate the history of state variables. Model parameters are determined by minimization of the deviation of the calculated and experimental failure times. The difference between this created procedure and generally accepted approach is that it takes into account the entire history of state variables change during experiment, but just their averaged values. The parameters of the fracture criterion for several steels were determined.

KEYWORDS: Fracture, Ultimate Strain, Stress State, Identification, Numerical Simulation

INTRODUCTION

The high-speed impact causes high stresses, strain rates and temperatures in structural components of constructions. Most structural materials shows the strain rate dependence of strength properties [1, 2]. Therefore the mathematical model describing material behaviour has to include influence of strain rate, temperature and history on yield stress and ultimate strain. And furthermore, the values of ultimate stress and strain can be deeply affected by stress state characteristics. For example, fracture of materials under the shear conditions is accompanied by significant plastic strains while it is quite brittle at hydrostatic tension. So this feature also should be taken into consideration during mathematical identification of material behaviour [3]. Extensive experimental research at different strain rates, temperatures and stress states should be done to build the deformation model and fracture criterion.

Almost all experimental technics are based on obtaining of integral forces acting to specimen during the test and global change of specimen sizes (working part elongation or shortening) to determine material mechanical characteristics. Stresses and strains in specimen points are calculated under the assumption that distributions of stresses and strains are homogenous in the region of interest. This approach works well in determining strain curves or strength characteristics using samples of simple shapes. However, in some cases, the uniformity of the fields in the sample may not be performed due to edge effects, the complex geometry of the samples, or due to the peculiarities of the processes occurring in the material during loading. At this point, the information obtained in the experiment is difficult or impossible to interpret without using the numerical simulation. This situation occurs when testing axisymmetric specimens with circular cuts of different shapes to obtain different values of the stress state index (triaxiality factor) in high strain rate tensile experiments. A common approach to determining the critical characteristics of material is to find some averaged values of state variables (strain rate, stress triaxiality index, etc.) for a given sample geometry [4]. However, the history of state parameters can be very complex because of specimen geometry change during loading and material properties variation due to strain and strain rate hardening and thermal softening.

This work describes the identification procedure of well-known Johnson-Cook fracture criterion. The procedure combines experimental method and numerical finite element simulation to determine parameters of the model taking into account all history of state variables.

EXPERIMENTAL PROCEDURE

Split Hopkinson Tension Bar method [5] was used to register the processes in the samples of different shapes during high-strain rate tensile experiments. The scheme of the experimental setup is shown in *Figure 1*.



Figure 1. Split Hopkinson Tension Bar setup.

The sample I was fixed in measuring bars 2 and 3 using threaded joint. Recording of strain pulses in bars was carried out by gauges 4. Loading tensile pulse 5 was formed by the impact of the tubular striker 6 on the anvil 8. Acceleration of the striker 6 in the barrel 7 was due to the compressed air energy 9, which was supplied when the pneumatic valve 10 was opened. The strain pulses in loading and output bars were used to obtain forces acting on specimen during experiment and

history of specimen's interfaces displacements. These values were calculated using formulas proposed by Kolsky [6]. The axisymmetric solid specimens and specimens with circular cuts of U and V shapes were used to generate different stress triaxiality factors in fracture zone. (*Figure 2*).



Figure 2. Specimen shapes.

The specimen fracture time t^* was determined using the signals from measuring bars (*Figure 3*). The fracture moment is characterized by an increase in the reflected strain pulse R (which is more or less represents elongation rate of specimen) and a decrease in the transmitted strain pulse T (which is corresponds to the force acting on specimen during tension). Striker speed and temperature were varied in experiments. The tests were carried out at temperatures 20 and 300 0 C.



Figure3. Pulses from measuring bars.

Table 1. Experimental results

	tc1	tc2
St3		
V ₁ , 20 ⁰ C	106	142
V_2 , 20 ^{0}C	65	85
V ₁ , 300 ⁰ C	106	125
20X13		
$V_1, 20 {}^{0}C$	76	106
V_2 , 20 ^{0}C	57	80
V ₁ , 300 ⁰ C	84	88
08X18N10T		
$V_1, 20 {}^{0}C$	125	125
V_2 , 20 ^{0}C	138	150
V ₁ , 300 ⁰ C	126	126

The results of experimental investigations for three materials are summarized in *Table 1*. Given fracture times in μs for different conditions. Striker velocities

was $V_1=10$ m/s, $V_2=20$ m/s. Abbreviation tc1 refers to specimens with V-shaped cut. Abbreviation tc2 refers to specimens with U-shaped cut. Since then, this data was used during fracture criterion identification.

MODEL DESCRIPTION

There is a number of simple strength criterions, which are based on instant values of stress or strains. However, the models of damage accumulation, in which the fracture process is determined by the history of stress triaxiality factor, strain rate and temperature at a point in the medium, are the most interesting and useful. Kolmogorov et al. [7] developed a phenomenological theory of fracture, which is a model of damage accumulation in a metal during its plastic deformation. Figure 4 schematically shows the effect of thermomechanical conditions on fracture deformation $(\dot{\epsilon}_1 > \dot{\epsilon}_2 > \dot{\epsilon}_3, T_1 < T_2 < T_3)$ [8]. It should be noted that critical plastic strain generally decreases with increasing strain rate, increases with increasing temperature, and increases with increasing stress state index (which is the pressure divided by effective stress). Roman numerals indicate the areas of stress triaxiality index, implemented with the following types of tests: I tension of specimens with cuts, II - tension of cylindrical specimens, III - torsion, IV - compression, V - rolling test method.



Figure 4. Critical strain as a function of loading conditions.

The model proposed by Johnson and Cook [9] is the most common criterion of this kind. Mathematical formulation of this criterion is:

$$\varepsilon^{f} = \left[d_{1} + d_{2} \exp\left(d_{3} \frac{p}{\sigma_{eff}}\right) \right] \left[1 + d_{4} \ln\left(\frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_{0}}\right) \right] \left(1 + d_{5} \frac{T - T_{0}}{T_{m} - T_{0}} \right)$$

where d_i – material constants, p – pressure, σ_{eff} – effective stress (Mises stress), T – current temperature, T_0 – reference temperature, T_m – melting temperature, $\dot{\epsilon}/\dot{\epsilon}_0$ – dimensionless strain rate.

Adiabatic heating of material due to plastic work is calculated by formula [10]:

$$\Delta T = \frac{0.9 \int \sigma d\varepsilon_p}{\rho c_p}$$

where ρ - material density, c_p - specific heat.

The fracture occurs when damage parameter D is equal one:

$$D = \int \frac{d\varepsilon_p}{\varepsilon^f} \le 1 \tag{1}$$

where ε_p – effective plastic strain in the point of medium.

Such a formulation of the criterion leads to the fact that the destruction process is dependent on the loading path i.e. remains operable for the case of disproportionate loading.

NUMERICAL SIMULATION

The method based on experimental investigation and numerical simulation has been developed for determination of material constants d_1 - d_5 . The results of finite element simulation are used to interpret experimental data of high-speed tension of specimens of different shapes.

The numerical task scheme is shown in *Figure 5*. The process was simulated in axisymmetric formulation. The working part of the sample was considered. The influence of threaded parts of specimens was taken into account by using the boundary conditions Vr=0 on the top and bottom boundaries of the sample. The axial velocity Vz was constrained on the bottom boundary of the specimen. The time history of axial velocity of the top boundary of the sample was calculated by Kolsky formulas for data obtained in specific real experiment:

$$V(t) = c_I \cdot (\varepsilon^I(t) - \varepsilon^R(t)) - c_T \varepsilon^T(t)$$

where ε^{I} , ε^{R} μ ε^{T} – incident, reflected and transmitted strain pulses in measuring bars, c_{I} μ c_{T} – bar sound speeds of input and output bars, respectively.

The Johnson-Cook criterion is based on critical plastic strain. Therefore, reliable model of material plastic flow is extremely required to get positive prediction of fracture process. This model has to take effects of strain rate and temperature into account. Such models for the studied materials were pre-built [11] using stress-strain curves obtained from compression experiments carried out by the traditional version of the SHPB method [12] at different strain rates and temperatures. The Johnson-Cook model was used to describe the flow surface radius dependence on plastic strain, strain rate and temperature:

$$\sigma = (A + B\varepsilon_p^n)(1 + C\ln\dot{\varepsilon}_p^*)\left(1 - \left(\frac{T - T_0}{T_{melt} - T_0}\right)^m\right)$$

where ε_p – effective plastic strain, $\dot{\varepsilon}_p^* = \dot{\varepsilon}_p / \dot{\varepsilon}_0$ – dimensionless strain rate, $\dot{\varepsilon}_0 = 1.0 \text{ c}^{-1}$,

 T_0 and T_{melt} – reference and melting temperatures of material.



Figure 5. Boundary conditions.

Five material constants A, B, n, $C \bowtie m$ was determined empirically by approximation of experimental stressstrain curves. The values for studied materials are presented in *Table 2*.

Table 2. Johnson-Cook plastic flow model parameters for investigated steels

St3			
ρ , kg/m ³	7850	n	0.83
G, MPa	78000	С	0.0218
K, MPa	151500	m	0.999
A, MPa	412.5	c _p , J/kg/K	462
B, MPa	1201	$\dot{\varepsilon}_0, 1/s$	1
20X13			
ρ , kg/m ³	7850	n	0.409
G, MPa	78000	С	0.0126
K, MPa	151500	m	1.01
A, MPa	611	c _p , J/kg/K	462
B, MPa	956.5	$\dot{\varepsilon}_{0}, 1/s$	1
08X18N10	TC		
ρ , kg/m ³	7850	n	0.6939
G, MPa	78000	С	$8.18 \cdot 10^{-3}$
K, MPa	151500	m	1.18
A, MPa	249	c _p , J/kg/K	462
B, MPa	1339	$\dot{\varepsilon}_{0}, 1/s$	1

Then the numerical investigation of deformation of specimens of different shapes was conducted. This allowed us to determine the points where the fracture initiates in those specimens.

Figure 6 demonstrates the plastic strain fields in specimens in the moments close to destruction. Red

color corresponds to the maximum values and blue one to the minimum. It can be seen that maximum takes place on the specimen axis for solid specimen, while localization of plastic strain occurs at the vertex of cut for notched specimens.



Figure 6. Plastic strain.

Figure 7 illustrates triaxiality factor fields $\eta = -p/\sigma_{eff}$. The maximum of this value is on specimen axis for all cases.



Figure 7. Triaxiality factor n.

Figure 8 shows damage parameter *D* fields calculated according to (1).



Figure 8. Damage parameter D.

It can be seen, that fracture initiates on the specimen axis for solid specimen and specimen with U-cut and in the vertex of cut for specimen with V-cut.

Then we simulated the fracture process using the simple criterion – constant value of ultimate plastic strain. The value of critical plastic strain was determined using data of high-speed breaking of solid specimens by formula:

$$\varepsilon_p = ln \left(\frac{100\%}{100\% - \psi} \right)$$

where ψ is relative reduce of cross section in the neck of raptured specimens.

Figure 9 shows the comparison of experimental forces acting on specimen (color lines) with numerical simulation results (black dotted line). It should be noted, that simple criterion could not allow accurately predicting the fracture times for specimens with cuts.



Figure 9. Comparison of experimental data with results of numerical simulation of impact breaking.

IDENTIFICATION PROCEDURE

The procedure for determining the parameters of the fracture criterion is described below. Numerical simulation of high-speed tension was conducted for every real experiment (experiment number *j*). No fracture was considered. The following relations was obtained from numerical simulation: $\eta(t)$, $\varepsilon_p(t) \bowtie T(t)$. For solid specimen and specimen with U-cut data was recorded in the point on the specimen axis. For specimen with V-cut data was recorded in the vertex of cut. Those data was used to calculate damage histories at specified points by mean of formula (1). Then damages at times of fracture t^* (see *Table 1*) were calculated for every real experiment:

$$D^{j} = \sum_{t=0}^{(t^{*})^{j}} \frac{\Delta \varepsilon_{p}}{\varepsilon^{f}(\eta(t), \dot{\varepsilon}(t), T(t))}$$

Those values are functions of Johnson-Cook model parameters:

$$D^{j} = D^{j}(d_{1}, d_{2}, d_{3}, d_{4}, d_{5})$$

Next, we constructed the function:

$$f_{obj}(d_1, \dots, d_5) = \sum_{j=1}^{N} [D^j(d_1, \dots, d_5) - 1]^2$$

where N – the number of experiments for specific material.

We should find the minimum of this function to obtain the set of parameters, which provides the best prediction of fracture times for all considered experiments:

$$f_{obj}(d_1, d_2, d_3, d_4, d_5) \xrightarrow[d_1, d_2, d_3, d_4, d_5] \xrightarrow{d_1, d_2, d_3, d_4, d_5} min$$

This procedure is not iterative because damage parameter D does not affect the material strength characteristic. Therefore, the numerical simulation of high-speed tension of every experiment is carried out only once.

The parameters calculated for investigated steels are summarized in *Table 3*. The following assumptions are used:

- 1. No strain rate influence was considered (d₄=0), because experimental data set did not contain static data.
- 2. It was assumed that critical strain at hydrostatic tension equals 1% (d₁=0.01). This assumption was introduced because of closeness of stress triaxiality factors in considered experiments.

Table 3. Johnson-Cook criterion parameters forinvestigated materials

Material	d ₁	d ₂	d ₃	d ₅
St3	0.01	1.991	2.1664	3.4931
20X13	0.01	1.5367	1.576	4.507
08X18N10T	0.01	2.5565	1.6064	1.901

Figure 10 shows relations of critical strains ε^f with stress triaxiality factors reconstructed using identified models for investigated materials. The blue marked region represents the range of η which are realized in experiments performed. Critical plastic strains outside this region are extrapolated so should be used with caution.



Figure 10. Comparison of investigated materials.

As an example, *Figure 11* shows the comparison of experimental forces acting on specimen (color lines) with numerical simulation results (black dotted line) for steel 20X13. This time numerical simulation was performed using Johnson-Cook criterion. It can be seen that the time of specimen breaking is now predicted more accurately.



Figure 11. Comparison of experimental data with results of numerical simulation of impact breaking.

It is necessary to perform additional experimental research on the fracture of samples at other types of stress state (shear, compression etc.) to clarify the constructed model. Data on static fracture of specimens from the materials under study are needed to estimate the effect of strain rate.

CONCLUSIONS

The algorithm for identification of the fracture criterion is proposed and implemented. It takes into account the history of state variables. Procedure uses numerical simulation to do so. Proposed procedure has been tested using experimental data obtained from dynamic tension of specimens of different shapes (with and without cuts). A numerical analysis was performed, which showed the features of the sample breaking processes. The parameters of Johnson-Cook damage model have been determined by specified procedure for three steels. The results of numerical simulation of impact breaking of specimens using last model have shown good agreement with real experiments by mean of fracture time prediction.

ACKNOWLEDGEMENTS

The work was financially supported by the Federal Targeted Program for Research and Development in Priority Areas of Development of the Russian Scientific and Technological Complex for 2014-2020 under the contract No. 14.578.21.0246 (unique identifier RFMEFI57817X0246).

REFERENCES

- A.M. Bragov, A.K. Lomunov. Use the Kolsky method for dynamic testing of structural materials. Problems of Strength and Plasticity Journal, (1995) 51: 127-137. [in Russian]
- [2] Y.V. Petrov, A.A. Utkin. Dependence of dynamic strength on loading rate. Sov. Mater. Science, (1989) 25(2): 153-156.
- [3] A.Yu. Konstantinov. A modern experimentaltheoretical approach to rationally designing novel technological objects. Materials Physics and Mechanics, (2016) 28: 106-109.
- [4] P. Du Bois, S. Kan, M. Buyuk, J. He, "Implementation of a 3D failure criterion for Aluminium 2024," Oasys LS-DYNA UK Users's Meeting, 27th January 2010.
- [5] A.Bragov, A.Konstantinov, L.Kruszka, A.Lomunov, A.Filippov, Dynamic properties of stainless steel under direct tension loading using a simple gas gun. EPJ Web of Conferences, (2018) 183: 2035.
- [6] H. Kolsky. An investigation of the mechanical properties of materials at very high rates of loading. Proc. Phys. Soc. London, (1949) Sect. B62: 676–700.
- [7] V.L. Kolmogorov, Stress. Strain. Fracture., M: Metallurgiya, 1970. [in Russian]
- [8] P.I. Poluhin, T.Y. Gun, A.M. Galkin, Plastic deformation resistance of mettals and alloys. Handbook., M: Metallurgiya, 1983. [in Russian]
- [9] G.R. Johnson, W.H. Cook. Fracture characteristics of three metals subjected to various strains, strain rates, temperatures and pressures. Engineering Fracture Mechanics, (1985) 21(1): 31-48.
- [10] G.I. Taylor, A. Quinney. The latent energy remaining in a metal after cold working. Proc. Roy. Soc., (1934) 143: 307-326.
- [11] A.M. Bragov, L.A. Igumnov, V.B. Kaidalov, A.Yu. Konstantinov, D.A. Lapshin, A.K. Lomunov, F.M. Mitenkov. Experimental study and mathematical modeling of the behavior of St.3, 20Kh13, and 08Kh18N10T steels in wide ranges of strain rates and temperatures. Journal of Applied Mechanics and Technical Physics, (2015), 56(6): .977-983.
- [12] A.M. Bragov, A.K. Lomunov. Methodological aspects of studying dynamic material properties using the Kolsky method International Journal of Impact Engineering, 1995 16(2): 321-330.

USO DE PROBETAS ENTALLADAS EN EL ENSAYO SPT PARA LA DETERMINACIÓN DE LAS PROPIEDADES A FRACTURA EN ACEROS ESTRUCTURALES

G. Álvarez^{1*}, C. Rodríguez¹, F.J. Belzunce¹, T.E. García²

¹ SIMUMECAMAT research group. Escuela Politécnica de Ingenieros de Gijón. Universidad de Oviedo. Campus Universitario de Gijón s/n, 33203. Asturias-España
² Know-How Innovative Solutions S.L., C/ Juan de la Cierva, Nave 2, 33211. Asturias-España
* Persona de contacto: galvarezdiaz4@gmail.es

RESUMEN

El uso de probetas miniatura en la caracterización a fractura de materiales metálicos, máxime cuando el material del que se dispone es escaso o difícilmente manipulable, es un objetivo clave, en el que distintos grupos de investigación llevan inmersos desde hace tiempo. En este sentido, mientras que el uso de probetas entalladas es un punto de acuerdo, no lo es tanto el tipo de parámetro de fractura a utilizar, aunque el *CTOD* se perfila como uno de los más aceptados. No obstante, la dificultad del uso de este parámetro es doble: por un lado, es necesario obtener la evolución del *CTOD* en el curso del ensayo (curva δ -*R*) y, por otro, definir el parámetro crítico de fractura, para lo que se ha recurrido, hasta ahora, a la realización de ensayos interrumpidos, metodología que, aunque útil resulta tremendamente costosa.

En este trabajo se presentan dos metodologías que permiten obtener los parámetros de fractura ($J \circ CTOD$) a partir de ensayos SPT realizados sobre probetas entalladas. Por una parte, se ha establecido una correlación entre los parámetros energéticos de fractura ($G \circ J$) y la disminución de la energía necesaria para la fractura en presencia de una entalla. Por otro lado, se propone obtener el valor del *CTOD* crítico, δ_{IC} , a partir del valor de la apertura de la boca de la entalla medida en el punto de desplazamiento máximo de un ensayo SPT.

PALABRAS CLAVE: Tenacidad a la fractura, SPT, aceros estructurales, CTOD.

ABSTRACT

The use of miniature specimens in the fracture characterization of steels, and more when the available material is limited or difficult to manipulate, is very important target, in which different research groups have been immersed for some time. Meanwhile the use of notched specimens is a point of agreement, it is not so much the type of fracture parameter to be used, although the *CTOD* is one of the most accepted. However, the difficulty of using this parameter is double: on the one hand, it is necessary to obtain the evolution of the *CTOD* in the course of the test (curve δ -*R*) and, on the other hand, to define the critical fracture parameter, interrupted tests have been used. This methodology is useful but is extremely expensive.

In this work two methodologies to obtain the fracture parameters (J or *CTOD*) by means of notched SPT specimens have been presented. On the one hand, a correlation has been established between the fracture energy parameters (*G* or *J*) and the decrease of the required energy for the fracture in a notched specimen. On the other hand, a procedure to obtain the value of the critical *CTOD*, δ_{IC} , have been proposed using the notch mouth opening value measured at the maximum displacement point of the SPT test.

KEYWORDS: Fracture toughness, SPT, structural steels, CTOD.

INTRODUCCIÓN

Desde un punto de vista tecnológico, existe un gran interés en la caracterización de materiales que se encuentran formando parte estructuras en servicio. El propósito es evaluar la respuesta del componente en un momento determinado de su vida útil, y así, conseguir una mayor seguridad y, obviamente, una mayor rentabilidad económica. Sin embargo, la obtención de las muestras necesarias para su caracterización conlleva diversos problemas. Por un lado, al tratarse de estructuras en servicio, la extracción de muestras debe realizarse sin que ello conlleve una pérdida de sección resistente; por otro, las zonas más solicitadas, y por tanto más propensas al deterioro, suelen ser reducidas. Estas razones han promovido, en los últimos años, el uso de probetas miniatura en la caracterización mecánica de elementos estructurales.

En lo que respecta a los aceros, el ensayo small punch (SPT) ha sido el ensayo miniatura que más atención ha conseguido en los últimos años, al haberse demostrado su aplicabilidad en la determinación de las propiedades mecánicas fundamentales (límite elástico y resistencia mecánica) cuando la cantidad de material disponible es limitada [1]. Esta constatación a derivado en la redacción de un documento que normalizará, a nivel europeo, tanto la metodología de ensayo, como las expresiones utilizadas para la interpretación de los resultados [2]. Sin embargo, aunque la propuesta de norma también incorpore un anexo con alguna propuesta para la obtención de las propiedades de tenacidad, es un campo de estudio en desarrollo y sujeto, aún, a una cierta controversia.

Los ensayos convencionales de tenacidad en materiales metálicos, se rigen según lo dispuesto en la norma ASTM 1820 [3] donde, al objeto de garantizar condiciones de deformación plana, se imponen unos tamaños de probeta considerables, lo que imposibilita su empleo en el caso de estructuras en servicio o cuando se disponga de poco material. Basándose en esta problemática, la comunidad científica lleva algunos años intentando utilizar el ensayo minitatura SPT en la determinación de los parámetros de fractura de los aceros. El primer intento consistió en intentar determinar la tenacidad a fractura a partir de la denominada deformación biaxial [4]. Sin embargo, este método, aplicado a probetas miniatura normales (sin entalla) adolece de no utilizar ningún concentrador de tensión. Surgen así las propuestas que proponer la utilización probetas SPT provistas de entallas de distinta geometría [5,6].

Una de las probetas SPT entalladas más utilizadas, es la provista de una grieta longitudinal no-pasante, que será la empleada en este trabajo. Utilizando este tipo de probetas, se han propuesto diferentes metodologías en la determinación de los parámetros de fractura de materiales metálicos [4-7]. Un grupo de estas propuestas se basa en el cálculo de la energía necesaria para conseguir el crecimiento de la grieta, cuyo valor se relaciona directamente con los parámetros energéticos de la tenacidad $(G \circ J)$ [4,5]. Otro grupo apuesta por el uso de la apertura de la boca de la entalla, COD_{SPT} o δ_{SPT} , en la búsqueda del parámetro idóneo en la caracterización a fractura [5-7]. Sin embargo, ambas metodologías cuentan con complicaciones metodológicas sin resolver que alargan su plena implantación en la normativa. Por un lado, la configuración de este ensayo (compresión biaxial y pequeño espesor de las probetas) hace que su triaxialidad no sea la idónea en la determinación de un parámetro de fractura y por otro, el pequeño tamaño de las probetas y el restringido espacio donde se desarrolla el ensayo, impiden la utilización de dispositivos que permitan determinar el crecimiento de la grieta en el curso del ensayo, debiendo recurrirse al uso de ensayos interrumpidos [5-7] para, posteriormente, poder analizar el posible crecimiento de grieta con un microscopio electrónico de barrido.

En este marco, este trabajo plantea nuevas propuestas, que tanto desde el punto de vista energético como del *CTOD* permitan establecer una correlación entre los parámetros convencionales de fractura y los obtenidos mediante el ensayo small punch con el uso de probetas con entalla longitudinal no pasante.

2 MATERIALES Y MÉTODOS

2.1. Materiales

Para este trabajo se han seleccionado cuatro aceros utilizados en aplicaciones industriales muy variadas, cuyas propiedades mecánicas fundamentales se recogen en la tabla 1. Por una parte, el acero estructural S355, de microestructura ferrito-perlítica, que cuenta con la menor resistencia y mayor tenacidad. Le sigue el CrMoV, ampliamente utilizado en la construcción de recipientes a presión, con una estructura compuesta por bainita y martensita revenida. Por su parte, el acero H8 se utiliza en construcciones navales especiales y cuenta con una estructura de martensita revenida. Por último, el WM, es el metal de soldadura de los recipientes a presión fabricados con el CrMoV y su microestructura es martensítica débilmente revenida, razón por la que muestra los mayores valores de resistencia y la peor tenacidad.

Tabla 1. Propiedades mecánicas de los materiales

Material	σ_{y} (MPa)	п	k (MPa)	J_{IC} (kJ/m ²)
S355	390	0.189	803	750
CrMoV	587	0.107	1019	555
H8	790	0.067	1339	450
WM	1019	0.079	1486	22

2.2. Ensayos experimentales del SPT

SPT convencionales partir de probetas Α (10x10x0.5mm) se mecanizan, mediante micro-fresado, entallas de 0.15 mm de profundidad (a/t = 0.3) a lo largo de toda la muestra (figura 1). Con la entalla se consigue la concentración de tensiones suficiente para que la grieta crezca en el plano de la entalla y la rotura se produzca en esa zona concreta. El ensavo SPT se lleva a cabo según lo dispuesto en el esquema de la figura 1. La carga fue aplicada utilizando una máquina de ensayos Instron equipada con una célula de carga de 5 kN de capacidad. Para la medición del desplazamiento del punzón se ha utilizado un extensómetro tipo COD. Los ensayos se han realizado a una velocidad de 0.2 mm/min.

Para cada material se realizaron diversos ensayos, que fueron interrumpidos para diferentes valores de carga y desplazamiento, y posteriormente evaluados mediante microscopía electrónica de barrido al objeto de determinar el posible crecimiento de grietas. Para ello se utilizó el microscopio electrónico de barrido MEB JEOL 5600 de los servicios científico-técnicos de la Universidad de Oviedo. Gracias a la resolución y capacidad de aumentos del mismo, es posible la medición de manera precisa de la apertura de la boca de la entalla debida a la deformación generada durante el ensayo. Esta medida se realiza en la zona de máxima deformación, es decir, en la zona central de la entalla.



Figura 1. Esquema del ensayo SPT en probeta entallada

La diferencia entre la apertura de la entalla medida al final del ensayo, Δ_F , y la inicial, Δ_I , proporciona el parámetro δ_{SPT} , indicado en la expresión 1.

$$\delta_{SPT} = \Delta_F - \Delta_I \tag{1}$$

2.3 Simulación numérica del ensayo SPT

Al objeto de clarificar el comportamiento del material en el curso del ensayo, se realizaron simulaciones numéricas del mismo, utilizando el software Abaqus/Standard v6.13. Debido a la presencia de la entalla, fue necesario el uso de un modelo 3D aunque, como se muestra en la figura 2, se aprovechó la simetría de la probeta para simplificarlo, trabajando únicamente con un cuarto de probeta. El modelo de probeta cuenta, así, con 44400 nodos, elementos del tipo C3D8 y con una malla más refinada en la zona de la entalla donde se va a generar la mayor deformación. El resto de los elementos del dispositivo (matriz superior, matriz inferior y punzón) fueron modelados como elementos rígidos. Las condiciones de contorno de estos últimos son desplazamientos restringidos en todas las direcciones, excepto en el eje vertical en el caso del punzón. También se impuso una interacción de rozamiento entre las matrices y la probeta con un coeficiente, $\mu = 0.1$ [6]. La apertura de la entalla se mide igual que en el caso experimental para posteriormente aplicar la expresión 1.

Los modelos de material utilizados, fueron los correspondientes a los cuatro aceros anteriormente descritos, cuyos parámetros se recogían en la tabla 1. También se modelizaron dos materiales ficticios, con un comportamiento elastopástico bilineal, cuyas características se recogen en la tabla 2, para comprobar la variación en la relación entre la apertura de la entalla y el desplazamiento del punzón en función de los parámetros mecánicos del material y de posibles cambios de espesor de las probetas.



Figura 2. Modelo numérico 3D de la probeta SPT con entalla longitudinal no pasante

Tabla 2.	Propiedades	mecánicas	de los	materiales
bilineale	S			

Material	σ_y (MPa)	σ_u (MPa)	$\varepsilon_u (\text{mm/mm})$
Material 1	400	600	0.2
Material 2	1200	1800	0.2

En ninguno de los casos se introdujo un modelo de daño, de modo que las posibles diferencias entre las curvas numéricas (sin daño) y las experimentales, indiquen el inicio del daño para cada uno de los materiales (momento en el que las curvas se separan).

3 RESULTADOS Y DISCUSIÓN

3.1 Análisis energético de la tenacidad

En primer lugar, se realizó una comparación entre los ensayos SPT experimentales y los obtenidos en el modelo numérico.

Como se puede apreciar en la figura 3, las curvas experimentales de los materiales con la tenacidad intermedia y semejante (H8 y CrMoV) divergen de sus curvas numéricas para valores de carga y desplazamiento bastante cercanos al máximo de la curva numérica, tras lo cual, la rotura (caída brusca de carga) se desencadena rápidamente. Sin embargo, el S355, de mayor tenacidad, muestra una curva experimental prácticamente idéntica a la numérica, hasta el final del ensayo, lo que indica un menor efecto de la entalla en este material. Por el contrario, el acero WM diverge rápidamente de su curva numérica, mostrando la mayor sensibilidad a la entalla.

Al objeto de captar esta diferencia de comportamiento, se calculó el área bajo las curvas tanto numéricas, $E_{Max}^{Numérica}$, como experimentales, $E_{Max}^{Experimental}$, en el punto de carga máxima, al considerar esa área proporcional a la energía de fractura. La tabla 3 recoge esos valores así como la

diferencia entre el valor numérico y experimental, ΔE_{Max}^{SPT} , que para cada material, parece estar relacionado con la tenacidad.



Figura 3. Curvas SPT experimentales y numéricas

	Tabla 3.	Resultados	energéticos	del ensayo S	SPT
--	----------	------------	-------------	--------------	-----

	ě		
Material	$E_{Max}^{Experimental}$	$E_{\scriptscriptstyle Max}^{\scriptscriptstyle Num{\'erica}}$	ΔE_{Max}^{SPT}
material	(kJ/m^2)	(kJ/m^2)	(kJ/m^2)
S355	1914	2067	153
CrMoV	1303	2131	828
H8	1680	2689	1001
WM	1625	4907	3282

El valor de ΔE_{Max}^{SPT} puede interpretarse como la diminución de energía necesaria para la fractura en presencia de un concentrador de tensiones, valor inversamente proporcional a la tenacidad. Por ello, en el caso del WM la disminución de energía es muy elevada (baja tenacidad) y, sin embargo, en el S355 la energía no desciende (alta tenacidad). La figura 4 recoge la correlación obtenida entre la tenacidad a la fractura y ΔE_{Max}^{SPT} .



Figura 4. Correlación $J_{IC} - \Delta E_{Max}^{SPT}$

En vista de los buenos resultados obtenidos, y a falta del análisis de un mayor número de materiales, se propone la expresión (2) como nueva posible correlación para el cálculo de la tenacidad a la fractura de los aceros a partir de resultados SPT sobre probetas con entalla longitudinal no pasante. Esta metodología permitiría obtener la tenacidad a la fractura de cualquier material utilizando la curva SPT experimental y una numérica sin daño.

$$J_{IC} = -0.22 \cdot \Delta E_{Max}^{SPT} + 735 \tag{2}$$

3.2 Análisis mediante el CTOD

En la figura 5 se muestra la evolución de la apertura del frente de grieta, δ_{SPT} , frente al desplazamiento del punzón, *d*, obtenida mediante simulación numérica para los dos materiales ficticios (ver tabla 2) y para dos espesores de probeta diferentes. Se puede observar como ésta relación es prácticamente idéntica hasta que el punzón alcanza un desplazamiento de 1 mm, momento en el cual las curvas empiezan a divergir levemente. En virtud de estos resultados, y sin pérdida de una gran precisión, podemos considerar, que esa relación es única para cualquier material y variación de espesor en el rango de los analizados.



Figura 5. Relación entre δ_{SPT} y el desplazamiento del punzón, d, obtenida numéricamente

De este modo, y tomando la curva numérica δ_{SPT} - *d* del acero S355 como maestra (al tratarse del material que exhibe un mayor desplazamiento de punzón en las curvas experimentales), la figura 6 recoge los pares de datos δ_{SPT} - *d* obtenidos experimentalmente tras los distintos ensayos interrumpidos de los cuatro aceros analizados. Como puede observarse, los resultados experimentales de los cuatro aceros siguen la relación numérica hasta un cierto punto en el que comienzan a divergir (puntos señalados mediante un círculo en la figura 6).

Analizados estos valores, se observa que corresponden a probetas cuyo ensayo fue interrumpido muy cerca de los puntos en los que las curvas numéricas y experimentales de la figura 3 comienzan a divergir (señalados también con círculos en dicha figura), valor que puede ser considerado como el inicio del crecimiento de la grieta. A partir de ese punto, cada material muestra una progresión δ_{SPT} - *d* diferente hasta que se produce la rotura.



Figura 6. Valores de δ_{SPT} vs desplazamiento del punzón

Basándose en estas observaciones, se ha calculado el valor de δ_{SPT} para las siguientes situaciones: inicio de la grieta, δ_{ini}^{SPT} (punto en el que las curvas numérica y experimental se separan) y para el punto de rotura, considerado éste como el de carga máxima, δ_{Pmax}^{SPT} , o el de desplazamiento máximo, δ_{Dmax}^{SPT} en caso de que no se produjera la caída brusca de carga (caso del material S355). La Tabla 4 recoge los valores obtenidos con los cuatro aceros analizados.

Material	$\delta^{\scriptscriptstyle SPT}_{\scriptscriptstyle ini}$ (mm)	δ_{Pmax}^{SPT} (mm)	δ_{Dmax}^{SPT} (mm)
S355	0.27	0.39	0.56
CrMoV	0.19	0.42	0.42
H8	0.17	0.38	0.38
WM	0.19	0.27	0.27

Tabla 4. Valores de $\delta_{\rm SPT}$ obtenidos experimentalmente

Por su parte, la tabla 5 muestra los valores del CTOD, tanto al inicio del crecimiento de la grieta (punto donde la curva *J-R* se separa de la blunting line), $\delta_{ini}^{standard}$, como para un crecimiento de 0.2mm, $\delta_{IC}^{standard}$, obtenidos de ensayos convencionales de tenacidad (curvas *J-R*) [3].

Tabla 5. CTODs obtenidos de ensayo de fractura convencionales

Material	$\delta_{ini}^{standard}(\mathrm{mm})$	$\delta_{IC}^{standard}$ (mm)
S355	0.750	0.900
CrMoV	0.210	0.417
H8	0.150	0.240
WM	0.008	0.008

Al objeto de establecer alguna relación entre los CTODs standard y los SPT, ambos tipos de medida se han confrontado en la figura 7. Como puede observarse, existe una muy buena correlación entre el valor del CTOD crítico convencional, $\delta_{IC}^{standard}$, y el obtenido en el ensayo SPT en el punto de desplazamiento máximo previo a la caída brusca de carga, δ_{Dmax}^{SPT} . Esta correlación no puede establecerse, sin embargo, utilizando el valor de $\delta_{P_{max}}^{SPT}$, (obtenido en carga máxima), ya que se incumpliría en el caso de materiales de elevada tenacidad, que como el S355, no exhiben una caída brusca de carga una vez sobrepasada dicha carga. Tampoco puede establecerse una relación óptima entre los valores del CTOD correspondientes al inicio del crecimiento de grieta, lo que sin duda es debido a la dificultad de obtener una medida precisa de los mismos.



Figura 7. δ_{SPT} vs $\delta_{Standard}$

En base a todo lo anterior, parece posible establecer una correlación entre el δ_{SPT} obtenido en el punto de desplazamiento máximo y el δ_{IC} standard:

$$\delta_{IC} = 3.12 \cdot \delta_{Dmax}^{SPT} - 0.88 \tag{3}$$

Para corroborar todo lo anterior, en la figura 8 se recoge el aspecto general presentado por probetas de los aceros S355 (figura 8.a), H8 (figura 8.b) y WM (figura 8.c) cuyo ensayo fue interrumpido en el punto de carga máxima, junto con imágenes más detalladas del fondo de la entalla de estas mismas probetas (figuras 8.d, 8.d y 8.f, respectivamente). Como puede observarse, tanto el valor de la apertura de la entalla (δ_{SPT}) como el tamaño de las grietas presentes en cada material, es completamente diferente. En el caso del acero S355 (figura 8.a y 8.d) no se observan prácticamente grietas y las existentes son muy pequeñas. El acero H8 (similar al CrMoV), sin embargo, presenta grietas mucho más profundas (figura 8.e) pero no tanto como las correspondientes al WM (figura 8.d) que exhibía la menor tenacidad.



Figura 8. Ensayos SPT interrumpidos al 100% de carga. a) Vista general S355; b) Vista general H8; c) Vista general CrMoV; d) Detalle de grietas en S355; d) Detalle de grietas en H8; d) Detalle de grietas en CrMoV

Apreciando esas diferencias en el tamaño de las grietas a partir de imágenes tomadas en la superficie de la entalla, y ante la idea de medir el crecimiento de la grieta en el curso de los ensayos SPT, se realizaron diversos intentos, utilizando varias técnicas, que permitieran discernir el crecimiento estable del proceso de rotura final, al objeto de analizar las superficies de fractura (fatiga tras el ensayo, rotura de la probeta a baja temperatura u alta velocidad de deformación...). No obstante, los resultados obtenidos han sido muy aleatorios, lo que no nos ha permitido aún llegar a establecer conclusiones definitivas.

CONCLUSIONES

El trabajo descrito en este artículo permite establecer las siguientes conclusiones

- 1. Se han presentado dos posibles metodologías para la obtención de la tenacidad a fractura de aceros mediante el uso del ensayo SPT con probetas entalladas.
- 2. Parece existir una correlación entre los parámetros energéticos de fractura, (*G* o *J*) y un parámetro que define la sensibilidad del material a la entalla SPT
- 3. Se ha mostrado una posible correlación entre el *CTOD* obtenido en los ensayos convencionales y el medido en la boca de la entalla de un ensayo SPT en el punto de desplazamiento máximo previo a la caída brusca de carga.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer la financiación recibida del Ministerio de Energía y Competitividad en el marco del proyecto MAT2014-58738-C3-1-R y KHISGROUP al Instituto de Desarrollo Económico del Principado de Asturias, a través de la subvención IDE/2016/000283 dirigida a Empresas de Base Tecnológica.

REFERENCIAS

[1] T.E. García et al. Estimation of the mechanical properties of metallic materials by means of the small punch test. Journal of Alloys and Compounds 582 (2014)

[2] EC 101162, Small Punch Test Method for Metallic Materials, European Committee for Iron and Steel Standardization.

[3] ASTM E 1820-08a, Standard Test Method for Measurement of Fracture Toughness, American Society for Testing and Materials.

[4] E. Cárdenas et al. Application of the small punch test to determine the fracture toughness of metallic materials. Fat. & Fract. Eng Mat & Struc, 35, 5 (2012) 441–450.

[5] Lacalle et al. Use of Small Punch Notched Specimens in the Determination of Fracture Toughness. Proceedings of PVP2008, (2008).

[6] T.E. García, et al. Development of a new methodology for estimating the CTOD of structural steels using the small punch test. Engineering Failure Analysis 50 (2015).

[7] II Cuesta. El uso del ensayo miniatura de punzonado para la evaluación de las propiedades a fractura de materiales metálicos. Trabajo investigador, (2017).

ANÁLISIS DE LA FRAGILIZACIÓN POR HIDRÓGENO DE UN ACERO CrMoV MEDIANTE PROBETAS SE(T)

G. Álvarez, A. Zafra, F.J. Belzunce, C. Rodríguez

SIMUMECAMAT research group, Universidad de Oviedo. Edificio Departamental Oeste. 7.1.17. Campus Universitario, 33203 Gijón, Spain. * Persona de contacto: cristina@uniovi.es

RESUMEN

En este trabajo se han utilizado probetas SE(T) de un acero CrMoV templado y revenido que se han precargado con hidrógeno mediante dos metodologías: precarga a presión (19.5 MPa y 450°C) y precarga electrolítica (4 horas y 2 mA/cm²). Para favorecer la precarga electrolítica, se utilizaron probetas de pequeño espesor (1 mm) y ante la imposibilidad de utilizar extensómetros tipo COD, los valores del tamaño de la grieta fueron obtenidos mediante técnicas de video-correlación de imágenes. El efecto del hidrógeno introducido mediante ambos métodos fue analizado mediante la comparación de las curvas J-R correspondientes a probetas con y sin hidrógeno precargado, obteniéndose el índice de fragilización en cada caso. Además, los ensayos fueron realizados utilizando distintas velocidades de desplazamiento al objeto de analizar el efecto del tiempo de difusión disponible en la fragilización de este acero. Los resultados obtenidos muestran que en el caso de la geometría SE(T) utilizada, el método de precarga electrolítica con un índice de fragilización de casi el 35% es mucho más efectivo que la precarga a presión cuyo índice de fragilización apenas supera el 5%. Además, el efecto fragilizador del hidrógeno aumenta conforme disminuye la velocidad de ensayo, alcanzándose índices de fragilización de hasta el 50% con velocidades 100 veces más lentas que la standard.

PALABRAS CLAVE: Fragilización por hidrógeno, SPT, tenacidad a fractura y precarga de hidrógeno.

ABSTRACT

In this work, SE(T) specimens machined from quenched and tempered CrMoV steel plates were hydrogen pre-charged with two different methodologies: in a high pressure and high temperature hydrogen reactor (19.5 MPa and 450°C) and using a cathodic methodology (4 hours and 2 mA/cm²). To supply a better cathodic pre-charge, specimens with little thickness (1 mm) were used and the crack growth was obtained from video-correlation analysis. The effect of the hydrogen precharged by both methodologies was analysed by comparison of the J-R curves obtained with and without hydrogen. The embrittlement indexes were obtained from the relationship between the fracture toughness for the different conditions. Furthermore, different displacement rates have been used to analyse the effect of the time in the embrittlement of the steel. Using the geometry SE (T) the obtained results show that the electrolytic pre-charge method, with an embrittlement index of almost 35% is much more effect on fracture embrittlement increases as the test speed decreases, reaching embrittlement indexes of up to 50% at speeds 10 times slower than the standard.

KEYWORDS: Hydrogen embrittlement, SE(T), J-R curves. hydrogen precharging.

1 INTRODUCCIÓN

La fragilización por hidrógeno es uno de los fenómenos cuyo estudio está siendo cada vez más importante debido a la problemática que este conlleva [1]. Existe una multitud de escenarios en los cuales grandes estructuras, como los depósitos a presión para contener hidrógeno, donde a menudo son empleados los aceros CrMo(V), podrían experimentar un notable descenso en sus propiedades mecánicas. Este tipo de estructuras están sometidas a importantes solicitaciones de carga a la vez que se encuentran expuestas a un ambiente rico en hidrógeno, lo que, debido a la entrada y difusión de este elemento en la microestructura del acero, podría desencadenar el conocido proceso de fragilización por hidrógeno (FPH).

La correcta evaluación de este fenómeno en condiciones de laboratorio, conlleva la realización de ensayos que reflejen, del modo más preciso posible, las condiciones reales de servicio. Obviamente, esto acarrearía la realización de ensayos infinitamente lentos (cuasiestáticos) y bajo condiciones de ambiente de hidrógeno que, en la mayor parte de los casos, serían prácticamente irreproducibles sin el uso de instalaciones tremendamente costosas [2]. Se hace necesario, por tanto, diseñar metodologías de ensayo suficientemente sencillas, pero capaces, a su vez, de reproducir el

fenómeno lo más fielmente posible. Este es el caso de los ensayos sobre probetas precargadas, en los que, tras hacer entrar el hidrógeno en la red del material de manera fortuita, el ensayo se realiza en condiciones ambientales normales. Los métodos de precarga más utilizados son los realizados en un reactor a presión o en una celda electrolítica [3]. Los métodos electrolíticos resultan relativamente baratos y sencillos de realizar en cualquier laboratorio, pero su uso es inasumible cuando el espesor de la probeta supera los 5 mm, ya que serían necesarios meses, o incluso años, para llegar a una concentración homogénea del hidrógeno en la probeta [2]. Por su parte, la precarga a presión necesita del uso de reactores que introducen el hidrógeno en condiciones de alta presión y temperatura, por lo que puede utilizarse para precargar probetas de prácticamente cualquier tamaño, no obstante, el equipamiento necesario es mucho más complejo y costoso, y además, su uso no ha dado buenos resultados sobre probetas de pequeñas dimensiones (SPT) [4], si bien en ese caso se culpabilizó más a la menguada triaxialidad de estas probetas que a la cantidad de hidrógeno precargada.

En este sentido, y con el objetivo de comparar exclusivamente el efecto del método de precarga utilizado, en este trabajo se utilizan probetas con la misma geometría, tipo SE(T) de 1 mm de espesor y preagrietadas por fatiga, que, tras ser precargadas con hidrógeno por ambos métodos, se han ensayado a fractura en condiciones ambientales de laboratorio. Los resultados obtenidos se comparan con los exhibidos por probetas libres de hidrógeno, obteniéndose así los índices de fragilización en cada caso. Los resultados obtenidos también han sido comparados con los correspondientes a ensayos convencionales de fragilización por hidrógeno realizados sobre probetas CTs previamente precargadas térmicamente en un reactor a presión. Por último, se evalúa el efecto de la velocidad de carga, comparando las curvas J-R obtenidas a dos velocidades de ensavo distintas.

2 MATERIALES Y CARACTERIZACIÓN EXPERIMENTAL

2.1. Material utilizado

El material utilizado en este trabajo es un acero 2.25Cr1Mo0.3V (SA 542 Grade D-Class 4) austenizado a 925°C durante 30 minutos, templado en agua y, finalmente revenido a 720 °C durante 3 horas. Este fue suministrado en forma de chapa de 108 mm de espesor. La tabla 1 recoge la composición química del acero y la figura 1 su microestructura, formada mayoritariamente por martensita revenida, en la que se hace notar la presencia de carburos alineados en las lajas martensíticas. También puede observarse la precipitación de estos, tanto en las fronteras como en el interior de los granos austeníticos.

Tabla 1. Composición química (% en peso) del acero

С	Mn	Si	Cr	Ni	Mo	V
0.15	0.52	0.086	2.27	0.19	1.06	0.3



Figura 1. Microestructura del acero utilizado

La caracterización a tracción de este acero, mostró un material prácticamente isótropo en las tres direcciones principales (laminación, transversal y espesor de la chapa), con unos parámetros característicos a tracción (módulo elástico, E, límite elástico, σ_0 , y resistencia mecánica, σ_u , recogidos en la Tabla 2. En esta tabla también se incluyen los parámetros de la ley potencial de comportamiento plástico (expresión 1)

$$\frac{\varepsilon_{pl}}{\varepsilon_0} = \alpha \left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right)^n \tag{1}$$

Tabla 2. Propiedades mecánicas a tracción

E (GPa)	σ_0 (MPa)	σ_u (MPa)	n	α
209	590	700	10	1.05

Como se recoge en trabajos anteriores [4], el material también fue caracterizado a fractura utilizando probetas compactas de 48 mm de ancho y 10 mm de espesor neto, siguiendo la norma ASTM E1820 [5], mediante el método uniprobeta y utilizando una velocidad de desplazamiento de 1 mm/min. La tabla 3 recoge el valor del parámetro característico de fractura para un crecimiento de grieta de 0.2 mm, J_{IC}, así como la pendiente de la curva, dJ/da, en el tramo comprendido entre 0.2 y 2 mm de crecimiento de grieta. Utilizando esta misma geometría de probeta, se analizó el efecto del hidrógeno mediante precarga a presión [6], tanto a la velocidad standard (1mm/min) como a velocidades 10 (0.1 mm/min) y 100 veces más lentas (0.01mm/min). Los resultados obtenidos, se recogen en la tabla 3 (valores de J_{IC_HPrs} y dJ/da_HPrs). La tabla 3 también recoge el índice de fragilización obtenido en cada una de las condiciones de ensayo, calculado según la expresión (2). Como puede observarse, con esta geometría de probeta y método de precarga de hidrógeno se alcanzan índices de fragilización del 25% utilizando la velocidad standard y de hasta un 45%/48% con velocidades 10 o 100 veces más lentas.

$$IF(\%) = \frac{J_{IC} - J_{IC} - HPrs}{J_{IC}} \cdot 100$$
⁽²⁾

Tabla 3. Tenacidad a fractura en probetas CT e índice de fragilización inducido por hidrógeno

Condición	J _{IC} (kJ/m ²)	IF (%)	$J_{\Delta a=1.5mm}$ (kJ/m ²)	$IF_{\Delta a=1.5mm}$ (%)
No H ₂ v=1mm/min	650	-	1800	-
H ₂ pres. v=1mm/min	540	24	1500	16
H ₂ pres. v=0.1mm/min	420	44	1000	44
H ₂ pres. v=0.01mm/min	424	48	820	55

2.2. Caracterización a fractura mediante probetas SE(T)

En este trabajo se realizó la caracterización a fractura de este acero tanto en condiciones normales como en presencia de hidrógeno precargado, utilizando probetas SE(T) de 105 mm de longitud, 25 mm de ancho y 1 mm de espesor, que fueron preagrietadas hasta alcanzar una relación a/W \cong 0.5. Tras el preagrietamiento, una parte de las probetas fueron ensayadas sin hidrógeno, otra parte fueron ensayadas tras realizar una precarga de hidrógeno gaseoso en un reactor a presión y otras utilizando una precarga electrolítica.

La precarga mediante hidrógeno gaseoso a presión, se llevó a cabo en un autoclave (reactor de hidrógeno) disponible en la Fundación Idonial, situada en Avilés (Asturias), utilizando una presión de 195 bares y una temperatura de 450°C durante un tiempo de 21 horas. Para extraer las probetas del reactor debe realizarse una rampa de enfriamiento desde 450°C hasta 80°C con una duración de 1 hora, en la que se mantiene la presión de hidrógeno. Una vez extraídas del reactor, las probetas se introducen en nitrógeno líquido (-196°C), donde se mantienen hasta la realización de los ensayos correspondientes. Para conocer el contenido de hidrógeno en las probetas mediante este método de precarga, se introdujeron en el reactor, muestras de material del mismo ancho y espesor que las probetas SE(T) y una longitud suficiente para asegurar una medida fiable en un analizador de hidrógeno LECO DH603 (unos 20 g de peso), que fueron cargados en las mismas condiciones que las probetas de fractura.

El contenido de hidrógeno medido en este grado de acero fue de unas 4.2 ppm (teniendo en cuenta la rampa de enfriamiento previa a la extracción de las muestras del autoclave), valor muy próximo al introducido mediante carga electrolítica. Este contenido final alcanzado después de las 21 horas de carga y, realizada tras la ya mencionada rampa de enfriamiento, extracción e introducción de las muestras cilíndricas en nitrógeno líquido, fue medido mediante el uso del analizador de hidrógeno LECO DH603, con el que también se midieron los contenidos de hidrógeno introducidos mediante el uso de la carga electrolítica. Por su parte, para llevar a cabo la carga electrolítica, se eligió como electrolito el siguiente medio ácido: 2M $H_2SO_4 + 0.25g/1 As_2O_3$ (pH=1). Se suministró una densidad de corriente de 2 mA/cm² aplicada durante un tiempo de carga de 4 horas. Estas condiciones de carga de hidrógeno se establecieron tras un proceso de análisis consistente en precargar distintas muestras de 50x10x1mm con diferentes intensidades y tiempos, para posteriormente medir el contenido de hidrógeno. La Tabla 4 recoge los resultados de este análisis, en los que se advierte que, con este material, electrolito e intensidad de corriente, a las 4 horas ya se alcanzaba la saturación.

Tabla 4. Contenido en hidrógeno para diferentes tiempos de inmersión en el electrolito $(i=2mA/cm^2)$

Tiempo de precarga (h)	Concentración de H (ppm)
4	4.4
15	4.5
66	4.3

Los ensayos de fractura de las probetas SE(T) fueron realizados en una máquina MTS de 15 kN de capacidad de carga y en condiciones standard de laboratorio. Por su parte, y dado el pequeño espesor de estas probetas, la medida de desplazamiento y deformación se realizaron con la ayuda de un equipo de video-correlación de imágenes. Para este ensayo se han utilizado unas lentes Titanar de 50 mm con un campo de medida de 35x25 mm².

Aunque estas probetas no están normalizadas, los ensayos se realizaron siguiendo las recomendaciones de la norma ASTM E1820, por lo que se eligió una velocidad de ensayo de 0.1mm/min en la determinación de la tenacidad del acero original y de algunas de las probetas precargadas. No obstante, y al objeto de analizar el efecto de la velocidad de carga sobre el comportamiento a fractura de las probetas precargadas, éstas también fueron ensayadas utilizando velocidades de desplazamiento 10 veces más lentas (v=0.01mm/min).

Durante la realización de los ensayos se registraron los valores de carga y desplazamiento, así como imágenes de ambas superficies de la probeta. De este modo, el valor de la integral *J* en un instante, *i*, se determinó de acuerdo con la expresión (3) [7], donde U_i es el área total bajo la curva carga-desplazamiento, B el ancho de la probeta, b_i =(W-a_i) la longitud del ligamento resistente y η_i el coeficiente de constricción de esta geometría, que inicialmente se tomó igual a 1.

$$J_i = \frac{\eta_i U_i}{Bb_i} \tag{3}$$

Por su parte, el valor del tamaño de grieta en cada instante, se determinó de forma directa sobre la superficie de las probetas, analizando las imágenes tomadas por el equipo de videocorrelación en ese preciso instante, como puede verse en la figura 2.



Figura 2. Imagen del tamaño de la grieta en un instante del ensayo

3 RESULTADOS

3.1. Tenacidad a fractura con probetas SE(T)

La figura 3 muestra la curva J-R obtenida tras el ensayo de tres probetas SE(T) exentas de hidrógeno, donde los valores de J fueron obtenidos aplicando la expresión (3) y utilizando un valor de $\eta_i = 1$, ya que a priori, el valor de dicho coeficiente para esta geometría concreta es desconocido. No obstante, el valor de dicho coeficiente puede ser estimado teniendo en cuenta que la tenacidad del material, medida en unas determinadas condiciones de presión y temperatura, debe ser independiente de la geometría de probeta utilizada. Así, si comparamos los valores de J_i obtenidos, para un determinado valor de Δa , con la geometría SE(T) y la CT [4], obtenemos el valor de η_i sE(T) en función del tamaño de la grieta:

$$J_{i_CT} = J_{i_SE(T)} \rightarrow \eta_{i_SE(T)} = \frac{J_{i_CT}}{J_{i_SE(T)}|\eta=1}$$
(4)



Figura 3. Curvas J-R del acero CrMoV sin hidrógeno y precargado mediante los dos métodos, ensayado a v=0.1mm/min

La figura 4 recoge los valores de $\eta_{i_SE(T)}$ obtenidos en función del tamaño de grieta adimensionalizado, $\Delta a/W$. Como puede observarse, y excepto al inicio del crecimiento, donde los valores estimados de Δa , al ser pequeños, podrían estar sujetos a un mayor grado de error, el valor de este coeficiente podría considerarse constante e igual a 1.55, valor, obviamente, inferior al correspondiente al de la probeta compacta ($\eta_{i_CT} \cong 2$) cuya triaxialidad es superior al de la probeta SE(T) utilizada.



Figura 4. Variación de $\eta_{\text{LSE}(T)}$ con el tamaño de grieta

3.2. Efecto del método de precarga utilizado

Las curvas J-R correspondientes a las probetas precargadas y ensayadas a la velocidad standard de 0.1 mm/min, se muestran, junto con la correspondiente al acero sin hidrógeno, en la figura 3. Por su parte, la Tabla 5, recoge los valores de J obtenidos para distintos crecimientos de grieta ($\Delta a=0.2, 0.5 \text{ y } 1 \text{ mm}$).

Tabla 5. Valores de J para distintos crecimientos de grieta y una velocidad de ensayo v=0.1mm/min

	J _{0.2} (kJ/m ²)	J _{0.5} (kJ/m ²)	J _{1.0} (kJ/m ²)
Sin H ₂	459 ± 12	631 ± 25	803 ± 41
Carga presión v=0.1mm/min	408 ± 27	580 ± 37	756 ± 47
Carga catódica v=0.1mm/min	271 ± 87	382 ± 66	496 ± 32

Como puede observarse, el efecto del hidrógeno se hace notar tanto en un caso como en otro, si bien la precarga catódica genera una mayor fragilización por hidrógeno, con un índice de fragilización que se sitúa en torno al 40%, como queda reflejado en la tabla 6. La precarga a presión, por su parte, genera resultados bastante variables, que pueden deberse a que no siempre se alcancen las mismas condiciones en el reactor o que la cantidad de hidrógeno difusible que tienen las probetas

Tabla 6. Índices de fragilización para distintos crecimientos de grieta y v=0.1mm/min

	$\Delta a=0.2mm$	$\Delta a=0.5$ mm	$\Delta a=1.0$ mm
Carga presión v=0.1mm/min	8 ± 4	8 ± 2	6 ± 1
Carga catódica v=0.1mm/min	41 ± 18	39 ± 8	38 ± 1

El diferente efecto de la condición de precarga de hidrógeno se hace notar, asimismo, en las superficies de fractura generadas en estas tres condiciones de ensayo. En ausencia de hidrógeno, el acero analizado muestra una superficie de fractura típica de un mecanismo dúctil, con nucleación, crecimiento y coalescencia de microcavidades (Figura 5.a).



Figura 5. Superficies de fractura del acero original (a), y precargado a presión (b) y electrolíticamente (c)

Por su parte, la superficie de fractura de las probetas precargadas a presión (Figura 5.b), muestra la convivencia del mecanismo original junto con facetas típicas de un mecanismo frágil. Por último, las probetas precargadas electrolíticamente, muestran una superficie de fractura dominada por mecanismos frágiles típicos de la presencia de hidrógeno en la red (Figura 5.c).

3.3 Efecto de la velocidad de ensayo

La Figura 6 muestra, a modo de comparación, las curvas J-R obtenidas mediante probetas SE(T) precargadas, pero

ensayadas a dos velocidades de desplazamiento distintas: la standard y una 10 veces más lenta. La Tabla 7, recoge los valores de J obtenidos, para distintos crecimientos de grieta ($\Delta a=0.2, 0.5 \text{ y 1 mm}$).



Figura 6. Curvas J-R del acero CrMoV precargado con hidrógeno a presión y electrolíticamente y ensayado a distintas velocidades de carga.

Tabla 7. Valores de J de las probetas precargadas para distintos crecimientos de grieta y v=0.01mm/min

	J _{0.2} (kJ/m ²)	J _{0.5} (kJ/m ²)	J _{1.0} (kJ/m ²)
Carga presión v=0.01mm/min	432 ± 27	566 ± 31	695 ± 20
Carga catódica v=0.01mm/min	234 ± 41	323 ± 15	413 ± 34

Como puede observarse, e independientemente del tipo de precarga utilizado, el efecto de la velocidad se hace notar, de modo que para cualquier valor del crecimiento de grieta la tenacidad del material disminuye conforme disminuye la velocidad de ensayo. No obstante, y como puede observarse en la tabla 8, de nuevo son las probetas precargadas catódicamente las que muestran una mayor sensibilidad, alcanzándose índices de fragilización, similares a los mostrados por las probetas compactas ensayadas a la misma velocidad de desplazamiento (ver tabla 6). La precarga a presión, por su parte, aunque también muestra una ligeramente mayor fragilización a velocidades lentas, vuelve a revelarse menos efectiva en el análisis de la fragilización por hidrógeno de estos aceros.

Tabla 8. Índices de fragilización para distintos crecimientos de grieta y v=0.01mm/min

	∆a=0.2mm	$\Delta a=0.5$ mm	$\Delta a=1.0$ mm
Carga presión v=0.01mm/min	8 ± 7	10 ± 8	13 ± 5
Carga catódica v=0.01mm/min	49 ± 10	49 ± 3	50 ± 1

4 **DISCUSION**

El hecho de que en la mayor parte de los aceros estructurales el fenómeno de fragilización por hidrógeno

únicamente sea detectable en presencia de un concentrador de tensiones (grieta o entalla), se debe a la avidez demostrada por este elemento a difundir hacia las regiones de máxima triaxialidad, donde se acumulará, propiciando la fragilización. Esto explica el hecho de que aun sometidas a las mismas condiciones de precarga de hidrógeno a presión, cuando se utilizan las probetas (CT) el efecto del hidrógeno sea mucho más notable que cuando la geometría ensayada es la SE(T). Así, utilizando una velocidad de deformación parecida (1mm/min para las CT y 0.1 mm/min para las SE(T)) las probetas CT alcanzan índices de fragilización del 25% mientras que las segundas apenas superan el 10%. Obviamente, cuando la velocidad de deformación se hace 10 veces más lenta, en ambos casos se hace patente el efecto del mayor tiempo del que dispone el hidrógeno para alcanzar las zonas de máxima triaxialidad, si bien de nuevo, el efecto atractivo de estas zonas será mayor en las probetas CT, de mayor triaxialidad.

Por su parte, el hecho de que las probetas SE(T) precargadas electrolíticamente, con idéntica triaxialidad y ensayadas en las mismas condiciones, sean más sensibles al efecto del hidrógeno que las precargadas a presión, se fundamentaría en la mayor cantidad de hidrógeno difusible que la precarga electrolítica introduciría en las probetas. En la tabla 9 se recogen los valores de la concentración de H2, medidos en el momento del inicio de los ensayos, C_{H0}, en función del tipo de precarga utilizada. En esta tabla también se incluye la concentración de hidrógeno residual, CHf, (fuertemente atrapado), obtenida tras la realización de análisis de desorción [8], y que obviamente es idéntica en ambos casos, ya que es un parámetro del material. Como puede verse, la cantidad de hidrógeno difusible (responsable del fenómeno de fragilización), C_{H0}-C_{Hf}, en las probetas precargadas electrolíticamente, duplica al disponible en las precargadas a presión, y esto explica la menor sensibilidad al hidrógeno de estas últimas, aún ensayadas en las mismas condiciones que la precargadas electrolíticamente. Esa mayor cantidad de hidrógeno difusible obtenida mediante la precarga electrolítica es la suficiente como para generar en las probetas SE(T), de menor triaxialidad, el mismo efecto fragilizador que el obtenido con las probetas CT precargadas a presión.

Tabla 9. Hidrógeno inicial (C_{H0}), final (C_{Hf}) y difusible (C_{H0} - C_{Hf}) para las dos temperaturas de revenido

	C _{H0} [ppm]	C _{Hf} [ppm]	C _{H0} -C _{Hf} [ppm]
Carga a presión	4.2	4	0.2
Carga catódica	4.4	4	0.4

5 CONCLUSIONES

El trabajo descrito en este artículo permite establecer las siguientes conclusiones:

- 1. La utilización de probetas SE(T) ha permitido la caracterización a fractura el acero CrMoV, tanto en condiciones standard como bajo dos tipos de precarga de hidrógeno, a presión y electrolítica.
- La susceptibilidad del acero CrMoV a la presencia de hidrógeno en la red, es perfectamente cuantificable utilizando probetas SE(T), sea cual sea el tipo de precarga utilizada, si bien la precarga electrolítica, produce un mayor efecto fragilizador, al lograr introducir más hidrógeno en la red.
- 3. Esta metodología de ensayo también permite cuantificar el efecto de la velocidad de solicitación sobre el fenómeno de fragilización, lográndose niveles de fragilización comparables a los obtenidos utilizando probetas standard, de mucho mayor tamaño y por tanto más costosas de ensayar, tanto desde el punto de vista de la precarga de hidrógeno (deben precargarse a presión) como del ensayo propiamente dicho (son necesarios tiempos de ensayo mucho más largos).

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer la financiación recibida del Ministerio de Energía y Competitividad en el marco del proyecto MAT2014-58738-C3-1-R.

REFERENCIAS

[1] Gangloff R.P., Sommerday B.P. Edit., Gaseous hydrogen embrittlement of materials in energy technologies, Woodhead Publishing, 2012.

[2] J. Yamabe, et al., *Int. J. Hydrogen Energy*, vol. 40, no. 34, pp. 11075–11086, 2015.

[3] T.E. García et al., *Theoretical and Applied Fracture Mechanics* 86 (2016) 89–100

[4] I. Díaz, G. Alvarez, B. Arrollo, FJ Belzunce and C. Rodríguez. *Anales de Mecánica de la Fractura*, 2018

[5] ASTM E 1820-08a, American Society for Testing and Materials.

[6] L.B. Peral, A. Zafra, C. Rodríguez and J. Belzunce. *International Journal of Hydrogen Energy*, 44 (2019) 3953-3965

[7] T.L. Anderson, *Fracture Mechanics*, 3rd Edition. CRC Press, 2005.

[8] L.B. Peral, A.Zafra, C.Rodríguez and J.Belzunce. *Procedia Structural Integrity* 5 (2017) 1275-1282.

SIMULACIÓN MEF DEL ENSAYO DE ROTURA A TRACCIÓN DEL ACERO CORRUGADO TEMPCORE B500SD

B. Hortigón^{1*}, F. Ancio¹, G. Roldán¹, J.M. Gallardo²

¹ Grupo de Ingeniería y Estructuras.
 Escuela Politécnica Superior. Universidad de Sevilla.
 Virgen de África, 7, 41011. Sevilla-España

 * Persona de contacto: <u>bhortigon@us.es</u>
 ² Grupo de Metalurgia e Ingeniería de Materiales
 Escuela Técnica Superior de Ingeniería. Universidad de Sevilla.
 Camino de los Descubrimientos s/n. 41092 Sevilla.

RESUMEN

Determinar, a partir del ensayo de tracción, el comportamiento mecánico hasta rotura de los aceros corrugados Tempcore B500SD es un tema complejo ya que los resultados experimentales arrojan un comportamiento no axialsimétrico durante la fase de estricción, lo que descarta de inicio la aplicación de la teoría de Bridgman para el cálculo de las tensiones de plastificación del material. A consecuencia de ello, resulta necesaria la realización de un análisis 3D de la geometría del cuello. El presente trabajo describe la metodología seguida para validar mediante simulación por el método de los elementos finitos (MEF) los resultados experimentales obtenidos para este acero. Se detalla el proceso seguido para el modelado, los diferentes parámetros utilizados en la simulación y las diversas aproximaciones realizadas tras la obtención de los resultados numéricos.

PALABRAS CLAVE: Corrugado, Tempcore, Estricción, Elementos Finitos

ABSTRACT

Obtaining mechanical behaviour up to fracture of Tempcore B500SD rebar steel is a complex issue. A no axialsymmetric behaviour is obtained from experimental results. Therefore, Bridgman theory can't be applied to compute plasticizing stress of the material and it is necessary a 3D analysis of necking geometry. In this paper, methodology used to validate through Finite Elements Method (FEM) simulation the experimental results obtained for this steel is exposed. Modeling process, parameters simulation and the different approaches done after obtaining numeric results are described.

KEYWORDS: Rebar, Tempcore, Necking, Finite Elements

INTRODUCCIÓN

El conocimiento del comportamiento mecánico hasta rotura de los metales fabricados mediante laminación resulta de gran interés para los fabricantes, ya que permite determinar las verdaderas tensiones que sufre el material durante el proceso. Para los aceros estructurales, este conocimiento resulta también de gran importancia en aras de definir el comportamiento de éstos en situaciones límite como puede ser un movimiento sísmico. Concretando en las armaduras en hormigón armado, una primera aproximación para determinar su comportamiento durante la estricción es el método de Bridgman [1] para probetas cilíndricas, basado en un comportamiento axialsimétrico del material con simetría del cuello. Posteriormente, otros autores han planteado su estudio en base a parámetros independientes de la geometría del cuello, destacando la formulación de La Rosa para diversos metales [2]. En este trabajo se analiza el acero corrugado Tempcore B500SD, actualmente el más utilizado como refuerzo en las estructuras de hormigón, demostrando experimentalmente comportamiento su no axialsimétrico y comprobando la formulación de La Rosa mediante simulación MEF. Cabe destacar que se ha encontrado en la literatura escasa información sobre simulación en 3D del ensavo de rotura a tracción para

los aceros corrugados, existiendo únicamente simulaciones en 2D para ensayo de fatiga [4].

MATERIAL Y MÉTODOS

El número de probetas ensayadas ha sido de 8, todas ellas con un diámetro nominal de 14 mm (ver figura 1). El diámetro equivalente se ha determinado mediante pesado, considerando un valor de densidad del acero de 78500 N/m^3 .



Figura 1. Propiedades geométricas de las probetas

Los ensayos se han realizado conforme a las normas ISO 15630-1:2010 [5] y 6892-1:2016 [6], a una velocidad de 0.167 mm.s⁻¹. Los valores mecánicos medios obtenidos se presentan en la tabla 1. El módulo de Young (*E*), determinado mediante un extensómetro Clase 1, es de 200 GPa. La medición de los desplazamientos longitudinales y transversales durante la fase plástica de endurecimiento por deformación y la estricción se ha realizado mediante una cámara de alta resolución que, sincronizada con la máquina de ensayos, registra los datos instantáneos de fuerza.

Tabla 1.	Propiedades	mecánicas	(valores	medios)
	1		1	

	TEMPCORE [®] 2 (corrugado)
$R_{p,0.2}$ (MPa)	521.46±11.13
R_m (MPa)	647.19±1.37
$R_{m}/R_{p,0.2}$	1.24±0,03
A_{gt}	0.156±0.008
A_t	0.219±0.012
A_t	0.211±0.012

La evolución de la geometría del cuello, determinada mediante la distancia entre aletas (d_{al}) se ha obtenido mediante el análisis de 12 fotogramas asociados a dicha fase que, posteriormente, han sido procesados mediante el programa de medición de imágenes Image Pro.

Tras la comprobación de la no simetría del cuello y, por tanto, de un comportamiento no axialsimétrico [7], la documentación obtenida de los fotogramas se complementó con un escaneado en 3D de la zona del cuello para 5 de las barras ensayadas, previa unión de ambas partes mediante mecanizado (figuras 2 y 3). Para el análisis de la geometría del cuello, sobre las barras escaneadas se realizaron cortes transversales perpendiculares al eje en la zona del cuello, distanciadas 1 mm entre sí mediante el software Catia.



Figura 2. Unión por mecanizado de las barras ensayadas



Figura 3. Escaneado de la zona del cuello

RESULTADOS OBTENIDOS

En la figura 4 se muestra el diagrama ingenieril medio obtenido de los ensayos de tracción así como los valores reales de ambos parámetros (ε_z - σ_z) hasta el inicio de la estricción, obtenidos a partir de las ecuaciones de Nadai (véase Nomenclatura), en las que se tiene en cuenta la reducción del área transversal de la probeta partiendo de una deformación homogénea de la misma. Los valores reales obtenidos serán tenidos en cuenta para determinar la ley de comportamiento del material hasta el punto de tensión máxima ingenieril (R_m), determinando el inicio de la estricción en el punto. (ε_{gt} = 0.145±0.007, σ_m =747.86 MPa±4.88).



Figura 4. Diagramas tensión-deformación ingenieril y real medios

La relación d_{al} -S obtenida a partir de las secciones efectuadas en el cuello se presenta en la Figura 5. La ecuación final resulta, con un factor de ajuste R²=0.89:

$$S = 0.4974d_{al}^2 + 28.1334 \tag{1}$$



Figura 5. Relación distancia entre aletas-área en la sección mínima

Los datos F- d_{al} obtenidos de las grabaciones se han extrapolado mediante la Ec. (1) a datos F-S, permitiendo así el cálculo de la tensión axial media ($\bar{\sigma}_z$)y la deformación equivalente (ε_{equ}) en la sección mínima (véase Nomenclatura). Los datos ε_{equ} - $\bar{\sigma}_z$ que definen el comportamiento del material desde el inicio del ensayo se ajusta, con un R²=0.96, a la ecuación:

$$\overline{\sigma_z} = 1022.5 * \varepsilon_{eau}^{0.1569} \tag{2}$$

Descartado el cálculo de la tensión equivalente (σ_{equ}), según el criterio de plastificación de Von-Mises, en la sección mínima a partir de la formulación de Bridgman [1], se ha optado como primera aproximación la utilización de la Ec. (3), propuesta por La Rosa [2], la cual es independiente de la geometría del cuello.

$$\frac{\sigma_{equ}}{\overline{\sigma_{z}}} = 0.9969 - 0.6058 (\varepsilon_{equ} - \varepsilon_{m})^{2} + 0.6317 (\varepsilon_{equ} - \varepsilon_{m})^{3} - 0.2107 (\varepsilon_{equ} - \varepsilon_{m})^{4}$$
(3)

La ley final de comportamiento del material queda inicialmente definida, con un ajuste $R^2=0.99$, por la ecuación:

$$\sigma_z = 982.72 * \varepsilon_{equ}^{0.1422} \tag{4}$$

En la figura 5 se encuentran representadas ambas leyes de comportamiento. La deformación equivalente máxima (ε_{equ}) en la sección mínima alcanza un valor en rotura de 0.527, asociado a un valor de tensión de (σ_{equ}) de 869.68 MPa.



Figura 5. Diagramas tensión-deformación hasta rotura

SIMULACIÓN MEF

Modelado geométrico

La simulación se ha realizado mediante el programa Ansys Workbench 16.0. Inicialmente se ha optado por un modelo de barra corrugada de 4,5 cm de longitud de diámetro nominal de 14 mm, similar al de las barras ensayadas. Sin embargo, tras un análisis de la geometría comprobado que su sección real no es circular sino elíptica (debido al propio proceso de fabricación de la misma). De esta forma, el modelo MEF se genera a partir de una sección elíptica, con semiejes de 14 y 12.6 mm. Por otro lado, la barra se ha modelado con un núcleo y un anillo exterior, similar a la estructura interna del material fruto de su proceso de fabricación, que permitirá en un futuro, si se cree conveniente, realizar el estudio teniendo en cuenta las diferentes propiedades mecánicas de ambas partes. Esta división en dos zonas también ha permitido optimizar la malla.

Para evitar cortes bruscos en los extremos que generen concentración de tensiones que afecten a la exactitud del modelo, se ha dispuesto en ellos una superficie troncocónica de transición entre la barra y las superficies límites superior e inferior. De esta forma, el efecto de las corrugas se va diluyendo progresivamente en los extremos. Se ha incluido en la zona central de la barra una pequeña imperfección para que el fenómeno de estricción esté localizado. Dicha imperfección inicial se ha introducido en forma de pequeña disminución de la sección transversal de la barra al haber reducido en 1 mm la dimensión mayor de la sección. Esta reducción no ha afectado a las aletas sino exclusivamente al cuerpo principal de la barra.



Figura 6. Detalles del modelado geométrico en Ansys

Condiciones de contorno y de carga

En las secciones extremas se ha impuesto un desplazamiento remoto que permite fijar desplazamientos en cualquier dirección sobre la superficie referenciada. Para evitar que el modelo se comporte como un mecanismo se han dispuesto en los extremos dos pequeños cilindros de 1 mm de diámetro y 0,5 mm de altura a los que se les permite únicamente el desplazamiento axial. Este detalle no distorsiona los resultados de la simulación al quedar muy lejos de la zona central de la barra que es donde se produce la estricción de la misma.

La simulación de la fuerza de tracción se ha realizado mediante un control por desplazamiento de las caras superior e inferior y no por control de la fuerza ya que esta opción presentaba problemas de convergencia. Los desplazamientos se han impuesto en diferentes "steps" alcanzando un valor máximo de 6,35 mm en cada extremo. Se ha optado por dotar a las dos caras (superior e inferior) de desplazamientos similares para que la estricción de la barra (que se presenta en la zona central) se produzca siempre en el punto medio de la longitud de la barra, en una zona que no experimenta desplazamientos verticales, hecho que favorece la obtención de resultados, como se verá en puntos posteriores.

Material y ley de comportamiento

Como módulo de Young (E) se ha tomado el valor obtenido experimentalmente (véase tabla 1) y 0,3 como coeficiente de Poisson. Igualmente se ha introducido como ley de comportamiento del material la correpondiente a la Ec. (4), lo que implica la realización de un análisis no lineal mecánico. Para la correcta simulación de la fase de estricción se ha activado la opción de no linealidades geométricas.

Mallado

El elemento utilizado para el mallado ha sido el Solid186, definido por 20 nodos con desplazamientos permitidos en X, Y ,Z. Dicho elemento está formulado para poder simular grandes deformaciones plásticas.

Por otro lado, aunque inicialmente tiene forma de hexaedro, puede adaptarse a un tetraedro de 10 nodos, a una pirámide de 13 o a un prisma de 15 (figura 7) para poder adaptarse a las irregularidades propias de la geometría de la barra. Las funciones de forma son adaptadas a cada caso de forma automática.



Figura 7. Características del elemento Solid 186

La malla resultante tiene un total de 45809 nodos y 25017 elementos. Para evaluar la calidad de la malla se ha realizado un análisis estadístico de la misma, resultando un valor medio de asimetría de 0.3347, valor muy aceptable dada la complejidad de la malla. Se ha realizado un análisis de convergencia de la malla para garantizar por un lado que el modelo tiende a una solución única y convergente y, por otro, que la malla utilizada tiene una densidad suficiente como para obtener una solución aceptable sin tener que utilizar recursos computacionales excesivos



Figura 8. Mallado de la barra

Obtención de la sección y del valor de la fuerza

Una vez realizado el análisis, se ha procedido a obtener en distintos instantes de la simulación tanto el área de la sección transversal de la barra en la zona de estricción como el valor de la fuerza ejercida sobre la barra. El estudio se ha centrado de forma especial en el intervalo temporal donde la estricción se ha producido. Para ello se ha tomado una imagen de la sección transversal. La imagen de la figura 9 muestra el caso concreto del estado final de la barra. Esta imagen siempre ha sido tomada en el punto medio de la longitud completa de la barra simulada. Al haber realizado un control por desplazamiento en ambos extremos de similares valores, se garantiza así que la sección de mayor estricción se produce en el punto medio. Es aquí donde se ha situado un sistema de referencia auxiliar que ha servido para posicionar el corte transversal donde se han tomado las distintas imágenes (figura 9). Este hecho se ha visto favorecido porque en este punto se situó el pequeño defecto inicial en la barra que ha favorecido la formación de la estricción.



Figura 9. Imagen de la sección transversal mínima tras la simulación MEF

A partir de esta imagen es posible obtener el área de la sección transversal. Se ha utilizado para ello el software Autocad para dibujar el contorno de la sección. La escala gráfica presente en el dibujo ha servido para colocar la imagen a escala y a partir de aquí obtener el área. El valor de la fuerza es obtenida directamente del programa Ansys.

Resultados obtenidos

A partir de la metodología explicada anteriormente, se han calculado los valores de tensión media ($\bar{\sigma}_z$) en la sección mínima y se ha realizado una comparativa con los valores obtenidos experimentalmente. Ambas leyes de comportamiento se presentan en la figura 10.



Figura 10. $\bar{\sigma}_z$ versus ε_{equ} obtenidas experimentalmente y en la simulación MEF

Para el valor máximo de ε_{equ} (0.527) experimentalmente se ha obtenido un valor de $\overline{\sigma}_z$ de 918.02 MPa mientras que el valor obtenido en Ansys alcanza los 955.80 MPa.

CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS

Como conclusiones principales destacar:

- Se ha puesto en marcha una metodología experimental para el análisis del comportamiento hasta rotura de los aceros corrugados Tempcore.
- Para la validación de los resultados se ha realizado una simulación MEF en 3D del modelo.
- La formulación de La Rosa [3] puede ser ajustada para mejorar los resultados obtenidos en la simulación MEF.
- Existe una cierta diferencia evidenciada en la figura 10 entre la tensión media obtenida experimentalmente y la obtenida por la metodología MEF que deberá seguir siendo estudiada.

Como trabajos futuros se plantean:

- Realizar una comparativa entre las secciones en la estricción obtenidas experimentalmente y en la simulación MEF con un programa de medición de imágenes de alta precisión.
- Reajustar la formulación de La Rosa para la obtención de σ_{equ} que permita un mayor ajuste en la simulación MEF, tratando de encontrar una nueva ecuación relacionada con las propiedades del material.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer la colaboración de Juan Manuel Jaramillo y Fernando Tejero, técnicos de taller de la Escuela Politécnica Superior de la Universidad de Sevilla.

Símbolo	Unidad	Definición
Ε	FL ⁻²	Módulo de Young
F	F	Fuerza axial
So	L ²	Área inicial de la sección transversal
S	L ²	Área de la sección transversal mínima
d_{al}	L	Distancia entre aletas en corrugados
R	FL ⁻²	Tensión axial ingenieril
$R_{p,0.2}$	FL ⁻²	Límite elástico
R_m	FL ⁻²	Tensión ingenieril para fuerza máxima
Α	adimens.	Deformación axial ingenieril
A_{gt}	adimens.	Deformación axial en R_m
A_t	adimens.	Deformación axial ingenieril en rotura
σ_z	FL ⁻²	Tensión axial real, $\sigma_z = R(1+A)$
\mathcal{E}_{z}	adimens.	Deformación axial real, $\varepsilon_z = \ln(1+A)$
σ_m	FL ⁻²	Tensión axial real correspondiente a A_{gt}
\mathcal{E}_{gt}	adimens.	Deformación axial real correspondiente a A_{gt}
$\bar{\sigma}_z$	FL ⁻²	Tensión axial media en la sección transversal mínima, $\overline{\sigma}_z = F/S$
σ_{equ}	FL ⁻²	Tensión equivalente o de fluencia
\mathcal{E}_{equ}	adimens.	Deformación equivalente en la sección transversal mínima, $\varepsilon_{equ} = \ln S_0/S$

NOMENCLATURA

REFERENCIAS

- [1] P.W. Bridgman. The stress distribution at the neck of a tension specimen, *Transaction of American Society for Metals*, **32**, 553–574, 1944.
- [2] G. La Rosa, G. Mirone. Postnecking elastoplastic characterization: Degree of approximation in the Bridgman method and properties of the flowstress/true-stress ratio, *Metallurgical and Materials Transactions*, **34**, 615–624, 2003.
- [3] G. K. Ganharul, N. De Braganza Azevedo, G.H. Donato. Methods for the experimental evaluation of true stress-strain curves after necking of conventional tensile specimens: Exploratory investigation and proposals, in ASME 2012 Pressure Vessels and Piping Conference, American Society of Mechanical Engineers, 2012.
- [4] S. Majumdar, R. Ali, A. Kumar, A.Deb. Optimum rib design in TMT rebars to enhance fatigue life while retaining bond strength, *Journal of Materials Civil Engineering*, **30**(3), 2018.
- [5] ISO 15630-1:2010: Steel for the reinforcement and prestressing of concrete. Test methods. Part 1: Reinforcing bars, wire rod and wire, International Organization for Standardization (Technical Commitee ISO/TC17/SC16), Ginebra, 2010.

- [6] ISO 6892-1:2016: Metallic materials.Tensile testing. Part 1: Method of test at room temperature, International Organization for Standardization (Technical Committee : ISO/TC 164/SC 1, Ginebra, 2016.
- [7] B. Hortigón, J.M. Gallardo, E.J. Nieto-García, F. Ancio, M.A. Herrera. Análisis de la geometría de la estricción en los aceros corrugados Tempcore, *Anales de Mecánica de la Fractura*, 35, 40-46, 2018.

PREDICCIÓN PROBABILÍSTICA DE FRACTURA EN COMPONENTES METÁLICOS ENTALLADOS MEDIANTE LA OBTENCIÓN DE LA CURVA MAESTRA DEL MATERIAL

A. Álvarez Vázquez^{1*}, M. Muñiz Calvente¹, F. Pelayo¹, A. Fernández Canteli¹, E. Castillo², M. J. Lamela Rey¹

¹ Escuela Politécnica de Ingeniería de Gijón, Universidad de Oviedo C/ Ortiz Berrocal s/n, 33203 Gijón, España ² Real Academia de Ingeniería de España C/ don Pedro 10, 28005 Madrid, España

* Persona de contacto: alvarezvadrian@uniovi.es

RESUMEN

La predicción de fallo de componentes entallados depende de la variación de la tenacidad a fractura con la temperatura. Esta dependencia se recoge en la denominada curva maestra para el campo K_{IC}-T. Los modelos actuales se basan en una interpretación determinista de dicha curva, ignorando la dispersión inherente al proceso de fractura para cada temperatura. En este trabajo, se proponen dos nuevos enfoques probabilísticos de la curva maestra, que permiten definir un campo K-T de curvas percentiles asociadas a la probabilidad de fallo a partir de los datos experimentales. En la primera propuesta, se supone que la temperatura actúa como un cambio de escala en la función de distribución de la tenacidad a fractura, obteniéndose así la familia de curvas percentiles. La segunda propuesta se basa en la aplicación de la condición de compatibilidad entre ambas funciones de densidad condicionadas, tenacidad a fractura y temperatura, con lo que se evita la adopción de asunciones hipótesis arbitrarias para en la derivación del modelo. Finalmente, se ilustra la aplicación de ambas metodologías propuestas con un ejemplo práctico para un acero ferrítico-perlítico, S355J2, demostrando la fiabilidad de las predicciones a rotura a diferentes temperaturas.

PALABRAS CLAVE: Tenacidad probabilística aparente a fractura; Teoría de las distancias críticas; Componentes entallados; Curva maestra; Ecuaciones funcionales.

ABSTRACT

The fracture assessment of notched components is influenced by the temperature-dependent behaviour of fracture toughness. This influence is analysed by means of a master curve related to the K_{IC} -T field. Current models propose a deterministic or limited probabilistic interpretation of the master curve, ignoring the inherent scatter of fracture toughness for a fixed temperature. In this work, two probabilistic master curve approaches are proposed, allowing us to derive the K-T field of percentile curves related to the probability of failure from the experimental data. In the first, the temperature acts as a scale-effect on the distribution function of fracture toughness while in the second, the compatibility condition between both conditional densities, fracture toughness and temperature, is applied to derive a model free of arbitrary assumptions. Finally, the applicability of the proposed methodology is illustrated by an example in which the results of an experimental campaign on S355J2 steel are used.

KEYWORDS: Probabilistic Apparent Fracture Toughness; Theory of Critical Distances; Notched Components; Notch-Mastercurve; Functional Equations;

INTRODUCCIÓN Y MOTIVACIÓN

La presencia de entallas y la influencia de la temperatura en la tenacidad a fractura de los materiales empleados dificultan el diseño de componentes mecánicos y estructurales por lo que se requieren modelos capaces de predecir la tenacidad a fractura de un componente para distintas configuraciones de radios de entalla y temperaturas. Esta doble dependencia se recoge tradicionalmente en la denominada curva maestra K_{IC} -T del material, que exige una adecuada transformación matemática de los datos , como la propuesta en la Teoría de la

Distancias Críticas (TCD) [1] en aras de eliminar el efecto del radio de entalla. Sin embargo, los modelos actuales sugieren definiciones analíticas del campo K_{IC} -T deterministas o, en el mejor de los casos, probabilísticas, pero con definición apriorística de parámetros lo que se traduce en una considerable reducción de su aplicabilidad. En este trabajo se proponen dos modelos de regresión del campo K_{IC} -T basados, por un lado, en la propiedad de estabilidad frente a cambios de escala de las distribuciones estadísticas implicadas y, por otro, en la aplicación de la condición de compatibilidad

estadística entre las funciones de densidad condicionadas, relativas a tenacidad aparente a fractura y temperatura.

La definición de la tenacidad a fractura aquí empleada es la recogida en la norma ASTM E1820 [2]:

$$K_{JC} = \sqrt{J_C \frac{E}{1 - v^2}} \tag{1}$$

lo que permite la consideración de las zonas *lower-shelf* e *intermediate-shelf* del campo K_{IC} -T. Por simplicidad en este trabajo se adoptará la notación K, en lugar de la habitual K_{JC} .

1.1. Efecto del radio de entalla

El efecto del radio de entalla es considerado en la Teoría de las Distancias Críticas (TCD) [1] para transformar la tenacidad a fractura para cualquier radio de entalla $K(\rho)$ en la denominada tenacidad aparente a fractura equivalente $K(\rho_0)$ para un radio de entalla nulo ($\rho_0 = 0$), según la ecuación siguiente:

$$K(\rho_0) = K(\rho)Q_{\rho}(\rho, \rho_0) = K(\rho)\sqrt{\frac{4L}{4L+\rho}} \qquad (2)$$

donde $Q_{\rho}(\rho, \rho_0)$ es la función de transformación de ρ a ρ_0 , definida según la TCD, donde *L* es la denominada distancia crítica. Esta transformación resulta ventajosa al permitir convertir datos experimentales con distintas configuraciones de radios de entalla en un único conjunto de datos equivalente. La Figura 1 ilustra esta transformación en el campo $K - \rho$.

1.2. Efecto de la temperatura

Además del efecto del radio de entalla, la fractura de componentes entallados se ve influenciada por la temperatura, lo que obliga a definir la denominada curva maestra $K_{IC} - T$ para la predicción del fallo. La definición de la curva maestra desde un enfoque probabilístico, se aborda desde dos posibles modelos de regresión: suponiendo la temperatura como un parámetro de referencia que afecta a los parámetros del modelo (Modelo I) o considerando que la temperatura es realmente una variable aleatoria, al igual que la tenacidad a fractura (Modelo II).



Figura 1. Funciones de densidad de la tenacidad a fractura para distintos radios de entalla para una temperatura fija

MODELOS PROPUESTOS

A continuación, se presentan dos modelos para realizar el ajuste de la curva maestra. Para la obtención de la curva maestraen ambos modelos es necesaria una transformación previa de la tenacidad a fractura aparente (para un radio de entalla determinado) a un factor intensidad de tensiones equivalente (radio nulo) [3]. Sin embargo, los dos modelos permiten obtener predicciones para cualquier temperatura y radio de entalla, mediante una reconversión de dicha transformación, basada en la TCD. Además, esta deducción presenta la ventaja de permitir predicciones en aplicaciones de diseño en las que las condiciones de temperatura y radios de entalla sean distintas a las ensayadas.

2.1. Modelo I: Efecto de escala

Suponiendo que la temperatura actúa coom un cambio de escala en la función de distribución de la tenacidad a factura, la transformación entre dos temperaturas T y T_0 queda definida a través de la siguiente ecuación de mínimos:

$$p(K;T,\rho_0) = p(K;T_0,\rho_0)^{\mathcal{Q}_T(T,T_0)}$$
(3)

donde $Q_T(T,T_0)$ es una cierta función de transformación entre las temperaturas T y T_0 . La resolución de esta ecuación funcional proporciona la única solución general de funciones posibles que satisface dicha condición [4]:

$$p(K;T, \rho_0) = \exp\{-\exp[-f(K)]\}^{\exp[-f(T)]}$$

$$Q(T,T_0) = \exp[f(T_0) - f(T)]$$
(4)

Por otro lado, en este trabajo se supone que la tenacidad a fractura puede considerarse como una variable aleatoria de Weibull, lo que, junto con la propiedad de estabilidad frente a cambios de escala de la misma[5], resulta en la cdf de la tenacidad a fractura probabilística para cualquier temperatura y para un radio nulo ρ_0 :

$$p(K;T,\rho_0) = 1 - \exp\left\{-\left[\frac{K-\lambda}{\delta Q(T,T_0)^{-1/\beta}}\right]^{\beta}\right\}; \quad (5)$$
$$K \ge \lambda; \quad \delta Q(T,T_0)^{-1/\beta} > 0$$

Donde la función de transformación de temperaturas se define como:

$$Q_T(T,T_0) = \exp[\theta_0 + \theta_1 T]$$
 (6)

Para la estimación de los parámetros de a distribución de Weibull λ, β, δ y de la función de transformación $Q_T(T,T_0)$ se propone utilizar del papel probabilístico de Weibull de mínimos [6], lo que implica encontrar el mínimo de la siguiente ecuación:

$$S(\lambda, \beta, \delta, Q_{T,1}, ..., Q_{T,N}) =$$

$$= \sum_{k}^{N} \sum_{i}^{n} \frac{[\log(-\log(1 - P_{fail_{i,k}})) - \beta[\log(K(\rho_{0}) - \lambda) + (1/\beta)\log(Q_{T,k}) - \log(\delta)]]^{2}}{(7)}$$

De esta forma, una vez determinados los parámetros del modelo a partir de los resultados experimentales, es posible obtener una definición explícita del factor intensidad de tensiones crítico (para un radio de entalla nulo) asociado a una determinada probabilidad de fallo para cualquier temperatura sin más que despejar en la Ec. (5):

$$K(T, p; \rho_0) = \left[\lambda + \left(-\log\left(1 - p\right)\right)^{1/\beta} \frac{\delta}{Q_T(T, T_0)^{1/\beta}}\right] \quad (8)$$

De esta forma, si se aplica la ecuación de transformación para radios de entalla basada en la TCD (Ec (2)) resulta:

$$K(T, p; \rho) = \left[\lambda + \left(-\log\left(1 - p\right)\right)^{1/\beta} \frac{\delta}{Q_T(T, T_0)^{1/\beta}}\right] \sqrt{1 + \frac{\rho}{4L}} \quad (9)$$

dando lugar al modelo de regresión general I de tenacidad a fractura para cualquier combinación de radio de entalla y de temperatura:

$$p(K;T,\rho) = 1 - \exp\left\{-\left[\frac{K - \lambda(\rho)}{\delta(\rho,T)}\right]^{\beta}\right\}$$
$$= 1 - \exp\left\{-\left[\frac{K - \lambda(\rho_0)Q_{\rho}(\rho,\rho_0)}{\delta(\rho_0)Q_{\rho}(\rho,\rho_0)Q_{T}(T,T_0)^{-1/\beta}}\right]^{\beta}\right\}$$
(10)

ddonde $Q_T(T,T_0)$ viene definida según la Ec (4) .Nótese que este modelo surge de dos propiedades estadísticas importantes: estabilidad de la distribución frente a cambios de escala debida al efecto de la temperatura (Ec (3)) y cambio de variable debido al efecto del radio de entalla (Ec (2)) (Figura 2).



Figura 2. Efecto del radio de entalla en la función de densidad de la tenacidad a fractura en el campo K-T según el modelo de regresión general I

2.2. Modelo II: Compatibilidad estadística

Alternativamente, si la temperatura se considera como una variable aleatoria, se puede plantear la condición de compatibilidad en el campo K-T, basado en el modelo Castillo-Canteli de fatiga [7]. Dicha compatibilidad se representa en la Figura 3, y queda matemáticamente definida mediante la siguiente ecuación funcional:

$$p(K | T; \rho_0) = p(T | K; \rho_0)$$
(11)

Nótese que la condición de compatibilidad estadística planteada supone la consideración de

tres variables (K,T,ρ_0) , si bien el radio de entalla se define como parámetro de referencia, quedando entonces la condición de compatibilidad reducida al caso bivariado. Dada la tendencia creciente del campo K_{IC}-T y la curvatura positiva, las distribuciones para tenacidad a fractura y temperatura deberán de ser definidas como sigue:

$$p(K \mid T; \rho_0) = 1 - \exp\left\{-\left[\frac{K - \lambda(T)}{\delta(T)}\right]^{\beta(T)}\right\}$$

$$p(T \mid K; \rho_0) = \exp\left\{-\left[\frac{T - \lambda(K)}{\delta(K)}\right]^{\beta(K)}\right\}$$
(12)

Figura 3. Condición de compatibilidad entre las funciones de densidad condicionadas de temperatura y tenacidad equivalente a fractura

Dado el hecho de que los parámetros de cada función son funciones de la otra variable permite definir la Ec (11) como una ecuación funcional, cuya solución proporciona el modelo para la tenacidad a fractura probabilística para cualquier temperatura y para un radio entalla nulo:

$$p(KT; \rho_0) = p(T | K; \rho_0) =$$

$$= 1 - \exp\left\{-\left[\frac{(C-T)(K-B) - \lambda}{\delta}\right]^{\beta}\right\} \quad (13)$$

$$K \ge B; C \ge T; (C-T)(K-B) \ge \lambda$$

Para la estimación de los parámetros en la Ec. (13) se minimizará la diferencia entre las esperanzas matemáticas de ambas distribuciones condicionadas:

$$S(B,C,\mu) = \sum_{i=1}^{n} \left(C - T_i - \frac{\mu}{K(\rho = 0)_i - B} \right)^2 \quad (14)$$

Para más detalles sobre la estimación de los parámetros en este tipo de distribuciones véase [7].

Al igual que se procedió en el modelo I, se puede obtener una expresión explícita de la tenacidad a fractura para un radio de entalla nulo y para cualquier temperatura:

$$K(T, p; \rho_0) = \frac{\delta(-\ln(1-p))^{1/\beta} + \lambda}{C - T} + B \qquad (15)$$

Por lo tanto, aplicando la función de transformación relativa al radio de entalla (Ec.(2)) en la ecuación anterior, se obtiene:

$$K(T, p; \rho) = \left[\frac{\delta(-\ln(1-p))^{1/\beta} + \lambda}{C-T} + B\right] \sqrt{1 + \frac{\rho}{4L}} \qquad (16)$$

que representa el modelo general II de tenacidad a fractura para cualquier combinación de radio de entalla y de temperatura. Nótese que el efecto del radio de entalla en el campo K-T supone un cambio de las asíntotas y de los parámetros de escala y de localización, tal como se aprecia en la Figura 4.



Figura 4. Efecto del radio de entalla en la función de densidad de la tenacidad a fractura en el campo K-T según el modelo de regresión general II

EJEMPLO DE APLICACIÓN

3.1. Descripción del programa experimental La aplicabilidad de la metodología propuesta en este trabajo queda corroborada mediante el análisis de la campaña experimental desarrollada en [8] para un acero ferrítico-perlítico S355J2. Dicho programa experimental consiste en el ensayo de 156 probetas compactas (CT) a diferentes temperaturas, para seis radios de entalla distintos: (0; 0.15; 0.25; 0.50; 1.0; 2.0) mm. Para detalles sobre la descripción de los materiales, geometrías, condiciones del ensayo, etc., véase [8].

En el mencionado trabajo se toman como datos de partida los valores de la tenacidad a fractura para distintos radios de entalla convertidos a un radio de entalla nulo, de acuerdo con la TCD, dado que el objetivo es proponer modelos para el campo K-T. En [3] se pueden consultar más detalles sobre esta transformación. A continuación, se detallan los

pasos a seguir en ambos modelos de regresión para el ejemplo práctico propuesto, en los que se utilizarán $\log K$ y $\log(T[^{\circ}C]+273)$ como variables representativas de la tenacidad a fractura y temperatura, respectivamente.

Etapas del modelo de regresión I:

- Reconversión de resultados experimentales a un radio de entalla nulo según la Ec (2) (ver [3] para mayor detalle).
- 2. Aplicación del cambio de escala para la modelización del efecto de la temperatura sobre $K(\rho_0)$, según la Ec (5) utilizando el papel probabilístico de Weibull de mínimos (Ec (7)):

$$\hat{\lambda} = 11.86, \quad \hat{\delta} = 145.11, \quad \hat{\beta} = 3.23,$$





Figura 5. Datos experimentales de [8] transformados a la tenacidad equivalente a fractura y las funciones de distribución acumuladas ajustadas para distintas temperaturas (en Celsius)

3. Estimación por mínimos cuadrados de los valores óptimos resultantes de $Q_T(T,T_0)$ del ajuste según el paso anterior, de acuerdo con la expresión de cambio de escala (Ec (6)):

$$\hat{\theta}_0 = -0.085, \quad \hat{\theta}_1 = -10.34$$



Figura 6. Gráfico de dispersión para la estimación de la función \hat{Q}_{τ} y el modelo de regresión lineal $\log \hat{Q}_{\tau} = \theta_0 + \theta_1 T$

4. Obtención de las curvas percentiles del campo K-T a partir de la Ec (8) (Ver Figura 7):



Figura 7. Curvas percentiles del campo K-T según el modelo de regresión I para los datos experimentales de [8] transformados a la tenacidad equivalente a fractura

Etapas del modelo de regresión II:

- Objetivación de resultados experimentales a un radio de entalla nulo según la Ec (2) (ver [3] para más detalles).
- 2. Estimación de parámetros del modelo según Ec (14).

$$\hat{B} = 2.22 \times 10^{-14}, \quad \hat{C} = 7.047$$

3. Estimación de los parámetros de la distribución de Weibull [6]:

$$\hat{\lambda} = 6.85, \quad \hat{\delta} = 2.76, \quad \hat{\beta} = 7.55$$

5. Obtención de las curvas percentiles del campo K-T a partir de la Ec (16): (Ver Figura 8)



Figura 8. Curvas percentiles del campo K-T según el modelo de regresión II para los datos experimentales de [8] transformados a la tenacidad equivalente a fractura

3.2. Comparativa de modelos

Ambos modelos proporcionan predicciones para el capo K-T similares, siendo más conservador el modelo de regresión I, basado en el efecto de escala, tal como se comprueba en la Figura 9.



Figura 9. Comparativa del campo K-T para ambos modelos de regresión en percentiles 0.01 y 0.99, modelo I y modelo II para los datos de [8]

CONCLUSIONES

 En este trabajo se planean dos modelos de regresión para la definición de la tenacidad a fractura para cualquier configuración de radio de entalla y temperatura.

- Los modelos propuestos permiten analizar la influencia conjunta del radio de entalla y de la temperatura, así como predecir el comportamiento a fractura de materiales ferrítico-perlíticos para cualquier radio de entalla y temperatura.
- La aplicabilidad de los modelos se ejemplifica con una campaña experimental en acero S355J2 para distintas temperaturas y con distintos radios de entalla, ofreciendo ambos modelos un ajuste aceptable.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer al Ministerio de Economía y Competitividad del Gobierno de España la financiación del Proyecto DPI2016-80389-C2-2-R de cuyos resultados se deriva este trabajo.

REFERENCIAS

- [1] Taylor D.: The Theory of Critical Distances: a New Perspective in Fracture Mechanics. Elsevier, London (2007).
- [2] ASTM E1820-11. . Standard test method for measurement of fracture toughness. West Conshohocken, PA, 2018: ASTM International; 2011.
- [3] Muniz-Calvente M., Blasón S., Correia J., Cicero S., Jesus A. d., Canteli A. F.:A probabilistic approach to derive the apparent fracture toughness of notched components based on the TCD. in '1th International Symposium on Notch Fracture. Vol 252-257 (2017).
- [4] Castillo E., Iglesias A., Ruíz-Cobo R.: Functional Equations in Applied Sciences. Elsevier B. V., Amsterdam (2005).
- [5] Castillo E.: Extreme Value Theory in Engineering. Academic Press, (1988).
- [6] Castillo E., Hadi A. S., Balakrishnan N., Sarabia J. M.: Extreme Value and Related Models with Applications in Engineering and Science. John Wiley & Sons, (2005).
- [7] Castillo E., Fernández-Canteli A.: A Unified Statistical Methodology for Modeling Fatigue Damage. Springer, (2009).
- [8] Cicero S., Madrazo V., Carrascal I., Cicero R.: Assessment of notched structural components using failure assessment diagrams and the theory of critical distances. Eng Fract Mech, 78, 2809-25 (2011).

COMPORTAMIENTO EN FRACTURA DE PROBETAS ENTALLADAS DE ACERO PERLÍTICO TREFILADO SOMETIDAS A SOLICITACIONES DE TRACCIÓN

I. Balboa*, P. Santos, F. J. Ayaso, J. C. Matos, B. González, J. Toribio

GIFIE Grupo de Investigación en Fractura e Integridad Estructural, Universidad de Salamanca E. P. S., Campus Viriato, Avda. Requejo 33, 49022, Zamora, España *Persona de contacto: balboa@usal.es

RESUMEN

Este artículo se centra en el análisis de la influencia del proceso de fabricación en el comportamiento en fractura de probetas cilíndricas entalladas axisimétricas de acero perlítico con distinto grado de trefilado. Se han llevado a cabo ensayos de fractura bajo solicitación de tracción en muestras tomadas de los diferentes escalones de la cadena real de fabricación. Concretamente, además del alambrón inicial y del acero de pretensado fuertemente trefilado, se han usado dos aceros con grado de trefilado intermedio. Se han utilizado diferentes entallas en forma de "V" con el objetivo de evaluar el efecto de estas geometrías en el proceso de fractura. Se han obtenido variables como la carga máxima, la tensión neta correspondiente a la carga máxima, la carga correspondiente al límite elástico, la tensión neta correspondiente al límite elástico o la rigidez.

PALABRAS CLAVE: Acero perlítico, Trefilado, Entallas, Fractura

ABSTRACT

This paper is focused on the study of the influence of the manufacturing process on the fracture behaviour of axisymmetric notched cylindrical specimens of pearlitic steel with different degree of cold drawing. Tensile tests, till final fracture, have been performed in samples taken from the different stages of the real manufacturing chain. Specifically, in addition to the initial hot rolled material and the heavily cold drawn prestressing steel, two steels with intermediate cold drawing degree have been tested. Different "V" notches have been used in order to evaluate the effect of these geometries on the fracturing process. Variables as the maximum load, net maximum stress, yield load, net yield stress or stiffness have been obtained.

KEYWORDS: Pearlitic steel, Cold drawing, Notches, Fracture

1. INTRODUCCIÓN

En los últimos años, ha crecido el interés de la comunidad científica por el estudio de los procesos de fractura en geometrías entalladas. Los defectos de este tipo, que pueden estar presentes en el material debido a defectos previos o a condiciones particulares de trabajo, originan una distribución tensional triaxial en las proximidades de la entalla, así como una concentración de tensiones. El análisis de dichos procesos tiene un doble interés. Por un lado, permite dilucidar la influencia del proceso de fabricación mediante trefilado sobre la fractura de alambres de alta resistencia, siendo la variable clave el nivel de endurecimiento por deformación. Por otro lado, hace posible determinar el efecto que ejercen los estados tensionales triaxiales, generados por estos defectos, en la fractura de dichos materiales [1], siendo, en este caso, la variable clave la geometría de la entalla.

El material de estudio se obtiene a partir de un proceso de deformación en frío, denominado trefilado, en el que se parte de un alambrón de acero perlítico laminado en caliente que se hace pasar a través de varias matrices, conocidas como hileras, lo que provoca una reducción de su sección transversal y un aumento de la longitud del mismo. Este proceso se divide en varias etapas, denominadas pasos de trefilado. Todo esto origina importantes cambios microestructurales en el acero. Las colonias de perlita, así como las láminas de ferrita y cementita, se orientan progresivamente en la dirección de trefilado (eje del alambre); se produce, además, una densificación de la microestructura perlítica, reduciendo así el espaciado interlaminar [2-5]. Este acero se utiliza en forma de alambres o cables en elementos estructurales de hormigón pretensado. Por ello, se trata de un material estructural de máximo interés en ingeniería civil.
2. PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

2.1. Material

El material empleado ha sido acero perlítico de composición eutectoide con varios elementos aleantes, siendo los más abundantes el manganeso, el silicio y el cromo (tabla 1). La nomenclatura utilizada por el Grupo de Investigación en Fractura e Integridad Estructural de la Universidad de Salamanca para la identificación del acero estudiado depende de la composición química. En este caso, se trata de acero E.

T 11 1	<i>C</i>	• /	<i>·</i> ·	1 1		10/	1
Tapla L.	Composi	cion (штіса	aet	acero i	1% en	pesor
	00	00000	1000000000			100000	pese,

С	Mn	Si	Р	S	Al	Cr	V
0.789	0.681	0.210	0.010	0.008	0.003	0.218	0.061

Se ha utilizado acero procedente de la cadena real de fabricación de la empresa Trefilerías Quijano S. A. Para evitar que el alambre sufra un daño excesivo, el proceso de elaboración (trefilado) se divide en varias etapas denominadas pasos de trefilado. En el caso del acero E, se parte de un diámetro inicial de 11.03 mm y, tras siete pasos, se consigue un alambre de 5.04 mm de diámetro que se emplea como componente del hormigón pretensado. De aquí en adelante, los aceros se denominarán con la letra propia de la composición química (E), seguida de un número para indicar la cantidad de pasos que han soportado. El trefilado provoca un aumento del límite elástico ($\sigma_{\rm Y}$) y de la resistencia a tracción ($\sigma_{máx}$), como se puede ver en la tabla 2.

Tabla 2. Propiedades mecánicas del acero E [6]

Acero	E0	E3	E4	E7
$\sigma_{\rm Y}$ (GPa)	0.72	0.93	1.02	1.49
$\sigma_{ m máx}$ (GPa)	1.23	1.41	1.50	1.83

2.2. Tipos de muestras

Para la ejecución de los ensayos, se han utilizado probetas cilíndricas entalladas axisimétricas de acero perlítico con distinto grado de trefilado. Concretamente, se han usado dos aceros con grado de trefilado intermedio, correspondientes a los pasos 3 y 4, además del alambrón y del acero de pretensado. La longitud de dichas probetas es de 25 cm, aproximadamente. El diámetro se indica en la tabla 3 y es función del grado de trefilado. Se ha incluido también en la tabla 3 un parámetro adimensional, indicativo del grado de trefilado sufrido por los aceros, que resulta de dividir el valor del diámetro correspondiente al paso i de trefilado (D_i) entre el diámetro del alambrón de partida (D₀). También se muestra la reducción de sección específica (Resp) y acumulada (Racum) para cada etapa del proceso. La primera (1) se calcula respecto a la sección del acero correspondiente al paso de trefilado anterior (A_{i-1}) , mientras que la segunda (2) se deduce respecto de la sección del alambrón inicial (A_0) . Las ecuaciones utilizadas para el cálculo de ambos parámetros son las siguientes:

$$R_{\rm esp}(\%) = \frac{A_{\rm i-1} - A_{\rm i}}{A_{\rm i-1}} 100 \tag{1}$$

$$R_{\rm acum}(\%) = \frac{A_0 - A_{\rm i}}{A_0} 100$$
 (2)

donde A_i es la sección correspondiente a cada paso de trefilado.

Además, es posible caracterizar el trabajo en frío desarrollado durante el proceso de trefilado mediante un parámetro macroscópico denominado deformación plástica acumulada verdadera (ε^{p}), que es función de la variación que tiene lugar en el diámetro del material. Suponiendo una conservación del volumen total, ésta se calcula mediante la siguiente expresión:

$$\varepsilon^{\rm p} = 2 \, \ln \left(\frac{D_0}{D_{\rm i}} \right) \tag{3}$$

Tabla 3. Parámetros indicativos del grado de trefilado

Acero	E0	E3	E4	E7
<i>D</i> (mm)	11.03	8.21	7.49	5.04
$D_{ m i}/D_0$	1.00	0.74	0.68	0.46
R_{esp} (%)	-	15.85	16.77	35.18
R_{acum} (%)	-	44.60	53.89	79.12
ε^{p}	0.00	0.59	0.77	1.57

Las probetas cilíndricas utilizadas llevan mecanizada una entalla en forma de "V" situada aproximadamente en su zona central (figura 1). Estas entallas poseen diferentes geometrías. El ángulo de abertura entre flancos de la entalla (θ) toma dos valores diferentes (30 y 90°). Para cada uno de ellos, hay tres radios de curvatura (ρ) distintos en el fondo de la entalla. Con el objetivo de establecer una geometría similar para los diferentes aceros, independientemente del grado de trefilado, se han mantenido prácticamente constantes las relaciones profundidad de la entalla-diámetro de la probeta (C/D) y radio de curvatura en el fondo de la entalla-diámetro de la probeta (ρ/D).



Figura 1. Esquema de las entallas

Las medidas ideales de las entallas que se enviaron a mecanizar al taller Maximino Seoane S. L. se pueden

observar en la tabla 4. Cabe destacar que el radio de curvatura en el fondo de la entalla igual a cero es un valor teórico y correspondería a una entalla en "V" perfecta, imposible de mecanizar en la práctica. A pesar de la dificultad de trabajar con precisión un material tan duro, las medidas ideales difieren poco de las reales, salvo en algunos casos.

La nomenclatura empleada para la identificación de las probetas permite distinguir rápidamente el tipo de acero y la geometría de la entalla en cuestión. Tras una primera parte compuesta por la letra E (indicativa de la composición química del acero) seguida de los números 0, 3, 4 ó 7, que designan los pasos de trefilado que ha soportado la probeta considerada, se disponen diferentes números romanos para designar el radio de curvatura en el fondo de la entalla, de tal forma que las probetas de tipo I tienen el mayor radio, las de tipo II poseen un radio de curvatura intermedio y las de tipo III son las que tienden a radio de curvatura cero (tabla 4). Por último, el ángulo de abertura, que toma valores de 30 y 90°, se indica con un subíndice.

Tabla 4. Medidas ideales de las entallas en mm (valores de θ de 30 y 90°)

	Entalla						
Acero	Tipo I		Tip	o II	Tipo III		
	ρ	С	ρ	С	ρ	С	
E0	0.33	1.65	0.17	1.65	≈0.00	1.65	
E3	0.25	1.23	0.12	1.23	≈0.00	1.23	
E4	0.22	1.12	0.11	1.12	≈0.00	1.12	
E7	0.15	0.76	0.08	0.76	≈0.00	0.76	

2.3. Método de ensayo

Mediante el empleo de la máquina de ensayo universal servomecánica MTS, modelo Alliance RT/100, se llevaron a cabo ensayos de fractura bajo solicitación de tracción en aire. Las mordazas de la máquina se encontraban perfectamente alineadas entre sí durante todo el ensayo, lo que implica que la probeta también estaba alineada y, por lo tanto, se puede afirmar que su comportamiento no se vio afectado por esfuerzos de flexión provocados por posibles defectos de alineación. En las proximidades de la entalla de cada probeta se colocó un extensómetro dinámico axial MTS, modelo 634.25F-24, con base de medida de 50 mm. Éste se instaló de tal manera que las dos cuchillas del mismo quedaron situadas a una distancia igual del centro de la entalla. Ambas cuchillas estaban lo suficientemente separadas de la entalla como para registrar el desplazamiento relativo entre puntos de la probeta localizados en una zona sometida a un estado tensional uniaxial uniforme.

Antes de empezar los ensayos, se aplicó una pequeña precarga, teniendo en cuenta en todo momento la

extensión provocada, para evitar errores debidos al ajuste de las mordazas. Una vez comenzados éstos, la máquina registró continuamente las lecturas correspondientes al valor de la carga y del desplazamiento medido por el extensómetro. La variable de control de los ensayos fue la velocidad de solicitación, común para todas las probetas y de un valor de 0.005 mm/s [7]. El ensayo se dio por finalizado cuando se produjo la rotura del material. Los datos recogidos se trataron posteriormente para obtener las curvas carga-desplazamiento (F-u).

3. RESULTADOS EXPERIMENTALES

Se presentan a continuación (figuras 2 y 3) algunos de los registros carga-desplazamiento (curvas F-u) de las probetas elegidas como representativas de los ensayos realizados. Para el análisis de los resultados se ha trabajado con datos medios de todas las probetas, excepto en el caso de la muestra E4III₃₀, en el que sólo se han tenido en cuenta los datos de una de ellas, debido a un deslizamiento del extensómetro.



Figura 2. Curvas F-u (entallas de tipo I con $\theta = 30^{\circ}$)



Figura 3. Curvas F-u (entallas de tipo III con $\theta = 90^{\circ}$ *)*

4. DISCUSIÓN

Una vez obtenidas las diferentes curvas, se han analizado distintos parámetros examinando principalmente las posibles diferencias existentes en función del tipo de entalla. Independientemente de la geometría de la entalla mecanizada en la probeta, ningún acero presenta un tramo de descenso de carga con aumento significativo del desplazamiento una vez alcanzada la carga máxima.

En el caso del alambrón (E0), se cumple que, para un mismo ángulo de abertura de la entalla (θ), conforme disminuye el radio de curvatura en el fondo de ésta (ρ), la carga máxima ($F_{máx}$) también decrece. Este descenso es más acusado para el ángulo de 30°. Si se comparan los alambres que poseen un mismo radio de curvatura, se tiene que la carga máxima no presenta grandes variaciones. Para los aceros correspondientes a los demás pasos de trefilado, se observa que las diferencias entre los resultados son menores. Además, aumenta la dificultad para encontrar unas tendencias claras (figura 4). Por otra parte, hay que destacar que el error producido en el mecanizado de las entallas de las muestras E4III₃₀ y E7III₃₀, en las que la profundidad de la entalla es menor, hace que las cargas máximas obtenidas sean un poco mayores, debido a que estas probetas presentan una mayor sección resistente.



Figura 4. Evolución de F_{máx} con el trefilado

Para el cálculo de la carga correspondiente al límite elástico (F_Y) se han tomado diferentes intervalos de registros de cada ensayo dentro del tramo lineal de la curva F-u, que corresponde al comportamiento elástico del material, para posteriormente ser ajustados mediante una recta. Se ha considerado como válido el intervalo que, una vez ajustado, tenía un coeficiente de regresión cuando menos mayor o igual a 0.999 [7]. Las probetas del acero E7 presentaban, incluso cogiendo el intervalo correspondiente al total de los datos del ensayo, valores del coeficiente de regresión superiores al mínimo considerado, excepto en el caso de una probeta de la muestra E7I₃₀, cuyos resultados se han establecido como los representativos por ser los únicos.

En la figura 5, se muestra la evolución de $F_{\rm Y}$ con el trefilado. En el caso del acero EO, se tiene que, para el ángulo de abertura de 30°, conforme disminuye el radio de curvatura en el fondo de la entalla entre las probetas de tipo I y las de tipo II, la carga correspondiente al límite elástico decrece. Sin embargo, se produce un ligero aumento entre las probetas de tipo II y las de tipo III. Por lo tanto, no se aprecia una tendencia clara. Para el ángulo de abertura de 90°, el valor de la carga correspondiente al límite elástico se mantiene prácticamente invariable entre las probetas de tipo I y las de tipo II y se incrementa notablemente entre éstas y las de tipo III. Si se comparan los alambres que poseen un mismo radio de curvatura, se tiene que la carga correspondiente al límite elástico es mayor para el ángulo de 30°, salvo en el caso de las probetas de tipo III. Para los demás pasos de trefilado, tampoco se observan unas tendencias claras.



*Figura 5. Evolución de F*_Y *con el trefilado*

Para los ensayos realizados, se define la tensión neta (σ_N) como la relación entre la carga (F) aplicada y la sección transversal neta (S) de la probeta medida en el fondo de la entalla (sección mínima). De esta manera, es posible definir la tensión neta correspondiente al límite elástico (σ_{NY}) como el cociente entre la carga correspondiente al límite elástico (F_Y) y la sección transversal neta inicial de la probeta medida en el fondo de la entalla (S_0) . De igual forma, pero utilizando la carga máxima, se puede obtener la tensión neta correspondiente a la carga máxima $(\sigma_{Nmáx})$.

El análisis de σ_{NY} se ha realizado dividiendo el gráfico de la figura 6 en tres zonas. La primera de ellas se localiza entre el alambrón de partida y el acero E3. En ésta, se observa un aumento de la tensión neta en el límite elástico. Es posible relacionar este comportamiento con el cambio provocado en la microestructura al reducirse la distancia entre las láminas de cementita (reducción del espaciado interlaminar), que actúan como barreras efectivas al movimiento de las dislocaciones. Dicha reducción del espaciado, que ocurre como consecuencia del trefilado, potencia el efecto barrera de la cementita, elevando de esta forma el límite elástico de las probetas. La segunda zona de interés se encuentra entre el acero E4 y el acero de pretensado (E7). El incremento de σ_{NY} es más pronunciado que el anterior. Este hecho se justifica por el tratamiento de baja relajación al que se somete el material y que diferencia al acero de pretensado de los restantes. La última zona, en la que el aumento de la tensión en el límite elástico es más moderado al comprender sólo el avance de un paso de trefilado, es la comprendida entre los aceros con grado de trefilado intermedio (E3 y E4). Tal y como se ha comentado con anterioridad, el error producido en el mecanizado de la muestra E4III₃₀ hace que la tensión neta correspondiente al límite elástico sea algo inferior a las restantes.



Figura 6. Evolución de σ_{NY} con el trefilado

Tanto para las probetas con un ángulo de abertura entre flancos de la entalla de 30° como para las que tienen un ángulo de 90°, conforme disminuye el radio de curvatura en el fondo de la misma, la tensión neta correspondiente a la carga máxima ($\sigma_{Nmáx}$) también decrece en el alambrón (E0), si bien es cierto que este descenso es más leve en las probetas de mayor angulosidad. Si se comparan los alambres que cuentan con un mismo ρ , se observa que los resultados de la tensión neta máxima no presentan grandes variaciones. El comportamiento es parecido en el acero E3, excepto por el hecho de que no ocurre ninguna disminución entre las probetas de tipo II y las de tipo III con ángulo de abertura de 90°, de manera que ya no se puede hablar de una tendencia clara. Además, los descensos totales para ambos ángulos son más equiparables. En las probetas correspondientes a los aceros fuertemente trefilados (E4 y E7), los valores tienden a ser más similares con independencia del tipo de entalla. La evolución general con el trefilado muestra un aumento progresivo y casi paralelo, salvo en algunos casos (figura 7). Sin embargo, las diferencias en los resultados son tan pequeñas, que es normal que se produzcan estas excepciones. Es preciso destacar que el error producido en el mecanizado de las entallas de las muestras E4III₃₀ y E7III₃₀, en las que la profundidad de la entalla es menor, hace que las tensiones netas correspondientes a la carga máxima sean inferiores ya que, aunque se produce un leve aumento de la carga máxima ($F_{máx}$), también se incrementa la sección transversal neta inicial medida en el fondo de la entalla, lo que hace que el cociente entre ambas sea menor. Para la muestra E7III₃₀, ambos incrementos deben de estar bastante compensados y el resultado no varía mucho con respecto al resto de probetas de este acero. También hay que indicar que el error cometido en el mecanizado en este caso fue algo menor.



Figura 7. Evolución de $\sigma_{Nmáx}$ *con el trefilado*

Los valores de rigidez (k) se han representado en las curvas de la figura 8. Las diferencias entre los alambres correspondientes al mismo paso son muy pequeñas, sobre todo según se incrementa el grado de trefilado. Por ello, se puede afirmar que el valor de este parámetro es independiente del tipo de entalla.



El área total existente bajo las curvas es una medida de la energía suministrada por medio de la máquina de ensayo a cada probeta hasta producirse la rotura con separación total de ambas superficies. Por lo tanto, los valores de las áreas encerradas representan el trabajo (*W*) necesario para llegar a tal fin. Para el cálculo de esta variable, se ha tenido en cuenta el punto inicial del ensayo (carga y desplazamiento nulos), que no se ha incluido en las curvas F-u por no haberse obtenido en los ensayos debido a la precarga inicial.

Los resultados obtenidos para este parámetro se pueden observar en la figura 9. En el caso del alambrón (E0), a medida que el radio de curvatura en el fondo de la entalla disminuye, el trabajo necesario para lograr la rotura con separación total de ambas superficies decrece fuertemente. Esto sucede para los dos ángulos de abertura entre flancos, si bien es más notable en el más pequeño. Si se comparan los alambres que presentan un mismo radio de curvatura, se tiene que la energía suministrada por la máquina de ensayo es más semejante, excepto en el caso de las probetas de tipo I, donde las de menor angulosidad presentan un valor medio más grande. Para el acero E3, se produce nuevamente una disminución (no tan considerable como en el E0 y más parecida en los dos ángulos) de esta variable conforme decrece ρ , salvo entre las probetas de tipo II y las de tipo III con ángulo de abertura de 90°. Por ello, ya no se observa una tendencia uniforme. Lo mismo ocurre para las probetas que tienen el mismo radio de curvatura. De los demás aceros tampoco se extraen unas conclusiones claras. Conforme se incrementan los pasos de trefilado, el trabajo es inferior, exceptuando algunos casos, y la dispersión de los resultados decrece acusadamente. El error en el mecanizado de las entallas de las muestras E4III₃₀ y E7III₃₀ provoca que los valores de W obtenidos para estos casos sean mayores, como consecuencia del aumento de la sección resistente.



Figura 9. Evolución de W con el trefilado

5. CONCLUSIONES

Se ha estudiado el comportamiento mecánico de diferentes probetas cilíndricas entalladas axisimétricas (con simetría de revolución) de acero perlítico con distinto grado de trefilado mediante ensayos de fractura bajo solicitación de tracción en aire. En cuanto a la respuesta mecánica, se tiene que los diferentes tipos de entalla generan unas curvas F-u crecientes hasta la

fractura final. Por lo tanto, dichas entallas promueven un comportamiento macroscópicamente frágil, lo que quiere decir que restringen la capacidad de las probetas para soportar deformaciones plásticas.

En líneas generales, se puede afirmar que no se han encontrado grandes diferencias en función de la geometría de la entalla. Además, conforme aumenta el grado de trefilado, es más difícil establecer unas tendencias claras. Parece ser más decisivo en el comportamiento en fractura de las probetas entalladas el radio de curvatura que el ángulo de abertura entre flancos.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean hacer constar su agradecimiento a las siguientes instituciones: MICYT-FEDER (Proyecto MAT2002-01831), MEC (Proyecto BIA2005-08965), MICINN (Proyectos BIA2008-06810 y BIA2011-27870), JCyL (Proyectos SA078/04, SA067A05 y SA111A07) y USAL (Proyecto USAL 2005-09). Además, agradecen a Juan Monar el suministro de acero por parte de TREFILERÍAS QUIJANO S. A. (Los Corrales de Buelna, Cantabria).

REFERENCIAS

- [1] J. W. Hancock, D. K. Brown, On the role of strain and stress state in ductile failure, Journal of the Mechanics and Physics of Solids (1983) 31: 1-24.
- [2] J. Toribio, E. Ovejero, Microstructure evolution in a pearlitic steel subjected to progressive plastic deformation, Materials Science and Engineering (1997) A234-236: 579-582.
- [3] J. Toribio, E. Ovejero, Effect of cold drawing on microstructure and corrosion performance of high-strength steel, Mechanics of Time-Dependent Materials (1998) 1: 307-319.
- [4] J. Toribio, E. Ovejero, Effect of cumulative cold drawing on the pearlite interlamellar spacing in eutectoid steel, Scripta Materialia (1998) 39: 323-328.
- [5] J. Toribio, E. Ovejero, Microstructure orientation in a pearlitic steel subjected to progressive plastic deformation, Journal of Materials Science Letters (1998) 17: 1037-1040.
- [6] J. C. Matos, Iniciación y propagación de fisuras por fatiga en alambres de acero de pretensado. Tesis Doctoral. Universidad de Salamanca: Salamanca 2008.
- [7] F. J. Ayaso, Fractura de alambres entallados de acero eutectoide progresivamente trefilado. Tesis Doctoral. Universidad de La Coruña: La Coruña 2001.

Fractura de Materiales cerámicos y pétreos

COMPORTAMIENTO A FRACTURA DE YESO CON ADICIÓN DE FIBRAS POLIMÉRICAS

F. Suárez^{1*}, L. Felipe-Sesé¹, F.A. Díaz², J.C. Gálvez³, M.G. Alberti³

 ¹ Departamento de Ingeniería Mecánica y Minera, EPS de Linares (Universidad de Jaén) Campus Científico Tecnológico de Linares, Cinturón Sur, s/n 23700 Linares (España)
 ² Departamento de Ingeniería Mecánica y Minera, EPS de Jaén (Universidad de Jaén) Campus Las Lagunillas s/n 23071, Jaén, España
 ³Departamento de Ingeniería Civil: Construcción, ETS de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, Universidad Politécnica de Madrid, c/ Profesor Aranguren, s/n, 28040, Madrid, España
 Persona de contacto: fsuarez@ujaen.es

RESUMEN

El yeso es un material de construcción ampliamente utilizado como revestimiento interior en edificios por su bajo coste, manejabilidad y propiedades de habitabilidad (aislamiento acústico y térmico, aspecto estético, etc.). La industria del yeso ha ido buscando nuevos usos, fruto de lo cual, entre otros, han surgido los paneles sándwich de yeso laminado o las placas de yeso reforzado con fibras de celulosa, que mejoran considerablemente sus propiedades mecánicas. Por otro lado, el uso de fibras poliméricas ha dado recientemente interesantes resultados en hormigón, proporcionando buenas propiedades dúctiles a las mezclas y dotándolas de una importante capacidad resistente frente a esfuerzos de tracción. En el presente estudio se analiza el comportamiento a fractura de mezclas de yeso con adiciones de distintos tipos de fibras poliméricas, en particular microfibras de polipropileno y macrofibras de poliolefina. Para ello se realizaron ensayos de flexión en tres puntos con probetas prismáticas entalladas. Además, el uso de un sistema de correlación digital de imágenes (DIC) permite medir la evolución de la apertura de la fisura (CMOD) y, lo que es más innovador e importante para evaluar su comportamiento, obtener mapas completos de deformaciones que ayuden a entender cómo contribuyen los distintos tipos de fibras a la disipación de energía durante la propagación del daño.

PALABRAS CLAVE: Yeso, Fibras Poliméricas, Microfibras de Polipropileno, Macrofibras de Poliolefina

ABSTRACT

Gypsum is a construction material which is widely used as interior lining in buildings due to its low cost, easy handling and habitability conditions (acoustic and thermal isolation, as well as aesthetical properties, for instance). Gypsum industry has searched for new applications of this material finding, among others, plasterboard or cellulose fibre reinforced plasterboard, which remarkably improve its mechanical properties. On another note, the use of polymeric fibres has recently given interesting results with concrete, providing mixes with good ductile properties and good strength against tensile stresses. This work analyses the fracture behaviour of fibre reinforced gypsum mixes using distinct types of polymeric fibres, i.e. polypropylene microfibers and polyolefin macrofibres. To accomplish this, prismatic notched specimens were tested under three-point bending. The use of a Digital Image Correlation system (DIC) allows measuring the evolution of the crack mouth opening displacement (CMOD) and, what is more innovative and important to assess their behaviour, obtaining full field strain maps that help to understand how different types of fibres contribute to dissipate energy during the propagation of damage.

KEYWORDS: Gypsum, Polymeric Fibres, Polypropylene Microfibers, Polyolefin Macrofibres

1. INTRODUCCIÓN

El yeso, debido a su bajo coste y buenas propiedades de habitabilidad, es utilizado habitualmente como material de revestimiento interior en edificios. En las últimas décadas la industria ha desarrollado nuevas soluciones, como los paneles sándwich de yeso laminado o el empleo de celulosa como fibras de refuerzo.

Por otro lado, el empleo de fibras poliméricas como refuerzo de matrices cuasifrágiles dota a éstas de propiedades que de por sí no poseen, como una notable ductilidad, e incrementan notablemente la energía que el material es capaz de absorber antes de su pérdida total de resistencia. Este último aspecto resulta particularmente interesante en casos de elementos sometidos a fenómenos sísmicos o de impacto y, en los últimos años, ha experimentado un gran desarrollo en el ámbito del hormigón [1-3]. La normativa actual de hormigón [4-5] contempla ya la adición de fibras en elementos estructurales sin emplear armadura tradicional, aunque dicha normativa parece adecuarse bien a fibras metálicas pero no tanto a fibras de otra naturaleza [6].

Existen estudios sobre la influencia de la adición de fibras en matrices de yeso que datan de los años ochenta, destacando en España el trabajo de García-Santos [7]. Actualmente, la adición de materiales en matrices de yeso es un aspecto de interés, pues ciertas adiciones pueden, por ejemplo, mejorar sus propiedades térmicas [8] o convertirlo en una alternativa interesante frente al uso de la madera en ciertas construcciones [9]. No obstante, la adición de fibras en materiales con baja resistencia frente a esfuerzos de tracción, como el hormigón o el yeso, suele comportar mejoras mecánicas que pueden extender su uso a ámbitos donde se requieran ciertas capacidades como material estructural. Cuando se estudian las propiedades mecánicas en este tipo de mezclas, los estudios suelen limitarse exclusivamente al análisis de las resistencias a flexión y a compresión, además de la variación del módulo elástico.

En este trabajo se presenta un estudio inicial sobre la influencia que la adición de fibras poliméricas en las propiedades mecánicas de mezclas de yeso, haciendo especial énfasis en el análisis de la energía de fractura. Para ello se han considerado dos tipos de fibras poliméricas: microfibras de polipropileno y macrofibras de poliolefina. Se compara el comportamiento del yeso sin fibras con mezclas de yeso de cada una de los tipos de fibra mencionados en cantidades de 5 kg/m3. Se emplea el ensayo de flexión en tres puntos con probetas comparar prismáticas entalladas para su comportamiento a fractura y se emplea un sistema de Correlación Digital de Imágenes (DIC) para medir la evolución de la apertura de la fisura o Crack Mouth Opening Displacement (CMOD). El uso del DIC permite además obtener un mapa de deformaciones unitarias de campo completo que ayuda a entender el diferente comportamiento de unas y otras fibras durante el proceso de propagación de la fisura.

2. DISEÑO DE LA CAMPAÑA EXPERIMENTAL

Para comprobar el comportamiento de distintas fibras poliméricas en mezclas con matriz de yeso, se optó por realizar tres grupos de probetas:

- Mezcla 0: yeso sin fibras
- Mecla A: yeso con fibras de poliolefina en una proporción de 5 kg/m³

 Mezcla B: yeso con fibras de polipropileno en una proporción de 5 kg/m³

La elección de estas mezclas permite comparar el comportamiento de dos fibras poliméricas disponibles en el mercado en proporciones similares y diferenciar el modo en que fibras macroscópicas (mezcla A) contribuyen al refuerzo de la matriz en condiciones de tracción frente al comportamiento de microfibras (mezcla B).

Con el objetivo de comparar el comportamiento de cada mezcla frente a fractura, se ensayan probetas prismáticas con entalla bajo condiciones de flexión en tres puntos. A continuación se detallan los materiales utilizados y la configuración del ensayo empleada.

3. MATERIALES Y MÉTODOS

3.1. Materiales

- Yeso

El yeso empleado es una escayola E-35 (A1) del fabricante Escayescos. Por tanto, es un yeso de alta calidad con grano muy fino y de una pureza mayor del 90% que está compuesto por sulfato cálcico semihidratado. Este yeso es el habitualmente empleado en los paneles sándwich de yeso laminado.

- Fibras de poliolefina

Estas fibras son de tamaño macroscópico, presentan una superficie rugosa que facilita su adherencia a la matriz en que se embeba y en este estudio se han empleado fibras de 48 mm de longitud. Estas fibras están fabricadas por Sika bajo la denominación Sikafiber T-48, son de color negro y su aspecto puede observarse en la Figura 1.

- Fibras de polipropileno

Son microfibras monofilamento de polipropileno que presentan una longitud de 12mm. Y un diámetro de 31μ m. Están fabricadas por Sika bajo la denominación Sikafiber M-12, son de color blanco y su aspecto se muestra en la Figura 1.

3.2. Fabricación de las probetas

Se fabricaron probetas prismáticas de 160mm x 40mm x 40mm en series de tres unidades empleando moldes de acero inoxidable y desmoldante de película seca de silicona. Para la fabricación de las probetas de yeso se siguió el procedimiento indicado en la norma UNE-EN 13279-2 [10] y para las probetas de yeso con fibras una leve modificación del mismo que se describe a continuación:

1. Vertido del yeso en el agua y amasado manual con paleta durante 40 segundos.



b)



Figura 1. Fibras empleadas en este estudio. a) fibras de poliolefina, b) fibras de polipropileno.

- 2. Vertido de las fibras y amasado manual con paleta durante 20 segundos.
- Amasado a baja velocidad en amasadora con movimiento de rotación y planetario durante 60 segundos.
- 4. Vertido en moldes previamente impregnados con desencofrante.
- 5. Aplicación de golpes sobre el molde para eliminar posibles burbujas retenidas en la mezcla y posterior enrasado.
- Curado en cámara climática durante siete días a 23±2°C y a una humedad relativa de 50±5%.
- Desmoldado y curado en estufa durante dos días a 55°C.
- 8. Enfriamiento a temperatura ambiente y generación de entalla con sierra de cinta.
- 9. Marcado de la probeta con espray negro para la utilización del DIC.

3.3. Métodos de ensayo

- Máquina universal de ensayo

Los ensayos se realizaron con una máquina bicolumna de la casa Instron, perteneciente a la serie 5960, con una célula de carga de 30 kN, con una exactitud de medición de carga del $\pm 0.5\%$ de lectura hasta 1/500 de la capacidad de la célula.

Para los ensayos se empleó el utillaje mostrado en la Figura 2, que consta de una viga horizontal de soporte y dos cilindros guiados que sirven de apoyos. Este montaje permite materializar un ensayo de flexión en tres puntos con la disposición mostrada en la Figura 3.

- Sistema de correlación digital de imágenes (DIC)

Para la medición de las deformaciones en la probeta y de la evolución del CMOD a lo largo del ensayo, se empleó un sistema de correlación de imágenes, o DIC. Esta técnica se basa en la comparación de las imágenes adquiridas a lo largo del ensayo con la imagen inicial de referencia; dicha comparación permite obtener el campo de desplazamientos en toda la superficie fotografiada a lo largo del ensayo y, por tanto, operar el campo de deformaciones asociado. Para más información sobre esta técnica se sugiere consultar [11-12]. En la Figura 2, que muestra la configuración de uno de los ensayos, se identifica la cámara empleada para la toma de imágenes, que en este caso fue una Allied Stingray F-080C con una resolución de 1032x766 píxeles.



Figura 2. Configuración de un ensayo de flexión en tres puntos instrumentado para medición de deformaciones y desplazamientos con DIC.



Figura 3. Geometría del ensayo de flexión en tres puntos con entalla.

4. ENSAYO DE FLEXIÓN EN TRES PUNTOS

Los ensayos de flexión en tres puntos se realizaron con la configuración mostrada en la Figura 3; por tanto, con una relación luz/canto de 2.5 y una entalla igual a 1/3 del canto de la probeta. Los ensayos se realizaron con control en desplazamiento del actuador empleando una velocidad de desplazamiento de 0.05 mm/min hasta la primera caída de carga, producida por el fallo de la matriz de yeso, y una velocidad de 0.25 mm/min en el resto del ensayo, donde el comportamiento está gobernado por las fibras de refuerzo. La duración total de cada ensayo fue de 27 minutos.

4.1. Resultados

- Curvas carga-desplazamiento y curvas carga-CMOD

Las Figuras 4 y 5 muestran las curvas cargadesplazamiento del actuador y carga-CMOD obtenidas con las probetas fabricadas con fibras de poliolefina (en azul) y para las fabricadas con fibras de polipropileno rojo), respectivamente. Para facilitar (en la comparación, en gris se muestran los resultados de las probetas de yeso sin fibras; estos resultados únicamente se muestran en los diagramas carga-desplazamiento, ya que en el caso de los diagramas carga-CMOD son inapreciables, pues la rotura se produce con un valor del CMOD extremadamente bajo.

En el caso de las fibras de polipropileno (Figura 5) se observa un comportamiento muy repetitivo en los dos diagramas y se obtiene un incremento claro de la energía de fractura, pues el área encerrada bajo las curvas carga-desplazamiento es mucho mayor que en el caso de los yesos sin adiciones. En el caso de las probetas fabricadas con fibras de poliolefina (Figura 4), el incremento de la energía de fractura es mucho mayor, incluso obteniéndose cargas máximas superiores (valores entre 400 y 600 N) a las del propio valor pico definido por la matriz de yeso (valores en torno a 400 N).

Por otro lado, la adición de fibras de poliolefina muestra una gran dispersión experimental, al contrario que en el caso de las fibras de polipropileno. Esto es probablemente debido a la naturaleza macro y micro de cada fibra. En el caso de las fibras de polipropileno, de carácter micro, la distribución de las mismas en la mezcla es mucho más uniforme, pues su pequeño diámetro hace que las fibras sean mucho más flexibles y se distribuyan de forma más homogénea en la matriz de yeso. Por el contrario, las fibras de poliolefina, de un diámetro equivalente de un orden de magnitud superior, tienen además mayor rigidez, lo que provoca que la distribución de las fibras pueda ser menos homogénea. La mayor dispersión de resultados en el caso de las probetas fabricadas con fibras de poliolefina, por tanto, puede explicarse por el hecho de que su distribución es mucho menos homogénea, de modo que el número de fibras que cosen el plano de rotura puede variar de manera importante entre una probeta y otra, afectando muy notablemente a los resultados de los ensayos.



Figura 4. Curvas experimentales obtenidas con las probetas fabricadas con fibras de poliolefina.



Figura 5. Curvas experimentales obtenidas con las probetas fabricadas con fibras de polipropileno.

Este efecto es particularmente notorio en estos ensayos, pues las dimensiones de las probetas son similares a las de las propias macro-fibras. Esto incrementa por un lado el efecto pared, pero implica una fuerte dependencia del número discreto de fibras presente en la superficie de fractura. Los resultados de fractura dependen de este número de fibras presentes en la superficie de fractura y en este caso pequeñas diferencias en el número de fibras pueden provocar importantes dispersiones. Este efecto quedaría notablemente reducido en probetas de mayor tamaño, por lo que es esperable que esta dispersión experimental se reduzca en probetas de mayores dimensiones. Para una mejor comprensión de los factores que afectan al posicionamiento de las fibras puede verse la referencia [3]. En todo caso, no existe todavía en la bibliografía ningún estudio que asemeje los modelos de orientación y distribución de las fibras, que han resultado muy útiles como herramienta predictiva para dar fiabilidad al material, a los procedimientos de fabricación y propiedades de los yesos como matriz.

Finalmente, cabe destacar un comportamiento reseñablemente distinto entre las mezclas A y B en relación con la apertura de fisura. Los diagramas mostrados en las Figuras 4 y 5 muestran la evolución de las curvas hasta un desplazamiento máximo del actuador de 5 mm, si se observa la apertura del CMOD, éste presenta valores notablemente menores en el caso de la mezcla A (6mm.) en relación con los de la mezcla B (8mm.); esto se explicará mejor con el análisis del campo de deformaciones ε_{xx} que se muestra a continuación.

- Campos de deformaciones ε_{xx}

La Figura 6 presenta los campos de deformaciones de una probeta representativa de la mezcla A (fibras de poliolefina) y otra de la mezcla B (fibras de polipropileno) para un mismo valor del desplazamiento del actuador.

En estas imágenes se observa una propagación muy distinta de la grieta en cada una de las mezclas. Por un lado, en la mezcla A la fisura muestra una penetración menor en la probeta respecto a la mezcla B; en la primera aún queda un ligamento sano en la zona cercana al actuador, mientras que en la segunda el material muestra daño hasta la región cercana al punto de aplicación de la carga.

Además, se observa que, en el caso de las fibras de poliolefina (mezcla A) la fisuración no se produce en una única fisura, sino que afecta a una cierta banda de la probeta, produciendo fisuras secundarias y distribuyendo el daño en una mayor parte de la matriz de yeso. En el caso de las probetas fabricadas con fibras de polipropileno (mezcla B), el daño se concentra en una única fisura, provocando una mayor apertura de la misma respecto a la de la fisura principal de las probetas en la mezcla A. Esto explica lo observado anteriormente en las Figuras 4 y 5 en relación con la menor evolución del CMOD en las probetas de la mezcla A respecto a las de la mezcla B, ya que la aparición de fisuras secundarias retrasa la apertura de la fisura en la boca de la entalla.

5. CONCLUSIONES

En este trabajo se ha realizado una primera aproximación al estudio de la influencia de la adición de fibras poliméricas a matrices de yeso sobre sus propiedades mecánicas en fractura. Para ello se han ensayado probetas de yeso sin fibras, probetas con una dosificación de 5 kg/m³ de macrofibras de poliolefina y probetas con 5 kg/m³ de microfibras de polipropileno.



Figura 6 Campos de desplazamientos horizontales (ε_{xx}) obtenidos con DIC: a) Mezcla A (fibras de poliolefina), b) Mezcla B (probetas de polipropileno).Ambas imágenes corresponden a un desplazamiento del actuador de 2 mm.

Atendiendo a los resultados iniciales obtenidos, se pueden señalar las siguientes

- La técnica de correlación digital de imágenes (DIC) ha permitido obtener, de manera poco invasiva, la evolución del CMOD y la obtención del campo completo de desplazamientos sobre la superficie de las probetas, lo que permite computar el campo de deformaciones en dicha superficie.
- La adición de fibras poliméricas incrementa notablemente la energía de fractura del material, tanto en el caso de las fibras de poliolefina como en el de las de polipropileno.

- Las macrofibras de poliolefina mejoran en mayor medida las propiedades de fractura, dotando a la mezcla de una energía de fractura mayor que en el caso de las fibras de polipropileno.
- La recuperación de la carga posterior al fallo de la matriz de yeso es notablemente superior en el caso de las fibras de poliolefina respecto a las probetas fabricadas con fibras de polipropileno, incluso alcanzando valores superiores a la carga que provoca el fallo de la matriz.
- Los resultados obtenidos en probetas fabricadas con fibras de polipropileno presentan una dispersión experimental mucho mayor que en el caso de las probetas fabricadas con fibras de polipropileno. Probablemente este efecto sea debido al carácter macroscópico de unas fibras frente al microscópico de las otras.
- En el caso de las probetas fabricadas con microfibras de polipropileno el daño se produce en una única fisura principal, mientras que en el caso de las probetas fabricadas con fibras de poliolefina se distribuye en una fisura principal y varias secundarias; esto se traduce en un menor desarrollo de la apertura del CMOD.

Partiendo de estos resultados iniciales, cabe señalar los siguientes posibles análisis a realizar en futuros trabajos:

- Ampliar el estudio a la resistencia a compresión y a la variación del módulo elástico.
- Análisis de proporciones mayores de fibras.
- Análisis del efecto tamaño empleando probetas de mayores dimensiones.
- Estudio de la influencia de la longitud de las fibras sobre su eficacia como refuerzo mediante ensayos de pull-out.
- Estudio del posicionamiento de las macrofibras en comparación con los modelos existentes, con especial interés en el efecto pared con la variación de tamaños de moldes y procedimientos de fabricación de las probetas.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer a Sika haber facilitado las fibras con las que se ha realizado este estudio y su asesoramiento para su uso. Además, agradecen al Ministerio de Economía, Industria y Competitividad la concesión de la ayuda BIA2016-78742-C2-2-R.

REFERENCIAS

- [1] Zollo, R. F. Fiber-reinforced concrete: an overview after 30 years of development. *Cement and Concrete Composites*, 19(2), 107-122, 1997.
- [2] Alberti, M. G., Enfedaque, A., & Gálvez, J. C. Comparison between polyolefin fibre reinforced vibrated conventional concrete and selfcompacting concrete. *Construction and Building Materials*, 85, 182-194, 2015.
- [3] Alberti, M. G., Enfedaque, A., & Gálvez, J. C. A review on the assessment and prediction of the orientation and distribution of fibres for concrete. *Composites Part B: Engineering, 151, 274-290, 2018.*
- [4] Instrucción de Hormigón Estructural. EHE-08 Madrid, Ministerio de Fomento, Secretaría General Técnica, 2018.
- [5] International Federation for Structural Concrete (fib), The fib Model Code for Concrete Structures 2010. Lausanne, Switzerland: International Federation for Structural Concrete, 2010
- [6] Alberti, M. G., Enfedaque, A., Gálvez, J. C., & Agrawal, V. Reliability of polyolefin fibre reinforced concrete beyond laboratory sizes and construction procedures. , 2016.
- [7] García Santos, A. Comportamiento mecánico de yeso reforzado con polímeros sintéticos, Tesis doctoral. Universidad Politécnica de Madrid, 1988.
- [8] Barbero-Barrera, M.M., Flores-Medina, N. and Pérez-Villar, V. Assessment of thermal performance of gypsum-based composites with revalorized graphite filler. *Construction and Building Materials 142, 83-91, 2017.*
- [9] Singh, M. and Garg, M. Gypsum-based fibrereinforced composites: an alternative to timber. *Construction and Building Materials 8.3, 155-160,* 1994.
- [10] UNE-EN 13279-2. Yesos de construcción y conglomerantes a base de yeso para la construcción. Parte 2: Métodos de ensayo, *AENOR*, 2014.
- [11] Chu, T., Ranson, W., Sutton, M.A. Applications of digital-image-correlation techniques to experimental mechanics. *Exp. Mech.* 25, 232–244, 1985.
- [12] Sutton, M. A., Orteu, J.J., and Schreier, H. Image correlation for shape, motion and deformation measurements: basic concepts, theory and applications. *Springer Science & Business Media*, 2009.

EVOLUCIÓN DE LAS PROPIEDADES MECÁNICAS DE MORTEROS DE CAL AÉREA E HIDRÁULICA NATURAL

L. Garijo^{1*}, X. X. Zhang¹, G. Ruiz¹, J. J. Ortega¹

¹ ETS de Ingenieros de Caminos, C. y P., Universidad de Castilla-La Mancha Avda. Camilo José Cela, s/n, 13071, Ciudad Real, España * Persona de contacto: Lucia.Garijo@uclm.es

RESUMEN

La resistencia de los morteros de cal a edades tempranas puede ser bastante diferente a la que presentan a largo plazo. Como este material está presente en estructuras históricas durante largos periodos de tiempo, existe la necesidad de cuantificar el incremento de sus propiedades mecánicas con el tiempo. Este estudio trata sobre la evolución de las propiedades mecánicas de un mortero de cal aérea y otro de cal hidráulica natural, con una relación cal/árido de 1:3, en diferentes momentos de curado a largo plazo. Se analiza por primera vez la evolución de propiedades mecánicas en fractura, como la energía de fractura y la resistencia a tracción indirecta. Los resultados muestran que hasta los 56 días de curado se da un incremento alto de las propiedades mecánicas para ambos morteros, entre 60% y 90% de su valor a los 448 días. A esto le sigue una evolución más moderada y progresiva hasta los 224 días, después de la cual las propiedades permanecen más o menos constantes para el mortero de cal aérea y con un ligero aumento para el de cal hidráulica natural.

PALABRAS CLAVE: Mortero de cal aérea, Mortero de cal hidráulica natural, Caracterización mecánica, Evolución.

ABSTRACT

The strength of lime mortars at early ages can be quite different from the one in the long-term. As this material is present in historical masonry structures for long periods of time, there is an urgent need to quantify the increase of the mechanical properties of lime mortars with time. This study focuses on the evolution of the advanced mechanical properties of an aerial and a natural hydraulic lime mortars, with a lime/aggregate ratio of 1:3, at different curing instant in the long term. It is studied for the first time the evolution of mechanical properties in fracture, such as fracture energy and splitting tensile strength. The results show that up to 56 curing days there is a fast increase of the mechanical properties for both mortars, ranging between 60% and 90% of their corresponding values at an age of 448 days. Then, it is followed by a more moderate and progressive evolution up to 224 days, after that the mechanical properties remain more or less constant for the aerial lime mortar and with a slight increase for the natural hydraulic one.

KEYWORDS: Aerial lime mortar, Natural hydraulic lime mortar, Mechanical characterization, Evolution.

1. INTRODUCCIÓN

Entre los morteros más usados en restauración del patrimonio civil y arquitectónico, se encuentran los morteros de cal aérea y los de cal hidráulica natural. Ambos se usan principalmente como juntas uniendo ladrillos, bloques o piedras en los muros de obra de fábrica [1, 2]. Además, los morteros de cal aérea se emplean también como revestimientos para proteger los muros del agua y de impactos, como mortero base para los azulejos y otras piezas cerámicas o con fines decorativos [3]. A su vez, los morteros de cal hidráulica natural se usan cuando se requieren mayores resistencias iniciales, menores periodos de fraguado o cuando se requiere un mejor comportamiento bajo la

acción de sales solubles [4] o bajo condiciones de humedad muy elevadas [5].

Tanto los morteros de cal aérea como hidráulicos están presentes en estructuras históricas de obra de fábrica durante largos periodos de tiempo. Además se sabe que sus resistencias iniciales son muy diferentes a las que presentan tras largos periodos de curado. Por tanto existe una necesidad urgente de caracterizar las propiedades mecánicas de estos materiales con el tiempo.

Los estudios sobre la evolución de las propiedades de morteros de cal suelen medir sus resistencias a flexión y a compresión [1, 2, 4] pero carecen de un análisis detallado de otras propiedades en fractura importantes, como la energía de fractura o la resistencia a tracción indirecta. Por tanto, el objetivo de este trabajo es caracterizar mecánicamente un mortero de cal aérea y otro de cal hidráulica con el tiempo. Para ello, se midieron las resistencias a flexión, compresión y tracción indirecta, energía de fractura y módulo elástico en diferentes momentos de curado hasta los 448 días. Los resultados muestran que se da un incremento alto de las propiedades mecánicas hasta los 56 días, entre el 60% y el 90% de sus valores a los 448 días. A este periodo le sigue un incremento más moderado de las mismas hasta los 224 días, después del cual las propiedades mecánicas permanecen aproximadamente constantes para el mortero de cal aérea y con un ligero aumento para el de cal hidráulica natural.

El resto del artículo se estructura del siguiente modo. La próxima sección presenta el procedimiento experimental adoptado. La Sección 3 muestra los resultados y análisis de los mismos. Por último, algunas conclusiones se detallan en la Sección 4.

2. PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

2.1. Materias primas

Se emplearon dos tipos de cal. Una aérea del tipo CL 90-S, y otra hidráulica natural del tipo NHL 3.5 según EN 459-1 [6]. La primera fue suministrada por "Calcasa Calcinor" (España) y la última por "Socli, Italcementi Group" (Francia). La cal aérea presenta una densidad aparente de 0.49 g/cm³ mientras que la hidráulica natural, más densa, de 0.85 g/cm³, medidas ambas según EN 1097-3 [7].

El árido empleado es de tipo calizo de machaqueo de tamaño 0/4 mm y con distribución granulométrica como muestra la Figura 1. Presenta una densidad aparente de 1.82 g/cm³ medida de acuerdo con EN 1097-3 [7].



Figura 1. Distribución granulométrica del árido empleado.

2.2. Composición y fabricación de los morteros

Se fabricaron dos tipos de morteros, uno con cal aérea y otro con cal hidráulica natural. Ambos presentan una relación cal/árido de 1:3 en volumen y una relación agua/cal de 0.9 también en volumen. La consistencia de los dos morteros fueron plásticas, entre 140-145 mm en el caso del mortero de cal aérea y entre 150-155 mm

para el de cal hidráulica natural. Las proporciones en volumen se tradujeron a términos de masa para evitar imprecisiones en la medida.

Se fabricaron probetas prismáticas de 40 × 40 × 160 mm³ según EN 1015-11 [8]. El mortero de cal aérea se curó durante siete días iniciales en cámara húmeda (RH 97 ± 0.5% y 20 ± 0.5°C) y el resto bajo condiciones ambientales de laboratorio (RH 51 ± 10% y 17 ± 3°C). El mortero de cal hidráulica se mantuvo, por el contrario, durante todo el tiempo de curado en la cámara húmeda.

2.3. Procedimientos de ensayo

Se midieron la densidad, las resistencias a flexión y compresión a edades de curado de 7, 14, 28, 56, 112, 224 y 448 días. La energía de fractura, el módulo elástico y la resistencia a tracción indirecta (en las probetas resultantes del ensayo previo para obtener la energía de fractura) se ensayaron a las mismas edades pero empezando a los 28 días ya que a edades previas los probetas entalladas se rompían fácilmente. Los correspondientes ensayos del mortero de cal aérea empezaron a los 14 días, en lugar de a los 7, porque en ese momento las probetas estaban aún húmedas. Los procedimientos de ensayo se encuentran detallados en [9, 10].

2.3.1 Ensayos de flexión en tres puntos

Mediante el ensayo de flexión en tres puntos se midieron la energía de fractura y el módulo de elasticidad. Se siguió el procedimiento recomendado por RILEM [11] y las mejoras propuestas por Planas, Guinea y Elices [12-14]. Por conveniencia, se emplearon probetas de $40 \times 40 \times 160 \text{ mm}^3$. Estas presentaban una entalla centrada hasta mitad de canto, realizada durante la fabricación de las mismas. Además, se utilizó una máquina Instron 8805 para la realización de los ensayos. Se siguió el procedimiento descrito en [9, 10]. Se adoptó la técnica de compensación por peso durante todo el ensayo. Se emplearon apoyos antitorsión que permiten el giro en el plano transversal a la probeta y se hicieron las correcciones correspondientes en la cola de la curva. De esta manera, la energía de fractura así obtenida es independiente del tamaño de la probeta [15]. Además, el desplazamiento se midió con dos LVDT (linear variable differential transducers). Los ensayos se realizaron en control por desplazamiento a una velocidad de 5.0×10^{-4} mm/s hasta un desplazamiento igual a 0.3 mm y a 2.5×10⁻³ mm/s durante el resto del ensayo.

Mediante el ensayo de flexión en tres puntos también se midió el módulo de elasticidad. Para esto se sujetó un extensómetro (modelo Instron 2620) en la entalla para medir la apertura de la boca de la fisura (CMOD). Una vez medida la pendiente de la curva carga-CMOD, se aplicó el procedimiento en [16] para relaciones de luz/canto (S/D) de probeta (β) entre 2.5 y 16 [10].

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

3.1. Resultados experimentales

La evolución de la densidad y de las propiedades mecánicas medidas a lo largo del tiempo se pueden observar en la Figura 2 para el mortero de cal aérea y para el de cal hidráulica natural. En ésta, las barras de error son la desviación típica.

En general, se observa que las propiedades mecánicas del mortero de cal hidráulica natural son mayores que las del mortero de cal aérea. Esto se debe, principalmente, a la diferente composición mineralógica de ambos morteros y a los diferentes mecanismos de endurecimiento. Atendiendo a la evolución de la densidad (Figura 2a), ésta disminuye considerablemente desde el momento de fabricación hasta aproximadamente los 56 días de curado para ambos morteros. Este descenso se debe a la evaporación del agua de los morteros por secado [17]. Tras los 56 días de curado, la densidad permanece aproximadamente constante para el mortero de cal hidráulica natural como también se observa para los morteros de NHL 5 con la misma relación cal/árido en la referencia [18]. El mortero de cal aérea, sin embargo aumenta su densidad después de los 56 días. Según otros investigadores, esto se debe a la transformación de portlandita en calcita, que hace que aumente el peso de la probeta cuando los poros se rellenan del carbonato cálcico [17].



Figura 2. Evolución de las propiedades de morteros de cal aérea e hidráulica natural: (a) densidad, (b) resistencia a flexión, (c) resistencia a compresión, (d) resistencia a tracción indirecta, (e) energía de fractura, y (f) módulo elástico.

En cuanto a la evolución de las propiedades mecánicas (Figura 2b-f), se observa un aumento significativo de las mismas hasta los 56 días de curado para ambos morteros de cal. Este incremento se sitúa entre el 60% y el 90% con respecto a su valor a los 448 días dependiendo de la propiedad mecánica medida y del tipo de mortero. Dicho fenómeno se debe, principalmente, al propio secado de las probetas y al proceso de carbonatación, que empieza a adquirir importancia a partir de los 14 o 28 días de curado para ambos morteros [2, 18]. Además en los morteros de cal hidráulica natural se da la hidratación de los silicatos cálcicos [2, 18]. De ahí que estos últimos presenten mayores propiedades mecánicas.

Posteriormente, ambos morteros experimentan un aumento más moderado hasta los 224 días. Esta ganancia de resistencia moderada se debe al proceso de carbonatación en ambos morteros y a la hidratación de los silicatos dicálcicos (C_2S) en los morteros de cal hidráulica natural [2, 18].

Finalmente, desde los 224 hasta los 448 días de curado, las propiedades mecánicas de los morteros de cal aérea permanecen aproximadamente constantes, mientras que experimentan un ligero aumento para los de cal hidráulica natural. Este último fenómeno se debe a que la hidratación de C_2S en los morteros de cal hidráulica natural es un proceso lento que comienza aproximadamente a los 28 días y dura más [2, 18]. En el caso del ensayo a flexión de los morteros de cal hidráulica natural a los 448 días, la fisura obtenida fue muy inclinada en las tres probetas lo que causaría, probablemente un descenso de resistencia como se puede observar en la Figura 2b.

4. CONCLUSIONES

Este trabajo estudia la evolución de las propiedades mecánicas de dos morteros de cal, uno aéreo y otro de cal hidráulica natural. Las propiedades medidas son la densidad, las resistencias a flexión, compresión y tracción indirecta, la energía de fractura y el módulo elástico. Los resultados muestran que las propiedades mecánicas aumentan significativamente hasta los 56 días de curado. Éstas ganan alrededor del 60% y del 90% de sus valores a los 448 días, dependiendo de la propiedad y del tipo de mortero. Posteriormente, para morteros, las propiedades ambos mecánicas experimentan un ligero aumento hasta los 224 días, después del cual permanecen aproximadamente constantes para el mortero de cal aérea y con un ligero aumento para el mortero de cal hidráulica natural hasta los 448 días.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen la financiación de INCRECYT, del Ministerio de Economía y Competitividad, España, por la ayuda BIA2015-68678-C2-1-R, a la Junta de Comunidades de Castilla-La Mancha (JCCM), Fondo Europeo de Desarrollo Regional, España, por la ayuda PEII-2014-016-P y al Ministerio de Economía Industria y Competitividad, España, por el proyecto RTC-2017-6736-3. L. Garijo también agradece la financiación de la beca FPU014/05186 del Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, España, y J. J. Ortega la ayuda 2016/12998 concedida por la JCCM.

REFERENCIAS

[1] Drougkas A, Roca P, Molins C. Compressive strength and elasticity of pure lime mortar masonry. Materials and Structures. 2016;49(3):983-99.

[2] Lanas J, Arandigoyen M, Alvarez JI, Pérez Bernal JL, Bello MA. Mechanical behavior of masonry repair mortars: aerial and hydraulic lime-based mixtures. 10th International Congress on Deterioration and Conservation of Stones Stockholm, 2004.

[3] Veiga R. Air lime mortars: What else do we need to know to apply them in conservation and rehabilitation interventions? A review. Construction and Building Materials. 2017;157:132-40.

[4] Kalagri A, Karatasios I, Kilikoglou V. The effect of aggregate size and type of binder on microstructure and mechanical properties of NHL mortars. Construction and Building Materials. 2014;53:467-74.

[5] Apostolopoulou M, Aggelakopoulou E, Siouta L, Bakolas A, Douvika M, Asteris PG, Moropoulu A. A methodological approach for the selection of compatible and performable restoration mortars in seismic hazard areas. Construction and Building Materials. 2017;155:1-14.

[6] BS EN 459-1. Building lime – Part 1: Definitions, specifications and conformity criteria. Brussels, Belgium: BSI; 2015. p. 52.

[7] BS EN 1097-3. Test for mechanical and physical properties of aggregates – Part 3: Determination of loose bulk density and voids: BSI; 1998. p. 10.

[8] BS EN 1015-11. Methods of test for mortar for masonry – Part 11: Determination of flexural and compressive strength of hardened mortar: BSI; 1999/A1:2006. p. 12.

[9] Garijo L, Zhang XX, Ruiz G, Ortega JJ, Yu RC. Advanced mechanical characterization of NHL mortars and cohesive simulation of their failure behavior. Construction and Building Materials. 2017;153:569-77.

[10] Garijo L, Zhang XX, Ruiz G, Ortega JJ, Wu Z. The effects of dosage and production process on the mechanical and physical properties of natural hydraulic lime mortars. Construction and Building Materials 2018;169:325-34.

[11] RILEM TC 50-FMC. Determination of the fracture energy of mortar and concrete by means of the three-point bend tests on notched beams. Materials and Structures. 1985;18:285-90.

[12] Planas J, Elices M, Guinea GV. Measurement of the fracture energy using three point bend tests. 2. Influence of bulk energy dissipation. Materials and Structures. 1992;25:305-12.

[13] Elices M, Guinea GV, Planas J. Measurement of the fracture energy using three point bend tests. 1. Influence of experimental procedures. Materials and Structures. 1992;25:121-218.

[14] Elices M, Guinea GV, Planas J. Measurement of the fracture energy using three point bend tests. 3. Influence of cutting the P- δ tail. Materials and Structures. 1992;25:327-34.

[15] Bažant ZP, Planas J. Fracture and Size Effect in Concrete and Other Quasibrittle Materials. Boca Raton, Florida, USA.1998.

[16] Guinea GV, Pastor JY, Planas J, Elices M. Stress intensity factor, compliance and CMOD for a general three-point-bend beam. International Journal of Fracture. 1998;89(2):103-16.

[17] Van Balen K, Van Gemert D. Modeling lime mortar carbonation. Materials and Structures. 1994;27(171):393-8.

[18] Lanas J, Bernal JLP, Bello MA, Galindo JIA. Mechanical properties of natural hydraulic lime-based mortars. Cement and Concrete Research. 2004;34(12):2191-201.

RELACIÓN ENTRE LAS RESISTENCIAS RESIDUALES A FLEXIÓN Y A COMPRESIÓN DEL HORMIGÓN REFORZADO CON FIBRAS DE ACERO DENTRO DEL MARCO NORMATIVO DEL EUROCÓDIGO 2

G. Ruiz^{1*}, Á. de la Rosa¹, E. Poveda¹

¹ ETS de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos. Universidad de Castilla–La Mancha. Av. Camilo José Cela s/n, 13071. Ciudad Real–España *Persona de contacto: Gonzalo.Ruiz@uclm.es

RESUMEN

El comportamiento estructural del hormigón reforzado con fibras de acero, HRFA, se define mediante clases de resistencia residual a flexión para diferentes aperturas de la boca de fisura, CMOD ($f_{R1,k}$, CMOD = 0.5 mm, y $f_{R3,k}$, CMOD = 2.5 mm) tal y como propone el borrador del Anejo L del próximo Eurocódigo 2. A fin de establecer una relación entre estas clases y la resistencia residual a compresión del HRFA una vez superado el pico de carga, σ_R (definida como la tensión resistida cuando la deformación es tres veces la obtenida en carga máxima), se presenta un estudio en el que, utilizando la metodología de las Superficies de Respuesta, se analizan una serie de ensayos experimentales obtenidos de la literatura técnica. Mediante el Análisis de la Varianza, se determinan qué factores tienen una influencia real en las diferentes respuestas estudiadas. Los resultados indican que tanto la fracción en volumen de fibra, ϕ_f , la esbeltez de la fibra, λ , y la resistencia a compresión del HRFA, f_{cuf}, son estadísticamente significativos para f_{R1,k}, mientras que ϕ_f , λ , f_{cuf} y la longitud de fibra, ℓ_f , lo son para f_{R3,k}. Finalmente, también existe relación significativa entre σ_R , f_{R1,k} y f_{R3,k} /f_{R1,k}, por lo que se propone la inclusión de σ_R como un parámetro adicional en la citada clasificación del Eurocódigo 2.

PALABRAS CLAVE: Resistencia residual a flexión; Resistencia residual a compresión; HRFA; Metodología de las Superficies de Respuesta; Eurocódigo 2

ABSTRACT

Structural behavior of steel fiber–reinforced concrete, SFRC, is classified by flexural residual strengths for different crack mouth opening displacements, CMOD ($f_{R1,k}$, CMOD = 0.5 mm, and $f_{R3,k}$, CMOD = 2.5 mm) as it is proposed in the Annex L draft of the next Eurocode 2. In this communication we apply the Response Surface Methodology on a database of experimental results to correlate structural classes with the compressive residual strength of SFRC, σ_R (defined as the compressive stress for a strain exceeding three times the strain at the compressive peak). The database is taken from the technical literature and is composed of tests where all the related parameters were measured. The Analysis of Variance, determines which factors have a real influence in the different responses studied here. Results indicate that volume fraction of fibers, ϕ_f , aspect ratio, λ , and compressive strength of SFRC, f_{cuf} , are statistically significant for $f_{R1,k}$, while ϕ_f , f_{cuf} , λ and fiber length, ℓ_f , are significant for $f_{R3,k}$. Finally, a significant relationship has been found between σ_R , $f_{R1,k}$ and $f_{R3,k}/f_{R1,k}$, which suggests that σ_R could be included as an additional parameter defining the Eurocode 2 classes.

KEYWORDS: Flexural residual strength; Compressive residual strength; SFRC; Response Surfaces Methodology; Eurocode 2

1. INTRODUCCIÓN

La adición de fibras de acero en el hormigón supone una mejora en la resistencia residual a flexión una vez que se ha fisurado la matriz, lo cual implica un aumento de la tenacidad del material [1,2]. Así, el hormigón reforzado con fibras de acero, HRFA, se emplea en estructuras en las que se requiere un control de la fisuración [3], tales como pavimentos industriales [4], revestimiento de túneles [5], tuberías [6], etc. Su creciente uso ha supuesto la necesidad de incluirlo dentro de los códigos de diseño de estructuras de hormigón [7,8,9]. Sin embargo, estos documentos solamente consideran la mejora en el comportamiento a tracción, sin tener en cuenta la capacidad de absorción de energía que suministra la fibra en la zona comprimida, a pesar de que este aspecto de la respuesta a compresión del HRFA es muy conocido [10,11]. Por tanto, es interesante incluir la resistencia residual a compresión asociada a cada una de las clases resistentes a flexión del HRFA

establecidas en el Anejo L del borrador del Eurocódigo 2 [9] (EC2).

A tal fin, se han creado dos bases de datos con resultados experimentales (una con 197 ensayos a compresión y otra con 484 ensayos a flexión) y, mediante la Metodología de las Superficies de Respuesta [12] y aplicando el modelo de comportamiento a compresión para HRFA de Ruiz *et al.* [13], se han calculado las resistencias residuales a compresión, σ_R , correspondientes a cada clase de HRFA definidas por el EC2 [9].

2. MATERIALES Y MÉTODOS

2.1. Metodología de las Superficies de Respuesta

El método de las Superficies de Respuesta es un conjunto de técnicas estadísticas que permiten la creación de modelos de ajuste de datos y la búsqueda de relaciones entre las variables que intervienen en un problema [14]. A través del análisis de la varianza (ANOVA) de los datos se determina si las variables independientes (factores) tienen significancia estadística en la explicación de la variable dependiente (respuesta). La respuesta se describe, generalmente, por medio de un polinomio de ajuste de los datos experimentales; en este caso se ha seleccionado un polinomio de grado uno dado por la Ec. (1):

$$Y = \beta_0 + \sum_{i=1}^n \beta_i X_i + \xi \tag{1}$$

siendo,

- Y: respuesta
- β_0 : coeficiente de valor constante
- β_i : coeficientes de ajuste lineal
- X_i: factores
- ξ: error observado en la respuesta

El análisis de las diferentes respuestas se ha efectuado ajustando dos modelos polinómicos, de segundo y primer grado, eligiendo este último como el más adecuado en base a los siguientes criterios: que sea capaz de proporcionar valores correctos dentro del dominio investigado; y que no tenga indicios de presencia de multicolinealidad (definida como la correlación entre variables del modelo), ya que este fenómeno puede producir incorrectas estimaciones de los coeficientes y de la significancia de los factores (lo cual se comprueba controlando que el estadístico denominado Factor de Inflación de la Varianza, FIV, permanezca por debajo de 5).

La metodología ha sido ejecutada por medio del programa de análisis estadístico Minitab [15].

2.2. Cálculo de la resistencia residual a compresión. Modelo de comportamiento a compresión para HRFA

A partir del modelo de comportamiento a compresión para HRFA de Ruiz *et al.* [13] es posible calcular σ_{R} , definida como la tensión residual resistida cuando la deformación es tres veces la obtenida en carga máxima. Se trata de un modelo sencillo, definido en formato tecnológico, que consta de dos partes tal y como se muestra en la Fig. 1: la primera es una curva trazada desde el origen de la gráfica tensión-deformación, σ - ε , hasta la tensión máxima, análoga a la del EC2 para hormigón en masa [9]. El segundo tramo es una parábola invertida de eje vertical calculada con la Ec. (2), que parte desde la tensión máxima hasta cero, calculada de forma que el consumo de energía en la zona post-pico sea igual al valor de esa misma energía medida con los resultados de la base de datos de ensayos a compresión en los que se ha podido medir dicha energía.



Figura 1. Modelo de comportamiento a compresión para HRFA [13].

$$\sigma^* = 1 - \frac{1}{4} (1 - \sigma_R^*) (\epsilon^* - 1)^2$$
(2)

donde,

- σ^* : tensión adimensional (= σ/f_{cf})
- ε^* : deformación adimensional (= $\varepsilon/\varepsilon_{cf}$)
- $σ_R^*$: resistencia residual a compresión adimensional correspondiente a $ε^* = 3$ (= $σ_R/f_{cf}$, donde $σ_R$ es la resistencia residual a compresión para una deformación igual a 3 veces la deformación a tensión máxima, $ε_{cf}$)
- f_{cf} : resistencia a compresión del HRFA (en probeta cilíndrica de dimensiones 150 x 300 mm², diámetro x altura)

La Ec. (2) es una rama de ablandamiento, ya que considera siempre valores de σ_R^* menores que la unidad; además, el modelo está del lado de la seguridad, ya que la mayor parte de las curvas a compresión de la base de datos pueden absorber bastante más energía que el límite fijado en $\varepsilon^* = 3$.

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

A partir de la base de datos creada con resultados a flexión (en probetas prismáticas entalladas de dimensiones $150 \times 150 \times 550 \text{ mm}^3$, altura x anchura x longitud, y con fibras de acero de extremos conformados con un solo doblez) y aplicando la metodología de las Superficies de Respuesta, se han estudiado la relaciones existentes entre un conjunto de variables involucradas en el comportamiento a flexión del HRFA; a saber:

- Respuestas (en valores característicos): resistencia a flexión del HRFA en el límite de proporcionalidad $(f_{L,k})$ y resistencia residual a flexión del HRFA para diferentes aperturas de la boca de fisura, CMOD $(f_{R1,k}, CMOD = 0.5 \text{ mm}, \text{ y } f_{R3,k}, CMOD = 2.5 \text{ mm}).$
- Factores: resistencia a compresión del HRFA en probeta cúbica de 150 mm de lado (f_{cuf}), fracción en volumen de fibra (φ_f), longitud de fibra (ℓ_f, de manera adimensional como ℓ_f^{*} = ℓ_f/ℓ₀, donde ℓ₀ = 30 mm) y esbeltez de fibra (λ = ℓ_f/d_f, siendo d_f el diámetro de la fibra).

Las Fig. 2, 3 y 4 muestran por medio de diagramas de Pareto la significancia estadística de los factores en cada una de las respuestas. En las tres respuestas, $f_{cuf} y \phi_f$ son significativos; además, λ es significativo para $f_{R1,k} y$ $f_{R3,k}$, y ℓ_f también lo es para $f_{R3,k}$. Esto pone de manifiesto la importancia de los parámetros relacionados con las dimensiones de la fibra al abrirse la fisura, además del contenido de fibra y la resistencia a compresión. Las Fig. 2, 3 y 4 también representan las superficies de ajuste para las tres respuestas mencionadas y los factores significativos $f_{cuf} y \phi_f$.

Con la base de datos de ensayos a compresión y la definición de resistencia residual a compresión, $\sigma_R (\sigma_R^* = \sigma_R/f_{cf})$, aplicando la metodología de las Superficies de Respuesta se obtiene la Ec. (3):

$$\sigma_R^* = -0.089 + 21.27\phi_f + 0.00407\lambda \tag{3}$$

A continuación, la Ec (3) se introduce en la base de datos a flexión para determinar los valores correspondientes de $\sigma_R^* y \sigma_R$ en cada uno de estos ensayos. Se adopta la hipótesis de igualdad de resistencias a compresión en ambas tipologías y tamaños de probetas, en base a la investigación de Del Viso *et al.* [16].



Figura 2. Diagrama de Pareto (superior) y superficie de respuesta (inferior) para $f_{L,k}$



Figura 3. Diagrama de Pareto (superior) y superficie de respuesta (inferior) para $f_{RI,k}$



Figura 4. Diagrama de Pareto (superior) y superficie de respuesta (inferior) para $f_{R3,k}$

De nuevo aplicando la citada metodología se calculan $\sigma_R^* y \sigma_R$, tomando como factores $f_{R1,k} y f_{R3,k}/f_{R1,k}$, que son los que considera el EC2 para clasificar al HRFA. El resultado final es la Tabla 1, que permite caracterizar de manera completa cualquier HRFA en términos de resistencias residuales a flexión y a compresión. Ello

supone una novedad y mejora tecnológica en el análisis y diseño de elementos estructurales de HRFA.

4. CONCLUSIONES

A partir de la metodología de las Superficies de Respuesta se ha estudiado la relación entre las resistencias residuales a flexo-tracción, f_{R1,k} y f_{R3,k}, y la resistencia residual a compresión, $\sigma_{\rm R}$ (definida como la tensión resistida cuando la deformación es tres veces la obtenida en carga máxima en compresión) en HRFA con el objetivo de caracterizar completamente la respuesta a flexión de dicho material. Mediante la elaboración de dos bases de datos (una con ensayos a compresión y otra con ensayos a flexión) y aplicando dicha metodología se han determinado qué factores tienen significancia estadística, ajustándose modelos polinómicos lineales que describen las distintas respuestas. Los resultados muestran que la fracción en volumen de fibra, ϕ_f , la esbeltez, λ , y la resistencia a compresión del HRFA, fcuf, son estadísticamente significativos para $f_{R1,k}$, mientras que ϕ_f , λ , f_{cuf} y la longitud de fibra, ℓ_f , lo son para $f_{R3,k}$. Utilizando un sencillo modelo a compresión para HRFA [13] se determina el valor de σ_R en la base de datos a flexión y se comprueba la existencia de relación significativa entre $\sigma_R,\ f_{R1,k}$ y $f_{R3,k}/f_{R1,k},$ por lo que se propone la inclusión de σ_R como un parámetro adicional en la clasificación del HRFA del próximo EC2 para el análisis y diseño de elementos estructurales.

$f_{R3,k}$		$f_{R1,k}$								
f_{cuf} / σ_R	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	4.0	5.0	6.0	8.0	10.0
Clase a:	0.5	0.8	1.0	1.3	1.5	2.0	2.5	3.0	4.0	5.0
$0.5 \le \frac{f_{R3,k}}{f_{R1,k}} < 0.7$	27/5	31 / 7	32 / 7	36 / 9	37 / 9	42/11	45 / 13	48 / 15	53 / 19	57 / 23
Clase b:	0.7	1.1	1.4	1.8	2.1	2.8	3.5	4.2	5.6	7.0
$0.7 \le \frac{f_{R3,k}}{f_{R1,k}} < 0.9$	36 / 7	40 / 9	41 / 9	44 / 10	45 / 11	49 / 13	51/15	54 / 17	58 / 21	62 / 25
Clase c:	0.9	1.4	1.8	2.3	2.7	3.6	4.5	5.4	7.2	9.0
$0.9 \le \frac{f_{R3,k}}{f_{R1,k}} < 1.1$	45 / 9	49 / 11	49 / 11	52 / 12	53 / 13	56 / 15	58 / 17	60 / 19	64 / 23	66 / 27
Clase d:	1.1	1.7	2.2	2.8	3.3	4.4	5.5	6.6	8.8	11.0
$1.1 \le \frac{f_{R3,k}}{f_{R1,k}} < 1.3$	54/11	57 / 12	58 / 13	60 / 14	60 / 15	62 / 17	64 / 19	66 / 21	69 / 25	71 / 29
Clase e:	1.3	2.0	2.6	3.3	3.9	5.2	6.5	7.8	10.4	13.0
$1.3 \le \frac{f_{R3,k}}{f_{R1,k}}$	63 / 13	66 / 14	66 / 15	68 / 16	68 / 17	69 / 19	71/21	72 / 23	74 / 27	76 / 31

 Tabla 1. Clases de resistencias residuales a flexo-tracción y a compresión para el HRFA (propuesta de acuerdo con el formato del Anejo L del Eurocódigo 2)

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer la financiación recibida por el Ministerio de Economía y Competitividad mediante el proyecto BIA2015–68678–C2–1–R. Igualmente, Ángel de la Rosa agradece la ayuda económica recibida mediante la beca FPI BES–2016– 077458.

REFERENCIAS

- [1] G. Tiberti, F. Germano, A. Mudadu and G. A. Plizzari, An overview of the flexural post–cracking behavior of steel fiber reinforced concrete. Structural Concrete (2017) 1-24.
- [2] M. Di Prisco, G. Plizzari and L. Vandewalle. Fibre reinforced concrete: new design perspectives. Materials and Structures (2009) 42(9):1261–1281.
- [3] J.R. Deluce and F.J. Vecchio. Cracking behavior of steel fiber-reinforced concrete members containing conventional reinforcement. ACI Structural Journal (2013) 110(3):481–490.
- [4] A. Meda and G. Plizzari. A new design approach for SFRC slabs on grade based on fracture mechanics. ACI Structural Journal (2004) 101(3):298–303.
- [5] R. Gettu, B. Barragán, T. García, J. Ortiz and R. Justa. Fiber concrete tunnel lining. Concrete International (2006) 28(8):63–69.
- [6] A. de la Fuente, R.C. Escariz, A.D. de Figuereido, C. Molins and A. Aguado. A new design method for steel fibre reinforced concrete pipes. Construction and Building Materials (2012) 30:547–555.

- [7] EHE–08. Instrucción de Hormigón Estructural. Ministerio de Fomento. Madrid, España, 2008.
- [8] fib Bulletin 65/66. Model Code 2010–Final Draft. International Federation for Structural Concrete (fib). Lausanne, Switzerland, 2012.
- [9] Eurocode 2: Design of Concrete Structures. European Committee for Standardization–CEN, 2004.
- [10] S.P. Shah, P. Stroeven, D. Dalhuisen and P. Van Stekelenburg. Complete stress-strain curves for steel fibre reinforced concrete in uniaxial tension and compression. Testing and test methods of fibre cement composites (1978):399–408.
- [11] J.A.O. Barros and J.A. Figueiras. Flexural behavior of SFRC: testing and modeling. Journal of Materials in Civil Engineering (1999)11(4):331–339.
- [12] G.E.P. Box and K.G. Wilson. On the experimental attainment of optimum conditions. Journal of the Royal Statistical Society, B (1951) 13:1–45.
- [13] G. Ruiz, Á. de la Rosa and E. Poveda. Model for the compressive stress-strain relationship of steel fiber-reinforced concrete for non-linear structural analysis. Hormigón y Acero (2019) 69 S1:75–80.
- [14] D.C. Montgomery. Design and Analysis of Experiments. John Wiley and Sons. New York, 8th Ed. 2014.
- [15] Minitab 18 Statistical Software. <u>www.minitab.com</u>, 2018.
- [16] J.R. del Viso, J.R. Carmona and G. Ruiz. Shape and size effects on the compressive strength of high-strength concrete. Cement and Concrete Research (2008) 38:386–395.

MODELIZACIÓN 3D DE LA MESOESTRUCTURA DE MATERIALES CEMENTICEOS REFORZADOS CON FIBRAS

G. Sal-Anglada^{1*}, E. I. Villa¹, C. G. Rocco¹, M. Braun^{1,2}

¹Departamento de Construcciones, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de La Plata. Calle 48 y 115 s/n, (B1900TAG) La Plata, Buenos Aires, República Argentina
² Consejo Nacional de Investigación Científicas y Técnicas (CONICET) CCT La Plata Calle 8 Nº 1467, (B1904CMC), La Plata, Buenos Aires, Argentina
* Persona de contacto: gsalanglada@hotmail.com

RESUMEN

En el presente artículo se muestran los primeros resultados de un proyecto, consistente en la simulación numérica del comportamiento en fractura de materiales compuestos de matriz cementícea reforzados con fibras, utilizando distintos algoritmos que permiten la incorporación de las fibras, las inclusiones y los vacíos presentes en la matriz. Para tal fin, se ha desarrollado un código en MatLab, cuyos resultados se exponen en este trabajo, que permite modelar en 3D, de manera explícita, la mesoestructura de este tipo de materiales. En el caso de las fibras, el código tiene en cuenta la relación de aspecto, las propiedades mecánicas, la fracción volumétrica y la distribución espacial. Para el caso de los vacíos y las inclusiones, se considera tanto la fracción volumétrica como la distribución de tamaños y su forma, considerando en ambos casos una distribución aleatoria dentro de la matriz. Se presentan distintos ejemplos de generación de la mesoestructura, correspondientes a la presencia de inclusiones, vacíos y fibras. El código se implementó en Abaqus, considerando un comportamiento elástico lineal, observándose que los resultados correspondientes a un ensayo de compresión en probetas cúbicas son consistentes con otros recogidos en la literatura.

PALABRAS CLAVE: Método de elementos finitos, Hormigón, Fibras de refuerzo, Meso escala

ABSTRACT

This article corresponds to the first stage of a project, consisting of numerical simulation of the fracture behaviour of fiber-reinforced cementitious materials. In this work, we present the preliminary results of a code developed in MatLab that allows to model in 3D, in an explicit way, the mesostructure of cementitious matrix composites reinforced with fibers, using for this purpose different algorithms that allow the incorporation of fibers, inclusions and voids within the matrix. In the case of fibres, the code takes into account the aspect ratio, mechanical properties, volumetric fraction and spatial distribution. In the case of voids and inclusions, both the volumetric fraction and the size distribution are considered, as well as the shape, considering a random distribution within the matrix. The article presents examples of mesostructure generation corresponding to the presence of inclusions, voids and fibers. The code was implemented in Abaqus, considering a linear elastic behaviour. The results corresponding to a compression test in cubic specimens are consistent with others collected in the literature.

KEYWORDS: Finite element method, Concrete, fiber-reinforced, Mesoscale

1. INTRODUCCIÓN

El hormigón es el material de construcción más empleado en la actualidad [1], y es utilizado en innumerable cantidad de aplicaciones diferentes debido a su versatilidad y ventajas tecno-económicas. El uso del hormigón permite la construcción de estructuras de cualquier forma y alta resistencia a la compresión con un costo muy inferior al de otros materiales de construcción también muy utilizados frecuentemente. Por otro lado, su principal inconveniente es su baja resistencia a la tracción; sin embargo, esto se puede superar con la inclusión de fases adicionales como barras de acero [2], fibras naturales o artificiales [3] e incluso nanotubos de carbono [4], entre otros.

La demanda de hormigones de alta resistencia en infraestructuras civiles ha aumentado y ha permitido el desarrollo de hormigones de alto rendimiento [5] con el objetivo de alcanzar características materiales extraordinarias, especialmente en términos de resistencia y durabilidad.

La inclusión de fibras dentro de la matriz de hormigón mejora las propiedades mecánicas del nuevo material compuesto resultante.

A medida que se extiende el uso del hormigón reforzado con fibras aumenta la necesidad de desarrollar herramientas confiables para comprender mejor su comportamiento. Es dentro de este contexto que los modelos numéricos juegan un papel importante.

En general, la respuesta mecánica de los hormigones reforzados con fibras depende de distintos parámetros como pueden ser: las fibras (tamaño, rigidez, resistencia, forma y fracción volumétrica), la matriz (rigidez, resistencia y energía de fractura) y las inclusiones (distribuciones granulométricas, tamaño y forma). Por lo tanto, es deseable que los modelos numéricos tengan en cuenta estos parámetros de material.

El objetivo de este trabajo es implementar un algoritmo en MatLab que permita generar un modelo 3D a escala mesoscópica, discretizando los distintos componentes que constituyen el hormigón, como son: la matriz cementícea, los agregados, las fibras y los vacíos. El algoritmo propuesto permite generar de forma aleatoria la distribución espacial de los distintos componentes, además de ser capaz de incorporar agregados y vacíos en función de una curva de distribución de tamaños.

A partir del modelo generado en MatLab, se utiliza el código comercial de elementos finitos Abaqus/Standard [6] para el cálculo de las constantes elásticas de la estructura. Para validar el modelo desarrollado se ha estudiado el caso de probetas cúbicas sometidas a compresión uniaxial. Los resultados obtenidos han sido comparados con datos experimentales y numéricos obtenidos por otros autores.

2. GENERALIDADES DEL MODELO

En los modelos computacionales, el hormigón puede ser representado de distintas maneras según la escala analizada. En una escala macroscópica el hormigón puede ser representado como un material homogéneo, mientras que en la escala mesoscópica se discretizan de manera diferenciada todos sus componentes y las interacciones entre los mismos [7].

En este trabajo se ha desarrollado un modelo en escala mesoscópica, con el objetivo de estudiar la influencia de la composición de la mezcla de hormigón, en sus propiedades a nivel macroscópico. El modelo consiste en la discretización 3D de la matriz cementícea, la porosidad, los agregados y las fibras de refuerzo. Para reproducir la configuración geométrica de los distintos componentes, se ha implementado un algoritmo en MatLab. A continuación se presenta una breve descripción del procedimiento llevado a cabo para la incorporación de los agregados, los vacíos y las fibras.

2.1. Incorporación de los Agregados

El algoritmo desarrollado en este trabajo tiene en cuenta el porcentaje de agregados en el volumen total del espécimen y su granulometría. Para ello se utiliza una curva de distribución granulométrica del tipo Fuller como la indicada en la Figura 1. Se trata de una de las curvas granulométricas más aceptadas, ya que a partir de ella se obtiene un empaquetamiento óptimo de los agregados, y los hormigones que se obtienen arrojan buenos resultados. Esta distribución granulométrica continua se rige según la siguiente ecuación:

$$p(d) = 100 \sqrt{\frac{d}{D_{\text{max}}}} \tag{1}$$

donde p es el porcentaje acumulado que pasa por cada tamiz, d es el diámetro de cada tamiz y D_{max} es el diámetro máximo de los agregados.

Una vez definido el diámetro máximo y el porcentaje total de agregados, se calcula el porcentaje acumulado para cada diámetro y luego el porcentaje de volumen correspondiente a cada fracción.

A partir de la discretización de la curva de Fuller, se calcula el volumen de agregados que se debe colocar para el tamaño de partícula correspondiente. Considerando una forma esférica de los agregados, se calcula el número de partículas de cada tamaño de la fracción, a partir de la siguiente expresión:

$$n(d_{i}) = \frac{V_{i}}{\frac{4}{3}\pi \left(\frac{d_{i}}{2}\right)^{3}}$$
(2)

donde $n(d_i)$ es el número de partículas de la fracción, V_i es el volumen de la fracción, y d_i es el diámetro de la fracción.



La distancia mínima permitida entre las partículas es definida como el valor del radio de la fracción multiplicado por un coeficiente $(1+\Omega)$. El valor de Ω indica cuán alejadas estarán las partículas unas de otras. Cuanto menor es el valor de Ω , el arreglo generado es más compacto.

La coordenada de cada una de las partículas (x_i, y_i, z_i) se genera de manera aleatoria dentro de la celda definida, verificándose luego la distancia mínima entre partículas. Si el mínimo valor calculado es mayor a la distancia mínima permitida, la partícula con coordenada (x_i, y_i, z_i) es colocada dentro de la celda definida. Este criterio para la incorporación de los agregados se representa en la Figura 2.



Figura 2. Criterio utilizado para la incorporación de los agregados.

2.2. Incorporación de los Vacíos

El modelo propuesto permite incorporar en el análisis la presencia de los vacíos. Los vacíos son poros presentes en la matriz de hormigón, que deterioran sus propiedades resistentes. Al aumentar el porcentaje de vacíos, disminuye la resistencia a compresión y también disminuye su módulo de Young.

Para incorporar los vacíos al modelo, se define el porcentaje de vacíos en el volumen total del espécimen y su distribución de tamaños.

2.3. Incorporación de las Fibras

El modelo propuesto también permite incluir las fibras dentro del espécimen analizado. De acuerdo a los estudios presentados por Hassan et al. [11], la incorporación de fibras en los hormigones de alta resistencia generan un aumento tanto en la resistencia a tracción como a compresión.

El algoritmo desarrollado en este trabajo permite definir las propiedades mecánicas, la fracción volumétrica utilizada, la longitud de las fibras, el diámetro de las fibras, y su distribución espacial. Una vez definidos estos parámetros, se calcula el volumen de una fibra y con la fracción volumétrica utilizada, se define el volumen total de fibras a colocar. Con estos dos valores puede calcularse el número total de fibras a incorporar, a partir de la siguiente ecuación:

$$N_{fibras} = \frac{\% f \times V_{Cubo}}{\left(L_f \times \pi \times \frac{\left(d_f\right)^2}{4}\right)}$$
(3)

donde % *f* es el porcentaje de fibras utilizado, V_{Cubo} es el volumen total de la celda cubica, L_f es la longitud de las fibras, d_f es el diámetro de las fibras.

Las fibras son incorporadas en el modelo como dos puntos en el espacio cuya separación es L_f . Con esta información se genera la distribución aleatoria de las fibras.

La inclinación de las fibras está definida aleatoriamente por dos ángulos, un ángulo θ comprendido entre 0 y π y un ángulo ϕ comprendido entre 0 y 2π . Utilizando coordenadas cartesianas, θ es el ángulo que se mide desde el eje z positivo hacia el vector, y ϕ es el ángulo que se mide en el plano x-y desde el eje x positivo hacia la proyección del vector sobre el plano x-y.

3. RESULTADOS

Con el objetivo de validar la capacidad predictiva del modelo propuesto para calcular el comportamiento elástico de probetas de hormigón, se han analizado dos casos. El primero de ellos consiste en una probeta cúbica de hormigón de alta resistencia, reforzado con fibras. El segundo caso, consiste en un bloque cúbico de hormigón tradicional, en el que se han considerado distintos porcentajes de agregados.

3.1. Hormigones de alta resistencia reforzados con fibras

El problema analizado en este caso consiste en probetas cúbicas sometidas a compresión. Las probetas han sido modeladas considerando de forma diferenciada la matriz de mortero, los vacíos y las fibras.

La matriz de mortero ha sido discretizada con elementos tipo C3D10, de tamaño comprendido entre L/300 y L/30, donde L es el valor del lado de la arista de la probeta. Al mortero se le ha asignado un módulo de Young de 47.17 GPa, y un coeficiente de Poisson de 0.15 [12]. También se ha modelado la presencia de vacíos, considerando un tamaño homogéneo de 10 μ m [12] y una fracción volumétrica del 10%. Estos vacíos han sido considerados en el modelo como huecos esféricos dentro de la matriz de mortero.

Además, se ha incorporado un 3.75% de fibras de acero, de 13 mm de longitud y 0.2 mm de diámetro. Las fibras fueron discretizadas empleando elementos tipo *truss*. El comportamiento mécanico de las fibras ha sido definido por un módulo de Young de 200 GPa y un coeficiente de Poisson de 0.33 [12].

Los resultados experimentales presentados por Qsymah et al. [12] muestran que las fibras en hormigones de alta resistencia presentan una orientación preferencial. Qsymah et al. [12] han empleado una tomografía computada, y estimaron la orientación de las fibras mediante un factor φ_i , calculado a partir de la siguiente expresión:

$$\varphi_i = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N} \left| \cos(\phi_{ij}) \right| \tag{4}$$

donde i = 1,2 y 3 se corresponde con los ejes x, y y z, respectivamente. Mientras que ϕ_{ij} se corresponde con el ángulo de la fibra *j* con respecto al eje *i*.

Los resultados presentados por Qsymah et al. [12] muestran que los valores de φ_i se hallan entre 0.68, 0.42 y 0.25, respectivamente, indicando que la mayoría de las fibras tienden a alinearse con el eje x. El algoritmo desarrollado en este trabajo ha generado la orientación de las fibras respectando los valores del parámetro φ_i .

El contacto entre las fibras y el mortero se ha modelado mediante un contacto tipo *embedded*, que considera una adherencia perfecta.

Se han estudiado tres tamaños de probetas de 5, 6.5 y 9 mm de lado. En la Figura 3 se muestran tres ejemplos representativos de cada tamaño de probeta.



Figura 3. Tamaño de las probetas analizadas.

Dado que la distribución de las fibras y de los vacíos se realiza de forma aleatoria, se han generado 5 casos para cada tamaño de probeta, de modo de poder un análisis estadístico de los resultados.

El problema estudiado consiste en comprimir la probeta imponiendo un desplazamiento vertical en la cara superior del cubo, e impidiendo el desplazamiento vertical en la cara inferior. En la Figura 4 se presentan los valores medios, y la desviación estándar, del Módulo de Elasticidad obtenido para cada tamaño de probeta considerado. Además, se han incorporado los resultados numéricos presentados por Qsymah et al. [12]. Como se puede observar en la figura, los resultados muestran una excelente correlación entre ambos resultados.



Figura 4. Resultados del modelo propuesto y del trabajo presentado por Qsymah et al. [12].

Es posible observar que las desviaciones obtenidas son inferiores a las presentados en [12]. Esta diferencia puede deberse a que el modelo de Qsymah et al. [12] es obtenido a partir del escaneo tridimensional de las probetas reales, lo que conduce una distribución más heterogénea.

3.2. Hormigón simple

En esta sección se ha estudiado el caso de probetas cúbicas de hormigón de 100 mm de lado. Para este problema se han modelado los áridos de forma esférica, respondiendo a una distribución de tamaños tipo Fuller.

Lo áridos han sido incorporados siguiendo la metodología descrita en la sección 2.1. Se les ha asignado un módulo de Young de 74.5 GPa y un coeficiente de Poisson de 0.2, que han sido extraído de los resultados experimentales presentados en [13].

Para el cemento se ha adoptado un módulo de Young de 11.6 GPa y un coeficiente de Poisson de 0.2 [13]. El contacto entre las distintas partes se ha modelado considerando la hipótesis de adherencia perfecta a través de un contacto tipo *tie*, disponible en la librería de Abaqus/Standard [6]. Siguiendo la misma metodología del problema analizado en la sección anterior, se ha calculado el valor medio del módulo de Young, considerando distintos porcentajes de áridos.

Para el mallado de las partes se han empelado elementos tipo C3D10 [6], de tamaño mínimo de 0.049 mm. En la Figura 5 se muestra un ejemplo de la malla de elementos finitos correspondiente a una fracción volumétrica del 20%.



Figura 5. Malla de elementos finitos correspondiente a una fracción volumétrica del 20%.

En la Figura 6 se muestra a modo de ejemplo el aspecto de una malla de elementos finitos representativa de cada uno de los porcentajes de agregado considerados en el estudio.



Figura 6. Aspecto de las geometrías correspondientes a los distintos porcentajes analizados.

En la Figura 7 se muestra los valores medios del módulo de Young en función del porcentaje de fracción volumétrica de agregados. Los resultados obtenidos han sido comparados con datos extraídos de la literatura [13,14]. Los resultados muestran que el modelo desarrollado es capaz de obtener el módulo de Young en función de la fracción volumétrica de agregados, teniendo una buena correlación con los resultados presentados por otros autores.



Figura 7. Valores medios del módulo de Young en función del volumen de la fracción de agregados.

4. CONCLUSIONES

En el presente trabajo se ha implementado un modelo tridimensional, que permite simular el comportamiento mecánico de hormigones de alta resistencia reforzados con fibras, así como también hormigones simples, a escala mesoscópica.

Para generar el modelo mesoscópico se ha desarrollado un algoritmo en MatLab que permite generar de forma diferenciada la matriz de los agregados, las fibras y los vacíos. El código propuesto tiene en cuenta la distribución de tamaños de los agregados y los vacíos.

A partir del modelo generado en MatLab, se ha utilizado para el cálculo de las constantes elásticas de la estructura, el software de elementos finitos Abaqus/Standard.

El modelo desarrollado ha sido validado con resultados presentados por otros autores, mostrando la capacidad predictiva del modelo para capturar el comportamiento elástico del material.

Además, el modelo genera de forma aleatoria la distribución espacial de los agregados y de las fibras dentro de la matriz.

Es importante destacar que en este trabajo se presentan los primeros avances de un proyecto, que consiste en la simulación numérica del comportamiento en fractura de materiales compuestos de matriz cementícea reforzados con fibras.

En el siguiente paso del proyecto se incluirá un criterio de daño en el modelo constitutivo de los materiales, permitiendo simular el comportamiento en fractura de este tipo de materiales, ampliamente utilizados en la industria de la construcción de obras civiles.

REFERENCIAS

- [1] S. Kosmatka, W. Panarese, B. Kerkhoff, Design and control of concrete mixtures, Portland Cement Association: New York, USA, 2011.
- [2] J. G. Macgregor, Reinforced concrete: Mechanics and design, Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ 07458, 1997.
- [3] A. Bentur, S. Mindess, Fibre reinforced cementitious composites. CRC Press, 2014.
- [4] M. Konsta-Gdoutos, Z. S. Z. Metaxa, S. P. Shah, Highly dispersed carbon nanotube reinforced cement based materials. Cement Concr Res (2010) 40(7): 1052–1059.
- [5] C. Wang, C. Yang, F. Liu, X. Pu, Preparation of ultra-high performance concrete with common technology and materials. Cement Concr Compos (2012) 34(4): 538-544.
- [6] ABAQUS, User's Manual Version 6.13, Hibbitt, Karlsson and Sorensen Inc., 2014.
- [7] Z. M. Wang, A. K. H. Kwan, H. C. Chan, Mesoscopic study of concrete I: generation of random aggregate structure and finite element mesh. Comput Struct (1999) 70(5): 533–544.
- [8] P. Wriggers, S.O. Moftah, Mesoscale models for concrete: homogenization and damage behavior. Finite Elem Anal Des (2006) 42: 623-636.
- [9] W. Da Silva, J. Nemecek, P. Štemberk, Methodology for nano-indentation assisted prediction of macroscale elastic properties of high performance cementitious composites. Cement Concr Compos (2014) 45: 57–68.
- [10] L. Sorelli, G. Constantinides, F. J. Ulm, F. Toutlemonde, The nano-mechanical signature of ultra-high performance concrete by statistical nanoindentation techniques. Cem Concr Res (2008) 38(12): 1447–1456.
- [11] A. Hassan, S. Jones, G. Mahmud, Experimental test methods to determine the uniaxial tensile and compressive behaviour of ultra-high performance fibre reinforced concrete (UHPFRC). Constr Build Mater (2012) 37: 874–882.
- [12] A. Qsymah, R. Sharma, Z. Yang, L. Margetts, P. Mummery, Micro X-ray computed tomography image-based two-scale homogenisation of ultra high performance fibre reinforced concrete. Constr Build Mat (2017) 130: 230–240.

- [13] S. Häfner, S. Eckardt, T. Luther, C. Könke, Mesoscale modeling of concrete: Geometry and numerics. Comp Struct (2006) 84(7): 450-461.
- [14] A. F. Stock, D. J. Hannantt, R. I. T. Williams, The effect of aggregate concentration upon the strength and modulus of elasticity of concrete. Magazine Concr Res (1979) 31(109): 225-234.

LOADING RATE EFFECT IN INCLINED FIBER PULLOUT: A NUMERICAL STUDY

E. Poveda¹*, R.C. Yu¹, M. Tarifa², G. Ruiz¹

¹E.T.S. de Ingenieros de Caminos, C. y P., UCLM, Avda. Camilo José Cela s/n, 13071 Ciudad Real *Correo-e: Elisa.Poveda@uclm.es

²E.T.S.I. Aeronáutica y del Espacio, Universidad Politécnica de Madrid, Pza. del Cardenal Cisneros 3, 28040 Madrid, Tfno: 910 675 939

RESUMEN

El ensayo de arrancamiento se usa frecuentemente para caracterizar la adherencia de la intercara entre la fibra y la matriz. La relación entre la fuerza de arrancamiento y el deslizamiento al final de la fibra en dicho ensayo puede estar influido no solo por las propiedades mecánicas de la fibra y la matriz, sino también por parámetros geométricos como el ángulo de inclinación de la fibra, así como por la velocidad del ensayo de arrancamiento. A partir de un modelo numérico para simular el comportamiento estático de una fibra extraída de una matriz cementícea, proponemos incorporar una ley de fricción dependiente de la velocidad y el estado, ampliamente usada en ingeniería sísmica, para capturar el efecto de la velocidad observado en los ensayos de arrancamiento. El modelo se valida mediante ensayos experimentales sobre fibras de acero con diferentes ángulos de inclinación, llevados a cabo a 0.01, 0.1 and 1 mm/s. La tendencia global para todas las curvas se reproduce notoriamente.

ABSTRACT

Single-fibre pullout tests are often used to characterise the interfacial bond between structure fibre and matrix. In these tests, the relation between the extraction force and the slip displacement at the end of the fibre can be influenced not only by the mechanical properties of the fibre and matrix, but also by geometric factors like the fiber-inclination angle as well as the velocity in pulling out the fibre. Based on a numerical model to simulate the static behaviour of single steel fibre extracted from a cementitious matrix, we propose to incorporate a rate and state dependent friction law, widely used in earthquake engineering, to capture the rate effect observed in pullout tests. The model is validated against pullout tests for steel fibres at different inclination angles carried out at 0.01, 0.1 and 1 mm/s. The global tendency of all the pullout curves is reproduced remarkably well.

KEYWORDS: Smooth fibers, fiber reinforced concrete, pullout simulation, inclination angle, pullout rate.

1 INTRODUCTION

It is well-known that structural fibres improve the performance of cementitious composites by acting as bridging ligaments in cracks. Such bridging behaviour is often studied through single-fibre pullout tests. The relation between the pullout force versus slip-end displacement is characteristic of the fibre-matrix interface. Such a relation, on the one hand, varies significantly with the fibre inclination angle [1], on the other hand, depends on the extracting velocity of the fibre [2-7] and the matrix strength [3,6]. Static pullout behaviour can be captured through analytical [8] or numerical models [9]. Attempts have also been made to predict the time-dependent pullout behaviour of hooked-end steel fibres [7, 10]. However, the possible influence of rate effect on friction, a well-known fact in earthquake engineering, has not been assimilated for fibre pullout behaviours. In the current work, we endeavour to do so. In particular, the numerical model by Zhang and Yu [9] is taken as a starting point to incorporate rate dependent friction laws. In the mentioned model, the concrete matrix, the steel fibre and the interface in between are explicitly represented. Cohesive elements endorsed with mixed-mode fracture capacities

are implemented to simulate the bond-slip behaviour at the interface. Contact elements with Coulomb's friction were placed at the interface to capture frictional contact. Instead of keeping the friction coefficient at a fixed value, we define its variation following a rate dependent friction law at steady state [11, 12].

The rest of the paper is organised as follows. A brief description of the experimental observations is presented in Section 2. The mechanism behind static pullout phenomenon and corresponding numerical methodology by Zhang and Yu [9] is summarised in Section 3. The slip rate dependent friction law is introduced in Section 4. Validations against experimental results are carried out in Section 5. Finally, relevant conclusions are drawn in Section 6.

2 EXPERIMENTAL PROGRAM

Single fibre pullout tests were carried out on smooth steel fibers in the Laboratory of Structures, the University of Minho. Smooth fibers of 60 mm in length, 0.75 mm in diameter were embedded in self-compacting concrete with

embedment length of 20 mm at 0° , 30° and 60° with respect to the loading direction. Tests were carried out at three loading velocities: 0.01, 0.1 and 1 mm/s. Note that the slowest rate (0.01 mm/s) was given in the reference [13]. Material parameters are given in Table 1. It needs to be pointed out that only the compressive strength, f_c , was actually measured, the values for the other parameters are estimated.

	ρ	E	ν	f_c	f_t
	(kg/m ³)	(GPa)	_	(MPa)	(MPa)
Matrix	2100	35	0.20	85.9 ± 1.0	4.8
Fiber	7800	200	0.33	-	-

Table 1: Material parameters for concrete matrix and steel fiber.

3 BOND CHARACTERIZATION, MATRIX SPALLING AND RATE EFFECT

In this section, three essential phenomena that govern the dynamic pullout response of a fibre with arbitrary orientation, namely, the bond characterisation, the quantification of matrix spalling and the rate effect. The first two ones described in [9] are briefly summarised here. The third one, which we attribute to rate dependent friction [11,12], which is well known in earthquake engineering, is also explained.

3.1 Interface Bond Characterization and Matrix Spalling

The bond characterisation is based on the identification of mechanisms related to the interface deterioration and friction. Zhang and Yu [9] proposed a generic constitutive law with three components given in Eqn.(1), to reflect the gradual deterioration at the interface for aligned and inclined fibers. The first term, $\tau_b(s)$, provides the interfacial bond relation due to physical and chemical cohesion. Due to its cohesive origin, it can be modelled by cohesive elements with Model-II fracture capacity. It decreases, as the slip increases. The second one, $\tau_f(s)$, refers to the internal friction, which resists the motion between the fibre and the matrix; it can be constant or decreasing. Finally, the third term illustrates the shear stress due to dry friction, which plays a role only when the fibre is oriented at a non-zero angle with respect to the load direction.

$$\tau(\theta, s) = \tau_b(s) + \tau_f(s) + \mu p(\theta) \tag{1}$$

being μ the Coulomb's friction coefficient, θ the fiber inclination angle with respect to the normal load direction and $p(\theta)$ the compressive stress as a function of the inclination angle.

Specifically, a linear-decreasing bond stress relation is assumed before a critical sling displacement, s_{b_c} , is

reached, after that only the dry friction term is left, i.e.,

$$\tau_b(s) = (\tau_{max} - \tau_{f_c}) \left(1 - \frac{s}{s_{b_c}}\right) \tag{2}$$

where τ_{max} is the maximum shear stress resisted at the interface (including the effect of both internal bond and internal friction).

$$\tau_f(s) = \tau_{f_c} \tag{3}$$

where τ_{f_c} is the internal frictional resistance.

As mentioned before, matrix spalling occurs during the pullout of inclined fibers [14]. This phenomenon is simplified by removing the spalling part in the numerical simulations, once the matrix tensile strength is reached [15]. Concerning this matter, Laranjeira *et al.* [15] denoted the length of the eroded matrix along the fiber direction as the so-called spalling length, L_{sp} . Moreover, they gave a simplified failure criterion to calculate the estimated length of the spalled matrix:

$$a\,L_{sp}^2 + b\,L_{sp} + c = 0 \tag{4}$$

where:

$$a = \frac{\sqrt{2}}{\sin \theta} + \frac{\cos \theta}{\sin^2 \theta}, \ b = \frac{d_f}{\sin \theta}, \ c = -\frac{P_{max} \sin \theta}{f_t}$$
(5)

In the above expressions, d_f stands for the fiber diameter, θ is the inclination angle, P_{max} is the peak pullout load of an aligned fiber, whereas f_t is the tensile strength of the matrix. As the angle increases, the so-called spalling length increases, as it can be observed in the experimental results at 0°, 30° and 60°, see Fig. 1.



Figure 1: Matrix spalling at 0° , 30° and 60° (from the experimental results).

Equation (4) is adopted as a first approximation to represent the matrix wedge, which is to be spalled off later on. A line of cohesive elements connects the wedge to the main part of the matrix. Trial runs are performed to determine the moment at which the matrix wedge should be deactivated. From then on, the elements within the matrix wedge cease to contribute to the overall stiffness. It bears emphasis that such a treatment is only to save computational time without detriment to the modeled phenomenon, since the first principal stresses within the matrix are checked, and the spalled length is adjusted if necessary, to ensure that the matrix would not present hyperstrength.

3.2 Rate-dependent friction

In earthquake engineering, it is well-known that the static frictional strength vary with loading rate and the mechanism of frictional healing is a function of time and slip [11]. Such a phenomenon is often described by rate and state dependent friction laws. In addition, in steady-state loading of low slip rates, the friction coefficient is related with the slip rate v as follows

$$\mu(v) = \mu_0 + c \ln\left(\frac{v}{v_0}\right) \tag{6}$$

where μ_0 is the quasi-static friction coefficient, v_0 is the quasi-static slip rate, often taken as 0.001 mm/s, whereas c is a fitting parameter.

In the current work, we apply Eqn.(6) for the friction between steel fiber and concrete matrix to model the rate effect observed in the pullout tests of inclined fibers $(0^{\circ},$ 30° and 60° with respect to the load direction) carried out at three loading rates (0.01, 0.1 and 1.0 mm/s). The parameters μ_0 and c are fitted as 0.31 and 0.0651 using experimental results carried out at 0.01 mm/s, respectively. It needs to be pointed out that, even though the static friction coefficient between concrete and steel was estimated by Rabbat and Russell [16] to be between 0.57 and 0.70, sudden alteration of normal stress may cause it to drop at the order of 1/3 [12]. Consequently, we consider 0.31 is a reasonable value for μ_0 , the friction for the rest of the loading rates and fibre inclination angles are given in Table 2. It needs to be emphasised that since the fibre is inclined, the actual slip rate varies with the inclination angle. Consequently, different friction values are obtained according to Eqn.(6).

Table 2: Values of the friction coefficient μ adopted for different pullout rates and inclination angles.

	0.01	0.1	1.0
θ	(mm/s)	(mm/s)	(mm/s)
0°	0.46	0.61	0.76
30°	0.45	0.60	0.75
60°	0.415	0.565	0.715

4 NUMERICAL SIMULATIONS

We model explicitly the matrix, the embedded fiber and the interface in 2D setting, see Figure 2a. Both the fiber and the matrix are represented with four-node isoparametric elements (K-L-M-N and G-H-I-J), whereas the interface is discretized into pairs of two-node line segments (I-J and K-L). The constitutive behavior of the interface is governed by a cohesive law, as shown in Figure 2b. The initial ascending part is aimed at eliminating the numerical instability, which can be caused by nearzero slip displacements derived from machine error. Consequently, the zero-damage is set for a small slip displacement, s_0 , when the bond strength, τ_c , is attained; whereas the complete damage is reached for the critical slip displacement, s_c , beyond which, only frictional forces exist at the interface. Additionally implemented is a pair of contact-target elements (I-J and K-L) superposed at the same location as the interface elements, so that when the interface is under compression, no penetration should occur.



Figure 2: (a) A 2D interface element I-J-K-L formed between two four-node solid elements G-H-I-J and K-L-M-N, where s and w are the tangential and normal displacement jumps, and n is the normal direction of the two line segments; (b) the bond-slip law (shown for a lineardecreasing case).

The above configuration is implemented in ANSYS parametric design language (APDL), a script language to automate common tasks and build sophisticated models in terms of variables. Regarding the constitutive laws, we use linear elasticity for the matrix and bilinear plasticity with isotropic hardening for steel fiber, respectively.

Concerning to interface properties, we assume a uniform fibre-matrix interface property, where the maximum pullout load and peak frictional load are respectively calculated as

$$P_{max} = \pi d_f L_e \tau_{max}, \quad P_f = \pi d_f L_e \tau_{f_c}$$
(7)

The values for P_{max} and P_f are determined from the pullout response of aligned fibers. Table 3 shows the τ_{max} and τ_{f_c} values which are obtained from P_{max} and P_f from the experimental results for the aligned fiber for the smallest loading rate, 0.01 mm/s. P_{max} and P_f are averaged for the tests carried out [13], see Fig. 3. The critical slip for interfacial bond, s_{b_c} , is 0.3 mm [9].

Table 3: Parameters of the fiber-matrix interface calculated from the experimental data of Cunha *et al.* [13] at 0.01 mm/s.

$ au_{max}$	$ au_{f_c}$	s_{b_c}
(MPa)	(MPa)	(mm)
1.7	0.85	0.3



Figure 3: Experimental range (light blue lines) for pullout curves for aligned fiber at 0.01 mm/s [13] and its bilinear numerical approximation (red dotted line). P_{max} and P_f are the peak and the transitional pullout forces, respectively.

4.1 Geometry and boundary conditions

The in-plane dimensions and boundary conditions to simulate the pullout tests of Section 2 are illustrated in Fig. 4 for three different inclinations. Note that within a twodimensional plain stress framework, the fiber thickness, T_f , is calculated through Eqn. (8) so that the contact area at the interface is the same as that of the original one. In the same way, the fiber height, H_f , is determined via Eqn. (9) so that the moment of inertia of the original fiber is the same. For the case of a fiber diameter of 0.75 mm, T_f and H_f are computed as 1.18 mm and 0.54 mm, respectively.

$$T_f = \frac{\pi d_f L_f}{2 L_f} \tag{8}$$

$$H_f = \left(\frac{\pi d_f^4/64}{T_f/12}\right)^{1/3}$$
(9)

Regarding boundary conditions, vertical displacements are prevented on the top and bottom sides, whereas horizontal movements are impeded on the left. The right end of the fiber is fixed in the vertical direction so that only horizontal movement is permitted. Note that the same boundary conditions are imposed for inclined fibers.



Figure 4: In-plane dimensions $(90 \times 60 \times 150 \text{ mm})$ and boundary conditions (the same for all cases, shown only for aligned fibers) for the pullout tests, with fiber inclination angles of 0° , 30° and 60° at three rates.

5 NUMERICAL RESULTS AND DISCUSSION

Figure 5 compare the numerical simulations with the experimental results described previously at different rates (0.01 mm/s, 0.1 mm/s and 1 mm/s) and inclinations $(0^{\circ}, 30^{\circ} \text{ and } 60^{\circ})$. Note that both the peak loads and the general tendency are well captured; the numerical curves fall within the experimental range; in particular, the rising tail at the end of each pullout process is also reproduced and the model is sensitive to the slip rate for all fibre inclinations. It needs to be pointed that for aligned fibers (0°) at slip rates (0.1 mm/s and 1 mm/s), the numerical pullout curves exhibits a lower tendency in the post-peak behaviour than the experimental ones, due to the fact that in this current work, the rate sensitivity is considered throughout the friction coefficient which acquires more importance in inclined fibres.

It bears emphasis that the experimental curves exhibit oscillations that are captured by the numerical ones. The numerical curves exhibit more oscillations due to an unstable relative slip between fibre and matrix as a consequence of a high fibre yield strength. It can be improved with a finer mesh [9].



Figure 5: Numerical-experimental comparison at different loading rates (columns) and fibre inclinations (rows).

6 CONCLUSIONS

Based on a numerical model to simulate the static behaviour of single steel fibre extracted from a cementitious matrix, we have proposed a rate dependent friction law, widely used in earthquake engineering, to capture the rate effect observed in pullout tests. The model was validated against pullout tests for steel fibres at different inclination angles carried out at 0.01, 0.1 and 1 mm/s. The global tendency of all the pullout curves is reproduced remarkably well.

AKNOWLEDGEMENTS

The authors acknowledge the funding from the Ministerio de Economía y Competitividad through the project BIA2015-68678-C2-1-R and International Campus of Excellence CYTEMA to fund the stay of E. Poveda in the University of Minho. The authors are indebted to Prof. Joaquim Barros and Vitor Cunha for the pullout experiments carried out in the University of Minho, as well as, BEKAERT for the supply of fibers.

REFERENCES

- C.K.Y. Leung and N. Shapiro. Optimal steel fiber strength for reinforcement of cementitious materials. *Journal of Materials in Civil Engineering*, 11:116–123, 1999.
- [2] U. N. Gokoz and A. E. Naaman. Effect of strainrate on the pull-out behaviour of fibres in mortar. *International Journal of Cement Composites and Lightweight Concrete*, 3(3):187–202, 1981.

- [3] N. Banthia and J.-F. Trottier. Deformed steel fiber cementitious matrix bond under impact. *Cement and Concrete Research*, 21(1):158–168, 1991.
- [4] V. Bindiganavile and N. Banthia. Impact response of the fiber-matrix bond in concrete. *Canadian Journal of Civil Engineering*, 32(5):924–933, October 2005.
- [5] D. J. Kim, S. El-Tawil, and A. E. Naaman. Loading Rate Effect on Pullout Behavior of Deformed Steel Fibers. ACI Materials Journal; Farmington Hills, 105(6):576–584, 2008.
- [6] T. Abu-Lebdeh, S. Hamoush, W. Heard, and B. Zornig. Rate effect on pullout behavior of steel fibers embedded in very-high strength concrete. *American Journal of Engineering and Applied Sciences*, 2:454–466, 2010.
- [7] Man Xu, Bryan Hallinan, and Kay Wille. Effect of loading rates on pullout behavior of high strength steel fibers embedded in ultra-high performance concrete. *Cement and Concrete Composites*, 70:98–109, 2016.
- [8] V.M.C.F. Cunha, J.A.O. Barros, and J.M. Sena-Cruz. An integral approach for modelling the tensile behavior of steel fiber reinforced self-compacting concrete. *Cement and Concrete Research*, 41:64– 76, 2011.
- [9] H. Zhang and R. C. Yu. Inclined fiber pullout from a cementitious matrix: A numerical study. *Materials*, 9(10), September 2016.

- [10] P. D. Nieuwoudt and W. P. Boshoff. Timedependent pull-out behaviour of hooked-end steel fibres in concrete. *Cement and Concrete Composites*, 79:133–147, 2017.
- [11] C. Marone. The effect of loading rate on static friction and the rate of fault healing during the earthquake cycle. *Letters to Nature*, 391:69–72, January 1998.
- [12] J.R. Rice, N. Lapuesta, and K. Ranjith. Rate and state dependent friction and the stability of sliding between elastically deformable solids. *Journal* of the Mechanics and Physics of Solids, 49:1865– 1898, 2001.
- [13] V.M. Cunha. *Steel fibre reinforced self-compacting concrete (from micro-mechanics to composite behaviour)*. PhD thesis, University of Minho, 2010.
- [14] V.C. Li, Y. Wang, and S. Backer. Effect of inclining angle, bundling and surface treatment on synthetic fibre pull-out from a cement matrix. *Composites*, 21:132–140, 1990.
- [15] F. Laranjeira, A. Aguado, and C. Molins. Predicting the pullout response of inclined straight steel fibers. *Materials and Structures*, 43:875–895, 2010.
- [16] B.G Rabbat and H.G Russell. Friction coefficient of steel on concrete or grout. *Journal of Structural Engineering*, 111:505, March 1985.

SIMULACIÓN DE ENSAYOS DE ADHERENCIA EN MUESTRAS DE HORMIGÓN ARMADO CON CORROSIÓN

B. Sanz^{1*}, J. Planas¹, J.M. Sancho²

¹Departamento de Ciencia de Materiales, Universidad Politécnica de Madrid E.T.S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, C/ Profesor Aranguren 3, 28040 Madrid

²Departamento de Estructuras de Edificación, Universidad Politécnica de Madrid E.T.S. de Arquitectura, Avda. Juan de Herrera 4, 28040, Madrid

^{*}E-mail: beatriz.sanz@upm.es

RESUMEN

La pérdida de adherencia entre el hormigón y el acero es una de las consecuencias de la corrosión de las armaduras. Para estudiar este fenómeno, en trabajos anteriores se diseñaron ensayos de empuje del tubo o *push-out*, en los que las muestras son rebanadas obtenidas a partir de prismas de hormigón reforzado con tubo liso con corrosión acelerada uniforme. Este tipo de ensayo permite estudiar la adherencia y fricción, evitando la influencia de las corrugas. En este trabajo se presenta un estudio numérico sobre el efecto de la adherencia y la fricción, utilizando modelos tridimensionales de las muestras. Se han realizado simulaciones de los ensayos dentro del marco de elementos finitos COFE (Continuum Oriented Finite Element), que incorpora elementos con fisura cohesiva embebida adaptable. Para reproducir el comportamiento de la intercara acero-hormigón, se han programado elementos junta con varias leyes de ablandamiento y un modelo de fricción con desplazamiento inelástico. En el artículo se comparan los resultados obtenidos en los ensayos y las simulaciones para muestras sin corrosión, y se discute el efecto de los parámetros del modelo y las estrategias de simulación adoptadas.

PALABRAS CLAVE: Corrosión, Hormigón armado, Fisura cohesiva, Corrosion

ABSTRACT

Loss of bond between steel and concrete is one of the main consequences of corrosion of the reinforcement. In order to study that phenomenon, in previous works adherence tests were designed, so-called push-out tests, in which the specimens are slices obtained from concrete prisms reinforced with a smooth steel tube subjected to uniform accelerated corrosion. This type of test allows adherence and friction to be studied, avoiding influence of bar deformations. In this work a numerical study about adhesion and friction is presented, by using three-dimensional models of the specimens. Simulations of the tests have been carried out within the finite element framework COFE (Continuum Oriented Finite Element), which incorporates elements with an embedded adaptable cohesive crack. In order to simulate the behavior of the steel-concrete interface, joint elements have been programmed with several softening laws and a frictional model with inelastic displacement. In the paper, the experimental and numerical results of bare specimens are compared, and the effect of the model parameters and the strategies of simulation are discussed.

KEYWORDS: Reinforced concrete, Bond, Cohesive Crack, Corrosion

1. INTRODUCCIÓN

La pérdida de adherencia entre el hormigón y el acero es una de las consecuencias de la corrosión de las armaduras. Los estudios encontrados en la literatura revelan que para muestras con un alto grado de corrosión la máxima tensión de adherencia disminuye debido al efecto lubricante de la capa de óxido que se genera, la degradación de las corrugas del acero y la formación de fisuras longitudinales que disminuyen el confinamiento [1, 2]. Sin embargo, la influencia de la corrosión en cada uno de los factores que contribuyen a la tensión de adherencia no está cuantificada, debido a la dificultad de desacoplar en los ensayos el efecto de éstos. Para estudiar el comportamiento adherente de muestras con corrosión, los autores del presente trabajo diseñaron un dispositivo experimental para ensayos de empuje de un tubo calibrado de acero embebido en hormigón, denominados ensayos de *push-out*, que permiten estudiar la adhesión y la fricción, evitando la influencia de la geometría del acero [3]. Las muestras eran rebanadas obtenidas de prismas de hormigón que se habían sometido a ensayos de corrosión acelerada dentro del marco de un estudio más general sobre la fisuración del hormigón causada por la corrosión de las armaduras [4]. En los ensayos de empuje del tubo se puso de manifiesto que el confinamiento de las muestras es esencial una vez que se rompe la adhesión entre el acero y el hormigón. En un estudio numérico preliminar presentado en congresos anteriores se comprobó mediante simulaciones con elementos finitos que la tensión en la intercara hormigónacero en ensayos de empuje del tubo es uniforme [5], confirmando que la tensión de cortante que se obtiene a partir de los resultados de este tipo de ensayo es fiable.

El presente trabajo continúa el estudio numérico mencionado, centrándose en la fricción entre el hormigón y el acero. Para ello se ha formulado e implementado un modelo de fricción con deslizamiento inelástico en el programa de elementos finitos COFE (*Continuum Oriented Finite Element*). Se han probado, además, varias estrategias para superponer este modelo con otro cohesivo, lo que reproduce el comportamiento observado en los ensayos. Este estudio está limitado a probetas sin corrosión, como paso previo a la simulación de ensayos de adherencia de muestras con corrosión, en el que se planea superponer un modelo que reproduce el comportamiento mecánico del óxido [6, 7].

En el artículo se resumen los antecedentes del trabajo, se describen los aspectos fundamentales del modelo programado, se discuten las ventajas y limitaciones de las estrategias de simulación adoptadas, y se presentan resultados de simulaciones en tres dimensiones de los ensayos de empuje del tubo de muestras sin corrosión.

2. ANTECEDENTES DEL TRABAJO

2.1. Ensayos de empuje del tubo y geometría de las muestras

Los ensayos de *push-out* consisten en el empuje de un tubo de acero embebido en hormigón. A continuación se resumen los aspectos del ensayo y resultados principales obtenidos en [3] que resultan imprescindibles para la comprensión del presente artículo, mientras que los detalles pueden consultarse en la citada publicación.

Las muestras son rebanadas de prismas de hormigón con un tubo de acero calibrado. La Fig. 1 incluye un esquema de su geometría. Los prismas se sometieron previamente a ensayos de corrosión acelerada con tales condiciones que se formó una capa de óxido uniforme alrededor del tubo y una fisura principal en el recubrimiento. Después se cortaron en rebanadas con un espesor medio de 20 mm. Se utilizó un tubo como armadura en lugar de barra corrugada para realizar medidas especiales durante los ensayos de corrosión que proporcionaron información relevante sobre el comportamiento mecánico del óxido [4]. Esto condicionó el diseño de los ensayos de adherencia, al no ser posible el anclaje del acero, optando por un dispositivo de empuje del tubo. Esta solución permite estudiar la adhesión y fricción, evitando la influencia de la geometría de las corrugas en la tensión de cortante medida.

Los ensayos se realizaron con control de desplazamiento, midiendo la carga P aplicada al tubo y su desplazamiento δ . La Fig. 1 muestra un esquema del ensayo de empuje del tubo. La tensión de cortante τ en la intercara acero-



Figura 1. Geometría de las muestras de ensayos de empuje del tubo, con dimensiones expresadas en mm. En la figura se superponen la malla y condiciones de contorno aplicadas en simulaciones de los ensayos.

hormigón se calculó teniendo en cuenta el desplazamiento del tubo y suponiendo tensión uniforme:

$$\tau = \frac{P}{\pi D(L-\delta)} \tag{1}$$

siendo D el diámetro exterior del tubo y L su longitud.

La Fig. 2 muestra las curvas de tensión de cortante frente al desplazamiento del tubo de ensayos de muestras sin corrosión. Se observa un crecimiento de la tensión hasta alcanzar un máximo, a partir del cual se produce una descarga brusca y una posterior disminución progresiva de tensión. Las descargas y recargas realizadas en varias muestras demostraron que el desplazamiento del tubo a partir del máximo es principalmente permanente, lo que motivó la programación del modelo de fricción con deslizamiento en este trabajo.

2.2. Estudio numérico preliminar

Las simulaciones de este estudio y del que le precede se realizaron dentro del marco de elementos finitos COFE, utilizando modelos tridimensionales que se describen en la Sec. 4.1. Este programa implementa elementos finitos con fisura embebida adaptable [8, 9], que reproducen el comportamiento en fractura del hormigón y se aplicarán en simulaciones futuras del ensayo de empuje de muestras con corrosión.



Figura 2. Resultados obtenidos en ensayos de empuje del tubo de muestras sin corrosión.

Para simular el comportamiento de la intercara hormigónacero se utilizaron *elementos junta*, que son una versión extendida de los elementos presentados en [6, 7]. Estos elementos funcionan por parejas de nudos y están definidos por la normal **n**. En su versión inicial los elementos estaban programados en dos dimensiones y se utilizaban para reproducir el comportamiento mecánico de la capa de óxido. En su versión actual la formulación se ha generalizado, dando lugar a familias de prismas e hipercubos que se pueden utilizar en dos y tres dimensiones.

Para el estudio numérico preliminar se implementaron varias leyes cohesivas, basadas en el modelo de daño de Camanho y Davila [10], esquematizado en la Fig. 3(a), con descarga hacia el origen. En concreto se programaron leyes con ablandamiento lineal, ablandamiento lineal más tensión de fricción final constante y ablandamiento exponencial con asíntota en un cierto valor f_{fr} . En todos los caso se comprobó que la tensión de cortante de la intercara es uniforme a partir del máximo, demostrando la validez de los ensayos de empuje del tubo para estudiar la tensión de adherencia. La ley exponencial con fricción (esquematizada en la Fig. 3(b)) resultó la más adecuada para reproducir el comportamiento observado en los ensayos. Sin embargo, el valor de fricción final es un valor constante impuesto, mientras que en los ensayos se detectó una influencia de la apertura de fisura en la tensión residual, manifestando influencia del confinamiento. Esto motivó que la implementación de un modelo de fricción que se describe a continuación.

3. MODELO DE FRICCIÓN CON DESLIZAMIENTO

En este trabajo se ha programado un modelo de fricción con deslizamiento como el que se muestra en la Fig. 3(c), con el siguiente principio de funcionamiento.



Figura 3. Modelos para elementos junta: ley cohesiva basada en el modelo de Camanho y Davila [10] (a) y ley exponencial (b), utilizadas en [5], y modelo de fricción con deslizamiento (c), programado para el presente estudio.

Sea K el tensor de rigidez elástico del elemento:

$$\mathbf{K} = k\mathbf{1} \tag{2}$$

donde **1** es el tensor identidad y k un valor de rigidez ficticio finito, necesario para evitar inestabilidades numéricas. Dado el vector desplazamiento **u** aplicado, y \mathbf{u}^p el desplazamiento plástico debido al deslizamiento, el vector tensión **t** de un elemento se calcula como:

$$\mathbf{t} = \mathbf{K}(\mathbf{u} - \mathbf{u}^p) \tag{3}$$

con la hipótesis de que \mathbf{u}^p es perpendicular a la dirección normal del desplazamiento. El criterio para iniciación del deslizamiento inelástico es:

$$|\mathbf{t}_s| - \mu p \le 0 \tag{4}$$

donde \mathbf{t}_s es la componente tangencial del vector tensión, μ el coeficiente de rozamiento que depende del material, y p el módulo de la componente normal del vector tensión. Si la Eq. (4) se cumple, entonces el desplazamiento es elástico. Si, por el contrario, no se cumple, hay desplazamiento plástico y el valor de la tensión tangencial se limita al valor de μp .

A nivel de programación, esta limitación de la tensión tangencial se traduce en una corrección del desplazamiento inelástico del paso anterior con un retorno radial $\delta \mathbf{u}^p$. Por cuestiones de la limitación en la extensión del artículo, se omiten las ecuaciones detalladas.


Figura 4. Resultado de un ensayo numérico del modelo de fricción programado.

La Fig. 4 muestra un ejemplo para un elemento de tipo hexaedro con rigidez k=100 N/mm³, coeficiente de rozamiento μ =0.4 (modelo Fricción 1 en la Tabla 1), fuerza normal -0,1 N aplicada en cada nudo para garantizar el funcionamiento del elemento en compresión, y desplazamiento tangencial aplicado creciente hasta 0.02 mm, después decreciente hasta 0.01 mm, y de nuevo creciente hasta 0.025 mm. Se comprueba que la fuerza tangencial resultante es la prevista.

4. ESTUDIO NUMÉRICO

4.1. Características de las simulaciones

Se han realizado simulaciones con dos modelos tridimensionales: uno con un único hexaedro de $1 \times 1 \text{ mm}^2$ de sección, para comprobaciones, y otro, que reproduce la geometría de las rebanadas de los ensayos de empuje del tubo y las condiciones de carga de los ensayos. A continuación se detallan las características geométricas y de los materiales de este último.

La Fig. 1 muestra un esquema de la malla y las condiciones de contorno aplicadas. Se generó una malla estructurada idéntica a la descrita en [5], utilizando el programa Gmsh [11], con hexaedros con deformaciones mejoradas supuestas para el hormigón y el acero, y elementos junta de tipo hexaedro para la intercara. En las simulaciones se impuso un desplazamiento vertical en los nudos superiores del tubo de acero y se restringió el desplazamiento vertical en los nudos de la cara inferior del hormigón en la zona sombreada, correspondientes a la pieza de soporte del hormigón en el dispositivo experimental (ver [3]). Adicionalmente se restringió el movimiento horizontal correspondiente de dos nudos para el correcto condicionamiento del problema. La tensión resultante de la intercara se calculó a partir de la suma de las reacciones de



Figura 5. Simulación del comportamiento de rebanadas con fricción y retracción.

los nudos de hormigón con desplazamiento restringido, suponiendo tensión uniforme.

Para el hormigón y el acero se utilizó material elástico lineal, con los valores para los parámetros indicados en la Tabla 1, iguales a los utilizados en [5]. En el caso del hormigón se consideró su coeficiente de dilatación térmica, para simular una deformación equivalente a la de la retracción. Para los elementos de intercara se utilizó el modelo de fricción programado y leyes cohesivas con ablandamiento lineal y exponencial, definidos en la Fig. 3.

4.2. Simulaciones con fricción y retracción

En primer lugar se realizaron simulaciones de los ensayos de empuje del tubo para comprobar el efecto de la fricción, con los valores del modelo Fricción 2 de la Tabla 1 y con coeficiente de rozamiento 0.2. Además, se impuso una deformación térmica en el hormigón para incorporar el efecto de la retracción y, a nivel numérico, garantizar que los elementos junta trabajen en compresión. En particular se impusieron incrementos negativos r de temperatura entre -5°C y -50°C, equivalentes a deformaciones de $-5 \cdot 10^5$ y $-5 \cdot 10^{-4}$, que se encuentran dentro de los rangos de valores habituales, según recoge la EHE08. En el primer paso sólo se aplicó la deformación térmica, y en los siguientes se añadió el desplazamiento del tubo.

La Fig. 5 muestra las curvas tensión de cortante frente a desplazamiento del tubo resultantes. Se observa que una mayor retracción aumenta la tensión de cortante, debido al incremento de tensión normal en la intercara. El efecto de una variación del coeficiente de rozamiento es similar. La Fig. 6 muestra un ejemplo de los mapas de tensión normal y tangencial obtenidos en el paso final en una de las simulaciones, que ponen de manifiesto un efecto tridimensional.

Tabla 1. Parámetros de los materiales, donde E es el módulo de elasticidad, ν el coeficiente de Poisson, α el coeficiente de dilatación térmica, k la rigidez ficticia, μ el coeficiente de rozamiento, f_t la resistencia a tracción, w_{c2} el desplazamiento para el que se anula la tensión de la ley cohesiva, medido a partir del desplazamiento del pico, y c y f_{fr} el coeficiente del exponente y la tensión asintótica de la ley exponencial, respectivamente.

	E (MPa)	ν	α	k (N/mm ³)	μ	f_t (MPa)	$w_{c2} \text{ (mm)}$	$c (\mathrm{mm^1})$	f_{fr} (MPa)
Hormigón	30000	0.2	10^{-5}						
Acero	20000	0.3	0.0					_	
Fricción 1				100	0.4				
Fricción 2				1000	0.4			_	
Abland. lineal				100	1	0.3			
Abland. exponencial	—		—	1000	—	25	0.0	—	



Figura 6. Tensión normal (a) y tensión tangencial (b) obtenidas en la intercara para un desplazamiento del tubo de 0.01 mm para la simulación con μ =0.4 y r=-5°C.

Hay que señalar que la tensión negativa de los pasos iniciales, Fig. 5, se debe únicamente a un efecto de las condiciones de contorno de las simulaciones. Al simular la retracción con una disminución de temperatura del hormigón, pero no del acero, y tener desplazamiento impuesto nulo en algunos nudos los dos materiales, se produce un desplazamiento relativo entre ambos con reacción negativa en el hormigón. El efecto es más notable para los casos con mayor retracción y coeficiente de rozamiento.

4.3. Superposición de modelos de fricción y cohesivo

Para sumar el efecto de la fricción con el de una ley cohesiva, en este trabajo se ha optado por superponer dos capas de elementos que comparten nudos, cada una con el modelo constitutivo correspondiente. Esto supone un acoplamiento tal que el desplazamiento de los nudos es el mismo y la fuerza se suma.

La Fig. 7 muestra la curva fuerza-desplazamiento resultante para un ejemplo de comprobación con un único elemento de intercara, con desplazamiento tangencial y fuerza normal negativa impuestos en una de sus caras, con los parámetros Fricción 1 y Ablandamiento lineal de la Tabla 1. La figura muestra también la respuesta individual de los elementos sin conectar. Se comprueba que la respuesta del modelo acoplado es la suma de los modelos individuales. Nótese que si se aplica fuerza normal en los nudos en lugar de desplazamiento para garantizar la compresión, hay que aplicar el doble en el modelo acoplado para obtener la misma tensión tangencial de rozamiento



Figura 7. Resultado de un ensayo numérico de la superposición de dos elementos junta.

que en el modelo individual, ya que en el modelo acoplado se suman las rigideces de los elementos, y el desplazamiento normal resultante es la mitad. Nótese también que, aunque esta estrategia de acoplamiento es sencilla, supone un aumento del tamaño del número de elementos, que puede ser significativo en mallas muy finas, con el consiguiente aumento del tiempo de cálculo.

4.4. Simulaciones de los ensayos de adherencia

Como aplicación final, se simularon los ensayos de empuje del tubo superponiendo dos capas de elementos junta con las características mostradas en la Tabla 1 para Fricción 2 y Ablandamiento exponencial y dos valores de retracción. Como se comprueba en la Fig. 8, las curvas tensión-desplazamiento obtenidas reproducen aceptablemente las curvas experimentales (Fig. 2).

La implementación del modelo de fricción con deslizamiento supone una mejora respecto a la ley con ablanda-



Figura 8. Resultado de la simulación de un ensayo de empuje del tubo.

miento exponencial y asíntota en un cierto valor, ya que reproduce la tensión de la parte final de la curva a partir de las características del material, como el rozamiento, y permite tener en cuenta el efecto de una variación en la tensión normal, lo que se aplicará en simulaciones futuras para estudiar la adherencia en muestras de hormigón con corrosión del acero.

5. CONCLUSIONES

Se ha programado un modelo de fricción con deslizamiento inelástico que, superpuesto con un comportamiento cohesivo, reproduce las curvas tensión de cortante frente a desplazamiento obtenidas en ensayos de empuje del tubo de muestras sin corrosión. Este modelo tiene en cuenta el efecto de la tensión normal aplicada en el elemento, por lo que se aplicará en el futuro para estudiar la adherencia en muestras con corrosión fisuradas.

Para el acoplamiento de los modelos de fricción y cohesivo se ha adoptado una estrategia de superposición de elementos que comparten nudos, con resultados satisfactorios. Se planea, sin embargo, programar un modelo que incorpore ambos para evitar aumentar el tiempo de cálculo en problemas con mallas muy finas.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen la financiación recibida de la Secretaría de Estado, de Investigación, Desarrollo e Innovación del Ministerio de Economía y Competitividad a través del proyecto BIA2014-54916-R.

REFERENCIAS

- G. J. Al-Sulaimani, M. Kaleemullah, I. A. Basunbul, and Rasheeduzzafar. Influence of corrosion and cracking on bond behavior and strength of reinforced concrete members. *Structural Journal*, 87(2):220–231, 1990.
- [2] A. A. Almusallam, A. S. Al-Gahtani, A.R. Aziz, and Rasheeduzzafar. Effect of reinforcement corrosion on bond strength. *Construction and Building Materials*, 10(2):123–129, 1996.
- [3] B. Sanz, J. Planas, and J.M. Sancho. Study of the loss of bond in reinforced concrete specimens with accelerated corrosion by means of push-out tests. *Construction and Building Materials*, 160:598–609, 1 2018.
- [4] B. Sanz, J. Planas, and J.M. Sancho. A closer look to the mechanical behavior of the oxide layer in concrete reinforcement corrosion. *International Journal of Solids and Structures*, 62:256–268, 2015.
- [5] B. Sanz, J. Planas, and J. M. Sancho. Loss of bond between steel and concrete due to reinforcement corrosion. *Anales de la Mecánica de la Fractura*, 34:264–270, 2017.
- [6] B. Sanz, J. Planas, A. M. Fathy, and J. M. Sancho. Modelización con elementos finitos de la fisuración en el hormigón causada por la corrosión de las armaduras. *Anales de Mecánica de la Fractura*, 25(2):623–628, 2008.
- [7] B. Sanz, J. Planas, and J.M. Sancho. An experimental and numerical study of the pattern of cracking of concrete due to steel reinforcement corrosion. *Engineering Fracture Mechanics*, 114:26–41, 12 2013.
- [8] J. M. Sancho, J. Planas, D. A. Cendon, E. Reyes, and J. C. Galvez. An embedded cohesive crack model for finite element analysis of concrete fracture. *Engineering Fracture Mechanics*, 74(1-2):75– 86, 2007.
- [9] José M. Sancho, Jaime Planas, Adel M. Fathy, Jaime C. Gálvez, and David A. Cendón. Threedimensional simulation of concrete fracture using embedded crack elements without enforcing crack path continuity. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 31(2):173–187, 2007.
- [10] P. P. Camanho and C. G. Davila. Mixed-mode decohesion finite elements for the simulation of delamination in composite materials. Technical report, NASA/TM-2002-211737, pp. 1–37, 2002.
- [11] C. Geuzaine and J.-F. Remacle. Gmsh: a threedimensional finite element mesh generator with built-in pre- and post-processing facilities. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 79(11):1309–1331, 2009.

EFECTO DE LA TEMPERATURA Y LA PRESENCIA DE FIBRAS DE ACERO EN LA MICROESTRUCTURA DE HORMIGONES DE ULTRA-ALTAS PRESTACIONES Y SU INFLUENCIA EN EL COMPORTAMIENTO EN FRACTURA

José D. Ríos^{1*}, Alicia Afán¹, Héctor Cifuentes¹

¹ Departamento de Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras Escuela Técnica Superior de Ingeniería. Universidad de Sevilla Camino de los Descubrimientos s/n, 41092. Sevilla-España * Persona de contacto: jdrios@us.es

RESUMEN

El objetivo principal de este trabajo es determinar el efecto de la temperatura y la adición de fibras de acero de diferente longitud en la microestructura de la matriz de hormigones de muy altas prestaciones y establecer una conexión causaefecto con el comportamiento en fractura que presentan dichos hormigones. Se fabricaron cuatro tipos de hormigones con idéntica matriz pero diferente tipo de refuerzo. Para la determinación de las propiedades en fractura, se llevaron a cabo ensayos de flexión en cuatro puntos de cada uno de los hormigones a 300 °C y fueron comparados con idénticos ensayos a temperatura ambiente previamente realizados por los autores. La influencia de la temperatura y del refuerzo de fibras en la microestructura de la matriz fue analizado mediante el uso de tomografía computarizada de rayos X. A partir de los resultados, se observó como la adición de fibras de acero de menor longitud redujo la porosidad de manera más efectiva y con ella se alcanzó la mayor resistencia del material. Sin embargo, las fibras de mayor longitud permitieron mayores deformaciones que conllevó a una mayor energía de fractura.

PALABRAS CLAVE: hormigones de ultra-altas prestaciones, comportamiento en fractura, daño térmico, microestructura, tomografía computarizada de rayos X.

ABSTRACT

The main objective of this work is to determine the effect of temperature and the addition of steel fibres of different length in the microstructure of ultra-high-performance fibre-reinforced concrete matrix and to establish a cause-effect connection with the fracture behaviour of those mixes. Four concrete mixes with the same matrix but different type of fibre-reinforcement was manufactured. For the determination of fracture properties, four-point bending tests at 300 °C for each mix were carried out and were compared with identical tests at room temperature previously performed by authors. The influence of temperature and fibre-reinforcement in the microstructure of matrix was analysed using X-ray computed tomography. From results, it was observed that the addition of shorter steel fibres decreased more efficiently the porosity and higher material strength was reached. However, the longer fibres allowed higher strains which derived into a higher fracture energy.

KEYWORDS: ultra-high-performance fibre-reinforced concrete, fracture behaviour, thermal damage, microstructure, X-ray computed tomography.

INTRODUCCIÓN

Los hormigones de muy alta resistencia se caracterizan por tener una capacidad mecánica significativamente mayor en comparación con los de resistencia normal, tanto en compresión como en tracción, no siendo despreciable la contribución de ésta última, como sí ocurre en los hormigones de resistencia normal. Además, están caracterizados por poseer un matriz menos porosa y en consecuencia son menos sensibles a agentes externos. Si se refuerzan con fibras de acero, se produce una mejora notable de la resistencia a tracción en la matriz [1].

La utilización y desarrollo tecnológico de fuentes de energía renovables es un tema de gran importancia, ya que la mayoría de los países no disponen de fuentes de energía fósiles. El tener una fuente de energía inagotable y no contaminante supone una reducción de costes importantes y una reducción de parte de la contaminación. Sin embargo, requiere de un desarrollo tecnológico en materia de producción y almacenamiento de energía. Entre las fuentes de energía más utilizadas se encuentra la energía solar por ser abundante y estar disponible en gran parte del planeta. Sin embargo, una de las principales desventajas es la discontinuidad de producción debido a los periodos sin radiación solar. De manera que, el disponer de sistemas de almacenamiento que permitan producir energía eléctrica en los momentos de ausencia de radiación solar, supondría un avance significativo en el establecimiento de la energía solar como fuente de energía principal.

La fabricación de sistemas de almacenamiento de energía con elementos de hormigón en plantas de energía solar está siendo objeto de estudio frente a otros tipos de materiales. Las principales ventajas que aporta el hormigón son la de ser un material resistente y con capacidad para almacenamiento de energía térmica, y todo ello para un material accesible y de relativo bajo coste en comparación con otras alternativas [2]. En el proceso de almacenamiento, el material debe resistir ciclos térmicos durante periodos prolongados. El estudio de la durabilidad de estos materiales en periodos con exposición de cargas y temperaturas variables, así como los posibles daños térmicos, son de gran interés para determinar la viabilidad de su aplicación.

El presente trabajo expone los resultados de parte de una amplia campaña experimental relativa al estudio del efecto de la temperatura en hormigones de muy alta resistencia. Se fabricaron cuatro tipos distintos de hormigones con idéntica matriz, uno sin refuerzo de fibras, usado como hormigón de control, y los restantes reforzados con diferentes tipos de firbas de acero. Para cada uno de los hormigones, se llevaron a cabo los ensayos necesarios para la determinación de las propiedades mecánicas y de fractura a temperatura ambiente y 300 °C. Además, se extrajeron cuatro muestras de cada hormigón y se les realizó un análisis mediante tomografía computarizada a temperatura ambiente y 300 °C. El uso de esta técnica permitió obtener información del volumen y diámetros de poros en la matriz de los hormigones y así como, el daño originado a 300 °C. Se realizó un análisis termogravimétrico de la matriz de los hormigones que permitió cuantificar la pérdida de masa con la temperatura y a qué procesos se deben. El análisis conjunto de los resultados nos permitió conocer cuál es el origen del daño térmico, cómo afecta a la matriz y cuáles son las consecuencias en las propiedades mecánicas y de fractura de los hormigones estudiados.

El artículo se ha organizado de la siguiente manera: en la sección 2 se describe el programa experimental realizado. Se detallan las características de los hormigones utilizados, así como los ensayos llevados a cabo. La sección 3 se muestran los resultados y se hace una discusión de los mismos. Finalmente, en la sección 4 se exponen las conclusiones extraídas.

MATERIALES Y MÉTODOS

Para este estudio se han fabricado cuatro tipos de hormigones de muy alta resistencia para ser ensayos a temperatura ambiente y a 300 °C. Todos ellos se llevaron a cabo con la misma composición y contenido de fibras de acero (un 2.5% del volumen de hormigón). Los componentes y su contenido se presentan en la Tabla 1. La diferencia entre los cuatro hormigones mencionados radica en el tipo de fibras de acero utilizada para su refuerzo.

Tabla 1: Composición y contenido de la matriz de los
hormigones.

Componentes	Contenido (kg/m ³)
Cemento	544
Humo de sílice	214
Escoria de alto horno	312
Arena silícea (< 800 µm)	470
Arena silícea (< 315 µm)	470
Superplastificante	42
Agua	188

La nomenclatura utilizada, así como el tipo y contenido de fibras se muestran en la Tabla 2. El primero de los hormigones fue utilizado como hormigón de control (HC). Este es un hormigón sin ningún tipo de refuerzo de fibras. El denominado como UHPFRC-1, fue reforzado exclusivamente con fibras Dramix OL 13/0.2 de Bekaert, estás fibras se caracterizan por tener extremos rectos y 13 mm de longitud. El hormigón nombrado UHPFRC-2, estaba reforzado únicamente con fibras Dramix D 65/35G de Bekaert. Estas fibras se caracterizan por tener extremos en forma de gancho y una longitud de 35 mm. Por último, el hormigón UHPFRC-3 fue reforzado con una mezcla de fibras de 13 y 35 mm al 50%, manteniendo la cantidad total de fibras siempre constante en todos los casos. En la Figura 1 se muestran los modelos de fibras de acero utilizadas, las de 13 mm y las de 35 mm de longitud.

Tabla 2: Nomenclatura, tipo y contenido de fibras de acerc			
Material	Fibras OL 13/0.2	Fibras 3D 65/35G	
Hormigón de control (HC)	-	-	
UHPFRC-1	196	-	
UHPFRC-2	-	196	
UHPFRC-3	98	98	

2.2. Ensayos experimentales de caracterización mecánica y de fractura.

Se fabricaron probetas cúbicas de 100 mm de lado, cilíndricas de 100 mm de diámetro y 200 mm de altura y prismáticas de 440x100x100 mm para llevar a cabo los diferentes ensayos experimentales de caracterización tanto a temperatura ambiente (TA) como a 300 °C.

2.2.1 Ensayos a temperatura ambiente

El ensayo a compresión simple se ha realizado sobre probeta cúbica de 100 mm de lado, siguiendo las indicaciones de la norma UNE EN12390-3:2009 [3]. Los ensayos para la determinación de la energía de fractura en el hormigón de control (HC) se han llevado a cabo mediante ensayos de flexión en tres puntos sobre probeta prismática, con relación de entalla 0.5, siguiendo la norma RILEM TCM 85 [4] y teniendo en cuenta las correcciones propuestas por Guinea, Planas and Elices [5-7]. Para el caso de los UHPFRC, la caracterización del comportamiento a flexotracción de los HMAR fue realizada a partir de ensayos de flexión en cuatro puntos (Figura 3) sobre probetas prismáticas sin entalla de dimensiones 440x100x100 mm³. El método de cálculo para determinar la resistencia a tracción de primera fisura y la resistencia a tracción última fue desarrollado y aplicado por López et al. [8] bilineal del material de manera inversa a partir de las curvas carga-flecha.

2.2.2 Ensayos a 300 °C

Los ensayos sobre probeta prismática se realizaron a temperatura constante con las probetas dentro de un horno y sin instrumentos de medida. Para los ensayos de compresión y tracción indirecta se realizaron inmediatamente después de ser sacados del horno. Para los ensayos de módulo de deformación longitudinal se llevaron a cabo una vez las probetas se enfriaron al aire a TA. En los ensayos sobre probeta prismática de HC no se determinó la energía de fractura al no poder usar transductor de pinza (CMOD) y, por tanto, controlar la rotura a 300 °C.

2.3. Análisis termogravimétrico

Se ha llevado a cabo un análisis termogravimétrico (TG) y térmico diferencial en los servicios generales de



Figura 1: Flexural strength-deflection curves and the key points obtained by the use of method proposed []

(ver Figura 3), cuyo trabajo trata sobre la determinación de un método de aplicación en HMAR, para la caracterización a tracción de los hormigones con fibras. La adición de fibras en la matriz de hormigón conlleva la aparición de múltiples fisuras, las cuales inician su propagación y son retenidas por el efecto de cosido de las fibras de acero. Esta zona de múltiples fisuras se encuentra alrededor del pico de la grieta predominante.

Los métodos para la determinación del comportamiento a flexotracción mediante probeta de flexión en tres puntos con entalla no estarían [9,10] teniendo en cuenta la contribución de las fibras durante la fisuración del material alrededor de la grieta predominante (zona multifisurada) y por tanto estaría sobrestimando el comportamiento del material. El método propuesto por Lopez et al. [8] consiste en utilizar ensayos de flexión en cuatro puntos (4PBT), sin entalla (ver Figura 2), de manera que haya múltiples secciones sometidas a momento máximo y la grieta. La determinación de la energía de fractura se levó a cabo mediante el uso de un método de análisis inverso [11] basado en el "hinge model" que permite obtener las leyes de ablandamiento investigación de la Universidad de Sevilla. El ensayo fue realizado en una atmósfera de aire durante el proceso de calentamiento, con una relación de 10 °C/min hasta 900 °C.

2.4. Análisis de daño térmico mediante tomografía computarizada.



Figura 2: Radiografía bidimensional de uno de los UHPFRC.

El análisis tomográfico se ha realizado sobre cuatro muestras de 100x25x25 mm³ extraídas de las probetas

prismáticas. Las probetas corresponden a la zona superior central de la probeta. La técnica tomográfica permite detectar zonas de diferente densidad dentro del material (poros, fibras y matriz) mediante múltiples radiografías 2D de la muestra (Figura 2). Posteriormente, esas imágenes se reconstruyen (Figura 3) y analizan en 3D mediante un software específico, en nuestro caso fue usado Avizo. El equipo tomográfico utilizado fue el modelo Y.Cougar SMT de la compañía YXLON con rango de voltaje entre 25-160 kV and 0.01-1 mA de intensidad. Para las muestras analizadas se alcanzó una precisión de detalle de hasta 40 µm.



Figura 3: Reconstrucción 3D de imágenes tomográficas de una de las muestras UHF

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En la Figura 4 se muestran los resultados de la TG realizada conjunta con calorimetría diferencial (DSC). Se observa que en el rango entre 20 y 320 °C se producen pérdidas de masa significativas debidas a dos procesos: la evaporación de agua (entre 20 y 110 °C) con una pérdida de masa de 1.1 % [12] y la deshidratación de C-S-H gel (entre 166 y 320 °C) [13] que origina una pérdida de masa de 6.1 %.



Figura 4: TG, DTA y DSC análisis del hormigón de control.

3.2 Efecto de la temperatura en la matriz mediante tomografía computarizada.

El diámetro equivalente, (d_{eq}) , la esfericidad, ϕ , y la porosidad total, ϕ_{xr} , se muestran en la Tabla 3 a TA y 300 °C para cada hormigón. Los resultados experimentales a TA corresponden a una investigación previa realizada por los autores [14], mientras que los ensayos a 300 °C se han realizado para esta investigación. A temperatura ambiente, se observa como

la adición de fibras de acero no produce una distorsión negativa de la matriz sino que reduce de manera significativa la porosidad total, ϕ_{xr} , especialmente para la adición de fibras de menor longitud (i.e., UHPFRC-1). Las fibras actúan como pequeñas palas que ayudan a mejorar el proceso de amasado durante la fabricación. Sin embargo, el tamaño medio de los poros, d_{eq} , aumentó con la presencia de las fibras debido a la concentración de poros alrededor de las fibras [15]. Este hecho se ve reflejado más notablemente en las fibras de mayor longitud que poseen más superficie fibra-pasta de cemento. Además, la concentración de poros alrededor de las fibras lleva a una pérdida de esfericad de los poros, ϕ , como se puede observar en la Tabla 3. A 300 °C, el incremento de temperatura aumenta la presión interna por dos procesos: la evaporación del agua libre y la deshidratación del C-S-H gel como se mostró con el estudio termogravimétrico (Figura 6).

Tabla 3: Parámetros de porosidad de los hormigones a TA y

300 °C.				
	Temperatura ambiente			
Propiedad	НС	UHPF RC-1	UHPF RC-2	UHPF RC-3
<i>d_{eq}</i> (mm) [14]	0.28 ± 0.03	0.33 ± 0.01	0.44 ± 0.03	0.34 ± 0.02
Φ[14]	$\begin{array}{c} 0.93 \\ \pm \ 0.02 \end{array}$	$\begin{array}{c} 0.91 \\ \pm \ 0.01 \end{array}$	$\begin{array}{c} 0.84 \\ \pm \ 0.01 \end{array}$	$\begin{array}{c} 0.88 \\ \pm \ 0.01 \end{array}$
ϕ_{xr} (%)[14]	4.0 ±0.9	1.9 ±0.3	$\begin{array}{c} 3.4 \\ \pm \ 0.8 \end{array}$	$\begin{array}{c} 2.2 \\ \pm \ 0.5 \end{array}$
		300) °C	
d_{eq} (mm)	0.29 ±0.02	$\begin{array}{c} 0.21 \\ \pm \ 0.01 \end{array}$	$\begin{array}{c} 0.27 \\ \pm \ 0.02 \end{array}$	$\begin{array}{c} 0.21 \\ \pm \ 0.01 \end{array}$
arphi	0.92 ±0.01	$\begin{array}{c} 0.91 \\ \pm \ 0.01 \end{array}$	$\begin{array}{c} 0.84 \\ \pm \ 0.02 \end{array}$	$\begin{array}{c} 0.88 \\ \pm \ 0.01 \end{array}$
ϕ_{xr} (%)	$\begin{array}{c} 5.0 \\ \pm \ 0.3 \end{array}$	3.9 ± 0.3	$\begin{array}{c} 4.3 \\ \pm \ 0.9 \end{array}$	3.6 ± 0.1

Ambos efectos, unidos a la baja porosidad de los hormigones de muy alta resistencia, lleva al crecimiento de micro-fisuras desde la porosidad de la matriz. De los resultados de la Tabla 3 a 300 °C, se deduce que el daño térmico conlleva un incremento de la porosidad total, ϕ_{xr} , en todos los hormigones. Aquellos hormigones reforzados con fibras más cortas siguen siendo los que poseen menor porosidad total (i.e., UHPFRC-1 y 2) y que la deformación de la porosidad media prácticamente no se ve afectada. Sin embargo, el cambio más significativo se observa en el diámetro de los poros, d_{eq} . Se observa que el valor de diámetro equivalente medio es inferior en los hormigones reforzados con fibras de acero, sobre todo en aquellos con fibras cortas (i.e., UHPFRC-1 y UHPFRC-3). Esto muestra como el daño

térmico se afecta fundamentalmente a los poros de menor tamaño haciendo que aparezcan nuevos poros de pequeño tamaño, que a TA estaban por debajo de las 40 μ m que son detectables por la tomografía computarizada en este estudio.

3.3. Propiedades mecánicas y de fractura

La Figura 7 muestra la resistencia a compresión de cada uno de los hormigones fabricados a temperatura ambiente y 300 °C. A temperatura ambiene, la adición de las fibras lleva a una mejora significativa debido al efecto cosido de las fibras cuando se generan deformaciones de tracción en el proceso de compresión [16]. El hormigón con menor porosidad (ver Tabla 3) posee la resistencia a compresión más elevada (Figura 7). Respecto a los resultados a 300 °C, se observa como aquellos hormigones con mayor porosidad tienen menor resistencia a compresión exceptuando aquel con fibras largas (i.e., UHPFRC-2). Sin embargo, se observa como la dispersión de resultados en UHPFRC-2 ha sido muy elevada mostrando que el daño térmico generado fue bastante irregular y por tanto, en los resultados de resistencia a compresión.



Figura 5: Resistencia a compresión para cada hormigón a TA y 300 °C.

En la Tabla 4 se muestran los resultados de las propiedades de fractura determinadas para cada hormigón y temperatura (i.e., TA y 300 °C). Como era de esperar, el efecto cosido [17] de las fibras a llevado a un aumento significativo de la energía de fractura en comparación con el HC. El valor inferior se obtuvo para el hormigón reforzado con fibras cortas (i.e., UHPFRC-1), ya que aunque mejora la resistencia a la microfisuración, lo cual está relacionado con la mayor pendiente observada en el diagrama de ablandamiento (ver Figura 8), la menor longitud de fibra conlleva una adherencia fibra-matriz más deficiente que se traduce en una pendiente significativamente menor en el segundo tramo del diagrama de ablandamiento bilineal (ver Figura 8) de manera que el área encerrada por el diagrama de ablandamiento (se corresponde con la energía de fractura) es inferior que en los casos de hormigones reforzados con fibras largas (i.e., UHPFRC-2 y 3).

Tabla 4: Energía de fractura y longitud característica a TA y

300 °C.				
	TA	300 °C		
Material	$G_F(N/m)$	G_F (N/m)		
HC	$64\pm8\%$	-		
UHPFRC-1	$19204\pm13\%$	$10167\pm24\%$		
UHPFRC-2	$24614\pm17\%$	$12711\pm31\%$		
UHPFRC-3	$32552\pm15\%$	$10533\pm7\%$		

A 300 °C, los valores de energía de fractura alcanzados se redujeron notablemente debido al incremento de porosidad (Tabla 3) causado por el daño térmico en la matriz, que se observa en la reducción de la pendiente inicial del diagrama de ablandamiento bilineal. Esa primera rama del diagrama es muy similar entre los hormigones reforzados con fibras de acero (Figura 8) debido a que la porosidad (Tabla 3) de éstos toma valores similares a 300 °C. Sin embargo, los hormigones con fibras de mayor longitud (i.e., UHPFRC-2 y 3) alcanzaron energía de fractura más alta debido a que la adherencia fibra-matriz es más eficiente, como se puede observar de las mayores pendientes, en la segunda rama, de los diagramas de ablandamiento bilineal de la Figura 8 a 300 °C.



hormigón a TA y 300 °C.

CONCLUSIONES

A la vista de los resultados obtenidos se establecen las siguientes conclusiones:

• El incremento de temperatura genera pérdida de masa en la matriz debido a la evaporación del agua libre y deshidratación de C-S-H gel hasta 300 °C.

• La tensión interna, generada por la evaporación y deshidratación de C-S-H gel, afecta mayoritariamente a los poros de menor tamaño tanto en el hormigón de control como en los reforzados con fibras.

• La presencia de fibras de acero reduce la porosidad de la matriz, especialmente las fibras de menor longitud, mejorando las propiedades mecánicas y de fractura, pero reduciendo la esfericidad de la porosidad. • En términos relativos, la temperatura afecta más al hormigón reforzado con fibras, pero en términos globales, las propiedades mecánicas y de fractura son mejores porque la porosidad total es menor y el daño térmico afecta especialmente a poros más pequeños.

• El incremento de porosidad causado por el daño térmico mejora la ductilidad del hormigón reforzado con fibras.

AGRADECIMIENTOS

A los autores les gustaría agradecer la contribución del Ministerio de Economía y Competitividad de España por la financiación del trabajo realizado mediante el proyecto BIA2016-75431-R.

REFERENCIAS

- Caggiano A, Cremona M, Faella C, Lima C, Martinelli E. Fracture behavior of concrete beams reinforced with mixed long/short steel fibers. Construction and Building Materials 2012;37:832–40. doi:10.1016/j.conbuildmat.2012.07.060.
- [2] Alonso MC, Vera-Agullo J, Guerreiro L, Flor-Laguna V, Sanchez M, Collares-Pereira M. Calcium aluminate based cement for concrete to be used as thermal energy storage in solar thermal electricity plants. Cement and Concrete Research 2016;82:74–86. doi:10.1016/j.cemconres.2015.12.013.
- [3] EN-12390-3: 2009. Testing hardened concrete Part 3: Compressive strength of test specimens, AENOR, 2009.
- [4] RILEM TCM-85, Determination of the fracture energy of mortar and concrete by means of three-point bend tests on notched beams. Materials and Structures 1985;18:287–90. doi:10.1007/BF02472918.
- [5] Guinea, G.V.;Planas, J;Elices M. Measurement of the fracture energy using three-point bend tests: Part 1- Influence of experimental procedures. Materials and Structures 1992;25:212–8. doi:10.1007/BF02473065.
- [6] Planas J, Elices M, Guinea G V. Measurement of the fracture energy using three-point bend tests: Part 2-Influence of bulk energy dissipation. Materials and Structures 1992;25:305–12. doi:10.1007/BF02472671.
- [7] Elices, M; Guinea, G.V.;Planas J. Measurement of the fracture energy using three-point bend tests: Part 3- Influence of cutting the P-δ tail. Materials and Structures 1992;25:327–34. doi:10.1007/BF02472591.

- [8] López JÁ, Serna P, Navarro-Gregori J, Coll H. A simplified five-point inverse analysis method to determine the tensile properties of UHPFRC from unnotched four-point bending tests. Composites Part B: Engineering 2016;91:189– 204. doi:10.1016/j.compositesb.2016.01.026.
- [9] RILEM TC TDF-162 "Test and design methods for steel fiber reinfored concrete. Bending test-Final Recommendation." Materials & Structures 2002;35:579–82.
- [10] EN-14651: 2007+A1 Test method for metallic fibered concrete- Measuring the flexural tensile strength (limit of proportionality (LOP), residual), AENOR . 2007.
- [11] Abdalla, HM; Karihaloo BL. A method for constructing the bilinear tension softening diagram of concrete corresponding to its true fracture energy. Magazine of Concrete Research n.d.;56. doi:doi.org/10.1680/macr.2004.56.10.597.
- [12] Alonso C, Fernandez L. Dehydration and rehydration processes of cement paste exposed to high temperature environments. Journal of Materials Science 2004;39:3015–24. doi:10.1023/B:JMSC.0000025827.65956.18.
- [13] Ríos JD, Cifuentes H. Comportamiento en fractura de un hormigón de muy altas prestaciones frente a la adición de fibras metálicas. Anales de Mecánica de La Fractura 34 2017;1:212–9.
- [14] Ríos JD, Leiva C, Ariza MP, Seitl S, Cifuentes H. Analysis of the tensile fracture properties of ultra-high-strength fiber-reinforced concrete with different types of steel fibers by X-ray tomography. Materials & Design 2019:107582. doi:10.1016/j.matdes.2019.107582.
- [15] Hwang JP, Kim M, Ann KY. Porosity generation arising from steel fibre in concrete. Construction and Building Materials 2015;94:433–6. doi:10.1016/j.conbuildmat.2015.07.044.
- [16] Neville A. Properties of concrete. 2011.
- [17] Ríos JD, Cifuentes H, Ph D, Leiva C, Ph D, García C, et al. Behavior of High-Strength Polypropylene Fiber-Reinforced Self-Compacting Concrete Exposed to High Temperatures 2018;30:1–13. doi:10.1061/(ASCE)MT.1943-5533.0002491.

ANÁLISIS 2D Y 3D DE LA FRACTURA DEL HORMIGÓN POR ATAQUE SULFÁTICO EXTERNO

C. López^{1*}, A. Vélez¹, I. Carol¹, A. Pérez¹, A. Idiart²

 ¹ Departamento de Ingeniería Civil y Ambiental ETSECCPB. Universitat Politècnica de Catalunya, UPC Jordi Girona 1-3, 08034. Barcelona-España
 ² Amphos 21 Consulting, S.L.
 Carrer Veneçuela 103, 2ª planta, 08019, Barcelona, España
 * Persona de contacto: carlos.maria.lopez@upc.es

RESUMEN

El hormigón puede degradarse debido a diferentes formas de ataques químicos. Este artículo se centra en uno de ellos, el ataque sulfático externo. Un modelo de difusión-reacción se ha combinado en un contexto acoplado a nivel mesomecánico en el que se incluyen interfases de espesor cero para representar la fisuración. Para las interfases se ha establecido una ley constitutiva no-lineal basada en la elasto-plasticidad con la incorporación de conceptos y parámetros de la mecánica de fractura. Las simulaciones se llevan a cabo acoplando el problema de difusión-reacción con el problema mecánico mediante una estrategia de tipo *staggered*. Se han resuelto casos de análisis en 2D y 3D, cuyos principales resultados se discuten y comparan. El modelo meso-mecánico reproduce adecuadamente los patrones de fisuración observados en pruebas reales, así como el comportamiento en el tiempo de los procesos de avance de sulfatos y de etringita precipitada al interactuar con la fisuración del hormigón.

PALABRAS CLAVE: Ataque sulfático externo, Análisis mesomecánico, Degradación del hormigón, Elemento junta.

ABSTRACT

Among the various types of chemical degradation processes of concrete, this paper focuses on external sulfate attack. A diffusion-reaction model for this phenomenon has been combined with a meso-mechanical formulation, in which cracking paths are represented *via* zero-thickness interface elements. From the mechanical viewpoint, it is assumed that the non-linear behaviour occurs exclusively at the interface elements, for which an elasto-plastic constitutive law based on fracture mechanics is assumed, while linear elasticity is assumed for the continuum medium. The coupling of the diffusion-reaction problem with the mechanical problem is implemented *via* a *staggered* strategy. Results obtained for 2D and 3D simulations of the same problem are discussed and compared. It is shown that the meso-mechanical model developed leads to realistic results. Crack path evolution observed in experimental tests is satisfactorily captured, as well as the sulfate penetration and ettringite precipitation distributions in time which, due to crack-induced diffusivity, turn out very much dependent on concrete cracking.

KEYWORDS: External sulfate attack, Meso-mechanical analysis, Concrete degradation, Interface element.

1. INTRODUCCIÓN

El ataque sulfático externo es el deterioro mecánico que sufren los materiales cementicios debido al ingreso de iones sulfáticos presentes en medios circundantes ricos en sulfato. Existe un considerable interés en describir racionalmente los mecanismos que están detrás de los procesos expansivos que llevan a la fisuración, *spalling*, pérdida de resistencia general, que puede dar lugar incluso a la desintegración completa del material bajo condiciones severas de ataque. En general, la presencia de sulfatos desde fuentes externas da lugar a la formación de nuevas fases como etringita y yeso. La mayor parte de la evidencia experimental ha mostrado que la formación de etringita secundaria es el principal factor involucrado en las expansiones [1-3]. En este artículo se presenta, en primer lugar, un modelo de difusión/reacción para el ataque sulfático externo, basado en la formulación propuesta por Mobasher y colaboradores [4], con la introducción de algunas mejoras [5,6]. Posteriormente, este modelo se incluye en una aproximación mesomecánica acoplada para estudiar la degradación de muestras de hormigón en las que se representa de forma explícita su estructura interna de primer nivel (áridos de mayor tamaño, rodeados por una matriz de mortero) y se incluyen elementos junta de espesor nulo para representar la fisuración.

2. MODELO DE DIFUSIÓN-REACCIÓN

Se ha considerado un punto de vista simplificado del problema, en el cual el ataque sulfático externo puede ser analizado mediante la difusión de un sólo tipo de ion, representado por el ingreso de sulfatos. Se asume que los sulfatos que ingresan reaccionan primero con la portlandita para formar yeso (CSH₂), y posteriormente reaccionan con las diferentes fases de aluminatos de calcio no difusivos presentes en la pasta de cemento hidratada para formar etringita secundaria. En la formulación del modelo ([5,6]) se plantea, por un lado, tratar cada una de las reacciones separadamente, permitiendo así la consideración de diferentes cinéticas para cada reacción individual, y también, por otro lado, considerar una reacción agrupada para simplificar el análisis, como en [4]. En este trabajo se ha adoptado el planteo de una expresión única dada por:

$$CA + q\bar{S} \rightarrow C_6 A\bar{S}_3 H_{32} \tag{1}$$

donde CA es la cantidad de aluminato de calcio equivalente y q representa el coeficiente estequiométrico ponderado de la reacción agrupada.

La reacción química precedente tiene lugar de acuerdo con la disponibilidad de sulfatos y aluminatos de calcio, lo cual se determina en tiempo y espacio a través de una ecuación de difusión-reacción de segundo orden para la concentración de sulfatos (U [mol/m³]), y una ecuación adicional para la disminución de aluminato de calcio equivalente (C [mol/m³], CA en expresión (1)):

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D_{U} \frac{\partial U}{\partial x} \right) - kUC$$
(2)

$$\frac{\partial C}{\partial t} = -k \frac{UC}{q}$$
(3)

donde D_U [m²/s] es el coeficiente de difusión, k [m³/(mol.s)] es un coeficiente que define la tasa de reacción de sulfatos agrupada, y t [s] y x [m] son el tiempo y las coordenadas espaciales, respectivamente. La variable C se considera variable interna y sólo la concentración de sulfatos U se considera una variable nodal. Se considera una variación del coeficiente de difusión, dependiente del efecto de llenado del poro (la difusividad decrece a medida que los poros se llenan con especies precipitadas), en términos de una función de escala de acuerdo a las siguientes expresiones:

$$D_{\Phi}\left(\Phi_{cap}\right) = D_{0} + \left(D_{I} - D_{0}\right) f\left(\beta_{D}, \Phi_{cap}\right)$$
⁽⁴⁾

$$\operatorname{con} f(\beta_{D}, \Phi_{cap}) = \frac{e^{-\beta_{D}}\xi}{I + (e^{-\beta_{D}} - I)\xi} \quad \forall \quad \xi = (\Phi_{cap} / \Phi_{ini})$$
(5)

$$\Phi_{ini} = v_c \cdot \left(\frac{w/c - 0.36\alpha}{w/c + 0.32}\right) \tag{6}$$

$$\Phi_{cap} = \Phi_{ini} - \alpha_s CA_{react}, \quad \text{si } \alpha_s CA_{react} < \Phi_{ini} \text{ (si no 0)}$$
(7)

en las cuales D_{θ} , D_{I} , son valores de referencia inferior y superior, respectivamente, β_{D} es un parámetro que determina la no linealidad de la función, Φ_{ini} es la porosidad capilar inicial, Φ_{cap} es la porosidad capilar actualizada que tiene en cuenta el aumento de etringita, v_c es la fracción volumétrica del cemento, w/c es la relación agua-cemento, α es el grado de hidratación, y α_s y CA_{react} se definen más adelante. Por otro lado, la difusión a través de las fisuras está explícitamente considerada con la introducción de las juntas. De este modo, el modelo considera la disminución de la difusividad debida al efecto de llenado de los poros, simultáneamente con un incremento de la difusividad general efectiva debido a fenómenos de fisuración [5-6].

Se supone que la etringita es el único producto de reacción que gobierna las expansiones. La deformación volumétrica se obtiene de la cantidad de aluminato de calcio reaccionado y el cambio de volumen asociado con él. El cambio volumétrico puede calcularse como:

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{m^{ettr}}{m^{CA} + q \cdot m^{gypsum}} - 1 \tag{8}$$

siendo m^{CA} el volumen molar [m³/mol] de los aluminatos agrupados. Para calcular la deformación volumétrica total, es necesario calcular la cantidad de CA_{react} que ha reaccionado y viene dada por:

$$\varepsilon_{v}(t) = CA_{react} \frac{\Delta V}{V} \overline{m} - f \cdot \Phi_{ini} \qquad \alpha_{s} = \frac{\Delta V}{V} \overline{m} \qquad (9)$$

$$\overline{m} = m^{CA} + q \cdot m^{\text{gypsum}}, CA_{\text{react}} = CA_0 - CA_{\text{unr}}$$
(10)

donde CA_0 representa la concentración inicial de aluminato de calcio equivalente, CA_{unr} es la cantidad de los aluminatos no reaccionados y f es la fracción de porosidad capilar que tiene que ser llenada antes de que ocurra alguna expansión. La formulación puede consultarse en mayor detalle en [5-6].

3. MODELO MESOMECÁNICO

El modelo consiste en la representación explícita en una discretización 2D o 3D por el método de los elementos finitos (FEM), de las tres fases componentes principales de la estructura interna del hormigón a un nivel de observación a mesoescala. Por un lado, los áridos de mayor tamaño (aproximadamente el tercio mayor de la granulometría), cuya distribución y forma se genera de forma aleatoria mediante un procedimiento basado en la teoría de Voronoi-Delaunay. Rodeando a la fase granular se discretiza una matriz homogénea, que representa al mortero más los áridos de menor tamaño. Finalmente, se incluye en la malla una retícula de elementos junta sin espesor, distribuidos a lo largo de todos los contactos entre elementos de áridos y mortero (interfase) y entre algunos contactos de la matriz. Estos elementos junta se insertan a priori entre los elementos estándar del medio continuo, de modo que puedan quedar representadas las principales potenciales trayectorias de fisuración. Para los elementos junta se utiliza una ley constitutiva no lineal basada en la teoría de la elastoplasticidad y en conceptos de la mecánica de fractura [7,8]. El acoplamiento difusión/químico-mecánico (HM) se ha implementado mediante una estrategia en "*staggered*", que relaciona dos códigos independientes, de manera que sucesivamente el resultado del problema de difusión/químico se utiliza como entrada en el análisis mecánico y el de este último, como entrada en el primero, hasta alcanzar una tolerancia prefijada. En ambos análisis se emplea una misma malla de EF con elementos junta sin espesor y nudos dobles, cuya formulación para el caso de difusión puede consultarse en [9].

4. RESULTADOS

Se presentan resultados de cálculos 2D y 3D en los que las muestras de hormigón se sumergen en una solución con un 5% de sulfato de sodio, que corresponde a una concentración de 35.2 mol/m³. Los parámetros del problema de difusión-reacción son: $D_1=1.70 \times 10^{-03}$ cm^2/dia , k= 2x10⁻⁰⁵ m³/mol.día, q=3, f=0.05, w/c=0.5, $\alpha = 0.9$, $D_0/D_1 = 5x10^{-02}$, $\beta_D = 1.5$, $\alpha_s = 2.98x10^{-04}$ m³/mol, [C₃A]_{inicial}=200 mol/m³, y difusión en los elementos junta η =1.0x10⁻⁵ m/s. Para el análisis mecánico, los áridos y el mortero se consideran con un comportamiento elástico lineal con parámetros: E=70000 MPa (áridos), E=25000 MPa (mortero) y v=0.20 (ambos). Para las interfases árido-mortero los parámetros son: $K_N = K_T = 100000$ MPa/mm, $tan\phi_0=0.70$, $tan\phi_{res}=0.40$, $\chi_0=2MPa$, $c_0=7MPa$, $G^{I}_{F}=0.03$ Nmm, $G^{II}_{F}=0.3$ Nmm, $\sigma_{dil}=40MPa$. Para las interfases mortero-mortero, se usan los mismos parámetros con la excepción de $\chi_0=4MPa$, $c_0=14MPa$ and $G^{I}_{F}=0.06 Nmm \text{ y} G^{II}_{F}=0.6 Nmm$.

4.1. Mallas 2D

En primer lugar, se ha empleado una malla de 60 mm de lado con un arreglo de áridos de 4x4 (1720 nodos, 1272 elementos de medio continuo y 650 elementos junta). Se ha simulado la malla sumergida en una solución de sulfato (ataque desde las 4 caras exteriores) mediante condiciones de contorno tanto de tipo Dirichlet (concentración de sulfatos impuesta) como tipo Newmann (convectivas) y se han resuelto casos desacoplados y acoplados. Los cálculos mecánicos 2D se han llevado a cabo en condiciones de tensión plana. Los resultados completos pueden consultarse en [10]. En este trabajo se presentan los resultados finales a los 2180 días de la simulación acoplada. En la figura 1 se muestra el avance de los sulfatos (izquierda) y la etringita precipitada (derecha). En la figura 2 se muestra, a la izquierda, el estado de fisuración (el espesor de línea representa la energía disipada en las juntas en procesos de fractura) y la malla deformada, en el centro. La simulación captura correctamente la fisuración y el spalling observados en algunos experimentos, como puede apreciarse en la Figura 2 (derecha), donde se presenta el estado de una muestra real (extraída de referencia [2]).



Figura 1. Avance de los sulfatos (izquierda) y de la etringita precipitada (derecha) para t = 2180 días.



Figura 2. Estado de fisuración (izquierda) y malla deformada (centro) para t = 2180 días. Muestra real (derecha) extraída de referencia [2].

Posteriormente, se ha analizado una malla de mayor tamaño, que representa una muestra de hormigón cuadrada de 100 mm lado, con 49 áridos dispuestos en un arreglo de 7x7 (4560 nodos, 3308 elementos de medio continuo y 1842 elementos junta), con ataque sulfático desde las 4 caras exteriores. En la Figura 3 se presentan los resultados (caso acoplado) de la evolución del avance de sulfatos (izquierda) y de la concentración de etringita (derecha) para tres diferentes edades. En la Figura 4 se muestra la evolución del estado de fisuración para tres diferentes edades. Al observar los gráficos de los sulfatos, se puede apreciar como el frente de avance va penetrando desde los cuatro bordes hacia el centro de la muestra, mientras que el frente de formación de etringita avanza de manera similar, pero va precipitando de una forma retardada respecto al avance de sulfatos debido a que está regido por una velocidad de reacción.

Se puede apreciar la correlación de los resultados de las figuras 3 y 4, ya que, al producirse una conexión de la fisuración con los bordes, la modelización acentúa la influencia de las fisuras como canales preferenciales de penetración, lo que redunda en un aumento de la producción de etringita y de volumen, y en consecuencia un mayor grado de fisuración interna. En la figura 5 izquierda se presenta la evolución de la malla deformada para tres diferentes edades. Se puede apreciar que, a los 3560 días, la malla deformada permite diferenciar dos y hasta tres capas que tienden a desprenderse de la muestra (spalling). En este caso, como las dimensiones de la malla son mayores que en el caso anterior, el fenómeno se ha podido extender más hacia el interior de la muestra, al aumentar el tiempo de exposición. A fines comparativos, sólo de modo cualitativo, en la figura 5 derecha se incluye una muestra real de laboratorio en tres situaciones diferentes de deterioro (tomada de referencia [11]), en la que se puede observar un patrón de las fisuras similar al obtenido con el modelo meso-mecánico.



Figura 3. Evolución de los sulfatos (izquierda) y de la etringita precipitada (derecha) para valores de t = 420, 1520 y 2900 días, de arriba hacia abajo.



Figura 4. Evolución del estado de fisuración para valores de t = 740, 1520 y 2900 días (de izquierda a derecha).

4.2. Malla 3D

Se utiliza una muestra cúbica de 40 mm de lado en la que se incluyen 28 áridos (35.673 nodos, 12.749 elementos de medio continuo y 18.346 elementos junta). Los detalles de la malla se muestran en la Figura 6. Esta malla permite representar la cuarta parte de una zona central de columna, dadas las condiciones de simetría (figura 6d).

Para las condiciones de borde del problema mecánico se restringen los movimientos en la dirección normal de las caras en contacto con el resto del pilar, quedando libres las dos caras verticales visibles en la figura 6d. Para el problema de difusión, las condiciones de contorno se aplican en las dos caras verticales sin restricciones de movimiento, mediante condiciones de tipo convectivo (Newmann). A diferencia de las mallas 2D, la complejidad del caso 3D no ha permitido refinar la malla en la zona de las superficies en contacto con los sulfatos, y si se aplican condiciones de Dirichlet se producen oscilaciones numéricas y valores negativos de concentración de sulfatos, tanto en la matriz como en los áridos. Además, en contraste con el caso 2D, en la malla 3D los áridos no están completamente dentro de la muestra y presentan caras en la superficie, así que se ha modificado el código de cálculo a fin de que los áridos no intervengan en el análisis de difusión-reacción.



Figura 5. Malla deformada para valores de t = 420, 1520 y 3560 días, de arriba hacia abajo (izquierda) y muestra real (derecha) extraída de referencia [11].



Figura 6. Malla 3D de EF de 40 mm x 40 mm x 40 mm, (a) fases áridos y mortero, (b) sólo áridos, (c) interfases árido-mortero (gris oscuro) y mortero-mortero (gris claro), y (d) representación de la cuarta parte de un sector central de un pilar de hormigón.

Por un lado, se está corriendo un caso con los mismos parámetros que en el caso 2D, que aún requiere un tiempo mayor de desarrollo en el tiempo para que sea activado el acoplamiento. Para acelerar el proceso de difusión en las juntas se ha aumentado el parámetro de difusión de las mismas. Los resultados en comparación con el mismo caso desacoplado, se presentan a continuación. En la figura 7 se presenta la evolución de sulfatos y en la figura 8 la malla deformada, para los casos acoplado (izquierda) y desacoplado (derecha), para tres valores crecientes de tiempo, similares en ambos casos. Los resultados se presentan en una vista desde el exterior hacia las caras laterales en contacto con el sulfato (para facilitar la interpretación, en la figura 7 se han desactivado los áridos en las visualizaciones).



Figura 7. Evolución de sulfatos para el caso acoplado (izquierda) y el caso desacoplado (derecha) para valores crecientes de tiempo, de arriba hacia abajo.

Se puede ver en la figura 7 que para las primeras edades el frente de penetración es similar, si bien ya se aprecia cierta diferencia en los huecos. Sin embargo, para la última edad presentada la diferencia es notoria, como se aprecia en la cara superior y en el interior de los huecos de áridos. Este comportamiento está en correspondencia con lo observado en las mallas deformadas de la figura 8. Para las dos primeras edades no se aprecia fisuración en ninguno de los cálculos y si claramente en la última edad, resultando una mayor penetración de sulfatos en el caso acoplado debido a la difusión preferencial en las juntas en contacto con las caras exteriores expuestas. En la Figura 9 se presentan gráficos en la malla deformada, del trabajo consumido durante el proceso de fisuración del caso acoplado a los 650 días. La columna izquierda muestra el resultado en planta, y la columna derecha, de perfil. En la figura 9 izquierda se aprecia claramente que en la esquina de las caras en contacto con el sulfato hay una concentración de deformaciones volumétricas, que dan lugar a la formación de fracturas, y que dichas fracturas se ubican en planos verticales inclinados respecto al vértice. El gráfico de la derecha permite apreciar que los planos principales de fracturas se propagan verticalmente a lo largo de la muestra, bordeando a un lado y al otro una hilera de áridos. Se observa que las fisuras alcanzan los bordes expuestos al sulfato, y que por eso se generan los caminos preferenciales de penetración que aceleran el proceso de deterioro.



Figura 8. Evolución de la malla deformada para el caso acoplado (izquierda) y el caso desacoplado (derecha) para valores crecientes de tiempo, de arriba hacia abajo



Figura 9. Trabajo disipado durante el proceso de fractura del caso acoplado: vista en planta (izquierda) y vista en perfil (derecha) de los planos de fisura.

4.3. Comparación entre casos 2D y 3D

Si bien las dimensiones de las muestras 2D y 3D son algo diferentes, sirve desde un punto de vista cualitativo para comparar los comportamientos de ambas mallas. El caso 3D presentado en el apartado anterior se compara con el caso 2D con iguales parámetros y condiciones de exposición a los sulfatos. En la figura 10 se muestran resultados correspondientes a la edad de 500 días aproximadamente, del avance de los sulfatos, etringita precipitada y malla deformada (de arriba hacia abajo, respectivamente), del caso acoplado 2D (izquierda) y 3D (derecha). Se puede observar un comportamiento similar en ambos casos, en que se aprecia el mayor avance de los sulfatos en las esquinas, propiciado por el acoplamiento debido a las fisuras que alcanzan los bordes.



Figura 10. Comparación de resultados de casos acoplados 2D (izquierda) y 3D (derecha) para avance de sulfatos, etringita precipitada y malla deformada, de arriba hacia abajo, respectivamente.

5. CONCLUSIONES

Al aumentar las dimensiones de la malla 2D, se han obtenido resultados numéricos del ataque sulfático aplicado en las cuatro caras, que concuerdan cualitativamente con lo observado en pruebas de laboratorio, ya que se reproduce claramente el patrón de fisuración tipo *spalling* en varias capas desde el exterior hacia el interior de la muestra. En la extensión a 3D se ha podido contrastar que el modelo simula correcta y diferenciadamente los casos desacoplado y acoplado. Se forman planos principales de fractura, en los que el mecanismo de deformación tiende al desprendimiento del material en la esquina de las caras atacadas, en capas sucesivas separadas mediante planos verticales. Se observa en el caso acoplado, que las fisuras al alcanzar los bordes expuestos generan caminos preferenciales de penetración que aceleran el proceso de deterioro.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen al MEC (Madrid) la ayuda recibida a través del proyecto de investigación BIA2016-76543-R, el cual incluye fondos FEDER de la Unión Europea, y a AGAUR/Generalitat de Catalunya (Barcelona) a través del proyecto 2017SGR-1153.

REFERENCIAS

- P. Brown, H. Hooton. Ettringite and thaumasite formation in laboratory concretes prepared using sulfate-resisting cements, Cem. Concr. Comp., 24:361-70 (2002).
- [2] O. Al-Amoudi. Attack on plain and blended cements exposed to aggressive sulfate environments, Cem. Concr. Comp., 24:305-316 (2002).
- [3] E. Irassar, V. Bonavetti, M. González. Microstructural study of sulfate attack on ordinary and limestone Portland cements at ambient temperature, *Cem. Concr. Res.*, 33:31-41 (2003).
- [4] R., Tixier, B. Mobasher. Modeling of damage in cement-based materials subjected to external sulfate attack.I. Formulation. J. of Mat. In Civil Engng, ASCE, 15(4), 305-313 (2003).
- [5] A. Idiart. Coupled analysis of degradation processes in concrete specimens at the meso-level. Ph.D. Thesis. UPC, Barcelona, (2009).
- [6] A. Idiart, CM. López, I. Carol. Chemo-mechanical analysis of concrete cracking and degradation due to external sulfate attack: A meso-scale model, Cem. Concr. Comp., 33:411-423 (2011).
- [7] I. Carol, P. Prat, CM. López. A normal/shear cracking model. Application to discrete crack analysis, Journal of Engineering Mechanics, 123, No 8, (1997).
- [8] I. Carol, CM. López, O. Roa. Micromechanical analysis of quasi-brittle materials using fracturebased interface elements, Int. Journal of Num. Methods in engineering, 52, pag. 193-215, (2001).
- [9] JM. Segura, I. Carol. Coupled HM analysis using zero-thickness interface elements with double nodes. Part I: Theoretical model" and "Part II: Verification and application, .Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech. 32:2083–2123, (2008).
- [10] A. Vélez. Análisis numérico 2D y 3D del ataque sulfático externo en hormigón. Tesis de Master en Ingeniería del Terreno, Especialdad Geotecnia, ETSECCPB-UPC, Barcelona, (2018).
- [11] S. Lee, R. Hooton, H. Jung, D. Park, C. Choi. Effect of limestone filler on the deterioration of mortars and pastes exposed to sulfate solutions at ambient temperature, Cem. Concr. Res., 38:68-76, (2008).

DIGITAL IMAGE CORRELATION ON POST-CRACKING FIBRE REINFORCED CONCRETE SHEAR BEHAVIOUR

Á. Picazo¹, M. G. Alberti², A. Enfedaque², J. C. Gálvez^{2*}

 ¹ Departamento de Tecnología de la Edificación.
 Escuela Técnica Superior de Edificación. Universidad Politécnica de Madrid. Avda. Juan de Herrera 6, 28040. Madrid-España
 ² Departamento de Ingeniería Civil: Construcción.
 Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos. Universidad Politécnica de Madrid.
 c/ Profesor Aranguren 3, 28040. Madrid-España
 * Persona de contacto: jaime.galvez@upm.es

RESUMEN

El hormigón es el material de construcción más empleado en obra civil y edificación. Sin embargo, debido a su baja ductilidad y resistencia a tracción y flexión, en la mayoría de las ocasiones se ha empleado junto con barras de acero. El uso de fibras de acero o de macro-fibras poliméricas estructurales como refuerzo del hormigón consigue mejorar su ductilidad y su comportamiento estructural, lo que posibilita reducir la cuantía de barras de acero. Ha sido ampliamente estudiada la respuesta del hormigón reforzado con fibras cuando está sometido a solicitaciones de flexión, pero aún hay aspectos del comportamiento frente a esfuerzos de cortante que merecen ser analizados. En este trabajo se ha intentado relacionar los resultados experimentales obtenidos en probetas de hormigón reforzado con fibras, tanto de acero como de poliolefina, sometidas a ensayos en Modo II con la teoría analítica de corte-fricción empleada en las normativas que regulan el cálculo estructural. Se ha obtenido una buena correlación entre el modelo corte-fricción y los resultados experimentales. Además, se ha realizado un análisis mediante vídeo-extensometría para examinar el proceso de formación y crecimiento de fisuras y su posible relación con la teoría de corte-fricción.

PALABRAS CLAVE: Vídeo-extensometría, hormigón reforzado con fibras, esfuerzo cortante, ensayo push-off.

ABSTRACT

Concrete is the most used construction material in both civil works and architecture. However, due to its low ductility and tensile strength in most of its applications it has been employed combined with steel bars. The use of steel fibres or macro-polymer structural fibres in concrete improves its ductility and its structural behaviour enabling to reduce the amount of steel reinforcement required. The response of fibre reinforced concrete when subjected to bending loads has been thoroughly studied, though there is a lack of studies regarding the shear behaviour of this composite material. Therefore, this contribution sought to perform experimental tests under Mode II performed in concrete reinforced with steel or polyolefin fibres and correlate them with the shear-friction analytical theory stated in the standards concerning the structural design. A clear relation between the shear-friction model and the experimental results has been found. In addition, an analysis of the surge and development of cracks has been carried out by means of digital image correlation finding that a possible relation with the shear-friction model.

KEYWORDS: Digital image correlation, fibre reinforced concrete, shear strength, push-off test.

INTRODUCCIÓN

Las normativas actuales que contemplan el uso del hormigón reforzado con fibras (HRF) como material estructural [1, 2] usan los valores de resistencia residual obtenidos en ensayos a flexión en tres o cuatro puntos para el cálculo de elementos resistentes sometidos a flexión u otros esfuerzos. Así, las fibras son una forma de refuerzo para el hormigón que puede sustituir parcial, o totalmente, al refuerzo tradicional de barras de acero [3]. Esta sustitución no es, por el momento, factible de forma completa en elementos de gran canto sometidos a flexión, aunque sí es posible reducir los armados dispuestos para otros esfuerzos, como es el caso del cortante. Las fibras dotan al hormigón de un mejor comportamiento: limita la abertura de fisuras, produce una mayor dispersión de estas, aumenta de manera significativa la energía de fractura y dota al material compuesto de comportamiento dúctil [4].

Los dos tipos de fibras que contemplan las actuales normativas y aplicaciones como uso estructural son las de acero y las de poliolefina [1, 2, 5, 6]. Las primeras llevan empleándose desde mediados del siglo pasado y atesoran una amplia investigación sobre SUS características, comportamiento y empleo. Las segundas se han incorporado al mercado de la construcción en los últimos años, gracias al desarrollo de las técnicas de fabricación conseguidas por la industria química. El nivel de información que se tiene de ellas es más reducido que el de las fibras de acero, por lo que existen aspectos sobre los que es importante investigar en profundidad. De esta manera, este trabajo persigue conseguir información relacionada con el esfuerzo cortante y comparar el comportamiento del hormigón reforzado con fibras de acero (HRFA) con el de fibras de poliolefina (HRFP).

Diversas investigaciones se han realizado a lo largo de la existencia del HRF en relación al esfuerzo cortante, empleándose dos métodos como preponderantes a la hora de evaluar la contribución del material compuesto: estudio sobre vigas sometidas a flexión y cortante [7] y ensayos en los que se somete a las probetas a esfuerzo puro de cortante, en Modo II de fractura. A su vez estos últimos han sido estudiados según tres tipos de ensayos: mediante probetas push-off [8], según el método de la norma japonesa JSCE-SF6 [9] y con el método Iosipescu [10].

Entre los mecanismos resistentes que se producen en un elemento sometido a cortante de hormigón hay dos fenómenos importantes que es necesario estudiar en profundidad: el engranamiento de los áridos en la fisura y el efecto pasador del refuerzo en la inter-cara [11]. Estos fenómenos se encuentran recogidos en la teoría de corte-fricción, conocida por su expresión inglesa "shearfriction" [12].

El fenómeno del engranamiento de áridos se produce por la rugosidad de las superficies de contacto en la fisura o discontinuidad del material y es debido a tensiones tangenciales provocadas por un desplazamiento longitudinal entre las dos caras del ligamento fisurado. Este deslizamiento longitudinal provoca que una cara de la inter-cara trate de encabalgarse sobre la otra, lo que a su vez provoca la abertura de la fisura. Si no existiese una fuerza normal al plano de discontinuidad o la fisura no tuviese refuerzo de cosido ambas caras de la grieta se separarían sin oposición [13].

El efecto pasador se produce al entrar en carga la armadura o las fibras de cosido de la discontinuidad. Este mecanismo es necesario para que se produzca el mecanismo de corte-fricción ante la ausencia de fuerza de compresión normal al plano de discontinuidad. Sin embargo, este fenómeno representa una pequeña contribución al mecanismo resistente a cortante, por lo que diversos investigadores no lo toman en consideración [14].

Desde un punto de vista tensional el mecanismo de cortefricción se podría esquematizar, como: ante un esfuerzo rasante paralelo a la discontinuidad ambas caras de ésta tienden a deslizar una sobre la otra. Este deslizamiento provoca que se generen tensiones perpendiculares al plano de fractura debido a la rugosidad entre caras y entren en carga los elementos de refuerzo de la discontinuidad, generando tensiones perpendiculares a la fisura y provocando el mecanismo de corte-fricción [13].

Este mecanismo de corte-fricción ha sido estudiado con refuerzo de barras de acero [13], pero no se ha encontrado en la literatura científica ninguna información con refuerzo de fibras, motivo por el que se realizó este estudio.

Otro aspecto a considerar, a la hora de realizar el estudio que se planteó, fue complementar las técnicas de medición tradicionales con otras no convencionales. De esta manera se empleó la técnica de vídeo-extensometría, que se había empleado anteriormente para estudiar el comportamiento post-fisuración de materiales cerámicos [15]. Esta técnica no afecta al ensayo, ya que no se produce ningún contacto físico entre la probeta y la cámara de alta definición que la graba. Con la grabación realizada se puede analizar el comportamiento del material durante el ensayo y analizar deformaciones y fisuración [16].

Para la realización de los ensayos se contó con dos tipos de hormigón autocompactante: Un HRFA de alta resistencia característica a compresión (45 MPa), reforzado con 50 kg/m³ de fibras de acero de 35 mm de longitud (HRFA50), y un HRFP, con resistencia a compresión (37 MPa) y 10 kg/m³ de fibras de poliolefina de 60 mm (HRFP10). Las probetas ensayadas procedían de las mitades de otras anteriormente ensayadas a flexión cuyas características se encuentran recogidas en investigaciones previas [17, 18]. Ambos hormigones tienen características estructurales, según las normativas vigentes.

Por todo lo mencionado, la contribución de este trabajo se basa en analizar el comportamiento de un HRFA y un HRFP sometidos a esfuerzos de cortante en test tipo push-off. Se han analizado ambos hormigones en relación a la teoría de corte-fricción, obteniéndose en ambos casos una importante contribución a cortante, tras la fisuración de las probetas.

PROGRAMA DE ENSAYOS

Como se ha indicado, las probetas de esta campaña experimental se obtuvieron a partir de las mitades resultantes de los ensayos previos de resistencia a la tracción por flexión con probetas prismáticas entalladas de los dos tipos de hormigón. Durante los ensayos a flexión el daño se localiza en la zona cercana a la sección central entallada, por lo que el resto de la probeta se puede considerar que no ha estado sometida a esfuerzos previos que hayan reducido la capacidad mecánica del material.

Para llevar a cabo los ensayos "push-off" se mecanizaron probetas prismáticas de 270x150x150 mm³, a las cuales se realizaron dos entallas de 75 mm de profundidad en dos lados opuestos [8]. Para monitorizar la abertura de las entallas durante los ensayos se dispusieron dos transformadores diferenciales de variación lineal (LVDT) que permitieron conocer el movimiento relativo entre entallas y detectar cualquier rotación de la probeta durante el ensayo. El ensayo mecánico se complementó con el sistema de vídeo-extensometría que permitió registrar la aparición y desarrollo de las fisuras a lo largo del mismo. Para ello hubo que pintar las caras de las probetas con un patrón de puntos monocromo y de tamaño variado.

Las probetas se ensayaron en una máquina Instron® 8803 con capacidad máxima de carga de 500 kN. Para aplicar la carga sobre las probetas se emplearon dos barras de acero de sección cuadrada de 10 mm de lado, colocadas encima y debajo de la probeta con el fin de concentrar las tensiones en el ligamento entre entallas. Un detalle de gran importancia en el ensayo es que las barras de carga y las puntas de las entallas coincidan en un mismo plano vertical, por lo que para conseguir esta correcta alineación se empleó un nivel láser que permitió centrar las dos barras de acero en el plano vertical de unión entre entallas, como se muestra en la Figura 1, junto con un esquema del ensayo push-off. Los ensayos fueron controlados mediante el desplazamiento del actuador, a una velocidad constante de una micra por segundo.



Figura 1. Probeta push-off y esquema de ensayo.

RESULTADOS

Los resultados obtenidos en los ensayos permitieron evaluar la contribución a cortante del refuerzo de fibras en el hormigón, analizar la fisuración y comparar el comportamiento de los HRF en relación a la teoría de corte-fricción.

La contribución de las fibras en la mejora a comportamiento del HRF frente a esfuerzo cortante queda patente. Según se muestra en la Figura 2, los dos hormigones presentan una primera rama de carga hasta el punto de rotura o límite de proporcionalidad (f_{LOP}). En esta rama el comportamiento de las probetas se encuentra gobernado por las características de la matriz de hormigón. Desde ese primer punto de inflexión de la curva sufren una caída de resistencia hasta un valor mínimo a partir del cual la resistencia residual decrece lentamente. La rama brusca de descarga se corresponde con el momento hasta el que las fibras entran en carga y comienzan a comandar el comportamiento postfisuración del HRF. Es significativo ver como el HRFA sufre una caída de carga menos brusca que el HRFP, debido al diferente módulo de elasticidad y forma de adherencia con la matriz.



Figura 2. Gráfica tensión-desplazamiento a cortante.

A partir de un desplazamiento a cortante de unos 1,2 mm el comportamiento del HRFP es ligeramente superior al del HRFA. Esto resulta lógico ya que las fibras de acero han demostrado tener un comportamiento superior a flexión hasta los 2,5 mm de abertura de entalla en ensayos a flexión [19], momento desde el cual las fibras de poliolefina muestran mejores valores de resistencia residual.

En la Tabla 1 se muestran los resultados de los ensayos: número de probetas ensayadas, tensión y carga máximas, resistencias residuales para un determinado desplazamiento a cortante, energía de fractura y número de fibras en la sección resistente. Se indican, entre paréntesis, los coeficientes de variación.

	HRFA 50	HRFP 10
Nº probetas	2	3
$ au_{MAX}$ (MPa)	12,16 (0,17)	9,70 (0,01)
L_{MAX} (kN)	131,42 (0,07)	105,01 (0,15)
$ au_{med}$ a 0,5 mm (MPa)	8,34	2,60
$ au_{med}$ a 2,5 mm (MPa)	0,89	1,15
$G_F (\mathrm{N/m})$	10400	7913
Fibras	82 (0,10)	69 (0,17)

Tabla 1. Resultados de los ensayos sobre probetas pushoff

ANÁLISIS

En el análisis anterior se concluyó que las fibras son las encargadas de gobernar el comportamiento postfisuración del HRF. Por ello, un aspecto a considerar es la relación entre las tensiones residuales y el número de fibras de la sección de ligamento. En la Figura 3 se muestra la relación entre estas dos magnitudes para un desplazamiento a cortante de 2,5 mm. En este momento del ensayo el desplazamiento ya toma un valor considerable, por lo que se ha movilizado el mecanismo de corte-fricción y las fibras están cargadas. En ambos tipos de hormigón la pendiente en el gráfico es creciente, por lo que se puede corroborar que las fibras gobiernan el comportamiento post-fisuración.



Figura 3. Gráfica tensión residual-fibras en la sección resistente.

Para poder analizar el comportamiento del HRF según la teoría de corte-fricción se empleó un sistema de vídeoextensometría. Este sistema permitió observar la aparición y desarrollo de las fisuras que se produjeron durante los ensayos, obteniéndose patrones de fisuración. El sistema de vídeo-extensometría permite, por, medio del tiempo de ensayo, relacionar cargas, y desplazamientos con la imagen obtenida para ese instante.

Los patrones de fisuración y el comportamiento durante el ensayo fueron similares. En los dos hormigones se produjeron unas pequeñas fisuras provocadas por flexión en la zona central de las entallas. Estas grietas se redujeron conforme avanzaba el ensayo. A la vez que estas fisuras, apareció una grieta en la zona central de la sección de ligamento debida al esfuerzo cortante. Esta grieta principal se desarrolló hasta alcanzar las puntas de las entallas, momento en el que comenzó a producirse el mecanismo de corte-fricción. En las probetas de HRFP la fisura principal resultó ser más vertical y recta que en las de HRFA, que mostraron tendencias a que la fisura tomase una directriz ligeramente inclinada. En la Figura 4, se muestra una probeta HRFA50, donde se han indicado las fisuras visibles en el momento de primera fisuración de la probeta.



Figura 4. Una probeta de HRFA50 en el momento de fisuración.

El sistema de vídeo-extensometría permitió obtener las deformaciones producidas en las probetas a lo largo de los ensayos. Para poder analizarlos fue preciso realizar previamente una conversión entre pixels y unidades de longitud. El sistema facilita los datos de las imágenes en pixels, por lo que es necesaria la transformación de unidades que puedan ser comparables con la teoría de corte-fricción.

Los datos fueron obtenidos en función de la posición relativa entre dos puntos de la imagen, en diferentes momentos del ensayo. Así, se obtuvieron los valores necesarios de desplazamiento a cortante y abertura de fisura necesarios para el análisis posterior de dichos resultados. Estos resultados se obtuvieron mediante la disposición de cinco elementos de medición mediante vídeo-extensometría en cada sección de ligamento.

Con los valores de desplazamiento a cortante y abertura de fisura se generaron diferentes gráficos que mostraron el comportamiento de los HRF ante el efecto de cortefricción. En dichos gráficos, el comportamiento entre los dos tipos de hormigón es similar y resulta muy parejo al desarrollado por Walraven [20]. En este trabajo, basado en probetas push-off prefisuradas, se concluyó la relación que existe entre las aberturas de fisura y los desplazamientos rasantes según la expresión (1).

$$y = k \cdot x^{2/3} \tag{1}$$

En esta fórmula, y representa la abertura de fisura, x el desplazamiento a cortante en la discontinuidad y k es un coeficiente que toma valores de 0,5 para secciones con armadura de refuerzo o 0,7 si no existe dicho refuerzo.

Con los datos obtenidos en los ensayos y aplicando la teoría de corte-fricción indicada por Walraven se realizó la Figura 5. En esta se puede observar el comportamiento similar entre los dos hormigones estudiados. Se aprecia claramente como el HRFP sufre una mayor abertura de fisura que el HRFA para el mismo desplazamiento a cortante. Este comportamiento se mantiene durante todo el desarrollo de los ensayos.



Figura 5. Curvas abertura de fisura-desplazamiento cortante de: HRFP, HRFA y la teórica, según la expresión (1).

En la Figura 5 también se ha incluido la curva teórica, obtenida analíticamente según expresión (1) para un hormigón reforzado con armadura tradicional de cercos, tomando el valor de k=0,5. Se puede apreciar que la abertura de fisura teórica siempre es inferior a la mostrada por cualquiera de los HRF. Este comportamiento es debido a que las probetas empleadas en el presente trabajo no estaban prefisuradas, como sucedió con las ensayadas por Walraven [20]. Además otro factor a tener en consideración para analizar los

resultados es que, en el caso teórico, los cercos se dispusieron para soportar mejor el esfuerzo rasante, perpendiculares a la sección de fisuración. Por su parte las fibras presentan, por definición, una situación aleatoria en la matriz del hormigón, por lo que no es posible situarlas en la posición más favorable para soportar el esfuerzo cortante.

Como resumen de resultados se incluye la Tabla 2, donde se han indicado los valores del coeficiente k, obtenido en función de los resultados de los ensayos, junto con el porcentaje de incremento en la abertura de fisura (w) en relación a la formulación teórica para un desplazamiento a cortante de 2,5 mm.

Tabla 2. Coeficientes k en la discontinuidad y valores de abertura de fisura para un desplazamiento a cortante de 2,5 mm

	Teórico	HRFA 50	HRFP 10
w para Δ =2,5 mm	0,93	1,46	1,69
Incremento de <i>w</i>		56,99 %	81,72 %
k	0,50	0,79	0,91
Desviación		0,01	0,01

CONCLUSIONES

En este estudio se han empleado hormigones reforzados con fibras de acero y de poliolefina. Se han sometido a ensayos tipo push-off en Modo II con la finalidad de obtener resultados de comportamiento. Los ensayos se complementaron con un sistema de vídeo-extensometría para obtener datos en referencia a los modelos de fisuración y comparar el comportamiento según la teoría de corte-fricción.

Los valores máximos de tensiones cortantes se encuentran asociados a la matriz del material compuesto, observándose un ligero incremento en el caso del HRFA. Los valores de las tensiones residuales a cortante se encuentran asociados a la dosificación de las fibras. Los datos obtenidos de la resistencia a cortante plantean la posibilidad de la sustitución del clásico refuerzo a cortante mediante cercos por HRF.

El comportamiento de los HRF a cortante mostró procesos de fractura con elevada ductilidad. Los ensayos mostraron que se pueden producir valores elevados de desplazamiento a cortante sin el colapso del material gracias a la aportación de las fibras.

La técnica de vídeo-extensometría permitió mostrar los patrones de fisuración y la toma de datos para desarrollar el estudio del mecanismo de corte-fricción en el HRF.

Se comparó el comportamiento de los HRF con el teórico desarrollado por Walraven para probetas prefisuradas. La aplicación de la formulación teórica sobre los HRF resultó muy ajustada, relacionadas con un factor k, por lo que la teoría es aplicable al caso de los hormigones fibroreforzados.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen al Ministerio de Economía, Industria y Competitividad la concesión de la ayuda BIA2016-78742-C2-2-R para la realización del trabajo presentado.

REFERENCIAS

- [1] International Federation for Structural Concrete (fib), *the fib Model Code for Concrete Structures* 2010. Lausanne, Switzerland: International Federation for Structural Concrete, 2010.
- [2] M. F. Ministerio de Fomento, Instrucción de hormigón estructural. EHE-08. 2008.
- [3] Y.-K. Kwak, M. O. Eberhard, W.-S. Kim, and J. Kim, "Shear strength of steel fiber-reinforced concrete beams without stirrups," ACI Structural Journal, vol. 99, no. 4, pp. 530-538, 2002.
- [4] N. Banthia and R. Gupta, "Influence of polypropylene fiber geometry on plastic shrinkage cracking in concrete," *Cement and Concrete Research*, vol. 36, no. 7, pp. 1263-1267, 2006.
- [5] C. European Committee for Standardization, "Fibers for Concrete. Steel Fibers. Definitions, Specifications and Conformity; EN 14889-1," 2008.
- [6] C. European Committee for Standardization, "Fibers for Concrete. Polymer Fibers. Definitions, Specifications and Conformity; EN 14889-2," 2008.
- [7] E. Cuenca, J. Echegaray-Oviedo, and P. Serna, "Influence of concrete matrix and type of fiber on the shear behavior of self-compacting fiber reinforced concrete beams," *Composites Part B: Engineering*, vol. 75, pp. 135-147, 2015.
- [8] Á. Picazo, J. C. Gálvez, M. G. Alberti, and A. Enfedaque, "Assessment of the shear behaviour of polyolefin fibre reinforced concrete and verification by means of digital image correlation," *Construction and Building Materials*, vol. 181, pp. 565-578, 8/30/ 2018.
- [9] T. Soetens and S. Matthys, "Shear-stress transfer across a crack in steel fibre-reinforced concrete," *Cement and Concrete Composites*, vol. 82, pp. 1-13, 2017.
- [10] S. Zeranka, "Steel fibre-reinforced concrete: multiscale characterisation towards numerical modelling," Stellenbosch: Stellenbosch University, 2017.
- [11] H. P. Taylor, "The fundamental behavior of reinforced concrete beams in bending and shear," *Special Publication*, vol. 42, pp. 43-78, 1974.

- [12] J. C. Walraven and J. Stroband, "Shear friction in high-strength concrete," *Special Publication*, vol. 149, pp. 311-330, 1994.
- [13] J. Gálvez, "Influencia de la rugosidad y la cuantía de armadura transversal en el comportamiento de las piezas compuestas solicitadas a flexión," Caminos, 1992.
- [14] Z. P. Bazant and P. Gambarova, "Rough cracks in reinforced concrete," *ASCE J Struct Div*, vol. 106, no. 4, pp. 819-842, 1980.
- [15] K. De Wilder, P. Lava, D. Debruyne, Y. Wang, G. De Roeck, and L. Vandewalle, "Experimental investigation on the shear capacity of prestressed concrete beams using digital image correlation," *Engineering Structures*, vol. 82, pp. 82-92, 2015.
- [16] M. M. Mirzazadeh and M. F. Green, "Fiber Optic Sensors and Digital Image Correlation for Measuring Deformations in Reinforced Concrete Beams," *Journal of Bridge Engineering*, vol. 23, no. 3, 2018.
- [17] M. G. Alberti, A. Enfedaque, and J. C. Gálvez, "Comparison between polyolefin fibre reinforced vibrated conventional concrete and self-compacting concrete," *Construction and Building Materials*, vol. 85, pp. 182-194, 2015.
- [18] I. Rodríguez. (2013) Diseño y caracterización de hormigones autocompactantes reforzados con fibras de acero. TFM.
- [19] M. G. Alberti, A. Enfedaque, and J. C. Gálvez, "On the mechanical properties and fracture behavior of polyolefin fiber-reinforced self-compacting concrete," *Construction and Building Materials*, vol. 55, pp. 274-288, 2014.
- [20] J. C. Walraven, "Aggregate interlock: a theoretical and experimental analysis," 1980.

Fractura de Materiales poliméricos y compuestos

INFLUENCIA EN EL FALLO DE PROBETAS OFF-AXIS DE LAS SINGULARIDADES DEL ESTADO TENSIONAL

A. Piña¹, A. Barroso¹, J.C. Marín^{1*}

¹ Grupo de Elasticidad y Resistencia de Materiales. Escuela Técnica Superior de Ingeniería. Universidad de Sevilla. Camino de los Descubrimientos s/n, 41092. Sevilla-España * Persona de contacto: jcmarin@us.es

RESUMEN

Este trabajo está motivado por la observación de fallos prematuros en las probetas off-axis de tracción para la caracterización de la resistencia a cortadura intralaminar en materiales compuestos unidireccionales. Dichos fallos se concentran en muchos casos, en el entorno de las esquinas que forma la probeta con el taco de agarre a las mordazas de la máquina de ensayos. Se ha realizado un estudio del estado tensional singular en estos puntos críticos y su dependencia con los parámetros geométricos y mecánicos que caracterizan el problema. Para tal fin se han empleado herramientas semianalíticas para la determinación del orden de singularidad en tensiones y también modelos de elementos finitos para el cálculo de los factores de intensificación de tensiones. El estudio paramétrico realizado ha permitido obtener gráficos de variación de los parámetros que definen el estado singular con los parámetros geométricos del problema (ángulo de la fibra, ángulo de los tacos y ratio longitud/ancho del espécimen). Estos resultados se han contrastado con resultados experimentales disponibles, observando una clara influencia de la presencia de estados tensionales singulares con la aparición de dicho fallo prematuro.

PALABRAS CLAVE: off-axis, singularidad de tensión, materiales compuestos, fallo, elementos finitos.

ABSTRACT

This work is motivated by the observation of premature failures in off-axis tension test specimens for the characterization of intralaminar shear strength in unidirectional composite materials. These failures have been mainly observed in the neighbourhood of the corners formed by the test coupon with the tab used to place the specimen inside the jaws of the testing machine. A study of the singular stress state in these critical points and its influence with the geometric and mechanical parameters that characterize the problem has been carried out. For this purpose, semi-analytical tools have been used to determine the stress singularity order and also numerical finite element models for the calculation of the stress intensity factors. The parametric study carried out has allowed to obtain variation plots of the parameters that define the singular stress state with the geometric parameters of the problem (angle of the fibres, angle of the tabs, and length/width ratio of the specimen). These results have been checked out with available experimental results, observing a clear influence of the presence of singular stress states with the appearance of premature failure.

KEYWORDS: off-axis, stress singularities, composite materials, failure, finite element.

INTRODUCCIÓN

El ensayo de tracción fuera de ejes (õoff-axisö) es habitualmente usado para la caracterización a cizalladura de materiales compuestos, asi como para el estudio del comportamiento de las láminas unidireccionales en distintas orientaciones bajo cargas tanto estáticas como de fatiga. Para la aplicación de las cargas es común disponer tacos adheridos a los extremos, que pueden tener una configuración convencional recta ($\phi = 90^\circ$, según el esquema de la figura 1), u oblicua ($\phi \tilde{N}90^\circ$) según la propuesta de Sun and Chung [1]. La acción de las mordazas de la máquina de ensayos sobre los tacos produce aproximadamente [2] una condición de desplazamientos uniformes prescritos sobre la línea de unión del taco con el espécimen (AB en el esquema de la figura 1). Los puntos extremos de esta línea (A y B) como pertenecientes también a los contornos laterales tienen una condición adicional de tensiones libres, lo que hace que el estado tensional en estos puntos sea singular, dando lugar a tensiones teóricamente no acotadas. Dichos valores tensionales podrían dar lugar a fallos indeseados en el entorno de estos puntos, bajo la influencia del estado tensional singular, invalidando así los valores resistentes que se pueden obtener de estos ensayos, los cuales se basan en el estado tensional nominal que se genera en la zona central del espécimen.



Figura 1. Esquema de la configuración geométrica del extremo de la probeta.

Aunque formalmente el estado tensional es singular en los dos puntos A y B mencionados, sin embargo, dada la naturaleza heterogénea del material, sólo los fallos originados en el punto A podrían conducir a un fallo catastrófico del especimen. En efecto, un fallo iniciado en A generaría un daño en la matriz, en dirección paralela a las fibras, que progresaría en esta dirección atravesando todo el ancho del espécimen. Por el contrario, un posible fallo iniciado en B necesitaría provocar el fallo de las fibras adyacentes para progresar en el seno de la lámina, lo que exige niveles tensionales muy superiores a los que producen el fallo de la matriz, y que no son alcanzables bajo la configuración de este ensayo.

Por lo tanto, en este trabajo se va a estudiar el estado tensional singular que se genera en la esquina A del espécimen, considerándose la variación del mismo con los parámetros geométricos que caracterizan la configuración del espécimen (ángulo de las fibras θ , ángulo de los tacos ϕ y ratio longitud/ancho de la probeta). Para ello, se han empleado herramientas semianalíticas para la determinación del orden de singularidad en tensiones (δ), y herramientas numéricas (modelos de elementos finitos) para el cálculo de los factores de intensificación de tensiones (K). Como resultados se han obtenido los gráficos de variación de los parámetros que definen el estado tensional singular en A (δ y K) con los parámetros geométricos (θ , ϕ y ratio longitud/ancho).

SINGULARIDADES DE TENSIÓN

Tomando como origen de un sistema de coordenadas polar (r, θ) el punto singular considerado (A), la representación asintótica del estado tensional se puede expresar, con separación de variables, de acuerdo a la ecuación

$$\sigma_{\alpha\beta}(\mathbf{r},\theta) = \sum_{k} K_{k} \frac{r_{\alpha\beta}^{-\delta_{k}}}{L_{\alpha}^{-\delta_{k}}} f_{\alpha\beta}^{(k)}(\theta)$$
(1)

donde K_k son los Factores de Intensificación de Tensiones Generalizados, δ_k (con $0{<}\delta_k{<}1)$ son los órdenes de singularidad de tensiones, f $^{(k)}($) son las

funciones angulares características y L_o es una distancia característica del problema (en nuestro caso se ha tomado $L_o = 1$ mm).

Para la determinación de los órdenes de singularidad de tensiones se ha empleado un código de desarrollo propio, ver [3,4] para todos los detalles de la implementación y limitaciones del mismo. Este código permite cualquier número de materiales confluyendo en la esquina, diferentes condiciones de contorno, diferentes leyes constitutivas y condiciones de contacto entre los distintos materiales bien de adhesión perfecta, bien de contacto con fricción.

Para la evaluación de los Factores de Intensificación de Tensiones Generalizados (FITG) se ha confeccionado un modelo de elementos finitos en el código ANSYS [5] usando elementos tipo Shell63 y con 30729 nodos. La malla se ha refinado convenientemente en la zona de interés (entorno del punto A), como se puede apreciar en la figura 2, siendo la distancia del primer nodo, sobre el eje horizontal, a la esquina (A) de 1.32·10⁻³ mm.



Figura 2. Detalle del mallado del modelo de elementos finitos en el extremo de la probeta.

El material considerado en el modelo es un compuesto de grafito-epoxy con denominación AS4/8552, cuyas propiedades son: $E_{11} = 125.159$ GPa, $E_{22} = 8.112$ GPa, $G_{12} 4.28$ GPa, $v_{12} = 0.3$.

VARIACIÓN DEL ORDEN DE SINGULARIDAD

En la figura 3 se muestran los órdenes de singularidad de tensiones en la esquina A para cuatro ángulos de orientación de las fibras diferentes ($\theta = 5^{\circ}$, 10°, 15° y 20°). Para cada orientación de las fibras (θ) se muestra la variación de δ con el ángulo del taco (ϕ).



Figura 3. Variación del orden de singularidad con el ángulo del taco para distintas orientaciones de las fibras.

En general, para todas las orientaciones de las fibras θ consideradas, δ crece con ϕ , siendo máximo para $\phi =$ 90° tacos rectos, lo que corrobora que la configuración de tacos oblicuos resulta más favorable a efectos resistentes que la de tacos rectos.

Para $\phi \times 40^\circ$, el orden de la singularidad δ aumenta con el ángulo de las fibras θ . Para $\phi < 40^\circ$, es preciso considerar la relación existente entre θ y ϕ , ya que en estas configuraciones de tacos oblicuos se pretende que el ángulo de los tacos ϕ siga la dirección de las líneas de isodesplazamientos correspondientes a la configuración ideal del ensayo de tracción čoff-axisö [1]. En la tabla 1 se muestran los ángulos teóricos de los tacos correspondientes a cada orientación de las fibras y el orden de singularidad asociado.

Tabla 1. Ángulos teóricos de los tacos ϕ y órdenes de singularidad δ para las distintas orientaciones θ .

θ (°)	φ teórico (°)	δ
5	29.6	0.03144
10	23.1	0.03343
15	24.2	0.04945
20	27.5	0.07106

Como se puede observar el orden de singularidad δ es menor cuanto menor es el ángulo de orientación de las fibras θ . Es importante notar en estas configuraciones, que existe un ángulo de los tacos, inferior al teórico, que provoca la desaparición de la singularidad de tensiones en el punto A, debido a que el orden de singularidad δ se anula. En este sentido, la orientación de $\theta = 10^{\circ}$ resulta más favorable, por ser aquella en la que el ángulo teórico ϕ se encuentra más próximo al que produce $\delta = 0$.

VARIACIÓN DE LOS FITG

En todos los casos, se ha evaluado el estado tensional sobre el eje horizontal, obteniéndose los valores de $K_k \cdot f^{(k)}(=0)$ (ver expresión (1)), que se han denominado $K_{\alpha\beta}$. y que tiene valores diferentes para cada componente de tensión. Para el problema que nos ocupa la componente que controla el estado tensional a efectos resistentes es la componente tangencial σ_{12} , por lo que en los gráficos se representarán los valores de K_{12} asociados a esta componente. Con el fin de hacerlos comparables entre diferentes configuraciones, se han adimensionalizado dividiendo por la tensión nominal longitudinal aplicada a cada configuración.

En las figuras 4 y 5 se muestran las variaciones de los FITG con el ratio longitud/ancho (L/w) del espécimen para ángulos de orientación de las fibras de $\theta = 10^{\circ}$ (figura 4) y $\theta = 15^{\circ}$ (figura 5).



Figura 4. Variación de los FITG con el ratio L/w para θ = 10°.



Figura 5. Variación de los FITG con el ratio L/w para θ = 15°.

Como se puede observar en las figuras 4 y 5, para ambas orientaciones de fibras (10° y 15°), sólo existe influencia del ratio L/w para ángulos de los tacos $\phi >$ 30°. En este caso, los FITG son menores cuanto mayor es el ratio L/w del espécimen. Este hecho se ha comprobado experimentalmente para la configuración de tacos rectos ($\phi = 90^\circ$) y orientación de las fibras $\theta =$ 10°, para la cuál se ensayaron probetas del material considerado (AS4/8552) con ratios L/w de 10, 15 y 20. Los resultados experimentales mostraron que para ratio 10 los fallos se producían mayoritariamente en la esquina (A), y a medida que aumenta el ratio crece el número de fallos que se localizan en la zona central del espécimen, alcanzándose un porcentaje máximo de fallos centrales del 50% para el ratio 20.

Para ángulos de los tacos $\phi < 30^\circ$, como se observa en las figuras 4 y 5, no influye el valor del ratio L/W en los valores de los FITG. Así mismo, se observa en dichas figuras que para ángulos de los tacos inferiores a 25º los valores de los FITG son inferiores a los que se alcanzan en la configuración de tacos rectos para el ratio 20. En particular para una orientación de las fibras $\theta = 10^{\circ}$, para tacos rectos ($\phi = 90^{\circ}$) y ratio 20 el FITG correspondiente es 0.0235, mientras que para tacos oblicuos ($\phi = 23.1^{\circ}$) y ratio 10 el FITG correspondiente 0.0196. Este hecho se ha es contrastado experimentalmente comparando los porcentajes de fallos centrales, en configuraciones de tacos rectos para

ratio 20 (50%), con los de configuraciones de tacos oblicuos ($\phi = 23.1^{\circ}$) para ratio 10 (86%), ambos para el mismo material (AS4/8552) y ángulo de orientación de las fibras $\theta = 10^{\circ}$.

En la figura 6 se muestra la variación de los FITG, para un ratio L/w = 10, y distintos valores de la orientación de las fibras θ (5°, 10°, 15° y 20°). En dicha figura, se puede apreciar una tendencia general distinta para ángulos de los tacos inferiores y superiores a 50°. Así, para $\phi < 50^{\circ}$ los FITG crecen respecto del ángulo de orientación de las fibras θ de acuerdo al siguiente orden: 5°, 20°, 15°, 10°, siendo mínimos en 5° y máximos en 10°. Para $\phi > 50^{\circ}$ los FITG crecen respecto del ángulo de orientación de las fibras θ de acuerdo al siguiente orden: 20°, 5°, 15°, 10°, siendo mínimos en 20° y máximos en 10°.



Figura 6. Variación de los FITG con la orientación de las fibras θ , para un ratio L/w = 10.

Como se ha mencionado previamente, en el apartado correspondiente a la variación del orden de singularidad, la interpretación de los resultados, para las configuraciones de tacos oblicuos con ángulos menores de 40°, requiere la consideración de la relación existente entre θ y ϕ , cuyos valores se han expuesto en la tabla 1. En la tabla 2, se recogen los valores de los FITG correspondientes a estas combinaciones de ángulos de las fibras y de los tacos referidas.

Tabla 2. Ángulos teóricos de los tacos ϕ y FITG para las distintas orientaciones θ .

θ (°)	φ teórico (°)	FITG
5	29.6	0.0192
10	23.1	0.0196
15	24.2	0.0198
20	27.5	0.0198

Como se puede observar, de los valores de la tabla 2, el FITG es menor cuanto menor es el ángulo de orientación de las fibras θ , siendo mínimo para 5° y máximo para 15° y 20°. Es de observar, que a partir de 15°, el valor del FITG se estabiliza, tomando el mismo valor para $\theta = 20^\circ$. Es importante notar en estas

configuraciones de tacos oblicuos, que desviaciones negativas del ángulo ϕ conducirían a valores menores del FITG, y por tanto a configuraciones resistentemente más favorables.

CONCLUSIONES

En este trabajo se ha llevado a cabo un estudio del estado tensional singular que aparece en las esquinas de las probetas del ensavo de tracción õoff-axisö, y su dependencia con los parámetros geométricos y mecánicos que caracterizan el problema. Para ello, se han utilizado herramientas semianalíticas para la determinación del orden de singularidad en tensiones δ , y modelos de elementos finitos para el cálculo de los FITG. El estudio paramétrico realizado ha permitido obtener gráficos de variación de los parámetros que definen el estado singular (8 y FITG) con los parámetros geométricos del problema (ángulo de orientación de las fibras θ , ángulo de los tacos ϕ y ratio longitud/ancho (L/w) del espécimen). Estos resultados se han contrastado con resultados experimentales disponibles, observándose una clara influencia de la presencia de estos estados tensionales singulares en la aparición de fallos prematuros.

En particular, en cuanto a la variación del orden de singularidad de tensiones, se ha observado que en general, para todas las orientaciones de las fibras θ consideradas, δ crece con ϕ , siendo máximo para $\phi = 90^{\circ}$ tacos rectos. Para las configuraciones de tacos oblicuos, el orden de singularidad δ es menor cuanto menor es el ángulo de orientación de las fibras θ .

En cuanto a la variación de los FITG, el ratio L/w del espécimen sólo influye para ángulos de tacos $\phi > 30^{\circ}$ (rango en el que se incluye la configuración de tacos rectos). Para las configuraciones de tacos oblicuos con ángulos $\phi < 30^{\circ}$, el ratio no tiene ninguna influencia y los FITG son menores cuanto menor es el ángulo de orientación de las fibras θ . Por lo tanto, para estas últimas configuraciones, sería más recomendable usar orientaciones de 5° y 10°.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido financiado, por el Ministerio de Educación, Cultura y Deportes, con cargo al proyecto MAT2016-80879-P.

REFERENCIAS

- C.T. Sun, I. Chung, An oblique end-tab design for testing off-axis composite specimens. Composites (1993) 24(8): 619-623.
- [2] J.C. Marín, J. Cañas, F. París, J. Morton, Determination of G_{12} by means of the off-axis

tension test. Part II: A self-consistent approach to the application of correction factors. Composites Part A: applied science and manufacturing (2002) 33(1):1016111.

- [3] A. Barroso, V. Mantic, F. París, Singularity analysis of anisotropic multimaterial corners. Int. Journal of Fracture (2003) 119: 1-23.
- [4] V. Manti , A. Barroso, F. París, Singular elastic solutions in anisotropic multimaterial corners. Application to composites. Capítulo 11 del libro: Mathematical methods and models in composites. pág. 425-495. (2014). Imperial College Press. ISBN 978-1-84816-784-1. Editor: V. Manti .
- [5] ANSYS. Swanson Analysis System, Inc. (2018).

MECHANICAL CHARACTERIZATION OF ADDITIVE MANUFACTURED POLYMER COMPONENTS USING VIRGIN AND RECYCLED FILAMENTS.

C. Alonso, M. Lorenzo^{1*}, W.M.H. Verbeeten²

¹Departamento de Ingeniería Electromecánica (Universidad de Burgos) ²Departamento de Ingeniería Civil (Universidad de Burgos) Escuela Politécnica Superior, Avda. Cantabria, 09006, Burgos * Persona de contacto: <u>mlbanuelos@ubu.es</u>

RESUMEN

La finalidad del presente estudio es iniciar la investigación relacionada con la influencia del proceso de reciclado sobre las propiedades mecánicas de componentes poliméricos producidos mediante la tecnología de fabricación aditiva. Se han fabricado filamentos a partir de polímero reciclado, que posteriormente se han convertido en componentes para su caracterización mecánica. Se ha conseguido fabricar filamento reciclado de gran calidad en comparación al filamento comercial, mediante un proceso de extrusión. Se han comparado las propiedades mecánicas de probetas fabricadas con (i) filamento comercial, (ii) filamento producido a partir de granza comercial y (iii) filamento producido a partir de material reciclado de componentes previamente impresos. El material empleado ha sido el polímero biodegradable ácido poliláctido (PLA), adquirido en forma de filamento y granza comerciales de un único proveedor. No se han apreciado perdidas significantes de propiedades mecánicas tras utilizar filamento de material reciclado.

PALABRAS CLAVE: Fabricación Aditiva, filamento comercial, filamento reciclado, polímero biodegradable, propiedades mecánicas.

ABSTRACT

The objective of the present study is initiating research related to the influence of a recycling process on the mechanical properties of polymer components produced using the additive manufacturing technology. 3D printer filaments were manufactured using recycled material, and subsequently converted in components for mechanical characterization. Printer filaments were produced with a quality comparable to commercial filaments, using an extrusion process. A comparison was made between mechanical properties of tensile specimen produced with (i) commercial printer filament, (ii) printer filament produced from commercial pellets, and (iii) printer filament made of recycled material coming from previously 3D printed components. The material used was the biodegradable polymer PolyLactid Acid (PLA), acquired in commercial filament and pellet form from the same provider. No significant loss of mechanical properties was detected when using filaments produced from recycled material.

KEYWORDS: Additive Manufacturing, commercial filament, recycled filament, biodegradable polymer, mechanical properties.

1. INTRODUCCIÓN

Recientemente las técnicas de fabricación aditiva [1] están teniendo grandes avances, y su aplicación para obtener componentes con geometrías complejas es muy diversa en sectores como el industrial, aeroespacial, automoción y la medicina, entre otros [2,3]. En este sentido, están cobrando más protagonismo no sólo como técnicas de prototipado rápido, sino como técnicas para desarrollo de componentes finales [4]. La fabricación aditiva conocida como FFF *"fused filament fabrication"* [5] o impresión 3D es una de estas técnicas que consiste en que, a partir de un filamento o hilo de un determinado polímero, mediante su fundición, se crea una geometría capa por capa [6,7].

En general, los polímeros presentan muchas ventajas y aplicaciones, pero además son cada vez más una problemática para el medio ambiente, debido a su bajo índice de biodegradabilidad y su negativo impacto ambiental. Por ello, es importante que no sean desechados y se busquen medidas para su correcto reciclaje y reutilización. En el caso de la impresión 3D resulta sencillo obtener piezas, si se compara con otras técnicas de fabricación, y reciclarlas para volver a usarlas en la impresión de nuevas geometrías. Cuando se diseña y fabrica un componente, es importante tener conocimiento de la durabilidad del mismo, si este está sometido a algún tipo de esfuerzos en su vida útil. De hecho, existen algunos los estudios entorno las propiedades mecánicas de componentes obtenidos por impresión 3D [8,9,10], pero son muy pocos los que hay sobre los componentes obtenidos con material reciclado del mismo [11,12].

El objeto de este estudio es ver cómo afecta, a las propiedades mecánicas de las geometrías obtenidas mediante FFF, el uso de filamento reciclado. Para ello se han comparado, mediante resultados experimentales, las propiedades mecánicas obtenidas del ensayo de tracción en probetas fabricadas mediante FFF con filamentos obtenidos de diferentes maneras: Sin reciclar o virgen y reciclado. Para ello el material empleado ha sido PLA natural.

2. PROGRAMA EXPERIMENTAL

2.1. Material

El material empleado para este estudio ha sido PLA Ácido Poliláctico [13,14], un polímero biodegradable [15,16] muy utilizado en la impresión 3D. Para este estudio se ha utilizado PLA de color natural en tres formas: Por un lado, filamento comercial de PLA y con un diámetro de 1,75 milímetros, correspondiendo al diámetro con el que trabaja la impresora empleada, por otro lado, granza (pellets), y finalmente material reciclado (*Figura 1*).

Tanto el filamento comercial de PLA como la granza, son de la marca Smartfil [17].



Figura 1. Filamento reciclado, granza y polímero reciclado.

2.2. Metodología

Para la consecución de los objetivos descritos en el apartado anterior, se han comparado las propiedades mecánicas mediante probetas sólidas (*Figura 2*) de espesor *3mm*, fabricadas con distintos tipos de filamentos. En primer lugar, se ha utilizado el filamento comercial, preparado para ser usado directamente en impresión 3D, en segundo lugar, se ha elaborado filamento mediante una máquina extrusora. En este segundo caso, se han fabricado dos tipos de filamento: Uno, a partir de granza (pellets), y otro, a partir de trozos de polímero triturado, proveniente de piezas que han sido previamente impresas y desechadas de PLA (reciclado). El material reciclado, antes de ser empleado para fabricar filamento, ha pasado por una trituradora.

Por lo tanto, se han obtenido mediante impresión 3D probetas a ensayar de tres tipos de filamento: comercial, de granza y reciclado.



Figura 2. Dimensiones de la probeta en mm. Espesor de probeta de 3 mm.

En la *Figura 3* se puede ver el esquema metodológico empleado en el programa experimental. En los tres cuadros superiores sombreados, se pueden ver los tres filamentos usados: comercial, a partir de granza y a partir de piezas recicladas. Tanto la granza como el polímero triturado, han pasado una la extrusora para convertirse en filamento antes de ser usados en la impresora 3D para fabricar las probetas.

De cada tipo de filamento, se ha obtenido un lote de quince probetas. Antes de realizar los ensayos de tracción, todas las probetas han sido medidas y pesadas una a una para obtener su masa, volumen y densidad aparente. Posteriormente a esto, cada tres de estas 15 probetas, han sido ensayadas a una velocidad de deformación diferente, siendo un total de 5 velocidades por cada lote. Con esto se pretende analizar la influencia en los resultados del empleo de distintas velocidades de ensayo.

Los parámetros de impresión empleados para la obtención de las probetas se muestran en la *Tabla 1*.

Tabla 1: Parámetros de impresión.

Velocidad de impresión	30 mm/s
Temperatura de impresión	200°C
Densidad de relleno	100 %
Orientación de filamento fundido	0°
Altura de capa	0,1mm



Figura 3. Esquema metodológico experimental.

2.3. Equipos experimentales

Para la fabricación de las probetas mediante filamento fundido de PLA, se ha empleado una impresora 3D modelo Prusa i3 Steel [18].

El proceso de extrusión [19] para la obtención de filamento se ha realizado mediante una máquina extrusora modelo Filabot EX2 [20], junto con otras dos máquinas: Filabot Airpath [21], que mediante unos ventiladores se ha encargado de enfriar el filamento que salía fundido de la extrusora, y Filabot Spooler [22], encargada de bobinar el filamento ordenado para su posterior uso en la impresora 3D.

En la *Figura 4* se muestra un esquema de la disposición de trabajo de los equipos de extrusión, enfriado y bobinado de filamento obtenido de granza y de material reciclado.

Para realizar los ensayos de tracción se ha empleado la máquina universal de ensayos o MTS Criterion modelo 43 de 10 kN.



Figura 4. Filabot EX2, Filabot Airpath y Filabot Spooler, durante el proceso de extrusión, enfriado y bobinado de filamento.

3. ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS

3.1. Densidad aparente

Como se ha comentado, una vez obtenidas mediante impresión 3D las probetas, antes de ser ensayadas, se han realizado una serie de mediciones para los tres tipos de probetas en función del origen del filamento con el que se han fabricado. Los resultados obtenidos en estas mediciones de masa, volumen y densidad aparente, se recogen en la *Tabla 2*.

Tabla 2. Promedio y desviación de la medición en probetas de masa, volumen y densidad, en función de cada uno de los tres tipos de filamento.

Filamento	Comercial	Granza	Reciclado
Masa (g)	$2,640 \pm 0,029$	2,802±0,062	2,594±0.048
Volumen (mm ³)	2226,56±18,26	2393,48±69,28	2195,51±35,11
Densidad aparente (g/cm ³)	1,185±0,007	1,170±0,009	1,181±0,013

Se puede apreciar que las probetas obtenidas mediante filamento proveniente de granza han presentado una mayor masa, al igual que un mayor volumen, si lo compramos con el resto. Por otro lado, se observa que hay una mayor dispersión de las probetas obtenidas mediante filamento proveniente de granza y las obtenidas de PLA reciclado, respecto de las comerciales, siendo mayor la dispersión en las de granza.

Estas diferencias se asocian fundamentalmente a la calidad obtenida en el diámetro del filamento empleado para fabricar probetas, siendo el comercial el de mayor calidad $(1,75 \pm 0,03 \text{ }mm)$, frente al fabricado por extrusión $(1,75 \pm 0,05 \text{ }mm)$.

Por otra parte, se aprecia que el filamento obtenido de granza, presenta una medida en su diámetro algo mayor al requerido, siendo aproximadamente de 1,8 *mm*. Por esto, al introducir en la impresora 3D un filamento de mayor diámetro para fabricar las probetas, terminó

reflejándose en una mayor cantidad de material obtenido en las geometrías impresas.

En referencia a la densidad aparente de las probetas impresas obtenidas mediante los tres tipos de filamento, se pueden considerar prácticamente similares.

Tanto el filamento obtenido de granza, como el reciclado, han seguido el mismo proceso para su fabricación y se ha realizado en los mismos equipos. Sin embargo, se aprecian unas medidas más similares entre las probetas recicladas y las comerciales. Esto se asocia a que en la fabricación del filamento reciclado se obtuvo una media en su diámetro muy próxima a 1,75 *mm*. Respecto al acabado superficial observado de los filamentos obtenidos para la impresión de las probetas, si se ordenan comenzando por el mejor acabado, el orden ha sido: 1º el comercial, 2º el reciclado y 3º el de granza.

3.2. Resultados experimentales tracción.

En las *Figuras 5*, 6 y 7 se muestran las curvas representativas de los ensayos de tracción (tensión-deformación) realizados a temperatura ambiente, para cada una de las 5 velocidades de deformación, y para cada uno de los 3 tipos de filamentos con los que se han fabricado las probetas.

Por su parte, en las *Figuras 8, 9 y 10* se muestran en conjunto todos los resultados obtenidos de los ensayos de tracción, para cada uno de los tres tipos de filamento. Se muestran los valores obtenidos de tensión de fluencia frente a cada una de las velocidades de deformación. En cada una de estas tres figuras, se muestra, el ajuste realizado para cada uno de los modelos (con y sin corrección de la densidad). Se aprecia que le nivel de tensión de fluencia es superior, para las cinco velocidades de deformación, en el caso del ajuste obtenido con valores corregidos mediante la densidad.



Figura 5. Curvas tensión-deformación, para cada velocidad de deformación, de los ensayos realizados con probetas impresas con filamento de PLA comercial.



Figura 6. Curvas tensión-deformación para cada velocidad de deformación, en los ensayos realizados con probetas impresas con filamento de PLA de granza.



Figura 7. Curvas tensión-deformación para cada velocidad de deformación, en los ensayos realizados con probetas impresas con filamento de PLA reciclado.



Figura 8. Resultados tensión de fluencia-velocidad de deformación, y ajustes con y sin corrección por la densidad para probetas de filamento comercial.



Figura 9. Resultados tensión de fluencia-velocidad de deformación, y ajustes con y sin corrección por la densidad para probetas de filamento de granza.



Figura 10. Resultados tensión de fluencia-velocidad de deformación, y ajustes con y sin corrección por la densidad para probetas de filamento reciclado.

En el caso de este polímero (PLA), la tensión de fluencia coincide con la tensión máxima que es capaz de alcanzar en el ensayo de tracción. De forma general se observa que a medida que aumenta la velocidad de deformación del ensayo de tracción, aumenta la tensión de fluencia. En la *Tabla 3* que se muestran las tensiones de fluencia obtenidas en función de las velocidades de deformación, para los ensayos realizados con probetas obtenidas mediante cada tipo de filamento.

Tabla 3. Promedio y desviación de la tensión de fluencia para cada velocidad y cada tipo de probeta.

Velocidad (1/s)	Tensión de fluencia (MPa)			
	Comercial	Granza	Reciclado	
10-5	$46,91 \pm 0,89$	$47,96 \pm 0,47$	$47,71 \pm 0,42$	
10-4	$54,52 \pm 0,43$	$55,05 \pm 0,75$	$53,86 \pm 1,58$	
10-3	$60,74 \pm 1,35$	$60,57 \pm 1,10$	$60,04 \pm 1,28$	
10-2	$66,76 \pm 0,53$	$68,94 \pm 0,48$	$65,87 \pm 2,62$	
10-1	$74,35 \pm 0,19$	$76,25 \pm 0,44$	$73,08 \pm 1,61$	

Representando los valores de la *Tabla 3*, corregidos por densidad aparente, se ha obtenido la *Figura 11* para los

tres tipos de probetas en función del tipo de filamento con el que se han fabricado.



Figura 11. Tensión de fluencia para las 5 velocidades de deformación y para cada tipo de probeta.

De los resultados obtenidos y representados en las *Figuras 5, 6* y 7, se observa que las probetas obtenidas a partir de filamento obtenido de granza y las obtenidas con filamento reciclado, han resultado algo más dúctiles que las fabricadas con filamento comercial. Estos resultados aún están bajo investigación.

Relacionado con esto, se sabe que el PLA es un polímero que puede ser 100% amorfo o puede ser semicristalino con un bajo % de cristalinidad. Si el PLA puede formar cristales es debido a la estereoregularidad de la cadena polimérica [23]. El % de cristalinidad que puede presentar el PLA va en función del proceso de fabricación [24], puesto que la cristalización es un proceso cinético relacionado con la temperatura en función del tiempo que sufre el material al ser procesado. Se sospecha que la parte cristalina provoca que el material se comporta más dúctil, aunque, como indicado anteriormente, aún está bajo investigación. Por lo tanto, las pequeñas variaciones de temperatura durante el proceso de extrusión e impresión, pueden tener influencia en los resultados de los ensayos. En la Figura 11, de la recta que hace referencia a las tensiones de fluencia alcanzadas por probetas obtenidas con filamento de granza, se puede apreciar que han sido mayores que las obtenidas con filamento comercial. Esto podría deberse a que, al ser más voluminosas, finalmente han tenido una mejor fusión entre filamentos depositados, y por lo tanto han sido más resistentes a tracción. No obstante, los valores obtenidos en probetas impresas por ambos tipos de filamento, han sido muy similares.

Por otra parte, en la *Figura 11* se observa, en el caso de las probetas obtenidas con filamento reciclado, que tienen prácticamente el mismo comportamiento mecánico que las probetas obtenidas con filamento comercial. Con lo cual puede apreciarse que, para un único proceso de reciclado, las geometrías obtenidas con el filamento reciclado no pierden propiedades.

3. CONCLUSIÓN

En conclusión, el filamento comercial ha presentado un acabado mejor en las piezas impresas. Esto depende de la calidad del filamento. En cuanto a filamentos fabricados mediante el sistema Filabot, hay métodos que podrían ayudar a mejorar la calidad, como puede ser el uso de un sistema de calibración del filamento. Daría una medida media más cercana a la requerida, y unas tolerancias menores de esta misma.

En general y en cuanto a las propiedades mecánicas, no ha habido diferencias significativas entre ninguna de los tres tipos de probetas (filamento comercial, de granza y de reciclado). Prácticamente, el filamento de PLA reciclado apenas ha sufrido un proceso de reciclaje, siendo interesante, como trabajo futuro, estudiar cómo afecta a las propiedades mecánicas del material cada ciclo de reciclaje.

En lo referente a la rentabilidad económica a la hora de seleccionar un filamento u otro se sabe que, el filamento comercial es más caro que la granza. En el caso del filamento reciclado, la matería prima es muy barata y fácil de conseguir. Sin embargo, el filamento extruido, tanto de granza y de reciclado, requieren de un proceso de extrusión. Además, en el caso del material reciclado, requiere también un proceso de trituración.

En resumen, las diferencias entre estos tres tipos de filamento son pocas. Para la fabricación de geometrías con medidas muy exactas, será mejor el uso de un filamento comercial o conseguir mejorar la calidad del filamento fabricado. Si lo que importan son las propiedades mecánicas, se pueden abaratar costes fabricando filamento e incluso reciclando material.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer la financiación recibida de la Consejería de Educación de la Junta de Castilla y León al amparo de las ayudas destinadas al apoyo de los grupos de investigación reconocidos de universidades públicas de Castilla y León a iniciado en el 2018, Proyecto: BU033G18.

REFERENCIAS

- I. Gibson, D.W. Rosen, B. Stucker, "Additive Manufacturing Technologies: Rapid Prototyping to Direct Digital Manufacturing." Springer-Verlag, Boston (MA), 2010. <u>https://doi.org/10.1007/978-1-4419-1120-9</u>
- [2] C.K. Chua, K.F. Leong, "3D Printing and Additive Manufacturing: Principles and Applications" 4th Edition, World Scientific Publishing, London, 2014. <u>https://doi.org/10.1142/9008</u>
- M. Sugavaneswaran, G. Arumaikkannu, "Modelling for randomly oriented multi material additive manufacturing component and its fabrication." Materials & Design, 54, 2014, pp. 779-785. https://doi.org/10.1016/j.matdes.2013.08.102
- S. Mellor, L. Hao, D. Zhang, "Additive manufacturing: A framework for implementation." Int. J. Product. Econ., 149, 2014, pp. 194-201. https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2013.07.008

- [5] R. Bogue, "3D printing: the dawn of a new era in manufacturing?" Assem. Autom., 33, 2010, pp. 307-311. https://doi.org/10.1108/AA-06-2013-055
- S. Upcraft, R. Fletcher, "The rapid prototyping technologies, Assembly Automation", Vol 23 Issue: 4, pp.318-330, 2003. https://doi.org/10.1108/01445150310698634
- [7] B.M. Tymrak, M. Kreiger, J.M. Pearce, "Mechanical properties of components fabricated with open-source 3-D printers under realistic environmental conditions." Materials and Design, 58: 242-246, 2014. http://dx.doi.org/10.1016/j.matdes.2014.02.038
- [8] P.J. Arribas, W.M.H. Verbeeten, M. Lorenzo, "Effects of infill orientation and printing speed on tensile properties of PLA specimens fabricated with an open-source 3D printer." Anales de Mecánica de la Fractura 34, pp.355, 2017.
- [9] J. M. Chacón, M. A. Caminero, E. García-Plaza, P. J. Núñez, "Additive manufacturing of PLA structures using fused deposition modelling." Materials & Design, Volume 124, 15 June, 2017, Pages 143-157. https://doi.org/10.1016/j.matdes.2017.03.065
- [10] M. Sugavaneswaran, G. Arumaikkannu, "Analytical and experimental investigation on elastic modulus or reinforced additive manufactured structure." Materials & Design, 66 (2015) 29–36.
- [11] Arteaga Medina, Laura,: "Fabricación y caracterización de filamentos para impresora 3D a partir de materiales reciclados", Universidad de la Laguna, Santa Cruz de Tenerife, 2015.
- [12] Del Medico Bravo, Alejandro Javier,: "Propiedades mecánicas de componentes fabricados mediante modelado por deposición fundida", Universidad de La Laguna, Santa Cruz de Tenerife, 2017.
- [13] I. Navarro-Baena, V. Sessini, F. Dominici, L. Torre, J.M. Kenny, L. Peponi, "Design of biodegradable blends based on PLA and PCL: from morphological, thermal and mechanical studies to shape memory behavior." Polym. Degrad. Stabil., 132, 2016, pp. 97-108.
- [14] F. Iniguez-Franco, R. Auras, G. Burgess, D. Holmes, X.Y. Fang, M. Rubino, H. Soto-Valdez, "Concurrent solvent induced crystallization and hydrolytic degradation of PLA by water-ethanol solutions." Polymer, 99, 2016, pp. 315-323.
- [15] J. Coreño-Alonso, M.T. Méndez-Bautista, "Relación estructura-propiedades de polímeros" Educación Química, Volume 21, Issue 4, October 2010, Pages 291-299.
- [16] S.H. Hsu, K.C. Hung, C.W. Chen "Biodegradable polymer scaffolds" J. Mater Chem. B, 4 (47) 2016, pp. 7493-7505.
- [17] Smart Materials 3D. <u>https://smartmaterials3d.com/es/</u>
- [18] Prusa3D Impresora 3D de Josef Prusa. https://www.prusa3d.es/
- [19] Mikell P. Groover, "Fundamentos de manufactura moderna: materiales, procesos y sistemas", Pearson Educación, pp.313-323, 1997.
- [20] Filabot EX2 Filament Extruder. <u>https://www.filabot.com/collections/filabot-core/products/filabot-original-ex2</u>
 [21] Filabot Airpath.
- [21] Fhaod Airpan. https://www.filabot.com/collections/filabotcore/products/filabot-airpath
- [22] Filabot Spooler. https://www.filabot.com/collections/filabotcore/products/filabot-spooler
- [23] T.A.P. Engels, S.H.M. Söntjens, T.H. Smit, L.E. Govaert, "Time-dependent failure of amorphous polylactides in static loading conditions." J. Mater. Sci: Mater. Med., 21, 2010, pp. 89-97. <u>https://doi.org/10.1007/s10856-009-3851-9</u>
- [24] B.A.G. Schrauwen, R.P.M. Janssen, L.E. Govaert, H.E.H. Meijer, "Intrinsic Deformation Behavior of Semicrystalline Polymers." Macromolecules, 37, 2004, pp. 6069-6078. http://doi.org/10.1021/ma035279t.

ANÁLISIS DE LA PROPAGACIÓN DE GRIETAS POR FATIGA DE PROPULSANTES SÓLIDOS DE MATERIAL COMPUESTO DE BASE CTPB

A. Salazar^{1*}, R. López², J. Rodríguez¹

¹Durabilidad e Integridad Mecánica de Materiales Estructurales Escuela Superior de Ciencias Experimentales y Tecnología. Universidad Rey Juan Carlos. C/ Tulipán, s/n. Móstoles 28935 Madrid – España

> ²INTA. Campus "La Marañosa" Área de Materiales Energéticos, Ctra. M301 km 10,5 Edif.7 San Martín de la Vega 28330 Madrid- España *Persona de contacto: alicia.salazar@urjc.es

RESUMEN

Los propulsantes sólidos de material compuesto son los más eficaces para aplicaciones tácticas de propulsión como los motores de los cohetes de medio y largo alcance utilizados con aplicaciones duales (civiles y militares). Un propulsante sólido de material compuesto está formado por una matriz elastomérica rellena con otro combustible rápido en forma de polvo y partículas rígidas cerámicas oxidantes. Estos materiales compuestos van a estar sometidos a vibraciones durante el manejo, transporte y almacenamiento de los motores de los cohetes que los contienen que pueden provocar la aparición y crecimiento de grietas. Éstas producen una combustión incontrolada durante la propulsión del cohete pudiendo llegar a hacer fracasar la misión. Por ello, el objeto de este trabajo es el análisis de la propagación de grietas por fatiga de propulsantes sólidos cuya matriz está formada por polibutadieno carboxi-terminal (CTPB) cargada con partículas cerámicas de perclorato amónico.

PALABRAS CLAVE: propagación de grietas por fatiga, propulsantes sólidos de base CTPB

ABSTRACT

Composite propellants are work-horse solid propellants for tactical propulsion applications: medium and large rocket motors employed in dual applications (military and industrial). A composite solid propellant consists of a highly filled elastomer containing metallic fuels and oxidizers in the form of power and rigid particles, respectively. Propellants are subjected to cyclic strains during the handling, shipment and storage of rocket motors which ultimately might produce enough structural damage to result in mission failure. Therefore, the aim of this work is to analyse the fatigue crack growth behaviour of solid propellants based on carboxyl-terminated polybutadiene (CTPB) base propellants filled with rigid inorganic Ammonium Perchlorate particles.

KEYWORDS: fatigue crack growth behaviour, CTPB solid propellants

1. INTRODUCCIÓN

Los propulsantes sólidos de material compuesto son los más eficaces para aplicaciones tácticas de propulsión como los motores de los cohetes de medio y largo alcance utilizados en aplicaciones duales (civiles y militares). Un propulsante sólido de material compuesto está formado por una matriz elastomérica rellena con combustible rápido en forma de polvo y partículas rígidas cerámicas oxidantes. Estos componentes pueden llegar a alcanzar el 75-90 %wt, generando una microestructura muy heterogénea.

Desde un punto de vista operativo, el riesgo mayor en un propulsante es la alteración de la superficie de quemado debido a la generación y propagación de grietas. Éstas pueden aparecer durante la vida en servicio debido a que el propulsante y el resto de componentes del motor cohete van a estar sometidos a cargas cíclicas producidas por vibraciones durante el transporte aéreo, marítimo o terrestre, cambios de temperatura o de presión y rotaciones periódicas para reducir el agrietamiento generado por la gravedad durante el almacenamiento. Aunque estas cargas cíclicas pueden ser pequeñas en magnitud, su aplicación en un periodo prolongado de tiempo tiene un efecto acumulativo que provoca la aparición de grietas cuyo crecimiento genera el fallo por fatiga del propulsante o una disminución relevante de las propiedades mecánicas que condicionan la seguridad del cohete [1-2]. Por tanto, es imprescindible analizar el efecto de la fatiga mecánica en la acumulación de daño y en la resistencia mecánica residual de los propulsantes sólidos de material compuesto.

Aunque los propulsantes sólidos presentan una proporción muy pequeña de elastómero (10-20 % wt), la respuesta mecánica está regida por este constituyente. Cuando el propulsante está sometido a una solicitación mecánica, la heterogeneidad en el tamaño y en la distribución de las partículas de relleno, en la densidad de entrecruzamiento de las cadenas elastoméricas y en la adhesión partículas-matriz puede generar un campo de tensiones local no homogéneo. Esto conlleva generación de daño localizado de forma aleatoria en forma de microgrietas o microhuecos en la matriz elastomérica o en la intercara partícula-matriz [3-5]. Son muchos los trabajos en la literatura que emplean la aproximación de la Mecánica de la Fractura Elástica y Lineal para caracterizar el crecimiento de grieta, (da/dt), ligándolo con el factor de intensidad de tensiones en modo I, K_I [3-7]. Esto es consistente con las teorías de fractura viscoelástica desarrolladas por Schapery [8]. Sin embargo, son varios los autores que han considerado más apropiado utilizar la integral J, empleada en la aproximación de la Mecánica de la Fractura Elástica No Lineal (MFENL), para caracterizar el comportamiento a fractura de los propulsantes sólidos de material compuesto con respuesta mecánica no lineal [9-11].

Respecto a los estudios de fatiga, los existentes están centrados en la determinación de la resistencia mecánica residual y la evolución del daño tras la aplicación de ciclos de deformación de amplitud constante o variable [2, 12-13]. En ningún caso se han encontrado trabajos en la literatura en los que se analice la evolución de una grieta macroscópica sometida a cargas cíclicas. Por ello, el objetivo de este trabajo es obtener el comportamiento de propagación de grietas por fatiga de los propulsantes sólidos de material compuesto pertenecientes a dos motores con impulsos específicos diferentes de un cohete de dos etapas. Los resultados obtenidos se analizaron haciendo uso de las leyes que describen la propagación de grietas por fatiga en materiales elastoméricos.

2. MARCO TEÓRICO

El comportamiento mecánico y a fatiga de los propulsantes sólidos de material compuesto viene regido por la matriz elastomérica. En los elastómeros, el parámetro de control que describe la propagación de grietas por fatiga es la tasa de liberación de energía máxima, G_{max} , siempre y cuando se garantice la descarga completa de la probeta (R=0) [14].

En las curvas de propagación de grietas por fatiga en elastómeros se distinguen 4 zonas. La región I está limitada por un valor umbral G₀. El crecimiento de fisura se debe a factores químicos y la velocidad de crecimiento es constante, R_z , y proporcional a la concentración de oxidante $[O_z]$.

$$\frac{\mathrm{da}}{\mathrm{dN}} = \mathbf{k}_{z}[O_{z}] = R_{z} \qquad \qquad G \le G_{0} \qquad (1)$$

La presencia de agentes oxidantes junto con esfuerzos mecánicos capaces de generar energías de 0.1 J/m^2 o inferiores producen un crecimiento de grieta proporcional a la concentración de oxidante e independiente de la tasa de liberación de energía.

En la región II, el crecimiento de grieta es dependiente de factores mecánicos y químicos y viene descrita por:

$$\frac{\mathrm{da}}{\mathrm{dN}} = R_z + A(G - G_0) \qquad G_0 \le G \le G_A \qquad (2)$$

donde A es una constante que describe la velocidad de crecimiento debido a factores mecánicos.

En la región III, la velocidad de crecimiento sigue dependiendo de factores mecánicos, pero a través de:

$$\frac{\mathrm{da}}{\mathrm{dN}} = BG^{\beta} \qquad \qquad G_A \le G \le G_C \qquad (3)$$

donde B y β son constantes características de la región III.

En la región IV, la velocidad de crecimiento es muy elevada y lleva asociado desgarro o rotura del material.

3. PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

3.1. Materiales

Los materiales procedieron de dos motores cohetes concéntricos en los que la combustión ocurre de forma secuencial, también denominado motor de dos etapas. En la etapa inicial de vuelo, se produce la combustión del motor de aceleración generando gran impulso específico para superar la gravitación terrestre. En la segunda etapa, la combustión del motor de crucero permite un vuelo estable (Figura 1).

Los motores estaban formados por una matriz de polibutadieno carboxi-terminal (CTPB) reforzada con partículas oxidantes de perclorato amónico. El motor de aceleración presentó un combustible rápido como el aluminio micronizado mientras que en el motor de crucero se identificó la presencia de nitroguanidina, un aditivo polifuncional que actúa como moderador de la combustible (Tabla 1).



Figura 1. Sección transversal de un cohete de dos etapas con el motor aceleración en el interior y el de crucero en el exterior.

Tabla 1. Composición (%wt) de los principales componentes los motores de aceleración y crucero [15]

	Oxidante	Con	bustible	
Motor	Perclorato Amónico	Aluminio	Nitroguanidina	
Aceleración	54.0 ± 1.0	16.0 ± 0.7	-	
Crucero	53.5 ± 1.5	-	14.7 ± 0.6	



Figura 2. Microestructura de: (a) motor aceleración y (b) motor crucero.

El análisis microestructural reveló que ambos motores estaban formado por un alto contenido de partículas oxidantes con formas angulosas (Figura 2). El motor aceleración presentó una única distribución de tamaño de partículas centrada en 120 µm, mientras que el motor de crucero se caracterizó por una distribución bimodal

con valores medios centrados en 400 y 500 μ m. El menor tamaño de partícula oxidante en el motor de aceleración le proporciona mayor empuje que el motor de crucero al aumentar la velocidad de descomposición del oxidante [15].

La caracterización mecánica consistió en ensayos de tracción a 23 °C y en control de posición a una velocidad del puente de 5 mm/min (STANAG 4506:2000), y en ensayos de fractura realizados en probetas compactas según el método de normalización (aproximación MFENL) a 23 °C y a una velocidad del puente de 1 mm/min [15] (Tabla 2).

Tabla 2. Propiedades a tracción (módulo elástico, E, tensión de cedencia, σ_{Y} , tensión de rotura, σ_{R}) y a fractura (energía de fractura, J_{IC}) de los motores de aceleración y crucero [15]

	Tracción			Fractura
Motor	E (MPa)	σ _Y (MPa)	σ _R (MPa)	J _{IC} (J/m ²)
Aceleración	7 ± 2	0.6 ± 0.1	1.0 ± 0.1	900 ± 200
Crucero	10 ± 2	0.8 ± 0.1	1.1 ± 0.1	400 ± 100

3.2. Caracterización a fatiga

Al tener las partículas oxidantes un tamaño muy grande, 100-500 μ m, no se pudo emplear la configuración de ensayo para caracterizar a fatiga materiales elastoméricos, pues recomienda la utilización de probetas con espesores de 0.5–1.0 mm (ISO 27727:2008). Por ello, la configuración elegida fue la de probetas compactas con espesores de 5 mm y cuyas dimensiones nominales se muestran en la Figura 3.



Figura 3. Dimensiones probeta compacta

La entalla mecánica se agudizó deslizando una cuchilla hasta conseguir una grieta de 10 mm de longitud final.

Se empleó una máquina de ensayos de diseño propio en proceso de patente [16] para obtener las curvas de propagación de grietas por fatiga de los propulsantes. Los ensayos se realizaron a 23 °C, una frecuencia de 0.5 Hz e imponiendo una onda triangular en control de posición con una relación de desplazamientos R=0. El desplazamiento máximo garantizó un crecimiento
rápido de la grieta en los primeros ciclos, siendo este desplazamiento máximo de 4.2 mm en promedio. El avance de la grieta se midió por medios ópticos sobre la superficie de la probeta [15].

La velocidad de crecimiento de grieta, da/dN, para una longitud de grieta promedio $\overline{a} = \frac{a_{i+1}+a_i}{2}$ se calculó a partir de los registros de longitud de grieta, a, frente a números de ciclos, N:

$$\frac{\mathrm{da}}{\mathrm{dN}} = \frac{a_{i+1} - a_i}{N_{i+1} - N_i} \tag{4}$$

Se empleó como parámetro de control la integral J debido al comportamiento no lineal de los materiales. La amplitud asociada para la longitud de grieta $a=\overline{a}$:

$$\Delta J = J_{max} - J_{min} = J_{max} = \eta \frac{U}{B(W-a)}$$
(5)

donde $\eta = 2 + 0.522(1 - \frac{a}{W})$ para probetas compactas, U es el área bajo la curva fuerza-desplazamiento del ciclo de descarga, B el espesor y W el ancho de la probeta.

El perfil de la grieta en la superficie de la probeta y las superficies de fractura fueron analizados mediante microscopía electrónica de barrido para determinar los mecanismos de deformación y rotura.

4. RESULTADOS

La Figura 4 muestra las curvas da/dN-J_{max} de los propulsantes de los motores de aceleración y crucero. El motor de crucero presentó un comportamiento a fatiga peor que el motor de aceleración. En ninguno de los ensayos se observa la región II y todas las curvas presentaron 2 zonas correspondientes a las regiones III y IV [14], excepto el ensayo nº 2 del motor de crucero con 3 zonas asociadas a las regiones I, III y IV. En las regiones I y IV el parámetro de control no es la integral J. Todas las regiones, excepto la IV, están caracterizadas por la velocidad de crecimiento y los valores de la integral J que las delimitan. La región III está dominada por la fatiga mecánica (ecuación (3)) habiéndose registrado valores del exponente β en el motor de aceleración mayores que los del motor de crucero, pero en todo caso en el entorno de $\beta=2$, característico de elastómeros polibutadiénicos [14].



Figura 4. Curvas da/dN-J_{max} de los propulsantes del motor aceleración (rojo) y crucero (azul).

Tabla 3. Parámetros de las leyes que rigen las regionesde fatiga en los motores de aceleración y crucero [15]

	Región I		Región III			Región IV	
	R _z (m/ciclo)	J ₀ (J/m ²)	В	β	JC (J/m ²)	da/dN (m/ciclo)	
	Aceleración						
1	-	-	1.9.10-12	2.3	220	4.8·10 ⁻⁷	
2	-	-	$1.7 \cdot 10^{-14}$	3.5	130	4.7·10 ⁻⁷	
			9.7·10 ⁻¹³	2.9	175	4.8·10 ⁻⁷	
			Crucero)			
1	$2.1 \cdot 10^{-7}$	100	6.9·10 ⁻¹²	2.3	370	7.4·10 ⁻⁶	
2			$2.7 \cdot 10^{-9}$	1.4	110	1.7.10-6	
3			9.2·10 ⁻⁹	1.1	350	7.5.10-6	
	2.1.10-7	100	4.0·10 ⁻⁹	1.6	270	5.5·10 ⁻⁶	



Figura 5. Perfil del crecimiento de grieta en (a) motor aceleración y (b) motor crucero.

El perfil del crecimiento de grieta muestra las partículas de perclorato amónico "limpias" de propulsante tras el avance de la grieta en el motor de crucero (Figura 5b) pero no así en el motor de aceleración (Figura 5a). Las superficies de fractura del motor de aceleración muestran una rotura en la matriz, indicando una fuerte adherencia matriz-partícula (Figura 6a). En cambio, en el motor de crucero, la rotura ocurre en las intercaras matriz-partícula ya que la propagación de la grieta deja las partículas de perclorato amónico al descubierto sin restos de matriz adheridos a su superficie (Figura 6b). El principal mecanismo de deformación y rotura se considera relacionado con la formación y crecimiento de microcavidades (Figura 7), en la matriz en el motor de aceleración, y en las intercaras matriz-partícula del de crucero [3-5]. El comportamiento motor intergranular en el motor de crucero, en comparación con la rotura de la matriz en el motor de aceleración, se considera el principal responsable de su peor comportamiento a fatiga. Además, la presencia de un fenómeno oxidativo más acentuado en el motor de crucero, que produjo el debilitamiento en la intercara matriz-partícula, es el responsable de unas mayores velocidades de crecimiento en la región IV y de valores de transición de la integral J a la región III, J_C, más elevados. Fenómenos de oxidación de la matriz elastomérica por parte de las partículas de perclorato amónico podrían ser los responsables de la aparición de una región I en el ensayo nº 2 del motor de crucero (Figura 4 y Tabla 3).



Figura 6. Superficies de fractura del (a) motor aceleración y (b) motor crucero.



Figura 7. Crecimiento de microcavidades responsables del fallo mecánico en el motor de aceleración.

5. CONCLUSIONES

En este trabajo se ha analizado el comportamiento de propagación de grietas por fatiga en los propulsantes procedentes de dos motores pertenecientes a un cohete de dos etapas. El motor de aceleración estaba caracterizado por partículas oxidantes de menor tamaño que las del motor de crucero, lo que le proporciona un mayor empuje por la superior velocidad de descomposición de una misma masa de oxidante durante el proceso de combustión. La respuesta a fatiga de ambos materiales se ha presentado según las leyes que describen la propagación de grietas por fatiga en elastómeros pero utilizando el valor de la integral J como parámetro de control. El motor de aceleración presentó un comportamiento a fatiga mejor que el motor de crucero, con velocidades de crecimiento varios órdenes de magnitud más bajos. Además, mientras que las curvas de propagación de todos los ensayos realizados en el motor de aceleración presentaron dos regiones bien diferenciadas, en algunos de los ensayos realizados en el motor de crucero, las curvas presentaron 3 regiones. La región adicional observada en este caso se mostró controlada, principalmente, por fenómenos químicos, en consonancia con el peor comportamiento a fatiga observado en general en el material energético del motor de crucero.

El mecanismo de deformación y rotura que fue observado correspondió con la formación y crecimiento de microcavidades, aunque su localización en la microestructura fue diferente atendiendo al tipo de motor estudiado. En el motor de aceleración, la fuerte adherencia matriz-partículas oxidantes provocó que la rotura se iniciara y propagara eminentemente por la matriz. Esto contrastó con lo observado en el motor de crucero, donde las superficies de fractura mostraron al descubierto las partículas oxidantes indicando que la zona más débil en ese propulsante es la intercara matrizpartículas.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer agradecer al *Ministerio de Economía y Competitividad* la financiación a través del proyecto DPI2016-80389-C2-1-R

REFERENCIAS

- J. F. Tormey, S. C. Britton, Effect of cyclic loading on solid propellant grain structures. AIAA Journal (1963) 1 [8]: 1763-1770.
- [2] C. T. Liu, Effects of cyclic loading sequence on cumulative damage and constitutive behaviour of a composite solid propellant. 28th Structures, Structural Dynamics and Materials Conference. New York, AIAA (1987): 847-855.
- [3] C. T. Liu, Critical analysis of crack growth data. J Propul Power (1990) 6 [5]: 519-524.
- [4] C. T. Liu, Crack growth behaviour in a solid propellant. Eng Fract Mech (1997) 56 [1]: 127-135.
- [5] G. Langlois, R. Gonard, New law for crack propagation in solid propellant material. J Spacecraft Rockets (1979) 16 [6]: 357-360.
- [6] C. T. Liu, J. N. Yang, Probabilistic crack growth model for application to composite solid propellants. J Spacecraft Rockets (1994) 31 [1]: 79-84.

- [7] D. T. Baron, T. C. Miller, C. T. Liu, Subcritical crack growth in a composite solid propellant. J Reinf Plast Comp (1999) 18 [3]: 233-250.
- [8] R. A. Schapery, A theory of crack initiation and growth in viscoelastic media I. Int J Fract (1975) 11: 141-159.
- [9] C. Bencher, R. Dauskardt, R. Titchie, Microstructural damage and fracture processes in a composite solid rocket propellant. J Spacecraft Rockets (1995) 32 [2]: 328-334
- [10] G. Zhou, X. Yin, A. Li, Study on the fracture toughness of hydroxyl-terminated polybutadiene solid rocket propellant. J Propul Power (2015) 31 [3]: 912-918
- [11] R. López, A. Ortega de la Rosa, A. Salazar, J. Rodríguez, Structural integrity of aged hydroxylterminated polybutadiene solid rocket propellant. J. Propul Power (2018) 34 [1]: 75-84.
- [12] C. T. Liu, J. L. Bellin, R. W. Holsinger, Effect of load history on the cumulative damage in a composite solid propellant. 27th Structures, Structural Dynamics and Materials Conference. Monterey, California AIAA (1986).
- [13] X. Tong, X. Chen, J. Xu, C. Sun, W. Liang, Excitation of thermal dissipation of solid propellants during the fatigue process. Mater Design (2017) 128: 47-55.
- [14] A. N. Gent, Engineering with Rubber. How to design rubber components. 3rd ed. Hanser, Ohio, USA, 2012.
- [15] R. López. Fatiga de propulsantes sólidos de tipo composite. Tesis doctoral. Universidad Rey Juan Carlos, Móstoles 2018.
- [16] F. Olalde, Informe tecnológico de patentes: máquina de carga cíclica para propulsantes sólidos. Nº ref: 76188/P7073, Oficina Española de Patentes y Marcas, Madrid, 2017.

ANÁLISIS DEL COMPORTAMIENTO A FATIGA DE LA POLIAMIDA 12 PROCESADA MEDIANTE SINTERIZADO SELECTIVO POR LÁSER MEDIANTE EL DIAGRAMA DE KITAGAWA-TAKAHASHI

A. J. Cano, A. Salazar, J. Rodríguez

DIMME, Grupo de Durabilidad e Integridad Mecánica de Materiales Estructurales, Universidad Rey Juan Carlos, ESCET, C/ Tulipán, s/n. Móstoles, 28933 Madrid. Alberto Jesús Cano: <u>alberto.cano@urjc.es</u> Alicia Salazar: <u>alicia.salazar@urjc.es</u> Jesús Rodríguez: <u>jesus.rodriguez.perez@urjc.es</u>

RESUMEN

El constante desarrollo de la fabricación aditiva está permitiendo obtener componentes estructurales en industrias con elevadas exigencias como la aeronáutica. Por ello existe un gran interés en la caracterización mecánica y a fatiga de los materiales utilizados en esos procesos. El presente trabajo tiene como objetivo la caracterización del comportamiento a fatiga de la Poliamida 12 (PA12) fabricada mediante la técnica de Fabricación Aditiva Sinterizado Selectivo por Láser (Selective Laser Sintering) utilizando el diagrama de Kitagawa-Takahashi como herramienta. Para la obtención de este diagrama se ha estimado el límite a fatiga mediante el método de máxima verosimilitud y se ha determinado el umbral de propagación de grietas por fatiga.

PALABRAS CLAVE: poliamida 12, Sinterizado Selectivo por Láser, límite de fatiga, umbral de propagación de grietas por fatiga, diagrama de Kitagawa-Takahashi.

ABSTRACT

The continuous development of additive manufacturing is making possible to obtain structural components in industries with high requirements such as aircraft industry. Therefore, there is a great interest in the mechanical and fatigue characterization of the materials used in these processes. The objective of this work is to characterize the fatigue behavior of Polyamide 12 (PA12) manufactured by the Selective Laser Sintering (SLS) technique using the Kitagawa-Takahashi diagram. To obtain this diagram for PA12, the fatigue limit of the material was estimated by the maximum likelihood method and the fatigue crack propagation threshold has been determined.

KEYWORDS: polyamide 12, selective laser sintering, fatigue limit, fatigue crack growth threshold, Kitagawa-Takahashi diagram.

1. INTRODUCCIÓN

La evolución de la tecnología de Fabricación Aditiva (FA) ha permitido la fabricación de componentes funcionales, capaces de ser implementados como elementos estructurales en diferentes sectores, entre los que destaca el sector transporte, tanto aéreo como terrestre [1, 2]. Los presentes usos en estos sectores, acompañados de las estimaciones de crecimiento de mercado de estas técnicas [3] motivan el estudio del comportamiento a fatiga de los materiales fabricados por estos medios.

Una de las técnicas FA más extendidas es el Sinterizado Selectivo por Láser (Selective Laser Sintering, SLS). Esta técnica se basa en la aplicación de radiación láser a capas de polvo, previamente calentadas, con el fin de fundirlas y conformar de esta manera la geometría de la pieza final, que ha sido estratificada con ayuda de un programa informático. Esta estratificación característica de los procesos de FA tiene como resultado comportamientos anisótropos del material [4, 5, 6], haciendo que resulte necesaria la caracterización mecánica del material atendiendo a la dirección de generación de las capas.

El comportamiento a fatiga de un material puede estar afectado por parámetros externos, como los que controlan el estado de solicitación aplicado, y por características internas del propio material, entre las que se encuentra la presencia de defectos o grietas. La caracterización a fatiga se puede realizar utilizando un análisis que incluya la etapa de nucleación de grietas, o mediante métodos regidos por la Mecánica de la Fractura, que presuponen la existencia de grietas macroscópicas y desprecian la etapa inicial de nucleación.

En el caso de usar un análisis de vida a fatiga que incluya la etapa de nucleación de grietas microestructuralmente cortas (aquellas cuya longitud es del mismo orden que las dimensiones microestructurales características del material y se han nucleado en la superficie), se define el límite a fatiga para una determinada relación de cargas R, $\Delta \sigma_{fl}$, como la mínima amplitud de tensión necesaria para provocar un crecimiento de grieta continuo [7].

Por otra parte, cuando se caracteriza el comportamiento a fatiga teniendo en cuenta la presencia de grietas largas, la Mecánica de la Fractura Elástica y Lineal (MFEL) define el valor umbral en términos de la amplitud del factor de intensidad de tensiones, ΔK_{th} , como el valor por debajo del cual, teóricamente, no existe propagación de la grieta. En la práctica, este valor está habitualmente asociado a velocidades de propagación de grieta inferiores a 10^{-7} mm/ciclo.

Con el objetivo de describir el comportamiento a fatiga en materiales metálicos desde la nucleación hasta la propagación inestable de una grieta, aunando ambos planteamientos, se utilizan las representaciones tipo Kitagawa-Takahashi [8]. Este diagrama describe el crecimiento de una grieta a frente a la amplitud de tensión aplicada, $\Delta \sigma$, mediante la utilización de los valores de $\Delta \sigma_{fl} y \Delta K_{th}$ obtenidos para probetas lisas y con grietas largas, respectivamente. En el diagrama de Kitagawa-Takahashi existen tres regiones: la primera región describe el comportamiento del material ante grietas microscópicamente cortas, una región de transición entre las grietas microestructuralmente cortas y grietas largas y, finalmente, la región que describe el comportamiento del material en presencia de grietas largas. En materiales metálicos, se ha observado que el comportamiento del material en la zona de grietas cortas se sitúa por debajo del descrito por los umbrales $\Delta \sigma_{fl} y \Delta K_{th}$. Ante este comportamiento, El Haddad [9] planteó un modelo basado en resultados empíricos en diferentes aleaciones de aluminio y acero obteniendo una predicción más conservadora de la vida a fatiga en presencia de grietas cortas.

El presente trabajo tiene como objetivo describir el comportamiento a fatiga de la Poliamida 12 (PA12) fabricada mediante SLS, atendiendo al efecto de la orientación de las capas en relación a la dirección de aplicación de la carga, mediante el diagrama de Kitagawa-Takahashi, analizando la validez del modelo propuesto por El Haddad para estos materiales.

2. PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

2.1. Materiales

El material utilizado en este trabajo ha sido la Poliamida 12 (PA12) procesada mediante SLS a partir de polvo perteneciente a la familia EOS y comercializado bajo la denominación *PA2200*. Las muestras han sido fabricadas por *Prodintec*, España.

Se han realizado muestras con dos orientaciones diferentes atendiendo a la posición en la cama de fabricación. Las Figura 1 y Figura 2 muestran las direcciones x e y que forman el plano de fusión y la dirección z que corresponde con la dirección

perpendicular al plano de fusión y es la dirección de fabricación vertical o de crecimiento. Aunque estas muestras pueden ser tratadas como un material ortótropo formado por múltiples capas, no se han considerado diferencias dentro del plano *x*-*y*, tratando al material como transversalmente isótropo.

El conjunto de muestras se ha dividido en dos grupos, tanto para la caracterización de la resistencia de propagación de grietas por fatiga como para la obtención de las curvas S-N. En las probetas con denominación "PARA", la fuerza aplicada coincide con la dirección x, y en las denominadas "PERP", la fuerza aplicada coincide con la dirección z.

Las propiedades mecánicas y de fractura medidas a 23°C y en control de posición a velocidad constante del puente de 5 mm/min para las dos orientaciones seleccionadas se muestran en la Tabla 1 [10, 11].

Tabla 1. Propiedades mecánicas de la PA12 fabricada por SLS con orientaciones paralela y perpendicular: Módulo elástico (E), tensión de cedencia (σ_y), valor crítico de la integral J (J_{IC}), coeficiente de Poisson (v) y alargamiento a rotura (ε_{Rotura})

	E (GPa)	σ _y (MPa)	J _{IC} (kJ/m ²)	υ	ε _{Rotura} (%)
PARA	1.64 ± 0.03	47 ± 1	7.0 ± 0.6	0.43 ± 0.02	10 ± 2
PERP	1.58 ± 0.04	44 ± 2	6.7 ± 1.2	0.41 ± 0.01	1.4 ± 0.7

2.2. Curvas S-N

Los ensayos de fatiga para la obtención de las curvas S-N han sido realizados en probetas tipo halterio con 3 mm de espesor, 6 mm de ancho de fuste y una longitud total de 115 mm (Figura 1). Se han llevado a cabo 32 ensayos para la orientación perpendicular y 37 para la orientación paralela.



Figura 1. Probetas tipo halterio donde las líneas indican la orientación de cada capa (dirección z perpendicular a las capas de material y, por tanto, la dirección de crecimiento).

Los ensayos han sido realizados a 23°C en un máquina hidráulica universal de ensayos mecánicos MTS 810 Materials Testing con una célula de carga de \pm 5 kN. La deformación se midió con un extensómetro de contacto con un recorrido de +4 mm/- 2 mm (MTS 634.31F-24). Se siguió la norma ASTM D7791 [12], por lo que la caracterización se llevó a cabo en amplitud de carga constante, imponiendo una onda de carga sinusoidal con una relación de cargas R=0.1. La frecuencia utilizada fue

de 1 Hz. Se ensayaron 12 niveles de carga comprendidos entre $0.5875\sigma_y$ y $0.85\sigma_y$ con un mínimo de dos repeticiones por nivel. La duración máxima de estos ensayos fue de 10^6 ciclos.

2.3. Factor de intensidad de tensiones umbral

Los ensayos de fatiga para la determinación del umbral ΔK_{th} han sido realizados en probetas compactas (*Compact Tension, CT*) con 10 mm de espesor, 40 mm de ancho y una entalla mecanizada de 16 mm de longitud (Figura 2). La agudización de la entalla se ha realizado mediante golpe seco de cuchilla en entalla (tapping), atendiendo a la experiencia de los autores en el estudio del efecto del método de agudización en el comportamiento en fractura de polímeros [13]. Se ha generado un crecimiento natural de la grieta de al menos 2 mm para evitar que los resultados estuviesen afectados por la entalla mecanizada.



Figura 2. Probetas compactas CT donde las líneas indican la orientación de cada capa (dirección z perpendicular a las capas de material y, por tanto, la dirección de crecimiento).

Los ensayos han sido realizados en un máquina hidráulica universal de ensayos mecánicos MTS 810 Materials Testing con una célula de carga de \pm 5 kN midiendo la apertura de la grieta con un transductor de desplazamiento acoplado en el extremo de la entalla de +3.9 mm/-2 mm de recorrido (MTS 632.02F-20). Las condiciones de ensayo han sido seleccionadas siguiendo las recomendaciones de la norma ASTM E647 [14]: una temperatura de 23°C, una frecuencia de 1 Hz y una relación de cargas R = 0.1 imponiendo una onda de carga sinusoidal. Se han llevado a cabo ensayos tanto con una amplitud del factor de intensidad de tensiones creciente como decreciente. En los ensayos con K decreciente se ha establecido un escalón de decrecimiento o variación normalizada de K de -0.05 mm⁻¹.

El número de ensayos por orientación fue de 15.

Para la obtención del factor de intensidad de tensiones umbral ΔK_{th} , se utilizó una distribución estadística tipo Weibull cuya probabilidad de fallo F viene determinada por:

$$F = 1 - \exp\left[\left(\frac{\Delta K_{th} - \Delta K_{th0}}{C - \Delta K_{th0}}\right)^m\right]$$
(1)

donde m es el parámetro de forma, C el parámetro de escala de la distribución y ΔK_{th0} es el valor mínimo de la

amplitud del factor de intensidad de tensiones umbral, por debajo del cual la probabilidad de crecimiento de grieta es nula.

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

3.1. Vida a fatiga. Curvas S-N y límite de fatiga

Los resultados de los ensayos a fatiga realizados en probetas lisas en ambas orientaciones se presentan siguiendo las directrices de la norma ASTM E468 [15] en la Figura 3. Se puede observar cómo para el mismo nivel de tensiones, el número de ciclos soportado por la orientación "PERP" es menor que los soportados por la orientación "PARA", mostrando ésta, por tanto, un comportamiento superior frente a la nucleación y propagación de las grietas. En ambas orientaciones existen ensayos que han superado los 10⁶ ciclos, dándose en las probetas "PERP" a menor nivel de cargas que en las probetas "PARA".



Figura 3. Curvas de vida a fatiga para la orientación "PARA" y "PERP" donde ○► representa los ensayos no rotos a 10⁶ ciclos o run-outs.

Tabla 2. Resultados de los ensayos de fatiga para R=0.1 de las orientaciones "PARA" y "PERP".

Orientación	Amplitud	Número de	Número de
Onemación	deTensión (MPa)	fallos, f	Run-outs, r
	24.85	1	0
	25.38	1	3
PARA	25.91	3	2
	26.44	2	1
	27.50	4	0
	23.27	1	1
DEDD	23.76	2	0
PERP	24.26	3	1
	24.75	4	0

La Tabla 2 recoge los datos de los ensayos de fatiga para las orientaciones "PARA" y "PERP" mostrando para cada nivel de tensión los ensayos finalizados en rotura como "Número de fallos" y los ensayos sin rotura tras 10⁶ ciclos como "Número de Run-outs".

Para obtener el límite a fatiga $\Delta \sigma_{fl}$ se ha implementado el método estadístico de máxima verosimilitud [16] asumiendo una distribución normal. Los valores obtenidos se muestran en la Tabla 3.

Tabla 3. Límite a fatiga y desviación estándar para R=0.1 de las orientaciones "PARA" y "PERP"

Orientación	Límite a fatiga Δσ _{fl} (MPa)	Desviación típica (MPa)
PARA	26	1
PERP	23	1

A pesar del limitado número de datos para la orientación "PERP", es posible estimar un límite a fatiga que se encuentra por debajo del límite a fatiga estimado estadísticamente para la orientación "PARA".

3.2. Resistencia a la propagación de grietas por fatiga. Curvas de propagación y amplitud del factor de intensidad de tensiones umbral.

Las curvas de propagación de grietas por fatiga obtenidas a partir de ensayos en probetas tipo CT aparecen reflejadas en la Figura 4a para la orientación "PARA" y en la Figura 4b para la orientación "PERP".

Como puede observarse, el comportamiento a fatiga frente a la propagación de grietas largas para las dos orientaciones estudiadas es similar [11]. Estos datos, obtenidos en modo K-creciente, han sido utilizados, junto con los obtenidos en modo K-decreciente, para determinar los valores de la amplitud del factor de intensidad de tensiones umbral, ΔK_{th} , representados en la Figura 4. Se han utilizado los resultados de los ensayos realizados en ambos modos indistintamente como se estipula en la norma ASTM E647 [14] y demostró empíricamente Bucci et al. [17]. En esta figura se muestra una franja sombreada que abarca las probabilidades de ocurrencia desde el 10% hasta el 90%. Además, los valores umbral con probabilidades de ocurrencia del 10%, 50% y 90% se encuentran recogidos en la Tabla 4. Se observa cómo los valores umbral coinciden para ambas orientaciones situándose alrededor de los 2 MPa \sqrt{m} .

Tabla 4. Factor de intensidad de tensiones umbra ΔK_{th} con probabilidad de ocurrencia del 10%, 50% y 90% para las orientaciones PARA y PERP.

Orientación	$\frac{\Delta K_{\rm th} 10\%}{(MPa\sqrt{m})}$	$\frac{\Delta K_{\rm th}}{(MPa\sqrt{m})}$	$\frac{\Delta K_{\rm th} 90\%}{(MPa\sqrt{m})}$
PARA	1.9 ± 0.1	2.1 ± 0.1	2.3 ± 0.1
PERP	1.7 ± 0.1	2 ± 0.1	2.4 ± 0.1



Figura 4. Curvas de propagación de grietas por fatiga para R=0.1 con los valores del factor de intensidad de tensión umbral con probabilidades de ocurrencia del 10%, 50% y 90% para la orientación "PARA" (a) y "PERP" (b).

3.3. Diagramas de Kitagawa-Takahashi

La figura 5 muestra la predicción del comportamiento de vida a fatiga para R=0.1 de las orientaciones "PARA" y "PERP" según el modelo de Kitagawa-Takahashi. Para su construcción se han empleado los valores del factor de intensidad de tensiones umbral al 50% de ocurrencia, ΔK_{th} (tabla 4), y el límite de fatiga, $\Delta \sigma_{n}$, (Tabla 3) donde la envolvente en rojo y en azul recogen la desviación estándar para las orientaciones "PARA" y "PERP", respectivamente. Esta figura también incluye el modelo empírico de El Haddad, gobernado por la expresión:

$$\Delta K_{th} = \Delta \sigma_{Hd} \sqrt{\pi (a + l_0)} \tag{2}$$

siendo $\Delta \sigma_{Hd}$ la tensión aplicable predicha por el modelo y l_0 una longitud característica dependiente del material y calculada como:

$$l_0 = \left(\Delta K_{th} / \Delta \sigma_{fl}\right)^2 \pi^{-1} \tag{3}$$



Figura 5. Diagrama de Kitagawa-Takahashi de PA12 obtenido para R=0.1 para las orientaciones "PARA" y "PERP" (línea continua). Incluye el modelo de El Haddad (línea discontinua). Se ha utilizado el factor de intensidad de tensiones umbral con probabilidad del 50% de ocurrencia y las envolventes rojas y azules corresponden con las desviaciones estándar del límite de fatiga para las orientaciones "PARA" y "PERP", respectivamente.

En este diagrama, la zona de integridad del material se encuentra por debajo de los modelos y la zona de no integridad en la parte superior. Se puede apreciar cómo el modelo empírico de El Haddad aporta como resultado una predicción del comportamiento de grietas cortas más conservadora que la obtenida con el modelo de Kitagawa-Takahashi. A la orientación "PARA" se le atribuye un mejor comportamiento a fatiga debido a que se encuentra por encima de la orientación "PERP". El comportamiento de ambas orientaciones tiende a separarse en la zona de grietas microestructuralmente cortas y se agrupa en la zona de grietas largas. Esta mayor diferencia en la región de grietas microestructuralmente cortas entre ambas orientaciones, puede deberse a que los defectos generados durante el procesado son más determinantes en el caso de que la fuerza aplicada sea perpendicular a la orientación de las capas estratificadas [10, 11]. Este diagrama del PA12, en comparación con los obtenidos para metales, difieren en la región de grietas cortas. La longitud característica, l₀, para los metales está en el entorno a 0,1 mm [18]. En el caso de la PA12 objeto de estudio, esta región es muy amplia y la longitud característica es un orden de magnitud superior, situándose l_0 en 2.2 mm y 2.4 mm para las orientaciones paralela y perpendicular, respectivamente.

4. CONCLUSIONES

En este trabajo se ha estudiado el comportamiento a fatiga de la PA12 fabricada mediante Sinterizado Selectivo por Láser mediante el diagrama de Kitagawa-Takahashi, analizando el efecto de la orientación de las capas generadas durante el proceso de fabricación estratificado en relación a la dirección de aplicación de la fuerza.

Respecto a la caracterización a fatiga mediante la obtención de curvas S-N, la orientación paralela presenta un mayor límite a fatiga que la orientación.

Por otra parte, los ensayos de propagación de grietas por fatiga muestran un comportamiento similar para ambas orientaciones, encontrándose levemente por encima el comportamiento de la orientación paralela.

Estos resultados han permitido la obtención del diagrama de Kitagawa-Takahashi. La diferencia principal entre las orientaciones paralela y perpendicular se encuentra en la región de grietas microestructuralmente cortas, ya que los defectos de procesado debilitan de forma más acentuada la resistencia mecánica residual en la orientación perpendicular que en la paralela. Por el contrario, bajo la presencia de una grieta larga, el comportamiento a fatiga de las orientaciones paralela y perpendicular es bastante similar. Por último, la zona de grieta cortas de la PA12 es muy amplia en comparación con la de los metales con longitudes características un orden de magnitud superior.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer al *Ministerio de Economía y Competitividad* la financiación a través del proyecto DPI2016-80389-C2-1-R.

REFERENCIAS

- [1] TCT Magazine, [Online]. Available: www.tctmagazine.com/3D-printing-news/boeingfiles-patent-for-3d-printing-aircraft-parts/.
- [2] M. Molitch-Hou, "Volkswagen Autoeuropa 3D Prints Manufacturing Tools to Save Thousands of Euros," *engineering.com*, 22 Junio 2017.
- [3] "Additive Manufacturing Opportunities In Automotive," Smartechmarkets, 2018.
- [4] T. Stichel, T. Frick, T. Laumer, F. Tenner, T. Hausotte, M. Merklein and M. Schmidt, "A round robin study for selective laser sintering of polyamide 12: microstructural origin of the mechanical properties.," *Optics & Laser Technology*, no. 89, pp. 31-40, 2017.

- [5] B. V. Hooreweder and J. Kruth, "High cycle fatigue properties of selective laser sintered parts in polyamide 12," *CIRP Annals Manufacturing Technology*, vol. 63, pp. 241-244, 2014.
- [6] M. Faes, Y. Wang, P. Lava and D. Moens, "Variability, heterogeneity, and anisotropy in the quasi-static response of laser sintered PA12 components," *Strain*, vol. 53, no. 2, 2017.
- [7] M. D. Chapetti, "Fatigue propagation threshold of short cracks under constant amplitude loading," *International Journal of Fatigue*, no. 25, pp. 1319-1326, 2003.
- [8] D. Taylor, The Theory of Critical Distances. A new perspective in fracture mechanics, Oxford: Elsevier, 2008.
- [9] M. H. E. Haddad, K. Smith and T. H. Topper, "Fatigue Crack Propagation of Short Cracks," *Journal of Engineering Materials and Technology*, vol. 101, pp. 42-46, 1979.
- [10] A. Cano, A. Salazar and J. Rodríguez, "Effect of temperature on the fracture behavior of polyamide 12 and glass-filled polyamide 12 processed by selective laser sintering," *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 203, pp. 66-80, 2018.
- [11] A. Cano, A. Salazar and J. Rodríguez, "Propagación de grieta por fatiga en Poliamida 12 fabricada mediante Sinterizado Selectivo por Láser "SLS"," *Anales de Mecánica de la Fractura*, vol. 35, pp. 165-170, 2018.
- [12] ASTM Standards, ASTM D7791 Standard Test Method for Uniaxial Fatigue Properties of Plastics, 2012.
- [13] A. B. Martínez, A. Salazar, S. Illescas and J. Rodriguez, "Influence of the notch-sharpening technique on styrene-acrylonitrile," *Journal of Applie Polymer Science*, vol. 133, no. 43775, 2016.
- [14] ASTM Standards, ASTM E647-13: Standard test method for measurement of fatigue crack growth rates, 2013.
- [15] ASTM Standards, ASTM E468-04: Standard Practice for Presentation of Constant Amplitude Fatigue Test Results for Metallic Materials., 2004.
- [16] A. Martín-Meizoso, J. Martínez-Esnaola and J. G. Sevillano, "Cálculo del límite de fatiga mediante el método de máxima verosimilitud," *Anales de Mecánica de la Fractura*, vol. 2, no. 26, pp. 406-410, 2009.
- [17] R. J. Bucci, "Development of a Proposed ASTM Strandard Test Method for Near-Threshold Fatigue Crack Growth Rate Measurement," *Fatigue Crack* growth Measurement and Data Analysis. ASTM STP, no. 738, pp. 5-28, 1981.
- [18] P. Milella, Fatigue and Corrosion in metals, Italia: Springer-Verlag, 2013.

MODELADO DE LA INICIACIÓN Y CRECIMIENTO DE GRIETAS EN LAMINADOS DE MATERIALES COMPUESTOS UTILIZANDO UN ANÁLISIS SECUENCIAL LINEAL.

L. Moreno*, L. Távara, E. Correa.

Grupo de Elasticidad y Resistencia de Materiales. Escuela Técnica Superior de Ingeniería. Universidad de Sevilla. Camino de los Descubrimientos s/n, 41092. Sevilla-España *Persona de contacto: morcorlau@gmail.com

RESUMEN

A nivel micromecánico, uno de los mecanismos de fallo que presentan los laminados de materiales compuestos es el fallo de la matriz o entre fibras. Este mecanismo de fallo está asociado al despegue que aparece entre la fibra y la matriz cuando sometemos al laminado a cargas/desplazamientos transversales a la fibra. Cada despegue de fibra-matriz se genera por un proceso inestable que rara vez es medido por los métodos numéricos tradicionales por la fuerte inestabilidad que presenta. Por otra parte, estudios experimentales recientes han mostrado que a medida que el espesor de un laminado es más grueso, mayor es la probabilidad de defectos más grandes en el mismo. En base a ambas ideas, en este trabajo se presenta una herramienta numérica que implementa un análisis secuencial lineal utilizando Python y que permite predecir la iniciación y crecimiento del camino de grieta en laminados de materiales compuestos. Este algoritmo ha sido implementado en el código comercial de ABAQUS junto con el comportamiento de interfase que ha sido modelado en una subrutina UMAT que también ha sido añadida en ABAQUS. Los resultados obtenidos en los laminados testados conducen a pensar que el camino de grieta puede verse afectado por el número de fibras y la proximidad de las mismas. **PALABRAS CLAVE:** LEBIM, SLA, ABAQUS, composites.

ABSTRACT

At micromechanical level, one of the failure mechanisms that appear in composite laminate is associated with the matrix failure, also called inter-fibre failure. This failure mechanism is associated with the debonds that appear between the fibres and matrix when the laminate is subjected to transverse loads. Each fibre-matrix debond appears from an unstable process that is rarely measured by traditional numerical methods because of its strong instability. On the other hand, recent experimental studies have shown that the thicker a laminate the greater the probability of the presence of larger defects. Based on both ideas, this investigation presents a numerical tool that includes a Sequentially Linear Analysis (SLA) implemented using a Python script that allows to predict the initiation and growth of the potential crack path in composite laminate. This algorithm has been implemented in the commercial code ABAQUS, additionally, the behaviour of the interface has been modelled through a UMAT subroutine. The results obtained in the tested laminates show that the crack path may be affected both by the number of the fibers and the proximity between fibers.

KEYWORDS: LEBIM, SLA, ABAQUS, composites.

1.- INTRODUCCIÓN

El aumento del uso de materiales compuestos en diversos tipos de estructuras, principalmente en aquellas partes de la misma donde el peso es un factor importante, hace necesario una mayor comprensión y estudio de los mecanismos de fallo que presentan estos materiales [1,2]. La principal razón de la incertidumbre sobre el criterio de fallo está basada en la complejidad que presentan los materiales compuestos a nivel micromecánico, es decir, como aparece el fallo a dicho nivel, como evoluciona tras la aparición de las primeras grietas y como este va evolucionando posteriormente en la matriz [3, 4, 5, 6, 7]. Uno de los mecanismos de fallo a nivel micromecánico más estudiado que ocurre en laminados de material compuesto, es el denominado fallo de la matriz o entre fibras [8,9]. Este fallo aparece en los laminados en las direcciones transversales a la aplicación de la carga/desplazamiento, y estudios anteriores, indican que la iniciación del mismo podría estar vinculada al despegue entre la matriz y la fibra [10,11]. Sin embargo, diversos estudios experimentales indican que dicho fallo, además de estar asociado a las cargas/desplazamientos aplicados, está vinculado al espesor del laminado bajo estudio, indicando en algunos de ellos que existe una relación entre el orden de la carga aplicada y el espesor, así como, una mayor tendencia a la laminación antes que a la propagación de la grieta en los laminados más delgados [12, 13, 14].

Analizando ambas ideas, en este trabajo se pretende presentar una herramienta numérica desarrollada en Python, y que implementa un análisis lineal secuencial (SLA) para analizar el mecanismo de fallo. Esta herramienta permite predecir la iniciación y el crecimiento de despegues en dichos laminados.

Este estudio ha sido estructurado de la siguiente manera: en la Sección 2 se presenta la herramienta utilizada junto con el modelo de interfase propuesto. En la Sección 3 se detalla el modelo del laminado bajo estudio mientras que en la Sección 4 se presentan los resultados obtenidos en el mismo. Finalmente, en la Sección 5 se resumen las conclusiones de este trabajo.

2.- HERRAMIENTAS NUMÉRICAS.

2.1.- LEBIM + ABAQUS.

En este trabajo, la unión entre la fibra y la matriz, comúnmente denominada interfase, se ha modelado utilizando un Modelo de Interfase Elástica Lineal Frágil (LEBIM), el cual representa dicha unión como una distribución continua de muelles. Éste puede ser considerado un caso límite de los modelos cohesivos (CMZ) [15] y ya ha sido utilizado en recientes estudios para modelar el comportamiento de la interfase en materiales compuestos [16,17]. El comportamiento de la misma es incluido en una subrutina construida en Fortran y denominada UMAT [18] que a su vez está incluida en el código comercial ABAQUS [19].

La subrutina UMAT está diseñada para que trabaje en cada uno de los puntos de integración de la interfase indicándonos en el mismo dos posibles comportamientos, punto dañado o punto sin dañar, como se muestra en (1):

Punto de la Interfase sin dañar:
$$\begin{cases} \sigma(x) = k_n \varepsilon_n(x) \\ \tau(x) = k_t \varepsilon_t(x) \end{cases}$$
Punto de la Interfase dañado:
$$\begin{cases} \sigma(x) = k_n \langle \varepsilon_n \rangle_- \\ \tau(x) = 0 \end{cases}$$
(1)

siendo $\sigma(x)$ y $\tau(x)$, las tensiones normales y tangenciales asociadas a cada punto de la interfase respectivamente, mientras que ε_n y ε_t , son los deformaciones normales y tangenciales en puntos de la interfase y finalmente, k_n y k_t , están representado las rigideces normales y tangenciales.

Por otra parte, el criterio de fallo adoptado para cada punto de la interfase está basado en un criterio energético. En cada punto, se calcula la tasa de liberación de energía G (ERR = Energy Relase Rate) [16, 18, 20] utilizándose la siguiente ecuación (2):

$$G(x) = G_{I}(x) + G_{II}(x)$$
 (2)

y posteriormente, G es comparada con $G_c(\psi)$, definida como la tenacidad de fractura para cada punto de la interfase. En este estudio, se ha utilizado para su cálculo la propuesta por Hutchinson y Suo [21], representada en la ecuación (3):

$$\overline{G_c}(\psi) = 1 + \tan^2 \left[(1 - \lambda) \psi \right]$$
(3)

El punto de la interfase indicará daño siempre y cuando verifique la siguiente relación (4):

$$G(\mathbf{x}) \ge \overline{G_c}(\boldsymbol{\psi}) \tag{4}$$

2.2.- SLA + ABAQUS.

En los laminados de materiales compuestos a nivel micromecánico, el principal mecanismo de fallo que es estudiado es el denominado fallo entre fibras o fallo de la matriz. Este mecanismo de fallo presenta una gran inestabilidad en la unión entre la fibra y la matriz, la cual no es captada por los métodos numéricos tradicionales aportados en la librería de ABAQUS (i.e. Newton, Newton-Raphson, etc.). Una alternativa propuesta para captar dicha inestabilidad es el denominado análisis lineal secuencial (SLA) [22,23.24.25]. La principal ventaja de este método numérico es que permite obtener información en la zona de inestabilidad del problema bajo estudio (ejemplo: daño local, nodos dañados...etc.) y dicha información es muy importante cuando el camino de grieta está siendo estudiado [26], como se observa en la figura 1.



Figura 1: Representación de la tensión aplicada frente al desplazamiento normal. Línea azul: SLA+Abaqus. Línea Roja: Newton Raphson + Abaqus.

El SLA ha sido construido utilizando el lenguaje de programación de Python, el cual tiene la capacidad tanto de ejecutar ABAQUS para que ejecute el SLA como de realizar un postproceso de los resultados obtenidos por ABAQUS en cada paso de iteración.

Inicialmente cada elemento de la interfase, al igual que sus correspondientes puntos de integración, están sin dañar. En cada paso, el programa nos irá proporcionando: i) una solución elástica lineal que obtiene del planteamiento de un sistema de ecuaciones lineales. ii) un postproceso de los resultados que está obteniendo y que ayudarán a identificar los puntos más probables para fallar en función del criterio de fallo adoptado (apartado 2.1), iii) creación de archivos de textos donde va recogiendo las variables importantes para el usuario (tensión, deformación...etc.) de cada uno de los puntos dañados.

El algoritmo, en cada paso de la iteración, consigue ir identificando cada nuevo punto a fallar porque va utilizando un factor de carga definido en la ecuación (4):

$$Fm = Factor = \sqrt{\frac{\overline{G_c}}{G}}$$
(4)

consiguiendo una variación gradual de las cargas/desplazamientos impuestos en el modelo bajo estudio, Por otra parte, el algoritmo nos permite conocer el valor de la variable estudiada mediante la ecuación (5):

$$\Phi_{\rm m}({\rm x},{\rm F}_{\rm m}) = {\rm F}_{\rm m}\,\Delta_{\rm m}\phi({\rm x})\,\,{\rm para}\,\,{\rm F}_{\rm m} = 1,\ldots,M \qquad (5)$$

3.- MODELO DE LAMINADO.

En este trabajo, la geometría de los modelos construidos y analizados están basadas en estudios experimentales previos [14], incluyendo ligeras modificaciones en el mismos. Los laminados de materiales compuestos construidos en ABAQUS tienen una distribución de capas de 90°/0° siendo 90° la capa interior, que incluye una matriz donde se encuentran embebidas las fibras, mientras que la capa de 0° se modela como un material ortótropo homogéneo. Además, en lugar de utilizar la longitud completa, el modelo se ha construido utilizando condiciones de simetría tanto con respecto a los ejes XY-XZ, como se observa en la figura 2. Finalmente, los modelos han sido sometidos a un desplazamiento de valor unidad en el paso inicial en la cara lateral exterior en todos los puntos que componen la misma. Este valor se irá modificando a cada nueva iteración como ha sido ilustrado en el apartado 2.2.



Figura 2: a) Laminado de material compuesto bajo estudio. b) Matriz embebida de las fibras construida en ABAQUS.

La herramienta ha sido testada en tres modelos de laminados compuestos. En la lámina de 90°, la matriz y las fibras se han modelado como materiales isótropos dado su comportamiento en el plano. En el caso de la matriz, es una resina epoxi, cuyo módulo de elasticidad E = 2.79 GPa, su coeficiente Poisson, v = 0.33, y su longitud es 100 µm. En la tabla 1 están recogidas las diferencias entre ambos modelos.

Tabla 1. Diferencias en la matriz de los modelos.

Modelos	Altura (µm)	Mesh	Nº Fibras
1	95	148934	214
2	190	283662	493
3	285	326608	582

Respecto a las fibras están son de carbono, cuyo módulo de elasticidad es E = 15.032 GPa, su coeficiente de Poisson es v = 0.25273 y su radio es 2.60 µm. Cada fibra de cada uno de los modelos está compuesta por 1276 elementos.

En la tabla 2 están recogidas las propiedades de la interfase (LEBIM).

Tabla 2. Propiedades de la interfase (LEBIM)

$\sigma_{c}(MPa)$	90
$\overline{G_{IC}}$ (J/m ²)	2
λ	0.25
k _t / k _n	0.25
Espesor h (µm)	0.01
Nº elementos	88

Finalmente, las propiedades modeladas en las capas de 0° (material ortótropo) son las siguientes: $E_1 = 127.277$ GPa, $E_2 = 9.239$ GPa, $E_3 = 9.08$ GPa, $v_{12} = 0.302$, $v_{13} = 0.4 = v_{23}$, $G_{12} = 4.826$ GPa, $G_{13} = G_{23} = 3.92$. El modelo 1 tiene una altura de 190 µm y su número de elementos es 7000 mientras que el modelo 2 tiene una altura de 380 µm y su número de elementos es 14000 y el modelo 3 tiene una altura de 570 µm y el número de elementos es 21000.

4.- RESULTADOS.

Los resultados obtenidos muestran que el fallo de los laminados compuestos en las láminas de 90° es debido a la unión de despegues que tienden a formar un camino de grieta. Se puede observar, a nivel local, que estos despegues que aparecen en la unión fibra-matriz provocan tanto un inicio como un crecimiento de grieta inestable.

En la figura 3, se muestra la evolución del camino de grieta del modelo 1. En dicha figura, se detalla la evolución del laminado en los pasos 100 (200 puntos dañados), 500 (1000 puntos dañados) y 950 (1900 puntos dañados). Analizando, la evolución del mismo se observa que en los pasos iniciales, el modelo comienza con dos posibles caminos de grieta, pero a medida que avanza opta por elegir un camino de grieta que es el mostrado en la figura 3.

En la figura 4, se muestra la evolución del modelo 2. Para analizar la evolución del modelo se muestran los pasos 50 (100 puntos dañados), 450 (900 puntos dañados) y 850 (1700 puntos dañados). Inicialmente, se observa que el modelo intenta comenzar dos caminos de grieta. Si analizamos los pasos posteriores en este modelo se puede observar que, en este caso, se va llevando casi a la par el crecimiento de los dos caminos de grieta, ya que el modelo daña unos puntos de un camino y posteriormente rompe casi los mismos puntos en el otro camino.



Figura 3: Evolución del modelo 1.

En las gráficas de las figuras 5 y 6 se presenta un estudio de la tensión equivalente y de las deformaciones aplicadas en cada uno de los laminados de material compuesto versus los puntos dañados en cada uno de los pasos de carga. Fijándonos, en primer lugar, en la tensión equivalente que se muestra en la figura 5, se puede observar una evolución en forma de picos y valles, estando cada uno de ellos asociado al despegue de la unión fibra-matriz. Cada uno de los valles, desde un punto de vista físico, está asociado al crecimiento inestable del despegue. La tensión inicial que provoca el primer despegue para ambos laminados está en torno a 0.96 GPa, mientras que el rango de los picos está en torno 0.97-0.54 GPa para ambos laminados. Cabe destacar que los resultados de ambas gráficas muestran que la carga que produce el primer despegue, produce también los siguientes.



Figura 4: Evolución del modelo 2.

En la figura 6, se representa una evolución de la deformación del laminado frente a los puntos dañados. La deformación que presenta el primer despegue en ambos modelos está en torno a 2.2% y el rango de los picos está en torno a 2.2% - 1% para ambos modelos.



Figura 5. Carga equivalente aplicada en el laminado versus puntos dañados.



Figura 6. Deformación del laminado versus puntos dañados.

En lo que respecta al efecto escala comentado anteriormente, algunos resultados experimentales muestran que al disminuir el espesor de la lámina de 90° $(2t_{90})$ las deformaciones y cargas necesarias para producir el fallo transversal disminuyen. En la figura 7 se muestran las predicciones obtenidas con la presente herramienta para 3 espesores diferentes y dos combinaciones de propiedades de la interfase (manteniendo el resto de propiedades del sistema constantes).



Figura 7. Deformación crítica que provoca el fallo de la lámina a 90° [14] y predicciones obtenidas con la presente herramienta.

Los resultados mostrados en la figura 7 muestran, que, aunque el modelo micro mecánico es capaz de captar el camino de grieta producido no es capaz de reproducir el efecto escala obtenido experimentalmente asociado al aumento de la carga crítica cuando se disminuye el espesor de la lámina de 90°. Otros modelos que incluyen modelos cohesivos de fractura en la interfase llegan a conclusiones similares que las obtenidas en este trabajo [27] indicando que el efecto escala se debe a los diferentes valores que puede tomar la resistencia "insitu" de la interfase.

5.- CONCLUSIONES.

En este trabajo, se ha presentado una herramienta que predice el crecimiento y la propagación de despegues entre fibra y matriz en un laminado de material compuesto. Esta herramienta ha sido testada en tres modelos donde las diferencias entre ambos radican en los espesores de las láminas de 90° y 0°. La primera conclusión que se ha obtenido de este trabajo es que con independencia del espesor del laminado bajo estudio el valor inicial que provoca el primer despegue tanto para la tensión equivalente como para la deformación está en el mismo orden, aunque la evolución del camino de grieta es algo distinta en los distintos modelos, ya que, por las observaciones obtenidas parece que el modelo 2 está construyendo dos caminos de grieta a la misma vez. Por otra parte, se observa que en un laminado es importante el número de fibras que lo componen y la proximidad de las mismas. A mayor número de fibras más fácil le será encontrar una pareja fibra-matriz donde aparecerá el primer despegue e iniciar el camino de grieta y además mientras más fibras estén próximas al primer despegue, el modelo tenderá a romper todas las parejas de fibramatriz circundante antes de iniciar un nuevo camino de grieta.

AGRADECIMIENTOS.

Los autores desean agradecer la financiación de la Junta de Andalucía (Proyecto de Excelencia P12-TEP-1050), al Ministerio de Economía y Competitividad (Proyectos MAT2015-71036-P y MAT2015-71309-P) y al Ministerio de Educación, Cultura y Deportes (Proyectos MAT2016-80879-P).

REFERENCIAS

- Hinton, M. J., Kaddour, A. S. 2013. The background to part b of the second World-Wide failure exercise: evaluation of theories for predicting failure in polymer composite laminates under three-dimensional states of stress. J. Compos. Mater. 47, 643-652.
- [2] Hinton, M. J., Kaddour, A. S. Soden, P. D., 2004. Failure Criteria in Fibre Reinforced Polymer

Composites: The World-Wide Failure Exercise. Elsevier, Oxford.

- [3] Wang, A.S.D., 1984. Fracture mechanics of sublimate cracks in composite materials. Compos. Technol. Rev. 6 (2) 45-62.
- [4] Schultheisz, C.R., Waas, A.M., 1996, Compressive failure of composites, part i: testing and micromechanical theories. Progress in Aerospace Sciences 32(1), 1-42.
- [5] Landis, C.M., Beyerlein, I.J., McMeeking, R.M., 2000. Micromechanical simulation of the failure of fiber reinforced composites. Journal of the Mechanics and Physis of Solids 48 (3), 621-648.
- [6] París, F., Correa, E., Cañas, J., 2003. Micromechanical view of failure of the matrix in fibrous composite materials. Compos, Sci. Technol 63 (7), 1041-1052.
- [7] Tay, T.E., Liu, G., V.B.C., Sun, X. S., Pham, D.C., 2008. Progressive failure analysis of composites. Journal of Composite Materials 42 (18), 1921-1966.
- [8] F. París, E. Correa, V. Mantič. Kinking of transverse interface cracks between fibre and matrix. J Appl Mech (2007) 74:703-16.
- [9] Berthelot, J., 2003. Transverse cracking and delamination in cross-ply glass-fiber and carbon-fiber reinforced plastic laminates: static and fatigue loading. Appl. Mech. Rev. 56 (1), 111-147.
- [10] L. Asp, L. A. Berglund, R. Talreja. Effects of fiber and interphase on matrix-initiated transverse failure in polymer composites. Compos Sci Technol (1996) 56 (6): 657-65.
- [11] D.C. Foster, GP Tandon, M. Zoghi. Evaluation of failure behaviour. Exp Mech (2006) 46:217-43.
- [12] Parvizi, A., Bailey, J., 1978. On multiple transverse cracking in glass fibre-reinforced epoxy cross-ply laminates, J. Mater. Sci 13 (1), 195-201.
- [13] Boniface, L., Smith, P. A., Badder, M.G., 1997. Transverse ply cracking in cross-Ply CFRP laminates initiation or propagation controlled. J. Compos.
- [14] I.G. García, J. Justo, A. Simon, V. Mantič. Experimental study of the size effect on transverse cracking in cross-ply laminates and comparison with the main theoretical models. Mechanics of Materials 128 (2019) 24-37.
- [15] K. Park. G.H. Paulino, J.R.Roesler, A unified potential-based cohesive model of mixed-mode fracture. J. Mech. Phys. Solids. 57 (2009) 891-908.
- [16] L. Távara, V. Mantič, E. Graciani, F. París, BEM analysis of crack onset and propagation along fibermatrix interface under transverse tension using alinear elastic-brittle interface model, Eng. Anal. Bound. Elem. 35 (2011) 207-222.
- [17] V. Mantič, L. Távara, A. Blázquez, E. Graciani, F. París, Crack onset and grow that fibre-matrix interface under biaxial transverse loads using a linear elastic-brittle model. Int. J. Fract. 195 (2015) 15-38.

- [18] L. Távara, J. Reinoso, D. Castillo, V. Mantič, Mixed mode failure of interfaces estudied by the 2D linear elastic-brittle interface model: Macro and micromechanical finite-element applications in composites. The Journal of Adhesion, 94:8 (2018) 627-656.
- [19] Abaqus-Inc. Abaqus user manual, Version 6.14. Providence, RI, USA: Dasault Systems Simulia Corp. (2014)
- [20] V. Mantič, L. Távara, A. Blázques, E. Graciani and F. París. A linear elastic-brittle interface model: application for the onset and propagation of a fibrematris interface crack under biaxial transverse loads. Int J Fract (2015) 195:15-38.
- [21] J.W. Hutchinson, Z. Suo. Mixed mode cracking in layered materials. Adv Appl Mech (1992) 29: 305-312.
- [22] J. G. Rots, Sequentially linear continuum model for concrete fracture. In: Fracture Mechanics of Concrete Structures, Eds. De Borst et al (2001) Swets & Zeitlinger, Lisse.
- [23] J.G.Rots, S. Invernizzi, Regularized sequentially linear saw-tooth softening model. Int. J. Number. Anal. Meth. Geomech. 28 (2004) 148.154.
- [24] M.J. DeJong, M.A.N. Hendriks, J.G. Rots, Sequentially linear analysis of fracture under nonproportional loading. Engineering Fracture Mechanics 75 (2008) 5042-5056.
- [25] J. Eliás, Generalization of load-unload and forcerelease sequentially linear methods. International Journal of Damage Mechanics 24:2(2015) 108-124.
- [26] L. Távara, V. Mantič, Crack pahts formed by multiple debonds in LFRP composites, Mechanics Research Communications 84 (2017) 148-154.
- [27] A. Arterio, G. Catalanotti, A. R. Meiro, P. Linde, P.P. Camanho. Micro-mechanical analysis of the in situ effect in polymer composites laminates. Compos Struct (2014) 176:827-840.

FAILURE OF BUILDING BRICK UNDER DYNAMIC LOADING

A. Bragov, M. Grigoriev, D. Lamzin, S. Litvinchuk, A. Lomunov*

Research Institute of Mechanics, National Research Lobachevsky State University of Nizhny Novgorod. 23/6 Gagarin Ave., GSP-1000, Nizhny Novgorod, 603950, Russia * Persona de contacto: lomunov@mech.unn.ru

RESUMEN

En el informe se presentan los resultados del estudio piloto sobre la evaluación de la solidez de los ladrillos de construcción (silicato y cerámica) en condiciones de carga dinámica. En la actualidad hay una serie de publicaciones dedicadas al estudio del comportamiento dinámico de la mampostería a altas velocidades de deformación que se producen en las colisiones y explosiones. Sin embargo, los datos sobre las propiedades mecánicas de ladrillo, están prácticamente ausentes. Se utilizó el método SHPB clásico y su modificación: división dinámica (la llamada «prueba brasileña») para obtener las propiedades de resistencia de las muestras de prueba para dos tipos de estado de tensión de esfuerzo. Se construyeron diagramas dinámicos de deformación. Las propiedades mecánicas de los materiales probados se obtuvieron bajo diferentes condiciones de carga. El comportamiento de ambos tipos de ladrillos de construcción se caracteriza por un aumento en la resistencia al aumentar la tasa de tensión. Las dependencias de la resistencia frente a las deformación se graficaron. Se determinaron las dependencias de los coeficientes de endurecimiento dinámico a diferentes tasas de estrés. El comportamiento de dos tipos de ladrillos de construcción era similar y dependía de la tasa de estrés. Ambos tipos de ladrillos son materiales frágiles y de pequeña deformación. En una deformación de 0.3-0.5%, se observó que comenzaba el daño a las muestras, mientras que a una deformación de 2-3% la muestra falló por completo.

PALABRAS CLAVE: Ladrillos, Resistencia, Compresión, División, Fractura

ABSTRACT

The paper presents experimental results on strength properties of building bricks (silicate and ceramic) under dynamic loading conditions. Currently, there are a number of publications devoted to dynamic behavior of masonry at high strain rates, resulting from impact loading or explosion. However, the mechanical properties of bricks have not been investigated yet. The classical SHPB method and its modification - dynamic splitting (the so-called «Brazilian test») was used to obtain strength properties of the test specimens for two types of stress strain state. Dynamic deformation diagrams were constructed. The mechanical properties of tested materials were obtained under different loading conditions. The behavior of both types of building bricks is characterized by an increase in strength with increasing stress rate. The dependences of strength versus strain were plotted. The dependences of the dynamic hardening coefficients at different stress rates were determined. The behavior of two types of building bricks was similar and depended on the stress rate. Both types of bricks are fragile and exhibit low deformation rate. At a deformation of 0.3-0.5% the damage to the specimens was seen to start, while at a deformation of 2-3% the specimen completely failed.

KEYWORDS: Bricks, Strength, Compression, Splitting, Fracture

INTRODUCTION

The behavior of brick masonry subjected to intensive short-term loads is of great interest nowadays. This is to solve a number of complex problems, including the analysis of the behavior of masonry subjected to impact waves resulting from technological accidents. In most cases, numerical modeling [1,2,3] is used to evaluate the strength properties of structures made of piecewise homogeneous materials having a regular structure (masonry) under pulse loads. Numerical methods used to obtain a reliable solution require detailed studies of the dynamic properties of brick and cement mortar both separately and as a part of a masonry under nonstationary loads.

It is known that the dynamic properties of structurally inhomogeneous materials may differ greatly from the data obtained in static tests. The mechanical properties of various types of bricks at low strain rates are well studied. The dynamic properties of bricks have not been fully studied yet. [4,5].

The work investigates static and dynamic strength properties of silicate and ceramic bricks, which are widely used for the construction of protective, enclosing and supporting structures of various buildings. The influence of stress-strain state on deformation diagrams, as well as the effect of the loading rate on strength properties of bricks, was analyzed.

EXPERIMENTAL METHODS

The static tests were conducted using ZDTE-30 machine, which is equipped with a modern high-duty recording system based on National Instruments PXI-1042 industrial computer and 8-channel SCXI-1520 tensor-station. Several channels for taking data from sensors make it possible to register the data on loading and displacement both directly or indirectly using the testing machine and digitally using NI equipment. Virtual devices have been developed for data recording and filing in LabVIEW graphical programming environment. During the tests the data display on the monitor both in graphical and digital form including a machine diagram, as well as the data from each channel transmitted from the corresponding sensors.

The mechanical properties of bricks at high strain rates were investigated using the most developed and well-founded method for dynamic tests based on quasi-static assumptions the Kolsky method [6] with a split-Hopkinson pressure bar (SHPB). This method allows us to study the dynamic properties of materials in the strain rate range of 10^2 - 10^4 s⁻¹.

The setup that implements the Kolsky method is shown in Fig. 1. The setup includes a gas gun and a split Hopkinson pressure bar with a diameter of 20 mm [2-3].

The SHPB system was loaded by a compact gas gun of the original design. The striker, accelerated in the gun barrel, excites an elastic one-dimensional compression wave $\varepsilon^{l}(t)$ in a bar. The shape, amplitude and duration of the wave are set by the length, material and striker velocity. The pulse control makes it possible to assess the identity of the loading conditions of the tested specimen (to reveal the variety of properties) or to reveal the influence of a loading parameter on dynamic behavior of tested material. This wave propagates along the bar at the sound velocity C and reaches the specimen that undergoes elastic- plastic deformation. Herewith, one part of the wave is reflected from the specimen back as the tensile wave $\varepsilon^{R}(t)$, the other part passes through the specimen into the supporting bar as the compression wave $\varepsilon^{T}(t)$.



Figure 1. Setup scheme for investigation of the dynamic properties of bricks

The mathematical model of SHPB is a system of three bars: two infinitely strong and infinitely long thin bars and a deformable short specimen between them. It is assumed that when the waves propagate along the bar, the dispersion effects are small, and the distribution of the strain profile within cross section of the bar is uniform. The main premise of the Kolsky method is that, due to the small length of the specimen as compared to the length of a loading pulse, a uniaxial stress state with a uniform stress strain distribution along the specimen length is realized. Thus, despite the high stress-strain rate of the specimen, the test can be regarded as quasi-static. Elastic strain pulses $\varepsilon^{R}(t)$ и $\varepsilon^{T}(t)$ are registered in measuring bars using strain gauges. Technical stress σ_{s} , strain ε_{s} and strain rates $\dot{\varepsilon}_{s}$ can be determine in the specimen as a function of time using formulas (1), proposed by Kolsky [6]:

$$\sigma_{s}(t) = \frac{EA}{A_{s}^{0}} \varepsilon^{T}(t), \quad \varepsilon_{s}(t) = -\frac{2C}{L_{0}} \int_{0}^{t} \varepsilon^{R}(t) \cdot dt,$$
$$\dot{\varepsilon}_{s}(t) = -\frac{2C}{L_{0}} \cdot \varepsilon^{R}(t), \quad (1)$$

where E, A, C are Young's modulus, the cross-sectional area of a bar and sound velocity in a bar, respectively, A_S^0 , L_0 are the initial cross-sectional area of the specimen and its initial length, respectively.

The obtained dependences are time-independent, and deformation diagram $\sigma_s \sim \varepsilon_s$ and strain rate history $\dot{\varepsilon}_s \sim \varepsilon_s$ are constructed.

The dynamic splitting method (the so-called «Brazilian test») [8] was used to obtain the tensile strength properties of the brick. In conventional compression tests a cylindrical specimen is loaded along the longitudinal axis. In splitting tests a cylindrical specimen is rotated by 90^{0} relative to the transverse axis, and the load is applied along the median plane of the specimen. This type of test was originally proposed by F.Carneiro [9] and Akazawa [10] to determine the quasi-static tensile strength of concrete. Also for this type of testing there are standards [11,12] for quasi-static testing of rocks and concrete.

Fig. 2 presents the scheme of dynamic splitting method, a modification of the Kolsky technique. This technique involves the use of either a cylindrical specimen in the form of a tablet (Fig.2a) or a rectangular one (Fig.2b)



Figure2. The scheme of dynamic splitting test («Brazilian test»)

The reflected and transmitted through the specimen pulses are recorded as in the traditional Kolsky method. Fig.2 presents formulas that are used to define the tensile stress according to the configuration of the specimens. The above equations make it possible to determine the tensile strength of the material based on the maximum registered force P_{max} and on the specimen geometry. It should be remembered that the specimen is in a two-axis stress state at which a compressive stress is greater than the tensile stress.

To reduce the localization of the load between the specimen and the ends of the measuring bars, it is possible to place damping strips (thin cardboard, copper or aluminum foil).

Signals from strain gauges are recorded by National Instruments PXI-5112 oscillographic digitizer (100 MHz), combined with a high-performance NI PXI-8186 controller. External control of digital oscillographic card is carried out through the user interface implemented by using LabView platform. An electric calibration is used to determine the scaling coefficient for converting the oscillogram coordinate points s into the strain units. This is achieved by connecting scale resistors of a known value to strain gages.

A set of measuring bars made of aluminum alloy with a diameter of 20 mm and a length of 1.5 m each was used for testing.

TESTED MATERIALS AND SPECIMENS

To study the dynamic properties of brick under compression and splitting, specimens in the form of short cylinders were cut out of standard bricks (ceramic and silicate) using a diamond cutting tool. For this, a standard brick was cut out into plates with a thickness of 10 mm. Then the specimens with a diameter of 18 mm were cut out from the plates using a diamond core, which were tested both under compression and splitting (Fig. 3a). For static tests for compression and splitting, the specimens were made in the form of cubes with edge size of 30 mm (Fig. 3b).



Figure3. Brick specimens for dynamic (a) and static (b) tests

RESULTS OF THE TESTS

Static and dynamic tests of two types of bricks for compression and splitting have been conducted. The change in strain rate in dynamic tests was achieved through different amplitudes of the loading wave, i.e. by the alteration of the striker velocity at SHPB loading. Static tests for compression were carried out at a strain rate of 10^{-3} c⁻¹. The deformation diagrams were obtained

at a strain rate of $10^{-3}c^{-1}$. The average moduli of the loading branch and the limit (failing) stresses are determined from these curves. The results obtained are summarized in Table 1.

 Table 1. The results of static tests of the brick under compression

Type of brick	Ultimate stress, MPa	Modulus of a loading branch, MPa
Ceramic	16.4	863
Silicate	26.8	1920

According to the results of static tests for compression, the grade of ceramic brick can be evaluated as M150, while for silicate brick it is M250.

Fig.4. presents static and dynamic diagrams with different strain rates under compression of ceramic brick specimens. The solid lines in the figure show the dynamic curves $\sigma \sim \epsilon$. The dotted lines at the lower part of the figure show the dependences for the change in the strain rate of the specimen $\dot{\epsilon} \sim \epsilon$. The corresponding axis is on the right.



Figure 4. Static and dynamic diagrams of ceramic brick under compression

Fig. 4 shows that the strain rate affects both the strength properties of the brick and the modulus of the loading branch of the deformation diagram. The stress of 15MPa under conditions of static loading leads to failure of the material. Under high-speed loading, the stress amplitude is determined by the value of the loading rate (strain rate). Herein, the effect of overloading is due to the fact that the rate of crack formation and propagation is less than the velocity of the loading wave propagation, which is directly proportional to its amplitude, i.e. velocity of the striker. Deformation of 1-1,5% leads to failure of the material.

The deformation diagrams of ceramic brick for different strain rates exhibit similar behavior. At the initial stage of loading, it is practically a straight line, the angle of inclination remains practically unchangeable. At deformation of 1%, a stress "tooth" appears on the diagram, whose magnitude is determined by the obtained strain rate. Further, the stresses increase again due to the increasing pores pressure, as well as to a overconsolidation of the material structure. The friction the boundaries "measuring bars-specimen" on undoubtedly affects the diagram. Complete failure occurs when the deformation reaches 2-3%. The maximum value of deformation depends on the constraint of the deformation conditions of the specimen.

Similar testing results of a silicate brick are presented in Fig.5. Deformation of the silicate brick is similar to the deformation t of the ceramic brick. The only difference is that when the stresses reach their maximum value, the failure process of the material begins without subsequent overconsolidation. This may be due to the fact that silicate brick consists of 90% of sand and 10% of a binder, respectively. Thus, silicate bricks have less possibilities for overconsolidation of their structure than ceramic bricks.



Figure 5. Static and dynamic diagrams of silicate brick under compression

The ultimate stresses leading to the onset of failure, taking into account the overloading effect, for silicate bricks are \sim 30 MPa at a strain rate of 600 s⁻¹ and 45 MPa at a strain rate of 900 s⁻¹. Failure starts at deformation of 0.5–0.6%, but at deformation of 1.5–2% the specimen exhibits complete failure. This value depends on the constraint of the specimen deformation.

To study the tensile strength of bricks, static and dynamic splitting tests were performed. Since it is impossible to accurately determine the deformation of the specimen, the diagrams of stress development versus time are given. Fig. 6 presents an example of the curves obtained at splitting.



Figure6. The strength of silicate and ceramic bricks at splitting

The results of dynamic tests of silicate and ceramic bricks are given in Table 2.

Table 2.	The	results of	^c dynamic	tests o	f bricks	under	compression
----------	-----	------------	----------------------	---------	----------	-------	-------------

Types of bricks	Ultimate stress, MPa	Modulus of a loading branch, GPa	Strain rate, s ⁻¹
Ceramic	25 ÷ 45	5 ÷ 12	500 ÷ 1500
Silicate	$30 \div 60$	$5 \div 8$	500 ÷ 1000



Figure 7. Effect of the strain rate on strength properties of ceramic brick under compression (a) and at splitting (b)



Figure8. Effect of the strain rate on strength properties of silicate brick under copression (a) and at splitting (b)

Figs. 7 and 8 shows the dependence of the relative strength properties of ceramic and silicate bricks (dynamic increase factor) on the strain rate under compression and on the stress rate growth at splitting. It can be noted that practically there is no change in strength properties of the brick up to the strain rates of $\sim 10^2$ s⁻¹ and up to stress rates of ~ 15 GPa/s at splitting.

The obtained results show that silicate brick exhibits higher dynamic strength properties than ceramic brick, as well as higher strength and modulus of loading branch. This is explained by the fact that silicate brick is made of sand, mainly consisting of silicon oxide, bonded by calcium hydrosilicate, exceeding the strength of burnt alumina, which consists of oxides of aluminum and iron. In addition, silicate bricks have less degree of porosity than ceramic bricks. However, it should be noted that the strength of the ceramic bricks is highly dependent on the manufacturing technology and compliance with the technical conditions and may be higher than the strength of the ceramic brick under study.

CONCLUSIONS

- Static and dynamic tests under compression and splitting of silicate and ceramic bricks were conducted.
- Both types of bricks are fragile materials with low degree of deformation. The failure of the specimens starts at a deformation of 0.3–0.5%, while the deformation of 2–3% leads to full failure of the specimen completely.
- The dynamic coefficient for stretching (splitting) is about one and a half times higher than under compression for both types of bricks.

ACKNOWLEDGEMENTS

The research was financed by a grant from Russian Science Foundation (Project No17-79-20161)

REFERENCES

- M. Larcher, M. Peroni, G. Solomos, N. Gebbeken, P. Bieber, J.Wanddl, N.T. Tran, Dynamic Increase Factor of Masonry Materials: Experimental Investigations. 15th International Symposium on Interaction of the Effects of Munitions with Structures, Potsdam. Germany, 2013.
- 2. S.P. Narayanan, M. Sirajuddin, Properties of Brick Masonry for FE modeling. American Journal of Engineering Research, (2013) 1: 6-11.
- T.C. Nwofor, Experimental determination of the mechanical properties of clay brick masonry. Canadian Journal on Environmental, Construction and Civil Engineering, (2012) 3(3): 127-145.

- 4. H. Hao, B. Tarasov, Experimental study of dynamic material properties of clay brick and mortar at different strain rates. Aust. J. Struct. Eng, (2008) 8: 117-132.
- J.M. Pereira, A. Dias, P.B. Lourenço, Dynamic properties of clay brick at different strain rates. Proc. 12th Canadian Masonry Symposium Vancouver, British Columbia, June 2-5, 2013.
- H. Kolsky, An investigation of the mechanical properties of materials at very high rates of loading. Proc. Phys. Soc. London, (1949) B62: 676-700.
- A.M. Bragov, A.K. Lomunov, Methodological aspects of studying dynamic material properties using the Kolsky method. Int. J. Impact Eng. (1995) 16: 321-330.
- 8. T. Rodriguez, C. Navarro, V. Sanchez-Galvez, Splitting tests: an alternative to determine the dynamic tensile strength of ceramic materials. Journal de Physique IV. (1994) C8: 101-106.
- 9. F. Carneiro, A new method to determine the tensile strength of concrete. In: Proceedings of the 5th Meeting of the Brazilian Association for Technical Rules (1943).
- T. Akazawa, New test method for evaluating internal stress due to compression of concrete: the splitting tension test. J Japan Soc. Civil Eng. (1943) 29: 777–787.
- 11. ASTM D3967-08. Standard test method for splitting tensile strength of intact rock core specimens. ASTM International, West Conshohocken, PA 2008..
- 12. ASTM C 496/C 496M–04. Standard Test Method for Splitting Tensile Strength of Cylindrical Concrete Specimens. ASTM International, West Conshohocken, PA 2004..

Implementación 3D de un modelo de interfase y del algoritmo de solución SLA en Abaqus. Aplicación a materiales compuestos

Moreno, Sara¹; Távara, Luis¹; Mantič, Vladislav¹ ¹ Grupo de Elasticidad y Resistencia de Materiales. Escuela Técnica Superior de Ingeniería. Universidad de Sevilla. Camino de los Descubrimientos s/n, 41092. Sevilla-España * Persona de contacto: ltavara@us.es

RESUMEN

El creciente uso de los materiales compuestos en la actualidad hace que sea necesario un estudio más profundo de su comportamiento ante el daño. En este trabajo, se busca obtener un modelo numérico capaz de modelar la inicialización y propagación de grietas de interfase, con aplicación a un modelo 3D de un conjunto fibra – matriz de un material compuesto sometido a cargas transversales. El fin es conseguir que el modelo numérico sea capaz de reproducir los resultados obtenidos experimentalmente por otros autores. El modelo se basa en una fibra de vidrio inmersa en una matriz epoxi. Para modelar la interfase se ha implementado el Modelo de Interfase Elástica Lineal Frágil (LEBIM), que considera la interfase como una distribución continua de muelles. Para ello se ha usado el código de elementos finitos Abaqus, a través de una subrutina de usuario UMAT. Además, debido a las fuertes inestabilidades que incluye este problema se ha implementado también en un script en Python el algoritmo de solución "análisis lineal secuencial" (SLA). Este algoritmo es capaz obtener soluciones que los métodos tradicionales de resolución no son capaces de obtener.

PALABRAS CLAVE: LEBIM, SLA, Abaqus, composites.

ABSTRACT

Currently, the increasing use of the composite materials requires a deeper study of their damage behavior. In this investigation, a numerical algorithm able to model the onset and growth of an interface crack is presented. It is applied to a 3D model of a composite fibre-matrix system subjected to transverse loads. The aim is to achieve that the numerical model reproduces experimental results obtained by other authors. The model includes a glass fiber embedded in an epoxy matrix. The interface is modelled using the Linear Elastic Brittle Interface Model (LEBIM), that represents the interface behaviour by a continuous spring distribution. The model is implemented in the finite element code Abaqus by means of a user subroutine UMAT. Additionally, due to the unstable character of the problem, a solving algorithm called Sequentially Linear Analysis (SLA) is implemented using a Python script. SLA allows to obtain solutions when traditional methods present convergence issues.

KEYWORDS: LEBIM, SLA, Abaqus, composites.

1. INTRODUCCIÓN

El aumento del uso de materiales compuestos en diferentes industrias en los últimos años hace necesario estudiar su comportamiento a fractura. La mayoría de los métodos basados en la mecánica de fractura elástica lineal son útiles para modelar la propagación de la grieta, pero no la iniciación de la misma.

Por este motivo, en los últimos años se han desarrollado otros modelos que sí permitan estudiar la iniciación de la grieta, como son los Modelos de la Zona Cohesiva (CZM) [1, 2]. La novedad que introdujo este modelo es que partía de la hipótesis de la existencia de una zona cohesiva delante del vértice de la grieta, donde, estando el material parcialmente dañado, las tensiones en la zona cohesiva son diferentes de cero.

El Modelo de Interfase Elástica Lineal Frágil (LEBIM) es otro modelo desarrollado en el Grupo de Elasticidad y Resistencia de Materiales (GERM) de la Universidad de Sevilla para modelar el comportamiento de la interfase [3,4,5,6]. Este modelo se ha usado satisfactoriamente en adhesivos de pequeño espesor [7,8]

Recientemente, el LEBIM se ha implementado en el código comercial ABAQUS usando una subrutina de usuario UMAT [9], debido a que este comportamiento no está en su librería de materiales.

ABAQUS cuenta con diferentes algoritmos para resolver problemas no lineales: Newton-Raphson, Newton-Raphson con factor de amortiguamiento ficticio ("automatic-stabilization" en Abaqus) y el algoritmo de Arc-length de Riks modificado [10].

Investigaciones previas muestran que la iniciación de grieta en la interfase puede presentar un comportamiento altamente inestable, que los algoritmos tradicionales no son capaces de modelar. En este proyecto, se usará el algoritmo "Sequentially Linear Analysis" (SLA), aplicado al LEBIM [3] que permite obtener la solución aun produciéndose fuertes inestabilidades.

El modelo a estudiar incluye una fibra de vidrio inmersa en una matriz epoxi (3D). El objetivo del trabajo es el modelado del inicio y la propagación de la grieta, buscando que el modelo sea semejante a lo obtenido experimentalmente [11].

2. MODELO DE INTERFASE ELÁSTICA LINEAL FRÁGIL (LEBIM)

Se trata de un modelo usado para el inicio y la propagación de grietas de interfase, en el que el comportamiento de la interfase se modela como una distribución de muelles elásticos lineales con parámetros de rigidez adecuados. Este modelo inicialmente se usó para estudiar el comportamiento de adhesivos de pequeño espesor [7,8] y se ha extrapolado para el analizar el comportamiento de interfases fibra-matriz [3,5,6]. El presente modelo en 3D es una extensión del modelo 2D desarrollado en [9].

2.1. Ley constitutiva de la distribución de muelles

En primer lugar, se definen las propiedades de los muelles que modelan la interfase. Para el modelo en 3D solo se va a tener en cuenta las acciones interlaminares [12]



Figura 1: LEBIM en la interfase de dos sólidos [9]

Para los estados sin daños en cualquier punto material x, la ley que rige las relaciones tensión-deformación en la interfase viene dada por la siguiente expresión:

$$\sigma(x) = k_n \varepsilon_n(x)$$

$$\tau_1(x) = k_{t1} \varepsilon_{t1}(x) \quad para \ G(x) < G_C(\psi(x)) \quad (1)$$

$$\tau_2(x) = k_{t2} \varepsilon_{t2}(x)$$

Cabe destacar que la energía de fractura G_C es función del ángulo de mixticidad del modo de fractura ψ en el punto x de la interfase, por lo que se podrían obtener diferentes valores de esta variable crítica dependiendo de la posición del punto de la interfase.

Este modelo solo identifica estados no dañados y completamente dañados, sin etapas intermedias. De esta manera, cuando la interfase está completamente dañada se rige por la siguiente ecuación:

$$\sigma(x) = \begin{cases} 0 & \text{para } \varepsilon \ge 0 \\ k_n \varepsilon_n(x) & \text{para } \varepsilon < 0 \end{cases}$$

$$\tau_1(x) = 0 \qquad (2)$$

$$\tau_2(x) = 0$$

El comportamiento de los muelles se describe de la siguiente manera: cuando el índice de liberación de energía G de uno de los muelles alcanza su energía de fractura, las rigideces tangenciales del muelle pasan a ser cero, por tanto, el valor de la tensión tangencial también.

En el caso de la tensión normal, si el muelle trabaja a tracción, su comportamiento es igual al de las tensiones tangenciales. Sin embargo, cuando se somete a compresión. el muelle va a seguir teniendo su rigidez normal original (contacto elástico sin rozamiento). El uso de esta condición de contacto está basado en la idea de que, una vez rota la interfase, parece razonable pensar que esta se puede comprimir con la misma rigidez en la dirección normal que antes de la rotura.



Figura 2: (a) Comportamiento Modo 1 (normal) y comportamiento Modo 2 (tangencial 1) de la interfase según el modelo LEBIM (derecha e izquierda respectivamente) cuando no se encuentra dañada. (b) Comportamiento en modo mixto en 2D. [12]

2.1. Criterios de fallo

El criterio de fallo está basado en el índice de liberación de energía (Energy Relase Rate - ERR). Se define en términos del índice de liberación de energía G y de la energía de fractura G_c . Un punto de la interfase, no

necesariamente un punto del fondo de grieta, se fractura cuando *G* alcanza la energía de fractura, la cual depende del ángulo de mixticidad del modo de fractura,

$$G = G_C(\psi) \tag{3}$$

Para una grieta en modo mixto de fractura en una interfase elástica lineal, G se divide en tres componentes cada una asociada a un modo de fractura

$$G(x) = G_I(x) + G_{II}(x) + G_{III}(x)$$
(4)

En pruebas realizadas de la energía de fractura para el modo I y el modo II y eventualmente el modo mixto I y II, se obtiene que la energía de fractura no es constante, sino que cambia significativamente dependiendo de la relación de modo mixto [13]. A continuación, se describen algunos criterios de fallo.

2.1.1. Ley Potencial

Fue uno de los primeros criterios que se desarrollaron para determinar la fractura, se basa en comparar la componente del ERR con la energía de fractura en modo puro asociado,

$$\left(\frac{G_{I}}{G_{IC}}\right)^{\alpha} + \left(\frac{G_{II}}{G_{IIC}}\right)^{\beta} + \left(\frac{G_{III}}{G_{IIIC}}\right)^{\chi} \ge 1$$
(5)

Se va a suponer $G_{IIC} = G_{IIIC}$ y $\chi = \beta$

Ya en el modelo 2D este criterio presentaba problemas para que los datos coincidiesen en la zona de modo I, deficiencia que no ha mejorado al introducir el modo III. Al igualar $\chi = \beta$, buscando ajustar la curva, se crea un contorno crítico de fractura inesperado, produciendo predicciones de delaminación inesperadas [14].

2.1.2. Criterio Benzeggagh-Kenane (B-K)

Se trata de un criterio muy usado en 2D, debido a que se ajusta muy bien. Sin embargo, al extrapolarlo al 3D de una forma directa se llega a que los valores de energía de fractura en modo mixto pueden ser más bajos que los valores puros. Por tanto, se usará la siguiente generalización de este criterio propuesta en [14]:

$$\frac{G}{G_{IC} + \left((G_{IIC} - G_{IC}) \left(\frac{G_{II}}{G} \right) + (G_{IIIC} - G_{IC}) \left(\frac{G_{III}}{G} \right) \right) \left(\frac{G_{III} + G_{III}}{G} \right)^{\eta - 1}} \ge 1 \quad (6)$$

Se supone una relación de linealidad entre los modos I y II y entre los modos I y III según [14].

2.1.3. Criterio GERM

Tomando como referencia el criterio desarrollado por Banks-Sills [15], enfocándose en que la interpenetración y la zona de ella es pequeña, se define la energía de fractura total como:

$$G_c = G_{IC}(1 + tg^2[1 - \lambda_1]\psi)(1 + tg^21 - \lambda_2]\phi)$$
(7)

Donde:

$$tg \psi = \sqrt{\xi_1^{-1}} tg \psi_\sigma$$
$$\xi_1 = \frac{k_{t1}}{k_n} \quad \psi_\sigma = \frac{\tau_1}{\sigma}$$
$$tg \phi = \sqrt{\xi_2^{-1}} tg \phi_\sigma$$
$$\xi_2 = \frac{k_{t2}}{k_n} \quad \phi_\sigma = \frac{\tau_2}{\sigma}$$

En este criterio ya se tiene en cuenta que la energía de fractura de la interfase es función de los dos ángulos de mixticidad de modos de fractura.

3. SUBRUTINA UMAT

El comportamiento descrito anteriormente se ha implementado gracias a la subrutina UMAT. Con ella, se puede implementar cualquier modelo de comportamiento que se desee y que no esté incluido en la librería de materiales de ABAQUS.

La subrutina se encarga de definir el comportamiento mecánico del material. Se ha modificado una UMAT en 2D [9] para adaptarla a los modelos 3D [16]. La subrutina se ejecuta en cada punto de integración para cada iteración.



Figura 3: Esquema del funcionamiento de la subrutina UMAT

En cada iteración ABAQUS pasa a la subrutina las deformaciones al comienzo de la iteración y los incrementos de deformaciones previstos. Con estos datos, la subrutina devuelve a ABAQUS la matriz jacobiana y las tensiones actualizadas.

Para un mayor entendimiento del funcionamiento de la subrutina UMAT ver [9,16].

4. SEQUENTIALLY LINEAR ANALYSIS

Debido a que los modelos de iniciación de grietas en la interfase presentan fuertes inestabilidades, se desarrolló el algoritmo de resolución llamado "Sequentially Linear Analysis" (SLA) [17].

Mediante la programación en Python [18] se pretende usar las soluciones elásticas que proporciona el programa ABAQUS e implementar el SLA. El uso de Python nos permite ejecutar diferentes comandos en las etapas de pre-proceso, solución y post-proceso, es decir, nos permite tener un control casi completo de ABAQUS mediante comandos. El algoritmo funciona con dos scripts: el primero de los scripts, llamado "main.py", es la columna vertebral del código SLA, donde se aloja el bucle y se encarga de realizar las llamadas a los diferentes programas. El segundo, es el "readODB.py", encargado del postproceso de los datos de interés del archivo ODB.

4.1. Funcionamiento

Para saber el funcionamiento del código SLA se puede considerar como una caja, en la que entran tres archivos: el modelo a solucionar (.inp), el modelo de fractura implementado (.for) y un archivo txt para elegir el número de iteraciones a resolver, puntos de integración, la frecuencia de guardado de los ficheros .odb y los nombres de ficheros que son necesarios en el código (nombre fichero UMAT y INP).

Se obtiene "n" archivos .odb y dos archivos .txt, uno de ellos recoge la evolución de la rotura (información de los puntos de integración con factores máximos de cada iteración) y otro almacena los datos de reacción desplazamiento y factor para después realizar la gráfica fuerza-desplazamiento.



Figura 4 Código SLA. Entrada y salida de ficheros

Para un mayor entendimiento del funcionamiento del algoritmo ver [17].

5. MODELO UNIFIBRA EN MATRIZ INFINITA

Se estudiará el problema sobre el despegue y el crecimiento de una grieta en 3D en la interfase fibra y matriz de una fibra inmersa en una matriz. Se considera que la matriz del modelo es infinita, es decir, que tiene unas dimensiones mucho mayores a las de la fibra.

Lo que se quiere comprobar es, mediante el cálculo con elementos finitos (usando para ello Abaqus [19]), obtener resultados similares a los resultados experimentales presentados en [11].

5.1. Precedentes

Sorensen y colaboradores presentaron en [11] el despegue y crecimiento de una grieta en 3D de la interfase cuando está sometida a cargas transversales. Para ello usó una máquina de rayos X (in situ).

Con los resultados obtenidos se puede observar cómo se produce el despegue y el crecimiento de la grieta. En un principio, el inicio de la grieta se va a producir en el plano XY (2D) (como se puede apreciar en la figura 5), cuando se aumenta la carga, la grieta empezará a crecer a lo largo de la fibra, apreciándose una forma de cuello de botella durante el inicio y propagación de la grieta.



Figura 5 Iniciación de la grieta en la interfase [11]



Figura 6 Propagación de la grieta en el plano Z [11]

5.2. Resultados

Inicialmente se planteó realizar un modelo que incluya la fibra completa inmersa en la matriz. Sin embargo, debido a las deficiencias que presentaba el modelo de fibra completo, se ha diseñado un modelo buscando hacer más fina la malla y disminuir el tamaño del archivo .inp para que su análisis sea más rápido. De esta manera, el diseño es un cuarto del modelo usado por Sorensen y otros [11] que incluye condiciones de contorno de simetría. En la figura 7 se puede observar el diseño usado. En él se puede apreciar las 5 "parts" en las que dividimos el modelo, y que cada una de ellas tiene un mallado diferente, aunque todas ellas tienen 25 nodos a lo largo de la fibra. Los elementos usados en el modelo son de integración completa.

Se han resuelto 1000 iteraciones, en cada iteración se eliminan 4 puntos de integración (cada elemento tiene 8 puntos de integración). Las figuras 7, 8 y 9, muestran los resultados obtenidos de la variable de daño (rojo dañado, azul sin daño) para los diferentes criterios de fallo estudiados.



Figura 7 Criterio Potencial



Figura 8 Criterio B-K



Figura 9 Criterio GERM

Se observa que tanto el criterio de rotura potencial como el de BK dan resultados que no son compatibles con lo mostrado experimentalmente. Sin embargo, el criterio de fallo desarrollado por el GERM sí permite obtener una solución que se asemeja a los resultados obtenidos por Sorensen y otros [11].

En él, podemos apreciar que se ha producido en un primer lugar un crecimiento de la rotura en el arco de la interfase y que luego se ha propagado a lo largo de su longitud en el eje Z.



Figura 10 Criterio GERM 4 puntos de integración, 40 iteraciones



Figura 11 Criterio GERM 4 puntos de integración, 100 iteraciones



Figura 12 Criterio GERM 4 puntos de integración, 300 iteraciones

En las figuras 10, 11 y 12 se observa el inicio y la propagación del despegue para el criterio de fallo desarrollado por el GERM.

6. CONCLUSIONES

En el presente trabajo se ha presentado la ampliación del modelo LEBIM a problemas en 3D, usando el algoritmo de solución SLA.

El modelo LEBIM se implementa en el código del MEF Abaqus a través de una subrutina de usuario UMAT. El algoritmo SLA se introduce a través de un script de Python.

La implementación de LEBIM + SLA en 3D se aplica al modelo de fibra única inmersa en una matriz. Los resultados obtenidos muestran que la implementación usada es capaz de reproducir a nivel cualitativo resultados experimentales obtenidos por otros autores. Los desarrollos futuros incluyen el estudio de las

variables del modelo LEBIM para que pueda reproducir los resultados también a nivel cuantitativo.

AGRADECIMIENTOS

Este estudio ha sido financiado por la Junta de Andalucía y el Fondo Social Europeo (Proyecto de Excelencia P12-TEP-1050) y el Ministerio de Economía y Competitividad y el Fondo Europeo de Desarrollo Regional (MAT2015-71036-P y MAT2015-71309-P).

REFERENCIAS

- [1] G.I. Barenblatt. The formation of equilibrium cracks during brittle fracture. General ideas and hypotheses. Axially-symmetric cracks. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, 23:622-636, 1959.
- [2] A. Carpinteri. Post-peak and post-bifucartion analysis on cohesive carck propagation. *Engineering Fracture Mechanics*, 32:265-278, 1989.
- [3] L. Távara. Damage initiation and propagation in composite materials. Boundary element analysis using weak interface and cohesive zone models. PhD Thesis. Universidad de Sevilla: Sevilla 2010.
- [4] L. Távara, V. Mantic, E. Graciani, J. Cañas, F. París. Analysis of a crack in a thin adhesive layer between orthotropic materials: an application to composite interlaminar fracture toughness test. *CMES - Computer Modeling in Engineering & Sciences*, 58:247-270, 2010.
- [5] V. Mantič, L. Távara, A. Blázquez, E. Graciani, F. París. A linear elastic-brittle interface model: application for the onset and propagation of a fibrematrix interface crack under biaxial transverse loads. *International Journal of Fracture*, 195:15– 38, 2015.
- [6] L. Távara, V. Mantic, E. Graciani, F. París. Modelling interfacial debonds in unidirectional

fibre-reinforced composites under biaxial transverse loads. *Composite Structures*, 136:305–312, 2016.

- [7] F. Erdogan. Fracture mechanics of interfases, In: Rossmanith H.P. (Ed.) *Damage and Failure of Interfases*. Balkema Publishers: Rotterdam, 3-36, 1997.
- [8] G. Geymonat, F. Krasucki, S.Lenci. Mathematical analysis of a bonded joint with a soft thin adhesive. *Mathematics and Mechanics of Solids*, 4:201-225, 1999.
- [9] D. Castillo. Implementación de un modelo de interfase en el programa de elementos finitos Abaqus. Aplicación a materiales compuestos. PFC; Universidad de Sevilla, 2014.
- [10] E. Riks. An incremental approach to the solution of snapping and buckling problems. *International Journal of Solids and Structures*, 15:529-551, 1979.
- [11] K. Martyniuk, B. Sørensen, P. Modregger, E. Lauridsen. 3D in situ observations of glass fibre/matrix interfacial debonding, *Composites Part* A, 55, 63–73, 2013.
- [12] L. Távara, J. Reinoso, A. Bláquez, V. Mantič. On the 3D extension of failure models for adhesive joints under mixed-mode fracture conditions: LEBIM and CZM. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*. 100:362-376, 2019.
- [13] F. Paris, J. Cañas, J.C. Marín. Introducción al análisis y diseño con materiales compuestos.
- [14] J. Reeder. 3D Mixed-Mode Delamination. Fracture Criteria–An Experimentalist's Perspective, NASA Langley Research Center, 2006.
- [15] L. Banks-Sills. Interface fracture mechanics: theory and experiment. 191(1–2), 131–146. 2015
- [16] S. Moreno. Implementación 3D de un modelo de interfase y del algoritmo de solución SLA en Abaqus. Aplicación a materiales compuestos. TFG, Universidad de Sevilla, 2018.
- [17] E. Paloma. Implementación de un método de solución secuencial-lineal en el programa de elementos finitos Abaqus para el modelo de interfaz elástica lineal frágil. TFG; Universidad de Sevilla, 2016.
- [18] G. Puri. Python scripts for Abaqus. Learn by example; 2011.
- [19] ABAQUS User Subroutines Reference Manual. V 6.14.

CARACTERIZACIÓN A FRACTURA DE LA RESINA EPOXI EPOLAM 2025 CON PROBETAS CT PREAGRIETADAS

M. Casasola¹, M.J. Lamela^{1*}, A. Fernández-Canteli¹, Miguel Muñiz-Calvente¹, F. Pelayo¹, Adrián Álvarez-Vázquez¹, A. Salazar², J.M. Pintado³

¹University of Oviedo, 33203 Gijón-España. ²University Rey Juan Carlos, 28933 Móstoles-España. ³Instituto Nacional Técnica Aeroespacial, 28850 Torrejón de Ardoz-España. *Persona de contacto: mjesuslr@uniovi.es

RESUMEN

En este artículo se determinaron el factor de intensidad de tensiones crítico (K_{IC}) y la tasa de liberación de energía crítica (G_{IC}) en probetas CT de resina epoxi EPOLAM 2025 de acuerdo con la norma D5045-99. Dada la dificultad de realizar una pregrieta en el frente de la entalla de la probeta CT, que satisfaga los requisitos de la norma, se probaron varios métodos experimentales alternativos. Asimismo, se realizó un análisis de elementos finitos, mediante el programa comercial Abaqus, para obtener numéricamente los parámetros de fractura y estudiar la relación entre la longitud de la grieta y K_I. Aunque los resultados de los parámetros de fractura obtenidos experimentalmente se encuentran dentro del rango de valores esperado para este tipo de material, pueden no ser totalmente fiables debido a la incertidumbre de la longitud de las pregrietas. No ha sido posible encontrar un método más adecuado que el aplicado en este trabajo para conseguir el preagrietamiento, en todo caso, su validez pudo ser confirmada numéricamente.

PALABRAS CLAVE: Resina epoxi, Caracterización a fractura, Experimentación, Análisis numérico.

ABSTRACT

In this paper, the critical stress intensity factor (K_{IC}) and the critical energy release rate (G_{IC}) were determined for the epoxy resin EPOLAM 2025 following the D5045-99 standard using compact tension (CT) specimens. Given the difficulty to produce a pre-crack at the tip of the notch of the CT specimen that fulfils the standard requirements, alternative experimental methods were applied. Furthermore, a finite element analysis using the commercial Abaqus code was carried out to obtain the fracture parameters numerically and to study the relationship between the crack length and K₁. Although the fracture parameters obtained experimentally are within the range of values expected for such a material, they may not be sufficiently precise because of the uncertainty of the pre-crack lengths. No alternative pre-cracking method was found to be more adequate than the one used in this work, anyway, its efficiency could be proved numerically.

KEYWORDS: Epoxy resin, Fracture characterization, Testing, Numerical analysis.

INTRODUCCIÓN

Tradicionalmente la industria aeronáutica se caracteriza por la búsqueda de nuevos materiales con rigidez y resistencia equivalente superiores a las de los materiales utilizados en otros sectores industriales. Esto se debe a la necesidad de emplear materiales con elevadas prestaciones mecánicas y buenas propiedades específicas para conseguir el diseño óptimo de componentes estructurales [1].

En este trabajo, se presenta la caracterización a fractura de la resina epoxi EPOLAM 2025, comúnmente utilizada como adhesivo y como matriz en plásticos reforzados con fibras, a través de la determinación experimental y numérica del factor intensidad de tensiones crítico, K_{IC} , y de la tasa crítica de liberación de energía, G_{IC} .

Para llevar a cabo dicha caracterización en base a la norma ASTM D5045-99 [2] es necesario realizar un preagrietamiento de la probeta CT en el extremo de la entalla, lo que requiere una técnica específica, debido al comportamiento predominantemente frágil de este material. En este artículo, se analizan diferentes alternativas experimentales para generar dicha pregrieta y se adopta la idónea para el material empleado.

MATERIALES Y MÉTODO

2.1. Material

De acuerdo con los datos del fabricante recogidos en [4], la resina epoxi EPOLAM 2025 posee una tensión de rotura, σ_R , de 73 MPa, un coeficiente de Poisson, v, de 0.36, y un módulo de Young, E, de 2 GPa.

El material y las planchas utilizadas para mecanizar las probetas fueron suministrados por Axson Technologies Spain y el Instituto Nacional de Técnica Aeroespacial (INTA), respectivamente.

2.2. Método de caracterización

La determinación de los parámetros de fractura en materiales plásticos (K_{IC} y G_{IC}) puede realizarse mediante el uso de probetas compactas (compact tension (CT)) siguiendo la norma ASTM D5045-99 [2]. Esta norma considera un estado de deformación plana en la punta de la grieta y un comportamiento perfectamente elástico lineal del material, debido a un tamaño relativamente pequeño de la región plástica en esa zona de la probeta.

La Figura 1 muestra la geometría de las probetas CT utilizadas para calcular K_{IC} y G_{IC} , así como la de las probetas mecanizadas para determinar la influencia de la indentación en el cálculo de G_{IC} .



Figura 1. Dimensiones de las probetas CT (izquierda) y de las probetas de indentación (derecha).

2.3 Generación de la pregrieta

Partiendo de la geometría mostrada en la Figura 1, se procedió a generar una pregrieta en la punta de la entalla con el objetivo de determinar el factor intensidad de tensiones crítico del material. Para ello, la norma ASTM D5045-99 [2] recomienda varios procedimientos, aunque algunos de ellos se descartaron empíricamente tras demostrarse su ineficacia en diferentes ensayos. Por ejemplo, no fue posible la obtención de una pregrieta por fatiga, ya que una vez iniciada, la alta velocidad de propagación impidió detener el preagrietamiento antes del colapso final de las probetas. Con el método de impacto seco mediante una cuchilla en la punta de la entalla se consiguieron mejores resultados, pero con una repetitividad muy baja, obteniéndose tamaños de pregrietas muy diferentes y con perfiles no regulares. Por este motivo, se probaron otros métodos descritos en la literatura, como la aplicación simultánea de una carga remota de tracción y una carga local de compresión en la punta de la entalla (ver Figura 2). Este nuevo método ha sido propuesto por investigadores de la Universidad de Sheffield [3], en cuyo trabajo demuestran empíricamente que las cargas de tracción remotas promueven el crecimiento de la grieta hasta una determinada zona en la que la compresión lateral impide el avance de la misma.



Figura 2. Nuevo método de preagrietamiento y modo de crecimiento de la pregrieta.

Aunque la Figura 2 muestra de forma simplificada el proceso de formación de la pregrieta, cabe destacar que la relación entre los valores aplicados en la tracción remota y la compresión lateral es relevante. La figura 3 [3] muestra tres situaciones diferentes en cuanto a la compresión lateral aplicada, evidenciando que la falta o exceso de aquélla puede producir preagrietamientos inadecuados.



Figura 3. Modo de crecimiento de las pregrietas dependiendo de las cargas aplicadas.

2.4. Cálculo del factor crítico de intensidad de tensiones

Una vez preagrietada la probeta y realizado el ensayo, el valor del factor crítico de intensidad de tensiones se obtuvo a partir de la siguiente expresión [2]:

$$K_Q = \frac{P_Q}{B \cdot W^{1/2}} \cdot f(x) \quad [MPa \cdot m^{1/2}]$$
⁽¹⁾

siendo: P_Q la carga de fallo obtenida experimentalmente (kN), *B* el espesor de la probeta (cm), *W* el ancho de la probeta (cm), *a* la longitud de la pregrieta (cm) y *f*:

$$f(x) = ((2+x) \cdot (0.886 + 4.64 \cdot x - 13.32 \cdot x^{2} + 14.72 \cdot x^{3} - 5.6 \cdot x^{4}))/(1-x)^{\frac{3}{2}}$$
(2)

donde:

$$x = a/W \tag{3}$$

2.5. Cálculo de la tasa crítica de liberación de energía

Por otro lado, la tasa de crítica de liberación de energía, G_{IC} , se obtuvo a partir de la siguiente expresión [2]:

$$G_Q = \frac{U}{B \cdot W \cdot \phi} \qquad [J \cdot m^2] \tag{4}$$

 $\phi = ((1.9118 + 19.118 \cdot x - 2.5122 \cdot x^{2} -23.226 \cdot x^{3} + 20.54 \cdot x^{4}) \cdot (1 - x))/((19.118 -5.0244 \cdot x - 69.678 \cdot x^{2} + 82.16 \cdot x^{3}) \cdot (1 - x) + 2 \cdot (1.9118 + 19.118 \cdot x -2.5122 \cdot x^{2} -23.226 \cdot x^{3} + 20.54 \cdot x^{4}))$ (5)

$$x = a/W \tag{6}$$

$$U = \frac{1}{2} \cdot P_Q \cdot (u_Q - u_i) \tag{7}$$

siendo: P_Q la carga de fallo obtenida experimentalmente (kN), U la energía corregida (J), B el espesor de la probeta (m), W el ancho de la probeta (m), ϕ el factor de calibración de energía, a la longitud de la pregrieta (mm), u_Q el desplazamiento axial para la carga P_Q en el ensayo de la probeta CT (mm) y u_i el desplazamiento axial para la carga P_Q en el ensayo de indentación (mm).

PROGAMA EXPERIMENTAL

3.1. Métodos de preagrietamiento

En este trabajo, el preagrietamiento de las probetas se intentó realizar mediante los tres diferentes métodos descritos a continuación.

3.1.1. Impacto con cuchilla

En primer lugar, se utilizó el método recomendado en la norma ASTM D5045 [2], consistente en golpear una cuchilla colocada en la punta de la entalla mecanizada.

Este método se aplicó a 13 probetas, obteniendo una pregrieta apta para ser ensayada en 9 de ellas. La tabla 1 muestra las longitudes de las pregrietas medidas en los extremos y en el centro de la probeta.

Dada la baja repetividad en los resultados obtenidos y las diferencias de longitud de grieta en ambas caras de la probeta, se consideró conveniente explorar otros métodos de preagrietamiento.

Tabla 1. Longitud de la pregrieta realizada mediante impacto con cuchilla.

Probeta	Longi	tud de la	n pregrie	ta (mm)
	Central	Lat	eral	Promedio, a
E32-1	4.66	9.83	8.85	23.78
E32-2	7.52	5.46	8.05	23.01
E32-3	4.78	4.34	6.30	21.14
E23-1	2.08	2.55	3.67	18.77
E32-15	4.74	3.87	2.82	19.81
E23-4	2.97	3.15	2.76	18.96
E23-5	3.50	1.76	1.81	18.36
E23-15	5.05	5.80	7.13	21.99
E11-1	2.76	4.21	5.48	20.15

3.1.2. Fatiga

El segundo método de preagrietamiento consistió en la aplicación de cargas cíclicas (fatiga) de baja intensidad, con el objeto de iniciar una grieta en el frente de la entalla y poder detener su propagación antes del fallo de las probetas.

En este caso, partiendo de un valor muy bajo del factor de intensidad de tensiones aparente en la punta de la entalla, el rango de tensiones remotas aplicado se fue incrementando lentamente, tras la aplicación de varias centenas de miles de ciclos. De este modo, se pretendía determinar el punto en el que se encuentra el umbral del rango del factor intensidad de tensiones para el que la velocidad de propagación resulta ser prácticamente nula.

Sin embargo, tras ensayar 3 probetas, se consideró que no era posible detener el ensayo tras la fase de iniciación de la grieta, debido a que en todos los casos la fractura se produjo de forma repentina y antes de poder detectar la grieta.

3.1.3. Tracción remota – compresión lateral

Finalmente, se probó el método desarrollado por los investigadores de la Universidad de Sheffield en 6 probetas. La tabla 2 muestra las cargas de tracción y compresión aplicadas y los modos de preagrietamiento obtenidos (ver figura 3).

Como se puede observar en la tabla 2, no se obtuvieron pregrietas adecuadas en ninguna de las probetas ensayadas, lo que parece demostrar que este procedimiento no es adecuado para el tipo de material ensayado.

Probeta	(N)	P (N)	Modo
	833.33	834	
E32-6	1083.33	1300	
	1083.33	715	А
E22 7	1083.33	1000	
E32-7	1083.33	1300	С
E32.8	1083.33	1150	
L32-0	1083.33	1072	С
E32-9	1083.33	1482	С
E32-12	1083.33	1047	A
E32-13	1667.67	1381	C

Tabla 2. Cargas aplicadas a las probetas para el preagrietamiento y modo de rotura.

Compresión Trassión

3.2. Ensayos de caracterización

La figura 4 muestra los resultados de los ensayos llevados a cabo con las probetas preagrietadas mediante la técnica de impacto con cuchilla, ya que, pese a las deficiencias obtenidas, se ha demostrado que es el más adecuado.

Como se puede observar, las curvas cargadesplazamiento muestran una gran dispersión, debido principalmente a las irregulares geometrías de las pregrietas obtenidas en las diferentes probetas.



Figura 4. Gráficas fuerza-desplazamiento obtenidas en el ensayo de las probetas CT.

Por otro lado, la figura 5 muestra los resultados del ensayo de indentación, que resulta necesario para realizar el cálculo de la tasa de libración de energía de acuerdo a la ecuación (4).



Figura 5. Gráficas fuerza-desplazamiento obtenidas en el ensayo de indentación.

3.3. Análisis de resultados

En la tabla 3 se muestran los valores de los parámetros de fractura para cada probeta ensayada, que se considerarán válidos siempre que se cumplan las siguientes condiciones especificadas en la norma [2]:

- El valor del factor a/W debe estar en el rango 0.45 a 0.55 y la diferencia entre la mayor y menor longitud de la pregrieta debe ser menor del 10%.
- Ha de cumplirse la siguiente relación: $B, a, (W - a) > 2.5 \cdot (K_Q/\sigma_y)^2$ (8)

Tabla 3. Parámetros de fractura para cada probeta.

Probeta	K_{IC} (MPa·m ^{1/2})	G_{IC} (J/m ²)
E32-1	0.82571	84.015
E32-2	0.94771	116.147
E32-3	0.75543	127.330
E23-1	0.97823	269.940
E32-15	1.10151	211.390
E23-4	0.96846	197.257
E23-5	0.92615	200.439
E23-15	1.06518	169.872
E11-1	1.15743	313.081

El promedio de los parámetros de fractura se muestra en la tabla 4.

Tabla 4. Valores medios de los parámetros de fractura.

	$\frac{K_{IC}}{(\mathbf{MPa}\cdot\mathbf{m}^{1/2})}$	<i>G</i> _{1C} (J/m ²)
Valor promedio	0.99320	212.758

Aunque todas las probetas cumplen el segundo requisito de la norma, dado por la ecuación (8), en alguna de ellas la diferencia entre la longitud máxima y mínima de la pregrieta excede el 10%. Por este motivo, los resultados y las conclusiones obtenidas de este estudio deberán aceptarse con cierta cautela.

SIMULACIÓN NUMÉRICA

4.1. Cálculo de los parámetros críticos del material

Con el objetivo de determinar en mejor medida los valores críticos del factor intensidad de tensiones y de la tasa crítica de liberación de energía, se realizó un estudio numérico basado en cálculos de elementos finitos mediante el software Abaqus.

Para este estudio se realizó un modelo 2D en deformación plana con un refinamiento del mallado en la punta de la grieta (ver figura 6), con el que se calculó el factor intensidad de tensiones para cada carga de rotura y tamaño de grieta a través de la integral de contorno.



Figura 6. Modelo 2D de la probeta CT.

Los parámetros de fractura obtenidos para cada probeta se muestran en la tabla 5, teniendo en cuenta el tamaño medio de longitud de grieta y la carga de rotura obtenida experimentalmente.

Tabla 5. Valores de los parámetros de fracti	ıra para
cada probeta en la simulación numério	ca.

Probeta	K _{IC} (MPa·m ^{1/2})	G_{IC} (J/m ²)
E32-1	0.42252	81.146
E32-2	0.52182	123.769
E32-3	0.48498	106.921
E23-1	0.75968	262.323
E32-15	0.78196	277.933
E23-4	0.72699	240.234
E23-5	0.72483	238.808
E23-15	0.63764	184.809
E11-1	0.78403	279.407

La tabla 6 muestra una comparativa entre los valores promedio obtenidos mediante los métodos analítico y numérico. Las diferencias entre ambos pueden deberse a la falta de precisión del preagrietamiento y a la aplicación de las ecuaciones (1) y (4) a pesar de no cumplirse totalmente las condiciones establecidas en la norma.

Tabla 6.	Comparación	de resultado	os de los p	arámetros
de fra	actura obtenido	os analítica	y numérico	amente.

Valores	K _{IC} (MPa⋅m ^{1/2})	$\begin{array}{c} \textbf{K}_{IC} \textbf{Abaqus} \\ \textbf{(MPa} \cdot \textbf{m}^{1/2}) \end{array}$	Error (%)
abtenidea	0.99320	0.70002	29.46
optemuos	GIC	GIC Abaqus	Error
en las	(J/m^2)	(J/m^2)	(%)
probetas	212.758	227.205	15.83

4.2. Estudio numérico del método tracción remota – compresión lateral para generación de la pregrieta

Con el fin de verificar la posible idoneidad de este método se realizaron cálculos numéricos por elementos finitos que permitieron analizar la variación del factor de intensidad de tensiones para diferentes valores de tracción remota y compresión lateral, así como para la combinación de ambas solicitaciones.

Para este estudio se realizó un modelo 3D con un refinamiento del mallado en la punta de la grieta (ver figura 7), con el que se calculó el factor de intensidad de tensiones para tres diferentes solicitaciones externas: a) tracción remota, b) compresión lateral, c) tracción remota y compresión lateral.



Figura 7. Modelo 3D de la probeta CT.

La figura 8 muestra el valor del factor intensidad de tensiones calculado en el plano medio de la probeta al aplicar una compresión lateral en la misma.

Aunque el factor intensidad de tensiones aumenta proporcionalmente con la carga de compresión aplicada, lo que debería favorecer la propagación de la grieta y no su detención, cabe destacar que el estado de compresión lateral influye decisivamente en el estado de triaxilidad en ese punto permitiendo un aumento del valor del factor intensidad de tensiones crítico, necesario para producir el fallo de la probeta y, por tanto, provocar que la grieta se detenga.



Figura 8. Gráfica del valor de K_1 y la compresión aplicada en el plano medio del espesor de la probeta.

La figura 9 muestra las tensiones de von Mises para diferentes modos de solicitación (tracción en estado de deformación plana, tracción, compresión, combinación de tracción y compresión y tracción en estado de tensión plana). En estos casos se puede reconocer la forma característica de la zona plástica en tensión plana y en deformación plana, además de cómo ésta aumenta de tamaño desde un estado a otro [5, 6].



Figura 9. Zona plástica para distintos modos de carga de la probeta CT.

CONCLUSIONES

Se compararon los valores de los parámetros de fractura, K_{IC} y G_{IC} , para la resina epoxi EPOLAM 2025, obtenidos

numéricamente con los deducidos a partir de los datos experimentales y de la consecuente aplicación de la norma. Las diferencias encontradas pueden deberse a la incertidumbre asociada a la medida de la longitud de la pregrieta, así como a la aplicación de la formulación prescrita en la norma y a su incompleto cumplimiento por los resultados obtenidos de los ensayos.

Se identificaron dificultades en la generación de la pregrieta necesaria para llevar a cabo la caracterización a fractura de la resina EPOLAM 2025 y se comprobó que el método de preagrietamiento por fatiga no es adecuado para este material, debido a su fragilidad.

Se propone el método de impacto con cuchilla como el idóneo para la generación de pregrietas en probetas CT de resina EPOLAM 2025. Sin embargo, los resultados numéricos relativos al método de tracción remota – compresión lateral permiten confiar en que una investigación más detallada permitiría la aplicación de este método en una obtención más fiable de los parámetros de fractura para el material en estudio.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen el apoyo económico del Ministerio de Economía y Competitividad a través del proyecto de investigación Ref. DPI2016-80389-C2-2-R.

REFERENCIAS

[1] M. Muñiz-Calvente, F. Pelayo, A. Álvarez Vázquez, A. Martinho, J. McKenna, M.J. Lamela, A. Salazar, J.M. Pintado, A. Fernández-Canteli. Metodología para la caracterización probabilística de polímeros. Anales de Mecánica de la Fractura (2018) 35: 237-242.

[2] ASTM D5045-99, Standard Test Methods for Plane-Strain Fracture Toughness and Strain Energy Release Rate of Plastic Materials. West Conshohocken, PA: ASTM International, 1999.

[3] N. Kuppusamy, R.A. Tomlinson. Repeatable precracking preparation for fracture testing of polymeric materials. Engineering Fracture Mechanics (2016) 152: 81-87.

[4] A. Cardoso Martinho, Probabilistic Characterization of Epoxy Adhesives. Master Thesis, Universidade do Porto, 2018.

[5] T.L. Anderson. Fracture Mechanics. Fundamentals and Applications, CRC Press, 2005.

[6] D. Fernández-Canteli Zúñiga. Modelo tensorial tridimensional para la consideración en fractura de la constricción en el frente de grieta. Tesis Doctoral. Universidad de Oviedo: Oviedo 2011.

REVALPET: COMPORTAMIENTO MECÁNICO Y A FRACTURA DE LÁMINAS EXTRUIDAS DE MEZCLAS rPP/rPET OPACO.

D. Loaeza, M. Klotz, J. Cailloux, M. Sánchez-Soto, M. Ll. Maspoch, O. O. Santana®

Centre Català del Plàstic (CCP)-Unversitat Politècnica de Catalunya Barcelona Tech - (EEBE-ETSEIAT-UPC). C/Colom, 114, Terrassa 08222, Spain *Persona de contacto: Orlando.santana@upc.edu

RESUMEN

El presente trabajo se engloba dentro de las acciones prevista en el proyecto "Revalorización de PET opaco reciclado en materiales innovadores (RevalPET)" financiado por los fondos FEDER a través del programa INTERREG V A. En esta fase del estudio se pretende evaluar el efecto de la adición de PET reciclado proveniente de botellas opacas (*rPET-O*) en una matriz de Polipropileno reciclado (*rPP*) sobre la propagación lenta de grieta. Para ello se ha aplicado la técnica del Trabajo Esencial de Fractura (EWF) en láminas obtenidas por extrusión-calandrado a partir de mezclas con un 10, 20 y 30 % en peso de *rPET-O*. Según los resultados obtenidos, los parámetros esencial (w_e), relacionado con la energía necesaria para la generación de nuevas superficies libres, y el no esencial (βw_p), relacionado con la resistencia de propagación de grieta, muestran una caída de hasta un 80% respecto al *rPP*. La posibilidad de microfibrilación de la fase *rPET* hasta la longitud crítica de fibra durante el proceso de conformado que parece viable para la mezcla del 30% en peso, se vislumbra como la mejor alternativa de revalorización.

PALABRAS CLAVE: EWF, reciclaje, rPP, rPET opaco.

ABSTRACT

The present work is a part of the actions foreseen in the project " Upgrading of Opaque PET into innovative materials (RevalPET)" financed by the FEDER funds through the INTERREG V A program. In this phase of the study, In this phase of the study, the aim is to evaluate the effect of the addition of recycled PET from opaque bottles (rPET-O) in a matrix of recycled polypropylene (rPP) on the slow propagation of crack. For this, the technique of the Essential Work of Fracture (EWF) has been applied in sheets obtained by extrusion-calendering from blends with 10, 20 and 30% by weight of rPET-O. According to the results, the parameters essential (we), related to the energy necessary for the generation of new free surfaces, and the non-essential (β wp), related to crack propagation resistance, show a drop of up to 80% regarding the rPP. The possibility of microfibrillation of the rPET phase up to the critical length of fiber during the forming process that seems viable for the 30% by weight blend, is seen as the best alternative for revalorization.

KEYWORDS: EWF, recycling, rPP, opaque rPET.

1. INTRODUCCIÓN

El continuo incremento del uso de botellas de PET opacas, especialmente blancas (con entre un 5 a un 15% en peso de Dióxido de Titanio, TiO₂), empleadas para el envasado de leche, ha impuesto un reto para el reciclado de este material. Considerando que el principal uso del del PET reciclado (*rPET*) es la producción de fibras para el ámbito textil, el reciclado de este PET opaco (*rPET-O*) es dificilmente compatible con los procesos de reciclaje de este, ya que la adición de rPET-O en más de un 15% en peso al *rPET* da lugar a problemas de procesabilidad durante la fabricación de la fibra y el producto presenta pobres propiedades mecánicas [1,2]. Esto último es debido a que el TiO₂ retrasa el proceso de cristalización inducida por deformación durante la etapa de "hot stretching" del filamentado [3].

En vista del potencial problema de futuro inmediato en las políticas de gestión de residuos de este material, se ha planteado un proyecto de carácter europeo (RevalPET) que pretende diseñar nuevas formulaciones de material plástico con propiedades mejoradas empleando rPET-O para aplicaciones no limitadas a la fabricación de fibras [4]. Entre las propuestas planteadas se ha venido explorando el empleo de rPET-O como reforzante en forma fibrilar de una matríz de Polipropileno reciclado (*rPP*), a través de un proceso de microfribilación in-situ, inducida durante la preparación de la mezcla y posterior conformado de pieza, similar a los llamados "Composite in-situ" a base de cristales líquidos poliméricos. Este tipo de preparación ha mostrado un refuerzo significativo en poliolefinas mezcladas con polímeros de tipo ingenieril como el PET, el Policarbonato (PC) o Poliamidas (PA). [5].

Es bien sabido que las mezclas de polímeros inmiscibles como la aquí planteada (y que es una condición necesaria para la *"microfribilación in-situ"*) las propiedades vienen determinadas por la morfología obtenida, en particular, de las características finales de los dominios del componente minoritario: tamaño promedio, forma, distribución y distancia entre dominios [6].

El estudio del comportamiento a fractura en estos casos no es fácil debido a la anisotropía producida por la orientación molecular inducida durante el conformado para obtención de la "pieza" final, que en el caso de extrusión de láminas vendrá dictada no solo por las condiciones en la etapa de extrusión propiamente dicha, sino también por la etapa posterior de calandrado (calibrado, refrigeración y recogida). Al trabajar con mezclas inmiscibles en extrusión-calandrado, la situación se complica aún más ya que se presenta un tipo de anisotropía adicional producida por la orientación de las fases poliméricas. La yuxtaposición de los campos de tensiones elongacionales y de cizalla que se generan en la región ubicada entre la salida del cabezal de extrusión y el contacto con el primer rodillo de calandrado.

En esta comunicación se presenta un estudio preliminar del comportamiento mecánico y a fractura de láminas extruidas de las mezclas propuestas (*rPET-o/rPP*) en 3 composiciones diferentes obtenidas sin inducir *microfibrilación in-situ*, relacionando la morfología generada con el comportamiento mecánico y los parámetros del *Trabajo Específico de fractura* observados.

2. PARTE EXPERIMENTAL

2.1. Materiales y obtención de láminas.

Como matriz de las mezclas se ha empleado un recuperado de PP QCP EXPP 152A, con un MVR (230/2,16) de 21 cc/10 min, suministrado por QCP (Joint Venture entre Suez-Sita y LyondellBasell, Francia), que en adelante se denominará *rPP*. Como fase minoritaria se empleó un un recuperado de PET proveniente de botellas opacas suministrado por Suez-Sita (Francia) con el código comercial FLOREAL, que en adelante será codificado como *rPET-O*, con un contenido medio de 2,4 % en peso de Dióxido de Titanio (TiO₂) con una distribución de tamaño de partícula de entre 152 a 370 nm, con un tamaño medio ponderado de 261 nm.

Las mezclas, en forma de granza, fueron preparadas en las composiciones referenciadas la *Tabla 1* y suministradas por el Institut des Sciences Analytiques et de Phyisco-Chimie pour l'Environnement et les Matériaux de la Université de Pau et des Pays d'Alour (IPREM-UPPA), uno de los socios del proyecto REVALPET. Se empleó una extrusora doble-husillo

Tabla 1. Codificación y composición de las mezclas en % en peso de mezcla.

Código	rPET-O	rPP
rPET-O	100	-
rPP	-	100
10PET/90PP	10	90
20PET/80PP	20	80
30PET/70PP	30	70

según el procedimiento descrito en [7]. Con la granza recibida se procedió a fabricar entre 20 m láminas mediante extrusión-calandrado, con un espesor nominal de 0,6 mm y un acho de 100 mm. Se empleó una extrusora doble husillo co-rotante Collin ZK-25 con L/D = 36 y un diámetro de husillo (D) de 35 mm, y 7 zonas calefactoras (Z1 a Z7). El perfil empleado fue : 140 (entrada)/180/195/205/215/215/210 °C (cabezal).

A la salida del cabezal se acopló un sistema de 3 rodillos de calandrado vertical (diámetro 70 mm) (COLLIN Teachline CR72T). La temperatura de los rodillos de calandrado se fijó a 50°C, con una velocidad de rotación de rodillos de 2 rpm, con finalidad de minimizar efectos de orientación y/o microfibrilación de la fase PET en la lámina.

Antes de la producción de las lámina, las mezclas fueron secadas a 80°C durante 3h en una tolva secadora con punto de rocío de -40°C.

2.2. Caracterización morfológica

Con la finalidad de revelar la disposición de la fase *rPET-O*, se llevó a cabo una caracterización morfológica sobre superficies fracturadas criogénicamente, y recubiertas con paladio/Oro, provenientes de las zonas centrales de las láminas extruidas y en las dos direcciones principales: paralelo del flujo de extrusión (MD) y transversal al mismo TDSe empleó un Microscópio Electrónico de Barrido, *MEB*, (Jeol JSM 7001-F) operando a un voltaje de aceleración de 2 kV.

2.3. Caracterización mecánica y a fractura.

Empleando una máquina de ensayos universales GALDABINI 2500 dotada con un videoextensómetro MINTRON OS-65D y una célula de carga de 5kN, se evaluó el comportamiento a tracción siguiendo la norma ISO- 527. Las probetas fueron troqueladas a partir de la zona central de las láminas en dirección MD (Dirección del flujo de extrusión) y de acuerdo a la geometría halterio Tipo 4. Los ensayos fueron realizados a temperatura ambiente y una velocidad de desplazamiento de bastidores de 20 mm.min⁻¹. A partir de las curvas ingenieriles de tensión-deformación (σ - ε ing), se determinaros los siguientes parámetros: *Módulo de elasticidad (E), Tensión a la cedencia* (σ_y) – equivalente al límite elástico en materials metálicos -,

elongación a la ruptura (ε_R). En cada caso se reporta el valor medio de 10 medidas válidas.

El análisis cuantitativo de la fractura se realizó aplicando el concepto del *Trabajo Esencial de Fractura* (EWF) sobre probetas DDENT con las dimensiones descritas en la *Figura 1*, siguiendo la metodología sugerida por ESIS-TC4 [8]. Para cada material fueron ensayadas entre 15 y 20 probetas cubriendo un rango de longitudes de ligamento (1) de entre 10 y 22 mm nominales.

Las probetas fueron extraídas de la zona central de las láminas y las entallas fueron ubicadas de tal forma que la dirección de propagación de grieta fuese en TD, aplicando la solicitación en dirección MD. Las entallas fueron agudizadas indentando con una hoja de afeitar (radio 13 μ m), evitando excesivo daño plástico en la punta de la misma.

Los ensayos fueron realizados en la máquina de ensayos universales anteriormente descrita, a una velocidad de desplazamiento relativo de mordazas de 10 mm.min⁻¹. En este caso, las marcas requeridas para la lectura del videoextensómetro fueron ajustadas tal que la distancia entre ellas fuese igual a la longitud de ligamento nominal a evaluar.

Una vez ensayada cada probeta, se procedió a la determinación de la longitud de ligamento real y la altura de la zona exterior del proceso de deformación (OPZ) (h) mediante una lupa binocular con una magnificación de 40 X.

Es importante acotar que la velocidad de solicitación empleada en los ensayos de tracción (20 mm.min⁻¹) fue seleccionada de forma que tal que se alcanzase la cedencia a un tiempo equivalente al que se registra en los ensayos de EWF.



Figura 1. Esquema de la probeta DDENT empleada.

3. RESULTADOS Y DISCUSIONES

3.1. Morfología generada.

La Figura 2 muestra una visión global mediante MEB de las diferentes muestras en ambas direcciones de flujo y en zonas cercanas a la capa externa y al centro de la sección analizada. Tal y como se aprecia, para las mezclas con 20 y 30% en peso de rPET-O se observa un claro gradiente morfológico a lo largo del espesor de la muestra. Una "piel" (caras exteriores de la lámina) caracterizada por la formación de gotas y fibrillas con sección transversal irregular de la fase rPET-O, con el eje orientado en la dirección del flujo, aumentado su proporción y esbeltez con contenido de rPET-O. Esta situación morfológica evoluciona hacia las zonas centrales de la lámina (aprox. 0,15 a 0,30 mm desde la capa externa) en una morfología mucho mas perdiéndose el carácter heterogénea, fibrilar. generándose una morfología globular oblonga (en mayor proporción para 30PET/70PP), orientada en la dirección del flujo.

La generación de esta estructura se puede atribuir al campo de alta cizalla que se está presentando en la zona "die-land", tras la piscina o "manifold" del cabezal que, aunado a un campo elongacional por flujo convergente, condiciona en gran medida la relación de viscosidades entre las fases, favoreciendo las condiciones reológicas para la aparición de estructuras fibrilares de *rPET-O* en aquellas regiones de mayor cizalla.

Por el contrario, para el contenido menor de *rPET-O* la morfología generada es del tipo gotas o del tipo doble emulsión. En este caso el campo de tensiones generados combinado con el bajo contenido de fase dispersa puede generar filamentos de fase dispersa con esbletez elevada llegando a su ruptura por el mecanismo de inestabilidad interfacial bien sea de tipo Rayleigh o del tipo end pinching. Dependiendo del tiempo de relajación involucrado en el fluido tras cesar el campo de tensiones aplicado, estos pueden coalescer y generar una morfología globular de mayor tamaño [9]

Una visión detallada a mayores magnificaciones revela que las partículas o filamentos de fase dispersa presenta aglomeraciones en su superficie (véase *Figura 3*), que tras ser observada en modalidad "backscattering" se confirmó que era TiO_2 . Este hecho, aunado a la nula miscibilidad de fases puede estar favoreción la alta cavitación observada en las superficies analizadas, condicionando el comportamiento mecánico que estas mezclas puedan presentar.

3.2. Comportamiento a tracción.

Tal y como se aprecia en la *Figura 4* la adición de *rPET-O* al sistema fomenta, además de, una disminución de la tensión de cedencia (σ_y) - primer


Figura 2. Micrografías MEB de las superficies de fractura criogénicas de los materiales preparados en las direcciones indicadas. Barra de escala = $10 \mu m$.



Figura 3. Detalle de las superficies de fase dispersa (**rPET-O**). Barra de escala = 1 μ m.

La *Tabla 2* recoge los parámetros mecánicos obtenidos de estos ensayos. No se han considerado aquellos relacionados con el momento de la ruptura debido a la alta dispersión de los valores producto de la heterogeneidad morfológica que presentan las muestras.

Se puede apreciar que en el rango elástico del comportamiento de los materiales no hay variación en el Módulo de Young (E) y similares al *rPP* ubicándose en

todos los casos por debajo de la predicción de condición



Figura 4. Curvas representativas tensión-deformación ingenieril de los materiales ensayados.

Material	E (GPa)	σ _v (MPa)	ε _v (%)
rPET-O	$2{,}20\pm0{,}03$	$57,3\pm0,5$	$3,9 \pm 0,1$
rPP	$1,16\pm0,04$	$28,8\pm0,6$	13,0 ± 0,6
10PET/90PP	$1,\!17\pm0,\!02$	$26,1\pm0,2$	$12,1 \pm 0,4$
20PET/80PP	$1,\!16\pm0,\!07$	$24,0\pm0,7$	$11,1 \pm 0,7$
30PET/70PP	$1,21 \pm 0,03$	25 ± 2	9±1

Tabla 2. Parámetros a tracción (20 mm.min⁻¹.

de isotensión (límite inferior) de la predicción comúnmente empleada en materiales compuestos con fibra continua (véase *Figura 5*). Cabe destacar el ligero aumento para un 30% en peso de *rPET-O* añadido.

Esta situación pone de manifiesto dos aspectos: a) la adición de un 30% en peso de rPET-O, en las condiciones de procesamiento empleadas, portencialmente podría emplearse para diseñar la formulación de microfibrilación, b) por lo menos para aquellas composiciones con evidencias de cierta microfibrilación estas no han alcanzado la Longitud crítica a para que actúe como refuerzo efectivo. En este caso estará altamente influenciada por la débil interfase generada dada la inmiscibilidad entre las fases poliméricas y la ubicación del TiO2 en la misma disminuyendo aún más la efectividad de transmisión de tensiones entre las fases.

En cuanto a los parámetros al momento de la cedencia $(\sigma_y \ y \ \varepsilon_y)$, claramente se observa que, respecto al *rPP*, la adición de *rPET-O* fomenta una disminución de σ_y respecto al *rPP* sin mayor efecto de la proporción añadida (*Figura 5 b*)) En el caso de ε_y este parámetro no presenta variación alguna tras la adición de *rPET-O*.

Ambas observaciones permite establecer que, como consecuencia de la poca interacción entre las fases, la cavitación de la fase *rPET-O* no solo disminuye la



Figura 5. Variación de a) Módulo de Young (E) y b) Tensión a la cedencia conla fracción volumétrica de **rPET-O** añadida.

sección efectiva de *rPP*, sino que ofrece un mecanismo de alivio de triaxilidad local de esta fase, generando una disminución de σ_y . No obstante, esta misma cavitación fomenta la inestabilidad en la etapa propagación de cuello estable (cold drawing).

3.3. Comportamiento a fractura: Análisis del trabajo específico de fractura.

La *Figura 6* muestra curvas representativas Carga (F) vs desplazamiento relativo (medida de videoextensómetro) (d) para 3 longitudes de ligamento de las mezclas analizadas. Se observa que para un mismo material el trazo de la curva es prácticamente el mismo, independientemente de la longitud del ligamento, lo que en principio validaría la posible aplicación de la técnica para la determinación del *Trabajo Esencial de fractura* (*EWF*).

Conforme aumenta la proporción de *rPET-O*, durante la etapa de desgarro, relacionado con la propagación estable de grieta, se hace más irregular llegando a suprimirse completamente esta etapa para *30PET/70PP*. Un aspecto a resaltar es la mayor rigidez y el mayor valor de la carga máxima que registra esta última mezcla. Esto podría estar poniendo en evidencia el efecto de la fibrilación de la fase dispersa como agente de refuerzo local, por lo menos para este tipo de solicitación.

La *Figura* 7 muestra el aspecto de la zona de proceso (región del ligamento) tras el ensayo para los materiales estudiados. En todos los casos se aprecia un emblanquecimiento de la zona adyacente al plano de propagación ideal de la grieta (plano que define las entallas colineales realizadas), la cual se va difuminando y cobrando un aspecto estriado a medida que aumenta el contenido de *rPET-O*.



Figura 6. Curvas representativas F vs d para 3 longitudes de ligamentos analizadas.



Figura 7. Aspecto de las zonas de proceso (región del ligamento) tras la realización del ensayo para: a) **rPP**, b) **10PET/90PP**, c) **20PET/80PP** y d) **30PET/70PP**. Longitud de ligamento nominal: 13 mm.

Dicha región fue la considerada para la determinación del parámetro geométrico β , relacionado con el tamaño de zona de proceso. Para las composiciones con un 20 y 30% en peso de **rPET-O** la propagación tras el colapso plástico del ligamento es discontinua e irregular. Esto se puede atribuir a la alta heterogeneidad en la morfología obtenida (fibrillas y gotas). Una determinación preliminar del "espesor" de la zona del proceso evidencia que no hubo estricción en la misma, lo que pone de manifiesto que dicho emblanquecimiento se atribuye a una cavitación extensiva e irregular de la fase **rPET-O** con mínima contribución de flujo plástico



Figura 8. Representaciones de w_f vs l empleadas para la determinación de los parámetros de fractura de los materiales en estudio.

Material	^w e (kJ.m ⁻ ²)	$\beta w_p (\mathbf{MJ.m}^{-3})$	$\beta x 10^2$
rPET-O	56 ± 4	$11,6 \pm 0,3$	8,6±0,3
rPP	85 ± 8	$14,4 \pm 0,6$	$13,8 \pm 0,1$
10PET/90PP	44 ± 4	$11,6 \pm 0,6$	25 ± 2
20PET/80PP	24 ± 3	$6,6 \pm 0,5$	26 ± 2
30PET/70PP	16 ± 3	$3,3 \pm 0,2$	33 ± 2

Tabla 3. Parámetros del análisis EWF.

La *Tabla 3* se recogen los parámetros numéricos obtenidos tras aplicar el análisis *EWF*. La calidad de los datos empleados en el análisis así como del ajuste realizado puede observarse en la *Figura 8*.

Se puede observar que tanto el término esencial (w_e) , relacionado con la energía requerida para la formación de nueva superficie en el plano de propagación de grieta, como el término no esencial, βwp , relacionado con la resistencia a la propagación de la grieta, presentan una disminución de entre un 45-80%, y un 20-77%, respectivamente.

Lo anterior pone de manifiesto la baja capacidad de refuerzo que presenta la morfología fibrilar que ha podido generarse en las láminas con mayores contenidos de *rPET-O*. No obstante, hay que considerar que en la metodología de análisis EWF se considera todo el proceso: inicio de la propagación y desgarro final. Por lo que los valores de w_e se encuentran altamente influenciados por la etapa final. Considerando la baja adhesión entre fases, el proceso de descohesión de fases se inicia antes del inicio de la propagación de la grieta en la punta de la entalla aguda. Esto hace que en el momento de la propagación en el plano colineal a las entallas se encuentre con dichas zonas cavitadas, facilitando el proceso. Este aspecto es mucho más evidente para aquellas morfologías con fibrilación.

Al considerar el parámetro β , relacionado con la dimensión de la zona donde se presentan procesos de deformación que disipan energía y que es externa al plano de propagación, este presenta un claro aumento en las mezclas respecto al *rPP*, alcanzando un máximo (33% de incremento) para un 30% en peso de **rPET-O** añadido. Esto podría ser consecuencia de la morfología morfología generada en este. El hecho de presentar la forma fibrilar, el "área de influencia" de esta fase que deforma y cavita es mayor. De lograr mejorar la adhesión entre las fases, se espera un aumento en proporción de los parámetros de fractura en estas condiciones de ensayo.

4. CONCLUSIONES

A partir de los resultados obtenidos y bajo las condiciones de procesamiento empleadas en este estudio para la obtención de las láminas:

- La adición de un 30% en peso de *rPET-O* parece tener la mayor probabilidad de explotar el potencial de la técnica de microfibrilación in-situ. No obstante, es imprescindible lograr una mejora en la adhesión entre las fases.

- La técnica EWF, para la situación morfológica y grado de adhesión entre fases generado no permite un análisis adecuado del comportamiento a desgarro debido a la alta inestabilidad durante esta etapa que presentan las mezclas analizadas.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer a los Fondos FEDER a través del programa Interreg V A (POCTEFA) por la financiación recibida para la realización del proyecto RevalPET (EFA 064/15).

REFERENCIAS

[1] Comité Technique pour le Recyclage des Emballages Plastiques (COTREP). "Impact du developpement des emballages en PET opaque sur le recyclage des emballages en PET Coloré". *Dossiers COTREP*, Diciembre 2015.

[2] Asociación Zero Waste France. PET OPAQUE Dossier ZEROWASTE, enero 2017.

[3] A. Taniguchi, M. Cakmak. "The suppression of strain induced crystallization in PET through submicron TiO_2 particle incorporation". *Polymer*, **45**, 6647-6654 (2004)

[4] "Upgrading of Opaque PET into innovative materials (REVALPET)", <u>https://revalpet.org/en/</u>. Febrero 2019.

[5] Z. Li, W. Yang, R. Huang, X-P. Fang, M. –Bo. Yang. "Essential work of fracture parameters of in-situ microfibrillar Poly(ethylene terephthalate)/Polyethylene blend: influences of blend composition". *Macormolecular Materials and Engineering*, **289**(5), 426-433 (2004).

[6] Z. Li, W. Yang, R. Huang, M. –Bo. Yang. "Morphology-tensile behavior relationship in injection molded poly(ethylene terephthalate)/Polyethyleen and Plycaronate/polyehtyleen blends - Part (I). *J. Mat. Sci.*, **39**, 413-431 (2004). And Part (II). *J. Mat. Sci.*, **39**, 433-443 (2004).

[7] REVALPET, Deliverable 3.2.1: Description of the processing conditions used for preparation of blends. April 2018.

[8] D. R. Moore, A. Pavan, J. G. Williams, Fracture mechanics testing methods for polymers, adhesives and composites, pp: 188-195, ESIS Publications, 28, 2001.

[9] M. Lee, A. Hiltner, E. Baer. "Formation and break-up of a bead-and-string structure during injection moulding of a Polycarbonate/Acrylonitrile-butadiene-styrene blend". *Polymer*, **33**(4), 675-684 (1992)

EVALUACIÓN EXPERIMENTAL DEL EFECTO DE TAMAÑO DE LAS INCLUSIONES ESFÉRICAS EN LA RESISTENCIA DE MATERIALES COMPUESTOS

A. Zurita, I.G. García*, J. Justo, A. Cañas, V. Mantič

Grupo de Elasticidad y Resistencia de Materiales, E.T.S. de Ingeniería, Universidad de Sevilla Camino de los Descubrimientos s/n, 41092 Sevilla, España *Persona de contacto: israelgarcia@us.es

RESUMEN

El objetivo de este trabajo es la verificación experimental de la existencia de un efecto del tamaño de las partículas que refuerzan un material compuesto sobre la tensión de rotura del mismo. Con este fin, se han fabricado y ensayado probetas de resina en cuyo interior se encuentra encapsulada una única partícula esférica. Los resultados obtenidos confirman el efecto de tamaño y presentan coherencia con las predicciones realizadas con un modelo teórico basado en un criterio acoplado tensional-energético en el contexto de la mecánica de fractura finita.

PALABRAS CLAVE: efecto de tamaño, inclusión esférica, materiales compuestos reforzados con partículas

ABSTRACT

The main goal of this work is the verification of the existence of a size effect of the particles that reinforce a composite material on the tensile strength of such material. Specimens with different sized spheres are series-produced and tested. The results obtained confirm the size effect and agrees with the prediction of a theoretical model based on a coupled stress-energy criterion in the context of the finite fracture mechanics.

KEYWORDS: size effect, spherical inclusion, particle-reinforced composites

1. INTRODUCCIÓN

Los materiales compuestos reforzados con partículas son ampliamente usados en aplicaciones donde se debe conjugar la capacidad de diseñar las propiedades a medida de los materiales compuestos junto con un alto grado de flexibilidad en la fabricación. Al contrario que los materiales reforzados con fibras largas, los materiales reforzados con partículas permiten adaptarse a prácticamente cualquier geometría. Las partículas que sirven como refuerzo pueden tener como objetivo reforzar las propiedades mecánicas, por ejemplo aumentar la resistencia o la tenacidad del material sin refuerzo, o modificar otras propiedades físicas como la conductividad eléctrica o la permeabilidad magnética. Estas partículas pueden ser esferas (huecas o macizas), fibras cortas o formas irregulares de cualquier tipo.

La inclusión de estas partículas en el material base tiene una fuerte influencia en la forma de fallo de estos materiales. En general, es bien conocido que el fallo ante una carga de tracción se inicia en las cercanías de las partículas o incluso en la misma interfaz que separa partícula y matriz. En el caso de partículas esféricas más rígidas



Figura 1: Esquema del problema diana del estudio.

que la matriz circundante, caso muy común, el fallo se inicia, según todos los estudios teórico/numéricos [1–5], en el polo de la interfaz entre partícula y matriz como un despegue, vea figura 1. De acuerdo a estos estudios ese despegue se propaga de forma inestable tras su aparición para terminar desvíandose hacia la matriz y coalesciendo con otras grietas cercanas o llegando a otras partículas. El ser un proceso muy rápido, unido a la dificultad de encontrar partículas aisladas en un material real y a la multitud de lugares en los que puede aparecer el primer despegue (tantos como polos de partículas se puedan encontrar), hace que no haya observaciones fidedignas del proceso que se asume teóricamente. Por otra parte, se predice teóricamente con diferentes modelos la existencia de un efecto del tamaño de la esfera sobre la resistencia global del material compuesto [3, 6–8], resultado que tampoco ha tenido una verificación experimental.

El objetivo de este trabajo es el diseño y ejecución de unos experimentos que sirvan para verificar los dos resultados anteriores: i) observar toda la secuencia de iniciación del fallo y ii) comprobar el efecto del tamaño de la esfera sobre la resistencia el material. Para ello se diseña una probeta y un método de fabricación para la misma, que se detalla en la sección 2. Posteriormente se presentan los ensayos realizados y los resultados obtenidos en la sección 3. Finalmente, los resultados obtenidos son comparados con una predicción preliminar dada por la mecánica de la fractura finita.

2. DISEÑO Y FABRICACIÓN DE LAS PROBETAS

El diseño de las probetas se ha realizado en base a los objetivos descritos anteriormente. Para cumplir estos objetivos se ha estimado necesario que la probeta tuviera forma cilíndrica para que, al contener una esfera en su interior, se mantuviera una simetría de revolución, evitando posibles flexiones indirectas. Por otra parte, para el objetivo de observar la secuencia de fallo se ha estimado necesaria la utilización de una matriz de un material transparente y esferas de un material opaco¹. Así mismo, el material de la esfera deberá ser considerablemente más rígido que la matriz circundante con el objetivo de que sea característico de los materiales compuestos reforzados con partículas. La esfera se requiere que tenga un acabado superficial óptimo, sin rebabas de fabricación ni otras irregularidades que puedan actuar como iniciadores de fallo. Dada la dificultad que implica la fabricación de una esfera de un material rígido con esas condiciones de acabado, las esferas vendrán determinadas por aquellas que se puedan encontrar fácilmente en el mercado, excluyendo la posibilidad de fabricación propia. Finalmente, para poder embeber la esfera en la matriz, el material usado como matriz tiene que tener la capacidad de fabricarse pasando por estado líquido (como los metales en un proceso de fusión o los polímeros termoplásticos) o partir virgen de un estado líquido (como los polímeros termoestables, que en origen son líquidos).

En base a lo anterior, se evaluaron varias alternativas para el diseño de la probeta aunque no son detalladas aquí

¹Como alternativa se podrían utilizar métodos de observación no basados en la luz visible, como rayos X, etc. Sin embargo, estos métodos quedan descartados con el equipamiento actual dada la alta velocidad a la que se producen los procesos a observar.



Figura 2: Fabricación de las probetas ensayadas.

por brevedad. El diseño final tiene una geometría exterior cilíndrica donde el diámetro del cilindro es tres veces el diámetro de la esfera y la longitud es diez veces el diámetro de la esfera. Al variar el diámetro de la esfera para evaluar el efecto de tamaño se variaron en la misma escala las otras dimensiones, con el fin de obtener probetas geométricamente semejantes. En cuanto a materiales, se eligió una resina epoxi con curado a temperatura ambiente como matriz. Esta resina se suministra en formato líquido y polimeriza a partir de la adición de un catalizador. Para las esferas se utilizaron rodamientos de acero, cuyo acabado superficial es excelente, contando además con un mercado extenso con mucha variedad de diámetros.



Figura 3: Ejemplos de los diferentes tipos de probetas.

La forma de fabricación se puede observar en la figura 2. Se partió de un molde cilíndrico hueco fabricado en PVC, como el que se puede observar en dicha figura. A este cilindro se le realizó un taladro central en la zona donde iba la esfera y una serie de taladros a lo largo de su longitud. El primero de ellos sirvió para introducir la esfera y la resina en estado líquido. Así mismo, este taladro sirve para asegurar la correcta posición de la esfera durante la polimerización de la resina. Para ello se utilizó un hilo muy fino que se adhirió a la esfera en una zona donde no se esperaba que se iniciase el despegue, por lo que en principio su afección al resultado debía ser mínima. El resto de taladros se realizaron para permitir la salida de aire durante el llenado y la polimerización. Una vez polimerizada la resina, las probetas se extrayeron eliminando mediante torno los moldes de PVC. Una vez se hubieron eliminado todos los moldes, se realizó un proceso de pulido de la superficie central de las probeta con el fin de maximizar la transparencia en la zona donde está la esfera.

En la figura 3 se puede observar una unidad de cada tipo de probeta. En primera posición se encuentra un ejemplo de la probeta utilizada para caracterizar las propiedades de la resina. Esta probeta se fabricó de la misma manera pero sin incluir una esfera, por si la forma de fabricación afectaba de alguna manera a las propiedades mecánicas de la resina. De las probetas que contienen esferas se fabricaron un total de cuatro series de probetas con diámetros de 3, 4, 6 y 8 mm, que se pueden observar en la misma figura. Obsérvese que tanto la esfera como el cilindro se escalan entre cada una de ellas.

3. ENSAYOS Y RESULTADOS

Las probetas descritas anteriormente se ensayaron en una máquina de tracción universal hidráulica Instron 8802 con una célula de carga de 250 kN. Las probetas se sometieron a tracción pura con un control en desplazamientos. La velocidad de separación de las mordazas se escaló también con el tamaño de la probeta de cara a imponer una velocidad de deformación similar independientemente del tamaño. De esta manera, se evitó que la diferente velocidad de deformación provocase fenómenos diferentes en función del tamaño de la probeta, perturbando el resultado sobre el efecto de tamaño. Las velocidad del ensayo fueron 1; 0,75; 0,5 y 0,375 mm/min para las probetas con diámetros de esfera de 8, 6, 4 y 3 mm, respectivamente. Para observar la secuencia de inicio de fallo se utilizó una cámara de alta velocidad Photron Mini AX200 grabando a 202.500 imágenes por segundo.

Para todas las probetas conteniendo una esfera, independientemente de su tamaño, se observó la secuencia de fallo que se muestra en la figura 4. En esta secuencia de imágenes es digno de destacar, en primer lugar, la alta velocidad a la que ocurre la iniciación del daño. Entre las primeras imágenes, donde no se aprecia daño alguno,



Figura 4: Secuencia de despegue observada con cámara de alta velocidad.

hasta las últimas imágenes, donde el fallo se ha propagado a toda la anchura de la probeta, el tiempo es del orden de µs. Puede observarse que la secuencia de daño está claramente determinada: el fallo se inicia como un pequeño despegue en el polo de la esfera para seguidamente crecer en la interfaz entre la esfera y la matriz. Tras ese crecimiento el despegue se desvía en forma de grieta hacia la matriz, por la que crece hasta alcanzar el borde libre de la probeta. Este proceso de iniciación es coherente con lo postulado por los estudios teóricos estudiando la iniciación del fallo en materiales compuestos reforzados con partículas. Pero es más, este resultado es extrapolable a la iniciación del fallo en materiales compuestos reforzados con fibras largas, donde muchos autores han postulado que el inicio del fallo se da como despegues entre la fibra y la matriz, vea [9, 10]. Estos postulados se basan principalmente en la observación post-mortem de probetas donde se aprecia que las grietas recorren la interfaz. Aunque esto es una buena evidencia no implica necesariamente que la grieta se inicie en la interfaz entre la fibra y la matriz porque puede aparecer en otro lugar y en su propagación recorrer las interfases por ser caminos preferentes. Con los ensayos presentados aquí se consigue observar in situ la iniciación, demostrándose que el fallo se inicia efectivamente en la interfaz entre esfera y matriz.

Una vez ensayadas, las probetas fueron examinadas en una lupa, mostrándose un ejemplo en la figura 5. En estas imágenes se puede observar la superficie de fractura de una misma probeta en sus dos extremos. Es destacable la perfecta simetría de la propagación del despegue a lo largo de la esfera así como el carácter especular de la



Figura 5: Superficie de rotura.

superficie de fractura en la resina.



Figura 6: Ejemplos de las curvas fuerza-desplazamiento.

Las curvas fuerza-desplazamiento obtenidas para dos de las series de probetas se muestran en la figura 6. Por brevedad no se representan las curvas fuerza-desplazamiento para todas series pero se han seleccionado las series con diámetros extremos para poner de relieve la variación del comportamiento con el tamaño. Como es claramente remarcable, el comportamiento es mucho más no lineal en las probetas pequeñas que en las grandes. Esta no linealidad se ha comprobado que corresponde a procesos irreversibles y en gran medida está asociada al comportamiento no lineal de la resina. Es más visible en las probetas pequeñas porque su tensión de rotura es mayor.

4. EFECTO DE TAMAÑO

En esta sección se presenta el efecto de tamaño observado en la resistencia de las probetas y se compara con un modelo teórico basado en la mecánica de la fractura finita. En la figura 7 se presentan los valores promedios de la carga última en función de los diámetros de esfera. Se puede observar un claro efecto de tamaño, presentando una mayor resistencia cuanto más pequeñas son las probetas.

Estos resultados experimentales se pueden entender utilizando el criterio acoplado de la mecánica de la fractura finita, vea [11, 12], como fue mostrado en [2]. El criterio acoplado de la mecánica de la fractura finita es una herramienta para predecir la iniciación estática de una grieta o despegue en ausencia de un daño o grieta inicial y permite superar la imposibilidad de la mecánica de la fractura clásica para predecir el proceso de iniciación estática. El criterio acoplado se basa en postular que una grieta se inicia en forma de salto finito para la carga mínima que cumple simultaneamente las siguientes condiciones: i) un criterio tensional: las tensiones en toda la longitud donde aparecerá la grieta antes de su aparición superan un cierto umbral, típicamente identificado con la resistencia del material y ii) un criterio energético: la apertura de la grieta es energéticamente posible, es decir, el balance energético entre los estados inmediatamente anteriores y posteriores a la aparición de la grieta cumple el Primer Principio de la Termodinámica. Así, la aplicación de este criterio requiere la obtención de las tensiones antes de la aparición de la grieta junto con la energía elástica liberada entre los estados anterior y posterior a la iniciación de la grieta.



Figura 7: Efecto de tamaño observado y comparación con predicciones teóricas.

En el caso del trabajo [2] los valores de tensiones y energías se obtuvieron usando un código del método de los elementos de contorno [13]. Sin embargo, para la comparación que se presenta aquí se utilizan soluciones aproximadas de los problemas elásticos involucrados, que son los siguientes:

 Criterio tensional: Se requiere conocer el estado tensional en la situación sin daño. Para aproximar las tensiones en este problema se utiliza la solución de Goodier [14] que corresponde a una esfera totalmente adherida a una matriz ilimitada. Los materiales de esfera y matriz son diferentes pero ambos se consideran elásticos, lineales e isótropos. Esta solución permite una muy buena aproximación del estado tensional.

 Criterio energético: Es necesario aproximar la tasa de liberación de energía para un despegue de longitud variable. De esta forma se puede obtener la energía elástica liberada entre los estados inicial y final sin más que integrar la tasa de liberación de energía a lo largo de todos los estados intermedios, vea por ejemplo [15, 16] para más detalle. Para aproximar la tasa de liberación de energía se utiliza la solución de Fisher-Gurland [1] que corresponde al despegue observado aquí en una matriz ilimitada pero asumiendo que el material de la esfera y matriz son el mismo. Para corregir el efecto de la diferencia de materiales se multiplica el resultado por el concentrador de tensiones obtenido en el polo antes de la aparición del despegue. Este último paso está motivado en la solución para la tasa de liberación de energía en este tipo de problemas de interfase, vea [17].

El resultado de la aplicación del criterio acoplado al presente problema da lugar a la predicción que se observa con línea continua en la figura 7. En primer lugar es destacable el buen acuerdo cualitativo entre los resultados teóricos y experimentales. En ambos se puede observar una tendencia clara de que la resistencia crece según se reduce el tamaño de las probetas. De acuerdo al criterio acoplado de la mecánica de la fractura finita este efecto se puede explicar en base al balance energético y el diferente escalado de la energía elástica liberada y disipada. La energía elástica es almacenada y liberada en un volumen, por lo que al escalarse la probeta la energía se escala con el cubo del factor utilizado para las longitudes. En contraste, la energía se disipa en la apertura de nuevas superficies de grieta, por lo que se escala con el cuadrado del factor que se utiliza para escalar las longitudes. Esto produce que, a mismo nivel de carga, reducir el tamaño de la probeta haga disminuir más rápido la energía elástica disponible para ser liberada que la energía disipada, lo que genera que para seguir cumpliendo con el balance energético y, por lo tanto, sea posible la iniciación de la grieta, sea necesario incrementar el nivel de carga, produciendo un incremento de la resistencia en probetas más pequeñas.

Aunque existe un acuerdo en la tendencia entre los resultados experimentales y la predicción de la mecánica de la fractura finita, el resultado no es tan bueno a nivel cuantitativo. Mientras que para probetas grandes la coincidencia es muy buena, la predicción y los resultados divergen para probetas pequeñas. Así, para probetas pequeñas el modelo teórico subestima la resistencia de las probetas. Esto puede ser debido, por un lado, a imprecisiones en la aproximación realizada para el criterio energético, ya que como ha sido discutido ampliamente, vea [2, 15], el fallo de las probetas pequeñas está principalmente gobernado por dicho criterio, y, por otro lado, al comportamiento claramente no lineal de la resina sometida a tensiones más elevadas en las probetas pequeñas.

5. CONCLUSIONES

Los experimentos presentados en este trabajo confirman una serie de resultados teóricos presentados por diferentes modelos teóricos y numéricos:

- La iniciación estática del fallo en materiales compuestos reforzados con inclusiones esféricas ante tracción se produce en la interfaz entre la inclusión y la matriz. La secuencia de fallo está compuesta por una primera fase en la que el despegue aparece en uno de los polos enfrentados a la carga, una segunda fase en la crece a lo largo de esta interfaz, una tercera fase en la que la grieta se desvía hacia la matriz y una última fase en la que la grieta crece a lo largo de la matriz hasta llegar al borde libre de la probeta. Estas fases se observaron a alta velocidad, consiguiendo imágenenes de cada una de las fases. Este resultado puede extrapolarse a la iniciación del fallo en materiales compuestos reforzados con fibra larga ante cargas de tracción perpendicular a la dirección de la fibra.
- Existe un efecto del tamaño del diámetro de la esfera en la resistencia global del material. La tendencia observada es hacia un incremento de la resistencia según se reduce el tamaño de la probeta. Este resultado es coherente con las predicciones obtenidas con el criterio acoplado de la mecánica de la fractura finita a nivel cualitativo, aunque se puede observar una falta de acuerdo para probetas pequeñas, probablemente debido a las aproximaciones realizadas en esta primera comparación preliminar.

AGRADECIMIENTOS

Las investigaciones que llevaron a los resultados que se reflejan en este trabajo fueron realizadas con la financiación parcial del Ministerio de Ciencia e Innovación (Proyecto MAT2009-14022), el Ministerio de Economía y Competitividad y el Fondo Europeo de Desarrollo Regional (Proyectos MAT2012-37387, MAT2015-71036-P y UNSE15-CE-3581) y la Junta de Andalucía y el Fondo Social Europeo (Proyectos P08-TEP-4051 y P12-TEP-1050).

REFERENCIAS

 J. R. Fisher and J. Gurland. Void nucleation in spheroidized carbon steels Part 2: Model. *Metal Science*, 15(5):193–202, 1981.

- [2] I.G. García, V. Mantič, and E. Graciani. A model for the prediction of debond onset in spherical-particlereinforced composites under tension. application of a coupled stress and energy criterion. *Composites Science and Technology*, 106:60 – 67, 2015.
- [3] J. Cho, M. S. Joshi, and C. T. Sun. Effect of inclusion size on mechanical properties of polymeric composites with micro and nano particles. *Composites Science and Technology*, 66(13):1941–1952, 2006.
- [4] H. K. Lee and S. H. Pyo. Micromechanics-based elastic damage modeling of particulate composites with weakened interfaces. *International Journal of Solids and Structures*, 44(25-26):8390–8406, 2007.
- [5] S.-F. Fu, X.-Q. Feng, B. Lauke, and Y.-W. Mai. Effects of particle size, particle/matrix interface adhesion and particle loading on mechanical properties of particulate–polymer composites. *Composites Part B: Engineering*, 39(6):933–961, 2008.
- [6] N. Yoshinobu, M. Yamaguchi, M. Okubo, and T. Matsumoto. Effects of particle size on mechanical and impact properties of epoxy resin filled with spherical silica. *Journal of Applied Polymer Science*, 45(7):1281–1289, 1992.
- [7] T.C. Tszeng. A model of void nucleation from ellipsoidal inclusions in ductile fracture. *Scripta Metallurgica et Materialia*, 28(9):1065–1070, 1993.
- [8] I. Dlouhy and A. R. Boccaccini. Preparation, microstructure and mechanical properties of metalparticulate/glass-matrix composites. *Composites Science and Technology*, 56(12):1415–1424, 1996.
- [9] F. París, E. Correa, and J. Cañas. Micromechanical view of failure of the matrix in fibrous composite materials. *Composites Science and Technology*, 63(7):1041–1052, 2003.
- [10] F. París, E. Correa, and V. Mantič. Kinking of transversal interface cracks between fiber and matrix. *Journal of Applied Mechanics, Transactions ASME*, 74(4):703–716, 2007.
- [11] D. Leguillon. Strength or toughness? A criterion for crack onset at a notch. *European Journal of Mechanics and Solids*, 21(1):61–72, 2002.
- [12] P. Cornetti, N. Pugno, A. Carpinteri, and D. Taylor. Finite fracture mechanics: A coupled stress and energy failure criterion. *Engineering Fracture Mechanics*, 73(14):2021–2033, 2006.
- [13] E. Graciani, V. Mantič, F. París, and A. Blázquez. Weak formulation of axi-symmetric frictionless contact problems with boundary elements: Application to interface cracks. *Computers and Structures*, 83:836–855, 2005.
- [14] J. N. Goodier. Concentration of stress around spherical and cylindrical inclusions and flaws. *Journal* of Applied Mechanics, 55:39–44, 1933.
- [15] V. Mantič. Interface crack onset at a circular cylindrical inclusion under a remote transverse tension. Application of a coupled stress and energy criterion. *International Journal of Solids and Structures*,

46(6):1287-1304, 2009.

- [16] I. G. García. Crack initiation in composites at micro and meso scales. Development and applications of finite fracture mechanics. PhD thesis, School of Engineering, University of Seville, 2014.
- [17] V. Mantič and I. G. García. Crack onset and growth at the fibre-matrix interface under a remote biaxial transverse load. Application of a coupled stress and energy criterion. *International Journal of Solids* and Structures, 49(17):2273–2290, 2012.

EVALUATION OF MECHANICAL PROPERTIES OF POLY (LACTIC ACID) /CELLULOSE NANOCRYSTAL

NANOCOMPOSITES: A COMPARATIVE STUDY OF CONVENTIONAL TENSILE TEST AND SMALL PUNCH TEST

S. Singh^{1,2}, C. Rodriguez³, O. Santana¹, K. Oksman², and M. Ll. Maspoch^{1*}

¹Centre Català del Plàstic (CCP), Universitat Politècnica de Catalunya Barcelona Tech (EEBE-UPC), C/Colom, 114, Terrassa 08222, Spain

²Luleå University of Technology (LTU), SE 97187, Luleå, Sweden

³IUTA, Universidad de Oviedo, Edificio Departamental Oeste, N-7, 33203, Gijón, Spain

* Persona de contacto: maria.lluisa.maspoch@upc.edu

RESUMEN

El ácido poliláctico (PLA) ha ganado mucha atención debido a su potencial para sustituir algunos de los polímeros convencionales basados en fuentes no renovables (petróleo), sin embargo, tiene algunos inconvenientes que restringen su uso. Una forma de mejorar las propiedades mecánicas y térmicas de PLA es mediante la adición de nanocargas como los nanocristales de celulosa (CNC).

La dispersión de los CNC en la matriz de PLA representa un desafío, ya que los CNC tienen una tendencia a aglomerarse. En este trabajo, se favoreció la dispersión de los CNC en la matriz de PLA mediante ultrasonidos y agitación, así como con la modificación de la superficie de los CNC con la técnica de polimerización por apertura de anillo (ROP). Para facilitar el procesamiento, se prepararon microesferas de PLA / CNC (1% en peso) mediante nitrógeno líquido. Finalmente, las películas de nanocompuestos se prepararon por extrusión-calandra.

El objetivo principal de esta investigación es analizar posibles efectos del refuerzo de los CNC sobre las propiedades mecánicas del PLA. Las propiedades mecánicas de los nanocompuestos de PLA/CNC se evaluaron mediante ensayos de tracción y análisis térmico mecánico dinámico (DMTA) y se compararon con los obtenidos utilizando el ensayo "small punch" (SPT).

ABSTRACT

Polylactic acid (PLA) has gained much attention due to its potential to substitute some of the oil-based polymers, however, it has some drawbacks which restrict its use. One way to improve the mechanical and thermal properties of PLA is by adding nanofillers such as cellulose nanocrystals (CNC).

The dispersion of the CNC in the PLA matrix is quite challenging because CNC has a tendency to agglomerate. In this work, CNC was well dispersed in the PLA matrix using ultrasonication and stirring. Furthermore, surface modification of CNC was done by ring opening polymerization (ROP) technique to facilitate the dispersion. Then, the microspheres of PLA/CNC (1wt%) was prepared with liquid nitrogen for easy processing. Finally, nanocomposite films were prepared by extrusion calendering.

The main objective of this research is to see if there is any reinforcing effect of CNC on mechanical properties of PLA. Mechanical properties of PLA/CNC nanocomposites were evaluated by tensile testing and dynamic mechanical thermal analysis (DMTA) and compared with the small punch test (SPT).

KEYWORDS: Poly (lactic acid) (PLA), Cellulose nanocrystals (CNC), Nanocomposites, Small punch test (SPT).

1. INTRODUCTION

It is well knows the many advantages that has PLA Polylactic acid (PLA), however, it has some drawbacks as its brittle nature, slow crystallization rate and poor barrier properties which limits its use in some industrial applications [1].

One way to reduce these drawbacks is the use of nanofillers. Recently, it has been studied those of cellulosic nature, specifically the cellulose nanocrystals (CNC). The CNC raise interest due to its availability, biodegradability, low density, low toxicity and high transparency [2], and has been used as reinforcing agents in polymers such as polypropylene (PP) [3] and polyvinyl alcohol (PVA) [4]. Apart from these advantages it also has some drawbacks. The dispersion of the CNC in PLA are always challenging because of the high density of hydroxyl groups available on the surface of the CNCs which has a tendency to agglomerate in PLA matrix [2]. Several research have been done to solve this problem and different methods have been applied [5]. One way to overcome this challenge is to graft reactive or compatibles groups, with PLA, on the CNC surface. In this work, the surface of CNC was modified by grafting PLA using ring opening polymerization technique (ROP)[6].

Evaluation of mechanical properties of the nanocomposite materials is very important to use them in some applications such as in packaging. However, in the development of new products the amount of material available can be very small, being necessary the use of miniature tests for their mechanical characterization. Small punch test (SPT) has been widely used for many years to test the mechanical properties of the metals. Recently, researchers have started exploring its potential to test the polymeric materials as well. For example, Rodriguez et al [7] successfully employed SPT for testing the mechanical properties of different polymers. SPT was also used to characterize the PLA reinforced with organically modified nanoclay(o-MMT) [8] and the ductile-brittle transition behaviour of PLA/o-MMT nanocomposite films [9].

The main aim of this work is to see if there is any reinforcing effect of CNC on mechanical properties of PLA by means of tensile tests and dynamic mechanical thermal analysis (DMTA). Additionally, the study was completed using the small punch test (SPT) in order to analyse the applicability of the SPT in the mechanical characterizations of these PLA nanocomposites.

2. MATERIALS AND METHODS

2.1. Materials

Polylactic acid (PLA) (4032D grade) was purchased from Nature Works. The ratio of L-lactic acid and Dlactic acid in PLA was 98.6/1.4. The number average (Mn) and weight average molecular weight (Mw) of the PLA was 90 Kg mol⁻¹ and 181 Kg mol⁻¹, respectively [10]. Cellulose nanocrystals (CNC) (2013-FPL-CNC-049) were kindly provided by Forest Products Laboratory (FPL), Madison, USA. L-lactide, stannous octoate (Sn(Oct)₂), toluene, dichloromethane, chloroform and N, N-dimethylformamide (DMF) were purchased from Sigma Aldrich. 1,4-dioxane, methanol, ethanol, and acetone was supplied by VWR International.

2.2. Surface modification of CNC via ring opening polymerization (ROP) technique

In order to get better dispersion of CNC in PLA matrix, surface modification of CNC was done. PLA chains were grafted on the surface of CNC by ROP. Same procedure for surface modification was followed as reported by Garcia *et al.*[6]. In short, the aqueous suspension of CNC was solvent exchanged with acetone, dichloromethane and finally with dry toluene by centrifugation and redispersion cycles. L-lactide was dissolved in dry toluene in a three neck round bottle connected to the condenser. After that, previously dispersed CNC was poured into the reaction flask and heated to 80 °C and stirred using magnetic stirrer. $0.2 \text{ g of } \text{Sn}(\text{Oct})_2$ was added as a catalyst into the reaction flask dropwise using a syringe and the reaction was kept for 24 hrs. The product was recovered in toluene followed by redispersion cycles to remove the unreacted monomers using methanol, ethanol, and acetone. Schematic of the grafting of CNC is given in figure 1.



Figure 1. Schema of grafting of PLA on CNC surface via ring opening polymerization (ROP) technique.

2.3. Nanocomposites preparation

Nanocomposites of PLA with CNC and PLA grafted CNC (mCNC) were prepared by solvent mixing technique using three steps. In the first step, PLA pellets were dissolved in 1, 4 dioxanes using magnetic stirrer for 24 hr. On the other hand, 1wt% CNC and 1wt% mCNC were separately dispersed in DMF by a magnetic stirrer for 2 h and ultrasonication for 5 min. The dispersion of CNC was confirmed by flow birefringence. In step two, dissolved PLA solution and dispersed CNC suspensions were mixed together and further stirred for 2 h and sonicated for 5 min, in order to get a homogenous suspension. In the third step, this homogenous suspension of PLA with CNC and mCNC was used to prepare microspheres by dropping the suspension in liquid nitrogen (see figure 2). The obtained microspheres were freeze-dried and kept in sealed plastic bags for further processing.



Figure 2. Schematic representation of PLA nanocomposites preparation by solvent mixing.

PLA nanocomposites were prepared adding 1wt% of unmodified and modified CNC from now coded as *PLA/CNC and PLA/mCNC*, respectively.

2.4. Extrusion film calendering

From these microspheres, extruded calendered films of approximately of 0.1mm thick were obtained. It was used a single screw extruder (Lab Tech Engineering Company Ltd., Sweden) employing a temperature profile ranging from 190 °C (feed zone) to 200 °C (die zone) and a screw speed of 40 rpm.

2.5. Compression moulding

In order to assure a better surface quality of samples to be tested, from these films were prepared thicker ones (0,3 mm) using a compression press moulding machine (IQAP LAP PL-15; IQAP Masterbatch group SL, Barcelona, Spain) at 190°C and 15 bars of molding pressure during 30s, and cooled in room temperature water (20°C) for two minutes.

3. CHARACTERIZATION TECHNIQUES

3.1. Intrinsic Viscosity (IV)

Solution viscosity -also known as intrinsic viscosity $[\eta]$ (g/dL)- of all the materials were performed to check if the materials were degraded or not during processing (film calendering and compression moulding). A test was done with Ubbelohde-type (AB) viscometer in chloroform at 30 °C using five different concentrations (from 0 to 1 wt%). The relative viscosity $[\eta_r]$ and specific viscosity $[\eta_{sp}]$ of the prepared solutions were calculated from the flow time of the solution (t) with respect to the flow time of the blank or pure solvent (t₀) (i.e. chloroform) as mentioned in the following equations (1) and (2). Huggins and Kraemer expressions (equation 3 and 4) were used to calculate the IV of all the materials [11].

$$\eta = \frac{t}{t_0} \tag{1}$$

$$\eta = \eta - = \frac{t - t_0}{t_0} \tag{2}$$

$$\frac{\eta_{sp}}{C} = [\eta] + k_H [\eta]^2 C$$
(3)

$$\frac{ln_{sp}}{C} = [\eta] + k_K [\eta]^2 C \tag{4}$$

where C, is the concentration of the polymer solution, and $k_{\rm H}$ and $k_{\rm K}$ are Huggins and Kraemer constants.

3.2. Tensile testing

Mechanical properties of the nanocomposite films were tested on Galdabini Sun 2500 universal tensile machine (Galdabini, Cardano al Campo, Italy) equipped with a 1kN load cell. The tensile tests were performed at room temperature with a crosshead speed of 2 mm /min. The samples were prepared from the compression moulded plates according to ISO 527-2. Type 1 BA samples were used for testing. Prior to obtaining tensile specimens, thermal treatments of the specimens were performed, as reported by Cailloux et al.[12], in order to release internal stresses present in the samples and to avoid defects during cutting. The samples were kept for one week before testing to reach equilibrium in the aged state. Five samples of each material were tested. The engineering stress-strain curves for every sample were recorded and tensile modulus (E), tensile yield strength (σ_y), yield strain (ε_y) and strain at break (ε_b) were determined. The average values and corresponding standard deviation were calculated.

3.3. Dynamic mechanical thermal analysis (DMTA)

DMAT was done on a DMA Q800 (TA Instrument, New Castle, DE, USA). Rectangular shaped samples with dimensions: $30 \times 6 \times 0.3$ mm³, were cut from the compression moulded plates and tested. All the measurements were carried out in the tensile mode with a temperature range from 30° C to 140° C with a temperature ramp of 2° C/min.

3.4. Small punch test (SPT)

Small Punch tests were carried out on squared samples of 10x10 mm² cut from the same heat-treated moulded plates as the tensile specimens. SPTs were performed using an experimental device designed and manufactured by the SIMUMECAMAT research group [7] and mounted on a universal Instron testing machine equipped with a load cell of 5 kN. A punch diameter of 2.5 mm, a hole in the lower die with a diameter of 4 mm (with 0.2 mm corner radius) and a displacement rate of 0.2 mm/min, were employed in all these tests. The punch displacement was measured using a COD extensometer attached between the upper and lower dies. The thickness of the specimens was obtained by means of a precision micrometer as the average of six measurements. Ten specimens of each material were used in the SPT characterization. The obtained curves, were analysed with a Matlab subroutine specially developed for these tests that provides the values of the SPT characteristic parameters: the initial slope of the curve, Slopeini, related to the tensile modulus (equation 5), and the load at the first maximum, P_m , related to the yield strength (σ_v) (equation 6).

$$E = \alpha_1 \frac{\text{Slope}_{\text{ini}}}{t} + \alpha_2 \tag{5}$$

$$\sigma_{\rm y} = \beta \frac{{\rm P}_{\rm y}}{{\rm t}^2} \tag{6}$$

Where t is the inicial specimen thickness and α_1 , α_2 and β are characteristic material coefficients [7].

4. RESULTS AND DISCUSSIONS

4.1. Effect of reprocessing

In order to evaluate possible degradations of the PLA during the processing, extrusion calendaring (indicated as LTU) and compression moulding (indicated as CCP), the intrinsic viscosity (IV) of all the samples was determined. In table 1 it can be seen the IV values for all the samples. The regression coefficient (\mathbb{R}^2) values for all the materials were determined and it was between 0. 938 and 0.997.

IV values of PLA and PLA nanocomposite films are mostly the same independently of the nanofiller type and/or reprocessing applied. However, compared with unprocessed PLA a 22% decrease is observed. All these observations let conclude that although some degree of degradation during extrusion is presented, no further is observed after the compression molding is applied.

Table1. IV of the materials processed in LTU (film calendering) and CCP (compression moulding.)

Materials	IV, [η] (g/dl)
PLA pellets	1.46
PLA: LTU/CCP	1.15/ 1.13
PLA/CNC: LTU/CCP	1.11/1.05
PLA/mCNC :LTU/CCP	1.16/1.12

4.2. Dynamic Mechanical Thermal Analysis (DMTA)

DMTA was carried out to understand the role of CNC and surface modification of CNC on thermo-mechanical properties of the PLA. Changes in the storage modulus and tan delta as a function of the temperature of PLA and its nanocomposites are shown in the figure 3.

Storage modulus (E') of all the materials were determined below glass transition temperature (Tg) (at 30 °C) and around cold crystallization temperature (Tc) (89-100 °C). Below Tg, only a very small increase in modulus was seen. Around Tc, E' of PLA was increased with CNC (14% increased) and mCNC (69 % increased),



Figure 3. Storage modulus and tan δ curves of PLA and their nanocomposites as a function of temperature.

This suggests that cold crystallization was influenced by the addition of CNC and mCNC. Goffin et al. [13] attributes this relative increase in stiffness of nanocomposites above Tg, related to the modification of the crystallinity of PLA, as CNC and mCNC could promote the crystallization of PLA. By other side, no significant change was observed in tan δ signal with nanofillers which means that Tg and the molecular process related does not change.

4.3. Tensile test

Representative engineering stress-strain curves of all the materials are compared in figure 4 and the characteristic parameters are summarized in table 2. It can be seen the typical ductile behaviour without cold drawing (i.e. unstable ductile): after reach of yield, a decrease of stress is observed with could be attributed to a necking propagation that is not stabilized and breaks.



Figure 4. Engineering Stress-strain curves of PLA, PLA/CNC and PLA/mCNC.

Table. 2. Tensile testing results of PLA, PLA/CNC and PLA/mCNC. Standard deviations are given in brackets.

Materials	E	σ _y	ε _y	εь
	(GPa)	(MPa)	(%)	(%)
PLA	3.7	57	2.0	3.1
	(0.1)	(1.0)	(0.1)	(0.9)
PLA/CNC	3.6 (0.1)	56 (1.4)	2.0 (0.1)	3.0 (1.1)
PLA/mCNC	3.7	56	2.0	3.0
	(0.2)	(1.6)	(0.1)	(0.4)

However, a close inspection of samples seen in the optical microscopy (see fig.5), no necking evidence was observed but the formation of crazes around the broken zone, promoting a whitening area. The size of this area (around the fracture surface) is smaller in the PLA (fig. 5.b) than in nanocomposites (fig 5.c and 5.d). The craze nucleation ability of the nanoparticles could explain this larger size of the whitening zone. However, PLA/mCNC (fig 5.d) showed comparatively smaller area than PLA/CNC (fig 5.c), that could be attributed to the better adhesion between PLA and mCNC, that restricts nanofiller cavitation, which is the mechanisms involved in craze nucleation.



Figure 5. Schematic representation of (a) tensile sample with fractured area taken for optical microscopic (OM) images, (b) PLA, (c) PLA/CNC, and (d) PLA/mCNC.

4.4. Small Punch Test (SPT)

Representative load vs punch-displacement SPT curves of all the materials including are compared in figure 6 and the characteristic SPT parameters are summarized in table 3. As can be seen, all the curves showed the same trend, and no significant effects of CNC and mCNC can be appreciated. The difference between the curves are based on the different thicknesses of the specimens, that were about 300 μ m for the PLA specimens and about 270 μ m for the specimens of the other two materials.



Figure 6. SPT Load-displacement curves of PLA, PLA/CNC and PLA/mCNC.

Table, 3. SPT results of PLA, PLA/C/NC and PLA
--

Materials	Pend/t (MPa)	Py/t ² (MPa)	dy/t (mm/mm)
PLA	187±9.9	738±79.8	6.9±0.14
PLA/CNC	197±9.5	731±17.1	7.0±0.12
PLA/mCNC	195±3.4	749±6.5	7.0±0.09

Figures 7 and 8 showed the values of the obtained SPT parameters, pend/t and P_y/t^2 , versus the corresponding tensile properties, E (equation 5) and σ_y (equation 6), respectively, for the three materials analysed. As a comparison, this figures also include the values of the parameters for other polymeric materials [7].



Figure 7. Pend/t vs E relationship for different polymeric materials.



Figure 8. P_m/t^2 vs σ_y relationship for different polymeric materials.

Results on Figure 7 confirm the applicability of the SPT on the determination of the tensile modulus, E, of polymeric materials by means the equation 5, using values of 11.65 and 1532 for α_1 and α_2 respectively. The same can't be said to the parameter P_m/t^2 .

The results obtained in this work don't fit in the correlation obtained in [7] using various polymeric materials and also showed in figure 8. These results could be due to two factors. First, the small thickness of the SPT specimens used in this work (very different from the standard of 0.5 mm used in the rest of the test shown in Figure 7); and second, the tensile test rate used in this work v=2mm/min) slower than the used in the other tensile tests (v=10mm/min). As it is well known, the use of a faster test rate could provide higher σ_v values and the ideal parameter to estimate the yield strength by means equation 6, could be other than P_y/t^2 , like $Py/(t^*dy)$ used to estimates the ultimate tensile strength in metals [14]. In any case, more work must be done in order to find the best parameters and correlations between tensile and SPT parameters.

5. CONCLUSIONS

Under the processing and tensile tests conditions used in this study the addition of CNC and mCNC to PLA have not affected the mechanical parameters.

The applicability of the small punch test on the determination of the tensile modulus, E, of nanocomposites of PLA and CNC has been shown, but more work should be done in the search for the ideal SPT parameter to estimate the yield strength.

ACKNOWLEDGEMENTS

The authors would like to acknowledge the European Union for the financial support to Shikha Singh for Joint European Doctoral Programme in Advanced Material Science and Engineering (DocMASE) and the Spanish Ministry of Economy and Competitiveness for the MAT16-80045R Project.

REFERENCES

- R. Auras, B. Harte, and S. Selke, 'An overview of polylactides as packaging materials', *Macromolecular Bioscience*, vol. 4, no. 9. pp. 835–864, 2004.
- [2] D. Bondeson, P. Syre, and K. O. Niska, 'All Cellulose Nanocomposites Produced by Extrusion', *J. Biobased Mater. Bioenergy*, vol. 1, no. 3, pp. 367–371, 2007.
- [3] D. G. Gray, 'Transcrystallization of polypropylene at cellulose nanocrystal surfaces', *Cellulose*, vol. 15, no. 2, pp. 297–301, 2008.
- [4] S. Tanpichai and K. Oksman, 'Cross-linked nanocomposite hydrogels based on cellulose nanocrystals and PVA: Mechanical properties and creep recovery', *Compos. Part A Appl. Sci. Manuf.*, 2016.
- [5] K. Oksman, Y. Aitomäki., Aji. P. Methew,G. Siqueira, S. Butylina,S. Tanpichai, X. Zhou, and S. Hooshmand, "Review of the recent developments in cellulose nanocomposite processing," *Compos. Part A Appl. Sci. Manuf.* (2016) 83: 2–18.
- [6] A. Mujica Garcia, S. Hooshmand, M. Skrifvars, J.M. Kenny, K. Oksman, and L. Peponi, "Poly(lactic acid) melt-spun fibers reinforced with functionalized cellulose nanocrystals," *RSC Adv.*(2016) 6: 9221–9231.
- [7] C. Rodríguez, I. I. Cuesta, M. L. L. Maspoch, and F. J. Belzunce, 'Application of the miniature small punch test for the mechanical characterization of polymer materials', *Theor. Appl. Fract. Mech.*, vol. 86, pp. 78–83, 2016.
- [8] C. Rodríguez, D. Arencón, J. Belzunce, and M. L. Maspoch, 'Small punch test on the analysis of fracture behaviour of PLA-nanocomposite films', *Polym. Test.*, Feb. 2014.
- [9] M. Maspoch, O. O. Santana, J. Cailloux, Franco-

Urquiza, C. Rodriguez, J. Belzunce, , and A.B. Martinez, "Ductile-brittle transition behaviour of PLA/o-MMT films during the physical aging process," *Express Polym. Lett.* (2015) 9: 185-195.

- [10] J. Cailloux, O. O. Santana, E. Franco-Urquiza, J. J. Bou, F. Carrasco, and M. Ll. Maspoch, "Sheets of branched poly(lactic acid) obtained by one step reactive extrusion calendering process: Melt rheology analysis," *Express Polym. Lett.* (2012)7: 304–318.
- [11] R. H. Hakim, J. Cailloux, O. O. Santana, J. Bou, M. Sanchez-Soto, J. Odent, J. M. Raquez, P. Dubois, F. Carrasco, and M. Ll. Maspoch, "PLA/SiO₂ composites: Influence of the filler modifications on the morphology, crystallization behavior, and mechanical properties," *J. Appl. Polym. Sci.*, (2017) 134: 45367.
- [12] J. Cailloux, O. O. Santana, E. Franco-Urquiza, J. J. Bou, F. Carrasco, and M. L. Maspoch, 'Sheets of branched poly(lactic acid) obtained by onestep reactive extrusion-calendering process: Physical aging and fracture behavior', *J. Mater. Sci.*, vol. 49, no. 11, pp. 4093–4107, 2014.
- [13] A. L. Goffin, J. M. Raquez, E. Duquesnet, G. Siqueira, Y. Habibi, A. Dufresne, and P. Dubois., "From interfacial ring-opening polymerization to melt processing of cellulose nanowhisker-filled polylactide-based nanocomposites," *Biomacromolecules* (2011) 12 :2456–2465.
- [14] T. E. García, C. Rodríguez, F. J. Belzunce, and C. Suárez, 'Estimation of the mechanical properties of metallic materials by means of the small punch test', *J. Alloys Compd.*, vol. 582, pp. 708–717, 2014.

APLICACIÓN DE LA TEORÍA DE LAS DISTANCIAS CRÍTICAS A LA ROTURA DINÁMICA DE PROBETAS ENTALLADAS DE POLIAMIDA 12 FABRICADAS POR SINTERIZADO SELECTIVO POR LÁSER

M. Crespo, M. T. Gómez-del Río, J. Rodríguez*

Grupo de Durabilidad e Integridad Mecánica de Materiales Estructurales Escuela Superior de Ciencias Experimentales y Tecnología. Universidad Rey Juan Carlos. C/ Tulipán, s/n. Móstoles 28935 Madrid – España * Persona de contacto: jesus.rodriguez.perez@urjc.es

RESUMEN

En este trabajo se analiza la rotura a alta velocidad de deformación de probetas entalladas de poliamida 12 fabricadas por sinterizado selectivo por láser. El programa experimental ha consistido en la realización de ensayos de tracción en una barra Hopkinson con probetas con entallas de diferentes radios. Se han determinado las fuerzas aplicadas y las velocidades impuestas usando la teoría de propagación de ondas elásticas unidimensionales. El empleo de videoextensometría de alta velocidad ha permitido identificar el instante de la rotura. Para aplicar la teoría de distancias críticas, se ha determinado la distribución de tensiones elásticas en el instante de la rotura con la ayuda del programa Ls-Dyna. Los resultados obtenidos han permitido obtener una estimación de la tenacidad de fractura del material a alta velocidad de deformación. Se han comparado los valores obtenidos a diferentes velocidades de deformación y la posible anisotropía del material al analizar los resultados en dos direcciones de carga diferentes.

PALABRAS CLAVE: poliamida 12, barra Hopkinson, tenacidad de fractura

ABSTRACT

In this work, the fracture at high strain rate of notched specimens of polyamide 12 manufactured by selective laser sintering was analyzed. The experimental program consisted of tensile tests carried out in a Hopkinson bar with specimens with notches of different radii. The applied forces and the imposed velocities have been determined using the one-dimensional elastic wave propagation theory. The use of high-speed videoextensometry has made it possible to identify the time of failure. In order to apply the theory of critical distances, the dynamic distribution of elastic stresses at the instant of fracture has been determined with the help of the Ls-Dyna program. The results obtained have allowed us to estimate the fracture toughness of the material at high strain rate. The fracture toughness values obtained at different rates were compared and the possible anisotropy of the material was considered when analyzing the results in two different loading directions.

KEYWORDS: polyamide 12, Hopkinson bar, fracture toughness

1. INTRODUCCIÓN

La teoría de las distancias críticas (TDC) engloba una serie de metodologías que permiten determinar las cargas de rotura de probetas entalladas a partir de una tensión crítica, σ_0 , y de una distancia característica, *L*, propias de cada material [1]. Para la aplicación de la TDC es necesario disponer de información sobre el estado tensional en el entorno de la entalla, en particular, la curva tensión-distancia a la punta de la entalla, $\sigma(r)$, que se obtiene mediante un cálculo elástico lineal. En su versión más simple, conocida como método del punto, la TDC predice que la rotura de una probeta entallada se producirá cuando la tensión alcance la siguiente condición:

$$\sigma(r = L/2) = \sigma_0 \tag{1}$$

La TDC se ha aplicado a diversos tipos de materiales (metales, cerámicos, polímeros y compuestos) y a numerosos casos, desde la fractura frágil de probetas entalladas, al fallo por fatiga de componentes ingenieriles [2].

En aquellas circunstancias donde se producen cargas de impacto, los criterios de fallo deben incorporar la variación de las propiedades características de los materiales con la velocidad de deformación. Hay pocos ejemplos de utilización de la TDC en casos de alta velocidad de deformación. Susmel y colaboradores [3] reformularon la TDC para predecir la rotura dinámica de probetas metálicas entalladas sometidas a cargas impulsivas en una Barra Hopkinson. Se incluyeron valores de la tensión crítica, σ_0 , y de la longitud característica, L, dependientes de la velocidad de deformación, pero sin realizar un verdadero cálculo dinámico del estado tensional. En materiales poliméricos a alta velocidad de deformación los resultados son aún más escasos si cabe. Los autores publicaron los primeros resultados de tensión y longitud característica a alta velocidad de deformación en poliamida 12 [4], pero sin analizar la influencia de la orientación.

En este trabajo se aplica la TDC a la rotura dinámica de probetas entalladas de poliamida 12, fabricadas por sinterización selectiva por láser (*selective laser sintering*). Para ello se aplicará la metodología de la TDC a ensayos de Barra Hopkinson, realizando un análisis elastodinámico que considere los efectos de propagación de ondas, para determinar el estado tensional en el entorno de la entalla en el momento de la rotura y, a partir de él, estimar la tenacidad de fractura del material.

2. MATERIALES Y MÉTODO

2.1. Materiales

El material estudiado en este trabajo es una poliamida 12 de nombre comercial PA2200, suministrada por la compañía EOS GmbH. El material se presenta en forma de partículas esféricas de radio inferior a 58 µm y con una densidad en bruto superior a 0.430 g/cm³. A partir de este material base, se han fabricado probetas lisas sin entallar y probetas entalladas con diferentes radios de entalla, que han sido preparadas mediante la técnica de fabricación aditiva por Sinterización Selectiva mediante Láser (SLS). La unidad de fabricación empleada es EOS Formiga P100 de la empresa FUNDACIÓN PRODINTEC, donde se han optimizado los parámetros de fabricación.

Las probetas fabricadas por SLS no se han mecanizado posteriormente. La geometría de las probetas entalladas en U se muestra en la figura 1, con radios de fondo de entalla de 0.2, 0.5, 0.8 y 1 mm, generados en el proceso de fabricación mediante SLS, evitando así posibles daños.



Figura 1. Geometría de una probeta con una entalla de radio 1 mm (unidades en mm).

Se han preparado dos lotes de probetas, que se diferencian entre sí por la orientación en la disposición

de las capas de material durante la fabricación. La orientación de las capas es a 0° y 90° con respecto a la dirección de carga.

Las medidas de densidad realizadas sobre las muestras sinterizadas utilizando el método de Arquímedes, con agua como medio líquido, establecen una densidad de 0.985 g/cm^3 y una porosidad del 3.4%.

Las medidas realizadas mediante calorimetría diferencial de barrido con velocidades de calentamiento y enfriamiento de 10 °C/min proporcionan un grado de cristalinidad (χ_c) del 35%, una temperatura de transición vítrea (Tg) de 55 °C, una temperatura de cristalización (Tc) de 140 °C y una temperatura de fusión de 183 °C.

Las propiedades mecánicas han sido determinadas a través de ensayos de tracción realizados a 21 °C siguiendo las directrices de la normativa ASTM D638. Los resultados obtenidos tras la realización de ensayos estáticos fueron incluidos en una publicación previa de los autores y se muestran en la Tabla 1. [5].

Tabla 1. Propiedades mecánicas a baja velocidad de deformación y densidad del material sinterizado.

Propiedad	Orientación 0°	Orientación 90°
Resistencia a	49 ± 2	34 ± 12
tracción (MPa)		
Módulo de	1700 ± 150	1600 ± 150
elasticidad (MPa)		
Densidad (g/cm ³)	0.985	0.982

2.2. Metodología experimental

Los ensayos a alta velocidad de deformación se realizaron en una barra Hopkinson dispuesta en la configuración de tracción. En la Figura 2 se muestra un esquema del dispositivo empleado, que consta de un cañón de aire comprimido por el que se acelera un proyectil tubular, una barra incidente instrumentada con bandas extensométricas en dos posiciones y una barra transmisora con una única posición de medida. Ambas barras están fabricadas en aluminio, siendo la barra incidente un cilindro macizo de 12 mm de diámetro y la barra transmisora un tubo con diámetro interior 8 mm y diámetro exterior 12 mm.



Figura 2. Esquema del dispositivo experimental de barra Hopkinson. Geometría de una probeta con una entalla de radio 1 mm (unidades en mm).

Como consecuencia del impacto del proyectil, se genera una onda de tracción que se propaga por la barra incidente hasta alcanzar la probeta, donde se ve parcialmente reflejada y parcialmente transmitida a la barra transmisora. A partir de las ondas incidente, reflejada y transmitida, que se deducen de los registros obtenidos en las bandas extensométricas, es posible determinar las fuerzas, F_i , y velocidades, v_i , impuestas sobre ambos extremos de la probeta.

$$F_{1} = A_{1}E(\varepsilon_{i} + \varepsilon_{r}) \qquad v_{1} = -c(\varepsilon_{i} - \varepsilon_{r})$$

$$F_{1} = A_{2}E\varepsilon_{t} \qquad v_{2} = -c\varepsilon_{t} \qquad (1)$$

donde ε_i , ε_r y ε_t son las ondas de deformación incidente, reflejada y transmitida medidas en las barras; A_1 y A_2 las secciones de las barras incidente y transmisora; E el módulo de elasticidad y c la velocidad de propagación de las ondas en el material de las barras. El sistema de adquisición de datos está formado por un acondicionador de señal VISHAY 220 conectado a un osciloscopio digital TEKTRONIX. Los ensayos han sido filmados con una cámara de alta velocidad Photrom SA5, que ha permitido captar imágenes a 300000 tomas por segundo (fps).

2.3. Simulación numérica

Las simulaciones numéricas se han realizado con el código explícito no lineal LS-Dyna. La geometría de las probetas simulada coincide con la indicada en la figura 1. La simulación se ha realizado en 3D con elementos tetraédricos de 10 nodos (4 puntos de integración), debido a la complejidad de la geometría de la probeta en la zona de transición entre sección circular de la unión roscada y la sección central plana. Aprovechando la simetría del problema sólo se ha trabajado con una cuarta parte de la probeta, empleando como planos de simetría los planos XZ y YZ, siendo Z el eje de la probeta y la dirección de aplicación de la carga con la barra Hopkinson. Se ha intentado tener un mallado de elemento adecuado, manteniendo la relación 1:2:1, considerada como óptima en eventos dinámicos [6], con dimensión mínima de tamaños cerca de la entalla de 20 y hasta 60 micras en esa zona central y en las zonas de cambio de geometría. La zona cercana a la entalla requería una malla más fina por la concentración de tensiones y para obtener suficientes puntos en las curvas de tensióndistancia al fondo de fisura empleadas en la Teoría de Distancias Críticas. Se ha utilizado un modelo de material elástico lineal con módulo de elasticidad de 4 GPa y coeficiente de Possion de 0.4. En la Figura 3 se muestra una imagen de la malla completa utilizada.

Se han aplicado como condiciones de contorno la historia de las velocidades medidas experimentalmente en las barras incidente y transmisora en cada extremo de la probeta. Una vez impuesta la historia de velocidades en cada extremo de la probeta, se ha analizado la distribución de tensiones en el plano de la entalla en el instante temporal coincidente con la rotura de la probeta. Este tiempo de rotura se ha determinado con las imágenes grabadas con la cámara de alta velocidad.



Figura 3. Imagen de la malla empleda en Ls-Dyna.

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

La figura 4 recoge un ejemplo de los registros experimentales obtenidos en las posiciones de medida de las barras incidente y transmisora.



Figura 4. Registros experimentales correspondientes a un ensayo de barra Hopkinson en una probeta entallada con radio de entalla de 0.5 mm.

Los ensayos sobre probetas lisas proporcionaron las propiedades mecánicas en tracción a alta velocidad de deformación que se incluyen en la Tabla 2.

Tabla 2. Propiedades mecánicas de la PA12 fabricada por SLS a alta velocidad de deformación.

Propiedad	Orientación 0°	Orientación 90°
Resistencia a	72 ± 4	43 ± 11
tracción (MPa)		
Módulo de	4200 ±200	4000 ± 100
elasticidad (MPa)		

La comparación de estos resultados con los cuasiestáticos de la Tabla 1, muestran que la poliamida 12 fabricada por SLS es un material sensible a la velocidad de deformación, con incrementos en la resistencia a tracción del orden del 46% en la orientación 0° y del 26% en la orientación 90°. La mayor diferencia entre los ensayos estáticos y dinámicos se observa en el módulo de elasticidad con aumentos del 150%. Para las medidas del módulo de elasticidad dinámico se instrumentaron probetas sin entalla con la geometría general indicada en la Figura 1. En la simulación numérica se ha utilizado en todos los casos considerados un módulo de elasticidad de 4 GPa y un coeficiente de Poisson de 0.4.

Las probetas entalladas se han analizado haciendo uso de la TDC. Los campos tensionales dinámicos han sido calculados en el plano de la entalla en el instante de la rotura identificado con la cámara de alta velocidad. A partir de las curvas de tensión-distancia para las probetas con radios de entalla mayores y menores (0.2 mm y 1 mm) se han determinado los parámetros característicos de la TDC, σ_0 y *L*. Los valores obtenidos en los ensayos estáticos y dinámicos para las dos orientaciones analizadas se recogen en la Tabla 3.

Tabla 3. Parámetros de la TDC, para las dos orientaciones analizadas a baja y a alta velocidad de deformación.

Velocidad	Orientación	σ_0 (MPa)	L (µm)
Daia	0°	81	560
Баја	90°	67	236
A 1to	0°	205	180
Alta	90°	180	80

Como se aprecia en los valores anteriores, la tensión característica σ_0 es muy superior a la resistencia a tracción del material, algo ya muy conocido en los materiales poliméricos [7]. Estas diferencias se acrecientan con la velocidad de deformación. Los datos de la Tabla 3 pueden ser utilizados para hacer una primera estimación de la tenacidad de fractura del material en cada orientación a las diferentes velocidades de solicitación. Esta estimación se recoge en la Tabla 4.

Tabla 4. Valores de $\sigma_0 \sqrt{\pi L}$, para las dos orientaciones analizadas a baja y a alta velocidad de deformación.

Velocidad	Orientación	$\sigma_0 \sqrt{\pi L}$ (MPa m ^{1/2})
Raia	0°	3.4
Баја	90°	1.8
A 160	0°	4.9
Alta	90°	2.9

Una vez determinados los campos de tensión elastodinámicos en los instantes de rotura, es posible emplear la TDC para obtener una tenacidad de fractura a partir de los resultados obtenidos en probetas entalladas. La tenacidad de fractura aparente en las probetas entalladas, K_C^N , puede obtenerse a partir de la expresión siguiente [8]:

$$K_C^N = \frac{\sigma_{tip}}{2} \sqrt{\pi R} \tag{2}$$

donde σ_{iip} es la tensión en la punta de la entalla y *R* el radio de la misma. El valor del radio *R* se ha medido en cada probeta y la tensión σ_{iip} se ha calculado mediante la simulación dinámica por elementos finitos con el código Ls-Dyna, de manera que hay un valor de cada una de estas magnitudes para cada probeta ensayada.

La combinación de la ecuación anterior con el método del punto de la TDC, permite obtener una tenacidad de fractura equivalente, K_{IC} , en función de la tenacidad de fractura aparente, K_{C}^{N} , del radio, R, de entalla de cada probeta y de la longitud característica, *L*:

$$K_{IC} = K_C^N \frac{1 + \frac{2R}{L}}{\left(1 + \frac{R}{T}\right)^{\frac{3}{2}}}$$
(3)

La presencia de defectos en las probetas procesadas por técnicas de fabricación aditiva puede tenerse en cuenta realizando un análisis probabilístico de los resultados. En este caso, se ha optado por utilizar una distribución de Weibull, en la que la probabilidad acumulada de fallo, P_f viene dada por la siguiente expresión:

$$P_f = 1 - exp\left[-\left(\frac{K_{IC} - K_{min}}{K_0 - K_{min}}\right)^m\right] \quad (4)$$

donde K_{IC} es la tenacidad de fractura correspondiente a la probabilidad P_f , K_0 un parámetro de escala asociado a una probabilidad acumulada del 63.2%, K_{min} es el valor umbral para el que se produciría el fallo y *m* es el módulo de Weibull [9].

Los resultados de los ensayos a alta velocidad de deformación en Barra Hopkinson realizados en este trabajo, se han comparado con los resultados estáticos previamente publicados [5], obteniendo las distribuciones de Weibull que se recogen en la Figura 5. Los resultados obtenidos se han determinado tras calcular una tenacidad de fractura equivalente para las probetas entalladas, mediante las expresiones que proporciona la TDC.

Se han ensayado también un número limitado de probetas fisuradas con la geometría básica de la Figura 1, pero sustituyendo la entalla por una grieta generada mediante una cuchilla de 5 mm de diámetro. En la Tabla 5 se comparan los valores del parámetro K_0 (63.2% de probabilidad de fallo) obtenidos con las probetas entalladas y con las probetas fisuradas. En este último caso, se ha asumido una situación de equilibrio durante los ensayos dinámicos y se han utilizado las expresiones del factor de intensidad de tensiones para una placa de anchura finita con una grieta lateral [10].



Figura 5. Distribuciones de Weibull de los ensayos estáticos y dinámicos en poliamida 12 procesada por SLS.

Tabla 5. Parámetros de la distribución de Weibull obtenidos a partir de los ensayos en probetas entalladas.

Velocidad	Orientación	K_0	K_0
		entalladas (MPam ^{1/2})	fisuradas (MPam ^{1/2})
Data	0°	3.4	3.4
Баја	90°	2.0	3.0
A 14-	0°	4.3	4.8^{*}
Alta	90°	2.3	5.0*

* Valores estimados a partir de un número limitado de probetas

Como se aprecia en las distribuciones incluidas en la Figura 5 y la comparación del parámetro K_0 de la Tabla 5, la TDC proporciona una buena aproximación de la tenacidad de fractura en el caso de las probetas con orientación a 0°. En realidad, si el objetivo fuera exclusivamente determinar la tenacidad de fractura, bastaría con calcular los valores de los parámetros σ_0 y *L* siguiendo el método del punto de la TDC, y utilizar la aproximación de la Tabla 4 para obtener un valor razonable de la tenacidad de fractura. No obstante, el procedimiento indicado en las ecuaciones (2) y (3), permite evaluar la integridad de probetas entalladas.

Los resultados obtenidos en la orientación 90° no son tan satisfactorios. Hay diferencias importantes, tanto en los ensayos estáticos como en los dinámicos, entre las predicciones de la TDC y los resultados obtenidos con probetas fisuradas. La causa de estas diferencias requerirá el analisi de los mecanismos de rotura propios de estas probetas, una tarea que aún no ha sido completada.

No parece que los efectos dinámicos de propagación de ondas de tensión sean realmente muy relevantes en la determinación del estado tensional en la configuración utilizada en estos ensayos, si bien esto no significa que los parámetros característicos no tomen valores significativamente diferentes a altas velocidades de deformación.

4. CONCLUSIONES

En este trabajo se han realizado ensayos a alta velocidad de deformación en una barra Hopkinson de tracción de probetas entalladas de poliamida 12 fabricadas por sinterizado selectivo por láser (SLS). A partir de medidas experimentales, se han calculado mediante el programa Ls-Dyna, los campos tensionales dinámicos presentes en las probetas en el instante de rotura y se ha aplicado la TDC para determinar los parámetros característicos del material, σ_0 y *L*, comparando los valores a diferentes velocidades de deformación.

Se ha constatado que la TDC proporciona valores razonables de la tenacidad de fractura en las probetas orientadas a 0°, aunque los resultados son menos satisfactorios en las probetas con orientación 90°.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer agradecer al *Ministerio de Economía y Competitividad* la financiación a través del proyecto DPI2016-80389-C2-1-R.

REFERENCIAS

- [1] D. Taylor, The Theory of Critical Distances. Elsevier, Amsterdam (2007).
- [2] Cicero S, Madrazo V, Carrascal I and Cicero R, Assessment of notched structural components using failure assessment diagrams and the theory of critical distances, Engineering Fracture Mechanics (2011), 78:2809-2825.
- [3] Yin T, Tyas A, Plekhov O, Terekhina A, Susmel L, A novel reformulation of the Theory of Critical Distances to design notched metals against dynamic loading. Materials and Design (2015), 69, 197–212.
- [4] Crespo M, Gómez del Río T, Rodríguez J. Failure of SLS polyamide 12 notched samples at high loading rates. Theoretical and Applied Fracture Mechanics (2017), 92, 233–239.
- [5] Crespo M, Gómez del Río T, Rodríguez J. Fractura de probetas entalladas de poliamida 12 procesada por técnicas de fabricación aditiva. Anales de Mecánica de la Fractura (2018).
- [6] Zukas JA, Scheffer DR. Practical aspects of numerical simulations of dynamic events: effects of meshing. International Journal of Impact Engineering (2000), 24: 925-45.

- [7] Rodríguez J, Salazar A, Gómez FJ, Patel Y, Williams JG, Fracture of notched samples in epoxy resin: experiments and cohesive model. Engineering Fracture Mechanics (2015), 149, 402– 411.
- [8] Glinka G. Calculation of Inelastic Notch-tip Strainstress Histories Under Cyclic Loading. Engineering Fracture Mechanics, (1985), 22 (5), 839-854.
- [9] Weibull W, A Statistical Distribution Function of Weibull, ASME Journal of Applied Mechanics, (1951), 293-297.
- [10] Tada H, Paris P and Irwin G, *The Stress Analysis of Cracks Handbook*, Ney York: The American Society of Mechanical Engineers (ASME-Press), (2000).

ANÁLISIS DEL EFECTO DEL TRATAMIENTO SUPERFICIAL EN LA ENERGÍA DE FRACTURA EN UNIONES ADHESIVAS DE COMPUESTOS

S.Sánchez^{1*}, G.Álvarez², A. Argüelles¹, J. Viña¹, I. Viña¹

 ¹ Integridad Estructural: Materiales y Estructuras, IEMES.
 ² Simulación Numérica, Modelización Caracterización y Optimización Microestructural de Componentes Industriales, SIMUMECAMAT Escuela Politécnica de Ingeniería de Gijón. Universidad de Oviedo. Campus de Gijón, Viesques, 33204.-Principado de Asturias-España * Persona de contacto: sanchezsara@uniovi.es

RESUMEN

La aplicación de las uniones adhesivas en compuestos reforzados con fibras se ha incrementado significativamente en los últimos años. Esto se debe a sus grandes ventajas frente a otros métodos de unión, incluyendo mejoras en la relación resistencia/peso, transferencia de cargas a través del adhesivo, la flexibilidad del diseño y menores costes. Por otra parte, otros aspectos como la preparación de las superficies, los tipos de adherentes y adhesivos, o el espesor de la unión, siguen siendo motivo de análisis. Este trabajo estudia el efecto de diferentes tratamientos superficiales sobre la unión adhesiva en materiales compuestos de fibra de carbono-epoxi en comparación con diferentes adhesivos de base epoxi y acrílica. Para ello, se han empleado los tratamientos de abrasión, chorreado y un tejido pelable (*peel ply*) utilizado en la fabricación. Las modificaciones superficiales producidas se han evaluado mediante: medidas de ángulo de contacto y microscopio electrónico de barrido (SEM). Se emplearon ensayos de viga doble en voladizo (DCB) para determinar la resistencia de la unión y la tenacidad a la fractura (G_{IC}). Los resultados experimentales obtenidos muestran que, para una mejora de la humectación y aumento de la rugosidad superficial, los valores de relajación de la energía son mayores.

PALABRAS CLAVE: Unión adhesiva, Tratamiento superficial, Ángulo de contacto, Tasa de relajación de la energía.

ABSTRACT

The application of adhesive bonding in fibber reinforced composites has increased significantly in recent years. This is due to its great advantages over other joining methods, including better strength/weight ratio, transmission of loads through the adhesive, the flexibility of the design and lower costs. On the other hand, some aspects such as the surface treatment, adherents and adhesives types, joint thickness, are being analyzed. This work studies the effect of surface treatments on adhesive bonding of carbon-epoxy composites materials in comparison to different epoxy and acrylic based adhesives. For this, sanding and grit blasting treatments and peel ply technique in the fabrication process were used. Surface modifications were evaluated by contact angle measurements and scanning electron microscope (SEM). The double cantilever beam (DCB) test configuration was used to determine the bonding strength and fracture toughness (G_{IC}). The experimental results obtained show that, for an improved of wetting properties and an increase of surface roughness, the strain energy release rate is higher.

KEYWORDS: Adhesive bonding, Surface treatment, Contact angle, Strain energy release rate.

1. INTRODUCCIÓN

Las uniones adhesivas vienen usándose desde hace décadas en industrias como la automoción, la aeroespacial y la naval, debido a sus grandes ventajas en la distribución de tensiones en la superficies de unión, disminuye la relación resistencia/peso mejorando la eficiencia de la unión [1]. La principal razón es debida a que los adhesivos usados en aplicaciones de tecnología avanzada son polímeros de origen sintético, estos adhesivos permiten una adhesión de una forma sencilla en una gran variedad de materiales y poseen una elevada capacidad de transmitir cargas altas.

Cuando se considera el fenómeno de la adhesión es importante considerar tanto al adhesivo como a las propiedades mecánicas de las superficies en contacto. Esta unión se asocia con un incremento de la energía de disipación plástica en la fractura de la unión adhesiva [2]. El uso de tratamientos superficiales es empleado para optimizar la adhesión, modificando las propiedades físicas y químicas de la superficie de unión, especialmente debido a la baja tensión superficial y mojabilidad que presentan los polímeros reforzados. Muchos investigadores han estudiado la preparación de superficies en uniones adhesivas de polímeros compuestos eliminando los contaminantes y mejorando la rugosidad del a superficie [3,4]

El objetivo de este trabajo es el estudio de la influencia del tratamiento superficial en la resistencia de la unión tomando como parámetro de estudio la tasa de relajación de energía en uniones adhesivas de material compuesto de fibra de carbono. Para ello, se analiza el comportamiento a fractura bajo solicitación en modo I en sustratos preparados superficialmente relacionando la mojabilidad en la interfase entre en adhesivo y la superficie rugosa del sustrato.

2. PROCEDIMIENTO EXPERIEMNTAL

2.1. Materiales y tratamientos

El material compuesto utilizado en este trabajo es un preimpregnado de resina epoxi reforzada con fibra de carbono unidireccional 0° (*MTC 510 epoxy component prepeg*; en adelante "CFRP"), en la tabla 1 se presentan los módulos elásticos a tracción E_1 y flexión E_2 , y tensión cortante máxima G_{max} .

Tabla 1. Propiedades mecánicas

E1 (GPa)	E ₂ (GPa)	G _{max} (MPa)
55,20	60,10	69,90

Los sustratos se han fabrican con 7 capas de laminado CFRP mediante el método de colocación manual, moldeado bajo vacío y ciclo térmico de curado a 100°C durante 4 horas. Las probetas se ensamblaron con diferentes adhesivos, utilizando un film de teflón de 24 μ m entre los sustratos como iniciador de grieta. Para este estudio se ensayaron un total de 36 probetas correspondientes a 4 repeticiones con 9 combinaciones de adhesivo-preparación superficial (tabla 2).

Tabla 2. Plan experimental

Variables	N°	Tipo
Adhesivo	3	Loctite EA 9470 TM , Araldite 2015, 3M TM DP8010NS
Tratamiento Superficial	3	Lijado Al2O3, Granallado Al2O3, Peel Ply
Repeticiones	4	

Los sustratos se prepararon superficialmente como se describe en la tabla 2, mediante 3 procedimientos: lijado manual por abrasión con papel de lija P80 Al₂O₃,

granallado con máquina de chorreado con Al₂O₃, y mediante *peel ply* PA80 de poliamida.

Una vez preparados superficialmente se limpiaron con acetona para posteriormente ser unidos con tres adhesivos comerciales: Loctite® EA 9470TM, Araldite® 2015 y 3MTM DP8010NS, los dos primeros de base epoxi y el tercero de base acrílica, cuyas propiedades físicas se muestran en la tabla 3.

2.2. Ángulo de contacto, energía superficial y mojabilidad

La energía superficial de la resina carbono-epoxi se determina a partir de la medida del ángulo de contacto (*Sessile Drop Contact Angle Measurement*) como se muestra en la figura 1, con 3 disolventes: agua destilada, formamida y etilenglicol. Para ello, se posicionaron gotas uniformes de estos disolventes en cada uno de los sustratos CFRP que han sido previamente preparados superficialmente, de acuerdo con la norma ASTM D5946-04 [5].

La mojabilidad y el ángulo de contacto dependen del equilibrio termodinámico en la región de contacto de las tres fases. La ecuación de Young (1) relaciona el ángulo de contacto y la energía superficial.

$$\gamma_{SV} = \gamma_{SL} + \gamma_{LV} \cdot \cos\theta_C \tag{1}$$

donde, γ_{SV} es la energía superficial del sustrato, γ_{SL} es la energía interfacial entre el sustrato y el líquido, γ_{LV} es la tensión superficial del líquido y θ_c el ángulo de contacto.



Figura 1. Medida del ángulo de contacto

2.3. Estudio morfológico

Se ha realizado un análisis fractográfico de sustratos de 10x10 mm² con los diferentes tratamientos superficiales empleados mediante un microscopio electrónico de barrido (SEM).

2.4. Ensayo en doble viga voladiza (DCB test)

Para la caracterización frente al fenómeno de deslaminación, de las uniones adhesivas ensayadas en este trabajo, se ha estudiado su comportamiento a fractura bajo solicitación en modo I, de acuerdo con la norma ASTM D 5528-01 [6]. Las probetas ensayadas son de tipo DCB *Double Cantilever Beam* como se observa en la figura 2.

Tabla 3.	Pro	piedade	s j	físicas	de	los	adhesivos	а	25	$^{\circ}C$

	Base	Viscosidad [mPa·s]	Módulo de tracción [MPa]	Resistencia a tracción [MPa]	Resistencia a cortadura [MPa]
Loctite® EA 9470 TM	epoxi	150.000 a 250.000	2.758	30,30	13,80
Araldite® 2015	epoxi	tixotrópico	2.000	30,00	14,30
3M TM DP8010NS	acrílica	45.000	861,84	11,37	6,89



Figura 2. Esquema del ensayo sobre probeta DCB

Las probetas se ensayaron utilizando una máquina servohidráulica (MTS 810) equipada con una célula de carga de 5 kN a una velocidad de ensayo constante de 2 mm/min y a temperatura ambiente. Los datos recogidos registran la curva carga-desplazamiento (P- \Box), mientras que para el estudio del frente de grieta se ha empleado una cámara de alta resolución.

La determinación de la tasa de relajación de energía, G_{IC} se realizó utilizando la teoría de la viga modificada, de acuerdo a la norma ASTM D5528–01 [6] mediante la siguiente expresión:

$$G_{IC} = \frac{3F\delta}{2b(a+|\Delta|)} \tag{2}$$

donde, *b* es el ancho de la probeta, *P* es la carga aplicada, δ es el desplazamiento en el punto de carga, *a* es la longitud de deslaminación de la grieta y Δ es un factor de corrección.

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

3.1. Mojabilidad

En la figura 3 se muestran imágenes fotográficas de la medida del ángulo de contacto de los 3 disolventes empleados: agua destilada, formamida y etilenglicol, sobre cada sustrato preparado superficialmente.

Se pueden observar una disminución del ángulo de contacto en función del tiempo de exposición, lo que conlleva un aumento de la mojabilidad en la superficie de unión entre el sustrato y la gota. Tanto el tratamiento superficial por lijado como la técnica de *peel ply* presenta buenas propiedades de mojado, siendo el *peel ply* mejor, mientras que el tratamiento superficial por granallado presenta unas propiedades interfaciales más pobres.

3.2. DCB test

En la figura 4 se representan las curvas: cargadesplazamiento $(P-\delta)$ y, su correspondiente, tasa de relajación de energía, G_{IC} frente a las distintas longitudes de grieta, a_e . Para la comparación de los resultados obtenidos se emplean los valores medios de cada una de las combinaciones adhesivo-preparación superficial.

En las gráficas se puede observar que, para los adhesivos de base epoxi: Loctite® EA 9470TM y Araldite® 2015, se obtiene con el lijado tasas de relajación de energía más elevadas.



Figura 3. Mojabilidad del sustrato de cada preparación superficial en dos tiempos de exposición



Figura 4. Curva carga desplazamiento y su correspondiente tasa de relajación de la energía frente a la propagación de la grieta en ensayos DCB

como tratamiento superficial, mientras que para el adhesivo de base acrílica, 3MTM DP8010NS, es mediante la técnica del peel ply como se consigue una mayor tasa de relajación de energía

Como se observa en la figura 4(e-f), para el adhesivo 3MTM DP8010NS no ha sido posible el estudio de la grieta debido a que se producen propagaciones inestables durante el proceso de fractura, sin embargo, si ha sido posible estudiar la iniciación de la grieta. Por ello, para este adhesivo de base acrílica, se ha utilizando la teoría de la viga simple que muestra, como se puede observar en la figura 5, unos valores más altos para el tratamiento superficial de lijado seguido granallado, lo que se corresponde con los datos obtenidos en la figura 4.

En la figura 6 se muestran las superficies de fractura más representativas de cada uno de los diferentes adhesivos empleados sobre las distintas preparaciones superficiales objeto de estudio. Se constata una clara diferencia en las superficies de fracturas entre los adhesivos de base epoxi y base acrílica. En los adhesivos de base epoxi se observa una tendencia a fractura interfacial o cohesiva con una gran presencia de puentes de fibra.



Figura 5. Tasa de relajación de la energía bajo la teoría de la viga simple

Para el adhesivo 3MTM DP8010NS se produce fallo del adhesivo tanto para el lijado como para el granallado, mientras que con la técnica del peel ply se consigue un fallo cohesivo continuo durante todo el estudio de propagación de la grieta.

La mejor superficie de fractura en el fenómeno de adhesión, tanto desde el punto de vista del adhesivo como de las propiedades mecánicas es el que se obtiene mediante la técnica del *peel ply* ya que se obtiene fallo cohesivo con la presencia de puentes de fibra que aumentan la tenacidad a la fractura.



Figura 6. Superficies de cada uno de las combinaciones adhesivo-preparación superficial en ensayo DCB

3.3. Análisis fractográfico

En la figura 7 se observa la rugosidad de los sustratos con los diferentes preparados superficiales en 3D obtenidos a partir de una reconstrucción tridimensional bajo diferentes condiciones de iluminación aparente.

Tabla 4. Rugosidades de las preparaciones superficiales

	Lijado Al ₂ O ₃	Granallado Al ₂ O ₃	Peel Ply
Ra (mm)	3,14	3,09	9,34
Rz (mm)	16,59	20,35	50,3
Rmáx (mm)	18,88	21,23	59,99

Los valores de rugosidad medidos (tabla 4) como las imágenes recogidas mediante el SEM, muestran una rugosidad más alta en la técnica del peel ply, mientras que no se aprecian diferencias significativas entre los tratamientos superficiales de lijado y granallado, siendo en este último algo más elevados.



Figura 7. Imágenes SEM en 3D de la rugosidad obtenida mediante los distintos tratamientos superficiales

4. CONCLUSIONES

De acuerdo con los datos obtenidos en los ensayos de fractura DCB, se observa una clara diferencia frente a la deslaminación entre los adhesivos de base epoxi o acrílica y la preparación superficial empleada. Para los primeros, Loctite® EA 9470TM, Araldite® 2015, se obtiene mejor comportamiento a fractura con el lijado Al_2O_3 como tratamiento superficial, mientras que para el adhesivo de base acrílica, $3M^{TM}$ DP8010NS, se comporta mejor con la técnica del *peel ply*.

Los resultados han demostrado que los valores de rugosidad no son determinantes para el estudio del fenómenos de la adhesión, siendo la mojabilidad y el ángulo de contacto más significativos, Este comportamiento fue confirmado por el estudio de las superficies fracturadas del adhesivo

REFERENCIAS

- S. Budhea, M.D. Banea, S. de Barrosa, L.F.M. da Silva, An updated review of adhesively bonded joints in composite materials. International Journal of Adhesion & Adhesives 72 (2017)
- [2] Lucas F.M. da Silva, Andreas Öschner, Robert D. Adams, Handbook of Adhesion Technology. (2011)
- [3] N.Encinas, B.R.Oakley, M.A. Belcher, K.Y. Blohowiak, R.G. Dillingham, J Abenojar, M.A. Martinez, Surface modification used composites for adhesive bonding. International Journal of Adhesion & Adhesives 50 (2014)
- [4] L. Sorrentino, W. Polini, C. Bellini, G. Parodo, Surface treatment of CFRP: influence on single lap joint performance. International Journal of Adhesion & Adhesives 50 (2018)
- [5] ASTM D 5946-04. Standard Test Method for Corona-Treated Polymer Films Using Water Contact Angle Measurements.
- [6] ASTM D 5528-01. Standard Test Method for Mode I Interlaminar Fracture Toughness of Unidirectional Fiber-Reinforced Polymer Matrix Composites; ASTM: West Conshohocken, PA, USA, 2001.

A MICROMECHANICAL ANALYSIS OF INTER-FIBER FAILURE IN LONG REINFORCED COMPOSITES BASED ON THE PHASE FIELD APPROACH OF FRACTURE COMBINED WITH THE COHESIVE ZONE MODEL

T. Guillén-Hernández^{1,2}, I.G. García², J. Reinoso², M. Paggi¹

¹ IMT School for Advanced Studies Lucca. Pizza San Francesco 19, 55100, Lucca, Italy

² Grupo de Elasticidad y Resistencia de Materiales. Escuela Técnica Superior de Ingeniería. Universidad de Sevilla. Camino de los Descubrimientos s/n, 41092. Sevilla-España Persona de contacto: teresa.guillen@imtlucca.it

RESUMEN

El estudio de los mecanismos de fallo a nivel micro mecánico en materiales compuestos resulta de gran debido a su influencia en el fallo macroscópico. En la microescala, uno de los principales mecanismos de fallo se debe a la propagación de grietas a través de la matriz y de la interfase fibra-matriz. Por ello, con el fin de alcanzar un mejor nivel de entendimiento sobre este fenómeno, en este trabajo, se utilizan las técnicas más recientes de modelización numérica (acoplamiento phase-field y cohesivos) para investigar el inicio y la propagación del despegue fibra-matriz y su posterior propagación en la matriz. En concreto, en esta investigación se ha simulado el fallo micro mecánico del problema de una sóla fibra bajo carga transversal y se han analizado sus diferentes etapas. Posteriormente, se ha estudiado el efecto del tamaño del radio de la fibra, el efecto de una segunda carga tansversal y la influencia de otra fibra. Estos resultados numéricos están en concordancia con las soluciones de fractura finita y observaciones experimentales disponibles en la literatura.

PALABRAS CLAVE: Modelo de fractura phase field, modelo cohesivo, carga transversal, despegue fibra-matriz, kinkeo

ABSTRACT

The study of the failure mechanisms at the micromechanical level is very relevant due to its influence on the macroscopic failure of composite materials. At the micro scale, one of the most prominent failure is due to the propagation of cracks through the matrix and the fiber-matrix interface. For that reason, this work deals with the onset and propagation of the fiber-matrix decohesion and its subsequent propagation through the matrix using the combination of the phase field approach for fracture and the cohesive zone model.

In this work, the micromechanical failure of the single fiber problem under transverse loading conditions has been simulated, analysing the different stages of the failure initiation. In addition, the size effect of the fiber radius, the effect of a secondary transverse loading and the influence of a secondary fiber have been analysed and discusses. These numerical results show an excellent agreement with those obtained using finite fracture mechanics solutions, and with experimental observations available in the literature.

KEYWORDS: Phase field model of fracture, cohesive zone model, transverse loading, fiber-matrix debonding, kinked crack.

INTRODUCCIÓN

El uso de materiales FRPC (compuestos poliméricos reforzados con fibras) se ha extendido en numerosas aplicaciones ingenieriles en las que se requieren altas propiedades específicas. Sin embargo, el uso de estos

materiales aún no se ha optimizado debido a la dificultad de conocer sus modos de fallo. Por ello, para conocer mejor el fallo de dichos materiales, se han desarrollado diferentes modelos micro mecánicos [1] y macro mecánicos [2,3]. A nivel macro mecánico hay 2 mecanismos de fallo: interlaminar e intralaminar. Sin

embargo, a nivel micro mecánico, hay una gran cantidad de mecanismos de fallo que influyen en la respuesta macro mecánica del material.

En este trabajo se desarrolla un modelo micro mecánico que acopla técnicas recientes de modelización numérica de fenómenos de fractura, basadas en el Método de los Elementos Finitos. En concreto, se emplea de forma combinada la técnica denominada phase field y elementos cohesivos para grietas de interfase. En primer lugar, se valida este marco de modelización simulando el fallo del problema de una sola fibra a tracción transversal (inicio, propagación de la grieta por la interfase y posterior propagación por la matriz). Finalmente se analiza el efecto del tamaño de la fibra, el efecto de una segunda carga transversal y la presencia de otra fibra.

MARCO DE MODELADO

2.1. Modelo de phase field para la fractura en el bulk

En esta sección se explican los conceptos básicos del modelo de phase field (PF) [4]. Vamos a considerar un cuerpo con una interfase y una grieta (Ver Figura 1).



Figura 1. Método PF-CZ para medios heterogéneos.

En lugar de hablar de grietas discretas (daño localizado), la técnica se basa en la consideración de grietas difusas (daño difuso) para la representación de tales fenómenos inelásticos. En concreto, la técnica PF puede ser concebida como un modelo de daño frágil no local, ya que el daño no depende de un único punto sino que depende del campo de tensiones próximo al punto considerado. En este sentido, en la Figura 2 tenemos el modelo de daño difuso para el problema de una grieta 1D, podemos ver que el área difusa aumenta al aumentar 1 (longitud del phase field) y cuando 1 está próxima a cero, estamos en el caso de grieta discreta. Por lo tanto, l es el parámetro que controla la transición entre los estados totalmente dañado ($\delta = 1$) o intacto (δ =0), siendo à la variable de daño o variable de phase field.

El funcional de energía libre de nuestro problema asociada al medio continuo (bulk) (1) es igual a la energía elástica almacenada en el cuerpo y la energía necesaria para crear la grieta.

$$\Pi(u,\delta)_B = \int_B \psi(\varepsilon,\delta) d\Omega + \int_{\Gamma} G_c d\Gamma$$
(1)

Sin embargo, invocando el concepto matemático de Γ convergence [4], es posible sustituir la anterior integral de superficie por una de volumen incorporando en la formulación el denominado funcional de grieta $\chi(\delta, \nabla_x \delta)$:

$$\Pi(u, \delta)_B = \int_B \psi(\varepsilon, \delta) d\Omega + \int_B G_c \gamma(\delta, \nabla_x \delta) d\Omega$$
(2)

Siendo el funcional de densidad de grieta (3):

$$\gamma(\delta, \nabla_x \delta) = \frac{1}{2l} \delta^2 + \frac{l}{2} |\nabla_x \delta|^2$$
(3)

Adicionalmente, se emplea la descomposición de la energía elástica en dos términos (4), el asociado a tracción y el de compresión.

$$\psi(\varepsilon, \delta) = g(\delta)\psi(\varepsilon)_{+} + \psi(\varepsilon)_{-}$$
(4a)

$$\psi(\varepsilon)_{+} = \frac{\hbar}{2} \left(\left\{ tr[\varepsilon] \right\}_{+} \right)^{2} + \mu tr[\varepsilon_{+}^{2}]$$
(4b)

$$\psi(\varepsilon)_{-} = \frac{\lambda}{2} \left(\left\{ tr[\varepsilon] \right\}_{-} \right)^{2} + \mu tr[\varepsilon_{-}^{2}]$$
(4c)

De esta forma, es posible que la función de degradación (5) sólo afecte a la parte de la energía asociada a la tracción.

$$g(\delta) = (1 - \delta)^2 + k \tag{5}$$

Siendo: *k* la rigidez residual; $\lambda y \mu$ las constantes de Lamé; $\varepsilon_+ y \varepsilon_-$ los tensores de tensiones positivo y negativo; tr[.] el operador traza y {.}_∓ =(.∓|.|)/2. Siguiendo la misma idea se descompone también el tensor de tensiones en parte positiva y negativa.



Figura 2. Modelo de daño de una grieta 1D.

2.2. Acoplamiento entre el modelo de phase field y el modelo cohesivo de interfase para medios heterogéneos

En este apartado se expone brevemente el acoplamiento entre el modelo de phase field visto anteriormente y el modelo cohesivo de grietas de interfase. Para más información ver [5].

El funcional de energía de nuestro problema (ver Figura 1) es igual a la energía asociada al bulk (1) más la energía disipada en la interfase (6)

$$\Pi(u, \delta)_{I} = \int_{B} \psi(\varepsilon, \delta) d\Omega + \int_{\Gamma B} G_{c} d\Gamma + \int_{\Gamma i} G_{i}(g, h, \delta) d\Gamma$$
(6)

Siendo *g* el desplazamiento entre los labios de grieta, *h* es una variable histórica y δ es la variable de daño o de phase field asociada al bulk. El acoplamiento entre el modelo de phase field y el cohesivo se realiza mediante la siguiente expresión del gap crítico: $g_c(\delta) = (1-\delta) g_{c,0} + \delta g_{c,1}$, siendo $g_{c,0} = g_c(\delta = 0)$ y $g_{c,1} = g_c(\delta = 1)$. En las ecuaciones (7) y (8) aparecen las leyes del

cohesivo en Modo I y Modo II: $\int k_n \frac{g_n}{g_{nc}}; if \ 0 < \frac{g_n}{g_{nc}} < 1$

$$\sigma = \begin{cases} g_{nc} & \text{if } \frac{g_n}{g_{nc}} \ge 1 \\ \tau = \begin{cases} k_t \frac{g_t}{g_{tc}}; & \text{if } 0 < \frac{g_t}{g_{tc}} < 1 \\ \tau = g_{tc} \end{cases}$$
(7)

$$t = \begin{bmatrix} 0; & if \frac{g_t}{g_{tc}} \ge 1 \end{bmatrix}$$
(8)

siendo σ y τ las tracciones en la interfase normal (Modo I) y tangencial (Modo II), mientras que g_n y g_t son los gaps normal y tangencial.



Figura 3. Ley cohesiva.

Como se puede observar en la Figura 3, la ley cohesiva sigue siendo una ley tensión cut-off; sin embargo, la rigidez aparente de la interfase (k) en esta formulación, está asociada al daño en el bulk (δ) tal y como podemos ver en la expresión (9)

$$k_n = k_{n,0} \left(\frac{g_{nc,0}}{g_{nc}}\right)^2 \tag{9a}$$

$$k_t = k_{t,0} \left(\frac{g_{tc,0}}{g_{tc}}\right)^2$$
(9b)

Teniendo en cuenta estos argumentos, es posible llegar a las siguientes expresiones de energía de fractura y energía crítica de fractura:

$$G_i^I(\delta) = \frac{1}{2} k_{n,0} g_n^2 \frac{g_{nc,0}^2}{[(1-\delta)g_{nc,0} + \delta g_{nc,1}]^2}$$
(10a)

$$G_i^{II}(\delta) = \frac{1}{2} k_{t,0} g_t^2 \frac{g_{tc,0}}{[(1-\delta)g_{tc,0} + \delta g_{tc,1}]^2}$$
(10b)

$$G_i^{IC} = \frac{1}{2} k_{n,0} g_{nc,0}^2 \tag{10c}$$

$$G_i^{IIC} = \frac{1}{2} k_{t,0} g_{tc,0}^2 \tag{10d}$$

Finalmente, se emplea el siguiente criterio energético para tener en cuenta la mixicidad entre modos de fractura en el comportamiento de la interfase:

$$\left(\frac{G_{i}^{I}}{G_{i}^{IC}}\right)^{2} + \left(\frac{G_{i}^{II}}{G_{i}^{IIC}}\right)^{2} = 1 \tag{11}$$

RESULTADOS NUMÉRICOS

En este apartado se muestran los resultados de las simulaciones de varios problemas utilizando el modelo de phase field y cohesivo desarrollado anteriormente.

3.1. Problema de una sóla fibra

Las propiedades de los materiales utilizados están recogidas en la Tabla 1. y la geometría del problema aparece en la Figura 4. siendo: R=0.0125mm, L=0.2mm.

Tabla 1. Propiedades mecánicas de la fibra, la matriz y la interfase [6,7]

MATERIAL	E[GPa]	υ	G _C [N/mm]	L[µm]
Fibra	201	0.22	16	0.9
Matriz	2.8	0.33	0.016	0.9

INTERFASE	σ _C [MPa]	G _C [N/mm]
Modo I de fractura	75	0.002
Modo II de fractura	90	0.008



Figura 4. Problema de una fibra: geometría y condiciones de contorno.

La respuesta del sistema dado en la Figura 4. está caracterizado por 4 fases diferentes (ver Figura 5):

- Evolución elástica lineal antes del inicio del daño
- Despegue fibra-matriz y posterior crecimiento de la grieta por la interfase.

El inicio del daño en la interfase (despegue fibra-matriz) se debe a una inestabilidad snapback y es capturado por la repentina caída en la curva fuerza-desplazamiento. Posteriormente, la grieta se propaga por la interfase de forma estable ya que la curva fuerza-desplazamiento muestra un continuo aumento a lo largo de la carga. Finalmente, destacar que el ángulo de despegue obtenido es 56°.

- Migración de la grieta en la matriz (crack kinking). La grieta se propaga de forma estable a través de la interfase desde un ángulo de despegue de 56° hasta 60°. En ese momento, la grieta penetra en la matriz porque es energéticamente más favorable el crecimiento de la grieta en la matriz.
- Propagación de la grieta en la matriz



Figura 5. Problema de una fibra: curva tesióndeformación.

Estas 4 fases descritas previamente están en concordancia con aquellas identificadas en [8,9]. En la Figura 6 podemos ver el mapa de daño de cada fase.



Figura 6. Problema de una fibra: mapas de daño.

Tras analizar el fallo del problema de una fibra a tracción transversal, vamos a estudiar la influencia del tamaño de la fibra y de una segunda carga transversal.

3.1.1 Efecto del tamaño del radio de la fibra

En la Figura 7 podemos ver las curvas tensióndeformación para diferentes radios de fibra. Para fibras de gran tamaño, las curvas tensión deformación tienden a la misma curva puesto que en este caso el fallo es gobernado por la tensión, mientras que, en el caso de fibras pequeñas, el fallo es controlado por la energía. Por lo tanto, podemos decir que para fibras grandes no hay efecto de tamaño puesto que la distribución de tensiones es independiente de la escala [10]. También podemos observar que las fibras de mayor tamaño presentan un comportamiento más frágil



Figura 7. Efecto del tamaño del radio de la fibra: curvas tensión-deformación.

3.1.2 Efecto de una segunda carga transversal

En este apartado, analizamos el efecto de una segunda carga transversal ($\delta_y = n\delta_x$) en el inicio y evolución del daño del problema de una fibra a tracción transversal, ver Figura 8.



Figura 8. Problema de una fibra bajo carga biaxial: geometría y condiciones de contorno

En la Figura 9 podemos observar que para mayores valores de δ_y , el inicio del daño se produce a un mayor nivel de carga. Esto se debe a que la segunda carga transversal (tracción), genera compresión en los puntos

de la interfase donde se produce el despegue, por el efecto de Poisson. Por lo tanto, esta compresión en los puntos de la interfase contrarresta la tensión producida por la carga transversal principal, dificultando el inicio del daño (despegue). Sin embargo, si la segunda carga es de compresión, el efecto es el contrario, por lo que será más fácil iniciar el despegue fibra-matriz. Además, podemos decir que la presencia de una segunda carga transversal modifica el comportamiento del sistema puesto que, a medida que aumenta la tensión transversal en y, el comportamiento es más frágil. Pero si aumenta la compresión transversal en y, el comportamiento es más pseudo-dúctil. Estos resultados están en concordancia con los resultados de [11]



Figura 9. Problema de una fibra bajo carga biaxial: curvas tensión-deformación.

3.2. Problema de dos fibras

En esta sección se analiza el efecto de una fibra secundaria (ver Figura 10). Para ello se varía en primer lugar la distancia entre fibras manteniendo constante el ángulo entre ellas (45°) . Posteriormente, se mantiene constante la distancia entre fibras (d=2.116r, r=R=0.0125 mm) y se modifica el ángulo entre ellas.



Figura 10. Problema de dos fibras: geometría y condiciones de contorno

3.2.1 Efecto de la distancia entre fibras

En la Figura 11 se muestran las curvas tensióndeformación para diferentes distancias entre fibras. Podemos observar que para todas las distancias hay dos snap-backs, el primero es debido al despegue de la fibra secundaria y el último, al despegue de la fibra principal. Destacar que ambos despegues están afectados por la distancia entre fibras puesto que al aumentar ésta, la tensión necesaria para iniciar el daño en ambas fibras aumenta. En cuanto a los ángulos de despegue y kinking, en la Tabla 2 se puede observar que aumentan al aumentar la distancia entre fibras.



Figura 11. Efecto de la distancia entre fibras: curvas tensión-deformación.

Tabla 2. Problema de dos fibras: efecto de la distancia entre fibras en los ángulos de despegue y kinking

Distancia [mm]	$ heta_{d,SF}$ [°]	$ heta_{d,MF}$ [°]	$ heta_k$ [°]
2.116r	90	39	118
2.6r	102	47	142
3r	112	51	151

3.2.2 Efecto del ángulo entre fibras

En la Figura 12 podemos ver las curvas tensióndeformación para distintos ángulos entre fibras. Para el caso de 45°, se produce primero el despegue de la fibra secundaria y posteriormente el de la principal. Sin embargo, para los otros dos ángulos (30° y 60°)únicamente hay despegue en la fibra principal. En los casos en los que sólo hay un snap-back, al aumentar el ángulo entre fibras disminuye la tensión necesaria para que se inicie el daño. Mientras que, en el caso de 45°, en el que sólo hay una inestabilidad, la tensión de snapback es la mayor de todas.

Finalmente, en cuanto a los ángulos de despegue y kinking, podemos ver en la Tabla 3 que aumentan al aumentar el ángulo entre fibras. La única excepción es el ángulo de despegue de la fibra principal en el caso de 45°, puesto que es el menor de todos debido a que

previamente se produce otra inestabilidad (despegue de la fibra secundaria).



Figura 12. Efecto del ángulo entre fibras: curvas tensión-deformación.

Tabla 3. Problema de dos fibras: efecto del ánguloentre fibras en los ángulos de despegue y kinking

θ [°]	$\theta_{d,SF}$ [°]	$\theta_{d,MF}$ [°]	$ heta_k$ [°]
30	NO	51	113
45	90	39	118
60	NO	76	135

CONCLUSIONES

En este trabajo se ha mostrado la capacidad del modelo de daño que acopla el phase field y el modelo cohesivo, de predecir el fallo de materiales compuestos en la escala micro. Los resultados obtenidos están en concordancia con los presentados en la literatura durante las últimas décadas. Se han analizado las distintas fases del proceso de daño en materiales compuestos bajo carga transversal: despegue, crecimiento por la interfase, kinkeo y posterior propagación por la matriz. Destacar que, en esta investigación no sólo se ha analizado el efecto de los despegues de las interfases fibra-matriz, como ocurre en muchos trabajos anteriores, sino que además se ha logrado modelizar de forma eficiente y fidedigna el daño en la matriz. A tenor de los resultados presentados, es posible aseverar que el marco de modelado propuesto es capaz de capturar el inicio del daño, por lo que no es necesario suponer ningún ángulo inicial de despegue. En cuanto al efecto del tamaño de la fibra mostrado en otros trabajos, también se ha puesto de manifiesto en las presentes simulaciones: las fibras de mayor tamaño presentan un comportamiento más frágil. Otro efecto que ha sido estudiado, es el de una segunda carga transversal, observándose que si dicha carga es de tracción, el despegue se produce a mayor tensión pero el material presenta una rotura frágil. Sin embargo, si la segunda carga transversal es de compresión, el efecto es el contrario: menor tensión de despegue pero mayor pseudo-ductilidad. Finalmente, se ha analizado la influencia de una segunda fibra pudiéndose capturar el inicio del daño en dos sitios diferentes y la posterior propagación de las grietas tanto por la interfase, como por la matriz. Por todo esto, en próximos trabajos, se van a estudiar diversos problemas con múltiples fibras.

REFERENCIAS

- [1] F. Danzi, D. Fanteria, E. Panettieri, amd M. Palermo. A numerical micromechanical study of the influence of fibermatrix interphase failure on carbon/epoxy material properties. Composites Structures (2017) 159: 625:635
- [2] P. Maimí, P. P. Camanho; J. A. Mayugo and C. G. Dávila. A continuum damage model for composite laminates: {Part1}–Constitutive model. Mechanics of Materials (2007) 39: 897:908
- [3] J. Reinoso, and M. Paggi. A consistent interface element formulation for geometrical and material nonlinearities. Computational Mechanics (2014) 54(6): 1569:1581.
- [4] C. Miehe, M. Hofacker and F. Welschinger. A phase field model for rate-independent crack propagation: Robust algorithmic implementation based on operator splits. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering (2010) 199(45): 2765:2778.
- [5] M. Paggi, and J. Reinoso. Revisiting the problem of a crack impinging on an interface: a modelinf framewok for the interaction between the phase field approach for brittle fracture and the interface <u>cohesive</u> zone model. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering (2017) 321: 145:172.
- [6] E. Tanné, T. Li, B. Bourdin, J. J. Marigo and C. Maurini. Crack nucleation in variational phasefield models of brittle fracture. Journal of the Mechanics and Physics of Solids (2018) 110: 80:99.
- [7] A. Arteiro, G. Catalanotti, A. R. Melro, P. Linde and P. P. Camanho. Micro-mechanical analysis of the in situ effect in polymer composite laminates. Composite Structures (2014) 116: 827:840.
- [8] F. París, E. Correa and V. Mantič. Kinking of transversal interface cracks between fiber and matrix. Journal of Applied Mechanics (2007) 74(4): 703:716.
- [9] E. Correa, M. I. Valverde, M. L. Velasco and F. París. Microscopical observations of inter-fibre failure under tension. Composites Science and Technology (2016) 155: 213:220.
- [10] I. G. García, M. Paggi and V. Mantič. Fiber-size effects on the onset of fiber-matrix debonding under transverse tension: A comparison between cohesive zone and finite fracture mechanics models. Engineering Fracture Mechanics (2014) 115: 96:110
- [11] V. Mantič and I. G. García. Crack onset and growth at the fibre-matrix interface under a remote biaxial transverse load. International Journal of Solids and Structures (2012) 49(17): 2273:229.

ANÁLISIS NUMÉRICO DE LA FORMACIÓN DE LA VIRUTA EN OPERACIONES DE MECANIZADO DE FIBRA DE CARBONO

F. Cepero-Mejías^{1,2,3*}, J.L. Curiel-Sosa^{2,3}, V.A. Phadnis⁴

¹ Industrial Doctorate Centre in Machining Science, The University of Sheffield, S1 3JD, UK.
 ² Computer-Aided Aerospace & Mechanical Engineering (CA2M) Research Group, S1 3JD, UK
 ³ Department of Mechanical Engineering, The University of Sheffield, S1 3JD, UK.
 ⁴ AMRC with Boeing, Advanced Manufacturing Park, S605TZ, UK.
 * Persona de contacto: fmcepero1@sheffield.ac.uk

RESUMEN

El método de los elementos finitos (EF) ofrece una excepcional alternativa de bajo coste para el estudio de parámetros de corte importantes en el mecanizado de composites. Este trabajo aborda un estudio de la formación de la viruta proveniente de las operaciones de corte ortogonal en laminados unidireccionales de fibra de carbono usando modelos de EF 2D. Con este propósito, diferentes laminados unidireccionales de fibra de carbono con orientaciones de fibra entre 0° y 135° con respecto a la dirección de corte son evaluados. La iniciación del daño es determinada por el criterio de Hashin en el caso de las fibras, mientras el criterio de Puck es usado para predecir el fallo en la matriz. Una vez la condición de daño para la fibra o matriz es alcanzada, las propiedades mecánicas del elemento dañado son reducidas linealmente con el incremento de la deformación hasta su total degradación y fractura. Se observa que la fractura del material se produce en la interface fibra/matriz para laminados entre 15°-75°, mientras que para laminados con orientación de fibra negativa 105°-135° grados se propaga en dirección perpendicular a la fibra. Para fibras con 0° un corte claro del laminado con una gran longitud de viruta es apreciado. Finalmente, las fibras de 90° producen virutas pequeñas con una gran magnitud de daño inducido por el mecanizado.

PALABRAS CLAVE: Mecanizado, Composite, Corte ortogonal, Elementos finitos, Fibra de carbono

ABSTRACT

Finite element (FE) method offers an exceptional low cost alternative for the study of important cutting parameters in the machining of composites. This paper deals with a study of the chip formation in orthogonal cutting operations in unidirectional (UD) carbon fibre laminates using 2D FE models. For this purpose, different UD carbon fibre laminates with fibre orientations between 0° and 135° with respect to the cutting direction are assessed. Damage initiation is determined using the maximum stress criterion for the fibre, while to predict matrix failure Puck criterion is employed. After damage condition for the fibre or matrix is reached, a linear strain-based softening is applied the mechanical properties of the element damaged until its total degradation and fracture. It is observed that the fracture of the material occurs in the fibre / matrix interface for laminates between 15° - 75° , while for laminates with negative fibre orientation 105° - 135° , it propagates in a direction perpendicular to the fibre. For fibre orientation of 0° , a clean cut surface with a large chip length is obtained. Finally, 90° carbon fibre laminates produce small chips with a large amount of machining induced damage.

KEYWORDS: Machining, Composite, Orthogonal cutting, Finite element, Carbon fibre

INTRODUCCIÓN

En estos últimos años, el uso de materiales compuestos de fibra de carbono (MCFC) se ha visto incrementado notablemente en diversas aplicaciones industriales, debido a su excelente compromiso peso-resistencia. Esta tendencia está especialmente aplicada en el sector aeronáutico, donde por ejemplo, el fuselaje del modelo Boeing 787 ha sido fabricado con un porcentaje en peso superior al 50%, eliminando 1500 láminas de aluminio y entre 40000-50000 remaches, consiguiendo un importante ahorro de peso y de consumo de combustible [1].

A pesar de que las piezas de materiales compuestos son fabricadas con dimensionas similares a las de uso, las estrictas tolerancias dimensionales y de ensamblaje demandadas frecuentemente hace imprescindible la utilización de operaciones de mecanizado. Sin embargo, los compuestos de fibra de carbono no son materiales fácilmente mecanizables. Este hecho se debe principalmente al alto grado de degaste que sufre la herramienta a consecuencia de la fricción con las fibras y la alta concentración de calor que se da en la herramienta debido a la baja conductividad térmica normalmente encontradas en la resina del composite. Las herramientas desgastadas excesivamente empujan las fibras, extendiendo de forma remarcable el daño en el interior del laminado, en vez de cortarlas limpiamente por cizalladura.

Además, la no correcta elección de los parámetros de corte, puede traer consigo la aparición de importantes daños en el composite que afectan frontalmente a la integridad física y a calidad superficial del laminado. Algunos de los daños más usuales en composites son la delaminacion, el despegue fibra-matriz, y la rotura de la matriz [2]–[4].

Por lo tanto, es preciso un minucioso estudio de cómo afectan todas las variables de corte a la estructura del laminado. Sin embargo, el alto coste de los composites y herramientas usados en la industria, junto a la complejidad de realizar el alto número de pruebas requeridas, hacen que abordar este proceso de forma experimental sea muy caro y laborioso. Por tanto el uso de otras vías debe ser seriamente considerado para el correcto desarrollo de este cometido. El método de los elementos finitos ofrece una alternativa muy efectiva en términos de coste y tiempo para recrear este tipo de experimentos fielmente. Varios trabajos han analizado las respuestas del laminado a distintas parámetros del corte ortogonal usando modelos de elementos finitos.

Santiuste et al. [5] concluyeron que al mecanizar laminados de fibra de carbono experimentaba una fractura frágil con un daño inducido bajo, mientras que los laminados de fibra de vidrio muestra un comportamiento más dúctil con un daño mayor en la superficie inferior. El efecto de la orientación de la fibra, el ángulo de ataque y la profundidad de corte sobre la propagación del daño interno y las fuerzas de corte fue investigado por Zenia et al. [6]. El estudio de la FE concluyó que las elevadas orientaciones de la fibra y la alta profundidad de corte aumentan el daño inducido por el mecanizado y las fuerzas de corte, mientras que el incremento del ángulo de ataque reduce estas respuestas. Recientemente, Cepero-Mejias et al. [7] desarrollo un novedoso análisis de la influencia de distintos parámetros de corte (ángulo de alivio, ángulo de ataque, radio de herramienta, orientación de fibra...) en daño inducido en el mecanizado. Interesantes conclusiones fueron extraídas de este trabajo, como la considerable reducción del daño con grandes ángulos de alivio o el mecanizado de láminas con orientaciones de fibra de 15° o 30°. Esto ayudó a comprender mejor la selección de parámetros de corte apropiados para laminados compuestos unidireccionales de fibras de vidrio y carbono.

Sin embargo, en conocimiento de los autores no existe en la literatura ningún trabajo que simule la formación de la viruta en composites, característica primordial tanto para entender el mecanismo interno de fractura del laminado y para analizar la calidad superficial de los laminados. Por lo tanto, la introducción de esta clase de estudios se hace muy necesaria para ampliar esta inexplorada rama del conocimiento.

Este trabajo contiene un estudio numérico de la formación de la viruta en laminados unidireccionales de fibra de carbono con distintas orientaciones de fibra comprendidas entre 0° y 135°. La fractura del laminado se modela con el uso de una subrutina VUMAT, la cual implementa un novedoso algoritmo de daño en el mecanizado de composites. En las siguientes secciones, los parámetros más importantes del modelo de elementos finitos y modelo de daño empleado son convenientemente descritos. Posteriormente, es realizado el análisis de los resultados de las distintas fracturas de laminados obtenidas en este trabajo, para terminar remarcando las conclusiones más importantes que se pueden extraer de este artículo.

CARACTERÍSTICAS PRINCIPALES DEL MODELO DE ELEMENTOS FINITOS

Todas las simulaciones llevadas a cabo en este trabajo, se han desarrollado en modelos de elementos finitos de tensión plana 2D con el software numérico Abaqus/Explicit. Las propiedades mecánicas y de resistencia del laminado de fibra carbono simulado se están convenientemente recogidas en la Tablas 1 y 2, respectivamente.

A modo ilustrativo, los parámetros de corte que juegan un papel importante en las operaciones de corte ortogonal están esquematizados en la figura 1, así como los valores específicos empleados en las simulaciones están recopilados en la Tabla 3.



Figura 1. Parámetros de corte considerados en operaciones de corte ortogonal.

Debido a las altas exigencias computacionales el modelo numérico empleados consta de unas reducidas dimensiones de 2 mm de largo y 1 mm de alto. El
desplazamiento del lado inferior del laminado está completamente prohibido, mientras que en los lados laterales solo el desplazamiento horizontal no está permitido.

Tabla 1.- Propiedades mecánicas empleadas

Material	$E_{11}(GPa)$	$E_{22}(GPa)$	$G_{12}(GPa)$	v_{12}
MCFC	127	9.1	5.6	0.31

Tabla 2.- Propiedades de fallo utilizadas

MCFC	X_T	X _C	Y_T	Y_C	S
(MPa)	2720	1690	111	214	115

Tabla 3.- Parámetros de mecanizado empleados

Parámetros	Valores
Ángulo de ataque	15°
Ángulo de alivio	10 [°]
Radio de la herramienta	30 µm
Profundidad de corte	200 µm
Velocidad de corte	100 mm/s
Orientación de fibra	0-135°

Con el objetivo de reproducir fielmente la fractura de la viruta de composite proveniente de operaciones de corte ortogonal, se modela una fina malla en la zona superior de con un tamaño de elemento de 5 μ m. Debajo de esta capas superior, una malla más basta en las capas inferiores del laminado para reducir el coste computacional es utilizada, como se muestra en la figura 2.



Figura 2. Malla empleada en este trabajo.

La herramienta es tratada como un sólido rígido para para reducir el coste computacional para todas las orientaciones de fibra estudiadas exceptuando la orientación de 0° . Esta hipótesis es aceptable debido a la alta rigidez de las piezas de corte industriales (400-600 GPa). En el caso de los laminados de 0° se modela la herramienta como un material isotrópico con una rigidez de 400 GPa para relajar la rigidez de contacto herramienta-laminado y mejorar la calidad de las simulaciones. Para modelar la fricción entre la herramienta y el laminado un coeficiente de Coulomb de 0.5 es empleado.

MODELO DE DAÑO Y FRACTURA

El uso de una subrutina VUMAT es empleado con el objetivo de introducir todas las variables de degradación de propiedades y fractura necesarias para llevar a cabo este análisis. Cuatro tipos de daño son implementados en la matriz de rigidez siguiendo la misma metodología usada por Lapczyk and Hurtado [8]. Estos daños de los componentes del composite se identifican como:

- Daño por fibra a tracción (d_{ft})
- Daño por fibra a compresión (d_{fc})
- Daño por matriz a tracción (d_{mt})
- Daño por matriz a compresión (d_{mc})

Todas estas variables de daños se mantienen con un valor de cero (material no dañado) en cada elemento mientras las condiciones de inicio de daño no tengan Para determinar estas condiciones lugar. se implementan unas funciones de activación de daño (F_I con I=ft, fc, mt y mc) que inicializan el daño cuando el criterio de fallo propuesto por Hashin [9] (véase expresiones (1) y (2)) es alcanzado en el caso de la fibra y el criterio de Puck [10] en el caso de la matrix. Como se puede apreciar en las expresiones (3-5) el criterio de Puck tiene asociados tres tipos de fallos (Modo A, Modo B y Modo C) en vez de los dos daños estudiados en este trabajo. El daño a tracción es asociado al Modo A, mientras que el daño a compresión es activado cuando se cumple cualquiera de los criterios de fallo englobados en el Modo B y el Modo C. Por motivos de ahorro de espacio, las variables mostradas en los criterios de fallo de Puck no serán explicadas en este documento, los lectores interesados en conocerlas en detalle están invitados a leer la referencia [10].

Fibra a tracción ($\sigma_{11} \ge 0$)

$$F_{ft} = \left(\frac{\sigma_{11}}{x_T}\right)^2 + \alpha \left(\frac{\sigma_{12}}{s}\right)^2 \ge 1 \tag{1}$$

Fibra a compresión ($\sigma_{11} < 0$)

$$F_{fc} = \left(\frac{\sigma_{11}}{X_C}\right)^2 \ge 1 \tag{2}$$

Matriz Mode A ($\sigma_{22} \ge 0$)

$$F_{mma} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{12}}{R_{\perp\parallel}^{A}}\right)^{2} + \left(1 - \frac{p_{\perp\parallel}^{(+)}}{R_{\perp\parallel}^{A}} R_{\perp}^{(+)A}\right)^{2} \left(\frac{\sigma_{22}}{R_{\perp}^{(+)A}}\right)^{2}} + \frac{p_{\perp\parallel}^{(+)}}{R_{\perp\parallel}^{A}} \sigma_{22} \ge 1$$
(3)

Matriz Mode B (
$$\sigma_{22} < 0$$
 y $\sigma_{22} > -R^A_{\perp\perp}$)

$$F_{mmb} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{12}}{R_{\perp\parallel}^A}\right)^2 + \left(\frac{p}{R}\right)^2 \sigma_{22}^2 + \left(\frac{p}{R}\right) \sigma_{22}} \ge 1$$
(4)

Matriz Mode C ($\sigma_{22} < -R_{\perp\perp}^A$)

$$F_{mmc} = \frac{1}{2\left[1 + \left(\frac{p}{R}\right)R_{\perp\perp}^{A}\right]} \left[\left(\frac{\sigma_{12}}{R_{\perp\parallel}^{A}}\right)^{2} + \left(\frac{\sigma_{22}}{R_{\perp\perp}^{A}}\right)^{2} \right] \frac{R_{\perp\perp}^{A}}{-\sigma_{22}} \ge 1$$
(5)

Cuando uno de los daños es iniciado, un progresivo incremento linear entre un desplazamiento equivalente

inicial $(\delta_{I,eq}^0)$ y el desplazamiento equivalente final $(\delta_{I,eq}^f)$ es aplicado como se puede leer en la expresión (7).

$$d_{I} = \frac{\delta_{I,eq}^{f}(\delta_{I,eq} - \delta_{I,eq}^{0})}{\delta_{I,eq}(\delta_{I,eq}^{f} - \delta_{I,eq}^{0})}$$
(6)

La variable se calcula como el desplazamiento inicial cuando una condición de fallo es alcanzada, mientras la variable se calcula teniendo en cuenta la energía critica de fractura (G_I^c) asociada a ese modo de daño, como se puede apreciar en la expresión (7).

$$\delta_{I,eq}^{f} = \frac{2G_{I}^{c}F_{I}}{\sigma_{I,eq}} \quad ; \quad \delta_{I,eq}^{0} = \frac{\delta_{I,eq}}{F_{I}} \tag{7}$$

Los valores de energía de fractura crítica considerados en este trabajo están recogidos en la tabla 4. Los valores de daño máximos permitidos son para la matriz y la fibra son de 0.95. Estos valores máximos se aplican para evitar los problemas de distorsión de elementos así como para simular la resistencia remanente que las láminas totalmente fracturadas aportan al conjunto del laminado [11]. Finalmente para producir la fractura la eliminación de los elementos que superan una deformación cortante (ε_{12}) superior a 0.5 es aplicada para obtener los resultados discutidos en la siguiente sección.

Tabla 4.- Valores de la energía de fractura crítica empleados

G_I^c	G_{ft}^c	G_{fc}^c	G_{mt}^c	G_{mc}^{c}
N/mm	10	10	1	1

DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS

En este trabajo, la formación de virutas laminados de fibra de carbono con una orientación de fibra entre 0 y 135 con intervalos de 15 es estudiada. En términos generales cuatro tipos de fractura son observados, los cuales se enumeran y explican en más detalle a continuación.

• Rotura en la interface matriz/fibra en laminados.

Para orientaciones de fibra entre 15° y 75° reduciéndose sustancialmente la longitud de la viruta formada. Este mecanismo de fractura se produce por las fuertes deformaciones cortantes que se producen en la matriz en dirección paralela a la fibra y se aprecia claramente en la figura 1 (b).

 Formación de la viruta perpendicular a la dirección de fibra.

En el caso de los laminados con orientaciones de fibra entre 105° y 135° la formación de una viruta de tamaño pequeño es observada. La fractura se produce perpendicular a las fibras debido al fuerte esfuerzo cortante que se aprecia en ellas. Esta tendencia se puede observar en la figura 1 (d).

Corte limpio con formación de viruta larga

La viruta obtenida en los laminados con orientación de fibra de 0° grados es bastante larga como es ilustrado en la figura 1 (a). Se aprecian dos procesos claramente separados en su formación: (1) fractura horizontal de la matriz a la altura de la punta de la herramienta y (2) corte perpendicular debido al fuerte cortante que sufre la fibra después del despegue de la viruta en las capas inferiores.



Figura 3.- Ilustraciones de los distintos tipos de viruta formados estudiados en este trabajo con sus respectivos daños de fibra (d_f) o matriz (d_m) : $0^o(d_m)$, $45^o(d_m)$, $90^o(d_m)$ y $135^o(d_f)$

• Formación de pequeña viruta con gran propagación de daño interno

Finalmente, para orientaciones de fibra de 90° la viruta formada es de un tamaño pequeño produciéndose la fractura paralela a la dirección de la fibra como es apreciada en la figura 1 (c). Finalmente, es apreciado un mayor daño inducido por el mecanizado que para otras orientaciones debido a que el empuje que ejerce la herramienta sobre las fibras provoca un gran efecto de despegue matriz-fibra en este particular caso.

CONCLUSIONES

Este artículo desarrolla la implementación de un modelo de elementos finitos para modelar operaciones de corte ortogonal en laminados de fibra de carbono. El interés de este trabajo se centra en el análisis de los mecanismos de formación de viruta que se desarrollan para laminados con distintas orientaciones de fibra, estudiando los laminados con fibras en un rango entre 0° y 135°.

Se prueba la eficacia del algoritmo de daño empleado, que combina el uso de los criterios de fallo de Hashin y Puck con una degradación lineal de las propiedades basadas en criterios energéticos, para simular este tipo de problema. Cuatro distintos tipos de viruta son observados, los cuales se especifican a continuación.

- Rotura en la interface matriz/fibra en laminados. (15-75°)
- Formación de la viruta perpendicular a la dirección de fibra. (105-135°)
- Corte limpio con formación de viruta larga. (0°)
- Formación de pequeña viruta con gran propagación de daño interno. (90°)

Este modelo será empleado en el futuro para obtener información útil en la selección de los parámetros de corte apropiados para mitigar el daño inducido por el mecanizado en materiales compuestos.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer a las instituciones del IDC (Industrial Doctoral Centre) de Sheffield y el EPSRC (Engineering and Physical Sciences Research Council) por hacer posible este trabajo financiando el doctorado del primer autor con la beca EP/L016257/1.

REFERENCIAS

[1] Boeing, "Boeing 787 Dreamliner," 2018. [Online].

Available: https://aviationbenefits.org/casestudies/boeing-787-dreamliner/. [Accessed: 07-Dec-2018].

- [2] J. L. Curiel-sosa, B. Tafazzolimoghaddam, and C. Zhang, "Modelling fracture and delamination in composite laminates: Energy release rate and interface stress," *Compos. Struct.*, vol. 189, no. January, pp. 641–647, 2018.
- [3] N. A. Abdullah, J. L. Curiel-Sosa, Z. A. Taylor, B. Tafazzolimoghaddam, J. L. Martinez Vicente, and C. Zhang, "Transversal crack and delamination of laminates using XFEM," *Compos. Struct.*, vol. 173, pp. 78–85, 2017.
- [4] C. Zhang, J. L. Curiel-sosa, and T. Quoc, "Mesoscale progressive damage modeling and life prediction of 3D braided composites under fatigue tension loading," *Compos. Struct.*, vol. 201, no. June, pp. 62–71, 2018.
- [5] C. Santiuste, X. Soldani, and M. H. Miguélez, "Machining FEM model of long fiber composites for aeronautical components," *Compos. Struct.*, vol. 92, no. 3, pp. 691–698, 2010.
- [6] S. Zenia, L. Ben Ayed, M. Nouari, and A. Delamézière, "Numerical analysis of the interaction between the cutting forces, induced cutting damage, and machining parameters of CFRP composites," *Int. J. Adv. Manuf. Technol.*, vol. 78, no. 1–4, pp. 465–480, 2015.
- [7] F. Cepero-mejías, J. L. Curiel-sosa, C. Zhang, and V. A. Phadnis, "Effect of cutter geometry on machining induced damage in orthogonal cutting of UD polymer composites : FE study," *Compos. Struct.*, vol. 214, no. February, pp. 439–450, 2019.
- [8] I. Lapczyk and J. A. Hurtado, "Progressive damage modeling in fiber-reinforced materials," *Compos. Part A Appl. Sci. Manuf.*, vol. 38, no. 11, pp. 2333–2341, 2007.
- [9] Z. Hashin, "Failure Criteria for Unidirectional FibreComposites," J. Appl. Mech., vol. 47, no. June, pp. 329–334, 1980.
- [10] A. Puck and H. Schurmann, "Failure Analysis of Frp Laminates By Means of Physically Based Phenomenological Models *," *Compos. Sci. Technol.*, vol. 3538, no. 96, pp. 1633–1662, 1998.
- [11] F. Paris Carballo, Introducción al análisis y diseño con materiales compuestos. Sevilla: Universidad de Sevilla, Escuela Técnica Superior de Ingenieros, 2008.

COMPARACIÓN EXPERIMENTAL DE LA TENACIDAD A FRACTURA INTRALAMINAR EN MATERIALES COMPUESTOS PARA CRECIMIENTO DE GRIETAS EN DIFERENTES DIRECCIONES EN EL PLANO

F. Cepero^{1, 2, 3, 4}, I. García¹, J. Justo^{1*}, V. Mantič¹, F. París¹

 ¹ Grupo de Elasticidad y Resistencia de Materiales. Escuela Técnica Superior de Ingeniería. Universidad de Sevilla. Camino de los Descubrimientos s/n, 41092. Sevilla-España.
 ²Industrial Doctorate Centre in Machining Science, The University of Sheffield. Sir Frederick Mappin Building Mappin Street, S1 3JD Sheffield, United Kingdom.
 ³Computer-Aided Aerospace \& Mechanical Engineering (CA2M) Research Group. Sir Frederick Mappin Building Mappin Street, S1 3JD Sheffield, United Kingdom.
 ⁴Department of Mechanical Engineering, The University of Sheffield. Sir Frederick Mappin Building Mappin Street, S1 3JD Sheffield, United Kingdom.
 ⁴Department of Mechanical Engineering, The University of Sheffield. Sir Frederick Mappin Building Mappin Street, S1 3JD Sheffield, United Kingdom.

RESUMEN

En este trabajo se compara experimentalmente la tenacidad a la fractura intralaminar de una grieta que crece a lo largo de las direcciones paralela y perpendicular a las fibras en un laminado unidireccional de material compuesto reforzado con fibras largas. El ensayo realizado consiste en un ensayo de flexión en tres puntos (TPB) al que se ha realizado una pregrieta a las probetas en la cara de tracción. Los resultados muestran que la tenacidad a la fractura intralaminar es mayor cuando la grieta crece paralelamente a la dirección de la fibra que cuando crece perpendicular.

PALABRAS CLAVE: Materiales compuestos, tenacidad a fractura, ensayos

ABSTRACT

In this work, the intralaminar fracture toughness of a crack growing parallel and perpendicular to the fibers in a unidirectional composite laminate is compared experimentally. The test carried out consists of a three-point bending test (TPB) in which a pre-crack has been made to the specimens on the tension side. The results show that the intralaminar fracture toughness is greater when the crack grows parallel to the direction of the fiber than when it grows perpendicular.

KEYWORDS: Composites, fracture toughness, testing

1. INTRODUCCIÓN

El uso extensivo de los materiales compuestos en estructuras primarias ha conllevado la necesidad de un conocimiento profundo de sus propiedades. Dentro de las mismas, tiene gran importancia la tenacidad a fractura intralaminar, debido a la cada vez más habitual aparición de cargas fuera del plano en este tipo de piezas y a su influencia en los mecanismos de fallo asociados a estas cargas. Generalmente, se habla de tenacidad a fractura interlaminar, refiriéndose a la propagación de las grietas entre capas. Sin embargo, la grieta se puede propagar en otras direcciones [1], siendo habitual el caso de propagación intralaminar, pudiendo darse ésta en la dirección paralela a las fibras, que aquí denotaremos por G_{1cL} (ver figura 1), o en la dirección perpendicular a las fibras, aquí denotado por G_{1cT} (ver figura 2).

Dado que únicamente hay normativa relativa a la determinación de la tenacidad a fractura interlaminar (como por ejemplo la ISO 15024 [2] o la AITM 1-0053 [3]), la comunidad científica, habitualmente, asume iguales los valores de la tenacidad para ambos casos de propagación intralaminar, igualándolos al valor de la tenacidad a fractura interlaminar, medida mediante el ensayo de doble viga en voladizo (DCB). Obviamente, el hecho de que estos valores puedan ser diferentes afectaría en gran medida a la predicción del comportamiento de piezas de material compuesto. Este hecho manifiesta la necesidad de una caracterización en profundidad de ambos valores.



Figura 1. Esquema de la disposición del laminado en la que la grieta crece de forma intralaminar paralela a las fibras.



Figura 2. Esquema de la disposición del laminado en la que la grieta crece de forma intralaminar perpendicular a las fibras.

En este trabajo se pretende poner de manifiesto la diferencia entre los valores de tenacidad a la fractura intralaminar cuando la grieta se propaga en la dirección de las fibras o perpendicular a las mismas. Para ello, se fabricarán y ensayarán dos tipos de especímenes, en los que se fuerce a las grietas a crecer según estas direcciones. Si bien existe un ensayo normalizado para la determinación de G1cL, los autores han comprobado experimentalmente que éste no es válido para la determinación de G1cT, dada su poca resistencia ante cargas fuera del plano, que producen el arrancamiento de parte del espécimen antes del comienzo de la propagación de la grieta. En este caso, se ha elegido un ensayo de flexión en tres puntos, en el que la grieta se genera y propaga en la dirección de la carga aplicada (ver figura 3).



Figura 3. Esquema del ensayo de flexión en tres puntos.

En la sección 2 se comenta la fabricación de las probetas, continuando en la sección 3 con los ensayos realizados y sus resultados y finalizando con una discusión sobre los mismos y las conclusiones derivadas del trabajo en la sección 4.

2. FABRICACIÓN DE LAS PROBETAS

Las probetas, para el ensayo de flexión en tres puntos, tienen la configuración mostrada en la figura 4. La geometría y dimensiones se han elegido en base a las limitaciones que ofrecen las dos disposiciones de la fibra respecto de las grietas. Dado que las probetas se fabrican apilando capas unidireccionales de pre-impregnado, en base a experiencias anteriores [4], [5] y con el fin de asegurar una correcta fabricación, se optó por fijar como máximo un alto de 19 mm para las probetas, limitado por el caso de las probetas de G_{1cT} , en el que las láminas se apilan en esa dirección del alto de la probeta (que coincide con la dirección de propagación de la grieta). De este modo, las dimensiones son las mostradas en la figura 4.



Figura 4. Dimensiones de la probeta de flexión en tres puntos. Dimensiones en mm.

Con el fin de obtener las probetas, se han fabricado todas juntas en forma de paneles, que posteriormente se han mecanizado con una sierra de disco de diamante (véanse las figuras 5 y 6).

De modo similar al ensayo descrito en las normas [2], [3], las probetas aquí ensayadas deben tener una pre-grieta, que dará lugar a una grieta tras la aplicación de la carga. Esta pre-grieta se fabrica insertando una lámina de material desmoldeante dentro del material compuesto antes de fabricar el mismo, de modo que, una vez curado y solidificado, aparezca una interfase clara de separación dentro del material. Tal como se muestra en el esquema de la figura 4, la pre-grieta tiene una longitud aproximada de 10mm.

Una vez fabricadas las probetas y tras una inspección visual, se descartaron varias debido al desalineamiento de la pre-grieta con respecto de la dirección de la carga (véase como ejemplo las probetas marcadas de 1 a 9 de la figura 6).



Figura 5. Vista de las probetas en las que la grieta crecerá paralela a la dirección de las fibras tras los procesos de fabricación y mecanizado.



Figura 6. Vista de las probetas en las que la grieta crecerá perpendicular a la dirección de las fibras tras los procesos de fabricación y mecanizado.

3. ENSAYOS

3.1. Realización del ensayo

Los ensayos se han realizado en una máquina universal de ensayos electromecánica Instron 4482, con una célula de carga de 500 kg. Para inducir la flexión en tres puntos, se ha utilizado un útil específico de la propia compañía Instron (ver figura 7).



Figura 7. Vista de la rotura de una probeta con crecimiento de la grieta paralelo a las fibras, en el ensayo de flexión en tres puntos.

En todos los ensayos, para ambos tipos de probeta, se han utilizado unos rodillos de carga y apoyo de 5 mm de diámetro, con una luz entre apoyos de 76 mm (el rodillo central, dispuesto simétricamente, se emplazó a 38 mm de cada lado, situándose bajo el mismo la pre-grieta generada en la probeta).

El ensayo consta de dos fases. En una primera, se carga la probeta a 0.2 mm/min hasta que se consigue iniciar la grieta a partir de la pre-grieta fabricada. Una vez se obtiene una grieta real, se procede a la descarga del espécimen a 0.5 mm/min. A continuación, se vuelve a cargar la probeta a 0.2 mm/min hasta que se produce la rotura de la misma, obteniendo en esta fase un crecimiento estable de la grieta que posibilita su seguimiento, pudiéndose relacionar en cada instante la longitud de la grieta con la carga aplicada y el desplazamiento de la cruceta de la máquina de ensayo.

Durante los ensayos, se registraron en la máquina de ensayos la carga aplicada y el desplazamiento de la cruceta. El avance de la grieta se registró por inspección ocular.

La tenacidad a fractura, para ambos tipos de probetas, se ha calculado como la energía disipada en un ciclo virtual de carga-crecimiento de grieta-descarga entre dos valores de la longitud de grieta. Este valor se divide por la nueva superfície de grieta, obteniéndose de ese modo la energía disipada por unidad de área de nueva grieta.

Ejemplos de curvas fuerza/desplazamiento obtenidas durante los ensayos pueden verse en las figuras 8 y 9, para el crecimiento de la grieta paralelo y perpendicular a las fibras, respectivamente.



Figura 8. Curva fuerza-desplazamiento característica de un ensayo de flexión en tres puntos para una probeta con crecimiento de la grieta paralelo a las fibras.



Figura 9. Curva fuerza-desplazamiento característica de un ensayo de flexión en tres puntos para una probeta con crecimiento de la grieta perpendicular a las fibras.

En las gráficas de las figuras 8 y 9, se aprecia, tras una primera zona de ajuste entre el útil de flexión y la probeta, un crecimiento lineal hasta llegar al pico máximo. En este momento se abre la grieta y se produce un descenso brusco de la carga. Tras esto se puede ver la descarga realizada y la consiguiente carga en la que se da lugar al crecimiento estable de la grieta hasta el fallo. Durante este crecimiento estable la carga va bajando gradualmente a medida que la longitud de grieta se hace mayor.

De estas curvas fuerza-desplazamiento puede observarse que, si bien el pico máximo en las probetas en que la grieta crece perpendicular a las fibras es más elevado que en el caso de crecimiento paralelo, el descenso en la carga es mucho más rápido, generando un área bajo la curva (y, por tanto, disipando una energía) significativamente menor.

3.2. Resultados de los ensayos

Se han ensayado ocho probetas para cada una de las configuraciones, debiéndose descartar cinco para el caso de crecimiento paralelo a las fibras y tres para el caso perpendicular a las fibras debido a roturas catastróficas tras la generación de la grieta.

La rotura de las probetas ha sido la esperada, propagándose la grieta en la dirección de la carga desde la pre-grieta hasta el extremo opuesto del espesor de la probeta, donde se encuentra el rodillo de carga. Esto ha sucedido tanto para el crecimiento paralelo a las fibras como para el perpendicular a las fibras, como puede verse en las figuras 7 y 10, respectivamente.



Figura 10. Vista de la rotura de una probeta con crecimiento de la grieta perpendicular a las fibras, en el ensayo de flexión en tres puntos.

Los valores medios de la tenacidad a fractura para ambos tipos de ensayo, así como sus correspondientes desviación estándar y coeficiente de variación se muestran en la tabla 1.

Tabla 1. Resumen de los valores de tenacidad a fractura obtenidos en el ensayo de flexión en tres puntos. Se presentan la media, desviación estándar y coeficiente de variación.

Ensayo	Tenacidad a fractura (J/m2)	DST (J/m2)	CV (%)
TPB longitudinal	561.99	36.55	6.5
TPB transversal	408.53	16.07	3.93

Como puede comprobarse, a partir de los coeficientes de variación expuestos en la tabla 1, los resultados obtenidos muestran una muy baja dispersión, lo que permite dar validez a los mismos.

4. DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

Se ha evaluado la tenacidad a fractura transversal en un material compuesto propiciando la propagación de las grietas en sentido paralelo a las fibras (G_{1cL}) y perpendicular a las mismas (G_{1cT}). A la vista de los resultados recogidos en la tabla 1, puede determinarse que ambos valores de la tenacidad a fractura son considerablemente diferentes, siendo mayor para el caso de propagación de la grieta en la dirección paralela a las fibras.

La diferencia entre tenacidades a fractura intralaminares puede explicarse con el camino que se va encontrando la grieta a medida que se va propagando. Mientras que cuando la grieta se propaga paralela a las fibras, debe seguir el camino marcado por éstas con el fin de evitar romper fibras, en el caso de propagación perpendicular la grieta es más libre de elegir un camino más favorable, en términos de disipación de energía y de acuerdo a la distribución de tensiones presente en el laminado. De este modo, el valor de la tenacidad a fractura intralaminar en la propagación perpendicular a las fibras es menor que en el caso longitudinal.

Por otro lado, un daño entre fibras no involucra la rotura de ninguna fibra y los dos casos estudiados corresponden a daño entre fibras. Un daño entre fibras, aceptando un modelo simple en el que se tiene fibra, matriz y una intercara entre ambas (es decir, no hay interfase física entre fibra y matriz), se puede producir involucrando rotura de la matriz y despegues entre fibra y matriz. Es obvio que el caso de crecimiento del daño paralelo a las fibras tiene más posibilidades de producirse con rotura casi exclusiva de matriz mientras que el daño transversal a las fibras involucra con toda seguridad despegues entre fibras y matriz. Al menos, puede decirse que este segundo tipo de daño tiene más probabilidad de tener más daño de despegues que de rotura frente a la misma relación para el caso de daño paralelo. Como normalmente las propiedades de la interfase son inferiores a las de la matriz, ello justifica que el valor de G_{1cL} sea mayor que el de G_{1cT}, aceptando que la relación entre propiedades matriz-intercara sea la indicada. En todo caso, esto abre una discusión acerca de la no universalidad de los resultados obtenidos, porque si se tuviera un material compuesto con valores inversos, esto es, mejores propiedades de la intercara que de la matriz, el resultado, invocando este razonamiento, debería ser el opuesto.

Independientemente de esto, la otra razón que se puede invocar es la diferente incidencia de los modos de fractura I, II y III en el mecanismo de propagación del daño en los dos casos de propagación. Este estudio, no obvio en cuanto a los resultados, requeriría la realización de modelos tridimensionales de los dos modelos de crecimiento en estudio.

Los valores obtenidos demuestran que en ningún caso debe tratarse por igual, desde el punto de vista de la tenacidad a fractura, la propagación de grietas intralaminar en direcciones perpendicular y paralela a las fibras, tal como se ha venido haciendo hasta ahora.

Un posible avance sobre los resultados aquí obtenidos sería realizar ensayos de tenacidad a fractura interlaminar, tal como los descritos en las normas [2], [3], y comparar los valores con las tenacidades calculadas en este trabajo.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer su contribución a D. Alberto Barroso, Prof. José Cañas y D. Antonio Cañas. Este trabajo ha sido financiado por el Ministerio de Ciencia e Innovación (Proyecto MAT2009-14022), el Ministerio de Economía y Competitividad y el Fondo Europeo de Desarrollo Regional (Proyectos MAT2012-37387, MAT2015-71036-P y MAT2016-80879-P) y por la Consejería de Innovación, Ciencia y Empresa de la Junta de Andalucía y el Fondo Social Europeo (Proyecto P08-TEP-4051).

REFERENCIAS

- Pinho, S.T., P. Robinson, and L. Iannucci. Developing a four point bend specimen to measure the mode I intralaminar fracture toughness of unidirectional laminated composites. Composites Science and Technology (2009) 69(7-8): 1303-1309.
- [2] Airbus. Carbon Fibre Reinforced Plastics. Determination of fracture toughness energy of bonded joints. Mode I. G1C. Issue 1. AITM 1-0053 2006.
- [3] ISO Standard. Fibre-reinforced plastic composites -Determination of mode I interlaminar fracture toughness, G1C, for unidirectionally reinforced materials. Geneva, Switzerland. ISO 15024 2001.
- [4] F. Cepero, I.G. García, J. Justo, V. Mantič, F. París, A. Barroso. Comparación experimental de la tenacidad a fractura transversal de laminados unidireccionales correspondientes al crecimiento longitudinal o transversal de grietas. Actas del XI Congreso Nacional de Materiales Compuestos, MATCOMP 15 (2015) 1165-1170.
- [5] F. Cepero, I.G. García, J. Justo, V. Mantič. Experimental comparison between the transverse fracture toughness of a unidirectional laminate corresponding to either longitudinal or transverse crack growth. 16th European Conference on Composite Materials, ECCM16 (2014).

MODELADO 3D DE LA DELAMINACIÓN DE LAMINADOS CURVOS DE MATERIAL COMPUESTO CAUSADA POR TENSIONES INTERLAMINARES

J.A. Almagro^{1*}, E. Graciani¹, L. Távara¹

¹ Grupo de Elasticidad y Resistencia de Materiales. Escuela Técnica Superior de Ingeniería. Universidad de Sevilla. Camino de los Descubrimientos s/n, 41092. Sevilla-España * Persona de contacto: jalmagro1@us.es

RESUMEN

El presente trabajo forma parte de un proyecto más amplio en que se pretende desarrollar un procedimiento de dimensionamiento por unfolding en materiales compuestos. Tras la realización de una campaña de ensayos ILTS de probetas de fibra de carbono en el que el fallo de las probetas origina múltiples delaminaciones aparentemente simultáneas, el objetivo es la implementación de un modelo numérico tridimensional que ayude a esclarecer qué mecanismo de daño es el que inicia el fallo. Las probetas modeladas son de tres tipos distintos: unidireccionales, cuasi-isótropas y cross-ply, cada uno de ellos con cuatro espesores distintos (8, 16, 24 y 32 láminas). La aparición y propagación de la delaminación entre las láminas se simula mediante un modelo de interfase elástica lineal frágil. Este modelo permite utilizar un método de solución secuencial multilineal capaz de reproducir adecuadamente el crecimiento inestable de las delaminaciones. Los modelos empleados asumen que el único fallo posible es debido a las tensiones interlaminares y, mediante comparación con los resultados experimentales de la carga de fallo y la localización de las delaminaciones, se determina en qué casos dicho fallo puede o no haber sido el desencadenante del fallo de la probeta.

PALABRAS CLAVE: Unfolding, Delaminación, Materiales Compuestos, Laminados Curvos, Modelo Numérico

ABSTRACT

This paper is part of a larger project aimed to develop a sizing procedure for unfolding failure in composite materials. After carrying out an ILTS test campaign of carbon fibre samples in which failure is characterized by multiple apparently simultaneous delaminations, the objective is the implementation of a three-dimensional numerical model that helps to elucidate the failure mechanism originating the failure. Samples with three different stacking sequences have been modelled: unidirectional, quasi-isotropic and cross-ply, each of them with four different thicknesses (8, 16, 24 and 32 layers). The onset and propagation of the delaminations is modelled using a linear elastic brittle interface model. This model enables using a linear sequential solution method capable of appropriately reproducing the unstable growth of the delaminations. Models carried out assume that failure can be only caused by the interfacial stresses and, by comparison with the failure loads and the location of the delaminations observed in the tests, it is determined whether this mechanism may or not have been responsible for failure initiation.

KEYWORDS: Unfolding, Delamination, Composite Materials, Curved Laminates, Numerical Model

1. INTRODUCCIÓN

El fallo por unfolding consiste en la aparición de grietas de despegue entre las láminas en una zona curva de un laminado de materiales compuestos. Este fallo es especialmente crítico en laminados con un radio de curvatura pequeño.

Los procedimientos actuales para su detección no son muy precisos. El presente trabajo forma parte de un proyecto más amplio en que se pretende desarrollar un procedimiento de dimensionamiento por unfolding en materiales compuestos.

En primer lugar, dentro de este proyecto, se llevó a cabo un estudio analítico del fallo por unfolding en laminados curvos [1]. Los resultados de dicho estudio ponen de manifiesto que el fallo de las probetas se origina por la aparición de múltiples delaminaciones aparentemente simultáneas. El análisis tensional y la observación de la posición de las grietas de despegue muestran la posibilidad de que, en ocasiones, el fallo aparentemente interlaminar venga precedido por un fallo intralaminar que se propaga como una delaminación.

Tras dicho estudio, se llevó a cabo una campaña de ensayos ILTS de probetas de fibra de carbono, siguiendo la normativa AITM1-0069 [2] para tratar de poner de manifiesto dicho mecanismo de fallo [3].

En este trabajo se lleva a cabo un modelo numérico tridimensional de los ensayos realizados en esta nueva

campaña, para tratar de esclarecer el mecanismo que origina el fallo de las probetas.

2. OBJETIVOS

Por consiguiente, el objetivo principal del presente trabajo es la implementación de un modelo numérico tridimensional que ayude a esclarecer el mecanismo de daño que inicia el fallo en probetas de laminados de material compuesto en forma de L sometidas a flexión en cuatro puntos.

Para modelar la aparición y propagación de las delaminaciones se emplean elementos tipo LEBIM en las interfases entre cada una de las láminas de la probeta. Los elementos empleados permiten utilizar un algoritmo de solución secuencial multilineal con el que es posible reproducir adecuadamente el crecimiento inestable de las delaminaciones.

Dado que, en este primer análisis, los modelos sólo admiten el fallo interlaminar, se van a comparar los resultados de la carga de fallo y la localización de las delaminaciones con los que se obtienen experimentalmente, de forma que sea posible determinar en qué casos dicho fallo puede o no haber sido el desencadenante del fallo de la probeta.

3. DESCRIPCIÓN DE LOS MODELOS

Para modelar las interfases entre las láminas se ha hecho uso de un Modelo de Interfase Lineal Elástico-Frágil (LEBIM), caracterizado por una ley constitutiva lineal (relación de desplazamiento relativo a la tracción) en el estado no dañado hasta que se produce el fallo. En [4] se desarrolla la extensión tridimensional de este modelo, que es la utilizada para el presente análisis.

Para estas interfases es necesario introducir una serie de parámetros, definidos en [4], que se han obtenido extrapolando tridimensionalmente los valores utilizados en [5], imponiendo además que $\sigma_c = 120$ MPa (calculado a partir de los ensayos realizados sobre probetas unidireccionales descritos más adelante). Los valores de los parámetros utilizados se exponen en la tabla 1.

Los parámetros k_{nn} , k_{tt1} y k_{tt2} hacen referencia a las rigideces normal y tangenciales de la ley constitutiva de los elementos de la interfase, G_{Ic} , G_{IIc} y G_{IIIc} representan la energía crítica de fractura para cada modo, λ_1 y λ_2 son parámetros unitarios mediante los que se modelan el fallo y h es el espesor de los elementos de la interfase.

Para la realización de los cálculos se ha empleado el software Abaqus. Se han modelado las probetas de acuerdo a la normativa de los ensayos experimentales realizados [2]. En la figura 1 puede comprobarse la configuración de la probeta en el ensayo.

Tabla 1. Valor de los parámetros de las interfases LE-BIM

Parámetro	Valor
k _{nn}	96000 MPa/mm
k_{tt1}	24000 MPa/mm
k_{tt2}	24000 MPa/mm
G_{IC}	0.075 MPa·mm
G _{IIC}	0.512 MPa·mm
G _{IIIC}	0.512 MPa∙mm
λ_1	0.25
λ_2	0.25
h	0.001 mm



Figura 1. Configuración ensayo ILTS

Tabla 2. Dimensiones características en ensayo ILTS

Nº lám.	l_t (mm)	l_b (mm)	<i>t</i> (mm)
8	20	35	1.472
16	22	40	2.944
24	25	44	4.416
32	35	56	5.888

Para todas las probetas se tiene $\phi = 90^\circ$, en todos los casos el radio de los rodillos es de 5 mm, excepto para los ensayos con probetas de 32 láminas, en cuyo caso los rodillos superiores tienen un radio de 10 mm. En la tabla 2 se recogen el resto de dimensiones características, que son dependientes del número de láminas de la probeta. El parámetro t hace referencia al espesor del laminado.

El uso de procedimiento de solución secuencial lineal (SLA) implica que no puede modelarse el contacto de la probeta con los rodillos, por lo que éste se ha sustituido por las condiciones de contorno adecuadas para reproducir el mismo efecto sobre la probeta. El desplazamiento de los rodillos se ha sustituido por la imposición de unas condiciones de contorno que imponen un movimiento plano de los extremos de la zona central de la probeta y permiten la aplicación de un momento en ambos extremos, análogo al que sufre dicha zona durante el ensayo. En la figura 2 puede observarse un ejemplo de la configuración empleada.



Figura 2. Modelo utilizado para el cálculo numérico

Tabla 3. Apilados de las probetas ensayadas

Tipo	N°	Anilado	
npo	lám.	, ipiluuo	
	8	$[0_4]_s$	
	16	$[0_8]_s$	
UD	24	[0 ₁₂] _s	
	32	$[0_{16}]_s$	
	8	[45, -45,90,0] _s	
OI	16	$[45, -45, 90_2, 0, 45, -45, 0]_s$	
QI	24	$[45, -45, 90_2, 45, -45, 90, 0_2, 45, -45, 0]_s$	
	32	$[(45, -45, 90_2)_2, (0, 45, -45, 0)_2]_s$	
	8	[0,90 ₂ ,0] _s	
CD	16	$[0,90_2,0_5]_s$	
Cr	24	$[0,90_2,0_9]_s$	
	32	$[0,90_2,0_{13}]_s$	

Se ha realizado un modelo distinto para cada uno de los grupos de probetas ensayadas experimentalmente, empleando sus dimensiones nominales. Se han ensayado tres series de probetas: la serie UD (con laminados unidireccionales), la serie QI (con secuencias de apilado cuasi-isótropas) y la serie (con laminados unidireccionales en los que se intercalan dos parejas de láminas 'débiles' cerca de los extremos superior e inferior del laminado). En cada una de las series se han empleado cuatro espesores distintos (8, 16, 24 y 32 láminas). Las secuencias de apilado utilizados se muestran en la tabla 2, siendo la orientación de 0 la que sigue la curvatura de la probeta.

4. RESULTADOS

En el presente apartado se muestran los resultados obtenidos en las simulaciones de los modelos. Los resultados más destacados son: la carga en el instante de la rotura, el lugar de la probeta en el que tiene lugar el primer fallo, la distribución de tensiones en la zona central de la probeta y la propagación de la grieta tras el primer fallo.

4.1. Comparación de los momentos en el instante de la rotura

El primer resultado que se va a mostrar es la comparación de los resultados obtenidos para los momentos en el instante de la rotura para cada una de las probetas con los experimentales [3].

En la figura 3, puede observarse como, en los laminados de la serie UD, los resultados obtenidos con los modelos de elementos finitos son muy similares a los experimentales, de lo que se puede concluir que el modelo empleado para simular la delaminación, predice adecuadamente este mecanismo de fallo.



Figura 3. Carga de fallo en el momento de la rotura para las probetas de la serie UD



Figura 4. Carga de fallo en el momento de la rotura para las probetas de la serie QI

En la figura 4 se comprueba que, en los laminados de la serie QI, para un número de láminas pequeño, los resultados obtenidos en los modelos son similares a los medidos experimentalmente, mientras que para laminados de mayor espesor éstos comienzan a discrepar, siendo las cargas de fallo ofrecidas por los modelos sensiblemente mayores a las medidas experimentalmente, lo que apoya la hipótesis de que el fallo de la probeta se deba en estos casos a un mecanismo distinto de la delaminación asociada a las cargas interlaminares que provocaba el fallo de las probetas de la serie UD. Por último, para todos los casos de la serie CP, mostrados en la figura 5, se obtiene una carga de fallo en los modelos numéricos sensiblemente mayor que el experimental, apoyando nuevamente la hipótesis de que el fallo de la probeta se deba a un mecanismo no directamente asociado a las cargas interlaminares.



Figura 5. Carga de fallo en el momento de la rotura para las probetas de la serie CP

4.2. Lugar de comienzo del daño en los modelos

Los resultados de los modelos numéricos permiten determinar también el lugar dónde comienza el fallo en las probetas.

Tabla 4. Lugar en el que se produce el primer fallo en cada tipo de probeta

	Localización del inicio fallo				
Probeta	Espesor	Circunf.	Anchura		
UD.08	4 (0°), 5 (0°)	Próx. Centro	Próx. Borde		
UD.16	$7(0^{\circ}), 8(0^{\circ})$	Próx. Centro	Próx. Borde		
UD.24	9 (0°), 10 (0°)	Próx. Centro	Próx. Borde		
UD.32	12 (0°) , 13 (0°)	Centro	Centro		
QI.08	$4(0^{\circ}), 5(0^{\circ})$	Próx. Centro	Próx. Borde		
QI.16	7 (-45°), 8 (0°)	Centro	Centro		
QI.24	9 (0°), 10 (45°)	Centro	Centro		
QI.32	13 (0°) , 14 (45°)	Centro	Centro		
CP.08	1 (0°) , 2 (90°)	Próx. centro	Borde		
CP.16	7 (0°), 8 (0°)	Centro	Próx. borde		
CP.24	10 (0°) , 11 (0°)	Centro	Próx. borde		
CP.32	13 (0°), 14 (0°)	Centro	Próx. borde		

En la tabla 4 se sumarizan los resultados para cada una de las probetas, indicando las láminas entre las que se produce el fallo, así como la orientación de éstas y la zona de la probeta en que se produce el comienzo del daño, tanto en dirección circunferencial (centro de la zona curva o extremo de la misma) como en la anchura (interior de la probeta o bordes).

Para los laminados de la serie UD, la rotura se produce aproximadamente en las láminas centrales de la probeta, cerca del centro de la zona curva y próximo al borde de la probeta. En los laminados de la serie QI el fallo se produce en casi todos los casos entre las láminas centrales, en la parte central tanto de la zona curva como del ancho. La excepción se produce para la probeta QI.08, para la cual el fallo se produce en la parte central de la zona curva próxima al borde de la probeta.

Por último, en los laminados de la serie CP, el primer fallo se produce igualmente en las láminas centrales, en la parte central de la zona curva y cerca del borde de la probeta. Un caso remarcable es el de la probeta CP.08, cuyo fallo comienza justo en uno de los bordes de la probeta.

4.3. Estado tensional en la zona central de la probeta

A continuación, se van a ofrecer los resultados de las tensiones σ_{22} y σ_{33} de cada tipo de probeta en el instante en el comienza a producirse la primera rotura, según predicen los modelos. Con estos resultados se pretende un doble objetivo. En primer lugar, comprobar que las tensiones normales interlaminares σ_{33} están en el entorno del admisible considerado, por lo que el fallo, independientemente de la zona en que se origina, se propaga inestablemente provocando la delaminación en toda la zona curva de la probeta. En segundo lugar, la representación de las tensiones normales intralaminares en dirección perpendicular a las fibras, σ_{22} , permiten determinar si es factible la presencia de un daño intralaminar (no considerado por el modelo) previo al fallo interlaminar predicho.



Figura 6. Valor de σ_{33} en el instante de la rotura para las probetas de la serie UD

En todos los casos se utiliza como referencia la coordenada Z, que tiene origen en la parte inferior del laminado. Además, las tensiones se han obtenido en la zona central de las probetas. En prácticamente todos los casos los resultados en esta región son muy similares a los de la zona en la que se produce la rotura.

En las figuras 6 y 7 se muestran los resultados para las probetas de la serie UD. En la figura 6 puede comprobarse que el valor máximo de las tensiones interlaminares están en el entorno del admisible considerado ($\sigma_{33}^{ad} = 120$ MPa). Por contra, en la figura 7, se observa que los valores máximos de las tensiones intralaminares

están claramente por debajo de su valor admisible ($\sigma_{22}^{ad} = 64$ MPa).



Figura 7. Valor de σ_{22} en el instante de la rotura para las probetas de la serie UD

Los resultados para las probetas de la serie QI se muestran en las figuras 8 y 9. En la figura 8 se aprecia que las tensiones interlaminares están en el entorno del valor admisible en la zona central de la probeta. En este caso, y de acuerdo a lo que se ha comentado anteriormente, para la probeta QI.08, al estar la zona de rotura algo alejada de la zona central de la probeta, el valor de las tensiones es ligeramente inferior. Al contrario de lo que se observaba en la serie anterior, en la figura 9 se comprueba que las tensiones interlaminares σ_{22} alcanzan valores muy superiores al admisible en las láminas situadas en la parte exterior del laminado. Por consiguiente, reafirma la posibilidad de que se haya producido un fallo intralaminar previo al fallo interlaminar.



Figura 8. Valor de σ_{33} en el instante de la rotura para las probetas de la serie QI



Figura 9. Valor de σ_{22} en el instante de la rotura para las probetas de la serie QI

Por último, los resultados para las probetas de la serie CP se muestran en las figuras 10 y 11. En la figura 10 se observa nuevamente un valor de las tensiones normales interlaminares cercano al admisible, consistente con el fallo observado en los modelos. Por otra parte, en la figura 11 se observa que las tensiones interlaminares, especialmente en los laminados de pequeño espesor, alcanzan valores muy superiores a su admisible, lo que explicaría el fallo de la probeta, asociado a un mecanismo no contemplado por el modelo, a cargas inferiores a las máximas obtenidas con el mismo.



Figura 10. Valor de σ_{33} en el instante de la rotura para las probetas de la serie CP



Figura 11. Valor de σ_{22} en el instante de la rotura para las probetas de la serie CP

4.4. Propagación de la grieta tras el primer fallo

Por último, se va a exponer cómo se propaga la grieta tras la aparición del primer fallo. A modo de ejemplo, se van a utilizar para ello los resultados pertenecientes al modelo de 16 láminas de la serie CP. El cálculo utilizando SLA permite realizar múltiples iteraciones llegando en cada una a la rotura de un número determinado de puntos de integración. En el caso que se presenta cada iteración implica el fallo de 16 puntos de integración.

En la figura 12 se muestra la evolución de la grieta en cuatro puntos distintos, tras 10, 100, 200 y 300 iteraciones respectivamente. El parámetro que está representado es el daño sobre la interfase, que toma valor unitario (en rojo) en el caso de estar dañado y nulo (en azul) en caso contrario. La interfase que se muestra es la que se encuentra entre las láminas 7 y 8, que, tal y como se ha expuesto en la tabla 4, es donde se inicia el daño en este caso.



Figura 12. Propagación de la grieta de interfase en la probeta CP.16

La grieta se inicia cerca de la zona central de la región curva y próximo al borde en el ancho, en ambos lados de la probeta. Tras iniciarse la propagación, ésta se produce a través del largo y aproximándose al borde. Tras 200 iteraciones la grieta ya ha llegado al borde y a partir de este punto comienza a dirigirse hacia el interior.

Obsérvese que el momento necesario para causar la rotura de los puntos de integración en las iteraciones mostradas es inferior al que se necesitó para provocar la rotura del primer punto de integración (M= 41.55 Nm). Aunque no se muestran los resultados la grieta sigue propagándose de manera inestable hasta delaminar completamente la probeta.

5. CONCLUSIONES

En el presente trabajo se ha usado una implementación del modelo de interfase elástica lineal frágil (LEBIM) en 3D para modelar las delaminaciones que se producen durante el ensayo ILTS. Se han modelado probetas con 3 configuraciones de secuencia de apilados diferentes: unidireccionales (serie UD), cuasi-isótropas (serie QI) y cruzadas (serie CP).

Los resultados numéricos muestran que el crecimiento de las grietas de delaminación es un proceso inestable, siendo la carga que causa el fallo de los primeros puntos de integración la causante de la delaminación completa de la probeta.

Se presenta también un estudio detallado del estado tensional de las diferentes láminas para la carga que produce el fallo de los primeros puntos de integración. Los resultados muestran que en las configuraciones de secuencia de apilados cuasi-isótropas y cruzadas se produciría el fallo intralaminar de una lámina (o varias) previo a la delaminación (por tanto, a una carga menor que la que predice el presente modelo) justificando las discrepancias que se observan con los resultados experimentales de dichas series de probetas.

AGRADECIMIENTOS

Esta investigación ha sido financiada por el Ministerio de Economía y Competitividad y el Fondo Europeo de Desarrollo Regional a través del proyecto MAT2015-71309-P, MINECO/FEDER.

REFERENCIAS

- [1] J.M. González-Cantero. Study of the unfolding failure of curved composite laminates. PhD Thesis. Universidad de Sevilla: Sevilla 2017.
- [2] Airbus. Airbus test method. Fibre reinforced plastics. Determination of curved-beam failure load. Issue 2. AITM 1-0069 2011.
- [3] P.L. Zumaquero, E. Graciani, J. Justo. Fallo por unfolding en laminados curvos de material compuesto: campaña de ensayos y análisis tensional. Congreso del Grupo Español de Fractura 2019.
- [4] L. Távara, J. Reinoso, A. Blázquez, V. Mantic. On the 3D extension of failure models for adhesive joints under mixed-mode fracture conditions: LEBIM and CZM. Theoretical and Applied Fracture Mechanics 100 (2019): 362-376.
- [5] M. Muñoz-Reja, L. Távara, V. Mantic, P. Cornetti. Crack onset and propagation in composite materials using Finite Fracture Mechanics on elastic interfaces. Procedia Materials Science (2014) 3: 1365-1370.

INFLUENCIA DE LA FRICCIÓN EN EL CRECIMIENTO DE GRIETAS DE INTERFASE ANTE CARGA UNIAXIAL DE COMPRESIÓN EN MATERIALES COMPUESTOS

C. Sandino¹, E. Correa^{1*}, F. París¹

¹ Grupo de Elasticidad y Resistencia de Materiales. Escuela Técnica Superior de Ingeniería. Universidad de Sevilla. Camino de los Descubrimientos s/n, 41092. Sevilla-España * Persona de contacto: ecorrea@us.es

RESUMEN

En este trabajo el crecimiento de una grieta de interfase asociado al fallo de la matriz en materiales compuestos fibrosos bajo cargas de compresión uniaxial es estudiado mediante el uso del Método de los Elementos de Contorno. El caso del modelo de fibra única, analizado anteriormente por los autores, es retomado con el objetivo de observar el efecto de la fricción en la interfase fibra-matriz. De la misma manera, se estudia la presencia de fricción en un modelo de dos fibras con el fin de evaluar la influencia de una fibra secundaria sin daño en la evolución del crecimiento de la grieta de interfase.

El efecto más general de la presencia de fricción en el crecimiento de la grieta de interfase, observado para los modelos de fibra única y dos fibras, es el descenso del nivel del Índice de Liberación de Energía para todo el rango de crecimiento de grieta considerado. Además, bajo la hipótesis de que la grieta crece desde ambos fondos y a pesar de la asimetría del daño inicial, cuando la configuración no dañada del problema es simétrica con respecto al eje perpendicular a la carga, la configuración deformada final de la grieta es también simétrica.

PALABRAS CLAVE: Materiales Compuestos, Micromecánica, Mecánica de la Fractura de Grietas de Interfase, Fricción.

ABSTRACT

The growth of the interface crack associated with the inter-fibre failure taking place in fibrous composite materials under uniaxial compression is studied by means of a BEM model. The single-fibre case is revisited in order to analyse the effect of the consideration of friction at the fibre-matrix interface. The presence of friction in a two-fibre model is also studied with a view to evaluating the influence of an undamaged secondary fibre on the evolution of the interface crack growth.

The most general effect of the presence of friction on the interface crack growth, observed on the single-fibre and twofibre models, is the decrease of the level of the Energy Release Rate along the whole range of growth under consideration. Moreover, on the assumption that the crack grows at both crack tips, and despite the asymmetry of the initial damage, when the undamaged configuration is symmetric with respect to the axis perpendicular to the load, the final deformed configuration is also symmetric.

KEYWORDS: Composites, Micromechanics, Interfacial Fracture Mechanics, Matrix/inter-fibre failure, Friction.

1. INTRODUCCIÓN

El mecanismo de daño conocido como fallo de la matriz o fallo entre fibras, el cual se genera en materiales compuestos fibrosos sometidos a cargas perpendiculares a las fibras, ha sido estudiado anteriormente por los autores en diversos trabajos basados en modelos de fibra única [1-4] y dos fibras [5-7].

Para el caso de compresión uniaxial, en los trabajos presentados en [2,6] se asume que el mecanismo de daño presenta tres etapas: (1) el daño aparece en la

interfase fibra-matriz a 45° con respecto a la dirección de la carga (donde se alcanza el valor máximo de las tensión tangencial), con una configuración asimétrica que, de acuerdo a la Mecánica de la Fractura de grietas de interfase [8], consta de un despegue en forma de "burbuja" en el fondo inferior de la grieta y una zona de contacto en el fondo superior; (2) la grieta crece inestablemente a lo largo de la interfase a través del fondo de grieta inferior hasta alcanzar una longitud para la cual se produce el cierre de la "burbuja" y la aparición de una zona de contacto; (3) la grieta se interna en la matriz continuando su crecimiento a través de ella. Finalmente, la coalescencia de varias grietas en la matriz provoca la macro-rotura final.

Debido al importante rol que el Modo II de Fractura y la consecuente aparición de zonas de contacto juegan en la propagación de la grieta de interfase bajo compresión uniaxial [2,6], en este artículo se estudia la influencia de la presencia de fricción entre los labios de la grieta en la segunda etapa del mecanismo de fallo. Para ello, se emplean los modelos de Elementos de Contorno de fibra única y dos fibras presentados en [2,6] y se incluye la presencia de fricción con dos objetivos: (1) comparar los resultados del modelo de fibra única con fricción con los obtenidos en [2] para observar claramente los efectos de la fricción; (2) estudiar las alteraciones producidas por la presencia de una fibra cercana sin daño en la propagación de la grieta de interfase para el modelo con fricción y comparar dichas alteraciones con las encontradas en [6]. El artículo se centra en la morfología de la grieta y su propagación, analizando los resultados a la luz de la Mecánica de la Fractura de Grietas de Interfase [8].

2. MODELOS NUMÉRICOS

Con el objetivo de estudiar la segunda etapa del mecanismo de daño, se utilizan modelos de Elementos de Contorno similares a los presentados en [2,6], utilizando un código desarrollado en [9]. La figura 1 representa dichos modelos, para los casos de (a) fibra única y (b) dos fibras. En el caso de fibra única el modelo representa una grieta de interfase que, tras aparecer a 45° con respecto a la dirección de la carga de compresión aplicada σ_0 (posición en la que aparece el valor máximo de la tensión tangencial), crece a lo largo de la interfase localizada entre una fibra (sólido 'F') y la matriz que la rodea (sólido 'M'). Las dimensiones del modelo están definidas por el radio de la fibra r_1 $(r_1 = 7.5 \cdot 10^{-6} \text{m})$ y las dimensiones de la matriz *a* y *b* (para evitar posibles efectos de borde las dimensiones elegidas son $a=b=100 r_1$). Con respecto a la grieta, su amplitud está definida por el valor θ_d , mientras que la posición de los fondos de grieta está asociada a la coordenada circunferencial a. Además, el modelo permite incluir la presencia de contacto con fricción entre los labios de la grieta. El valor del coeficiente de fricción seleccionado para este estudio es $c_f=0.5$.



Figura 1. Modelos de (a) fibra única y (b) dos fibras.

En el caso del modelo de dos fibras la grieta de interfase, localizada entre la matriz y la fibra principal (sólido 'FP'), crece en presencia de una fibra secundaria (sólido 'FS') no dañada. La posición de dicha fibra (de radio r_1) está definida por las coordenadas r_2 y θ_2 . El valor de la distancia entre fibras es fijo (r_2^0) y corresponde a un porcentaje de fibra en volumen del 75%, considerando una disposición hexagonal, mientras que el valor de θ_2 se modifica para generar las distintas posiciones relativas entre fibras consideradas.

Con respecto a los materiales considerados para el análisis, en este caso se trata de un sistema fibra de vidrio/matriz epoxi cuyas propiedades se muestran en la tabla 1.

Tabla 1. Propiedades elásticas del material.

Material	Módulo de	Coeficiente
Widterful	Young, E (Pa)	de Poisson, v
Matriz (epoxi)	$E^{m}=2.79\cdot10^{9}$	$v^{m} = 0.33$
Fibra (vidrio)	$E^{f}=7.08\cdot10^{10}$	$v^{f}=0.22$

Para caracterizar el problema desde el punto de vista de la Mecánica de la Fractura se utiliza el Índice de Liberación de Energía, G, para cuyo cálculo se emplea una expresión particularizada para casos con fricción en [10]. Dicha expresión modifica el término que representa la componente del Modo II del Índice de Liberación de Energía asociada a la propagación de la grieta asumiendo fricción entre los labios, generando un nuevo parámetro de fractura, \hat{G} .

Con el objetivo de presentar resultados adimensionalizados, este nuevo Índice de Liberación de Energía, \hat{G} , se divide entre G_0 , en base a la expresión obtenida en [11,12]:

$$G_0 = \left(\left(1 + \kappa^m \right) / 8\mu^m \right) \sigma_0^2 r_1 \pi \tag{1}$$

donde $\kappa^m = 3-4\nu^m$ y μ^m es el modulo de cizalladura de la matriz.

3. CASO DE FIBRA ÚNICA

3.1. Estudio del Índice de Liberación de Energía

Una vez que los modelos han sido definidos, y partiendo del modelo de fibra única mostrado en la figura 1, se calcula el Índice de Liberación de Energía tal y como se describe en [5-7], para una grieta que crece a lo largo de la interfase fibra-matriz, considerando la presencia de fricción y partiendo de un despegue inicial $\theta_d=10^\circ$. Dicho crecimiento se asume que se produce a través del fondo de grieta inferior, de acuerdo a la hipótesis establecida en [2], con el objetivo de que los resultados puedan ser comparados con los presentados en [2,6] para el caso de fibra única sin

fricción. En particular, en el estudio presentado en [2], los autores llegaron a la conclusión de que la propagación a través del fondo de grieta inferior era más favorable que a través del fondo superior, debido a la comparación energética de ambos fondos y la configuración abierta o "burbuja" situada en el fondo inferior.

La figura 2 representa la evolución de \hat{G} (para $c_f=0, 0.5$) y sus correspondientes componentes en Modo I y Modo II (\hat{G}_I y \hat{G}_{II}) frente a α_L (valor de la componente circunferencial α en el fondo de grieta inferior), para una longitud de grieta comprendida en el rango $10^{\circ} \le \theta_d \le 100^{\circ}$.

Tal y como se puede observar en la figura 2, la presencia de contacto con fricción entre los labios de la grieta produce un descenso de \hat{G} a lo largo del rango completo de crecimiento de la grieta considerado, alterando ambos modos de fractura. El descenso es más acusado en el tramo de crecimiento en Modo II puro ($\alpha_L \ge 206^\circ$), ya que la zona de en el fondo inferior se desarrolla en dicho tramo. El descenso no provoca alteraciones cualitativas importantes en el rango de crecimiento en modo mixto, mientras que la forma de las curvas varía notablemente en el rango de crecimiento en Modo II puro.



Figura 2. \hat{G} , $\hat{G}_I y$ \hat{G}_{II} frente a α_L para el caso de fibra única ($c_f=0, 0.5$).

3.2. Propagación de la grieta de interfase

Tras el estudio comparativo presentado en la sección anterior, se presentan ahora los resultados de predicción de crecimiento en presencia de fricción en base a un segundo estudio en el que se considera la posibilidad de que la grieta crezca a través de ambos fondos, motivado fudamentalmente por el importante descenso de \hat{G} observado en el tramo en el que la zona de contacto inferior debe desarrollarse ($\alpha_L \ge 206^\circ$). Para ello, utilizando el cociente \hat{G}/\hat{G}_c , se realiza un análisis energético comparativo entre ambos fondos de grieta tras cada paso de crecimiento considerado, para establecer a partir de qué extremo se produce la propagación en cada momento.

 \hat{G}_c es el valor crítico del Índice de Liberación de Energía y se emplea para establecer el fin del crecimiento inestable comparándolo con la correspondiente evolución de \hat{G} . Para su cálculo en este estudio se ha tomado la estimación que proporciona [13]:

$$\widehat{G}_c(\psi_k) = G_{1c}[1 + \tan[(1 - \lambda)\psi_k]]$$
(2)

siendo G_{lc} el valor de G_c para Modo I y λ es el parámetro de sensibilidad al modo de fractura (en este estudio se ha tomado λ =0.25, valor típico para el sistema bimaterial bajo estudio). ψ_k es el ángulo de fase local, que representa la evolución de la mixicidad de los modos de fractura y se puede calcular como se indica en [14]. En ausencia de datos experimentales directos, G_{lc} ha sido ajustado como se detalla en [5,6], haciendo que el valor de G_c asociado con el primer despegue considerado coincida con el valor inicial de G.



Figura 3. Configuración deformada de la grieta de interfase para el caso de fibra única y distintos valores de θ_d ($c_f=0.5$).

Los resultados obtenidos para $c_{f}=0.5$ muestran que la grieta de interfase comienza su propagación a partir del fondo inferior. Esta situación se mantiene hasta $\theta_{d}=70^{\circ}$, coincidiendo aproximadamente con la desaparición de la propagación en modo mixto en el fondo de grieta inferior (figura 2) y la aparición de la zona de contacto. A partir de esta posición, la grieta se propaga de forma alternada a través de ambos fondos de grieta en los siguientes pasos de crecimiento, hasta que finaliza su crecimiento inestable para $\theta_{d}=140^{\circ}$. Se ha asumido que

el final del crecimiento inestable se produce cuando $\hat{G}/\hat{G}_c < 1$.

La figura 3 representa la configuración deformada para distintos valores del ángulo de despegue θ_d , considerando los distintos pasos de crecimiento alternados a partir de cada uno de los fondos de grieta. Para que dicha configuración pueda ser visualizada correctamente, los desplazamientos de la interfase han sido amplificados mediante un factor de 10^5 . La figura representa también la posición de ambos fondos de grieta, α_U y α_L (fondo superior e inferior respectivamente). Como se puede observar, la configuración de la longitud de grieta para el fin del crecimiento inestable es simétrica con respecto al eje perpendicular a la dirección de la carga.

4. CASO DE DOS FIBRAS

4.1. Estudio del Índice de Liberación de Energía

El mismo análisis empleado en el modelo de fibra única se utiliza para el modelo de dos fibras mostrado en la figura 1. En este caso el objetivo es comparar los resultados con el modelo de fibra única con fricción y con el modelo de dos fibras sin fricción [6]. La evolución de \hat{G} se calcula de la forma descrita en la Sección 3, considerando el modelo de dos fibras con una distancia entre fibras fija (r_2^0) , distintos valores de la posición angular θ_2 y el crecimiento a través del fondo inferior de grieta para comparar la evolución de \hat{G} para $c_f=0.5$ con los resultados del modelo de dos fibras sin fricción [6]. La figura 4 representa una comparación de los resultados con y sin fricción para una selección de valores de θ_2 . Dicha figura confirma la tendencia encontrada con el modelo de fibra única: la fricción conlleva un descenso en el nivel de G, más pronunciado en el tramo de propagación en Modo II que en el tramo de propagación en modo mixto debido a la aparición de la zona de contacto en el fondo inferior de grieta.

Este efecto es especialmente remarcable para los casos $\theta_2=90^\circ$, 240°, 330°, en los que se observa que cuando la zona de contacto aparece en el fondo de grieta inferior ($\alpha_L \ge 190^\circ$, $\alpha_L \ge 200^\circ$ y $\alpha_L \ge 205^\circ$ para los casos $\theta_2=90^\circ$, 240°, 330°, respectivamente [6]), el descenso en el nivel de \hat{G} es más pronunciado que en los demás casos, provocando un importante cambio cualitativo en la forma de la evolución de \hat{G} .

Con el objetivo de establecer una conexión entre el nivel micromecánico y el macromecánico, el valor de \hat{G} asociado con el inicio del crecimiento de grieta $\hat{G}(\alpha_L=140^\circ)$, es decir, asociado al fondo de grieta inferior para el primer despegue considerado ($\theta_d=10^\circ$), puede establecerse como un parámetro característico del mecanismo de daño a nivel micromecánico [5-7]. Si este valor es mayor que el correspondiente al caso de fibra única se necesita un nivel de carga menor para iniciar la propagación de la grieta, lo cual implica que la

presencia de la fibra secundaria representa un efecto acelerador del fallo. Por otro lado, si dicho valor es inferior al del caso de fibra única, se necesita una carga mayor para iniciar la propagación, implicando que la fibra secundaria tiene un efecto inhibidor frente al fallo.



Figura 4. Ĝ frente a α_L para el modelo de dos fibras y una selección de valores de θ_2 ($c_f=0, 0.5$).



Figura 5. Efectos de la fibra secundaria sobre la iniciación del crecimiento de la grieta de interfase para $c_f=0, 0.5.$

Si se comparan todas las posiciones de la fibra secundaria consideradas con los resultados obtenidos en el modelo sin fricción presentado en [6], se observa que el contacto con fricción representa siempre un efecto inhibidor del fallo, debido al descenso de \hat{G} provocado por la fricción (figura 4). Además, si se comparan los resultados del modelo de dos fibras con el de fibra única (ambos con fricción) se observa que cuando la fibra secundaria se encuentra situada frente a la zona de aparición del primer despegue ($105^{\circ} \le \theta_2 \le 150^{\circ}$) o a 120° de dicha zona, su presencia representa un efecto acelerador. Dicho efecto es más intenso en torno a las posiciones θ_2 =150°, 240°. Para el resto de posiciones, la presencia de la fibra secundaria implica un efecto inhibidor frente al fallo. La figura 5 representa un esquema que resume estos resultados para $c_{f}=0, 0.5,$ confirmando que la presencia de fricción no altera de

forma considerable los rangos de θ_2 correspondientes a estos efectos con respecto a la iniciación de la propagación.

4.2. Propagación de la grieta de interfase

Con respecto a la propagación de la grieta de interfase y la predicción del fin del crecimiento inestable de la grieta, se realiza el mismo análisis empleado para el modelo de fibra única en la sección 3.1, considerando también la posibilidad de crecimiento a través de ambos fondos de grieta y estableciendo el mismo criterio de parada. En este caso, el valor de G_{lc} se obtiene de la misma forma que en [5,6], eligiendo el valor que produce $\hat{G}_c=\hat{G}$ en la ecuación (2), para cada caso de θ_2 considerado. Es decir, G_{lc} tomará un valor diferente para cada posición de la fibra secundaria, siendo el valor que garantiza el inicio de la propagación para cada caso.

El análisis energético mediante el cociente \hat{G}/\hat{G}_c permite determinar la dirección de crecimiento de la grieta y establecer el final de la segunda etapa del mecanismo de daño para todos los casos del modelo de dos fibras. La figura 6 representa la configuración final deformada de la grieta de interfase para una selección de valores de θ_2 . Las menores longitudes de crecimiento inestable, con un consecuente menor desarrollo de la "burbuja", se obtienen cuando la fibra secundaria se encuentra en los rangos $120^{\circ} \le \theta_2 \le 150^{\circ}$ y $210^{\circ} \le \theta_2 \le 240^{\circ}$, coincidiendo con las posiciones enfrentadas a las regiones donde las zonas de contacto deben aparecer para ambos fondos de grieta, según los resultados del modelo de fibra única. El caso más extremo se produce para $\theta_2=210^\circ$, ya que la propagación de la grieta se produce íntegramente en Modo II [6] y por lo tanto la "burbuja" no se desarrolla. Esto puede provocar que el contacto entre los labios de la grieta obstaculice la propagación y por lo tanto se obtenga una longitud de crecimiento inestable pequeña.



Figura 6. Configuración deformada final de la grieta de interfase para el caso de fibra única y una selección de posiciones de la fibra secundaria ($c_f=0.5$).

Por el contrario, cuando la posición relativa entre las fibras es perpendicular a la dirección de la carga ($\theta_2=0^\circ$, 180°), la fibra secundaria está alineada con la zona en la que se espera el mayor desarrollo de la "burbuja" (según lo previamente observado en modelos de fibra única) y por lo tanto, donde los mayores desplazamientos radiales se producen. Esta situación amplifica dichos desplazamientos radiales, provocando un mayor desarrollo de la "burbuja" y, en consecuencia, una longitud de crecimiento inestable de grieta mayor que en el caso de fibra única.

Con respecto a la predicción del fin del crecimiento inestable de la grieta de interfase y la hipótesis de crecimiento a través de ambos fondos de grieta, se observa un efecto importante. A pesar de la configuración no simétrica del despegue inicial, cuando la configuración no dañada es simétrica con respecto al eje perpendicular a la dirección de la carga ($\theta_2=0^\circ$, 180°), la longitud de grieta para el final del crecimiento inestable es también simétrica con respecto a dicho eje. Además, se observa que cuando la posición relativa de las fibras tiende a alinearse con la dirección de la carga aplicada ($\theta_2=90^\circ$, 270°), la configuración final de la zona despegada ("burbuja") está ligeramente desplazada hacia la posición de la fibra secundaria.

5. CONCLUSIONES

La comparación de los resultados obtenidos con los presentados en [2,6] considerando que la grieta crece exclusivamente por el fondo de grieta inferior, muestra que el efecto más general de la presencia de contacto con fricción entre los labios de la grieta es el descenso del Índice de Liberación de Energía a lo largo del rango completo de crecimiento de la grieta considerado. Este efecto es observado en el caso de fibra única y confirmado por el modelo de dos fibras.

A la vista de los resultados de \hat{G} para el primer despegue considerado en el modelo de dos fibras, se observa que los rangos para los cuales la presencia de la fibra secundaria representa un efecto acelerador o inhibidor ante el fallo no se ven alterados de forma considerable por la fricción con respecto a [6]: la presencia de la fibra secundaria representa un efecto acelerador frente al fallo cuando se encuentra en el rango $105^{\circ} \le \theta_2 \le 150^{\circ}$ o a 120° de dicho rango. Para el resto de posiciones, la presencia de la fibra secundaria inhibe el daño.

Una vez aceptada la hipótesis de crecimiento a través de ambos fondos de grieta, estableciendo un criterio energético para determinar la dirección de crecimiento de la grieta de interfase, se observa que el crecimiento a través del fondo de grieta inferior es considerablemente mayor al producido a través del fondo de grieta superior, tanto para el caso de fibra única como para todos los casos del modelo de dos fibras. Otro efecto importante provocado por el crecimiento a través de ambos fondos de grieta es que cuando la configuración no dañada es simétrica con respecto al eje perpendicular a la dirección de la carga (fibra única, o casos $\theta_2=0^\circ$, 180° en el modelo de dos fibras), la configuración de la longitud de grieta observada al final de la segunda etapa del mecanismo de fallo es simétrica con respecto a dicho eje, a pesar de la asimetría del defecto inicial. Este efecto no se observa cuando se considera que la grieta crece a través del fondo inferior de forma exclusiva [2,6].

Con respecto a las predicciones encontradas para el final del crecimiento inestable en las distintas posiciones consideradas con el modelo de dos fibras (crecimiento a partir de ambos fondos de grieta), se observa que las mayores longitudes de crecimiento inestable se producen para las posiciones relativas perpendiculares a la dirección de la carga ($\theta_2=0^\circ$, 180°), siendo mayores que el caso de fibra única. Este efecto se observó también en [6]. Por otro lado, cuando la fibra secundaria está enfrentada a las regiones en las que se espera que aparezcan las zonas de contacto de la grieta de interfase (posiciones 120° $\leq \theta_2 \leq 150^\circ$ y 210° $\leq \theta_2 \leq 240^\circ$), el rango de crecimiento inestable es considerablemente menor que en el caso de fibra única.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer al Ministerio de Educación, Cultura y Deportes la subvención de este trabajo a través de los proyectos MAT2016-80879-P y MAT2013-45069-P.

REFERENCIAS

- F. París, E. Correa and J. Cañas. Micromechanical view of failure of the matrix in fibrous composite materials. Compos Sci Technol (2003) 63: 1041– 1052.
- [2] E. Correa, V. Mantič, and F. París. Numerical characterisation of the fibre–matrix interface crack growth in composites under transverse compression. Eng Fract Mech (2008) 75: 4085-4103.
- [3] E. Correa, V. Mantič, and F. París. A micromechanical view of inter-fibre failure of composite materials under compression transverse to the fibres. Compos Sci Technol (2008) 68(9):2010-2021.
- [4] E. Correa, F. París and V. Mantič. Effect of a secondary transverse load on the inter-fibre failure

under compression. Compos Part B-Eng (2014) 65:57–68.

- [5] C. Sandino, E. Correa and F. París. Numerical analysis of the influence of a nearby fibre on the interface crack growth in composites under transverse tensile load. Eng Fract Mech (2016) 168: 58–75.
- [6] C. Sandino, E. Correa and F. París. A study of the influence of a nearby fibre on the interface crack growth under transverse compression in composite materials. Eng Fract Mech (2018) 193: 1-16.
- [7] C. Sandino, E. Correa and F. París. Composite materials under transverse biaxial loads: Study of the influence of a nearby fibre on the interface crack growth under tension. ECCM 2016 -Proceeding of the 17th European Conference on Composite Materials, Munich, Germany, June 26-30 2016.
- [8] V. Mantič, A. Blázquez, E. Correa and F. París. Analysis of interface cracks with contact in composites by 2D BEM. In M. Guagliano and M.H. Aliabadi, editors. Fracture and Damage of Composites, Southampton: WIT Press, 189–248, 2006.
- [9] E. Graciani, V. Mantič, F. París and A. Blázquez. Weak formulation of axi-symmetric frictionless contact problems with boundary elements. Application to interface cracks. Comput Struct (2005) 83:836–855.
- [10] E. Graciani, V. Mantič, F. París and J. Varna. Fibre-Matrix debonding in composite materials: axial loading. In R Talreja and J Varna, editors. Modeling damage, fatigue and failure of composite materials, Cambridge: Woodhead Publishing, (2016) 7:117–14.
- [11] M. Toya. A crack along the interface of a circular inclusion embedded in an infinite solid. J Mech Phys Solids (1974) 22: 325–348.
- [12] Y. Murakami, Stress Intensity Factor Handbook. Pergamon Press, Oxford, 1988.
- [13] J.W. Hutchinson and Z. Suo. Mixed mode cracking in layered materials. Adv App Mech (1992) 29: 63–191.
- [14] V. Mantič and F. París. Relation between SIF and ERR based measures of fracture mode mixity in interface cracks. Int J Fracture (2004) 130: 557– 569.

FALLO POR UNFOLDING EN LAMINADOS CURVOS DE MATERIAL COMPUESTO: CAMPAÑA DE ENSAYOS Y ANÁLISIS TENSIONAL

P. L. Zumaquero^{1*}, E. Graciani¹, J. Justo¹

¹ Grupo de Elasticidad y Resistencia de Materiales. Escuela Técnica Superior de Ingeniería. Universidad de Sevilla. Camino de los Descubrimientos s/n, 41092. Sevilla-España * Persona de contacto: pzumaquero@us.es

RESUMEN

El objetivo del presente estudio es la constatación experimental de los diferentes mecanismos que pueden propiciar el fallo por unfolding en laminados curvos de material compuesto. Este tipo de fallo aparece especialmente cuando el radio de curvatura del laminado es pequeño y se caracteriza por la aparición cuasi-instantánea de múltiples grietas de despegue entre las láminas. El análisis de ensayos previos realizados sobre probetas con laminados cuasi-isótropos ha puesto de manifiesto que, en ocasiones, el fallo aparentemente interlaminar a cargas por debajo de lo esperado, en realidad, puede estar inducido por un fallo intralaminar que se propaga inestablemente causando las delaminaciones. Dado que el fallo es catastrófico y produce múltiples delaminaciones en la probeta, se hace necesario un análisis tensional detallado para determinar el mecanismo de fallo causante del inicio de la rotura. En este trabajo se presentan los resultados de una campaña de ensayos con probetas cuyas secuencias de apilado han sido específicamente diseñadas para poner claramente de manifiesto que el fallo por unfolding puede ser inducido por un fallo intralaminar.

PALABRAS CLAVE: Unfolding, Laminado Curvo, Delaminación, Material Compuesto.

ABSTRACT

The objective of the present study is to experimentally check the different mechanisms that lead to unfolding failure of curved composite laminates. This kind of failure especially takes place when the curvature radius is small and is characterized by the quasi-instantaneous appearance of multiple delaminations. Analysis of previous experimental test campaigns over quasi-isotropic samples have shown up that apparent interfacial failure at low stress levels, in fact, may have been induced by an intralaminar failure which propagates unstably as a delamination. Since failure is catastrophic and produces multiple delaminations, a detailed stress analysis is needed to elucidate the failure mechanism responsible for failure onset. In this work, the results of a test campaign are presented in which the stacking sequences of the samples have been specifically designed to show that unfolding failure can be induced by an intralaminar failure.

KEYWORDS: Unfolding, Curved Laminate, Delamination, Composite Material.

1. INTRODUCCIÓN

Se conoce como fallo por unfolding a la delaminación que se produce en laminados curvos de pequeño radio de curvatura cuando son sometidos a un estado de carga que introduce una flexión en dicho laminado curvo.

En la mayoría de los casos, el fallo por unfolding se atribuye a las tensiones interlaminares que aparecen en la zona curva de los laminados. No obstante, los resultados obtenidos en las campañas de ensayo no ofrecen en muchos casos resultados satisfactorios. Un reciente estudio ha puesto de manifiesto la posibilidad de que el fallo por unfolding se origine, en la mayoría de los casos, a partir de un fallo intralaminar que, en presencia de elevadas tensiones interlaminares, se propaga como una delaminación (ver [1] y las referencias incluidas en dicha publicación).

El fallo por unfolding es habitualmente catastrófico, de forma que una vez alcanzada la carga de fallo aparecen múltiples delaminaciones en la probeta. En general, no es fácil determinar el mecanismo que inició el fallo a partir de la mera observación de los especímenes ensayados y el análisis tensional.

El objetivo del presente trabajo es llevar a cabo una campaña de ensayos en la cual se ponga claramente de manifiesto que, en algunos casos, el fallo por unfolding es inducido por un fallo intralaminar, que, al propagarse como una delaminación, aparenta ser un fallo interlaminar a cargas inferiores a las previstas.

2. SELECCIÓN DE APILADOS A ENSAYAR

Para diseñar la campaña de ensayos descrita es preciso seleccionar unas secuencias de apilado adecuadas para poner de manifiesto que el fallo por unfolding se origina a partir de un fallo intralaminar.

Las evidencias que pueden obtenerse de los ensayos para mostrar que se ha producido el mecanismo de fallo descrito son, por un lado, el análisis de la carga de fallo y las tensiones que esta carga induce en la probeta y, por otro, la localización de las delaminaciones observadas en las probetas.

Para la realización de los ensayos de resistencia interlaminar (ILTS) se han empleado probetas con geometría en L empleando un pre-preg carbono/epoxi (Hexply AS4/8552 [2]) y siguiendo la norma AITM1-0069 [3].

En primer lugar, se ensayaron probetas unidireccionales de 8, 16, 24 y 32 láminas, obteniéndose una resistencia interlaminar $\sigma_{33}^+ = 103 \pm 11$ MPa.

La norma empleada no establece un procedimiento para determinar el estado tensional de las probetas con apilados multidireccionales en el instante del fallo. Para dichos laminados permite únicamente determinar la carga que origina el fallo (el momento por unidad de ancho de la probeta en el instante del fallo).

Para seleccionar las secuencias de laminado a ensayar se han empleado las soluciones semianalíticas presentadas por J.M. González-Cantero y colaboradores (ver [1] y las referencias incluidas en dicha publicación), mediante las cuales es posible determinar el estado tensional en la probeta del ensayo ILTS. Siguiendo el procedimiento que se detalla a continuación se han determinado las cargas que originan el fallo interlaminar e intralaminar. Se han seleccionado aquellas secuencias de apilado que presentan una menor carga de fallo intralaminar en comparación con la carga de fallo interlaminar.

En lo que sigue se denominan por $\sigma_{ij}(M, z)$ a las tensiones provocadas en la zona central de la parte curva de la probeta en L sometida a un momento *M* por unidad de ancho, siendo σ_{11} la tensión normal en la dirección de la fibra, σ_{33} la tensión normal en la dirección del espesor y σ_{22} la tensión normal dentro del plano del laminado en dirección perpendicular a la fibra.

Dado que las tensiones son razonablemente constantes en la zona central de la parte curva de la probeta en L, se ha considerado que dichas tensiones nominales permiten caracterizar la aparición del fallo, teniendo en cuenta únicamente la variación del estado tensional en la dirección del espesor, siendo z la distancia a la cara interior del laminado curvo.

La formulación empleada permite tener en cuenta las tensiones residuales derivadas del curado de la probeta,

por lo que la tensión para un momento aplicado M se obtiene combinando linealmente las tensiones residuales $\sigma_{ij}^{T}(r)$ y las tensiones $\sigma_{ij}^{M_0}(r)$ obtenidas (en ausencia de temperatura) para un momento de referencia M_0 :

$$\sigma_{ij}(M,r) = \frac{M}{M_0} \sigma_{ij}^{M_0}(r) + \sigma_{ij}^{T}(r) .$$
 (1)

Dado que las tensiones tangenciales σ_{13} y σ_{23} son despreciables en los laminados analizados, se ha empleado el criterio de máxima tensión para determinar el inicio del fallo interlaminar:

$$\frac{\sigma_{33}}{\sigma_{33}^+} = 1 \ \operatorname{con} \sigma_{33} \ge 0 \ . \tag{2}$$

Para el inicio del fallo intralaminar se ha empleado el criterio de Puck [4], dado por:

$$\sqrt{\left(\frac{\sigma_{12}}{S_{12}}\right)^2 + \left(1 - \frac{0.35 \, Y_T}{S_{12}}\right)^2 \left(\frac{\sigma_{22}}{Y_T}\right)^2} + \frac{0.35 \, \sigma_{22}}{Y_T} = 1 - \left(\frac{\sigma_{11}}{\sigma_{1D}}\right)^6 \, \operatorname{con} \, \sigma_{22} \ge 0 \,, \tag{3}$$

$$\sqrt{\left(\frac{\sigma_{12}}{S_{12}}\right)^2 + \left(\frac{0.3 \sigma_{22}}{S_{12}}\right)^2} + \frac{0.3 \sigma_{22}}{S_{12}} = = 1 - \left(\frac{\sigma_{11}}{\sigma_{1D}}\right)^6 \operatorname{con} \sigma_{22} \le 0.$$
(4)

Las resistencias y parámetros que aparecen en (3) y (4) han sido determinados en trabajos previos de los autores y colaboradores, y también se han podido obtener de [2]. Los valores empleados vienen dados por $S_{12} = 103$ MPa, $Y_T = 64$ MPa, $X_T = 2061$ MPa, $X_C = 1483$ MPa. El término σ_{1D} toma el valor $\sigma_{1D} = 1.1 X_T$ si $\sigma_{1D} > 0$ o $\sigma_{1D} = -1.1 X_C$ si $\sigma_{1D} < 0$. En cualquier caso, su contribución es despreciable.

En la figura 1 se resumen los resultados obtenidos para el análisis de las secuencias de apilado con 16 láminas. Cada punto representa una secuencia de apilado analizada y en los ejes se muestran la carga de fallo interlaminar M_{fu} y la carga de fallo intralaminar M_{fi} correspondientes a dicha secuencia de apilado.



Figura 1. Cargas necesarias para causar el fallo interlaminar, M_{fu}, e intralaminar, M_{fi}, en laminados de 16 láminas.

Para cada secuencia de apilado, M_{fu} se obtiene como el menor valor de *M* necesario para que se cumpla el criterio (2) en algún punto del laminado y M_{fi} como el menor valor de *M* necesario para que se cumpla el criterio dado por (3) y (4).

Se han tenido en cuenta únicamente laminados simétricos con láminas orientadas a 0°, 90°, 45° o -45°, siendo 0° la dirección que sigue la curvatura de la probeta (los puntos azules de la figura 1 representan las 4⁸ combinaciones diferentes). Se observa que en la mayoría de los casos la carga de fallo interlaminar M_{fu} es mayor que la carga de fallo intralaminar M_{fi} , lo que supone que en la mayoría de las secuencias de apilado el fallo por unfolding puede ser inducido por el fallo intralaminar previo.

De los resultados de los análisis se observa que el fallo intralaminar se favorece cuando las láminas de 90° están en el exterior del laminado. Se ha decidido hacer dos series de probetas encaminadas a evidenciar el fallo intralaminar.

En la serie CP se usan láminas unidireccionales, salvo por cuatro capas 'débiles' que se sitúan en la parte exterior del laminado, ver tabla 1. La serie QI considera laminados seleccionados de entre los más típicamente empleados en la práctica, definidos con las siguientes reglas: laminados cuasi-isótropos, simétricos y balanceados, con las láminas de 45° y -45° en parejas, estando dos de estas parejas colocadas en el exterior del laminado. Los puntos verdes de la figura 1 representan las 24 combinaciones diferentes que cumplen todos los requisitos. De estos laminados considerados se han seleccionado las secuencias de apilado en que la carga de fallo intralaminar M_{fi} es menor, ver tabla 1. Para cada serie se ensayan cuatro espesores distintos con 8, 16, 24 y 32 láminas.

	CP	QI
08	$[0,90_2,0]_{S}$	[45,-45,90,0] _S
16	$[0,90_2,0_5]_{S}$	[45,-45,90 ₂ ,0,45,-45,0] _S
24	$[0,90_2,0_9]_{S}$	$[45, -45, 90_2, 45, -45, 90, 0_2, 45, -45, 0]_8$
32	$[0,90_2,0_{13}]_{\rm S}$	$[(45, -45, 90_2)_2, 0, 45, -45, 0_2, 45, -45, 0]_S$

Tabla 1. Secuencias de apilado seleccionadas.

Por último, cabe destacar que todos los laminados cuasiisótropos (los puntos anaranjados de la figura 1 representan las 2520 combinaciones diferentes) presentarían un fallo intralaminar claramente previo al fallo interlaminar. En el resto de espesores no mostrados en la figura 1, los resultados son análogos.

3. CAMPAÑA DE ENSAYOS

En este apartado se describe el proceso de fabricación de las probetas, las cargas de fallo obtenidas de los ensayos y los resultados de la observación de la localización del daño.

3.1 Fabricación de las probetas

La obtención de las probetas se consigue a partir de unos paneles que se han laminado sobre un útil de acero de geometría en L, formando sus lados un ángulo de 90° y presentando un radio de acuerdo de 5 mm (que determinará el radio interior de la zona curva de los paneles y, por tanto, de la zona curva de las probetas). Como se ha comentado, se han fabricado probetas de 8, 16, 24 y 32 capas unidireccionales (UD), es decir, con las fibras de las láminas siguiendo la curvatura de la L, con el objetivo de determinar la tensión admisible, y probetas con las secuencias de apilado recogidas en la tabla 1.

El espesor nominal de cada lámina es t = 0.184 mm. Se han fabricado 4 probetas por serie y la anchura nominal de las probetas es W = 30 mm, excepto para las probetas de 32 capas, en las que W = 40 mm y la serie tiene 3 probetas. El resto de dimensiones se han definido según establece la norma AITM1-0069 [3].

3.2 Resultados de los ensayos

Siguiendo las especificaciones de las normas AITM1-0069 [3] y D6415/D6415M-06a [5], se ha realizado una campaña de ensayos de flexión a cuatro puntos. Para cada probeta se ha registrado la carga aplicada y el desplazamiento de la cruceta de la máquina de ensayos. Una vez obtenidos los resultados de los ensayos y junto con las propiedades del material [2], se pueden calcular, empleando unas expresiones proporcionadas por la norma D6415/D6415M-06a [5], el momento de apertura de la zona curva por unidad de ancho en el instante de fallo (denominado como Curved Beam Strength, CBS) y, en el caso de un laminado unidireccional, el estado tensional de dicha zona a partir del momento por unidad de ancho.

Tal y como se ha mencionado en el apartado 2, las primeras probetas ensayadas fueron las UD, y atendiendo al procedimiento de ensayo y cálculo comentado anteriormente, se obtuvo una resistencia interlaminar $\sigma_{33}^+ = 103 \pm 11$ MPa.

Seguidamente, se ensayaron las probetas QI y CP, obteniéndose los resultados mostrados en la tabla 2. A partir de dichos valores y al igual que se procedió con las probetas UD, se han calculado los momentos por unidad de ancho en el instante de fallo, valores que se compararán en el apartado 4 con los predichos por los criterios.

Tabla 2. Resultados de los ensayos.

	Despl.	Carga		Despl.	Carga
ID	(mm)	(N)	ID	(mm)	(N)
QI08	6.2	528.0	CP08	4.1	491.8
QI16	4.8	1163.7	CP16	2.4	998.9
QI24	4.1	1906.6	CP24	2.4	2160.3
QI32	4.0	2365.2	CP32	2.4	2991.2

3.3 Observación del mecanismo de fallo

Durante la realización de los ensayos se observó en algunos casos una rotura catastrófica de las probetas, apareciendo la mayor parte de las delaminaciones a la vez y, por tanto, haciendo difícil detectar qué grieta fue el origen del daño. No obstante, en otras ocasiones, se pudo detectar claramente la localización de las primeras delaminaciones. En todos estos casos las primeras grietas se observaron en el entorno de las láminas orientadas a 90° en la zona interior del laminado.

Para ilustrar esto último, la figura 2 muestra una probeta de la serie CP16, donde la primera grieta se origina en la zona de menor curvatura coincidente con las capas a 90°. Se observa claramente que las grietas intralaminares se unen con las grietas interlaminares que aparecen, provocando la delaminación.



Figura 2. Probeta de la serie CP16 con presencia de grietas intralaminares y delaminaciones.

El comienzo del fallo se pudo apreciar claramente en algunas de las probetas de la serie CP. En todas las probetas de 8 láminas se produjo una única grieta en la zona de menor curvatura. En el caso de las cuatro probetas de 16 láminas, tal y como ilustra la figura 2, presentaron el primer fallo en la zona de menor curvatura coincidente con las capas de 90°. Por el contrario, en todas las probetas de 24 láminas el fallo fue catastrófico. Por último, en las de 32 láminas, mientras que dos probetas fallaron catastróficamente, en una se pudo detectar el primer fallo en la zona de las capas de 90° de menor curvatura.

También ha sido posible detectar el inicio de la rotura en algunas probetas de la serie QI. Todas las probetas de 8, 16 y 24 láminas han presentado un fallo catastrófico. Sin embargo, de las tres probetas de 32 láminas, solo una falló de modo catastrófico y el resto presentaron un primer fallo en la zona de radio de curvatura menor.

En la figura 3, correspondiente a una probeta de la serie QI32, se pueden ver nuevamente cómo las grietas producidas se encuentran en la zona de menor radio de curvatura y se distinguen grietas intralaminares originadas en las primeras capas que se unen con las delaminaciones.



Figura 3. Probeta de la serie QI32 con presencia de grietas intralaminares y delaminaciones.

4. ANÁLISIS DE RESULTADOS

Como se comentó en el apartado 2, la selección de las secuencias de apilado a ensayar se llevó a cabo con el objetivo de poner de manifiesto el mecanismo de fallo que se observa cualitativamente en las figuras 2 y 3. En el siguiente apartado se muestran los resultados del análisis tensional realizado sobre las probetas ensayadas con objeto de comprobar si se observa también un ajuste cuantitativo aceptable entre los resultados de los ensayos y las predicciones efectuadas durante el proceso de selección de las secuencias de apilado.

4.1 Comparación de las cargas de fallo con las predicciones

En la figura 4, se muestran las cargas de fallo (momentos por unidad de ancho) que provocan el comienzo del fallo interlaminar e intralaminar, de acuerdo a lo descrito en el apartado 2, para las probetas de la series QI y CP, comparadas con las cargas de fallo obtenidas experimentalmente, usando las normas AITM1-0069 [3] y D6415/D6415M-06a [5] junto con las medidas de la tabla 2.

Como puede observarse, en ambos casos, las cargas de fallo experimentales están claramente por debajo de las cargas que originarían el fallo interlaminar de acuerdo con el criterio de máxima tensión mostrado en (2). Este hecho, unido a las observaciones mostradas en el apartado 3.3, apoya la hipótesis de que el fallo interlaminar viene inducido por un fallo intralaminar previo.

No obstante, en la figura 4, puede también apreciarse claramente que las cargas de fallo intralaminar son sensiblemente inferiores a las medidas experimentalmente. Por consiguiente, bien el criterio de fallo empleado para determinar el inicio del fallo intralaminar es excesivamente conservador, o bien la propagación del fallo intralaminar como una delaminación no es inmediata, necesitando de un incremento de la carga para que se produzca la aparición y propagación de las grietas de despegue.



Figura 4. Comparación de las cargas de fallo interlaminar, M_{fu} , e intralaminar, M_{fi} , con las cargas de fallo medidas empíricamente: (a) serie QI; (b) serie CP.

4.2 Análisis tensional en el instante del fallo

Con objeto de elucidar en qué condiciones se produce la aparición y propagación de las delaminaciones, en la figura 5 se muestra el valor obtenido en la evaluación del criterio de fallo interlaminar, parte izquierda de la ecuación (2), junto con el obtenido en la evaluación del criterio de fallo intralaminar, parte izquierda de las ecuaciones (3) y (4), para las probetas de 16 láminas de la serie QI y de la serie CP. Para el cálculo se ha empleado un momento por unidad de ancho de la probeta igual al promedio de los obtenidos experimentalmente para dichas probetas.

En la figura 5(a) puede observarse que el criterio de fallo intralaminar alcanza su máximo valor en las capas orientadas a 45° y -45° en la zona interior de la probeta. No obstante, en dicha zona las tensiones interlaminares son muy bajas, lo que origina un bajo valor del criterio de fallo interlaminar en dichas capas. Sin embargo, puede observarse que, para la carga de fallo empleada, el criterio de fallo intralaminar en las láminas de 90° situadas en la parte interior de la zona curva de la probeta, zona rayada en la figura 5(a). En dicha zona las tensiones interlaminares son razonablemente uniformes.



intralaminar obtenidos en las probetas de 16 capas para la carga de fallo medida experimentalmente: (a) serie QI; (b) serie CP.

En la figura 5(b) se puede comprobar que en la probeta de 16 capas de la serie CP el fallo intralaminar está confinado en las láminas de 90° situadas en la parte interior de la zona curva de la probeta. En el instante del fallo, las tensiones interlaminares en las láminas que presentan un fallo intralaminar previo, zona rayada de la figura 5(b), son del mismo orden que las mostradas en la zona rayada de la figura 5(a).

Los resultados obtenidos en el análisis tensional del resto de probetas son análogos a los mostrados en la figura 5, de forma que las tensiones interlaminares en las capas de 90° situadas en la parte interior de la zona curva de la probeta alcanzan en todos los casos niveles similares.

En la figura 6 se muestra el valor medio de las tensiones interlaminares obtenido en la zona descrita para cada una de las probetas de las series QI y CP, calculados para la carga de fallo de cada una de dichas probetas. Como puede observarse, los resultados obtenidos presentan poca dispersión, estando todos en el entorno del 25% al 35% de la tensión admisible.



Figura 6. Valores promedio del criterio de fallo interlaminar en las láminas de 90° (que ya han sufrido un fallo intralaminar) para la carga de fallo medida experimentalmente.

Por consiguiente, el análisis tensional pone de manifiesto que el fallo de las probetas se produce en los siguientes pasos: en primer lugar se produce un fallo intralaminar en las láminas situadas en la parte interior de la zona curva de las probetas. Este fallo provoca la aparición de grietas transversales en dichas capas. En particular, aparece el fallo en las capas de 90° situadas en radios interiores. Una vez que en dichas láminas se alcanza una tensión interlaminar suficiente, en el entorno del 25% al 35% de la tensión interlaminar admisible, se produce la aparición y propagación inestable de las delaminaciones.

Los resultados obtenidos difieren de los mostrados en [1], donde el fallo por unfolding inducido podía predecirse con bastante exactitud empleando el criterio de máxima tensión como criterio de fallo intralaminar, lo que permitía intuir que la aparición y propagación de las delaminaciones se producía de forma instantánea e inestable tras el fallo intralaminar. Dicha diferencia puede explicarse a partir de la selección efectuada de las secuencias de apilado a ensayar, con las que se pretendía obtener el fallo intralaminar a cargas lo más distantes posible de las que provocan el fallo interlaminar.

Para el establecimiento de un criterio de fallo por unfolding más preciso, se debe llevar a cabo, por un lado, un estudio empírico más exhaustivo que emplee diferentes secuencias de apilado con distintos ratios entre las cargas de fallo interlaminar e intralaminar y, por otro, un análisis tensional más detallado del proceso de aparición del daño intralaminar y su propagación como una delaminación.

5. CONCLUSIONES

En el presente trabajo se ha llevado a cabo un estudio del fallo por unfolding de probetas en forma de L en el que se ha puesto de manifiesto que, en algunos casos, el fallo por unfolding no está directamente causado por las tensiones interlaminares, sino que viene inducido por un fallo previo intralaminar que se propaga como una delaminación.

Para alcanzar dicho objetivo, tras determinar los admisibles interlaminares e intralaminares y establecer unos criterios de fallo, se ha llevado a cabo un análisis tensional que ha permitido definir las secuencias de apilado óptimas para poner de manifiesto el mecanismo de fallo previsto.

La observación del fallo de las probetas y el análisis tensional llevado a cabo en las mismas ha puesto claramente de manifiesto que las delaminaciones se inician a valores de tensión interlaminar claramente inferiores al admisible (en el entorno del 25% al 35% del admisible) en láminas en las que se ha producido un fallo intralaminar previo.

AGRADECIMIENTOS

Esta investigación ha sido financiada por el Ministerio de Economía y Competitividad y el Fondo Europeo de Desarrollo Regional a través del proyecto MAT2015-71309-P, MINECO/FEDER.

REFERENCIAS

- J.M. González-Cantero, E. Graciani, B. López-Romano, F. París. Competing mechanisms in the unfolding failure in composite laminates. Compos Sci Technol (2018) 156:223-230.
- [2] National Institute for Aviation Research. Hexcel 8552 AS4 Unidirectional Prepreg at 190 gsm & 35% RC, Qualification Material Property Data Report. Revision A. CAM-RP-2010-002 2011.
- [3] Airbus. Determination of curved-beam failure load. Issue 2. AITM1-0069 2011.
- [4] A. Puck, H. Schurmann. Failure analysis of FRP laminate by means of physically based phenomenological models. Compos Sci Technol (1998) 58:1045-1067.
- [5] ASTM International. Standard Test Method for Measuring the Curved Beam Strength of a Fiber-Reinforced Polymer-Matrix Composite. ASTM D6415/D6415M-06a 2012.

INFLUENCIA DE LA MICROESTRUCTURA EN EL DAÑO TRANSVERSAL EN MATERIALES COMPUESTOS

M.L. Velasco^{1*}, E. Correa¹, F. París¹

¹Grupo de Elasticidad y Resistencia de Materiales. Escuela Técnica Superior de Ingeniería. Universidad de Sevilla. Camino de los Descubrimientos s/n, 41092. Sevilla-España *Persona de contacto: mvelasco7@us.es

RESUMEN

En los últimos años, se ha producido un avance significativo en el estudio de los materiales compuestos fibrosos por la aparición de láminas ultradelgadas (conocidas popularmente como ultra-thin plies), se trata de láminas con un espesor de hasta 20 micras, en las que se produce un retraso en la aparición del primer daño a medida que el espesor es menor. Como es bien sabido, el daño en este tipo de materiales comienza siempre con debondings, despegues entre la fibra y la matriz, como primera evidencia de daño de una lámina. Debido a que el trabajo aquí presentado trata de profundizar en los mecanismos de daño que tienen lugar en laminados fabricados con láminas ultradelgadas, se ha creado un modelo de un laminado [0,90n]s con el objetivo de analizar de qué depende la aparición de estos despegues fibra-matriz. Para ello, se ha desarrollado un modelo multi-escala empleando el Método de los Elementos de Contorno (MEC) y analizando los resultados a la luz de la Mecánica de la Fractura de Grietas de Interfase, concluyendo que el despegue no es función de la configuración del laminado.

Debido a los resultados obtenidos con el modelo multi-escala, las siguientes características de daño estudiadas se han llevado a cabo en modelos simplificados compuestos por una/s fibra/s embebidas en una matriz infinita. Trabajos anteriores concluyen que las configuraciones más probables de daño son con las fibras a 45 y 90 grados, se trataba de modelos donde se estudiaba el efecto de la posición de una fibra dañada sobre la evolución de una grieta de interfase situada en otra fibra a una cierta distancia rodeadas ambas por una matriz infinita y sometiendo al conjunto a esfuerzos de tracción. En este trabajo se analiza la distancia entre las dos fibras para las dos posiciones más proclives para la generación del daño, obteniendo la distancia para la que no existe influencia de la fibra dañada sobre la evolución de la grieta de interfase de la otra fibra.

Los resultados arrojados por estos modelos se correlacionan con las evidencias experimentales observadas en la rotura de este tipo de laminados.

PALABRAS CLAVE: Material Compuesto, Daño Transversal, MEC, Mecánica de la Fractura de Grietas de Interfase

ABSTRACT

In recent times, there has been significant progress on the study of fibrous composite laminates by the appearance of ultra-thin plies. These are laminas with thicknesses of up to 20 microns, in which a delay in the appearance of the first damage as the thickness is reduced is produced. The inter-fibre failure, i.e. debondings between the fibres and the matrix, is common in this type of materials as a first evidence of lamina failure. This work is centred on deepening in the knowledge of the damage mechanisms that are produced in laminates manufactured with ultra-thin plies; $[0, 90_n]_s$ laminate model have been created to analyse what the appearance of those debondings depends on. For this purpose, a multi-scale model has been developed using the Boundary Element Method (BEM) and analysing the results in the light of Interfacial Fracture Mechanics, determining that debonding does not depend on the laminate configuration.

Because of the results achieved with the multi-scale model, different simplified models composed of fibre/s embedded in the infinite matrix have been carried out to study other damage characteristics. Previous work concluded that the configurations more prone to damage propagation are those with fibres placed at 45° y 90°. These models studied the effect of the position of a damaged fibre on the evolution of the interface crack housed at other fibre both surrounded by matrix. In the present work, the effect of the distance between fibres is analysed.

The conclusions of this study have correlated with experimental evidence.

KEYWORDS: Composites, Transversal Damage, BEM, Interfacial Fracture Mechanics

1.- INTRODUCCIÓN

La dificultad para predecir el fallo de los materiales compuestos es alta debido a la imprecisión de los criterios de fallo y al nivel de representatividad del estado tensional (o de deformación) empleados a la hora de aplicar un determinado criterio. En referencia a lo segundo, estudios experimentales llevados a cabo por Parvizi et al [1] y Flaggs and Kural [2], muestran un fenómeno conocido como efecto escala, el cual consiste en un retraso en la aparición del daño a medida que se disminuye el espesor de las láminas empleadas, y cuya influencia no se incluye en los diferentes criterios debido a que no hay una explicación concreta para este fenómeno. Por este motivo, es importante conocer todos los mecanismos de daño que tienen lugar en este tipo de materiales, tanto a nivel micro como macroscópico, para evitar cualquier fallo catastrófico.

El objetivo de este trabajo es analizar la influencia de la microestructura del material y cómo este puede verse afectado por el espesor de las láminas. Para ello, se han empleado modelos de elementos de contorno, París et al [3], usando un programa desarrollado por Graciani [4]. Esta herramienta hace posible implementar el análisis numérico de problemas de medios elásticos con contacto y grietas de interfase. Los resultados obtenidos de estos modelos se han caracterizado desde el punto de vista de la Mecánica de la Fractura de Grietas de Interfase, para ello se ha definido el parámetro G, Irwin [5], como Índice de Liberación de Energía de la grieta de interfase.

2.- MECANISMO DE COMIENZO DEL DAÑO EN MATERIALES COMPUESTOS

El fallo de la interfase a tracción entre la fibra y la matriz en materiales compuestos ha sido objeto de estudios llevados a cabo por París et al [6]. Asumiendo la hipótesis de que el fallo transversal comienza con un pequeño despegue entre la fibra y la matriz, es posible identificar tres fases de fallo bajo tracción unixial:

- Primera Fase: Aparición y crecimiento del despegue entre la fibra y la matriz en dirección perpendicular a la carga. Se trata de debondings aislados que aparecerán en lugares dónde por una razón u otra el material muestra debilidad.
- 2) Segunda Fase: Kinking de la grieta de interfase (hacia la matriz) y conexión de otros despegues.
- Tercera Fase: Propagación del daño a lo largo del espesor de la lámina.

Este trabajo se centra en la primera fase del mecanismo de daño y cómo éste puede verse afectado por el espesor de las láminas y por la microestructura de ésta. Para ello se han realizado modelos micromecánicos de una y dos fibras.

3.- ESTUDIO DEL COMIENZO DEL DAÑO CON UNA ÚNICA FIBRA EN UN MODELO MULTI-ESCALA

En este modelo se analiza si la primera fase del daño, el despegue entre la fibra y la matriz, se ve influenciado por el espesor de la lámina. El laminado empleado en este estudio es el $[0,90_n]_s$, empleando el parámetro n para barrer diferentes espesores de la lámina orientada a 90 grados.

3.1.- DESCRIPCIÓN DEL MODELO NUMÉRICO

El modelo multi-escala, representado en la figura 1, se compone de una parte mesomecánica, la cual está representada por las láminas a 0 y 90 grados y de una parte micromecánica, la cual está formada por una célula con forma hexagonal compuesta por fibra y matriz. La lámina de 0 grados tiene un espesor de 170 micras y se mantiene inalterable, mientras que el espesor de la lámina de 90 grados varía en función del valor que tome el parámetro n (n=0.5,1,3). Por otro lado, se ha aplicado un desplazamiento, u, correspondiente al 0.5% de deformación (control en desplazamientos), el cual se ha mantenido constante para los diferentes valores de n.

Con respecto a la parte micromecánica, representada en la figura 2 y la cual representaría un material compuesto con un volumen de fibras igual al 55%, está formada por una célula en la cual existe una fibra con un diámetro de 7.5 micras, ya que representa una fibra de carbono, rodeada de matriz. Entre la fibra y la matriz existe una grieta de interfase que abarca una determinada longitud, definida a través del parámetro θ_d denominado ángulo de despegue, que estará abierta o no en función de la carga aplicada y de la morfología de la grieta.

A la hora de asignar las propiedades a los diferentes sólidos que forman el modelo, hay que destacar que la lámina de 0 grados ha sido definida como un sólido ortótropo y el resto como sólidos isótropos. Las propiedades empleadas en cada caso se detallan en la tabla 1.

Tabla 1.- Propiedades elásticas de un compuesto de fibra de carbono y matriz epoxi.

Material	Propiedades
Lámina 0° (ortótropa)	$E_{11}=135GPa, E_{22}=8.75GPa, \\ E_{33}=8.75GPa, v_{12}=0.3, \\ v_{13}=0.3, \\ v_{23}=0.4, G_{12}=4.75GPa$
Lámina 90° (isótropa)	$E(E_{22}=E_{33})=8.75GPa, v=0.4$
Matriz (epoxi, isótropa)	$E^{m}=4.2GPa, v^{m}=0.32$
Fibra (carbono, isótropa)	$E^{f}(E_{22})=15GPa, v^{f}=0.2$



Figura1.- Modelo multi-escala BEM de un laminado [0,90n]s.



Figura 2.- Representación en detalle de la célula micromecánica en la que se observa el despegue entre la fibra y la matriz.

3.2.- RESULTADOS DEL MODELO

Para evaluar la influencia del espesor en el mecanismo de daño investigado, se ha calculado G como función de θ_d para diferentes valores del parámetro n, los cuáles están representados en la figura 3. Se observa que no existen diferencias entre las evoluciones energéticas obtenidas para los tres casos analizados (n=0.5, 1, 3), lo que significa que la energía liberada por un despegue entre fibra y matriz, bajo un mismo estado de carga, es independiente del efecto escala.



Figura 3.- Representación de los valores energéticos para diferentes valores de n.

Con respecto a las evoluciones obtenidas se puede comentar que, para pequeños valores del ángulo de despegue, éste está orientado perpendicular a la carga y crece mayoritariamente en modo I. Cuando el despegue crece, la grieta se propaga en modo mixto hasta que llega a valores cercanos a 70 grados a partir del cual crece exclusivamente en modo II.

La evolución obtenida está en concordancia con los resultados alcanzados en los modelos de fibra única con matriz infinita de París et al [6], por lo que se deduce que las conclusiones obtenidas del modelo multi-escala son cualitativamente semejantes a las que se podrían haber obtenido con un modelo bastante más sencillo que no contuviera una parte micro y otra mesomecánica. Por este motivo, los modelos analizados a continuación en este trabajo están formados por fibras embebidas en una matriz infinita.

4.- ESTUDIO DEL EFECTO DE LA DISTANCIA DE UNA FIBRA DAÑADA SOBRE OTRA EN LA QUE SE VA A GENERAR EL DAÑO

Debido al hecho de que una lámina de material compuesto es heterogénea, ya que la distribución de fibras en la matriz es aleatoria (se pueden encontrar zonas ricas en matriz y otras en las que la presencia de ésta es casi inexistente), hace necesario estudiar la microestructura de dicho material y cómo los mecanismos de daño pueden verse afectados por ella.

El efecto en el despegue de una fibra de la presencia de otra fibra en diferentes posiciones y a diferentes distancias ha sido objeto de estudio por Sandino et al [7]. La independencia del despegue entre la fibra y la matriz del efecto escala, motivó el análisis de la energía liberada por un despegue entre fibra y matriz cuando existe una segunda fibra dañada situada en diferentes posiciones y a una distancia fija, cuyos resultados fueron presentados en Velasco et al [8]. Ahora, en este trabajo se estudia esta misma influencia, pero jugando con la distancia entre las fibras para las configuraciones más proclives para la generación del daño, siendo éstas las fibras orientadas a 45 y 90 grados con los daños opuestos, París et al [9] and Velasco et al [8].

Debido a la complejidad de los modelos multi-escala y a los resultados cualitativamente semejantes del apartado anterior, se han realizados modelos muchos más sencillos donde existen únicamente dos fibras embebidas en una matriz (modelos de matriz infinita).

El objetivo de la realización de estos modelos ha sido obtener la distancia para la cual se pierde el efecto de la fibra secundaria dañada sobre la fibra en la que se genera el daño, obteniéndose la evolución energética de la generación del daño de única fibra estudiada en París et al [6].

4.1.- DESCRIPCIÓN DEL MODELO

Los modelos, representados en las figuras 4 y 5, están formados por dos fibras: una fibra principal, en la cual se ha calculado el índice de liberación de energía, G, en función de θ_d y una fibra secundaria dañada, situada a una distancia variable denominada r_2 que nos mide la

separación que existe entre los dos centros de las fibras, siendo el radio de éstas (r_1) 7.5 micras. El daño representado en la fibra secundaria tiene una longitud equivalente de 140°, longitud máxima a la que se estima que la grieta de interfase abandona dicha interfase entre la fibra y la matriz y se produce el kinking hacia la matriz, según los trabajos de París et al [10].

Las propiedades para este modelo se muestran en la tabla 2, y con respecto a las condiciones de carga, se ha aplicado una carga constante de valor 1 Pa, denotada en los modelos como σ_0 .



Figura 4.-Modelo de dos fibras orientadas 45°.



Figura 5.-Modelo de dos fibras orientadas 90°.

Tabla	2	Propiedades	elásticas	de	la j	fibra	de	vidrio	y
matriz	epo	oxi.							

Material	Propiedades
Matriz (epoxi, isótropa)	$E^{m}=2.79GPa, v^{m}=0.33$
Fibra (vidrio, isótropa)	$E^{f} = 70.8GPa, v^{f} = 0.22$

4.2.- RESULTADOS DEL MODELO

Los modelos se han resuelto para diferentes valores de r_2 (2.42 r_1 , $3r_1$, $5r_1$, $10r_1$, $14r_1$), expresados en función de r_1 , obteniéndose las evoluciones energéticas en modo I, figuras 6 y 9, en modo II, figuras 7 y 10, y de la energía total (suma de la energía liberada en modo I y modo II), figuras 8 y 11, en las configuraciones con las fibras orientadas a 90 y 45 grados respectivamente. Los valores obtenidos de G que representan las evoluciones obtenidas están adimensionalizados, dividiéndolos por

 G_0 , utilizando el G_0 definido en Toya [11] y Murakami [12].

Para la configuración con las fibras orientadas a 90 grados puede observarse que para despegues de la fibra principal inferiores a 30 grados la presencia de la fibra secundaria dañada situada a cualquier distancia es poco significativa, como puede apreciarse en las Figuras 6, 7 y 8, mientras que en el caso de las fibras orientadas 45 grados la influencia más notable se produce para valores pequeños del despegue de la fibra principal, figuras 9,10 y 11.



Figura 6.-Evolución de la energía liberada por la fibra principal en modo I para diferentes valores de r_2 cuando las fibras están orientadas 90 grados.



Figura 7.-Evolución de la energía liberada por la fibra principal en modo II para diferentes valores de r_2 cuando las fibras están orientadas 90 grados.



Figura 8.-Evolución de la energía total liberada por la fibra principal en para diferentes valores de r_2 cuando las fibras están orientadas 90 grados.

De los resultados obtenidos se deduce que la distancia a partir de la cual no se produce ninguna influencia de la fibra secundaria dañada sobre la fibra principal es para un valor de $r_2=10r_1$, ya que los valores de la evolución energética total obtenida en este caso es exactamente la misma que se obtiene para una fibra única rodeada de una matriz infinita, París et al [6].



Figura 9.-Evolución de la energía liberada por la fibra principal en modo I para diferentes valores de r_2 cuando las fibras están orientadas 45 grados.



Figura 9.-Evolución de la energía liberada por la fibra principal en modo II para diferentes valores de r_2 cuando las fibras están orientadas 45 grados.



Figura 10.-Evolución de la energía total liberada por la fibra principal para diferentes valores de r_2 cuando las fibras están orientadas 45 grados.

5.- EVIDENCIAS EXPERIMENTALES

El estudio realizado en el apartado anterior está motivado por la distribución aleatoria de las fibras en el material, donde por norma general se suelen encontrar

bastante cercanas entre sí. Aun así, existen zonas donde hay una mayor concentración de resina, como se puede observar en la figura 11. La posibilidad de aparición de un despegue en una zona u otra, suponiendo que todas las interfases entre las fibras y la matriz tienen la misma capacidad para dañarse, será mayor en aquellas zonas donde las fibras se encuentran concentradas, debido a la alta rigidez de éstas y su consecuentemente poca capacidad de deformación, como puede apreciarse en la figura 12. En ella, aparece una alta concentración de fibras (la concentración es tal que podría formarse una grieta sin necesidad de progresar a través de la matriz), donde aparecen varios despegues no conectados. Por otro lado, la probabilidad de que aparezca un despegue en una fibra existente en una zona rica en matriz es baja debido a que ésta tiene más capacidad de deformación, por lo que el estado tensional al que estará sometida la interfase será menor. Esta idea soporta los resultados obtenidos en el apartado anterior, ya que cuando una fibra está situada а una cierta distancia (aproximadamente 10 veces el radio de dicha fibra) de otra no existe ninguna influencia, como se observa en la figura 13, donde se muestra una distribución de fibras con una zona rica de matriz y en la que se observan dos fibras dañadas que están muy cercanas entre ellas y la nula interacción de este daño con el resto debido a la presencia del exceso de resina.



Figura 11.- Micrografía de una zona de material compuesto AS4/8552 rica en matriz.

6.- CONCLUSIONES

Con respecto a la aparición del primer mecanismo de daño, denominado fallo entre fibras, se ha concluido que es independiente del espesor de la lámina de 90 grados. Para ello, se realizó un modelo multi-escala con los que se obtuvo valores energéticos cualitativamente semejantes a los obtenidos con el modelo de una única fibra embebida en una matriz infinita.



Figura 12.- a) Micrografía de una zona de material compuesto AS4/8552, donde aparecen despegues entre la fibra y la matriz. b) Representación esquemática de la micrografía mostrada en a).



Figura 13.- a) Micrografía de una zona de material compuesto AS4/8552, donde aparecen dos despegues cercanos. b) Representación esquemática de la micrografía mostrada en a).

En base a ello, se han realizado modelos simples para estudiar la microestructura del material representados por dos fibras, situadas en las dos posiciones más proclives para la generación del daño, embebidas en una matriz infinita y con los cuales se ha obtenido que solo existe una influencia nula de la fibra dañada sobre la otra en la que se va a generar el daño a partir de que ambas se encuentran a una distancia mayor de 10 radios de fibra (tomando esta distancia desde los centros de ambas).

Por último, con evidencias experimentales y apoyado por los resultados numéricos obtenidos en este trabajo, se ha demostrado que los despegues se producen en las zonas donde las fibras se agrupan y éstos son prácticamente inexistentes en las zonas donde aparecen fibras aisladas rodeadas por matriz.

AGRADECIMIENTOS

Este estudio ha sido financiado por el Ministerio de Educación Cultura y Deporte (Proyectos MAT2016-80879-P)

REFERENCIAS

[1] A. Parvizi, K.W. Garret and J.E. Bailey. Constrained cracking in glass fibre-reinforced epoxy cross-ply laminates. Journal of Material Science, (1978) 13: 195–201.

- [2] D. L. Flaggs, M. H. Kural. Experimental Determination of the In Situ Transverse Lamina Strength in Graphite/Epoxy Laminates, Journal of Composites Materials (1982) 16: 103-116.
- [3] F. París and J. Cañas. Boundary Element Method. Fundamentals and Applications. OUP, Oxford 1997.
- [4] E. Graciani, V. Mantic, F. París, A. Blázquez. Weak formulation of axi-symmetric frictionless contact problems with boundary element method. Aplication to interface cracks, Computers and Structures (2005) 83: 836-855.
- [5] G.R. Irwin. Analysis of stresses and strain near the end of a crack transversing a plate. Journal Applied Mechanics (1957) 24: 361–364.
- [6] F. París, E. Correa and J. Cañas. Micromechanical view of failure of the matrix in fibrous composite materials. Composites Science and Technology (2003) 63: 1041–1052.
- [7] C. Sandino, E. Correa y F. París. Numerical analysis of the influence of a nearby fibre on the interface crack growth in composites under transverse tensile load. Engineering Fracture Mechanics, (2016) 168: 58-75.
- [8] M.L. Velasco, E. Correa, F. París, Interacción de daño entre fibras de materiales compuestos aplicando mecánica de la fractura de grietas de interfase. Congreso del Grupo Español de Fractura, Málaga 2018.
- [9] F. París, M.L. Velasco y E. Correa, Micromechanical study on the influence of scale effect in the first stage of damage in composites. Composites Science and Technology (2018) 160:1-8.
- [10] F. París, E. Correa, V. Mantic. Kinking of transversal interface cracks between fiber and matrix. Journal of Aplied Mechanics (2007) 74: 703-716.
- [11] V. Toya. A crack along the interface of a circular inclusion embedded in an infinite solid. Journal of Mechanics Physic Solids (1974) 22:325–348.
- [12] Y. Murakami. Stress Intensity Factor Handbook. Pergamon Press, Oxford 1988.

PROGRESIÓN DE DAÑO INTRALAMINAR EN MATERIALES COMPUESTOS: UN ANÁLISIS BASADO EN LA MECÁNICA DE LA FRACTURA

F. París^{1*}, M.L. Velasco¹, E. Correa¹

¹Grupo de Elasticidad y Resistencia de Materiales. Escuela Técnica Superior de Ingeniería. Universidad de Sevilla. Camino de los Descubrimientos s/n, 41092. Sevilla-España *Persona de contacto: fparis@us.es

RESUMEN

Las observaciones experimentales realizadas en los laminados de material compuesto han puesto de manifiesto la presencia de daño en las láminas más débiles, las orientadas con las fibras a 90 grados respecto a la carga, en forma de despegues aislados entre fibra y matriz. En un estudio previo se ha encontrado que estos despegues no dependen del espesor de la lámina de 90, no manifestando el conocido como efecto escala de resistencia presente en los laminados de material compuesto con láminas a 90 grados. En el presente trabajo se estudia, en base a argumentos de la Mecánica de la Fractura, la posible evolución de este daño en forma de despegues aislados hacia grietas que abandonan la interfase fibra-matriz y penetran en la matriz. En este sentido se estudia en primer lugar la dirección de penetración (kinking) de la grieta de interfase en la matriz y el carácter del crecimiento de esta grieta que ya ha abandonado la interfase y ha penetrado en la matriz. Todo ello bajo el prisma de la incidencia que tiene el espesor de la lámina de 90, la más débil a los efectos considerados, en el estudio del "efecto escala" en composites y el posible uso de láminas ultradelgadas para retrasar la aparición de daño en laminados de material compuesto.

Usando como herramienta numérica el Método de los Elementos de Contorno y modelos multiescala en los que se refleja a nivel micromecánico el daño existente, despegues y progresión del daño en la matriz, se comprueba, que a nivel micromecánico, ninguna de las fases del daño se ve afectada por el efecto escala, es decir por el espesor de la lamina de 90 grados.

PALABRAS CLAVE: Material Compuesto, Daño Transversal, MEC, Mecánica de la Fractura, Efecto Escala

ABSTRACT

The experimental observations performed on composite laminates have shown the presence of damage consisting in isolated debondings between fibres and matrix in the weakest laminas, those with the fibres oriented 90 degrees with respect to the direction of the load. It has been found in a previous study that the appearance of these debondings do not depend on the thickness of the 90 degrees lamina, not manifesting the well known "scale effect" that affect the appearance of damage in the 90 degrees lamina. The possible evolution of this damage consisting on isolated debondings between fibres and matrix is studied in the present work using Fracture Mechanic arguments. In this sense, the kinking direction of the incidence that the thickness of the 90 degrees lamina, the weakest in the effects studied. All this under the prism of the incidence that the thickness of the 90 degrees lamina, the weakest in the effects studied, has on the scale effect in composites and on the possible use of ultrathin plies to delay the appearance of damage in composite laminates.

Using the Boundary Element Method as numerical tool and multiscale models in which the micromechanical damage is represented (debondings and progression of this damage into the matrix), it is shown that none of the mechanical phases of the damage is affected by the scale effect, i.e.: by the thickness of the 90 degrees lamina.

KEYWORDS: Composite Material, Transversal damage, BEM, Fracture Mechanic, Scale effect

1.- INTRODUCCIÓN

El fallo entre fibras (también llamado fallo de la matriz) en materiales compuestos ha sido objeto de estudio desde el comienzo del uso de estos materiales, existiendo múltiples criterios, de muy diversa índole, para predecirlo, París [1].

De particular interés es el efecto que el espesor de las láminas más débiles de un laminado (típicamente las orientadas 90 grados respecto a la tensión dominante) pueda tener en el fallo de la lámina, consistente en una grieta transversal cuasi-completa que puede conllevar daño asociado a delaminaciones entre láminas, París et al [2,3].

Las observaciones originales en fibra de vidrio (Parvizzi et al [4]) y carbono (Flaggs et al [5]), atendiendo a la incidencia positiva que la disminución del espesor de la lámina de 90 grados tiene en el retraso de la aparición de fallo entre fibras, cobran un sentido especial al estar disponibles láminas ultra delgadas de hasta 20 micras de espesor, lo que abre la posibilidad de retrasar la aparición del primer fallo de un laminado, manteniéndolo en su estado original hasta valores de la carga próximos a la carga nominal de rotura del laminado.

En este trabajo, bajo el prisma de los fundamentos de la Mecánica de la Fractura de Grietas de Interfase (MFGI), París et al [6], se estudian las diferentes fases del daño, teniendo en mente el efecto que puede tener en cada una de las fases el mencionado espesor de la lámina de 90 grados del laminado. Se estudia en primer lugar el daño del despegue entre la fibra y la matriz (apartado 2), después se estudia, una vez que la grieta de despegue se detiene, la dirección de propagación del daño en la matriz (apartado 3), para finalmente estudiar la progresión de este daño hasta la lámina contigua, de 0 grados en los ejemplos estudiados (apartado 4).

2.-DESPEGUES ENTRE FIBRA Y MATRIZ

Entendiendo el fallo entre fibras de un material compuesto a partir de una serie de hechos secuenciales, parece muy razonable, en base a la morfología del problema y a la evidencia experimental, aceptar que el daño aparece a través de despegues que pueden originarse de forma aislada, pues dada la heterogeneidad del material, siempre habrá por un lado fibras que se hayan adherido de forma más débil a la matriz y que estén por otro lado, por el carácter heterogéneo mencionado, en peor situación tensional.

Para estudiar este problema involucrando al laminado completo se ha generado un modelo basado en el método de los elementos de contorno. Se trata, figura 1, de un modelo multiescala, ver Velasco et al [7] para detalles sobre el mismo, en el que las láminas de 90 y 0 grados aparecen modeladas como materiales homogéneos (esta ultima como material ortótropo en el plano de representación), teniendo, figura 2, la lámina de 90 grados una célula en la que el material se representa como heterogéneo, con fibra y matriz, y con la posibilidad de incluir daño en dicha célula, despegue fibra-matriz en la figura 2. Las propiedades del material se detallan en la Tabla 1.



Figura 1. Modelo BEM multiescala de un laminado $[0,90n]_{s}$.



Figura 2. Célula a escala micromecánica para representar el daño entre fibras.

Tabla 1. Propiedades de los materiales.

Material	Propiedades
	<i>E</i> ₁₁ =135 <i>GPa</i> , <i>E</i> ₂₂ =8.75 <i>GPa</i> ,
Lámina 0° (ortótropa)	$E_{33}=8.75GPa$, $v_{12}=0.3$, $v_{13}=0.3$,
	$v_{23}=0.4, G_{12}=4.75GPa$
Lámina 90° (isótropa)	$E(E_{22}=E_{33})=8.75GPa, v=0.4$
Matriz (epoxi, isótropa)	$E^{m}=4.2GPa, v^{m}=0.32$
Fibra (carbono, isótropa)	$E^{f}(E_{22})=15GPa, v^{f}=0.2$

El modelo anterior se usa para visualizar la evolución del índice de liberación de energía, G, de la grieta de despegue (de tamaño $2\theta_d$) aplicando los conceptos de la mecánica de la fractura de grietas de interfase del modelo de grieta abierta, Rice [8], y del modelo de contacto de Comninou [9]. Este estudio se ha realizado en función del espesor de la lámina de 90 grados (valor de n en la secuencia de apilado del laminado) y ha puesto de manifiesto, figura 3, la insensibilidad de las predicciones del comportamiento de la grieta de despegue con respecto al espesor de la lámina de 90. En todos los casos se observa un crecimiento de G hasta un ángulo de despegue $2\theta_d$ en el intervalo entre 120 y 140 grados, con un decrecimiento de G a partir de este máximo hasta alcanzar valores nulos. Además, París et al [10], en el entorno de estos valores máximos de G se produce la aparición de una zona de contacto entre los labios de la grieta de despegue entre fibra y matriz, lo que transforma el modo mixto asociado a un modelo abierto para ángulos de despegue bajos, a un modo II puro a partir de valores de θ_d en el entorno de 60-70 grados, lo que hace que la grieta, en base a ello y al carácter decreciente de G, se detenga. Esto haría que en esta fase de daño las predicciones del modelo apunten a la existencia de despegues con un ángulo total en un intervalo entre 120 y 140 grados.



Figura 3. Evolución de G con la extensión del despegue, θ_d , para distintos espesores, n, de la lámina de 90 grados.

3.- PROGRESIÓN DEL DESPEGUE

Una vez que la grieta de despegue se ha detenido para un ángulo de despegue en el modelo simétrico usado de θ_d entre 60 y 70 grados, se dan ahora las condiciones adecuadas para que la grieta abandone la interfase entre fibra y matriz y penetre en la matriz que rodea a la fibra. Esta cuestión ya fue estudiada en un modelo de tamaño infinito de la matriz, París et al [10], y se trata ahora de analizar las implicaciones que el tamaño de la lámina de 90 grados puede tener en la dirección de penetración de la grieta en la matriz de la lámina. A este efecto se va a usar el criterio de máxima tensión circunferencial $\sigma_{\theta\theta}$ en el entorno del fondo de la grieta de despegue, de acuerdo al esquema que se muestra en la figura 4.



Figura 4. Definición del estado tensional en el entorno del fondo de la grieta de despegue.

En la figura 5 se representa el valor de $\sigma_{\theta\theta}$ para dos posiciones del fondo de la grieta de despegue, $\theta_d = 60$ y 70 grados, y dos distancias, $R=0.01 r_f y 0.001 r_f$, (r_f radio de la fibra) que se corresponden respectivamente con las distancias de 0.0375 y 0.00375 micras al fondo de la grieta, a las cuales se calcula la tensión $\sigma_{\theta\theta}$. En este caso los cálculos están referidos a un valor de n=1.

Puede observarse que en todas las situaciones estudiadas, la dirección de máxima $\sigma_{\theta\theta}$ corresponde, como era de esperar, con la dirección perpendicular a la carga, dirección donde se da por tanto, en la hipótesis de abandono de la interfase y penetración en la matriz, un modo I puro.



Figura 5. Evolución de $\sigma_{\theta\theta}$ en el entorno del fondo de la grieta para dos posiciones de la grieta de despegue.

Se trata ahora de ver si esa dirección se ve afectada por el espesor de la lámina de 90 grados. A tal efecto, en la figura 6 se presenta para uno de los dos casos estudiados, θ_d =60 grados, la evolución de $\sigma_{\theta\theta}$ para diferentes valores de *n*.



Figura 6. Variación de la evolución de $\sigma_{\theta\theta}$ en el entorno del fondo de la grieta con el espesor de la lámina de 90 grados.

Puede claramente observarse que no hay dependencia de la dirección de máxima tensión circunferencial con el espesor de la lámina, lo que permite, en el contexto del problema bajo estudio, pasar al siguiente estadio de la progresión del daño, con una dirección fija del mismo.

En todo caso hay que hacer notar que no solo no se ve afectada la dirección de propagación, sino que tampoco el valor de $\sigma_{\theta\theta}$ se ve afectado por el espesor de la lámina de 90 (por el valor de *n*), dado que si eso no fuera así el efecto escala tendría una incidencia directa sobre la fase
del problema en estudio, retrasando o adelantando la extensión del daño de despegue.

4.- EXTENSIÓN DEL DAÑO EN LA LÁMINA DE 90 GRADOS

Una vez que la dirección de penetración del daño en la matriz ha sido determinada, el estudio de la progresión del daño en la matriz requiere de algunas modificaciones en el modelo. Por un lado parece razonable rodear la fibra de matriz, que reproduce mejor la situación inicial que el caso de usar el material homogéneo equivalente de la lámina de 90 grados. Por otro lado, la naturaleza del Método de los Elementos de Contorno, requiere de unas discretizaciones coherentes con la presencia de singularidades en el estado tensional y con las distancias de integración de nodos a elementos, Velasco et al [7]. Por todo ello se ha introducido la modificación que se observa en la Figura 7, en la que dentro de la lámina de 90 grados aparece un cuarto sólido en el modelo, denominado como matriz en la figura, a través de la cual se producirá una grieta (denominada de kinking en la figura), que abandona la interfase fibra matriz y penetra en la matriz en dirección de la lámina de 0 grados. Obviamente, la posición de la grieta que abandona la interfase y penetra en la matriz se ha asociado a la posición del fondo de la grieta de despegue en el instante que se detiene, 65 grados desde la línea horizontal en la figura 7.



Figura 7. Modelo MEC para estudiar la progresión de la grieta transversal en la lámina de 90 grados a partir de un despegue entre fibra y matriz.

Es importante reflexionar sobre las implicaciones que tiene este modelo, por la escala a la cual se realiza el análisis que viene a continuación. Así, mientras que en el comienzo del daño estudiado en el apartado 2, se ha recurrido a una escala micromecánica representada por la presencia de fibra y matriz, en este caso, en el estudio de la progresión del daño a través de la lámina de 90, se va a usar un modelo homogéneo equivalente. Ello por un lado motivado por las limitaciones numéricas del modelo para representar la evolución del daño siguiendo una trayectoria que involucra interfases fibra-matriz y también matriz, y por otro lado, porque lo que se pretende es, más allá de un propósito predictivo de la carga que origina el daño, ver la incidencia que el espesor de la lámina de 90 grados tiene en la progresión del daño a través de dicha lámina. Se estima que si este efecto existiese, debería ser captado por un modelo homogéneo equivalente de la lámina de 90 grados. Es evidente que

en el caso de que este modelo de crecimiento de grieta en medio homogéneo aportara indicaciones sobre la presencia del efecto escala en el daño de la lámina de 90, el problema podría ser revisitado con la inclusión de las dos fases, fibra y matriz, en el modelo. Incluso esto puede hacerse en ausencia de indicaciones, lo que indicaría la necesidad de un estudio micromecánico también en esta fase de extensión del daño en la lámina de 90 grados.

A continuación, en la figura 8, se va a estudiar cómo evoluciona el valor de G, índice de liberación de energía para la grieta transversal para un determinado tamaño de dicha grieta, a en la figura 7, con los diferentes valores del espesor de la lámina de 90 grados, t_{90} , en la figura 8.

Aunque no se especifique en la figura se trata de valores asociados a un modo I puro dado que la grieta se propaga en un material homogéneo perpendicularmente a la carga aplicada. Esto puede claramente observarse en las deformadas representadas en la figura 9 para dos tamaños de grieta, $a=37.5 \mu m y a=7.5 \mu m$.



Figura 8. Variación de G con el tamaño de la grieta transversal y con el espesor de la lámina de 90 grados.



Figura 9. Deformada de la célula de matriz incluyendo la fibra y el daño para dos tamaños de grieta, $a=37.5 \ \mu m$ y $a=7.5 \ \mu m$, respectivamente.

Con referencia a las evoluciones representadas en la figura 8, hay que decir en primer lugar que se han unido con el mismo color valores de G correspondientes a diferentes configuraciones, que se parecen en que tienen en el modelo el mismo tamaño de la grieta transversal pero diferente valor del espesor de la lámina de 90 grados, y debe huirse por tanto de ninguna conclusión derivada de la evolución de una grieta en función de G, como sucedía en la figura 3. Esto se ha hecho así porque

se pretende poner el énfasis en el papel que el espesor de la lámina de 90 grados puede jugar en la progresión del daño transversal en dicha lámina.

Es importante también remarcar, por el papel que ello tiene en la representación de los resultados, que el mismo tamaño de grieta puede representar situaciones muy diferentes, pues dependiendo del espesor de la lámina de 90 grados la punta de la grieta puede estar muy cerca de la interfase con la lámina de 90 grados o muy alejada de ella. Una visión más completa se consigue representando los mismos valores de *G* pero en función de la distancia d (ver figura 7) del fondo de la grieta transversal a la interfase con la lámina de 0 grados, lo que se hace en la figura 10.



Figura 10. Variación de G con el tamaño de la grieta transversal en función de la distancia d del fondo de la grieta transversal a la lámina de 90 grados.

Así, se puede observar que los valores de G de la figura 8 correspondientes a diferentes valores de t_{90} , están asociados a configuraciones diferentes (diferentes valores de t_{90}), pero si por ejemplo nos referimos a aquellos más cercanos al eje vertical, todos ellos tienen la misma distancia (del orden de 20 micras para los indicados) del fondo de la grieta transversal a la interfase con la lámina de 90 grados, tal como ahora se aprecia claramente en la figura 10.

Varias conclusiones pueden obtenerse de los valores de G representados en las figuras 8 y 10. En primer lugar se puede ver que los valores de G aumentan con el tamaño *a* de la grieta transversal, ver figura 8. independientemente del espesor de la lámina de 90 grados. Esto está de acuerdo con la evolución de G de la grieta transversal en función de su tamaño, tal como se vio en París et al [2,3], con un período de crecimiento inestable que ocupa casi todo el espesor de la lámina de 90 grados y un período final de crecimiento estable, dado que el valor de G tiende a cero cuando el fondo de la grieta se aproxima a la lámina de 0 grados. Los casos estudiados aquí corresponden mayoritariamente a la situación de crecimiento inestable y por esa razón G aumenta con a, con carácter general.

Por otro lado, para un determinado valor del daño transversal a, puede observarse que el valor de G es prácticamente insensible al espesor de la lámina de 90

grados. Esto es evidente en los casos correspondientes a tamaños de daño *a*=1.875 μm, 7.5 μm, cuasi-evidente en los casos $a=15 \mu m$, 18.75 μm y resulta solo observable que hay una disminución de G al disminuir el espesor de la lámina de 90 en el caso de a=37.5 µm. Este último hecho, el que se pretendía dilucidar para ver si había efecto escala en esta fase del desarrollo, es sin embargo una consecuencia directa del efecto Cook-Gordon [11], que aparece cuando una grieta se dirige en un medio homogéneo de baja rigidez hacia un medio muy rígido con una interfase de separación. Esta es exactamente la situación en que nos encontramos en este caso con una grieta transversal en una lámina de baja rigidez (la de 90 grados) creciendo la grieta hacia la interfase con la lámina de 0 grados, con una elevada rigidez en la dirección perpendicular a la grieta.

Evidentemente uno puede pensar porqué no se manifiesta el efecto Cook-Gordon en los otros casos que se estudian correspondientes a diferentes configuraciones de *a* y t_{90} . El efecto Cook-Gordon involucra tanto al tamaño de la grieta de kinking, *a* en la figura 7, como a la cercanía del fondo de grieta a la lámina de 0 grados, *d* en la figura 7. Como ya se ha dicho anteriormente, la diferencia entre las situaciones estudiadas en las figuras 8 y 10 pueden quedar ocultas en la representación de los valores donde el énfasis estaba puesto en la incidencia de t_{90} . Para aclarar esta cuestión, en las figuras 11 y 12 se representan las geometrías correspondientes a los puntos A y B marcados en la figura 8, correspondientes a una situación en la que se manifiesta el efecto Cook-Gordon, punto A, y otra, punto B, en que no se manifiesta.



Figura 11. Configuración estudiada en la que se pone de manifiesto el efecto Cook Gordon, a=37,5 µm.



Figura 12. Configuración estudiada en la que no se pone de manifiesto el efecto Cook Gordon, $a=1,875 \mu m$.

Puede observarse la enorme diferencia entre ambas configuraciones aunque ambos puntos parezcan estar en situación similar en la representación de la figura 10, quedando perfectamente clara la explicación del efecto Cook-Gordon observado en el caso de la figura 11, y la no aparición del mismo aún en el caso de la figura 12, debiéndose en este ultimo caso alcanzarse posiciones muy cercanas de la punta de la grieta a la interfase para que dicho efecto apareciera en este caso.

5.- CONCLUSIONES

Se ha presentado un estudio de las diferentes fases de daño entre fibras que pueden aparecer en una lámina susceptible de sufrirlo, habiendo tomado como referencia la lámina a 90 grados de un laminado $[0,90n]_{\rm S}$. El objeto del estudio es identificar la incidencia que el espesor de la lámina de 90 (*n* en la secuencia de apilado del laminado) tiene en la aparición de daño transversal en la lámina de 90 grados.

En la primera fase, realizada a nivel micromecánico, se entiende que el daño consiste en despegues aislados entre fibra y matriz. Este daño aparece en las predicciones como totalmente insensible al espesor de la lámina de 90, estando su aparición más conectada a las propiedades particulares de cada interfase (imposible que sea la misma al tratarse de un material heterogéneo) y a la posición de la misma en un empaquetado de fibras a su alrededor diferente, empaquetado que afecta al estado tensional de cada interfase.

En la segunda fase, también realizada a nivel micromecánico, se ha visto que tanto la dirección de la grieta de kinking como el valor de la tensión que la provoca son insensibles al valor de n.

Finalmente, el estudio de la tercera fase del daño, propagación de la grieta de kinking a través del espesor de la lámina de 90 grados, se ha realizado a través de un modelo mesomecánico, progresando la grieta en un medio homogéneo. Los modelos realizados predicen una influencia del espesor de la lámina de 90, solo cuando la punta de la grieta se acerca a la interfase entre las láminas de 0 y 90 grados.

Estas predicciones numéricas obtenidas a nivel de cada fase de daño micromecánico requieren de la conexión con los resultados experimentales en los que el efecto escala es apreciable en los valores aparentes de carga a los cuales el daño es observable.

AGRADECIMIENTOS

Este estudio ha sido financiado por el Ministerio de Educación Cultura y Deporte (Proyecto MAT2016-80879-P).

REFERENCIAS

- F. París, A study of failure criteria of fibrous composite materials. NASA/CR-2001-210661; 2001.
- [2] F. París, A. Blázquez, L.N. McCartney, V. Mantič, Characterization and evolution of matrix and interface related damage in [0/90]s laminates under tension. Part I: Numerical predictions, Comp. Sci. Tech. (2010) 70: 1168–1175.
- [3] F. París, A. Blázquez, L.N. McCartney, A. Barroso, Characterization and evolution of matrix and interface related damage in [0/90]s laminates under tension. Part II: Experimental evidence, Comp. Sci. Tech. (2010) 70: 1176–1183.
- [4] A. Parvizi, K.W. Garrett, J.E. Bailey, Constrained cracking in glass fibre-reinforced epoxy cross-ply laminates, J. Mat. Sci. (1978) 13:195–201.
- [5] D.L. Flaggs, M.H. Kural, Experimental Determination of the In Situ Transverse Lamina Strength in Graphite/Epoxy Laminates, J. Comp. Mat. (1982) 16: 103–116.
- [6] F. París, E. Correa, V. Mantič, Kinking of Transversal Interface Cracks Between Fiber and Matrix, J. Appl. Mech. (2007) 74: 703–716.
- [7] M.L. Velasco, E. Graciani, L. Tavara, E. Correa, F. París, BEM multiscale modelling involving micromechanical damage in fibrous composites. Eng. Anal. Bound. Elem. (2018) 93:1-9.
- [8] J.R. Rice, Elastic Fracture Mechanics Concepts for Interfacial Cracks, J. Appl. Mech. (1988) 55: 98– 103.
- [9] M. Comninou, The interface crack, J. App. Mech. (1977) 44: 631–636.
- [10] F. París, M.L. Velasco y E. Correa, Micromechanical study on the influence of scale effect in the first stage of damage in composites, Comp. Sci. Tech (2018) 160: 1-8.
- [11] T. S. Cook, F. Erdogan, Stresses in bonded materials with a crack perpendicular to the interface. Int. J. of Eng. Science (1972) 10:677-697.

Fractura de Materiales biológicos y biomateriales

MODELIZACIÓN DE LA DEGRADACIÓN DE LA RESISTENCIA MECÁNICA DE ESTRUCTURAS POROSAS BIODEGRADABLES

J. Aldazabal^{1*}, G. Artola², J.M. Martínez-Esnaola^{1,3}

¹TECNUN - Universidad de Navarra, Manuel de Lardizábal 13, 20018. Donostia - San Sebastián - España
²Ik4-Azterlan Aliendalde Auzunea 6, 48200. Durango, Bizkaia - España
³Ceit-Ik4. Manuel de Lardizábal 15, 20018. Donostia - San Sebastián - España

* Persona de contacto: jaldazabal@tecnun.es

RESUMEN

Una estrategia muy empleada en la medicina regenerativa es el empleo de estructuras porosas, o scaffolds, biodegradables. Estas estructuras son las encargadas inicialmente de servir como soporte para la proliferación celular. A medida que el nuevo tejido va creciendo la estructura se degrada y es reabsorbida por el cuerpo. El proceso finaliza cuando las células han regenerado el tejido dañado y el scaffold se ha disuelto por completo. Las propiedades mecánicas del scaffold son clave para determinar el correcto crecimiento del tejido celular a lo largo de este proceso.

En este trabajo se propone un modelo combinado para estudiar la degradación y la pérdida de propiedades mecánicas producidas en estos materiales porosos. Una primera parte del modelo se encarga de simular la degradación superficial que sufren estas estructuras en medios fisiológicos. La segunda parte de modelo permite estimar tanto la rigidez como la carga de rotura en cada momento de la degradación.

Los resultados del modelo permiten relacionar la evolución temporal de la microestructura, la pérdida de masa, el módulo elástico y la carga de rotura.

PALABRAS CLAVE: Modelización, degradación, biomateriales, scaffold.

ABSTRACT

A strategy widely used in regenerative medicine is the use of porous biodegradable structures, or scaffolds. These structures are initially responsible for serving as support for cell proliferation. As the new tissue grows, the structure degrades and is reabsorbed by the body. The process ends when the cells have regenerated the damaged tissue and the scaffold has been completely dissolved. The mechanical properties of the scaffold are key to determine the correct growth of cells throughout this process.

This work proposes a combined model to study the degradation and loss of mechanical properties produced in these porous materials. The first part of the model simulates the surface degradation suffered by these structures in physiological environments. The second part of the model allows to estimate both the stiffness and the fracture load at each step of the degradation process.

The results of the model are used to relate temporal evolution of the microstructure, loss of mass, elastic modulus and fracture load.

KEYWORDS: modelling, degradation, biomaterials, scaffolds.

1. INTRODUCCIÓN

Una estrategia ampliamente utilizada en la medicina regenerativa es el empleo de estructuras porosas, o scaffolds, biodegradables [1]. Estas estructuras son las encargadas inicialmente de servir como soporte, o *scaffold*, para la proliferación celular [2]. A medida que el nuevo tejido va creciendo, la estructura se degrada y

es reabsorbida por el cuerpo. El proceso finaliza cuando las células han regenerado el tejido dañado y el scaffold se ha disuelto por completo. Las propiedades mecánicas del scaffold son clave para determinar el correcto crecimiento del tejido celular a lo largo de este proceso [3]. La simulación mediante computador de la degradación de dichas estrucuturas, así como de su rigidez, supone una gran ayuda para los ingenieros biomédicos responsables del diseño de dichos scaffolds. Estas simulaciones permiten un ahorro de tiempo en el desarrollo de un implante de este tipo [4].

En este trabajo se ha desarrollado una metodología para generar estructuras porosas bidimensionales de forma controlada, así como un algoritmo para poder estimar la rigidez y resistencia mecánica de dichas estructuras.

2. DESCRIPCIÓN DEL MODELO

En el siguiente apartado se expone el modelo desarrollado en este trabajo para la generación de estructuras porosas bidimensionales, así como su degradación y la estimación de su respuesta mecánica. En todo momento se ha trabajado con estructuras periódicas para minimizar los efectos de los bordes.

2.1 Microestructura inicial

Para generar la estructura bidimensional lo primero que se ha de considerar es su tamaño. Para ello, se fija la altura y la anchura del dominio rectangular.

Una vez determinado el tamaño del dominio se determina el número de huecos, o poros, a introducir en la estructura. Los poros se han de colocar de la forma más uniforme posible sobre el dominio definido. En un principio, lo ideal es escoger el tamaño del dominio que pueda acomodar todos los poros formando una red hexagonal homogénea. Para obtener geometrías más realistas es posible desplazar aleatoriamente los poros una pequeña distancia predeterminada.

Tras determinar la posición de los poros se ha realizado una teselación de Voronoi empleando dichos poros como semillas. Para realizar esta teselación se ha discretizado el dominio de trabajo empleando una red regular en M×N elementos, o píxeles. Tras dicha teselación, a los pixeles se les han asignado uno de tres siguientes valores:

- 1,0 para los elementos de las juntas entre dos celdas de Voronoi.
- 0,0 a los pixeles que contienen el centro de un poro.
- 0,5 al resto de los píxeles que no cumplen ninguna de las dos condiciones anteriores.

Una vez asignados dichos valores, se ha procedido a suavizar el campo de valores resultantes manteniendo fijos siempre valores en los puntos con valores 1 y 0. El resultado de este algoritmo es una estructura de Voronoi "suavizada", con una gama de valores que varía desde 0 en los centros de los poros hasta 1 en los bordes de las celdas de Voronoi. La figura 1 muestra el campo de valores suavizado para un dominio de 500×500 píxeles con 36 semillas.



Figura 1. Voronoi suavizado generado con 36 semillas periódicas utilizado para crear una estructura porosa.

Una vez generado este campo de valores, la estructura porosa se obtiene sin más que escoger los píxeles que tienen un valor mayor o igual que un umbral predeterminado. Cuanto más próximo sea dicho umbral a 0, se cogerán más elementos, y cuanto más próximo a 1 sea ese umbral, menos elementos serán considerados. La figura 2 muestra la fracción volumétrica de sólido obtenida para una misma estructura y disposición de poros variando el umbral. Cada una de las líneas de la gráfica muestra los resultados para diferentes resoluciones de discretizado.



Figura 2. Fracción volumétrica de sólido obtenida para una misma estructura y disposición de poros variando el umbral y el tamaño del discretizado.

La figura 3 muestra el aspecto de las microestructuras obtenidas con una discretización del dominio de 500×500 celdas y con fracciones volumétricas de 0,25 y 0,50.



figura 3. Aspecto de estructuras obtenidas empleando diferentes umbrales.

Una vez generada la microestructura y para determinar si se produce una rotura en algún punto del dominio, se asigna a cada elemento un valor de resistencia, r_{ij} , en términos del valor de tensión máxima que soporta antes de romperse. Con esto se construye una matriz de resistencia $\mathbf{R}_{M\times N}$. Los valores de resistencia se han asignado a los diferentes píxeles de forma aleatoria con un valor arbitrario promedio de 0,0011 y una dispersión de ±0,0001.

2.2 Degradación de la microestructura

En este trabajo se ha supuesto una degradación de la estructura superficial homogénea y a velocidad constante. Para la simulación de la degradación se ha empleado un algoritmo de erosión clásico [5]. El kernel empleado para la degradación ha sido cuadrado y de tamaño 3×3 . En cada una de las etapas de degradación el kernel anteriormente mencionado se ha colocado centrado sobre cada uno de los píxeles no-sólidos y se ha eliminado todo el sólido cubierto por el kernel. De esta manera en cada erosión se ha eliminado una capa homogénea de material de espesor 1 píxel.

2.3 Estimación de las tensiones mecánicas

La componente de solicitaciones mecánicas se ha abordado desde la perspectiva de los desplazamientos. Para ello se ha discretizado el dominio de interés en una red homogénea y regular de M×N puntos, o píxeles, como se ha indicado anteriormente. A continuación, se ha asignado a cada nodo un escalar denominado "norma", u, que representa el estado de desplazamiento de cada elemento respecto a su posición inicial [6].

Esto se materializa en una matriz $U_{M\times N}$, cuyos elementos valen inicialmente $u_{ij}=0$. Para simular la aplicación de una deformación sobre la estructura, se han impuesto condiciones de contorno sobre la cara superior e inferior del dominio. En la cara inferior, se ha fijado el valor de las normas durante todas las simulaciones como 0, para reproducir la fijación de la microestructura. Para un cierto nivel de deformación, se ha impuesto en la cara superior un valor positivo fijo de la norma, equivalente al desplazamiento macroscópico que se quiere simular.

Una vez aplicadas las condiciones de contorno, se deduce el equilibrio del sistema mediante un algoritmo que equilibra el reparto de la norma en todo el dominio. Este equilibrio se produce en las condiciones en las que el gradiente de la norma es mínimo en cada punto. La resolución de este equilibrio se ha implementado utilizando el algoritmo iterativo de difusión de diferencias finitas presentado en la expresión (1).

$$u_{i,j}^{s+1} = u_{i,j}^{s} + \beta \left(u_{i+1,j}^{s} + u_{i-1,j}^{s} + u_{i,j+1}^{s} + u_{i,j-1}^{s} - nu_{i,j}^{s} \right)$$
(1)

Mediante esta ecuación se calcula la evolución de la norma en cada elemento $i_{,j}$ de la matriz en la iteración s+1, a partir de los valores de las normas propia y de los n vecinos más cercanos (generalmente 4) en la etapa anterior, s. En el caso de que alguno de los vecinos no exista, como ocurre en los nodos adyacentes a superficies libres o grietas, su norma no es considerada y la cantidad de norma transferida a dicho vecino es nula.

El parámetro β , coeficiente de equilibrado de normas, determina la magnitud de la intensidad de transferencia de norma en cada etapa de cálculo. Existe una limitación respecto al valor de β : el algoritmo será estable siempre y cuando se asegure que el equilibrado de normas no comienza a cambiar de dirección entre una etapa de equilibrado y la siguiente (salvo que cambien las condiciones de contorno por un evento como el crecimiento de grieta). Esto se traduce en que se debe respetar la desigualdad $\beta \leq 0,2$.

Como criterio de convergencia, se considera que se llega al equilibrio cuando no se produce ninguna transferencia de norma entre elementos de valor superior a un valor prefijado. La figura 4 representa el resultado de este equilibrado de normas en una muestra cuadrada a la que se ha practicado un agujero. La cara superior del dominio, coloreada de rojo, corresponde a la posición donde el desplazamiento, o norma, se ha impuesto como condición de contorno, mientras que el borde inferior, coloreado de azul, reproduce la condición de contorno de desplazamiento cero.



Figura 4. Distribución de normas alrededor de un agujero circular.

Al observar la figura 4 de distribución de normas, se detecta que el desplazamiento no se ha repartido homogéneamente en cada línea horizontal de la matriz U. Durante el equilibrado, se generan gradientes de desplazamiento en las direcciones horizontal y vertical por efecto del orificio central. Las matrices de gradiente horizontal y vertical, $\mathbf{H}_{M\times N}$ y $\mathbf{V}_{M\times N}$ respectivamente, se calculan según las expresiones (2) y (3).

$$h_{i,j} = \frac{u_{i+1,j} - u_{i-1,j}}{2} \tag{2}$$

$$v_{i,j} = \frac{u_{i,j+1} - u_{i,j-1}}{2} \tag{3}$$

Ambas expresiones se deben corregir ligeramente en las posiciones contiguas a las superficies libres, en cuyo caso se toma sólo la diferencia entre el valor $u_{i,j}$ de interés y el elemento contiguo del lado opuesto a la superficie libre.

A partir de las matrices de gradiente horizontal y vertical, \mathbf{H} y \mathbf{V} , operando término a término como se indica en (4) se introduce el escalar "deformación".

$$def_{i,j} = \sqrt{v_{i,j}^2 + h_{i,j}^2}$$
(4)

La matriz **DEF**_{M×N} cuyos elementos son $def_{i,j}$, se interpreta como la deformación máxima soportada en cada punto, sin atender a su dirección. La representación gráfica de esta matriz (figura 5) muestra una estimación del reparto de estas deformaciones en el material.



Figura 5. Representación gráfica de la matriz **DEF** construida con los valores de **V** y **H**.

A partir de la matriz de deformaciones, y suponiendo un material elástico lineal, se puede deducir una tensión elástica aproximada existente en cada punto del sistema simulado. En lo que resta de este trabajo, se denomina a esta tensión elástica aproximada simplemente "tensión". Para conocer la fuerza total que sufre una microestructura simulada se han considerado las tensiones de todos los elementos de una misma fila horizontal. La fila considerada para calcular la carga aplicada es la adyacente a la de aplicación de las condiciones de contorno.

2.4 Condiciones de fractura

El modelo propuesto determina la posible rotura de un elemento de la microestructura en función de la tensión que sufre y la relación de esta tensión con la resistencia de dicho elemento y su entorno.

Para reproducir un comportamiento verosímil del modelo se distinguen dos situaciones diferentes: la nucleación de las grietas en superficies y su posterior crecimiento. La integración de estos fenómenos en el modelo se requiere la incorporar de algunos criterios operativos adicionales en el algoritmo, tanto para el proceso de nucleación de grietas como para su crecimiento. Estos criterios se basan en la consideración de un entorno de tipo Moore, es decir, considerando los elementos vecinos de arista y vértice.

Para <u>iniciar una grieta</u> se han de cumplir, además, las siguientes condiciones:

- Dos elementos contiguos (horizontal-vertical o en diagonal) han de superar simultáneamente la tensión de rotura.
- Sólo uno de dichos elementos ha de estar en contacto con una superficie libre, es decir, la grieta ha de nuclear hacia el interior del material.
- El número de vecinos sólidos del que está en contacto con la superficie ha de ser 4 o 5.

El <u>crecimiento de la grieta</u>, una vez nucleada, se desarrolla de elemento en elemento, utilizando como criterio de rotura la superación de la tensión de rotura y las siguientes condiciones:

- El número de vecinos sólidos del elemento que ha superado la condición de tensión crítica debe ser 7.
- Las grietas no pueden crecer realizando giros de 90 o más grados.

3. RESULTADOS

El modelo ha partido de una estructura con 36 poros dispuestos en un dominio discretizado en 500×500 elementos. Para lograr una fracción volumétrica de sólido de 0,35 se ha utilizado un umbral de 0,944.

Una vez generada la estructura se ha procedido a su degradación. Tras cada una de las degradaciones se ha procedido al ensayo mecánico virtual de las estructuras resultantes hasta rotura.

3.1 Evolución microestructural

La figura 6 muestra la evolución de la fracción volumétrica de sólido de la estructura durante su degradación, tras aplicar varias etapas de erosión.



degradación.

En la figura 6 se han presentado los puntos calculados hasta la aplicación de 4 erosiones consecutivas ya que, a

partir de esa aplicación, y pese a que sigue existiendo una cierta fracción de sólido, la microestructura pierde su contigüidad. A partir de este punto ya no tiene ningún sentido medir la respuesta mecánica de la microestructura. Durante las sucesivas etapas de degradación no se han observado artefactos que hagan sospechar una anisotropía del kernel de erosión empleado.

3.2 Respuesta mecánica

La figura 7 muestra las curvas tensión-deformación obtenidas para cada una de las estructuras degradadas, correspondientes a cada etapa de erosión.



Figura 7. Respuesta mecánica de las estructuras porosas en distintos momentos de la degradación. (Nótese que, con la definición utilizada en este trabajo, la tensión es adimensional.)

Como era de esperar, tanto la rigidez como la resistencia de las estructuras decae con la pérdida de masa.

La figura 8 muestra la evolución de la rigidez, medida, como la pendiente en la parte lineal de la respuesta mecánica, y su caída con la pérdida de masa.



Figura 8. Evolución de la rigidez de la microestructura con la fracción de sólido.

La evolución de la rigidez se ha ajustado empleando mínimos cuadrados a la expresión lineal:

$$Rigidez = 0,5283 f_v - 0,07056 \tag{5}$$

Al extrapolar este ajuste se podría predecir que cuando la fracción volumétrica de sólido es 0,13 la rigidez de la estructura es cero, es decir, pierde la continuidad. Asimismo, empleando el ajuste se esperaría una rigidez de 0,45 cuando la estructura fuera totalmente sólida. Para ese caso concreto se sabe que la rigidez de la estructura es 1. Dada la geometría de los poros este valor de 0,45 predicho es muy razonable. Esto es debido a que la estructura simulada se podría simplificar como una red ortogonal de ligamentos sólidos, en la cual solo la mitad de ellos, los alineados con la carga, aportarían rigidez al sistema.

La figura 9 muestra la evolución de la tensión máxima que es capaz de soportar la microestructura con la fracción volumétrica de sólido.



Al igual que en el caso de la rigidez, su evolución se ha ajustado empleando mínimos cuadrados a la expresión lineal:

$$T_{max} = 3,999 \times 10^{-4} f_v - 6,454 \times 10^{-5}$$
(6)

En este caso la resistencia 0, es decir, pérdida total de propiedades de la estructura, se daría con una fracción volumétrica de 0,16; valor ligeramente superior al de 0,13 predicho con la ecuación (5). Para una fracción volumétrica de 1 cabría esperar una tensión de rotura de la microestructura de 0,0011, ya que este es el valor inicialmente impuesto para los píxeles sólidos. Sin embargo, el valor predicho por la ecuación (6) sería de 0,00033, que es un valor inferior al esperado, pero también razonable dada la disposición de los ligamentos sólidos en las estructuras utilizadas.

La figura 10 muestra la evolución de las tensiones en el caso de la estructura no degradada en tres instantes del ensayo virtual a tracción.

En la primera imagen de esta figura se ve la estructura en la etapa inicial. La estructura está descargada, es homogénea y se puede apreciar la periodicidad de la misma.

La segunda imagen corresponde a una etapa intermedia donde se aprecia que la tensión no se distribuye de



Figura 10. Distribución de las tensiones en la microestructura según aumenta la deformación aplicada. En cada caso representado se indica la deformación instantanea impuesta y la tensión resultante obtenida.

forma homogénea y que se concentra en los ligamentos alineados con la dirección de la carga aplicada a la microestructura (en este caso correspondiente con la dirección vertical). Las líneas sin carga horizontales de la parte superior e inferior corresponden a las de aplicación de condiciones de contorno impuestas.

En la tercera y última etapa se pueden apreciar zonas relajadas (azules oscuras) en las proximidades de los ligamentos fracturados, así como la concentración de tensiones generadas en los frentes de las grietas (zonas rojas).

4. CONCLUSIONES

El algoritmo propuesto para la generación de estructuras porosas ha sido capaz de reproducir geometrías realistas de una forma controlada tanto en tamaño como en distribución de poros.

La aplicación de erosiones geométricas ha sido útil para simular una degradación homogénea de la microestructura.

El modelo de distribución de normas y tensiones se corresponde cualitativamente a lo esperado.

El modelo de fractura propuesto ha permitido reproducir de una forma realista tanto la nucleación como el crecimiento de grietas esperado en estructuras porosas.

REFERENCIAS

- [1] A. Ataya. Regenerative medicine strategies. J. Pediatric Surgery (2012) 47:17-28.
- [2] E.C. Novosel, C. Kleinhans, P.J. Kluger. Vascularization is the key challenge in tissue engineering. Adv. Drug Delivery Rev. (2011) 63:300-311.
- [3] G.C. Reilly, A.J. Engler. Intrinsic extracellular matrix properties regulate stem cell differentiation. J Biomech. (2010) 43:55-62.
- [4] J.J. Mao, G. Vunjak-Navokovic, A.G. Mikos, A. Atala. Translational approaches in tissue engineering and regenerative medicine. Ed. Artech House Publishers. (2007) ISBN 1596931116.
- [5] R. Fisher, S. Perkins, A. Walker, E.Wolfart. Hypermedia Processing Reference. Ed. John Wiley & Sons Ltd. (1996) ISBN 0471962430.
- [6] G. Artola. Susceptibilidad a la fragilización por hidrógeno de aceros de alta resistencia: Comportamiento en ambientes marinos y modelización de patrones de agrietamiento. Tesis Doctoral, Universidad de Navarra: Donostia-San Sebastián 2019.

DESGASTE DEL ESMALTE DENTAL HUMANO A ESCALAS MICRO- Y MACROSCÓPICA

Óscar Borrero López^{1*}, Antonia Pajares¹, Fernando Rodríguez-Rojas¹, Fernando Guiberteau¹, Paul Constantino², Brian Lawn³

¹Universidad de Extremadura, Badajoz, 06006, Spain. ²Saint Michael's College, Colchester, VT 05439, USA. ³National Institute of Standards and Technology, Gaithersburg, MD 20899, USA. *Persona de contacto: oborlop@unex.es

RESUMEN

Las marcas de desgaste a escala microscópica que se observan en dientes fósiles, ocasionadas por deformación y fractura, constituyen una herramienta de gran utilidad para reconstruir la dieta de nuestros ancestros. Este trabajo contribuye al conocimiento multidisciplinar del desgaste dental a escala microscópica a través de su modelado mediante la mecánica de contacto. Los principales resultados del modelo son expresiones analíticas para estimar (i) las fuerzas de masticación, y (ii) el umbral de carga para la aparición de desgaste (severo) controlado por fractura. El desgaste a escala macroscópica se modela subsiguientemente como suma de microcontactos. La expresión resultante permite analizar los efectos de variables como la geometría del diente y las condiciones de masticación. Los modelos micro y macro se validan mediante comparación con resultados experimentales obtenidos a partir ensayos de nanoindentación y desgaste *in-vitro*, realizados sobre muestras dentales humanas. Por último, se discuten algunas implicaciones del trabajo en los campos de la odontología y la biología evolutiva.

PALABRAS CLAVE: Esmalte dental, desgaste, deformación, fractura

ABSTRACT

The microscopic wear markings on fossil teeth, largely a result of cumulative deformation and fracture processes, are a powerful tool for the reconstruction of hominin diet. This work seeks to contribute to the multidisciplinary knowledge of dental microwear by its analytical modelling using contact mechanics. The main outcomes of such modelling are simple equations to assess (i) bite forces, and (ii) threshold loads for the onset of fracture-controlled (severe) wear. Wear at the macroscopic scale is subsequently modelled as the summation of individual microwear events. The equation thus obtained allows the effects of tooth geometry and chewing conditions to be assessed. The micro- and macro-wear models are validated by comparison with experimental results obtained by *in-vitro* nanoindentation and wear tests on human teeth. Finally, some implications of this work on the fields of dentistry and evolutionary biology are briefly discussed.

KEYWORDS: Enamel, wear, deformation, fracture

INTRODUCCIÓN

El estudio del degaste dental tiene una gran importancia en los campos de la odontología y de la biología/antropología. En el primer caso, la escala de interés es la macroscópica, *i.e.*: la pérdida de volumen del esmalte apreciable a simple vista. El desgaste del esmalte se considera patológico cuando expone la dentina subyacente, lo que conlleva problemas como sensibilidad, riesgo de infecciones y problemas estéticos. En base a algunos estudios, el desgaste patológico afecta a entre 5-7% de la población [1], especialmente a personas de edad avanzada. En el campo biológico, la escala de interés es la microscópica. En particular, la atención se centra en las marcas de abrasión que se observan en la superficie del esmalte, causadas por asperezas y/o partículas en los alimentos. Estas son fundamentalmente de dos tipos: puntos (*pits*), y rayas (*scratches*) [2]. La importancia de estas marcas reside en que el archivo fósil está constituido principalmente por dientes, y a partir de las marcas microscópicas en ellos se puede deducir el tipo de dieta de nuestros ancestros. Típicamente los puntos/*pits* se asocian a la masticación de alimentos duros (*e.g.*: frutos secos) mediante fuerzas axiales; por su parte, las rayas/*scratches* se relacionan con dietas basadas en alimentos más blandos y correosos (*e.g.*: vegetales, carne), que requieren fuerzas de masticación laterales.

El objetivo primordial de este trabajo es el de contribuir al conocimiento multidisciplinar del desgaste dental, a través de su modelado analítico empleando la mecánica de contacto. En particular, el modelo a escala microscópica permite deducir las fuerzas de masticación que causan las marcas de desgaste que se observan en la superficie de los dientes fósiles, así como el tipo de partículas que causan esas marcas y la severidad del daño. A escala macroscópica, el modelo permite predecir el tiempo de vida del diente en función de las condiciones de masticación.

MÉTODO EXPERIMENTAL

Para validar los modelos analíticos, se utilizan resultados experimentales obtenidos a partir de ensayos *in-vitro* sobre probetas de esmalte dental humano. En particular, se seleccionan molares incluidos (*i.e.*: con su esmalte intacto), y a partir de ellos se mecanizan probetas plano paralelas con una superfície pulida hasta 1 μ m, empleando técnicas metalográficas convencionales.

Para simular microcontactos aspereza/partícula-esmalte, y las marcas de desgaste a escala microscópica, se realizan ensayos de microindentación (Nanotest, Micro Materials Ltd., Wrexham, UK). En particular, se utiliza una punta Rockwell-C de radio 25 μ m, y un intervalo de cargas entre 0.1-3 N. Para simular puntos/*pits* se realizan ensayos en modo axial, y para simular rayas/*scratches* se realizan ensayos en modo lateral (velocidad de deslizamiento 2 μ m/s) [3].

Para simular el desgaste a escala macroscópica se realizan ensayos tribológicos en la configuración de bola sobre tres discos (Multispecimen, Falex Co., Sugar Grove, IL, USA). En este ensayo, se utiliza una esfera dura de Si₃N₄ (radio 6.35 mm) en contacto simultáneo con tres probetas de esmalte. Aplicando una carga axial (75 N), y rotando sobre el eje de la esfera (25 rpm), se genera un contacto deslizante puntual sobre la superficie de las probetas de esmalte. La medida de las huellas de desgaste permite estimar el volumen desgastado [4].

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

3.1. Desgaste a escala microscópica

Los resultados obtenidos en los ensayos de microindentación indican que el mecanismo de daño a escala microscópica evoluciona desde deformación plástica (a cargas bajas) hasta fractura: microfisuración sub-superficial a cargas intermedias, y fisuras radiales a cargas altas. En base a este resultado se proponen tres modos básicos de desgaste a escala micro (Fig. 1) [3]:

microplasticidad (a cargas bajas), microfisuración (a cargas intermedias) y fractura/*chipping* (a cargas altas). En el último caso, la coalescencia de grietas macro (medianas, radiales y laterales) resulta en desgaste severo del esmalte.



Figura 1. Esquema de los distintos modos de desgaste en microcontactos aspereza/partícula-esmalte (sección transversal), ordenados de menor a mayor carga.

Para el modelado analítico del desgaste a escala microscópica [3] se considera un contacto individual entre una aspereza o partícula abrasiva (ángulo ψ ; módulo de Young E_l) y el esmalte (módulo de Young E_i ; dureza H; tenacidad a fractura T). La carga del microcontacto es P_i , y su semianchura es a_i , tal y como se muestra en la Fig. 2. El modelo considera un 'redondeo' elástico de la aspereza/partícula (a un ángulo ψ') mediante la relación de Sneddon.



Figura 2. Modelo de microcontacto aspereza/partículaesmalte (sección transversal).

Como resultados principales del modelo se obtienen dos ecuaciones. En particular, fijando el tipo de aspereza/partícula que provoca el desgaste del esmalte, la expresión (1) permite deducir la carga como función del tamaño del contacto, y la expresión (2) permite estimar la carga crítica (P_{th}) a partir de la cual tiene lugar desgaste severo, controlado por fractura [3]:

$$P = C_1 H a^2 \{ 1 + ln[C_2 cot\psi'] \}$$
(1)

$$P_{th} = C_3 (T^4 / E^2 H) F(\psi')$$
(2)

La representación gráfica de las ecuaciones (1) y (2) para marcas (*pits/scratches*) de tamaño $a=1 \mu m$, y $a=10 \mu m$ se muestra en la Fig. 3 [3]. Estos resultados son de especial relevancia en el campo de la biología evolutiva/antropología, ya que permiten estimar de forma relativamente sencilla (i) las fuerzas de masticación que causan las marcas de desgaste observadas en fósiles; y (ii) determinar si el desgaste es moderado (deformación) o severo (fractura). Entre las implicaciones más relevantes destaca que la fuerza requerida para ocasionar fractura es menor cuanto más rígidas y puntiagudas son las asperezas/partículas abrasivas. Además, el modelo sugiere que incluso partículas más blandas que el esmalte pueden causarle desgaste severo si son suficientemente puntiagudas [5].



Figura 3. Gráfica de carga de microcontacto como función del ángulo efectivo de la partícula/aspereza (curvas sólidas), y carga umbral (curva discontinua).

3.2. Desgaste a escala macroscópica

El desgaste a escala macroscópica puede modelarse como suma de todos los eventos de desgaste a escala microscópica bajo el contacto macro. Como resultado se obtiene la expresión (3), según la cual el volumen de desgaste macro es directamente proporcional a la carga aplicada (P) y la distancia de deslizamiento (L), e inversamente proporcional a la dureza del esmalte [4]:

$$V = K \frac{PL}{H}$$
(3)

, siendo K un coeficiente de desgaste adimensional, que en principio depende de la rigidez y ángulo de las asperezas/partículas abrasivas.

Los resultados experimentales obtenidos a partir de los ensayos *in-vitro* bola sobre tres discos permiten validar el modelo de desgaste macro, y establecer el límite entre desgaste moderado y severo en $K\approx 10^{-5}$ [4]. Empleando un modelo geométrico sencillo de un diente (cilindro de

radio r, con un revestimiento de esmalte de altura d), se puede estimar el número de ciclos de masticación (N) necesarios para desgastar completamente el esmalte [4]:

$$N = (\pi/2K)(Hrd/P) \tag{4}$$

La expresión (4) indica que el tiempo de vida del esmalte es directamente proporcional a su dureza y los parámetros geométricos del diente, e inversamente proporcional a las condiciones de masticación. Tomando un valor de K en el límite entre desgaste severo y moderado, para un diente humano sujeto a condiciones de masticación 'suaves' puede estimarse una duración del esmalte de aproximadamente 150 años. Por el contrario, unas condiciones de masticación 'agresivas' resultarían en una duración estimada del esmalte de tan solo 1.5 años. Este resultado es cualitativamente consistente con las observaciones clínicas en el campo de la odontología. En particular, un esmalte sano suele resistir, con más o menos desgaste, toda la vida de una persona. Una excepción notable es la de pacientes bruxistas, que aplican fuerzas de mordida mucho más elevadas, y presentan una mayor incidencia de desgaste severo del esmalte.

AGRADECIMIENTOS

El presente trabajo está financiado por la Junta de Extremadura, y fondos FEDER (proyecto ref. IB16139). Los autores agradecen a David Maestre (Clínica David Maestre, Valverde de Leganés, Badajoz) las muestras dentales facilitadas.

REFERENCIAS

- B. Smith, N. Robb. The prevalence of tooth wear in 1007 dental patients. Journal of Oral Rehabilitation (1996) 23:232–239.
- [2] M.F. Teaford. A review of dental microwear and diet in modern mammals. Microscopy (1988) 2:1149–66.
- [3] O. Borrero-Lopez, A. Pajares, P.J. Constantino, B.R. Lawn. Mechanics of microwear traces in tooth enamel. Acta Biomaterialia (2015) 14: 146-153.
- [4] O. Borrero-Lopez, A. Pajares, P.J. Constantino, B.R. Lawn. A model for predicting wear rates in tooth enamel. Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials (2014) 37: 226-234.
- [5] P.J. Constantino, O. Borrero-Lopez, A. Pajares, B.R. Lawn. Simulation of enamel wear for reconstruction of diet and feeding behavior in fossil animals: a micromechanics approach. BioEssays (2016) 38 (1): 89-99.

Fatiga e interacción con el medio ambiente

FATIGUE CRACK PROPAGATION OF TIAI6V4 ALLOY SPECIMENS PRODUCED BY SELECTIVE LASER MELTING

J.A.M. Ferreira¹, L. Borrego^{1,2*}, J. Jesus¹, J.D. Costa¹, C. Capela^{1,3}

¹CEMMPRE, Department of Mechanical Engineering, University of Coimbra, 3004-516 Coimbra, Portugal ²Department of Mechanical Engineering, Coimbra Polytechnic -ISEC, Rua Pedro Nunes, 3030-199 Coimbra, Portugal ³Department of Mechanical Engineering, Instituto Politécnico de Leiria, Morro do Lena - Alto Vieiro, 2400-901 Leiria, Portugal ^{*}borrego@isec.pt

RESUMEN

La fusión selectiva por láser (FSL) es una tecnología de fabricación aditiva, que se utiliza cada vez más en la producción en aplicaciones específicas, tales como dispositivos médicos y piezas aeronáuticas. La mayor parte de los componentes de estas aplicaciones trabajan bajo trabajo de cargas cíclicas, es decir, a la fatiga. El comportamiento a la fatiga de las piezas obtenidas por fabricación aditiva es principalmente afectado por las porosidades, rugosidad de la superficie, microestructura y las tensiones residuales de los materiales, necesitando aún significativo trabajo de investigación. Para estas aplicaciones, se utiliza comúnmente la aleación TiAl6V4, debido a su alta resistencia, bajo peso y excelente bio-compatibilidad.

El trabajo actual presenta los resultados de la propagación de grietas por fatiga en la aleación TiAl6V4 utilizando probetas compactas obtenidas por FSL, estándar de 6 mm de espesor. Se estudió la propagación bajo carga de amplitud constante y el comportamiento transitorio después de la aplicación de sobrecargas. El efecto de la tensión media y el retraso transitorio se analizó utilizando el parámetro de cierre de grieta.

PALABRAS CLAVE: Fabricación aditiva, Fatiga, Sobrecargas, Titanio TiAl6V4.

ABSTRACT

Selective laser melting (SLM) is one additive manufacturing (AM) technology, increasingly used in the production in specific applications, like medical devices and aeronautical parts. Most of the components of these practical applications work under cyclic loading, i.e., under fatigue conditions. Fatigue behaviour of SLM parts is mainly driven by the porosities, surface roughness, residual stresses and microstructure of the AM materials. This subject still needs significant research work. For these applications, TiAl6V4 alloy is commonly used, because of its high strength, low weight and excellent biocompatibility.

The Current paper presents results of fatigue crack propagation of titanium alloy TiAl6V4 parts manufactured by selective laser melting (SLM), obtained using standard 6 mm thick compact specimens (CT). It was studied the propagation under constant amplitude loading and the transient behaviour after the application of overloads. The effect of the mean stress and the transient retardation was analysed by using the crack closure parameter, which shown a reduced effect for R=0 and was not detected for R=0.4.

KEYWORDS: Additive manufacturing, Fatigue crack propagation, Overloads, Titanium TiAl6V4 alloy.

1. INTRODUCTION

Selective laser melting (SLM) is one additive manufacturing (AM) technology, and refers to a process by which digital 3D design data is used to build up a component in layers by depositing fine powder material. This process, firstly used in plastic prototypes production, become nowadays increasingly used for producing complex shape parts and functionally graded materials (FGM) in metals (namely: stainless and maraging steels, aluminum, titanium, cobalt and super Ni alloys) and composites.

Titanium Ti6Al4V alloy is a light alloy characterized by having excellent mechanical properties and corrosion resistance combined with low specific weight and potential biocompatibility, commonly used in biomedical, aeronautical and other high-performance engineering applications, for example: motorsports and automotive components [1-3].

These advantages, with regard to the automotive and aerospace, lead to weight reduction (raw materials), and decreasing use of the energy (fuel consumption) [1, 4].

The mechanical properties of selective laser melting (SLM) materials have been abundant studied in recent years, mainly focused on the influence of sintering parameters and selection of metal powder on microstructure of the sintered parts. From these studies, it was stating that for some materials, SLM parts are able to offer static mechanical properties comparable to the properties of conventionally produced parts from bulk materials [5].

Furthermore, significant research has been carried out about the mechanical behavior of additive manufactured TiAl6V4 alloy [6-8] for different heat treatments and surface conditions.

In addition, the fatigue behavior has been detailed studied in recent years. Fatigue process of AM materials is mainly driven by porosity defects, surface roughness and residual stresses. The influence of surface roughness on fatigue performance has been investigated for TiAl6V4 [9, 10]. Significant lower endurance limit was obtained for specimens with inherent surface roughness compared to polished ones.

Other studies [10, 11] have also reported about the effect of heat treatment on fatigue limit. The reduction of the porosity level is another way to improve fatigue performance of AM TiAl6V4 alloy, and can be achieved optimizing the process parameters or by hot isostatic pressing (HIP) [7, 8].

The authors studied the effect of scan speed, porosity and microstructure on the mechanical properties and fatigue strength [12], and fracture toughness [13] of SLM samples in maraging steel AISI 18Ni300, and also the notch effect on the fatigue strength of TiAl6V4 specimens produced by SLM [14].

The main objective of this work was to evaluate the effect of the mean stress on the stable crack propagation. The propagation under constant amplitude loading and the transient behaviour after the application of overloads was analysed.

2. MATERIALS AND TESTING

Experimental tests were performed using 6 mm thickness compact tension (CT) specimens, synthesized by Lasercusing[®], with layers growing towards the direction of loading application. The samples were processed using the ProX DMP 320 high-performance

metal additive manufacturing system, incorporating a 500w fiber laser.

Metal powder was the Titanium Ti6Al4V Grade 23 alloy, with a chemical composition, according with the manufacturer, indicated in Table 1. After manufactured by SLM the specimens were machined and polished for the final dimensions.

After machined the specimens were subjected to a heat treatment with purpose to reduce the residual stresses. The applied treatment consisted of slow and controlled heating up to 670 °C, followed by maintenance at $670^{\circ}C\pm15^{\circ}C$ for 5 hours and finally by cooling to room temperature in air. The final geometry and dimensions of the notched specimens are shown in Fig. 1.

One face of the specimen was prepared according to the standard metallographic practice [15]; a chemical attack by Kroll's reagent. After preparation, the samples were observed using a Leica DM4000 M LED optical microscope.

Fig. 2 presents the microstructure showing an acicular morphology where it is identified two phases material with a martensitic phase α (or α), due to the fast solidification. The same type of morphology was observed by Greitmeier *et al.* [16] for similar material and manufacturing conditions. The observation of the figure shows also the formation of longed grains in the deposition plane and the transitions between layers.

Table 1. Chemical composition of the Titanium Ti6Al4V alloy [wt. %].

Al	V	Ο	Ν	С
5.50 - 6.50	3.50 - 4.50	< 0.15	< 0.04	< 0.08
Н	Fe	Y	Ti	
< 0.012	< 0.25	< 0.005	Bal	



Figure 1. Specimen geometry (dimensions in mm).

The mechanical properties of the current alloy, obtained by tensile testing in round specimens, were: a ultimate tensile strength of 1147 MPa and a Young's modulus of 120 GPa.

Fatigue tests were carried out, in agreement with ASTM E647 standard. The tests were performed at room temperature using a 10 kN capacity Instron Eletropulse E10000 machine, at constant amplitude load with a frequency of 10 Hz and stress ratios of R = 0 and R=0.4. All tests were carried out under load control.

The crack length was measured using a travelling microscope (45x) with an accuracy of 10 μ m. Crack growth rates under constant amplitude loading were determined by the incremental polynomial method using five consecutive points.



Figure 2. Microstructure of SLM material.

The influence of the mean stress on crack propagation was analyzed in terms of the comparison of the da/dN- ΔK curves in the Paris regime and near threshold, at R = 0 and R = 0.4.

For conventional metal materials, the effect of the mean stress is mainly caused by the plasticity at the crack tip and consequently by the crack closure effect. Crack closure levels were derived using the technique known as the maximization of the correlation coefficient. This technique takes the upper 10% of the load-displacement data (cycle loading phase) and calculates the least squares correlation coefficient. The next data pair is then added and the correlation coefficient is again computed, repeating the process for the whole data set. The point at which the correlation coefficient reaches a maximum can then be defined as the open load. Current work monitories the opening displacement using the local measurements obtained by Digital Image Correlation. For thus, the opening displacement was measured at 250 µm from the crack front (as shown in Fig. 3a) by digital image correlation (DIC) using GOM

correlate software, analyzing photographs captured with 1 frame/s through an Aramis 3D 5M system. Fig. 3 exemplifies the application of this method to obtain each value of the opening load P_0 , showing a Digital image of the crack tip (Fig. 3a). Then, with the applied load monitored by the machine computer and opening displacement collected by digital image data, curves of the load-crack opening displacement can be plotted (Fig. 3b). Finally, the curves of the correlation coefficient against the applied load can be derived and plotted (Fig. 3c).



Figure 3. Method for opening load calculation: a) Digital image; b) Load-displacement curve; c) Correlation coefficient.

Transient regime tests were performed also under load control, after overload with ratios of 1.5 and 2. The overload ratio, OLR is defined as:

$$OLR = \frac{\Delta K_{OL}}{\Delta K_{BL}} \tag{1}$$

where, ΔK_{OL} and ΔK_{BL} are the peak overload stress intensity factor and the baseline intensity factor before the overload application, respectively.

The fracture surface analysis was performed with a scanning electron microscope Philips XL30.

3. RESULTS AND DISCUSSION

Fig. 4 summarizes the constant amplitude tests, comparing da/dN- Δ K curves in the Paris regime (Regime II), and also near threshold (Regime I), for R=0 and R=0.4. These results show a similar tendency as the one observed for conventional metals and also by Greitemeier [16] for AM Titanium Ti6Al4V alloy, presenting a moderate effect of mean stress on the crack propagation rate and on the threshold value.



Figure 4. Effect of the mean stress on the da/dN- ΔK curves.

As indicated before, for conventional metal materials, the effect of the mean stress is mainly caused by crack closure. To get answer to this question the crack closure was monitored in all tests. Then, opening load P_0 was obtained at specific crack length intervals over each of the tests.

The parameter U, which quantifies the portion of the cycle when crack is opened, is defined as:

$$U = \frac{(P_{max} - P_0)}{\Delta P}$$
(2)

where, P_{max} and P_0 are maximum load and opening load, respectively, and ΔP is the loading cycle range.

Figures 5a) and b) shows the results of the load ratio parameter U against the stress intensity range for R=0 and R=0.4, respectively. The results analysis indicates that for R=0.4 crack closure was not detected in the Paris law regime, but only in near threshold region. Under R=0 the results present a significant dispersion, inherent to the accuracy of the used measurement method. However, a crack closure level is noticed in all the ΔK range. Parameter U varied between 0.9 and 0.97 in stable propagation regime. The analysis of parameter U confirms that direct digital methods are an alternative method to quantify the crack opening load. In addition it can be concluded that U is enough to predict the effect of the mean stress on crack propagation.



Figure 5. Crack closure levels against ΔK : a) R=0; b) R=0.4.

The failure mechanisms and crack path were observed by microscopy. Fig. 6 shows one exemplary SEM image of the failure surface for a region with ΔK about 4 MPa \sqrt{m} . The photo reveal irregular surface, with significant plastic deformation and secondary cracking. Fig. 7 shows a microscopy view of the profile crack path, where is noticed that crack growth occurs predominantly in mode I, following the weaker way in the boundary of the acicular morphology or crossing the grains. It can also be observed frequent crack bifurcation. However, crack growth follows always the path of a predominant crack.

Fig. 8 shows the transient regime on da/dN- ΔK curves, after the applications of singular overloads. This figure summarizes the results after the application of three overloads: first with overload ratio 2 for baseline ΔK of 9 MPa \sqrt{m} , a second with OLR=2 for baseline ΔK of 14 MPa \sqrt{m} , and a third with OLR=1.5 for the baseline ΔK = 20 MPa \sqrt{m} . For all cases, only a short transient period was observed. As for conventional metals, the decreasing on the crack propagation rate after overload application increases with the baseline ΔK value. However, even for the baseline ΔK = 20 MPa \sqrt{m} the application of one overload with OLR=1.5 is quite reduced.



Figure 6. SEM observation of failure surface at a region with ΔK about 4 MPa \sqrt{m} .



Figure 7. Crack bifurcation and path.



Figure 8. Effect of overloads on da/dN- ΔK curves.

4. CONCLUSIONS

Current work evaluated the effect of the mean stress on the stable crack propagation and the transient regime after the application of single overloads on TiAl6V4 specimens produced by SLM. The following conclusions can be drawn:

- AM Titanium Ti6Al4V alloy exhibits only a moderate effect of mean stress on the crack propagation rate during the Paris law regime and on the threshold value.

- A reduced crack closure effect was observed for R=0, corresponding to a P_0 smaller than 10% of P_{max} . in all the ΔK range. Except near threshold, For R=0.4 no crack closure was detected.

- Fatigue failure showed an irregular surface, with significant plastic deformation and secondary cracking, with mixed crack path in boundary or crossing the acicular grains.

- Single overloads promote only a short transient period, which increases with the baseline ΔK value. Even for high baseline ΔK values, the effect of the application of one overload with OLR=1.5 is quite reduced.

ACKNOWLEDGEMENTS

The authors would like to acknowledge the sponsoring under the project no. 028789, financed by the European Regional Development Fund (FEDER), through the Portugal-2020 program (PT2020), under the Regional Operational Program of the Center (CENTRO-01-0145-FEDER-028789) and the Foundation for Science and Technology IP/MCTES through national funds (PIDDAC).

REFERENCES

- [1] N. Guo, M.C. Leu. Additive manufacturing: technology, applications and research needs, *Frontiers of Mechanical Engineering* **8**, 215–243, 2013.
- [2] V. Petrovic, et al., Additive layered manufacturing: sectors of industrial application shown through case studies, *International Journal of Production Research* **49**, 1061–1079, 2011.
- [3] L.E. Murr, et al., Characterization of titanium aluminide alloy components fabricated by additive manufacturing using electron beam melting, *Acta Materialia* **58**, 1887–1894, 2010.
- [4] W.E. Frazier, Metal additive manufacturing: a review, *Journal of Materials Engineering and Performance* 23, 1917–1928, 2014.
- [5] F. Abe, K. Osakada, M. Shiomi, K. Uematsu, and M. Matsumoto, The manufacturing of hard tools from metallic powders by selective laser melting, *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 111 (1-3), 210-13, 2001.
- [6] G. Kasperovich, J. Hausmann, Improvement of fatigue resistance and ductility of TiAl6V4 processed by selective laser melting, *J Mater Process Technol* 220, 202–214, 2015.
- [7] S. Leuders, M. Thöne, A. Riemer, T. Niendorf, T. Tröster, H.A. Richard, et al. On the mechanical behaviour of titanium alloy TiAl6V4 manufactured by selective laser melting: fatigue resistance and crack growth performance, *Int J Fatigue* 48, 300– 307, 2013.
- [8] H.K. Rafi, T.L. Starr, B.E. Stucker, A comparison of the tensile, fatigue, and fracture behavior of Ti– 6Al–4V and 15–5 PH stainless steel parts made by selective laser melting, *Int J Adv Manuf Technol* 69, 1299–1309, 2013.
- [9] E. Wycisk, A. Solbach, S. Siddique, D. Herzog, F. Walther, C. Emmelmann, Effects of defects in laser additive manufactured Ti-6Al-4V on fatigue properties, *Phys Procedia* 56, 371–378, 2014.
- [10] P. Edwards, M. Ramulu, Fatigue performance evaluation of selective laser melted Ti–6Al–4V, *Mater Sci Eng, A* **598**, 327–337, 2014.
- [11] D. Greitemeier, C. Dalle Donne, F. Syassen, J. Eufinger, T. Melz, Effect of surface roughness on fatigue performance of additive manufactured Ti-6Al-4V, *Mater Sci Technol* **32** (7), 629-634, 2015.

- [12] L.M.S. Santos, J.A.M. Ferreira, J.S. Jesus, J.M. Costa, C. Capela, Fatigue behaviour of selective laser melting steel components, *Theoretical and Applied Fracture Mechanics* **85**, 9–15, 2016.
- [13] L.M.S. Santos, J. Jesus, J.M. Ferreira, J.D. Costa, C. Capela, Fracture Toughness of Hybrid Components with Selective Laser Melting 18Ni300 Steel Parts, *Appl. Sci.* 8, 1879, 2018.
- [14] L.P. Borrego, J.A.M. Ferreira, J.D.M. Costa, C. Capela, J. de Jesus, A study of fatigue notch sensibility on titanium alloy TiAl6V4 parts manufactured by selective laser melting, *Procedia Structural Integrity* 13, 1000–1005, 2018.
- [15] L.M. Gammon, L.M., Briggs, R.D., Packard, J.M., Batson, K.W., Boyer, R., Domby, C.W., 2004. Metallography and microstructures of Titanium and its alloys. Metallography and Microstructures 9, ASM Handbook, ASM International, 899–917.
- [16] D. Greitemeier, D. Palm, F. Syassen, T. Melz, Fatigue performance of additive manufactured Ti-6Al-4V using electron and laser beam melting, *International Journal of Fatigue* 94, 211-217, 2017.

ANÁLISIS DE LA DIFUSIÓN DE HIDRÓGENO EN LA FRAGILIZACIÓN DE UN ACERO 42CrM₀4 TEMPLADO Y REVENIDO

A. Zafra^{1*}, J. Belzunce¹ y C. Rodríguez²

¹ Departamento de Ciencia de los Materiales e Ingeniería Metalúrgica ²Departamento de Construcción e Ingeniería de Fabricación Escuela Politécnica de Ingeniería de Gijón. Universidad de Oviedo. Campus Universitario. Gijón-España * Persona de contacto: UO218302@uniovi.es

RESUMEN

El objetivo de este trabajo ha sido estudiar el efecto del hidrógeno en la resistencia mecánica y en la tenacidad a la fractura de un acero 42CrMo4 templado y revenido a 500°C durante 2h. Para ello se han ensayado probetas de tracción entalladas y probetas compactas CT, precargadas con hidrógeno en un reactor a elevada presión y temperatura (19.5MPa y 450°C) durante 21h. Se ha determinado el coeficiente de difusión del material, así como el contenido de hidrógeno presente en el curso de los correspondientes ensayos, haciendo uso de análisis de desorción térmica.

La presencia de hidrógeno interno ha reducido considerablemente la resistencia mecánica y la tenacidad de este acero. También se ha demostrado experimentalmente que solamente el hidrógeno difusible (hidrógeno capaz de moverse libremente por la microestructura del acero) es el responsable de la citada fragilización. Además, haciendo uso de la microscopía electrónica de barrido, se han podido detectar cambios progresivos en los micromecanismos de fractura operativos en función del contenido de hidrógeno interno presente en el acero, pasando de una fractura caracterizada por coalescencia de microhuecos (CMH), en ausencia de hidrógeno, a fractura frágil de tipo intergranular (IG) en los ensayos con cantidades significativas de hidrógeno interno.

PALABRAS CLAVE: Fragilización por hidrógeno, difusión de hidrógeno, hidrógeno interno, acero 42CrMo4, micromecanismos de fractura.

ABSTRACT

The aim of this work was to study the effect of hydrogen on the notched strength and on the fracture toughness of a quenched and tempered (500°C, 2 hours) 42CrMo4 steel. Consequently, tests using hydrogen pre-charged notched tensile and compact CT specimens were carried out. Hydrogen pre-charge was performed in a pressure reactor at 19.5MPa and 450°C for 21h. The hydrogen diffusion coefficient of the steel, and the amount of hydrogen present along the tests, were determined by means of thermal desorption.

The presence of internal hydrogen in the steel considerably decreases its notched mechanical strength and fracture toughness. It was experimentally demonstrated that only diffusible hydrogen (the hydrogen fraction that is able to freely move through the steel microstructure) is responsible of the aforementioned embrittlement. Additionally, making use of scanning electron microscopy, a progressive change in the fracture micromechanisms as a function of the internal hydrogen content present in the steel was detected: it changed from micro void coalescence (MVC) in absence of hydrogen to intergranular fracture (IG) in those tests with high internal hydrogen contents.

KEYWORDS: Hydrogen embrittlement, hydrogen diffusion, internal hydrogen, 42CrMo4 steel, fracture micromechanism.

1. INTRODUCCIÓN

En un marco global de transición energética, las fuentes de energía basadas en el hidrógeno se postulan como las principales alternativas, no solo a los combustibles fósiles, sino también a la energía eléctrica convencional. Sin embargo, el principal factor limitante de este sector energético es la seguridad, dónde juega un papel fundamental la selección de materiales idónea para estos servicios.

Tradicionalmente se han venido utilizando aceros ferríticos de bajo límite elástico para la fabricación de componentes y estructuras para operar en contacto directo con hidrógeno gaseoso. No obstante, para adaptarse a la cada vez mayor demanda de este combustible, es necesario utilizar elevadas presiones de trabajo (hasta 80-100MPa) [1], lo que implicaría, si se usan aceros de baja resistencia, aumentar excesivamente los espesores de pared de tuberías y depósitos empleados para el almacenamiento del hidrógeno, hecho que a su vez dispararía el coste de estos componentes.

En este contexto, el uso de aceros aleados de media-alta resistencia, como el 42CrMo4 (estudiado en este trabajo), representa una de las alternativas más económicas para la fabricación de tuberías y depósitos que trabajen bajo elevadas presiones de hidrógeno. Este acero suele emplearse en estado de temple y revenido debido a su buena combinación de resistencia y tenacidad, así como su elevada resistencia al crecimiento de grietas por fatiga. A pesar de ello, se conoce que este tipo de aceros sufren el fenómeno conocido como fragilización por hidrógeno (FPH), que merma considerablemente sus propiedades mecánicas [2].

En previos trabajos, se han demostrado los negativos efectos del hidrógeno en las propiedades a tracción [3], tenacidad a la fractura [4] y en la velocidad de crecimiento de grietas por fatiga [5] del acero 42CrMo4 templado y revenido a diferentes temperaturas. Sin embargo, todavía existen cuestiones no resueltas relativas a la difusión y el atrapamiento del hidrógeno en la microestructura de estos aceros.

En este contexto, el principal objetivo de este trabajo es estudiar la influencia del contenido de hidrógeno en las propiedades a tracción y fractura del acero 42CrMo4 templado y revenido a 500°C. Para ello, se han realizado ensayos mecánicos sobre probetas precargadas con hidrógeno gaseoso, tras diferentes tiempos de deshidrogenación al aire a temperatura ambiente (TA).

2. PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

2.1. Material y tratamientos térmicos

El material estudiado fue el acero aleado 42CrMo4, cuya composición química se recoge en la Tabla 1.

Tabla 1. Composición química (% en peso) del acero 42CrMo4.

С	Cr	Mo	Mn	Si	Cu	V
0.42	0.98	0.22	0.62	0.18	0.02	0.01

Este acero fue austenizado a 845°C durante 40min, templado en agua y revenido a 500°C durante dos horas.

2.2. Carga de hidrógeno

Las probetas utilizadas en este trabajo se cargaron con hidrógeno gaseoso en un reactor a presión disponible en las instalaciones del centro tecnológico IDONIAL, ubicado en Avilés, Asturias. En la fase de carga, las probetas permanecieron en contacto con el hidrógeno gaseoso durante 21 h a 450°C bajo una presión de 19.5 MPa. Para la extracción de las mismas, se aplicó siempre una rampa de enfriamiento de 1 h hasta unos 80°C, durante la que se mantuvo constante la presión (19.5MPa) para intentar minimizar la salida de hidrógeno de las probetas. De cualquier manera, en esta etapa tiene lugar siempre una pérdida significativa de hidrógeno. Una vez extraídas las probetas, se mantuvieron en nitrógeno líquido (-196°C) hasta el momento de su ensayo.

2.3. Medidas del contenido de hidrógeno

El equipo empleado para medir el contenido de hidrógeno de las probetas fue el analizador de hidrógeno Leco DH603. Se utilizaron pines cilíndricos de 10 mm de diámetro y 30 mm de longitud y para asegurar la completa extracción del hidrógeno, las muestras se calentaron a 1100°C durante unos 6 minutos.

La curva de desorción de hidrógeno a temperatura ambiente (TA) del acero se obtuvo con estos mismos pines. Una vez cargados de hidrógeno, se mantuvieron a TA durante diferentes periodos de tiempo, con objeto de determinar la evolución del contenido de hidrógeno, C_H (ppm), en función del tiempo de permanencia a TA. Esta curva de desorción también se ha utilizado para evaluar el coeficiente de difusión aparente del hidrógeno en el acero, D_{app}.

2.4. Ensayos de tracción sobre probetas entalladas.

Se realizaron ensayos de tracción sobre probetas entalladas (K_t =4.25), cuya geometría y dimensiones se detallan en la Figura 1. Las probetas se ensayaron en una máquina de tracción universal Instron 5582 dotada de una célula de carga de 100 kN



*Figura 1. Probetas de tracción entallada (K*_t=4.25).

En primer lugar, se caracterizó el acero sin hidrógeno interno, empleando una velocidad de desplazamiento de 0,4mm/min. Posteriormente, se ensayaron las probetas pre-cargadas con hidrógeno gaseoso, en este caso a una velocidad 100 veces menor, 0.004mm/min, ya que en trabajos anteriores [3], se había demostrado que utilizando esta velocidad de desplazamiento se conseguía un alto grado de fragilización.

Estos ensayos se utilizaron para evaluar la capacidad del acero para recuperar sus propiedades mecánicas al

disminuir el hidrógeno interno presente en la probeta. Con este fin, se dejaron deshidrogenar al aire, a TA durante 6, 19 y 31 días y, transcurridos estos tiempos, se ensayaron bajo la misma velocidad de desplazamiento para poder comparar los resultados. Se realizaron también ensayos de referencia sin hidrógeno e igualmente sobre probetas con hidrógeno interno justo después de la pre-carga.

Para evaluar la disminución de las propiedades a tracción, se ha utilizado el índice de fragilización (IF), cuya expresión se muestra en la Ecuación 1. Este parámetro varía entre 0 (X_H =X, no hay fragilización alguna) y 1 (X_H =0, fragilización máxima).

$$IF[\%] = \frac{X - X_H}{X} \cdot 100 \tag{1}$$

2.5. Ensayos de tenacidad a la fractura

La caracterización a fractura se realizó empleando probetas compactas, CT, de 48 mm de ancho y 12 mm de espesor. Partiendo de una profundidad de entalla inicial $a_n=20$ mm, las probetas fueron preagrietadas mediante fatiga (R=0.1 y f=10Hz), siguiendo la norma ASTM E1820 [6], hasta conseguir una relación de longitud de grieta/ancho, a/W=0.5. Posteriormente, fueron entalladas lateralmente para obtener un espesor neto en la zona de la entalla, B_n=10mm.

Los ensayos sin hidrógeno se realizaron bajo una velocidad de desplazamiento nominal de 0.1mm/min. En el caso de las probetas precargadas con hidrógeno se emplearon velocidades 10 veces menores, 0.01 mm/min. La medida del crecimiento de la grieta en el curso del ensayo se llevó a cabo realizando descargas parciales y utilizando el método de la flexibilidad con la ayuda de un extensómetro COD. Por otro lado, el valor de J en cada descarga se calculó como suma de sus componentes elástica y plástica. La primera se determinó a partir del factor de intensidad de tensión, K, y la segunda integrando el área debajo del gráfico cargadesplazamiento del punto de carga. Se obtuvieron de este modo las curvas de resistencia J-Aa y la tenacidad a la fractura medida en el inicio del crecimiento de la grieta, $J_{0.2/BL}$, que se define como el valor de J para el que tiene lugar un crecimiento real de la grieta de 0.2 mm (para lo que se ha tenido en cuenta el enromamiento del frente de la grieta, a través de la línea de enromamiento o blunting line).

Al igual que en los ensayos de tracción, se evaluó la recuperación de la tenacidad, permitiendo la deshidrogenación al aire a TA de las probetas CT durante 3, 6, 15 y 25 días antes de la realización de los ensayos mecánicos. Como referencia, también se realizaron ensayos sin hidrógeno e, igualmente, justo después de la precarga de hidrógeno.

Es preciso destacar que, dada la fragilidad extrema de la probeta ensayada justo después de la precarga de hidrógeno, en este caso no se puedo obtener una curva J- Δa , sino que, al mostrar un comportamiento elásticolineal, se calculó el valor de P_Q (carga correspondiente a disminuir un 5% la pendiente de la zona elástica de la curva Carga-COD) y luego los valores K_Q y J_Q, siguiendo las indicaciones de la norma ASTM [6]. Para cuantificar la disminución de la tenacidad en estos ensayos también se ha utilizado el índice de fragilización (IF) ya citado, Ecuación (1).

2.6. Observación microestructural y de las superficies de fractura

Tanto las superficies de fractura como la microestructura resultante del tratamiento térmico se analizaron haciendo uso de un microscopio electrónico de barrido (MEB) JEOL-JSM5600, perteneciente a los Servicios Científico Técnicos de la Universidad de Oviedo.

3. RESULTADOS

3.1. Microestructuras y propiedades mecánicas

En la Figura 2 se muestra la microestructura del acero 42CrMo4 templado y revenido a 500°C durante 2h.

La microestructura obtenida tras el tratamiento térmico es martensita revenida, observándose una profusa precipitación de carburos, finos y alargados (a lo largo de las intercaras entre las lajas martensíticas), que ha tenido lugar durante la etapa de revenido.



Figura 2. Microestructura del acero 42CrMo4 templado y revenido a 500°C durante 2h. SEM, 1000x.

La dureza Brinell (HB), y las propiedades a tracción (límite elástico, σ_{ys} , resistencia a tracción, σ_{uts} , alargamiento, A, y estricción, Z) se muestran en la Tabla 2 [3]. Se trata de un grado de acero de alta resistencia mecánica, por lo que cabe esperar que tenga una elevada susceptibilidad al fenómeno de fragilización por hidrógeno [2].

Tabla 2. Dureza y propiedades mecánicas a tracción del acero 42CrMo4 revenido a 500°C [3].

T _{rev}	ЦD	σ_{ys}	σ_{uts}	Α	Z
[°C]	пр	[MPa]	[MPa]	[%]	[%]
500	335	1086	1198	12.7	50.6

3.2. Curva de desorción de hidrógeno

La curva de desorción de hidrógeno obtenida a TA, así como el ajuste numérico empleado para la determinación del coeficiente de difusión se muestran en la Figura 3.



Figura 3. Curva de desorción de hidrógeno (experimental) y ajuste con Abaqus (FEM).

En la Tabla 3 se recoge el contenido inicial de hidrógeno, C_{H0} , y el contenido de hidrógeno residual, C_{Hr} , (hidrógeno fuertemente retenido en la microestructura después de 25 días de permanencia al aire a TA). El hidrógeno difusible, C_{Hd} , que es la diferencia entre el inicial y el residual, constituye el hidrógeno que es capaz de moverse libremente a lo largo de la microestructura del acero a TA. En la misma tabla también se incluye el coeficiente de difusión aparente del hidrógeno, D_{app} , estimado a partir de la simulación numérica del proceso de difusión (ver [4]).

Tabla 3. Hidrógeno inicial (C_{H0}), final (C_{Hf}), difusible (C_{H0} - C_{Hf}) y coeficiente de difusión del hidrógeno

T _{rev}	C _{H0}	C _{Hf}	C_{H0} - C_{Hf}	D_{app}
[°C]	[ppm]	[ppm]	[ppm]	$[m^2/s]$
500	1.85	1.50	0.35	6.6.10-11

3.3. Ensayos de tracción sobre probetas entalladas

En la Tabla 4 se resumen los resultados obtenidos al ensayar las probetas de tracción con entalla, sin hidrógeno y con hidrógeno, tras diferentes tiempos de permanencia al aire a TA. También se incluye la concentración media de hidrógeno, C_H, presente en la probeta a lo largo del ensayo (valor extrapolado de la curva de desorción mostrada en la Figura 2), así como los

índices de fragilización. Recuérdese que los pines utilizados en la evaluación de la desorción de hidrógeno y las probetas de tracción entalladas tenían el mismo diámetro (10 mm), por lo que la evolución del contenido de hidrógeno en ambas probetas será bastante similar.

Tabla 4. Resultados de los ensayos de tracción sin y con hidrógeno, tras permanencia al aire a TA.

v _{ensayo} [mm/min]	Días al aire	C _H [ppm]	σ _{uts} [MPa]	IF(σ) [%]	Z [%]	IF(Z) [%]
0.4	-	0	1833	-	6.4	-
0.004	-	1.85	771	58	0.5	92
0.004	6	1.60	1593	13	4.8	25
0.004	19	1.50	1873	0	6.1	5
0.004	31	1.50	1739	5	6.3	2

Se observa como al aumentar la permanencia de la probeta al aire a TA, los efectos del hidrógeno, tanto en la tensión de rotura, σ_{uts} , como en la estricción, Z, son cada vez menores. De hecho, las probetas ensayadas tras 19 y 31 días de permanencia al aire mostraron ya un comportamiento similar al de las probetas ensayadas sin hidrógeno interno. Al cabo de 19 días, el contenido de hidrógeno en la probeta (1.5 ppm, Tabla 4) corresponde ya al valor residual de hidrógeno, al haber salido ya todo el hidrógeno residual, fuertemente atrapado en las trampas existentes en la microestructura de este acero (en este caso 1.5 ppm) está completamente inmovilizado y no participa en la fragilización por hidrógeno.

observado cambios Además, también se han significativos en los micromecanismos de fractura 4). operativos en estos ensayos (Figura El micromecanismo de fractura operativo en la probeta sin hidrógeno ha sido la coalescencia de microhuecos (CMH), rotura 100% dúctil, mientras que el ensayo con hidrógeno interno, realizado sin tiempo de espera al aire (1.85 ppm de hidrógeno), ha dado lugar a un tipo de fractura mixto: coalescencia de microhuecos (CMH), un micromecanismo de apariencia transgranular, conocido como PRHIC en los aceros martensíticos con hidrógeno interno [7], y fractura intergranular (IG). Tras 6 días al aire (1.6 ppm de hidrógeno), el micromecanismo de fractura operativo sigue siendo todavía mixto (CMH+PRHIC+IG), pero al cabo ya de 19 días de permanencia al aire (1.5 ppm de hidrógeno, hidrógeno residual), el único micromecanismo de fractura presente es la coalescencia de microhuecos, CMH, es decir, ya no se aprecia ningún efecto morfológico debido a la presencia de hidrógeno.

3.4. Ensayos de fractura

En la Figura 5 se han representado las curvas J-∆a junto con macrografías de las superficies de fractura correspondientes a las probetas de fractura CT, ensayadas sin hidrógeno, con hidrógeno interno, nada más ser extraídas del autoclave (0 días), y tras permanencia al aire a TA durante 3, 6, 15 y 25 días. Además, en la Tabla 5 se muestran los valores del parámetro $J_{0.2/BL}$ y los índices de fragilización correspondientes obtenidos en estos ensayos. También se ha realizado una estimación aproximada de la cantidad de hidrógeno presente al iniciar el ensayo en estas probetas. Para ello, teniendo en cuenta que los pines cilíndricos utilizados en el análisis de la desorción (Figura 3) tenían un diámetro igual al del espesor de las probetas CT (10 mm), se ha aplicado un coeficiente corrector que relaciona la difusión radial en los pines cilíndricos con la difusión unidireccional (a través del espesor) en las probetas CT.



Figura 4. Superficies de fractura correspondientes a las probetas de tracción entalladas. Influencia del tiempo de permanencia al aire a TA (SEM, 1000x).



Figura 5. Curvas J- Δa y macrografías de las superficies de fractura del acero 42CrMo4 revenido a 500°C.

En la Figura 5 se ha indicado con un triángulo verde el valor de J_Q (derivado de K_Q) del ensayo realizado justo después de la pre-carga de hidrógeno, que mostró un comportamiento extremadamente frágil, lo que denota la fuerte fragilización que induce en estos ensayos la presencia de hidrógeno interno. Las probetas que permanecieron al aire durante 3 y 6 días muestran un comportamiento intermedio, mientras que las deshidrogenadas durante 15 y 25 días, se comportaron ya prácticamente igual que las probetas ensayadas sin hidrógeno.

Tabla 5. Resultados de los ensayos de fractura sin y co	on
hidrógeno, tras ciertos días al aire a TA.	

Vensayo	Días	t _{ensayo}	C _H	J _{0.2/BL}	$IF(J_{0.2/BL})$
[mm/min]	al aire	[h]	[ppm]	[kJ/m2]	[%]
0.1	-	0.7	-	189	-
0.01	-	0.8	1.85	8 (J _Q)	97
0.01	3	2.2	1.80	43	78
0.01	6	3.2	1.73	115	40
0.01	15	3.5	1.62	168	11
0.01	25	3.8	1.55	178	6

Los micromecanismos de fractura observados mostraron una tendencia similar a la ya descrita con las probetas de tracción entalladas. La probeta ensayada sin desgasificar muestra una fractura de tipo mixto, IG+PRHIC, siendo en este caso el mecanismo de rotura intergranular el más abundante. Estos mismos micromecanismos se observaron igualmente en la probeta ensayada con hidrógeno interno tras 3 días al aire. Después de 6 días al aire, Figura 6, el micromecanismo de fractura empieza a cambiar: en este caso se observa una zona de iniciación del crecimiento de la grieta de unos 2.5mm, en la que han operado los mecanismos PRHIC e IG, seguida de una zona de propagación, en la que el mecanismo CMH es ya el predominante. Nótese el mayor crecimiento frágil inducido por la presencia de hidrógeno en la región central de la superficie de fractura, donde la concentración de hidrógeno será evidentemente superior.

Después de 15 días de desorción al aire, el micromecanismo CMH es ya el que predomina, excepto en una pequeña franja en la zona de iniciación del crecimiento, donde se observa PRHIC. Finalmente, la probeta mantenida 25 días al aire muestra una fractura completamente dúctil, CMH, idéntica a la observada en la probeta ensayada sin H interno.



Figura 6. Superficie de fractura de la probeta CT ensayada con hidrógeno tras 6 días al aire.

En la Figura 7 se observa la excelente correlación obtenida entre los índices de fragilización

correspondientes a la estricción medida en las probetas de tracción entallada e, igualmente, en la tenacidad a la fractura con el hidrógeno difusible, C_{Hd} (C_{H0} - C_{Hf}).

Estos resultados ponen de manifiesto que solamente el hidrógeno difusible, capaz de moverse libremente en la microestructura del acero, es capaz de desencadenar los micromecanismos de fractura asociados a la fragilización por hidrógeno (micromecanismos PRHIC e IG). El comportamiento del acero, una vez que en su microestructura solo queda el hidrógeno residual, irreversible o fuertemente retenido (aunque, como en este caso, sea un contenido relativamente alto, 1.5 ppm de hidrógeno), es ya similar al comportamiento del mismo acero en ausencia de hidrógeno.



Figura 7. Indices de fragilización, IF, frente al hidrógeno difusible.

CONCLUSIONES

El acero 42CrMo4 templado y revenido a 500°C durante dos horas, con un límite elástico de 1086 MPa, muestra una alta susceptibilidad a la fragilización con hidrógeno. En ensayos realizados a baja velocidad de aplicación de la carga, utilizando tanto probetas de tracción entallada (Kt=4.25) como probetas de tenacidad a la fractura, precargadas con hidrógeno gaseoso, se han medido respectivamente índices de fragilización máximos del 92 y del 97%. Estos altos índices de fragilización han venido acompañados de cambios significativos en los micromecanismos de fractura operativos: mientras la fractura de las probetas sin hidrógeno tenía lugar en virtud de la acción del mecanismo característico dúctil basado en la coalescencia de microhuecos, en los ensayos sin hidrógeno los micromecanismos preponderantes eran frágiles, PRHIC e intergranular (IG).

Se ha demostrado también que solamente el hidrógeno difusible, capaz de moverse en la microestructura del acero y de acumularse en la región del frente de la entalla/grieta, es capaz de desencadenar los micromecanismos de fallo asociados a la fragilización por hidrógeno, y generar de este modo el daño prematuro. El comportamiento del acero, una vez que en su microestructura solo queda el hidrógeno residual, en este caso 1.5 ppm de hidrógeno, es similar al comportamiento del mismo sin hidrógeno e igualmente se recupera el mecanismo de fallo operativo dúctil.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer la financiación recibida del Ministerio de Energía y Competitividad en el marco del proyecto MAT2014-58738-C3 y A. Zafra su contrato dentro del programa "Severo Ochoa" financiado por el Principado de Asturias dentro del proyecto PA-18-PF-BP17-038.

REFERENCIAS

- J. Yamabe, T. Awane, S. Matsuoka. Investigation of hydrogen transport behaviour of various lowalloy steels with high-pressure hydrogen gas. Int. J. of Hydrogen Energy. Vol. 40, No. 34, p. 11075-11086, 2015.
- [2] M. Nagumo, Fundamentals of Hydrogen Embrittlement, 1st ed. 2016, Springer.
- [3] A. Zafra, L.B. Peral, J. Belzunce, C. Rodríguez, Effect of hydrogen on the tensile properties of 42CrMo4 steel quenched and tempered at different temperatures. Int. J. of Hydrogen Energy, Vol. 43, p. 9068-9082, 2018.
- [4] A. Zafra, L.B. Peral, J. Belzunce, C. Rodríguez, Effects of hydrogen on the fracture toughness of 42CrMo4 steel quenched and tempered at different temperatures. Int. J. Pressure Vessels and Piping, Vol. 171, p. 34-50, 2019.
- [5] L.B. Peral, A. Zafra, S. Blasón, C. Rodríguez, J. Belzunce. Effect of hydrogen on the fatigue crack growth rate of quenched and tempered CrMo and CrMoV steels. Int. J. of Fatigue, Vol. 120, p. 201-214, 2019.
- [6] ASTM E1820, "Standard test method for measurement of fracture toughness", Annual Book of ASTM Standards, vol. 03-01, 2015.
- [7] A. Nagao, M. Dadfarnia, B. P. Somerday, P. Sofronis, R.O. Ritchie, Hydrogen enhanced plasticity mediated decohesion for hydrogeninduced intergranular and quasi-cleavage fracture of lath martensitic steels, J. Mech. Phys. Solid. Vol 112, 403-430, 2018.

REDUCCIÓN DE VIDA A FATIGA EN CADENAS DE AMARRE DE BUQUES POR PÉRDIDA DEL CONTRETE

A. Valiente^{*}, M. Iordachescu^{*}, F. J. Gómez Sánchez^{**}

* Dto de Ciencia de Materiales, Escuela de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, Universidad Politécnica de Madrid *Advanced Materials Simulation, S. L., Bilbao, Spain

*Correo-e: andres.valiente@upm.es

RESUMEN

La prevención del fallo por fatiga es una condición de diseño fuertemente limitativa para las cadenas de amarre empleadas en el fondeo permanente de buques. El criterio de seguridad adoptado por las sociedades de clasificación se basa en la comparación de la vida útil de diseño con la predicción de la vida a fatiga que resulta de aplicar la regla de Palmgren-Miner asignando una curva de Whöler a cada cadena en función de la configuración de los eslabones y del tipo de acero con que están fabricados. Las curvas asignadas difieren sustancialmente para eslabones con contrete y eslabones sin contrete, pero la metodología de diseño no contempla la posibilidad de pérdida del contrete durante la vida útil de la cadena. En este trabajo se desarrolla un método para predecir la vida a fatiga de una cadena de amarre que experimenta la pérdida del contrete de algún eslabón durante la vida útil de diseño. El método se apoya en los fundamentos de las especificaciones de diseño de las sociedades de clasificación y permite obtener el coeficiente de seguridad de la vida útil remanente frente al fallo por fatiga en función de la fracción de vida útil total transcurrida hasta la pérdida del concrete.

PALABRAS CLAVE: Fatiga, Cadena de amarre, Factor de fatiga, Pérdida del contrete

ABSTRACT

The prevention of fatigue failure is a design condition very restrictive for the mooring chains used for berthing of vessels as an alternative to conventional quayage. The safety criterion assumed by the shipping classification societies is based on the comparison of the design service life with the fatigue life predicted by combining Palmgren-Miner rule with a Wöhler curve attributed to the chain as a function of the link material and of the stud or studless condition. Despite that the stud or studless condition largely influences the fatigue resistance of the chains, the fatigue analysis methodology does not consider the case of stud detachment during the design service life of the chains. Hence, a method is developed in this work for predicting the remaining fatigue life of a stud chain just after the first stud is missing. The method is based on the hypothesis assumed by the design rules of the shipping classification societies. The safety factor against the fatigue failure can be found for the remaining service life of the chain as a function of the fraction of the total service life exhausted in the initial stud condition.

KEYWORDS: Fatigue, Mooring chain, Fatigue factor, Missing stud

1. INTRODUCCIÓN

El amarre de buques en aguas poco profundas por medio de boyas flotantes es un sistema seguro y especialmente útil cuando la capacidad de atraque en muelle es limitada. En el caso de buques para transporte de fluidos facilita además la conexión de tuberías sumergidas al buque y simplifica notablemente las operaciones de carga y descarga. El buque se ancla a las boyas con el dispositivo de atraque en muelle, y éstas al fondo marino mediante cadenas o cables de acero, fundamentalmente las primeras por su gran robustez para soportar el desgaste en agua de mar.

Las boyas, cuyo número oscila entre 3 y 6, contienen con su cadena correspondiente el movimiento horizontal del buque inducido por el viento y el mar. Las fuerzas que determinan la configuración de equilibrio de la cadena son la reacción de sujeción al fondo marino, la fuerza horizontal y el empuje vertical transmitidos por la boya, el peso propio y el empuje de Arquímedes, cuyo efecto equivale a reducir en 1 la densidad relativa del acero. El elevado peso lineal de la cadena, la limitada profundidad y la protección del emplazamiento permiten prescindir del empuje dinámico del agua y admitir que la cadena adopta la forma de una catenaria contenida en el plano vertical definido por la boya y el anclaje. Por lo que al movimiento horizontal del buque se refiere, cada cadena hace las veces de un muelle no lineal anclado al buque y al lecho marino. El buque alcanza el equilibrio en la posición que proporciona a los muelles la orientación y la longitud precisas para generar las fuerzas de sustentación capaces de compensar la acción del viento y del agua sobre el buque.

La naturaleza de esas acciones es esencialmente oscilante, y por ello el diseño de las cadenas de amarre, además de asegurar la resistencia estática con margen suficiente, debe prevenir el fallo por fatiga, teniendo en cuenta en ambos casos el deterioro progresivo que sufren las cadenas en un ambiente tan hostil como el agua de mar. Las reglas de diseño desarrolladas por las sociedades de clasificación naval son muy rigurosas al respecto [1, 2] y aplican la metodología recomendada por el Instituto Internacional de la Soldadura (IIW) para el diseño de uniones soldadas y componentes frente al fallo por fatiga, que se basa en la cuantificación y limitación del daño de las cadenas de amarre mediante las curvas de Wöhler y la regla de Palmgren-Miner [3, 4].

En el sector naval la tipificación de materiales y componentes a efectos de diseño es muy estricta y dificulta la adaptación de casos excepcionales. En este trabajo se presenta el análisis realizado y aceptado por la sociedad de clasificación para prevenir el fallo por fatiga y determinar la vida útil de diseño de las cadenas compuestas de un sistema de amarre de buques por medio de boyas, con la condición de incluir la influencia de la pérdida eventual del contrete en algún eslabón.

2. REGLAS DE DISEÑO A FATIGA PARA CADE-NAS DE AMARRE DE BUQUES

Las cadenas compuestas se diferencian de las cadenas simples en que los eslabones de las primeras están provistos de un travesaño de acero coincidente con el eje menor que divide en dos partes el hueco interior del eslabón. El contrete se introdujo en el siglo XIX para suavizar los impactos entre eslabones contiguos, con el resultado añadido de aumentar la capacidad resistente, disminuir la deformabilidad y reducir las concentraciones de tensión [5]. Todos estos efectos incrementan la resistencia a la fatiga de los eslabones. La figura 1 muestra las configuraciones normalizadas [6, 7] de dos eslabones de diámetro d (diámetro de la sección transversal en la corona) con y sin contrete. Estos eslabones son de acero microaleado de bajo carbono, que se laminan y conforman en caliente, se cierran mediante soldadura a tope por resistencia eléctrica comprimiendo las superficies a unir sin metal de aporte, y se someten a un tratamiento térmico final de temple y revenido, del que debe resultar una microestructura austeno-ferrítica de grano fino [8].



Fig. 1. Configuraciones normalizadas para eslabones de cadenas de amarre con y sin contrete.

Las propiedades mecánicas de las 5 calidades de acero admitidas son comparables a las de los aceros estructurales de construcción templados y revenidos, en cuanto a resistencia, ductilidad y tenacidad [9]. Las cadenas deben superar dos pruebas de carga a tracción que difieren en el número de eslabones incluidos en la muestra ensayada. Los niveles de carga a superar se denominan cargas de prueba y de rotura y son proporcionales a la mínima resistencia a tracción correspondiente a la calidad de acero. El factor de proporcionalidad depende del diámetro del eslabón a través de una función cúbica de origen empírico, igual para los eslabones con contrete y sin contrete en el caso de la carga de rotura y distinta en el de la carga de prueba [8]. Esta última varía entre el 70 y el 80 % de la primera.

La prevención del fallo por fatiga de las cadenas de amarre se basa en el método de la curvas de Wöhler y la regla de Palmgren-Miner aplicados a los eslabones. La curva de Wöhler de diseño viene dada por la ecuación [1]:

$$\tilde{N}T^3 = K\tilde{T}^3 \tag{1}$$

donde \tilde{N} son los ciclos de carga de tracción de carrera T que resiste la cadena, K es una constante denominada factor de fatiga, con valor 1000 para cadenas con contrete y 316 para cadenas sin contrete, y \tilde{T} es otra constante de la cadena llamada carga de referencia, igual al 94,5% de la carga de rotura de las cadenas del mismo diámetro d fabricadas en acero de calidad QR3:

$$\tilde{T} = S(44, 0 - bd)d^2$$

b=80m⁻¹ S=21.735 MPa (2)

Los escasos datos publicados sobre ensayos de fatiga de cadenas de amarre tipificadas [10] confirman que el exponente 3 de la ecuación (1) es realista y que los valores del factor de fatiga K adoptados proporcionan un margen de seguridad considerable, pero también que la diferencia entre los eslabones con contrete y sin contrete es menos marcada.

La corrosión de los eslabones sumergidos en agua de mar reduce la masa de material resistente y altera la carga de referencia \tilde{T} . Este efecto se tiene en cuenta aplicando la ecuación [2], no con el diámetro inicial de los eslabones, sino con el alcanzado cuando la cadena supera la mitad de la vida útil de diseño L, a razón de una pérdida de anual de espesor de 0,4 mm.

La resistencia a fatiga atribuida a los eslabones mediante la ecuación (1) es la recomendada en [3], con una categoría de detalle (carrera de carga que produce el fallo a los dos millones de ciclos) igual a 0,0794T para cadenas con contrete y a 0,0541T para cadenas sin contrete. Un eslabón sometido a una sucesión de n ciclos de carga de tracción con carrera del i-ésimo ciclo T_i falla por fatiga siempre que se cumpla la regla de Palmgren-Miner:

$$1 = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\tilde{N}_{i}} = \sum_{i=1}^{n} \frac{T_{i}^{3}}{K\tilde{T}^{3}} = \frac{1}{K\tilde{T}^{3}} \sum_{i=1}^{n} T_{i}^{3}$$
(3)

La condición de seguridad a fatiga adoptada por la normativa de las sociedades de clasificación [1] es que la vida a fatiga derivada de la ecuación [3] contenga un número v de veces la vida útil L de diseño de la cadena no inferior a tres. Las acciones tipificadas que dan lugar a las oscilaciones de la carga de tracción de carreras T_i se repiten con periodicidad anual, luego la vida útil L ha de verificar:

$$1 = \frac{\nu L}{K\tilde{T}^{3}} \sum_{i}^{a\tilde{n}o} T_{i}^{3} \implies \nu = \frac{K\tilde{T}^{3}}{L\sum_{i}^{a\tilde{n}o} T_{i}^{3}} \ge 3$$
(4)

3. VIDA A FATIGA TRAS LA PÉRDIDA DEL CONTRETE

El desprendimiento del concrete de un eslabón durante la vida útil de la cadena invalida la predicción de vida a fatiga de la ecuación (3) y el valor del coeficiente de seguridad V, ya que la normativa de las sociedades de clasificación señala explícitamente que la curva de Wöhler de los eslabones con concrete son aplicables en tanto el contrete esté firmemente unido al eslabón [1]. Para una cadena con contretes, la pérdida de alguno de ellos implicaría la sustitución completa, a menos que el coeficiente de seguridad V siguiese verificando la condición (4) al sustituir el valor 1000 del factor K por el valor 316, es decir, a menos que el coeficiente de seguridad a fatiga de la cadena original fuese superior a 9,5.

La propuesta desarrollada en este trabajo pretende evitar una medida tan drástica mediante la evaluación de la vida a fatiga de los eslabones tras la pérdida del contrete, para su comparación con la vida útil remanente. La única hipótesis teórica a asumir en relación con la regla de Palmgren-Miner es que el cambio de configuración del eslabón por perder el contrete no modifica el modo de cuantificar el daño debido a la fatiga, ni tampoco su carácter acumulativo. Únicamente cambia el factor de fatiga, que se reduce de 1000 a 316. Por tanto, si una cadena compuesta pierde el primer contrete cuando le resta por agotar una fracción f de su vida útil L de diseño, su vida remanente a fatiga L_f se obtiene de la ecuación:

$$1 = \left(\frac{(1-f)L}{1000\tilde{T}^{3}} + \frac{L_{f}}{316\tilde{T}^{3}}\right) \sum_{i=1}^{a\tilde{n}o} T_{i}^{3}$$
(5)

y viene dada por:

$$L_{f} = \frac{316\tilde{T}^{3}}{\sum_{i}^{a\tilde{n}\sigma}T_{i}^{3}} - 0,316L(1-f)$$
(6)

La carga de referencia \tilde{T} de los eslabones antes y después de la pérdida del concrete es la misma si en ambos casos se calcula mediante la ecuación (2). Sin embargo, para eslabones en servicio la normativa [1] autoriza que la carga de rotura cuyo 94,5 % proporciona el valor de \tilde{T} se obtenga por análisis tensional del eslabón con la configuración determinada por la directriz inicial y el diámetro reducido por corrosión. Esta opción se tendrá en cuenta en el apartado siguiente. Las cargas cíclicas que producen la acción de fatiga sobre la cadena proceden del buque y de las fuerzas que éste recibe del mar y del aire. Los datos de diseño relativos a estas variables determinan las carreras anuales de carga T_i , que sólo dependen de la cadena a través de su peso lineal estando sumergida. De ahí que no haya diferencias en las carreras T_i cuyos cubos es necesario sumar para aplicar las ecuaciones (4) y (6), la primera en la fase de diseño de la cadena con todos sus contretes, y por consiguiente con factor de fatiga K = 1000, y la segunda en servicio, tras detectarse la pérdida de contretes cuando la vida útil de diseño no agotada por la cadena es f veces la inicial. Eliminando dicha suma entre ambas ecuaciones se obtiene la vida remanente a fatiga L_f de la cadena como predicción teórica:

$$L_{f} = 0,316L(v - 1 + f)$$
(7)

El coeficiente de seguridad V_f de esta predicción respecto a la vida útil remanente es:

$$v_{\rm f} = \frac{L_{\rm f}}{fL} = 0.316 \frac{v - 1 + f}{f}$$
 (8)

La figura 2 muestra la ecuación (8) representada gráficamente para cuatro valores del coeficiente de seguridad V de la vida total a fatiga de la cadena. Cuando V es el mínimo de 3 requerido por la normativa y todos los eslabones conservan el contrete durante el 77% de la vida útil de diseño de la cadena, el margen de seguridad frente al fallo por fatiga para el 23% restante de vida útil es el mismo.



Fig. 2. Coeficiente de seguridad de la vida a fatiga remanente de cadenas de amarre tras la pérdida del concrete.

Estos porcentajes de vida útil remanente con coeficiente de seguridad 3 frente al fallo por fatiga se elevan respectivamente al 47, 71 y 94% si los coeficientes de seguridad para la totalidad de la vida útil son 5, 7 y 9. Como se indicó anteriormente, el coeficiente de seguridad 9,5 de una cadena compuesta se reduce a 3 si la cadena pierde contretes desde su puesta en servicio.

4. CAPACIDAD RESISTENTE DE ESLABONES DAÑADOS POR CORROSIÓN Y PÉRDIDA DEL CONTRETE

La carga de referencia \tilde{T} de los eslabones para las cadenas compuestas a las que se aplica la ecuación (5) coincide antes y después de haberse desprendido el contrete en la medida que la de este último caso se identifique con la de los eslabones sin concrete de las cadenas simples de igual diámetro, a fin de emplear el valor tipificado de \tilde{T} dado por la ecuación (2). No obstante, por tratarse de eslabones en servicio existe la opción ya mencionada de emplear como valor de la carga de rotura el obtenido mediante un análisis tensional. Si esta carga es α veces la tipificada y se emplea en la ecuación (5) reservando el símbolo \tilde{T} para la carga de referencia obtenida de la carga de rotura tipificada, las ecuaciones (5) a (8) se modifican como sigue:

$$1 = \left(\frac{(1-f)L}{1000\tilde{T}^{3}} + \frac{L_{f}}{316(\alpha\tilde{T})^{3}}\right) \sum_{i}^{a\tilde{n}o} T_{i}^{3}$$
(9)

$$L_{f} = \frac{316\tilde{T}^{3}}{\sum_{i}^{a\tilde{n}o}T_{i}^{3}}\alpha^{3} - 0,316L(1-f)\alpha^{3}$$
(10)

$$L_{f} = 0.316 L(v - 1 + f)\alpha^{3}$$
(11)

$$v_{\rm f} = \frac{L_{\rm f}}{fL} = 0.316 \frac{v - 1 + f}{f} \alpha^3$$
 (12)

Por consiguiente, el coeficiente de seguridad de la vida útil remanente de la cadena frente al fallo por fatiga se multiplica por el factor α^3 si la carga de rotura de los eslabones que pierden el contrete se calcula directamente, en lugar de identificarse con la carga tipificada de un eslabón sin contrete del mismo diámetro. En la figura 3 puede verse la configuración tipificada de eslabones que especifica la normativa [1] para incorporar el efecto de la corrosión en el de fatiga, tanto en cadenas simples como compuestas. El diámetro D es el resultado de la pérdida de 0,4 mm anuales durante la mitad de la vida útil de diseño de la cadena.



Fig. 3. Configuración tipificada de eslabones corroídos de cadenas y simples compuestas, a efectos de fatiga.

En el caso particular considerado en la figura, los eslabones han perdido el 6,9% del diámetro original y la configuración inicial sería una de las dos de la figura 1 con diámetro d = 1,074D. La carga de referencia T del eslabón de la figura 3 proporcionada por la normativa sería la de los eslabones de la figura 1, dada por la ecuación (2), pero particularizada para d = D.

Para valorar de la opción alternativa de calcular la carga de rotura mediante análisis tensional se ha realizado un modelo computacional con elementos finitos para las tres configuraciones de eslabón y de carga de la figura 4, esto es, la configuración tipificada de fatiga de la figura 3, sin contrete, con contrete y con la huella dejada por el contrete tras desprenderse. Los elementos finitos se han supuesto de material elastoplástico isótropo regido por el criterio de plastificación Von Mises y las ecuaciones constitutivas de Prandtl-Reuss, con módulo de elasticidad 210 GPa, coeficiente de Poisson 0,3 y endurecimiento por deformación según ley potencial de exponente 0,156 y factor de proporcionalidad 1074 MPa. El límite elástico, la resistencia a tracción y la máxima elongación uniforme que se derivan de estas las características se ajustan con exactitud a los requisitos mínimos exigidos por la normativa al acero de calidad Q3R (410 MPa, 690 MPa y 17 %, respectivamente) [8]. El sistema de carga aplicado al eslabón se reduce a dos fuerzas F iguales opuestas y colineales ejercidas por los eslabones contiguos en los puntos de contacto cuando la cadena se tensa.



Fig. 4. Configuraciones de eslabón corroído modelizadas por elementos finitos para calcular la carga de rotura.

La computación se ha llevado a cabo mediante la opción del código comercial ABAQUS que incluye no linealidades geométricas. Los tres planos de simetría que comparten el eslabón y el sistema de carga permiten reducir la modelización a un octavo del eslabón, que fue dividido entre 150000 y 180000 elementos finitos tetraédricos de 10 nudos. Los eslabones contiguos transmisores de fuerza se modelizaron como superficies rígidas divididas en elementos de 3 nudos. Las variaciones del área de contacto entre eslabones se incorporaron al cálculo mediante la formulación modificada CD310M, específica de ABAQUS. La carga del eslabón se aumentó progresivamente mediante el desplazamiento incremental de la superficie rígida transmisora de fuerza. El proceso fue detenido al producirse la inestabilidad plástica del eslabón e iniciarse la caída de carga.

La figura 5 resume los resultados obtenidos en forma de curvas carga-aplicada F frente al alargamiento δ del espacio interior del eslabón según la dirección de carga. La carga F_0 es la resistencia a tracción mínima del acero de calidad Q3R, multiplicada por el doble del área de la sección transversal del eslabón. La carga 0,772 F_0 es su capacidad resistente tipificada.



Fig. 5. Curvas carga-alargamiento de eslabones corroídos, con y sin contrete, obtenidas numéricamente con elementos finitos.

Como puede verse, la entalla dejada por el contrete al desprenderse no produce ningún efecto en la carga de colapso plástico, pero sí el contrete, que la reduce de $0,867F_0$ a $0,833F_0$, aunque no por debajo de la carga de rotura tipificada. El cociente α entre la carga de colapso del eslabón con el contrete desprendido y la carga de rotura tipificada es 1,12, luego el coeficiente de seguridad de la vida útil remanente del eslabón dado por la ecuación (12) se multiplica por 1,42 respecto al de la ecuación (8). Con ello, la fracción de vida útil sin concrete durante la cual la cadena mantiene un coeficiente de seguridad de 3 frente al fallo por fatiga pasa del 23 al 35 %, si el de su vida útil total también es de 3.



Fig. 6. Configuraciones de colapso plástico del eslabón modelizado numéricamente mediante elementos finitos: con concrete (arriba), sin concrete (en medio), y con la entalla dejada por el desprendimiento del contrete (abajo).

La razón de que la entalla dejada por el contrete no influya en la carga de colapso plástico del eslabón y de que el propio contrete influya poco es que la inestabilidad plástica se produce en el cambio de curvatura de la directriz del eslabón, por lo que la posible influencia no es un efecto local sino global, más propicio al contrete que a la entalla.

La pérdida del contrete genera un efecto negativo sobre la resistencia a fatiga del eslabón que el factor de fatiga K pudiera no englobar. La entalla que el contrete deja al desprenderse es un concentrador de tensiones cuya intensidad debe ser comparada con las de los englobados en el factor de fatiga, cuyo máximo factor de concentración de tensiones la propia normativa valora en 5 [1]. La tensión nominal σ_n adoptada para definir este factor es la tensión media que resulta de dividir la carga de tracción aplicada la eslabón entre el doble de su sección transversal circular.

Los resultados de la modelización computacional permiten comprobar si la concentración de tensiones generada por la entalla que deja el contrete supera el límite indicado. En la figura 7 se ha representado el campo de la tensión principal mayor σ_I a lo largo del borde interior del eslabón, referido a la tensión nominal. El campo corresponde a un valor de la carga perteneciente al tramo lineal inicial de la curva carga-alargamiento. La variable de posición utilizada es el arco S de curva del borde, medido desde el contacto con el eslabón contiguo y referido al diámetro D del eslabón. Los valores explícitos incluidos en el gráfico permiten comprobar que el factor de concentración de tensiones en la raíz de la entalla es inferior a 5. La entalla del debida la contrete no eleva el riesgo de que se produzca un proceso de fisuración por fatiga.



Fig. 7. Concentradores de tensión en el eslabón con la entalla dejada por el contrete, según modelización numérica.

5. CONCLUSIONES

La pérdida de contretes en cadenas compuestas para amarre de buques no implica necesariamente que el coeficiente de seguridad de la vida útil de diseño frente al fallo por fatiga disminuya por debajo del límite admitido y conlleve la sustitución automática de la cadena. La metodología desarrollada en este trabajo permite determinar el coeficiente de seguridad análogo para la vida útil remanente de la cadena y predecir qué fracción de la vida útil total debe transcurrir sin pérdida de contretes para que dicho coeficiente se mantenga en los niveles requeridos.

La modelización numérica del proceso de colapso plástico del mismo eslabón, con y sin contrete y con el contrete desprendido, indica que las cargas tipificadas de rotura son conservadoras, y su utilización en el análisis de fatiga de cadenas con pérdida de contretes infravalora el margen de seguridad.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo es fruto de un convenio financiado por DRA-CE INFRAESTRUCTURAS, S. A. Los autores agradecen vivamente las facilidades concedidas para su publicación, así como la valiosa ayuda proporcionada por los ingenieros D. José Luis Zamora y D^a Almudena Hue.

REFERENCIAS

- Rule Note NR 493 DT R02 E, Classification of Mooring Systems for Permanent Offshore Units, Bureau Veritas, 2012.
- [2] DNVGL-OS-E302 Offshore Standard, Offshore Mooring Chain, Det Norske Veritas/-Germanischer Lloyd, 2015.
- [3] A. F. Hobbacher, Recommendations for Fatigue Design of Welded Joints and Components, IIW Collection, Springer, 2016.
- [4] A. F. Hobbacher, The new IIW recommendations for fatigue assessment of welded joints and components – A comprehensive code recently updated, International Journal of Fatigue 31 (2009) 50–58.
- [5] Goodenough G.A. and Moore L.E., The strength of chain links, University of Illinois Bulletin 18 (1907) 1–73.
- [6] Norma ISO 1704, Ships and Marine Technology– Stud-link Anchor Chains, International Organization for Standardization, 2008.
- [7] IACS Unified Requirement W22, Offshore Mooring Chain. International Association of Classification Societies, 2016.
- [8] Rule Note NR 216 DT R08 E, Rules on Materials and Welding for the Classification of Marine Units, Bureau Veritas, 2018.
- [9] Norma UNE-EN10025-6, Productos laminados en caliente de aceros para estructuras, parte 6. AENOR, 2009.
- [10] Fernández J., Storesund, W. and Navas, J., Fatigue Performance of Grade R4 and R5 Mooring Chains in Seawater: OMAE2014-23491, Proceedings of the ASME 2014 Conference on Ocean, Offshore and Artic Engineering, 2014.

FATIGUE CRACK GROWTH AND CLOSURE OF LASER BEAM WELDED T-JOINTS

P. Oliveira¹, A. Loureiro¹, J.D.M. Costa^{1*}, J.A.M. Ferreira¹, L.P. Borrego^{1,2}

 ¹CEMMPRE, Mechanical Engineering Department, University of Coimbra, Rua Luís Reis Santos, 3030-788 Coimbra, Portugal
²Mechanical Engineering Department, Polytechnic of Coimbra - ISEC, Rua Pedro Nunes, 3030-199 Coimbra, Portugal
* Corresponding author: jose.domingos@dem.uc.pt

ABSTRACT

This paper investigates the fatigue crack propagation in successive double-sided laser beam welded T-joints made of AA2024-T3 as the skin and AA7075-T6 as the stringer. The M(T) 50 specimen was used to study the crack growth along the weld toe of the T-joint. The propagation tests were performed in load control at a frequency of 20 Hz, applying sinusoidal tensile loadings with constant amplitude and stress ratios of 0.05 and 0.4. Beyond that, tests with single tensile peak overloads were performed at stress intensity ranges of 6 MPa m^{1/2} and 9 MPa m^{1/2}. The crack closure parameter was obtained for loadings with constant amplitude and with single tensile overload. The effect of stress ratio on crack growth rate was not noticed. However, the effect of both *R* and ΔK on initial acceleration of the crack propagation rate and on minimum crack growth rate was observed during the transient crack propagation rate caused by a single tensile overload. Beyond that, the main mechanism for the crack growth retardation caused by a single tensile overload was the crack-tip blunting. However, the case with stress intensity range of 9 MPa m^{1/2} presented partial crack growth during the restoration of the crack growth rate.

KEYWORDS: Fatigue crack propagation, Crack closure, Single tensile peak overload, Laser beam welding, Aluminium alloy

1. INTRODUCTION

Laser beam welding (LBW) is one of the technologies applied by aeronautical industry to replace riveting in stiffened panel manufacturing in order to reduce both structural weight and manufacturing costs [1]. However, LBW has been applied only in non-critical areas, as lower stiffened panels of fuselage [2]. Thus, the application of this welding technique in other areas of the airplane structure requires an improvement in the knowledge about damage tolerance analysis (DTA) of laser beam welded T-joints. The design philosophy based in DTA assumes the existence of an initial crack whose length is equal to the minimum flaw length that the non-destructive inspection method used to inspect the critical location can detect. Therefore, the fatigue crack propagation (FCP) plays an essential role in definition of inspection intervals that ensure both the structural integrity and the flight safety. Additionally, the crack retardation also plays an important role in the establishment of the inspection intervals since the airframe operates under loading with variable amplitude.

The literature presents few works about FCP of laser welded T-joints made of aluminium alloys. Siqueira et

al. [3] investigated crack propagation in autogenous single-sided laser welded T-joints made of 1.6 mm thick sheets of AA6013-T4. Two specimen configurations were carried out. One placing the C(T) specimen notch parallel to the stringer and another one perpendicular to it. In this work, the defects extremely reduced the fatigue crack resistance and the specimens with the notch perpendicular to the stringer presented better results than the ones with notch parallel to it. This occurred due to the crack growth retardation observed when the crack tip was 4 mm before the joint in the perpendicular configuration. Kashaev et al. [4] investigated FCP perpendicular to the four-stringers of stiffened panels made of AA2198 and welded by laser. The four-stringer panels presented an increase in fatigue life of 70% comparing with the base material. The effect of pocket thickness and socket width on FCP along the weld toe of single-sided laser welded T-joints made of AA6156-T4 was studied by Daneshpour et al. [5]. According to them, there was crack path deviation from the weld toe in the pocketed joints. However, the interaction of the stress fields of the thin pocket material with the stress field of the vicinity of the crack tip accelerated the FCP rates and deviated the crack path to the thinner pocket material.

The researches about crack retardation for laser beam welded joints made of aluminium alloys also are scarce, and none addresses T-joints. Thus, Daneshpour et al. [6] described the effect of single tensile overloads on crack growth rates of laser welded butt-joints made of AA6056-T6 considering the plastic zone ahead of the crack tip. In the same way, the fatigue crack retardation due to both single and multiple tensile overloads in laser welded butt-joints made of AA2139-T8 were investigated, applying the Wheeler model [7].

Therefore, the aim of this paper is to investigate the fatigue crack propagation and the crack retardation caused by a single tensile overload considering the crack closure mechanism in successive double-sided laser beam welded T-joints made of 2 mm thick plates of AA2024-T3 as the skin and AA7075-T6 as the stringer and using AA4047 as the filler wire.

2. EXPERIMENTAL PROCEDURE

The successive double-sided laser welded T-joints were performed using 2 mm thick plates of AA2024-T3 as the skin and AA7075-T6 as the stringer, and AA4047 as the filler wire. The chemical composition of the base materials and of the filler wire are presented in Tables 1. Furthermore, Table 2 presents the mechanical properties of the base materials.

Table 1. Chemical composition of the base materials and filler wire (Wt. %)

Alloy	Si	Fe	Cu	Mn	Mg	Cr	Zn	Ti
4 4 2024	max	max	3.80	0.30	1.20		max	max
AA2024	0.50	0.50	4.90	0.90	1.80	-	0.25	0.15
A A 7075	max	max	1.20	max	2.10	0.18	5.10	max
AA7073	0.40	0.50	2.00	0.30	2.90	0.28	6.10	0.20
A A 4047	11.00	max	max	max	max		max	max
AA4047	13.00	0.6	0.30	0.15	0.10	-	0.20	0.15

		1 1	,		
	Ultimate	Yield	Young's	Strain at	Hardness
	stress	stress	modulus	$\sigma_{\rm UTS}$	(HV _{0.2})
	(MPa)	(MPa)	(GPa)	(%)	
AA2024-T4	479	359	78.6	13.6	143
AA7075-T6	592	529	74.4	9.1	189

Fatigue propagation tests were carried out, in agreement with ASTM E647 standard, using a servo-hydraulic machine from DARTEC with an 8800 series control system from INSTRON. These tests were performed in load control at a frequency of 20 Hz, applying sinusoidal tensile loadings with constant amplitude and stress ratios (R) of 0.05 and 0.4. The specimen used was the middle-tension M(T) 50. The stringer of the specimen was placed parallel to the notch, so that the crack propagation occurred along the weld toe. The specimen geometry is illustrated by the Figure 1. The notch illustrated by the detail A was made by electroerosion machining. Then, the specimens were polished.

During the experiments, the crack length was measured using a microscope (36X) fixed to a sliding base provided with digital micrometres in two perpendicular directions. The crack increment used to calculate the propagation rates was approximately 0.2 mm. So, the crack growth rates were calculated by the polynomial method using five sequential points, according to ASTM E647 standard.

Beyond that, a pin strain gauge, shown in Figure 2.a, was positioned in two holes localized above and below of the notch at the middle of the specimen, as can be seen in the figure 2.b, in order to collect the load displacement data. The load displacement data acquisition was carried out applying two cycles of a sinusoidal tensile loading with the same amplitude and stress ratio of the baseline loading and with a frequency of 0.25 Hz. For constant amplitude loading, the procedure for load displacement data acquisition using the strain gauge was carried out every 1 mm of crack length increase.



Figure 1. M(T) Specimen geometry (dimensions in mm).

The opening load (P_{op}) was obtained using the technique of maximisation of the correlation coefficient in agreement with ASTM STP 982 standard. Thus, the load for which the correlation coefficient achieves the maximum value is defined as P_{op} . The value of P_{op} was used to obtain the crack closure parameter U that indicates the fraction of the load cycle in which the crack remains fully open. The values of U were calculated by the equation (1), where P_{max} and P_{min} are the maximum and minimum loads respectively. So, the effective stress intensity factor range can be obtained by equation (2).

$$U = \frac{P_{max} - P_{op}}{P_{max} - P_{min}} \tag{1}$$

$$\Delta K_{eff} = U \,\Delta K \tag{2}$$



Figure 2. Strain gauge: a) position in the specimen and b) holes for installation.

The single tensile overload tests were carried out in order to observe the transient crack growth behaviour caused by the single peak tensile overload for the stress ratios of 0.05 and 0.4. The overloads were applied for ΔK of 6 MPa m^{1/2}, considering the baseline cycle. The tensile overload was applied by means of a sinusoidal cycle with overload ratio (R_{OL}) of 2 and with a frequency of 0.25 Hz. R_{OL} can be obtained by equation (3), where K_{0L} , K_{max} and K_{min} are, respectively, the overload, maximum and minimum stress intensity factors. In single overload case, the crack increment used was approximately 0.1 mm. The procedure for load displacement data acquisition using the strain gauge was carried out for all crack length measurements. Beyond that, the crack growth rates were calculated by the secant method according to ASTM E647 standard.

$$R_{OL} = \frac{\kappa_{OL} - \kappa_{min}}{\kappa_{max} - \kappa_{min}} \tag{3}$$

3.EXPERIMENTAL RESULTS AND DISCUSSION

3.1. Loading with constant amplitude

The results of fatigue propagation tests presented in Figure 3 are very close which indicates that the stress ratio did not affect the fatigue crack growth.

The graphic of U against ΔK for R=0.05, presented in Figure 4, point out that the maximum load significantly affects crack closure. According to this figure, the values of U are about 1 for $P_{max} = 3 kN$ and lower than 0.9 for $P_{max} = 5 kN$. The higher values of U for $P_{max} = 3 kN$ occurred because, in this case, the plastic

wake behind the crack was thinner than the one for $P_{max} = 5 kN$, resulting in a lower crack closure. Furthermore, the values of *U* for $P_{max} = 5 kN$ decreased up to $\Delta K = 8.6$ MPa m^{1/2} and then increased with ΔK increase. The drop in the values of *U* with ΔK can be explained by the crack length dependence of the crack closure induced by roughness during the transition from short to long crack [8].



intensity factor.

For R=0.4, the crack closure parameter always remained close to 1, as shown in Figure 5, pointing out the absence of any crack closure.



Figure 4. Crack closure parameter against range of stress intensity factor for R = 0.05.

Figure 6 shows the graphic of the crack growth rate against the effective stress intensity factor. The values of ΔK_{eff} were calculated according to equation (2) using mean values of U. The mean values used to calculate ΔK_{eff} were 0.88 and 0.98 for R=0.05 and R=0.4 respectively. According to this figure, the crack growth rates for R=0.05 are slightly above of those for R=0.4. Thus, other factors beyond the crack closure such as the angular misalignment of the specimen may affect the results presented in Figure 6. However, this issue will be not addressed in this work.



Figure 5. Crack closure parameter against range of stress intensity factor for R = 0.4.



3.2. Effect of single tensile overload on crack growth

Figures 7, 8 and 9 present the crack growth data in terms of both the normalized crack growth rate and the crack length from overload in order to better observe the transient crack growth behaviour caused by a single tensile overload. In these figures, $(da/dN)_{CA}$ is the crack growth rate for the corresponding constant amplitude cycle and a_{OVL} is the crack length at which the overload was applied.

Figure 7 represents the effect of a single tensile overload ($R_{0L} = 2$) on crack growth rate for $\Delta K = 6$ MPa m^{1/2} and R = 0.05. According to this figure, it is not possible notice the initial acceleration of the crack growth, considering the crack increment of 0.1 mm. Daneshpour et al. [6] also did not observed initial acceleration of the crack propagation rate for laser welded butt-joints made of AA6056-T6 for R = 0.1. Furthermore, the figure shows that the minimum value of normalized crack growth rate was 0.11 and that the overload retardation no longer had any effect on crack growth rate for $a - a_{OVL} = 0.59$ mm.



Figure 7. Transient crack growth rate due to a single tensile overload for R = 0.05 and $\Delta K = 6$ MPa m^{1/2}.

The effect of a single tensile overload ($R_{OL} = 2$) on crack propagation rates is presented in Figure 8 for $\Delta K = 6$ MPa m^{1/2} and R = 0.4. In this figure, the minimum and the maximum values of the normalized crack growth rate are 0.03 and 9.52 respectively. Beyond that, the overload retardation affected the crack growth up to $a - a_{OVL} = 0.57$ mm.



Figure 8. Transient crack growth rate due to a single tensile overload for R = 0.4 and $\Delta K = 6$ MPa m^{1/2}.

The transient crack propagation rate caused by a single tensile overload ($R_{OL} = 2$) for $\Delta K = 9$ MPa m^{1/2} and R = 0.4 is shown in Figure 9. The maximum and the minimum values of the normalized crack growth rate are 21.57 and 0.04 respectively. Furthermore, the crack retardation effect was noticed until $a - a_{OVL} = 1.65$ mm.

Considering the results obtained from Figures 7, 8 and 9, it is possible to affirm that the initial acceleration of the crack growth is more intense for R = 0.4 than for R = 0.05. Furthermore, the initial acceleration of the crack growth is higher for $\Delta K = 9$ MPa m^{1/2} than for $\Delta K = 6$ MPa m^{1/2}. Beyond that, the minimum crack growth rates observed for R = 0.4 are lower than the one for R = 0.05. Additionally, the minimum crack growth is slightly higher for $\Delta K = 9$ MPa m^{1/2} than for $\Delta K = 6$
MPa m^{1/2}. Finally, the crack length from the overload from which there is no longer overload retardation is larger for $\Delta K = 9$ MPa m^{1/2}. Therefore, it is possible to affirm that both the initial acceleration of the crack growth and the minimum crack growth rate are affected by the stress ratio and by the stress intensity factor range. Beyond that, ΔK affects the crack length from the overload in which there is the effect of overload retardation.



Figure 9. Transient crack growth rate due to a single tensile overload for R = 0.4 and $\Delta K = 9$ MPa $m^{1/2}$.

Figure 10 shows the crack length from overload as a function of the number of cycles from overload. The dashed lines indicate the number of cycles until there is no effect of overload retardation. Thus, the figure depicts that the number of cycles in which the overload retardation affected the crack growth rate were 54467 for R = 0.05 and $\Delta K = 6$ MPa m^{1/2}, 149214 for R = 0.4 and $\Delta K = 6$ MPa m^{1/2}, and 58263 for R = 0.4 and $\Delta K = 9$ MPa m^{1/2}.



Figure 10. Effect of the single tensile overload on the number of cycles.

3.3. Effect of crack closure on crack retardation

The evolution of crack closure parameter as a function of crack length from overload is presented in Figures 11, 12 and 13 for the three cases under investigation. Figure 11 shows that, for the case with R = 0.05 and $\Delta K = 6$ MPa m^{1/2}, the application of the single tensile overload did not change the level of *U* during the period in which there was crack retardation.



Figure 11. Evolution of crack closure parameter due to a tensile overload for R = 0.05 and $\Delta K = 6$ MPa $m^{1/2}$.

For the case with R = 0.4 and $\Delta K = 6$ MPa m^{1/2}, there was an increase of U due to the overload. Beyond that, the values of U remained close to 1 during the period in which occurred the crack retardation, as can be seen in Figure 12.



Figure 12. Evolution of crack closure parameter due to a tensile overload for R = 0.4 and $\Delta K = 6$ MPa $m^{1/2}$.

The behaviour of U during the period with crack retardation effect for the case with R = 0.4 and $\Delta K = 6$ MPa m^{1/2} is illustrated in Figure 13. According to this figure, the values of U increase and remain at the same level and then decrease. However, the decrease occurred when the crack growth rate was increasing.

So, the crack closure induced by plasticity was not the main mechanism for the crack retardation. According to Shin and Hsu [9], residual compressive stress after the crack tip and crack-tip blunting are mechanisms that may cause retardation when there is no crack closure. For all cases, the crack-tip blunting seems to be the main crack retardation mechanism, since there was no reduction of U during the crack retardation. However,

the case with $\Delta K = 9$ MPa m^{1/2} presented increase in crack closure during the period in which the crack growth rate was recovering. This behaviour can be explained by the partial closure model proposed by Paris et al. [10]. According to them, fatigue damage can occur for loads below to P_{op} . This can occur after the crack tip pass through the plastic zone caused by the overload. Thus, the more intense residual stress field in the region affected by the overload makes the crack franks touch before the crack tip is closed, leading to wrong measurements of U.



a tensile overload for R = 0.4 and $\Delta K = 9$ MPa m^{1/2}.

CONCLUSIONS

The results obtained in this study led to the following conclusions.

(1) The stress ratio had no effect on crack growth rate for constant amplitude loading.

(2) For single tensile overload, it was observed the following. The initial acceleration of crack growth and the minimum crack growth rate were affected by the stress ratio and by the range of stress intensity factor.

(3) The main mechanism for the crack growth retardation due to a single tensile overload was the crack-tip blunting.

(4) The case of single tensile overload with higher stress intensity factor range presented partial crack growth during the restoration of the crack growth rate.

ACKNOWLEDGEMENTS

This research is sponsored by FEDER funds through the programme COMPETE (Programa Operacional Factores de Competitividade) and by national funds through FCT (Fundação para a Ciência e a Tecnologia), under the project UID/EMS/00285/2013. The first author, Pedro I. P. Oliveira, is supported by the Brazilian National Council for Scientific and Technological Development (CNPq).

REFERENCIAS

- J.C. Williams, E.A. Starke, Progress in structural materials for aerospace systems, Acta Mater. 51 (2003) 5775–5799. doi:10.1016/j.actamat.2003.08.023.
- T. Dursun, C. Soutis, Recent developments in advanced aircraft aluminium alloys, Mater. Des. 56 (2014) 862–871. doi:10.1016/j.matdes.2013.12.002.
- [3] R.H.M. Siqueira, R. Riva, D.H. Silva Costa, V. Oliveira Gonçalves, M.S.F. Lima, A crack propagation study on T-joints of AA6013-T4 aluminum alloy welded by an Yb:fiber laser, Int. J. Adv. Manuf. Technol. 92 (2017) 2831–2841. doi:10.1007/s00170-017-0377-z.
- [4] N. Kashaev, S. Chupakhin, J. Enz, V. Ventzke, A. Groth, M. Horstmann, S. Riekehr, Fatigue and Fatigue Crack Propagation of Laser Beam-Welded AA2198 Joints and Integral Structures, Adv. Mater. Res. 891–892 (2014) 1457–1462. doi:10.4028/www.scientific.net/AMR.891-892.1457.
- [5] S. Daneshpour, M. Koçak, F.S. Bayraktar, S. Riekehr, Damage tolerance analyses of laser welded "skin-clip" joints for aerospace applications, Weld. World. 53 (2009) 90–98.
- [6] S. Daneshpour, J. Dyck, V. Ventzke, V. N. Huber, Crack retardation mechanism due to overload in base material and laser welds of Al alloys, Int. J. Fatigue. 42 (2012) 95–103. doi:10.1016/j.ijfatigue.2011.07.010.
- S. Daneshpour, M. Koçak, S. Langlade, M. Horstmann, Effect of overload on fatigue crack retardation of aerospace Al-alloy laser welds using crack-tip plasticity analysis, Int. J. Fatigue. 31 (2009) 1603–1612. doi:10.1016/j.ijfatigue.2009.04.005.
- [8] L.P. Borrego, J.M. Costa, S. Silva, J.M. Ferreira, Microstructure dependent fatigue crack growth in aged hardened aluminium alloys, 26 (2004) 1321– 1331. doi:10.1016/j.ijfatigue.2004.04.004.
- [9] C. S. Shin, S. H. Hsu, On the mechanisms and behavior of overload retardation in AISI 304 stainless steel, Int. J. Fatigue. 15 (1993) 181-192. doi: 10.1016/0142-1123(93)90175-P.
- [10] P.C. Paris, H. Tada, J.K. Donald, Service load fatigue damage – a historical perspective, Int. J. Fatigue. 21 (1999) S35-S46.

SOBRE LA EXISTENCIA O NO EXISTENCIA DEL LÍMITE FATIGA Y SUS CONSECUENCIAS

A. Fernández Canteli¹, S. Blasón¹, B. Pyttel², E. Castillo³

¹ Escuela Politécnica de Ingeniería de Gijón, Universidad de Oviedo, Gijón, España
 ² Dept. of Mechanical and Plastics Engineering, Hochschule Darmstadt, Darmstadt, Alemania
 ³ Real Academia Española de Ingeniería, Real Academia Española de Ciencias, Madrid, España
 * Persona de contacto: afc@uniovi.es

RESUMEN

Aunque la existencia o inexistencia del límite de fatiga parece representar solo una discusión académica intrascendente en el dimensionamiento práctico, esa cuestión implica importantes consecuencias en la Mecánica de Fractura como en el cálculo de daño acumulado, reconocimiento de multiplicidad en los mecanismos de fatiga y campos *S-N*, concepto de grietas no propagantes, y repercusión sobre ΔK_{th} y diagrama de Kitagawa-Takahashi. Algunos prestigiosos científicos aducen argumentos consistentes para negar la existencia de un límite de fatiga, lo que parece confirmarse con los resultados de roturas en el régimen de *VHCF* muy por debajo del límite de fatiga en régimen de HCF. Sin embargo, solo la consideración de modelos válidos y el análisis experimental con una evaluación consistente de resultados puede confirmar o negar la validez de la hipótesis anterior. Diferentes modelos fenomenológicos basados en distribuciones de Weibull permiten asegurar, en razón de sólidas condiciones estadísticas (estabilidad, condición límite y compatibilidad), la necesaria existencia de un límite de fatiga asintótico para cada uno de los posibles múltiples mecanismos de fallo, que será nulo, o no, a tenor de los resultados experimentales. En consecuencia, sólo la obligada existencia de tal límite de fatiga asintótico permite evitar el absurdo de rotura por fatiga bajo carga nula.

PALABRAS CLAVE: Límite de fatiga, mecanismos de fallo en fatiga, modelo de Weibull probabilístico, fatiga de ultraalto número de ciclos.

ABSTRACT

Although the existence or nonexistence of the fatigue limit seems to represent only an irrelevant academic discussion in the practical design, this question implies important consequences in the Mechanics of Fracture as in the calculation of damage accumulation, recognition of multiple fatigue mechanisms and *S*-*N* fields, concept of non-propagating cracks, and repercussion on the ΔK_{th} and Kitagawa-Takahashi diagram. Some prestigious scientists adduce consistent arguments to deny the existence of a fatigue limit, which seems to be confirmed with the results of failures in the *VHCF* regime far below the *HCF* fatigue limit. However, only the consideration of valid models along with the experimental analysis based on consistent evaluation of results can confirm or deny the validity of the previous hypothesis. Different phenomenological models based on Weibull distributions, based on solid statistical conditions (stability, boundary condition and compatibility), allow the necessary existence of an asymptotic fatigue limit to be ensured for each of the possible multiple failure mechanisms. The latter will be nil, or not, according to the experimental results. Consequently, only the compulsory existence of such an asymptotic fatigue limit makes it possible to avoid the absurdity of fatigue failure under zero load value.

KEYWORDS: Fatigue limit, Fatigue failure mechanisms, Probabilistic Weibull model, *VHCF* results.

1. INTRODUCCIÓN Y MOTIVACIÓN

Sobre la base de consideraciones micromecánicas, observaciones y análisis metalográficos y evaluaciones de programas experimentales, algunos autores de trabajos clásicos [1-5] niegan la existencia de un límite de fatiga. Esta ausencia parece confirmarse, entre otros motivos, al observar resultados de fatiga en la zona de ultra alto número de ciclos (VHCF), muy por debajo del límite de fatiga esperado a partir de los datos en el régimen de fatiga entre 10^6 y 10^7 ciclos (*HCF*). Otros autores disienten de esta opinión, no tanto en el fondo, como en la forma de exponer e interpretar las razones de esa aparente ausencia de un límite de fatiga [6-8]. De hecho, la negación del límite de fatiga no se sustenta en un modelo consistente del campo *S-N*, ni distingue los diferentes posibles mecanismos de fatiga que provocan el crecimiento de grietas, pero tampoco permite evaluar

las consecuencias sobre el dimensionamiento práctico ni su repercusión en las aplicaciones de otros modelos y principios. Posiblemente, la veracidad o no de tales aseveraciones no se decidirá a corto plazo debido a la necesidad de un gran número de ensayos para su confirmación hipotética en uno u otro sentido. En cualquier caso, desde el punto de vista teórico, pero también práctico, la inexistencia de tal límite de fatiga tendría sin duda repercusión sobre la definición del umbral del rango del *FIT* y ΔK_{th} , al igual que sobre la curva de velocidad de crecimiento de la grieta, la definición del tamaño intrínseco de grieta de El Haddad e incluso sobre el diagrama Kitagawa-Takahashi. En definitiva, se trata de un tema que, sin duda, afecta a cuestiones relevantes en la mecánica de fractura.

2. CONDICIONES DE VALIDEZ EN LOS MODELOS FATIGA

La definición de los requisitos mínimos exigibles a un modelo de fatiga para ser válido resulta ineludible para resolver la cuestión de la existencia o no del límite de fatiga [7]. Existe una diferencia fundamental entre los modelos empíricos, que simplemente intentan ajustar los resultados de fatiga, como son los modelos tradicionales de Basquin y Coffin-Manson, y los modelos fenomenológicos que buscan proporcionar una solución satisfaciendo, al menos, algunas condiciones físicas y estadísticas. Los primeros son generalmente modelos deterministas, no aptos para la predicción y extrapolación fuera del alcance de los ensayos, aunque pueden incorporar posteriormente alguna forma de análisis estadístico.

Un modelo válido de fatiga deberá satisfacer, como mínimo:

- Consistencia dimensional.

- Condiciones físicas, tales como el principio del eslabón más débil y las relacionadas con la tendencia experimental observada, como, por ejemplo, incremento de vida para rangos de tensión decrecientes.

- Condiciones estadísticas, que implican estabilidad, comportamiento límite y asintótico, compatibilidad, en conjunción con la estadística de valores extremos para permitir la posibilidad de consideración de probabilidades de fallo bajas o muy bajas.

- Capacidad de extrapolación fuera del rango experimental.

Aparte de lo anterior, el modelo debería verificar su capacidad de mejora en subsiguientes desarrollos que permitan demostrar su viabilidad de aplicación en condiciones más generales mediante aumento sucesivo de su nivel de complejidad.

De los modelos existentes conocidos por los autores, solo los de Freundenthal-Gumbel [9,10], Bolotin [8,11] y Castillo-Canteli [7] satisfacen tales criterios mínimos. Se hace notar que los modelos de Freudenthal-Gumbel y Bolotin satisfacen la condición de compatibilidad, aunque esta no está contemplada explícitamente en la derivación del modelo. Del modelo S-N de regresión de Weibull propuesto por Castillo y Fernández-Canteli [7] surgen dos únicas posibles soluciones de una ecuación funcional [12] al establecer la condición de compatibilidad entre las dos distribuciones de Weibull de mínimos relativas a la vida en número de ciclos para un rango de tensión dado (o, en general, de un parámetro generalizado, GP), $F(N;\Delta\sigma)$, y al rango de tensión (o en general del GP) para una vida dada, $F(\Delta\sigma;N)$, ver [7].

Sin necesidad de otras premisas o hipótesis, el modelo proporciona la solución analítica de todo el campo S-N consistente en una familia de hipérbolas que representan a las diferentes curvas percentiles:

$$F(N; \Delta \sigma) = 1 - exp\left[-\left(\frac{\log\left(\frac{N}{N_0}\right)\log\left(\frac{\Delta \sigma}{\Delta \sigma_0}\right) - \lambda}{\delta}\right)^{\beta}\right]; \quad (1)$$
$$\log(N/N_0)\log(\Delta \sigma/\Delta \sigma_0) \ge \lambda$$

donde λ , $\delta \neq \beta$ son los parámetros del modelo de Weibull, N_0 es un número límite de ciclos y $\Delta \sigma_0$ (o en su caso, *GP*) es el límite de fatiga, es decir, el valor asintótico de $\Delta \sigma$ (o en su caso, de *GP*) para $N \rightarrow \infty$. Cabe destacar que $\Delta \sigma_0$ surge espontáneamente de la ecuación funcional como un parámetro del modelo, sin haberlo establecido previamente como premisa, pudiendo tomar cualquier valor, incluido $\Delta \sigma_0 = 0$, a tenor del ajuste de los datos experimentales. En general, el modelo anterior proporciona un ajuste consistente de los datos experimentales, incluso con un número reducido de ensayos.

Además de la definición probabilística del campo S-N, la consideración de la variable normalizada $V = \log (N/N_0)$ log $(\Delta \sigma / \Delta \sigma_0)$ permite reducir el campo S-N completo a una simple *fdd* triparamétrica de Weibull facilitando así una estrategia de ensayo racional con posible optimización del número de ensayos y del rango de tensión a aplicar, lo que permite incrementar la fiabilidad en la evaluación de los datos y limitar el número de supervivientes (*runouts*) hasta una proporción aceptable para ser considerados en la evaluación, tal como se comprueba en la aplicación del programa ProFatigue [13]. A partir de ahí es posible elaborar los intervalos de confianza, mediante el método Bootstrap.

Dado que no es posible verificar una vida infinita experimentalmente, solo queda encontrar una respuesta que permita ser corroborada por un modelo que pueda ser confirmado experimentalmente y respaldar así la predicción de vida mediante la confirmación, al menos parcial, de extrapolación en base a su grado de satisfacción en los ámbitos comprobables.

3. CONSIDERACIONES GENERALES

Los argumentos teóricos expuestos por los defensores de la inexistencia del límite de fatiga tendrían que sustentarse sobre modelos de evaluación de resultados experimentales que necesariamente satisfagan esos requisitos ineludibles arriba mencionados, como exige el contraste de toda investigación científica. Sin embargo, los argumentos aducidos por Bathias [1] y Bathias et al [2] para negar la existencia del límite de fatiga no son consistentes dado que se constata:

a) escasez de resultados disponibles que, aunque suficientes para evidenciar la tendencia inequívoca de los resultados de fatiga que corroboran la ausencia de un límite de fatiga en el rango de vida estudiado, son insuficientes para aventurar una exclusión fiable de un límite de fatiga no nulo más allá de ese rango de vida. Este hecho es reconocido por Bathias en la discusión de [1].

b) falta de un modelo de evaluación consistente que justifique la extrapolación de los resultados de fatiga. De hecho, se recurre a un ajuste empírico simplista (el del modelo de Basquin) que ignora las condiciones estadísticas básicas que debe cumplir todo modelo válido, sin aportar una evaluación probabilística y consistente del campo *S-N* que incluya supervivientes (*runouts*).

Contradiciendo lo anterior, los modelos de Freudenthal-Gumbel, Bolotin y Castillo-Canteli, al margen de sus específicas diferencias, demuestran que la curva de fatiga *S-N* tiene que tender necesariamente a una asíntota horizontal, que se interpreta como un límite de fatiga, si se pretenden descartar "fallos espontáneos de fatiga" para $\Delta \sigma = 0$, lo que, en cualquier caso, no impide aceptar incluso la existencia de un límite de fatiga nulo que garantice vida infinita.



Fig. 1. Ejemplos de soluciones inadmisibles para una modelización válida del campo S-N.

Lo anterior simplemente significa que, por debajo de ese umbral denominado límite de fatiga, no se activa ese particular mecanismo de fatiga, lo que indica que el mayor defecto hipotético de la muestra es no propagante. Ello no impide, sin embargo, que por debajo de ese umbral otros potenciales mecanismos propicien la nucleación y crecimiento de ese u otro tipo de defecto, como grietas propagantes con crecimiento hasta la rotura. En la Fig. 1 se recogen diferentes ejemplos de modelización inadmisible del campo S-N, utilizados en la actualidad.



Fig. 2. Modelo esquemático del campo S-N global de un material que incluye la multiplicidad de campos S-N asociados hipotéticamente a diferentes mecanismos de fallo.

De acuerdo con las consideraciones anteriores, solo cabe admitir la existencia de sucesivos mecanismos de fatiga que, a su vez, proporcionan diferentes campos S-N que se van desplazando hacia posiciones cada vez más bajas, en consonancia con los correspondientes límites asintóticos horizontales y decrecientes de fatiga (ver Fig. 2). De este modo, cada particular límite de fatiga se identifica con un único mecanismo de fatiga, de forma que no existe un límite de fatiga genérico del material, sino multiplicidad de límites de fatiga asociados a otros tantos mecanismos de fatiga que representan así un concepto dual mecanismo-campo S-N.

Ello no impide admitir la existencia hipotética de un determinado mecanismo (aún no identificado hasta el momento) que implique $\Delta \sigma_{lim} \rightarrow 0$, en consonancia con consideraciones termodinámicas y micromecánicas que niegan la perpetuación de una deformación elástica ideal. Se puede así constatar que los resultados experimentales proporcionados por Bathias [1] y Bathias et al. [2] no permiten excluir la aproximación de la curva S-N a una asíntota horizontal, sino simplemente afirmar que no se observa aún la existencia de asíntota en el espacio de vida a fatiga investigado experimentalmente, dado que el modelo de Basquin aplicado no ofrece garantías para aceptar una extrapolación de resultados fuera del campo temporal de ensayo. Por el contrario, tras los pioneros trabajos de Bathias en VHCF, se han conseguido notables avances en el dominio VHCF [13] que invitan a admitir la existencia de tales límites de fatiga. El ajuste de resultados mediante el modelo de Castillo-Canteli permite observar la existencia de dos mecanismos diferentes, uno superficial y el otro interno, con sus correspondientes límites de fatiga, mayor el primero en

el dominio HCF que el segundo en el dominio VHCF [14], ver Fig. 3.

Todo esto no impide especular acerca de otros nuevos modos de fallo y virtuales mecanismos actualmente no detectados, que reducirían progresivamente el límite de fatiga final de los materiales metálicos incluso hasta cero.



Fig. 3: Datos experimentales de la Hoja de Datos de Fatiga No. 98 de NIMS y campos S-N resultantes para ambos tipos de fallo (defectos superficiales e internos). (De [14]).

4. SOBRE DIMENSIONAMIENTO PRÁCTICO DE COMPONENTES REALES

En el caso de dimensionamiento de componentes reales a fatiga, es obligado definir un límite de vida específico, N_L antes del cual no se debe producir la rotura por fatiga para una probabilidad dada. Pyttel et al. [6] proponen que el término "límite de fatiga" debe sustituirse por "resistencia a la fatiga para un número definido de ciclos". Esto significa que la pregunta conceptual sobre la existencia de un límite de fatiga, en abstracto, es estéril y puede ser reemplazada en el dimensionamiento práctico de componentes simplemente por el rango, o amplitud, de tensión elegida por debajo de la cual el componente no fallará previsiblemente para una cierta probabilidad de fallo antes del número de ciclos previsto.

En consecuencia, la cuestión no se plantea como un caso de vida infinita o no, sino de supervivencia y correcto servicio en el período preestablecido para garantizar un estado límite seguro del componente, pudiendo distinguirse dos casos, en función del rango de tensiones determinado por la carga:

a) Cuando $\Delta \sigma_{max} < \Delta \sigma_{f,lim}$, es decir, cuando el máximo rango de tensión predicha, es menor que el límite fáctico de fatiga para la carga dada, $\Delta \sigma_{lim,fct}$, entendiendo por tal el valor que denota la resistencia a fatiga en el tiempo de vida N_L para una probabilidad de fallo dada, en principio, nula (ver Fig. 4). En este caso, el fallo por fatiga no se producirá antes del límite de vida útil N_L para esa probabilidad de rotura, si bien, aparecen hipotéticas grietas propagantes que crecerán para los mecanismos de fatiga involucrados, aunque su extensión no será suficiente como para producir el fallo.

b) Cuando $\Delta \sigma_{max} > \Delta \sigma_{f,lim}$, el caso es más complejo y el cálculo del daño dependerá de la forma en que se defina y maneje el historial de carga. La omisión de rangos de tensión por debajo de $\Delta \sigma_{f,lim}$ en los espectros de carga, ver Fig. 5, conducirá, a una predicción de daño, presumiblemente insegura, debido al potencial daño causado por esos niveles de carga censurados y a la reducción progresiva del límite de fatiga en el proceso de carga. Por el contrario, si el tiempo de actuación de la carga está referido al número total de ciclos aplicado, la omisión será conservadora.



Fig. 4. Representación esquemática de los diferentes campos S-N para los diferentes mecanismos de fatiga a los que puede estar sometido el componente con el límite de vida previsto y el límite fáctico de fatiga.



Fig. 5. Espectro de carga y supresión de niveles de carga por debajo del límite fáctico de fatiga, $\Delta \sigma_{lim,fact}$.

Todo mecanismo de fallo por fatiga que no sea determinante o que aún no haya surgido hasta el tiempo de vida prefijado, N_L , en el dimensionamiento del componente, no es factible de ser considerado en el cálculo de daño acumulado y, por lo tanto, es irrelevante a efectos de predicción de vida de fatiga en el estado actual de conocimiento.

Desde una perspectiva práctica, el límite fáctico de fatiga, $\Delta \sigma_{lim,fct}$, actúa como un límite de fatiga verdadero,

independientemente de los posibles mecanismos que de manera latente puedan activarse para $N > N_L$. Nótese que el campo *S-N* y, por tanto, el dimensionamiento puede estar referido a un parámetro de referencia generalizado, *GP*, no necesariamente coincidente con el rango de tensión $\Delta \sigma$, como en este caso. Parámetros de tipo energético o similar a los empleados en fatiga multiaxial o fretting tales como *SWT*, *FS*, etc. son no solo posibles sino recomendables, dependiendo del tipo de solicitación y componente a dimensionar.

Obsérvese también que la definición probabilística del campo S-N y del cálculo de daño acumulado, de acuerdo con el procedimiento propuesto, permite adoptar el margen o coeficiente de seguridad que se considere conveniente frente a fallo por fatiga, complementado en su caso con la correspondiente información del programa experimental (ver Fig. 6). Se confirma así la transcendencia de emplear un modelo válido de fatiga en la evaluación de los resultados experimentales para definir el campo S-N.



Fig. 6. Representación esquemática del análisis probabilístico de rotura por fatiga para un número de ciclos límite.

5. DISCUSIÓN

En las normas y directrices relacionadas con fatiga se constata una manifiesta y sorprendente incoherencia al proponer un número de ciclos inconsistentemente bajo, normalmente 2.106 o 107 ciclos, al que se asocia un pretendido límite de fatiga. De hecho, la necesidad de ampliar la vida útil hasta el régimen de VHCF, es decir, por encima de 10⁹ ciclos, o incluso más alto en el próximo futuro, debería ser motivo de discusión en razón de las consecuencias sobre seguridad implicadas. Para algunos autores la reducción de la resistencia a fatiga para esas vidas tan altas sería una prueba de inexistencia del límite de fatiga. Sin embargo, el reconocimiento de un segundo mecanismo considerado competitivo del primero, proporciona nuevos argumentos para mantener el criterio de existencia de tal límite de fatiga, siendo la única diferencia la correspondencia entre el límite de fatiga y el particular micromecanismo involucrado.

Hasta aquí se ha obviado, por razones de simplicidad y espacio, la dependencia del límite de fatiga con el acabado superficial, aunque es bien conocido que el tamaño inicial de grieta y el nivel de tensión aplicado (en realidad de la tensión máxima), tanto de las probetas ensayadas en el programa experimental como del componente real bajo análisis de fatiga, condicionan el carácter propagante o no propagante de las grietas. La rugosidad del mecanizado y la existencia o no de defectos, irregularidades geométricas como muescas, etc., repercuten directamente en la definición del campo S-N, por tanto del límite de fatiga, y en la correspondencia entre aquel y la predicción de vida real del componente.

Aparte de ello, la existencia del límite de fatiga repercute directamente:

a) En la definición del diagrama Kitagawa-Takahashi, dado que la correspondencia entre mecanismo de fallo por fatiga y límite horizontal asintótico del campo *S-N* (para cada acabado superficial) es igualmente extensible al diagrama de Kitagawa-Takahashi: Cada mecanismo específico de fatiga está asociado a un diagrama K-T, no siendo éste propiedad del material, como puede creerse. De hecho, existen tantos diagramas K-T, como mecanismos de fatiga, de acuerdo con los correspondientes tipos de grietas propagantes, pero un único diagrama K-T, independientemente del acabado superficial del material, contrariamente a lo observado sobre los límites de fatiga.

En consecuencia, cada mecanismo está asociado a un campo *S-N* particular (dependiente del acabado superficial), que proporciona el correspondiente límite de fatiga $\Delta \sigma_{lim}$ y, en consecuencia, un tamaño intrínseco de grieta, a_i , específico, mediante la ecuación de El Haddad, a partir del también particular ΔK_{th} . Ambos intervienen en la definición del diagrama *K-T* al definir la asíntota superior y aplicar el ajuste asintótico.

La inconsistencia en la definición del campo *S-N* (como ocurre con curvas *S-N* bi-o trilineales, censuradas arbitraria y prematuramente) conduce a una estimación no conservadora del tamaño de grieta intrínseca y, por lo tanto, de la definición del diagrama *K-T*, que en realidad debería estar referido a un límite de vida útil N_L , definido por el punto de acodamiento de la curva *S-N* y no a vida infinita, como se está afirmando. De este modo, el diagrama *K-T* aporta nuevos argumentos para la existencia de límites de fatiga horizontales y asintóticos: de lo contrario, no existiría ΔK_{th} , ni tamaño de grieta intrínseco, ni ajuste asintótico para la definición del diagrama *K-T*.

b) En el concepto de grietas propagantes o no propagantes, puesto que la no existencia de un límite de fatiga implica automáticamente la negación de grietas no propagantes, a menos que el concepto de límite de fatiga se relacione con un mecanismo particular de fallo en fatiga, como aquí se propone. En consecuencia, el concepto de "grietas no propagantes" para un determinado mecanismo de fatiga "i" es coherente, dado que dicho mecanismo "i" no se activa mientras el *FIT*

permanezca siempre por debajo de $K_{max,th}$, o equivalentemente $\Delta \sigma < \Delta \sigma_{lim}$ para el tamaño de grieta característico de la muestra.

En consecuencia, los autores no rebaten básicamente la tesis de Bathias et al. [1,2], sino su argumentación, aportando nuevos conceptos compatibles con la modelización y principios físicos de grieta propagante, tales como la propuesta de dicotomía entre límite de fatiga y mecanismo de fallo por fatiga y su multiplicidad, en un intento de contribuir a una clarificación definitiva sobre la cuestión del límite de fatiga. Para ello se insiste en la necesaria recurrencia a un modelo S-N probabilístico, aunque esta condición, por sí sola, no sea suficiente para garantizar la extrapolación más allá de la vida límite en el ensayo. Por esta razón, para proceder a la validación experimental de esta cuestión, se deberá contar con un modelo micromecánico o fenomenológico adecuado para la definición del campo S-N, dado que aparte de los requisitos físicos y estadísticos que debe cumplir un modelo de este tipo, la dispersión de los resultados y la justificación en la extrapolación representan interesantes bases de referencia en la satisfacción de la integridad estructural.

5. CONCLUSIONES

Las principales conclusiones que se derivan de este trabajo son las siguientes:

- La cuestión de existencia o no existencia del límite de fatiga es irrelevante en el dimensionamiento de componentes reales si la predicción de vida a fatiga se lleva a cabo correctamente con el adecuado modelo probabilístico de fatiga.

- Un modelo de fatiga correcto tiene que presentar un límite de fatiga horizontal y asintótico. De lo contrario se estaría admitiendo la aparición de fallos espontáneos para una carga de fatiga nula.

- Los modelos probabilísticos de fatiga de Freudenthal-Gumbel, Bolotin y Castillo-Canteli incluyen la existencia de un límite de fatiga que puede ser nulo en concordancia con la evaluación de los resultados.

- Cada mecanismo específico de fallo por fatiga implica la existencia del correspondiente campo *S-N* con su propio límite de fatiga asintótico, por lo que se puede afirmar la multiplicidad de campos *S-N* en concordancia con los mecanismos de fatiga existentes.

- Consideraciones termomecánicas y microestructurales permiten admitir un hipotético mecanismo de fatiga ulterior, por el momento no identificado, que presentaría un límite de fatiga nulo.

- La ausencia de un límite de fatiga tendría repercusión en el concepto de "grietas propagantes o no propagantes", por tanto en la definición de ΔK_{th} , del tamaño intrínseco de grieta a_i de El Haddad y en el diagrama *K*-*T*, por lo que indudablemente el tema representa un reto importante en la definición de cuestiones relevantes en la mecánica de la fractura.

REFERENCIAS

- C. Bathias, There is no infinite fatigue life in metallic materials, Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures (1999) 22: 559-565.
- [2] C. Bathias, L. Drouillac, P. Le François, How and why the fatigue S-N curve does not approach a horizontal asymptote, Int J Fat (2001) 23:S143-S151.
- [3] C.M. Sonsino, Course of SN-curves especially in the high-cycle fatigue regime with regard to component design and safety, Int J Fat (2007) 29, 2246-2258.
- [4] S. Stanzl-Tschegg, B. Schönbauer, PSB threshold and fatigue limit of polycrystalline copper in the VCHFregime, in Proc. VHCF 4, Ann Arbor, 15-22, 2007.
- [5] S. Nishijima, Statistical fatigue properties of some heat-treated steels for machine structural use, Statistical Analysis of Fatigue Data, ASTM STP 744 Ed. R.E. Little and J.C. Eckwall, 75-88, 1979.
- [6] B. Pyttel, D. Schwerdt, C. Berger, Very high cycle fatigue is there a fatigue limit? Int J of Fatigue (2011) 33:49-58.
- [7] E. Castillo, A. Fernández-Canteli, A unified statistical methodology for modeling fatigue damage, Springer, 2009.
- [8] V.V. Bolotin, Wahrscheinlichkeitsmethoden zur Berechnung von Konstruktionen, Verlag für Bauwesen, Berlin, 1981.
- [9] A.M. Freudenthal, The statistical aspect of fatigue of materials, Proceedings of the Royal Society (1946) A, Vol. 187, issue 1011.
- [10] A.M. Freudenthal, E.J. Gumbel, Physical and statistical aspects in fatigue, Advances in Applied Mechanics, Ed. H.J. Dryden & Th. Von Kármán, Academic Press, Vol. IV, 116-160, N.Y., 1956.
- [11] V.V. Bolotin, Mechanics of fatigue, CRC Press, Boca Raton, 1998.
- [12] E. Castillo, A. Iglesias, R. Ruíz-Cobo, Functional equations in applied sciences, Elsevier, Amsterdam, 2005.
- [13] A. Fernández Canteli, C. Przybilla, M. Nogal, M. López Aenlle, E. Castillo, ProFatigue: A software program for probabilistic assessment of experimental fatigue data sets. Procedia Engineering (2014) 74: 236-241.
- [14] M. Muniz-Calvente, A. Fernández-Canteli, B. Pyttel, E. Castillo, Probabilistic assessment of VHCF data as pertaining to concurrent populations using a Weibull regression model, Fat & Fract of Eng Mat & Struct (2017) 40:1772-1782.

CARACTERIZACIÓN DE CURVAS DE VELOCIDAD DE CRECIMIENTO DE GRIETAS POR FATIGA: INFLUENCIA Y COMPARATIVA DE MÉTODOS DE AJUSTE

S. Blasón^{1*}, M. Madia², C. Rodríguez¹, A. Fernández Canteli¹

 ¹ Departamento de Construcción e Ingeniería de Fabricación. Universidad de Oviedo, España
 ² BAM, Federal Institute for Materials Research and Testing. Berlín, Alemania * Persona de contacto: blasonsergio@uniovi.es

RESUMEN

El adecuado tratamiento de los resultados experimentales de fatiga resulta esencial para una correcta definición de las curvas de crecimiento de grietas por fatiga (*FCGR*), para lo cual se recurre a distintas leyes y expresiones publicadas en la literatura. La conjunción de un análisis probabilístico en tal procedimiento, permite incrementar la fiabilidad de predicción de vida de componentes bajo cargas de fatiga. En este trabajo se analiza la variabilidad de los parámetros de ajuste según la ley lineal de Paris a escala log-log con especial atención a la influencia de la elección de los puntos extremos considerados en el ajuste de los datos experimentales, una cuestión relevante no especificada en ninguna de las normativas y guías de las que los autores tienen constancia. Asimismo, se analizan comparativamente las curvas *FCGR* obtenidas según dos propuestas diferentes de ajuste que contemplan explícitamente las tres regiones de propagación, a saber, la reputada ecuación de *NASGRO* y una nueva propuesta alternativa basada en funciones de valores extremos, que permite salvar ciertas inconsistencias de la anterior.

PALABRAS CLAVE: ley de Paris; ecuación de NASGRO; nueva propuesta analítica de *FCGR*; procedimiento de ajuste; modelo fenomenológico

ABSTRACT

The adequate assessment of the experimental fatigue results is indispensable for the correct definition of the FCGR curves, for which different laws and expressions as published in the literature are at disposal. Adding a probabilistic analysis to such a procedure allows the reliability of the life prediction of components subject to fatigue loading to be enhanced. In this work, the variability of the fitting parameters intervening in the linear Paris law at log-log scale is analysed, whereby particular attention is paid to the influence of the selected limiting points of the experimental results to which fitting is referred, a question not contemplated by any of the standards and guidelines about which the authors are aware. In addition, a comparative analysis of the FCGR curves, which encompass the whole definition of the three regions, is presented using two different fitting laws, namely, the celebrated NASGRO equation and a new alternative proposal modelled as a function of the extreme value distributions family, which allows some inconsistencies of the former to be overcome.

KEYWORDS: Paris law; NASGRO equation; new analytic FCGR proposal; experimental fitting procedure; phenomenological model

1. INTRODUCCIÓN

La evaluación de la vida remanente en fatiga desde la perspectiva de "tolerancia al daño" admite la presencia de defectos en el componente de interés que no exigen sustitución de aquel con efecto inmediato, sino que, alternativamente, permite continuar su vida útil hasta que el tamaño de la grieta alcanza un valor límite, previamente definido, para el que se produce indefectiblemente la reposición o reparación inmediata de la pieza en aras de asegurar la integridad estructural del elemento. La aceptación de este tipo de mantenimiento preventivo requiere, entre otras tareas, una predicción fiable de la evolución del deterioro en el material, en función del tamaño de la grieta, durante el desempeño de su función. Durante la fase de propagación, las curvas de velocidad de crecimiento de grietas por fatiga (curvas FCGR, de acuerdo a sus siglas en inglés) constituyen la información de referencia a la hora de prever con qué rapidez evolucionarán de acuerdo al estado tensional y la geometría del elemento estructural en cuestión. Este tipo de curvas describen, en último término, la celeridad con la que se desarrolla el daño debido al proceso de fatiga dando cuenta de la velocidad de avance de grieta respecto al número de ciclos, da/dN, en función del valor del parámetro de solicitación empleado. Aunque no es objeto de este trabajo analizar o proponer el parámetro de referencia (*driving force*) que con mayor precisión representa el patrón de comportamiento de este proceso, en adelante se supone el factor de intensidad de tensiones máximo, K_{max} , o alternativamente su rango, ΔK , como parámetro de referencia.

Aunque la ley de Paris [1] se aplica recurrentemente en el ajuste del intervalo central de las curvas *FCGR*, cabe señalar ciertas limitaciones en dicha ecuación. En primer lugar, se observa su inconsistencia dimensional, pues el valor que toman sus constantes depende de las unidades utilizadas en ambas variables. En segundo lugar, conviene subrayar que la linealidad observada en la segunda etapa de propagación al representarse en escala doblemente logarítmica queda restringida a un intervalo relativamente exiguo si se admite que la evolución de la curva completa es marcadamente sigmoidal y que, por tanto, la pendiente solo se mantiene constante localmente.

La popularidad de la ecuación de Paris se debe, sin duda a su facilidad de aplicación, junto al hecho de que permite comparar de forma rápida e intuitiva la respuesta de distintos materiales ante cargas de fatiga. No obstante, el procedimiento para la determinación de los parámetros de Paris no queda suficientemente especificado en las normativas ni guías de las que los autores tienen constancia, en las que no se define específicamente ambos límites del intervalo en el que se aplica el ajuste de los resultados experimentales.

En este trabajo se propone un protocolo de evaluación para la estimación de las constantes de Paris considerando diferentes tamaños del intervalo ΔK_{max} - ΔK_{min} , que permite enjuiciar su idoneidad en función de la bondad del ajuste y del número de valores experimentales tenidos en cuenta.

Por otro lado, entre los modelos que contemplan las tres etapas de propagación se destaca la propuesta de Forman-Newman-De Koning (FNK) [2], popularizada por el software NASGRO, bajo denominación comercial, desarrollado bajo auspicios de la NASA y del Southwest Research Institute. Entre las aportaciones más destacables incluidas en la formulación de NASGRO se incluye la evaluación de los efectos de cierre de grieta inducidos por plasticidad propuesta por Newman [3]. El programa proporciona una definición completa de la curva FCGR, según una ley basada en 4 parámetros de ajuste, en la que figura un término principal, a semejanza de la propuesta de Paris, que se complementa con sendos términos para cada ramal asintótico de las regiones extremas, inferior y superior, limitadas, respectivamente, por ΔK_{th} y K_C .

Sin ser pretensión de este trabajo menospreciar la aplicabilidad del modelo *NASGRO* para reproducir las curvas *FCGR*, se pueden señalar dos deficiencias. En primer lugar, mantiene una incoherencia dimensional análoga a la que presenta la ley de Paris. En segundo lugar, el comportamiento asintótico de las curvas *FCGR* en ambos extremos se consigue mediante una ingeniosa pero empírica incorporación de sendos exponentes sin interpretación física, lo que sugiere explorar otras posibles soluciones de ajuste.

Como alternativa a la ecuación de NASGRO se propone aquí el uso de una función de distribución de la familia de valores extremos para un ajuste de la curva FCGR completa, es decir de las tres etapas, inspirada en el modelo de Castillo et al [4], que define la curva completa de velocidad de grietas por fatiga, supliendo las deficiencias identificadas en las propuestas anteriores. La consideración del teorema π de Buckingham [5] permite garantizar la consistencia dimensional. A su vez, la normalización de ΔK , como parámetro de referencia, referida a las asíntotas ΔK_{th} y K_C , junto al crecimiento monotónico, acotado entre 0 y 1, de la curva FCGR permiten identificarla como una función de distribución, que en base a ciertas consideraciones, se puede asignar a una distribución de máximos de Gumbel (da/dN, a escala logarítmica) o biparamétrica de Fréchet (da/dN, a escala natural) para representar la curva FCGR de crecimiento de grieta por fatiga, interpretada como un proceso de daño. La formulación analítica del modelo aporta notables ventajas en el análisis de su variabilidad, en la deducción y estudio de la curva a-N, y en la interpretación física de los parámetros, entre los que se incluye ΔK_{th} incrementando así la fiabilidad en su estimación. El resto de contribuciones que aporta NASGRO, tales como la consideración de la influencia del cierre de grieta, y de la relación de cargas R, son igualmente implementables en el modelo propuesto.

2. AJUSTE LINEAL DE LA SEGUNDA ETAPA DE PROPAGACIÓN (PARIS)

2.1. Análisis dimensional

La propuesta de Paris viene dada por la Expr. (1), donde, en escala doblemente logarítmica, el parámetro mconstituye la pendiente y C representa el corte con el eje de ordenadas cuando ΔK toma el valor unidad.

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^m \tag{1}$$

Las unidades en que ha de expresarse *C* se deducen fácilmente en función de las propias de ΔK y del resultado del ajuste con el parámetro *m*, de manera que, si el rango de *K* y la velocidad de propagación vienen reflejados, por ejemplo, en [MPa·m^{1/2}] y [mm/ciclo], respectivamente, *C* quedará definido por [10³·ciclo·MPa^{1/m}·m^{1/(2·m)-1}]. Esto implica que cualquier cambio en las unidades de medida

del tamaño de grieta supondrá inmediatamente el cambio del valor de la constante *C* para que la ecuación de Paris mantenga su validez. La norma FKM [6] ya advierte explícitamente sobre la dependencia entre las unidades de *da/dN* y ΔK y las constantes a estimar. Por su parte Bolotin [7] sugiere la adimensionalización de ΔK , lo que permite evitar los referidos inconvenientes, circunstancia que tiene en cuenta la norma rusa al proponer una variante de la ecuación de Paris con ΔK^* como parámetro de referencia adimensional.

2.2. Propuesta de criterio de ajuste

La estimación de los parámetros de la ley de Paris requiere fijar un intervalo en el que se satisfaga una ley lineal para la curva FCGR en escala doblemente logarítmica, lo que permite utilizar los valores experimentales en dicha franja para completar el ajuste (por mínimos cuadrados, por ejemplo). Habitualmente dicho intervalo se establece en términos de ΔK . En el caso de metales, como referencia del valor superior del intervalo puede tomarse la recomendación de la ISO 12108 [8], que establece el mínimo ligamento no agrietado de probeta para asegurar la predominancia del estado tensional lineal-elástico. Empleando probetas de flexión en tres puntos, la normativa establece la Expr. (2) como aquella que fija el tamaño de grieta límite a partir del cual no se cumplirían tales condiciones de rigidez, en función de características geométricas, valor máximo de solicitación y límite elástico del material. Existen expresiones semejantes para otras geometrías estandarizadas.

$$(W-a) \ge \left(\frac{3000\lambda F_{max}}{2BR_{p0,2}}\right)^{1/2}$$
 (2)

Conocido el rango de cargas aplicado y el tamaño de grieta admisible para evitar efectos de plasticidad, el valor de ΔK que define el límite superior del intervalo a considerar puede determinarse en cada ensayo para la estimación de la expresión de Paris.

Sin embargo, la decisión del valor inicial a tener en cuenta puede no ser evidente. La presunta arbitrariedad en la concreción de los límites del tramo rectilíneo de la segunda etapa de propagación puede minimizarse llevando a cabo un estudio iterativo sobre la bondad del ajuste para los distintos valores iniciales.

Así, una vez precisado el límite superior, el procedimiento se completa practicando un barrido de valores discretos de ΔK por debajo del valor anterior, aplicando incrementos unitarios y realizando el ajuste para cada grupo de valores experimentales registrados existente entre ambos márgenes.

De este modo, el intervalo óptimo será aquel que proporcione el mayor grado de bondad. No obstante, resulta conveniente establecer un número mínimo de pares de valores a considerar, por debajo del cual no sería razonable aceptar el ajuste, lo que evitaría el caso trivial de lograr la optimización a una recta con dos puntos experimentales.

La automatización de este método de ajuste resulta sencilla y de fácil programación. Como ejemplo de aplicación se analizan los resultados de la Fig. 1, que representa los valores de crecimiento de grieta en modo I de una muestra de acero 355NL, ensayada en tracción bajo una relación de cargas R = 0 manteniendo constante el rango de fuerzas durante todo el proceso [9]. Las gráficas muestran, por un lado, la evolución del tamaño de grieta con el número de ciclos durante el ensayo (*a-N*) y, por el otro, la velocidad de crecimiento representada frente a ΔK , como parámetro de referencia.

Las mediciones de avance de grieta se realizaron empleando el método de caída de potencial, con registro de valores experimentales cada 20 μ m o 100 μ m, dependiendo de si las velocidades eran inferiores o superiores a 10⁻⁶ mm/ciclo, respectivamente.

Las propiedades del material, junto con la geometría y condiciones de carga de la probeta permiten deducir el ligamento límite remanente según la normativa, y encontrar la correspondencia entre el tamaño de grieta asociado y el valor de ΔK tomado como límite superior del intervalo en la determinación de las constantes de Paris, que en este caso concreto adopta el valor de 16 MPa·m^{1/2}.



Figura 1. Ensayo de crecimiento de grieta en acero 355NL (R=0).

La Tabla 1 presenta las evaluaciones de la ley de Paris tomando en consideración distintos valores iniciales de ΔK , en incrementos unitarios; también indica el número de valores experimentales intervinientes en cada ajuste (decreciente a medida que aumenta el valor de $\Delta K_{inicial}$). El análisis incluye, además, una evaluación de la bondad del ajuste mediante el coeficiente de determinación R^2 .

Tabla 1. Ajuste de la ley de Paris evaluando distintos rangos ΔK

$\Delta K_{inicial}$	Puntos Exp.	m	С	\mathbb{R}^2
6	82	3.00182	3.43·10 ⁻⁹	0.99725
7	48	3.07294	$2.87 \cdot 10^{-9}$	0.99708
8	39	3.15766	$2.32 \cdot 10^{-9}$	0.99747
9	32	3.05583	3.02·10 ⁻⁹	0.99880
10	26	3.03668	$3.17 \cdot 10^{-9}$	0.99819
11	20	3.03938	3.15·10 ⁻⁹	0.99664
12	16	3.04021	$3.14 \cdot 10^{-9}$	0.99508
13	12	3.04433	3.11·10 ⁻⁹	0.99043
14	8	3.18926	$2.08 \cdot 10^{-9}$	0.97811
15	5	3.38761	$1.20 \cdot 10^{-9}$	0.94097

Aunque, las diferencias no son, en apariencia, comparativamente significativas, en relación con los valores de la pendiente *m*, resultan más sensibles al observar la variación de *C*. Siguiendo el criterio de maximización de R^2 a fin de encontrar el conjunto de parámetros del ajuste óptimo, en este ejemplo ilustrativo se observa que el rango de evaluación más apropiado a considerar es el del intervalo entre 9 y 16 MPa·m^{1/2}.

3. MODELO DE AJUSTE DE LAS CURVAS FCGR

3.1. Ecuación de NASGRO

El modelo NASGRO para describir la velocidad crecimiento de grieta viene dada por la Expr. (3). En ella, *f* representa la función de apertura de grieta descrita por Newman [3]; *R*, la relación de cargas; K_c es la tenacidad a fractura del material; ΔK_{th} es el umbral de rango del factor de intensidad de tensiones; K_{max} corresponde al valor máximo de ΔK durante el ciclo de carga y *C*, *n*, *p* y *q* constituyen los 4 parámetros de ajuste, donde los 2 primeros definen la región de Paris, y los 2 últimos posibilitan la curvatura y consiguiente ajuste asintótico en las regiones extremas.

$$\frac{da}{dN} = C \left[\left(\frac{1-f}{1-R} \right) \Delta K \right]^n \frac{\left(1 - \frac{\Delta K_{th}}{\Delta K} \right)^p}{\left(1 - \frac{K_{max}}{K_C} \right)^q}$$
(3)

3.2. Modelo alternativo propuesto

La forma sigmoidal de las curvas *FCGR* sugiere su identificación como funciones de distribución, una vez normalizada la variable principal que gobierna la velocidad de propagación de grieta. La interpretación del crecimiento de grieta como proceso de daño resultante de una sucesión de roturas de elementos primarios [7] favorece la descripción del fenómeno como una función estadística de valores extremos, particularmente de máximos al implicar la limitación de los incrementos máximos en el frente de grieta. Dado que los resultados de log(*da/dN*) se extienden entre - ∞ y + ∞ , procede la consideración de una función de Gumbel como posible

candidato. La consideración de da/dN en escala natural, permite la consideración alternativa de una distribución biparamétrica (con inicio en da/dN = 0) de Fréchet.

En consecuencia, una vez adimensionalizadas las variables según las Exprs. (4), se propone indistintamente el empleo de la distribución de Gumbel de máximos, de acuerdo a Expr. (5), en la que λ_G , y δ_G son los parámetros de localización y escala, respectivamente; o de la función biparamétrica de Fréchet de máximos, según Expr. (6), en la que λ_W , y δ_W son los parámetros de localización y escala. Ambas están relacionadas a través de la Expr. (7). Se hace notar, en este caso, el uso de K_{max} en lugar de ΔK como parámetro de referencia.

$$K_{max}^{*} + = \frac{\log\left(\frac{K_{max}}{K_{Ic}}\right) - \log\left(\frac{K_{th}}{K_{Ic}}\right)}{1 - \log\left(\frac{K_{th}}{K_{Ic}}\right)};$$

$$da^{*}/_{dN^{*}} = \left(\frac{da}{W}\right)\left(\frac{N_{0}}{dN}\right)$$
(4)

$$K_{max}^{*}^{+} = \exp\left[-\exp\left(\frac{\lambda_{G} - \log\left(\frac{da^{*}}{dN^{*}}\right)}{\delta_{G}}\right)\right]$$
 (5)

$$K_{max}^{*}^{*} = exp\left[-\left(\frac{\delta_{F}}{\underline{d}a^{*}}\right)^{\beta_{F}}\right]$$
(6)

$$\delta_F = \exp(\lambda_G); \beta_F = \frac{1}{\delta_G} \tag{7}$$

No se hacen aquí consideraciones respecto al cierre de grietas en ninguna de sus posibles variantes predominantes (inducido por plasticidad, rugosidad o residuos en forma de óxidos). La determinación de valores efectivos del parámetro de referencia contemplando dichos fenómenos puede llevarse a cabo, bien mediante estrategias experimentales, o bien recurriendo a los modelos de Newman [3], Suresh-Ritchie [10], o Maierhofer et al. [11], entre otros.

Bajo estas premisas, surgen inicialmente dos posibles variantes en la evaluación. En la primera, no se imponen o se conocen de antemano el valor K_{th} , el de K_c , o ambos, sino que representan parámetros del modelo a estimar a partir del registro de datos experimentales para una determinada condición de carga R. La solución, como función de distribución de extremos, define la curva $da/dN-\Delta K$ posibilitando el reconocimiento de la posible relación entre los valores de los parámetros del modelo para cada condición de solicitación R. En la segunda, como en la aplicación de la NASGRO, se tiene constancia previa de aquellos, bien experimentalmente o bien aplicando algún modelo de estimación.

3.3. Ejemplo práctico y comparativa

A fin de constatar el potencial de la propuesta basada en funciones de extremos se analizan los resultados de la campaña experimental de Pokorný et al. [12] relativa a curvas da/dN- ΔK_{ef} para valores de *R* igual a -2, -1, -0,5, 0,1, 0,5 y 0.8, empleando en este caso $K_{max} = \Delta K / (1-R)$ como parámetro de referencia de las curvas *FCGR*.

En la Fig. 2 se representan los resultados experimentales ajustados con el modelo *NASGRO*. Como se observa, se prescinde del término que define la rama superior de la curva *FCGR* con el argumento de su casi nula influencia a efectos del cálculo de la vida a fatiga. Sin embargo, esto resta credibilidad al modelo *NASGRO* al evidenciar que la influencia de esta zona no está consecuentemente representada en el ajuste integral de las tres zonas del modelo.



Figura 2. Ajuste de la curva da/dN-K_{max} según NASGRO de resultados experimentales en [12].

La Tabla 2 y la Fig. 3 reflejan, respectivamente, los parámetros de ajuste resultantes y la representación de la evaluación del registro experimental para cada R aplicando la expresión de Gumbel para máximos en el modelo alternativo. Nótese que no se ha fijado de antemano el valor de $K_{max,th}$, sino que éste se estima como un parámetro más del modelo sin forzar el ajuste de los datos experimentales; no obstante, el modelo admite la consideración de valores prefijados para $K_{max,th}$ y $K_{max,th}$, cómo en la aplicación de *NASGRO*. La primera de las gráficas, 3-a, representa las curvas adimensionales, $da^*/dN^*-K^*_{max}$ ⁺, con sus correspondientes ajustes; la segunda, 3-b, su versión dimensional, da/dN- K_{max} .

Finalmente, la Fig. 4 pone de manifiesto la buena concordancia existente entre los valores umbrales experimentales promediados, $K_{max,th}$, según [10], y los parámetros de ajuste obtenidos mediante la propuesta alternativa, para diferentes condiciones de carga, *R*. Se observan valores aproximadamente constantes hasta alcanzar relaciones de cargas en los que los efectos de cierre de grieta dejan de tener presencia. Esto confirma el

significado físico de los parámetros intervinientes en las funciones estadísticas de extremos, y su utilidad al propiciar, en último término, una posible predicción de la influencia de las diferentes condiciones de carga (R) sobre el desarrollo de la curva *FCGR*.



Figura 3. Ajuste de los resultados de [10] para distintos valores de R: a) curva adimensional $da^*/dN^*-K^*_{max}$ normalizada; b) curva $da/dN-K_{max}$ según modelo alternativo.

Tabla 2. Valores $K_{max,th}$ experimentales (promedio) y parámetros de ajuste del modelo alternativo para los resultados de [10] bajo distintas R.

R	-2	-1	-0.5	0.1	0.5	0.8
K _{max,th} (exp)	6.59	7.01	7.11	6.68	6.39	14.73
K _{max,th} (ajuste)	6.53	6.25	6.27	5.67	6.21	14.56
λ_{G}	-7.56	-7.55	-7.68	-7.86	-9.38	-10.2
$\delta_{\rm G}$	2.69	2.90	2.96	3.42	2.77	2.01



Figura 4. Valores experimentales K_{max,th} según [10] y los parámetros de ajuste con Gumbel_{MAX}, para diferentes R.

4. CONCLUSIONES

Las principales conclusiones que se extraen de este trabajo son las siguientes:

- La normalización en los modelos de fatiga basada en variables adimensionales y consistencia dimensional mejoran la calidad de aquellos al evitar incongruencias y facilitar su interpretación física.

- Se analiza un modelo fenomenológico, como propuesta alternativa al modelo NASGRO, basado en funciones de distribución de la familia estadística de extremos, capaz de reproducir las tres etapas de la curva FCGR, en el que ΔK_{th} , se incorpora como parámetro del modelo.

- La interpretación física de los parámetros del nuevo modelo, permiten avanzar en una posible predicción de la influencia de las diferentes condiciones de carga (R)sobre el desarrollo de la curva FCGR.

- Se propone una metodología para garantizar una objetiva optimización en el ajuste linealizado del crecimiento de grieta en la zona de Paris.

- La aplicación del programa *ProPagation* permite un ajuste sencillo de las curvas FCGR, basado en el nuevo modelo global de extremos propuesto, proporcionando una satisfactoria fiabilidad, lo que pone en entredicho la utilidad del método de linealización.

- La representación de curvas FCGR referidas a la variable K_{max} resulta ventajosa frente a la de ΔK en el análisis de la influencia de las condiciones de carga, R.

- Junto a su inconsistencia dimensional, el programa *NASGRO* evidencia otras limitaciones, como la obligada preestimación de las asíntotas del modelo, que lo hacen menos fiable que el modelo propuesto.

REFERENCIAS

- Paris P., Erdogan F. A critical analysis of crack propagation laws. Journal of Basic Engineering, Transactions of the American Society of Mechanical Engineers 1963; 528-534.
- [2] NASA Johnson Space Center, Southwest Research Institute, NASGRO Reference Manual V4.02. In: SwRI, editor 2002; p.138.
- [3] Newman J.C. Jr. A crack opening stress equation for fatigue crack growth. International Journal of Fracture 1984, 24, R131-R135.
- [4] Castillo E., Fernández-Canteli A., Siegele D. Obtaining S-N curves from crack growth curves. An alternative to self-similarity, Int. J. of Fracture, 2014, 187, (1), 159-172.
- [5] Buckingham, E. The principle of similitude. Nature 1915; 96, 396–397.
- [6] FKM Guideline, Fracture mechanics proof of strength for engineering components, VDMA Verlag, Frankfurt/Main, 2009.
- [7] Bolotin V.V. Statistical methods in structural mechanics, Holden-Day, S.F., 1969.
- [8] ISO 12108:2018. Metallic materials Fatigue Testing Fatigue crack growth method.
- [9] Cortesía de Bundesanstalt für Materialforschung und -prüfung (BAM). Division 9.1, Service Loading Fatigue and Structural Integrity.
- [10] Suresh S, Ritchie RO. A geometric model for fatigue crack closure induced by fracture surface roughness. Metal Trans. A. 1982; 31, 13-1627.
- [11] Maierhofer J., Gänser H.-P., Pippan R. Crack closure and retardation effects-experiments and modelling. Procedia Structural Integrity 2017; 4, 19-26.
- [12] Pokorný P., Vojtek T., Náhlík L., Hutar P. Crack closure in near-threshold fatigue crack propagation in railway axle steel EA4T. Eng. Fracture Mechanics 2017; 185, 2–19.

CAMINOS DE PROPAGACIÓN DE FISURAS EN PLACAS ENTALLADAS SOMETIDAS A CARGA DE FATIGA EN TRACCIÓN

J.C. Matos*, B. González, J. Toribio

GIFIE Grupo de Investigación en Fractura e Integridad Estructural, Universidad de Salamanca Campus Viriato, Avda. Requejo 33, 49022 Zamora, España * Correo-e: jcmatos@usal.es

RESUMEN

En este artículo se estudian los caminos de propagación de fisuras en esquina y de fisuras superficiales originadas a partir de una entalla semicircular en una placa de espesor finito sometida a carga de fatiga en tracción. Con este fin se ha realizado una modelización numérica que permite evaluar el avance del frente de fisura a partir de la ecuación de Paris y de los factores de intensidad de tensiones obtenidos por Newman *et al.* Los resultados muestran que las fisuras en su crecimiento tienden hacia un *camino de propagación preferente*, el cual presenta relaciones de aspecto mayores que uno, más elevadas para las fisuras superficiales que para las tipo esquina y que se incrementan (para cada profundidad relativa de fisura dada) al disminuir la relación entre el radio de la entalla y el espesor de la placa. Sin embargo, la convergencia (acercamiento entre las curvas de propagación de fisuras) es más rápida al aumentar la relación entre el radio de la entalla y el espesor de la placa.

PALABRAS CLAVE: Fisura en esquina, Fisura superficial, Placa con una entalla semicircular, Propagación de fisuras por fatiga, Camino de propagación preferente

ABSTRACT

In this paper the crack path is studied for corner and surface flaws emanating from semicircular notch in plates of finite thickness subjected to cyclic tension loading. To this end, a numerical modeling was performed to evaluate the advance of the crack front on the basis of the Paris equation and the stress intensity factor solutions provided by Newman *et al.* Results show how the growing cracks tend towards a *preferential propagation path*, thereby exhibiting aspect ratio higher than one, more elevated for surface cracks than for corner cracks, increasing its value (for a given relative crack depth) as the ratio of the notch radius to the plate thickness diminishes. However, the convergence (closeness between crack propagation curves) is faster as the ratio of the notch radius to the plate thickness increases, and also quicker for corner cracks than for surface flaws.

KEYWORDS: Corner crack, Surface crack, Plate with a semi-circular notch, Fatigue crack propagation, Preferential propagation path

1. INTRODUCCIÓN

El estudio de la propagación por fatiga de fisuras situadas en placas con entallas semicirculares presenta gran interés en el campo de la Mecánica de Fractura. El factor de intensidad de tensiones FIT en dicha geometría sometida a carga de tracción ha sido calculado mediante diversos métodos [1-9], obteniéndose que el FIT aumenta con la relación entre el radio de la entalla y el espesor de la placa [3,5,7,8].

Fisuras poco profundas producen un FIT adimensional elevado, ya que la mayor parte del frente de fisura está en la región de influencia del concentrador de tensiones; mientra que cuando la fisura es más profunda, la mayor parte del frente de fisura se encuentra lejos de la entalla y por tanto muestra un menor gradiente de tensiones [7]. Relaciones de aspecto elevadas en fisuras elípticas superficiales profundas y tipo esquina de cualquier profundidad inducen un FIT casi constante a lo largo de todo frente [5]. Para fisuras superficiales circulares, la relación entre los FITs en el punto de intersección del frente de fisura con la superficie libre y en el punto intermedio aumenta con la relación entre la profundidad de fisura y el espesor de la placa [8].

El FIT adimensional es mayor en las regiones más próximas a la intersección del frente de fisura con la superficie del concentrador de tensiones [7], de tal manera que fisuras situadas en taladros avanzan por fatiga a mayor velocidad a lo largo de la entalla que lejos de ella, tendiendo a producir fisuras que exhiben relaciones de aspecto mayores que la unidad [10].

2. MODELIZACIÓN NUMÉRICA

Se realizó una modelización numérica en lenguaje Java para estudiar los caminos de avance de fisuras elípticas tipo esquina y superficiales originadas a partir de una entalla semicircular en placas de gran longitud, de elevada anchura w y de espesor finito t, sometidas a carga cíclica de tracción (figura 1).



Figura 1. Fisura: (a) tipo esquina; (b) superficial.

El frente de fisura se caracterizó como parte de una elipse de semiejes *a* (profundidad de fisura) y *b* (longitud de fisura). Cada punto *p* sobre dicho frente de fisura se determinó a través del parámetro angular ϕ , que depende de la relación entre los semiejes *a* y *b* de la elipse (figura 2).



Figura 2. Ángulo ϕ que define un punto p del frente de fisura: (a) $a/b \le 1$; (b) a/b > 1.

Los FITs K utilizados en este estudio fueron los obtenidos por Newman *et al.* [6] para la geometría de estudio (sometida a una tensión remota de tracción σ) ajustados por los autores mediante la ecuación:

$$K = \sigma \sqrt{\frac{\pi a}{Q}} F\left(\frac{a}{b}, \frac{a}{t}, \frac{b}{r}, \frac{b}{w}, \frac{r}{t}, \frac{r}{w}, \phi\right)$$
(1)

donde la función Q es el factor de forma de la elipse y viene dada por el cuadrado de la integral elíptica completa de segunda especie, y la función F depende de varias relaciones geométricas adimensionales.

La ecuación (1) es válida para: 0.2 < a/b < 2; a/t < 1; (b+r)/w < 0.6; 1 < r/t < 2 para fisuras tipo esquina y 1 < r/t < 3.5 para fisuras superficiales; r/w = 1/16; $0 < \phi < \pi/2$ para fisuras tipo esquina y $-\pi/2 < \phi < \pi/2$ para fisuras superficiales.

La hipótesis básica de esta modelización es considerar que el frente de fisura se propaga por fatiga en la dirección perpendicular a dicho frente, de acuerdo a la ley de Paris-Erdogan [11],

$$\frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}N} = C\Delta K^{\mathrm{m}} \tag{2}$$

conservando la geometría elíptica.

El frente de fisura se discretiza en un conjunto de puntos, mediante su división en z segmentos de idéntica longitud usando el método de Simpson. A continuación, cada punto i se desplaza de forma perpendicular al frente de acuerdo a la ley de Paris-Erdogan [11]. Al punto de FIT máximo $F\{\max\}$ se le aplica el máximo incremento de fisura $\Delta a\{\max\} \equiv \max \Delta a(i)$ (de valor constante a lo largo de todo el cálculo), mientras que para el resto de puntos se obtiene el avance $\Delta a(i)$ a través de la ecuación:

$$\Delta a(i) = \Delta a \left\{ \max \right\} \left[\frac{F(i)}{F \left\{ \max \right\}} \right]^{m}$$
(3)

Finalmente se ajustan los puntos calculados a una nueva elipse (mediante el método de los mínimos cuadrados), obteniéndose con ello otro frente de fisura que permite reiniciar el proceso, que se repite de forma iterativa hasta lograr la profundidad deseada. Se realizó un estudio de convergencia para determinar el valor de los parámetros z y Δa {max} usados en el cálculo.

3. RESULTADOS NUMÉRICOS

Las figuras 3 y 4 muestran la evolución de la relación de aspecto a/b con el aumento de la profundidad relativa de fisura a/t, durante la propagación por fatiga de fisuras tipo esquina y superficiales de geometrías iniciales $(a/t)_0 = \{0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7\}$ y $(a/b)_0 = \{0.2, 1.0, 2.0\}$ situadas en el fondo de entallas semicirculares de radios $r/t = \{1.0, 1.5, 2.0\}$, en una placa sometida a carga cíclica de tracción. El material de la placa se ha caracterizado con un parámetro *m* de Paris igual a 3.

El avance de fisura desde distintas geometrías iniciales tiende hacia un *camino de propagación preferente* $(a/b - a/t)_P$, que se corresponde con el de una fisura inicial muy poco profunda de frente próximo al circular $(a/b)_0 \sim 1$. Además, la convergencia (acercamiento entre las distintas curvas de propagación a/b - a/t) es más rápida para las fisuras tipo esquina que para las superficiales, y al aumentar la relación entre el radio de la entalla y el espesor de la placa.



Figura 3. Evolución de la relación de aspecto durante la propagación por fatiga de fisuras tipo esquina en placas entalladas para: (a) r/t = 1.0; (b) r/t = 1.5; (c) r/t = 2.0.





La aproximación de las curvas hacia el camino de propagación preferente sucede antes para las fisuras de geometrías iniciales $((a/t)_0, (a/b)_0)$ más cercanas a él y al disminuir la profundidad relativa de fisura inicial $(a/t)_0$. Además, las fisuras con una relación de aspecto inicial elevada $(a/b)_0 = \{1.0, 2.0\}$ tienen mayor convergencia que las de geometría inicial cuasi-recta $(a/b)_0 = \{0.2\}$, cuyas curvas para $(a/t)_0 \ge 0.2$ apenas se modifican con el radio de la entalla r/t.

La figura 5 muestra las curvas correspondientes al camino de propagación preferente $(a/b - a/t)_P$, para las configuraciones estudiadas $(r/t = \{1.0, 1.5, 2.0\})$; fisura tipo esquina y fisura superficial). Estas presentan relaciones de aspecto $(a/b)_P$ mayores que la unidad (ya que la entalla actúa aumentando el FIT en la región del frente de fisura próxima a la intersección con ella), con un valor más elevado: (i) a medida que disminuye la relación entre el radio de la entalla y el espesor de la placa r/t (igual que sucede en taladros [10]); (ii) para las fisuras superficiales que para las tipo esquina (por la influencia de la superficie libre de la placa).



Figura 5. Caminos de propagación preferente.

4. CONCLUSIONES

En placas sometidas a carga cíclica de tracción, fisuras superficiales y tipo esquina con diferentes geometrías iniciales originadas a partir de entallas semicirculares se aproximan durante su crecimiento por fatiga hacia un *camino de propagación preferente*.

La *convergencia*, acercamiento entre las curvas de avance correspondientes a las distintas geometrías iniciales, es más rápida para las fisuras tipo esquina que para las superficiales y al incrementarse la relación entre el radio de la entalla y el espesor de la placa.

El *camino de propagación preferente* muestra relaciones de aspecto superiores a la unidad, mayores para las fisuras superficiales que para las tipo esquina, y que aumentan al disminuir la relación entre el radio de la entalla y el espesor de la placa.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer el apoyo económico de las siguientes instituciones: MICYT (MAT2002-01831), MEC (BIA2005-08965), MICINN (BIA2008-06810 y BIA2011-27870) y JCyL (SA111A07, SA039A08 y SA132G18).

REFERENCIAS

- H.Å. Jergéus. A simple formula for the stress intensity factors of cracks in side notches. International Journal of Fracture (1978) 14: R113-R116.
- [2] J. Schijve. The stress intensity factor of small cracks at notches. Delft University of Technology Report LR-330, Delft, 1981.
- [3] P.W. Tan, I.S. Raju, K.N. Shivakumar, J.C. Newman Jr. A re-evaluation of finite-element models and stress-intensity factors for surface cracks emanating from stress concentrations. NASA Technical Memorandum 101527, Hampton, 1988.
- [4] W. Zhao, X.R. Wu. Stress intensity factor evaluation by weight function for surface crack in edge notch. Theoretical and Applied Fracture Mechanics (1990) 13: 225-238.
- [5] K.N. Shivakumar, J.C. Newman Jr. Stress intensity factors for large aspect ratio surface and corner cracks at a semi-circular notch in a tension specimen. Engineering Fracture Mechanics (1991) 38: 467-473.
- [6] J.C. Newman Jr., X.R. Wu, S.L. Venneri, C.G. Li. Small-crack effects in high-strength aluminum alloys. NASA Reference Publication 1309, Hampton, 1994.
- [7] P.W. Tan, J.C. Newman Jr., C.A. Bigelow. Three-dimensional finite-element analyses of corner cracks at stress concentrations. Engineering Fracture Mechanics (1996) 55: 505-512.
- [8] X.B. Lin, R.A. Smith. Stress intensity factors for semi-elliptical surface cracks in semicircularly notched tension plates. Journal of Strain Analysis (1997) 32: 229-236.
- [9] A. Wormsen, A. Fjeldstad, G. Härkegård. The application of asymptotic solutions to a semielliptical crack at the root of a notch. Engineering Fracture Mechanics (2006) 73: 1899-1912.
- [10] B. González, J.C. Matos, J. Toribio. Propagación de fisuras tipo esquina en placas con un taladro sometidas a carga cíclica de tracción. Anales de Mecánica de la Fractura (2016) 33: 399-404.
- [11] P.C. Paris, F. Erdogan. A critical analysis of crack propagation laws. Journal of Basic Engineering (1963) 85D: 528-534.

DETERMINACIÓN EXPERIMENTAL DE LA CARGA DE APERTURA DE GRIETA EN FATIGA BAJO CARGAS ALEATORIAS

A.S. Cruces¹, D. Camas¹, P. Lopez-Crespo¹, J. Zapatero¹, B. Moreno^{1*}

¹ Departamento de Ingeniería Civil, Materiales y Fabricación, Escuela de Ingenierías Industriales. Universidad de Málaga C/ Dr Ortiz Ramos s/n, 29071, Málaga, España * Persona de contacto: bmoreno@uma.es

RESUMEN

El concepto de carga de apertura o cierre de grieta es ampliamente utilizado en fatiga para justificar el comportamiento del crecimiento de grietas con distintas relaciones de carga y el efecto de interacción de las cargas. Hasta la fecha son numerosas las técnicas experimentales propuestas para medir la apertura de grieta y entre ellas los métodos de flexibilidad son ampliamente utilizados por su simplicidad. En este trabajo se propone una modificación del método propuesto por la ASTM y se presentan los resultados obtenidos en ensayos de crecimiento de grietas por fatiga bajo cargas aleatorias. Así mismo, los valores experimentales de cargas de apertura son comparados con los calculados analíticamente por un modelo de simulación tipo "strip-yield" implementado en el software NASGRO. En general, se ha encontrado una concordancia razonablemente buena entre los valores experimentales y los obtenidos por simulación.

PALABRAS CLAVE: Cargas de apertura/cierre de grieta, fatiga aleatoria, métodos de flexibilidad.

ABSTRACT

The crack opening/closure load concept is widely used to justify the fatigue crack growth behavior with different load ratios and the load interaction effects. Many experimental techniques have been proposed to measure crack opening / closure load and, among them, compliance methods are widely used for their simplicity. In this paper, a modification of the ASTM method is proposed and the results with fatigue crack growth tests data under random loads are presented. Likewise, the experimental opening load values are compared with those calculated analytically by a "strip-yield" simulation model implemented in NASGRO software. In general, a reasonably good agreement has been found between the experimental values and those obtained by simulation.

KEYWORDS: Crack opening/closure load, random loads, compliance methods

1. INTRODUCCIÓN

La propagación de grietas por fatiga bajo cargas aleatorias o de amplitud variable son un problema común en condiciones de servicio en los componentes reales. La mayor complejidad del problema frente al caso de cargas de amplitud constante justifica la existencia de los muchos modelos propuestos para estimar la vida a fatiga. Entre los diversos modelos propuestos, el concepto de cierre de grieta introducido por Elber [1] es usado ampliamente para describir el efecto de interacción de las cargas. En particular los modelos denominados Strip Yield, implementados en software comerciales como NASGRO [2] o Fastran, hacen uso de dicho concepto. Estos modelos caracterizan el crecimiento de grieta en función del factor de intensidad de tensiones efectivo, $\Delta K_{eff} = K_{max} - K_{op}$, siendo K_{op} el factor de intensidad de tensiones al cual la grieta abre. Los modelos Strip Yield

calculan de forma analítica la tensión de apertura de la grieta, P_{op} , y con ella K_{op} . La validez de dichos modelos es generalmente analizada en base a su capacidad de predecir el crecimiento de grieta pero se hace necesario validar los valores de dichas tensiones de apertura utilizadas por el modelo con medidas experimentales, objetivo de este trabajo.

Hasta la fecha son numerosas las técnicas experimentales propuestas para medir la apertura de grieta y entre ellas los métodos de flexibilidad son ampliamente utilizados por su simplicidad [3-8]. Dichos métodos se basan en determinar el cambio de flexibilidad (pendiente de la curva desplazamiento o deformación frente a la carga) del elemento al pasar de la grieta completamente cerrada a abierta durante el ciclo de carga. Dichas medidas de desplazamiento/deformación pueden tomarse en el entorno cercano a la grieta o remoto, y haciendo uso de extensómetros tipo COD, galgas extensométricas o correlación de imágenes digitales entre otras posibilidades. Los métodos más simples se basan en la curva de carga/desplazamiento donde la carga de apertura de la grieta (P_{op}) se determina a partir de la no linealidad observada en la curva, que es muy fácil de aplicar pero tiene una sensibilidad baja. Otros métodos posteriores basados en la curva carga/desplazamiento diferencial han demostrado que pueden detectar P_{op} cuando es difícilmente observable con el método anterior. El principal inconveniente de estos métodos es que P_{op} generalmente se determina visualmente y, en consecuencia, es un método dependiente del observador. Para evitar esta subjetividad, la ASTM [9] recomienda el procedimiento descrito en el epígrafe 3.

En este trabajo se analiza la capacidad del método recomendado por la ASTM para la determinación de P_{op} a partir de datos de ensayos de fatiga con carga aleatoria. A partir del análisis se propone una modificación de dicho procedimiento y se comparan los valores así obtenidos con los calculados analíticamente por un modelo de simulación tipo "strip-yield" implementado en el software NASGRO.

2. METODOLOGÍA EXPERIMENTAL

Los datos experimentales corresponden a los obtenidos en dos probetas de una amplia serie de ensayos de crecimiento de grietas por fatiga con carga aleatoria realizados por los autores [10]. Se ensayaron probetas CT de espesor B=12 mm y ancho W=50 mm de la aleación de aluminio Al2024-T351. Las cargas aleatorias correspondieron a procesos aleatorios estacionarios gaussianos que se caracterizaron por diferentes formas de la función de densidad espectral de las cargas [psd, S (w)] y diferentes niveles de carga representados por la raíz media cuadrática. Las diferentes historias de carga aplicadas en los ensayos se corresponden con la secuencia de picos y valles obtenidos numéricamente mediante un algoritmo de simulación a partir de la función psd. Todos los ensayos se realizaron utilizando dichas secuencias de picos y valles convertidos por el software INSTRON Flaps en un historial de carga continuo, uniendo cada extremo consecutivo (pico o valle) con una función semisenoinal. Cada historial de carga se aplicó a una probeta diferente y se repitió ininterrumpidamente hasta alcanzar la longitud final de grieta deseada. La longitud de la grieta se midió utilizando un instrumento de caída de potencial de corriente alterna (ACPD) y se obtuvieron las curvas de crecimiento de grieta (a-N) a lo largo del ensayo.



Figura 1. Conexiones para las medidas en la probeta

Para obtener información adicional y poder medir la carga de apertura de grieta, se midió la deformación en la cara posterior de la probeta mediante una galga extensométrica (BFS o back face strain) como se representa en la figura 1. Durante los ensayos de crecimiento de grietas, se registraron y almacenaron la carga aplicada y la deformación BFS. La frecuencia de muestreo fue de 2000 Hz para conseguir al menos cien datos para la parte del ciclo de carga y para la de descarga. Estos datos se registraron durante 20 ciclos consecutivos completos, generándose un registro cada incremento de longitud de la grieta de 0,5 mm. La figura 2 muestra los valores de carga de uno de esos registros.



Figura 2. Registro de cargas

3. DETERMINACIÓN DE LA CARGA DE APERTURA DE GRIETA

En primer lugar se describe aquí brevemente el método de flexibilidad recomendado por la ASTM [9]. El procedimiento requiere de las medidas de desplazamiento o deformación frente a la carga (curva de flexibilidad) para un ciclo completo de carga (figura 3). En la curva de descarga, se ajusta una recta por mínimos cuadrados a un segmento en la parte superior de la curva que abarque aproximadamente al 25% del rango de carga. La pendiente de esa línea se asume como la flexibilidad correspondiente a la grieta totalmente abierta denominada en la ecuación 1 "open-crack compliance". A continuación en la curva de carga, se determina la pendiente de las líneas rectas ajustadas a segmentos de la curva que se extienden en un rango de carga del 10 % y se solapan en un 5 %. El valor de la pendiente de cada uno de esos segmentos asociado al punto medio se denomina en la ecuación 1 "compliance". La variación relativa de flexibilidad entre la correspondiente a la grieta totalmente abierta y la de los distintos segmentos, denominada "compliance offset", se determina según la ecuación 1:

Compliance offset= $\frac{\text{open crack compliance-compliance}}{\text{open crack compliance}} x100$



Figura 3. Determinación de la variación de flexibilidad en el semiciclo de carga

El valor de la carga de apertura de la grieta (P_{op}) se determina en el punto donde la pendiente de la curva de flexibilidad se desvía en una pequeña cantidad predeterminada (denominada *offset criterion*) de la parte lineal (figura 4). En este trabajo se estableció un valor de offset del 2 % recomendado.



Figura 4. Determinación de la carga de apertura para distintos valores de offset

Uno de los inconvenientes del método, analizados en profundidad por Song et al [8], es el problema de discontinuidad que se debe a que el método no proporciona valores de carga de apertura en el rango entre $P_{min}+0.05\Delta P$ y P_{min} . Para solventar el problema dichos autores proponen desplazar el segmento un 1%, en lugar del 5%, entre $P_{min}+0.1\Delta P$ y $P_{min}+0.05\Delta P$ obteniendo seis puntos a los que ajustar una línea recta para obtener por extrapolación el valor correspondiente a P_{min} .

Entre las recomendaciones del procedimiento se incluye que la frecuencia de muestreo en la adquisición de datos debe ser tal que proporcione al menos un par de valores (desplazamiento/deformación y carga) cada intervalo del 2 % del rango de carga. Dependiendo de la forma de onda de la carga cíclica aplicada se requerirá una frecuencia de muestreo distinta para cumplir dicha recomendación. Si la forma de onda del ciclo de carga es triangular, una frecuencia de muestreo que proporcione 100 datos por ciclo completo (50 datos en cada parte de subida y bajada del ciclo) cumple la recomendación y todos los puntos de la grafica representada en la figura 4 corresponderían al ajuste por mínimos cuadrados de 5 puntos de la curva de flexibilidad desplazamiento-carga. En este estudio la carga de apertura de la grieta se determina a partir de la curva deformación (BFS)-carga, que es una de las opciones recomendadas para probetas CT. En este caso se comprueba que con los 200 datos por ciclo muestreados se cumple la recomendación. No obstante, es necesario observar que, dado que la forma de onda de la carga es semisenoidal, la aplicación del método ASTM descrito lleva a que el número de puntos ajustado por mínimos cuadrados para cada segmento no sea idéntico en todos los casos. En concreto, en el intervalo entre P_{min} y $P_{min}+0.1\Delta P$ se ajustan 21 puntos, mientras que en los 4 segmentos sucesivos se ajustan 11, 9, 8, y 7 puntos.

El método ASTM ha sido analizado en numerosos trabajos publicados [7,8] en los que se discuten diversos aspectos, entre ellos la influencia de la longitud de los segmentos ajustados. Dicha influencia se debe a considerar un número distinto de puntos en el ajuste lineal por mínimos cuadrados para aproximar la pendiente y obtener la curva de variación relativa de flexibilidad. Parece por tanto apropiado y coherente realizar dichos ajustes con el mismo número de puntos.

En base al razonamiento anterior, en este trabajo se propone una modificación del método, aplicable para formas de onda de la carga semisenoidal, que es el siguiente:

 Partiendo del punto correspondiente al mínimo de carga se ajustan por mínimos cuadrados segmentos de 9 puntos a la curva deformación-carga.

- El valor de la pendiente de cada uno de esos segmentos se adopta como el valor de flexibilidad (compliance en la ecuación 1) asociado al punto central (5º punto).

- El segmento a ajustar se desplaza, ajustando de nuevo 9 puntos, partiendo del punto central del segmento anterior.

- El proceso se repite hasta alcanzar el valor correspondiente al 90 % del rango de carga.



Figura 5. Comparación entre el método ASTM y el método propuesto



En la figura 5 se representan los resultados obtenidos mediante el método ASTM junto a los obtenidos con el método propuesto para el ciclo 7 de la figura 2. Puede observarse que ambas curvas son prácticamente coincidentes salvo en la parte baja donde con el método propuesto pueden obtenerse valores de flexibilidad hasta valores más próximos a P_{min} . Así pues, la principal ventaja del método propuesto es que permite obtener valores de flexibilidad por debajo de $P_{min}+0.05\Delta P$ salvando el problema discontinuidad comentado anteriormente. Otra de las ventajas es que el procedimiento es más fácil de implementar y evita tener que extrapolar los resultados como en la solución propuesta por Song [8].

4. RESULTADOS Y CONCLUSIONES

El procedimiento anteriormente descrito ha sido empleado para obtener las cargas de apertura en los 20 ciclos del registro de cargas mostrado en la figura 2.

Para obtener la flexibilidad de la grieta totalmente abierta, se ajustó un segmento a la parte superior de la curva de descarga 3-4 en la figura 2, que corresponde al máximo rango, observándose además que dicho valor se mantiene aproximadamente constante para todos los ciclos del registro.

Para la determinación de la carga de apertura se estableció un valor de offset del 2%, algunas de las curvas obtenidas se muestran en la figura 6.

En algunos de los ciclos, en general en aquellos cuya carga mínima es alta, no se pudo obtener el valor de P_{op} porque las curvas de variación de flexibilidad no muestran el cambio de grieta cerrada a grieta abierta, con lo que se concluye que para dichos ciclos la carga de apertura es inferior a la mínima y el comportamiento mostrado en la curva corresponde a la grieta totalmente abierta. Dos de estos ejemplos, obtenidos para los ciclos 5 y 20, se muestran en la figura 7.



Figura 7. Resultados obtenidos para los ciclos de carga 5 (a) y 20 (b) con valores de carga normalizados

Además de la obtención de P_{op} es objetivo de este trabajo comparar estos resultados obtenidos experimentalmente con los calculados por el modelo Strip Yield de simulación implementado en el software NASGRO. Haciendo uso de dicho modelo se concluyó que la simulación ciclo a ciclo del crecimiento de grietas con cargas aleatorias predice de forma satisfactoria los resultados experimentales obtenidos en los ensayos [11]. De los resultados de simulación ciclo al ciclo con el modelo se obtiene para cada ciclo de carga, secuencia valle-pico, el valor del parámetro U:

$$U = \frac{\Delta K_{eff}}{\Delta K} = \frac{K_{max} - K_{op}}{K_{max} - K_{min}} = \frac{P_{max} - P_{op}}{P_{max} - P_{min}}$$

En la figura 8 se representan los valores de dicho parámetro obtenidos con los resultados experimentales y la aplicación del método descrito junto a los resultados obtenidos por simulación.

Los resultados mostrados en la figura 8 muestran una concordancia razonablemente buena entre los valores experimentales y los obtenidos por simulación. En general, son menores los valores de U obtenidos experimentalmente, lo que significa que los valores de carga de apertura son mayores que los obtenidos por simulación.



Figura 8. Comparación del parámetro U obtenido por simulación y experimentalmente

REFERENCIAS

- [1] Elber W. The significance of fatigue crack closure; Damage tolerance in aircraft structures; 1971[ASTM STP 486].
- [2] NASGRO 6.0, Reference Manual (version 6.02, September 2010), Fracture mechanics and fatigue crack growth analysis software, NASA Johnson Space Center and Southwest Research Institute; 2010.
- [3] Kim JH, Song JH. Crack growth and closure behaviour of surface cracks under axial loading. Fatigue Frac Eng Mater Struct 1992;15:477-89.
- [4] Pang CM, Song JH. Crack growth and closure behavior of short fatigue crack. Eng Fract Mech 1994;47:327-43.
- [5] Song JH, Kim CY, Lee SY. Crack growth and closure behavior of short and long fatigue crack under random loading. J ASTM Int 2004;1(8).
- [6] Kujawski D, Stoychev S. Parametric study on the variability of opening load determination. Int J Fatigue 2003;25:1181-7.
- [7] Skorupa M, Machniewicz T, Skorupa A. Applicability of the ASTM compliance offset method to determine crack closure levels for structural steel. Int J Fatigue 2007;29:1434-51.
- [8] Chung Y, Song J, Improvement of ASTM compliance offset method for precise determination of crack opening load, International Journal of Fatigue, 2009;31:809-19.
- [9] ASTM E 647-08. Standard test method for measurement of fatigue crack growth rates. In: Annual book of ASTM standards 2009; 03.01.

- [10] Moreno B, Zapatero J, Dominguez J, An experimental analysis of fatigue crack growth under random loading, International Journal of Fatigue (2003) 597–608.
- [11] Moreno B, Martin A, Lopez-Crespo P, Zapatero J, Dominguez J, Estimations of fatigue life and variability under random loading in aluminum Al-2024T351 using strip yield models from NASGRO International Journal of Fatigue 91 (2016) 414–422.

MÉTODOS DE PLANO CRÍTICO PARA EL ANÁLISIS DE FATIGA MULTIAXIAL EN EL ACERO INOXIDABLE 316

A.S. Cruces¹, P. Lopez-Crespo¹, S. Bressan², T. Itoh³, B. Moreno¹, J. Zapatero¹

¹Departamento de Ingeniería Civil y Materiales, Universidad de Málaga C/Dr Ortiz Ramos s/n, 29071, Málaga, España

²Graduate School of Science & Engineering, Ritsumeikan University,

1-1-1, Nojihigashi, Kusatsu-shi, Shiga, 525-8577, Japan

³Department of Mechanical Engineering, College of Science & Engineering, Ritsumeikan University,

1-1-1, Nojihigashi, Kusatsu-shi, Shiga 525-8577, Japan

RESUMEN

El presente trabajo estudia la capacidad de predicción de los modelos de plano crítico para casos de fatiga multiaxial. El material que se estudia es un acero inoxidable 316. Los caminos de carga aplicados son uniaxiales y biaxiales en la superficie de la probeta. El siguiente estudio realiza una comparativa de las predicciones de vida a fatiga y ángulo de grieta de los modelo Wang-Brown, Fatemi-Socie, Liu I y Liu II. Se observó que la mejor predicción de vida fue devuelta por el modelo de Liu II y para el ángulo de grieta por Liu I.

PALABRAS CLAVE: Fatiga, Biaxial, Modelo de plano crítico

ABSTRACT

The present work assesses the multiaxial fatigue prediction capacity of different critical plane models. The evaluated material was the 316 stainless steel. The loading path applied were uniaxial and biaxial on the specimen surface. The next work performs a fatigue life and crack angle prediction comparative of Wang-Brown, Fatemi-Socie and Liu I and II models. It was observed that the best life prediction was returned by Liu II model and for the crack angle by Liu I.

KEYWORDS: Fatigue, Biaxial, Critical plane model

1 INTRODUCCIÓN

A medida que se avanza en el estudio del fenómeno de la fatiga, se desarrollan métodos de análisis más apropiados para ciertos escenarios. Los casos de fatiga multiaxial, inicialmente fueron abordados aplicando teorías de fatiga uniaxial con resultados correctos para los casos de carga proporcional [1,2]. No obstante aparecen casos en los que los resultados devueltos no son tan precisos debido a que estos métodos no tienen en cuenta diferentes efectos que aparecen como consecuencia de la interacción entre las cargas [3]. Entre los métodos que surgen para estudiar los casos de fatiga multiaxial destacan los de plano crítico. Estos calculan la vida a fatiga en base a observaciones en las que surgen dominancias de crecimiento de grieta [4] durante el proceso [5]. Así pues, para materiales de carácter dúctil y a bajos ciclos de vida a fatiga donde las

deformaciones son elevadas, la grieta crecerá con preferencia en el plano de máximas deformaciones angulares [6]. De modo que estos métodos no solo permiten realizar estimaciones de vida a fatiga, sino que también pueden estimar el ángulo de crecimiento de la grieta [7]. Esto será interesante de cara a diseños en el que se siga un criterio de fallo seguro del componente.

En este trabajo se estudian los modelos de plano crítico para un acero inoxidable 316 (316 SS) bajo diferentes condiciones de carga. Se estudian cargas uniaxiales de tipo pulsante con altos niveles de ratcheting, así como cargas biaxiales de tipo proporcional [8]. Los modelos evaluados son Fatemi-Socie (FS) [9], Wang-Brown (WB) [10], Liu I y Liu II [11]. Se estudiará la capacidad de predicción de vida y de ángulo de crecimiento de grieta de estos modelos de plano crítico.

2 MATERIALES Y METODOS

2.1 Propiedades del 316 SS

El material investigado fue el 316 SS con la siguiente composición: 0.06%C, 1.33%Mn, 0.46%Si, 0.32%P, 0.28%S, 16.97%Cr, 10.15%Ni y 2.03%Mo. Este es un acero inoxidable muy extendido en la industria para fabricación de tuberías a presión debido a su buena resistencia a la corrosión así como resistencia mecánica a altas temperaturas [12–14]. Además aúna buenas propiedades frente a fallos de fatiga con un bajo impacto medioambiental para aplicaciones en las que no se consume energía por utilizar el material [15].

Las propiedades monotónicas y cíclicas se presentan en la tabla 1 y 2 respectivamente. Las propiedades cíclicas del 316 SS son obtenidas de una fuente externa [12]. Las propiedades cíclicas se obtienen a partir de los resultados de ocho probetas sometidas a diferentes amplitudes de deformación. Las propiedades cíclicas a torsión tabla 3 se obtienen desde las propiedades uniaxiales de la tabla 2 aplicando una equivalencia entre ambas según von Mises [3].

Tabla 1. Propiedades monotónicas del 316 SS.

Límite elástico, σ_v	240 MPa
Modulo de Young, E	193 GPa
Modelo de cortadura, G	75 GPa
Coef. Poisson elástico, ve	0.3
Coef. Poisson plástico, v _p	0.5

Tabla 2. Pro	piedades	uniaxiales	<i>del 316 SS.</i>

Coef. Resistencia cíclica, K'	899 MPa
Exp. Endurecimiento cíclico, n'	0.1901
Coef. Resistencia fatiga, σ'_{f}	663.25 MPa
Exp. Resistencia fatiga, b	-0.0903
Coef. ductilidad fatiga, ϵ'_{f}	0.1895
Exp. ductilidad fatiga, c	-0.4657

Tabla 5. Propleadaes lorsiona	<i>lles del 510</i> 55.
Coef. Resistencia fatiga, τ'_{f}	382.92 MPa
Exp. Resistencia fatiga, b $_{\gamma}$	-0.0903
Coef. ductilidad fatiga, γ'_{f}	0.03282
Exp. ductilidad fatiga, c_{γ}	-0.4657

Tabla 3. Propiedades torsionales del 316 SS.

2.2 Ensayos fatiga uniaxial y biaxial

Los ensayos son realizados mediante una máquina de fatiga de tres actuadores que permite además de aplicar cargas axiales y torsionales, introducir presión en el interior de la probeta [16]. Los datos a fatiga estudiados se obtienen aplicando cargas axiales y de presión interna [17]. Para el estudio se considera el sistema de coordenadas mostrado en la figura 1. Las cargas axiales generan tensiones en la dirección Z, mientras que la presión interior genera tensiones periféricas en la dirección R.



Figura 1. Sistema de coordenadas definido.

La tabla 4 presenta para cada uno de los ensayos figura 2, la amplitud de tensión axial σ_{Za} , la amplitud de tensión periférica $\sigma_{\theta a}$, la amplitud de tensión radial aplicada en interior probeta σ_{Ra} y la vida a fatiga N_f. El fallo a fatiga se detecta mediante la caída de presión del fluido introducido en la probeta. Para los ensayos 1A, 1B y 3, en los que solo se aplican tensiones axiales, se introduce igualmente una presión mínima, para detectar el fallo del mismo modo.

La figura 2 muestra los caminos de carga estudiados, considerados estos en la superficie de la probeta donde la tensión radial es nula. Los ensayos 1, 2 y 3 generan tensión en una sola dirección. Los ensayos 4, 5 y 6 combinan tensiones en direcciones ortogonales entre sí. Salvo el ensayo 3, aparecen tensiones medias que producen ratcheting en el material.

Tabla 4. Datos de los caminos de carga estudiados.

Ensayo	σ_{Za}	$\sigma_{ heta a}$	σ_{Ra}	N _f
	(MPa)	(MPa)	(MPa)	(Ciclos)
1A	256.05	0.88	0.5	122,000
1B	227.57	1.024	0.5	159,600
2	16.723	224.81	32.67	29,300
3	442.9	0.969	0.5	785
4	188.08	206.6	30.7	8,400
5	174.65	173.87	28.4	14,486
6A	201.54	225.2	32.77	25,770
6B	222.75	255.2	36.22	13,542



Figura 2. Esquema de los caminos de carga estudiados.

3 MODELOS DE PLANO CRÍTICO

3.1 Modelo de Wang-Brown

El modelo de Wang-Brown (WB) ecuaciones 1, 2 y 3 es de tipo deformación, está basado en el modelo de Brown-Miller. Presenta la ventaja de poder definir el daño, empleando solo valores de deformación, pudiendo así determinar valores de vida a fatiga desde mediciones sobre superficies. El DP queda definido en el plano ϕ^* en el que la amplitud de la de deformación angular $\Delta \gamma$ es máxima. En φ^* se obtiene el DP como combinación entre la amplitud de deformación angular máxima $\Delta \gamma_{max}/2$ y el rango de deformaciones normales generado a lo largo de la inversión de deformación angular en ϕ^* , ϵ_n^* . Para el caso de cargas proporcionales, el valor de $\epsilon_n{}^*$ coincide con el del rango de deformaciones normales máximas $\Delta \varepsilon_{max}$. El peso de la componente normal se incluye mediante el parámetro del material S. Este parámetro se obtiene a partir de las propiedades cíclicas del material y varía en función de la vida a fatiga [3].

$$\frac{\Delta \gamma_{\text{max}}}{2} + S\varepsilon_{\text{n}}^* = A \frac{(\sigma'_f - \sigma_{\text{m}})}{E} (2N_f)^b + B\varepsilon'_f (2N_f)^c \qquad (1)$$

$$A = [(1 + v_e) + S(1 - v_e)]$$
(2)

$$\mathbf{B} = \left[\left(1 + \nu_p \right) + S \left(1 - \nu_p \right) \right] \tag{3}$$

donde σ'_f es el coeficiente de resistencia a fatiga σ_m es el valor de la tensión media, *E* es el módulo de Young, *b* es el exponente de resistencia a fatiga, ε'_f es el coeficiente de ductilidad a fatiga, *c* es el exponente de ductilidad a fatiga, v_e es el coeficiente de Poisson elástico, v_p es el coeficiente de Poisson plástico y N_f es la vida a fatiga en ciclos.

3.2 Modelo de Fatemi-Socie

El modelo de Fatemi-Socie (FS) ecuación 4 es de tipo deformación, está basado en el modelo de Brown-Miller. El DP queda definido en el plano φ^* en el que la amplitud de deformación angular $\Delta \gamma$ es máxima. Dentro del DP se introduce el efecto entre las tensiones normales y cortantes en el plano φ^* a través del cociente entre la tensión normal máxima $\sigma_{n,max}$ en φ^* y el límite de fluencia σ_y . Para $\sigma < 0$ (compresión) el DP se reduce y para $\sigma > 0$ viceversa, el criterio físico en el que se basa es en el bloqueo entre las caras de la grieta que facilita o dificulta las tensiones normales. El peso de la componente normal se incluye mediante el parámetro del material *K*. Este parámetro se obtiene a partir de las propiedades cíclicas del material y varía en función de la vida a fatiga [3].

$$\frac{\Delta\gamma_{max}}{2} \left(1 + k \frac{\sigma_{n,max}}{\sigma_y} \right) = \frac{\tau'_f}{G} (2N_f)^{b_\gamma} + \gamma'_f (2N_f)^{c_\gamma}$$
(4)

donde τ'_f es el coeficiente de resistencia a fatiga en torsión, *G* es el modulo cortante, b_{γ} es el exponente de resistencia a fatiga en torsión, γ'_f es el coeficiente de ductilidad a fatiga en torsión y c_{γ} es el exponente de ductilidad a fatiga en torsión.

3.3 Modelos de Liu I y Liu II

Los modelos de Liu I ecuación 5 y 6 y Liu II ecuación 7 y 8 son de tipo energía. Dependiendo del modo de fallo, Liu propone dos tipos de parámetros diferentes, uno para el fallo con dominancia de tensión normal $\Delta W_I y$ uno para fallos con dominancia de tensión cortante ΔW_{II} . En fallos por tensión normal, el plano φ^* será el que maximice el trabajo axial, $\Delta\sigma\Delta\epsilon$. En fallos por tensión cortante, el plano φ^* será el que maximice el trabajo axial, $\Delta\sigma\Delta\epsilon$. En fallos por tensión cortante, el plano φ^* será el que maximice el trabajo cortante, $\Delta\tau\Delta\gamma$. Una vez determinado φ^* , el correspondiente parámetro de daño DP es obtenido en dicho plano. La energía en cada ciclo de carga queda definida como suma de la energía plástica y elástica.

$$\Delta W_{\rm I} = (\Delta \sigma_n \Delta \varepsilon_n)_{max} + (\Delta \tau \Delta \gamma) \tag{5}$$

$$\Delta W_{\rm I} = 4\sigma_f' \varepsilon_f' (2N_{\rm f})^{b+c} + \frac{4\sigma_f'^2}{E} (2N_{\rm f})^{2b}$$
(6)

$$\Delta W_{\rm II} = (\Delta \sigma_n \Delta \varepsilon_n) + (\Delta \tau \Delta \gamma)_{max} \tag{7}$$

$$\Delta W_{\rm II} = 4\tau_f' \gamma_f' (2N_{\rm f})^{b\gamma + c\gamma} + \frac{4\tau_f'^2}{G} (2N_{\rm f})^{2b\gamma} \tag{8}$$

4 RESULTADOS Y DISCUSIÓN

4.1 Predicción de vida a fatiga

La figura 3 muestra las estimaciones de vida para los modelos estudiados para los ensayos con tensiones en una sola dirección (1A, 1B, 2 y 3) y la figura 4 para los casos en que aparecen dos direcciones de tensión aplicada (4, 5, 6A y 6B). La línea continua presenta los puntos en que se produce una coincidencia entre la vida experimental N_{exp} y la calculada por el modelo N_{mod}, equidistantes a esta, dos líneas discontinuas marcan la zona de desviación de +100% y -50% de la estimación respecto a la vida real. Las estimaciones de FS se presentan con cuadrados celestes, WB con triángulos verdes, Liu I con círculos negros y Liu II con cruces púrpuras.

El primer aspecto relevante de los resultados es la baja influencia que tiene las tensiones medias en el 316 SS. Como se observa las estimaciones devueltas por los modelos de Liu, sin tener en cuenta el efecto de las tensiones medias dentro del modelo, han sido al menos conservadoras para los ensayos 1A, 1B y 2 figura 3. Por otro lado, otro punto que se puede concluir de lo anterior es el buen ajuste del peso de la componente normal en los modelos de FS y WB mediante los parámetros *K* y *S* respectivamente. A bajos ciclos, para el ensayo 3, la diferencia entre los modelos es muy reducida. Para altos ciclos y tensiones pulsantes (ensayos 1A, 1B y 2) el modelo de WB se vuelve más conservador que el resto. La alta desviación del ensayo 1A puede entenderse como caso aislado.

Para el caso biaxial figura 4, se observa una mayor diferencia entre los resultados devueltos por los distintos modelos. Liu I presenta problemas para los ensayos 5 y 6, consecuencia de que este modelo determina el plano crítico ϕ^* perpendicular a la tensión máxima en el ciclo lo que le deja invalidada la evaluación del daño en la segunda etapa de aplicación de la carga, paralelo a dicho plano. Como se observa, el ensayo 6A y 6B muestra esta misma situación, sin embargo los resultados no se diferencian tanto del que dan los demás modelos. Esto sugiere un menor peso de la componente a compresión en el ciclo de carga. En general las estimaciones para estos ensayos son menos conservadoras.

Las mejores estimaciones son devueltas por Liu II en ambos casos, este resultado coincide con el observado por Liu al estudiar el 316 SS [11]. Los resultados conservadores de WB en comparación con FS y Liu también fueron observados previamente en estudios del acero S355 [18].



Figura 3. Estimaciones de vida para cargas en fase.



Figura 4. Estimaciones de vida para cargas en desfase.

4.2 Predicción de ángulo de grieta

Los ángulos de grieta se midieron al inicio sobre la superficie de la probeta empleando el software de procesado de imágenes ImageJ [19]. Los ángulos experimentales y estimados por los modelos son mostrados en la tabla 5. Estos ángulos se definen según el sistema de coordenadas mostrado en la figura 1.

Como se observa, para los casos uniaxiales 1A, 1B, 2 y 3 todos los modelos devuelven correctamente el ángulo medido. Para el resto de ensayos, los casos biaxiales, Liu I devuelve mejores resultados. Concluyendo que, para los datos experimentales disponibles Liu I devolvería mejores estimaciones del ángulo de grieta.

	1A	1B	2	3
Exp. (β/α)	-/0°	-/0°	90°/-	-/0°
WB (β/α)	45°/0°	45°/0°	90°/45°	45°/0°
FS (β/α)	45°/0°	45°/0°	90°/45°	45°/0°
Liu I (β/α)	0°/0°	0°/0°	90°/90°	0°/0°
Liu II (β/α)	45°/0°	45°/0°	90°/45°	45°/0°
	4	5	6A	6B
Exp. (β/α)	-/0°	-/0°	90°/-	-/0°
WB (β/α)	45°/0°	45°/0°	90°/45°	45°/0°
FS (β/α)	45°/0°	45°/0°	90°/45°	45°/0°
Liu I (β/α)	0°/0°	0°/0°	90°/90°	0°/0°
Liu II (β/α)	45°/0°	45°/0°	90°/45°	45°/0°

Tabla 5. Predicciones de ángulo de grieta.

5 CONCLUSIONES

El error cometido en la estimación de la vida de los Fatemi-Socie, Wang-Brown y Liu II ha sido en general bajo para los distintos casos de carga estudiados en el acero inoxidable 316. Observándose el mejor resultado con el modelo de Liu II. El efecto de las tensiones medias observado para el 316 SS ha sido reducido. Para dicho caso, el parámetro K del modelo de Fatemi-Socie redujo el peso de las tensiones medias dentro del parámetro de daño correctamente. En la determinación del ángulo de grieta se observó que el modelo de Liu I devolvió mejores resultados en general para los datos disponibles del ángulo de la grieta en los diferentes ensayos.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen la financiación aportada para la realización de este trabajo al Ministerio de Economía y Competitividad (referencia MAT2016-76951-C2-2-P).

REFERENCIAS

- [1] Papuga J, Vargas M, Hronek M. Evaluation of uniaxial fatigue criteria applied to multiaxially loaded unnotched samples. Engineering Mechanics 2012;19:99–111.
- [2] Moreno B, Martin A, Lopez-Crespo P, Zapatero J, Dominguez J. Estimations of fatigue life and variability under random loading in aluminum Al-2024T351 using strip yield models from NASGRO. International Journal of Fatigue 2016;91:414–22.
- [3] Socie DF, Marquis GB. Multiaxial Fatigue 2000.
- [4] Lopez-Crespo P, Garcia-Gonzalez A, Moreno B, Lopez-Moreno A, Zapatero J. Some observations on short fatigue cracks under biaxial fatigue. Theoretical and Applied Fracture Mechanics 2015;80:96–103.
- [5] Karolczuk A, Macha E. A review of critical

plane orientations in multiaxial fatigue failure criteria of metallic materials. International Journal of Fracture 2005;134:267–304.

- [6] Reis L, Freitas MJ. Crack initiation and growth path under multiaxial fatigue loading in structural steels. International Journal of Fatigue 2009;31:1660–8.
- [7] Lopez-Crespo P, Moreno B, Lopez-Moreno A, Zapatero J. Study of crack orientation and fatigue life prediction in biaxial fatigue with critical plane models. Engineering Fracture Mechanics 2015;136:115–30.
- [8] Mokhtarishirazabad M, Lopez-Crespo P, Moreno B, Lopez-Moreno A, Zanganeh M. Optical and analytical investigation of overloads in biaxial fatigue cracks. International Journal of Fatigue 2017;100 part 2:583–90.
- [9] Fatemi A, Socie DF. A Critical Plane approach to multiaxial fatigue damage including out-ofphase loading. Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures 1988;11:149–65.
- [10] Wang H, Brown W. A path-independent parameter for fatigue under proportional and non-proportional loading. Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures 1993;16:1285–98.
- [11] Liu K. A method based on virtual strain energy parameters for multiaxial fatigue life prediction. ASTM 1993;STP 1191:67–84.
- [12] Chou LH, Chiou YC, Wu CC, Huang YJ. Predictions of stress-strain curve and fatigue life for AISI 316 stainless steel in cyclic straining. Journal of Marine Science and Technology 2016;24:426–33.
- [13] Turski M, Bouchard PJ, Steuwer A, Withers PJ. Residual stress driven creep cracking in AISI Type 316 stainless steel. Acta Materialia 2008;56:3598–612.
- [14] Lopez-Crespo P, Withers PJ, Yusof F, Dai H, Steuwer A, Kelleher JF, et al. Overload effects on fatigue cracka-tip fields under plane stress conditions: Surface and bulk analysis. Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures 2013;36:75–84.
- [15] Chaves V. Ecological criteria for the selection of materials in fatigue. Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures 2014;37:1034–42.
- [16] Morishita T, Itoh T, Bao Z. Multiaxial fatigue strength of type 316 stainless steel under pushpull, Reversed torsion, Cyclic inner and outer pressure loading. International Journal of Pressure Vessels and Piping 2016;139– 140:228–36.
- [17] Cruces AS, Lopez-Crespo P, Moreno B, Bressan S, Itoh T. Investigation of the biaxial behaviour of 316 stainless steel based on critical plane method. Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures n.d.

- [18] Cruces AS, Lopez-Crespo P, Moreno B, Antunes F V. Multiaxial Fatigue Life Prediction on S355 Structural and Offshore Steel Using the SKS Critical Plane Model. Metals 2018;8.
- [19] ImageJ n.d. https://imagej.net/Welcome (accessed February 22, 2019).

EVALUACIÓN DE LA ZONA PLÁSTICA EN FATIGA PARA UN ACERO BAINITICO MEDIANTE DIFRACCIÓN DE RAYOS X

M.Carrera^{*}, P. Lopez-Crespo, D. Camas, J. Zapatero, B. Moreno

Departamento de Ingeniería Civil, de Materiales y Fabricación. Escuela de Ingenierías Industriales. Universidad de Málaga. D/Doctor Ortiz Ramos, s/n, 29071. Málaga, España * Persona de contacto: m.carrera@uma.es

RESUMEN

En este artículo se presenta una nueva metodología para medir la zona plástica de una grieta en fatiga. Se han adquirido datos de difracción de rayos X sincrotrón para una probeta *Compact Tension* de acero bainítico, en el plano medio a través del espesor. Estos datos han sido traducidos a campos 2D de deformación en torno al vértice. Se ha generado un campo de deformación angular artificial para, en consonancia con los anteriores, obtener el campo de deformación equivalente de Von Mises. La aplicación de la ley de comportamiento elástico ha permitido hallar campos de tensión equivalente entorno al vértice de grieta. Así, se permite estimar la zona plástica y sus dimensiones. Finalmente se estudia la precisión de la metodología a través de una comparación con los modelos de zona plástica de Irwin y de Dugdale.

PALABRAS CLAVE: Fractura, Fatiga, Micro-ensayos, Entallas

ABSTRACT

A new methodology is presented in this work to measure the plastic zone of a fatigue crack. Experimental data were acquired by synchrotron X-ray diffraction from a Compact Tension specimen made of bainitic steel, at the mid-plane of the specimen through the thickness. These data were translated to 2D strain maps surrounding the crack tip. An artificially generated shear strain component was used in consonance with those, to obtain the Von Mises equivalent strain field. The elastic behavior law was used, so equivalent stress maps around the crack tip are obtained. This allows the estimation plastic zone shape and dimensions. The efficacy of the new methodology is checked against Irwin and Dugdale plastic zone models.

KEYWORDS: Plastic zone in fatigue; Synchrotron X-ray diffraction; bainitic steel;

1. INTRODUCCIÓN

El crecimiento de grietas es una de las causas más importantes de fallos catastróficos en la industria moderna. Para entender mejor dichos fallos, y aprovechar en mayor medida la capacidad resistente de los materiales, se hace necesario un estudio enfocado en la plasticidad de estos [1], y en cómo esa región plástica se desarrolla en el frente de una grieta creciente.

El estudio de la zona plástica en torno al vértice de grieta ha recorrido un largo camino. Si bien la ley de Paris [2] ya sentó las bases del crecimiento de grietas, validándola mediante su aplicación en diversos conjuntos de datos experimentales, fue Hutchinson [3] quien esbozó ciertos resultados sobre campos de deformación y tensión plana en régimen plástico, tanto en los campos cercanos como lejanos al vértice de grieta. Ambos estudios sirvieron como punto de inicio para otros muchos. Algunos de ellos se centraron en encontrar relaciones entre la geometría de la zona circundante y la propia grieta. Banerjee [4] analizó la influencia de la geometría de la probeta CT en el tamaño de la zona plástica, destacando como el tamaño de esta disminuye al aumentar el ancho (W) de la probeta. Así mismo, Park [5] demostró que en muestras de acero inoxidable 304 e Inconel 718, la tasa de crecimiento de grieta o *FCGR* es función del espesor *t* de la probeta CT, disminuyendo esta al aumentar *t*. Consideraron entonces que el tamaño de la zona plástica es un parámetro importante, en conjunción con el nivel de tensión aplicado, el espesor y los fenómenos de cierre de grieta [6].

Con las bases implantadas por los trabajos antes citados, otros investigadores buscaron analizar como las propiedades del material o las condiciones de carga podían afectar al crecimiento de la propia grieta y la zona plástica generada. Por ejemplo, Xin [7] propuso soluciones analíticas para la zona plástica en tensión plana, con la consideración de que el material fuese isótropo y ortotrópico, y llegando a vislumbrar la influencia del ángulo de la grieta y sus condiciones de carga en su crecimiento. Así mismo, Banks y Garlick [8] estudiaron las diferencias de tamaño existentes en la zona plástica ante condiciones de tensión y deformación plana. Así, determinaron la influencia del coeficiente de Poisson y como la anisotropía del material puede afectar también a dicho tamaño.

Imad et al [9] también estudiaron la *FCGR* y su influencia en el tamaño de la zona plástica, para una muestra de acero 12NC6, encontrando cierta relación entre esta y la energía de absorción en dicha zona. En la misma tónica, Tekin y Martin [10] midieron la zona plástica en una aleación de Ni, usando *Selected Area Channelling Patterns*, determinando así que el tamaño de la zona plástica para cierto valor de ΔK varía con la raíz cuadrada de la *FCGR*. También es destacable reseñar el trabajo de Uguz y Martin [11], al establecer que el tamaño de zona plástica en el extremo de grieta está relacionado con su resistencia a la fractura y revisando los factores que determinan dicho tamaño tanto en cargas monotónicas como en fatiga.

Si bien los inicios de estos estudios tenían un enfoque más teórico, en la actualidad se hace necesaria una caracterización específica del comportamiento de los materiales que más se usan en la industria hoy en día. Dicha caracterización puede estimarse mediante la aplicación de métodos de diversa índole. La mayoría de ellos hasta la actualidad, se han centrado en el comportamiento en la superficie del material. Ejemplo de ello son los estudios de fotoelasticidad de Brinson [12], Mishra [13] o Theocaris [14]. Si bien los resultados obtenidos por dichos estudios son coherentes, la utilidad del método es restringida al poder usar solo ciertos materiales, como el policarbonato. Otros autores como Lino [15] han estudiado la zona plástica mediante observación directa, aprovechando los fenómenos de recristalización. En la misma tónica de estudios de superficie, cabe destacar, por ejemplo, los trabajos de Díaz [16,17] y Patterson [18,19] a partir de datos obtenidos con termoelasticidad, viendo como el factor de intensidad de tensiones obtenido con este método de estudio se determina a partir del campo de tensiones cíclico, y observando que la técnica es sensible a los efectos del cierre de grieta y a la presencia de esfuerzos de tensión residuales por soldadura. Dicha metodología se pudo aplicar también a la técnica de correlación de imágenes [20] y analizar la influencia del nivel de carga [21].

Otros métodos superficiales para estudiar la zona plástica están basados en tecnología de interferometría. Muestra de ello son los trabajos de Tay [22] mediante interferometría láser, los de Nicoletto [23] y Sivaneri [24] mediante interferometría de Moiré, o los de Vasco-Olmo [25] y Herbert [26] con interferometría electrónica de patrones de moteado o *ESPI*.

La tecnología de correlación de imágenes digitales o *DIC* es otra de las técnicas de estudio superficial para comprender como funciona el crecimiento de grieta. Por ejemplo, Vasco-Olmo [27], plasmó los mapas de deformación en torno al vértice de grieta de fatiga en probetas CT, a partir de mapas de desplazamientos captados con DIC. De este modo validó diferentes modelos analíticos existentes, como el de Westergaard o Christopher-James-Patterson (CJP). Hosdez [28], por su parte, comparó los resultados de DIC con medidas de caída de corriente o *DCPD*, poniendo de manifiesto la similitud de resultados obtenidos mediante ambos métodos.

Los modelos de elementos finitos o FEM conforman la primera aproximación de lo que ocurre en el interior de una pieza sometida a fatiga, cuando una grieta crece [29]. Su conjunción con otras técnicas de carácter experimental que permitan validar sus resultados forman un pilar base en las tendencias de investigación actuales. Existen numerosos ejemplos de estudios con estas combinaciones, como el realizado por Camas [30,31], en el que se modelaba el crecimiento de una grieta para un aluminio 2024 mediante FEM, y cuyos resultados se validaron mediante ensayo experimental por DIC. Besel y Breitbarth [32] también usaron esta pareja de técnicas sobre el mismo tipo de aluminio, y así estudiar los diferentes tipos de zona plástica en torno al vértice de grieta. Otra técnica usada para la validación de modelos FEM es la correlación con resultados experimentales directos, como los de Zhang [33], quien denotó la similitud de la FCGR y el tamaño de zona plástica de su modelo con los resultados obtenidos.

De manera alternativa, autores como McClung [34] han usado *FEM* para estudiar los tamaños de zona plástica otorgados por los modelos bajo diferentes configuraciones, validando estos con los modelos teóricos aceptados de Irwin y Dugdale.

No obstante, ninguna de las técnicas anteriores permite conocer a ciencia cierta lo que ocurre en el interior del material, a cierta profundidad de la superficie. Es ahí donde las técnicas basadas en difracción y tomografía se hacen relevantes. Destacan trabajos como el de Lopez-Crespo [35], en el que se miden los efectos de la sobrecarga en una muestra CT de acero bainítico, consiguiendo resoluciones bastante buenas entorno al vértice de grieta, y revelando además los efectos de la zona plástica en el endurecimiento de la grieta.

Algunos estudios como el de Davidson [36] usan varias técnicas de alta energía en consonancia. Así, se compararon dos técnicas experimentales como *x-ray micro beam y electronic channeling contrast* en un

acero bajo en carbono, de forma que pudiese medir propiedades microscópicas en la zona plástica. Un enfoque similar fue adoptado por Steuwer [37], aplicando tomografía y difracción de rayos X en una probeta de Al-Li similar al AA5091, para visualizar grietas y campos de tensiones y deformaciones, que permitiesen validar sus resultados predichos con FEM. Recientemente se ha podido aplicar la técnica para la estimación del factor de intensidad de tensiones en el interior del material [38]. El uso de estas técnicas es especialmente relevante para conocer el fenómeno de cierre de grieta, como ocurre en el estudio de Khor [39]. Mediante el uso de microtomografía, para un aluminio 2024, se estudió la orientación de granos y el crecimiento de la grieta, logrando un estudio micromecánico efectivo. Barabash [40] es otro ejemplo, en el que el uso de difracción de neutrones permite el estudio efectivo del cierre de grieta.

Las casuísticas que rodean a la tomografía de rayos X sincrotrón in situ quedan reflejadas en el artículo de Buffiere [41], quien recoge las ventajas, oportunidades, material y limitaciones de esta técnica. En el contexto que se ha presentado se plantea este estudio, a fin de aportar información relevante con el uso combinado de técnicas de alta energía, como es el ensayo por difracción de rayos X, y apoyado por técnicas experimentales como los ensayos de tracción y *FEM*. Además, se tendrán en cuenta las mecánicas de la fractura elastoplástica, y diferentes modelos de distribución de tensiones en torno al vértice de grieta, como los sugeridos por Irwin y Dugdale.

2. MATERIALES Y MÉTODOS

2.1. Material, y ensayo de fatiga.

El material en cuestión es un acero bainítico templado y recocido, similar al Q1N (HY80) [42], cuya composición química es la siguiente, referido a la masa de Fe: 16% C, 25% Si, 31% Mn, 1% P, 0.8% S, 142% Cr, 271% Ni, 41% Mo, 10% Cu. Las propiedades relativas al ensayo de tracción son las siguientes: limite elástico $\sigma_y = 699MPa$ y límite de rotura $\sigma_u = 858$ MPa. Se mecanizó una probeta CT del material antes mencionado, de dimensiones W = 62.5mm y B = 12mm.

El ensayo se realizó usando la misma configuración que la descrita en [43]. Las aberturas del rayo incidente se abrieron a $60x60\mu$ m, aportando una resolución lateral (x, y) de 60μ m. Dicha resolución fue posible gracias al pequeño tamaño de grano del acero bainítico usado. La penetración a través del espesor del material es de aproximadamente 1.4 mm. Si bien dicha penetración hace posible suponer condiciones de deformación plana, la situación real es distinta, al obtenerse datos volumétricos y no superficiales. Se tuvo especial cuidado a la hora de corregir los ligeros movimientos de la muestra que tenían lugar durante los ciclos de fatiga, así como para las situaciones de carga en K_{max} = 46.6 MPa \sqrt{m} . De este modo, se aseguró que todos los mapas de deformación se tomaban tomando como referencia la muestra y no al equipo usado en el laboratorio. Se estimó que la posición de la muestra podía ser corregida ± 50 µm.

Se generó una grieta de fatiga mediante la aplicación de 51.000 ciclos a una frecuencia de 10Hz, y un rango de intensidad de tensiones $\Delta K{=}28~MPa\sqrt{m}~con~K_{min}/K_{max}=0.03$. Una vez que la grieta de fatiga hubo crecido hasta una longitud de 12.75 mm, se realizó la medida de los campos de deformaciones en el interior del material mediante difracción de rayos X sincrotrón.

2.2. Posprocesado. Obtención de la zona plástica

El proceso aplicado para la obtención de la zona plástica queda reflejado en la Figura 1.



Figura 1. Proceso de obtención de zona plástica a partir de campos de deformación entorno al vértice de grieta.

Los campos de deformación en dirección de crecimiento de grieta y apertura de grieta son obtenidos del ensayo de XRD antes mencionado. Pueden observarse en la Figura 2. A partir de un modelo FEM, se pueden estimar los campos de deformación angular γ_{xy} . De este modo, bajo condiciones de deformación plana, es posible hallar un campo de deformación elástica equivalente entorno al vértice de grieta. Dicho campo viene dado por la siguiente expresión:

$$\varepsilon_{eq} = \frac{3}{4 \cdot \sqrt{2}} \sqrt{\varepsilon_x^2 + \varepsilon_y^2 + (\varepsilon_x - \varepsilon_y)^2 + 6 \cdot \left(\frac{\gamma_{xy}}{2}\right)^2}$$
(1)

La aplicación de la ley de Hooke permite la obtención de campos de tensiones entorno al vértice de grieta. Una sencilla umbralización para valores superiores al límite elástico permite visualizar la zona plástica entorno al vértice. Los resultados obtenidos son comparados con modelos teóricos aceptados para deformación plana como el de Irwin o Dugdale.



Figura 2. Arriba, campo de deformación en la dirección de apertura de grieta. Abajo, campo de deformación en la dirección de crecimiento de grieta. Ambos obtenidos mediante XRD.

3. RESULTADOS. ZONA PLÁSTICA OBTENIDA

En la Figura 3 se observa la zona plástica obtenida con el método, 8000 ciclos después del estado descrito en la sección 2.1. La zona plástica obtenida presenta un tamaño rectangular aproximado de 0.2x1.1 mm. El modelo de Irwin para la casuística de este problema presenta un radio corregido de 0.47 mm. Así mismo, el modelo de Dugdale marca 0.58 mm. Puede observarse como los datos experimentales casan con los modelos antes mencionados, situándose su medida real entre ambos límites. La forma aproximada es la esperada, teniendo en cuenta las condiciones mayoritarias de deformación plana inherentes al propio experimento y medición. Así mismo, se observa que dicha zona es simétrica respecto a Y=0, por donde discurre la grieta.

4. CONCLUSIONES

Se ha planteado un método para la obtención de la zona plástica en torno al vértice de grietas de fatiga. Dicho método requiere de datos de deformación en la dirección de crecimiento de grieta y en dirección de apertura de grieta. Si bien el método presenta resultados factibles, presenta las siguientes limitaciones:

 Se hace necesaria la adición de un campo de deformación angular. Dicho campo se ha obtenido mediante FEM para el caso actual. Si bien dicho modelo permite la aplicación del método, los resultados obtenidos no dejan de ser aproximados. Se requerirían datos experimentales de deformación angular para obtener resultados más correctos.



Figura 3. Zona Plástica (ZP) umbralizada obtenida a partir del campo de tensiones en torno al vértice de grieta. Comparativa con otros modelos.

 Las medidas de XRD están referidas a un volumen. Si bien dicha técnica asegura la penetración a través de la muestra, las medidas obtenidas no corresponden a un plano concreto del interior de esta, sino a una medida volumétrica referente a cierto espesor penetrado. Si bien la asunción de condiciones de deformación plana es útil para la aplicación del método, la medida real debería asumir unas condiciones intermedias.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen la financiación aportada para la realización de este trabajo al Ministerio de Economía y Competitividad (referencia MAT2016-76951-C2-2-P) y al Fondo Social Europeo a través de la Iniciativa de Empleo Juvenil (referencia UMAJI84). Los autores agradecen también el apoyo del profesor Philip J Withers de la Universidad de Manchester (RU).

REFERENCIAS

- Lopez-Crespo, P., Pommier, S. (2008). Numerical Analysis of Crack Tip Plasticity and History Effects under Mixed Mode Conditions, J. Solid Mech. Mater. Eng., 2(12), pp. 1567–76.
- [2] Paris, P., Erdogan, F. (1963). A Critical Analysis of Crack Propagation Laws, J. Basic Eng., 85(4), pp. 528–33.
- [3] Hutchinson, J.W. (1968). Plastic stress and strain fields at a crack tip, J. Mech. Phys. Solids, 16, pp. 337–47.
- [4] Banerjee, S. (1981). Influence of specimen size and configuration on the plastic zone size, toughness and crack growth, Eng. Fract. Mech., 15(3–4), pp. 343–90.
- Park, H.B., Kim, K.M., Lee, B.W. (1996).
 Plastic zone size in fatigue cracking, Int. J.
 Press. Vessel. Pip., 68, pp. 279–85.
- [6] Moreno, B., Martin, A., Lopez-Crespo, P., Zapatero, J., Dominguez, J. (2016). Estimations of fatigue life and variability under random loading in aluminum Al-2024T351 using strip yield models from NASGRO, Int. J. Fatigue, 91, pp. 414–22.
- [7] Xin, G., Hangong, W., Xingwu, K., Liangzhou, J. (2010). Analytic solutions to crack tip plastic zone under various loading conditions, Eur. J. Mech. A/Solids, 29, pp. 738–45.
- [8] Banks, T.M., Garlick, A. (1984). The form of crack tip plastic zones, Eng. Fract. Mech., 19(3), pp. 571–81.
- [9] Ould Chikh, B., Imad, A., Benguediab, M. (2008). Influence of the cyclic plastic zone size on the propagation of the fatigue crack in case of 12NC6 steel, Comput. Mater. Sci., 43, pp. 1010–7.
- [10] Tekin, A., Martin, J.W. (1989). High-resolution measurement of crack-tip plastic zone sizes by selected area channelling patterns, Metallography, 22, pp. 1–14.
- [11] Uguz, A., Martin, J.W. (1996). Plastic Zone Size Measurement Techniques for Metallic Materials, Mater. Charact., 37(2–3), pp. 105–18.
- [12] Brinson, H.F. (1970). The Ductile Fracture of Polycarbonate Paper indicates that polycarbonate obeys the model of ductile yielding by comparing measured plastic-zone sizes and displacements to the theoretical predictions, Exp. Mech., 10(2), pp. 72–7.

- [13] Mishra, S.C., Parida, B.K. (1985). Determination of the size of crack-tip plastic zone in a thin sheet under uniaxial loading, Eng. Fract. Mech., 22(3), pp. 351–7.
- [14] Theocaris, P.S., Gdoutos, E.E. (1975). The Size of Plastic Zones in Cracked Plates Made of Polycarbonate, Exp. Mech., 15(5), pp. 169–76.
- [15] Lino, V. (2013). Accumulated plastic zone around fatigue crack in Type 304 stainless steel, Met. Sci., 10(5), pp. 159–64.
- [16] Díaz, F.A., Patterson, E.A., Tomlinson, R.A., Yates, J.R. (2004). Measuring stress intensity factors during fatigue crack growth using thermoelasticity, Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct., 27, pp. 571–83.
- [17] Díaz, F.A., Yates, J.R., Patterson, E.A. (2004). Some improvements in the analysis of fatigue cracks using thermoelasticity, Int. J. Fatigue, 26, pp. 365–76.
- [18] Tomlinson, R.A., Patterson, E.A. (2011).Examination of Crack Tip Plasticity Using Thermoelastic Stress Analysis. In: Conference Proceedings of the Society for Experimental Mechanics Series, (Ed.), Thermomechanics and Infra-Red Imaging, vol. 7, Springer, pp. 123–9.
- [19] Patki, A.S., Patterson, E.A. (2010). Thermoelastic stress analysis of fatigue cracks subject to overloads, Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct., 33, pp. 809–21.
- [20] Lopez-Crespo, P., Shterenlikht, A., Yates, J.R., Patterson, E.A., Withers, P.J. (2009). Some experimental observations on crack closure and crack-tip plasticity, Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct., 32(5), pp. 418–29.
- [21] Mokhtarishirazabad, M., Lopez-Crespo, P., Zanganeh, M. (2018). Stress intensity factor monitoring under cyclic loading by digital image correlation, Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct., 41(10), pp. 2162–71.
- [22] Tay, T.E., Yap, C.M., Tay, C.J. (1995). Crack tip and notch tip plastic zone size measurement by the laser speckle technique, Eng. Fract. Mech., 52(5), pp. 879–93.
- [23] Nicoletto, G. (1989). Plastic zones about fatigue cracks in metals, Int. J. Fatigue, 11(2), pp. 107– 15.
- [24] Sivaneri, N.T., Xie, Y.P., Kang, B.S.J. (1991). Elastic-plastic crack-tip-field numerical analysis

integrated with moire interferometry, Int. J. Fract., 49, pp. 291–303.

- [25] Vasco-Olmo, J.M., Díaz, F.A., Patterson, E.A. (2016). Experimental evaluation of shielding effect on growing fatigue cracks under overloads using ESPI, Int. J. Fatigue, 83, pp. 117–26.
- [26] Herbert, D.P., Al-Hassani, A.H.M., Richardson, M.O.W. (1984). The use of Electronic Speckle Pattern Interferometry (ESPI) in the crack propagation analysis of epoxy resins, Opt. Lasers Eng., 5, pp. 249–62.
- [27] Vasco-Olmo, J.M., James, M.N., Christopher, C.J., Patterson, E.A., Díaz, F.A. (2016).
 Assessment of crack tip plastic zone size and shape and its influence on crack tip shielding, Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct., 39(8), pp. 969–81.
- [28] Hosdez, J., Witz, J.-F., Martel, C., Limodin, N., Najjar, D., Charkaluk, E., Osmond, P., Szmytka, F. (2017). Fatigue crack growth law identification by Digital Image Correlation and electrical potential method for ductile cast iron, Eng. Fract. Mech., 182, pp. 577–94.
- [29] Pommier, S., Lopez-Crespo, P., Decreuse, P.Y. (2009). A multi-scale approach to condense the cyclic elastic-plastic behaviour of the crack tip region into an extended constitutive model, Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct., 32(11), pp. 899–915.
- [30] Camas, D., Lopez-Crespo, P., Gonzalez-Herrera, A., Moreno, B. (2017). Numerical and experimental study of the plastic zone in cracked specimens, Eng. Fract. Mech., 185, pp. 20–32.
- [31] Lopez-Crespo, P., Camas, D., Antunes, F. V., Yates, J.R. (2018). A study of the evolution of crack tip plasticity along a crack front, Theor. Appl. Fract. Mech., 98, pp. 59–66.
- [32] Besel, M., Breitbarth, E. (2016). Advanced analysis of crack tip plastic zone under cyclic loading, Int. J. Fatigue, 93(1), pp. 92–108.
- [33] Zhang, J.Z., Zhang, J.Z., Yi Du, S. (2001). Elastic-plastic finite element analysis and experimental study of short and long fatigue crack growth, Eng. Fract. Mech., 68, pp. 1591– 605.
- [34] McClung, R.C. (1991). Crack closure and plastic zone sizes in fatigue, Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct., 14(4), pp. 455–68.

- [35] Lopez-Crespo, P., Steuwer, A., Buslaps, T., Tai, Y.H., Lopez-Moreno, A., Yates, J.R., Withers, P.J. (2015). Measuring overload effects during fatigue crack growth in bainitic steel by synchrotron X-ray diffraction, Int. J. Fatigue, 71, pp. 11–6.
- [36] Davidson, D.L., Lankford, J., Yokobori, T., Sato, K. (1976). Fatigue crack tip plastic zones in low carbon steel, Int. J. Fract., 12(4), pp. 579–85.
- [37] Steuwer, A., Edwards, L., Pratihar, S., Ganguly, S., Peel, M., Fitzpatrick, M.E., Marrow, T.J., Withers, P.J., Sinclair, I., Singh, K.D., Gao, N., Buslaps, T., Buffière, J.Y. (2006). In situ analysis of cracks in structural materials using synchrotron X-ray tomography and diffraction, Nucl. Instruments Methods Phys. Res. Sect. B Beam Interact. with Mater. Atoms, 246, pp. 217–25.
- [38] Lopez-Crespo, P., Peralta, J. V., Withers, P.J. (2018). Synchrotron X-ray diffraction based method for stress intensity factor evaluation in the bulk of materials, Theor. Appl. Fract. Mech., 98, pp. 72–7.
- [39] Khor, K.H., Buffiére, J.Y., Ludwig, W., Sinclair, I. (2006). High resolution X-ray tomography of micromechanisms of fatigue crack closure, Scr. Mater., 55, pp. 47–50.
- [40] Barabash, R., Gao, Y., Sun, Y., Lee, S.Y., Choo, H., Liaw, P.K., Brown, D.W., Ice, G.E. (2008). Neutron and X-ray diffraction studies and cohesive interface model of the fatigue crack deformation behavior, Philos. Mag. Lett., 88(8), pp. 553–65.
- [41] Buffiere, J.Y., Maire, E., Adrien, J., Masse, J.P., Boller, E. (2010). In situ experiments with X ray tomography: An attractive tool for experimental mechanics, Proc. Soc. Exp. Mech. Inc., 50, pp. 289–305.
- [42] Robertson, I.M. (1994). Measurement of the effects of stress ratio and changes of stress ratio on fatigue crack growth rate in a quenched and tempered steel, Int. J. Fatigue, 16(3), pp. 216– 20.
- [43] Steuwer, A., Rahman, M., Shterenlikht, A., Fitzpatrick, M.E., Edwards, L., Withers, P.J. (2010). The evolution of crack-tip stresses during a fatigue overload event, Acta Mater., 58(11), pp. 4039–52.

Métodos y modelos analíticos y numéricos
2D AND 3D IMPLEMENTATIONS OF THE COUPLED CRITERION TO PREDICT CRACK NUCLEATION AT STRESS CONCENTRATION POINTS IN BRITTLE MATERIALS

D. Leguillon

Institut Jean Le Rond d'Alembert. Sorbonne Université, Centre National de la recherche Scientifique, UMR 7190. 4 place Jussieu, 75005 Paris, France. dominique.leguillon@upmc.fr

RESUMEN

Dentro del marco de la Mecánica de Fractura Finita, el criterio de acoplamiento es uno de los más efectivos para predecir la nucleación de grietas en los puntos de concentración de tensiones en materiales frágiles o cuasi-frágiles. Se pueden encontrar muchas aplicaciones en la literatura para resolver problemas 2D con dos variantes para su implementación: expansiones asintóticas enlazadas y cálculos de elementos finitos completos. Estos dos enfoques se han extendido recientemente al 3D, abriendo nuevas y muy amplias perspectivas.

PALABRAS CLAVE: Fractura, materiales frágiles, nucleación de grietas

ABSTRACT

Within the Finite Fracture Mechanics framework, the coupled criterion is one of the most effective approach to predict crack nucleation at stress concentration points in brittle or quasi-brittle materials. Many applications can be found in the literature to solve 2D problems with two variants for implementation: matched asymptotic expansions and full finite element computations. These two approaches have been recently extended to 3D opening up new and very broad prospects.

KEYWORDS: Fracture, brittle materials, crack nucleation

INTRODUCTION

Predicting not only the growth of a crack in a brittle material [1] but also its nucleation was a concern for many years. Focusing on crack nucleation at the root of a V-notch, it quickly became apparent that two parameters were necessary: toughness and tensile strength, from which a distance can be derived. This distance was first calibrated using the singular stress field at the tip of a crack [2-4] and later using the singular field that prevail around a V-notch [5,6]. It was also evidenced that the relevant parameter was the generalized stress intensity factor (GSIF) scaling the singular field [7,8]. The relationship between these two approaches was first established in [5] within the Finite Fracture Mechanics framework [9,10]. The so-called coupled criterion (CC) has since then been successfully applied to many situations, see the review paper [11]. Among them, let us mention: composite materials and adhesive joints both with a large literature, e.g. [12-16] and the references quoted there, thin films [17,18]...

All these works have been carried out in a 2D framework, it is only recently that 3D extensions have been successfully developed [19-23].

THE 2D APPROACH TO THE CC



Figure 1. Tensile test on a V-notched structure.

The CC used to predict crack nucleation at stress concentration points (like the root of a V-notch, Figure 1) states that a crack with length l appears if: (i) The energy balance is fulfilled:

$$W_{\rm P}(0) - W_{\rm P}(l) \ge G_{\rm c}l \tag{1}$$

where $W_P(l)$ denotes the potential energy of the structure embedding a crack with length l and where G_c is the fracture energy of the material, equivalent to the toughness K_{Ic} through the Irwin relationship. (ii) The tensile stress σ exceeds the tensile strength σ_c all along the presupposed crack path prior to crack initiation:

$$\sigma(r) \ge \sigma_c \text{ for } 0 \le r \le l \tag{2}$$

As often $\sigma(r)$ is a decreasing function of *r*, thus (2) is equivalent to:

$$\sigma(l) \ge \sigma_{\rm c} \tag{3}$$

Note that, despite (3), it is not a point-stress criterion, (2) shows that it is a non-local one.

As a consequence of the two inequalities (1) and (3), initiation is brutal and the crack jumps a finite length l_c (it is infinitesimal only in the case of the growth of a pre-existing crack). Solving the two inequalities allows determining both l_c and the load at failure.

The CC can be used using a full Finite Element (FE) procedure, by computing (1) and (3) varying the virtual crack length l and possibly for different crack directions, thus constructing the functions $\sigma(l)$ and $W_{\rm P}(l)$.

Provided l is small enough (checked afterward), there is also an asymptotic approach based on the Williams expansion of an elastic solution in the vicinity of a notch, we refer to [5] for a detailed presentation of this quasi-analytic approach.

THE 3D EXTENSION TO THE CC

In the 3D extension, again both conditions (i) and (ii) must be fulfilled, the surface S of the new crack replacing the length l. However, if in 2D a short straight crack extension can be characterized by only two parameters (length and direction), this is no longer the case in 3D where, even under the assumption of a small in-plane extension, the crack surface and the orientation of the plane are not sufficient: the crack shape plays a major role. This makes the 3D extension not totally straightforward.

The main assumption of the 3D extension is that the plane where the new crack develops is orthogonal to the maximum tensile stress [23]. Then, as a consequence of the stress condition (ii), we assume that the crack shape is defined by the level lines of the tensile stress within this plane. Thus it can be defined by a single parameter: the distance d between the stress concentration point and the contour of S in a given direction (e.g. the bisector of the V-notch). Then again:

$$\sigma(x, y) \ge \sigma_{c}$$
 for any $(x, y) \in S \iff \sigma(x_{d}, y_{d}) \ge \sigma_{c}$ (4)

where $\sigma(x,y)$ is the tensile component of the traction acting on the surface *S* prior to fracture at any point (x,y)and (x_d,y_d) the point of the contour of *S* defining *d*.

The shape of the crack being defined, its actual surface derives from the energy condition. The full FE approach consists in computing the potential energy for increasing virtual crack surfaces *S* corresponding to decreasing values of the stress level lines, thus constructing in this way the functions $W_P(d)$ and $\sigma(d) = \sigma(x_d, y_d)$ [22]. Following, (1) and (3) can be solved replacing *l* with *d*.

It must be pointed out that, if d is small enough (checked afterward), the asymptotic approach works well with a very similar formulation to the 2D case, even if the way to established it differs significantly [19].

A FIRST 2D EXEMPLE



Figure 2. Compressive test on a PMMA square hole specimen.

Such a compressive test (Figure 2) takes advantage of a stable crack growth once it initiates. Computations are carried out on a quarter specimen by symmetry. The virtual crack is obtained by unbuttoning nodes along the presupposed crack path. Let $\{l_i\}_{i=0,N}$ the abscissa of the N+1 nodes such that $l_0 = 0$, the $\sigma(l_i)$'s are computed prior to unbuttoning and then unbuttoning is activated and the incremental energy release rate G_{inc} is given by:

$$G_{\rm inc}(l_i) = \frac{W_{\rm P}(0) - W_{\rm P}(l_i)}{l_i} \text{ for } i = 1, N$$
(5)

So that the CC (see (1) and (3)) can be written:

$$G_{\rm inc}(l)/G_{\rm c} \ge 1$$
 and $\sigma(l)/\sigma_{\rm c} \ge 1$ (6)

This dimensionless form allows to plot the two conditions on the same graph (Figure 3). In this figure, if the applied load is decreased, the two curves are shifted downward and the criterion no longer holds true.



Figure 3. Graphical display of the CC. Solid blue line: energy condition, dashed red line: stress condition. At $l = l_c$ the two conditions are fulfilled.

The full FE approach allows to go further and to get information on the arrest length. The energy release rate (in Griffith's sense, i.e. minus the derivative of the potential energy with respect to the crack length) is given by:

$$G(l_i) = \frac{W_{\rm P}(l_{i-1}) - W_{\rm P}(l_i)}{l_i - l_{i-1}} \quad \text{for } i = 1, N$$
(7)

and Griffith's criterion states that the crack grows if $G \ge G_c$. It is clear, from Figure 4 that, at initiation $G(l_c) > G_c$, then after the initial jump the crack goes on growing in an unstable manner. At $l = l_{min} G$ is decreasing and becomes smaller than G_c , it is a possible arrest length. Nevertheless, between $l = l_c$ and $l = l_{min}$ there is extra energy available ($G(l_c)$ is strictly larger than G_c) that can be used to propagate the crack further on. The upper limit l_{max} derives from the energy balance: $G_{inc} = G_c$ [24]. However, it must be pointed out that only the lower bound is in general observed, a very high excess of energy is required for the crack to actually exceed this lower bound of the arrest point [25].



Figure 4. The initiation length l_c and the two bounds for the arrest length l_{min} and l_{max} .

A SECOND 2D EXAMPLE BASED ON AN INDUS-TRIAL PROBLEM

AGR (Advanced Gas-cooled Reactor) nuclear plants use graphite bricks as neutrons moderator (Figure 5). Due to ageing, residual stresses, more precisely compression in the inner part and tension outer, develop that can lead to cracking [26].



Figure 5. The graphite neutron moderator bricks in an AGR reactor (reprinted from [26]).



Figure 6. The 2D numerical model on a cross-section.

Tests were carried out to simulate these stresses on a sound material: a cut was done in a cross section of the brick and a torque F was applied via a connecting rod (Figure 6) while the other end was clamped. The prediction of crack initiation at the corner of one of the keyways is a little more complicated to implement because it involves a mixed mode loading of the corner and one has to predict both the crack direction and the load at failure [27,28]. Nevertheless, both results are in a good agreement with the experiments. In particular, the failure load differs by less than 6% from the measures. This was done using the asymptotic approach since the initiation length 0.46 mm is small compared to any dimension of the structure. The resulting crack that follows may not be a through-thickness crack due to the compressive residual stresses in the inner part of the structure [29]. Moreover, the competition between the various keyway corners can be analyzed to decide which one is most likely to break, if not intuitive.

A 3D PROBLEM: THE FORMATION OF FACETS UNDER MODE I+III LOADING

Under mode I+III loading a crack tends to rotate around the axis of propagation to reach a pure mode I state. This cannot be done in one step, a segmentation of the front into multiple inclined small cracks occurs. These facets grow and coalesce to form a stepwise pattern well-known as "factory roof". Later these steps grow and coalesce again to end in a flat near mode I crack. This has been experimentally studied for a long time [30,31] but only recent analyses tried to model this complex mechanism [32-33]. However, these models were mainly dedicated to explain how the stepwise patterns evolve, growing and enlarging the steps to end in a smooth surface. Nothing was said on the initial formation of facets. An experimental study was proposed in [34] and a first model was developed for Vnotches [35], followed by an application of the CC to blunt cracks [23] under the experimental conditions described in [34], using the asymptotic approach.

Provided the root radius of the crack r_0 and the facets diameter are small enough, the far field ignores these micro-details, the crack tip is sharp and, in its vicinity, the elastic displacement field is defined by the Williams series with mode I and mode III as leading terms

(mixing Cartesian (x_1 , x_2 , x_3) and cylindrical coordinates (r, θ , x_3) for simplicity):

$$\underline{U}(x_1, x_2, x_3) = \underline{C} + K_{\mathrm{I}}(x_3)\sqrt{r}\underline{u}_{\mathrm{I}}(\theta) + K_{\mathrm{III}}(x_3)\sqrt{r}\underline{u}_{\mathrm{III}}(\theta) + \dots$$
(8)

where <u>*C*</u> is an irrelevant constant and K_{II} and K_{III} the stress intensity factors of modes I and III respectively. The near field is defined in a stretched domain with $\rho = r/r_0$ and $y_3 = x_3/r_0$, θ remaining unchanged. It is theoretically unbounded in the ρ direction as $r_0 \rightarrow 0$, however for practical numerical reasons it is taken finite but very large compared to the root radius (×400). A combination of mode I and III is prescribed along this fictitious boundary according to (8) and to the matching rules of the asymptotic procedure. The domain has a finite width in the y_3 direction because K_I and K_{III} are assumed to be locally constant (smoothly varying).

In a first step, i.e. prior to any crack formation, the plane undergoing the maximum tensile stress is determined (Figure 7). Computation are carried out for Homalite as in [34] (E = 2.1 GPa, v = 0.395, $K_{\rm lc} = 14.8$ MPa mm^{1/2}, $\sigma_{\rm c} = 35$ MPa).



Figure 7. The plane undergoing the maximum tensile stress in the near field (reprinted from [23]).

The angle made with the horizontal plane depends on the mode mixity ratio:

$$\beta = \frac{K_{\rm III}}{K_{\rm I} + K_{\rm III}} \tag{9}$$

Results are shown in Figure 8 and compared to experiments [34].



Figure 8. The inclination of the facets function of the mode mixity ratio: experiments [34] red diamonds, FE calculations blue solid line.



Figure 9. The computed level lines of the tensile stress (left) compared to the experimental observation (right) (reprinted from [23] and [34]).

Because of the regular spacing *s* of the facets, the width of the inclined cylinder corresponds now to the dimensionless stretched spacing between facets s/r_0 with periodic boundary conditions on the two faces. It is within this simplified geometry that the CC is implemented, giving the load at initiation of the facets as a function of the facets spacing as shown in Figure 10. From Figure 10, it can be derived that the actual facet spacing is $s = 5.3 r_0$ and $K_{\rm Ic}^{\rm app} = 25.4$ MPa mm^{1/2} for a mixity ratio $\beta = 0.37$. Indeed, below $s/r_0 = 5.3$, there is a shielding effect between the facets that requires to increase the applied load triggering facets apparition. Note that a ratio $s/r_0 \approx 4$ is found in [34].



Figure 10. The apparent normalized applied load at initiation of the facets function of the dimensionless crack spacing, for $\beta = 0.37$.

Figure 11 shows the normalized apparent critical stress intensity factors at nucleation of facets. The big drop in mode I ratio $K_{\rm Ic}{}^{\rm app}/K_{\rm Ic}$ for $\beta = 0$ is because for pure mode I ($\beta = 0$) it is no longer facets formation that takes place but standard in-plane crack growth.

The front segmentation of a parent crack into multiple daughter cracks under mode I+III loading appears more like a phenomenon of crack initiation than that of crack growth.



Figure 11. Normalized stress intensity factors at facets formation, functions of the mixity ratio β : K_{Ic}^{app}/K_{Ic} blue triangles, K_{IIc}^{app}/K_{Ic} red diamonds.

CONCLUSION

After more than 18 years, the CC has proven its effectiveness in predicting crack nucleation in brittle or quasi-brittle materials from 2D models. The extension to 3D problems is promising. The CC has a huge advantage over other methods that focus on the same problem (cohesive zone models and phase fields method [36,37]): the only problems to be addressed are linear, thus avoiding complications related to some lack of convergence. This becomes crucial in 3D with large discretized systems.

Among extensions, geometrical and material non-linear behaviors are being studied [16] and efforts are currently being made to implement the criterion in commercial FE codes in order to make its use more systematic [14,38,39].

REFERENCES

- Griffith A.A. The phenomenon of rupture and flow in solids, Phil. Trans. Roy. Soc. London, Series A (1920) 221:163-198.
- [2] Mc Clintock F.A. Ductile fracture instability in shear, J. Appl. Mech. (1958) 25:582-588.
- [3] Novozhilov V. On a necessary and sufficient criterion for brittle strength, J. Appl. Math. Mech. (translation of P.M.M.) (1969) 33:212-222.
- [4] Seweryn A. Brittle fracture criterion for structures with sharp notches, Engng. Fract. Mech. (1994) 47:673-681.
- [5] Leguillon D. Strength or toughness? A criterion for crack onset at a notch. Eur. J. of Mechanics-A/Solids (2002) 21:61-72.
- [6] Cornetti P., Pugno N., Carpinteri A., Taylor D. Finite fracture mechanics: A coupled stress and energy falure criterion, Engng. Fract. Mech. (2006) 73:2021-2033.

- [7] Carpinteri A. Stress singularity and generalized fracture toughness at the vertex of re-entrant corners, Engng. Fract. Mech. (1987) 26:143-155.
- [8] Dunn M.L., Suwito W., Cunningham S. Fracture initiation at sharp notches: correlation using critical stress intensities, Int. J. Solids Structures (1997) 34:3873-3883.
- [9] Hashin, Z. Finite thermoelastic fracture criterion with application to laminate cracking analysis. J. Mech. Phys. Solids (1996) 44:1129-1145.
- [10] Taylor D. The Theory of Critical Distances: A New Perspective in Fracture Mechanics, Elsevier, Oxford, UK, 2007.
- [11] Weissgraeber P., Leguillon D., Becker W. (2016). A review of Finite Fracture Mechanics: crack initiation at singular and non-singular stressraisers. Arch. Appl. Mech., 86, 375-401.
- [12] Mantic V. Interface crack onset at a circular cylindrical inclusion under a remote transverse tension. Application of a coupled stress and energy criterion. Int. J. Solids Structures 46 (2009) :1287-1304.
- [13] Cornetti P., Mantic V., Carpinteri A. Finite fracture mechanics at elastic interfaces. Int. J. Solids Structures (2012) 49:1022-1032.
- [14] Li J., Martin E., Leguillon D., Dupin C. A finite fracture model for the analysis of multi-cracking in woven ceramic matrix composites. Composites part B. (2018) 139:75-83.
- [15] Moradi A., Carrere N., Leguillon D., Martin E., Cognard J.-Y. Strength prediction of bonded assemblies using a coupled criterion under elastic assumptions: effect of material and geometrical parameters. Int. J. of Adhesion & Adhesives (2013) 47:73-82.
- [16] Weissgraeber P., Felger J., Talmon l'Armée A., Becker W. Crack initiation in single lap joints: effects of geometrical and material properties. Int. J. Fract. (2015) 192:155-166.
- [17] Leguillon D., Martin E. Prediction of multicracking in sub-micron films using the coupled criterion. Int. J. Fract. (2018) 209:187-202.
- [18] Kashtalyan M., García I.G., Mantic V. Coupled stress and energy criterion for multiple matrix cracking in cross-ply composite laminates. Int. J. Solids Structures (2018) 139:189-199.

- [19] Leguillon D. An attempt to extend the 2d coupled criterion for crack nucleation in brittle materials to the 3d case. Theor. Appl. Fract. Mech. (2014) 74:7-17.
- [20] García I.G., Carter B.J., Ingraffea A.R., Mantic V. A numerical study of transverse cracking in crossply laminates by 3d finite fracture mechanics. Comp. Part B (2016) 95:475-487.
- [21] Doitrand A., Fagiano C., Carrère N., Chiaruttini V., Hirsekorn M. Damage onset modeling in woven composites based on a coupled stress and energy criterion. Engng. Fract. Mech. (2017) 169:189-200.
- [22] Doitrand A., Leguillon D. 3D application of the coupled criterion to crack initiation prediction in epoxy/aluminum bimaterial specimens under four point bending. Int. J. Solids Structures (2018) 143:175-182.
- [23] Doitrand A., Leguillon D. Numerical modeling of the nucleation of facets ahead of a primary crack under mode I+III loading. Int. J. Fract. (2018) 213:37-50.
- [24] Doitrand A., Estevez R., Leguillon D. Comparison between cohesive zone and coupled criterion modeling of crack initiation in rhombus hole specimens under quasi-static compression. Theor. Appl. Fract. Mech. (2019) 99:51-59.
- [25] Leguillon D., Martin E., Sevecek O., Bermejo R. Application of the coupled stress-energy criterion to predict the fracture behaviour of layered ceramics designed with internal compressive stresses. Eur. J. Mech. A/Solids (2015) 54:94-104.
- [26] Leguillon D., Varillon G., Tran V.X., Martinuzzi P., Massin P., Geoffroy D. Modelling crack initiation on AGR graphite bricks. Proceedings of SMIRT 23 conference, Manchester, UK, August 10-14, 2015.
- [27] Yosibash Z., Priel E., Leguillon D. A failure criterion for brittle elastic materials under mixedmode loading, Int. J. Fract. (2006) 141:289-310.
- [28] Tran V.X., Leguillon D., Krishnan A., Xu L.R. Interface crack initiation at V-notches along adhesive bonding in weakly bonded polymers subjected to mixed-mode loading, Int. J. Fract. (2012) 176:65-79.
- [29] Leguillon D., Lafarie-Frenot M.C., Pannier Y., Martin E. Prediction of the surface cracking pattern of an oxidized polymer induced by residual and bending stresses. Int. J. Solids and Structures (2016) 91:89-101.

- [30] Sommer E. Formation of fracture lances in glass. Eng. Fract. Mech. (1969) 1:539-546.
- [31] Knauss W.G. An observation of crack propagation in antiplane shear. Int. J. Fract. (1970) 6:183-187.
- [32] Pons A.J., Karma A. Helical crack-front instability in mixed-mode fracture. Nature (2010) 464:85-89.
- [33] Leblond J.B., Karma A., Lazarus V. Theoretical analysis of crack front instability in mode I + III. J. Mech. Phys. Solids (2011) 59:1872-1887.
- [34] Pham K.H., Ravi-Chandar K. On the growth of cracks under mixed-mode I + III loading. Int. J. Fract. (2016) 199:105-134.
- [35] Mittelman B., Yosibash Z. Energy release rate cannot predict crack initiation orientation in domains with a sharp V-notch under mode III loading. Eng. Fract. Mech. (2015) 141:230-241.
- [36] Xu X., Needleman A. Numerical simulations of fast crack growth in brittle solids. J. Mech. Phys. Sol. 42 (1994):1397-1434.
- [37] Karma A., Kessler D., Levine H. Phase-Field Model of Mode III Dynamic Fracture. Phys. Rev. Letters (2001) 87:045501.
- [38] Li J., Leguillon D. Finite element implementation of the coupled criterion for numerical simulations of crack initiation and propagation in brittle or quasi-brittle materials. Theor. Appl. Fract. Mech. (2018) 93:105-115.
- [39] Doitrand A., Martin E., Leguillon D. Implementation of the 2D coupled criterion in Abaqus. In progress (2019).

ESTUDIO DE LA VALIDEZ DEL CONCEPTO DE MATERIAL EQUIVALENTE PARA PREDECIR LA ROTURA PRODUCIDA POR ENTALLAS EN U

F.J. Gómez, Javier^{1*}, M. Ispizua¹, S. Cicero², A.R. Torabi³

¹ ADVANCED MATERIAL SIMULATION SL C/Elcano 14 48008 Bilbao, Spain * Persona de contacto: Javier.gomez@amsimulation.com

²LADICIM, Universidad de Cantabria, E.T.S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos Av/Los Castros 44, Santander, Cantabria 39005, Spain
³Fracture Research Laboratory, Faculty of New Science and Technologies, University of Tehran, Tehran, Iran

RESUMEN

El presente trabajo analiza los límites de aplicabilidad del concepto de material equivalente para predecir la rotura producida por entallas en U. El concepto de material equivalente simplifica el estudio de materiales elastoplásticos reduciéndolos al caso elástico lineal, introduciendo una tensión de rotura ficticia tal que en un ensayo de tracción la energía de deformación es igual al del material real. Esta aproximación combinada con un criterio de rotura permite calcular la carga máxima que resiste un sólido entallado en forma de U. La metodología ha sido aplicada a diferentes materiales elastoplásticos, configuraciones y temperaturas distinguiendo entre casos válidos e inválidos. Estos dos grupos diferenciados han permitido establecer los límites de validez y determinar una condición de aplicabilidad basada en el factor de intensidad de tensiones en entallas en U adimensionalizado, el radio adimensional y el ratio entre la carga máxima y la carga de colapso plástico.

PALABRAS CLAVE: Entallas en U, criterios de rotura, diagramas de fallo, concepto de material equivalente

ABSTRACT

This paper analyses the limits of the equivalent material concept to predict the load bearing capacity in U-notched components. The Equivalent Material Concept simplifies the integrity assessment of notches in elastoplastic materials by reducing them to fictitious linear elastic ones. The combination of this approach with a brittle failure criterion predicts the fracture of U-notched ductile components. The methodology has been applied to different materials, configurations and temperatures distinguishing between valid and invalid cases. These two differentiated groups have allowed establishing the limits of validity and determine a condition based on the dimensionless notch stress intensity factor, the dimensionless notch radius and the ratio between the maximum load and the plastic collapse load.

KEYWORDS: U-notches, failure criteria, failure assessment diagrams, equivalent material concept.

INTRODUCCIÓN

La presencia de entallas en U en elementos estructurales aumenta el riesgo de fallo debido a la concentración de tensiones. Su integridad estructural se puede garantizar a partir de metodologías de rotura que evalúen la carga máxima que resisten. En una fisura, el caso límite de una entalla en U con radio cero, la Mecánica de Fractura resuelve el problema: si el material es elástico lineal hasta rotura la carga máxima se alcanza cuando el factor de intensidad de tensiones es igual al valor de la tenacidad de fractura del material. En materiales elastoplásticos, este criterio sigue siendo válido cuando el tamaño de la zona plástica en la raíz de la fisura es pequeño en comparación con el resto de las dimensiones del componente [1]. En entallas en U con radio distinto de cero y materiales elástico-lineales, el campo tensional en las proximidades se puede aproximar por la expresión dada por Creager y Paris [2], según la cual la tensión queda determinada por las coordenadas de posición del punto, el radio y un factor de intensidad de tensiones de entalla. En este caso no existe singularidad tensional, pero la aproximación anterior permite establecer que en la rotura se producirá cuando este factor alcance un valor crítico dependiente del radio [2-3].

La aplicación del criterio requiere conocer una función de rotura del material dependiente del radio. Esta función material se puede obtener a partir de criterios de rotura locales como el criterio de densidad de energía media crítica [4], máxima tensión, tensión media [5-6] o la teoría de la fisura cohesiva [7]. Gómez y Elices [8] comprobaron además que dicha función expresada de forma adimensional posee una dependencia débil con el material y que la aplicación de los diferentes criterios de rotura conduce a predicciones relativamente similares.

En materiales elástico-lineales hasta rotura, la metodología anterior resuelve el problema. Sin embargo, en materiales elastoplásticos la aproximación dada por Creager y Paris no es válida y son necesarias aproximaciones o correcciones adicionales como las sugeridas por Neuber [9], Glinka [10] o Torabi [11-12]. Este último ha propuesto el concepto de material equivalente "Equivalent Material Concept" (EMC), sutituyendo en los criterios de rotura el material real elastoplástico por otro elástico lineal. Gomez y Torabi analizaron la aplicación del concepto de material equivalente combinado con la formulación adimensional de la curva de rotura en entallas en U a materiales elastoplásticos [13]. En todos los casos estudiados en [13] la plasticidad estaba localizada en las proximidades de la grieta, estableciendo un primer límite de aplicabilidad del criterio basado en el cociente entre la carga aplicada y la carga de agotamiento plástico de la sección utilizada en los diagramas de fallo [14].

En el presente trabajo se aplica el procedimiento propuesto en [13] a geometrías con plasticidad desarrollada buscando establecer el límite de validez de la combinación de los criterios de rotura en entallas en U con el concepto de material equivalente.

APLICACIÓN DEL CONCEPTO DE MATERIAL EQUIVALENTE A ENTALLAS EN U

El concepto de material equivalente [11] sustituye el comportamiento mecánico real por otro ficticio elástico lineal y establece que el nuevo material posee el mismo módulo de elasticidad, E, y tenacidad de fractura, K_{IC} , que el real, mientras que la tensión de rotura se obtiene suponiendo que la densidad de energía desarrollada en un ensayo de tracción en carga máxima es la misma en el caso real y el equivalente.

$$(SED)_{necking} = \frac{\sigma_f^2}{2E} \tag{1}$$

Donde SED_{necking} es la densidad de energía desarrollada en un ensayo de tracción bajo carga máxima y σ_f la tensión ficticia de rotura del material equivalente. Conociendo esta tensión se pueden aplicar criterios de rotura locales o la metodología sugerida por Gómez et al [8] basada en la forma adimensional del factor de intensidad de tensiones de entalla.

$$\frac{K_l^R}{K_{lC}} \approx K_{lC}^{R*} \left(\frac{R}{l_{ch}}\right) \tag{2}$$

Donde R es el radio, K_I^R el factor de intensidad de tensiones de la entalla y l_{ch} es la longitud característica del material definida en materiales elástico-lineales hasta rotura como

$$l_{ch} = \left(\frac{K_{IC}}{f_t}\right)^2 \tag{3}$$

Y en materiales elastoplásticos a partir de la tensión ficticia de rotura



Figura 1. Curva tensión deformación en el material real y en el material ficticio.

Como criterio de rotura, Gómez y Elices [15] propusieron una curva fenomenológica obtenida por ajuste de los factores de intensidad de tensiones de entalla adimensionalizados correspondientes a 12 materiales diferentes: PMMA a -60°C, alúmina a distintas temperaturas y en condiciones de ensayo, nitruro de silicio, carburo de silicio, silicio policristalino y monocristalino, circonia parcialmente estabilizada con magnesia, circonia parcialmente estabilizada con itria, circonia totalmente estabilizada con distintos cantidades de itria y compuestos de alúmina con 7% de circonia. La curva adimensional aparece en la expresión (5), donde se observa que para radio nulo la función tiende al caso de una fisura y para radio infinito presenta una asíntota correspondiente a una geometría de tracción sin defecto.

Los resultados se muestran en la figura 2 donde los factores experimentales se concentran en una banda del 35% en torno a la curva media experimental.

$$\frac{K_l^R}{K_{lc}} = \sqrt{\frac{1+0.47392(R/l_{ch})+2.1382(R/l_{ch})^2 + \pi/4(R/l_{ch})^3}{1+(R/l_{ch})^2}}$$
(5)



Figura 2. Factor de intensidad de tensiones de entalla adimensional en materiales elástico-lineales (negro) materiales elastoplásticos con plasticidad reducida (azul), acero S355 (rojo), acero S275 (verde), curva fenomenológica (línea continua) y banda 35% (línea discontinua).

Gomez y Torabi [13] han combinado el concepto de material equivalente con la forma adimensional del criterio de rotura para predecir la carga máxima que resisten sólidos entallados en U en materiales elastoplásticos. El trabajo incluyó PMMA a temperatura ambiente, policarbonato, una aleación de aluminio A7075-T651, y dos aceros a -196°C, A508 y S355. Los factores adimensionales obtenidos se encuentran dentro de la banda experimental del 35% entorno a la curva ajustada dada por la expresión (5) (Figura 2) [13].

LÍMITES DE LA METODOLOGÍA

Las geometrías analizadas en [13] corresponden a configuraciones donde la rotura se produce antes de alcanzar una plasticidad desarrollada en la sección de la entalla. Con objeto de establecer los límites de la metodología propuesta se han estudiado dos aceros ensayados en condiciones claramente dúctiles.

Cicero et al [16-17] realizaron un extenso programa experimental de ensayos de rotura de probetas compactas

entalladas en U en dos aceros en un amplio rango de temperaturas (Tabla 1). El programa incluyó ensayos en acero S275JR a 7 temperaturas diferentes desde -120°C a 70°C y ensayos en acero S355J2 a seis temperaturas, desde -196°C hasta -20°C. Las curvas tensión deformación de los materiales, las cargas de rotura y los valores de las cargas de colapso plástico pueden encontrarse en el artículo original [17]. A partir de las curvas tensión deformación y la expresión (1) se ha obtenido la tensión ficticia (Tabla 1).

Tabla 1. Propiedades de los aceros S275JR y S355J2 analizados.

Material	T (°C)	E (GPa)	K _{IC} (MPam ^{0.5})	σ _f (MPa)
S275JR	-120	213	48.8	5633.86
	-90	211	62.7	5381.03
	-50	209	80.6	5376.65
	-30	208	100.7	5504.27
	-10	207	122.8	5860.8
	40	205	504.8	5260.84
	70	203	771.1	5046.52
S355J2	-196	218	31.3	3864.68
	-150	215	60.6	6264.86
	-120	212	146.6	5824.97
	-100	212	157.5	5607.95
	-50	209	372.1	5806.37
	-20	208	635.6	5893.46

Con los valores de las cargas de rotura se ha determinado los factores de intensidad de tensiones de la entalla definidos a partir de la siguiente expresión:

$$K_I^R = \frac{\sigma_{max}}{2} \sqrt{\pi R} \tag{6}$$

donde σ_{max} es la tensión en la raíz de la entalla. Para determinar σ_{max} se ha llevado a cabo un cálculo elástico lineal por elementos finitos con el código WARP3D para cada una de las geometrías estudiadas. Un ejemplo de las mallas empleadas aparece en la Figura 3.

Los factores adimensionales obtenidos se han representado en la Figura 2, donde se observa como el método propuesto deja de ser válido para algunas de las muestras ensayadas.

Junto a los factores de intensidad de tensiones de entalla y el radio adimensional, se ha obtenido analíticamente la carga de colapso plástico en las geometrías compactas de acero estructural y aluminio A7075-T651. El procedimiento, descrito con más detalle en [17], ha consistido en interpolar la carga de colapso plástico entre los valores correspondientes a tensión y deformación plana, en función del valor del factor de intensidad de tensiones. Con objeto de establecer un límite de validez del concepto de material equivalente se ha fijado un intervalo de valores admisibles $[0.65 K_{IC}^{R*}, 1.35 K_{IC}^{R*}]$ fuera del cual se considera que el método no es válido (Figura 2). El análisis de validez se ha llevado a cabo en un espacio de parámetros (R/l_{ch}, L_r), definiendo este último como el cociente entre la carga aplicada y la carga de colapso plástico [14].



Figura 3. Malla de elementos finitos utilizada para determinar la tensión principal mayor en la raíz de la entalla.

En la Figura 4 se han representado los valores experimentales de L_r en función de R/l_{ch} para todos los ensayos de la aleación de aluminio A7075-T651, el acero S275JR y el acero S355J2. Los puntos de color rojo corresponden a los ensayos donde la aproximación dada por el concepto de material equivalente no es válida y los azules aquellos que quedan dentro del rango de validez que aparece en la Figura 2. Los valores válidos se concentran en la zona inferior del gráfico, es decir, en la zona de menor plasticidad

Para definir la frontera de separación entre las dos familias de puntos, se ha realizado una regresión logística sobre los datos de la Figura 4. Este análisis predice el resultado de una variable categórica, la aplicabilidad del concepto de material equivalente, en función de las variables predictoras L_r y R/l_{ch}. Al ser una variable categórica, se modela la probabilidad π de que el experimento sea válido, es decir, la probabilidad de que el ensayo quede dentro de la zona de validez. Como primera aproximación, se supone que la frontera de separación es una función lineal:

$$\ln\left(\frac{\pi}{1-\pi}\right) = \beta_0 + \beta_1 \frac{R}{l_{ch}} + \beta_2 L_r \tag{7}$$

donde los parámetros β_0 , β_1 y β_2 se estiman a través del principio de máxima verosimilitud.

La recta de la Figura 4 representa los puntos en los que la probabilidad de que el experimento sea válido tiene un valor de 0.5. Los puntos por debajo de la recta tienen, según la regresión logística, una probabilidad mayor que 0.5 de ser válidos y los que están por encima una probabilidad menor que 0.5.



Figura 4. Análisis de los límites de aplicabilidad del Concepto de Material Equivalente.

Esta recta nos permite sugerir aplicar el concepto de material equivalente en entallas en U si se cumple la siguiente condición

$$L_r \le 1.337 - 0.006119 \frac{R}{l_{ch}} \tag{8}$$

CONCLUSIONES

En el presente trabajo se ha formulado un procedimiento para obtener la carga máxima en solidos entallados en U en materiales elastoplásticos combinando un criterio de rotura fenomenológico con el concepto de material equivalente.

Se han establecido los límites de aplicabilidad de la aproximación propuesta definiendo una región de validez en función del radio adimensionalizado y del nivel de plastificación. La frontera ha sido ajustada a una recta cuya ecuación es una recomendación práctica para aplicar el concepto de material equivalente en solidos entallados en U en materiales elastoplásticos.

La aproximación sugerida predice de forma unificada el comportamiento de sólidos entallados en U de materiales elástico-lineales hasta rotura, materiales elastoplásticos con plasticidad contenida y materiales elastoplásticos con plasticidad desarrollada.

AGRADECIMIENTOS

The authors wish to express their gratitude to the European Union's H2020 research and innovation programme for their financial support under the LightCoce project (No 814632).

REFERENCIAS

- [1] G.R. Irwin. Analysis of Stresses and Strain Near the End of a Crack Traversing Plate. Journal of Applied Mechanics (1957) 24:361-364.
- [2] M. Creager, P.C. Paris. Elastic field equations for blunt cracks with reference to stress corrosion cracking. International Journal of Fracture Mechanics (1967) 3:247-252.
- [3] G. Glinka, A. Newport. Universal features of elastic notch-tip stress fields. International Journal of Fatigue (1987) 9:143–150.
- [4] P. Lazzarin, F. Berto. Some expressions for the strain energy in a finite volume surrounding the root of blunt V-notches, International Journal of Fracture, 135, 161–185, 2005.
- [5] A. Seweryn, A. Lukaszewicz. Verification of brittle fracture criteria for elements with V-shaped

notches, Engineering Fracture Mechanics, 69, 1487-1510, 2002.

- [6] L. Susmel, D. Taylor. The theory of critical distances to predict static strength of notched brittle components subjected to mixed-mode loading, Engineering Fracture Mechanics, 75, 534-550, 2008.
- [7] F.J. Gómez, M. Elices, A. Valiente. Cracking in PMMA containing U-shaped notches, Fatigue Fracture Engineering Material and Structures, 23, 795-803, 2000.
- [8] F.J. Gómez, G. Guinea, M. Elices. Failure criteria for linear elastic materials with U-notches. International Journal of Fracture (2206) 141(1):99-113.
- [9] H. Neuber. Theory of Notch Stresses: Principles for Exact Calculation of Strength with Reference to Structural form and Material, second ed. Springer Verlag, Berlin, 1958.
- [10] G. Glinka. Energy density approach to calculation of inelastic strain-stress near notches and cracks. Engineering Fracture Mechanics (1985) 22:485-508.
- [11] A.R. Torabi. Estimation of tensile load-bearing capacity of ductile metallic materials weakened by a V-notch: the equivalent material concept. Material Science and Engineering A (2012) 536:249–255.
- [12] A.R. Torabi. Ultimate bending strength evaluation of U-notched ductile steel samples under largescale yielding conditions, International Journal of Fracture, 180, 261–268, 2013.
- [13] F.J. Gómez, A.R Torabi. Application of the equivalent material concept to fracture of U-notched solids under small scale yielding. Procedia Structural Integrity (2018) 13:267-272.
- [14] FITNET, European Fitness-for-Service Network, EU's Framework 5, Proposal No. GTC1-2001-43049, Contract No. G1RT-CT-2001-05071.
- [15] F.J. Gómez, M. Elices. Fracture loads for ceramic samples with rounded notches, Engineering Fracture Mechanics, 73, 880-894, 2006.
- [16] S. Cicero, T. García, V. Madrazo. Análisis de la integridad estructural de aceros ferríticos entallados en la zona de transición dúctil frágil. Anales de mecánica de la fractura (2015) 32:563-568
- [17] V. Madrazo, S. Cicero, T. García. Assessment of notched structural steel components using failure

assessment diagrams and the theory of critical distance. Engineering Failure Analysis (2014) 36:104-120

[18] V. Madrazo, S. Cicero, T. García. Assessment of notched structural steel components using failure assessment diagrams and the theory of critical distances, Engineering Failure Analysis, 36, 104– 120, 2014.

INTERACTING COLLINEAR CRACKS ANALYSIS BY ELEMENT-FREE GALERKIN METHOD

D. Garijo^{1,2*}, Ó.F. Valencia^{1,3}, F.J. Gómez-Escalonilla^{1,3}

¹ Airbus Defence and Space.
 Paseo de John Lennon s/n, 28906. Getafe, Madrid-España
 * Persona de contacto: diego.garijo@airbus.com

² Aerospace Engineering Group, Carlos III University, Madrid, Spain

³ School of Engineering and Architecture, Alfonso X El Sabio University, Madrid, Spain

RESUMEN

El requerimiento de análisis de interacción de grietas múltiples ha sido recientemente incorporado a la base de certificación de Fatiga y Tolerancia al Daño de componentes aeronáuticos debido al riesgo para la integridad estructural representado por los escenarios de *Widespread Fatigue Damage* (WFD) y *Multi-Site Damage* (MSD). Mientras que la tradicional aproximación ingenieril, basada fundamentalmente en el Método de Elementos Finitos, posee las limitaciones asociadas a la generación de malla *ad hoc*, el presente trabajo evalúa la bondad del método sin malla *Element-Free Galerkin Method* (EFGM) para este tipo de problemas en el rango de validez de la Mecánica de Fractura Elástica Lineal. Se implementa un procedimiento basado en la superposición de dominios de visibilidad, habilitando la construcción de funciones de forma en dominios arbitrariamente agrietados —incluyendo múltiples grietas curvas, escalonadas y ramificadas— a partir de distribuciones de nodos equiespaciados. El algoritmo se aplica para la determinación de factores de intensidad de esfuerzos de modo I de grietas colineales en interacción mediante el uso del método de la Integral de Dominio Equivalente. Precisión, convergencia e influencia de parámetros seleccionables del EFGM son analizadas en el trabajo. Asimismo, se debate el subsiguiente análisis de resistencia residual y coalescencia de grietas.

PALABRAS CLAVE: Métodos sin Malla, Galerkin, Interacción de Grietas, Factor de Intensidad de Esfuerzos

ABSTRACT

The requirement of analysing multiple interacting cracks has been recently incorporated into the Fatigue and Damage Tolerance (F&DT) certification basis of aeronautical components due to the risk for the structural integrity represented by the so-called Widespread Fatigue Damage (WFD) and Multi-Site Damage (MSD) scenarios. While the traditional engineering approach, typically based on the Finite Element Method (FEM), possesses the limitations associated to meshes generated *ad hoc*, the present work assesses the suitability of the meshless Element-Free Galerkin Method (EFGM) for the numerical analysis of such type of problems in the Linear Elastic Fracture Mechanics (LEFM) range of validity. A generalized procedure based on the superposition of visibility domains is implemented, enabling the construction of shape functions in arbitrarily cracked domains—including multiple curved, kinked, staggered and branched cracks— from regular equispaced nodal arrangements. The algorithm is applied for the determination of mode I stress intensity factors of interacting collinear cracks by employment of the Equivalent Domain Integral (EDI) method. Accuracy, convergence and influence of EFGM selectable parameters are analysed in the work. Further steps on the research of residual strength, net section yield and crack coalescence criteria with the presented technique are discussed.

KEYWORDS: Meshless, Galerkin, Crack Interaction, Stress Intensity Factor

1. INTRODUCTION

Nowadays the degree of maturity of Computational Fracture Mechanics is making possible to redraw the paradigm of crack propagation analysis in the aeronautical industry [1,2]. Numerical techniques based on extended and/or revisited formulations to model embedded damage are being identified as promising candidates to be incorporated into the simulation toolboxes of Fatigue and Damage Tolerance (F&DT)

engineers. This is the case of the family of Meshfree (MF) -or Meshless (MM)- Methods, which, after 20 years [3] of successful progress among scientists, are drawing the attention of the industry due to their efficiency when tackling problems involving field variable discontinuities and/or movable boundaries. Enrichment-based methods such as the eXtended Finite Element (XFEM), the eXtended Element-Free Galerkin (XEFGM) and the eXtended IsoGeometric Analysis (XIGA) are especially well-suited for reproducing the singular crack tip stress solutions of Linear Elastic Fracture Mechanics (LEFM). LEFM theory is commonly considered sufficiently approximate (ideally, on the conservative side) for aeronautical alloys subjected to long-term, Low Cycle Fatigue (LCF) inservice spectra, which may cause the growth of preexisting fatigue or manufacturing-induced flaws. The traditional engineering approach to LEFM is based on analytical or semi-empirical Stress Intensity Factors (SIF) solutions of the literature [4] combined with crack propagation laws determined from coupon tests. Further modelling corrections (e.g. Wheeler and Willenborg retardation models, Elber correction for plasticityinduced crack closure, etc.) can be introduced in the analysis in order to attain a more realistic constitutive behaviour. Finite Element (FE) analysis -a widely accepted and validated tool in the industrial environment- is frequently used to complement the analytical-empirical substantiation but, as stated by many authors [5], this method suffers from drawbacks associated to the presence of a mesh in evolving, nonlinear problems. At this point, the alternative discretization strategies offered by MF must be consolidated for industrial applications conjugating their enhanced capabilities for fracture problems with the robustness and numerical stability required to guarantee the fulfilment of the demanding certification standards issued by the aeronautical authorities [6]. The acceptance among industry participants of this type of innovative numerical methods --including not only kinematic representations of damage by meshless discretizations, but also representation of damage through the degradation of constitutive models, as it is carried out in the Continuum Damage Mechanics (CDM) approach— as reliable techniques to predict damage evolution is deemed a crucial step of the roadmap towards the ultimate goal of developing the socalled Virtual Testing (VT) or Digital Twin (DT) framework [7].

In this context, this work assesses the suitability of the standard meshless Element-Free Galerkin Method (EFGM) for the analysis of Widespread Fatigue Damage (WFD) and Multi-Site Damage (MSD). These menaces for the integrity of ageing airframes are characterized by several challenging features, e.g. multiinteracting cracks and presence of damages at different length scales (micro/macro-cracks). In particular, the study focuses on scenarios of multiple collinear cracks, typical problems arisen in aeronautical assemblies, which produce a weakening effect over the net sections of structural components.

2. EFGM-EDI APPROXIMATION FOR MULTIPLE-CRACKED DOMAINS

The principle of the EFGM applied to Elasticity is the computation of a numerical approximation $\mathbf{u}^{h}(\mathbf{x}), \mathbf{x} \in \Omega$, to the solution of a Boundary Value Problem (BVP) formulated in its Galerkin weak form via resolution of the system:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K} & \mathbf{G} \\ \mathbf{G}^{\mathrm{T}} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{a} \\ \boldsymbol{\lambda} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{f} \\ \mathbf{q} \end{pmatrix}$$
(1)

where the vector of unknowns is composed by the set of nodal parameters **a** and the Lagrange Multipliers λ , employed to enforce the Essential Boundary Conditions (EBC). The EFGM is based on a non-interpolating approximation obtained as the linear combination $\mathbf{u}^{h}(\mathbf{x}) = \mathbf{\Phi}(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{a}, \mathbf{\Phi}(\mathbf{x})$ being the array of N Moving Least Squares (MLS) shape functions evaluated at point \mathbf{x} . While the matrices K and G, that conform the left-hand side extended a-based stiffness matrix, and the vectors f and q, that form the right-hand side forcing term of system (1), are sufficiently described in the literature [8,9], the procedure of interest for this work is the construction of $\Phi(\mathbf{x}) = \{\phi_{\mathbf{t}}(\mathbf{x})\}, I = 1, ..., N$. The MLS shape functions are generated from an intrinsic basis $\mathbf{p}(\mathbf{x}) = \{p_k\}, k = 1, ..., m \text{ and a weight function } w(\mathbf{x} \cdot \mathbf{x}_l)$ associated to the nodes I whose support Ω_I —or domain of influence— the point x lays in:

$$\phi_I(\mathbf{x}) = \mathbf{p}^T(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{A}^{-1}(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{B}_I$$
(2)

wherein $A(x) = P^T \cdot W(x) \cdot P$ and $B(x) = P^T \cdot W(x)$, the components of the matrices **P** and **W** being given by $\mathbf{P}_{ij} = p_j(\mathbf{x}_i)$ and $\mathbf{W}_{lm} = \delta_{lm} \cdot \mathbf{w}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_l)$. The nodal arrangement and the size and shape of the support domains are selectable parameters of the EFGM, whose influence has been studied profusely in the past. The modelling of material discontinuities in EFGM implies the modification of the interrelationship among nodes assembled through the uncracked supports Ω_l^{μ} . As formulated by Belytschko et al. [10], the presence of a crack c intersecting a nodal support can be treated through the criteria of visibility, diffraction or transparency, the three of them ultimately leading to discontinuous shape functions that incorporate the jump in the displacement field. This work adopts the visibility criterion to implement a generalized procedure consisting on the superposition of cracked domains Ω_l^c so that the final intersection domain $\Lambda_I = \bigcap_{c=1}^n \Omega_I^c$ excludes from Ω_I^{μ} all the regions which are opaque to the influence of node I as a consequence of n elemental cracks (figure 1), thus $w(\mathbf{x}-\mathbf{x}_l) = 0$ for $\mathbf{x} \notin \Lambda_l$. This procedure enables the construction of shape functions in arbitrarily cracked domains from regular equispaced nodal arrangements (figure 2), including multiple curved, kinked, staggered and branched cracks (figure 3).

Once the solution of system (1) is retrieved, the strain $\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{L}\mathbf{u}^h$ and stress $\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D}\boldsymbol{\varepsilon}$ tensors (**L** and **D** being, respectively, the differential operator and the constitutive matrix of the elastostatic problem) in a domain Ω_E around the crack tip are combined to derive the \mathbf{J}_k integrals vector in accordance with the Equivalent Domain Integral Method (EDI) formulation [11,12]:

$$J_{1} = \int_{\Omega_{E}} \left(\sigma_{ij} \frac{\partial u_{j}}{\partial x_{1}} - W \delta_{1i} \right) \frac{\partial q_{1}}{\partial x_{i}} d\Omega$$
(3)

$$J_{1} = \int_{\Omega_{E}} \left(\sigma_{ij} \frac{\partial u_{j}}{\partial x_{2}} - W \delta_{2i} \right) \frac{\partial q_{1}}{\partial x_{i}} d\Omega + \int_{\Gamma_{s}^{+} + \Gamma_{s}^{-}} W q_{1} n_{2} d\Gamma$$
(4)



Figure 1. Superposition of visibility domains of n = 5 elemental cracks to simulate a branched crack.



Figure 2. Nodal supports and visibility domains in an equispaced nodal arrangement.

Following (3) and (4), the Stress Intensity Factors (SIF) in mixed mode I-II are computed from the relationships $J_1 = (SIF_1^2 + SIF_{II}^2)/E$, $J_2 = -2 \cdot SIF_1 \cdot SIF_{II}/E$, where *E* is the Young's modulus of the material. For the purpose of this work, a domain Ω_E enclosed between two circular perimeters of radii R_i and R_o , $R_i < R_o$, is selected. Note that, for each crack of characteristic size 2a, the condition of small domain $\Omega_{E\to 0}$ to avoid intersection of integration domains of several elemental cracks is forced by using R_i , $R_o << 2a$.



Figure 3. EFGM solution of stress σ_{xx} [MPa] in a square plate with multiple cracks loaded in x- direction.

3. NUMERICAL EXAMPLES

3.1. Validation in benchmark cases

In order to identify the optimum set of selectable parameters for the analysis of multiple collinear cracks, the performance of the EFGM-EDI approximation is first assessed in various classical problems of the literature. The results presented in this section are achieved using equispaced structured nodal arrangements, rectangular support domains, MLS 2D linear intrinsic basis, coupled integration mesh and cubic splines for the weight and EDI q_1 functions.



Figure 4. Oblique crack mode I-II propagation analysis.

A sensitivity analysis is initially carried out to evaluate the quality of the numerical solution of the stress field in mixed mode propagation problems (Rao and Rahman [13]) using constant crack propagation rate da/dN and the Maximum Principal Stress (MPS) criterion to determine the kink angle (figures 4 and 5).



Figure 5. Edge crack mode I-II propagation analysis.

The accuracy of the EFGM-EDI approach in terms of error Δ in SIF_I is measured in problems of elemental cracks whose composition yields the multiple collinear cracks scenario analysed in section 3.2: Single Edge Crack (SEC, figures 6 to 8), Double Edge Crack (DEC, figure 9) and Embedded Crack (EMC, figure 10). Different EFGM-EDI parameters (d_{max} , domain Ω_E size and mesh density) and crack lengths are experimented.



Figure 6. Convergence rates for various values of parameter d_{max} , SEC problem.

The numerical tests show a robust convergence behaviour for small integration domains (R_b , $R_o \ll 2a$) as the number of nodes is increased and the EFGM size parameter is taken $d_{\text{max}} \approx 2.0$. EMC results (figure 10) support the capability of the approximation to provide sufficiently accurate results for small cracks. The achievable error can be lowered below 5% with an affordable nodal *h* refinement. Numerical accuracy can be further increased with heavier discretizations up to $\Delta = 0.6\%$ (SEC), $\Delta = 0.1\%$ (DEC) or $\Delta = 0.4\%$ (EMC).



Figure 7. Convergence rates for various densities of the integration mesh in domain $\Omega_E(k_r \text{ and } k_t \text{ denote cells in radial and hoop directions, respectively}), SEC problem.$



Figure 8. Convergence rates for various sizes of integration domain Ω_E SEC problem.



Figure 9. Convergence rates for various crack sizes, DEC problem.



Figure 10. Convergence rates for various crack sizes, *EMC problem*.

3.2. Collinear cracks analysis

In airframe components, the scenario of interacting collinear cracks is the paradigm of analysis of WFD at several length scales, e.g. multiple cracks emanating from fastener holes in lap joints or dispersed pores and voids along a weld line. A Monte Carlo sampling with collinear cracks of random positions and sizes is discussed in this section. The reference solution is a DEC problem with 2a/W = 0.3, whose SIF_I is modified due to the presence of c_i widespread intermediate cracks. The set of selectable parameters of the EFGM method used is chosen from the conclusions derived from the parametric analysis presented in section 3.1.

In figure 11, the impact of the presence of the intermediate cracks in the stress intensity of one of the DEC tips (the one at the bottom edge of the plate) is plotted versus the parameter $L_{c tot} / W$, representative of the effective reduction of net section along the cracked line. The risk of potential overload (e.g. point A in figure 11, see the corresponding stress field in figure 12) is typically observed when intermediate cracks are in close proximity to the DEC tip of interest. In these cases, the WFD scenario becomes more severe than a DEC configuration with the same loss of net section (as observed from figure 11 comparing DEC and DEC + c_i solutions for the same $L_{c tot} / W$ ratio). The impact in terms of SIF_I can be widely larger than 100%. A second-order contribution to the local increase of the stress intensity is the global weakening of the structure as a consequence of the dispersed damage, which can lead to overload of the DEC tips by loss of stiffness in the area in between the DEC tips. On the other hand, arrangements of intermediate cracks not producing a remarkable increase of the SIF of one of the DEC tips commonly lead to overloading of the opposite DEC tip (e.g. point B in figure 11, see the corresponding stress field in figure 13), thus reproducing the detrimental effect of WFD.



Figure 11. Random interacting collinear cracks analysis.



Figure 12. Stress field σ_{xx} for DEC + $c_{i=3}$ problem, representative of point A in figure 11.



Figure 13. Stress field σ_{xx} for DEC + $c_{i=3}$ problem, representative of point B in figure 11.

Another result of the study is that the relevant parameters that govern the increase of SIF are the relative positions of the DEC and the c_i cracks and the total reduction of net area, but not the number of dispersed cracks. From figure 11, it is observed that the

points for one to three intermediate cracks lay overlapped on the same enveloping region.

Besides the severe increments of SIF and the associated detrimental effect for the residual strength of aeronautical structures under the LEFM hypotheses (i.e. the so-called fracture toughness criterion), multiple local crack tip plasticity may also promote the fast linkup and coalescence of widespread damage by local section yield. Dedicated analyses incorporating material plastic behaviour would be needed to consolidate this argument.

4. CONCLUSIONS

Widespread Fatigue Damage represents a challenging risk in ageing airframe structures. Due to its characteristic features, mesh-independent techniques arise as promising candidates for the analysis of this type of problems, with the potential to overcome some of the limitations of traditional analytical and numerical methods. For a first approach to WFD scenarios, authors have explored the capabilities of an approximation based on EFGM-EDI formulation. In the paper, the results achieved with the development of an algorithm to solve arbitrarily cracked domains in the LEFM regime using regular equispaced nodal distributions are presented. A validation versus benchmark cases of the literature is carried out, covering aspects such as accuracy, convergence and response to parameters selection (sensitivity analysis). The approximation is applied later on to assess a representative case of WFD, in particular the analysis of interacting collinear cracks, a simplified configuration which ultimately is used in the industry to substantiate the damage tolerance capability of aeronautical parts. The study employs randomly arranged intermediate dispersed cracks in between two principal crack tips, addressing the impact in terms of SIF by quantifying the severity of the stress field surrounding the crack tips. Relevant parameters of the problem are identified and discussed.

The computational performance attained supports the suitability of the EFGM to deal with WFD scenarios. Further analysis, investigation and numerical tests are suggested in order to consolidate the presented methodology.

ACKNOWLEDGEMENTS

The authors wish to thank Airbus Defence and Space, as well as UC3M and UAX universities, for their support and collaboration during the development of this work.

REFERENCES

- I. Rivero, F.J. Gómez-Escalonilla, Á. García, V. Ramírez and D. Garijo. XFEM application to crack growth correlation in aeronautical structures. NAFEMS World Congress 2015, San Diego, USA.
- [2] N. Martín. I. Rivero, F.J. Gómez-Escalonilla, Ó.F. Valencia, A. Martín, B. de Nicolás. Improving MultiSite Damage (MSD) fracture mechanics analysis using XFEM. NAFEMS World Congress 2017, Stockholm, Sweden.
- [3] J.S. Chen, M. Hillman and S.-W. Chi. Meshfree methods: progress made after 20 years. J Eng Mech-ASCE (2017) 143(4).
- [4] T.L. Anderson. Fracture mechanics: fundamentals and applications. Boca Raton: CRC Press, 4th edition (2017).
- [5] G.R. Liu. Meshfree methods: moving beyond the finite element method. CRC Press, 2nd edition (2009).
- [6] EASA website, <u>https://www.easa.europa.eu/</u>
- [7] F.J. Gómez-Escalonilla, D. Garijo, Ó.F. Valencia and I. Rivero. Development of efficient highfidelity solutions for virtual fatigue testing. 36th Conference & 30th Symposium of the International Committee on Aeronautical Fatigue and Structural Integrity (ICAF). Krakow, Poland (2019).
- [8] T. Belytschko, Y.Y. Lu and L. Gu. Element-Free Galerkin methods. Int J Numer Meth Engng (1994) 37: 229–256.
- [9] J. Dolbow and T. Belytschko. An introduction to programming the meshless Element Free Galerkin Method. Arch Comp Methods Engrg (1998) 5(3): 207–241.
- [10] T. Belytschko, Y. Krongauz, D. Organ, M. Fleming and P. Krysl. Meshless methods: an overview and recent developments. Comp Methods Appl Mech Engrg (1996) 139(1–4): 3–47.
- [11] H.G. de Lorenzi. On the energy release rate and the J-integral for 3-D crack configurations. Int J Fract (1982) 19(3): 183–193.
- [12] F.Z. Li, C.F. Shih and A. Needleman. A comparison of methods for calculating energy release rates. Eng Fract Mech (1985) 21(2): 405–421.
- [13] B.N. Rao and S. Rahman. A coupled meshlessfinite element method for fracture analysis of cracks. Int J Pres Ves Pip (2001) 78: 647–657.

STUDY OF THE INFLUENCE OF THE CONSTRAINT MODEL ON THE PREDICTIONS OF FATIGUE CRACK GROWTH

M. Escalero^{1*}, H. Zabala¹, I. Urresti¹, M. Muñiz-Calvente²

¹ Departamento de Fiabilidad Estructural. Área de Mecánica. IK4-IKERLAN. Paseo J.M. Arizmendiarreta, 2, 20500 Mondragón, España.

² Departamento de Construcción e Ingeniería de Fabricación. Escuela Politécnica de Ingeniería de Gijón. Universidad de Oviedo. C\ Pedro Puig Adam, s/n, 33204, Gijón, España.

^{*} Persona de contacto: mescalero@ikerlan.es

RESUMEN

El crecimiento de grieta en fatiga puede estar influenciado por el cierre de grieta, por lo que se debe expresar la ley de crecimiento en función de un factor de intensidad de tensiones efectivo. Para identificar el nivel de apertura se suele emplear la función de apertura de grieta propuesta por Newman, la cual depende del ratio de tensiones, el nivel de carga y el factor de constricción (α). Este estudio compara los modelos de Wang, Newman, Guo y McMaster para el cálculo de α , y cuantifica la influencia de la selección del modelo en las predicciones del crecimiento de una grieta de lado a lado en esquina de agujero en una placa sometida a cargas cíclicas de modo I. Asumiendo un avance uniforme en el espesor, se han obtenido los factores de intensidad de tensiones usando el método de los elementos finitos y se ha recurrido a la ecuación de NASGRO para el cálculo de la velocidad. Se ha observado que la selección del modelo influye drásticamente en la predicción del número de ciclos a rotura, con discrepancias que pueden llegar hasta el 70% respecto a la media experimental.

PALABRAS CLAVE: fatiga, crecimiento de grieta, cierre de grieta, constricción, predicciones.

ABSTRACT

Fatigue crack growth may be influenced by crack closure and therefore the growth law should be expressed as a function of an effective stress intensity factor range. For identifying the opening level the crack opening function suggested by Newman is commonly used, which depends on the stress ratio, the load level and the constraint factor (α). This study compares the models of Wang, Newman, Guo and McMaster for the calculation of α , and quantifies the influence of the model selection on the predictions of the growth of a through-crack in the edge of a hole in a plate subjected to cyclic mode-I loads. Assuming a uniform advance in the thickness, the stress intensity factors were obtained using the finite element method and the crack growth rates were computed with the NASGRO equation. The selection of the model was observed to influence the prediction of the number of cycles to failure drastically, with discrepancies as high as 70% with respect to the experimental average.

KEYWORDS: fatigue, crack-growth, crack-closure, constraint, predictions.

1. INTRODUCTION

In the NASGRO equation an effective stress intensity factor range (ΔK_{eff}) is postulated to govern the fatigue crack growth rate, as shown in equation (1) [1]. This fracture magnitude accounts for the plasticity-induced crack closure (PICC) discovered originally by Elber [2].

$$\frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}N} = F\left(\Delta K_{\mathrm{eff}}\right) \tag{1}$$

 $\Delta K_{\rm eff}$ is computed as the difference between the values of the stress intensity factor (SIF) at maximum and

opening load levels, as shown in equation (2). The opening level is detected when all the points of the crack faces lose contact and the crack opens completely [3].

$$\Delta K_{\rm eff} = K_{\rm max} - K_{\rm op} \tag{2}$$

The NASGRO equation uses Newman's model for identifying the opening level and calculates the opening SIF as in equation (3) [4], resorting to a crack opening function (f).

$$K_{\rm op} = K_{\rm max} \cdot f \tag{3}$$

Newman developed this parameter for a modified Dugdale's strip-yield model [5], which consisted of a thin center-cracked plate subjected to tension (no bending) made of an elastic perfectly-plastic material. *f* was presented as a function of stress ratio (*R*), load level $(S_{\text{max}}/\sigma_0)$ and constraint (α), as shown in equation (4) [6].

$$f = H\left(R, \frac{S_{\max}}{\sigma_0}, \alpha\right) \tag{4}$$

In Newman's original model [5] the constraint factor (α) was considered to be 1 or 3 for plane stress and plane strain, respectively. More recent works have considered the thickness effect in the modified Dugdale's stripyield model using the finite element method. In particular; Wang [7], Newman [8], Guo [9] and McMaster [10] have proposed closed form equations for determining the value of the constraint factor. The expressions are shown in Table 1.

The models developed by Wang, Newman and Guo compute the constraint factor as a function of the ratio between an estimated plastic zone size and the thickness. On the other hand, McMaster's model states that α depends on the applied stress intensity factor range.

Table 1. Equations for computing the constraint factor according to different models from literature.

Wang et al. [7]	$\alpha = \begin{cases} 1 & \text{for } r_{p} \ge t/2\\ \sqrt{t/2r_{p}} & \text{for } t/18 < r_{p} < t/2\\ 3 & \text{for } r_{p} \le t/18 \end{cases}$ (5)
Newman	$\left(\begin{array}{c} 0 \\ 0.75 \end{array} \right)$
et al. [8]	$\alpha = 1.15 + 1.25 \exp\left(-0.85 \left(\frac{8r_{p0}}{\pi t}\right)\right)$
	$\frac{a}{t} > 4; \frac{W-a}{t} > 4$
<u> </u>	(6)
Guo et al. [9]	$\alpha = \frac{1 + 0.6378 \left(\sqrt{r_{p0} / t} + 2 \left(r_{p0} / t\right)^{2}\right)}{1 - 2\nu + 0.5402 \left(\sqrt{r_{p0} / t} + 2 \left(r_{p0} / t\right)^{2}\right)},$
	$\nu =$ Poisson ratio
	(7)
McMaster et al. [10]	$\alpha = \begin{cases} 1 & \text{for } \phi \ge 1.15 \\ -0.754\phi^3 + 5.179\phi^2 & \text{for } 0.27 < \phi < 1.15 \\ -8.219\phi + 4.864 & \text{for } 0.27 < \phi < 1.15, \\ 3 & \text{for } \phi \le 0.27 \end{cases}$ $\phi = \frac{\Delta K}{\sigma_0 \sqrt{t}}$
	(8)

The objective of this work is to assess the influence of the choice of the constraint model on the predictions of the fatigue growth. The analyzed case of study consists of a hole-edge through-crack subjected to mode-I cyclic loads with different stress ratios, in 42CrMo4 steel.

2. APPROACH OF THE STUDY

In this study the fatigue growth of a through-crack emanating from a 30 mm-diameter hole drilled in a 6 mm-thick and 88 mm-wide plate was predicted (Figure 1). This plate was considered to be loaded under a remote force that oscillated below a maximum value of 50 kN, with stress ratios of 0.1, 0.35 and 0.6. This crack case will be referred to as *open-hole* from this point on.



Figure 1. Schematic illustration of the open-hole component. Dimensions in millimeters.

The predictive algorithm, exposed in detail in section 4, consisted of integrating the chosen crack growth law, which in this case was the NASGRO equation. The values of those coefficients were determined by fitting experimental crack growth curves obtained with C(T) specimens following ASTM E647 [11] recommendations. This is explained in section 3 of the present document.

An experimental campaign was conducted in order to measure the evolution of crack length in time in the *open-hole* components, under the loading conditions considered in the predictions. More detailed information on this aspect can be found in section 5.

The measured crack-length evolutions were compared to the predictions done using different models for calculating the constraint factor (α). This permitted to present a discussion on the suitability of the different constraint models and their impact on the estimation of the overall fatigue life, which is summarized in section 6.

3. CHARACTERIZATION OF da/dN vs. ΔK CURVES IN C(T) SPECIMENS AND DETERMINATION OF FITTING COEFFICIENTS

C(T) specimens with a thickness of 6 mm and a width of 48 mm were tested in a RUMUL TESTRONIC resonant testing machine for characterizing the FCGR behavior of 42CrMo4 steel. In order to foster the transferability of the $da/dN vs. \Delta K$ curves, these C(T) specimens were extracted from the same original block as the *open-hole* components, in the same orientation (C-R).



Figure 2. Fatigue crack growth curves described as a function of a) ΔK and b) ΔK_{eff} . The values of the horizontal axis are normalized by the toughness for reasons of confidentiality.

The tests were performed in load control, considering the requirements defined in ASTM E647 [11]. The crack mouth opening displacement was measured with an extensometer and the data reduction for computing the crack growth rate and the SIF range was performed according to the standard [11]. The resulting da/dN vs. ΔK curves at R=0.1, 0.35 and 0.6 obtained with the incremental polynomial method are depicted in Figure 2a.

The NASGRO equation (9) was fitted to the three experimental curves and the values of the fitting coefficients (C, n, p, q) were determined by a least squares algorithm.

$$\frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}N} = F\left(\Delta K_{\mathrm{eff}}\right) = C\left(\Delta K_{\mathrm{eff}}\right)^{n} \frac{\left(1 - \frac{\Delta K_{\mathrm{th}}}{\Delta K}\right)^{p}}{\left(1 - \frac{K_{\mathrm{max}}}{K_{\mathrm{mat}}}\right)^{q}}$$
(9)

The effective stress intensity factor range was calculated using equation (10), which may be derived by substituting equation (3) in (2).

$$\Delta K_{\rm eff} = K_{\rm max} \left(1 - f \right) \tag{10}$$

f is Newman's crack opening function, which is defined according to equations (11) [6].

$$f = \max \left(R, A_0 + A_1 R + A_2 R^2 + A_3 R^3 \right)$$

$$A_0 = \left(0.825 - 0.34\alpha + 0.05\alpha^2 \right) \left(\cos \left(\frac{\pi}{2} \frac{S_{\text{max}}}{\sigma_0} \right) \right)^{1/\alpha}$$

$$A_1 = \left(0.415 - 0.071\alpha \right) \frac{S_{\text{max}}}{\sigma_0}$$

$$A_2 = 1 - A_0 - A_1 - A_3$$

$$A_3 = 2A_0 + A_1 - 1$$
(11)

 S_{max}/σ_0 was set equal to 0.3, following the recommendations of the NASGRO manual [4]. For the sake of simplicity, the constraint factor (α) was treated as a constant when fitting the experimental data belonging to the C(T) specimens. A value of 2 was assigned to α , which permitted to overlap the da/dN vs. ΔK_{eff} curves at different stress ratios considerably well (Figure 2b). This technique has been used by many authors [9, 12, 13].

4. PREDICTIONS OF FATIGUE CRACK GROWTH IN OPEN-HOLE COMPONENTS

The fatigue crack growth in the *open-hole* components was calculated by integrating equation (1), starting from an initial 3 mm-long crack. This integration was performed numerically, as shown in equations (12), by considering blocks of load cycles (ΔN) sufficiently small in comparison to the total fatigue life. The fatigue crack growth rate was assumed to be constant throughout those cycle-blocks.

$$\Delta a_i = F\left(\Delta K_{\text{eff},i}\right) \Delta N \tag{12}$$
$$a_{i+1} = a_i + \Delta a_i$$

In each iteration the new crack-length was evaluated using a failure assessment diagram (FAD). This permitted to verify whether the current crack was acceptable or not under the maximum load of the current cycle and to detect the final catastrophic failure. This is explained in greater detail in a previous work published by the authors [14].

Substituting equations (9) and (10) in (12), the expression in equation (13) could be obtained. In this equation C, n, p and q are parameters fitted using the experimental data measured in C(T) specimens.

$$a_{i+1} = a_i + C \left(K_{\max} \left(1 - f \right) \right)^n \frac{\left(1 - \frac{\Delta K_{\text{th}}}{\Delta K} \right)^p}{\left(1 - \frac{K_{\max}}{K_{\max}} \right)^q} \Delta N$$
(13)

A three-dimensional linear-elastic finite element model of the cracked *open-hole* components was built for calculating the maximum SIF, and the value in the midplane, at half-thickness, was considered in the crack growth computations.

The crack opening function (*f*) was calculated as before, using equations (11). A value of 0.1464 was assigned to the load level ratio (S_{max}/σ_0), which was obtained as the ratio between the remote stress produced by the maximum force of 50 kN and the yield strength of 42CrMo4 steel.

The constraint factor was calculated with the different models summarized in Table 1.

5. MEASUREMENTS OF FATIGUE CRACK GROWTH IN *OPEN-HOLE* COMPONENTS

The fatigue crack growth was measured experimentally in the *open-hole* components (described in section 2) for comparison with the predictions performed using the different constraint models. Six coupons were tested in total, two per each loading condition, namely, P_{max} =50 kN & R=0.1, P_{max} =50 kN & R=0.35 and P_{max} =50 kN & R=0.6.

The *open-hole* components, as well as the C(T) specimens, were extracted in the C-R direction of a rejected wind-turbine bearing ring, which had been bulk tempered. Those *open-hole* components were tested in laboratory air conditions in a SERVOSIS MUF-401/15 servohydraulic testing machine, at a fixed frequency of 15 Hz. Crack detection gauges consisting of filaments that break with the advance of the crack tip were used for measuring the crack-length. Two types of gauges with spatial resolutions of 0.5 mm or 1.16 mm were chosen. The value of the crack-length at failure was established in a *post-mortem* inspection of the fracture surfaces.

6. RESULTS AND DISCUSSION

In this section the experimental measurements of the crack growth in the *open-hole* components and the predictions based on different constraint models are compared, with special focus on the last point indicating the final catastrophic failure of the coupons. Figure 3 shows as example the values for the case of P_{max} =50 kN and R=0.6.

As it is observed in Figure 3, the measured critical crack length was approximately 34 mm (also at other stress ratios). That is, the *open-hole* specimens broke suddenly when the ligament ahead of the crack tip was about 1.5 mm. The estimated value for this parameter was 33.05 mm, regardless of the constraint model, with an error of 3% approximately, as shown in Table 2. That is because the failure assessment diagram (see section 4) is independent of the opening stress intensity factor (K_{op}) calculated by the constraint models. It depends only on the conditions at the crack tip and the ligament under the maximum value of the external load.



Figure 3. Fatigue crack growth in open-hole components under a cyclic force with a maximum value of 50 kN and a stress ratio of 0.6.

Regarding the number of cycles to failure, Table 2 shows the values of the predicted lifetimes at different testing conditions, normalized by the mean experimental life in each case.

The estimated values were conservative for all the constraint models at R=0.35 and R=0.6, with a maximum error of 30% on the safe side. On the contrary, all the predictions were non-conservative at R=0.1, where the least accurate model overestimated the fatigue life by 76%. Furthermore, at R=0.1 the estimations of the fatigue life performed with the most and least conservative models differed by 70% of the average experimental life.

At R=0.1 Wang's model was the most accurate with an error of 6% and at R=0.35 and R=0.6 Newman's model yielded the best estimations, with errors of 8% and 10%, respectively. Based on this none of the models could be recommended.

Table 2. Normalized fatigue lives estimated at different testing conditions following different constraint models from literature

P _{max} ; R	Constraint model	$rac{a_{ m cr,pred}}{a_{ m cr,exp}}$	$rac{N_{ m f,pred}}{N_{ m f,exp}}$	Most accurate in N _f
50	Wang et al.		1.06	
50 1-N-	Newman et al.		1.32	Wang et
6.1	Guo et al.	0.97	1.14	al.
	McMaster et al.		1.76	
50 kN; 0.35	Wang et al.		0.75	
	Newman et al.		0.92	Newman
	Guo et al.		0.81	et al.
	McMaster et al.		0.83	
50 kN; 0.6	Wang et al.		0.78	
	Newman et al.		0.90	Newman
	Guo et al.		0.82	et al.
	McMaster et al.		0.70	

Table 2 shows that in all the cases Guo's model predicted shorter lives than Newman's model. This was attributed to the fact that the constraint factor estimated by Guo et al. was higher than that of Newman throughout the entire propagation (Figure 4a). This meant that the crack opening level was lower for Guo's predictions (Figure 4b), what resulted in slightly higher effective stress intensity factor ranges (Figure 4c).

Table 2 also shows that the fatigue lives predicted by Wang's model were even shorter than those estimated by Guo et al. and Wang et al. This was attributed to the aforementioned reasons. However, the trends were inverted from points A and B on, where Wang's predictions display a higher crack opening level (Figure 4b) and a lower stress intensity factor range (Figure 4c). The PICC calculated with Wang's model was the most sensitive to variations of the in-plane constraint, considering a change from pure plane strain (α =3) to pure plane stress (α =1).

Finally, Table 2 also shows that McMaster's model went from being the least conservative model at R=0.1 to being the most conservative one at R=0.6. These results could be understood considering that the constraint factor depends on the range of the stress intensity factor range, as shown by equation (8), and not on the maximum value of the SIF (as in the other models [7–9]).

At R=0.6 the values of the constraint factor (Figure 4a) and the effective stress intensity factor range (Figure 4c) were the highest for McMaster's model. In fact,

according to that model there was no PICC up to a crack-length of approximately 21 mm (point C in Figure 4b) and the crack opened at minimum external load until that point.



Figure 4. The constraint factor, crack opening function and effective stress intensity factor range as a function of crack-length. Values for P_{max} =50 kN and R=0.6.

7. CONCLUSIONS

The objective of this work was to assess the influence of the choice of the constraint model on the predictions of the fatigue growth. The analyzed case of study consisted of a hole-edge through-crack subjected to mode-I cyclic loads with different stress ratios, in 42CrMo4 steel.

The crack evolution in time was predicted by integrating the NASGRO equation. The fitting coefficients were determined by fitting experimental data obtained with standard C(T) specimens, considering a constraint factor that permitted to overlap the $da/dN vs. \Delta K_{eff}$ curves at different stress ratios considerably well. The opening level was calculated using Newman's model, which was originally developed for a modified Dugdale's stripyield model. The constraint factor required by that model was calculated resorting to four models (Wang, Guo, Newman and McMaster), also developed for Dugdale's strip-yield model. The comparison of the predictions with experimental data led to draw these conclusions:

- The constraint models proposed by Wang, Guo, Newman and McMaster combined with Newman's crack closure model may not be suitable for predicting the fatigue crack growth for crack cases that are different to Dugdale's strip-yield model. The fatigue life was overestimated by 76% in the worst case for this crack configuration.
- The choice of the constraint model is relevant and influences the estimated number of cycles to failure drastically. In this particular study the differences between the least and most conservative models reached the 70% of the average life.
- It is not possible to recommend a particular constraint model based on the results of the present study, since none of them was the most accurate under the analyzed three testing conditions.
- Under the same applied stress intensity factor range a higher constraint means a lower opening level and therefore a higher effective stress intensity factor range. If conservative predictions are preferred, models yielding the highest values of the constraint factor should be chosen. In fact, the plane strain scenario (α =3) represents the upper bound of the fatigue crack growth (shortest life).

In view of the substantially different and in some cases unacceptable crack growth predictions, future research should revise and improve the current analytical crack closure and constraint models.

REFERENCES

- T. Machniewicz, "Fatigue crack growth prediction models for metallic materials Part II: Strip yield model – choices and decisions," *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.*, vol. 36, no. 4, pp. 361–373, 2013.
- [2] E. Wolf, "Fatigue crack closure under cyclic

tension," *Eng. Fract. Mech.*, vol. 2, no. 1, pp. 37–45, Jul. 1970.

- [3] T. L. Anderson, *Fracture Mechanics: Fundamentals and Applications*, 3rd ed. Boca Raton: CRC Press, 2005.
- [4] NASA, "NASGRO. Reference manual." NASA Johnson Space Center and Southwest Research institute, Texas, 2016.
- [5] J. C. Newman, "A crack-closure model for predicting fatigue crack growth under aircraft spectrum loading," in *Methods and models for predicting fatigue crack growth under random loading*, ASTM International, 1981.
- [6] J. C. Newman, "A crack opening stress equation for fatigue crack growth," *Int. J. Fract.*, vol. 24, no. 4, pp. R131–R135, 1984.
- G. S. Wang, B. Palmberg, and A. F. Blom, "Stress state-related fatigue crack growth under spectrum loading," *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.*, vol. 15, no. 7, pp. 695–712, 1992.
- [8] J. C. Newman, J. H. Crews, C. A. Bigelow, and D. S. Dawicke, "Variations of a global constraint factor in cracked bodies under tension and bending loads," in *Constraint Effects in Fracture Theory and Applicatons: Second Volume*, ASTM International, 1995.
- [9] W. Guo, C. H. Wang, and L. R. F. Rose, "The influence of cross-sectional thickness on fatigue crack growth," *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.*, vol. 22, no. 5, pp. 437–444, 1999.
- F. J. McMaster and D. J. Smith, "Predictions of fatigue crack growth in aluminium alloy 2024– T351 using constraint factors," *Int. J. Fatigue*, vol. 23, pp. 93–101, Jan. 2001.
- [11] Standard Test Method for Measurement of Fatigue Crack Growth Rates. ASTM International, 2015.
- [12] M. Skorupa, T. Machniewicz, J. Schijve, and A. Skorupa, "Application of the strip-yield model from the NASGRO software to predict fatigue crack growth in aluminium alloys under constant and variable amplitude loading," *Eng. Fract. Mech.*, vol. 74, no. 3, pp. 291–313, Feb. 2007.
- [13] J. C. Newman Jr, "FASTRAN-2: A fatigue crack growth structural analysis program," NASA STI/Recon Tech. Rep. N, vol. 92, 1992.
- [14] M. Escalero *et al.*, "Study of alternatives and experimental validation for predictions of holeedge fatigue crack growth in 42CrMo4 steel," *Eng. Struct.*, 2018.

DETERMINACIÓN DE LA ENERGÍA DISIPADA EN UNA VIGA FISURADA EN FUNCIÓN DE LAS CARACTERÍSTICAS DE LA FISURA

A. Walsh¹, B. Muñoz-Abella^{1*}, L. Rubio¹, P. Rubio¹

¹ Grupo de Simulación y Optimización Mecánica Departamento de Ingeniería Mecánica. Universidad Carlos III de Madrid Avda. de la Universidad 30, 28911. Leganés-Madrid-España * Persona de contacto: mmunoz@ing.uc3m.es

RESUMEN

En este trabajo se estudia la variación de la energía disipada debida a la presencia de fisuras con comportamiento "breathing crack" en una viga de Euler-Bernoulli en voladizo. La presencia de fisuras en componentes mecánicos y estructurales produce un aumento del amortiguamiento total del sistema debido a la apertura y cierre de la fisura en el movimiento vibratorio. Este aumento es debido fundamentalmente a la variación del amortiguamiento local. La diferencia del amortiguamiento total de una viga fisurada con respecto a una intacta permite determinar la presencia de las fisuras, así como su localización y profundidad.

A partir de los modos de vibración que dependen, entre otras variables, del amortiguamiento del sistema, se obtiene la energía disipada debida a la fisura estableciendo un equilibrio de energías. El procedimiento de determinación del amortiguamiento es iterativo y se realiza utilizando resultados obtenidos experimentalmente. El estudio se ha realizado para diferentes posiciones y tamaños de fisura.

PALABRAS CLAVE: Fisura, mecanismo apertura/cierre, disipación de energía, energía local, viga fisurada

ABSTRACT

This study deals with the variation of the dissipated energy due to the presence of cracks with 'breathing crack' behaviour in a cantilevered Euler-Bernoulli beam. The presence of cracks in mechanical and structural components causes an increase in the total damping of the system as a result of the crack's opening and closing in the vibratory movement. This increase is mainly due to the variation in local damping. The difference between the total damping of a cracked beam and an intact beam allows to determine the presence of cracks, as well as their location and depth. As of the mode shapes which depend on the damping of the system, among other variables, the dissipated energy due to the crack is obtained by establishing an energy equilibrium. The damping determination involves an iterative process and an experimental model has been used in order to obtain its value. The study has been carried out for different crack positions and depths.

KEYWORDS: Crack, breathing crack, energy dissipation, local energy, cracked beam

INTRODUCCIÓN

La aparición, y posterior propagación, de fisuras en elementos mecánicos y estructurales, puede derivar en daños severos, tanto personales como económicos, en el caso de que no sean detectadas a tiempo. La presencia de fisuras en este tipo de componentes produce cambios en sus propiedades dinámicas, tales como frecuencias naturales, modos de vibración o amortiguamiento, debido al cambio de flexibilidad y de amortiguamiento local que introduce la fisura.

En el caso concreto de elementos tipo viga, han sido numerosos los autores que han utilizado los cambios producidos en las frecuencias naturales o los modos de vibración [1-3] para detectar e identificar las fisuras en el elemento. El incremento en el amortiguamiento y la disipación de energía asociada a él dependen básicamente del tamaño de la fisura [4]. Aunque en el trabajo de Curadelli et al. [5], por ejemplo, se demuestra experimentalmente que el amortiguamiento es más sensible que las frecuencias naturales ante la aparición de un defecto, no es posible encontrar muchos trabajos que propongan detectar la fisura a través de la variación que se produce en el amortiguamiento [4-7].

Es importante tener en cuenta que cuando la viga vibra la fisura no se encuentra siempre abierta. Habrá momentos en los que sea así, pero en otros, las caras de la fisura estarán en contacto, con un comportamiento similar al de la viga intacta. Este fenómeno de aperturacierre ("breathing crack") se traduce en una respuesta vibratoria no lineal que está directamente relacionada con la posición y el tamaño de la fisura [6].

El objetivo de este trabajo es obtener la relación entre la energía disipada a lo largo del tiempo como consecuencia del amortiguamiento, en función de las características de la fisura, tamaño y posición, para una viga Euler-Bernoulli empotrada, fisurada y de sección rectangular. El procedimiento de determinación del amortiguamiento es iterativo y para su desarrollo son necesarios resultados obtenidos tanto de modelos matemáticos como experimentales. El estudio se ha llevado a cabo para diferentes posiciones y tamaños de fisura.

RESPUESTA VIBRATORIA DE LA VIGA. MODELO MATEMÁTICO

Se ha considerado una viga Euler-Bernoulli que vibra en el plano XY (ver figura 1), con las dimensiones que se indican en la figura.



Figura 1. Esquema de la viga fisurada.

Además se han definido los parámetros adimensionales característicos de la fisura: profundidad ($\alpha = a/h$) y localización ($L_c = C/L$).

Despreciando el amortiguamiento viscoso, la viga fisurada se ha modelado mediante 2 vigas conectadas entre sí por un muelle sin masa cuyos valores de amortiguamiento (C_i) y rigidez (K_t) son los que introduce la fisura. La ecuación de movimiento de la viga viene dada por las expresiones (1a) y (1b).

$$EI\frac{\partial^4 W_1}{\partial x^4} + C_s I\frac{\partial^5 W_1}{\partial x^4 \partial t} + m\frac{\partial^4 W_1}{\partial t^2} = 0 \qquad 0 \le x \le x_c$$
(1a)

$$EI\frac{\partial^4 W_2}{\partial x^4} + C_s I\frac{\partial^5 W_2}{\partial x^4 \partial t} + m\frac{\partial^4 W_2}{\partial t^2} = 0 \qquad x_c \le x \le L$$
(1b)

Siendo *E* el módulo de Young, *I* el momento de inercia, *m* la masa del elemento, C_s el amortiguamiento estructural, y *t* el tiempo. Las condiciones de contorno que hay que tener en cuenta se pueden encontrar en las expresiones (2a) y (2b).

$$W_{1}(0,t) = 0 \qquad \frac{\partial W_{1}}{\partial x}(0,t) = 0$$

$$EI \frac{\partial^{2} W_{2}}{\partial x^{2}}(L,t) = 0 \qquad EI \frac{\partial^{3} W_{2}}{\partial x^{3}}(L,t) = 0$$
(2a)

$$W_{1}(x_{c},t) = W_{2}(x_{c},t) \qquad \frac{\partial W_{1}}{\partial x}(x_{c},t) = \frac{\partial W_{2}}{\partial x}(x_{c},t)$$

$$\frac{\partial^{3}W_{1}}{\partial x^{3}}(x_{c},t) = \frac{\partial^{3}W_{2}}{\partial x^{3}}(x_{c},t)$$

$$EI \frac{\partial^{2}W_{1}}{\partial x^{2}}(x_{c},t) + C_{s}I \frac{\partial^{3}W_{1}}{\partial x^{2}\partial t}(x_{c},t) =$$

$$K_{t} \left[\frac{\partial W_{2}}{\partial x}(x_{c},t) - \frac{\partial W_{1}}{\partial x}(x_{c},t)\right] + C_{t} \left[\frac{\partial^{2}W_{2}}{\partial x\partial t}(x_{c},t) - \frac{\partial^{2}W_{1}}{\partial x\partial t}(x_{c},t)\right]$$
(2b)

PROCEDIMIENTO DE CÁLCULO

En la figura 2 se muestra un diagrama del proceso seguido para el cálculo de la energía disipada partiendo de la respuesta vibratoria de la viga.



Figura 2. Diagrama del procedimiento de cálculo.

Según se puede ver en la figura 2, el primer paso consiste en calcular los modos de vibración a partir de la ecuación de movimiento y las condiciones de contorno. Debido al mecanismo de apertura-cierre durante el movimiento vibratorio de la viga la rigidez local introducida por la fisura no es constante, sino que varía a lo largo del tiempo, suponiendo movimiento armónico, según la ecuación (3) [8]:

$$K_{t}(t) = K_{to} + \left(\frac{K_{tc} - K_{to}}{2}\right)(1 + \cos(\omega t)) =$$

$$K_{to} + \left(\frac{K_{tc} - K_{to}}{2}\right) \left\{1 + \cos\left[\frac{\pi}{2}\left(1 - \frac{A_{o}^{2} + A_{c}^{2}}{A_{o}A_{c}(A_{o} - A_{c})}A(t) + \frac{A_{o} + A_{c}}{A_{o}A_{c}(A_{o} - A_{c})}A^{2}(t)\right)\right]$$
(3)

Donde ω es la frecuencia natural de la viga, A(t) la amplitud para cada instante; A_o y A_c las amplitudes de un punto de la viga, respectivamente, cuando la fisura está completamente abierta y completamente cerrada; y K_{to} y K_{tc} son, igualmente, la rigidez en el caso de fisura completamente abierta y fisura completamente cerrada (viga intacta).

El incremento de flexibilidad debido a la presencia de la fisura cuando ésta se encuentra completamente abierta se ha calculado mediante la expresión (4) [9]:

$$\Delta C = \frac{1}{K_{to}} - \frac{1}{K_{tc}} = \frac{72x_c^2 \pi (1 - v^2)}{Ewh^4} \varphi(a)$$
(4)

Mientras que K_{tc} se calcula mediante la expresión (5):

$$K_{\nu} = \frac{EI\pi^4}{32L^3} \tag{5}$$

Donde v es el coeficiente de Poisson, La función $\varphi(a)$ viene dada por la expresión (6):

$$\varphi(a) = 19.6 \frac{a^{10}}{h^8} - 40.69 \frac{a^9}{h^7} + 47.04 \frac{a^8}{h^6} - 32.99 \frac{a^7}{h^5} + 20.30 \frac{a^6}{h^4} - 9.98 \frac{a^5}{h^3} + 4.60 \frac{a^4}{h^2} - 1.05 \frac{a^3}{h} + 0.63 a^2$$
(6)

Los valores de C_s y C_t no son conocidos. El amortiguamiento estructural (C_s) depende de las condiciones en los apoyos de la viga y propiedades del material, y se ha obtenido de ensavos vibratorios experimentales de una viga intacta de los mismos material y geometría que la fisurada. En cuanto a C_t , amortiguamiento local introducido por la fisura, depende de las características de la misma, profundidad y posición, y se ha obtenido mediante un método los resultados obtenidos iterativo comparando experimentalmente en los ensayos de la viga fisurada con aquellos calculados analíticamente aplicando el balance de energía mecánica. Las expresiones de la (7) a la (11) son las utilizadas para aplicar el balance citado, según se puede consultar en [6].

$$E_{e}(t-1) + E_{c}(t-1) - E_{ct} - E_{cs} = E_{e}(t) + E_{c}(t)$$
(7)

$$E_{e} = A^{2}(t) \left\{ \frac{EI}{2} \left[\int_{0}^{xc} \left(\frac{\partial^{2} Y_{1}}{\partial x^{2}} \right)^{2} dx + \int_{xc}^{L} \left(\frac{\partial^{2} Y_{2}}{\partial x^{2}} \right)^{2} dx \right] + \frac{1}{2} K_{t}(t) \mathcal{S}^{2} \right\}$$
(8)

$$E_{c} = \frac{m}{2} \left\{ \int_{0}^{xc} \left(\frac{A(t) \cdot Y_{1} - A(t-1) \cdot Y_{1}}{\Delta t} \right)^{2} dx + \int_{xc}^{L} \left(\frac{A(t) \cdot Y_{2} - A(t-1) \cdot Y_{2}}{\Delta t} \right)^{2} dx \right\}$$
(9)

$$E_{ct} = \frac{C_t}{\Delta t} \Delta A^2 \beta^2 \tag{10}$$

$$E_{cs} = C_s I \frac{\Delta A^2}{\Delta t} \left[\int_0^{xc} \left(\frac{\partial^2 Y_1}{\partial x^2} \right)^2 dx + \int_{xc}^{L} \left(\frac{\partial^2 Y_2}{\partial x^2} \right)^2 dx \right]$$
(11)

Siendo E_e , E_c , E_{ct} y E_{cs} , respectivamente, las energías elástica, cinética, disipada por el amortiguamiento local en la sección fisurada y disipada por el amortiguamiento estructural. Mientras que t se refiere a un instante determinado, t-1 al inmediatamente anterior e Δt la diferencia entre los 2. Análogamente, ΔA es la diferencia de amplitud en 2 instantes consecutivos.

 Y_1 e Y_2 son los modos de vibración de cada uno de los tramos de la viga fisurada, y θ es el giro de la sección fisurada.

Una vez que se ha alcanzado el valor real de C_t se pueden obtener, en primer lugar, la respuesta en el tiempo del comportamiento vibratorio de la viga y, en segundo lugar, el valor de la energía disipada que será función de las características de la fisura.

En el siguiente apartado se muestra más detalladamente el procedimiento explicado, particularizado para una viga fisurada dada.

APLICACIÓN DEL PROCEDIMIENTO

Las dimensiones de la viga fisurada que se ha considerado para explicar el procedimiento son: L=540 mm; w=10 mm y h=20 mm. Está fabricada de aluminio cuyo módulo de Young es 72 *GPa*, coeficiente de Poisson 0.3, y densidad 2850 kg/m³. Los parámetros que caracterizan la fisura son $\alpha=0.21$ y Lc=0.54. En la figura 3 se muestra la sección fisurada de dicha viga, imagen obtenida tras la realización de los ensayos.



Figura 3. Detalle de la sección fisurada.

4.1. Modos de vibración de la viga

El primer paso consiste en calcular los modos de vibración de la viga W(t) partiendo de las ecuaciones (1a) y (1b) y aplicando las condiciones de contorno (2a) y (2b). En la figura 4(a) se muestra el valor del parámetro Kt dependiente del tiempo y, por lo tanto, del valor de la amplitud en cada instante, calculado teniendo en cuenta el mecanismo de apertura/cierre. Además, en la figura 4(b) se pueden ver las amplitudes límites del primer modo de vibración, obtenidas a partir de los valores de Kt. En ambas figuras se pueden ver la variación de resultados en los 2 estados límites debido al mecanismo de apertura/cierre.



Figura 4. (a) Variación de la rigidez. (b) Amplitudes límites para el primer modo de vibración.

4.2. Ensayos experimentales

Según se puede ver en la figura 2, el cálculo de C_s y C_t ha de hacerse recurriendo a ensayos vibratorios experimentales. Para el cálculo de C_s se ensaya una viga intacta similar a la fisurada y en el caso de C_t se ensaya

esta última. El procedimiento experimental en ambos casos es el mismo. Se trata de un ensayo modal en el que se obtiene la respuesta temporal de la viga, mediante un acelerómetro piezoeléctrico, ante la excitación en el extremo libre con un martillo de impacto, con una frecuencia de muestreo de 20000 Hz. Al tratarse de un sistema amortiguado se obtendrá una señal de respuesta oscilatoria con decaimiento exponencial. En la figura 5 se puede ver el dispositivo de ensayos utilizado.



Figura 5. Dispositivo de ensayos.

4.3. Cálculo del amortiguamiento estructural

El amortiguamiento estructural está relacionado con el coeficiente de amortiguamiento estructural (ξ_s) mediante la expresión (12) [6]:

$$C_s = 0.5689\xi_s L^2 \sqrt{\frac{mE}{I}}$$
(12)

Para calcular ξ_s a partir de los datos experimentales se ha utilizado el método de ancho de banda de media potencia [9]. Este método se basa en la medida de la magnitud de la señal de la respuesta en frecuencia del ensayo. El coeficiente de amortiguamiento se calcula, mediante la ecuación (13), a partir del ancho de banda ($\Delta \omega$), que se define como la anchura de la respuesta en frecuencia cuando la magnitud de la señal es $\frac{1}{\sqrt{2}}$ veces el valor pico (ω_p)

$$\xi_s = \frac{\Delta\omega}{2\omega_p} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{2\omega_p} \tag{13}$$

En la figura 6 se muestra la gráfica de la respuesta en frecuencia, densidad de potencia, de la viga intacta. Se puede ver la primera frecuencia natural ω_p =51.19 Hz, y los valores límites del ancho de banda utilizado para calcular el coeficiente de amortiguamiento.

Utilizando las expresiones (12) y (13) se obtiene $\xi_s=7.89 \cdot 10^{-4}$ y $C_s=3.25 \cdot 10^5 \frac{Ns}{m^2}$.



Figura 6. Respuesta en frecuencia de la viga intacta.



Como se ha explicado previamente, el amortiguamiento introducido por la fisura se calcula mediante un proceso iterativo, del que forma parte el equilibrio energético, comparando datos experimentales y teóricos hasta que ambas respuestas temporales son iguales, es decir, hasta que ξ_t experimental (coeficiente de amortiguamiento debido a la fisura obtenido experimentalmente) es igual a ξ_t teórico (coeficiente de amortiguamiento debido a la fisura obtenido teóricamente).

El parámetro $\xi_{t \text{ experimental se}}$ se calcula, a partir de los datos experimentales, mediante el método de ancho de banda de media potencia, explicado anteriormente. Mientras que para calcular $\xi_{\text{tteórico}}$ se recurre a un ajuste de la curva exponencial de respuesta temporal, ver figura 7, según la expresión (14), obtenida de la aplicación del balance energético.

$$x(t) = Ae^{-\omega \cdot \xi_{tteórico} \cdot t}$$
(14)

Donde A la amplitud máxima de la señal.

Los resultados obtenidos mediante el procedimiento explicado son $\xi_t = 8.46 \cdot 10^4$ y $C_t = 0.061 \frac{Ns}{m}$.

4.3. Cálculo la energía disipada

El último paso consiste en aplicar las fórmulas de la (7) a la (11) y calcular las energías disipadas. En la figura 8 se muestra la energía disipada debida a la fisura a lo largo del tiempo.

En la tabla 1 se pueden consultar los resultados obtenidos para las energías disipadas en la viga fisurada objeto de estudio y el porcentaje de energía disipada debido a la fisura respecto de la disipada total.

Tabla 1. Energías estructural y local disipadas.





Figura 7. Respuesta temporal teórica de la viga fisurada.



Figura 8. Energía disipada por el amortiguamiento local debido a la fisura.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

El estudio se ha realizado en vigas idénticas a las del ejemplo del apartado anterior, pero con diferentes posiciones y tamaños de fisura. Se han considerado 3 profundidades ($\alpha=0.21$; 0.38; 0.4) y 3 posiciones ($L_c=0.46$; 0.50; 0.54).

Como ejemplo de algunos de los resultados obtenidos, en las figuras 9 y 10 se muestran, respectivamente, el coeficiente de amortiguamiento debido a la fisura (local) (ξ_t) y el porcentaje de energía disipada por la fisura respecto a la energía disipada total, según la expresión de la tabla 1, para todos los casos de vigas ensayadas.



Figura 9. Coeficiente de amortiguamiento local para diferentes profundidades y posiciones de fisura.



Figura 9. Energía disipada por la fisura respecto de la disipada total para diferentes profundidades y posiciones de fisura.

En cuanto al coeficiente de amortiguamiento local, se observa que éste aumenta con el tamaño de la fisura y la cercanía al empotramiento. En cuanto a la energía disipada como consecuencia de la fisura, en concordancia, sigue la misma tendencia mencionada para el amortiguamiento. Es decir, se observa una clara dependencia existente entre la energía disipada por la fisura y el tamaño y posición de la misma.

CONCLUSIONES

En este trabajo se ha calculado la variación de la energía disipada debida a la presencia de fisuras (energía local) con comportamiento "breathing crack", en una viga de Euler-Bernoulli en voladizo, respecto a la energía total disipada por la viga durante un movimiento vibratorio. Además, se ha estudiado la influencia del tamaño y la posición de la fisura en el valor de la energía disipada debida a la presencia de la misma, concluyendo que existe una clara dependencia entre la energía local disipada y las características de la fisura.

Aunque el número de vigas ensayadas aún no es lo suficientemente numeroso como para determinar con exactitud la relación analítica entre los parámetros estudiados, en próximos trabajos el conocimiento del porcentaje de la energía disipada debida a la fisura podrá utilizarse como parámetro indicador en la aplicación del método inverso que permitirá detectar e identificar fisuras en elementos tipo viga.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer al Ministerio de Economía y Competitividad la financiación recibida a través del proyecto DPI2013-45406-P para la realización de este trabajo.

REFERENCIAS

- L. Rubio, An efficient method for crack identification in simply supported Euler-Bernoulli beams. Journal of Vibration and Acoustics, Transactions of the ASME (2009) 131(5): 0510011-0510016.
- [2] W. Fan, P. Qiao, Vibration-based damage identification methods: a review and comparative study. Journal of Sound and Vibration (2014) 333(18): 4084-4103.
- [3] N.T. Khiem, L.K. Toan, A novel method for crack detection in beam-like structures by measurements of natural frequencies. Structural Health Monitoring (2011) 10(1): 83-111.
- [4] A.P. Bovsunovsky, The mechanisms of energy dissipation in the non-propagating fatigue cracks in metallic materials. Engineering Fracture Mechanics (2004) 71: 2271-2281.
- [5] R.O. Curadelli, J.D. Riera, D. Ambrosisi, M.G. Amani, Damage detection by means of structural damping identification. Engineering Structures (2008) 30: 3497-3504.
- [6] A. Khassetarash, R. Hassannejad, Energy dissipation caused by fatigue crack in beam-like cracked structures. Journal of Sound and Vibration (2016) 363: 247-257.
- [7] M.S. Cao, G.G. Sha, Y.F. Gao, W. Ostachowicz, Structural damage identification using damping: a compendium of uses and features. Smart Materials and Structures (2017) 26: 043001-043014.
- [8] M. Rezaee, R. Hassannejad, Damped free vibration analysis of a beam with a fatigue crack using energy balance method. International Journal of Physical Sciences (2010) 5(6): 793-803.
- [9] H. Mevada, D. Patel, Experimental determination of structural damping of different materials. Procedia Engineering (2016) 144: 110-115.

MATHEMATICAL MODELING OF NONSTATIONARY CREEP OF ALLOYS UNDER MULTIAXIAL STRESS STATE

I.A. Volkov¹, L.A. Igumnov^{1*}, S.Yu. Litvinchuk¹, E.V. Boev¹, M.V. Grigoryev¹

¹ Research Institute for Mechanics, National Research Lobachevsky State University of Nizhny Novgorod, the Russian Federation * Persona de contacto: igumnov@mech.unn.ru

RESUMEN

Se estudia el problema de la descripción de los procesos de fluencia lenta en las aleaciones estructurales policristálicas en estado de tensión multiaxial.

La variante de las relaciones determinantes está basada en la introducción de tensiones de una familia de superficies equipotenciales en el espacio. Se cumple el principio de la grandientalidad del vector de velocidad de deformación de la fluencia lenta a la superficie correspondiente en el punto de carga.

El modelo describe las secciones de la curva de fluencia lenta en diferentes niveles de carga y los efectos principales del proceso de la fluencia lenta en caso de carga compleja.

Para defivir los parámetros de materiales de las relaciones determinantes de la fluencia lenta, ha sido propuesto un sistema de experimentos básicos. Ha sido desarrollada una metodología teórica-experimental. Las pruebas de fluencia lenta se llevan a cabo según el esquema de cargamiento «suave».

La aplicabilidad del modelo de fluencia lenta ha sido demostrada en el ejemplo de acero inoxidable en estado de cargamiento cíclico multiaxial. Los resultados numéricos se comparan con los datos de los experimentos in situ. Se investiga la fluencia lenta en caso de procesos de cargamiento complejos acompañados con rotación de las superfícies principales de los tensores de tensiones, deformaciones peligrosas y deformaciones de fluencia lenta.

PALABRAS CLAVE: Fluencia lenta inestable, Modelo, Experimento básico

ABSTRACT

The ussie of describing creep processes in polycrystalline structural alloys for multiaxial stressed states is considered. The version of the defining equations is based on introducing a family of equipotential creep surfaces in the stress space. The principle of orthogonality of the creep strain rate vector to the corresponding surface in the loading point holds. The model describes parts of the creep curve for different loading conditions and the main effects of the creep process under complex loading.

To determine material parameters of the defining equations of creep, a system of basic experiments is proposed. An experimental-theoretical methodology has been developed. The creep tests are conducted according to the 'soft' loading scheme.

The reliability and the scope of applicability of the model of creep are assessed using the example of stainless steel under cyclic multiaxial loading. The numerical results are compared against the data of full-scale experiments. Creep under complex loading processes, accompanied by the rotation of the main areas of stress tensors of hazardous strains and creep strains is studied.

KEYWORDS: Nonstationary creep, Model, Basic experiment

INTRODUCTION

The life of structural elements operating at elevated temperatures T ($T > 0.5 T_{melt}$, T_{melt} is the melting temperature), is determined by the physical processes of damage accumulation due to creep, resulting in the

most dangerous types of fracture - brittle fracture of structures originally made of plastic materials.

A lot of simplified one-dimensional defining equations are available for describing the standard creep curves. However, these equations are suitable only for permanent stresses and represent an attempt of mathematical formalization of the first and second creep stages [1, 2].

It is necessary to specify the regularities for the change in state parameters for modeling the processes of nonstationary creep in a complex stress state. It is assumed that these regularities are determined by two opposite physical mechanisms: hardening and softening.

There is a similar approach in the mathematical theory of plasticity (flow theory). The specific form of the defining relations is determined usually in the experiments under a uniaxial stress state.

A mathematical model of nonstationary creep in a complex stress state has been developed based on the works of domestic and foreign researchers [1–4]. By comparing the experimental and computational data on the creep of 304 stainless steel under cyclic multiaxial loading [5], we evaluated the reliability and determined the limits of applicability of the developed constitutive relations of non-stationary creep in the multiaxial stress state.

DEFINING RELATIONS OF NONSTATIONARY CREEP

To describe the creep processes, we introduce in the stress space equipotential creep surfaces F_c that have a common center ρ_{ij}^c and different radii C_c defined by the current stress state:

$$F_c^{(i)} = S_{ij}^c S_{ij}^c - C_c^2 = 0, \ S_{ij}^c = \sigma_{ij}' - \rho_{ij}^c, \ i = 0, 1, 2, \dots \ (1)$$

According to the associated law

$$\dot{e}_{ij}^c = \lambda_c \, \frac{\partial F_c^{(i)}}{\partial S_{ij}^c} = \lambda_c S_{ij}^c \,, \tag{2}$$

where λ_c corresponds to the current surface $F_c^{(i)}$, which determines the current stress state S_{ij}^c .

Among these equipotential surfaces, we can distinguish a surface with radius \overline{C}_c that corresponds to zero creep rate:

$$F_c^{(0)} = \bar{S}_{ij}^c \bar{S}_{ij}^c - \bar{C}_c^2 = 0, \ \bar{S}_{ij}^c = \bar{\sigma}_{ij}' - \rho_{ij}^c, \tag{3}$$

where \overline{S}_{ij}^{c} and $\overline{\sigma}_{ij}'$ is the set of stress states, corresponding (with a certain tolerance) to zero creep rate.

The equation for the variation of coordinates of the center of the creep surface has the form [1, 2]:

$$\dot{\rho}_{ij}^{c} = g_{1}^{c} \dot{e}_{ij}^{c} - g_{2}^{c} \rho_{ij}^{c} \dot{\chi}_{c} , \qquad (4)$$

where g_1^c and $g_2^c > 0$ are experimentally determined material parameters.

Thus, the gradientality law can be represented as:

$$\dot{e}_{ij}^{c} = \lambda_{c} \left(\psi_{c}, T \right) S_{ij}^{c} = \lambda_{c} \psi_{c} S_{ij}^{c} =$$

$$= \lambda_{c} \left(\frac{\sqrt{S_{ij}^{c} S_{ij}^{c}} - \bar{C}_{c}}{C_{c}} \right) S_{ij}^{c}, \qquad (5)$$

The dependence χ_c on the process time *t* at $S_u^c = const$ for multiaxial deformation along a radial trajectory is shown in Fig. 1.

On the curve $\chi_c \sim t$ (Fig. 1) with some reservation, three regions could be distinguished: I. unsteady creep region $(0 - \chi_c^{(1)})$; II. steady creep region $(\chi_c^{(1)} - \chi_c^{(2)})$; III. unsteady creep region $(\chi_c > \chi_c^{(2)})$, preceding fracture.

It is easy to show that in each region of the creep curve we have:

$$\lambda_{c} = \begin{cases} 0, \psi_{c} \leq C_{c} \lor \chi_{c} = 0, \\ \lambda_{c}^{I} = \lambda_{c}^{(0)} \left(1 - \frac{e_{11}^{c}}{e_{11}^{(1)}} \right) + \lambda_{c}^{(1)} \frac{e_{11}^{c}}{e_{11}^{c(1)}}, \psi_{c} > 0 \land 0 \leq \chi_{c} \leq \chi_{c}^{(1)}, \\ \lambda_{c}^{II} = \frac{3}{2} \frac{e_{11}^{st}}{\left(\sigma_{11}^{\prime} - \frac{3}{2} \rho_{11}^{c} - \bar{\sigma}_{c} \right)}, \psi_{c} > 0 \land \chi_{c}^{(1)} \leq \chi_{c} \leq \chi_{c}^{(2)}, \\ \lambda_{c}^{III} = \lambda_{c}^{II} \left(\omega \right), \psi_{c} > 0 \land \chi_{c}^{(2)} \leq \chi_{c} \leq \chi_{c}^{(3)}, \end{cases}$$

$$(6)$$

where

$$\lambda_{c}^{(0)} = \frac{3}{2} \frac{\dot{e}_{11}^{c(in)}}{\left(\sigma_{11}^{\prime} - \bar{\sigma}_{c}\right)}, \ \lambda_{c}^{(1)} = \frac{3}{2} \frac{\dot{e}_{11}^{c(fat)}}{\left(\sigma_{11}^{\prime} - \frac{3}{2}\rho_{11}^{c} - \bar{\sigma}_{c}\right)}$$

is parameter value λ_c in points «0» and «1» of the first region of the creep curve of the material (Fig. 1), and ω is the damage value of the material.

Equations (1)–(6) describe unsteady and steady-state regions of creep curve at different stress levels and basic regularities of the creep process under the alternate stress.



NUMERICAL RESULTS

The results of experimental studies of tubular laboratory samples of 304 stainless steel for creep under conditions of a multiaxial stress state are given in [5]. The tests were carried out at a temperature of $T = 650^{\circ} C$ with periodic alternation of two types of stress state at different directions of the main axes of the stress tensor.

Fig. 2 presents the loading diagram of the sample versus time. Each cycle of repeated multiaxial loading consists of pure torsion $\overline{\sigma}_A$ during t_h^* with subsequent unloading and joint tension with torsion $\overline{\sigma}_B$ during t_h^* with subsequent unloading. Vectors $\overline{\sigma}_A$ and $\overline{\sigma}_B$ are of equal value in different directions (θ is the angle between the vectors Fig.1). This loading cycle is

repeated 5 times at $t^* = 8h$ and $|\overline{\sigma}_A| = |\overline{\sigma}_B| = 173, 3MPa$, and thit is close to the yield strength of 304 steel at $T = 650^{\circ} C$.

The physico-mechanical characteristics of 304 steel and the material parameters of the model of nonstationary creep at temperature $T = 650^{\circ} C$ are given in Table 1 and Table 2.

Table 1. The physico-mechanical characteristics of 304 steel at $T = 650^{\circ} C$.

K, MPa	G, MPa	lpha , 1/degree	g_1, MPa	<i>8</i> ₂
124000	56500	0,0000188	10000	470
$\chi_c^{(1)}$	$\chi_c^{(2)}$	$\lambda_c^{(0)},$ $(MPa \cdot c)^{-1}$	$\lambda_c^{(1)},$ $(MPa \cdot c)^{-1}$	
0,003	0,025	0,00003	0,000012	

Table 2. Dependence of change in the radius of creep surface \overline{C}_c of 304 steel at $T = 650^o C$.

χ_c	0	0,0005	0,001	0,0015	0,002	0,0025	0,003
Ē _c , MPa	74,0	76,0	77,0	78,0	79,0	79,5	80,0
χ_c	0,004	0,005	0,01	0,02	0,03	0,04	
$\overline{\bar{C}}_{c}$, MPa	81,0	81,3	81,6	81,6	81,6	81,6	



0

10

20

30

40

Time, hour Fig. 4

50

60

70

80

90

The dependences of axial and shear creep deformations under repeated multiaxial loading for the angle $\theta = 30^{\circ}$ are shown in Fig.3. Hereinafter, the solid lines in the figures show the results of numerical modeling using nonstationary creep relations (1)–(6), and the dotted lines show the corresponding experimental data. It is seen, that at $\theta = 30^{\circ}$ after the rotation of the stress vector $\overline{\sigma}_B$ the strain rate slightly increases.



Figs. 4, 5 show the dependences of axial and shear creep deformations under repeated multiaxial loading for rotation angles $\theta = 150^{\circ}$ and 180° (alternating torsion), respectively. It is evident, that at large rotation angles a noticeable temporary increase in the strain rate occurs after each rotation of the stress vector, this allows to conclude that the angle θ affects the deformation process of the material (with an increase in the rotation angle, the softening becomes more pronounced).

Fig. 6 compares the calculated and experimental creep strain trajectories at $\theta = 150^{\circ}$. It is seen that the creep strain rate vector \overline{e}^{c} is noncollinear to the stress vector $\overline{\sigma}_{B}$ immediately after rotation. However, this noncollinearity tends to gradually disappear after rotation of the stress vector $\bar{\sigma}_B$ as the creep process proceeds.

CONCLUSION

A mathematical model, describing the processes of nonstationary creep of structural materials (metals and their alloys) under complex loading has been developed The results of numerical modeling were compared with the experimental data on the creep processes of steel 304 under complex block cyclic multiaxial loading. It is shown that the developed version of defining relations of non-stationary creep allows to describe the creep processes of metals in multiaxial stress states with required for engineering calculation accuracy.

ACKNOWLEDGEMENTS

This work was supported by a grant from the Government of the Russian Federation (contract No. 14.Y26.31.0031).

REFERENCES

- I. A. Volkov and Yu. G. Korotkikh Uravneniya sostoyaniya vyazkouprugoplasticheskikh sred s povrezhdeniyami (Equations of State of Damaged Viscoelastoplastic Media) Fizmatlit, Moscow, 2008, p. 424 [in Russian]
- [2] I. A. Volkov, L. A. Igumnov, Yu. G. Korotkikh Prikladnaya teoriya vyazkoplastichnosti (Applied Theory of Viscoplasticity) Nizhny Novgorod, NNU, 2015, p.318 [in Russian]
- [3] A. M. Lokoshchenko Polzuchest i dlitelnaya prochnost metallov Creep and Durability of Metals (Fizmatlit, Moscow, 2016, p. 504) [in Russian]
- [4] J. L. Chaboche Constitutive Equation for Cyclic Plasticity and Cyclic Viscoplasticity Inter. J. of Plasticity. Vol. 5. No. 3, 1989. pp. 247-302
- [5] Okhasi, Ono, Kavai. Otsenka opredelyayushchikh uravneniy polzuchesti dlya nerzhaveyushchey stali 304 pri povtoryayushchemsya mnogoosnom nagruzhenii (Evaluation of creep equations for determining the 304 stainless steel with repeated multiaxial loading). Teoreticheskie osnovy inzhenernykh raschetov (Theoretical Foundations of Engineering Calculations). ASME. 1982. Vol. 104. No 3. pp. 1–8 [in Russian]

SIMULACIÓN DEL EFECTO DEL TAMAÑO DE PROBETA Y LA DISPERSIÓN EN FATIGA DE METALES MEDIANTE MICROMECÁNICA COMPUTACIONAL

J. Segurado^{1,2}, S. Lucarini^{1,2}

¹Departamento de Ciencia de Materiales, E.T.S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, Universidad Politécnica de Madrid, C/ Profesor Aranguren s/n, 28040 Madrid, España. E-mail: jsegurado@mater.upm.es

> ²IMDEA Materials Institute, C/ Eric Kandel 2,
> 28906, Getafe, Madrid, España.

RESUMEN

Se ha desarrollado un modelo basado en la aproximación "weakest link" para estimar la vida en fatiga a nivel de espécimen o componente. El modelo se apoya en la micromecánica computacional donde el comportamiento macroscópico se obtiene mediante la simulación de Elementos Representativos de la microestructura policristalina (RVE). El comportamiento de los granos sigue una ley de plasticidad cristalina y las simulaciones se han realizado usando un solver basado en FFT. El punto de partida es obtener la distribución de probabilidades de un parámetro indicador de fatiga para un tamaño de RVE mucho menor que el espécimen. Después, estas distribuciones se extrapolan a tamaños de espécimen completo mediante la aproximación propuesta. El modelo es capaz de reproducir la reducción de la vida en fatiga con el tamaño de muestra.

ABSTRACT

A model based on the weakest link approach has been developed to estimate the fatigue life at specimen or component level. The model is based on computational micromechanics in which the macroscopic response is obtained by the simulation of Representative Volume Elements of the polycrystaline microstructure. The grain behavior follows a crystal plasticity law and simulations are performed using a FFT based solver. The starting point is to determine the probability distribution of a Fatigue indicator Parameter in a RVE of size much smaller than the specimen. Then, those distributions are extrapolated to full size specimens by the approach proposed. The model is able to reproduce the life reduction with the sample size.

1. INTRODUCCIÓN

La vida de un componente metálico bajo cargas cíclicas (fatiga) está controlada por la nucleación de una grieta y su posterior propagación, aunque en muchos casos la nucleación ocupa casi todo el proceso y determina la vida del componente. La fase de nucleación en una aleación policristalina es muy dependiente de la microestructura y se produce a partir de la acumulación de la deformación plástica en una banda dentro de un grano crítico. La homogeneización computacional de policristales [1] es una herramienta ideal para la predicción de la vida en fatiga en función de la microestructura ya que permite obtener la evolución de los microcampos dentro de los granos y predecir así los emplazamientos críticos para la nucleación [2]. Esta estrategia aplicada a fatiga se basa en la resolución numérica de la respuesta de un volumen de representativo de la microestructura policristalina (RVE) sometido a una historia de tensión/deformación macroscópica cíclico. La ecuación constitutiva es un modelo de plasticidad cristalina que incluya los mecanismos microscópicos que dan lugar a fenómenos cíclicos como el endurecimiento cinemático o ablandamiento cíclico [3].

La predicción de nucleación de grietas basada en homogeneización computacional consiste primero en la obtención dentro del RVE de mapas microscópicos de variables indicadoras de la iniciación de una grieta, denominadas FIPs (Fatigue Indicator Parameters). El deslizamiento plástico en cada sistema de deslizamiento, la energía disipada o la acumulada son algunos de los FIPs empleados. La vida en fatiga se relaciona finalmente con el valor máximo en el RVE de alguno de estos parámetros, FIP_{RVE} , correlando este valor con el número de ciclos para nucleación de grieta o rotura N_n obtenido en un experimento de fatiga bajo [2]. Al ser el valor FIP_{RVE} la cola de la distribución de FIPs en el RVE, diferentes realizaciones aleatorias representativas de la misma microestructura resultan en FIP_{RVE} muy diferentes. Una aproximación más adecuada consiste entonces en el estudio de una muestra de varios RVEs, denominada volumen estadístico (SVE) [9], para obtener a partir de ella una distribución estadística de FIP_{RVE} y vidas (N_n) . Esta aproximación es muy costosa y aunque proporciona unas predicciones muy precisas de la vida [8, 9] que incluyen la dispersión, las leyes de predicción resultantes son válidas sólo si se mantiene el tamaño del RVE usado en el ajuste con los experimentos. Esta falta de objetividad se debe a que la distribución de FIP_{RVE} es muy dependiente del tamaño de los RVEs empleados (número de granos), aumentando la media de la distribución y disminuyendo en consecuencia la vida predicha con el tamaño del RVE. Además, los modelos actuales, al estar basados en el estudio de un tamaño de RVE fijo y mucho menor al del espécimen, no permiten tener en cuenta el efecto de tamaño de probeta observado a nivel experimental: las probetas más grandes tienen vidas menores.

El objetivo de este trabajo es proponer un modelo eficiente que permita realizar predicciones de vida que tengan en cuenta la microestructura y el tamaño del espécimen/componente y que sea independiente del tamaño de RVE empleado en las simulaciones. Para ello, las simulaciones de los policristales se realizarán con un solver espectral [4, 5], mucho más eficiente que elementos finitos y que permite la realización de muchas simulaciones o tamaños grandes. Como segundo ingrediente se propone un modelo estadístico basado en el eslabón más débil para la extrapolación de las distribuciones de FIPs y vidas obtenidas para un tamaño dado, FIP_{RVE} , al tamaño del espécimen o componente donde quiere estudiarse la vida a fatiga.

2. MODELO MICROMECÁNICO DE PREDICCIÓN DE NUCLEACIÓN

La predicción de la nucleación de una grieta en una aleación sometida a una historia de deformación cíclica está basada en la resolución numérica de la respuesta mecánica de un RVE sometido a dicha historia. En esta sección se presentan los diferentes ingredientes de esta estrategia, el modelo de material, la generación de los RVEs y la resolución del problema mediante un solver de FFT y la extracción de los FIPs y predicciones de vida.

2.1. Modelo de plasticidad cristalina

El comportamiento de los granos se ha tenido en cuenta mediante un modelo de plasticidad cristalina cíclico. En particular, se ha empleado el modelo desarrollado en [3] que se resume a continuación.

El modelo asume una descomposición multiplicativa del gradiente de deformación

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}^e \mathbf{F}^p \tag{1}$$

en sus partes elástica, \mathbf{F}^e y plástica \mathbf{F}^p , siendo este estado de deformación el que define la configuración intermedia, libre de tensiones. Usando la configuración intermedia, el segundo tensor de Piola-Kirchoff se obtiene a partir del tensor de deformación elástico de Green y del tensor de rigidez elástico del cristal \mathbb{C}

$$\mathbf{S} = \mathbb{C}\frac{1}{2} \left(\mathbf{F}^{e\,T} \mathbf{F}^{e} - \mathbf{I} \right) \tag{2}$$

y el primer tensor de Piola, empleado para resolver el pro-

blema, se relaciona con éste mediante

$$\mathbf{P} = \mathbf{F}^{\mathrm{e}} \mathbf{S} \mathbf{F}^{\mathrm{e}T} \mathbf{F}^{-T}$$
(3)

El gradiente de velocidad plástico se define como la suma de las velocidades de deformación cortantes $\dot{\gamma}$ en cada uno de los sistemas de deslizamiento α característicos de la aleación.

$$\mathbf{L}^{p} = \sum_{\alpha} \dot{\gamma}^{\alpha} \mathbf{s}^{\alpha} \otimes \mathbf{m}^{\alpha}$$

$$\tag{4}$$

siendo s^{α} y m^{α} los vectores unitarios en la dirección de deslizamiento y normal al plano de deslizamiento. En este estudio se supone una aleación FCC, con lo que los sistemas de deslizamiento disponibles son los 12 sistemas octaédricos, m, s $\in [111] < 110 > .$

La velocidad de deformación cortante $\dot{\gamma}$ sigue una ley visco-plástica potencial

$$\dot{\gamma}^{\alpha} = \dot{\gamma}_0 \left(\frac{|\tau^{\alpha} - \kappa^{\alpha}|}{g^{\alpha}} \right)^{\frac{1}{m}} \operatorname{sign}(\tau^{\alpha} - \kappa^{\alpha}) \qquad (5)$$

donde $\dot{\gamma}_0$ es la velocidad de deformación de referencia, m es el exponente visco-plástico, τ^{α} es la tensión resuelta en el sistema considerado. g^{α} y κ^{α} son la tensión critica resuelta (CRSS) y el *backstress* de ese sistema.

La evolución de CRSS, g^{α} , define el endurecimiento isótropo y viene dado por

$$g^{\dot{\alpha}} = h_{\alpha} \dot{\gamma}_{\alpha} + \sum_{\beta \neq \alpha} q_{\alpha\beta} h \dot{\gamma}_{\beta}$$
(6)

donde $q_{\alpha,\beta}$ son los coeficientes de endurecimiento latente y *h* es el módulo de auto endurecimiento, dado por la expresión de Asaro-Needleman [6]. El endurecimiento cinemático, necesario para tener en cuenta el efecto Bauschinger, se define mediante la evolución del *backstress* (ec. 5) y en el modelo empleado [3] esta evolución viene dada por

$$\dot{\kappa}^{\alpha} = c\dot{\gamma}^{\alpha} - d\kappa^{\alpha} |\dot{\gamma}^{\alpha}| \left(\frac{|\kappa^{\alpha}|}{c/d}\right)^{mk} \tag{7}$$

siendo c, d and mk parámetros del material.

2.2. Homogeneización policristalina mediante FFT, el código FFTMAD

El comportamiento del policristal se obtiene mediante la simulación de la respuesta mecánica de elementos periódicos representativos de la microstrucura (RVEs). Los RVE son cubos discretizados en una matriz de $n_x \times n_y \times n_z$ voxels, donde cada voxel pertenece uno de los granos representados. La asignación de los granos a los voxeles define la microestructura policristalina, descrita por la distribución de formas y tamaños de grano del material y generada aquí mediante el programa de software libre *Dream 3d*. Un modelo típico de RVE se ha representado en la figura 1, en este caso el modelo contiene unos 20.000 granos y unos
800 voxels por grano. Las orientaciones de cada grano, al ser uniforme la textura, se generan aleatoriamente.



Figura 1: Modelo de voxels de un RVE conteniendo 20.000 granos y unos 800 voxels por grano.

La respuesta mecánica del RVE se ha resuelto con el código de homogeneización FFTMAD, basado en la FFT y desarrollado por los autores [4]. El problema a resolver es un problema de contorno no-lineal y con condiciones periódicas que consiste en encontrar, en la configuración de referencia, el valor de $\mathbf{F}(\mathbf{x})$ en cada punto de la microestructura Ω que satisfaga las condiciones de equilibrio y compatibilidad. El equilibrio se expresa a través del tensor primero de Piola-Kirchoff $\mathbf{P}(\mathbf{F}, \boldsymbol{\alpha})$ dado por la ecuación constitutiva (ec. 3) donde α son las variables que definen la historia. El código FFTMAD está basado en el esquema de Galerkin-FFT [7] que parte de imponer el equilibrio de forma débil en la configuración de referencia. En este esquema, las funciones test ζ son gradientes de deformación virtuales, convolucionados por un operador proyección que fuerza la compatibilidad de dichos tensores. El equilibrio en la configuración de referencia puede escribirse como

$$\int_{\Omega} \mathbb{G} * \boldsymbol{\zeta}(\mathbf{x}) : \mathbf{P}(\mathbf{x}) d\Omega = 0.$$
(8)

Tras discretizar el RVE en voxeles, integrar en su dominio (Ω) y usando las propiedades de la transformada de Fourier [7, 4], las funciones test desaparecen y las ecuaciones resultantes para el equilibrio del campo discreto quedan

$$\mathcal{G}\left(\mathbf{P}\left(\mathbf{F},\boldsymbol{\alpha}\right)\right) = \mathbf{0} \tag{9}$$

donde \mathcal{G} es una transformación lineal del campo **P** definido en $\mathbb{R}^{9 n_x n_y n_z}$ en otro campo definido en el mismo espacio cuyo resultado debe ser el campo nulo. Esta transformación lineal puede escribirse de forma explícita pasando al espacio de Fourier y resulta

$$\mathcal{F}^{-1}\left\{\widehat{\mathbb{G}}:\mathcal{F}\left\{\mathbf{P}\left(\mathbf{F},\boldsymbol{\alpha}\right)\right\}\right\}=\mathbf{0}$$
 (10)

donde \mathcal{F} y \mathcal{F}^{-1} son la transformada discreta de Fourier y su inversa y $\hat{\mathbb{G}}$ es el operador proyector en el espacio de Fourier, un campo tensorial de cuarto orden definido para cada vector frecuencia $\boldsymbol{\xi}$ cuya expresión puede encontrarse en [5]. La ecuación (10) es un sistema de ecuaciones algebraico no-lineal de 9 $n_x n_y n_z$ ecuaciones donde las incógnitas son el tensor de deformación en cada voxel \mathbf{F} , que puede descomponerse en su parte promedio $\langle \mathbf{F} \rangle_{\Omega}$ y su parte fluctuante, $\tilde{\mathbf{F}} = \mathbf{F} - \langle \mathbf{F} \rangle_{\Omega}$.

Si la historia macroscópica de deformación se introduce a través de la deformación promedio $\overline{\mathbf{F}(t)} = \langle \mathbf{F} \rangle_{\Omega}$, el problema consiste en obtener la parte fluctuante de la deformación $\widetilde{\mathbf{F}}$ que cumpla

$$\mathcal{G}\left(\mathbf{P}\left(\overline{\mathbf{F}}+\widetilde{\mathbf{F}},\boldsymbol{\alpha}\right)\right) = \mathbf{0} \text{ para un } \overline{\mathbf{F}} \text{ dado}$$
(11)

Esta ecuación no lineal se resuelve dividiendo la historia en n incrementos y cada incremento se resuelve mediante Newton, linealizando la tensión en la última iteración de la deformación \mathbf{F}^i

$$\mathbf{P}(\mathbf{F}^{i} + \delta \mathbf{F}) \approx \mathbf{P}(\mathbf{F}^{i}) + \mathbb{K}^{i} : \delta \mathbf{F}$$
(12)

siendo
$$\mathbb{K}^i = \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \mathbf{F}^i}.$$
 (13)

Combinando el equilibrio (11) con la linealización de la tensión, la ecuación lineal a resolver en cada iteración de Newton *i* es encontrar $\delta \mathbf{F}$

$$\mathcal{G}\left(\mathbb{K}^{i}:\delta\mathbf{F}\right) = -\mathcal{G}\left(\mathbf{P}\left(\mathbf{F}^{i}\right)\right)$$
(14)

siendo $\mathbf{F}^i = \overline{\mathbf{F}}_{k+1} + \delta \mathbf{F}^1 + \delta \mathbf{F}^2 \cdots + \delta \mathbf{F}^{i-1}$ y concluyendo el proceso cuando $\delta \mathbf{F} < TOL$. Las ecuaciones lineales (ec. 14) se resuelven mediante un método iterativo donde la matriz de coeficientes no necesita ensamblarse porque viene dada por la transformación lineal sobre $\delta \mathbf{F}$ de la parte izquierda de la ecuación (14).

Como alternativa a imponer el gradiente de deformación macroscopico completo, los autores han desarrollado un novedoso método [5] para imponer condiciones de contorno mixtas (algunas componentes del gradiente de deformación macroscópico y otras del tensor de Piola promedio) que permite resolver, sin coste adicional, cualquier historia de carga. Además, el código FFT-MAD incluye varios esquemas alternativos al método de Galerkin-FFT, introduce el uso de operadores discretos y está paralelizado en threads y para GPUs. Cabe destacar que el uso de esquemas basados en la FFT como alternativa a Elementos Finitos en homogeneización supone una enorme mejora de la eficiencia computacional que puede llegar a varios ordenes de magnitud dependiendo del problema. De esta forma, pueden estudiarse RVEs policristalinos de tamaños como el de la Fig. 1 (más de 16 millones de voxels) o realizarse de forma muy rápida baterías de cálculos para generar datos estadísticos.

2.3. Indicadores de fatiga y predicciones de vida

La distribución de FIPs dentro del RVE se obtiene mediante la simulación de unos pocos ciclos de carga como función de la variación de los microcampos y variables de estado en cada punto del modelo durante el último ciclo simulado. Existen diferentes indicadores definidos como función del deslizamiento en cada plano de la red, de las tensiones resueltas, etc. En este estudio se ha usado la energía disipada por ciclo, W, promediada en un pequeño volumen centrado en x, V(x), y asociado al mecanismo de iniciación de grieta (grano o bandas paralelas a los planos de deslizamiento) y definida como

$$W(\mathbf{x}) = \int_{cic} \left[\frac{1}{V(\mathbf{x})} \int_{V} \sum_{\alpha} \tau^{\alpha}(\mathbf{x}) \dot{\gamma}^{\alpha}(\mathbf{x}) \mathrm{d}V \right] \mathrm{d}t \quad (15)$$

$$W_{RVE} = \max_{x \in RVE} W(\mathbf{x}) \quad (16)$$

siendo W_{RVE} el FIP representativo del RVE, obtenido como el máximo de W y siendo N el número total de volúmenes candidatos a inciación de grieta representdos dentro de un mismo RVE.

La vida en fatiga de un RVE bajo una deformación macroscópica cíclica dada (control en deformación o carga, forma del ciclos, asimetría R y rango de deformación $\Delta \epsilon$) se obtiene mediante una relación entre el FIP obtenido en la simulación y uno o más parámetros del material ajustados con experimentos de fatiga. En el caso más sencillo de una relación lineal, la vida puede expresarse como

$$N_n = \frac{W_{crit}}{W_{RVE}} \tag{17}$$

donde W_{crit} es el parámetro a ajustar con un solo ensayo de fatiga. Debido a que W_{RVE} corresponde a la cola de la distribución de W en el RVE (el máximo valor), diferentes RVEs de la misma microestructura pueden dar valores muy diferentes y con ello vidas dispares. Este hecho puede aprovecharse para hacer un tratamiento estadístico estudiando varios RVE de la misma microestructura, conjunto de muestras conocido como statistical-RVE o SVE. En este caso el resultado del modelo es la distribución estadística completa de los valores FIP_{RVE} en el SVE y por tanto la distribución estadística de vidas. Aunque esta idea ha sido aplicada proporcionado unas predicciones muy precisas de la vida en fatiga (por ejemplo a la superaleación de base Ni Inconel 718 [8, 9]), se ha observado que la distribución de FIP_{RVE} cambia con el tamaño del RVE empleado. Esta dependencia implica que las leyes ajustadas solo son válidas si se mantiene fijo el tamaño de los modelos.

2.4. Modelo estadístico para la extrapolación de distribuciones de Indicadores de fatiga

La distribución estadística de indicadores de fatiga en un SVE depende mucho del tamaño de los RVEs empleados. Como ejemplo de esta dependencia, en la Fig. 2 se representan los histogramas de W_{RVE} obtenidos para muestras de 50 RVEs, usando celdas tridimensionales como la representada en la Fig. 1 y tamaños de celda con diferente numero de granos. Las propiedades del modelo de plasticidad cristalina empleadas se han tomado de [4] y corresponden a una superaleación base Ni.



Figura 2: Efecto del tamaño del RVE en la distribución de indicadores de fatiga

En los histogramas puede observarse que la distribución de FIPs se modifica desplazándose a la derecha, es decir a mayor tamaño del RVE, mayor valor medio del indicador de fatiga y menor vida predicha. Esta dependencia de la distribución con el tamaño se mantiene en todo el rango de tamaños con lo que no es posible definir un tamaño de RVE mínimo en fatiga. Esta observación implica que los RVEs empleados en las simulaciones deberían tener el mismo número de granos que las probetas simuladas, algo que es computacionalmente inalcanzable y absolutamente ineficiente.

Este estudio propone un modelo estadístico de extrapolación basado en la teoría del eslabón más débil. La distribución acumulada de FIPs (por ejemplo W_{RVE}) para un SVE dado de tamaño V_0

$$CDF_0(x) = P(W_{RVE} \le x) \text{ en } V_0 \tag{18}$$

indica la probabilidad de que el punto más crítico en un RVE de tamaño V_0 tenga un $W \le x$. Si ahora se tiene un RVE de volumen $V_1 = m V_0 \text{ con } m > 1$, la probabilidad de que el punto más critico en V_1 tenga un $W \le x$ es menor, ya que es la probabilidad de NO encontrar un punto crítico (con W > x) en NINGUNO los m volúmenes V_0 contenidos en V_1 . Esto hace que la PDF desplace su máximo hacia la derecha.

$$CDF_1(x) = P(W \le x) \text{ en } V_1 =$$
$$\prod_{i=1,m} (P(W \le x) \text{ en } V_0) = CDF_0^m(x) \quad (19)$$

Esta extrapolación basada en el eslabón más débil implica que se puede obtener la CDF de indicadores de fatiga

de un volumen cualquiera a partir del resultado de la distribución en un tamaño V_0 .

Para cerrar el modelo hacen falta responder a dos cuestiones, cuál es el valor mínimo de V_0 y cuál es la distribución estadística que mejor representa la CDF_0 . El tamaño mínimo de V_0 sobre el que obtener la CDF se estudiará numéricamente, pero es esperable que sea del orden del que se necesita para representar adecuadamente el comportamiento plástico macroscopico, al ser la plasticidad responsable de la nucleación. Respecto a la forma de la CDF, la estadística sugiere la distribución de probabilidades de Gumbel como una buena candidata ya que corresponde a una distribución de valores máximos de otras distribuciones. La CDF de Gumbel viene dada por

$$CDF(x;\mu,\beta) = \exp\{-\exp\{-(x-\mu)/\beta\}\}$$
 (20)

donde μ y β son los dos parámetros que definen la distribución, cuya media es $\bar{x} = \mu + 0.5772156\beta$ y su desviación estándar $\beta \pi / \sqrt{6}$. Para comprobar la representatividad de la función de Gumbel a las distribuciones de W en un SVE, se han ajustados los datos estadísticos representados en la Fig. 2 a esta distribución. El ajuste se ha realizado por mínimos cuadrados y los resultados de las distribuciones están representados en la misma figura junto a la distribución de Gumbel ajustada. Puede verse que el ajuste de la distribución a los datos estadísticos obtenidos en las simulaciones es muy bueno, siendo el coeficiente de correlación R entre datos y distribución teórica mayor que 0,995 en todos los casos. Cabe remarcar que el ajuste de otras distribuciones estadísticas habituales en fatiga como las distribuciones de Weibul o log-normal resulta en una peor correlación.

3. RESULTADOS

3.1. Validación del modelo estadístico

Para verificar la validez del modelo estadístico de extrapolación propuesto se han generado microestructuras policristalinas simplificadas en 2D que corresponden a una matriz de granos cuadrados de 2×2 voxeles. El objetivo es tener un sistema simple que permita llegar a RVEs de millones de granos, tamaños cercanos ya al número de granos en una probeta real. Los tamaños de RVEs empleados van desde 16² voxeles (64 cristales) hasta 2048² voxeles, que supone algo más de un millón de granos. Se han empleado SVEs de 200 RVEs cada uno, salvo en el caso de mayor tamaño donde el SVE es el resultado de 50 modelos. Se han seleccionado 3 tamaños de RVE para definir la distribución de partida, CDF_0 , 64 (16²), 1024 (64^2) y 16384 (256²) cristales, y se han ajustado las CDF de esos tres tamaños a una distribución de Gumbel. Los parámetros del modelo de plasticidad cristalina descrito se han tomado de [8] y corresponden a una superaleación base Ni ignorando el ablandamiento cíclico. El caso de carga aplicado corresponde a tensión uniaxial con control en deformación y un rango de deformación pequeño pero que asegura la plastificación a nivel de cristal. Las simulaciones se han realizado usando el código FFTMAD y el modelo de plasticidad cristalina se ha introducido mediante un subrutina de material, en particular se ha programado según el estandar de subrutina en fortran *UMAT* de abaqus. Los resultados estadísticos de las simulaciones para diferentes tamaños se han representado en la Figura 3 junto a las predicciones del modelo propuesto para los resultados de volúmenes grandes.



Figura 3: Distribuciones Gumbel de W_{RVE} de modelos 2D para diferentes tamaños y extrapolaciones

En la figura puede observarse como el modelo estadístico propuesto es capaz de predecir con bastante precisión la distribución de W_{RVE} de tamaños grandes usando los resultados de RVEs de tamaño varios ordenes de magnitud menores. Respecto a los resultados obtenidos usando como referencia modelos de 16^2 , 64^2 y 256^2 , se puede ver que los modelos de 16^2 no funcionan correctamente pero que los resultados de 64^2 y 256^2 proporcionan extrapolaciones muy similares. Estos resultados validan el modelo estadístico propuesto y abren la puerta a ser empleados en microestructuras realistas en 3D siempre que las distribuciones de FIPs en un SVE puedan representarse de forma adecuada con una función de Gumbel.

3.2. Efecto del tamaño de especimen

Se ha empleado el modelo propuesto con microestructuras realistas en tres dimensiones. Se han generado RVEs de tamaños 16^3 , 32^3 , 64^3 y 128^3 voxeles conteniendo aproximadamente 100, 800, 7000, 50000 cristales respectivamente. Se han usado SVEs de 50 RVEs cada uno y 20 modelos para SVE de mayor tamaño. Las condiciones de carga, modelo de plasticidad cristalina y parámetros son los mismos del apartado anterior. Las distribuciones de W_{RVE} ajustadas a distribuciones de Gumbel para todos los tamaños calculados se han representado en la Fig. 4 junto a las predicciones de los resultados de 64^3 y 128^3 voxeles usando de referencia la distribución de 32^3 . En la figura puede apreciarse como la aproximación estadística funciona bien en modelos 3D con microestructuras realistas y que la extrapolación de la estadística obtenida con celdas de 32³ voxeles reproduce bien los resultados de 64³ y 128³ voxeles. Finalmente, se han empleado los resultados de los modelos de 64^3 voxeles para predecir las distribuciones de W_{RVE} en volúmenes de tamaño probeta. Asumiendo un tamaño de grano medio de $10\mu m$, se han predicho los resultados en tamaños de microprobetas (diámetro D1 = 0.5mm), en probetas de tamaño medio (D2 = 10mm) y en volúmenes equivalentes al tamaño de una sección de componente (D3 = 50mm). Los resultados se han representado en la misma Figura 4 donde se puede observar que el W_{RVE} promedio para tamaño probeta es un $200\,\%$ mayor al del RVE. Las diferencias de W_{RVE} promedio entre los tamaños de microprobeta y probeta considerados son de 50 %, misma diferencia que se encontraría en vida si se asume una ley lineal. Puede observarse finalmente como el modelo es capaz de reproducir la menor esperanza de vida en un componente frente a la estimación en tamaño probeta.



Figura 4: Distribuciones Gumbel de W_{RVE} de microsestructuras y extrapolaciones a tamaño espécimen

4. CONCLUSIONES

Se ha desarrollado un modelo estadístico basado en la aproximación del eslabón más débil para estimar la vida en fatiga y su dispersión a nivel de espécimen o componente completo. El modelo está basado en la homogeneización numérica de policristales donde la microstructura entra a través de la geometría del RVE, el comportamiento de los granos viene dado por una ley de plasticidad cristalina y las simulaciones se han realizado usando un solver eficiente basado en FFT.

El modelo propuesto se ha validado usando microestructuras simplificadas donde se pueden realizar simulaciones con un número de granos cercano al de un espécimen real. El modelo es capaz de predecir de forma precisa la distribución de parámetros de fatiga obtenidos para una muestra de varios RVEs de tamaño grande a partir de la distribución obtenida para una muestra de tamaños varios ordenes de magnitud menores. Finalmente, el modelo se ha empleado con microestructuras 3D realistas y se ha estimado la disminución de la vida con el tamaño de la probeta así como la disminución al emplear un componente de volumen mucho mayor a una probeta.

AGRADECIMIENTOS

El trabajo ha sido financiado a través del proyecto NVI-DIA (RTC-2017-6150-4) por el Ministerio de Ciencia, Innovación y Universidades. Los investigadores agradecen a la empresa ITP y en particular a Arantza Linaza y Koldo Ostolaza su colaboración en este trabajo.

REFERENCIAS

- J. Segurado, R. Lebensohn and J.LLorca Computational Homogenization of Polycrystals Advances in Applied Mechanics, 51, 1-114, 2018
- [2] D. L. McDowell, F.P.E Dunne, Microstructuresensitive computational modeling of fatigue crack formation. *International Journal of Fatigue* 32, 1521?1542, 2010
- [3] A. Cruzado, J. LLorca, J. Segurado Modeling cyclic deformation of Inconel 718 superalloy by means of crystal plasticity and computational homogenization *International Journal of Solids and Structures* 122, 148-, 2017
- [4] S. Lucarini and J. Segurado On the accuracy of spectral solvers for micromechanics based fatigue modeling *Computational Mechanics* 63, 365-382, 2019
- [5] S. Lucarini and J. Segurado An algorithm for stress and mixed control in Galerkin based FFT homogenization *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, in press, 2019
- [6] R. Asaro, A. Needleman Overview no. 42 texture development and strain hardening in rate dependent polycrystals *Acta Metallurgica* 33, 923-953, 1985.
- [7] J. Vondřejc, J. Zeman, and I. Marek. An fft-based galerkin method for homogenization of periodic media. *Computers and Mathematics with Applications*, 68 156 – 173, 2014.
- [8] A. Cruzado, S. Lucarini, J. LLorca, J. Segurado Microstructure-based fatigue life model of metallic alloys with bilinear Coffin-Manson behavior *International Journal of Fatigue* 107, 2018, 40-48, 2018
- [9] A. Cruzado, S. Lucarini, J.LLorca, J. Segurado Crystal plasticity simulation of the effect grain size on the fatigue behavior of polycrystalline Inconel 718 *International Journal of Fatigue* 113, 236-245, 2018

DETERMINATION OF THE DAMAGE PARAMETERS OF A SERIES 5000 ALUMINUM-MAGNESIUM ALLOY DURING SMALL PUNCH TEST

L.M.A. van Erp^{1*}, A. Díaz², R.H.J. Peerlings¹ and I.I. Cuesta²

¹ Department of Mechanical Engineering, University of Technology Eindhoven, De Zaale 5612AZ Eindhoven, The Netherlands.

² Grupo de Integridad Estructural, Universidad de Burgos, Avda. Cantabria s/n. 09006 Burgos, Spain *Contact: l.m.a.v.erp@student.tue.nl

ABSTRACT

The Small Punch Test (SPT) is successfully established to indicate metallic material properties, it is predominantly used when the available material is limited and standard tests cannot be executed. During the SPT a fully constricted specimen in a die will be deformed by the use of spherical punch. One of the main objectives of this test is to assess fracture properties, a commonly used model is the Gurson-Tvergaard-Needleman (GTN) damage model. This model is widely used to simulate damage and failure, where void nucleation, coalescence and growth are taken into account . In this paper an assessment of the GTN parameters is elaborated, which can be utilized for further use of a 5000 series aluminummagnesium alloy. The damage framework is determined by fitting the experimental force-displacement curve of different dog-bone-shaped specimens. Future work will be done on crack propagation using the estimated parameter values, with the assessment of the fracture toughness as ultimate goal.

KEYWORDS: Small punch test, GTN damage model, fracture parameters, numerical damage modelling, dog-bone specimens

INTRODUCTION

Nowadays, there is a high demand on environmental friendly policy regarding material consumption, since not all materials are limitless available. To save material, the testing method SPT (small punch test) is introduced in the recent decades. During the test a small specimen (typically 10x10x0.5 mm) is deformed with the use of a high-strength punch. The samples are embedded in a lower- and upper die, and punched until fracture occurs. This results in a tip displacement as a function of the applied load on the specimen. Small punch tests (SPT) are widely used in characterization of materials, this mechanical testing procedure provides properties when there is only a small amount of available material as an alternative for conventional fracture tests [1-3]. Especially the nuclear industry deals with limited availability of materials, therefore the used specimens have typical dimensions of 10x10x0.5 mm. These samples are clamped into a lower and upper die, where after a spherical indenter applies a force under displacement control, i.e. fixing the displacement rate, in the perpendicular direction.

Since the data cannot be extracted directly from the SPT, experiments are carried out. One of the main properties that can be numerically deduced from the forcedisplacement curve, are the coefficients for the Gurson-Tvergaard-Needleman (GTN) damage model. Taking into account the different material stages, from elastic until failure by means of nucleation, growth and coalescence of microvoids. Simulations with this model give insight in a better understanding of damage and failure of materials.

In this paper, the application of the GTN model is elaborated based on experimental force-displacement curves. Whereby the whole spectrum of damage, including void nucleation, growth and coalescence, is modeled to simulate the numerical curves, following a methodology provided by Cuesta et. al. [4].

EXPERIMENTAL METHODOLOGY

A typical experimental SPT setup is schematically shown in Figure 1. Here D_d , the lower die hole, is 4 mm. d_p is the diameter of the punch and equal to 2.5 mm. Furthermore, fillet radius *r* is 0.5 mm.



Figure 1. Schematic experimental setup of the SPT.

Examples of dog-bone-specimens can be seen in Figure 2. These samples are embedded and fully fixed between two bodies. Where after they are used to analyze the mechanical behavior for different confinement levels. In order to do this an isotropic materials is commonly used. The material selected for the specimens is aluminum, whereas the punch, lower- and upper-die are made out of steel. Whereby, a friction coefficient, μ between the different materials is used and equal to 0.21 [5]. The punch deforms the sample until fracture occurs by a displacement controlled experiment, typically with a drop rate of 0.5 mm/min.



NUMERICAL METHODOLOGY

During this research, Abaqus CAE [6] was used in order to simulate a small punch test. It has been chosen to model a half of the specimen in three dimensions, to include irregularities for later research. During the analysis a mesh size of 0.1 mm is chosen in agreement with computation time and accuracy, since the reaction force in the punch barely depends on the mesh size. The samples are modeled with both symmetry boundary condition perpendicular to the thickness direction and fully constrained edges representing the embedded sample in the die. Moreover, the punch, upper and lower die are represented by means of an analytical 3D rigid body and modeled as a sphere and toroid respectively. Since the damage model can only be used in an explicit dynamic time step, the simulations were in a displacement controlled manner. Where the punch is forced to move -2.2 mm equally divided during the time step.

MATERIAL DESCRIPTION

During the SPT, the force *F* is measured as a function of the punch tip displacement δ , Figure 3 shows a typical behavior of this curve. As can be seen, there are six stages that can be distinguished. These stages will provide information about necessary parameters;

- Stage I: Elastic behavior.
- Stage II: This stage shows the transition between elastic and plastic behavior.

- Stage III: The material undergoes pure plastic behavior.
- Stage IV: Here the maximum load is reached and the specimen undergoes a change in thickness.
- Stage V: In this stage the material shows softening phenomena and cracks will grow.
- Stage VI: Final failure stage, the punch has penetrated through the specimen. Usually, the test is stopped now.



Figure 3. Typical force-displacement curve for a SPT, with the parameters indicating the different stages [4].

In this work, a series 5000 aluminum-magnesium alloy is investigated. Due to its isotropic and elastic nature, the material behavior in stage I is described by Hooke's Law with E and v, the Young's modulus and Poisson ratio respectively, as representing parameters.

For larger punch tip displacement the second stage is entered. Here, K and n, the strength coefficient and strain hardening exponent, play an important role to describe the behavior. Often the plasticity is fitted by a Hollomon-type equation, denoted by Equation (1).

$$\sigma = K\epsilon_p^n \tag{1}$$

This equation is used to extrapolate the stress-strain curve in the plastic regime. This methodology consists of a chosen interval where the material does not undergo damage. Furthermore, ϵ_p is the plastic strain and can be computed using the stress at point *i*, σ_i using:

$$\epsilon_p = \epsilon - \frac{\sigma_i}{E} \tag{2}$$

However, this is not enough to describe the materials behavior until fracture. A commonly used model to define damage in a continuum medium is the Gurson-Tvergaard-Needleman (GTN) model. It predicts damage by including porosity, nucleation, growth and coalescence of voids. Herewith, the stages III, IV and V can be closed and the full force-displacement can be defined. The GTN damage model is mathematically denoted as: [7,8]

$$Q = \left(\frac{\bar{\sigma}}{\sigma_*}\right)^2 + 2q_1 f^* \cosh\left(\frac{q_2 \sigma_{kk}}{2\sigma_*}\right) - [1 + (q_1 f^*)^2] = 0$$
(3)

In this equation is σ_{kk} the first invariant of the stress state, $\bar{\sigma}$ the Von Mises equivalent stress and σ_* the flow stress of the matrix. To account for hydrostatic stress effects for all strain levels, model coefficient q_1 and q_2 are introduced. Furthermore, f^* is the modified porosity which accounts for a decrease in load due to void coalescence:

$$f^* = \begin{cases} f & \text{if } f \le f_c \\ f_c + \delta(f - f_c) & \text{if } f > f_c \end{cases}$$
(4)

Where, *f* the void volume fraction, f_c the critical porosity. In Stage IV, f_c is the most dominant parameter. At f_c , the interaction and coalescence between voids starts with rate δ_* . To determine δ_* , the next ratio can be used:

$$\delta_* = \frac{f_u^* - f_c}{f_F - f_c} \tag{5}$$

Stage V is influenced by f_F , the critical volume void fraction when the material fails, and f_u^* is equal to $1/q_I$. High strains lead to an increase of porosity due to several influences. δ_* determines the decrease after the maximum load is reached in this stage. In Stage III first, the existing microvoids will grow, this results in an increase of *f*. This results in a linear regime in the forcedisplacement curve because of the large plastic strains and voids grow together with the punch displacement. Secondly, new voids are generated as a consequence of the greater plastic strains. These phenomena can be expressed as:

$$\dot{f} = \dot{f}_{growth} + \dot{f}_{nucleation} \tag{6}$$

With

$$\dot{f}_{growth} = (1 - f)\dot{\epsilon}_{kk}^p \tag{7}$$

$$\dot{f}_{nucleation} = \frac{f_N}{s\sqrt{2\pi}} exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\epsilon_m^p - \epsilon_n}{s}\right)^2\right] \dot{\epsilon}_m^p \tag{8}$$

 ϵ_{kk}^{p} is the plastic strain increment tensor, the trace of this tensor controls the void growth. The nucleation of voids depends on f_N , which is the void volume nucleation fraction and ϵ_n the strain at which nucleation starts. *S* is the standard deviation of ϵ_{n} ; if *S* is relatively low the material is considered as homogeneous. Finally, f_0 is the initial void volume fraction.

METHODOLOGY FOR MATERIAL PARAMETERS

Different parameters can be extracted from the forcedisplacement curve by observing the several stages in the fracture process. The parameters of interest on the one hand depend on the isotropic behavior of the material and on the other hand on the triaxiality. However, not all data can be directly extracted from this curve. In order to assign values to the first two stages conventional tensile tests are examined, using tensile bars of the same type of aluminum. Results are shown in Figure 4. Here, different orientations (L and T) of the aluminum are considered to account for possible anisotropy.



Figure 4. Stress as a function of strain during tensile test, with L and T the different orientation of the aluminum specimens.

From this curve the elastic-plastic behavior can be described, where it becomes necessary to extrapolate the stress strain curve with a Hollomon-type equation (1). The first two stages can now be defined by the values given in Table 1.

Table 1. Elastic-plastic behavior parameters.

	-	-	
E (MPa)	v	K	п
70000	0.334	415.5	0.2755

Next, the Gurson-Tvergaard-Needleman damage model is widely used to simulate fracture behavior. The model represents stage III, IV and V, where a combination of numerical and experimental data is required to obtain the parameters that fit the force-displacement curve. However, other studies prove that q_1 =1.5, q_2 =1.0 are typical values for metals [6-8]. Parameter *S* depends on the homogeneity of the material so a value of *S*=0.1 [9] is sufficient for the simulations. Furthermore, it is assumed that there are no initial voids in the specimens, so f_0 is chosen to be zero. Additionally, the kinematic friction coefficient for steel on aluminum is set to μ =0.21.

The determination of the void parameters for simulating a small punch test are following a methodology provided by Cuesta [4]. After the implementation of the plasticity model, excluding the damage GTN model, the numerical force-displacement curve for SPT follows the first stages properly as shown in Figure 5.



Figure 5. Experimental force-displacement curve for a SPT, with the numerical test excluding a damage model.

In order to control the curvature in stage III and IV, a variation of parameters ϵ_N and f_N governs the shape. Figure 6 shows the influence of increasing f_N on the graph. Here, the values for f_N are chosen on the interval [0.0, 0.03] in 0.005 increments. As observed, the curvature of the graph changes for increasing f_N . Noticeable is that changes in ϵ_n on typical interval [0.0, 0.2] in 0.1 increments have negligible influence on the curve compared with f_N .



Figure 6. Experimental force-displacement curve for a SPT with the numerical test, including a range of the first two parameters of the damage model ϵ_n and f_N .

Simulations show that for $\epsilon_n=0.1$ and $f_N=0.01$ the numerical curve fits the experimental curve reasonably, as can be seen in Figure 7. Compared with the plasticity model, the maximum allowable force is lowered. Since critical parameters for void fraction are not included, no fracture is observed yet. Therefore, the deviation of the curve starts at displacement $\delta=1.9$ mm. This point marks the initiation of the void coalescence.



Figure 7. Experimental force-displacement curve for a SPT with the numerical test, including the first two parameters of the damage model with $\epsilon_n=0.1$ and $f_N=0.01$.

The force-displacement curve has now entered stage IV. Here, the specimen reduces its thickness. This is determined by parameter f_c , which can be valued by looking at the total void volume fraction. In Figure 8 the void volume fraction as a function of tip displacement is shown. It is observed that for a displacement δ =1.9 mm the failure zone starts to be visible. The corresponding critical void volume fraction is equal to f_c = $f(\delta$ =1.9)=0.06.



Figure 8. Void volume fraction f as a function of punch displacement δ , with the initiation of the failure zone and computation of critical void parameter f_c .

After the critical void fraction, the fracture will start and the curve is governed by f_F . The fracture volume fraction represents the decreasing slope in the force-displacement curve after fracture occurs. As observed in Figure 9, the curve changes for decreasing values for f_F . This can be used to control the cut-off point after the maximum load.



Figure 9. Experimental force-displacement curve for a SPT, with the numerical test including all the parameters of the damage model ϵ_n , f_N , f_c and decreasing failure void fraction f_F .

In Figure 10, the numerical simulation and experimental data match in every stage for the total GTN damage model with f_c =0.06 and f_F =0.07. Altogether, an overview of the damage parameters for a series 5000 aluminum-magnesium alloy is given in Table 2.

Table 2.	GTN	damage	model	parameters.
----------	-----	--------	-------	-------------

q_1	q_2	fo	S	ϵ_n	f_N	f_c	f_F
1.5	1.0	0	0.1	0.1	0.01	0.06	0.07



Figure 10. Experimental force-displacement curve for a SPT, with the numerical test including all the parameters of the damage model ϵ_n =0.1, f_N =0.01, f_c =0.06 and f_F =0.07.

Since the GTN damage model depends on the triaxiality of the specimen, this implies that for each sample the methodology must be repeated and different parameters might be found for each geometry. This is done for the dog-bone specimens with different sample widths *W*. Results are shown in Figure 11; here a good agreement between experimental and numerical data is observed. In Table 3 the governing values for the different samples sizes are given. As can be seen the value for f_N is constant, f_c and f_F increase for increasing sample width.

Figure 12 shows the tested samples with different widths. In order to employ failure behavior, the samples are analyzed using a scanning electron microscope (SEM). In these SEM images, there are different failure modes observed. For a sample width of W=10 mm the crack has propagated circumferentially, where for other widths the crack in centered in the middle and is almost horizontal. In W=3 mm specimens, the material has started to neck in the center. W=1 and W=2 a more brittle behavior is observed since these specimens exhibit a more unidirectional elongation.

 Table 3. GTN model void fraction parameters for
 different sample widths.

	f_N	f_c	f_F
W=1 mm	0.01	0.015	0.02
W=2 mm	0.01	0.025	0.03
W=3 mm	0.01	0.03	0.04
W=4 mm	0.01	0.03	0.04
<i>W</i> =10 mm	0.01	0.06	0.07



Figure 11. Numerical force-displacement curve for SPT with different sample widths.

CONCLUSIONS

To identify the damage properties in a material to use for numerical simulation, a methodology for the determination is necessary. With the use of the Gurson-Tvergaard-Needleman model a good approximation of the force-displacement curve was obtained, since this model reproduces the behavior throughout the different stages. Using this methodology it is possible to determine the material parameters using a squared aluminummagnesium alloy plate by means of a correlation between numerical and experimental data. However, since the GTN parameters strongly depend on the specimens triaxiality, a repetition for different samples is necessary.



Figure 12. Tested samples with different widths.

ACKNOWLEDGMENTS

The authors wish to thank the funding received from the Ministry of Education of the Regional Government of Castile and Leon under the auspices of the support for the Recognized Research Groups of public universities of Castile and Leon started in 2018, Project: BU033G18

REFERENCES

- Ha, J.S. and Fleury, E. (1998) Small Punch test to estimate the mechanical properties of steels for steam power plant: I mechanical strength. *int. J. Press. Vess. Pip.* **75**, 699-706.
- [2] Ha, J.S. and Fleury, E. (1998) Small Punch test to estimate the mechanical properties of steels for steam power plant: II mechanical strength. *int. J. Press. Vess. Pip.* **75**, 707-713.
- [3] Campitelli, E., et al. (2004) Assessment of the constitutive properties from small ball punch test: Experiment and modelling, *J. Nucl. Mater.* 335, 366-378.
- [4] Cuesta, I.I., Alegre, J.M. and Lacalle, R. (2010) Determination of the Gurson-Tvergaard damage model parameters for simulating small punch tests. *Fatigue Fract Engng Mater Struct* 33, 703-713.
- [5] Chaplin, R.L. and Chilson, P.B. (1986) The coefficient of kinetic friction for aluminum, Clemson, *Wear* **107**, 213-225.
- [6] Abaqus/CAE 6.14 (2014) user's manual, *SIMULIA* web site. Dassault Systèmes.
- [7] Abenndroth, M and Kuna, M. (2003) Determination of deformation and failure properties of ductile materials by means of the small punch test and neural networks. *Comput. Mater. Sci.* 28, 633-644.
- [8] Autillo, J., et al. (2006) Utilizacion del ensayo miniatura de punzonamiento (Small Punch Test) en la caracterizacion mecanica de aceros. *Anales de Mecanica de Fractura* I, 77-83.
- [9] Teng B, Wang W, Liu Y, Yuan S. (2014) Bursting prediction of hydroforming aluminium alloy tube based on Gurson-Tvergaard-Needleman damage model. *Proceedia Engineering* 81, 2211-6.

FINITE ELEMENT ANALYSIS OF GRAIN BOUNDARY TRAPPING BEHAVIOUR IN HYDROGEN PERMEATION TESTS

A. Díaz^{1*}, I.I. Cuesta¹, J.M. Alegre¹

¹ Grupo de Integridad Estructural Escuela Politécnica Superior. Universidad de Burgos.. Avenida Cantabria s/n, 09006. Burgos, España * Persona de contacto: adportugal@ubu.es

RESUMEN

El ensayo de permeación electroquímica es uno de los métodos más empleados para la caracterización de la difusión de hidrógeno en metales. La norma ISO 17081:2014 permite hallar coeficientes de difusividad aparentes mediante el ajuste del flujo transitorio de átomos de hidrógeno registrado en la celda de oxidación. La magnitud de dicho coeficiente influye de manera decisiva en la cinética de los fenómenos de fractura o fatiga asistidos por hidrógeno y viene determinado en gran medida por el atrapamiento del hidrógeno en las trampas microestructurales. Con el objetivo de mejorar el ajuste de coeficientes previsto por la norma, se ha simulado un ensayo de permeación mediante Elementos Finitos teniendo en cuenta un modelo policristalino donde el atrapamiento en borde de grano se simula explícitamente mediante un factor de segregación y un coeficiente de difusión distinto que el correspondiente al interior de grano. La comparación entre los distintos tamaños de grano y espesores de borde de grano mediante la difusividad aparente obtenida de manera analítica permite establecer relaciones entre el flujo registrado y los parámetros característicos de las trampas.

PALABRAS CLAVE: Difusión de hidrógeno, Ensayo de permeación, Simulación por Elementos Finitos, Atrapamiento en Bordes de Grano

ABSTRACT

The electrochemical permeation test is one of the most used methods for characterizing hydrogen diffusion in metals. ISO Standard 17081:2014 indicates how to obtain apparent diffusivities by fitting the flux of hydrogen atoms registered in the oxidation cell. The magnitude of this coefficient has a decisive influence on the kinetics of fracture or fatigue phenomena assisted by hydrogen and depends largely on hydrogen retention in microstructural traps. In order to improve the numerical fitting of diffusion coefficients, a permeation test has been reproduced using FEM simulations taking into account a polycrystalline model where trapping at grain boundaries is simulated explicitly including a segregation factor and a diffusion coefficient different from that of the interior of the grain. The comparison between different grain sizes and grain boundary thicknesses by means of the analytical apparent diffusivity shows the relationships between the registered flux and the characteristic parameters of traps.

KEYWORDS: Hydrogen diffusion, Permeation test, Finite Element Simulation, Grain Boundary trapping

1. INTRODUCTION

Numerous efforts have been put on the characterisation of metals and alloys behaviour in hydrogen environments. Microstructural phenomena operating during hydrogen embrittlement failures are still not entirely understood; however, it is accepted that damage depends on hydrogen local concentration in the Fracture Process Zone. Therefore, hydrogen transport, i.e. hydrogen entry, diffusion and trapping, determines the kinetics of crack initiation and propagation during the Hydrogen Assisted Cracking process.

Electrochemical permeation is one of the most used testing methods for characterising diffusion and trapping phenomena in metals and alloys. This technique requires two cells separated by the tested metallic sheet. In one cell, hydrogen is produced through cathodic reduction while а adsorption/absorption reactions take place in the entry surface of the specimen. After permeating, hydrogen output flux is registered in the oxidation cell. The influence of microstructure has been extensively analysed, and it has been demonstrated how crystal defects delay permeation [1]. Thus, the diffusivity obtained for a sample with a given number of imperfections, e.g. dislocations, grain boundaries, inclusions, etc., shows a lower diffusivity than a freedefect ideal lattice. This phenomenon has been described as hydrogen trapping and it is fundamental in the prediction and mitigation of hydrogen accumulation near a crack tip.

Permeation test is standardised by the ISO 17081:2014 Standard [2]; using these procedures only apparent diffusivity and apparent concentration in the entry surfaces might be obtained but this usually gives little information about the microstructural features of the material. One of the most critical trapping sites is the grain boundary: many authors have found hydrogen segregation in grain boundaries for nickel [3] and for iron [4]. Additionally, there is a lack of consensus of the influence that accelerated or "short-circuit diffusion" of hydrogen through grain boundaries might have in reality; atomistic simulations can give an insight of the competition between trapping and acceleration phenomena [3], but this fact must be empirically elucidated. It must be taken into account that the polycrystalline characteristics, e.g. Coincidence Site Lattice (CSL) and random boundaries distribution, misorientation angles, segregation of impurities, etc., determine the occurrence of one or another phenomenon.

Numerical modelling of hydrogen transport is usually focused on continuum approaches with the modified Fick's laws, i.e. a flux and a mass balance, as starting point. However, few attempts have been made to explicitly reproduce the grain boundary trapping effect using a polycrystalline synthetic structure still considering continuum models [5, 6]. In the present work, a polycrystalline model is considered using a synthetic structure generated with a Voronoi tessellation. Generating different geometries, the grain size influence and the effect of grain boundary thickness are evaluated. A simplified model is considered in which the conventional Fick's laws govern hydrogen transport. The trapping behaviour is not taken into account in the mass balance for each material point but in the definition of two different materials for the grain and for the grain boundary with their corresponding diffusivity and solubility values.

After the model definition, the fitting procedure of the output flux in the simulated permeation test is exposed. An apparent diffusivity is thus considered as a macroscopic parameter that measures the motion of hydrogen through the whole polycrystalline structure of 1-mm thickness. Results are then analysed and the relationship between flux evolution, apparent diffusivity and microstructural parameters is explained.

2. POLYCRYSTALLINE MODEL

Synthetic polycrystalline geometries are usually modelled using the mathematical procedure known as Voronoi tessellation. Initially, that partitioning requires the definition of a certain number of centroids, c_i , with random coordinates. The minimum distance between two centroids is constrained as the minimum diameter of the subsequently generated grains. From these centroids, the partition is performed imposing the following condition: a point p_i belongs to the polygon

corresponding to the c_i centroid only if expression (1) is verified:

$$\|p_i - c_i\| < \|p_i - c_j\| \tag{1}$$

For each $j \neq i$. That condition means that every point belonging to a grain is always closer to the centroid c_i than to another centroid. In the present work, a python script is written for the Finite Element software ABAQUS CAE which is able to set the number of Voronoi polygons in a 2D geometry and the minimum distance between centroids. Obtained polygons are assumed to be representative enough of the real grain shape of a polycrystalline iron.

Permeation sample is considered as a slab with 1.0-mm thickness; only 0.5 mm in the perpendicular direction is included in the simulation in order to evaluate possible tortuosity effects in diffusion paths. In the 1.0×0.5 -mm² slab, three synthetic polycrystals with 50, 200 and 800 grains are constructed. Even though the imposed minimum distance between each pair c_i and c_j , represents the minimum grain diameter, average grain size is calculated after tessellation following the Intercept procedure specified by the ASTM E112-13 Standard [7]. Table 1 shows the intercepted number of grains, averaged from the upper and lower lines in the models (Figure 1), are translated into three average grain diameters.

Theoretically, grain boundaries are 2D interfaces, so the definition of grain boundary thickness might be regarded as physically-inconsistent. However, hydrogen trapping or segregation is demonstrated to occur in a finite strip around the boundary plane between two grains [5]. Additionally, trapping at grain boundaries has been attributed to the role of Geometrically Necessary Dislocations (GNDs) accumulated in those interfaces [3]. Impurity segregation, e.g. in sensitised steels, might also play a role in hydrogen trapping. Considering all those phenomena, grain boundary thickness is modelled from the nanoscopic to the microscopic range (10, 100 and 1000 nm).

Number of grains in the generated 1.0×0.5-mm ² slab	50	200	800
Number of intercepted grains in a 1.0-mm test line	7.0	19.0	36.5
Average diameter \bar{d} (µm) [7]	161.4	59.1	30.9

Table 1. Evaluated grain sizes.



Figure 1. Generated polycrystalline structures of 50, 200 and 800 grains.

As previously mentioned, two materials are defined with different diffusivities with the aim of capturing hydrogen delay, or acceleration, in grain boundaries. Even though a crystal scale is considered, only isotropic diffusion is studied for the sake of simplicity. It must be noted that anisotropic effects in grain boundaries acting as diffusion barriers could have great influence. Lattice diffusivity within the grains is taken as a theoretical value from first principle calculations for bbc iron [8] with $D_{L,0}$ = 0.15 mm²/s and E_a = 8.49 kJ/mol (0.088 eV) considering an Arrhenius expression:

$$D_L = D_{L,0} \exp(-E_a/RT) \tag{2}$$

which gives a $D_L = 4987.5 \ \mu m^2/s$ at room temperature. The influence of grain boundary diffusivity is studied over a range for different D_{gb}/D_L ratios, as shown in Table 2. For relative diffusivities of 10^{-4} and 10^{-2} a delaying effect is expected whereas the positive value 10^2 might indicate a "short-circuit diffusion" phenomenon. Additionally, due to the wide range of binding energies associated with grain boundaries, segregation effects are assessed. A segregation factor can be defined as [6]:

$$s_{gb} = \frac{C_{gb}}{C_L} = \exp\left(\frac{E_b}{RT}\right) \tag{3}$$

where the relationship between hydrogen concentration in grain boundaries C_{gb} and the concentration in the adjacent lattice sites C_L depends on the binding energy E_b . Thermodynamic equilibrium is assumed here. Three segregation factors are studied, as shown in Table 2.

Relative diffusivities: D_{gb}/D_L	10 ⁻⁴ ; 10 ⁻² ; 1; 10 ²
Segregation factor: <i>S_{gb}</i>	$1; 10^2; 10^4$

Table 2. Microstructural parameters for analysing grain boundary effects.

A constant concentration is fixed in the entry side as a boundary condition ($C_{L,b} = 1.0$ wt ppm) whereas desorption is modelled in the output surface with $C_{L,out} = 0$ wt ppm; the output flux obtained in the exit side is the analysed magnitude (Figure 2).



Figure 2. Constant concentration Boundary Condition and output flux.

3. FITTING OF OUTPUT FLUX

Calculation of diffusion parameters might be carried out following the ISO 17081:2014 Standard []. Apparent diffusivity might be related to lag time or to breakthrough time. It must be noted that here, unlike in the Standards, effective diffusivity has been renamed as apparent diffusivity, since the former is usually considered as a microstructural characteristic magnitude and the latter an empirical value associated with the electrochemical permeation technique in this case. In the present work, lag time or breakthrough times are not used but the complete permeation transient is fitted into analytical expressions.

Analytical solutions of the Fick's second law are usually given for simple geometries – semi-infinite plates, thin plates – assuming homogeneous material, i.e. constant diffusivity independent of concentration too. When constant concentration is imposed as a boundary condition, analytical solution for diffusion in a thin plate might be expressed as [1]:

$$\frac{j(t)}{j_{ss}} = 1 + 2\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \exp\left(-\frac{n^2 \pi^2 D_{app} t}{L^2}\right)$$
(4)

where *L* is the slab thickness. Steady state flux j_{ss} is related with the constant concentration imposed at the entry side but D_{app} should be independent of charging conditions under the hypothesis of being a material characteristic parameter. In the present simulations a constant concentration is imposed so the discussion of charging conditions is out of the scope of the work; but

when empirical results are analysed, there is an uncertain condition in the entry surface that influences the numerical boundary conditions. Even though the analytical solution (4) is the only transient considered by the ISO 17081:2014 Standard [2], some authors have proposed that constant subsurface concentration is not always verified, especially in galvanostatic conditions. In that case, a constant flux is a more appropriate boundary condition. Discussion on boundary conditions is usually overlooked and should be better addressed in future research.

5. RESULTS

Depending on the microstructural parameters, i.e. segregation factor and diffusivities, different concentration patterns are found during permeation simulations. In Figure 3, hydrogen distribution is show for a low grain boundary diffusivity and strong segregation.



Figure 3. Hydrogen concentration distribution for $s_{gb} = 10^4$ and $D_{ab}/D_L = 10^{-4}$.

Since the concentration profiles are difficult to analyse, the output flux is studied and fitted in order to find apparent diffusivities as macroscopic indicators of trapping effects.

5.1. Influence of grain boundary diffusivity and segregation

Even if hydrogen moves fast in grain boundaries, i.e. $D_{gb}/D_L = 1$, a global delay is found in the permeation output flux when a segregation factor is considered (Figure 4). This can be explained because when hydrogen concentrations in grain boundaries are very high, grains tend to be depleted and the diffusion from the centre to the boundaries of a grain overweighs the macroscopic permeation.

For a significant delay in grain boundary diffusion, macroscopic delay is increased, as can be seen in Figure 5, in which time is plotted in logarithmic scale. However, a contradictory result is found for the segregation effect: strong trapping $s_{gb} = 10^4$ results in a permeation faster than for $s_{gb} = 10^2$ or for no segregation.



Figure 4. Segregation effect for 200 grains, $t_{gb} = 100$ nm and $D_{ab}/D_L = 1$.

In order to confirm the effect and to analyse the whole range of diffusivities and segregation factors, apparent diffusivities are determined by fitting the output fluxes.



Figure 5. Segregation effect for 200 grains, $t_{gb} = 100$ nm and $D_{ab}/D_L = 1$.

5.2. Apparent diffusivity

Finite Element results are fitted to the permeation transient flux expressed in (4). A Non-linear Least Squares algorithm is automatized for a n = 50 in order to get accurate apparent diffusivities. A fitting example is shown in Figure 6. A very good fitness is obtained for $D_{gb}/D_L < 1$ ratios because the output flux is dominated by hydrogen desorption in grains whereas the fitting is worse for accelerated diffusion, i.e. for $D_{gb}/D_L = 10^2$ since hydrogen exit from grain boundaries has an important weight in the output flux.

The obtained D_{app} for each pair of values s_{gb} and D_{gb}/D_L is plotted in Figure 7 for the structure with 200 grains and a grain boundary thickness of 100 nm. Apparent diffusivities are normalised using the lattice diffusivity value of $D_L = 4987.5 \,\mu m^2/s$.



Figure 6. Fitting of FE results to permeation transient (4) for $s_{gb} = 10^4$ and $D_{gb}/D_L = 10^{-4}$ (200 grains and $t_{gb} = 100$ nm)

As expected, for the pair of values $s_{gb} = 1$ and $D_{gb}/D_L = 1$, the apparent diffusivity coincides with the lattice coefficient, $D_{app}/D_L = 1$, since no trapping effect is considered.

The higher the grain boundary diffusivity, the higher the apparent diffusivity; however, this trend strongly depends on segregation. While the slope for $s_{gb} = 1$ is very small and increases at low ratios D_{gb}/D_L , the trend is the opposite for $s_{gb} = 10^2$ and $s_{gb} = 10^4$.



Figure 7. Fitting results (200 grains, $t_{gb} = 100 \text{ nm}$)

5.2. Influence of grain size and grain boundary thickness

To confirm the segregation and diffusivity effects, the geometries shown in Figure 1, and whose parameters

are collected in Table 1, are also analysed. For both the 50-grain and the 800-grain polycrystals, i.e. for the coarse-grained, (Figure 8.a.) and fine-grained (Figure 8.b) structures, respectively, a very similar tendencies are found. Nevertheless, the 50-grain simulated slab shows a lower change in apparent diffusivity due to grain boundary trapping. This was expected because for very coarse grains a larger amount of grain boundaries exists. This expected influence is confirmed for the 800-grain crystal in which the D_{app} variation over the D_{gb}/D_L range is greater. For example, the lowest apparent diffusivity for 800 grains corresponding to $s_{gb} = 10^4$ and $D_{gb}/D_L = 10^{-4}$ gives a value of only $D_{app} = 62.3 \,\mu\text{m}^2/\text{s}$.

The influence of grain boundary thickness is analogous to the grain size effect; a very thin grain boundary (t_{gb} = 10 nm) for 200 grains produces a very slight delay in diffusion, specially for $D_{gb}/D_L < 1$ ratios, as shown in Figure 8.c. Similarly, a very thick grain boundary (t_{gb} = 1000 nm) results in an extreme variation in D_{app} for all the segregation factors considered (Figure 8.d.). Both results confirm that the fraction of grain boundaries in comparison with the analysed permeation sample is a critical parameter in the apparent diffusivity that is empirically found.

5. CONCLUSIONS

A methodology has been established for the simulation of hydrogen permeation through a polycrystalline structure. Microstructural parameters that could be evaluated through atomistic simulations are considered in a multiscale approach: lattice diffusivity, grain boundary diffusivity and segregations. Additionally, geometric features as grain size or grain boundary thickness are analysed as critical factors for the permeation output results. As expected, for very low grain boundary diffusivities the output flux is delayed so the apparent diffusivity decreases. However, the evaluation of a combined mechanism including segregation effects, i.e. a higher concentration in grain boundaries, is not straightforward and some coupled influences are hard to differentiate. This polycrystalline model must be related to continuum models based on a modified mass balance including density of trapping sites and binding energies. Future research will also focus on the influence of hydrogen entry processes, i.e. adsorption and absorption, and the permeation fluxes that are obtained considering realistic boundary conditions.



Figure 8. Fitting results; a) 50 grains and $t_{gb} = 100 \text{ nm}$, b) 800 grains and $t_{gb} = 100 \text{ nm}$, c) 200 grains and $t_{gb} = 10 \text{ nm}$, d) 200 grains and $t_{gb} = 1000 \text{ nm}$,

ACKNOWLEDGMENTS

The authors gratefully acknowledge financial support from grant MAT2014-58738-C3.

REFERENCES

[1] Frappart, S., Feaugas, X., Creus, J., Thebault, F., Delattre, L., & Marchebois, H. (2012). Hydrogen solubility, diffusivity and trapping in a tempered Fe–C–Cr martensitic steel under various mechanical stress states. Materials Science and Engineering: A, 534, 384-393.

[2] ISO 17081:2014, Method of measurement of hydrogen permeation and determination of hydrogen uptake and transport in metals by an electrochemical technique.

[3] Oudriss, A., Creus, J., Bouhattate, J., Conforto, E., Berziou, C., Savall, C., & Feaugas, X. (2012). Grain size and grain-boundary effects on diffusion and trapping of hydrogen in pure nickel. Acta Materialia, 60(19), 6814-6828.

[4] Ono, K., & Meshii, M. (1992). Hydrogen detrapping from grain boundaries and dislocations in high purity iron. Acta metallurgica et materialia, 40(6), 1357-1364.

[5] Hoch, B. O., Metsue, A., Bouhattate, J., & Feaugas, X. (2015). Effects of grain-boundary networks on the macroscopic diffusivity of hydrogen in polycrystalline materials. Computational Materials Science, 97, 276-284.

[6] Jothi, S., Croft, T. N., Wright, L., Turnbull, A., & Brown, S. G. R. (2015). Multi-phase modelling of intergranular hydrogen segregation/trapping for hydrogen embrittlement. International Journal of Hydrogen Energy, 40(43), 15105-15123.

[7] ASTM E112-13, Standard Test Methods for Determining Average Grain Size

[8] Jiang, D. E., & Carter, E. A. (2004). Diffusion of interstitial hydrogen into and through bcc Fe from first principles. Physical Review B, 70(6), 064102.

SOLUCIÓN ELÁSTICA ASINTÓTICA DE UNA GRIETA SOMETIDA A MODO III EN UNA INTERFAZ ADHESIVA

S. Jiménez-Alfaro^{1*}, V. Villalba^{1,2}, V. Mantič¹

 ¹ Grupo de Elasticidad y Resistencia de Materiales. Escuela Técnica Superior de Ingeniería. Universidad de Sevilla. Camino de los Descubrimientos s/n, 41092. Sevilla, España
 ² Section Space Systems Engineering, Faculty of Aerospace Engineering. Delft University of Technology. Kluyverweg 1, 2629 HS Delft, The Netherlands * Persona de contacto: sarjimalf@alum.us.es

RESUMEN

El objetivo principal de este trabajo es contribuir al desarrollo de un elemento finito especial-singular que permita aplicar, con la máxima precisión posible y el mínimo gasto computacional, el Método de los Elementos Finitos (FEM) a las grietas en modo mixto que crecen en las interfaces adhesivas entre dos sólidos elástico-lineales. Las uniones adhesivas resultan de especial interés en el mundo aeronáutico. La descripción analítica de este elemento finito será posible mediante la determinación de la serie asintótica que define la solución singular en el entorno del vértice de una grieta situada en una interfaz adhesiva entre dos sólidos del mismo material elástico lineal isótropo. En la deducción de dicha solución analítica, en este caso para una grieta de interfaz sometida al modo III de fractura (que se corresponde con un problema elástico lineal antiplano), se hace uso de la variable compleja para proponer una función armónica (solución de la ecuación de Laplace) en forma de un desarrollo en serie asintótica que incluye términos principales con sus correspondientes términos de sombra. Estos términos se determinan mediante la resolución de un sistema de ecuaciones recursivas considerando un semiplano con las condiciones de contorno de Neumann y de Robin (la condición de contorno tipo muelle elástico lineal) usando un código de álgebra computacional. La solución asintótica obtenida se podrá implementar en una subrutina de usuario UEL para enriquecer el espacio de aproximación de las funciones de forma de un nuevo elemento finito especial-singular en el software de elementos finitos ABAQUS.

PALABRAS CLAVE: unión adhesiva, grieta de interfaz, singularidad, solución en el entorno del vértice de una grieta.

ABSTRACT

The main objective of this work is to contribute to the development of a special singular finite element that will allow to apply, with the maximum possible accuracy and minimum computational costs, the Finite Element Method (FEM) to the cracks propagating in mixed mode in adhesive interfaces between two linear elastic solids. Adhesively bonded joints are of special interest in the aeronautical industry. The analytical description of this finite element will be possible by determining the asymptotic series giving the singular solution in the crack tip neighbourhood for a crack located in an adhesive interface between two solids of the same isotropic linear elastic material. In the deduction of this analytical solution, in the present case for an interface crack under fracture mode III (which corresponds to an antiplane linear elastic problem), the complex variable is used to propose a harmonic function (solution of the Laplace equation) in the form of an asymptotic series expansion that includes principal terms with the corresponding shadow terms. These terms are determined by solving a system of recursive equations considering a halfplane with the Neumann and Robin (the linear elastic spring type) boundary conditions using a computational algebra code. The obtained asymptotic solution can be implemented in a UEL user subroutine to enrich the approximation space defined by the shape functions of a new special-singular finite element in the finite element software ABAQUS.

KEYWORDS: adhesive joint, interface crack, singularity, crack-tip solution

INTRODUCCIÓN

El objetivo de este proyecto es determinar soluciones analíticas en uniones adhesivas en presencia de grietas, tanto entre materiales isótropos como entre capas de materiales compuestos. Concretamente, el trabajo aquí presentado constituye el comienzo del desarrollo de dicho proyecto. En él se pretende describir la solución del problema elástico antiplano en un material isótropo con una grieta semi-infinita en modo III en una interfaz elástica lineal (unión adhesiva) entre dos semiplanos. Concretamente, se estudia la solución singular en un entorno del vértice de la grieta, tal y como se muestra en la figura 1. Aunque varios autores [1,2] han intentado deducir la solución asintótica para grietas en uniones adhesivas, por lo que sabemos esta solución en la actualidad no se conoce.



Figura 1: Descripción general del problema antiplano

Consideramos, por tanto, la ecuación de Laplace en el entorno del punto singular definido por el vértice de la grieta en x=y=0. Teniendo en cuenta que la solución del problema elástico antiplano representado en la figura 1 es antisimétrica respecto el plano de la interfaz, y=0, esta solución se estudia solamente en un semiplano, $y\geq 0$, sustituyendo la interfaz elástica lineal por la condición de contorno de Robin. La singularidad en la solución está originada por el salto entre dos tipos de condición de contorno, de Neumann ($en \Gamma_1$) y la condición de Robin ($en \Gamma_2$), que representan, respectivamente, la cara libre y la cara con una distribución continua de muelles elástico lineales. De aquí, el problema de contorno que se pretende resolver queda definido en el semiplano superior Ω de la siguiente manera (figura 2):

$$\begin{cases}
\Delta u = 0 \ en \ \Omega \\
\frac{\partial u}{\partial \theta} = 0 \ en \ \Gamma_1 \\
\frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \gamma u = 0 \ en \ \Gamma_2
\end{cases}$$
(1)

donde *u* es el desplazamiento en la dirección *z*, y la constante $\gamma = \frac{k}{G} > 0$, siendo *k* la rigidez de la interfaz elástica lineal y *G* el módulo de elasticidad tangencial.



Figura 2: Esquema general en el entorno de la singularidad

Como se ha indicado, la condición de contorno de Robin (condición en la semirrecta Γ_2) modela la unión adhesiva mediante una relación elástica lineal entre el vector tensión y el desplazamiento relativo entre las dos caras de la interfaz. Por el contrario, la condición de contorno de Neumann (condición en la semirrecta Γ_1) modela una cara libre de tensiones que corresponde a la grieta.

EXPRESIÓN ANALÍTICA DE LA SOLUCIÓN

La solución al problema se describe mediante una serie asintótica, en la que a cada término principal se le añade otra serie de términos adicionales [3], llamados términos de sombra en este trabajo, por analogía a un concepto similar en grietas en 3D [4]. La siguiente expresión resume la estructura general que tiene la solución asintótica en un entorno del punto r = 0:

$$u(r,\theta) = \sum_{j=0}^{N} K_j \left(u_j^{(0)}(r,\theta) + \sum_{k=1}^{S} u_j^{(k)}(r,\theta) \right)$$
(2)

donde N es el número de los términos principales de la serie y S es el número de los términos de sombra. K_j son factores de intensificación de tensiones generalizados. En un problema de contorno completo, por ejemplo con las cargas aplicadas en su contorno exterior, los valores de K_j dependen de las cargas y de la geometría del problema.

2.1. Expresión analítica de los términos principales

Cada término principal $u_j^{(0)}$ se corresponde con una solución analítica de un problema definido en el dominio Ω , pero con la condición de Robin en Γ_2 sustituida por la condición de Neumann:

$$\begin{cases} \Delta u^{(0)} = 0 \ en \ \Omega \\ \frac{\partial u^{(0)}}{\partial \theta} = 0 \ en \ \Gamma_1 \\ \frac{\partial u^{(0)}}{\partial \theta} = 0 \ en \ \Gamma_2 \end{cases}$$
(3)

La solución general a este problema sí es conocida analíticamente, y se puede representar como una suma de los términos principales [4]:

$$u^{(0)} = \sum_{j=0}^{N} u_j^{(0)} = \sum_{j=0}^{N} r^j \cos(j\theta)$$
(4)

2.2. Expresión analítica de los términos de sombra

Los términos de sombra $u_j^{(k)}$ se añaden a cada término principal de la serie para reducir el error cometido al aproximar la condición de contorno Robin con la de Neumann. Se determinan a partir de la resolución del siguiente sistema recursivo:

$$\begin{cases} \Delta u_{j}^{(k)} = 0 \ en \ \Omega \qquad (5) \\ \frac{\partial u_{j}^{(k)}}{\partial \theta} = 0 \ en \ \Gamma_{1} \\ \frac{1}{r} \frac{\partial u_{j}^{(k)}}{\partial \theta} + \gamma u_{j}^{(k-1)} = 0 \ en \ \Gamma_{2} \end{cases}$$

El número de términos de sombra añadidos está relacionado con el coste computacional y la precisión en la aproximación de la solución exacta. Cuántos más términos de sombra se añadan más se reduce el error, pero mayor es el coste computacional asociado. La expresión analítica de estos términos de sombra se define a partir de la variable compleja $z = re^{i\theta}$

$$u_{j}^{(k)}(r,\theta) = \sum_{l=1}^{k} A_{l} \Re\{z^{j+k} \cdot \log^{l} z\}$$
 (5)

donde \Re define la parte real de un número complejo. Las potencias del logaritmo en la expresión se incrementan según el orden del término de sombra añadido, evitando así la aparición de indeterminaciones en los coeficientes de la serie. Dichas indeterminaciones vienen dadas por la condición sen $((j + k)\pi) = 0$, condición que se verifica para todo k.

Por otro lado, el valor de los coeficientes A_l se determina verificando que la condición de contorno de Robin se cumple para r > 0. Esto da lugar a un sistema lineal, de la forma MA = G, donde M es una matriz triangular superior cuyo valor y dimensiones dependen del número de términos de sombra S añadidos.

ERROR EN LA CONDICIÓN DE ROBIN

Uno de los estudios más importantes en el análisis de la solución es el estudio del error cometido al aproximar la condición de contorno de Robin en Γ_2 . Se necesitarían infinitos términos de sombra para hacer nulo el error para r > 0 y $\theta = \pi$. No obstante, la aproximación resulta bastante precisa en un entorno del vértice de la grieta sin necesidad de añadir un excesivo número de términos de sombra.

En la figura 3 se muestra la evolución del error cometido en la condición de contorno de Robin a medida que se añaden términos de sombra, para j=0 y γ =1. El error asociado a una serie que solo contuviera el término principal tiene valor constante 1, es por ello que se ha omitido en la gráfica para reflejar la diferencia de error al añadir más términos de sombra. Se observa que a medida que aumenta el número de términos de sombra la solución es más precisa en un entorno mayor del vértice de la grieta. A la vista de estos resultados se concluye que la evolución del error se dispara lejos a la singularidad. Para aumentar la precisión de la solución, así como el rango en el que ésta es válida, es necesario aumentar el número de términos de sombra. En general, en este trabajo se estudiará la solución hasta r = 0.4, entorno en el cual, con un número limitado de términos de sombra, el error resulta casi nulo.

En la figura 4 se presenta la variación del error en la condición de contorno de Robin a medida que se añaden más términos de sombra al término principal j=1, para $\gamma = 1$. Nuevamente, en un entorno cercano a la

singularidad este error se reduce a medida que crece el número de términos de sombra *S*.



Figura 3: Evolución del error en la condición de Robin al añadir términos de sombra al término principal, j=0 y $\gamma = 1$.



Figura 4: Evolución del error en la condición de Robin al añadir términos de sombra al término principal, j=1 y $\gamma = 1$.

SOLUCIÓN EN DESPLAZAMIENTOS

En la figura 5 se muestra la distribución de los desplazamientos en el dominio, para un total de S=4 términos de sombra, j=0 y $\gamma = 1$. Se puede observar que los desplazamientos mayores se producen en el entorno de la grieta y menores en el entorno de la interfaz adhesiva. La variación de los desplazamientos a lo largo de la interfaz es similar a la obtenida numéricamente para problemas análogos en deformación plana en [5,6]. Se representa aquí únicamente la solución en la mitad superior ($y \ge 0$), siendo la solución en la mitad inferior antisimétrica a la misma, tal y como resultaría en una grieta en modo III.



Figura 5: Solución local en desplazamientos para $\gamma = 1$

En la figura 6 se presenta la evolución de los desplazamientos en $\theta = \pi$ a medida que se añaden más términos de sombra, en el intervalo $0 \le r \le 0.4$, donde el error es casi nulo, para *j*=0 y $\gamma = 1$.



Figura 6: Evolución de los desplazamientos al añadir términos de sombra para j=0 y $\gamma = 1$.

En la figura 7 se presenta la evolución de los desplazamientos en $\theta = 0$ a medida que se añaden términos de sombra, hasta un máximo de *S*=4 términos de sombra, en el mismo intervalo $0 \le r \le 0.4$, para *j*=0 y $\gamma = 1$. Se observa que a partir de 2 términos de sombra no hay cambios sustanciales en la solución.



Figura 7: Evolución de los desplazamientos al añadir términos de sombra para j=0 y $\gamma = 1$.

Del mismo modo, en la figura 8, se presentan los desplazamientos para $\theta = \pi$, añadiendo términos de sombra, para *j*=1 y $\gamma = 1$. La evolución tiene una pendiente mucho más acusada que en el caso anterior. Desplazamientos en π



Figura 8: Evolución de los desplazamientos al añadir términos de sombra para j=1 y $\gamma = 1$.

Se observa que la solución cambia a medida que añadimos los términos de sombra. Los desplazamientos son mayores lejos del origen, y negativos. A continuación, se presenta esta misma solución, pero para $\theta = 0$, *j*=1 y $\gamma = 1$, en la figura 9.



Figura 9: Evolución de los desplazamientos al añadir términos de sombra para j=1 y $\gamma = 1$.

Se observa que a medida que aumenta el número de términos de sombra añadidos va aumentando la pendiente de la solución. La evolución de estos desplazamientos se relaciona con la condición de contorno libre de tensiones (condición de Neumann) en la ecuación (1).

Otro estudio de interés es la evolución de la solución en desplazamientos a medida que aumenta el parámetro de rigidez relativa γ . Este parámetro crece con la rigidez de la interfaz elástica manteniéndose el mismo material adyacente. En la figura 10 se muestra cómo varían los desplazamientos para diferentes valores de γ , para el caso j=0, en $\theta = 0$ y $\theta = \pi$.



Figura 10: Desplazamientos a medida que aumenta la rigidez de la interfaz elástica para j=0

Se observa que en la interfaz elástica los desplazamientos disminuyen a medida que aumenta el parámetro γ , mientras que crecen en la cara libre de tensiones.

SOLUCIÓN EN TENSIONES

La solución en tensiones se obtiene a partir de los desplazamientos calculados mediante la serie asintótica que involucra a los términos principales y sus términos de sombra. Las expresiones que permiten calcular las componentes del tensor de tensiones no nulos son $\sigma_{rz} = G \frac{\partial u}{\partial r} y \sigma_{\theta z} = \frac{G}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta}$. Por simplicidad, se ha tomado G=1.

En las figuras 11 y 12 se han representado las tensiones σ_{rz} y $\sigma_{\theta z}$ en $\theta = 0$ y π , respectivamente. En el cálculo de estas soluciones se han considerado *S*=4 términos de sombra y un único término *j*=0 con $\gamma = 1$. Se observa que $\sigma_{\theta z} = 0$ en $\theta = 0$ por la condición de contorno de Neumann (1), y es finita en $\theta = \pi$ debido a la condición de contorno de Robin (1). Sin embargo, el carácter singular de σ_{rz} tanto en $\theta = 0$ como en π es quizás sorprendente.



Figura 11: Evolución de las tensiones en $\theta = 0$, j=0 y $\gamma = 1$



Figura 12: Evolución de las tensiones en $\theta = \pi$, *j*=0 y $\gamma = 1$

Por otra parte, para el cálculo de las tensiones σ_{rz} y $\sigma_{\theta z}$ en las figuras 13 y 14, se han considerado nuevamente *S*=4 términos de sombra del término principal *j*=1 y γ = 1.



Figura 13: Evolución de las tensiones en $\theta = 0$, *j*=1 y $\gamma = 1$.



Figura 14: Evolución de las tensiones en $\theta = \pi$, *j*=1 y $\gamma = 1$

Del mismo modo en que se analizaron los desplazamientos, se representan ahora las tensiones en función del parámetro γ , para j=0 y un total de S=4 términos de sombra añadidos. En la figura 15 se muestra dicha evolución para $\sigma_{\theta z}$ en $\theta = \pi$. No se ha representado $\theta = 0$ porque se sabe que ahí las tensiones $\sigma_{\theta z}$ son nulas independientemente de la rigidez.



Figura 15: Evolución de las tensiones $\sigma_{\theta z}$ en $\theta = \pi$ con la rigidez para j=0

Se observa que las tensiones aumentan en valor absoluto a medida que aumenta γ , como cabía esperar. Del mismo modo, en la figura 16, se observa el comportamiento de las tensiones σ_{rz} , en $\theta = \pi$, para el término principal *j*=0 y *S*=4 términos de sombra.



Figura 16: Evolución de las tensiones σ_{rz} en $\theta = \pi$ con la rigidez para j=0

A la vista de los resultados, independientemente del valor de la rigidez, las tensiones σ_{rz} tienden a infinito cuando r tiende a cero, es decir cuando nos aproximamos al vértice de la grieta. La misma conclusión se obtiene de la figura 17 que muestra las tensiones σ_{rz} en $\theta = 0$, para los mismos parámetros que en los casos anteriores,.



Figura 17: Evolución de las tensiones σ_{rz} en $\theta = 0$ con la rigidez para j=0

OTROS TÉRMINOS PRINCIPALES DE LA SERIE

En esta sección se pretende mostrar cómo evoluciona la solución del problema cuando se tienen en cuenta otros términos principales de la serie asintótica. Concretamente, se lleva a cabo un análisis de la importancia relativa de cada término principal de la serie asintótica. Dicho estudio queda expuesto en la figura 18.

En este estudio, para una solución que cuenta con S=4 términos de sombra, se estudia la evolución de la solución para un total de hasta 4 términos principales de la serie asintótica.





Figura 18: Desplazamientos en la interfaz elástica lineal para diferentes términos principales de la serie asintótica

En este caso no se han ido sumando los diversos términos principales junto sus términos de sombra asociados de la serie, sino que se representa cada uno de ellos por separado, para estudiar cuál es el peso que tiene cada uno.

Se concluye que el término 0, término desarrollado en la sección anterior, es el de mayor importancia, seguido del término 1 de la serie. Este análisis permite establecer criterios acerca de cuándo acotar la serie asintótica.

CONCLUSIONES

En este trabajo se ha deducido y presentado gráficamente la solución asintótica para una grieta situada en una interfaz adhesiva entre dos semiplanos en modo III de fractura. Se han estudiado las características principales de esta solución en un entorno del punto singular definido por el vértice de la grieta. Se ha observado que sorprendentemente el estado tensional es realmente singular en el vértice de la grieta, es decir algunas componentes del tensor de tensiones tienden al infinito en el vértice de la grieta, a pesar de que los valores del vector tensión en la interfaz sí que están acotados.

La solución asintótica obtenida cuenta con distintas variantes que, dependiendo del problema, la precisión, y el coste computacional, deberán decidirse. Estas son: el número de términos principales de la serie asintótica, el número de términos de sombra que se añaden a cada término principal de la serie y la rigidez que modela la unión adhesiva. A lo largo de este artículo se han variado dichos parámetros, obteniendo cómo evolucionan las soluciones en tensiones y desplazamientos en función de los mismos.

El estudio aquí presentado pertenece, en realidad, a un análisis genérico de la solución asociada a uniones adhesivas en esquinas, donde el ángulo interior d ela esquina $\omega = 180^{\circ}$ constituye un caso particular, al estar referido a un caso de grieta en modo III en la unión adhesiva.

Por otro lado, la determinación de una solución analítica permitirá dar comienzo a una segunda etapa del proyecto, en la que se pretende desarrollar un elemento finito especial singular para resolver numéricamente este tipo de problemas de una manera eficiente.

AGRADECIMIENTOS

Este estudio ha sido financiado por la Junta de Andalucía y el Fondo Social Europeo (Proyecto de Excelencia TEP-04051) y el Ministerio de Economía y Competitividad y el Fondo Europeo de Desarrollo Regional (MAT2012-37387 y MAT2015-71036-P).

REFERENCIAS

- [1] G.B. Sinclair, On the influence of cohesive stressseparation laws on elastic stress singularities, Journal of Elasticity (1996) 44:203–221.
- [2] G.B. Sinclair, On the influence of adhesive stressseparation laws on elastic stress singularities, *Journal of Elasticity* (2015) 118:187–206.
- [3] Z. Mghazli, Regularity of an elliptic problem with mixed Dirichlet-Robin boundary conditions in a polygonal domain, *Calcolo* (1992) 29:241–267.
- [4] Z. Yosibash, Singularities in Elliptic Boundary Value Problems and Elasticity and Their Connection with Failure Initiation, Springer (2012).
- [5] S. Lenci, Analysis of a crack at a weak interface, *International Journal of Fracture* (2001) 108:275– 290.
- [6] L. Távara, V. Mantič, E. Graciani, J. Cañas, F. París, Analysis of a crack in a thin adhesive layer between orthotropic materials: an application to composite interlaminar fracture toughness test, *CMES - Computer Modeling in Engineering &* Sciences (2010) 58:247-270.

MODELIZACIÓN POR DIFERENCIAS FINITAS DEL CRECIMIENTO DE GRIETAS EN MATERIALES SOMETIDOS A FRAGILIZACIÓN POR HIDRÓGENO

G. Artola^{1*}, A.I. Fernández-Calvo¹, J. Aldazabal²

¹ IK4-Azterlan. Aliendalde Auzunea 6, 48200, Durango, Bizkaia - España.

² TECNUN - Universidad de Navarra. Manuel Lardizábal 13, 20018, Donostia-San Sebastián, Gipuzkoa - España. *Persona de contacto: gartola@azterlan.es

RESUMEN

Se han observado distintos patrones de agrietamiento inducido por hidrógeno en dos aceros de cadena de fondeo durante ensayos de tracción a baja velocidad de deformación: la aparición de múltiples grietas de poca profundidad y la acumulación del daño en un número reducido de grietas. Este trabajo propone un modelo sencillo para entender el origen de estas diferencias.

La estrategia de simulación adoptada para la evolución del agrietamiento se basa en el concepto de equilibrado de deformación equivalente, que permite estimar el estado tensional del material durante el ensayo de baja velocidad de deformación. El método de diferencias finitas se ha utilizado para calcular el equilibrado de la deformación y la difusión del hidrógeno en el material. Ambas se combinan con la influencia del hidrógeno en la resistencia del material. Se ha modelizado también por diferencias finitas el efecto de la concentración de trampas de hidrógeno en el agrietamiento. La ausencia de trampas favorece la nucleación de un mayor número de grietas, mientras que un mayor contenido en trampas da lugar a la nucleación de un menor número de grietas que concentran todo el daño mecánico Las simulaciones reproducen las observaciones experimentales cuando varía la capacidad de atrape de hidrógeno.

PALABRAS CLAVE: modelización, fragilización por hidrógeno, patrón de agrietamiento

ABSTRACT

Different patterns of hydrogen-induced cracking have been observed in two mooring chain steels during slow strain rate tensile testing: the appearance of multiple shallow cracks and the accumulation of the damage in a small number of cracks. This paper proposes a simple model to understand the origin of these differences.

The simulation strategy adopted for the crack evolution is based on the concept of equilibration of equivalent deformation, which allows estimating the tensional condition of the material during the slow strain rate tensile testing. The finite difference method has been used to calculate the equilibrium of the deformation and the diffusion of hydrogen in the material. These two components have been combined with the influence of the hydrogen on the strength of the material.

The effect of hydrogen traps in the cracking has been modelled. A higher content in traps leads to the nucleation of fewer cracks that concentrate all the mechanical damage; while the absence of traps leads to the nucleation of a greater amount of cracks. The simulations reproduce the experimental observations when the trapping capacity of hydrogen varies.

KEYWORDS: modelling, hydrogen embrittlement, cracking pattern

1. INTRODUCCIÓN

El consumo de aceros de alta resistencia está en continuo aumento por las múltiples ventajas que ofrecen estos materiales. En el sector petrolífero se utilizan aceros de alta resistencia en elementos estructurales de sus plataformas de extracción en mar abierto [1]. En concreto, están ampliamente implantados en las cadenas de fondeo.

Los aceros de alta resistencia presentan riesgo de fragilización por hidrógeno en las aplicaciones de fondeo tal y como reflejan los estándares del sector [2].

Estos estándares evalúan la susceptibilidad a la fragilización por hidrógeno empleando ensayos en los que se sumerge una probeta de tracción en agua marina sintética y se tracciona a velocidades de deformación muy bajas (10^{-5} s^{-1}) en presencia de un potencial catódico hidrogenante [3]. Se ha observado que estos ensayos provocan distintos patrones de agrietamiento en función del acero de cadena de fondeo estudiado, incluso para aceros clasificados con el mismo grado (propiedades mecánicas análogas) [4].

En la fragilización por hidrógeno los átomos de este elemento que están disueltos en el metal interaccionan

con su microestructura reduciendo su tenacidad. La cantidad de hidrógeno disuelta, la forma en la que se ha incorporado al metal, cómo se distribuye y se desplaza, determinan en gran medida el comportamiento mecánico esperado y, por tanto, el patrón de agrietamiento.

La concentración de hidrógeno en los aceros presenta dos componentes: una fracción en solución sólida intersticial dentro de la matriz de hierro y otra fracción atrapada en otros elementos microestructurales, como fases secundarias, juntas de grano o dislocaciones, que son conocidas como "trampas de hidrógeno" [5, 6, 7]. Así, la modelización de la fragilización por hidrógeno en los aceros debe considerar tanto el hidrógeno total, como el difusible y su transporte por difusión a través del material.

A efectos prácticos se tiende a formular la componente difusiva mediante Métodos de Elementos Finitos (MEF) [8, 9], incluyendo efectos complejos como la presencia de trampas [10]. En términos generales, la modelización por MEF requiere considerar la difusión intersticial del hidrógeno dentro la matriz, pero la integración de la difusión por MEF es complicada y no suele incluirse en los softwares comerciales. Una aproximación exitosa es aprovechar las analogías existentes con los procesos de transferencia de calor.

En cuanto al agrietamiento por hidrógeno, se trata de un fenómeno discreto que implica la redefinición de las condiciones de contorno en cada avance de la grieta. La aplicación de técnicas de MEF tiene capacidad de modelización pero no es de aplicación directa.

Existen, sin embargo, "métodos más exóticos" como respuesta a las dificultades que se plantean en MEF, como los trabajos basados en cálculo variacional (phase field modelling) para abordar la mecánica de la fractura. Trabajos recientes [11] han aplicado este tipo de formulaciones matemáticas al crecimiento de grietas con fragilización por hidrógeno y animan a explorar metodologías relativamente simples para resolver este tipo de problemas.

En este trabajo se ha decidido apostar por la sencillez e implementar una estrategia de cálculo iterativo por diferencias finitas. Para ello, se ha introducido un artificio que se denominará "desplazamiento equivalente" que permite realizar una aproximación cualitativa al campo de tensiones que aparece en materiales sometidos a deformaciones. En todo momento se ha considerado la simplificación bidimensional.

Este modelo se ha aplicado en este trabajo para simular ensayos de tracción a baja velocidad de deformación en materiales con distintas capacidades de atrape de hidrógeno y analizar cualitativamente si se producen diferencias en los patrones de agrietamiento.

2. METODOLOGÍA DE MODELIZACIÓN

La componente de solicitaciones mecánicas del modelo se ha abordado desde la perspectiva de los desplazamientos. Para ello se ha discretizado el dominio de interés en una red homogénea y regular de M×N puntos, o píxeles. A continuación, se ha asignado a cada nodo un escalar denominado "desplazamiento equivalente", $u_{i,j}$, que representa el estado de desplazamiento de cada elemento respecto a su posición inicial.

Esto se materializa en una matriz $U_{M\times N}$, cuyos elementos valen inicialmente $u_{i,j} = 0$. Para reproducir la deformación aplicada en los ensayos de baja velocidad de deformación, se han impuesto condiciones de contorno sobre la cara superior e inferior del dominio. En la cara inferior, se ha fijado el valor del desplazamiento equivalentecomo 0, para reproducir la fijación de la probeta. Para un cierto nivel de deformación, se ha impuesto en la cara superior un valor positivo fijo del desplazamiento equivalente, equivalente al desplazamiento macroscópico que se quiere simular.

Una vez aplicadas las condiciones de partida, se deduce el equilibrio del sistema mediante un algoritmo que equilibra el reparto del desplazamiento equivalente en todo el dominio. Este equilibrio se produce en las condiciones en las que el gradiente del desplazamiento equivalente es mínimo en cada punto. La resolución de este equilibrio se ha implementado utilizando el algoritmo iterativo de diferencias finitas presentado en la ecuación (1).

$$u_{i,j}^{s+1} = u_{i,j}^{s} + \beta \left(u_{i+1,j}^{s} + u_{i-1,j}^{s} + u_{i,j+1}^{s} + u_{i,j+1}^{s} + u_{i,j-1}^{s} - 4u_{i,j}^{s} \right)$$
(1)

Mediante esta ecuación se calcula el desplazamiento equivalente transmitido hasta cada elemento i, j de la matriz en la iteración s+1, a partir de los valores de los desplazamientos equivalentes propios y de los vecinos más cercanos en la etapa anterior, s. En el caso de que alguno de los vecinos no exista, como ocurre en los nodos adyacentes a superfícies libres o grietas, la cantidad transferida de desplazamiento equivalente a dicho vecino es nula.

El parámetro β , coeficiente de equilibrado de desplazamientos equivalentes, determina la magnitud de la intensidad de transferencia de desplazamiento equivalente en cada etapa de cálculo. En los cálculos de este trabajo se ha utilizado el valor β =0,20 ya que facilita la convergencia sin penalizar en exceso el tiempo de cálculo.

Como criterio de convergencia, se considera que se llega al equilibrio cuando no se produce ninguna

transferencia de desplazamiento equivalente entre elementos de valor superior a un valor prefijado.

Durante el equilibrado, se generan gradientes de desplazamiento en las direcciones horizontal y vertical en presencia de grietas, cuyas matrices de gradiente horizontal y vertical, $\mathbf{H}_{M\times N}$ y $\mathbf{V}_{M\times N}$ respectivamente, se calculan según las expresiones (2) y (3).

$$h_{i,j} = \frac{u_{i+1,j} - u_{i-1,j}}{2} \tag{2}$$

$$v_{i,j} = \frac{u_{i,j+1} - u_{i,j-1}}{2} \tag{3}$$

A partir de las matrices de gradiente horizontal y vertical, $\mathbf{H} \neq \mathbf{V}$, operando término a término como se indica en (4) se introduce el escalar "deformación".

$$def_{i,j} = \sqrt{v_{i,j}^2 + h_{i,j}^2}$$
(4)

La matriz **D**EF_{M×N} cuyos elementos son $def_{i,j}$, se interpreta como la deformación máxima soportada en cada punto, sin atender a su dirección. A partir de la matriz de deformaciones, y suponiendo un material elástico lineal, se puede deducir una tensión elástica aproximada existente en cada punto del sistema simulado. Para conocer la fuerza, o tensión, que sufre una probeta simulada se han considerado las tensiones de los elementos en toda una fila horizontal. La fila considerada es la adyacente a la de aplicación de las condiciones de contorno.

Para determinar si se produce una rotura en algún punto del dominio, se asigna a cada elemento un valor de resistencia $r_{i,j}$ en términos del valor de tensión máxima que soporta antes de romperse, lo que constituye la matriz de resistencia **R**, y se compara con el valor de $def_{i,j}$ en cada elemento de la matriz. En aquellos puntos en los que el valor de resistencia es menor que el valor de tensión estimada a partir de la deformación (siempre en la condición de desplazamiento equivalente equilibrado), se cumple el criterio principal para el crecimiento de grieta.

Sin embargo, se requiere la incorporación de algunos criterios complementarios en el algoritmo, tanto para el proceso de nucleación de grietas, como para su crecimiento. Estos criterios se basan en la consideración de un entorno de tipo Moore, es decir, considerando los elementos vecinos de arista y vértice.

Para la nucleación se requiere:

• Dos elementos contiguos (horizontal-vertical o en diagonal) han de superar simultáneamente la tensión necesaria para que se genere la grieta (tensión de rotura).

- Sólo uno de dichos elementos ha de estar en contacto con una superficie libre, es decir, la grieta ha de nuclear hacia el interior del material.
- El número de vecinos sólidos del que está en contacto con la superficie exterior ha de ser 4 o 5 para asegurar la convexidad.

El <u>crecimiento</u> de grieta una vez nucleada se desarrolla de elemento en elemento, utilizando como criterio de rotura la superación de la tensión de rotura y las siguientes condiciones:

- El número de vecinos sólidos del elemento que ha superado la condición de tensión crítica debe ser los 7 adyacentes.
- Las grietas no pueden crecer realizando giros de 90 o más grados.

En cuanto al algoritmo de difusión elegido para el modelo, se basa en la ley de Fick modificada para incluir la distinción del hidrógeno soluble o difusible, y el acumulado en las trampas de hidrógeno (5) y (6). De lo contrario, solo se consideraría el hidrógeno difusible.

$$c_{i,j}^{t+1} = c_{i,j}^{t} + \alpha \left(c_{i+1,j}^{t} + c_{i-1,j}^{t} + c_{i,j+1}^{t} + c_{i,j-1}^{t} - 4c_{i,j}^{t} \right)$$
(5)

Calculándose la difusividad, α mediante:

$$\alpha = D \frac{\Delta t}{(\Delta x)^2} \tag{6}$$

Esta ecuación se utiliza para determinar la matriz de concentración de hidrógeno $C_{M\times N}$ en el instante t+1, en función de la concentración en el instante anterior, t. El elemento $C_{i,j}^{t+1}$ responde a la concentración de hidrógeno difusible en el elemento posición (i,j) en el momento t+1 y D representa el coeficiente de difusión intersticial.

La modificación para incluir el efecto del atrape de hidrógeno consiste en operar sobre los elementos de la matriz **C** tras calcular la iteración t+1 y restar de cada elemento todo el hidrógeno que entre en las trampas, que se define como un porcentaje de la solubilidad total. Antes de difundir a través de una sección, el hidrógeno debe llenar completamente las trampas.

La introducción de los procesos de fragilización en el modelo se ha realizado modificando la matriz de resistencias \mathbf{R} en función de la concentración de hidrógeno libre (difusible). La reducción de resistencia de cada nodo en función de la concentración de hidrógeno libre se realiza de forma lineal entre las siguientes condiciones extremas:

 Cuando todo el hidrógeno en solución sólida es hidrógeno libre, se considera que la resistencia del material cae al 50% de su resistencia original. • Cuando todo del hidrógeno en solución sólida es hidrógeno atrapado, se considera que la resistencia original del material permanece intacta.

La resistencia inicial se ha definido en cada punto mediante dos componentes, una fija y otra aleatoria. Las simulaciones presentadas en la figura 1 se han realizado con un valor promedio de resistencia, en términos de deformación equivalente, de 0.00105 (parte fija) y una componente aleatoria de ± 0.0005 (parte variable), que se reparte según la distribución de probabilidad uniforme.

Así, la corrección de los valores de resistencia se realiza tras cada cálculo de difusión, de modo que cada etapa de simulación de los patrones de agrietamiento a baja velocidad de deformación comprenden los siguientes pasos:

- 1. Aplicación del incremento de desplazamiento equivalente en el contorno superior del dominio.
- 2. Cálculo de la situación de equilibrado de desplazamiento equivalente y la matriz de deformaciones correspondiente.
- 3. Aplicación del modelo de difusión sobre el dominio.
- 4. Corrección de la matriz de resistencia en función del hidrógeno libre.
- 5. Verificación, elemento a elemento, de la condición de crecimiento de grieta utilizando la matriz de resistencias de la etapa anterior.

Esta secuencia de trabajo permite calcular en cada iteración todos los parámetros que definen el modelo.

3. RESULTADOS

Con objeto de estudiar en qué medida el atrape de hidrógeno influye en el patrón de agrietamiento, se ha utilizado el modelo descrito para realizar cuatro simulaciones. Cada una de ellas con densidades de trampas de hidrógeno diferentes. Las geometrías simuladas han correspondido a secciones rectangulares de 300x800 elementos, en los que se ha permitido la difusión de hidrógeno desde los bordes izquierdos y derechos. Se han realizado 4 simulaciones con distribuciones de resistencias diferentes por cada condición de atrape de hidrógeno impuesta: 0 %, 25 %, 50 % y 75 % para evaluar la variabilidad de los resultados del modelo. En ambos laterales se ha impuesto una concentración de hidrógeno fija de valor máximo igual a 1. Para simular la tracción progresiva del material, el desplazamiento equivalente se ha aplicado a una velocidad de desplazamiento equivalente por etapa de 0.0008, lo que equivale a un incremento de

deformación de 10^{-6} por etapa. La difusión del hidrógeno se ha simulado aplicando 5 veces (*t*) el algoritmo de difusión con un valor de α =0,05 por cada etapa de incremento de deformación (*s*).

La figura 1 presenta, para una de las cuatro distribuciones de resistencias simuladas, tres etapas de crecimiento de grieta correspondientes a tres niveles de tensión (100%, caída de tensión al 80% y caída de tensión al 50% de la tensión máxima alcanzada en cada simulación), para probetas con capacidades de atrapar hidrógeno del 0%, 25%, 50% y 75%, respectivamente.



Figura 1. Propagación de grieta para distintos contenidos en trampas de hidrógeno según el modelo simplificado del presente trabajo.

En los casos en los que se modeliza baja capacidad de atrape, 0 % y 25 %, algunas de las grietas iniciales no

progresan. Para los otros casos de mayor capacidad de atrape, 50 % y 75 %, se obtienen unos frentes de grieta homogéneos, que avanzan aproximadamente a la misma profundidad. Esto reproduce de forma cualitativa los comportamientos observados experimentalmente.

La figura 2 muestra el número de grietas que han aparecido para cada valor de hidrógeno atrapado. Los puntos de la gráfica corresponden a las medias de las 4 simulaciones realizadas para cada condición y las barras de error corresponden a la dispersión de dichos valores.



Figura 2. Número de grietas generadas en la simulación del proceso de agrietamiento en función de la capacidad de atrape de hidrógeno.

La figura 3 muestra la distancia entre grietas normalizada, es decir, la distancia entre las grietas simuladas dividida entre la anchura de la geometría simulada. Estos resultados confirman numéricamente la interpretación de la influencia de las condiciones de difusión y solubilidad del hidrógeno en el patrón de agrietamiento. Los patrones con elevada densidad de grietas responden a modelos con baja capacidad de atrape de hidrógeno, mientras que los patrones con baja densidad de grietas se corresponden con modelos de material de muy alta capacidad de atrape de hidrógeno.



Figura 3. Distancia normalizada entre grietas predichas en la simulación para distintos porcentajes de atrapamiento de hidrógeno.

De cara a cerrar la valoración de los resultados de simulación, es muy ilustrativo construir la curva Tensión-Deformación de cada etapa de crecimiento de grieta. A este efecto se ha elaborado la figura 4, que presenta la evolución tensión-deformación para las cuatro condiciones anteriormente indicadas. En esta gráfica se observa que el punto equivalente a la estricción se desplaza hacia la izquierda y la resistencia máxima del ensayo cae, a medida que se reduce el número de trampas. Esta observación encaja perfectamente con la teoría establecida de que a mayor capacidad de atrape de hidrógeno, menor es la fragilización.



Figura 4. Curvas tensión-deformación para distintas capacidades de hidrógeno en trampas.

4. CONCLUSIONES

Respecto a la propuesta de estrategia simplificada de simulación del proceso de fragilización por hidrógeno, se ha obtenido como conclusión principal que la aproximación basada en diferencias finitas para simular los patrones de agrietamiento en ensayos de baja velocidad de deformación y ambientes fragilizadores por hidrógeno y ha permitido reproducir cualitativamente los comportamientos observados experimentalmente.

Las diferencias finitas presentan la ventaja de permitir la programación directa de los modelos. Sin las restricciones que introducen los paquetes de MEF comerciales. Es posible adaptar los algoritmos de cálculo de forma flexible en procesos complejos como el estudiado en este caso.

Debe destacarse, sin embargo, que se trata de un modelo de carácter descriptivo, en cuyas bases físicas es necesario profundizar a fin de poder ampliar sus capacidades de predicción cuantitativa.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen al Gobierno Vasco (Programa ELKARTEK – Proyecto MODELAM -) la subvención concedida para la realización de este trabajo.

REFERENCIAS

[1] J. Billingham, J. Sharp, J. Spurrier, P. Kilgallon, Review of the performance of high strength steels used offshore. Sudbury: HSE Books, 2003.

- [2] DNV-GL. DNVGL-CP-0237 Offshore mooring chains and accessories, Class Programme, Approval for manufacturers, 2018.
- [3] ASTM G129-00(2013). Standard practice for slow strain rate testing to evaluate the susceptibility of metallic materials to environmentally assisted cracking, 2013.
- [4] G. Artola, A. Arredondo, A. Fernández-Calvo, J. Aldazabal. Hydrogen embrittlement susceptibility of R4 and R5 high strength mooring steels in cool and warm seawater. Metals, vol. 8, n°700. 2018.
- [5] I. Robertson, P. Sofronis, A. Nagao, M. Martin, S. Wang, D. Gross, K. Nygre. Hydrogen embrittlement understood. Metallurgical and Materials Transactions A, vol. 46A, 2323-2341. 2015.
- [6] B. Poound. Hydrogen trapping in high strength steels. Acta Materialia, vol. 46, 5733-5743. 2013.
- [7] D. Park, I. Maroef, A. Landau, D. Olson. Retained austenite as a hydrogen trap in steel welds. Welding Journal – Research Supplement, nº Feb., 27-35. 2002.
- [8] C. Oh, Y. Kim, K. Yoon. On coupled analysis of hydrogen transport using ABAQUS. Asian Pacific Conference of Materials, Yokohama. 2009.
- [9] C. Ya, C. Liu, G. Zhang. Simulation of hydrogen diffusion in weld joint of X80 pipeline steel. Journal of Central South University, vol. 21, 4432-4437. 2014.
- [10] A. Díaz, J. Alegre, I. Cuesta. Análisis mediante simulación numérica del efecto de las trampas microestructurales en la concentración de hidrógeno en punta de grieta. Anales de Mecánica de la Fractura, vol. 33, 176-181. 2016.
- [11] T. Takaishi. Phase field crack growth model with hydrogen embrittlement. Mathematical Analysis of Continuum Mechanics and Industrial Applications. H.I. Springer Nature Singapore Pte. Ltd., 27-34. 2017.

MODELIZACIÓN FRENTE A IMPACTO DE TEJIDOS DE ARAMIDA DE ALTO RENDIMIENTO

J. Aranda-Ruiz^{1*}, M.M. Moure², M. Rodríguez-Millán³, J.A. Loya¹

¹ Departamento de Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras.
 ² Departamento de Bioingeniería e Ingeniería Aeroespacial.
 ³ Departamento de Ingeniería Mecánica.
 Escuela Politécnica Superior. Universidad Carlos III de Madrid.
 Avd. de la Universidad 30, 28011, Leganés
 * Persona de contacto: jaranda@ing.uc3m.es

RESUMEN

Este trabajo se centra en el desarrollo de un modelo numérico que permita el estudio y análisis de tejidos de aramida de alto rendimiento frente a impacto. Se ha desarrollado un modelo tridimensional a nivel mesoscópico, teniendo en cuenta el contacto y rozamiento entre los diferentes hilos que conforman el tejido. Para ello, se han llevado a cabo ensayos experimentales de tracción y extracción de hilo que han permitido obtener las propiedades mecánicas necesarias para el desarrollo del modelo, así como ensayos de impacto para calibrarlo y validarlo. Una vez validado, se ha estudiado la influencia del número de capas y del tipo de proyectil en la respuesta frente a impacto del tejido, cuantificada en términos del límite balístico.

PALABRAS CLAVE: Tejidos de Aramida, Impacto Balístico, Modelo Numérico, Multicapa

ABSTRACT

This work focuses on the development of a numerical model that allows the study and analysis of high performance aramid fabrics against impact. A three-dimensional model has been developed at mesoscopic level, taking into account the contact and friction between the different yarns that make up the fabric. To this end, experimental uniaxial tensile and yarn pull-out tests have been carried out to obtain the mechanical properties necessary for the development of the model, as well as impact tests to calibrate and validate it. Once validated, the influence of the number of layers and the type of projectile on the ballistic impact behaviour, quantified in terms of the ballistic limit, has been studied.

KEYWORDS: Aramid Fabrics, Ballistic Impact, Numerical Model, Multilayer

1. INTRODUCCIÓN

El estudio y análisis de las fibras de aramida ha adquirido un gran interés en las últimas décadas debido a su bajo peso y alta resistencia específica comparada con la de otros materiales como por ejemplo los metales. Además, también presentan una elevada capacidad de absorción de energía debido a su tolerancia al daño y a sus mecanismos de fallo, que le proporcionan un buen rendimiento frente a impacto balístico [1]. Por estos motivos, los tejidos de aramida son ampliamente utilizados en el desarrollo de sistemas de protección, tanto de estructuras o vehículos [2], como de protecciones personales: cascos de combate [3] o chalecos antibalas [4] en la industria militar.

De entre los trabajos publicados en este campo, existen en la literatura varios estudios numéricos que analizan la respuesta dinámica de tejidos sometidos a cargas de impacto. M. Grujicic et al. [5] investigaron la deformación y el comportamiento a fractura de una única capa de tejido frente a impacto, considerando diferentes condiciones de contorno. Para ello, desarrollaron un modelo de elementos finitos a nivel de hilo, empleando un modelo de material ortótropo, lineal y elástico, y considerando propiedades cuasi-estáticas obtenidas de la literatura científica. Y. Duan et al. [6], estudiaron los efectos de la fricción en la respuesta frente a impacto balístico de un tejido de una sola capa, desarrollando también un modelo de elementos finitos tridimensional, a nivel de hilo, concluyendo que el valor del coeficiente de fricción afectaba de manera significativa tanto a la deformación sufrida por el tejido, como a la energía absorbida por el mismo a lo largo del tiempo. G. Nilakantan et al. [7], con el objetivo de reducir el coste computacional, propusieron un modelo numérico multiescala para simular los tejidos flexibles bajo carga de impacto, observando que este tipo de simplificaciones podían dar lugar a reflexiones de ondas longitudinales erróneas en la superficie de contacto de los elementos tridimensionales con los elementos 2D.

En este trabajo se ha llevado a cabo el desarrollo de un modelo numérico tridimensional, realizado a nivel mesoscópico (nivel de hilo), para estudiar la respuesta frente a impacto balístico de tejidos de aramida. Dicha respuesta se ha analizado en términos de límite balístico, definido como la velocidad máxima a la cual el proyectil no es capaz de perforar la protección.

Para obtener las propiedades mecánicas necesarias para modelizar el comportamiento del material en el código de elementos finitos, se han llevado a cabo ensayos de tracción y extracción de hilo. Además, se han realizado ensayos de impacto balístico sobre tejidos monocapa, que han permitido calibrar y validar el modelo. Posteriormente, se ha analizado numéricamente la influencia del número de capas de tejido en el valor del límite balístico de la protección, considerando para ello 2, 3, 4 y 6 capas. Además, se ha estudiado la influencia del tipo de proyectil, modelizando proyectiles de tipo hemisférico, cónico y cilíndrico.

2. PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

Tal y como se ha comentado anteriormente, para el correcto desarrollo del modelo numérico es necesario obtener determinadas variables que servirán como inputs para el mismo: geometría de los hilos que conforman el tejido, propiedades mecánicas del material y coeficiente de fricción existente entre hilos. Además, se describe la metodología utilizada y los resultados obtenidos en los ensayos de impacto balístico, empleados en la validación del modelo numérico.

2.1. Caracterización geométrica

Para el desarrollo del presente proyecto se ha utilizado un tejido plano de fibra de aramida con una densidad areal de 204,10 g/m² proporcionado por la Fábrica Española de Confecciones S.A. (FECSA), el cual está compuesto exclusivamente por filamentos de aramida sin adición de refuerzo polimérico (Figura 1a)). Las dimensiones geométricas más relevantes en ambas direcciones del tejido (trama y urdimbre) se obtuvieron mediante microscopía, tal y como se muestra en la Figura 1b, donde *w* es el ancho de la sección del hilo, λ es el span y *h* es el espesor del hilo.



Figura 1. a) Vista en planta del tejido. b) Vista de la sección de la trama (superior) y la urdimbre (inferior)

Las dimensiones obtenidas a partir de la Figura 1 se han resumido en la Tabla 1 para ambas direcciones (trama y urdimbre).

Tabla 1. Dimensiones geométricas de la trama y la urdimbre del tejido

Dirección	w (mm)	λ (mm)	h (mm)	Sección (mm ²)
Trama	1.1420	1.1520	0.1753	0.0647
Urdimbre	1.0950	1.1650	0.1753	0.0687

2.2. Ensayos de tracción y extracción de hilo

Ambos tipos de ensayos se realizaron en una máquina universal de ensayos INSTRON 8516 utilizando una célula de carga de 5 kN y una velocidad de desplazamiento de 10 mm/min (tracción) y de 5 mm/min (extracción). A partir de las curvas tensión-deformación resultado de los ensayos de tracción (Figura 2a), se obtienen las propiedades mecánicas de los hilos en ambas direcciones, trama y urdimbre, (ver Tabla 2), siendo *E* el módulo de elasticidad, F_{max} la fuerza máxima, σ_{rot} la tensión de rotura y ε_{rot} la deformación de rotura.

Tabla 2. Propiedades mecánicas del tejido

Dirección	F _{max} (N)	E (GPa)	σ _{rot} (GPa)	Erot (-)
Trama	158.6±14.2	101.7±2.6	2.45±0.2	$0.029{\pm}0.001$
Urdimbre	166.0±4.33	99.89±1.8	2.41±0.1	$0.029{\pm}0.002$

Con respecto a los ensayos de extracción de hilo (Figura 2b), se llevaron a cabo empleando un dispositivo de sujeción en forma de U. El resultado de este tipo de ensayo se muestra en la Figura 3, a partir de la cual se obtienen los valores de los coeficientes de rozamiento estático (μ_s) y cinético (μ_k), de acuerdo a las siguientes expresiones:

$$\mu_{s} = \frac{Ln\left[\frac{P_{static}}{P_{in}/n}\right]}{n\cdot\Theta} \tag{1}$$

$$\mu_k = \frac{Ln\left[\frac{P_{kinetic}}{P_{in}/n}\right]}{n \cdot \Theta} \tag{2}$$

donde *n* es el número de hilos transversales que cruzan al hilo que se extrae; P_{static} , P_{in} y $P_{kinetic}$ son los valores de carga indicados en la Figura 3; y θ el denominado "*warp angle*", determinado tal y como se especifica en [8]. Los valores de ambos coeficientes de fricción obtenidos, se recogen en la Tabla 3.

Tabla 3. Coeficientes de fricción del tejido

μ_s	μ_k
$0.62{\pm}0.01$	$0.53{\pm}0.01$



Figura 2. a) Configuración del ensayo de tracción de hilo. b) Configuración del ensayo de extracción de hilo



Figura 3. Curva fuerza-desplazamiento resultado del ensayo de extracción de hilo

2.3. Ensayos de impacto balístico

Los ensayos de impacto balístico se realizaron utilizando un cañón de gas de calibre 7,62 mm, empleado para lanzar proyectiles esféricos de acero martensítico envejecido de 7.5 mm de diámetro y 1.7 g de masa. La densidad del acero es $\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$, y el módulo de elasticidad y coeficiente de Poisson $E = 210 \cdot 10^9 \text{ Pa y}$ 0.3 respectivamente. Los impactos se llevaron a cabo sobre probetas de tejido de dimensiones $100 \times 100 \text{ mm}^2$ sujetos en un marco de acero como el mostrado en la Figura 4. Los ensayos se realizaron a temperatura ambiente (20°C), utilizando diferentes velocidades de impacto. Tanto la velocidad de entrada del proyectil, como la velocidad residual se midieron utilizando una cámara digital de alta velocidad Photron FastCam SA-Z. En la Figura 5 se muestra la curva velocidad de impactovelocidad residual de los ensayos realizados sobre el tejido, así como la curva de ajuste obtenida según el modelo de Recht-Ipson [9]:

$$V_r = a (V_i^P - V_{bl}^P)^{\frac{1}{P}}$$
(3)

con un valor del parámetro a = 1 y p = 2.2. Se observa como en este caso el límite balístico de la protección se encuentra en torno a los 110 m/s, velocidad por debajo de la cual el proyectil no llegaría a perforar.



Figura 5. Curva velocidad residual vs. velocidad de impacto

3. MODELO NUMÉRICO

En esta sección se describe el modelo numérico de Elementos Finitos desarrollado para analizar la respuesta frente a impacto de un tejido de aramida de alto rendimiento.

Dicho modelo ha sido desarrollado mediante el código comercial ABAQUS/Explicit. La modelización del tejido se ha realizado a nivel mesoscópico, es decir, se han modelizado como sólidos tridimensionales tanto la trama como la urdimbre, para conformar el tejido final de una manera lo más realista posible. Se ha aplicado simetría a ¼ de forma que se pueda reducir el coste computacional de las simulaciones llevadas a cabo.



Figura 4: Configuración del ensayo de impacto balístico



Figura 6. Modelo numérico

En la Figura 6 se muestra una imagen del modelo numérico desarrollado, donde se definen las condiciones de simetría tanto en el proyectil como en el tejido, así como las condiciones de contorno (empotramiento) aplicadas sobre este último.

El material de los hilos se ha considerado como ortótropo, incluyendo un criterio de daño del tipo *"ductile damage"*, teniendo en cuenta las propiedades mecánicas obtenidas en los ensayos de caracterización y recogidas en la Tabla 2. El proyectil se considera indeformable, por lo que se le asigna la condición de sólido rígido. El contacto entre todos los elementos que conforman el modelo se ha definido según una interacción de tipo *"general contact"*.

En cuanto al mallado, se han utilizado elementos tetraédricos y hexaédricos lineales con integración reducida, resultando en un total de 299025 elementos en el modelo. Este número de elementos se estableció tras el correspondiente análisis de sensibilidad de la malla, en el que se consideraron cuatro tamaños diferentes de elemento de forma que la solución obtenida fuera lo más precisa posible sin incurrir en un tiempo computacional excesivo. Las diferentes mallas analizadas, y el resultado de dicho análisis de sensibilidad se recogen en las Figuras 7 y 8, seleccionando finalmente un mallado con 6 elementos distribuidos en el ancho del hilo.



Figura 7. Mallados empleados en el análisis de sensibilidad. a) 4 elementos. b) 6 elementos. c) 8 elementos. d) 10 elementos.



Figura 8. Resultado del análisis de sensibilidad.

3.1. Validación del modelo numérico

Tal y como se ha comentado anteriormente, para llevar a cabo la validación del modelo se han reproducido los ensayos experimentales de impacto balístico.

El resultado de dicha validación se muestra en la figura 9, donde se puede observar como los resultados numéricos se ajustan a la curva experimental con un error promedio ligeramente inferior al 6%.



Figura 9. Validación del modelo numérico.

4. RESULTADOS

Las variables analizadas en la influencia del límite balístico de la protección han sido el número de capas que la conforman, y la geometría del proyectil utilizado.

4.1. Influencia del tipo de proyectil

Los tipos de proyectil que se han analizado se muestran en la Figura 10, junto con sus dimensiones. Con el fin de que en todos los impactos se transmitiera la misma energía cinética que en los ensayos de validación, la masa de los proyectiles se ha mantenido constante en todos los casos (m = 1.7 g), así como el valor del radio máximo de los mismos ($r = 3.75 kg/m^3$).



Figura 10. Geometría de los proyectiles. a) Hemisférico. b) Cilíndrico. c) Cónico (cotas en mm).

Si se comparan las tensiones de Von Mises producidas en el área de impacto según los diferentes proyectiles (ver Figura 11), se puede observar como la distribución de tensiones máximas cambia en función de la geometría de la punta de cada proyectil.



Figura 11. Área de máximas tensiones según el tipo de proyectil. a) Esférico. b) Hemisférico. c) Cilíndrico. d) Cónico.

En el caso del proyectil cónico, la zona de tensiones máximas es muy localizada alrededor del punto de contacto, mientras que, en el caso del proyectil cilíndrico, las tensiones máximas se distribuyen a lo largo del contorno de dicho proyectil. En un punto intermedio entre los dos casos analizados se encuentran los proyectiles esférico y hemisférico, para los cuales la distribución de tensiones es muy similar dado que en ambos casos el área de contacto entre proyectil y tejido es la misma. En este último caso, el área de tensiones máximas también se concentra alrededor del punto de impacto, pero distribuyéndose en un área mayor que en el caso del proyectil cónico.

Todo esto se traduce en diferentes valores del límite balístico para cada uno de los proyectiles, como se observa en la Tabla 4, siendo el mayor el obtenido con el proyectil cilíndrico, y el menor con el proyectil cónico.

Tabla 4. Límites balísticos según tipo de proyectil

Tipo	Esférico	Hemisférico	Cilíndrico	Cónico
L.B. (m/s)	110	110	166	88

4.2. Influencia del número de capas

En este estudio se han analizado tejidos compuestos por 2, 3, 4 y 6 capas, tal y como se indica en la Figura 12. Las condiciones del ensayo simulado han sido las mismas que en el caso del ensayo de validación, es decir, considerando como condiciones de contorno todos los bordes empotrados y proyectil esférico.



Figura 12. Modelos numéricos multicapa. a) 2 capas. b) 3 capas. c) 4 capas. d) 6 capas.

Los valores del límite balístico obtenidos según el número de capas de tejido se recogen en la Tabla 5, mostrando también, a modo de ejemplo, el impacto en un tejido de tres capas justamente para la velocidad de dicho límite balístico (Figura 13).

Tabla 5. Límites balísticos según número de capas

Nº de capas	1	2	3	4	5
L.B. (m/s)	110	162	211	242	308



Figura 13. Impacto sobre tejido de tres capas a la velocidad del límite balístico.

Se puede observar como el límite balístico aumenta con el número de capas, pero que dicho aumento no es directamente proporcional.

5. CONCLUSIONES

En este trabajo se ha desarrollado un modelo numérico tridimensional, a nivel mesoscópico, de tejidos de aramida de alto rendimiento. Las propiedades mecánicas necesarias para la modelización del material se han obtenido a partir de ensayos de tracción y extracción de hilo, y el modelo ha sido validado mediante la simulación de ensayos de impacto balístico, obteniendo un error promedio en los valores de la curva velocidad residual-velocidad de impacto menor al 6%.

En cuanto a las diferentes geometrías de proyectil estudiadas, se ha comprobado como el proyectil tipo cónico es el que da lugar a un menor límite balístico, debido a la mayor concentración de tensiones que se producen en el punto de contacto. Por el contrario, el mayor límite balístico se obtiene para el proyectil de tipo cilíndrico, ya que las tensiones se distribuyen a lo largo de toda la superficie de contacto.

Por último, se ha comprobado como el aumento del número de capas de tejido conlleva un lógico aumento del límite balístico, aunque dicho aumento no se produce de forma proporcional.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer al Ministerio de Economía y Competitividad de España el apoyo económico a través de los Proyectos RTC-2015-3887-8 y DPI2017-88166-R.

REFERENCIAS

- P.B.N. Reis, J.A.M. Ferreira, P. Santos, M.O.W. Richardson, J.B. Santos, Impact response of Kevlar composites with filled epoxy matrix. Composite Structures (2012) 94: 3520-3528.
- [2] H. Yang, H. Song, S. Zhang, Experimental investigation of the behavior of aramid fiber reinforced polymer confined concrete subjected to high strain-rate compression. Construction and Building Materials (2015) 95: 143-151.
- [3] M.S. Rajput, M.K. Bhuarya, A. Gupta, Finite element simulation of impact on PASGT army helmet. Procedia Engineering (2017) 173: 251-258.
- [4] A.R. Othman, M.H. Hassan, Effect of different construction designs of aramid fabric on the ballistic performances. Materials and Design (2013) 44: 407–413.
- [5] M. Grujicic, W.C. Bell, G. Arakere, T. He, B.A. Cheeseman, A meso-scale unit-cell based material model for the single-ply flexible-fabric armor. Materials and Design (2009) 30: 3690–3704.
- [6] Y. Duan, M. Keefe, T.A. Bogetti, B.A. Cheeseman, Modeling friction effects on the ballistic impact behavior of a single-ply highstrength fabric. International Journal of Impact Engineering (2005) 31: 996–1012.
- [7] G. Nilakantan, M. Keefe, T.A. Bogetti, R. Adkinson, J.W. Gillespie Jr, On the finite element analysis of woven fabric impact using multiscale modeling techniques. International Journal of Solids and Structures (2010) 47: 2300–2315.
- [8] S. Das, S. Jagan, A. Shaw, A. Pal, Determination of inter-yarn friction and its effect on ballistic response of para-aramid woven fabric under low velocity impact. Composite Structures (2015) 120: 129–140.
- [9] R.F. Recht, T.W. Ipson, Ballistic perforation dynamics. Journal of Applied Mechanics (1963) 30: 384–390.

INFLUENCIA DE LOS CRITERIOS VECTORIALES DE FRACTURA EN LOS MODELOS DE FISURA COHESIVA PARA HORMIGÓN Y OTROS MATERIALES CUASI-FRÁGILES

J. Planas^{1*}, B. Sanz¹, J.M. Sancho²

¹Dep. de Ciencia de Materiales, E.T.S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, Universidad Politécnica de Madrid,C/ Profesor Aranguren 3, 28040 Madrid, España.

²Dep. de Estructuras de Edificación, E.T.S. de Arquitectura, Universidad Politécnica de Madrid, Avda. Juan de Herrera 4, 28040 Madrid, España.

*Persona de contacto: jaime.planas@upm.es

RESUMEN

El presente artículo resume resultados recientes acerca de las leyes tensión-separación para fisuras cohesivas en hormigón y en otros materiales cuasi-frágiles. Más concretamente, presenta una formulación unificada de las leyes vectoriales tensión-separación, en el contexto de modelos basados en la teoría del daño, en la cual la fractura del material está completamente definida por la función de ablandamiento clásica (para fractura en modo I), más dos parámetros escalares que describen, respectivamente, la forma de los criterios de fractura en el espacio de tensiones y en el espacio de aberturas de fisura. Además, el artículo resume la influencia de los parámetros de forma en los resultados de las simulaciones de varios casos experimentales bien conocidos, de entre los muchos estudiados en la literatura, cuando se usa una formulación estrictamente local con elementos finitos de deformación constante y fisura embebida en forma de discontinuidad fuerte.

PALABRAS CLAVE: Fisura cohesiva, Fisura embebida, Fisura distribuida, Material cuasi-frágil

ABSTRACT

This paper summarizes recent findings concerning the traction-separation laws for cohesive cracks in concrete and other quasibrittle materials. More specifically, it presents a unified formulation of vectorial traction-separation laws in the context of damage-based models, in which the fracture of the material is fully described by the classical softening function (mode I law) and two further scalar parameters that describe the shape of the fracture criteria in the traction and the separation spaces, respectively. The paper further summarizes the influence of the shape parameters in the results of numerical simulations for various of the well-known experimental cases published in the literature when using a strictly local formulation with constant strain finite elements with an embedded strong discontinuity.

KEYWORDS: Fisura cohesiva, Fisura embebida, Material cuasi-frágil

1. INTRODUCCIÓN

En la ya extensa bibliografía dedicada a la fisuración cohesiva en hormigón y otros materiales cuasi-frágiles, desde que Hillerborg introdujera el "modelo de fisura ficticia", a mediados de los 1970 [1], las técnicas numéricas enfocadas a la aplicación de los modelos cohesivos en cálculo estructural dominan el panorama, especialmente en los últimos 20 años. Un aspecto básico de los modelos numéricos es el comportamiento de la fisura cohesiva en sí, caracterizado por una cierta ley (relación) entre el vector tensión transmitido entre las caras de la grieta y el vector de movimiento relativo entre dichas caras, que suele denominarse, abreviadamente, ley tensión-separación de la fisura cohesiva.

Desgraciadamente, la mayoría de los trabajos de investigación están más centrados en las tecnología computacionales que en el comportamiento cohesivo en sí y es difícil sacar conclusiones generales acerca de la mayor o menor conveniencia de las distintas leyes cohesivas tensión-separación propuestas, ya que hay muy pocos estudios que las comparen entre sí sin que concurran cambios sustanciales en metodologías y algoritmos numéricos.

El trabajo que aquí se presenta es el comienzo de una búsqueda sistemática de las características esenciales de una ley que pueda ser adoptada con generalidad con una cierta garantía de que no comporta efectos colaterales en los cálculos.

El articulo comienza con unos breves antecedentes en la sección 2, continúa en la sección 3 con la descripción de una familia de modelos cohesivos basados en la teoría del daño que engloba gran parte de los modelos de este tipo que se encuentran en la literatura y sigue en la sección 4 con un resumen del estudio numérico del efecto que los dos parámetros principales de la familia de modelos tienen en procesos de crecimiento de grietas nominalmente en Modo I puro. El trabajo se cierra con unas breves conclusiones.

2. ANTECEDENTES

2.1. Modelo de fisura cohesiva

Este trabajo se centra en la generalización del modelo inicialmente propuesto para fractura del hormigón en Modo I (abertura pura) por Hillerborg y sus colaboradores y extensamente utilizado para ese material y para otros materiales cuasi-frágiles [1-5]. En esencia, el modelo supone que el material fuera de las superficies de fractura permanece en régimen elástico lineal en todo momento; cuando, en un punto, la tensión principal máxima σ_1 alcanza la resistencia a tracción del material f_t , se forma en ese punto una grieta localmente perpendicular a la dirección principal de tensión máxima. Cuando la abertura w de esa grieta en el punto en cuestión aumenta monótonamente en modo I puro, el modelo supone que el vector tensión sobre las caras de la grieta es normal a la grieta y su valor σ está dado por una función de w que es una propiedad del material, por lo que se escribe:

$$\sigma = f(w) \tag{1}$$

La curva de ablandamiento f(w) en Modo I, representada esquemáticamente en la figura 1 es un ingrediente fundamental del comportamiento cohesivo, pero no es el único, porque, en general, las fisuras no trabajan en Modo I puro. Para cálculos de tipo general, en los que no pueda anticiparse una fisuración con abertura pura, es preciso disponer de una versión tridimensional del modelo cohesivo en la cual se relacione el vector de tensiones t sobre una cara de la grieta (que se toma como referencia) con el vector de separación w dado por el movimiento de la otra cara respecto a la de referencia.

Existen un gran número de modelos publicados en los que se proponen leyes tensión separación, con tres familias fundamentales:

(1) Modelos elásticos (reversibles) en que la ley t-w deriva de una función potencial y, en consecuencia, no pueden describir correctamente procesos de descarga (véase [6] para una revisión reciente).

(2) Modelos elastoplásticos en los que se usa una formulación paralela a la plasticidad clásica, que se caracterizan por una descarga muy rígida [7-13].

(3) Modelos basados en teorías de daño modificadas para relaciones entre magnitudes vectoriales, que se caracteri-



Figura 1. Modelo de fisura cohesiva en modo de abertura pura (Modo I). Los valores equivalentes de la separación y de la tensión se definen en el apartado 3 para los modelos aquí contemplados.

zan por descargas lineales al origen [14-24].

Existen algunos modelos que combinan características de los anteriores y otros que no encajan bien en ninguna de esas tipologías. Entre estos últimos se encuentran los trabajos pioneros de Rots y otros [25, 26] en los que la formulación es estrictamente tangente, es decir que está basada en relaciones diferenciales del tipo hipoelástico $\dot{\mathbf{t}} = \mathbf{K}\dot{\mathbf{w}}$ donde \mathbf{K} es una matriz de rigidez tangente dependiente de otras variables de estado. La parte esencial de esos modelos se reformuló en forma secante (daño) en desarrollos posteriores [11, 27, 28, 12]. Versiones de este último tipo pueden encontrarse en algunos programas comerciales.

Aunque existen razones teóricas de peso para creer que, en este tipo de modelos, los vectores t y w tienen que ser paralelos (mientras la fisura permanezca abierta), en este trabajo consideramos modelos más generales en los que t y w forman un ángulo arbitrario como se muestra en el esquema de la Fig. 1.

En concreto, consideramos una familia de materiales con función ablandamiento en modo I arbitrario y dos constantes adicionales que definirán la forma del criterio de daño y la relación entre las energías de fractura en los Modos I y II, tal como se describe en la sección que sigue.

3. UNA FAMILIA DE MODELOS COHESIVOS BASADOS EN DAÑO

3.1. Formulación básica

El modelo se enmarca en la teoría de ecuaciones constitutivas con variables internas (véase, p. ej., [29]), en las que las habituales variables tensoriales tensión-deformación se substituyen por las variables vectoriales t-w. El modelo más simple es el que usa una variable interna escalar monótona creciente que llamamos κ . Buscamos entonces una función $\mathbf{t} = \mathbf{t}(\mathbf{w}, \kappa; \mathbf{n})$ que incluye una dependencia paramétrica respecto de la normal unitaria \mathbf{n} a la grieta. Suponiendo una energía libre de Helmholtz $\psi(\mathbf{w}, \kappa; \mathbf{n})$ que depende cuadráticamente de \mathbf{w} y admitiendo isotropía del material, se llega, siguiendo un procedimiento similar al seguido por Jirásek en [10] y [30], a la siguiente expresión para el vector tensión cohesiva

$$\mathbf{t} = k_n(\kappa)w_n\mathbf{n} + k_s(\kappa)\mathbf{w}_s$$

donde $k_n(\kappa)$ y $k_s(\kappa)$ son las rigideces normal y transversal, respectivamente, que deben ser funciones decrecientes del parámetro de daño. En la expresión anterior, w_n y \mathbf{w}_s son, respectivamente, las proyecciones de \mathbf{w} sobre la normal y sobre el plano de la grieta; sus expresiones analíticas son:

$$w_n := \mathbf{w} \cdot \mathbf{n}, \quad , \quad \mathbf{w}_s := \mathbf{w} - w_n \mathbf{n}.$$

Para simplificar el modelo, se supone habitualmente que es constante la relación entre las rigideces normal y transversal [10, 30, 14] y se escribe $k_s(\kappa) = \beta^2 k_n(\kappa), \beta = \text{const} > 0$, con lo que resulta

$$\mathbf{t} = k_n(\kappa)(w_n \mathbf{n} + \beta^2 \mathbf{w}_s).$$
⁽²⁾
Queda ahora por establecer la forma en que evoluciona el parámetro de daño κ , y la correspondiente rigidez normal. Para ello se postula la existencia de una función escalar del vector separación, que denominamos *separación equivalente* $w^{\text{eq}}(\mathbf{w})$ y un criterio de daño que implica que el parámetro de daño κ es el máximo histórico de w^{eq} :

$$w^{\mathrm{eq}}(\mathbf{w}) \le \kappa \qquad \Leftrightarrow \qquad \kappa = \mathrm{máx}[w^{\mathrm{eq}}(\mathbf{w})].$$
 (3)

Si elegimos la función $w^{eq}(\mathbf{w})$ de manera que en Modo I su valor coincida con la separación normal, es decir, que cumpla la condición,

$$w^{\rm eq}(w\mathbf{n}) = w\,,\tag{4}$$

es inmediato reducir las expresiones (2) y (3) a

$$\mathbf{t} = \frac{f(\kappa)}{\kappa} (w_n \mathbf{n} + \beta^2 \mathbf{w}_s), \ \kappa = \max[w^{\text{eq}}(\mathbf{w})] \quad (5)$$

ya que, entonces, para modo de abertura pura monótona creciente tenemos $\kappa = w_n = w$, $\mathbf{w}_s = \mathbf{0}$ y la ecuación anterior se reduce, trivialmente, a $\mathbf{t} = \sigma \mathbf{n} = f(w)\mathbf{n}$, que es la forma vectorial de la ecuación (1). Una de las expresiones más simples para w^{eq} que cumple la condición (4) es la siguiente:

$$w^{\text{eq}} := \sqrt{w_n^2 + \frac{\beta^2}{\alpha^2} w_s^2}, \quad w_s = |\mathbf{w}_s| = \sqrt{\mathbf{w}_s \cdot \mathbf{w}_s} \quad (6)$$

y α es otra constante del material, cuyo sentido se dilucida en lo que sigue.

3.2. Energías de fractura

Aunque en la práctica es imposible iniciar la fisuración de un elemento estructural en modo mixto, porque la orientación más desfavorable para la iniciación de la grieta siempre coincide con un plano principal de tensión, es posible, basándose en las ecuaciones anteriores, calcular el valor teórico de la energía de fractura a lo largo de un cierto camino de solicitación. Si suponemos una trayectoria de separación proporcional, en la que la $\mathbf{w} = w_n \mathbf{n} + mw_n \mathbf{e}$, donde \mathbf{e} es un vector unitario constante perpendicular a \mathbf{n} y $m := w_s/w_n$ es la relación (constante) entre la separación transversal y la normal, se tiene, sustituyendo en (6) y suponiendo que w_n crece monótonamente, que

$$\kappa = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2 m^2} \, \frac{w_n}{\alpha} \Rightarrow w_n = \frac{\alpha}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2 m^2}} \kappa$$

y la energía de fractura hasta rotura final resulta

$$G_F(m) = \int_0^\infty \mathbf{t} \cdot \frac{\partial \mathbf{w}}{\partial w_n} \mathrm{d}w_n = \frac{\alpha^2 (1 + \beta^2 m^2)}{\alpha^2 + \beta^2 m^2} \int_0^\infty f(\kappa) \mathrm{d}\kappa$$

y puesto que la última integral es la energía de fractura en Modo I, tenemos que las energías *teóricas* de fractura en modo mixto con separación proporcional y en Modo II son, respectivamente,

$$G_F(m) = \frac{\alpha^2 (1 + \beta^2 m^2)}{\alpha^2 + \beta^2 m^2} G_F^I, \quad G_F^{II} = \alpha^2 G_f^I \qquad (7)$$

donde la segunda expressión se ha obtenido por paso al límite de la primera, i.e., $G_F^{II} = \lim_{m \to \infty} G_F(m)$. Es de notar que cuando $\alpha = 1$, la tensión deriva de un potencial y la energía de fractura es totalmente independiente del camino, cualquiera que sea el valor de β .

La mayoría de los modelos publicados pueden reformularse como casos particulares del presente modelo. La mayoría de ellos corresponde a modelos de fuerzas centrales y conservativas ($\alpha = \beta = 1$), [20–23], otros implican fuerzas centrales no conservativas ($\beta = 1$) [17], otros son conservativos ($\alpha = 1$) [14–16], y los modelos de [18, 19, 24] dependen de un parámetro que implica una relación funcional entre α y β .

3.3. Criterios de daño

El criterio de daño expresado en separación equivalente es la desigualdad de la ecuación (4), que con la expresión resulta tener una representación gráfica en un plano w_n w_s en que el dominio elástico es el área correspondiente a un cuarto de elipse con centro en el origen y semiejes κ y $\alpha \kappa / \beta$. Evidentemente la zona elástica se expande homotéticamente hasta el infinito a medida que crece κ . El recinto inicial se reduce al origen de coordenadas, por lo que es conveniente buscar la forma del recinto elástico en el dominio de las tensiones.

Despejamos de la ecuación (5) las componentes normal y tangencial de w en función de las correspondientes componentes de t y sustituimos en el criterio en separaciones, con lo que resulta, después de simplificar y reordenar:

$$t^{\text{eq}} := \sqrt{t_n^2 + \frac{t_s^2}{\alpha^2 \beta^2}} \le f(\kappa) \tag{8}$$

que muestra que los recintos elásticos vuelven a ser cuartos de elipses homotéticas con centro en el origen y semiejes $f(\kappa)$ (paralelo al eje de componentes normales) y $\alpha\beta f(\kappa)$ tal como ilustra la figura 2.



Figura 2. Criterios de fractura en el espacio de tensiones para distintos valores del producto $\alpha\beta$. Combinaciones de α y β exploradas.



Figura 3. Fisura embebida en un elemento finito.

4. Efecto de los parámetros α y β en los cálculos numéricos

4.1. Método numérico

La Figura 3 muestra los principales ingredientes del modelo numérico utilizado que coincide en esencia con lo expuesto en [21], con la diferencia de de los vectores t y w no tienen por qué ser paralelos (no lo son cuando $\beta \neq 1$) y la separación equivalente no tiene tampoco por qué ser igual al módulo de w (no lo es cuando $\alpha \neq \beta$).

Por lo demás, el tipo de elementos, la cinemática de la fisura, que corresponde al de una discontinuidad fuerte, y el resto de características del método son idénticos a los expuestos en [21]. Con este procedimiento y las nuevas ecuaciones para la fisura cohesiva se está llevando a cabo un extenso estudio paramétrico del que el primer paso es establecer la influencia de los parámetros α y β en las simulaciones numéricas de problemas de alta simetría en el que teóricamente, la grieta dominante debería propagarse en Modo I puro, como es el caso de una viga en flexión en tres puntos y, en consecuencia la influencia de dichos parámetros debiera ser nula. Los aspectos más relevantes de ese estudio se describen a continuación.

4.2. Flexión de una viga en tres puntos

La figura 4 muestra la geometría de la viga y las dos mallas utilizadas en los cálculos, que se obtuvieron usando el mallador de elementos finitos GMSH [31], con sus ajustes por defecto. Los cálculos se ejecutaron controlando el alargamiento w_B de la mitad central de la fibra más traccionada, tal como se define en la Fig. 4. Se aplicó un alargamiento total de 0,1 mm en 100 pasos iguales. Se han realizado cálculos para las combinaciones de parámetros que aparecen marcados con símbolos llenos en el diagrama de la derecha de la figura 2.

En la serie de simulaciones con $\beta = 1$ (fuerzas centrales, t paralelo a w), en la que α se hizo variar entre 1 y 32, el efecto en la curva carga- w_B del valor de α re-



Figura 4. Geometría y mallas de EF para la simulación de la viga en flexión de tres puntos (D = 100. Malla (a): 1909 nudos, 3715 elementos. Malla (b): 13236 nudos, 26315 elementos.

sultó ser muy pequeño, como puede verse en la figura 5, que muestra una ampliación de la curva de carga w_B en la zona de carga máxima. La diferencia aumenta rápidamente al pasar el valor de α de 1 a 2, pero se estabiliza muy rápidamente para aproximarse a un valor asintótico. La diferencia porcentual asintótica es inferio al 0.75 %.

Por otro lado, las simulaciones en las que se mantuvo constante $\alpha = 1$ y se hizo variar β entre 1 y 32, arrojan resultados completamente distintos como puede verse en la figura 6 que muestra las curvas carga- w_B son drásticamente modificadas para valores de β superiores a 2. Es de notar, también que, además de cambios notables en la carga máxima, la falta de coaxialidad de t y w que induce β provocan un comportamiento inestable en el post pico



Figura 5. Carga (P/B) vs. alargamiento (w_B) en la viga en flexión para $\beta = 1$ y varios valores de α .



Figura 6. Carga (P/B) vs. alargamiento (w_B) en la viga en flexión para $\alpha = 1$ y varios valores de β .

para valores de β de 4 o superiores. La figura 7 muestra el mapa de aberturas equivalentes de la grieta para cuatro combinaciones de α y β en el último paso de carga y puede observarse, por un lado, que hay un bulbo de fisuración difusa en la zona próxima al extremo de propagación de la grieta que es tanto mayor cuanto mayor es el valor de β . En segundo lugar, para $\beta = 4$ la gieta se ha alejado sustancialmente de la sección media (cuya posición está determinada, para cada caso, por la flecha que se observa en la parte superior).



Figura 7. Fisuración, malla fina, extensión central $w_B = 0.1 \text{ mm.}$ Nótese el ensanchamiento del bulbo de elementos fisurados en el extremo de la fisura cuando aumenta el factor de rigidez transversal β .

5. CONCLUSIONES

De los resultados teóricos y numéricos que anteceden se pueden extraer las siguientes conclusiones:

- Se ha presentado un modelo teórico basado en la teoría de daño definido por las ecuaciones (5) y (6) que incluye y extiende prácticamente todos los modelos de este tipo publicados hasta la fecha.
- 2. El *factor de energía* α controla la relación entre las energías de fractura en Modos II y I de acuerdo con la ecuación (7), y no introduce comportamientos espurios en el caso de propagación de una grieta, nominalmente, en Modo I.
- 3. El factor de rigidez transversal β , en cambio, sí introduce perturbaciones espurias serias en esos cálculos, lo cual aconseja que, salvo que en el futuro se demuestre necesario cambiarlo, se tome $\beta = 1$ (modelo de fuerzas centrales).

REFERENCIAS

- A. Hillerborg, M. Modéer, and P. E. Petersson. Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements. *Cement and Concrete Research*, 6(6), 773–781, 1976.
- [2] M. Elices and J. Planas. Material models, chapter 3. In L. Elfgren, editor, *Fracture Mechanics* of *Concrete Structures*, pages 16–66. Chapman & Hall, London, 1989.
- [3] Z. P. Bažant and J. Planas. Fracture and Size Effect in Concrete and Other Quasibrittle Materials. CRC Press, Boca Raton, FL., 1998.
- [4] M. Elices, G. V. Guinea, J. Gómez, and J. Planas. The cohesive zone model: advantages, limitations and challenges. *Engineering Fracture Mechanics*, 69(2), 137–163, 2002.
- [5] J. Planas, M. Elices, G. V. Guinea, F. J. Gomez, D. A. Cendon, and I. Arbilla. Generalizations and specializations of cohesive crack models. *Engineering Fracture Mechanics*, **70**(14), 1759–1776, 2003.
- [6] Kyoungsoo Park and Glaucio H. Paulino. Cohesive zone models: A critical review of tractionseparation relationships across fracture surfaces. *Applied Mechanics Reviews*, 64(6), 060802– 060802–20, 02 2013.
- [7] Ignacio Carol, Pere C. Prat, and Carlos M. López. Normal/shear cracking model: Application to discrete crack analysis. *Journal of Engineering Mechanics*, **123**(8), 765–773, 2018/09/26 1997.

- [8] Ulf Ohlsson and Thomas Olofsson. Mixed-mode fracture and anchor bolts in concrete analysis with inner softening bands. *Journal of Engineering Mechanics*, **123**(10), 1027–1033, 2018/10/23 1997.
- [9] Jan Červenka, J. M. Chandra Kishen, and Victor E. Saouma. Mixed mode fracture of cementitious bimaterial interfaces: ; part ii: numerical simulation. *Engineering Fracture Mechanics*, **60**(1), 95–107, 1998.
- [10] Milan Jirásek. Conditions of uniqueness for finite elements with embedded cracks. In European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering ECCOMAS Barcelona, pages 1–19, 2000.
- [11] G. N. Wells. *Discontinuous modelling of strain localisation and failure*. PhD thesis, 2001.
- [12] J. Alfaiate, G. N. Wells, and L. J. Sluys. On the use of embedded discontinuity elements with crack path continuity for mode-i and mixed-mode fracture. *Engineering Fracture Mechanics*, **69**(6), 661– 686, 2002.
- [13] J. C. Gálvez, J. Červenka, D. A. Cendón, and V. Saouma. A discrete crack approach to normal/shear cracking of concrete. *Cement and Concrete Research*, **32**(10), 1567–1585, 2002.
- [14] G. T. Camacho and M. Ortiz. Computational modelling of impact damage in brittle materials. *International Journal of Solids and Structures*, **33**(20), 2899–2938, 1996.
- [15] A. Pandolfi, P. Krysl, and M. Ortiz. Finite element simulation of ring expansion and fragmentation: The capturing of length and time scales through cohesive models of fracture. *International Journal of Fracture*, **95**(1), 279–297, 1999.
- [16] M. Ortiz and A. Pandolfi. Finite-deformation irreversible cohesive elements for three-dimensional crack-propagation analysis. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 44(9), 1267–1282, 2018/08/02 1999.
- [17] Martin G. A. Tijssens, Bert L. J. Sluys, and Erik van der Giessen. Numerical simulation of quasibrittle fracture using damaging cohesive surfaces. *European Journal of Mechanics - A/Solids*, **19**(5), 761–779, 2000.
- [18] Thomas C. Gasser and Gerhard A. Holzapfel. Geometrically non-linear and consistently linearized embedded strong discontinuity models for 3d problems with an application to the dissection analysis of soft biological tissues. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **192**(47), 5059– 5098, 2003.
- [19] Thomas C. Gasser and Gerhard A. Holzapfel. Modeling 3d crack propagation in unreinforced concrete using pufem. *Computer Methods in Applied*

Mechanics and Engineering, **194**(25), 2859–2896, 2005.

- [20] Julia Mergheim and Paul Steinmann. A geometrically nonlinear fe approach for the simulation of strong and weak discontinuities. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **195**(37), 5037–5052, 2006.
- [21] J. M. Sancho, J. Planas, D. A. Cendon, E. Reyes, and J. C. Galvez. An embedded crack model for finite element analysis of concrete fracture. *Engineering Fracture Mechanics*, 74(1-2), 75–86, 2007.
- [22] Radan Radulovic, Otto T. Bruhns, and Jörn Mosler. Effective 3d failure simulations by combining the advantages of embedded strong discontinuity approaches and classical interface elements. *Engineering Fracture Mechanics*, **78**(12), 2470–2485, 2011.
- [23] Niels Saabye Ottosen, Matti Ristinmaa, and Jörn Mosler. Fundamental physical principles and cohesive zone models at finite displacements – limitations and possibilities. *International Journal* of Solids and Structures, 53, 70–79, 2015.
- [24] Yijian Zhan and Günther Meschke. Adaptive crack modeling with interface solid elements for plain and fiber reinforced concrete structures. *Materials*, 10(7), 771, Jul 2017.
- [25] J. G. Rots. *Computational modeling of concrete fracture*. PhD thesis, Delft University of Technology, 1988.
- [26] J. G. Rots and J. Blaauwendraad. Crack models for concrete: Discrete or smeared? fixed, multidirectional or rotating? *Heron*, 34(1), 1–59, 1989.
- [27] G. N. Wells and L. J. Sluys. Three-dimensional embedded discontinuity model for brittle fracture. *International Journal of Solids and Structures*, **38**(5), 897–913, 2001.
- [28] G. N. Wells and L. J. Sluys. A new method for modelling cohesive cracks using finite elements. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 50(12), 2667–2682, 2001.
- [29] J. Lemaitre and J.-L. Chaboche. *Mécanique des Matériaux Solides*. Dunod, 1985.
- [30] Milan Jirásek and Thomas Zimmermann. Embedded crack model: I. basic formulation. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 50(6), 1269–1290, 2018/07/31 2001.
- [31] C. Geuzaine and J-F Remacle. Gmsh: A 3-d finite element mesh generator with built-in pre- and post-processing facilities. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **79**(11), 1309– 1331, 2009.

SIMULACIÓN CON MODELOS DE FRACTURA COHESIVA DE LA ROTURA DE UNA LOSA DE HORMIGÓN ARMADO CON UN ORIFICIO

J. J. Ortega^{1*}, L. Garijo¹, G. Ruiz¹

 ¹ Grupo de Mecánica de Sólidos.
 E. T. S. I. Caminos, Canales y Puertos. Universidad de Castilla-La Mancha. Av. Camilo José Cela s/n, 13071. Ciudad Real-España
 * Persona de contacto: JoseJoaquin.Ortega@uclm.es

RESUMEN

Los modelos de fisura cohesiva de la Mecánica de la Fractura permiten la correcta reproducción del comportamiento no lineal y del daño en hormigón. Esta aproximación se empleó en la solución ganadora del concurso "Cátedra ECSA" de 2018, organizado por la Universidad Politécnica de Valencia. El objetivo era predecir la carga máxima y el modo de rotura de una losa cuadrada de 2.4 m de lado de hormigón armado, apoyada en cuatro puntos, con un orificio junto a un apoyo, refuerzo adicional en dos laterales de la losa y una carga central más otra en un vértice. La losa real se ensayó después de haber recogido las propuestas candidatas, otorgándose el premio a la solución que mejor aproximaba el resultado final. Dicha solución se obtuvo mediante un modelo de elementos finitos realizado con el programa comercial ATENA, empleando un modelo de fisuración en banda para el hormigón. Como resultado, la curva carga-flecha en el centro de vano muestra la evolución de la deflexión con el estado de carga hasta la resistencia máxima. Adicionalmente, el modelo deformado y el patrón de fisuración del hormigón muestran el fallo de la losa por punzonamiento en los tres apoyos con menos armadura.

PALABRAS CLAVE: Modelo de fisuración en banda, Hormigón armado, Losa con orificio

ABSTRACT

Cohesive crack models of Fracture Mechanics allow the correct reproduction of the non-linear behaviour and damage in concrete. This approach was followed in the winner solution of the contest "Cátedra ECSA" 2018, organised by the Polytechnic University of Valencia. The objective was to predict the maximum load and failure mode of a square slab of 2.4 m side made of reinforced concrete, supported on four points, with a hole next to one of them, additional edge reinforcement in two sides of the slab and a central load plus another one on a vertex. The real slab was tested after having collected the candidate proposals and the prize was awarded to the solution that better approximated the final result. That solution was obtained by means of a finite element model created with the commercial programme ATENA, using a crack band model for concrete. As a result, the load-displacement curve in the span centre shows the evolution of the deflection with the load state up to the maximum strength. Additionally, the deformed model and the crack pattern of concrete show the failure of the slab by punch in the three support points with less reinforcement.

KEYWORDS: Crack band model, Reinforced concrete, Slab with a hole

1. INTRODUCCIÓN

La Universidad Politécnica de Valencia, junto con la empresa Edificaciones Castelló S. A., realizó el concurso "Cátedra ECSA, Cátedra Construcción Sostenible y Avanzada" [1] consistente en el análisis del comportamiento de una placa de hormigón armado y la predicción de su carga de rotura. La losa de hormigón, de unas características y condiciones de carga concretas, se ensayó en laboratorio. Previamente a la realización del ensayo, los participantes proponían su solución, conociendo los datos geométricos y propiedades de los materiales.

Este tipo de concursos, desarrollados en diferentes campos de la ingeniería estructural [2-8], son una oportunidad para la comparación y el contraste de los diferentes métodos de resolución existentes empleados en la práctica habitual para esos casos o para probar nuevos modelos y comprobar su adecuación. Igualmente, la mayor o menor aproximación de los resultados obtenidos ponen de relieve la posible diferencia resultante en la aplicación de dichos métodos para casos reales.

En este artículo se presenta la propuesta ganadora del concurso, determinada en función del nivel de aproximación de los resultados previstos a los obtenidos experimentalmente. En esta solución se realizó una simulación empleando el método de elementos finitos. El hormigón se definió como un material de fractura cohesiva y las barras de armado se modelaron de forma individual embebidas en los elementos de hormigón. Los resultados obtenidos se comparan con los experimentales y se analizan las hipótesis empleadas y las mejoras necesarias.

2. CASO DE ESTUDIO

El problema a resolver consiste en una losa cuadrada de hormigón de 2.4 m de lado y 0.25 m de canto, con una oquedad cuadrada de 0.15 m situada a una distancia de 0.45 m de dos laterales. La losa se dispone horizontalmente, centrada sobre cuatro apoyos situados en forma de cuadrado de 1.88 m de lado. La losa se carga mediante dos fuerzas verticales hacia abajo. La primera, la fuerza A, se aplica en el centro de la losa. La segunda, la fuerza B, se aplica próxima al vértice correspondiente a la oquedad de la losa, a una distancia de 0.095 m de los bordes exteriores. La fuerza A es seis veces mayor que la fuerza B. Ambas se transmiten a la losa de hormigón a través de sendas placas metálicas de reparto de forma cuadrada, de 700 mm y 300 mm de lado, respectivamente, y 20 mm de espesor. Los apoyos de los actuadores tienen 100 mm de diámetro.

La losa de hormigón está armada contando con una malla superior de barras de 8 mm de diámetro (Ø8) cada 100 mm en ambas direcciones y una inferior similar pero con barras de Ø12. En la cara inferior hay un refuerzo adicional de 13 barras de Ø12 y 1.3 m de longitud en ambas direcciones, separadas igualmente 100 mm. Por último, se disponen dos zunchos perimetrales en los laterales correspondientes a la fuerza B, con tres barras superiores de Ø8 y otras tres inferiores de Ø12, con cercos de Ø6 cada 100 mm. El recubrimiento mínimo es 20 mm.

En cuanto a las propiedades mecánicas de los materiales, se proporcionaban dos resultados experimentales de resistencia a compresión del hormigón, siendo de 34.4 MPa y 31.6 MPa. Por tanto, se adoptó el valor medio de 33 MPa y se supuso que se correspondía con probetas cilíndricas. Respecto a las barras de armado, estaban hechas con acero B500, con límite elástico de 558 MPa.

Se pedía determinar el tipo de rotura, la carga máxima soportada y la flecha del punto central de la losa correspondiente con el 60% de la carga máxima.

3. MÉTODO

Para la resolución del caso propuesto se ha desarrollado un modelo de elemento finitos. Se ha utilizado el programa comercial ATENA [9], que puede realizar análisis no lineales y que cuenta con modelos constitutivos para hormigón armado. Este programa ya ha sido utilizado con buenos resultados para reproducir fenómenos de fractura en hormigón armado [10] y morteros de cal [11], cuyo comportamiento en fractura es asimilable al hormigón.

Además de definir la geometría de cada pieza y sus propiedades mecánicas, el programa permite introducir forma discreta las barras de armado en una malla superpuesta a la del hormigón con compatibilidad de deformaciones, con lo que se logra una reproducción pormenorizada de cada elemento que interviene en el problema de una forma conveniente para un estudio de detalle como el propuesto.

Por tanto, se modeló la losa de hormigón junto con el armado de la misma, más las placas metálicas de reparto en apoyos y puntos de aplicación de las fuerzas A y B. Finalmente, se dispusieron dos elementos auxiliares a modo de actuadores a través de los cuales se transmiten las cargas. La Figura 1 muestra la geometría del modelo, las condiciones de carga y el mallado.



Figura 1. Geometría del modelo.

Para el hormigón se utilizó un modelo de material de fractura cohesiva, utilizando para ello un modelo de fisuración en banda [12] e incluyendo una función de ablandamiento exponencial [13] y un criterio de fallo que tiene en cuenta el estado triaxial de tensiones [14]. Las propiedades mecánicas del hormigón se definieron a través de la resistencia a compresión dada de 33 MPa, derivándose el módulo elástico, la resistencia a tracción y la energía de fractura a partir de ese valor

según el Código Modelo [15]. Para el acero de las barras se ha adoptado una ley bilineal elástica-perfectamente plástica con módulo elástico de 210 GPa y carga máxima 558 MPa. Las placas de reparto y las piezas auxiliares se han definido como materiales perfectamente elásticos con módulo de elasticidad de 210 GPa.

El mallado de todas las piezas se ha hecho con elementos finitos prismáticos de 8 nodos, de base $50 \times 50 \text{ mm}^2$ y 50 mm o 20 mm de altura según la pieza correspondiente. Respecto a las condiciones de contorno, se ha restringido el movimiento vertical de los nodos correspondientes a la posición de los apoyos. Por su parte, las fuerzas A y B se han aplicado en el nodo central superior de las piezas auxiliares. En el análisis se ha incluido el peso propio de los elementos.

4. RESULTADOS

El primer resultado analizado es la carga máxima registrada y la flecha en el centro de vano de la losa. La Figura 2 muestra la relación carga-desplazamiento vertical (*P*- δ) en dicho punto hasta el momento en que el cálculo del modelo se interrumpe por la situación de rotura. De esta gráfica se obtiene tanto la carga máxima del modelo *P_m* como la flecha δ_m correspondiente con la carga igual al 60% de *P_m*. Como valor máximo se tomó la carga última, *P_m* = 1080 kN. La flecha al 60% de *P_m* (648 kN) resultaba, por tanto, δ_m = 7 mm. De los resultados experimentales se conoce el valor de carga máxima, *P_e* = 782 kN, y la flecha al 60% de la misma, δ_e = 4.3 mm.

Atendiendo a ambos valores de carga máxima, la que da el modelo es sustancialmente mayor que la experimental. Sin embargo, la curva P- δ del modelo permite realizar dos apreciaciones relevantes. En primer lugar, la carga máxima experimental P_e coincide con la carga para la que el modelo predice el inicio de la rotura de la losa por plastificación de las armaduras. El modelo entra entonces en una rama de endurecimiento hasta la carga última P_m , creciendo la flecha del centro de vano rápidamente. Si se toma como criterio para determinar la resistencia de la losa el inicio de la plastificación, el valor dado por la simulación numérica sería muy próximo al valor experimental conocido. Por otro lado, el



Figura 2. Curva carga-flecha en el centro de vano.

modelo podría estar dando un endurecimiento excesivo debido a que la ley bilineal elástica-perfectamente plástica utilizada para las armaduras no limita la deformación máxima que pueden alcanzar.

En segundo lugar, la flecha δ_e para el 60% de P_e proporciona las coordenadas de un punto de paso de la curva experimental que resulta coincidir exactamente con la curva del modelo. Por tanto, esto indica que el modelo capta correctamente el comportamiento de la losa hasta un nivel de carga avanzado.

Respecto al modo de fallo, éste se estudia a través del daño reflejado por el modelo. En la Figura 3 se muestra aislada la losa de hormigón deformada. Los colores marcan el valor de la apertura de las fisuras en una escala de 0 a 5 mm o mayor y las líneas negras en los elementos finitos denotan la presencia y dirección de las fisuras principales superiores a 1 mm de apertura. Como se aprecia, el daño se concentra en arcos en torno a los apoyos, especialmente el opuesto al de la fuerza B mientras que en éste mismo no se refleja tanto daño. En el lateral de la losa en estas zonas, el color rosáceo señala los valores máximos de daño.

Una de las conclusiones de estas observaciones es que, pese a la presencia de la oquedad y la aplicación de la fuerza B, la colaboración de los zunchos contrarresta con éxito el efecto de estos dos factores y limita el daño en el vértice correspondiente de la losa. La con-



Figura 3. Daño en la losa de hormigón (escala de aperturas de fisura en m).

clusión final con respecto al tipo de rotura de la losa es que el fallo se produce por punzonamiento en los tres apoyos distintos al de la fuerza B y con más incidencia en el diametralmente opuesto a él.

5. CONCLUSIONES

En este artículo se presenta la simulación numérica realizada para obtener la carga y modo de rotura de una losa de hormigón armado, objetivo del concurso "Cátedra ECSA" de la Universidad Politécnica de Valencia, que obtuvo la mejor aproximación a la solución real. La simulación se realizó mediante un modelo de elementos finitos describiendo el comportamiento del hormigón a través de un modelo de fisura cohesiva y definiendo las barras de armado de forma individual.

El modelo predice correctamente la relación cargadesplazamiento a lo largo de la rama de carga inicial y muestra el fallo de la losa por plastificación de las armaduras para una carga cercana al valor experimental de carga de rotura. Respecto al daño sufrido por la losa, se observa cómo, pese a la presencia junto a un apoyo de un orificio y una carga en el voladizo del vértice correspondiente, el refuerzo adicional proporcionado por el zuncho perimetral hace que el fallo se produzca por punzonamiento en los tres apoyos restantes, comenzando por el diametralmente opuesto al apoyo del orificio.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen a la Universidad Politécnica de Valencia y a Edificaciones Castelló, S. A., y al Prof. Pedro Miguel Sosa como organizador, la realización del concurso "Cátedra ECSA", el premio recibido y los datos experimentales proporcionados. Así mismo, agradecen la financiación recibida al Ministerio de Economía, Industria y Competitividad, España, por el proyecto RTC-2017-6736-3.

REFERENCIAS

- Cátedra de Empresa "Construcción Sostenible y Avanzada" (CSA), Universidad Politécnica de Valencia, 2018. Disponible en: http://www.upv.es/contenidos/ECSA/indexc.html (accedido en febrero de 2019).
- [2] M. P. Collins, F. J. Vecchio y G. Mehlhorn. An international competition to predict the response of reinforced concrete panels. *Canadian Journal* of *Civil Engineering* 12: 624-644, 1985.
- [3] Y. J. Yu, K. C. Tsai, Y. T. Weng, B. Z. Lin y J. L. Lin. Analytical studies of a full-scale steel

building shaken to collapse. *Engineering Structures* 32 (10): 3413-3430, 2010.

- [4] D. G. Lignos, T. Hikino, Y. Matsuoka y M. Nakashima. Collapse assessment of steel moment frames based on E-Defense full-scale shake table collapse tests. *Journal of Structural Engineering-ASCE* 139 (1): 120-132, 2013.
- [5] Y. J. Yu, K. C. Tsai, C. H. Li, Y. T. Weng y C. Y. Tsai. Earthquake response analyses of a fullscale five-story steel frame equipped with two types of dampers. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics* 42 (9): 1301-1320, 2013.
- [6] B. Bayhan. Numerical simulation of shaking table tests on 3D reinforced concrete structures. *Structural Engineering and Mechanics* 48 (2): 151-171, 2013.
- [7] A. Furtado, H. Rodrigues, A. Arêde, H. Varum, M. Grubišić y T. K. Šipoš. Prediction of the earthquake response of a three-storey infilled RC structure. *Engineering Structures* 171: 214-235, 2018.
- [8] J. Zhang y Z. Shu. Optimal design of isolation devices for mid-rise steel moment frames using performance based methodology. *Bulletin of Earthquake Engineering* 16 (9): 4315-4338, 2018.
- [9] ATENA 3D (Versión 4.2.7.5494) [programa]. Červenka Consulting, Praga, República Checa, 2011.
- [10] E. Poveda, J. J. Ortega, G. Ruiz, R. Porras y J. R. Carmona. Normal and tangential extraction of embedded anchor plates from precast façade concrete panels. *Engineering Structures* 110: 21-35, 2016.
- [11] L. Garijo, X. X. Zhang, G. Ruiz, J. J. Ortega y R. C. Yu. Advanced mechanical characterization of NHL mortars and cohesive simulation of their failure behavior. *Construction and Building Materials* 153: 569-577, 2017.
- [12] Z. P. Bažant y B. H. Oh. Crack band theory for fracture of concrete. *Materials and Structures* 16 (3): 155-177, 1983.
- [13] H. W. Reinhardt, H. A. W. Cornelissen y D. A. Hordijk. Tensile tests and failure analysis of concrete. *Journal of Structural Engineering-ASCE* 112 (11): 2462-2477, 1986.
- [14] P. Menétrey y K. J. William. Triaxial failure criterion for concrete and its generalization. ACI Structural Journal 92 (6): 311-318, 1995.
- [15] FIB Código Modelo 2010, borrador final. Volúmenes 1-2. FIB-Fédération Internationale du Béton, Lausana, Suiza, 2012.

CONDICIONES DE INTERACCIÓN SUPERFICIAL MULTICAMPO EN LAS CARAS DE GRIETA DE MATERIALES PIEZOELÉCTRICOS

L. Rodríguez-Tembleque^{1*}, F. García-Sánchez², A. Sáez¹

¹ Dpto. Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras. Escuela Técnica Superior de Ingeniería, Universidad de Sevilla. Camino de los Descubrimientos s/n, 41092, Sevilla-España ²Dpto. De Ingeniería Civil de Materiales y Fabricación, Universidad de Málaga Av. de Cervantes 2, 29016, Málaga-España * Persona de contacto: luisroteso@us.es

RESUMEN

Los materiales piezoeléctricos exhiben un acoplamiento electromecánico que permite su uso como sensores o dispositivos de recolección de energía (efecto piezoeléctrico directo) o actuadores y dispositivos de control de forma (efecto piezoeléctrico inverso). Construidos en forma monolítica o en forma de laminado compuesto, se aplican en multitud dispositivos tecnológicos avanzados dentro de la industria aeroespacial o automotriz. El estudio de la integridad de tales materiales en sus diversas formas y tamaños sigue siendo de gran interés hoy en día. Para comprender mejor estos sistemas, en este trabajo se presenta una formulación de contacto multicampo para la superficie de la grieta que permite estudiar la integridad de estos materiales avanzados en condiciones más realistas de operatividad. La formulación se basa en el método de los elementos de contorno dual para calcular los coeficientes de influencia electroelástica y en una formulación Lagrangiana aumentada para imponer, en presencia de campos eléctricos, las restricciones de contacto en las caras de la grieta. La influencia que estas condiciones multicampo en las caras de la grieta tienen sobre la respuesta a fractura de estos materiales es ilustrada en varios problemas de referencia.

PALABRAS CLAVE: Materiales piezoeléctricos, Mecánica de la Fractura, Condiciones Semipermeables, Método de Elementos de Contorno, Contacto con Fricción.

ABSTRACT

Piezoelectric materials exhibit an electromechanical coupling which allows for their use as sensors or energy harvesting devices (direct piezoelectric effect) or actuators and shape control devices (inverse piezoelectric effect). Constructed in block form or in a thin laminated composite, they are applied in many advanced technological devices in aerospace or automotive industries. The study of the integrity of such materials in their various forms and small sizes is still a challenge nowadays. To gain a better understanding of these systems, this work presents a crack surface contact formulation which makes it possible to study the integrity of these advanced materials under more realistic crack surface multifield operational conditions. The formulation uses a dual boundary element formulation for computing the electroelastic influence coefficients and an augmented Lagrangian formulation to enforce contact constraints on the crack surface, in the presence of electric fields. The influence of those multifield crack face boundary conditions on the stress intensity factors are illustrated solving several benchmark problems.

KEYWORDS: Piezoelectric Materials, Fracture Mechanics, Semipermeable crack face conditions, Boundary Element Method, Frictional Contact Mechanics.

INTRODUCCIÓN

Los materiales piezoeléctricos (PE) exhiben un acoplamiento electromecánico que permite su uso como sensores y actuadores en muchos sectores tecnológicos de interés, como son el sector aeroespacial o el de la automoción, entre muchos otros. Es por ello que el estudio de la integridad de los sistemas estructural constituidos por estos materiales siga presentando un gran interés hoy en día. Además de la mecánica de la fractura, el problema de contacto e interacción multicampo que tiene lugar en las cara de la grieta, juega un papel clave en el estudio de la integridad de estos materiales, y en el diseño de dispositivos avanzados como micro-posicionadores, actuadores, etc.

Por tanto, es necesario disponer de herramientas computacionales que permitan estudiar la integridad de

estos materiales avanzados en condiciones de interacción superficial multicampo.

METODOLOGÍA

Este trabajo presenta una formulación basada en el método del elemento límite (MEC) para estudiar problemas de integridad en piezoeléctricos. En este sentido, desde hace varios años, varios trabajos [1-4] vienen desarrollando formulaciones numéricas en el ámbito de la fractura en materiales PE. Más recientemente, se han desarrollado condiciones de campo múltiple no lineal en grietas para piezoeléctrico o magnetoelástico materiales [5-7]. Sin embargo, la influencia de la fricción en las caras de grieta no se ha incorporado en estos materiales. Es por ello que este trabajo, basado en trabajos anteriores [8-10], utiliza el MEC para calcular los coeficientes de influencia elástica y a través de una formulación Lagrangiana aumentada, incorpora las restricciones de contacto en la superficie de la grieta.

CASO DE ESTUDIO Y RESULTADOS

Para mostrar las posibilidades de esta formulación se estudia el problema de una grieta en un dominio piezoeléctrico que se encuentra sometido a una tensión de compresión de valor σ . Las dimensiones del dominio son: L = H = 10m y la grieta posee una longitud 2a(a = 5 mm), por lo que prácticamente podrían considerarse condiciones de grieta en un dominio infinito. Además la grieta está inclinada un ángulo α respecto el eje x, tal y como se muestra en la figura 1. En el estudio, se considera un material piezoeléctrico cuyas propiedades se presentan en la tabla 1. En las caras de la grieta se tienen en cuenta condiciones de contacto con fricción. Para ver la influencia que dichas condiciones tienen en el problema de fractura, se estudia la influencia que dichas condiciones de contorno en las caras de la grieta tienen en los factores de intensidad de tensiones normalizados K_I y K_{II} y el factor de intensidad eléctrico K_{IV} para diferentes ángulos de inclinación de grieta (α) y diferentes valores del coeficiente de fricción (μ), expresado en función del ángulo de fricción (ϕ): $\mu = tan\phi$.

En el caso de fricción nula ($\mu = 0$), las condiciones de carga hacen que el deslizamiento entre las caras de la grieta sea aumente conforme aumente la inclinación de grieta, siendo máximo para el caso de $\alpha = 45^{\circ}$. Esto se puede observar en la figura 2, donde se representa el factor K_{II} normalizado por $K_o = \sigma \sqrt{\pi a}$ para diferentes ángulos de inclinación de grieta. El factor K_{II} está asociado a la apertura de grieta en modo II, así que ésta es máxima para $\alpha = 45^{\circ}$. Sin embargo, cuando se incorpora el efecto de la fricción ($\mu = tan\phi$, $\phi = {15^{\circ}, 30^{\circ}, 45^{\circ}}$), vemos que los valor del factor K_{II} se reduce conforme se incrementa el valor del coeficiente de fricción. Llegando a adoptar un valor nulo cuando el ángulo de fricción iguala o supera al ángulo de

inclinación de la grieta. Esto se debe a que se alcanza una situación de adhesión entre las caras de la grieta, y por tanto K_{II} será igual de cero.

Idénticos comportamientos se observan en las figuras 3 y 4, para el caso de los factores K_I y K_{IV} , respectivamente. El factor K_I está asociado a la apertura en modo I de la grieta y posee valores negativos y distintos de cero debido al acoplamiento entre los campos mecánicos y eléctricos, y al contacto en las caras de la grieta. El factor K_{IV} está asociado a la apertura o salto en el potencial eléctrico en las caras de la grieta. Dicho salto se ve altamente reducido por el efecto de la fricción, llegando a ser nulo cuando ésta hace que las caras de la grieta entren en adhesión.



Figura 1. Grieta inclinada en un dominio piezoeléctrico sometido a compresión.

Tabla 1. Propiedades del material piezoeléctricoobtenidas de [2].

Coeficientes elásticos (GF	Pa)
	$C_{11} = 139.0$
	$C_{12} = 74.30$
	$C_{22} = 115.0$
	$C_{66} = 25.60$
Coeficientes piezoeléctric	os (C/m^2)
	$e_{21} = -5.20$
	$e_{22} = 15.10$
	$e_{16} = 12.70$
Coeficientes dieléctricos ((C/(GVm))
	$\epsilon_{11} = 6.461$
	$r = \Gamma(2)$



Figura 2. Influencia de las condiciones de contacto con fricción en el factor de intensidad de tensiones normalizado K_{II} para diferentes ángulos de inclinación de grieta.



Figura 3. Influencia de las condiciones de contacto con fricción en el factor de intensidad eléctrica normalizado K₁ para diferentes ángulos de inclinación de grieta.



Figura 4. Influencia de las condiciones de contacto con fricción en el factor de intensidad de tensiones normalizado K_{IV} para diferentes ángulos de inclinación de grieta.

RESUMEN Y CONCLUSIONES

Se ha aplicado una formulación de elementos de contorno para estudiar diferentes condiciones de interacción superficial multicampo en las caras de grieta en materiales piezoeléctricos fracturados. Esta formulación se ha aplicado para analizar la influencia de la fricción en dichos materiales, cuando están sometidos a condiciones de compresión. Los resultados muestran la enorme influencia de la fricción sobre los factores de intensidad de tensión y el factor de intensidad del desplazamiento eléctrico.

Por último, decir que esta formulación permite además considerar condiciones de semipermeabilidad eléctrica en las caras de la grieta. Todo ello resulta de gran interés para estudiar cómo se ve afectado el comportamiento piezoeléctrico (i.e., su comportamiento como sensor o actuador) en estos materiales cuando se originan daños en dichos sistemas.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo fue apoyado por el Ministerio de Ciencia e Innovación, España, a través del proyecto de investigación DPI2017-89162-R, que es cofinanciado por el Fondo Europeo de Desarrollo Regional (FEDER).

REFERENCIAS

 E. Pan. A BEM analysis of fracture mechanics in 2D anisotropic piezoelectric solids. Eng. Anal. Boundary Elements (1999) 23: 67-76.

- [2] E. Pan, B. Amadei. Boundary element analysis of fracture mechanics in anisotropic biomaterials. Eng. Anal. Boundary Elements (1999) 23: 683-691.
- [3] F. García-Sánchez, A. Sáez, J. Domínguez. Anisotropic and piezoelectric materials fracture analysis by BEM. Comput. Struct. Vol. 83 (2005), p. 804-820.
- [4] M.M. Muñoz-Reja, F.C. Buroni, A. Sáez, F. García-Sánchez. 3D explicit-BEM fracture analysis for materials with anisotropic multifield coupling. Appl. Math. Model. (2016) 40: 2897.
- [5] M. Wünsche, Ch. Zhang, F. García-Sánchez, A. Sáez, J. Sladek, V. Sladek. Dynamic crack analysis in piezoelectric solids with non-linear electrical and mechanical boundary conditions by a timedomain BEM Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. (2011) 200: 2848-2858.
- [6] F. García-Sánchez, R. Rojas-Díaz, A. Sáez, Ch.Zhang. Fracture of magnetoelectroelastic matrials using boundary element method (BEM). Theor. Appl.Fract. Mec. (2007) 47: 192-204.
- [7] R. Rojas-Díaz, M. Denda, F. García-Sánchez, A. Sáez. Dual BEM analysis of different crack face boundary conditions in 2D magnetoelectroelastic solids. Eur. J. Mech. A Solids. (2012), 31: 152-162.
- [8] A.-V. Phan, J.A.L. Napier, L.J. Gray, T. Kaplan. Symmetric-Galerkin simulation of fracture with frictional Contact. Int. J. Numer. Meth. Engng. (2003) 57: 835-851.
- [9] L. Rodríguez-Tembleque, F.C. Buroni, A. Sáez. 3D BEM for orthotropic frictional contact of piezoelectric bodies. Comput. Mech. (2015) 56: 491-502.
- [10] L. Rodríguez-Tembleque, A. Sáez, M.H. Aliabadi. Indentation response of piezoelectric films under frictional contact. Int. J. Eng. Sci. (2016) 107: 36-53.

LOS PERCENTILES DE LOS PERCENTILES: UN PASO MÁS ALLÁ EN FATIGA

M. Muniz-Calvente^{1*}, E. Castillo^{2,3}, A. Fernández-Canteli¹, S. Blasón¹, A. Álvarez¹

¹ Departamento de Construcción e Ingeniería de Fabricación. Escuela Politécnica de Ingeniería de Gijón. Universidad de Oviedo. Campus de Viesques, 33206. Asturias-España * Persona de contacto: <u>munizcmiguel@uniovi.es</u>

² Real Academia de Ingeniería, Don Pedro 10, 28005, Madrid
 ³ Real Academia de Ciencias, Valverde 22, 28004, Madrid

RESUMEN

En la literatura pueden encontrarse diferentes modelos intuitivos para ajustar la resistencia a fatiga: lineales, parabólicos, hiperbólicos, exponenciales... Sin embargo, la mayoría de ellos tienen una definición determinista, a pesar de la indiscutible dispersión inherente a los resultados de fatiga observados en campañas experimentales. En este trabajo, se presenta un método basado en modelos bayesianos que permite, no solamente transformar los modelos deterministas en probabilistas, sino que aplicado a un modelo de fatiga probabilístico permite obtener las funciones de densidad de un determinado percentil de probabilidad de fallo. Se presenta un modelo bayesiano completo para el análisis estadístico del modelo de regresión del campo S-N de fatiga propuesto por Castillo y Canteli. El trabajo comienza con una breve introducción a los métodos bayesianos y posteriormente se presentan dos implementaciones del modelo de fatiga S-N en la plataforma OpenBUGS, la cual puede ser combinada con ProFatigue. El método propuesto se ilustra mediante el ajuste de los datos reales de ensayos de fatiga realizados por Holmen.

PALABRAS CLAVE: Fatiga, Modelos bayesianos, OpenBUGS, funciones de densidad

ABSTRACT

Different intuitive models have been proposed in the literature to determine the fatigue strength as a function of the failure life: linear, parabolic, hyperbolic, exponential, etc. However, most of them propose a deterministic definition, despite the clear inherent scatter to the fatigue results observed in experimental campaigns. In this work, a methodology/model based on Bayesian models is presented. This allows us not only to transform the deterministic models into probabilistic ones, but applied to a probabilistic fatigue model lets us to obtain the density function of a certain percentile of failure probability. Thus, a full Bayesian model is presented for the statistical analysis of the fatigue S-N field regression model proposed by Castillo and Canteli. The work starts with a short introduction to Bayesian methods and, next, two implementations of the S-N fatigue model in OpenBUGS are given, which could be combined whit Profatigue. The procedure is illustrated with the real fatigue data of Holmen.

KEYWORDS: Fatigue, Bayesian model, OpenBUGS, Density function

INTRODUCCIÓN

La aplicación repetida de solicitaciones variables en el tiempo produce el fallo por fatiga de muchas estructuras y componentes en aplicaciones reales. Además, en muchas ocasiones este tipo de fallos ocurren de manera inesperada, ya que la magnitud de las tensiones que aparecen sobre dichos componentes suele estar muy por debajo de la resistencia estática de los mismos. Por lo tanto, la determinación de la resistencia a fatiga de los materiales es de crucial importancia para poder llevar a cabo diseños y mantenimientos de estructuras con garantías de seguridad.

En la literatura existe una amplia lista de modelos dedicados a estudiar la fatiga de los materiales, los cuales se centran en intentar predecir la vida útil (N) en términos de un cierto parámetro generalizado ($\Delta \sigma$, $\Delta \epsilon$, SWT, etc). Sin embargo, la mayor parte de ellos son deterministas, a pesar de que una de las características principales del problema de fatiga es su incertidumbre asociada. La alta variabilidad inherente al fenómeno de fatiga hace que el fallo por fatiga deba considerarse como una variable aleatoria. Por lo tanto, solo los modelos que consideran variables aleatorias son válidos para la predicción de la vida a fatiga.

En este artículo se presenta un método bayesiano que se basa en los métodos de cadenas Markov Monte Carlo (MCMC) y en el muestreo de Gibbs para convertir modelos deterministas en modelos aleatorios y ampliar las familias de soluciones de modelos aleatorios de fatiga. Para desarrollar el método se ha utilizado el potente software OpenBUGS, el cual sigue siendo desconocido para muchos científicos e ingenieros a pesar de que podría cambiar completamente la forma en que éstos usarán los métodos bayesianos en el futuro.

En particular, en este trabajo se ha aplicado la teoría de Bayes a través de OpenBUGS al modelo de Castillo-Canteli [1]. Esto ha permitido no solamente obtener la variabilidad de los parámetros de dicho modelo, sino también obtener las bandas de confianza de las curvas de iso-probabilidad de fallo. De este modo, es posible establecer con facilidad dónde se encuentra, por ejemplo, el percentil 5% de probabilidad de fallo por fatiga con el 95% de confianza para la muestra analizada.

Este artículo está estructurado del siguiente modo. En primer lugar, se realiza una breve introducción a los dos pilares que sustentan el nuevo modelo propuesto: el modelo de Castillo-Canteli[1] y los métodos Bayesianos[2]. Posteriormente, se explica el procedimiento seguido para implementar el modelo de Castillo-Canteli en OpenBUGS. A continuación, se ilustra el método propuesto mediante el ajuste de datos reales de vida a fatiga proporcionados por Holem[3]. Finalmente, se resumen las conclusiones principales del trabajo.

1.1 Modelo de Castillo-Canteli

El modelo de Castillo-Canteli se basa en la condición de compatibilidad entre las funciones de distribución del parámetro que gobierna el fallo por fatiga (generalmente el rango de tensiones, $\Delta \sigma$) y las funciones de distribución de la vida a fatiga (número de ciclos, N).

En particular, el modelo establece que la función de distribución de la vida a fatiga para un determinado nivel de tensión, $E(N^*, \Delta\sigma^*)$, debe ser idéntica a la función de distribución del rango de tensiones para un determinado número de ciclos, $F(\Delta\sigma^*, N^*)$, es decir:

$$E(N^*, \Delta\sigma^*) = F(\Delta\sigma^*, N^*) \tag{1}$$

La Figura 1 muestra de manera gráfica dicha compatibilidad. Cada curva roja representa la vida a fatiga de una probeta, en el supuesto de que fuese posible obtener para la misma probeta el número crítico de ciclos para cualquier nivel de rango de tensiones (campo S-N). Sobre este campo S-N se observa que cualquier curva que pase por la parte izquierda del segmento horizontal grisáceo debe pasar también por la parte inferior del segmento inferior grisáceo, por lo que las áreas de las zonas sombreadas (que representan densidades de



Figura 1. Curvas S-N aleatorias asociadas a diferentes probetas e ilustración del concepto de compatibilidad.

probabilidad) deben ser iguales. Teniendo en cuenta que las funciones de distribución de la Ec.(1) pueden considerarse funciones de Weibull, Castillo y Canteli [1] resolvieron esta ecuación funcional dando como resultado:

$$P_{failure} = 1 - exp \left\{ -\left[\frac{log\left(\frac{N}{N_0}\right) log\left(\frac{\Delta\sigma}{\Delta\sigma_0}\right) - \lambda}{\delta} \right]^{\beta} \right\}$$
(2)

donde $\lambda, \, \delta \, y \, \beta$ son los parámetos de localización, escala y forma de la función de Weibull respectivamente; y N_0 y $\Delta \sigma_0$ representan las dos asíndotas características del modelo.

En trabajos anteriores [1], se ha presentado el procedimiento para estimar los parámetros de la Ec.(2) basándose en resultados experimentales de vida a fatiga y criterios estadísticos clásicos [2], lo que ha permitido determinar un campo probabilístico de vida a fatiga (p-S-N). Bajo este enfoque estadístico clásico, los 5 parámetros del modelo (λ , δ , β , N₀ y $\Delta \sigma_0$) son definidos como valores fijos, aunque, como es lógico, la fiabilidad de los parámetros obtenidos durante el ajuste dependerá del número de ensayos realizado. Por este motivo, tras la obtención del campo p-S-N, debería llevarse a cabo un análisis en el que se obtengan los intervalos de confianza del propio campo.

Hasta el momento, este estudio del intervalo de confianza podría realizarse aplicando técnicas de Bootstrap tomando la función obtenida en el ajuste de los datos experimentales como una estimación de la función real y simulando nuevos programas experimentales mediante la técnica de Monte Carlo. Sin embargo, este proceso suele ser muy costoso computacionalmente y no siempre reporta buenos resultados.

1.2. Métodos Bayesianos

Como alternativa al estudio estadístico clásico presentado en el apartado anterior, en este artículo se aplicará la teoría de Bayes al modelo de Castillo y Canteli [1] (Ec. (2)).

En primer lugar, cabe destacar que la principal diferencia entre la estadística clásica y la bayesiana es que mientras un estadístico clásico definiría los parámetros de un modelo como valores fijos, un estadístico bayesiano los definiría como variables aleatorias. Para definir un modelo, los métodos bayesianos utilizan una familia inicial de modelos paramétricos en los que los parámetros no se consideran constantes sino variables aleatorias. Por lo tanto, no solo convierten inmediatamente los modelos deterministas en modelos aleatorios, sino que también mejoran los modelos aleatorios. Por ejemplo, en la aplicación de los métodos bayesianos al modelo de Castillo y Canteli todos los parámetros del mismo (λ , δ , β , N₀ y $\Delta \sigma_0$) se estudiarán como variables aleatorias y, por lo tanto, no se tratará de obtener sus valores puntuales, sino que se buscará una distribución de probabilidad para el conjunto de ellos [2].

A continuación, se presentan las principales características de los métodos bayesianos y la forma de proceder para resolver un problema con estos métodos:

1.2.1 Distribución a priori

Los métodos bayesianos comienzan con una *distribución a priori*, que refleja el conocimiento inicial que el ingeniero tiene sobre los parámetros del modelo y su incertidumbre. Esta puede ser "no informativa", cuando no hay información sobre los parámetros o "informativa", cuando contiene conocimientos de experiencia previa.

Por ejemplo, si se define un modelo paramétrico con un vector de parámetros θ para representar una variable X, tomando x valores, como:

$$X \sim p\left(x|\theta\right). \tag{3}$$

Los parámetros θ de esta función serían aleatorios y tendrían una *función de distribución asociada definida a prori*:

$$\theta \sim p\left(\theta|\alpha\right) \tag{4}$$

donde α es un vector de parámetros de esta distribución, denominados hiperparámetros para distinguirlos de los parámetros del modelo inicial (θ). Esta distribución a priori puede ser discreta, continua o mixta, dependiendo del tipo de parámetros utilizados.

1.2.2 Distribución predictiva a priori

Basándonos en la descripción del modelo y en las funciones de distribución de los parámetros definidas a priori, es posible utilizar el modelo para hacer predicciones \tilde{x} :

$$p\left(\tilde{x}|\theta\right) = \int_{\theta} p\left(\tilde{X}|\theta\right) p(\theta|\alpha) d\theta$$
(5)

Es importante mencionar que este modelo solamente contiene la información proporcionada por el científico o ingeniero sobre su conocimiento de la variabilidad de los parámetros del modelo y, por lo tanto, no incluye ninguna información relativa a evidencias mostradas en resultados experimentales.

1.2.3 Distribución a posteriori

El conocimiento sobre los parámetros se complementa con muestras aleatorias, que producen una *distribución a posteriori* de los parámetros, incluidas las dos fuentes de conocimiento. De este modo, una vez obtenida una muestra de tamaño n proveniente de la población a modelizar

$$X = \left(x_1, x_2, \dots, x_n\right) \tag{6}$$

es posible mejorar las predicciones realizadas aplicando el método de máxima verosimilud, combinando la distribución a priori y la información suministrada por la muestra:

$$p(X|\theta) = L(X|\theta) \tag{7}$$

Con lo que obtenemos la *distribución a posteriori* de los parámetros mediante el teorema de Bayes expresado por la siguiente fórmula:

$$p(X|\theta,\alpha) = \frac{p(X|\theta)p(\theta|\alpha)}{p(X|\alpha)}$$
(8)

1.2.4 Distribución predictiva a posteriori

En los modelos bayesianos, no trabajamos con la familia inicial de distribuciones, sino con la distribución predictiva, una combinación lineal convexa, posiblemente infinita, de un conjunto de modelos de esta familia, cuyos pesos o coeficientes surgen de la distribución posterior, es decir, utilizamos una familia extendida de la familia de distribuciones seleccionada inicialmente.

Un aspecto importante a considerar en los modelos bayesianos es que los modelos resultantes son extensiones de la familia de modelos inicialmente asumida, porque al considerar las distribuciones de Dirac como distribuciones posteriores tenemos los modelos de la familia inicial. Esta extensión juega un papel importante en la práctica de la ingeniería real porque aporta una alta flexibilidad a los modelos, lo que permite obtener una mejor correlación entre los modelos teóricos y la realidad que intentamos modelar en los problemas de fatiga.

Esta *distribución predictiva a posteriori* se obtiene utilizando la distribución a posteriori obtenida anteriormente y puede ser considerada como un modelo bayesiano y una mezcla de los modelos básicos previos:

$$p\left(\tilde{x}|X,\alpha\right) = \int_{\theta} p\left(\tilde{X}|\theta\right) p\left(\theta|X,\alpha\right) d\theta \tag{9}$$

Esta función incluye tanto la información proporcionada a priori como las evidencias experimentales recogidas en la distribución a posteriori de los parámetros del modelo.

1.2.5. Ejemplo de aplicación

Se supone un modelo inicial mediante una variable aleatoria normal $N(\theta,1)$, en el que el parámetro θ es también aleatorio y sigue una distribución uniforme $\theta^{-}U(4,8)$ (ver Figura 2. Línea de puntos)

Tal y como se describió anteriormente, la distribución aleatoria inicial de los parámetros se denomina *distribución a priori* y los parámetros de esta serán los denominados *hiperparámetros*. Por lo tanto, la distribución a priori en este ejemplo sería la distribución uniforme, y los hiperparámetros serán 4 y 8.

Una vez definido el modelo y la *distribución a priori* $(\theta \sim U(4,8))$, es posible obtener la *distribución de predicción a priori* (ver Figura 2. Línea Azul):

$$p\left(\tilde{x}/4,8\right) = \int_{\theta} f_{U\left(4,8\right)}(\theta) f_{N\left(\theta,1\right)}(\tilde{x}) d\theta \tag{10}$$



Figura 2: ejemplo de modelo normal $N(\theta; 1)$ con una distribución uniforme a priori $\theta^{\sim}U(4; 8)$



Figura 3. Ilustración de la obtención de la distribución a posteriori mediante la actualización de la distribución a priori utilizando una muestra de datos

Posteriormente, se obtiene una muestra de tamaño n=10 (ver Figura 3. Puntos en el eje horizontal) y se mejora la distribución a priori, dando lugar a la *distribución a posteriori* (ver Figura 3. Línea de puntos) de los parámetros.

$$p\left(\theta|X, U(4,8)\right) \propto \prod_{i=1,10} f_{N(\theta,1)}(x_i) f_{U(4,8)}(\theta)$$
(11)

Finalmente, se obtiene la distribución predictiva a posteriori (ver Figura 3. Línea violeta), que puede ser considerada el modelo predictivo final:

$$p\left(\tilde{x}|X, U(4,8)\right) = \int_{\theta} f_{N(\theta,1)}(\tilde{x}) p(\theta|X, U(4,8)) d\theta \quad (12)$$

Como se observa, los métodos bayesianos consideran los parámetros (θ) como variables aleatorias y luego usan combinaciones convexas de la familia inicial de modelos. De hecho, la distribución que realmente asumimos al final del método es una distribución ponderada o mixta que se produce después de combinar la distribución a priori o posteriori con la familia inicial de distribuciones.

MODELO PROPUESTO

En este apartado se muestra la aplicación del método bayesiano al modelo de Castillo y Canteli (Ec. (2)), considerando los 5 parámetros del modelo como variables aleatorias. Para ello, se ha utilizado el software OpenBUGS que, dadas unas distribuciones a priori y una muestra de resultados experimentales, genera muestras de gran tamaño del modelo a posteriori. Esto significa que podemos obtener una gran muestra de cualquier estadístico que nos interese y posteriormente una muy buena aproximación a su distribución de probabilidad.

A continuación, se introduce la implementación del modelo en OpenBUGS en sus 2 variantes: texto de código en formato plano y programación gráfica.

2.1. Implementación del modelo mediante código en OpenBUGS

La Figura 4 muestra el código introducido en OpenBugs para definir el modelo de Castillo y Canteli a través de la función generalizada de extremos (GEV). Como se puede observar, el modelo incluye la definición de 4 variables auxiliares, que sirven para definir de manera más sencilla el modelo (línea 8 del código). Una vez definido el modelo, las variables del mismo (N₀, $\Delta\sigma_0$, β λ , δ) son definidas como variables aleatorias uniformes en un intervalo comprendido entre un valor mínimo y un valor máximo. Estos valores han sido establecidos de manera aproximada debido a su rango limitado en las vecindades de las estimaciones de parámetros clásicos del siguiente modo:

$$\begin{split} minlambda &= \lambda/3; \; maxlambda = 2 \; \lambda; \; minDelta = 0.8 \; \Delta 0; \\ maxDelta &= 1.2 \; \Delta 0; minbeta = \beta/1.5; \; maxbeta = 1.5 \; \beta; \\ mindelta &= \delta/2; \; maxdelta = 1.5 \; \delta; \; minN_0 = 0.7 \; N_0; \; maxN_0 = 1.5 \; N_0; \end{split}$$

447

(13)

donde los valores de N₀, $\Delta \sigma_0$, β , $\lambda \ y \ \delta$ utilizados para calcular estos intervalos son los obtenidos mediante la implementación del modelo de Castillo y Canteli en su versión clásica, utilizando ProFatigue por ejemplo.

La implementación anterior en OpenBUGS es un poco compleja, dado que la única distribución de valor extremo implementada en OpenBUGS es la generalizada de valores extremos para máximos y aquí necesitamos la de mínimos. Una alternativa consiste en utilizar el truco del modelo Poisson de unos/ceros como se muestra en la Figura 5.

2.2. Implementación del modelo mediante Graphic Doodle en OpenBUGS

OpenBUGS dispone de un entorno gráfico de programación denominado Graphic Doodle en el que es posible programar el código anterior de manera sencilla. La figura 6 muestra el diagrama de bloques del modelo. Como se puede observar, las distribuciones a priori de los 5 parámetros han sido definidas fuera del bucle del modelo al igual que en caso anterior. Finalmente, el modelo se ha introducido con la misma nomenclatura utilizada en la Figura 5 con el objetivo de facilitar la comparación entre ambos tipos de programación.

2.3. Ejecución del código en OpenBUGS y análisis de resultados proporcionados por el programa.

Una vez introducido el modelo en el programa es necesario definir los valores iniciales de las variables y los datos experimentales de vida a fatiga que van a ser ajustados por el modelo, dando lugar a las distribuciones a posteriori.

Finalmente, se define el número simulaciones para el proceso inicial (burn-in process) y para la muestra final, y se ejecuta el modelo. En este caso, se propone utilizar 1000 y 20.000 simulaciones respectivamente.

Una vez ejecutado el código, el programa proporciona un análisis de convergencia y las distribuciones a posteriori de los parámetros del modelo, las cuales son introducidas en la Ec. (12) para obtener la distribución predictiva a posteriori que permite obtener los percentiles de los percentiles de la probabilidad de fallo a fatiga.

EJEMPLO PRÁCTICO

Con el objetivo de ilustrar la aplicación del modelo y su implementación en OpenBUGS descrita en el apartado anterior, se han ajustado los datos experimentales de vida a fatiga realizados por Holmen [3].

En primer lugar se ha realizado el ajuste de los datos siguiendo el proceder clásico del modelo de Castillo y Canteli para obtener una aproximación inicial de los valores de los parámetros:

$$N_0 = 14958; \Delta \sigma_0 = 257, 881; \beta = 2, 97; \lambda = 0.34; \delta = 0, 56$$

```
model{
    for( i in 1 : M ) {
        aux1[i] <- log(Delta[i]) - log(Delta0)
        aux2[i] <- ( -lambda - delta) / aux1[i] - log(N0)
        aux3[i] <- delta / beta * aux1[i]
        aux4[i] <- ( -1) / beta
        logN[i] <- -log(N[i])
        logN[i] \sim dgev(aux2[i], aux3[i], aux4[i])
    }
    N0 \sim dunif(minN0, maxN0)
    Delta0 \sim dunif(minDelta, maxDelta)
    beta \sim dunif(minbeta, maxbeta)
    lambda \sim dunif(mindelta, maxdelta)
}
</pre>
```

Figura 4. Código de OpenBUGS para el modelo de Castillo y Canteli utilizando la función generalizada de extremos

```
model {
# Model and data
    C <- 100 # this just has to be large enough to ensure all phi[i]s > 0
    for(i in 1:M) {
        zzeros[i] ~dpois(phi[i])
        phi[i] <- -log(beta)+pow((x[i]-lambda)/delta,beta)</pre>
        -(beta-1)*log((x[i]-lambda)/delta)+log(delta)+C
        x[i]<-log(N[i]/N0)*log(deltasigma[i]/Delta0)
    3
# priors
    N0~dunif(minN0,maxN0)
    Delta0~dunif(minDelta,maxDelta)
    beta~dunif(minbeta.maxbeta)
    lambda~dunif(minlambda,maxlambda)
    delta~dunif(mindelta,maxdelta)
}
```

Figura 5. Código de OpenBUGS para el modelo de Castillo y Canteli utilizando el modelo de Poisson con ceros y unos.





Los cuales han sido utilizados para obtener los intervalos de las distribuciones uniformes a priori según las Ec. (13).

Posteriormente, se han introducido los datos en OpenBUGS y se han realizado las simulaciones para obtener las distribuciones a posteriori de los parámetros del modelo (ver figura 7).

Finalmente, las distribuciones a posteriori de los parámetros han sido utilizadas para obtener la distribución predictiva a posteriori del modelo, obteniendo los percentiles 0.01, 0.10, 0.50, 0.90 y 0.99 de los cuantiles 0.01, 0.10, 0.50, 0.90 y 0.99 de las curvas S-N (ver figura 8).

CONCLUSIONES

A continuación, se enumeran las principales conclusiones de este trabajo:

1. Los métodos MCMC (Markov Chain Monte Carlo) pueden ser muy útiles en la caracterización a fatiga. Aunque en este artículo no se han aplicado a métodos deterministas, estos podrían ser mejorados y convertidos fácilmente en modelos aleatorios.

2. Contrariamente a los métodos bayesianos estándar, que podrían usarse solo en casos muy especiales y simples, las técnicas MCMC, como OpenBUGS, se pueden aplicar a modelos mucho más complejos, lo que abre un sinfín de posibilidades que deberán ser exploradas en el futuro.

3. El uso de OpenBUGS abre la puerta a estas aplicaciones complejas al permitir obtener grandes muestras a posteriori de los parámetros del modelo y los modelos predictivos a posteriori, una vez que la información a priori se ha combinado con los datos experimentales.

4. Gracias a este nuevo enfoque, en lugar de trabajar con fórmulas cerradas en nuestros modelos, en el futuro trabajaremos con muestras a posteriori muy grandes de nuestros parámetros y las usaremos para derivar la distribución aproximada de cualquier variable que se pueda escribir en términos de estos parámetros.

5. Los métodos bayesianos en lugar de proporcionar estimaciones puntuales de las variables proporcionan muestras muy grandes de ellas que pueden interpretarse como funciones de densidad de los mismos, lo cual es mucho más que intervalos de confianza.



Figura 7. Distribuciones a posteriori de los parámetros del modelo ajustados para los datos de Homen



Figura 8. Percentiles 0.01, 0.10, 0.50, 0.90 y 0.99 de los cuantiles 0.01, 0.10, 0.50, 0.90 y 0.99 de las curvas S-N obtenidas para los datos de Holmen.

REFERENCIAS

- [1] E. Castillo, A. Fernández Canteli, A. Hadi, On fitting a fatigue model to data, International Journal of Fatigue 21 (1999) 97-106.
- [2] E. Castillo, R.E. Pruneda, Estadística Aplicada. Ed. Moralea (2001).
- [3] J. O. Holmen, Fatigue of concrete by constant and variable amplitude loading, Ph.D. thesis, University of Trondheim (1979)..

EFECTO DE LA EXCENTRICIDAD SOBRE EL FACTOR DE INTENSIDAD DE TENSIONES EN BARRAS FISURADAS CIRCUNFERENCIALMENTE SOMETIDAS A TRACCIÓN

B. González*, J.C. Matos, J. Toribio

GIFIE Grupo de Investigación en Fractura e Integridad Estructural, Universidad de Salamanca Campus Viriato, Avda. Requejo 33, 49022 Zamora, España * Correo-e: bgonzalez@usal.es

RESUMEN

En este artículo se ha obtenido el factor de intensidad de tensiones (FIT) para fisuras anulares externas situadas en barras sometidas a tracción, considerando que el ligamento resistente es circular y presenta cierta excentricidad respecto al eje axial del cilindro. El cálculo se ha realizado con el método de los elementos finitos (MEF) usando un modelo tridimensional (3D) y la integral *J*, siendo las variables de estudio el diámetro del ligamento circular y su excentricidad. Los resultados muestran que el FIT es mayor en el punto del frente de fisura de mayor profundidad y que el aumento de la excentricidad (respecto al eje de la barra) incrementa la diferencia entre los valores del FIT en los puntos del frente de fisura de mayor y de menor profundidad, lo que producirá una excentricidad cada vez mayor en el ligamento resistente al propagarse las fisuras por el mecanismo subcrítico de la fatiga.

PALABRAS CLAVE: Barra fisurada circunferencialmente, Excentricidad del ligamento circular, Método de los elementos finitos, Integral *J*, Factor de intensidad de tensiones

ABSTRACT

In this paper, the stress intensity factor (SIF) is computed in a circumferentially-cracked round bar (CCRB) subjected to tensile loading, considering that the resistant ligament is circular and exhibits certain eccentricity in relation to the cylinder axis. The computation was performed by means of the finite element method (FEM) using a three dimensional (3D) model and the *J*-integral, the analyzed variables being the diameter of the circular ligament and its eccentricity. Results show that the SIF is higher at the deepest point of the crack front and that an increase of ligament eccentricity (in relation to the bar axis) raise the difference between the SIF values at the deepest and shallowest points of the crack front, thus leading to the existence of a eccentricity in the resistant ligament that increases as the crack grows by the subcritical mechanism of fatigue.

KEYWORDS: Circumferentially-cracked round bar, Eccentricity of circular ligament, Finite element method, *J*-integral, Stress intensity factor

1. INTRODUCCIÓN

Las probetas cilíndricas con fisuras anulares presentan numerosas ventajas frente a las estándar recomendadas por la norma ASTM E399 [1]: (i) son sencillas de mecanizar y por tanto más baratas; (ii) necesitan menos material, ya que la geometría circular de la probeta (independientemente del tamaño) produce deformación plana a causa del constreñimiento; (iii) la fisura anular no acaba en una región de tensión plana.

Estas probetas también presentan inconvenientes, cómo es la aparición, con frecuencia, de avance asimétrico de la fisura [2], haciendo que el ligamento evidencie excentricidad respecto al eje de la barra. Esto puede deberse a ligeras asimetrías en la probeta, mordazas o máquina de ensayo, propiedades no uniformes en el material [3], presencia de tensiones residuales, etc. Diversas ecuaciones aparecen publicadas en la literatura científica para el cálculo del factor de intensidad de tensiones FIT en barras cilíndricas fisuradas de forma circunferencial sometidas a carga de tracción axial, tanto para fisuras simétricas [4-6] como para fisuras asimétricas [3,7], donde la excentricidad del ligamento produce tensiones adicionales de flexión.

Probetas cilíndricas con fisuras anulares han sido utilizadas con éxito para obtener la tenacidad de fractura de diversos materiales [2,3,8,9], donde la aparición de excentricidad aumenta la dispersión en la medida [3]. Fenómenos de propagación de fisuras por fatiga [9] y de fisuración por corrosión bajo tensión CBT también han sido caracterizados a través de ensayos con estas probetas [10]. En fatiga, el aumento del grado de desalineación (angular o concéntrico) de la probeta, y en general de la excentricidad del ligamento, produce que se incremente su valor durante la propagación y el tiempo para la situación crítica se reduzca [11,12], pudiendo considerarse el problema como inestable [13].

2. MODELIZACIÓN NUMÉRICA

Se ha utilizado el método de los elementos finitos MEF (programa MSC Marc) para obtener el FIT en probetas cilíndricas, con una fisura anular externa asimétrica, sometidas a una solicitación de tracción axial. El ligamento resistente, caracterizado como un círculo, presenta desalineación respecto al eje de la barra, de modo que se modelizó un cuarto del problema (figura 1) con las condiciones de contorno adecuadas.



Figura 1. Malla 3D de la barra con una fisura anular asimétrica.

Se emplearon elementos hexaédricos isoparamétricos de 20 nodos en la malla de la barra. Además, para simular la singularidad en el extremo de fisura, en el primer arco alrededor del frente de fisura se usaron elementos singulares moviéndose los nodos más próximos a la punta de fisura desde la posición 1/2 a 1/4 (figura 2). Se realizó un análisis de sensibilidad al tamaño de la malla.



Figura 2. Detalle de la malla en el extremo de fisura.

El FIT en modo I (apertura) $K_{\rm I}$ se calculó con la integral de contorno J mediante la siguiente ecuación (ya que existe deformación plana),

$$K_1 = \sqrt{\frac{EJ}{1 - \nu^2}} \tag{1}$$

donde E es el módulo de Young del material y v el coeficiente de Poisson.

La geometría de la barra fisurada se caracterizó a través de los parámetros geométricos: diámetro de la barra D, profundidad máxima de fisura a_{max} , profundidad mínima de fisura a_{min} , diámetro del ligamento d,

$$d = D - a_{\max} - a_{\min} \tag{2}$$

y excentricidad ε ,

$$\varepsilon = \frac{a_{\max} - a_{\min}}{2} \tag{3}$$

El punto A del frente de fisura se corresponde con el de máxima profundidad de fisura y el punto B con el de mínima profundidad de fisura (figura 3).



Figura 3. Superficie fisurada.

3. RESULTADOS NUMÉRICOS

Cuando se aplica una tensión σ en los extremos de la barra los valores del FIT resultan independientes de su longitud. Las figuras 4 a 6 muestran el FIT adimensional $K_{\rm I}/\sigma(\pi D)^{1/2}$ a lo largo del frente de la fisura para $d/D = \{0.4, 0.5, 0.6\}$ y para ε/D desde 0 (caso simétrico) hasta (0.5(1-d/D)-0.1) en incrementos de 0.025.

Geometrías cilíndricas con fisuras anulares simétricas sometidas a solicitaciones de tracción presentan un aumento del FIT con la disminución del diámetro d del ligamento, estando los resultados obtenidos de acuerdo con los de otros autores [4-6].

Para fisuras asimétricas, la presencia de excentricidad en el ligamento produce que el FIT varíe a lo largo del frente de fisura, aumentando desde el punto de mínima profundidad (B) hasta el de máxima (A). La mitad del frente de fisura (la más próxima al punto de máxima profundidad de fisura) presenta valores del FIT mayores a los del mismo ligamento sin excentricidad y la otra mitad (la más próxima al punto de mínima profundidad de fisura) menores. De modo que el punto del frente de fisura de ángulo 90° muestra el mismo FIT que el del ligamento de igual diámetro sin excentricidad.

La disminución de diámetro del ligamento y el aumento de su excentricidad incrementan la diferencia entre FITs a lo largo del frente de fisura, lo que conducirá a la aparición de una excentricidad cada vez mayor en el ligamento al propagarse estas fisuras por fatiga en aire o por corrosión-fatiga.

Para un diámetro del ligamento dado, a partir de cierto valor de excentricidad (menor con la disminución del ligamento) el FIT en el punto B vale cero (la fisura no se abre en dicho punto) y la longitud del frente de fisura cuyo FIT = 0 aumenta con la excentricidad.



Figura 4. FIT a lo largo del frente de fisura, d/D=0.4y ε/D desde 0 hasta 0.200 en incrementos de 0.025.



Figura 5. FIT a lo largo del frente de fisura, d/D=0.5y ε/D desde 0 hasta 0.150 en incrementos de 0.025.



Figura 6. FIT a lo largo del frente de fisura, d/D=0.6y ε/D desde 0 hasta 0.100 en incrementos de 0.025.

4. DISCUSIÓN

Para la barra con un ligamento de diámetro d/D=0.4 y distintas excentricidades se muestra en la figura 7 la evolución de la tensión σ_{zz} (componente normal en la dirección axial del tensor de tensiones) y en la figura 8 el perfil inicial de la barra (en negro), el deformado y sobre éste el desplazamiento en dirección axial u_z .



Figura 7. Tensión σ_{zz}: (a) caso simétrico;
(b) asimétrico sin contacto; (c) asimétrico y contacto parcial; (d) asimétrico y contacto total.



Figura 8. Desplazamiento u_z: (a) caso simétrico;
(b) asimétrico sin contacto; (c) asimétrico y contacto parcial; (d) asimétrico y contacto total.

La tensión de tracción aplicada en el extremo de la barra produce tensiones de flexión, debidas a la excentricidad del ligamento, que provocarán que la probeta gire aumentando la apertura en la zona del frente de fisura próxima a la máxima profundidad y disminuyéndola en la cercana a la menor profundidad (figura 8). Así, la componente σ_{zz} del tensor de tensiones aumenta con la excentricidad en la región del frente de fisura próxima al punto A al tiempo que disminuye en la zona próxima al punto B. A partir de cierto valor de la excentricidad la tensión σ_{zz} es de compresión en la superficie de fisura en contacto con la superficie de la probeta más próxima al punto B (figura 7c), y esta región no se separa de la otra mitad de la probeta (figura 8c). Al incrementarse la excentricidad las tensiones compresivas ya alcanzan al punto B (figura 7d) y no se abrirá la fisura en dicho punto del frente (figura 8d).

5. CONCLUSIONES

Las siguientes conclusiones han sido obtenidas acerca del efecto de la excentricidad sobre el FIT en barras fisuradas circunferencialmente sometidas a tracción:

(i) Al aumentar la excentricidad del ligamento se incrementa la diferencia entre los valores del FIT a lo largo del frente de fisura, de forma más acusada al disminuir el diámetro del ligamento.

(ii) El punto del frente de fisura correspondiente a la longitud media entre los puntos de máxima y mínima profundidad tiene aproximadamente el mismo FIT que el del ligamento simétrico de igual diámetro.

(iii) La flexión producida por la asimetría del problema produce el giro de la probeta y tensiones compresivas en la región próxima al punto de menor profundidad que se incrementan (en extensión y valor) con la excentricidad.

(iv) A partir de cierta excentricidad del ligamento (de menor valor con la disminución de su diámetro) la fisura no se abre en el punto de menor profundidad y su factor de intensidad de tensiones vale cero.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer el apoyo económico de las siguientes instituciones: MICYT (MAT2002-01831), MEC (BIA2005-08965), MICINN (BIA2008-06810 y BIA2011-27870), JCyL (SA111A07, SA039A08 y SA132G18) y Fundación Memoria de D. Samuel Solórzano Barruso (2018/00027/001).

REFERENCIAS

- [1] Standard Test Method for Linear-Elastic Plane-Strain Fracture Toughness K_{Ic} of Metallic Materials (ASTM E399). ASTM International, United States, 2012.
- [2] H.L. Stark, R.N. Ibrahim. Estimating fracture toughness from small specimens. Engineering Fracture Mechanics (1986) 25: 395-401.

- [3] R.N. Ibrahim, A. Kotousov. Eccentricity correction for the evaluation of fracture toughness from cylindrical notched test small specimens. Engineering Fracture Mechanics (1999) 64: 49-58.
- [4] J.P. Benthem, W.T. Koiter. Asymptotic approximations to crack problems, in: Method of Analysis and Solutions of Crack Problems, pp. 131-178. Noordhoft International Publishing, Croningen, G.C. Sih (Ed.), 1973.
- [5] T.G.F. Gray. Convenient closed form stress intensity factors for common crack configurations, International Journal of Fracture (1977) 13: 65-75.
- [6] G.E. Dieter. Mechanical Metallurgy (SI edition). McGraw-Hill, Singapore, 1988.
- [7] C. Mattheck, P. Morawietz, D. Munz. Stress intensity factors of sickle-shaped cracks in cylindrical bars. International Journal of Fatigue (1985) 7: 45-47.
- [8] R.N. Ibrahim, H.L. Stark. Establishing K_{1c} from eccentrically fatigue cracked small circumferentially grooved cylindrical specimens. International Journal of Fracture (1990) 44: 179-188.
- [9] V.L. Neelakantha, T. Jayaraju, P. Naik, D. Kumar, C.R. Rajashekar, Mohankumar. Determination of fracture toughness and fatigue crack growth rate using circumferentially cracked round bar specimens of Al2014T651. Aerospace Science and Technology (2015) 47: 92-97.
- [10] R. Rihan, R.K. Singh Raman, R.N. Ibrahim. Determination of crack growth rate and threshold for caustic cracking (K_{Iscc}) of a cast iron using small circumferential notched tensile (CNT) specimens. Materials Science and Engineering A (2006) 425: 272-277.
- [11] Y. Zhao, I. Kim, B.-H. Choi, J.-M. Lee. Variation of the fatigue lifetime with the initial notch geometry of circular notched bar specimens. International Journal of Fracture (2011) 167: 127-134.
- [12] I. Kim, Y. Zhao, B.-H. Choi, J.M. Lee, K.-S. Lee, J.-M. Lee. Numerical analysis of asymmetric fatigue crack growth behaviors of circular notched bar specimen resulting from various geometric misalignments. Engineering Fracture Mechanics (2013) 108: 50-64.
- [13] M. Yngvesson. Eccentric circumferential cracks in cylindrical specimens. International Journal of Fracture (2000) 102: L9-L14.

COMPORTAMIENTO PLÁSTICO DE MATERIALES ORTÓTROPOS

C. Madrigal¹, J. Muñuzuri²

¹Dpto. Ing. Mecánica y Fabricación, Escuela Técnica Superior de Ingeniería. Universidad de Sevilla. Avda. Camino de los Descubrimientos, s/n. 41092. Sevilla. E-mail: cmadrigal@us.es ²Dpto. Organización Industrial y Gestión de Empresas II, Escuela Técnica Superior de Ingeniería. Universidad de

Sevilla. Avda. Camino de los Descubrimientos, s/n. 41092. Sevilla.

RESUMEN

El Método de las Deformaciones Locales es habitualmente utilizado en la industria para calcular la vida de componentes sometidos a cargas de fatiga de bajo número de ciclos. Sin embargo, su aplicación está limitada a cargas uniaxiales. La extensión del método al caso general de cargas multiaxiales, requiere la generalización de las ecuaciones de flujo plástico al caso multiaxial. Este trabajo se basa en un modelo de plasticidad que reproduce el comportamiento plástico estabilizado de metales sometidos a cargas multiaxiales, incorporando todos los ingredientes del Método de las Deformaciones Locales, como curvas cíclicas, ciclos de histéresis o efecto memoria. El modelo está basado en la idea de distancia en el espacio de tensiones, que se calcula a través un tensor métrico. Este tensor está caracterizado por dos constantes para materiales isótropos. Para un material ortótropo, las constantes independientes a determinar son 6. Este trabajo describe un procedimiento basado en un algoritmo de optimización por enjambre de partículas para el ajuste de las mismas. Este procedimiento es aplicado para hallar las constantes de la métrica de la aleación de Magnesio AZ31.

ABSTRACT

In the low cycle fatigue regime, the Local Strain Approach is commonly used in industry to effect fatigue life predictions. However, it is limited to the uniaxial loading case. The first step in the extension of this methodology to the multiaxial case requires the generalization of the plasticity flow equations. This work describes a constitutive model that reproduces the behaviour of stabilized metals subjected to multiaxial cyclic loads. It also incorporates all the common ingredients of the Local Strain Approach, such as cyclic curves, hysteresis loops and memory effect. The model is based on the idea of distance in the stress space, which is calculated with a metric tensor. For isotropic materials, only two constants are needed to characterise this tensor. For orthotropic materials, the number of parameters increases to 6. This work describes a procedure based on particle swarm optimization to adjust these constant from experimental data. This technic is applied to adjust the metric tensor for magnesium alloy AZ31.

PALABRAS CLAVE: Plasticidad cíclica, Anisotropía, optimización por enjambre de partículas, Método de las Deformaciones Locales.

1 INTRODUCCIÓN

El Método de las Deformaciones Locales es ampliamente utilizado en la industria para el cálculo de vida a fatiga a bajo número de ciclos [1–3]. Su gran limitación es la restricción de que las cargas sean uniaxiales.

Una propuesta para generalizar este método ha sido presentada en trabajos anteriores [4–9]. Estos trabajos se centran en el desarrollo de un modelo de plasticidad para cargas multiaxiales, que permita emplear los conceptos de curva cíclica, ciclo de histéresis, efecto memoria, etc. para cargas proporcionales y no proporcionales. Una gran ventaja de este modelo es su capacidad para simular el comportamiento bajo este tipo de cargas a partir de las curvas de comportamiento cíclico halladas de ensayos uniaxiales, lo que lo hace fácilmente aplicable en la industria. El modelo antes mencionado, está basado en la idea de distancia en el espacio de tensiones, es decir, la plastificación ocurre cuando la distancia entre el punto que representa el estado de carga en el espacio tensorial de tensiones, se aleja suficientemente del punto de referencia desde donde se mide dicha distancia. Para medir esta distancia se define una métrica, característica de cada material. Para materiales isótropos, esta métrica está definida por tan sólo una constante, que se puede ajustar fácilmente a partir de dos ensayos uniaxiales, de tracción y torsión, por ejemplo. Para un material anisótropo la métrica se complica enormemente, por lo que este estudio sólo abarca materiales ortótropos, que están definidos por seis constantes independientes.

Para el ajuste de estas seis constantes, que, como se verá más adelante serán reducidas a cuatro, se ha recurrido a la implementación de dos algoritmos de optimización, el primero de ellos es un algoritmo de Montecarlo de mejora continua y un segundo de optimización por enjambre de partículas (conocida por sus siglas en inglés, PSO, de particle swarm optimization). La literatura científica muestra múltiples aplicaciones de PSO al ajuste de curvas de comportamiento y funciones físicas de comportamiento multivariable. A modo de ejemplo, Gálvez *et al.* [10] utilizan el procedimiento para optimizar la ubicación de nodos en el ajuste de B-splines, y Adi *et al.* [11] lo emplean para el caso de B-splines racionales no uniformes (curvas NURBS). La extensa revisión de Poli [12] describe múltiples ámbitos de aplicación de PSO, desde el diseño de antenas [13], las finanzas o la investigación biomédica, pero no identifica ningún caso de ajuste de leyes de comportamiento de materiales.

Estos algoritmos han sido aplicados al ajuste de las constantes de la métrica de la aleación de Magnesio AZ31, que tiene un comportamiento complejo, con ciclos de histéresis asimétricos [14].

2 MODELO

A continuación se incluye un breve repaso de las características más importantes del modelo, necesario para introducir el presente trabajo. Una explicación más extensa y general del modelo puede encontrarse en [4–9].

El primer elemento de un modelo de plasticidad cíclica es precisamente el criterio de fluencia, que establece el comienzo de la plastificación. La propuesta de este modelo consiste en considerar que la plastificación ocurre cuando la distancia del punto que describe el estado tensional en el espacio de tensiones alcanza un determinado valor. Sin pérdida de generalidad, vamos a centrarnos aquí en la primera plastificación, antes de que la carga comience a ciclar.

En este supuesto, el estado tensional del material estará representado por el origen de coordenadas del espacio de tensiones, que puede considerarse un espacio vectorial si se considera el tensor de tensiones como un vector de nueve componentes (o seis si se tiene en cuenta la simetría del tensor). A medida que el material es sometido a una carga, el punto que representa el estado tensional se moverá en dicho espacio. El modelo establece que la plastificación ocurre cuando la distancia del punto que representa al estado tensional en cada momento con respecto al origen alcanza un determinado valor umbral. Esta distancia, o lo que es lo mismo, la longitud del vector tensión, podría medirse con la norma del máximo o con una más habitual norma euclidiana. Puede demostrarse que al considerar estos dos tipos de normas se obtienen los criterios de Tresca y von Mises [6].

Parece por tanto razonable establecer una forma de medir esta longitud de forma más general mediante una métrica generalizada de forma que el módulo del vector tensión σ viene dado por

$$Q^2 = \left|\boldsymbol{\sigma}\right|^2 = g_{ij}\sigma^i\sigma^j \tag{1}$$

donde se usa el convenio de suma de Einstein, g_{ij} son las componentes del tensor métrico del espacio y σ^i las componentes del vector tensión σ .

El vector tensión σ es simplemente el tensor de tensiones escrito en forma de vector columna, según el siguiente convenio de ordenación de componentes

$$\begin{array}{ll}
1 - \sigma_x & 2 - \sigma_y & 3 - \sigma_z \\
4 - \tau_{xy} & 5 - \tau_{yx} \\
6 - \tau_{yz} & 7 - \tau_{zy} \\
8 - \tau_{zx} & 9 - \tau_{xz}
\end{array}$$
(2)

De acuerdo con todo lo anterior y llamando k al valor umbral característico de cada material, el criterio de fluencia queda

$$Q = |\boldsymbol{\sigma}| = \sqrt{g_{ij}\sigma^i\sigma^j} = k \tag{3}$$

El valor de k puede evolucionar en función del endurecimiento acumulado, pudiéndose así incluir los modelos clásicos de endurecimiento isotrópico o cinemático o cualquier otro más general que se ajuste al material en cuestión.

Los coeficientes de la métrica deben ser obtenidos experimentalmente. Esto puede resultar una difícil tarea para materiales de comportamiento muy complejo, ya que el número de parámetros a determinar es muy elevado. Sin embargo, para materiales con comportamientos más sencillos, el número de parámetros independientes se reduce drásticamente.

En el caso de un material isótropo, se puede invocar el Teorema de Representación de funciones tensoriales lineales isótropas [15] para establecer que de las 81 constantes g_{ij} sólo hay dos distintas de cero y además el tensor tiene la siguiente estructura [8]

Dado que las tensiones hidrostáticas no contribuyen a la plastificación, dos tensores que tan sólo difieren en la

parte hidrostática deben tener la misma longitud medida según la ecuación (1). Esta evidencia proporciona una relación adicional entre las constantes g_{σ} y g_{τ} y por tanto el número de parámetros que deben ajustarse experimentalmente se reduce a tan sólo uno.

Puede demostrarse que la métrica así obtenida coincide exactamente con la de von Mises. Sin embargo, dado que hay materiales que se ajustan mejor a otras métricas, como la de Tresca, se puede optar por emplear la métrica definida con dos constantes, según la ecuación (4), de forma que el material se modela con el supuesto de cuasiisotropía. La relación entre estos dos parámetros se ajusta pues experimentalmente.

Sin embargo, incluso materiales inicialmente isótropos pueden alcanzar cierto grado de anisotropía debido a un proceso de producción que conlleve una severa deformación plástica. En general, para recoger el comportamiento de materiales anisótropos se necesitan 21 constantes [16], estando acopladas las componentes normales y tangenciales. Por simplicidad, consideraremos exclusivamente materiales ortótropos, es decir, con tres planos de simetría ortogonales en cada punto, por lo que las componentes tangenciales también están desacopladas. Con esta hipótesis, el número de parámetros distintos de cero son tan sólo nueve. Si además se tiene en cuenta que las tensiones hidrostáticas no producen plastificación, el número de constantes se reduce a seis y la estructura del tensor métrico se transforma en

$$[g_{ij}] = \begin{bmatrix} G+H -H & -G & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -H & H+F & -F & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -G & -F & G+F & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & L/2 & L/2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & M/2 & M/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M/2 & M/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M/2 & M/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N/2 & N/2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N/2 & N/2 \end{bmatrix}$$

$$(5)$$

Con esta métrica introducida en la ecuación (1), el criterio de plastificación obtenido coincide con el clásico criterio cuadrático de Hill [17].

Una última simplificación podría consistir en suponer igual comportamiento tangencial en las tres direcciones. En este caso habría sólo cuatro constantes independientes que deben ser ajustadas experimentalmente, reduciendo considerablemente la complejidad del problema. La métrica para estos materiales cuasi-ortótropos sería

$$[g_{ij}] = \begin{bmatrix} G+H & -H & -G & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -H & H+F & -F & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -G & -F & G+F & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & L/2 & L/2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & L/2 & L/2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L/2 & L/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L/2 & L/2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L/2 & L/2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L/2 & L/2 \end{bmatrix}$$

$$(6)$$

3 AJUSTE DE LAS CONSTANTES DE LA MÉTRICA

Las constantes de la métrica pueden ajustarse de una forma sencilla para materiales cuasi-isótropos a partir de dos ensayos uniaxiales: uno de tracción pura y otro de torsión pura [8, 18]. En este tipo de materiales, las curvas obtenidas de ambos ensayos uniaxiales deben coincidir si se representan en unos ejes determinados ya que la relación entre la tensión normal σ y la deformación normal plástica $\varepsilon^{\rm p}$ en un ensayo de tracción es la misma que entre la tensión tangencial $\tau \sqrt{2\kappa}$ en un ensayo de torsión y $\gamma^{\rm p}/\sqrt{2\kappa}$, siendo $\gamma^{\rm p}$ la deformación tangencial plástica y $\kappa = g_{\tau}/g_{\sigma}$.

Este resultado proporciona una sencilla metodología para el ajuste de las dos constantes, consistente en representar las curvas obtenidas de ambos ensayos uniaxiales en los mismos ejes escalados de la siguiente forma: para el ensayo de tracción se representará σ frente $\varepsilon^{\rm p}$ mientras que para el ensayo de torsión se deberá representar $\tau\sqrt{2\kappa}$ frente a $\gamma^{\rm p}\sqrt{2\kappa}$ para distintos valores de κ . El valor de κ que maximiza la correlación entre ambas curvas es el ajuste óptimo. Esto proporciona una relación entre g_{σ} y g_{τ} . El valor concreto de ambas constantes puede seleccionarse arbitrariamente ya que tan sólo influye en el valor de Q.

Esta metodología puede extenderse al caso ortótropo. Para ello hay que tener en cuenta que en un ensayo uniaxial, tanto de tracción como de torsión, se cumple lo siguiente

$$|\boldsymbol{\varepsilon}^{\mathbf{p}}| = F(|\boldsymbol{\sigma}|) \tag{7}$$

Para un ensayo de tracción de un material cuasi-ortótropo es fácil obtener mediante las ecuaciones (1) y (6) el valor del módulo del vector tensión

$$|\boldsymbol{\sigma}| = \sigma \sqrt{H + G} \tag{8}$$

mientras que para un ensayo de torsión, se tendría

$$\boldsymbol{\sigma}| = \tau \sqrt{2L} \tag{9}$$

Para el cálculo del módulo del vector deformación, habría que tener en cuenta que las deformaciones se expresan en

componentes covariantes y recurrir a la formulación dual del problema [6]. Para este tipo de componentes y para un material cuasi-ortótropo, el módulo del vector se calcula con la siguiente fórmula

$$|\varepsilon^{\mathbf{p}}|^{2} = \frac{(\varepsilon_{1}^{\mathbf{p}})^{2}}{H + G + \frac{HG}{F}} + \frac{(\varepsilon_{2}^{\mathbf{p}})^{2}}{F + H + \frac{FH}{G}} + \frac{(\varepsilon_{3}^{\mathbf{p}})^{2}}{G + F + \frac{GF}{H}} + \frac{(\gamma_{4}^{\mathbf{p}})^{2}}{2L} + \frac{(\gamma_{6}^{\mathbf{p}})^{2}}{2L} + \frac{(\gamma_{8}^{\mathbf{p}})^{2}}{2L}$$
(10)

donde se ha introducido la deformación ingenieril $\gamma = 2\varepsilon$.

Con esto el módulo de la deformación plástica en un ensayo de tracción para un material cuasi-isótropo viene dado por

$$|\varepsilon^{\mathbf{p}}|^{2} = \frac{(\varepsilon^{\mathbf{p}})^{2}}{H + G + \frac{HG}{F}} + \frac{1}{4} \frac{(\varepsilon^{\mathbf{p}})^{2}}{F + H + \frac{FH}{G}} + \frac{1}{4} \frac{(\varepsilon^{\mathbf{p}})^{2}}{G + F + \frac{GF}{H}}$$
(11)

mientras que para un ensayo de torsión la expresión es más sencilla

$$|\varepsilon^{\mathbf{p}}|^2 = \frac{(\gamma^{\mathbf{p}})^2}{2L} \tag{12}$$

Por analogía con el caso de materiales cuasi-isótropos, se deduce de estos resultados que si se representa la curva obtenida del ensayo de tracción, en los ejes $\sigma\sqrt{H+G}$ frente a ε^p/\sqrt{A} junto a la curva obtenida del ensayo de torsión escalada $\tau\sqrt{2L}$ frente a $\gamma^p/\sqrt{2L}$ donde

$$A = \left(\frac{1}{H+G+\frac{HG}{F}} + \frac{1}{4}\frac{1}{F+H+\frac{FH}{G}} + \frac{1}{4}\frac{1}{G+F+\frac{GF}{H}}\right)^{-1}$$
(13)

ambas curvas deben coincidir si los parámetros se ajustan adecuadamente.

4 ALGORITMOS DE OPTIMIZACIÓN

Como se ha visto en el epígrafe anterior, en el ajuste de las curvas experimentales de tracción y torsión están implicados los cuatro parámetros a determinar. Esto hace inviable el ajuste manual de los mismos, por lo que se ha llevado a cabo la implementación de dos algoritmos de optimización. Se trata de un algoritmo de optimización por enjambre de partículas (conocida por sus siglas en inglés, PSO, de particle swarm optimization), contrastado con uno más sencillo de Montecarlo. Ambos algoritmos buscan la optimización de una función objetivo, en este caso la minimización de la diferencia entre las curvas, mediante la mejora continua de los parámetros que la gobiernan, en el caso del primero, o de forma aleatoria, en el Montecarlo. La técnica de optimización por enjambre de partículas es un procedimiento metaheurístico que asocia las soluciones candidatas para un problema de optimización a un enjambre de partículas que se desplazan a través del espacio de soluciones describiendo trayectorias que dependen de la historia de cada partícula y de la del resto del enjambre [19]. Expresado matemáticamente, en cada iteración una partícula se desplaza de un punto a otro del espacio de soluciones de acuerdo con la siguiente ley:

$$x_i^{t+1} = x_i^t + v_i^{t+1} \tag{14}$$

donde x_i^t es la posición de la partícula *i* en la iteración *t*, definida como un vector de coordenadas que identifican un punto del espacio de soluciones, y v_i^{t+1} es la velocidad de la partícula en la iteración t + 1, que viene definida de la siguiente manera:

$$v_i^{t+1} = v_i^t + \phi_1 U_1^t (pb_i^t - x_i^t) + \phi_2 U_2^t (gb_i^t - x_i^t)$$
(15)

En esta expresión, el primer sumando es la inercia de la partícula, el segundo define su influencia personal y el tercero su influencia social. Así, pb_i^t (personal best) son las coordenadas del mejor punto por el que ha pasado la partícula *i* en su historia, mientras que gb_i^t (global best) es el mejor punto por el que ha pasado cualquier partícula del enjambre. Los términos ϕ_1 y ϕ_2 son pesos, y U_1^t y U_2^t son matrices diagonales de números aleatorios entre 0 y 1 que incorporan el componente estocástico al desplazamiento de la partícula.

5 RESULTADOS

La metodología descrita en el epígrafe anterior se ha aplicado al ajuste de las constantes de la métrica de la aleación de magnesio AZ31-B, gracias a los datos experimentales obtenidos por Anes et al. [14]. Este material presenta un complejo comportamiento cíclico debido a la asimetría de sus ciclos de histéresis. Los ensayos de tracción y torsión necesarios para el ajuste de la métrica, fueron realizados bajo control en deformación cíclica senoidal a régimen de R=-1. Las deformaciones fueron medidas con un extensómetro biaxial. En la Fig. 1 se muestran los resultados de dos ensayos cíclicos de tracción y torsión respectivamente. Estos ensayos son de tipo escalón (step test), empleados para hallar la curva cíclica completa con un solo ensayo. En la figura se muestran tanto los lazos de subida como los de bajada, es decir, ambas ramas de los lazos de histéresis si bien los de bajada han sido girados y todos han sido desplazados para que los puntos de partida coincidieran con el origen de coordenadas. De esta forma se puede apreciar el complejo comportamiento de este material, puesto de manifiesto por la gran disimilitud de las curvas obtenidas.



Figura 1. Comparación de los resultados de los ensayos cíclicos de escalón de tracción y compresión.

Según el procedimiento mostrado en este trabajo, las curvas anteriores deberían coincidir si se escalan los ejes adecuadamente. La Fig. 2 muestra el mejor ajuste conseguido utilizando una métrica cuasi-ortótropa definida según la ecuación (6). En la figura se representa el módulo del vector tensión, calculado según las ecuaciones (8) y (9), frente al módulo de la deformación plástica, obtenido mediante las ecuaciones (11) y (12) para el ensayo de tracción y de torsión cíclicas respectivamente.



Figura 2. Ajuste de las curvas de la Fig. 1 mediante la métrica cuasi-ortótropa dada por la ecuación (6).

Puede observarse en la figura que con esta métrica no se ha conseguido un ajuste razonable de los datos experimentales. Esto es debido a la imposición de que los coeficientes permanezcan constantes. Por este motivo, se realizó una nueva simulación permitiendo la variación de los parámetros en función de la deformación plástica. Tomando como punto de partida el modelo de comportamiento de este material propuesto por los autores del estudio experimental [14], se eligió un modelo polinómico de tercer grado. Las variables dependen ahora de la deformación plástica máxima alcanzada en el ciclo de la siguiente forma:

$$H = P1 + P2\varepsilon^{p} + P3(\varepsilon^{p})^{2} + P4(\varepsilon^{p})^{3}$$

$$G = P5 + P6\varepsilon^{p} + P7(\varepsilon^{p})^{2} + P8(\varepsilon^{p})^{3}$$

$$F = P9 + P10\varepsilon^{p} + P11(\varepsilon^{p})^{2} + P12(\varepsilon^{p})^{3}$$

$$L = P11 + P12\gamma^{p}$$
(16)

Esto implica un mayor número de parámetros a ajustar, 12 en este caso, pero permite un mejor ajuste, como muestra la Fig. 3. La función objetivo empleada en la implementación de estos algoritmos es un aspecto fundamental para conseguir un buen ajuste y a la vez nada trivial. Los presentes resultados han sido obtenidos mediante la definición de una de las curvas como referencia para minimizar la distancia vertical y horizontal de las restantes a la misma. Como se ha mencionado anteriormente todos los parámetros que multiplican las curvas representadas dependen de la amplitud de la deformación plástica máxima alcanzada en el ciclo correspondiente salvo por una excepción, las curvas de compresión, que dependen de la deformación plástica instantánea. Esta diferencia de comportamiento podría explicarse por los distintos mecanismos de fluencia que se dan lugar en el material bajo este tipo de solicitación. En cualquier caso, el ajuste obtenido con esta metodología mejora notablemente los resultados anteriores.



Figura 3. Ajuste de las curvas de la Fig. 1 mediante la métrica cuasi-ortótropa dada por la ecuación (6) cuyos parámetros varían según la ecuación (16).

6 CONCLUSIONES

En este trabajo se ha presentado un modelo de plasticidad cíclica diseñado para extender el Método de las Deformaciones Locales al caso multiaxial. En particular, se ha estudiado la forma de la métrica característica de materiales ortótropos y se ha desarrollado una metodología para el ajuste de los parámetros de la misma. Esta metodología, basada en algoritmos de optimización, ha sido empleada para el ajuste del comportamiento de la aleación de magnesio AZ31, obteniéndose un ajuste razonablemente bueno. Esta técnica presenta además varias ventajas entre las que destaca su rapidez y la posibilidad de incluir múltiples parámetros para caracterizar comportamientos complejos, como el que presenta la aleación de magnesio analizada.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer la financiación recibida del Ministerio de Ciencia, Innovación y Universidades de España a través del proyecto DPI2017-84788-P.

REFERENCIAS

- R. M. Wetzel, "Fatigue under complex loading: Analyses and experiments," in *Advances in Engineering* (A. in Engineering, ed.), Society of Automotive Engineers, 1977.
- [2] N. E. Dowling, *Mechanical behavior of materials*. Engineering Methods for Deformation, Fracture, and Fatigue. Prentice-Hall, 1993.
- [3] J. A. Bannantine, J. J. Comer, and J. Handrock, *Fun*damentals of Metals Fatigue Analysis. Prentice-Hall, Inc., 1990.
- [4] A. Navarro, J. M. Giráldez, and C. Vallellano, "A constitutive model for elastoplastic deformation under variable amplitude multiaxial cyclic loading," *International Journal of Fatigue*, vol. 27, pp. 838– 846, 2005.
- [5] A. Navarro and C. Madrigal, "Ecuaciones de flujo plástico para el Método de las Deformaciones Locales con carga multiaxial," *Anales de Mecánica de la Fractura*, vol. 26-II, pp. 417–423, 2009.
- [6] C. Madrigal and A. Navarro, "Distancia en el espacio de tensiones y criterios de plastificación," *Anales de Mecánica de la Fractura*, vol. 28-II, pp. 571–576, 2011.
- [7] C. Madrigal, A. Navarro, and V. Chaves, "Numerical implementation of a multiaxial cyclic plasticity model for the local strain method in low cycle fatigue," *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, vol. 80, pp. 111–119, 2015.

- [8] C. Madrigal, A. Navarro, and V. Chaves, "Biaxial cyclic plasticity experiments and application of a constitutive model for cyclically stable material bahaviour," *International Journal of Fatigue*, vol. 83, pp. 240–252, 2016.
- [9] C. Madrigal, A. Navarro, and V. Chaves, "Plasticity theory for the multiaxial local strain-life method," *International Journal of Fatigue*, vol. 100, pp. 575– 582, 2017.
- [10] A. Gálvez and A. Iglesias, "Efficient particle swarm optimization approach for data fitting with free knot B-splines," *Computer-Aided Design*, vol. 43(12), pp. 1683–1692, 2011.
- [11] D. I. S. Adi, S. M. Shamsuddin, and A. Ali, "Particle swarm optimization for NURBS curve fitting," in 2009 Sixth International Conference on Computer Graphics, Imaging and Visualization, pp. 259– 263, 2009.
- [12] R. Poli, "Analysis of the publications on the applications of particle swarm optimisation," *Journal of Artificial Evolution and Applications*, 2008.
- [13] M. T. Islam, M. Moniruzzaman, N. Misran, and M. N. Shakib, "Curve fitting based particle swarm optimization for UWB patch antenna," *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, vol. 23(17-18), pp. 2421–2432, 2009.
- [14] V. Anes, L. Reis, and M. Freitas, "Evaluation of the AZ31 cyclic elastic-plastic behaviour under multiaxial loading conditions," *Frattura ed Integrità Strutturale*, vol. 30, pp. 282–292, 2014.
- [15] M. Gurtin, An Introduction to continuum mechanics. Academic Press, INC., 1981.
- [16] I. Sokolnikoff, *Mathematical theory of elasticity*. McGraw-Hill, 1956.
- [17] R. Hill, *The mathematical theory of plasticity*. Oxford University Press, 1950.
- [18] C. Madrigal, V. Chaves, and A. Navarro, "Aplicación de ecuaciones de flujo plástico basadas en la distancia en el espacio de tensiones a ensayos cíclicos en Acero F125.," *Anales de Mecánica de la Fractura*, vol. 30-I, pp. 187–192, 2013.
- [19] F. Marini and B. Walczak, "Particle swarm optimization (PSO). A tutorial.," *Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems*, vol. 149, pp. 153–165, 2015.

CÁLCULO DE LA TENACIDAD A FRACTURA EFECTIVA **G**x : INTEGRAL-J APLICADA A INTERFASES ESTRUCTURADAS.

L. García-Guzmán^{*}, L. Távara, J. Reinoso, Á.J.Valverde, F. París

Grupo de Elasticidad y Resistencia de Materiales. Escuela Técnica Superior de Ingeniería. Universidad de Sevilla. Camino de los Descubrimientos s/n, 41092. Sevilla-España * Persona de contacto: lgarcia22@us.es

RESUMEN

Las interfases estructuradas o la existencia de determinados patrones en la definición geométrica de interfases entre adherentes han demostrado ser una estrategia eficiente para aumentar la tenacidad a fractura en uniones adhesivas. La tasa de liberación de energía crítica *G* se puede determinar a través de integrales de contorno como la Integral-J, sin necesidad de tomar medidas de la longitud de grieta *a*. Normalmente, esta formulación se aplica al estudio de propagación de grietas en interfases planas, donde el avance de la grieta es rectilíneo (a = a(X)). El presente trabajo se centra en el estudio de la propagación del daño en especímenes donde el avance de la grieta no sigue una única dirección (a = a(X, Y)), sino que recorre una determinada geometría definida por las coordenadas *X*, *Y*. En particular, la formulación de la Integral-J ha sido modificada para calcular la tenacidad a fractura crítica efectiva J^x teniendo en cuenta únicamente la distancia recorrida en la dirección del eje X o longitud de grieta efectiva a_x . Dicha formulación ha sido contrastada con modelos numéricos de ensayos tipo Double Cantilever Beam (DCB) con interfases trapezoidales, comparando los resultados derivados de la Integral-J con los obtenidos mediante curvas fuerza-desplazamiento.

PALABRAS CLAVE: Interfases no convencionales, daño interlaminar, tenacidad a la fractura, CZM

ABSTRACT

Structured interfaces or the presence of patterns along the adherent's interface have shown to be an efficient technique to increase the fracture toughness in adhesive joints. The critical energy release rate *G* can be determined by means of contour integrals like J-Integral, without any measurement of the crack length *a*. Usually this formulation is applied to flat-interface crack propagation, i.e. for a rectilinear crack advance (a = a(X)). The present work is focused on damage propagation in specimens where the crack path is defined by the coordinates *X* and *Y*, that is, a = a(X, Y). Particularly, J-Integral formulation has been modified to calculate the critical effective fracture toughness J^x relying on the distance travelled along the axis *X* or the effective crack length a_x . This formulation has been verified through numerical models of Double Cantilever Beam (DCB) specimens with trapezoidal interfaces, comparing the J-Integral results with those obtained by force-displacement curve methods.

KEYWORDS: Non-conventional interfaces, Interlaminar damage, Fracture toughness, CZM

INTRODUCCIÓN

Los adhesivos de última generación han conseguido mejorar las propiedades de las uniones adhesivas frente a las mecánicas (remaches, uniones mediante tornillos, etc). Las uniones adhesivas tienen cualidades inherentes muy valiosas para la industria aeroespacial o de automoción, como son la disminución de concentradores de tensión, una alta vida a fatiga y unos ratios de aligeramiento de peso muy elevados. Sin embargo, hay otras propiedades como son la resistencia o tenacidad a fractura que deberían mejorar para ser comparables con las uniones mecánicas. Las uniones adhesivas con interfases estructuradas, inspiradas en diferentes estructuras encontradas en la naturaleza [1], han demostrado ser una técnica eficiente para aumentar la resistencia a la fractura y retrasar el despegue.

En este contexto, la correcta caracterización de las propiedades de fractura es una tarea fundamental. Por un lado, existen especificaciones basadas en las curvas fuerza-desplazamiento [2], donde la energía disipada durante el ensayo y la longitud recorrida por la grieta se calculan por separado. Por otro lado, los métodos que utilizan las teorías de Euler-Bernuilli o Timoshenko [3] caracterizan las uniones a través de un enfoque basado en un comportamiento elástico lineal. En ambos casos, el ensayo de doble viga en voladizo DCB (del inglés Double Cantilever Beam) es el más extendido para determinar el Modo I de fractura en probetas donde la interfase es rectilínea y el crecimiento de grieta es estable. Según investigaciones anteriores [4], estas

condiciones no se mantienen en probetas cuya interfase está conformada por patrones estructurados. Por tanto, es conveniente profundizar en la aplicabilidad de estos métodos en presencia de este tipo de geometrías. Otro tipo de técnicas, como las integrales de contorno o métodos basados en la Integral-J, permiten el cálculo de propiedades fractura desde una perspectiva más general, donde el comportamiento de la interfase no debe ser necesariamente lineal, ampliando así el rango de aplicación a un mayor número de materiales y condiciones.

Por tanto, el objetivo del presente trabajo es doble. En primer lugar, determinar la validez de la caracterización de la tenacidad de fractura o tasa de liberación de energía G o su valor aparente G^x mediante métodos basados en las curvas fuerza-desplazamiento en especímenes con interfases estructuradas. En segundo lugar, desarrollar un método basado en la Integral-J para su aplicación en interfases no rectilíneas para el cálculo de las integrales J y J^x .

MODELO DE ZONA COHESIVA. ASPECTOS BÁSICOS.

El cálculo de la tasa de liberación de energía, tanto de G y G^x como de J y J^x , se puede realizar a través del modelado de un ensayo DCB [4] en elementos finitos. Esta herramienta numérica, junto con el modelado de la unión adhesiva usando elementos de zona cohesiva CZM (del inglés Cohesive Zone Model), ha sido ampliamente utilizada para entender fenómenos de delaminación, despegue o mecanismos de fallo en distintas estructuras. En particular, los elementos cohesivos permiten simular la propagación de grieta en condiciones mixtas de fractura, por lo que constituye una herramienta adecuada para simular ensayos DCB con interfases estructuradas. En este estudio el adhesivo ha sido modelado con elementos de espesor finito con una respuesta de tipo tensión-separación bilineal disponible en el software comercial ABAQUS.

En la figura 1 se definen las principales variables que intervienen en el proceso de disipación de energía del elemento: tensión t y desplazamientos normales Δ_n y tangenciales Δ_s .

El inicio del daño t^0 se produce según la ley cuadrática desarrollada en [6]:

$$\left\{\frac{\left(\tilde{t}_{n}\right)}{t_{n}^{0}}\right\}^{2} + \left\{\frac{\tilde{t}_{s}}{t_{s}^{0}}\right\}^{2} = 0$$

$$\tag{1}$$

donde $\tilde{t}_n = k_n \Delta_n$ y $\tilde{t}_s = k_s \Delta_s$ representan la tensión normal y tangencial, respectivamente, sin tener en cuenta el daño y k_n y k_s simbolizan la rigidez en dirección normal y tangencial.



Figura 1. Ley cohesiva tensión-separación bilineal en Modo I puro (G_{Ic}), Modo II puro (G_{IIc}) y modo mixto (G_c). t₀ representa la tensión al inicio del daño y Δ^f representa el desplazamiento en el cual se produce la degradación total de las propiedades.

La degradación de las propiedades, después de alcanzar el criterio de iniciación según la ecuación (1), se modela a través de la variable de daño D, que disminuye la tensión linealmente con el desplazamiento a través de las expresiones (2)-(5).

$$t_{n} = \begin{cases} (1-D)\tilde{t}_{n}, \ t_{n} \ge t_{n}^{0} \\ \tilde{t}_{n}, \ t_{n} < t_{n}^{0} \end{cases}$$
(2)

$$t_{s} = \begin{cases} (1-D)\tilde{t}_{s}, \ |t_{s}| \ge t_{s}^{0} \\ \tilde{t}_{s}, \ |t_{s}| < t_{s}^{0} \end{cases}$$
(3)

$$D = \frac{\Delta^f (\lambda - \Delta^0)}{\lambda (\Delta^f - \Delta^0)} \tag{4}$$

$$\Delta = \sqrt{\Delta_n^2 + \Delta_s^2} \tag{5}$$

donde Δ es el desplazamiento equivalente en condiciones de fractura en modo mixto y Δ^0 y Δ^f corresponden al desplazamiento equivalente en el criterio de iniciación de fallo y en la degradación total de las propiedades. Finalmente, la energía crítica G_c en condiciones de modo mixto se establece según el criterio de Benzeggah-Kenane [7] expresado en la ecuación (6):

$$G_c = (1 - B^{\eta})G_{Ic} + B^{\eta}G_{IIc} \tag{6}$$

donde
$$B = \frac{G_{IIC}}{G_{IC} + G_{IIC}}$$
.

TASA DE LIBERACIÓN DE ENERGÍA EN INTERFASES ESTRUCTURADAS

Este apartado se dedica a presentar una modificación de la formulación de la Integral-J [5] para caracterizar la energía de fractura en grietas que no describen una geometría rectilínea y, por tanto, la medida de la longitud de grieta no es unívoca. Este es el caso de las interfases estructuradas mostrado en la figura 2, donde la grieta describe un determinado patrón geométrico y la longitud de grieta se puede determinar a través de la longitud real a o mediante la longitud de grieta aparente o efectiva recorrida en uno de los ejes a_x , en nuestro caso el eje X.



Figura 2. Sistema de coordenadas inicial (X_1, X_2) y actual (x_1, x_2) en una interfase estructurada. La variable a representa la longitud de grieta real y la variable a_x la longitud de grieta aparente o efectiva.

Para determinar la tasa de liberación de energía mediante la integral de contorno desarrollada por Rice deben cumplirse las siguientes hipótesis: dominio euclídeo homogéneo con comportamiento elástico lineal o no lineal, ausencia de fuerzas por unidad de volumen ($X_i = 0$), equilibrio estático bajo la acción de acciones externas en condiciones quasi-estáticas ($\ddot{u} \approx 0$). Las condiciones de contorno en el dominio de las tensiones $\partial \Omega_t$ son $t_i = \bar{t}_i$ y en el dominio donde se aplican los desplazamientos $\partial \Omega_u$ son $u_i = \bar{u}_i$. Se consideran tracciones nulas ($\bar{t}_i = 0$) en los labios de la grieta. Además, las ecuaciones están referidas al frente de grieta, por lo que tensiones y deformaciones están referidas al sistema (x_1, x_2) de la figura 2.

La Integral-J, para una interpretación física del problema, se puede derivar a partir de la tasa de energía potencial Π respecto de la nueva área creada debido a la progresión de la grieta A_c :

$$J = -\frac{d\Pi}{dA_c} \tag{7}$$

La energía potencial se puede expresar como $\Pi = U - W$, donde W es la energía desarrollada por las acciones externas (\bar{t}_i) y U es la energía elástica interna.

Si consideramos un dominio con una grieta cuya área es A^* y está delimitada por la curva Γ^* , ver figura 3, la energía potencial se puede expresar de manera integral según la ecuación (8):

$$\Pi = U - W = \int_{A^*} \omega(x, y) dA - \int_{\Gamma^*} t_i u_i ds$$
(8)

donde $\omega(x, y) = \int_0^{\varepsilon_{ij}} \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}$.

Para obtener la expresión de la Integral-J convencional, considerando un modelo 2D ($A_c = ab$, donde *b* es el ancho del espécimen), es necesario derivar la ecuación (8) respecto de la longitud de grieta real *a*. Teniendo en cuenta que el sistema de referencia se mueve con el frente de grieta y que la grieta se propaga en dirección x_1 [8], el operador involucrado sería:

$$\frac{d}{da} = \frac{\partial}{\partial a} + \frac{\partial x_1}{\partial a} \frac{\partial}{\partial x_1} \tag{9}$$



Figura 3. Dominio Ω , condiciones de contorno en tensiones \bar{t}_i aplicadas sobre el dominio Ω_t y en desplazamientos \bar{u}_i aplicadas sobre el dominio Ω_u . Γ^* es un contorno cerrado arbitrario y A^* es el área que encierra la curva.

En la mayoría de aplicaciones se asume que la grieta se propaga a lo largo de una línea recta en el proceso de fractura y, por tanto, la dirección de los sistemas de coordenadas (X_1, X_2) y (x_1, x_2) coinciden (ver figura 2). Sin embargo, en el caso de grieta que se propaga a lo largo de una interfase estructurada, el sistema de referencia inicial (X_1, X_2) y el actual (x_1, x_2) pueden formar un determinado ángulo α , que es conocido si el patrón geométrico es impuesto. Además, las longitudes de grieta real a y efectiva a_x no coinciden, por lo que habría dos maneras diferentes de caracterizar la magnitud del daño en una unión adhesiva. De este modo, se pueden definir dos valores diferentes de la Integral-J: (i) J, referida a la longitud real a y (ii) J^x referida a la longitud de grieta aparente a_x . La expresión de J para interfases curvas es la misma que la desarrollada en [5], ya que la dirección en la que se mide la grieta y la dirección en la que se propaga es idéntica. No obstante, se debe desarrollar una nueva expresión para el cálculo de J^x .

Por tanto, para determinar $J^x = -\frac{d\Pi}{da_x}$, la variación de energía potencial Π debe estar referida a la variable a_x , por lo que el operador necesario sería el correspondiente a la ecuación (10):

$$\frac{d}{da_x} = \frac{\partial}{\partial a_x} + \frac{\partial x_1}{\partial a_x} \frac{\partial}{\partial x_1}$$
(10)

Siguiendo la formulación de Rice [5, 8], la expresión (11) define la nueva expresión para la Integral-J efectiva:

$$J^{x} = -\int_{\partial\Gamma} \left(\frac{\omega(x_{1}, x_{2})}{\cos(\alpha)} dx_{2} - \frac{t_{i}}{\cos(\alpha)} \frac{\partial u_{i}}{\partial x_{1}} ds \right)$$
(11)

APLICACIÓN DE LA INTEGRAL-J EFECTIVA J^x EN PATRONES TRAPEZOIDALES

La nueva formulación para calcular la tasa de liberación de energía aparente se aplica a un perfil definido a trozos, aunque este mismo procedimiento se puede utilizar para cualquier función continua.

Cabe mencionar que, para una geometría dada, si es posible el cálculo de *J* también lo es el de J^x , ya que la única diferencia entre ambas es la aparición del ángulo α en la expresión de J^x .

En particular, para determinar J^x a lo largo de una interfase trapezoidal, el camino cerrado recorrido por la integral se puede descomponer en diferentes tramos tal como se muestra en la figura 4.



Figura 4. Curva de integración en una interfase trapezoidal para el cálculo de la Integral-J.

Debido a la independencia del camino escogido para calcular la integral de contorno, la Integral-J se puede expresar según la ecuación (12):

$$J = J_{ext} + J_{coh} + J_{fondo} = 0 \tag{12}$$

 $\begin{array}{ll} \text{donde} & J_{coh} = J_{\Gamma_1 + \Gamma_1'} + J_{\Gamma_2 + \Gamma_2'} + J_{\Gamma_3 + \Gamma_3'} + J_{\Gamma_4 + \Gamma_4'} + \\ J_{\Gamma_5 + \Gamma_5'}. \end{array}$

 J_{coh} puede ser expresado como la suma de integrales en las diferentes secciones en función de *a* ó a_X (ver figura 4 y ecuaciones (13)-(14)):

$$J_{coh} = \sum_{j=1}^{n} \int_{\Gamma_j + \Gamma_j'} - \left(\omega(x_1, x_2) dx_2 - t_i \frac{\partial u_i}{\partial x_1} ds \right) \quad (13)$$

$$J_{coh}^{x} = \sum_{j=1}^{n} \int_{\Gamma_{j} + \Gamma_{j'}} -\left(\frac{\omega(x_{1}, x_{2})}{\cos(\alpha)} dx_{2} - \frac{t_{i}}{\cos(\alpha)} \frac{\partial u_{i}}{\partial x_{1}} ds\right)$$
(14)

donde j representa cada una de las secciones en la superficie superior, j' las secciones de la superficie inferior y n indica en número total de tramos de la interfase.

Cuando la zona de proceso está totalmente desarrollada [5] $J_{fondo} = 0$ y, por tanto, $J_{ext} = J_{coh}$. Además, a lo largo de las superficies Γ y Γ' la dirección de integración es $ds = dx_1$ y consecuentemente $dx_2 = 0$, por lo que el término asociado a la energía interna ω es nulo [5].

Adicionalmente, la Integral-J puede descomponerse en parte simétrica y antisimétrica [9] según las ecuaciones (15a)-(15b):

$$J_{coh} = J_{coh,I} + J_{coh,II} \tag{15a}$$

$$J_{coh^{x}} = J_{coh,I}^{x} + J_{coh,II}^{x}$$
(15b)

Teniendo en cuenta las consideraciones anteriores y después de algunas operaciones (ver [9] para más información), la Integral-J convencional y la Integral-J aparente se puede expresar según los Modos de Fractura I y II, de acuerdo con las ecuaciones (16a)-(17b):

$$J_{coh,I} = \sum_{j=1}^{n} J_{I,\Gamma_j + \Gamma_{j'}}(a) = \sum_{j=1}^{n} \int_{\Gamma_j} t_n \frac{\partial \Delta_n}{\partial x_1} ds \qquad (16a)$$

$$J_{coh,II} = \sum_{j=1}^{n} J_{II,\Gamma_j + \Gamma_j'}(a) = \sum_{j=1}^{n} \int_{\Gamma_j} t_s \frac{\partial \Delta_s}{\partial x_1} ds \qquad (16b)$$

$$J_{coh,I}^{x} = \sum_{j=1}^{n} J_{I,\Gamma_{j}+\Gamma_{j'}}(a_{x}) = \sum_{j=1}^{n} \int_{\Gamma_{j}} \frac{t_{n}}{\cos(\alpha)} \frac{\partial \Delta_{n}}{\partial x_{1}} ds(17a)$$

$$J_{coh,II}^{x} = \sum_{j=1}^{n} J_{II,\Gamma_{j}+\Gamma_{j'}}(a_{X}) = \sum_{j=1}^{n} \int_{\Gamma_{j}} \frac{t_{s}}{\cos(\alpha)} \frac{\partial d_{s}}{\partial x_{1}} ds (17b)$$

Por tanto, obteniendo los valores de las tensiones y desplazamientos a lo largo de la interfase junto con la inclinación α del sistema de referencia actual frente al inicial es posible determinar la tasa de liberación de energía real y aparente mediante las integrales J y J^x.

MODELO DEL ENSAYO DCB CON INTERFASES TRAPEZOIDALES EN ELEMENTOS FINITOS

En esta sección se especifican los modelos de elementos finitos de los especímenes DCB con interfase estructurada, ver figura 5, que han sido utilizados para evaluar las integrales $I \neq I^x$. Los adherentes han sido modelados con un comportamiento elástico lineal usando nylon y compuesto de fibra de vidrio (GFC, del inglés Glass Fiber Composite), cuyas propiedades se muestran en la tabla 1. El comportamiento de la unión adhesiva se modela mediante una ley cohesiva bilineal de tipo tensión-separación a través de los elementos cohesivos COH2D4 disponibles en la librería de ABAQUS. En el presente modelo, el comportamiento elástico de la ley cohesiva está desacoplado, por lo que las tensiones normal y tangencial se rigen por $\tilde{t}_n = k_n \Delta_n$ y $\tilde{t}_s = k_s \Delta_s$. Las propiedades que definen la ley cohesiva tales como tenacidad a fractura en Modo I, G_{Ic} , Modo II, G_{IIc} , tensión máxima normal, t_n^0 , y tangencial, t_s^0 , y las rigideces de penalización normal, k_n , y tangencial, k_s , se indican en la tabla 2.

Material	E_{11} (MPa)	$E_{22}(MPa)$	E_{33} (MPa)	v_{12}	v_{12}	v_{12}	$G_{12}(MPa)$
GFC	25863	1221	1221	0.45	0.45	0.45	778
Nylon	384	384	384	0.39	0.39	0.39	-

Tabla 1. Propiedades del compuesto de fibra de vidrio (GFC) y nylon.

Material	t_n^0 (MPa)	t_s^0 (MPa)	G_{Ic} (kJ/m ²)	G_{IIc} (kJ/m ²)	k_n (MPa)	k _s (MPa)
Adhesivo	1.84	3	0.1363	2.18	32162	32162

Tabla 2. Propiedades del adhesivo utilizado en el modelado de la zona cohesiva CZM.



Figura 5. Esquema del modelo utilizado en el análisis de elementos finitos. Los colores azul oscuro, azul claro y amarillo representan los materiales GFC, nylon y adhesivo, respectivamente. h_{nylon} , h_{GFC} y h_{coh} representan el espesor de cada uno de los materiales. A y λ simbolizan los parámetros que definen la interfase trapezoidal y las flechas rojas la dirección normal en cada uno de los tramos de la geometría.

El ensayo DCB se simula en condiciones de deformación plana en 2 dimensiones, usando alrededor de 270 mil elementos de tipo CPE4 para modelar los adherentes y unos 150 elementos para discretizar cada uno de los trapecios de la interfase.

Las configuraciones geométricas que se comparan en este estudio se presentan en la figura 6. Cabe destacar que las dimensiones generales de los especímenes (longitud y espesor de los materiales) son idénticas en todos los modelos, donde únicamente varía el parámetro geométrico de la interfase λ .



Figura 6. Configuraciones de la interfase trapezoidal empleadas en la evaluación de energía. Las etiquetas C1-C4 identifican cada una de las configuraciones.

RESULTADOS

En este apartado se comparan los resultados obtenidos del cálculo de la tasa de liberación de energía mediante las integrales $J y J^x$. El análisis del modelo de elementos finitos de cada una de las configuraciones permite obtener los valores de tensión y desplazamiento en la interfase necesarios para el cómputo de la energía de fractura mediante las ecuaciones (16a)-(17b), como son las tensiones $t_n y t_s y$ los desplazamientos $\Delta_n y \Delta_s$.

La automatización del postproceso de los resultados numéricos a través de un script de *PYTHON* ha permitido determinar las Integrales-J real y efectiva en cada uno de los incrementos de la simulación, así como la longitud de grieta real, a, y efectiva, a_x , a lo largo de la simulación. En las figuras 7 y 8 se muestran las curvas $J - a_x$ y $J^x - a_x$ en las distintas configuraciones.

Las curvas correspondientes a las figuras 7 y 8 se caracterizan por la aparición de picos durante la propagación de grieta. Estos picos están asociados a la inestabilidad en la progresión del fallo durante el ensayo.



Figura 7. J frente a longitud de grieta efectiva a_x .



Figura 8. J^x frente a longitud de grieta efectiva a_x .

Debido al comportamiento inestable inherente en las interfases estructuradas, no se alcanza la energía de fractura crítica J_c en cada incremento de la simulación $(J \neq J_c \circ J^x \neq J_c^x)$. Por tanto, para determinar una medida correcta de la energía de fractura, los valores de J y J^x que no están asociados a la liberación de energía deberían ser excluidos del cálculo de un valor medio $\overline{J_c}$ y $\overline{J_c^x}$, según las ecuaciones (18a)-(18b):

$$\bar{J}_c = \frac{1}{a_{x2} - a_{x1}} \int_{a_{x1}}^{a_{x2}} J da_x$$
(18a)

$$\bar{J}_c^x = \frac{1}{a_{x2} - a_{x1}} \int_{a_{x1}}^{a_{x2}} J^x da_x \tag{18b}$$

Config	Fuerza-Desplazamiento Exp.		Fuerza-Desplaz	Integral-J Num.		
Comig.	$\bar{G}_c[J/m^2]$	$\bar{G}_c[J/m^2]$	$\bar{G}_c[J/m^2]$	\bar{G}_c^{x} [J/m ²]	\bar{J}_c [J/m ²]	\bar{J}_c^{χ} [J/m ²]
C1	234.6	234.6	198.7	228.9	201.7	242.4
C2	291.5	291.5	287.8	362.7	275.9	385.0
C3	-	-	528.9	778.4	492.5	810.1
C4	849.6	849.6	692.4	1007.3	574.3	1044.3

 Tabla 3. Resistencia a la fractura en interfases trapezoidales determinadas experimentalmente (método fuerzadesplazamiento) y numéricamente (método fuerza-desplazamiento e Integral-J).

Esta magnitud representa de una manera más adecuada el valor medio de la tasa de liberación de energía crítica durante el ensayo entre dos longitudes de grieta diferentes a_{x1} y a_{x2} . Además, \overline{J} y \overline{J}^x serían comparables con los valores de tenacidad a fractura $G ext{ y } G^x$ obtenidos por los autores en [4] experimentalmente y en [10] numéricamente de curvas а partir fuerzas desplazamiento, ver tabla 3. En ambos casos, numérica y experimentalmente, las longitudes de grieta han sido $a_{x1} \approx 10 \text{ mm y } a_{x2} \approx 70 \text{ mm}$. Debido a la propagación inestable de grieta no se pueden garantizar las mismas longitudes de grieta en todos lo casos, pero la superficie creada es lo suficientemente grande como para caracterizar la calidad de la unión.

CONCLUSIONES

En el presente artículo se ha desarrollado una nueva definición de la Integral-J para su aplicación en caminos de grieta no rectilíneos. La formulación permite calcular la resistencia a fractura en una dirección preferente, que puede ser diferente a la dirección de propagación de la grieta. El interés de esta metodología es su aplicación en uniones que incluyen interfases estructuradas, donde la energía de fractura aparente resulta de interés.

En particular, el concepto de interfase estructurada se ha empleado en especímenes Double Cantilever Beam (DCB) con diferentes patrones trapezoidales, variando los valores de la longitud de onda λ . Dichos especímenes han sido modelados mediante elementos finitos, utilizando una ley cohesiva para simular el comportamiento de la interfase.

Debido a la presencia de interfases estructuradas, el avance de la grieta no se produce de manera continua, por lo que se alternan tramos del ensayo de crecimiento de grieta inestable, donde se libera energía, y tramos donde se acumula energía y no hay crecimiento de grieta.

Por último, se presentan las tasas de liberación de energía asociadas a las curvas fuerza-desplazamiento (resultados experimentales) y la Integral-J (resultados numéricos). En ambos casos las tendencias son idénticas: cuanto mayor es la relación A/λ en el patrón trapezoidal mayor es la energía disipada en el ensayo. Además, tanto los valores de J como de J^x se ajustan correctamente a los valores experimentales, obteniendo diferencias de hasta un 15% en el valor de la resistencia a fractura aparente.

AGRADECIMIENTOS

Este estudio ha sido apoyado por la Junta de Andalucía y los Fondos Sociales Europeos (Proyecto de Excelencia

P12-TEP-1050 y el Programa de Garantía Juvenil de la Universidad de Sevilla) y el Ministerio de Economía y Competitividad los Fondos de Desarrollo Regional Europeo (MAT2015-71036-P y MAT2015-71309-P).

REFERENCIAS

- [1] Barthelat F, Yin Z and J Buehler M. Structure and mechanics of interfaces in biological materials. Nature Reviews Materials 2016; 1: 16007.
- [2] Airbus. Carbon Fibre Reinforced Plastics. Determination of fracture toughness energy of bonded joints. Mode I. G1C. Issue 1. AITM 1-0053 2006.
- [3] ASTM D5528-13 Standard Test Method for Mode I Interlaminar Fracture Toughness of Unidirectional Fiber-Reinforced Polymer Matrix Composites. ASTM D5528-13.
- [4] L. García-Guzmán, L. Távara, J. Reinoso, J. Justo, F. París, Fracture resistance of 3D printed adhesively bonded DCB composite specimens using structured interfaces: experimental and theoretical study. Composite Structures (2018) 188: 173-184.
- [5] Rice J. A path integral and the approximate analysis of strain concentration by notches and cracks. Journal of Applied Mechanics 1968; 35: 379–386.
- [6] Cui W, Wisnom M and Jones M. A comparison of failure criteria to predict delamination of unidirectional glass/epoxy specimens waisted through the thickness. Composites 1992; 22(3): 158–166.
- [7] Benzeggagh M and Kenane M. Measurement of mixed-mode delamination fracture toughness of unidirectional glass/epoxy composites with mixedmode bending apparatus. Composites Science and Technology 1996; 56(4): 439–449.
- [8] Anderson TL. Fracture mechanics: fundamentals and applications. CRC press, 2017.
- [9] Rigby R and Aliabadi M. Decomposition of the mixed-mode j-integral – revisited. International Journal of Solids and Structures 1998; 35(17): 2073 – 2099.
- [10] L. García-Guzmán, L. Távara, J. Reinoso, F. París Fracture energy characterisation of a structured interface by means of a novel J-Integral procedure. The Journal of Strain Analysis for Engineering Design, under review.

COMPARISON OF CRACK PATHS BY USING SELECTED CRITERIA IN BRAZILIAN DISC SPECIMEN

G. Furgieri¹, P. Miarka², S. Seitl^{2*}, Jan Klusák³

¹ Università degli Studi di Modena e Reggio Emilia, Dipartimento di Ingegneria "Enzo Ferrari", Via Pietro Vivarelli 10, 41125 Modena, Italy.

² Faculty of Civil Engineering, Brno University of Technology, Veveří 331/95, 602 00 Brno, Czech Republic.

³ Institute of Physics of Materials, Academy of Sciences of the Czech Republic, 616 62 Brno, Czech Republic.

* Persona de contacto: seitl.s@fce.vutbr.cz

RESUMEN

Se efectúa un estudio numérico paramétrico de la propagación de la fractura en diferentes condiciones de modo mixto. Mediante la teoría Linear Elástica de la Mecánica de la Fractura (LEFM), se considera el modelo del Brazilian Disc Test con muesca central (BDCN) para el concreto, teniendo en cuenta valores definidos de radio R, fuerza P y propiedades del material. Los resultados son obtenidos variando la extensión a de la muesca central y de su ángulo de inclinación α con respecto al eje horizontal. La dirección de la fractura se estima utilizando tres criterios: lo de estrés máximo tangencial (MTS), lo de la densidad de energía de deformación (SED) y lo de la punta de fractura del desplazamiento (CTD). Esto estudio se refiere al concepto clásico de mecánica de la fractura en parámetro único, donde la distribución de estrés en un espécimen se describe con los factores de intensidad de estrés (SIFs). Se considera la solución de Williams de los campos de estrés y de desplazamientos de la fractura. Además, se realiza una comparación con los resultados obtenidos desde el J-Integral. El modelo es creado mediante el programa de elementos finitos ANSYS. Por último, se comparan los caminos conseguidos con los datos experimentales.

PALABRAS CLAVE: Propagación de la dirección de fractura, Modo mixto, Campo de la punta de fractura, Criterios MTS/SED/CTD a único parámetro, J-Integral

ABSTRACT

A numerical parametric study of the crack propagation under various level of mixed-mode conditions is evaluated. By focusing of the Linear Elastic Fracture Mechanics (LEFM), the model of concrete Brazilian Disc Test (BDCN) with a central notch is considered and its analysis with defined radius R, force P and material properties is performed. The results are obtained by varying the length *a* of the central notch and its angle of inclination α with respect to the horizontal axis. The crack growth direction is estimated through three different criteria: the maximum tangential stress (MTS) criterion, the strain energy density (SED) criterion and the crack tip displacement (CTD) criterion. This study involves the classical single-parameter fracture mechanics concept, in which the stress distribution in a cracked specimen is described by the stress intensity factors (SIFs). The Williams solution of the crack-tip stress and displacement fields is taken into account. As a comparison, the solution is also provided with J-Integral. The model is created with the finite element method software ANSYS. Lastly, the crack paths obtained are compared with experimental data.

KEYWORDS: Crack propagation direction, Mixed-mode, Crack-tip field, Single-parameter MTS/SED/CTD criteria, J-Integral

INTRODUCTION

Structures usually have advanced and complex design and behaviour. This means that instead of a uniaxial load, they are subjected to mixed mode I/II loading conditions. As a consequence, a detailed and precise knowledge of the material and of its properties is fundamental, in order to achieve an advanced structural analysis.

The tests generally performed in order to obtain the fracture mechanical parameters of cementitious material are on prismatic beams or cubes, characterized by a rectangular cross-section specimen, usually notched.

The Brazilian disc test with central notch (BDCN) is a test that delivers mechanical parameters related to fracture behaviour of the cementitious material under modes I, II and mixed-mode I/II loading. The conditions in which the test is performed are quite simple, it is only

necessary to have at its disposal a testing press with enough load capacity.

AIM

The aim of contribution is anylysed crack initiation and propagation direction by using various well-known criteria [1] in Brazilian disk with iniciation notch. The initiation notch is under various angles of inclination α with respect to the horizontal axis, see Fig. 1.

SOLUTION

A two-dimensional (2D) numerical model with a plane strain boundary condition was used to calculate SIFs ($K_{\rm I}$ and $K_{\rm II}$). The numerical model was meshed with an 8-node quadratic element (type PLANE183) taken from ANSYS [2] elements library and the meshing command KSCON was used to consider the crack tip singularity.



Figure 1 BDCN and applied loading conditions

RESULTS

The generated numerical crack pattern shows relatively good agreement with experimentally obtained crack in BDCN specimen. The crack patterns for the $\alpha = 15^{\circ}$ and a/R = 0.4 are presented in Figure 22 for CTD criterion, in Figure 3 for MTS criterion and in Figure 4 for SED criterion, while the actual crack pattern from experiment is presented in Figure 5



Figure 2 BDCN specimen: CTD criterion crack pattern.

ACKNOWLEDGMENT

The financial support of the Czech Science Foundation, project No. 16-18702S (AMIRI), is gratefully acknowledged. This paper has been worked out under the "National Sustainability Programme I" project "AdMaS UP – Advanced Materials, Structures and Technologies" (No. LO1408) supported by the Ministry of Education, Youth and Sports of the Czech Republic and Brno University of Technology.

REFERENCE

- [1] L. Malíková, Multi-parameter fracture criteria for the estimation of crack propagation direction applied to a mixed-mode geometry, Engineering Fracture Mechanics, 143 (2015), 32–46.
- [2] ANSYS, finite element software, www.ansys.com



Figure 3. BDCN specimen: MTS criterion crack pattern.



Figure 4. BDCN specimen:SED criterion crack pattern.



Figure 5. Actual experimental test patter adopted from [3].

[3] S. Seitl, P. Miarka, V. Bílek, The Mixed-Mode Fracture Resistance of C 50/60 and its Suitability for Use in Precast Elements as Determined by the Brazilian Disc Test and Three-Point Bending Specimens. Theoretical and Applied Fracture Mechanics, (2018) 97: 108–119
CRACK PATH PREDICTION UNDER FATIGUE BIAXIAL OUT-OF-PHASE LOADS IN A CRUCIFORM SPECIMEN USING XFEM

Diego Infante-García¹, Henar Miguélez¹, Eugenio Giner^{2*}

¹ Departamento de Ingeniería Mecánica, Universidad Carlos III de Madrid, 28911 Leganés, Madrid
² Centro de Investigación en Ingeniería Mecánica – CIIM, Dpto. de Ingeniería Mecánica y de Materiales, Universitat Politècnica de València, 46022 Valencia
* Persona de contacto: eginerm@mcm.upv.es

RESUMEN

Se presenta un estudio numérico de la orientación de grieta que propaga a partir de una grieta inicial centrada en probetas de geometría cruciforme sometidas a fatiga biaxial. La orientación y propagación han sido estudiadas bajo la hipótesis de mecánica de la fractura elástico-lineal y el método de los elementos finitos extendido (XFEM). El objetivo es el análisis del efecto de diferentes ángulos de fase (δ_{xy}) de las cargas aplicadas a los brazos perpendiculares de la probeta cruciforme, así como diferentes inclinaciones (β) de la grieta inicial respecto a los brazos de la probeta. Las predicciones se han llevado a cabo utilizando diferentes criterios de orientación para cargas no proporcionales disponibles en la literatura. Además, se han calculado los rangos de factores de intensidad de tensiones en modo I y II. El análisis predice una bifurcación simétrica para una grieta inicial inclinada 45° para ángulos de fase tanto de 90° como180°. Por el contrario, se predice crecimiento alineado con la grieta inicial cuando las cargas aplicadas están en fase o bien la grieta inicial está alineada con los ejes de carga. Como conclusión relevante, el estudio revela diferencias importantes en la predicción de la orientación dependiendo del criterio de orientación utilizado.

PALABRAS CLAVE: Camino de grieta, fatiga biaxial, criterios de orientación, X-FEM.

ABSTRACT

A crack growth numerical analysis is performed for the study of crack paths growing from an initial central crack in a cruciform specimen under biaxial fatigue loads. The crack propagation has been studied using linear elastic fracture mechanics and the extended finite element method (XFEM). The objective is to analyse the effect of different phase angles of loading (δ_{xy}) and different angle inclinations (β) of the initial crack on the crack path. Predictions are carried out using different orientation criteria for nonproportional loading available in the literature. In addition, stress intensity factor ranges in mode I and mode II of a crack either aligned or inclined to the load directions have also been analysed. Symmetrical branching is predicted for an initial crack inclined at 45° with phase angle of loading available in the literature. The study reveals important differences in the crack path predictions depending on the orientation criteria.

KEYWORDS: Crack path, biaxial fatigue, orientation criteria, X-FEM.

1. INTRODUCTION

Multiaxial stress can be found at many engineering structures, for example in the automotive or aeronautical industry. Furthermore, fatigue has been identified as responsible of a large amount of structural failures. In particular, biaxial stress state is the most studied case since is found on the surface of material, where crack initiation usually takes place [1]. Thus, the scope of this study has been limited to biaxial stress state and under pure mode I or II and mixed mode (I+II). During last decades, development of new fatigue testing machines has allowed to investigate any biaxial loading path (inphase, out-of-phase, different frequencies, variable amplitude, etc.) in different materials. Tubular, solid cylindrical or cruciform specimens are the most common specimens that can be found in literature [2].

Under proportional fatigue loading, a crack may propagate either co-planar or at a certain deviation angle, mode I or mode II controlled (either perpendicular to the maximum normal stress or governed by the maximum shear stress) depending on the material and type of loading [3]. Due to the proportionality, direction of maximum normal or shear stress are kept constant at the crack tip and so the crack growth direction can be easily assessed. However, under non-proportional mixed mode I+II, a crack can either grow co-planar in mode I or mode II controlled, propagate at a certain deviation angle or branch in different cracks [4,5]. In this paper, we analyse numerically the effect of phase loading in biaxial fatigue loads on the crack path. Furthermore, the crack paths obtained through different criteria for nonproportional loading are compared. Finally, the effect of the ratio between the minimum and maximum displacement (displacement ratio) is assessed for the first crack angle orientation.

2. MATERIALS AND METHODS

2.1. Cruciform specimen and initial crack geometry

A symmetrical cruciform specimen was used for the biaxial study as shown in Fig. 1. The specimen geometry is in accordance to ASTM standard and international program NESC. A centred initial crack either aligned or inclined to the load directions is located at the origin of the specimen. The inclination angles considered are β =0, 15, 30 and 45 degrees and the initial crack length (2a) is 36mm.



Figure 1. Sketch of the cruciform specimen problem with a centred crack and definition of initial inclination angle (β) and local angle of propagation (θ).

2.2. Loading

Displacement controlled loads are applied to each of the specimen arms, U_x and U_y . In all loading cases studied, the maximum displacement applied to both arms, $U_{x,max}$ and $U_{y,max}$, was kept constant and equal to 0.076mm. In addition, the same displacement ratio (Eq. 1) and frequency was used for the displacement applied to both arms, U_x and U_y . Displacement loads are defined according to Eq. 2 and 3, being δ_{xy} the phase shift angle, *T* the time period, U_m the mean displacement and U_a the amplitude displacement.

$$R_{\mathrm{d},x} = R_{\mathrm{d},y} = \frac{U_{\mathrm{min}}}{U_{\mathrm{max}}} \tag{1}$$

$$U_x = U_m + U_a \cos\frac{2\pi t}{r} \tag{2}$$

$$U_y = U_m + U_a \cos\left(\frac{2\pi t}{T} + \delta_{xy}\right) \tag{3}$$

Numerical crack paths are obtained with a phase angle of 0, 90 and 180 degrees and an R_d of 0.1 in order to minimize crack closure effects. The loading cases considered are shown in Fig. 2. When δ_{xy} is 0°, loads are in-phase and the loading path is a straight line with a

slope of 1. Thus, the biaxiality ratio keeps constant during the cycle and the case is clearly proportional. When δ_{xy} is 90°, loads are out-of-phase and the loading path is a circle with centre in (U_m, U_m) . When δ_{xy} is 180°, loads are again out-of-phase and the crack path is a straight line with a slope of -1.



Figure 2. In-phase and out-of-phase 90° and 180° loading paths applied with R_d =0.1 and U_{max} =0.076 mm.

2.3. Numerical model

An Abaqus implementation of the extended finite element method (XFEM) [6] is employed to model crack propagation. Thus, the discontinuity is included as the crack grows in the numerical model without the necessity of remeshing. A small scale yielding condition is assumed at the crack tip. The material behaviour is assumed elastic, with E=206 GPa and v=0.3, under plane strain conditions. The element size of the mesh is 0.5 mm at the specimen centre. The crack is successively propagated as follows. Firstly, stress intensity factors (SIFs) are calculated using the domain independent interaction integral for each crack tip (further details can be found in [6]). Then, a fatigue crack propagation criterion is applied and the crack is extended 1.25 mm in the predicted direction. The mesh and crack extension size have been analyzed previously in order to optimize the computational cost and accuracy of the results.

2.4. Fatigue crack propagation

In two-dimensional linear-elastic fracture mechanics, and under mixed loading conditions that vary with time, the stress state at the crack tip in polar coordinates (r,θ) is given by:

$$\begin{cases} \sigma_{rr}(t,r,\theta) \\ \sigma_{\theta\theta}(t,r,\theta) \\ \tau_{r\theta}(t,r,\theta) \end{cases} = \frac{K_{I}(t)}{\sqrt{2\pi r}} \begin{cases} f_{rr}^{I} \\ f_{\theta\theta}^{I} \\ f_{r\theta}^{I} \end{cases} + \frac{K_{II}(t)}{\sqrt{2\pi r}} \begin{cases} f_{rr}^{II} \\ f_{\theta\theta}^{II} \\ f_{r\theta}^{II} \end{cases}$$
(4)

In addition, the stress intensity factor (k_{I}^{*} and k_{II}^{*}) associated with a virtual, infinitesimally branched crack

emanating from the original crack with an angle θ can be expressed as:

$$\begin{cases} k_{I}^{*}(t,\theta) \\ k_{II}^{*}(t,\theta) \end{cases} = K_{I}(t) \begin{cases} f_{\theta\theta}^{I} \\ f_{r\theta}^{I} \end{cases} + K_{II}(t) \begin{cases} f_{\theta\theta}^{II} \\ f_{r\theta}^{II} \end{cases}$$
(5)

In general, under proportional loading, a crack kinks in a direction where the mode I stress intensity factor of the branched crack k_{I}^{*} is maximum. Furthermore, this direction coincides with the direction of k_{II}^* equal to zero, in accordance with the criterion of local symmetry [7], and with the direction of maximum Δk_{I}^{*} . Several criteria can be found in the literature following these observations as the maximum tangential stress criterion [8], the maximum strain energy density criterion [9] and the maximum energy release rate [10]. Many authors have demonstrated that predicted angles given by the aforementioned criteria are very similar. It should be mentioned that these criteria can be modified in order to account for the effect of nonsingular terms [11]. On the other hand, it has been verified that a crack can also propagate co-planar or mode II controlled at high mixed-mode loadings [12]. However, we will assume that propagation is under mode I controlled in order to simplify the study and because this is not the scope of this paper.

Under nonproportional loading, the ratio of the stress intensity factor $K_{\rm I}/K_{\rm II}$ is not kept constant during the cycle as in proportional loading. Thus, it can be generally said that the direction of maximum k_{I}^{*} $(k_{I,max}^*)$ is not kept constant during the cycle. Under these conditions, Hourlier and Pineau [13] consider three directions of crack orientation: the direction corresponding to the absolute $k_{I,max}$ *, the direction where Δk_{I}^{*} is maximum ($\Delta k_{I,max}^{*}$) and the direction where the crack growth rate is maximum. In addition, Dubourg and Lamacq [14] proposed the direction where the effective range of the circumferential stress is maximum along the cycle. The criterion is applied on fretting fatigue problems showing a very good agreement. On the other hand, an extension of the criterion of local symmetry for nonproportional loading $(\Delta k_{\text{II,min}}^*)$ was proposed by Giner et al. [15], where the crack orientation is the direction which the shear stress range at the crack tip is minimized ($\Delta \tau_{12,min}$) [16]. Lastly, Highsmith observed that direction of crack orientation usually falls between the absolute $k_{I,max}^*$ and $\Delta k_{I,max}$ *. In this way, Highsmith employed a crack driving force (Eq. 6) combining the influence of both parameters following the work by Hourlier et al. [13] and Walker [17]. In Eq. 6, the parameter w weights $k_{I,max}^*$ and $\Delta k_{I,max}^*$, defining which one dominates the direction of orientation. The crack orientation angle is that where the crack driving force is maximized.

$$\Delta k_{I}^{*w}(\theta) = k_{I,\max}^{*}(\theta) \Delta k_{I}^{*w}(\theta)$$
(6)

3. RESULTS

The results are divided into four sections. The first three sections present the numerical crack path results with a phase angle of 0, 90 and 180 degrees. In each section, the numerical crack path is obtained for four different centred crack inclinations (0, 15, 30 and 45 degrees) while keeping constant the rest of parameters. Finally, the fourth section concerns the influence of the displacement ratio and the first crack kink for an initial centred crack inclined at 45 degrees.

3.1. In phase

When the loads are in phase, $K_{\rm II}$ remains zero during the loading cycle for any inclined centred crack and the crack grows coplanar to the initial crack as shown in Fig. 3a. Thus, crack behaviour is a pure mode I. As shown in Fig. 3b, direction of $\Delta k_{\rm II,min}$ *, $k_{\rm I,max}$ * and $\Delta k_{\rm I,max}$ * is kept constant during the loading cycle (θ =0°) due to the loading proportionality.



Figure 3. a) Numerical crack path after 25 propagations for the four inclinations with phase loading 0 degrees (initial crack in black) using $\Delta k_{1,\max}$ * criterion. b) SIFs, $k_1^*(t,\theta)$ and $k_{II}^*(t,\theta)$ during a loading cycle for the case $\beta=0^\circ$ and $\delta_{xy}=0^\circ$ for the initial centred crack.

3.2. Out-of-phase 180°

When the phase loading is 180 degrees, three crack behaviours are found depending on the initial crack inclination. When the crack is aligned with the loading directions (β =0°), K_{II} remains zero during the loading cycle. Therefore, the crack behaviour is a pure mode I and there is not crack kink.



Figure 4. a) Numerical crack path after 25 propagations for the four inclinations with phase loading 180 degrees (initial crack in black) using $\Delta k_{1,max}$ * criterion. b) SIFs, k_1 *(t, θ) and k_{II} *(t, θ) during a loading cycle for the case β =15° and δ_{xy} =180° for the initial centred crack.

When β is either 15 or 30 degrees, the loading case is clearly non-proportional and mixed-mode. In order to summarize the results, the case β =15° is presented, being analogous the case β =30°. As shown in Fig. 4b, the direction where k_1^* achieves its maximum (cross markers) changes during the loading cycle. The absolute $k_{I,max}^*$ direction (θ =-26.25°) coincide with the direction of $\Delta k_{I,max}^*$. However, it is observed in Fig. 4b that $\Delta k_{II,min}^*$ is zero and its direction (θ =-43.5°) does not coincide with $\Delta k_{I,max}^*$ direction.

When β is 45 degrees, the loading case is again nonproportional and mixed-mode. However, in this case K_{I} keeps constant during the loading cycle while $K_{\rm II}$ changes. As shown in Fig. 5, there are two directions $(\theta = \pm 50^{\circ})$ where $k_{\rm I}^*$ and $\Delta k_{\rm I}^*$ achieve their absolute maximum. Furthermore, $\Delta k_{\rm II,min}^*$ is zero and its direction $(\theta = \pm 70.5^{\circ})$ does not coincide with $\Delta k_{\rm I,max}^*$ direction. Therefore, the crack is expected to branch symmetrically into two cracks with respect to the initial crack. This result was firstly observed by Qian et al. [5] and recently by Neerukatti et al. [18]. Qian et al. [5] observed experimentally that the crack initially bifurcates symmetrically into two cracks at 50-60 degrees. Within 1 mm, the crack bifurcates to 70 degrees and finally propagates along the direction of axes.



Figure 5. SIFs, $k_1^*(t,\theta)$ and $k_{II}^*(t,\theta)$ during a loading cycle for the case $\beta=45^\circ$ and $\delta_{xy}=180^\circ$ for the initial centred crack.

3.3. Out-of-phase 90°

When the phase loading is 90° , the crack path predicted is very close to the predicted crack path with phase loading 180° . Nevertheless, the predicted kink angles are less in this case. As can be seen in Fig. 6a, the crack path is straight for the centred crack aligned with the load axis and symmetric branching is predicted for the centred crack with an inclination of 45° .





Figure 6. a) Numerical crack path after 25 propagations for the four inclinations with phase loading 90 degrees (initial crack in black) using $\Delta k_{I,max}$ * criterion. b) SIFs, k_I *(t, θ) and k_{II} *(t, θ) during a loading cycle for the case β =15° and δ_{xy} =90° for the initial centred crack.

The differences found between 180° and 90° phase loading are in the $k_{\rm I}^*$ and $k_{\rm II}^*$ curves along a cycle. As shown in Fig. 6b, relative $k_{\rm I,max}^*$ during a cycle (cross markers) follows a loop shape. Furthermore, in comparison with the same case with phase loading 180°, $\Delta k_{\rm II,min}^*$ (θ =-36.5°) is less sharp and does not coincide with $\Delta k_{\rm I,max}^*$ (θ =-26.25°). These facts are more pronounced when the centred crack is 45° inclined as shown in Fig. 7.



Figure 7. SIFs, $k_1^*(t,\theta)$ and $k_{II}^*(t,\theta)$ during a loading cycle for the case $\beta=45^\circ$ and $\delta_{xy}=90^\circ$ for the initial centred crack.

Fig. 8 displays the predicted crack paths at one crack tip (predicted crack paths obtained in the other crack tip are symmetric) with absolute $k_{I,max}^*$, $\Delta k_{II,min}^*$ and $\Delta k_{I,max}^*$ criteria (β =45° and δ_{xy} =90°). It is shown that the crack predicted by $k_{I,max}^*$ is a straight line. On the other hand, the crack path predicted by $\Delta k_{II,min}^*$ and $\Delta k_{I,max}^*$ are

different at the beginning, but the crack path predicted by $\Delta k_{I,max}^*$ tends to follow the crack path predicted by $\Delta k_{II,min}^*$ as crack becomes longer.



Figure 8. Numerical crack path after 25 propagations for β =45° and δ_{xy} =90° predicted by absolute $k_{I,max}^*$, $\Delta k_{II,min}^*$, $\Delta k_{I,max}^{w*}$ (w=0.3 and 0.7) and $\Delta k_{I,max}^*$ criteria (initial crack in black).

3.4. Displacement ratio

In this section, the influence of the displacement ratio of the displacement controlled loads applied at both arms on the first crack orientation is assessed numerically. The studied case is with β =45° and out-of-phase loading (90° and 180° phase loading). The same displacement ratio is applied on both arms. Four different criteria are employed: $\Delta k_{\text{II,min}}^*$, $\Delta k_{\text{I,max}}^*$, absolute $k_{\text{I,max}}^*$ and $\Delta k_{I,max}^{w*}$. The displacement ratio interval studied ranges from -1 to 0.8. All the criteria employed assess symmetric branching with respect to the initial crack direction. Fig. 9 shows the crack orientation angle against the displacement ratio for the studied cases. It can be also observed in Fig. 9 that $\Delta k_{\text{II,min}}^*$ is kept constant when changing the displacement ratio for both phase loadings. For out-of-phase 90°, $\Delta k_{I,max}^*$ shows no influence when the displacement ratio is above 0.4. However, when the displacement ratio is below 0.4, $\Delta k_{\text{I,max}}^*$ tends to predict the same direction as $k_{\text{I,max}}^*$. In addition, it can be observed that as the parameter w increases the predicted angle is closer to the direction predicted by $\Delta k_{I,\max}^*$.



Figure 9. Bifurcation angle predicted at the crack tip of the initial centred crack (β =45°) versus displacement ratio applied on both arms when the phase loading is 180 degrees

4. CONCLUSIONS

Crack paths and kink angles have been predicted for a cruciform specimen under biaxial loading. The influence of the phase loading and displacement ratio have been assessed numerically using X-FEM and different criteria found in the literature for nonproportional loading. Symmetrical branching has been predicted for an initial crack inclined at 45° with phase loading 90 and 180 degrees. The numerical results are in good agreement with the experimental observations found in the literature. However, experiments should be carried out in order to confirm other load cases and configurations. In general, $\Delta k_{\text{II,min}}^*$ and $\Delta k_{I,max}^*$ criteria do not predict the same angle under nonproportional loading. However, the predicted angles are very close and the numerical crack paths are almost the same using both criteria in all the studied cases.

ACKNOWLEDGEMENTS

The authors gratefully acknowledge the financial support given by the Spanish Ministry of Economy and Competitiveness and the FEDER program through the project DPI2017-89197-C2-2-R and DPI2014-56137-C2-2-R and the FPI subprogram associated to the project with the reference BES-2015-072070. The support of the Generalitat Valenciana, Programme PROMETEO 2016/007, is also acknowledged

REFERENCES

- [1] J. Schijve, Biaxial Fatigue of Metals, Springer International Publishing, Cham, 2016.
- [2] M. de Freitas, Multiaxial fatigue: From materials testing to life prediction, Theor. Appl. Fract. Mech. 92 (2017) 360–372.
- [3] P.E. Bold, M.W. Brown, R.J. Allen. A review of fatigue crack growth in steels under mixed mode I

and II loading, Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct. 15 (1992) 965–977.

- [4] R. Plank, G. Kuhn, Fatigue crack propagation under non-proportional mixed mode loading, Eng. Fract. Mech. 62 (1999) 203–229.
- [5] C. Qian, M.- Wang, Symmetric Branching of Mode II and Mixed-Mode Fatigue Crack Growth in a Stainless Steel, 118 (2018) 356–361.
- [6] E. Giner, N. Sukumar, J.E. Tarancón, F.J. Fuenmayor, An Abaqus implementation of the extended finite element method, Eng. Fract. Mech. 76 (2009) 347–368.
- [7] B. Cotterell, J.R. Rice, Slightly curved or kinked cracks, Int. J. Fract. 16 (1980) 155–169.
- [8] F. Erdogan, G.C. Sih, On the Crack Extension in Plates Under Plane Loading and Transverse Shear, J. Basic Eng. 85 (1963) 519.
- [9] G.C. Sih, Strain-energy-density factor applied to mixed mode crack problems, Int. J. Fract. 10 (1974) 305–321.
- [10] K. Palaniswamy, W.G. Knauss, Propagation of a crack under general, in-plane tension, Int. J. Fract. Mech. 8 (1972) 114–117.
- [11] J.G. Williams, P.D. Ewing, Fracture under complex stress? The angled crack problem, Int. J. Fract. Mech. 8 (1972) 441–446.
- [12] M.O. Wang, R.H. Hu, C.F. Qian, J.C.M. Li, Fatigue Crack Growth Under Mode Ii Loading, Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct. 18 (1995) 1443–
- [13] F. Hourlier, H. d'Hondt, M. Truchon, A. Pineau, Fatigue Crack Path Behavior Under Polymodal Fatigue, in: Multiaxial Fatigue, ASTM International, PA 19428-2959, 1985: pp. 228-228– 21.
- [14] M. Dubourg, V. Lamacq, Stage II Crack Propagation Direction Determination Under Fretting Fatigue Loading: a New Approach in Accordance with Experimental Observations, in: Frett. Fatigue Curr. Technol. Pract., ASTM International, PA 19428-2959, 2000: pp. 436-436– 15.
- [15] E. Giner, M. Sabsabi, J.J. Ródenas, F. Javier Fuenmayor, Direction of crack propagation in a complete contact fretting-fatigue problem, Int. J. Fatigue. 58 (2014) 172–180.
- [16] E. Giner, J. Díaz-Álvarez, M. Marco, M.H. Miguélez, Orientation of propagating crack paths emanating from fretting-fatigue contact problems, Frat. Ed Integrità Strutt. 10 (2016) 285–294.
- [17] K. Walker, The Effect of Stress Ratio During Crack Propagation and Fatigue for 2024-T3 and 7075-T6 Aluminum, in: Eff. Environ. Complex Load Hist. Fatigue Life, ASTM International, PA 19428-2959, 1970: pp. 1-1–14.
- [18] R.K. Neerukatti, S. Datta, A. Chattopadhyay, N. Iyyer, N. Phan, Fatigue crack propagation under in-phase and out-of-phase biaxial loading, Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct. 41 (2018) 387–399.

COMPARISON OF NEW EXPERIMENTAL DATA AND PREDICTIONS BY THE COUPLED CRITERION OF FFM FOR BRITTLE FRACTURE OF V-NOTCHED TPB SPECIMENS

A. Macías¹, V. Mantič^{1*}, A. Sapora², L. Távara¹, F. París¹

¹Escuela Técnica Superior de Ingeniería, Universidad de Sevilla Camino de los Descubrimientos, s/n, 41092, Sevilla, España ²Politecnico di Torino Corso Ducca degli Abruzzi 24, 10129, Torino, Italia * Persona de contacto: <u>mantic@us.es</u>

ABSTRACT

The problem of determining the critical angle in edge V-notched structures is revisited providing new experimental results by a carefully prepared experimental campaign. Two series of V-notched Three Point Bending (TPB) specimens with different V-notch depths were carefully manufactured from polymethylmethacrylate (PMMA). These specimens were first measured paying an attention to the measurement of the key geometric parameters: the notch depth and angle and the notch-tip radius. The tested V-notch depths were about 0.2, and 0.4 mm whereas the notch-tip radii were about 0.02mm. Then, these TPB specimens were tested under displacements control in a universal testing machine. The aim of these tests was to identify the critical V-notch angle leading to the minimum critical load. In spite of certain dispersion of the experimental values for the critical load, they clearly indicate the existence of a minimum value for a V-notch angle greater than 30-40 degrees for all two tested V-notch depths. After characterizing the elastic and fracture properties of PMMA used, the theoretical predictions for the critical load values by the Coupled (stress and energy) Criterion of Finite Fracture Mechanics (CCFFM) are compared with these new experimental results.

KEYWORDS: Brittle fracture, V-notch, critical notch-angle, notch-tip radius, Three-Point-Bending specimen, PMMA, Finite Fracture Mechanics

1. INTRODUCTION

The aim of this project is the study of fracture in brittle materials with V-notch. In this case, it is reasonable to expect a lower failure load at the tip of the edgecracked specimens with the highest singularity order at the crack tip, i.e., for vanishing notch opening angle ω .

However, many experimental results show that the failure load does not increase monotonically as the notch-opening angle ω does. Experimental evidences about not zero-critical angles of V-notch were published by other authors [1-5]. It is found that there exists a positive critical angle $\omega_c > 0$ for which the failure load attains the minimum value.

These papers [1-5] consider several materials, sizes and types of specimens depending on each test, as well as different notch angles between 0° and 180°. Certainly, both the notch-tip radius and notch depth are invariably the main dimensions which shall be kept as small as possible.

Particularly, the value of the notch-tip radius should be as minimum as possible in order to obtain results close as much as possible to the ideal V-notch case. In regard to the notch depth, theoretical [6,7] as well as experimental [1-5,8] findings evidenced that an increase in the notch length produces that the V-notch angle of the minimum critical load is displaced to zero angle. That is, the critical angle tends to be so small that it makes difficult, with the available resources, to reproduce this phenomenon for large notch lengths.

The decision regarding which type of test should be chosen, Three Point Bending (TPB) test in this case, was motivated by how the phenomenon under study [1-5] is more easily evidenced. Specimen dimensions, supports and load application are shown in Figure 1.



Figure 1. Specimen configuration type TPB

For prediction of the critical load and then the critical Vnotch angle the Coupled Criterion of Finite Fracture Mechanics (CCFFM) developed by Carpinteri et al. [6,7] will be applied in this work. By using CCFFM the critical notch angle, ω_c , for which the minimum failure load is reached, can be calculated from the following material properties: the critical stress intensity factor, K_{IC} , the flexural strength, σ_c , the elastic properties of the material and the notch depth.

2. ANALYSIS OF EDGE V-NOTCHED SLAB

The generalized stress intensity factor (GSIF) K_I^* can be expressed for an edge V-notched slab under remote tensile load, as [1]:

$$K_I^* = \sigma \beta(\omega) a^{1-\lambda(\omega)} \tag{1}$$

Where σ is the applied remote tensile load, $\beta(\omega)$ is the shape function which depends only on the notch angle ω , *a* is the notch depth and $\lambda(\omega)$ is the solution of eigen-equation derived by Williams [1952].

The generalized stress-intensity factor (GSIF) K_I^* is the coefficient of the dominant term of the stress field at the notch tip and it is expected to be the governing failure parameter for brittle structural behavior. In other words, failure is supposed to take place whenever (Carpinteri, 1987):

$$K_I^* = K_{Ic}^* \tag{2}$$

 K_{lc}^* being the generalized fracture toughness. A theoretical justification of this fracture criterion may be obtained by CCFFM. Several approaches (Sih and Ho, 1991; Seweryn, 1994; Lazzarin and Zambardi, 2001; Leguillon, 2002; Gómez and Elices, 2003; Carpinteri and Pugno, 2005; Carpinteri et al., 2008) have been proposed in the literature to relate the generalized fracture toughness to the tensile strength σ_c and to the fracture toughness K_{Ic} of the material. All of them may be cast in the following expression:

$$K_{Ic}^{*} = \frac{K_{Ic}^{2(1-\lambda(\omega))}}{\sigma_{c}^{1-2\lambda(\omega)}}\xi(\omega)$$
(3)

While K_{Ic} is the fracture toughness and σ_f is the tensile strength, both properties of the material, $\xi(\omega)$ is a dimensionless function depending on the fracture criterion used. (We will apply/Applying) the coupled FFM criterion:

$$\begin{cases} \int_{0}^{\Delta} \sigma_{y}(x) \, dx \geq \sigma_{c} \Delta \\ \int_{0}^{\Delta} K_{l}^{2}(e) \, de \geq K_{lc}^{2} \Delta \end{cases}$$

Inserting eq. (1) and eq. (3) into eq. (4), yields:

$$\frac{\sigma_f(\omega)}{\sigma_c} = \frac{\xi(\omega)}{\beta(\omega)} s^{2(\lambda(\omega)-1))}$$
(5)

Where s is the brittleness number, $s = \frac{K_{Ic}}{\sigma_c \sqrt{a}}$, which was introduced by Carpinteri (1981).

Table 1. PMMA properties

Standard Test Methods	Material properties	
ASTM D5045-14 [9]	$KIc = 1,34 \text{ MPa}\sqrt{m}$	
ASTM D638-14 [10]	$E = 2.93 \ GPa$, $v = 0.32$ $\sigma_t = 61.6 \ MPa$	
ASTM D790-03 [11]	$\sigma_c = 106,1 MPa$	

Material properties reported in Table 1, have been obtained by a series of tests according to standard recommendations.

The above values of material properties and the dimensionless coefficients $\lambda(\omega)$, $\beta(\omega)$, $\mu(\omega)$ and $\xi(\omega)$, that can be found tabulated in Carpinteri et al. (2010), allow us to calculate the curves of fracture stress for specimens of notch-depth a = 0.2 mm and a = 0.4 mm, which are represented in Fig. 1.



Figure 1. Predictions by CCFFM: curves of $\sigma_f(\omega)$ for specimens of 0.2 mm and 0.4 mm notch-depth

3. SPECIMENS MANUFACTURING PROCESS

The first step in the manufacturing process is the material selection. The different materials used by other authors were considered, evaluating which would be the best in order to achieve the aim of this study [1-5]. Polymethyl methacrylate (PMMA) was the material of choice for the fabrication of the specimens due to its easy machining as well as because it is relatively easy to achieve a suitable notch depth in this material. PMMA offers notch depths in the range of tenth of the millimetre and critical angles sufficiently far from the null angle, easy to measure with the available means.

Usually, the PMMA is supplied in the form of a sheet. These PMMA sheets could be made based on two different manufacturing processes, extrusion or casting. According to [9], the material properties after either shaping processes must be very similar, without significant difference in the use of one or other to achieve the objective of this research. In this case, casted sheets were chosen. The selected dimensions for the specimens and the V-notch are the following:

- Support span (L): 150 mm;
- Specimen thickness (b): 15 mm;
- Specimen height (t): 16 mm;
- V-notch depth (*a*): 0.2 y 0.4 mm;
- V-notch angles (ω): 15°, 30°, 55°, 70°, 90° and 110°.

In order to obtain accurate and useful results, it is necessary that at least four replicate tests are made for each combination of notch depth and angle. Thus, a total of 48 specimens were tested. Each group of specimens was denoted by their V-notch depth, 0.2 in the case of notch depth equal to 0.2 mm and 0.4 in the case of 0.4 mm.

Starting from specimens with a slightly greater size than desired, their edges were individually reduced till the design shape was achieved. Notches were machined using carbide tools, shown in Figure 3, specially designed for this purpose. These tools were manufactured by an external company, which employed a computer numerical control (CNC) machine in order to obtain accurate angles of 15°, 30°, 55°, 70°, 90° and 110°.



Figure 3. CNC-manufactured carbide cutter tools

For the interest of this project, the lathe was used in an unusual way for the fabrication of the V-notch. The sample was attached to the lathe headstock with four-jaw chucks, while the cutting tool was installed in the cutting carriage assuring a perpendicular alignment with the edge of the specimen, where the notch would be shaped. Before starting with the notch shaping, it was necessary to approach the tool to the specimen at a tenth of millimetre rate until touching it. Then, the depth of the notch was generated by inserting the cutter tool in the specimen applying a careful transversal movement. The manual movement of the carriage was made at a 0.01 mm rate, removing thin layers of material in each stroke until the desired depth is achieved.



Figure 4. Detail of the machining process of the notch on the lathe

Pictures of the specimens are depicted in Figure 5. The first picture, from the top, which shows the whole specimen, was taken with a conventional compact camera. The tiny notch is located at the top of the specimen, right in the middle and imperceptible with a naked eye. A mark can be identified on the bottom of the specimen, which was used to accurately place the specimen in the testing machine. All the other pictures in this figure are macrographs which were taken with a magnification of 40x in a NIKON SMZ800 binocular zoom stereomicroscope and an INFINITY 2-3C-NS camera.



Figure 5. Picture of a whole V-notch specimen at the top, and macrographs of different notch angles 15°, 30°, 55°, 70°, 90° and 110°

4. V-NOTCHED THREE-POINT BENDING TESTS

Three point bending tests were accomplished to determine the fracture load of V-notched PMMA specimens. These tests were carried out using an INSTRON 4482 universal testing machine, provided with a vertical controlled movement crosshead, whose movement was measured with the base of the testing machine as reference.

At the fix plate, the lower part of the three-point bending test tool was screwed, which includes two supports (rollers) that were positioned at a distance of L, support span. The load cell was mounted at the mobile crosshead, in this case 5 KN, and connected to the console of the test machine. Then, the loading roller was coupled to the mobile crosshead, by means of the load cell. The loading roller ought to be centred to the support rollers as reference.

Once the installation was done, the machine had to be calibrated so that the load cell was recognized and synchronized with the computer. To begin the test, the specimen was placed on the supports and the loading roller was brought as close as possible to the specimen without applying load and the equipment was set to zero. This process would be repeated for each specimen, as can be seen in Figure 6.



Figure 6. INSTRON 4482 test machine with flexure fixtures and the V-notch three point bending specimen

The tests were carried out controlling the crosshead speed, fixed at 1 mm/min. The test finished when the

specimen fracture took place. For each test, data of displacements(mm) and forces(N) were extracted. A typical load-displacement curve is represented in Figure 7.



Figure 7. The load-displacement curve (in absolute values) obtained for a specimen of 0.4 mm series

In general, the specimens showed the expected behaviour during tests, with a linear elastic behaviour until the instant of fracture. Fractures were mainly brittle in all the tests.

5. DISCUSSION ON THE RESULTS

Once the tests were carried out, specimens thickness and height as well as rollers position (supported span) were measured, in order to evaluate the results more accurately and take into account all variables and information of the test. Although the supported span was intended to be the same in all performed tests, 120mm, it was not possible to position the specimen always with the same accuracy on the rollers. Thus, after the test, measurements were made to check the variation of the supported span and corroborate if they were close to the indicated value, so the possible small variations that might occurred could be taken into account.

All data extracted from the tests and the additional measures were processed deleting displacement and force data corresponding to the start of the test, where the specimen was not yet compressed, it is data from when the roller was still positioning. The failure force applied to the specimen was measured directly from the tests.

The obtained failure force values were divided by the thickness of the specimen and represented versus the V-notch angles in Figure 8, so the unit on ordinate axes remains as force divided by unit of length. The average values in Figure 8 are joint by a piecewise linear curve.



Figure 8. Failure force versus V-notch angle measured for the two series and their average values lines

It is evident from Figure 8 that the objective of this research has been achieved as the slope of the failure force versus V-notch angle curve is evidently from 15° to 55° angles, where a slope change is observed. According to this behaviour we can expect that the value of the failure force for the null V-notch angle, i.e. a crack, will be higher than the values obtained for 15° and 30° angles.

In the same way, from 15° to 30° V-notch angles there is a descending section and it seems that a minimum is not located in this area. However, the same cannot be said for the interval between 30° to 55° where a minimum could exist and be even smaller than the value obtained for the 55° V-notch angle.

The interval from 55° to 90° is considerably wide and the observed variations of the average failure force, apparently associated to a scatter in the measured values, do not indicate clearly which is the actual behaviour of the failure force in this interval of V-notch angles. We can just speculate that the actual variations of the failure force are quite small there and begin progressively increase at 90° V-notch angle. Thus, a minimum of the failure force could possibly take place for a V-notch angle somewhat greater than 55° .

6. COMPARISION OF THE THEORETICAL PREDICTIONS AND THE EXPERIMENTAL RESULTS

The present experimental results and the theoretical predictions by CCFFM, reported in Figure 9, show a reasonable agreement between them, although a very shallow minimum is predicted by CCFFM in comparison with the experimentally observed one. This observation could be explained by the two following facts.

First, that the V-notch depth is comparable with the characteristic length of PMMA given by the following expression:

$$l_{ch} = \left(\frac{K_{lc}}{\sigma_c}\right)^2 = 0,16 \, mm$$

Thus, possibly some higher order terms of the asymptotic solution at the V-notch tip should be considered in CCFM to achieve a better agreement between the predictions by the CCFFM and experiments. Notice that in the present application of CCFFM only the first term of this asymptotic expansion was used.

Second, in the present application of CCFFM we considered sharp V-notches. Thus, we should also consider the actual V-notch tip radius in CCFM to achieve a better agreement between the predictions by the CCFFM and experiments. Notice that the influence of the notch-tip radius is larger for smaller V-notch depths.

Eventually, the V-notch depth and notch-tip radius and should be better controlled and measured, and some splitting-off the material in the neighbourhood of the Vnotch tip (i.e. the notch edge in the 3D view) due to the manufacturing procedure applied, and observed on one side of the specimens where the cutting device get out of the specimen, should be avoided.



Figure 9. Failure force versus V-notch angle by CCFFM and experimental results.

7. CONCLUSIONS

The three-point bending tests on PMMA specimens with V-notches of depth 0.2 and 0.4 mm carried out in this work, confirm that a certain notch length can cause a minimum value of the failure load for a notch angle different to the null angle, corresponding to a crack. This is surprising because, the stress concentration for a 0° V-notch angle is expected to be greater than for any other

angle, with the same notch radius therefore a nonintuitive conclusion is reached by these new experimental results.

The importance of this interpretation is that the angle for which the minimum failure load is reached can depend on the V-notch depth, in specimens of the same material, not always being equal to the null angle.

Note that the observed phenomenon also appears for the larger notch depths. However, the critical V-notch angles are very small for these lengths. Therefore, in this work V-notch depths were chosen in the order of tenths of millimetre according to the available manufacturing conditions, because larger V-notches would require manufacturing specimens with very small V-notch angles, difficult to carry out accurately.

ACKNOWLEDGMENTS

The authors acknowledge the support by the Spanish Ministry of Economy and Competitiveness and European Regional Development Fund (Project MAT2015-71036-P).

REFERENCES

- [1] A. Carpinteri, Stress-singularity and generalized fracture toughness at the vertex of re-entrant corners, *Engineering Fracture Mechanics*, **26**, 143-155 1987.
- [2] A. Seweryn, Brittle fracture criterion for structures with sharp notches, *Engineering Fracture Mechanics*, **47**, 673-681, 1994.
- [3] M.L. Dunn, W. Suwito, S. Cunningham, Fracture initiation at sharp notches: correlation using critical stress intensities, *International Journal of Solids* and Structures, 34, 3873-3883, 1997.
- [4] M. Strandberg, Fracture at V-notches with contained plasticity, *Engineering Fracture Mechanics*, **69**, 403-415, 2002.
- [5] F.J. Gómez, M. Elices, Fracture of components with V-shaped notches, *Engineering Fracture Mechanics*, **70**, 1913-1927, 2003.
- [6] A. Carpinteri, P. Cornetti, N. Pugno, A. Sapora, On the most dangerous V-notch, *International Journal* of Solids and Structures, **47**, 887-893, 2010.
- [7] A. Carpinteri, P. Cornetti, N. Pugno, A. Sapora, The problem of the critical angle for edge and center Vnotched structures, *European Journal of Mechanics* - A/Solids, 30, 281-285, 2011.
- [8] A. Macías, Fractura en entallas tipo V, Proyecto Fin de Carrera, Universidad de Sevilla, 2017.
- [9] ASTM D5045-14. Standard Test Methods for Plane-Strain Fracture Toughness and Strain Energy Release Rate of Plastic Materials.
- [10] ASTM D638-14. Standard Test Method for Tensile Properties of Plastics.
- [11] ASTM D790-03. Standard Test Methods for Flexural Properties of Unreinforced and Reinforced Plastics and Electrical Insulating Materials.

[12] UNE-EN ISO 7823. Plásticos. Hojas de Poli(metilmetacrilato). Tipos, dimensiones y características, AENOR, 2008.

CONVERGENCIA DE LA SOLUCIÓN NÚMERICA OBTENIDA POR EL MÉTODO DE ELEMENTOS DE CONTORNO EN LA APLICACIÓN DEL CRITERIO ACOPLADO DE LA MECÁNICA DE FRACTURA FINITA EN INTERFASES DÉBILES

M.Muñoz-Reja1*, L. Távara1 and V. Mantič1

¹ Grupo de Elasticidad y Resistencia de Materiales. Escuela Técnica Superior de Ingeniería. Universidad de Sevilla. Camino de los Descubrimientos s/n, 41092. Sevilla-España * Persona de contacto: mmunozreja@us.es

RESUMEN

En este trabajo se presenta un procedimiento basado en el Modelo de Interfase Elástica-Lineal Frágil (LEBIM) combinado con el Criterio Acoplado de la Mecánica de la Fractura Finita (CCFFM). Este se ha implementado con éxito en un código del Método de Elementos de Contorno 2D (BEM). En la formulación del LEBIM original, los valores de la resistencia de la interfase, la tenacidad a la fractura y la rigidez dependen unos de otros. Por lo tanto, para interfases muy rígidas, cuando la interfase elástica tiende a una interfase perfecta (infinitamente rígida), el LEBIM no es capaz de caracterizar correctamente ni el inicio ni la propagación de las grietas. El uso del CCFFM aplicado a LEBIM, con los criterios de tensión y energía impuestos como condiciones de fractura independientes, permite desacoplar la resistencia y la tenacidad a la fractura de la interfase, obteniendo predicciones realistas para la propagación de grietas incluso para interfases muy rígidas. Este procedimiento se aplica con éxito al ensayo doble a cortante (DPPST), estudiando la convergencia de la solución en el frente de grieta para los distintos refinamientos de mallas y el efecto de la rigidez de la intrefase en la carga de fallo.

PALABRAS CLAVE: LEBIM, CCFFM, fallo de interfase, BEM, covergencia de solución númerica.

ABSTRACT

A procedure based on the Linear Elastic Brittle Interface Model (LEBIM) combined with the Coupled Criterion of Finite Fracture Mechanics (CCFFM) is successfully implemented in a 2D Boundary Element Method (BEM) code. In the original LEBIM formulation, the values of the interface strength, fracture toughness and stiffness are dependent on each other. Therefore, for a large interface stiffness, when the elastic interface tends to a perfect (infinitely stiff) interface, LEBIM is not able to properly characterize the crack propagation. The use of the CCFFM applied to LEBIM, with both the stress and energy criteria imposed as independent fracture conditions, allows to decouple the interface fracture toughness and strength, obtaining realistic predictions for crack propagation even for stiff interfaces. This procedure is successfully applied to the problem of crack onset and growth in the pull push shear test. This problem is solved, focusing on the convergence of the crack-tip solution for h-refinements of meshes and on the effect of the interface stiffness in the failure load predicted.

KEYWORDS: LEBIM, CCFFM, interface failure, BEM, solution convergence.

INTRODUCCIÓN

La integridad de las estructuras de materiales compuestos depende inevitablemente de la durabilidad y resistencia de sus uniones adhesivas. Esto conlleva que, a cualquier nivel de escala, el estudio del daño en las interfases entre diferentes sólidos sea de gran importancia. Por eso la adecuada caracterización de estas interfases es un objetivo para muchos trabajos.

El Modelo de Interfase Elástica-Lineal Frágil (LEBIM por sus siglas en inglés), propuesto en [1, 2], ha

mostrado ser capaz de caracterizar el comportamiento de la fractura dentro de una interfase débil entre dos sólidos, proporcionando un modelo apropiado para reproducir el comportamiento de daño a lo largo de dicha interfase. Sin embargo, en algunas configuraciones, especialmente para interfases rígidas, el LEBIM puede llevar a predicciones inexactas, principalmente debido a los siguientes hechos:

1. La tenacidad a la fractura y la tensión crítica en una interfase modelada mediante LEBIM están acopladas a través de una ecuación que las relaciona con la rigidez de la propia interfase:

$$G_{lc} = \bar{\sigma}_c^2 / 2 k_n \tag{1}$$

donde G_{Ic} es la energía de fractura en modo I puro, $\overline{\sigma}_c$ es la tensión crítica y k_n la rigidez normal de la interfase. Por lo tanto, si se establecen G_{Ic} y $\overline{\sigma}_c$, la rigidez de la interfase también quedaría establecida indirectamente.

2. Lenci [3] demostró que cuando una interfase es modelada por una distribución continua de muelles, como es el caso del LEBIM, existe una singularidad del gradiente de las tensiones en el frente de grieta, que conduce a un pico pronunciado de dichas tensiones en ese punto, siendo particularmente agudo para las interfaces muy rígidas.

Para evitar el primero de los inconvenientes anteriores en el LEBIM original [6], se puede aplicar el Criterio Acoplado de la Mecánica de la Fractura Finita (CCFFM por sus siglas en inglés) [4, 5, 6] al LEBIM [7]. Esto produce un desacoplamiento entre la tensión crítica y la energía de fractura de la interfase, permitiendo caracterizar, adecuadamente las interfases rígidas. Este enfoque se implementó recientemente en un código basado en el Método de los Elementos de Contorno (BEM por sus siglas en inglés) [8, 9], lo que resuelve el primer problema mencionado.

Para superar el segundo inconveniente, es decir, la singularidad de los gradientes de tensiones en el frente de grieta, se necesitan mallas muy refinadas para obtener los valores máximos de tensión con un error de discretización aceptable.

Numerosos autores han estudiado el despegue de las uniones adhesivas para diferentes modos de fractura, y se han llevado a cabo numerosos ensayos que caracterizan la resistencia de estas uniones. El ensayo doble a cortante (DPPST por sus siglas en inglés) es uno de los más utilizados para caracterizar la resistencia tangencial de la interfases entre el hormigón y los refuerzos de materiales compuesto, ya que el modo II es predomínate en este ensayo.

Varios autores han estudiado diferentes tipos de uniones adhesivas utilizando el CCFFM [7, 10, 11]. En el presente estudio, se utiliza un código del BEM que incluye el CCFFM + LEBIM para analizar el ensayo de DPPST (ver figura 1). La prueba incluye un bloque de hormigón unido a dos láminas de material compuesto (refuerzos). El objetivo de la prueba es medir la resistencia de la unión entre el bloque y los refuerzos.

Las condiciones de contorno del problema numérico se muestran en la figura 2. En este problema, la capa adhesiva (en la zona unida) se encuentra resistiendo, principalmente, tensiones tangenciales. Aunque el modo II de fractura (modo de cizalladura) es predominante, un análisis detallado muestra que el modo I de fractura (modo de apertura) no es despreciable.



Figura 1. Descripción del ensayo doble a cortante (DPPST).



Figura 2. Modelo numérico simplificado del ensayo DPPST.

CCFFM APLICADO AL LEBIM

En el LEBIM, la interfase se caracteriza por una distribución de muelles, cuyas rigideces normales y tangenciales se definen como k_n y k_t , respectivamente. Por lo tanto, las tensiones normales y tangenciales, $\sigma(x)$ y $\tau(x)$, en un punto x no dañado de la interfase son proporcionales a los desplazamientos relativos normales y tangenciales, $\delta_n(x)$ y $\delta_t(x)$, es decir:

$$\sigma(x) = k_n \delta_n(x) \text{ y } \tau(x) = k_t \delta_t(x). \tag{2}$$

Por lo tanto, la energía almacenada en un muelle (por unidad de área) y que puede ser liberada durante la separación se define como:

$$G(x) = G_I(x) + G_{II}(x) = \frac{\langle \sigma(x) \rangle_+ \langle \delta_n(x) \rangle_+}{2} + \frac{\tau(x) \delta_t(x)}{2} \quad (3)$$

donde $\langle \cdot \rangle_{+} = \frac{(\cdot)+|\cdot|}{2}$ representa la parte positiva de la variable.

Siguiendo la teoría del CCFFM, en la interfase se produce un despegue de tamaño Δa cuando los criterios de tensión y energía se cumplen simultáneamente, siendo cada uno de ellos una condición necesaria pero no suficiente:

1. El criterio energético bajo el marco del CCFFM se puede formular como:

$$\int_0^{\Delta a} G(a) \, da \ge \int_0^{\Delta a} G_c(\psi(a)) \, da, \tag{4}$$

donde G(a) es la tasa de liberación de energía (ERR por sus siglas en inglés) asociada al vértice de la grieta en la posición x = a y calculada por la expresión anterior (3). $G_c(\psi(a))$ es la energía de fractura asociada al mismo punto (el vértice de la grieta en x = a), y definida por una función del ángulo de mixticidad del modo de fractura $\psi(a)$. Donde

$$\tan \psi = \sqrt{\frac{k_n}{k_t}} \frac{\tau}{\sigma}, \text{ para } -\pi \le \psi \le \pi$$
(5)

En el presente estudio se utiliza la ley de Hutchinson-Suo [1, 2, 5] para el cálculo de la energía de fractura en cada punto.

2. El criterio de tensión aplicado en este enfoque del CCFFM se puede formular como:

$$t(x) \ge t_c(\psi(x)),\tag{6}$$

donde t(x) es el módulo del vector tensión en un punto x no dañado de la interfase, y $t_c(\psi(x))$ es el módulo de vector tensión crítico para el mismo punto x. Al igual que en el criterio energético, $t_c(\psi(x))$ es una función de $\psi(x)$ [1, 2, 5].

Las funciones $G_c(\psi(a))$ y $t_c(\psi(x))$ se pueden expresar en términos de energía de fractura y de tensión normal crítica para el modo I puro, G_{Ic} y $\overline{\sigma}_c$, respectivamente [1, 2, 5]. Por lo tanto, el problema actual se rige por el siguiente parámetro adimensional definido en [5, 7]:

$$\mu = 2 k_n G_{Ic} / \bar{\sigma_c}^2 \tag{7}$$

Sin embargo, para una interfase trabajando en modo de fractura II puro, μ también se puede definir como:

$$\mu = 2 k_t G_{IIC} / \bar{\tau}_c^2. \tag{8}$$

Cuando $\mu = 1$, la solución del presente modelo vuelve a la solución del LEBIM original. Si se aumentan los valores de μ , mientras se mantienen constantes los valores de energía de fractura y tensión crítica, la interfase se vuelve más rígida. Entonces, cuando $\mu \rightarrow \infty$ el comportamiento de la interfase tiende a un comportamiento de interfase perfecta.

CONVERGENCIA DE LA SOLUCIÓN DE LEBIM EN UN CÓDIGO BEM.

El enfoque del CCFFM requiere la evaluación de la energía liberada en el frente de la grieta. Cuando la malla utilizada no es lo suficientemente fina, la solución obtenida puede dar lugar a errores significativos de discretización. Ya que, aunque las tensiones a lo largo de la interfase son limitadas en el LEBIM, incluso en el vértice de la grieta, justo en esta zona dichas tensiones siguen localmente una ley asintótica. En [3] se puede observar que para la grieta de Griffith, las tensiones obtenidas con el modelo elástico lineal de interfase, tienden a la solución de Griffith (en una interfase perfecta) a medida que la interfase débil se vuelve más rígida. Para evitar estos errores de discretización, se debe realizar un análisis de convergencia de malla en el problema que se esté estudiando.

Concretamente en el problema que se está analizando en este trabajo, se ha utilizado el modelo numérico simplificado, representado en la figura 2. Con este modelo se utilizan cinco mallas diferentes, donde la única diferencia es el tamaño de los elementos de contorno a lo largo de la interfase. Los tamaños de los elementos en la interfase se indican en la tabla 1.

Tabla 1. Tamaño de los elementos de la interfase para las diferentes mallas.

ml	m2	m3	m4	m5
66.7µm	0.10mm	0.20mm	0.40mm	1.00mm

Las características mecánicas y geométricas utilizadas para el bloque de hormigón son: $E_b = 30$ GPa, $v_b =$ 0.20 y $h_b = 50$ mm; y para el refuerzo: $E_r = 160$, $v_r =$ 0.30 y $h_r = 2$ mm. La longitud de la zona de solape entre los dos sólidos es l = 190 mm. Finalmente, para estudiar la influencia de la rigidez del adhesivo en la convergencia de la malla, se utilizan los siguientes valores de rigideces: $k_t = 45$ GPa/m, $k_t = 180$ GPa/m y $k_t = 720$ GPa/m, utilizando una relación $k_n/k_t = 4$ para cada caso.



Figura 3. Distribución de tensiones tangenciales a lo largo de la interfase del ensayo DPPST.

Las figuras 3 y 4 muestran la distribución de tensiones tangenciales y normales para los diferentes valores de rigideces utilizados y para la malla m1 (malla más fina). En estas figuras se puede observar que la diferencia en la distribución de tensiones para las distintas rigideces no es significativa, a excepción de la zona cercana al vértice de la grieta donde se produce un incremento sustancial tanto de la tensión normal como de la tangencial, representado el comportamiento asintótico mencionado anteriormente (parte derecha de las curvas). Es por esta razón que es necesario un refinamiento de malla cuando se pretende modelar las interfaces rígidas.



Figura 4. Distribución de tensiones normales a lo largo de la interfase del ensayo DPPST.

El análisis de convergencia de las 5 mallas utilizadas, en función de la rigidez de la interfase, se muestra en las figuras 5 y 6. En ellas se representan las tensiones tangenciales y normales en el vértice de la grieta, respectivamente, para rigideces de interfases distintas y en función del tamaño del elemento de la interfase.



Figura (5): Tensión tangencial adimensional en el fondo de la grieta con respecto a la tensión del fondo de la grieta de la malla 1.

Los valores adimensionales de las tensiones en las curvas de las figuras 5 y 6, se obtienen dividiendo los valores de las tensiones en los diferentes modelos por su valor correspondiente en el modelo m1 (malla más fina).



Figura (6): Tensión normal adimensional en el fondo de la grieta con respecto a la tensión del fondo de la grieta de la malla 1.

PREDICCIÓN DEL ENSAYO DPPST CON CCFFM+LEBIM

Una vez que se implementa el enfoque CCFFM+LEBIM en el código BEM, en base al estudio de convergencia, se elige el modelo con la malla más fina (m1). Posteriormente se realiza el ensayo numérico del despegue de la interfase en el DPPST para dos rigideces diferentes: $k_t = 180 \text{ GPa/m}$ y $k_t = 720 \text{ GPa/m}$.

En los dos ensayos se ha optado por mantener constante la energía de fractura y la tensión crítica con los siguientes valores: $G_{\rm Ic} = 8.62 \text{ J/m}^2$, $G_{\rm IIc} = 41.80 \text{ J/m}^2$, $\overline{\sigma}_{\rm c} = 1.76 \text{ MPa}$, $\overline{\tau}_{\rm c} = 1.94 \text{ MPa}$ y $k_{\rm n}/k_{\rm t} = 4$. Por lo tanto, para $k_{\rm t} = 180 \text{ GPa/m}$ y $k_{\rm t} = 720 \text{ GPa/m}$, se obtienen $\mu = 4$ y $\mu = 16$ respectivamente.

En la figura 7 se muestra la carga crítica aplicada en el extremo del refuerzo (σ_{cri}) para producir el inicio del despegue entre los dos sólidos. Las curvas que representan el criterio energético (c.e.) y el criterio tensional (c.t.) se muestran en la figura 7. La intersección de ambas curvas representa el primer punto en el que se cumplen ambos criterios, es decir, el inicio del despegue con un tamaño de grieta de Δa es causado por una carga crítica σ_{cri} .

Bajo el marco de la Mecánica de la Fractura Finita, en la que se basa el CCFFM, se elimina el supuesto de longitudes de grieta infinitesimales, por esto, el inicio o la propagación de la grieta se efectuará por la tasa de liberación de energía incremental en un Δa . Así, el fallo

de la interfase se debe representar de forma discontinua a través de los incrementos de Δa .



Figura 7: Predicción del inicio de grieta Δa y σ_{cri} para el ensayo DPPST con el CCFFM.

Los resultados indican que las interfases más rígidas necesitan cargas críticas un poco más altas (σ_{cri}) mientras que el avance de grieta inicial (Δa) es menor.

Con el CCFFM+LEBIM, además de ser capaz predecir el inicio del despegue en la interfase, como hemos observado en la figura 7, se puede predecir la propagación de la grieta. Esto se muestra en las figuras 8 y 9, donde se representan los dos primeros saltos de Δa para los dos ensayos realizados.

Se puede observar en las figuras 8 y 9 que los dos primeros saltos de la grieta son muy similares para cada valor de rigidez de interfase. Esta longitud de despegue se puede definir como una longitud característica de solape en el ensayo de DPPST, siendo dicha longitud dependiente de las características de los materiales [7].



Figura 8: Inicio y propagación de grieta para una rigidez de interfase $k_t = 180 \text{ GPa}/\text{m}$



Figura 9: Inicio y propagación de grieta para una rigidez de interfase $k_t = 720 \text{ GPa}/\text{m}$

CONCLUSIONES

El LEBIM es una herramienta útil que puede predecir la carga crítica que origina el inicio y crecimiento del despegue en interfases débiles. Usando el enfoque CCFFM, podemos extender las aplicaciones LEBIM a interfases más rígidas. Sin embargo, se debe prestar especial atención a la singularidad de los gradientes de tensiones cerca del vértice de la grieta. Por lo tanto, si se usa una herramienta numérica, se necesita un refinamiento de malla, al menos en la zona cercana al frente de grieta cuando se modelan interfases muy rígidas. Los resultados numéricos obtenidos en el ensayo DPPST muestran que la nueva herramienta es capaz de predecir con precisión el inicio y el crecimiento del despegue, incluso para interfases rígidas.

En la tabla 2 se muestran los resultados obtenidos para el ensayo DPPST con unas características mecánicas de la interfase concretas pero con dos rigideces distintas. Se observa que cuando se aumenta la rigidez de la interfase es necesario aumentar la carga en el refuerzo para producir el fallo de dicha interfase.

Tabla 2. Tensión crítica necesaria para el fallo de la interfase y saltos producidos en él. Las características mecánica de la interfase son: $G_{Ic} = 8.62 J/m^2$, $G_{IIc} = 41.80 J/m^2$, $\bar{\sigma}_c = 1.76 MPa$, $\bar{\tau}_c = 1.94 MPa$ y $k_n/k_t = 4$

kt	σ_{cri}	Δa_1	Δa_2
180 GPa/m	105.8 MPa	39.6 mm	39.9 mm
720 GPa/m	121.5 MPa	19.3 mm	19.5 mm

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer la financiación de la Junta de Andalucía y el Fondo Social Europeo (Proyecto P12-TEP-1050), el Ministerio de Economía y Competitividad de España y el Fondo Europeo de Desarrollo Regional (Proyectos MAT2015-71036-P y MAT2016-80879-P).

REFERENCIAS

- [1] L. Távara, V. Mantič, E. Graciani and F. París. BEM analysis of crack onset and propagation along fiber-matrix interface under transverse tension using a linear elastic-brittle interface model. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, **35**:207–222, 2011.
- [2] V. Mantič, L. Távara, A. Blázquez, E. Graciani and F. París. A linear elastic - brittle interface model: Application for the onset and propagation of a fibre-matrix interface crack under biaxial transverse loads. *International Journal of Fracture*, 195:15–38, 2015.
- [3] S. Lenci. Analysis of a crack at a weak interface. International Journal of Fracture, **108**:275–290, 2001.
- [4] D. Leguillon. Strength or toughness? a criterion for crack onset at a notch. *European Journal of Mechanics A/Solids*, 21:61–72, 2002.
- [5] V. Mantič. Interface crack onset at a circular cylindrical inclusion under a remote transverse tension. Application of a coupled stress and energy criterion. *International Journal of Solids and Structures*, **46**:1287–1304, 2009.
- [6] P. Cornetti, N. Pugno, A. Carpinteri, D. Taylor. Finite fracture mechanics: a coupled stress and energy failure criterion. *Engineering Fracture Mechanics*, **73**:2021–2033, 2006.
- [7] P. Cornetti, V. Mantič, A. Carpinteri. Finite fracture mechanics at elastic interfaces. *International Journal of Solids and Structures*, 49:1022–1032, 2012.
- [8] M. Muñoz-Reja, L. Távara, V. Mantič, P. Cornetti. Crack onset and propagation at fibre-matrix elastic interfaces under biaxial loading using finite fracture mechanics. *Composites Part A*, 82:267– 278, 2016.
- [9] M. Muñoz-Reja, L. Távara, V. Mantič, P. Cornett. Crack onset and propagation in composite materials using finite fracture mechanics on elastic

interfaces. Procedia Materials Science, 3:1365–1370, 2014.

- [10] P. Weissgraeber, W. Becker. Finite Fracture Mechanics model for mixed mode fracture in adhesive joints. *International Journal of Solids and Structures*, **50**: 2383-2394, 2013.
- [11] S. Hell, P. Weißgraeber, J. Felger, W. Becker. A coupled stress and energy criterion for the assessment of crack initiation in single lap joints: a numerical approach. *Engineering Fracture Mechanics*, **117**:112–126, 2014.

EL PRINCIPIO DE ENERGÍA TOTAL MÍNIMA SUJETO A UNA RESTRICCIÓN TENSIONAL. UNA GENERALIZACIÓN DE LA MECÁNICA DE FRACTURA ELÁSTICA LINEAL

V. Mantič

Grupo de Elasticidad y Resistencia de Materiales, E.T.S. de Ingeniería, Universidad de Sevilla Camino de los Descubrimientos s/n, 41092 Sevilla, España *Persona de contacto: mantic@us.es

RESUMEN

En este trabajo se propone y estudia una nueva formulación del criterio acoplado de la Mecánica de Fractura Finita para la predicción de iniciación y propagación de grietas, basada en el Principio de Energía Total Mínima sujeto a una restricción tensional. Se demuestra que esta nueva formulación representa una generalización de la Mecánica de Fractura Elástica Lineal de Griffith para materiales frágiles.

PALABRAS CLAVE: criterio acoplado, Mecánica de la Fractura Finita, iniciación de grieta, minimización de energía

ABSTRACT

This paper proposes and studies a new formulation of the Coupled Criterion of Finite Fracture Mechanics to predict crack onset and propagation, based on the Principle of Minimum Total Energy subject to a stress restriction. It is shown that this new formulation represents a generalization of Griffith's Linear Elastic Fracture Mechanics for brittle materials.

KEYWORDS: coupled criterion, Finite Fracture Mechanics, crack onset, energy minimization

1. INTRODUCCIÓN

El presente trabajo se centra en un problema fundamental de iniciación y propagación de daño en forma de grietas en materiales frágiles sometidos a cargas (cuasi)estáticas. Como la clásica Mecánica de Fractura Elástica Lineal (LEFM) no proporciona predicciones razonables para la aparición de grietas en concentradores de tensiones (por ejemplo, entallas en U o V, orificios, interfaces entre fibras o partículas y matriz), o en singularidades débiles (por ejemplo, esquinas reentrantes o multimateriales), o para la desviación de grietas en interfaces, es necesario desarrollar nuevos métodos no clásicos de la Mecánica de Fractura.

Se desarrolla uno de estos enfoques el Criterio Acoplado de tensión y energía de la Mecánica de Fractura Finita (CCFFM) [1–3], en el que el dilema tradicional: tensiónresistencia frente a energía-tenacidad a fractura, con referencia a la iniciación y propagación de grietas, está formulado de una forma muy explícita y clara. En particular, se propone una reformulación de este criterio acoplado que dará lugar a una generalización de la LEFM clásica.

2. FORMULACIÓN DEL PRINCIPIO DE ENERGÍA TOTAL MÍNIMA SUJETO A UNA RESTRIC-CIÓN TENSIONAL

Se propone aplicar el Principio de la Energía Total Mínima (PMTE) al problema de la iniciación (aparición) y propagación de grietas, suponiendo una evolución cuasiestática del problema, es decir, no se consideran las fuerzas de inercia. Se consideran cargas proporcionales determinadas por una tensión nominal $\sigma_{nom.} \ge 0$.

Consideramos un sólido elástico lineal $V \,\subset R^d$ (d = 2, 3). Definimos $\Delta S_C \subset V$ como una nueva superficie de grieta potencial (o curva en una formulación 2D) cuya área puede ser finita. Consideramos dos estados elásticos del sólido antes y después de la aparición de una nueva superficie de grieta, llamados estados 0 y 1. Se supone que la superficie ΔS_C puede ser parametrizada por un conjunto de parámetros reales adecuadamente elegidos a_1, \ldots, a_m (describiendo, por ejemplo, la extensión, ubicación y orientación (ángulo) de la nueva superficie de una grieta potencial) formando un vector de parámetros $\mathbf{a} \in R^m$. Cada configuración particular de esta superficie de grieta corresponde a un valor del vector \mathbf{a} de una región paramétrica $A \subset R^m$, escribiendo $\Delta S_C(\mathbf{a})$ para $\mathbf{a} \in A$. La configuración inicial se define como \mathbf{a}_0 , el área

(o longitud en 2D) $|\Delta S_C(\mathbf{a}_0)| = 0.$

La energía potencial Π se define como la suma de la energía de deformación elástica \mathcal{E} y la energía potencial de las cargas externas $\Pi_{\text{ext.}}$. Definiendo un cambio de Π entre dos estados definidos arriba como $\Delta\Pi (\Delta S_C(\mathbf{a})) = \Pi_1 - \Pi_0$, $\Delta\Pi$ está dado por el cambio $\Delta \mathcal{E} = \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_0$ menos el trabajo de las cargas externas durante el inicio de la grieta definido como $\Delta W = -\Delta\Pi_{\text{ext.}}$. Por tanto, $\Delta\Pi = \Delta \mathcal{E} - \Delta W$. La energía de fractura del material G_c se considera constante. Entonces la energía que se disipa debido a la formación abrupta de una nueva superficie de grieta se puede escribir como $\Delta\Gamma(\Delta S_C(\mathbf{a})) = G_c |\Delta S_C(\mathbf{a})|$, donde $|\Delta S_C|$ es el area de ΔS_C .

La formulación alternativa del CCFFM, diferente de las formulaciones previas desarrolladas en [1–3], que se propone en este trabajo, se puede escribir en términos generales de la siguiente manera

minimizar
$$\Pi(\Delta S_{\rm C}) + \Gamma(\Delta S_{\rm C})$$

sujeto a un criterio (restricción) tensional, (1)

donde $\Pi(\Delta S_{\rm C})$ representa la energía potencial para una carga dada y la nueva superficie de grieta $\Delta S_{\rm C}$ considerada, y $\Gamma(\Delta S_{\rm C})$ es la energía disipada hasta la formación de esta nueva superficie de grieta. La restricción de tensión utilizada en (1) significa que la minimización de energía total considera sólo aquellas nuevas configuraciones de la superficie de grieta que cumplen el criterio tensional para la $\sigma_{\rm nom.}$ dada.

Una formulación matemática de este problema de minimización con restricciones se puede expresar como

$$(\Pi + \Gamma)(\Delta S_{\mathcal{C}}(\mathbf{a}^*)) \stackrel{\text{def}}{=} \min_{\mathbf{a} \in A_{\sigma}} (\Pi + \Gamma)(\Delta S_{\mathcal{C}}(\mathbf{a})), \quad (2)$$

donde **a**^{*} define la solución del problema de minimización, y la región paramétrica factible

$$A_{\sigma}(\sigma_{\text{nom.}}) \stackrel{\text{def}}{=} \left\{ \mathbf{a} \in A \mid f\left(\sigma_{ij}, \Delta S_{C}(\mathbf{a})\right) \geq \sigma_{c} \right\} \subset A \quad (3)$$

depende del valor de la carga aplicada, porque σ_{ij} es proporcional a $\sigma_{nom.}$, y recoge todas las configuraciones de la nueva superficie de grieta $\Delta S_C(\mathbf{a})$ que verifican el criterio tensional cuya formulación bastante general se puede escribir como

$$f\left(\sigma_{ij}, \Delta S_C\right) \ge \sigma_c,\tag{4}$$

donde $f \ge 0$ es un funcional homogéneo del grado 1 de la distribución de tensiones σ_{ij} sobre ΔS_C , es decir $f(\lambda \sigma_{ij}, \Delta S_C) = \lambda f(\sigma_{ij}, \Delta S_C)$ para $\lambda \ge 0$, y σ_c es un parámetro de resistencia característico del material, normalmente la resistencia a la tracción.

Nos referimos a este enfoque como *el Principio de Energía Total Mínima sujeto a una Restricción Tensional* (PMTE-SC). Una nueva superficie de grieta puede aparecer sólo si hay otra configuración **a** con el valor de $\Pi + \Gamma$ inferior o igual al de la configuración inicial **a**₀. A_{σ} puede ser variar bruscamente con $\sigma_{\text{nom.}}$. En particular, A_{σ} puede estar vacío, $A_{\sigma} = \emptyset$, típicamente para pequeños $\sigma_{\text{nom.}}$ en el caso de aparición de grietas en un concentrador de tensiones o en el caso de tensiones uniformes en la superficie potencial de la grieta. En el primer caso A_{σ} cambiará progresivamente con el aumento de $\sigma_{\text{nom.}}$ una vez que se aplique $\sigma_{\text{nom.}}$ suficientemente alta, mientras que en el segundo caso saltará de $A_{\sigma} = \emptyset$ a una región de una medida finita para un valor de $\sigma_{\text{nom.}}$. En el caso de una singularidad de tensiones, por ejemplo, una grieta existente, A_{σ} puede no estar vacío, incluso para cualquier pequeño $\sigma_{\text{nom.}} > 0$.

La idea detrás de la formulación del PMTE-SC es que una nueva superficie de grieta sólo puede aparecer en aquellas regiones donde actúan tensiones suficientemente altas antes de la fractura. La formación de grietas se inhibe si las tensiones son demasiado pequeñas, aunque haya una cantidad suficiente de energía disponible para ser liberada, por ejemplo, en un volumen grande. Este hecho está relacionado con las dificultades con la aplicación del PMTE sin ninguna restricción tensional al problema actual de aparición o propagación de grietas, porque el PMTE sólo considera la energía, lo que a veces conduce a predicciones de fractura demasiado tempranas, teóricamente para cualquier pequeño $\sigma_{nom.}$ si el volumen es lo suficientemente grande y se considera el control de carga.

El problema de minimización (2) puede reescribirse en términos de cambios de energías debidos a la aparición de la grieta o a su crecimiento con respecto al estado inicial, puesto que los valores constantes de las energías asociadas al estado inicial no influyen en el resultado de la minimización,

$$\min_{\mathbf{a}\in A_{\tau}} \Delta \Pi(\Delta S_{\mathcal{C}}(\mathbf{a})) + \Delta \Gamma(\Delta S_{\mathcal{C}}(\mathbf{a})).$$
(5)

De hecho, se trata de una formulación del principio (incremental) de la máxima disminución de la energía total, que es equivalente al principio anterior de energía total mínima, sujeto a una restricción tensional. También podríamos referirnos al (5) como el principio de exceso máximo de energía total asociado al inicio de la grieta. Normalmente, cuando $\Delta\Pi + \Delta\Gamma < 0$, este exceso de la energía liberada contribuirá principalmente a un aumento de la energía cinética. Para la solución de (5) se cumple obviamente que

$$\Delta \Pi(\Delta S_{\rm C}(\mathbf{a}_c)) + \Delta \Gamma(\Delta S_{\rm C}(\mathbf{a}_c)) \le 0, \quad \text{entonces} \quad (6a)$$
$$-\Delta \Pi(\Delta S_{\rm C}(\mathbf{a}_c)) \ge \Delta \Gamma(\Delta S_{\rm C}(\mathbf{a}_c)), \quad (6b)$$

porque $\Delta\Pi(\Delta S_{\rm C}(\mathbf{a}_0)) + \Delta\Gamma(\Delta S_{\rm C}(\mathbf{a}_0)) = 0$. Las desigualdades (6) representan de hecho la condición energética de la formulación original del criterio acoplado [1]. La formulación original del PMTE-SC concuerda con la formulación original del criterio acoplado de Leguillon [1], si esta define una solución única. Para $\Delta\Pi(\Delta S_{\rm C}(\mathbf{a}^*)) + \Delta\Gamma(\Delta S_{\rm C}(\mathbf{a}^*)) = 0$ con $|\Delta S_{\rm C}(\mathbf{a}^*)| > 0$, la fractura predicha por (2) ocurrirá ya sea por $\sigma_{\text{nom.,c}}$ o por una $\sigma_{\text{nom.}}$ infinitesimalmente mayor que $\sigma_{\text{nom.,c}}$.



Figura 1: Ejemplos de aplicación del PMTE-SC. a) Las tensiones son demasiado pequeñas, b) Las tensiones son lo suficientemente elevadas como para permitir la aparición de una grieta mediante el efecto de túnel a través de la barrera de energía total, c) Las tensiones son lo suficientemente elevadas en una región más extensa como para permitir la apertura de una grieta mediante el efecto de túnel a través de la barrera de energía total y el subsiguiente crecimiento inestable de la grieta

El hecho de que estemos buscando un mínimo (global) de una función en una región paramétrica factible A_{σ} nos lleva naturalmente a la posibilidad de un avance finito de grieta $\Delta S_{\rm C}(\mathbf{a}^*)$, lo que puede implicar que el salto de grieta se asocie realmente a un efecto túnel a través de una

barrera de energía total como se muestra esquemáticamente en la figura 1, para diferentes tamaños de A_{σ} . En la figura 1(a), las tensiones en la superficie de la grieta potencial, que cruzarían la barrera de la energía total, son demasiado pequeñas, por lo que la restricción tensional inhibe la aparición de una grieta y, en consecuencia, $\mathbf{a}^* = \mathbf{a}_0$. En la figura 1(b), las tensiones en la superficie de la grieta potencial son suficientemente altas, por lo que la restricción tensional permite la aparición de una grieta al hacer un efecto túnel a través de la barrera de la energía total, $\Delta \Pi(\Delta S_{\rm C}(\mathbf{a}^*)) + \Delta \Gamma(\Delta S_{\rm C}(\mathbf{a}^*)) =$ 0. En la figura 1(c), las tensiones son suficientemente altas en una región grande incluyendo la superficie de la grieta potencial (situación típica de fractura en una región de tensiones uniformes), por lo tanto, la restricción tensional permite la aparición de una grieta al hacer un efecto túnel a través de la barrera de la energía total y el consiguiente crecimiento inestable de la grieta, $\Delta \Pi (\Delta S_{\rm C}(\mathbf{a}^*)) + \Delta \Gamma (\Delta S_{\rm C}(\mathbf{a}^*)) < 0.$

3. RELACIÓN DEL PMTE-SC CON LA FORMU-LACIÓN DE GRIFFITH DE LA LEFM

3.1. Resistencia a tracción en un criterio de fractura

La formulación de Griffith de la LEFM ha tenido mucho éxito en la predicción de propagación de grietas utilizando sólo el concepto de energía de fractura (o tenacidad a la fractura), y no necesita el concepto de resistencia del material. Por tanto, podemos preguntarnos: ¿Por qué necesitamos el CCFFM o el PMTE-SC introducido anteriormente, para caracterizar la fractura de materiales en general, o en otros términos, por qué debemos incorporar la resistencia (por ejmplo a tracción) en un criterio general de fractura?

Una explicación de por qué la LEFM es capaz de hacer predicciones correctas sobre la propagación de grietas sin ningún concepto de resistencia del material es que la aplicación de la LEFM se limita esencialmente a predecir un crecimiento continuo (con avances infinitesimales) de las grietas clásicas a priori existentes. En este caso, se cumplen las dos condiciones siguientes:

- crecimiento continuo de grietas mediante avances infinitesimales, y
- tensiones infinitas delante de la punta de la grieta.

De esta manera, cualquier criterio tensional se cumpliría para estos avances infinitesimales de la grieta, lo que explica por qué la teoría original de Griffith no necesita ningún criterio tensional. En todas las demás situaciones en las que no se puede predecir un crecimiento continuo de la grieta y, por tanto, en las que consideramos un avance discontinuo de la grieta rompiendo el material en las zonas alejadas de la punta de la grieta, necesitamos incorporar un parámetro de resistencia a un criterio tensional para garantizar tensiones suficientemente altas en las regiones en las que la fractura se producirá de forma repentina. En consecuencia, un criterio tensional debe incorporarse a un criterio general de fractura para evitar la predicción de una rotura en zonas sometidas a tensiones demasiado bajas.

En el caso de una grieta clásica existente, el PMTE-SC (1) revierte al criterio clásico de Griffith para un crecimiento infinitesimal de la grieta en el caso de *i*) una propagación estable de la grieta, donde no es posible un efecto túnel a un nuevo estado energéticamente ventajoso con igual o menor energía total, entonces después de un pequeño incremento de $\sigma_{nom.}$ el PMTE busca el mínimo que está un poco por delante de la punta de la grieta, y *ii*) un crecimiento inestable de la grieta en el límite $\sigma_c \rightarrow \infty$. Por tanto, parece razonable admitir que la formulación de Griffith, que, en vista de la formulación anterior, de hecho corresponde a la resistencia característica $\sigma_c \rightarrow \infty$, es demasiado restrictiva.

3.2. PMTE-SC como una generalización de la LEFM

En el límite $\sigma_c \rightarrow \infty$, las predicciones del PMTE-SC convergen a las predicciones de la LEFM (teoría de Griffith), es decir, son coincidentes para las "grietas clásicas" (refiriéndose a las grietas con una singularidad de tensión $\sigma_{ij} \sim r^{-0.5}$ en la punta de la grieta), pero no se predice ninguna fractura en singularidades débiles (refiriéndose a los puntos con una singularidad de tensión $\sigma_{ij} \sim r^{\lambda-1}$ con $0.5 < \lambda < 1$), concentraciones de tensión y regiones con tensiones uniformes, bajo carga cuasiestática.

En este sentido, la formulación actual del PMTE-SC puede entenderse como una generalización de la LEFM que relaja la condición demasiado restrictiva $\sigma_c \rightarrow \infty$ para poder evaluar la aparición de grietas en singularidades débiles, concentraciones de tensión, etc. Esta relajación, sin embargo, tiene una consecuencia, una carga de fallo ligeramente diferente prevista para el inicio de un crecimiento inestable de la grieta y unos valores ligeramente diferentes de la energía de fractura obtenidos a partir de los ensayos de fractura con un crecimiento inestable de la grieta. Vamos a explicar estas diferencias en detalle.

3.2.1. PMTE-SC aplicado a las grietas existentes

Supongamos que la energía de fractura de un material está determinada por experimentos con crecimiento estable de grietas existentes, asumiendo una situación estándar simple con sólo un mínimo local que coincida con el mínimo global de $\Pi + \Gamma$. En este caso, tanto los procedimientos de la LEFM como del PMTE-SC determinarán el mismo valor de energía de fractura denotado como G_c ,

$$\sigma_{\text{nom.,estable}}^{\text{PMTE-SC}}(G_c) = \sigma_{\text{nom.,estable}}^{\text{LEFM}}(G_c).$$
(7)

La razón de esta concordancia es que ambos procedimientos predicen avances infinitesimales de la grieta y el criterio de tensiones en el PMTE-SC no juega ningún papel debido a las tensiones infinitas por delante de la punta de la grieta. Si este valor de G_c se utiliza para predecir la carga de fallo que origina el crecimiento inestable de una grieta existente, entonces habrá una ligera diferencia entre estas dos predicciones, específicamente

$$\sigma_{\text{nom.,inestable}}^{\text{PMTE-SC}}(G_c) < \sigma_{\text{nom.,instable}}^{\text{LEFM}}(G_c).$$
(8)

Cornetti y otros [2] presentaron los valores que verifican (8) para una grieta de Griffith de una longitud 2*a* en Modo I en una placa isotrópa infinita en función de la longitud inicial de la grieta *a* utilizando el criterio tensional promediado, mientras que la figura 2 muestra estos valores calculados utilizando el criterio tensional puntual en el PMTE-SC, con $r_I = \frac{1}{\pi} \frac{G_c E}{\sigma_c^2}$ definiendo la longitud característica de Irwin.



Figura 2: Tensiones nominales de fallo para una grieta en Modo I en una placa infinita predichas por la LEFM y el PMTE-SC usando el criterio tensional puntual

Si a la inversa, los experimentos con el crecimiento inestable de las grietas existentes se utilizan para medir la energía de fractura, entonces obtenemos diferentes energías de fractura mediante estos dos procedimientos (indicados por un superíndice), es decir

$$\sigma_{\text{nom,inestable}}^{\text{PMTE-SC}}(G_c^{\text{PMTE-SC}}) = \sigma_{\text{nom,inestable}}^{\text{LEFM}}(G_c^{\text{LEFM}}) \quad (9a)$$

$$\Rightarrow \quad G_c^{\text{PMTE-SC}} > G_c^{\text{LEFM}}, \tag{9b}$$

donde la última desigualdad se obtiene a partir de (8). De hecho, el valor $G_c^{\text{PMTE-SC}}$ obtenido mediante la evaluación de un experimento de aplicación del PMTE-SC sería más coherente y debería ser aplicado en estudios posteriores de fractura de dicho material por el PMTE-SC.

Una conclusión general es que si el PMTE-SC predice un crecimiento estable y suave de la grieta (por avances infinitesimales con un aumento de $\sigma_{nom.}$) entonces las predicciones de carga de fallo de la LEFM y el PMTE-SC coincidirán. Sin embargo, si el PMTE-SC predice un crecimiento inestable de grietas iniciado por un salto de grieta (un avance finito), la carga de fallo predicha será en general algo inferior a la predicha por la LEFM, véase la figura 2, aunque diferencias relevantes sólo se pueden esperar para grietas cortas.

¿Por qué la relación entre las predicciones de la LEFM y el PMTE-SC para grietas cortas es diferente para la propagación de grietas estables e inestables? En primer lugar debemos tener en cuenta que realizar experimentos con una propagación estable de grietas cortas, definidas digamos por la relación $a/r_1 \leq 4$, es bastante difícil, ya que en especímenes relativamente grandes con respecto al tamaño de la grieta estas grietas cortas tienden a crecer de forma inestable incluso bajo control de desplazamiento. Para observar un crecimiento estable de una grieta corta puede ser necesario un espécimen muy pequeño (tal vez microscópico) junto con el control de desplazamiento, en tal caso podríamos esperar un crecimiento progresivo de grieta bajo un nivel bastante alto de tensiones aplicadas, tal como lo predicen tanto la LEFM como el PMTE-SC.

Parece interesante revisar la relación entre las predicciones del PMTE-SC y de la LEFM para las cargas que originan una propagación o aparición de grietas en problemas de fractura con diferente grado de severidad del estado tensional elástico lineal. A continuación se consideran configuraciones simples con cargas o desplazamientos aplicados proporcionales y crecientes, y ambos procedimientos asumen las mismas propiedades de fractura.

3.2.2. PMTE-SC aplicado en una fuerte singularidad

El estado tensional en un entorno de una singularidad fuerte es más severo que en el caso de una grieta clásica. Un ejemplo típico de una singularidad fuerte es una grieta situada en un material elástico lineal más rigido que termina perpendicularmente en una interfaz perfecta con otro material más flexible. El comportamiento del término asintótico singular de los desplazamientos y de las tesiones en un entorno del punto de una singularidad fuerte en 2D es $u_i(r,\theta) \sim r^{\lambda}$ y $\sigma_{ii}(r,\theta) \sim r^{\lambda-1}$, respectivamente, donde $r \ge 0$ es la distancia al punto singular y el exponente de singularidad $0 < \lambda < 0.5$. De estas expresiones se puede deducir que la tasa de liberación de energía (ERR) para una grieta pequeña de longitud a > 0que se inicia en el punto singular está dada por $G(a) \sim$ $a^{2\lambda-1}$, por tanto $\lim_{a\to 0} G(a) = +\infty$, y el cambio correspondiente de la energía total es $\Delta \Pi(a) + \Delta \Gamma(a) \sim -ka^{2\lambda} + G_c a$ con k > 0. Se puede verificar fácilmente que la situación inicial $a_0 = 0$ es siempre un máximo local de $\Pi(a) + \Gamma(a)$ para cualquier carga nominal aplicada no nula $\sigma_{\text{nom.}} > 0$, y también que el mínimo de $\Pi(a) + \Gamma(a)$ se alcanza cuando $G(a) = G_c$.

Consecuentemente, en una singularidad fuerte, ambos enfoques, la LEFM y el PMTE-SC, predicen un comportamiento de fractura esencialmente idéntico, independiente del valor de la resistencia del material considerado en el PMTE-SC: teóricamente la formación de una grieta comienza para cualquier valor no nulo de la tensión nominal aplicada $\sigma_{nom.} > 0$. La longitud de la grieta *a* aumenta continuamente con el aumento de $\sigma_{nom.}$ siguiendo la ley $a \sim \sigma_{nom.}^{\frac{2}{1-21}}$. La razón de las predicciones coincidentes para la fractura por ambos enfoques es que los avances de la grieta son infinitesimales en ambos enfoques, con tensiones infinitas delante de la punta de la grieta, por lo que el criterio tensional en PMTE-SC no juega ningún papel en este caso.

Sin embargo, como veremos a continuación, en otras situaciones como una singularidad débil, una concentración de tensión o en presencia de tensiones uniformes no está disponible una energía suficiente para el crecimiento infinitesimal de la grieta, por lo que es necesario un salto finito de grieta para atravesar la barrera de la energía total, como en la figura 1(b) o (c), correspondiente a un efecto de túnel. Es obvio que tensiones suficientemente altas deben actuar en la superficie de grieta potencial.

3.2.3. PMTE-SC aplicado en una singularidad débil

El estado tensional en un entorno de una singularidad débil es menos severo que en una grieta clásica. Ejemplos típicos de singularidades débiles son: una esquina reentrante, una esquina multimaterial, o una grieta situada en un material más flexible que termina perpendicularmente en una interfaz perfecta con otro material más rígido. El comportamiento del término asintótico singular de los desplazamientos y de las tesiones en un entorno del punto de una singularidad débil en 2D es $u_i(r, \theta) \sim r^{\lambda}$ y $\sigma_{ii}(r,\theta) \sim r^{\lambda-1}$, respectivamente, donde $r \geq 0$ es la distancia al punto singular y el exponente de singularidad $0.5 < \lambda < 1$. Igual que en el apartado anterior, de estas expresiones se puede deducir que la tasa de liberación de energía (ERR) para una grieta pequeña de longitud a > 0 que se inicia en el punto singular está dada por $G(a) \sim a^{2\lambda-1}$, por tanto $\lim_{a \to 0} G(a) = 0$, y el cambio correspondiente de la energía total $\Delta \Pi(a) + \Delta \Gamma(a) \sim -ka^{2\lambda} + G_c a$ con k > 0. Se puede verificar fácilmente que la situación inicial $a_0 = 0$ es siempre un mínimo local de $\Pi(a) + \Gamma(a)$ para cualquier carga nominal aplicada no nula $\sigma_{\text{nom.}} > 0$.

Consecuentemente, en una singularidad débil la LEFM predice una carga de fallo infinita $\sigma_{\text{nom},c} = +\infty$, que no se corresponde con las observaciones experimentales, mientras que el PMTE-SC sí es capaz de predecir una carga de fallo finita $\sigma_{\text{nom},c} < +\infty$ que origina una aparición abrupta de una pequeña grieta de una longitud finita que concuerda razonablemente con los experimentos. Esta formación repentina de una grieta está asociada al efecto túnel que atraviesa una barrera energética de $\Pi(a) + \Gamma(a)$ sólo cuando tensiones elevadas actúen en esa superficie de grieta potencial.

3.2.4. PMTE-SC en una región de tensiones finitas

Los puntos de concentración de tensiones y las regiones de tensiones uniformes pertenecen a este caso, en el cual los desplazamientos en un entorno de un punto están caracterizados por $u_i(r, \theta) - u_i(0, \theta) \sim r$, donde $r \geq 0$ es la distancia al punto, mientras que las tesiones $\sigma_{ij}(r, \theta)$ están acotadas. De estas expresiones se puede deducir que la tasa de liberación de energía (ERR) para una grieta pequeña de longitud a > 0 que se inicia en ese punto está dada por $G(a) \sim a$, por tanto $\lim_{a \to 0} G(a) = 0$, y el cambio correspondiente de la energía total $\Delta \Pi(a) + \Delta \mathcal{R}(a) \sim -ka^2 + G_c a \operatorname{con} k > 0$. Se puede verificar fácilmente que la situación inicial $a_0 = 0$ es siempre un mínimo local de $\Pi(a) + \Gamma(a)$ para cualquier carga nominal aplicada $\sigma_{nom} > 0$.

Esta situación es similar al caso de singularidad débil, la LEFM predice una carga de fallo $\sigma_{\text{nom},c} = +\infty$ que contradice a los resultados experimentales, mientras que el PMTE-SC predice una carga de fallo $\sigma_{\text{nom},c} < +\infty$ que origina la aparición abrupta de una pequeña grieta de una longitud finita de acuerdo con los experimentos. Esta aparición de grieta se asocia al efecto túnel que atraviesa una barrera energética de $\Pi(a) + \Gamma(a)$ si en la superficie de grieta potencial actúan tensiones elevadas.

4. CONCLUSIONES

Parece que los dos criterios tensional y energético están íntimamente ligados en los procesos de fractura. Este hecho está en cierto modo ocultado en la teoría clásica de la LEFM de Griffith porque el criterio tensional se verifica automáticamente por las tensiones infinitas delante de la punta de grieta y el crecimiento continuo de grieta mediante avances infinitesimales de la misma. Sin embargo, en situaciones en las que los avances infinitesimales de grieta no son posibles, debido a que no liberan una cantidad suficiente de energía, es necesario considerar los avances finitos de la grieta e imponer los dos criterios tensional y energético que conduzcan simultáneamente al Criterio Acoplado de la Mecánica de Fractura Finita (CCFFM, por sus siglas en inglés).

El CCFFM es un enfoque pragmático y eficiente para caracterizar la repentina iniciación y propagación de daño en forma de grietas en prácticamente todas las configuraciones estructurales, cubriendo varios tipos de singularidades de tensiones, concentraciones de tensiones y campos de tensiones uniformes. También es adecuado para configuraciones de grietas no clásicas con diferentes singularidades en la punta de la grieta, como es el caso de una grieta que se acerca a una interfaz, donde la grieta puede detenerse, desviarse o cruzar la interfaz.

El presente trabajo propone una nueva visión y una nueva formulación alternativa y general del CCFFM basada en una minimización global de la energía total bajo una restricción tensional. Se ha demostrado que un avance finito de grieta puede estar asociado a un efecto túnel a través de una barrera de energía total, rompiendo los enlaces de material en una superficie de un área finita sometida a tensiones suficientemente altas antes de la fractura. Esta nueva formulación, conocida como Principio de Energía Total Mínima con una Restricción Tensional (PMTE-SC), define una generalización razonable del LEFM para los materiales frágiles. PMTE-SC proporciona las mismas o casi las mismas predicciones en las que la LEFM predice las cargas de fallo de acuerdo con los experimentos, que es el caso de las singularidades fuertes y las grietas clásicas suficientemente largas, mientras que en las configuraciones en las que la LEFM predice cargas de fallo infinitas y poco realistas, el PMTE-SC predice cargas de fallo que concuerdan razonablemente con los experimentos, que es el caso de las singularidades débiles y las configuraciones con tensiones finitas, como las concentraciones de tensiones o las regiones de tensiones uniformes. No obstante, todavía son necesarios más experimentos para confirmar la aplicabilidad general del PMTE-SC al menos a los materiales frágiles.

De la breve revisión presentada se deduce que las diferencias entre la LEFM y el PMTE-SC aumentan con la disminución de la severidad del estado tensional, lo que puede interpretarse en el marco desarrollado aquí como una consecuencia de suponer una resistencia infinita $\sigma_c \rightarrow \infty$ en el criterio de la LEFM de Griffith.

Se espera que esta nueva formulación, el PMTE-SC, permitirá la implementación de procedimientos computacionales generales y eficientes en el futuro, que podrían aprovechar las técnicas generales y eficientes de optimización restringida.

AGRADECIMIENTOS

Este estudio ha sido financiado por la Junta de Andalucía y el Fondo Social Europeo (Proyecto de Excelencia TEP-04051) y el Ministerio de Economía y Competitividad y el Fondo Europeo de Desarrollo Regional (MAT2012-37387 y MAT2015-71036-P).

REFERENCIAS

- D. Leguillon. Strength or toughness? A criterion for crack onset at a notch. *European Journal of Mecha*nics and Solids, 21(1):61–72, 2002.
- [2] P. Cornetti, N. Pugno, A. Carpinteri, and D. Taylor. Finite fracture mechanics: A coupled stress and energy failure criterion. *Engineering Fracture Mechanics*, 73(14):2021–2033, 2006.
- [3] V. Mantič. Interface crack onset at a circular cylindrical inclusion under a remote transverse tension. Application of a coupled stress and energy criterion. *International Journal of Solids and Structures*, 46(6):1287–1304, 2009.

CAMINOS DE FISURACIÓN POR FATIGA Y FRACTURA COMO CONSECUENCIA DE LA ANISOTROPÍA MICROESTRUCTURAL Y RESISTENTE TRAS EL TREFILADO DE ACEROS PERLÍTICOS: 1. EN EL MARCO CONCEPTUAL DE MAURITS CORNELIS ESCHER Y DE JOHANN SEBASTIAN BACH 2. UN ENFOQUE ORTEGUIANO Y UN TRIBUTO AL "DECÍAMOS AYER" DE FRAY LUIS DE LEÓN

Jesús Toribio

Grupo de Investigación en Fractura e Integridad Estructural (GIFIE), Universidad de Salamanca (USAL) Campus Viriato, Avda. Requejo 33, 49022 Zamora, España Correo-e: toribio@usal.es

RESUMEN

El artículo analiza los caminos de fatiga y fractura generados por la anisotropía microestructural y resistente inducida por el proceso de fabricación en aceros perlíticos trefilados, sobre la base de su evolución microestructural durante el trefilado continuo progresivo (multi-paso) que produce esbeltización y orientación de las colonias perlíticas, así como densificación y orientación de las láminas de Fe y Fe₃C, revisando investigaciones previas del autor y su equipo sobre comportamiento en fractura en ambientes inerte y agresivo en presencia de fisuras y entallas, y enfocando el problema de la fragilización por hidrógeno. Los resultados demuestran el papel clave de la anisotropía microestructural inducida por el proceso de fabricación (orientación de los dos niveles microestructurales básicos: colonias perlíticas y láminas de ferrita/cementita como consecuencia del trefilado repetitivo/progresivo) en los caminos de fisuración por fatiga y fractura, produciendo así deflexiones/desviaciones/bifurcaciones en la fisura con propagación en modo mixto y anisotropía asociada en todo lo referido a resistencia a fatiga y fractura, así como un comportamiento anisótropo en fatiga y fractura (anisotropía resistente), y definiendo una tenacidad direccional que depende del camino específico de fisuración con su dirección de propagación. Desde el punto de vista del material analizado (acero perlítico progresivamente trefilado, un material jerárquicamente estructurado en colonias y láminas), el presente trabajo científico se encuadra en el marco conceptual de Maurits Cornelis Escher y de Johann Sebastian Bach. Así mismo, el artículo supone un enfoque orteguiano (basado en la circunstancia formulada por José Ortega y Gasset) al problema de la fatiga y fractura (en aire y en ambiente agresivo) de acero perlítico progresivamente trefilado y un tributo al "decíamos ayer" de Fray Luis de León.

ABSTRACT

This paper analyzes both fatigue & fracture crack paths generated by manufacturing-induced microstructural & strength anisotropy in cold drawn pearlitic steels, on the basis of their microstructural evolution during manufacturing by multistep cold drawing that produces slenderizing and orientation of the pearlitic colonies, together with densification and orientation of the Fe/Fe₃C lamellae, reviewing previous research by the author and co-workers on fracture behavior in inert and aggressive environments in the presence of crack and notches, with focus on hydrogen embrittlement. Results demonstrate the key role of manufacturing-induced microstructural anisotropy (orientation of the two microstructural levels of pearlitic colonies and ferrite/cementite lamellae as a consequence of the progressive/repetitive cold drawing) in the fatigue & fracture crack paths, thus producing crack path deflection/deviation/branching with mixed-mode crack growth and associated anisotropy of fatigue & fracture resistance and its linked anisotropic fatigue & fracture behavior (*strength anisotropy*), allowing the definition of a *directional toughness* depending on the specific crack path with its propagation direction. From the point of view of the analysed material (progressively cold drawn pearlitic steel, a hierarchically structured material with colonies and lamellae), the present scientific work is related to the conceptual frame of Maurits Cornelis Escher and Johann Sebastian Bach. In addition, the paper represents an *orteguian approach* (on the basis of the *circumstance* formulated by José Ortega y Gasset) to the problem of fatigue & fracture of progressively cold drawn pearlitic steel and a tribute to Fray Luis de León's "*deciamos ayer*".

PALABRAS CLAVE: Aceros perlíticos progresivamente trefilados, materiales con estructura jerarquizada (MEJ), anisotropía microestructural, anisotropía resistente, propagación en modo mixto, caminos de fisuración por fatiga, caminos de fisuración por fractura, deflexión de fisura, delaminación, comportamiento anisótropo en fractura, tenacidad direccional.

1. INTRODUCCIÓN

El comportamiento de cualquier material depende de la historia mecánica previa y del entorno físico-químico, de modo que las ideas del filósofo Baruch de Spinoza [1] sobre el carácter hetero-determinado de la existencia resultan totalmente pertinentes. Por su parte, Ortega y Gasset [2] acuñó la frase "*yo soy yo y mi circunstancia*", que constituye la piedra angular de su filosofía.

Parafraseando a Ortega y Gasset, Jesús Toribio (1992) escribió: "el material es él y su circunstancia", cf. [3-8], enfatizando que la evolución del comportamiento de cualquier material durante su vida en servicio depende de la circunstancia, debido a la doble influencia de la historia mecánica y el entorno físico-químico. Así pues, un material no tiene un comportamiento per se, sino que depende de la circunstancia. La referencia [8] enfatiza el papel de la historia (el ayer condiciona el hoy, y éste a su vez el mañana), con lo cual resuena claramente el verso de Antonio Machado "hoy es siempre todavía" y quizá también las palabras de Thomas Stearns Eliot "and all is always now" [8-12].

El presente artículo revisita los trabajos del autor y su grupo de investigación sobre *caminos de fisuración* por *fatiga y fractura* como consecuencia directa de la *anisotropía microestructural y resistente* generada en *aceros perlíticos* por el proceso de fabricación mediante *trefilado progresivo*, en el marco conceptual del pintor Maurits Cornelis Escher y del genial compositor musical Johann Sebastian Bach (al ser el acero perlítico un material jerárquicamente estructurado en colonias y láminas). Se trata de un *enfoque orteguiano* (en sentido de la *circunstancia*). Al revisar trabajos previos, es un tributo al "*decíamos ayer*" de Fray Luis de León, tras el 800 aniversario de la Universidad de Salamanca (Fig. 1).





AMANCA



2. TREFILADO DE ACEROS PERLÍTICOS

2.1. Evolución microestructural

El acero perlítico trefilado, o acero de pretensado [13,14], es un *micro-compuesto* de altas prestaciones [15,16] con elevado límite elástico [17-19] y resistencia limitada por la aparición de clivaje [20]. Se utiliza en estructuras de hormigón pretensado, por ejemplo en cimentaciones para turbinas eólicas [21-25].

Existen estudios clásicos [26-28] y más modernos [29-37] sobre la evolución microestructural en la perlita con el trefilado. Como describen Toribio y Ovejero [29-32], se produce esbeltización y orientación de las colonias, junto con densificación y orientación de las láminas de ferrita y cementita, cf. Fig. 2.



Fig. 2. Microestructura perlítica orientada de acero perlítico fuertemente trefilado (sección longitudinal). El lado vertical de la micrografía corresponde al eje del alambre o dirección de trefilado.

La orientación (anisotropía microestructural) tiene un impacto relevante en cuanto a deflexión del camino de fisuración y comportamiento anisótropo en fatiga y fractura, produciendo anisotropía resistente.

2.2. Material jerárquicamente estructurado: en la estela de Maurits Cornelis Escher & Johann Sebastian Bach

Sobre la base de la microestructura jerarquizada del acero perlítico trefilado (colonias y láminas), puede establecerse un vínculo con la estructura multiescala (o multicapa) de la pintura de Maurits Cornelis Escher o la música de Johann Sebastian Bach. La Fig. 3 muestra el único retrato auténtico de Bach (con el canon triplex) debido a Haussmann y algunos compases de la Fuga No 1 en Do Mayor BWV 846 del *Clave Bien Temperado*.

La macroestructura de la fuga en sí misma contiene una microestructura consistente en secciones temáticas (sujeto y contrasujeto), así como pasajes de conexión (episodios o divertimentos). Otro ejemplo excelso es el magnífico Oratorio de Navidad compuesto por seis Cantatas (macroestructura), cada una de las cuales con su propio conjunto de arias, corales y recitativos (microestructura). Se trata siempre de una estructura jerarquizada como la del acero perlítico trefilado [38,39].



Fig. 3. Retrato de Bach debido a Haussmann y Fuga No. 1 en Do Mayor BWV 846 del *Clave Bien Temperado*.

2.3. Microestructura perlítica y Fray Luis de León

Al analizar el comportamiento mecánico de la perlita con su láminas de ferrita y cementita, ¿acaso no resuena el verso de Fray Luis de León en la *Oda a Salinas*?

"y entrambas a porfía mezclan una dulcísima armonía"

indicando que la mezcla entre voces (el contrapunto) es la base de la armonía y del desarrollo de la música occidental, así como la unión de ferrita y cementita, trabajando solidariamente entre ellas, produce una muy noble y resistente microestructura, la perlita, por lo que el acero perlítico trefilado puede considerarse como un *material basado en Fray Luis de León*, cf. Toribio [40].

2.4. De Rafael Sanzio a Vincent Van Gogh

Aparte de la orientación de colonias y láminas perlíticas en la dirección de trefilado o eje del alambre (Fig. 2), en la sección transversal de aceros fuertemente trefilados se aprecia la curvatura de las láminas de cementita (Fig. 4).



Fig. 4. Curvatura de las láminas de cementita en acero perlítico fuertemente trefilado (sección transversal).

La apariencia mostrada en la Fig. 4 (láminas curvadas de cementita en los *aceros fuertemente trefilados*) recuerda los cielos de la pintura de Van Gogh [41] y, en general, las texturas de su pintura [42,43], por lo que se propone la denominación de *textura de Van Gogh* (TVG), cf. [42,43], como se puede apreciar en la Fig. 5.



Fig. 5. Noche estrellada y La siesta (Van Gogh).

En aceros débilmente trefilados (o no trefilados) las láminas de cementita permanecen planas o cuasi-planas, de modo que las secciones metalográficas están constituidas por líneas rectas que pueden asociarse con la perspectiva renacentista del pintor Rafael Sanzio, pudiéndose así denominar a dicho esquema *perspectiva de la pintura renacentista* (PPR), cf. Fig. 6, aunque dicha estructura (con el punto de fuga correspondiente), aparece en la pintura clásica de Tintoretto y Velázquez, como se muestra en las Figs. 7 y 8.



Fig. 6. La Escuela de Atenas (Rafael Sanzio).



Fig. 7. El lavatorio de los pies (Tintoretto).



Fig. 8. Las Meninas (Velázquez).

3. FRACTURA EN PRESENCIA DE ENTALLAS: *UN TRIBUTO A MASACCIO Y A JOHN FORD*

La relación entre la resistencia mecánica de aceros perlíticos y el espaciado interlaminar se suele plantear en términos de una ecuación de Hall-Petch [44-47], válida para aceros con bajo (o nulo) grado de trefilado. En el caso de aceros fuertemente trefilados, y debido a la orientación microestructural, la ecuación de Embury-Fisher [26] es más adecuada [18], generándose además anisotropía plástica en el material [48].

En lo que se refiere a fractura de muestras entalladas, la conjunción de orientación (anisotropía) microestructural y triaxialidad (constreñimiento) produce deflexión del camino de fractura [49-57]. La Fig. 9 muestra el perfil de fractura de una probeta con entalla de pequeño radio y tres estadios de trefilado, que recuerda las películas del Oeste del gran maestro John Ford (*"My name is John Ford and I make Westerns"*), cf. [58], por lo que se denominará *Perfil tipo Monument Valley* (PMV) o, en inglés, *Monument Valley Profile* (MVP), Fig. 10. En un acero fuertemente trefilado el perfil de fractura (Fig. 11) recuerda el fondo montañoso del cuadro *El Tributo* del pintor renacentista Masaccio (Fig. 12).



Fig. 9. Perfil de fractura en acero débilmente trefilado.



Fig. 10. Monument Valley.



Fig. 11. Perfil de fractura en acero fuertemente trefilado.



Fig. 12. El Tributo (Masaccio).

4. FATIGA: EN LA ESTELA DE MACHADO

En investigaciones previas [40, 59-70] se ha estudiado el comportamiento en fatiga de aceros perlíticos trefilados, demostrando que: (i) el camino de fisuración global se desarrolla en modo I incluso en aceros fuertemente trefilados (con marcada anisotropía microestructural); (ii) localmente, el camino de fisuración por fatiga se desarrolla en *zig-zag* con deflexiones continuas, siendo la longitud de deflexión y el ángulo de bifurcación función de la anisotropía (orientación) microestructural dependiente del grado de trefilado. La Fig. 13 muestra los caminos de fisuración por fatiga en alambrón y acero fuertemente trefilado, y la Fig. 14 ambas trayectorias de fisuración por fatiga, que muestran un comportamiento localmente anisótropo y recuerdan de alguna manera el *"se hace camino al andar"* de Antonio Machado.



Fig. 13. Caminos de fisuración por fatiga en alambrón (arriba) y acero fuertemente trefilado (abajo).



Fig. 14. Trayectorias de fisuración por fatiga en alambrón (arriba) y acero fuertemente trefilado (abajo).

5. FRACTURA: UN ENFOQUE PICASSIANO

Esta sección trata del comportamiento en fractura de aceros perlíticos progresivamente trefilados en presencia de fisuras [59, 63, 66, 71-88], mostrando (Fig. 15): (i) el impacto clave sobre la fractura de la orientación o anisotropía microestructural de colonias y láminas, lo que genera comportamiento anisótropo en fractura con deflexión del camino; (ii) la desviación de la fisura de su propagación inicial en modo I (camino de fisuración anisótropa) es función creciente del grado de trefilado; (iii) los aceros progresivamente trefilados exhiben anisotropía en lo que se refiere a resistencia a fractura o anisotropía resistente, es decir, una suerte de tenacidad direccional puede definirse en función del grado de trefilado; (iv) en aceros perlíticos trefilados, la fisura desviada es una línea poligonal asociada con la multiperspectiva de la pintura cubista de Picasso, por lo cual la presente sección representa un enfoque picassiano al fenómeno de fractura en dichos aceros, cf. Fig. 16.



Fig. 15. Superficie y perfil de fractura en alambrón (izquierda) y acero fuertemente trefilado (derecha).



Fig. 16. Tres músicos (Pablo Picasso).

6. FRAGILIZACIÓN POR HIDRÓGENO: *ENTRE DONATELLO Y MICHELANGELO*

En esta sección, a igual que en [8,9], el hidrógeno juega el papel de circunstancia en sentido orteguiano, y se revisitan trabajos previos del autor sobre fragilización por hidrógeno de aceros perlíticos progresivamente trefilados, con atención especial al micro-nivel de degradación por hidrógeno del material, es decir, la zona de micro-daño asistido por hidrógeno (MDAH). Los trabajos de Toribio et al. [89-94] mostraron que el MDAH en microestructuras perlíticas tiene lugar en forma de superficie con topografía de desgarro (STD) o, en inglés, tearing topography surface (TTS), tal como fue identificada por Thompson & Chesnutt [95] y Costa & Thompson [96], Fig. 17. La zona TTS ha permitido clarificar el hecho de que el principal modo de transporte de hidrógeno en aceros perlíticos es la difusión [97-99] gobernada por el gradiente de tensión hidrostática [100-113]. En aceros fuertemente trefilados el MDAH se desarrolla mediante un tipo de zona TTS orientada y alargada, en inglés, enlarged and oriented TTS (EOTTS) [114-118], Fig. 18, similar a la textura de la escultura en madera de Donatello (TEMD), en inglés Donatello wooden sculpture texture (DWST), Fig 19. Por su parte, la zona TTS convencional recuerda la textura de la escultura en piedra de Michelangelo (TEPM), en inglés, Michelangelo stone sculptute texture (MSST), Fig. 20, cf. [119-122].



Fig. 17. Zona TTS (aceros débilmente trefilados).



Fig. 18. Zona EOTTS (aceros fuertemente trefilados).



Fig. 19. María Magdalena & San Juan Bautista (Donatello).



Fig. 20. Pietá di Firenze & Pietá Rondanini (Michelangelo).

7. EPÍLOGO

Unas palabras de Octavio Paz incluidas en la Tesis Doctoral del autor [123]:

Entre el sentido y el sinsentido, entre el decir y el callar, hay un centelleo. Un saber sin saber, un comprender sin entender, un hablar mientras se calla. Nos queda oír, en lo que decimos, aquello que callamos. Nos queda la contemplación.

REFERENCIAS

- [1] G. Albiac: La sinagoga vacía. Tecnos, Madrid, 2013.
- [2] A. Maestre: Ortega y Gasset, el gran maestro. Ed. Almuzara, Córdoba, 2019.

- [3] B.O.E. núm. 290: Resolución 29318 de 20 de noviembre de 1991, de la Universidad de La Coruña, por la que se convoca concurso público para la provisión de diversas plazas de los Cuerpos Docentes Universitarios (1991), p. 39396.
- [4] J. Toribio: Proyecto Docente. Concurso para la Provisión de la Plaza 34/1991 (Cuerpo: Catedráticos de Universidad; área de conocimiento de "Ciencia de los Materiales e Ingeniería Metalúrgica") en la Universidad de La Coruña (1992).
- [5] B.O.E. núm. 180: Resolución 17861 de 7 de julio de 1992, de la Universidad de La Coruña, por la que se nombra Catedrático de Universidad del área de conocimiento de "Ciencia de los Materiales e Ingeniería Metalúrgica" a D. Jesús Andrés Toribio Quevedo (1992), p. 26007.
- [6] J. Toribio: Fractura por Corrosión Bajo Tensión. Curso sobre Corrosión y Fractura y su Protección en Ingeniería Civil e Industria. Instituto Tecnológico de Galicia, La Coruña, 1993.
- [7] J. Toribio: Fragilización por Hidrógeno. Curso sobre Corrosión y Fractura y su Protección en Ingeniería Civil e Industria. Instituto Tecnológico de Galicia, La Coruña, 1993.
- [8] J. Toribio: Fracture, Damage Tolerance and Microstructural Integrity: When Hydrogen is the Circumstance. Anales de Mecánica de Fractura 17 (2000) 175-203.
- [9] J. Toribio: Materials and Environmental Circumstance: and All is Always Now. Plenary Lecture, 19th European Conference on Fracture (ECF19), Kazan, Russia, August 26-31, 2012.
- [10] J. Toribio: Hydrogen-Assisted Rolling-Contact Fatigue of Wind Turbines Bearings: and All is Always Now. Keynote Plenary Lecture, 2018 International Joint Conference on Clean Energy and Smart Grid (CCESG 2018), Bangkok, Thailand, February 24-26, 2018.
- [11] J. Toribio: Hydrogen-Assisted Rolling-Contact Fatigue of Wind Turbines Bearings: and All is Always Now. Keynote Plenary Lecture, 2018 International Joint Conference on Advanced Control, Automation and Robotics (ICACAR 2018), Bangkok, Thailand, February 24-26, 2018.
- [12] J. Toribio: Hydrogen-Assisted Rolling-Contact Fatigue of Wind Turbines Bearings: and All is Always Now. Keynote Plenary Lecture, 2018 International Joint Conference on Materials Science and Mechanical Engineering (CMSME 2018), Bangkok, Thailand, February 24-26, 2018.
- [13] J. Toribio: On the Intrinsic Character of the Stress-Strain Curve of a Prestressing Steel. Journal of Testing and Evaluation 20 (1992) 357-362.
- [14] J. Toribio: Multiaxial Fatigue and Fracture in Anisotropic Materials: The Case of Prestressing Steel. Plenary Lecture, 10th Int. Conference on Multiaxial Fatigue & Fracture (ICMFF 10), Kyoto, Japan, June 2-6, 2013.

- [15] J. Toribio: Cold Drawn Eutectoid Pearlitic Steel Wires as High Performance Materials in Structural Engineering. Structural Durability and Health Monitoring 2 (2006) 239-247.
- [16] J. Toribio and V. Kharin: Plasticity-Induced Fatigue Crack Closure in High-Strength Steels: Is It a Real Phenomenon?. Keynote Lecture, 2nd International Workshop on Fracture Mechanics "Reliability and Safety of Materials and Structures", Chlef, Algeria, November 23-25, 2013.
- [17] J. Toribio: Relationship Between Microstructure and Strength in Eutectoid Steels. Materials Science and Engineering A387-389 (2004) 227-230.
- [18] J. Toribio, B. González and J.C. Matos: Microstructure and Mechanical Properties in Progressively Drawn Pearlitic Steel. Materials Transactions 55 (2014) 93-98.
- [19] Ch. Borchers and R. Kirchheim: Cold-Drawn Pearlitic Steel Wires. Progress in Materials Science 82 (2016) 405-444.
- [20] J. Gil-Sevillano: Cleavage-Limited Maximum Strength of Work-Hardened B.C.C. Polycrystals. Acta Metallurgica 34 (1986) 1473-1485.
- [21] J. Toribio: Cold Drawn Pearlitic Steel Wires for Wind Turbines Structures: In the Wake of Miguel de Cervantes and Johann Sebastian Bach. Keynote Plenary Lecture, 2018 3rd International Conference on Energy Materials and Applications (ICEMA 2018), University of Salamanca, Zamora, Spain, May 9-11, 2018.
- [22] J. Toribio: Cold Drawn Pearlitic Steel Wires for Wind Turbines Structures: In the Wake of Miguel de Cervantes and Johann Sebastian Bach. Keynote Plenary Lecture. 2018 3rd International Conference on Sustainable and Renewable Energy Engineering (ICSREE 2018), University of Salamanca, Zamora, Spain, May 9-11, 2018.
- [23] J. Toribio: Cold Drawn Pearlitic Steel Wires for Wind Turbines Structures: In the Wake of Miguel de Cervantes and Johann Sebastian Bach. IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering 446 (2018) 012006.
- [24] J. Toribio: Fracture and Structural Integrity Issues in Wind Turbines: *Recalling Miguel de Cervantes* and Antonio Vivaldi. Keynote Plenary Lecture, 2018 International Conference on Renewable & Non-Renewable Energy, Las Vegas, USA, July 16-17, 2018.
- [25] J. Toribio: Fracture and Structural Integrity Issues in Wind Turbines: *Recalling Miguel de Cervantes* and Antonio Vivaldi. Journal of Nuclear Energy Science & Power Generation 7 (2018) 30.
- [26] J.D. Embury and R.M. Fisher: The Structure and Properties of Drawn Pearlite. Acta Metallurgica 14 (1966) 147-159.
- [27] G. Langford: Deformation of Pearlite. Metallurgical Transactions 8A (1977) 861-875.
- [28] N. Ridley: A Review of the Data on the Interlamellar Spacing of Pearlite. Metallurgical Transactions 15A (1984) 1019-1036.

- [29] J. Toribio and E. Ovejero: Microstructure Evolution in a Pearlitic Steel Subjected to Progressive Plastic Deformation. Materials Science and Engineering A234-236 (1997) 579-582.
- [30] J. Toribio and E. Ovejero: Microstructure Orientation in a Pearlitic Steel Subjected to Progressive Plastic Deformation. Journal of Materials Science Letters 17 (1998) 1037-1040.
- [31] J. Toribio and E. Ovejero: Effect of Cumulative Cold Drawing on the Pearlite Interlamellar Spacing in Eutectoid Steel. Scripta Materialia 39 (1998) 323-328.
- [32] J. Toribio and E. Ovejero: Effect of Cold Drawing on Microstructure and Corrosion Performance of High-Strength Steel. Mechanics of Time-Dependent Materials 1 (1998) 307-319.
- [33] J. Toribio, E. Ovejero and M. Toledano: Microstructural Bases of Anisotropic Fracture Behaviour of Heavily Drawn Steel. International Journal of Fracture 87 (1997) L83-L88.
- [34] J. Languillaume, G. Kapelski and B. Baudelet: Cementite Dissolution in Heavily Cold Drawn Pearlitic Steel Wires. Acta Materialia 45 (1997) 1201-1212.
- [35] M. Zelin: Microstructure Evolution in Pearlitic Steels During Wire Drawing. Acta Materialia 50 (2002) 4431-4447.
- [36] X. Zhang, A. Godfrey, N. Hansen and X. Huang: Hierarchical Structures in Cold-Drawn Pearlitic Steel Wire. Acta Materialia 61 (2013) 4898-4909.
- [37] J. Toribio, F.J. Ayaso, B. González, J.C. Matos, D. Vergara and M. Lorenzo: Tensile Fracture Behavior of Progressively-Drawn Pearlitic Steels. Metals 6 (2016) paper 114.
- [38] J. Toribio: Fatigue, Fracture and Wear in Cold-Drawn Pearlitic Steel Wires: *Remenbering M.C. Escher and J.S. Bach.* Keynote Plenary Lecture, Seventh International Conference on Fracture, Fatigue and Wear (FFW 2018), Ghent University, Belgium, July 9-10, 2018.
- [39] J. Toribio: Cold-Drawn Pearlitic Steels as Hierarchically Structured Materials: *An Approach to Johann Sebastian Bach*. Key Engineering Materials 774 (2018) 492-497.
- [40] J. Toribio: Microstructure-Based Anisotropic Fatigue Behavior of Hot Rolled and Cold Drawn Pearlitic Steel Wires and the Corresponding Crack Paths: Following the Wake of Antonio Machado and Fray Luis de León. Procedia Structural Integrity 9 (2018) 317-322.
- [41] J. Gil-Sevillano, L. Matey-Muñoz and J. Flaquer-Fuster: Ciels de Van Gogh et Propietés Mécaniques. Journal of Physics IV 8 (1998) 155-165.
- [42] J. Toribio: Structural Integrity of Progressively Cold-Drawn Pearlitic Steels: From Raffaello Sanzio to Vincent van Gogh. Invited Plenary Lecture, 24th Meeting of the Italian Group on Fracture (IGF XXIV), 2nd International Edition, Urbino, Italy, March 1-3, 2017.

- [43] J. Toribio: Structural Integrity of Progressively Cold-Drawn Pearlitic Steels: From Raffaello Sanzio to Vincent van Gogh. Procedia Structural Integrity 3 (2017) 3-10.
- [44] E.O. Hall: The Deformation and Ageing of Mild Steel: III Discussion of Results. Proceedings of the Physical Society B64 (1951) 747-753.
- [45] N.J. Petch: The Cleavage Strength of Polycrystals. Journal of the Iron and Steel Institute 174 (1953) 25-30.
- [46] H.C. Choi, K.T. Park: The Effect of Carbon Content on the Hall-Petch Parameter in the Cold Drawn Hypereutectoid Steels. Scripta Materialia 34 (1996) 857-862.
- [47] W.J. Nam, C.M. Bae and C.S. Lee: Effect of Carbon Content on the Hall-Petch Parameter in Cold Drawn Pearlitic Steel Wires. Journal of Materials Science 37 (2002) 2243-2249.
- [48] J. Toribio, B. González, J.C. Matos and V. Kharin: Evaluation by Sharp Indentation of Anisotropic Plastic Behaviour in Progressively Drawn Pearlitic Steel. ISIJ International 51 (2011) 843-848.
- [49] J. Toribio and E. Vasseur: Numerical Analysis of Micro-Fracture Maps in Notched Specimens. ECF11-Mechanisms and Mechanics of Damage and Failure (J. Petit et al., Eds.). EMAS, West Midlands (1996) pp. 1951-1956.
- [50] J. Toribio: A Fracture Criterion for High-Strength Steel Notched Bars. Engineering Fracture Mechanics 57 (1997) 391-404.
- [51] J. Toribio and F.J. Ayaso: Fracture Performance of Progressively Drawn Pearlitic Steel under Triaxial Stress States. Materials Science 37 (2001)707-717.
- [52] J. Toribio and F.J. Ayaso: Micromechanics of Fracture in Notched Samples of Heavily Drawn Steel. International Journal of Fracture 115 (2002) L29-L34.
- [53] J. Toribio and F.J. Ayaso: Fracture Process Zone in Notched Samples of Cold Drawn Pearlitic Steel. ISIJ International 42 (2002) 1049-1055.
- [54] J. Toribio and F.J. Ayaso: Anisotropic Fracture Behavior of Cold Drawn Steel: A Materials Science Approach. Materials Science and Engineering A343 (2003) 265-272.
- [55] J. Toribio and F.J. Ayaso: Micro-Fracture Maps in Progressively Drawn Pearlitic Steel under Triaxial Stress States. International Journal of Materials Engineering Innovation 1 (2009) 61-73.
- [56] J. Toribio: Notch-Induced Fracture of Cold-Drawn Pearlitic Steel Wires: *Resembling John Ford's Monument Valley*. Keynote Plenary Lecture, 2018 International Conference on Materials Strength and Applied Mechanics (MSAM 2018), City of Kitakyushu, Japan, April 10-13, 2018.
- [57] J. Toribio: Notch-Induced Anisotropic Fracture of Cold Drawn Pearlitic Steels and the

Associated Crack Path Deflection and Mixed-Mode Stress State: *A Tribute to Masaccio*. Procedia Structural Integrity 9 (2018) 311-316.

- [58] J.L. Garci: Las mejores películas de John Ford. Nickel Odeón, 2002
- [59] J. Toribio and M. Toledano: Fatigue and Fracture Performance of Cold Drawn Wires for Prestressed Concrete. Construction and Building Materials 14 (2000) 47-53.
- [60] J. Toribio, B. González and J.C. Matos: Fatigue Crack Propagation in Cold Drawn Steel. Materials Science and Engineering A468-470 (2007) 267-272.
- [61] J. Toribio, B. González, J.C. Matos and F.J. Ayaso: Micro- and Macro-Approach to the Fatigue Crack Propagation in High Strength Pearlitic Steel Wires. Key Engineering Materials 348-349 (2007) 681-684.
- [62] J. Toribio, J.C. Matos and B. González: Microand Macro-Approach to the Fatigue Crack Growth in Progressively Drawn Pearlitic Steels at Different R-ratios. International Journal of Fatigue 31 (2009) 2014-2021.
- [63] J. Toribio, B. González and J.C. Matos: Fatigue and Fracture Paths in Cold Drawn Pearlitic Steel. Engineering Fracture Mechanics 77 (2010) 2024-2032.
- [64] J. Toribio, B. González and J.C. Matos: A Macroand Micro-Approach to the Anisotropic Fatigue Behaviour of Hot-Rolled and Cold-Drawn Pearlitic Steel. Engineering Fracture Mechanics 123 (2014) 70-76.
- [65] J. Toribio, B. González and J.C. Matos: Analysis of Fatigue Crack Paths in Cold Drawn Pearlitic Steels. Materials 8 (2015) 7439-7446.
- [66] J. Toribio, B. González and J.C. Matos: Anisotropic Fatigue & Fracture Behaviour in Hot-Rolled and Cold-Drawn Pearlitic Steel Wires. Key Engineering Materials 713 (2016) 103-106.
- [67] J. Toribio, B. González and J.C. Matos: Initiation and Propagation of Fatigue Cracks in Cold Drawn Pearlitic Steel Wires. Theoretical and Applied Fracture Mechanics 92 (2017) 410-419.
- [68] J. Toribio: Fatigue Crack Paths in Cold-Drawn Pearlitic Steel Wires: Following the Wake of Antonio Machado and Fray Luis de León. Keynote Plenary Lecture, XVI Portuguese Conference on Fracture (PCF 2018), Covilha, Portugal, April 23-24, 2018.
- [69] J. Toribio: Fatigue & Fracture Crack Paths Generated by Manufacturing-Induced Microstructural & Strength Anisotropy in Cold Drawn Pearlitic Steels: A Tribute to Fray Luis de León in the 800th Anniversary of the University of Salamanca. Keynote Plenary Lecture, 2018 3rd International Conference on Design, Materials and Manufacturing (ICDMM 2018), University of Ryukyus, Okinawa, Japan, August 11-13, 2018.

- [70] J. Toribio: Fatigue & Fracture Crack Paths Generated by Manufacturing-Induced Microstructural & Strength Anisotropy in Cold Drawn Pearlitic Steels: A Tribute to Fray Luis de León in the 800th Anniversary of the University of Salamanca. Keynote Plenary Lecture, n2018 3rd International Conference on Material Engineering and Smart Materials (ICMESM 2018), University of Ryukyus, Okinawa, Japan, August 11-13, 2018.
- [71] J. Toribio: Evolution of Fracture Behaviour in Progressively Drawn Pearlitic Steel. ISIJ International 42 (2002) 656-662.
- [72] J. Toribio: A Fracture Criterion for High-Strength Steel Cracked Bars. Structural Engineering and Mechanics 14 (2002) 209-221.
- [73] J. Toribio and F.J. Ayaso: Investigation of the Type of Cleavage Related to Anisotropic Fracture in Heavily Drawn Steels. Journal of Materials Science Letters 21 (2002) 1509-1512.
- [74] J. Toribio: Microstructure-Based Modelling of Fracture in Progressively Drawn Pearlitic Steels. Engineering Fracture Mechanics 71 (2004) 769-777.
- [75] J. Toribio and F.J. Ayaso: Image Analysis of Exfoliation Fracture in Cold Drawn Steel. Materials Science and Engineering A387-389 (2004) 438-441.
- [76] L.E. Miller and G.C. Smith: Tensile Fractures in Carbon Steels. Journal of the Iron and Steel Institute 208 (1970) 998-1005.
- [77] J. Toribio and A. Valiente: Approximate Evaluation of Directional Toughness in Heavily Drawn Pearlitic Steels. Materials Letters 58 (2004) 3514-3517.
- [78] J. Toribio and A. Valiente: Failure Analysis of Cold Drawn Eutectoid Steel Wires for Prestressed Concrete. Engineering Failure Analysis 13 (2006) 301-311.
- [79] J. Toribio, B. González and J.C. Matos: Cleavage Stress Required to Produce Fracture Path Deflection in Cold-Drawn Prestressing Steel Wires. International Journal of Fracture 144 (2007) 189-196.
- [80] J. Toribio, B. González, J.C. Matos and F.J. Ayaso: Anisotropic Fracture Behaviour of Progressively Drawn Pearlitic Steel. Key Engineering Materials 452-453 (2011) 1-4.
- [81] J. Toribio, B. González and J.C. Matos: Strength Anisotropy in Prestressing Steel Wires. In: Öchsner, A., Silva, L. F. M. & Altenbach, H. (Eds.), Materials with Complex Behaviour II Vol. 16, Springer Berlin Heidelberg (2012), pp. 259-270.
- [82] J. Toribio, B. González and J.C. Matos: Strength Anisotropy and Mixed Mode Fracture in Heavily Drawn Pearlitic Steel. Fatigue & Fracture of Engineering Materials and Structures 36 (2013) 1178-1186.
- [83] J. Toribio, B. González and J.C. Matos: Crack Tip Fields and Mixed Mode Fracture Behaviour

of Progressively Drawn Pearlitic Steel. Fracture and Structural Integrity 33 (2015) 221-228.

- [84] N. Guo, B. Luan and Q. Liu: Influence of Pre-Torsion Deformation on Microstructures and Properties of Cold Drawing Pearlitic Steel Wires. Materials and Design 50 (2013) 285-292.
- [85] T. Zhao, G. Zhang, S. Zhang and L. Zhang: Influence of Lamellar Direction in Pearlitic Steel Wire on Mechanical Properties and Microstructure Evolution. Journal of Iron and Steel Research International 23 (2016) 1290-1296.
- [86] T. Zhao, G. Zhang, S. Zhang and L. Zhang: Fracture Characteristics of Fully Pearlitic Steel Wire in Tension and Torsion. Journal of Iron and Steel Research International 23 (2016) 1206-1212.
- [87] Y. He, S. Xiang, W. Shi, J. Liu, X. Ji and W. Yu: Effect of Microstructure Evolution on Anisotropic Fracture Behaviors of Cold Drawing Pearlitic Steels. Materials Science and Engineering A683 (2017) 153-163.
- [88] J. Toribio: Microstructure-Based Anisotropic Fracture Behavior of Progressively Cold Drawn Pearlitic Steels and the Subsequent Crack Path Deflection: A Picassian Approach. Procedia Structural Integrity 9 (2018) 323-328.
- [89] J. Toribio, A.M. Lancha and M. Elices: Characteristics of the New Tearing Topography Surface. Scripta Metallurgica et Materialia 25 (1991) 2239-2244.
- [90] J. Toribio, A.M. Lancha and M. Elices: The Tearing Topography Surface as the Zone Associated with Hydrogen Embrittlement Processes in Pearlitic Steel. Metallurgical Transactions 23A (1992) 1573-1584.
- [91] J. Toribio and E. Vasseur: Hydrogen-Assisted Micro-Damage Evolution in Pearlitic Steel. Journal of Materials Science Letters 16 (1997) 1345-1348.
- [92] J. Toribio: Fracture Mechanics Approach to Hydrogen-Assisted Microdamage in Eutectoid Steel. Metallurgical and Materials Transactions 28A (1997) 191-197.
- [93] J. Toribio: Time-Dependent Triaxiality Effects on Hydrogen-Assisted Micro-Damage Evolution in Pearlitic Steel. ISIJ International 52 (2012) 228-233.
- [94] J. Toribio and D. Vergara: Hydrogen Embrittlement of Cold-Drawn Pearlitic Steel: The Role of Microstructural Anisotropy. Keynote Lecture, 20th European Conference on Fracture (ECF20), Trondheim, Norway, June 30 – July 4, 2014.
- [95] A.W. Thompson and J.C. Chesnutt: Identification of a Fracture Mode: The Tearing Topography Surface. Metallurgical Transactions 10A (1979) 1193-1196.
- [96] J.E. Costa and A.W. Thompson: Hydrogen Cracking in Nominally Pearlitic 1045 Steel. Metallurgical Transactions 13A (1982) 1315-1318.

- [97] J. Toribio: Fractographic Evidence of Hydrogen Transport by Diffusion in Pearlitic Steels. Journal of Materials Science Letters 11 (1992) 1151-1153.
- [98] J. Toribio: Role of Hydrostatic Stress in Hydrogen Diffusion in Pearlitic Steel. Journal of Materials Science 28 (1993) 2289-2298.
- [99] J. Toribio: Hydrogen-Plasticity Interactions in Pearlitic Steel: A Fractographic and Numerical Study. Materials Science and Engineering A219 (1996) 180-191.
- [100] J. Toribio and V. Kharin: K-Dominance Condition in Hydrogen Assisted Cracking: The Role of the Far Field. Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures 20 (1997) 729-745.
- [101] J. Toribio and V. Kharin: The Effect of History on Hydrogen Assisted Cracking: 1. Coupling of Hydrogenation and Crack Growth. International Journal of Fracture 88 (1997) 233-245.
- [102] J. Toribio and V. Kharin: The Effect of History on Hydrogen Assisted Cracking: 2. A Revision of *K*-Dominance. International Journal of Fracture 88 (1997) 247-258.
- [103] J. Toribio and V. Kharin: Evaluation of Hydrogen Assisted Cracking: The Meaning and Significance of the Fracture Mechanics Approach. Nuclear Engineering and Design 182 (1998) 149-164.
- [104] J. Toribio and V. Kharin: A Hydrogen Diffusion Model for Application in Fusion Nuclear Technology. Fusion Engineering and Design 51-52 (2000) 213-218.
- [105] J. Toribio and V. Kharin: A Critical Review of Existing Hydrogen Diffusion Models Accounting for Different Physical Variables. Plenary Lecture, ESIS Int. Conference WEAR PROCESSES 2012, Swinoujscie, Poland, September 12-14, 2012.
- [106] J. Toribio and V. Kharin: Hydrogen Diffusion Equations Accounting for Trapping: The Shortcomings of the McNabb-Foster Approach. Invited Talk, University of Fukuoka, Japan, January 2013.
- [107] J. Toribio and V. Kharin: Modelling Hydrogen Diffusion Assisted by Stress and Strain. Invited Talk, Joint HYDROGENIUS & IC²NER International Workshop on Hydrogen-Materials interactions, Kyushu University Ito Campus, Japan, January 2013.
- [108] J. Toribio and V. Kharin: Continuum Modelling of Trap-Affected Hydrogen Diffusion in Metals. Opening Plenary Lecture, International Conference "New Trends in Fatigue and Fracture" (NT2F13), Moscow, Russia, May 13-16, 2013.
- [109] J. Toribio and V. Kharin: Review of Hydrogen Diffusion Models for the Analysis of Hydrogen Embrittlement of Materials. Keynote Lecture, 13th International Conference on Fracture (ICF13), June 16-21, 2013.

- [110] J. Toribio and V. Kharin: Continuum Modelling of Trap-Affected Hydrogen Diffusion in Hydrogen Assisted Fracture Analysis. Anales de Mecánica de la Fractura 30 (2013) 413-418.
- [111] J. Toribio and V. Kharin: A Generalised Model of Hydrogen Diffusion in Metals with Multiple Trap Types. Philosophical Magazine 95 (2015) 3429-3451.
- [112] J. Toribio and V. Kharin: A Critical Review of Existing Hydrogen Diffusion Models Accounting for Different Physical Variables. Solid State Phenomena 225 (2015) 13-18.
- [113] J. Toribio and V. Kharin: Revisiting Continuum Modelling of Hydrogen Diffusion and Trapping in Metals for the Purposes of Hydrogen Embrittlement Analyses. Anales de Mecánica de la Fractura 32 (2015) 455-460.
- [114] J. Toribio and E. Ovejero: Micromechanics of Hydrogen Assisted Cracking in Progressively Drawn Steels. Scripta Materialia 40 (1999) 943-948.
- [115] J. Toribio and E. Ovejero: Composite Microstructure of Cold-Drawn Pearlitic Steel and Its Role in Stress Corrosion Behaviour. Journal of Materials Engineering and Performance 9 (2000) 272-279.
- [116] J. Toribio and E. Ovejero: Microstructure-Based Modelling of Hydrogen Assisted Cracking in Pearlitic Steels. Materials Science and Engineering A319-321 (2001) 540-543.
- [117] J. Toribio and E. Ovejero: Hydrogen Assisted Cracking in Progressively Drawn Pearlitic Steel. Corrosion Science 49 (2007) 3539-3556.
- [118] J. Toribio, F.J. Ayaso and E. Ovejero: Evolution of Hydrogen-Assisted Micro-Damage in Progressively Drawn Pearlitic Steel. Materials Letters 58 (2004) 2541-2544.
- [119] J. Toribio: Stress Corrosion Cracking of Progressively Cold-Drawn Pearlitic Steels: From Tintoretto to Picasso. Procedia Structural Integrity 5 (2017) 1439-1445.
- [120] J. Toribio: Hydrogen-Assisted Micro-Damage in Cold-Drawn Pearlitic Steels: *Resembling Donatello Wooden Sculpture Texture*. Key Engineering Materials 754 (2017) 131-134.
- [121] J. Toribio: Hydrogen Effects on Progressively Cold-Drawn Pearlitic Steels: *Between Donatello* and Michelangelo. Procedia Structural Integrity 5 (2017) 1446-1453.
- [122] J. Toribio: HELP versus HEDE in Progressively Cold-Drawn Pearlitic Steels: *Between Donatello* and Michelangelo. Engineering Failure Analysis 94 (2018) 157–164
- [123] J. Toribio: Fractura Elastoplástica de Alambres Entallados. Tesis Doctoral, Universidad Politécnica de Madrid (UPM) 1987.

EFICIENCIA Y DEGENERACIÓN MATEMÁTICA EN FUNCIONES DE GREEN PARA MEDIOS PIEZOELÉCTRICOS

Federico C. Buroni^{a,*}, Cristiano Ubessi^b, Gabriel Hattori^c, Rogério J. Marczak^b, Andrés Sáez^d

 ^aDepartment of Mechanical Engineering and Manufacturing, Universidad de Sevilla. Camino de los Descubrimientos s/n , Seville E-41092, Spain
 ^bDepartment of Mechanical Engineering - DEMEC/PROMEC, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Sarmento Leite 425, 90050-160, Porto Alegre, Brazil
 ^cDepartment of Engineering, University of Cambridge, CB2 1PZ, Cambridge, UK
 ^dDepartment of Continuum Mechanics and Structural Analysis, Universidad de Sevilla.

Camino de los Descubrimientos s/n, Seville E-41092, Spain

RESUMEN

Las funciones de Green tridimensionales (3D) para medios piezoeléctricos se enfrentan a dos inconvenientes principales, el problema de la degeneración matemática y su estructura computacionalmente costosa. En el contexto del formalismo de Stroh, los esquemas explícitos presentan degeneración de la solución cuando existe algún autovalor de Stroh repetido. En este trabajo se introduce una nueva expresión para la función de Green la cual permanece bien definida cuando se repiten autovalores de Stroh. Después de esto, y basándose en esta expresión desarrollada y en representaciones en series dobles de Fourier, se presenta un esquema numérico muy eficiente para la evaluación de la función de Green y sus derivadas. Esta propuesta combina lo mejor de dos mundos: la estructura limpia del formalismo de Stroh junto con la simplicidad de las expansiones de Fourier, esperando ayudar a mitigar los viejos inconvenientes de las funciones de Green anisotrópicas previamente mencionados.

ABSTRACT

Three-dimensional (3D) piezoelectric Green's functions deal with two main drawbacks, the mathematical degeneracy and its computationally expensive structure. In the Stroh formalism context, explicit schemes present degeneracy of the solution when some Stroh's eigenvalues are repeated. In this work a new expression for the Green's function is introduced which remains well-defined when Stroh's eigenvalues are repeated. After that, and based on this developed expression and double Fourier series representations, a very efficient numerical scheme for the evaluation of the Green's function and its derivatives is presented. This proposal merge the best of two worlds: the clean structure of the Stroh formalism along with the simplicity of Fourier expansions, expecting to help to mitigate the mentioned old drawbacks of anisotropic Green's functions.

PALABRAS CLAVE: Expresiones explícitas, formalismo de Stroh, piezoelectricidad tridimensional, solución fundamental, representación en series de Fourier

1. INTRODUCCIÓN

La integridad estructural de materiales piezoeléctricos (PE) se evalúa por medio del conocimiento de parámetros que caracterizan el campo singular mecánico y eléctrico en el vértice de la grieta, conocidos como *factores de intensidad de tensiones extendidos*. Uno de los métodos más potentes para la evaluación de estos parámetros fractomecánicos es el Método de los Elementos de Contorno. Este método incorpora en su formulación la correspondiente función de Green del problema y sus derivadas. La robustez y eficiencia de la evaluación numérica de estas funciones resultan determinantes [1].

En este trabajo se presenta la particularización a materiales PE de un esquema de evaluación de funciones de Green y sus derivadas que ha sido propuesto recientemente por los autores para materiales magnetoelectroelásticos [2]. El artículo está organizado de la siguiente manera: en la Sección 2, se introduce la notación y ecuaciones básicas de la piezoelectricidad. En la Sección 3 se presenta una nueva expresión para la función de Green en materiales PE que tiene tres características valiosas: (i) es explícita en términos de los autovalores de Stroh, (ii) permanece bien definida cuando algunos de los autovalores de Stroh son iguales (degeneración matemática) o casi iguales (cuasi degeneración matemática), y (iii) es exacta. Posteriormente, basandose en esta expresión derivada y una representación de la solución en series dobles de Fourier, se presenta un esquema numérico eficiente y robusto para la evaluación de la función de Green 3D y sus derivadas en la Sección 4. Algunos resultados numéricos validan el enfoque propuesto mientras se ilustra su precisión. Conclusiones cierran el documento en la Sección 5.

^{*}Persona de contacto (fburoni@us.es)

2. ECUACIONES BÁSICAS EXTENDIDAS

Es muy conveniente utilizar la notación extendida propuesta por Barnett & Lothe [3] para materiales PE. Sea x_i (i = 1, 2, 3) un sistema de coordenadas Cartesiano en tres dimensiones, el problema PE lineal se puede formular con una estructura matemática similar al problema elástico modificando el vector de desplazamiento u_i con la adición de la potencial eléctrico φ como

$$u_J = \begin{cases} u_j & J \leqslant 3\\ \varphi & J = 4 \end{cases}$$
(1)

y definiendo un tensor de elasticidades extendido con las siguientes componentes

$$C_{iJKm} = \begin{cases} c_{ijkm} & J, K \leq 3\\ e_{mij} & J \leq 3; \ K = 4\\ e_{ikm} & J = 4; \ K \leq 3\\ -\varepsilon_{im} & J, K = 4. \end{cases}$$
(2)

donde c_{ijkl} y ε_{il} denotan las componentes del tensor de rigidez elástica cuando el campo eléctrico es constante, y el tensor de permitividades dieléctricas cuando el campo de deformaciones es constante, respectivamente; e_{ijk} son los coeficientes de acoplamiento PE. Todos ellos bajo condiciones isotérmicas. Los tensores de las constantes materiales muestran las siguientes condiciones de simetría

$$c_{ijkl} = c_{jikl} = c_{ijlk} = c_{klij}, \quad e_{kij} = e_{kji}, \quad \varepsilon_{kl} = \varepsilon_{lk}.$$
 (3)

En virtud de estas simetrías se satisface $C_{iJKm} = C_{mKJi}$. Además, la constante elástica y la permitividad dieléctrica son definitivos positivos, i.e.

$$c_{ijkm}\gamma_{ij}\gamma_{km} > 0, \, \varepsilon_{ij}E_iE_j > 0 \tag{4}$$

$$\forall \gamma_{km}, E_i \in \mathbb{R}; \ \gamma_{km} = \gamma_{mk} \neq 0, \ E_i \neq 0,$$

y no se impone restricción al tensor de acoplamiento PE. La ecuación (4) se conoce como *condición fuerte de convexidad* y es equivalente a la definición positiva de la función de energía interna.

En las definiciones anteriores, los subíndices en minúsculas (elásticos) y en mayúsculas (extendidos) toman los valores 1, 2, 3 y 1, 2, 3 (elástico), 4 (eléctrico), respectivamente. Luego, con la representación matricial introducida, las ecuaciones elípticas de equilibrio para problemas elásticos y eléctricos en término de los desplazamientos extendidos se pueden unificar en una estructura similar a la ecuación de Navier para elasticidad como

$$C_{iJKm}u_{K,mi} + f_J = 0, (5)$$

donde f_J es el vector de fuerza de volumen extendido, definido como

$$f_J = \begin{cases} f_j & J \leq 3\\ -f^e & J = 4, \end{cases}$$
(6)

siendo f_i y f^e las tres componentes de las fuerzas de volumen y la densidad de carga eléctrica, respectivamente. Como de costumbre, la coma denota diferenciación. Tenga en cuenta que los problemas no acoplados, *i.e.*, puramente elásticos y/o eléctricos se pueden considerar haciendo cero los coeficientes de acoplamiento PE.

3. SOLUCIÓN NO DEGENERADA

La función de Green en un medio infinito se define como un tensor bi-punto de segundo orden en un espacio de cuatro dimensiones con componentes U_{KP} tal que satisface las ecuaciones diferenciales parciales elípticas (5) donde el vector de fuerza de volumen extendido corresponde a una carga puntual $f_J = \delta_{JP}\delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}')$ siendo $\delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}')$ la función delta de Dirac localizada en el punto fuente $\mathbf{x}' \ y \ \delta_{JK}$ es la delta de Kronecker en cuatro dimensiones. En medios homogéneos la función de Green depende del vector relativo $\mathbf{x} - \mathbf{x}'$, por lo tanto, para simplificar, se considera que el sistema de coordenadas Cartesiano tiene el origen en el punto fuente \mathbf{x}' , por lo que la función de Green es solo una función del punto de evaluación \mathbf{x} . Para una interpretación física ver [4].

La función de Green se puede expresar como el producto de una función singular por una función de modulación H como

$$U_{JK}(\mathbf{x}) = \frac{1}{4\pi r} H_{JK}(\mathbf{x}) \tag{7}$$

donde $\mathbf{x} = r\hat{\mathbf{e}} \operatorname{con} r = |\mathbf{x}| \neq 0$. La función de modulación $H_{JK}(\mathbf{x})$ depende de la dirección de \mathbf{x} pero no de su módulo, por lo tanto $H_{JK}(\mathbf{x}) = H_{JK}(\hat{\mathbf{e}})$.

El tensor H_{JK} se puede evaluar como [5, 4]

$$H_{JK}(\hat{\mathbf{e}}) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \Gamma_{JK}^{-1}(p) dp, \qquad (8)$$

con

$$\Gamma_{JK}(p) = Q_{JK} + (R_{JK} + R_{KJ})p + T_{JK}p^2, \qquad (9)$$

siendo

$$Q_{JK} = C_{iJKm} n_i n_m, R_{JK} = C_{iJKm} n_i m_m, T_{JK} = C_{iJKm} m_i m_m,$$
(10)

donde n_i y m_i son las componentes de dos vectores unitarios cualesquiera mutuamente ortogonales tales que (**n**, **m**, **ê**) forman una tríada dextrógira. Se puede demostrar que Γ_{JK} es no singular y su inversa está garantizada.

El núcleo en la ecuación (8) es una función holomórfica univaluada en el semiplano complejo superior, excepto en los cuatro polos complejos con parte imaginaria positiva y sus conjugados que corresponden a las raíces de la ecuación polinómica de octavo orden

$$|\mathbf{\Gamma}(p)| = 0. \tag{11}$$
El determinante en (11) puede ser factorizado como

$$|\mathbf{\Gamma}(p)| = |\mathbf{T}| \prod_{\xi=1}^{4} (p - p_{\xi})(p - \bar{p}_{\xi}),$$
(12)

donde p_{ξ} son conocidos como los autovalores de Stroh y la barra sobre p_{ξ} denota complejo conjugado. **T** está definida en la ecuación (10). Los autovalores de Stroh se pueden obtener como las raices de la ecuación caracteristica (11). Asumiendo que todos los autovalores de Stroh son diferentes, la integración en la ecuación (8) se puede realizar por medio de la teoría de residuos de Cauchy dando

$$H_{JK}(\hat{\mathbf{e}}) = \frac{2\mathbf{i}}{|\mathbf{T}|} \sum_{\alpha=1}^{4} \frac{\hat{\Gamma}_{JK}(p_{\alpha})}{(p_{\alpha} - \bar{p}_{\alpha}) \prod_{\substack{\xi=1\\\xi \neq \alpha}}^{4} (p_{\alpha} - p_{\xi})(p_{\alpha} - \bar{p}_{\xi})},$$
(13)

donde $\hat{\Gamma}_{JK}$ es el operador adjunto de Γ_{JK} definido como $\Gamma_{PJ}(p)\hat{\Gamma}_{JK}(p) = |\Gamma(p)|\delta_{PK}$ y i = $\sqrt{-1}$. Claramente, esta expresión no es válida para casos degenerados donde hay autovalores de Stroh repetidos. Siguiendo una idea de Ting & Lee [5], la ecuación (13) se puede manipular algebraicamente para obtener una solución bien definida, válida incluso para autovalores de Stroh repetidos de cualquier multiplicidad, como se explica a continuación.

La matriz adjunta $\hat{\Gamma}_{JK}(p)$ es un polinomio en p de sexto orden. Sea

$$\hat{\Gamma}_{JK}(p) = \sum_{n=0}^{6} p^n \hat{\Gamma}_{JK}^{(n)},$$
(14)

donde $\hat{\Gamma}_{JK}^{(n)}$ (n = 0, ..., 6) son matrices reales que solo dependen de las propiedades del material y del vector de posición **ê**. Luego el tensor H_{JK} en la ecuación (13) puede ser reescrito como

$$H_{JK}(\hat{\mathbf{e}}) = \frac{1}{|\mathbf{T}|} \sum_{n=0}^{6} q_n \hat{\Gamma}_{JK}^{(n)},$$
(15)

con

$$q_n = \sum_{\alpha=1}^{4} \frac{2ip_{\alpha}^n}{(p_{\alpha} - \bar{p}_{\alpha}) \prod_{\substack{\xi=1\\\xi\neq\alpha}}^{4} (p_{\alpha} - p_{\xi})(p_{\alpha} - \bar{p}_{\xi})}.$$
 (16)

Debido a que H_{JK} y $\hat{\Gamma}_{JK}^{(n)}$ son reales, $q_n : \mathbb{C}^8 \to \mathbb{R}$. Nótese que esta última expresión para q_n aparentemente no es válida para casos degenerados. Sin embargo, no hay una razón física para eso y la indeterminación puede ser eliminada. De hecho, la ecuación (16) se puede factorizar de manera tal que el común denominador para todos q_n (n = 0, ..., 6) sea $\prod_{\alpha=1}^{4} \prod_{\xi=1}^{4} (p_\alpha - \bar{p}_{\xi})$. Este denominador siempre es diferente de cero, por lo que las funciones q_n permanecen bien definidas incluso en casos degenerados. Las expresiones explícitas correspondientes para el numerador de q_n (n = 0, ..., 6) son bastante grandes como para mostrarlos aquí. Sin embargo, la factorización se puede obtener en forma directa con cualquier software de cálculo simbólico como MATHEMATICA [6].

En este punto, vale la pena insistir en que las fórmulas anteriores con la misma estructura de la ecuación (13) falla cuando se usa para casos de degeneración matemática, es decir, cuando existen algunos autovalores de Stroh repetidos. Aún más importante, se observan inestabilidades numéricas en casos casi degenerados cuando los autovalores de Stroh están lo suficientemente cerca. Dicha situación puede ocurrir dependiendo de las propiedades del material C_{iJKm} y de la dirección del vector $\hat{\mathbf{e}}$. La formulación presentada por Buroni & Sáez [4] superó tal degeneración mediante el uso de un conjunto de soluciones en función del tipo de degeneración. La potencia de la expresión (15) junto con los coeficientes factorizados (16) reside en que, en una única solución, su validez es independiente del tipo de degeneración involucrada, a diferencia de los enfoques anteriores. Para ilustrar esto, considere un material piezoeléctrico transversalmente isotrópico (Material PZT-4) donde las constantes se resumen en el Apéndice A. Para esta simetría material, cuando el punto fuente y el punto campo se encuentran a lo largo del eje x_3 , los cuatro autovalores de Stroh se vuelven iguales a $i = \sqrt{-1}$. La figura 1 muestra la evolución de la componente U_{44} en comparación con el ángulo ϕ definido como el ángulo entre el eje x_3 y el vector de posición x. El módulo del vector de posición es $|\mathbf{x}| = 1$. La solución degenerada (7) y (13) se trazan con línea continua. Para ángulos alrededor de $\phi \approx 0, 1$ la solución comienza a degradarse lentamente y para 0 < $\phi \lesssim 0,07^{\rm o},$ los autovalores de Stroh son casi coincidentes, lo que da como resultado una solución numéricamente inestable debido a esta casi degeneración, como se muestra en figura. Como se mencionó anteriormente, para $\phi = 0^{\circ}$ existe la degeneración $p_i = \sqrt{-1}$ para todo *i* (*i* = 1...4), por lo que la expresión (13) no está definida. La nueva solución trazada con una línea discontinua se muestra suave, precisa y bien definida en todas partes. Para las otras componentes se obtiene un comportamiento similar.

Muy recientemente, un interesante trabajo por Xie *et al.* [7] ha propuesto una fórmula unificada alternativa para la solución fundamental piezoeléctrica anisotrópica y su primer derivada. Después de una reorganización algebraica y el uso de relaciones recursivas, los coeficientes integrales (equivalentes a q_n antes de la integración) se calculan mediante el teorema de residuos de Cauchy. Las expresiones resultantes en realidad parecen ser más compactas que las que se presentan en este trabajo, pero también son mucho más laboriosas de implementar. Su extensión a materiales con acoplamientos más complejos como el magnetoelectroelástico parece implicar una manipulación algebraica aún más engorrosa. En cualquier caso, el principio subyacente que permite eliminar la degeneración matemática es la factorización del denominador en



Figura 1: Componente U_{44} *versus el ángulo* ϕ *para un material PZT-4* ($|\mathbf{x}| = 1$).

la ecuación (13), ya que esto proviene de la estructura matemática y no de un argumento físico. Una vez que uno toma conciencia de esto, se podrían proponer varias factorizaciones para acelerar la implementación numérica. Sin embargo, para garantizar un esquema de integración eficiente en metodologías numéricas como el Método de Elementos de Contorno, proponemos utilizar el enfoque presentado en la siguiente sección.

4. ENFOQUE CON SERIES DE FOURIER

Como ya ha sido mencionado, la ecuación (7) muestra que la función de Green se puede expresar a través de separación de variables como una función singular la cual sólo es función de la distancia radial *r*, y la función de modulación regular $H_{JK}(\hat{\mathbf{e}})$ que depende sólo de $\hat{\mathbf{e}}$. Este vector se puede expresar en términos de coordenadas esféricas θ y ϕ como $\hat{\mathbf{e}} = (\sin \phi \cos \theta, \sin \phi \sin \theta, \cos \phi)$ $(-\pi \le \theta < \pi, 0 \le \phi < \pi)$, y por lo tanto el tensor de Barnett-Lothe $H_{JK}(\theta, \phi)$, el cual es una función periódica en θ y ϕ con un período de 2π y π , respectivamente. En virtud de esta naturaleza periódica, $H_{JK}(\theta, \phi)$ admite una representación en series dobles de Fourier que se puede expresar de forma compacta en términos de complejos exponenciales [8]. Generalizando las ideas previamente presentadas para el caso puramente elástico

$$H_{JK}(\theta,\phi) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \lambda_{JK}^{(m,n)} e^{i(m\theta+\rho n\phi)}, \qquad (17)$$

siendo $\rho = 2$, y los coeficientes de la expansión de Fourier vienen dados por

$$\lambda_{JK}^{(m,n)} = \frac{1}{2\pi^2} \int_{-\frac{\pi}{\rho}}^{\frac{\pi}{\rho}} \int_{-\pi}^{\pi} H_{JK}(\theta,\phi) \mathrm{e}^{-\mathrm{i}(m\theta+\rho n\phi)} \mathrm{d}\theta \mathrm{d}\phi, \quad (18)$$

donde las integraciones involucradas pueden realizarse numéricamente por cuadratura de Gauss estándar. También tenga en cuenta que la representación de en series de Fourier (17) para la solución de desplazamiento $H_{JK}(\theta, \phi)$ converge absoluta y uniformemente debido a que $\frac{\partial^2 H_{JK}}{\partial \theta \partial \phi}$ existe y es continua. Luego, el $H_{JK}(\theta, \phi)$ puede ser aproximada por un polinomio de Fourier truncando la serie infinita (17) en un número suficientemente grande de términos α para obtener un resultado tan exacto como sea necesario, por lo que

$$H_{JK}(\theta,\phi) = \sum_{m=-\alpha}^{\alpha} \sum_{n=-\alpha}^{\alpha} \lambda_{JK}^{(m,n)} e^{i(m\theta+\rho n\phi)}.$$
 (19)

El punto clave de la doble representación polinomial de Fourier (19) es que, una vez que se conocen los coeficientes de Fourier, cada término de la solución se convierte en una función exponencial compleja simple de los ángulos de posición θ y ϕ [8]. Esto resulta muy ventajoso no solo para la evaluación del tensor de Barnett-Lothe $H_{JK}(\theta, \phi)$ sino también para sus derivadas, como se muestra a continuación. Por otro lado, la expresión explícita y no degenerada obtenida previamente (15) para $H_{JK}(\theta, \phi)$ se puede utilizar para calcular los coeficientes en la expansión de Fourier (18), sin necesidad de prestar atención a posibles degeneraciones matemáticas.

Siguiendo Tan *et al.* [9], se pueden realizar mejoras adicionales en la eficiencia. Los coeficientes de Fourier $\lambda_{JK}^{(m,n)}$ se pueden separar en la parte real e imaginaria como

$$\lambda_{JK}^{(m,n)} = \mathcal{R}_{JK}^{(m,n)} + i\mathcal{I}_{JK}^{(m,n)}.$$
 (20)

Dado que $H_{JK}(\theta, \phi) \in \mathbb{R}$, la ecuación (19) se reescribe como

$$H_{JK}(\theta,\phi) = \sum_{m=-\alpha}^{\alpha} \sum_{n=-\alpha}^{\alpha} h_{JK}^{(m,n)}(\theta,\phi), \qquad (21)$$

donde

$$h_{JK}^{(m,n)}(\theta,\phi) := \mathcal{R}_{JK}^{(m,n)} \cos(m\theta + \rho n\phi) - \mathcal{I}_{JK}^{(m,n)} \sin(m\theta + \rho n\phi).$$
(22)

Notando que $\lambda_{JK}^{(m,n)}$ y $\lambda_{JK}^{(-m,-n)}$ son complejos conjugados, algunos términos en (21) son iguales. En consecuencia, la suma en (21) puede ser reducida a [9]

$$H_{JK}(\theta,\phi) = 2\sum_{m=1}^{\alpha} \sum_{n=1}^{\alpha} h_{JK}^{(m,n)}(\theta,\phi) + 2\sum_{m=1}^{\alpha} \sum_{n=-\alpha}^{-1} h_{JK}^{(m,n)}(\theta,\phi) + 2\sum_{m=1}^{\alpha} h_{JK}^{(m,0)}(\theta,\phi) + 2\sum_{n=1}^{\alpha} h_{JK}^{(0,n)}(\theta,\phi) + \mathcal{R}_{JK}^{(0,0)}.$$
(23)

Tenga en cuenta que para funciones reales pares la parte imaginaria de los coeficientes de Fourier son cero. A pesar de que $H_{JK}(\hat{\mathbf{e}})$ es una función par en $\hat{\mathbf{e}}$, no lo es en θ y ϕ , lo que lleva al hecho que la parte imaginaria de los coeficientes de Fourier $\mathcal{I}_{JK}^{(m,n)}$ son, en general, no cero en la presente formulación. Sin embargo, es importante remarcar que la representación polinomial de Fourier (23) de $H_{JK}(\theta, \phi)$ es real. Cabe señalar que, por razones prácticas en la implementación de la fórmula de Barnett-Lothe utilizada para calcular los coeficientes de Fourier, las formulaciones anteriores [8, 9] han seleccionado un período de 2π para la variable ϕ [10]. Aquellas formulaciones son esencialmente las mismas que las que se presentan aquí, tomando $\rho = 1$ en las expresiones anteriores. La diferencia entre adoptar uno u otro período, es decir, tomar $\rho = 1$ o $\rho = 2$, se trata a continuación.

Del mismo modo que para la función de Green, su derivada de primer orden se puede expresar como una parte singular mediante una función de modulación que solo depende de $\hat{\mathbf{e}}$ como

$$U_{JK,l}(\mathbf{x}) = \frac{1}{4\pi r^2} \tilde{U}_{JKl}(\hat{\mathbf{e}})$$
(24)

siendo la función de modulación dada por

$$\tilde{U}_{JKl}(\hat{\mathbf{e}}) = -\hat{e}_l H_{JK} + \frac{m_l}{\sin\phi} \frac{\partial H_{JK}}{\partial\theta} + n_l \frac{\partial H_{JK}}{\partial\phi}$$
(25)

donde n_l y m_l son las componentes de los dos vectores ortogonales usados en (10) y tomados como $\mathbf{n} = (\cos \phi \cos \theta, \cos \phi \sin \theta, -\sin \phi)$ y $\mathbf{m} = (-\sin \theta, \cos \theta, 0)$; por lo que \hat{e}_l es la componente *l* de $\hat{\mathbf{e}} = (\sin \phi \cos \theta, \sin \phi \sin \theta, \cos \phi)$.

Para calcular las derivadas de la solución (24), solo se requieren las derivadas correspondientes de $H_{JK}(\theta, \phi)$ con respecto a las coordenadas esféricas $\theta \neq \phi$. Si se considera la ecuación (23),estos derivadas implican solo derivadas triviales de funciones trigonométricas en $h_{JK}^{(m,n)}(\theta, \phi)$ de acuerdo con (22) las cuales pueden ser obtenidas directamente. Por lo tanto, se enfatiza que $\mathcal{R}_{JK}^{(m,n)} \neq \mathcal{I}_{JK}^{(m,n)}$ no son función del vector de posición $\hat{\mathbf{e}}$, y solo necesitan ser calculadas una única vez para un determinado material. De hecho, esta es la prinicipal ventaja de este enfoque.

En la ecuación (25) hay una singularidad removible cuando $\phi = 0$. Esta dificultad se puede superar fácilmente con una rotación del sistema de coordenadas como se muestra en [2].

Con el fin de mostrar el comportamiento de convergencia del enfoque en series de Fourier, tanto para formulaciones con $\rho = 1$ y $\rho = 2$, la Figura 2 muestra en escala logarítmica los valores medios del error $\sum e_S$ para el Material PZT-4. El error se define como

$$\sum \mathbf{e}_{S} := \frac{\sum_{J=1}^{N} \sum_{I=1}^{J} \mathbf{e}_{S}(U_{IJ})}{\frac{1}{2}N(N+1)},$$
(26)

siendo N = 4 y

$$\mathbf{e}_{S}(U_{IJ}) := \frac{\left\| U_{IJ} - U_{IJ}^{R} \right\|_{S}}{\left\| U_{IJ}^{R} \right\|_{S}},$$
(27)

donde U_{IJ}^R es la solución de referencia calculada con la solución no degenerada (7), (15) y (16), y $\|\cdot\|_S = \int_{S^2} |\cdot| d\omega$,



Figura 2: Valores medios $\sum e_s$ de las 10 componentes diferentes de la función de Green para $\rho = 1, 2$.

 S^2 denota una esfera unitaria en \mathbb{R}^3 . La integración sobre la esfera unitaria S^2 ha sido calculada con cuadratura de Gauss con 64×64 puntos. Para obtener los coeficientes de Fourier (18) se han utilizado 128 puntos de Gauss. La Figura 2 ilustra la mejora en la convergencia de la expasión de Fourier cuando se toma $\rho = 2$ comparada con la convergencia para $\rho = 1$. Se muestra que se obtiene más precisión para un determinado corte de la serie, o de manera equivalente, para un determinado grado de precisión, menos términos deben incluirse en la serie teniendo en cuenta este simple detalle sobre la periodicidad del tensor de Barnett-Lothe.

5. CONCLUSIONES

La expresión obtenida para la función de Green es (i) explícita en término de los autovalores de Stroh, i.e. que no se requiere ninguna integración, (ii) permanece bien definida cuando algunos autovalores de Stroh son iguales (degeneración matemática) o casi iguales (cuasi degeneración matemática), y por último (iii) es exacta. Se ha expuesto el hecho que la degeneración matemática presentada en formulaciones explícitas previas se puede eliminar mediante la factorización del denominador en la ecuación (13), ya que esto proviene de la estructura matemática de la solución y no de los argumentos físicos. Esta solución se utiliza como elemento fundamental para el desarrollo de un enfoque alternativo eficiente basado en representaciones de la serie de Fourier. Esta representación es posible en virtud de la naturaleza periódica de la solución. El atractivo de esta solución en series proviene del hecho de que la información de las propiedades del material está contenida solo en los coeficientes de Fourier, mientras que la información de la dependencia de la posición del punto de evaluación está contenida en simples funciones trigonométricas. Esto se traduce en dos ventajas. En primer lugar, cualquier derivada puede determinarse mediante una diferenciación espacial

simple de las funciones trigonométricas. Derivadas de orden superior pueden construirse directamente sobre esta metodología si es necesario. Segundo, los coeficientes de Fourier deben obtenerse solo una vez para un material dado, lo que lleva a una metodología muy eficiente para implementaciones numéricas. Hemos demostrado que, aprovechando la periodicidad π de la variable ϕ , se obtiene una mayor precisión para un número determinado de términos, es decir, se mejora la convergencia.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido financiado por el Ministerio de Economía, Industria y Competividad de España (proyecto DPI2017-89162-R). R.J.M. agradece a CNPq (Brasil) por la ayuda financiera (proyecto no.310649).

APÉNDICE A

El Material PZT-4 cumple

$$c_{1212} = \frac{c_{1111} - c_{1122}}{2},$$

$$c_{1313} = c_{2323}, c_{2222} = c_{1111}, c_{2233} = c_{1133} \qquad (28)$$

$$e_{322} = e_{311}, \quad e_{223} = e_{113}$$

$$\varepsilon_{22} = \varepsilon_{11}.$$

Las componentes no cero se resumen en la tabla 1.

	c_{1111}	139
Constantes elásticas $\left[10^9 \frac{N}{m^2}\right]$	<i>c</i> ₃₃₃₃	115
	c_{1122}	77.8
	c_{1133}	74.3
	c_{2323}	25.6
Constantes PE $\left[\frac{C}{m^2}\right]$	e_{113}	12.7
	e_{333}	15.1
	e_{322}	-5.1
Coefficientes de normitividad distértuise $\begin{bmatrix} 10-9 & C \end{bmatrix}$	ε_{11}	6.461
Coencientes de permitividad dielectrica $\begin{bmatrix} 10 & \frac{1}{V_m} \end{bmatrix}$	ε_{33}	5.62

REFERENCIAS

 M.M. Muñoz-Reja, F.C. Buroni, A. Sáez, F. García-Sánchez. 3D explicit-BEM fracture analysis for materials with anisotropic multifield coupling. *Applied Mathematical Modelling* 40: 2897-2912, 2016.

- [2] F.C. Buroni, C. Ubessi, G. Hattori, R.J. Marczak, A. Sáez. A fast and non-degenerate scheme for the evaluation of the 3D fundamental solution and its derivatives for fully anisotropic magneto-electro-elastic materials. *Engineering Analysis with Boundary Elements* Submitted to: Special issue on the Tribute of the Brazilian Computational Mechanics Community to Carlos Brebbia: Edited by Ney Augusto Dumont and José Telles
- [3] D.M. Barnett, J. Lothe. Dislocations and line charges in anisotropic piezoelectric insulators. *Physica Status Solidi* (*b*) 67: 105-111, 1975.
- [4] F.C. Buroni, A. Sáez. Three-dimensional Green's function and its derivative for materials with general anisotropic magneto-electro-elastic coupling. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical Sciences* 466: 515-537, 2010.
- [5] T.C.T. Ting, V.G. Lee. The three-dimensional elastostatic Green's function for general anisotropic linear Elastic solids. *The Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics* 50: 407-426, 1997.
- [6] Wolfram Research, Inc., Mathematica, Version 11.3, Champaign, IL (2018).
- [7] L. Xie, Ch. Zhang, J. Wang. Unified and explicit expressions of three-dimensional Green's functions and their first derivatives for piezo-electric solids with general anisotropy. *International Journal of Solids and Structures* doi: 10.1016/j.ijsolstr.2018.05.009, 2018.
- [8] Y.C. Shiah, C.L. Tan, C.Y. Wang (2012) Efficient computation of the Green's function and its derivatives for three-dimensional anisotropic elasticity in BEM analysis. Engineering Analysis with Boundary Elements 36, 1746-1755
- [9] C.L. Tan, Y.C. Shiah, C.Y. Wang (2013) Boundary element elastic stress analysis of 3D generally anisotropic solids using fundamental solutions based on Fourier series. International Journal of Solids and Structures 50, 2701-2711
- [10] C.L. Tan (2018) Comunicación personal.

Técnicas experimentales

CARACTERIZACIÓN DE TI-6AL-4V FABRICADO MEDIANTE FUSIÓN POR HAZ DE ELECTRONES (EBM) POR LA TÉCNICA DE MINIATURA PUNZONADO

M. Preciado^{1*}, P. M. Bravo¹, J. Calaf¹, D. Ballorca¹

¹ Área de Ciencia de los Materiales e Ingeniería Metalúrgica Escuela Politécnica Superior. Universidad de Burgos. Avda. Cantabria s/n. 09006. Burgos-España * Persona de contacto: mpreciado@ubu.es

RESUMEN

La fabricación aditiva es un proceso relativamente nuevo que permite la producción de geometrías complejas de componentes estructurales. La fabricación por fusión de lecho en polvo o Powder Bed Fusion (PBF) se basa en la deposición de una capa de metal en polvo en la zona de trabajo para fundirla de manera selectiva con un láser (SLM) o bien un haz de electrones (EBM). Tanto las propiedades mecánicas como la microestructura dependen del tipo de método y de la técnica de fabricación de las piezas. La técnica de miniatura punzonado (SPT) permite utilizar muestras de ensayo muy pequeñas comparadas con las utilizadas en métodos convencionales. Esto permite obtener probetas de distintos puntos de las piezas y observar variaciones inherentes al propio proceso de fabricación aditiva. En este trabajo se ha estudiado el potencial de la técnica SPT en la caracterización de componentes EBM Ti-6Al-4V. Se han analizado mecánica y metalográficamente muestras en distintas localizaciones de las piezas y los resultados se han comparado con los obtenidos mediante ensayos convencionales. Por último, se ha realizado un estudio fractográfico comparativo para evaluar los mecanismos de fractura dependiendo de la orientación de las probetas respecto a las direcciones de fabricación de las mismas.

PALABRAS CLAVE: Fabricación aditiva; Ensayos de miniatura punzonado; Ti-6Al-4V

ABSTRACT

Additive layer manufacturing (ALM) is a relatively new process that allows the production of structural components with complex geometries. Powder Bed Fusion (PBF) fabrication is based on the deposition of a powder metal layer in the work zone to melt it selectively with a laser (SLM) or an electron beam (EBM). Both, mechanical properties and microstructure, depend on the type of method and the manufacturing technique of the parts. The small punch test (SPT) allows the utilization of very small test samples compared to those used in conventional methods. This permits to obtain specimens from different locations in the pieces and observe the variations inherent to the additive manufacturing process itself. In this work, we have studied the potential of the SPT technique in the characterization of EBM Ti-6Al-4V components. Mechanical and metallographic properties of samples located in different points in the pieces have been analyzed and the results have been compared with those obtained by conventional tests. Finally, a comparative fractographic study has been carried out to evaluate the fracture mechanisms depending on the orientation of the specimens with respect to their manufacturing directions

KEYWORDS: Additive layer manufacturing (ALM); Small punch test (SPT); Ti-6Al-4V

INTRODUCCIÓN

Los procesos de fabricación aditiva basados en la fusión por lecho de polvo (PBF) son capaces de fabricar partes metálicas directamente, partiendo de material pulverizado de muchos tipos de aleaciones utilizadas en ingeniería como acero inoxidable, acero maraging, aleaciones de titanio, etc. Los dos procesos que se usan normalmente son fusión por haz de electrones (EBM) y fusión selectiva por láser (SLM) [1]. La fabricación aditiva PBF se basa en la deposición de una capa de material en polvo en la zona de trabajo para fundirla de manera selectiva con un láser (SLM) o un haz de electrones (EBM).

Durante el proceso EBM, el haz de electrones funde la primera capa. A continuación el haz y la depósito de material se mueven hacia arriba verticalmente para comenzar la deposición de la segunda capa. Este proceso se repite hasta que la geometría 3D está completa. La pieza acabada se separa del substrato mediante mecanizado. Cuando la primera capa es creada la plataforma sobre la que se crea se mueve hacia abajo y el polvo que sobra se recoge y puede ser reutilizado posteriormente [2].

La aleación de titanio Ti-6Al-4V es la más utilizada porque presenta propiedades mecánicas competitivas y unido a la baja densidad, permiten que sea una buena opción en los campos aeroespacial, de automoción, y equipamiento marino. El proceso EBM de este tipo de aleaciones tiene numerosas aplicaciones en la industria médica ya que la biocompatibilidad de la Ti-6Al-4V es excelente cuando existe contacto directo entre el hueso y el tejido.

Por otra parte los ensayos miniatura punzonado SPT (small punch testing) han sido capaces de caracterizar diversos materiales y presentan la ventaja de necesitar muestras muy pequeñas para realizar el ensayo. La caracterización de piezas realizadas por AM, en las que puede aparecer una variación de propiedades a lo largo del eje de fabricación por métodos convencionales es complicada debido precisamente a la dificultad de obtener propiedades homogéneas en las muestras a ensayar y el SPT se muestra como una alternativa apropiada al salvar esta dificultad.

MÉTODO EXPERIMENTAL

2.1. Material

La composición estándar de la aleación sobre la que se ha realizado este estudio es (% peso): 5.5-6.5 Al, 3.5-4.5 V, <0.08 C, <0.25 Fe, <0.13 O, <0.05 N, <0.012 H [3]. La pieza sometida a ensayo consiste en un cilindro fabricado mediante EBM suministrado por la empresa Mizar Additive Manufacturing S. L. U., de dimensiones 107x19 mm. La dirección L paralela al eje del cilindro corresponde a la dirección longitudinal y la dirección perpendicular a la anterior será referida como sección tranversal, T.

Se han obtenido muestras mediante una cortadora metalográfica de precisión en la dirección transversal de la parte superior de la pieza. De la parte inferior de la pieza se han obtenido muestras transversales y longitudinales. Estas muestras se han utilizado para mecanizar probetas para el ensayo de miniatura punzonado (10x10x0.5mm) y para su observación metalográfica. En la figura 1 se presenta un esquema de las probetas utilizadas.

Las muestras metalográficas fueron preparadas mediante desbaste y pulido y finalmente fueron atacadas con el reactivo Kroll: 100ml H_2O , 6ml HNO_3 , 3ml HF, para su observación en el microscopio electrónico de barrido (SEM).

Los ensayos de microdureza Vickers se realizaron con una carga de 500g sobre muestras adyacentes a las ensayadas mediante SPT.



Figura 1. Esquema de las muestras para ensayos SPT y estudio metalográfico.

2.2. Metalografía

La aleación Ti-6Al-4V pertenece al grupo de aleaciones de titanio $\alpha+\beta$ a temperatura ambiente. Sin embargo la microestructura final de este tipo de aleaciones depende de la historia térmica que haya sufrido. Durante el enfriamiento rápido desde altas temperaturas la fase β se descompone en la fase martensítica α' a mediante una transformación adifusional mientras que para enfriamientos más lentos la transformación es difusional a $\alpha+\beta$. Durante el proceso EBM, la temperatura de fabricación se mantiene a una temperatura cercana a 750°C lo cual, según el diagrama de fases que aparece en la figura 2, podría producir martensita aunque no se llegaría a atravesar la temperatura Mf. Por lo tanto sólo parte de la fase β se convertiría en α' .



Figura 2. Diagrama de fases de la aleación Ti-6Al-4V.

Sin embargo, las velocidades de enfriamiento de este tipo de aleación (prácticamente sólo hay conducción) unido a la alta temperatura de la cámara, provoca que si se forma α' , ésta se descomponga en $\alpha+\beta$ y que sólo se observe α' en la parte superior de la pieza donde la velocidad de enfriamiento es mayor y al ser la última parte en fabricar, no esté sometida a alta temperatura durante mucho tiempo [4]. En el proceso térmico, además de la temperatura de fabricación, debe de tenerse en cuenta también las distintas zonas afectadas térmicamente que van originando las capas superiores según van siendo fundidas. [5]



Figura 3. Microestructura $\alpha' + \alpha + \beta$ en el borde superior de la pieza.



Figura 4. Microestructura laminar $\alpha + \beta$ en una zona inferior de la pieza.

En las figuras 3 y 4 se observa la diferente microestructura entre la zona superior y la inferior respectivamente. En el borde superior se puede apreciar la fase α' .

En principio, el espesor de las placas de α aumentaría desde la parte inferior a la superior [6]. Ya que el calor acumulado aumenta con el número de capas y se produce mayor temperatura y menor velocidad de enfriamiento en la zona superior. Sin embargo en las piezas fabricadas mediante EBM, la alta temperatura de fabricación (700-750°C) durante el tiempo que dura el proceso aumenta el espesor de las láminas de α siendo equivalente a un tratamiento térmico, haciendo finalmente que éstas disminuyan de la parte inferior a la superior.

2.3. Porosidad

Excepto en la parte superior, no se ha encontrado una porosidad importante en porcentaje, si bien algún poro es más grande y con forma esférica.



Figura 5. Porosidad: a) parte superior, L b) parte interior L (25x).

El efecto de los poros sobre las propiedades mecánicas es menos importante cuando se ensaya en la orientación paralela a la dirección de tracción ya que no se ven implicadas muchas capas y el riesgo de porosidad disminuye. Es decir, las muestras ensayadas a SPT codificadas como L serían las más críticas. Sin embargo, en la figura 5b) se observa que la porosidad es pequeña y por lo tanto no va a tener gran influencia [7].

Se ha observado una disminución del alargamiento en las muestras de la parte superior estando provocado por el aumento apreciable de la porosidad en esta zona.

2.4. Dureza

Se ha realizado un estudio de microdureza Vickers, observándose que la dureza aumenta de la base a la parte superior y del exterior al interior.



Figura 6. Microdureza medida desde la base hasta el borde superior.

La dureza va aumentando de forma gradual hasta el final de la pieza donde se produce aumento brusco debido a la aparición de martensita. La disminución del último punto podría estar provocada por alguna porosidad interior.

2.5. Ensayos miniatura punzonado

Se han realizado ensayos de miniatura punzonado sobre 6 muestras. En la figura 7 se han numerado en orden creciente desde la base al borde superior de la pieza.



Figura 7. Ensayos SPT sobre muestras T y L.

Los ensayos 1 y 2 (cerca de la base) y los ensayos 5 y 6 (cerca del borde superior) corresponden a probetas T de sección transversal, mientras que los ensayos 3 y 4 corresponden a muestras L de sección longitudinal.

2.6. Fractografía de las roturas

En la figura 8 se aprecia una vista de la rotura producida en los ensayos anteriores. Las fracturas han sido similares en todos los ensayos y presentan ductilidad (figura 9) aunque también aparecen fracturas radiales propias de una fractura más frágil. Este tipo de fractura se corresponde con las presentadas en la literatura para ensayos SPT con Ti-6Al-4V [8].



Figura 8. Rotura de una muestra en el ensayo miniatura punzonado.



Figura 9. Fractografía de la superficie de rotura.

DISCUSIÓN

La diferente microestructura y dureza a lo largo de la pieza señala un cambio de propiedades que difícilmente puede ser evaluado por ensayos convencionales de tracción debido a la necesidad de muestras muy pequeñas, por lo que los ensayos SPT resultan muy apropiados. La necesidad de obtener valores del límite elástico, resistencia del material y alargamiento a partir de los ensayos y compararlas con los valores en cada probeta, hace necesario estimar estos últimos mediante diferentes teorías.

Para estimar el límite elástico y el alargamiento se ha utilizado la ecuación (1) y (2) donde se obtiene un valor a partir de unos coeficientes y del espesor que presentan las placas de α en esa zona, δ_{α} , que ha podido ser medido mediante el método de la intersección en las diversas muestras [9].

$$\sigma_{\rm v} = 737 + 144 \,\delta_{\alpha}^{-1/2} \tag{1}$$

$$A(\%) = 20 - \delta_{\alpha} \tag{2}$$

En la última probeta se ha modificado el valor del límite elástico estimando mediante la dureza la cantidad de martensita. La formulación se ha basado en la ley de mezclas y el valor del límite elástico de la fase α 'se ha obtenido de la referencia 4:

$$H = \alpha'_f H_{\alpha'} + (1 - \alpha'_f) H_{\alpha} \tag{3}$$

Siendo α_f la fracción de martensita y H_{α} y $H_{\alpha'}$ las durezas de α y α respectivamente.

Los valores del límite elástico obtenidos en los ensayos SPT son el valor Py/t^2 de cada muestra, donde t es el espesor de la probeta de ensayo (0.5mm) y Py es el punto de corte de la curva con la recta paralela a la zona

elástica (zona inicia) desplazada un valor de t/10 [10, 11].

En el ensayo SPT se observa la rotura prematura de las puestras 5 y 6 que corresponden al borde superior. Esto puede ser debido a la alta porosidad de esa zona, por lo que no se han incluido en las correlaciones del alargamiento y resistencia máxima.



Figura 10. Correlación entre límite elástico experimental y estimado.



Figura 11. Correlación entre alargamiento experimental y estimado.

Para estimar el valor de la Resistencia máxima se han utilizado los valores de microdureza y se han relacionado mediante la expresión (4) [12]

$$\sigma_{max} = 3.586 HV - 237.9 \tag{4}$$

El valor que se obtuvo de los ensayos SPT corresponde a la carga máxima a partir de la cual la se produce la rotura.

En la figura 12 se muestra la correlación entre ambos valores.



Figura 12. Correlación entre resistencia máxima experimental y estimada.

La correspondencia en el límite elástico y la resistencia es bastante buena. Sin embargo la del alargamiento no parece adecuada aunque el ensayo SPT si reproduce la tendencia ascendente del alargamiento. Cabe destacar que los resultados de tracción en probetas mecanizadas a partir de las piezas acabadas suministrados por el fabricante, 867MPa, 857MPa y 932MPa para el límite elástico y 912MPa, 921MPa y 993MPa para la resistencia tienen bastante variabilidad pero no están lejos de los obtenidos por la estimación de este estudio. Sin embargo los datos de alargamiento, 12.2%, 13.4% y 10.2% difieren bastante de los obtenidos, lo cual muestra que método de estimación para alargamiento debe ser mejorado.

CONCLUSIONES

- En las piezas de fabricación aditiva de Ti-6Al-4V los ensayos SPT presentan ventajas respecto de los convencionales ya que al realizarse con probetas muy pequeñas son capaces de detectar variaciones a lo largo del eje vertical de fabricación.
- Con una formulación bastante sencilla se llegan a buenos resultados en la correlación del límite elástico y de la resistencia máxima entre las propiedades del material estimadas y las que se obtienen de los ensayos SPT.
- La correlación entre el alargamiento estimado y el obtenido mediante SPT no es tan buena, pero sí que se detecta el aumento de alargamiento que se produce como consecuencia del cambio en la microestructura.
- En la parte superior de las muestras de Ti-6Al-4V se produce porosidad y estructura martensítica.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer la financiación recibida de la Consejería de Educación de la Junta de Castilla y León al amparo de las ayudas destinadas al apoyo de los grupos de investigación reconocidos de universidades públicas de Castilla y León a iniciar en el 2018, Proyecto: BU033G18

REFERENCIAS

- H. Gong, K. Rafi, H. Gu, T. Starr, Analysis of defect generation in Ti-6Al-4V parts made using power bed fusion additive manufacturing processes. Additive manufacturing (2014) 1-4: 87-98.
- [2] Z. Y. Zhai, H. Galarraga, D. A. Lados. Microstructure, static properties, and fatigue crack growth mechanisms in Ti-6Al-4V fabricated by additive manufacturing: LENS and EBM. Eng. Failure Analysis (2016) 69: 3–14.
- [3] ASTM-International, ASTM Standard F136-13: Standard Specification for Wrought Titanium-6Aluminum-4Vanadium ELI (Extra Low Intersticial) Alloy for Surgical Implant Applications, 2003.
- [4] S. Liu, Y. C. Shin. Additive manufacturing of Ti6Al4V alloy: A review. Materials and Design (2019) 164:1-23.
- [5] X. P. Tan, Y. Kok, W. Q. Toh, Y. J. Tan. Revealing Martensitic transformation and α/β interface evolution in electron beam melting threedimensional-printed Ti-6Al-4V. Sci. Rep.(2016) 6.
- [6] L. E. Murr, E. V. Esquival, S. A. Quinones, S. M. Gaytem. Microstructural and mechanical properties of electron beam-rapid manufactures Ti-6Al-4V biomedical prototypes compared to wrought Ti-6Al-4V. Material Characterization (2009) 60: 96-105.
- [7] M. Simonelli, Y.Y. Tse, C.Tuck. Effect of the building orientation on the mechanical properties and fracture modes of SLM Ti-6Al-4V. Materials Science & Engineering A (2014) 616: 1–11.
- [8] H. Illsey, R. Lancaster, S. Jeffs, G. Baxter. Small punch testing of electron beam melted (EBM) Ti-6Al-4V. Proceedings of the 13th World Conference on Titanium, TMS (2016) 1401-1406.
- [9] H. Galarraga, R. K. Warren, D. A. Lados. Effects of heat treatments on microstructure and properties of Ti-6Al-4V ELI alloy fabricated by electron

beam melting (EBM). Materials Science & Engineering A (2017) 685: 417-428.

- [10] J. Autillo, M. A. Contreras, C. Botegón, C. Rodríguez, J. Belzunce. Utilización del ensayo miniatura de punzonamiento (small punch test) en la caracterización mecánica de aceros. Anales de mecánica de la fractura (2006) 23.
- [11] C. Rodríguez, J. García, E. Cárdenas. Mechanical properties characterization of heat affected zone using the small punch test. Weld J. (2009) 88:188-192.
- [12] W. Lu, Y. Shi, X. Li, Y. Lei. Correlation between tensile strength and hardness of electron beam welded TC4-DT joints. Journal of materials Engineering and performance (2013) 6: 1694-1700.

EVALUACIÓN DEL EFECTO DE DIFERENTES SOBRECARGAS EN EL CRECIMIENTO DE GRIETA A FATIGA EMPLEANDO LAS TÉCNICAS ÓPTICAS DE FOTOELASTICIDAD Y DIC

J.M. Vasco-Olmo^{1*}, F.A. Díaz¹, L. Felipe-Sesé¹, E. López-Alba¹

¹ Departamento de Ingeniería Mecánica y Minera, Universidad de Jaén Escuela Politécnica Superior de Jaén. Universidad de Jaén. Campus Las Lagunillas s/n, 23071. Jaén-España ^{*} José Manuel Vasco Olmo: jvasco@ujaen.es

RESUMEN

En el presente trabajo se emplean las técnicas ópticas de campo completo de fotoelasticidad y correlación digital de imágenes (DIC) para investigar el efecto derivado de la aplicación de distintos niveles de sobrecargas durante el crecimiento de grieta a fatiga. Para la caracterización de los campos de tensiones y desplazamientos alrededor del vértice de grieta se ha empleado el modelo CJP ya que considera los efectos de contacto y compatibilidad inducidos sobre el campo elástico aplicado que surgen de la envolvente plástica generada durante la propagación de la grieta. De esta forma, se han calculado los valores efectivos del rango de intensidad de tensiones empleando los factores de intensidad de tensiones definidos por dicho modelo, relacionando estos valores efectivos con los efectos de aceleración y retardo observados en el crecimiento de grieta a fatiga. Este trabajo demuestra la utilidad del modelo CJP en la caracterización de la tasa de crecimiento de grieta a fatiga durante cargas cíclicas de amplitud variable.

PALABRAS CLAVE: campos en el vértice de grieta, crecimiento de grieta a fatiga, sobrecargas, efecto de shielding, factor de intensidad de tensiones.

ABSTRACT

In the current work two full-field optical techniques, namely photoelasticity and digital image correlation (DIC), are used to investigate the effect of single overload cycles applied during constant amplitude fatigue. Effective values of the range of stress intensity factor were calculated using the CJP model of crack tip stress and displacement fields, as this model considers both wake contact and compatibility induced influences on the applied elastic field arising from the plastic enclave generated around a fatigue crack. Values of the effective stress intensity factor are related to the observed crack growth acceleration and retardation. The present work demonstrates the utility of the CJP model in characterising fatigue crack growth rates during variable amplitude loading. It is also possible with the CJP model, through changes in the coefficient values and hence, for the first time, to shed explicit light on the contributions made by different mechanisms to the shielding effects of an overload.

KEYWORDS: crack tip fields, fatigue crack growth, overloads, plasticity-induced shielding, stress intensity factor.

1. INTRODUCCIÓN

El cierre de grieta inducido por plasticidad [1] es un mecanismo protector de la grieta ('shielding') que conduce a una disminución de la tasa de crecimiento de grieta a fatiga como consecuencia de una reducción en el rango del factor de intensidad de tensiones. Este fenómeno es el resultado de la plasticidad generada tanto en el vértice como en los flancos de las grietas a fatiga. Sin embargo, hay aún algunas cuestiones sin resolver o no totalmente comprendidas relacionadas con el cierre de grieta inducido por plasticidad. Estas controversias surgen principalmente de problemas en su medición e interpretación [2]. El crecimiento de grieta a fatiga a carga de amplitud constante está relativamente bien comprendido y hay reportados gran cantidad de trabajos sobre los mecanismos protectores de la grieta. Sin embargo, para fatiga de amplitud variable (por ejemplo debido a la aplicación de sobrecargas), hay controversia sobre los posibles mecanismos responsables de los efectos de retardo en el crecimiento de grieta a fatiga. En la literatura se han propuesto tres mecanismos para explicar el retardo inducido seguido de una sobrecarga, éstos son: cierre inducido por plasticidad [1], enromamiento ('blunting') [3] y tensiones residuales a compresión [4]. De estos tres mecanismos, el que parece contar con más apoyo dentro de la comunidad científica es el fenómeno de cierre prematuro. Quizás la evidencia más convincente a favor del argumento del cierre es el fenómeno de retardo retardado. En muchos ejemplos el retardo no ocurre inmediatamente tras la aplicación de la sobrecarga, sino que ocurre unos instantes después. De esta forma, puede postularse que antes de la sobrecarga, la zona plástica crece de forma estable como función de la longitud de grieta, pero la aplicación de la sobrecarga produce un incremento significante en el tamaño de la zona plástica. Durante una sobrecarga, hay una extensión inicial de la grieta que es mayor que la debida al crecimiento de grieta a fatiga a amplitud constante y con posterioridad, un efecto de retardo ocurre cuando la grieta se propaga a través de la zona plástica ampliada debido a la sobrecarga [5].

Para dar credibilidad y veracidad a los mecanismos propuestos, es esencial la evidencia experimental. Sin embargo, desde que el concepto de cierre fuera documentado por Elber en 1970 [1], una gran cantidad de trabajos se han desarrollado sobre su medición empleando distintos métodos y sobre la interpretación de los resultados [5] sin alcanzar un consenso universal. En años recientes, el uso de técnicas ópticas para la evaluación del cierre de grieta por fatiga se ha visto notablemente incrementado, incluyendo entre estas técnicas la fotoelasticidad [6,7] y la correlación digital de imágenes (DIC) [8,9].

Recientemente, se ha desarrollado nuevas metodologías para el cálculo de los factores de intensidad de tensiones (SIFs) a partir del análisis de los campos de desplazamientos/tensiones las cuales usan descripciones sofisticadas de la singularidad en el vértice de grieta. Por ejemplo, algunos investigadores han empleado las series de expansión de Williams [10,12] y otros los potenciales complejos de Muskhelishvili [8,10]. Más recientemente, un nuevo modelo matemático (modelo CJP [8]) se ha desarrollado para la caracterización de los campos alrededor del vértice de grieta. Este modelo ha sido desarrollado teniendo en cuenta los efectos de interacción entre el enclave plástico en las inmediaciones de la grieta y el campo elástico circundante. De esta forma, define una serie de parámetros que caracterizan la fuerza conductora del crecimiento de grieta y los efectos de retardo.

En este trabajo se ha investigado el efecto de retardo inducido en el crecimiento de grieta a fatiga debido a la aplicación de sobrecargas sobre probetas de policarbonato y aluminio 2024 empleando las técnicas de fotoelasticidad en transmisión y DIC. La metodología experimental desarrollada por Vasco-Olmo et al. [7,9] para la estimación de los factores de intensidad de tensiones de apertura y cierre se ha extrapolado para cuantificar el efecto de retardo mediante análisis de los campos el de tensiones/desplazamientos definidos por el modelo CJP. Además, los resultados obtenidos mediante DIC han sido comparados con los obtenidos empleando un método basado en la flexibilidad a partir de datos de CMOD medidos por un extensómetro.

2. DESCRIPCIÓN DEL MODELO PARA LA CARACTERIZACIÓN DE LOS CAMPOS EN EL VÉRTICE DE GRIETA

En el presente trabajo se ha adoptado el modelo CJP para caracterizar los campos de tensiones y desplazamientos en las inmediaciones del vértice de grieta ya que fue desarrollado como un intento para considerar explícitamente el efecto protector inducido por la plasticidad generada durante el crecimiento de grieta a fatiga. Se trata de un nuevo modelo matemático desarrollado por Christopher, James y Patterson [6] basado en los potenciales complejos de Muskhelishvili y postula que el enclave plástico existente alrededor de la grieta protegerá a la misma de la influencia del campo de tensiones elástico circundante.

Según este modelo, los campos de tensiones se pueden relacionar con la ley tenso-óptica, que constituye la ecuación fundamental de la fotoelasticidad, como sigue

$$\frac{Nf_{\sigma}}{t} = \left| Az^{-\frac{1}{2}} + Bz^{-\frac{3}{2}} \bar{z} + Cz^{0} + Dz^{-\frac{1}{2}} \ln z + Ez^{-\frac{3}{2}} \ln z + Fz^{0} \right| (1)$$

Donde *N* es el orden de franja, f_{σ} es el valor de la tensión de franja del material, *t* es el espesor de la probeta, *i* es la raíz cuadrada de -1, *A*, *B*, *C*, *D*, *E* y *F* son coeficientes desconocidos que han de ser determinados y *z* es la coordinada compleja con el origen en el vértice de la grieta.

De manera similar, el modelo CJP define los campos de desplazamientos horizontales u y verticales v alrededor del vértice de la grieta como sigue

$$2G(u+iv) = \kappa \left[-2(B+2E)z^{\frac{1}{2}} + 4Ez^{\frac{1}{2}} - 2Ez^{\frac{1}{2}}\ln(z) - \frac{C-F}{4}z \right]$$
$$-z \left[-(B+2E)\overline{z}^{-\frac{1}{2}} - E\overline{z}^{-\frac{1}{2}}\overline{\ln(z)} - \frac{C-F}{4} \right]$$
(2)
$$- \left[A\overline{z}^{\frac{1}{2}} + D\overline{z}^{\frac{1}{2}}\overline{\ln(z)} - 2D\overline{z}^{\frac{1}{2}} + \frac{C'+F}{2}\overline{z} \right]$$

Donde *G* es el módulo de elasticidad transversal y $\kappa = (3-\nu)/(1+\nu)$ para tensión plana o $\kappa = 3-4\nu$ para deformación plana, donde un es el coeficiente de Poisson del material.

Este nuevo modelo define cuatro parámetros para caracterizar los campos en las inmediaciones del vértice de la grieta. Un factor de intensidad de tensiones de para modo I (K_F), un factor de intensidad de tensiones de retardo (K_R), un factor de intensidad de tensiones cortantes (K_S) y el T-stress (T). K_F es caracterizado por la fuerza motriz del crecimiento de grieta generada por la tensión remota, que genera los campos de tensiones

tradicionalmente caracterizados por K_I , de tal forma que K_F y K_I son iguales en ausencia de efectos de retardo:

$$K_F = \lim_{r \to 0} \left[\sqrt{2\pi r} \left(\sigma_y + 2E \ln r \right) \right] = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \left(A - 3B - 8E \right)$$
(3)

 K_R es caracterizado por las fuerzas de contacto y las de interacción entre los campos elástico y plástico, las cuales inducen un efecto protector y por tanto un efecto de retardo en el crecimiento de grieta a fatiga:

$$K_R = \lim_{r \to 0} \left(\sqrt{2\pi r} \sigma_x \right) = \frac{\pi^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{2}} \left(D - 3E \right) \tag{4}$$

 K_S es caracterizado por las fuerzas tangenciales existentes entre el enclave plástico y el campo elástico circundante:

$$K_{S} = \lim_{r \to 0} \left(\sqrt{2\pi r} \sigma_{xy} \right) = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \left(A + B \right)$$
(5)

Por último, el T-stress es caracterizado por la tensión remota:

$$T_x = -C, \qquad T_y = -F \tag{6}$$

3. TRABAJO EXPERIMENTAL

Los distintos ensayos a fatiga (condiciones detalladas en la tabla 1) se realizaron sobre probetas compactas (CT) de ancho W = 72.5 mm fabricadas a partir de láminas de 2 mm de espesor de policarbonato (en el caso de fotoelasticidad) y aluminio 2024-T3 (en el caso de DIC). Los ensayos se realizaron a carga de amplitud constante empleando una relación de carga de 0 (R = 0). Para las condiciones de las sobrecargas, en la tabla 1 se recogen los porcentajes respecto de la carga máxima aplicada, los valores de dichas sobrecargas y el número de ciclos a los cuales cada sobrecarga fue aplicada.

Tabla 1. Condiciones experimentales definidas para los distintos ensayos de fatiga.

Técnica	Referencia	Condiciones de carga		Condiciones de sobrecarga			
óptica	de probeta	P_{min} (N)	$P_{máx}$ (N)	%	<i>P</i> _{<i>OL</i>} (N)	<i>a_{OL}</i> (mm)	N _{OL} (cycles)
TP	PC_CT1	0	50	50	75	26.68	120000
				100	100	28.94	145000
				200	150	31.11	167500
DIC	Al_CT2	5	600	100	1200	26.12	280000
	Al_CT3	5	600	125	1350	26.72	200000

Los ensayos de fatiga se realizaron en dos máquinas servohidráulicas. Así, la probeta de policarbonato se ensayó en una máquina con una capacidad de carga de 25 kN (MTS, modelo 370.02) empleando una frecuencia de 2 Hz (Fig. 1a), mientras que las probetas de aluminio se ensayaron en una máquina con una

capacidad de carga de 100 kN (MTS, modelo 370.10) a una frecuencia de 10 Hz (Fig. 1b). Durante la ejecución de los ensayos, el ciclo de carga fue periódicamente pausado para permitir la adquisición de la secuencia de imágenes a incrementos de carga uniformes a lo largo de un ciclo completo (ramas tanto de carga como de descarga).



Figura 1. Montaje experimental empleado para los ensayos de fatiga: (a) fotoelasticidad y (b) DIC.

Para la correcta implementación de la técnica de fotoelasticidad en transmisión se empleó un polariscopio circular para observar los patrones de franjas sobre la probeta de policarbonato, iluminándola con una fuente de luz monocromática (Fig. 1a). Las imágenes se capturaron mediante una cámara CCD (AVT. modelo Marlin F-146) dispuesta perpendicularmente a la superficie de la probeta, enfocando con una lente zoom (MLH-10X EO) para incrementar la resolución espacial en las inmediaciones del vértice de la grieta. Para el análisis de las franjas se adoptó el método de paso a paso ('phase-stepping') desarrollado por Patterson y Wang [13]. En la figura 2a se muestra un ejemplo típico de mapa de orden de franja obtenido para una longitud de grieta de 25.9 mm y una carga aplicada de 20 N. Además, la longitud de grieta se midió a partir del seguimiento del vértice de la grieta a través de la observación directa del patrón de franjas.



Figura 2. (a) Mapa de orden de franja para una grieta de 25.9 mm a una carga aplicada de 20 N y (b) campo de desplazamientos verticales para una grieta de 34.1 mm y una carga de 600 N.

En el caso de DIC, la adquisición de imágenes se llevó a cabo empleando una cámara CCD (AVT, modelo Stingray F-504B/C) colocada perpendicularmente a la superficie pintada de speckle y enfocando con una lente de 75 mm de distancia focal. Además, para el seguimiento del vértice de la grieta y monitorización del crecimiento de grieta, una cámara adicional (AVT, modelo Pike F-032B/C) con una lente de 25 mm se dispuso en la parte posterior de la probeta. Los campos de desplazamientos horizontales y verticales se

obtuvieron mediante el procesamiento de las imágenes capturadas empleando el software comercial Vic-2D. En la figura 2b se muestra un ejemplo típico de mapa de desplazamientos verticales para una longitud de grieta de 34.1 mm y una carga aplicada de 600 N.

4. DETERMINACIÓN DE LOS FACTORES DE INTENSIDAD DE TENSIONES

En el presente trabajo, se analizan los factores de intensidad de tensiones para evaluar el efecto inducido en el crecimiento de grieta a fatiga por la aplicación de distintas sobrecargas. Por tanto, en esta sección se describe la metodología adoptada para calcularlos. El método multi-punto sobre-determinado desarrollado de Sanford y Dally [14] forma la base para el cálculo de los SIFs. A diferencia del trabajo de Sanford y Dally, el modelo CJP se utilizó como modelo para caracterizar los campos de tensiones y desplazamientos. Dicho modelo es válido para el campo elástico dominado por la singularidad en el vértice de grieta y por consiguiente, necesario definir un conjunto de fue datos experimentales que satisfagan este requisito de validez. Para esta colección de datos se definió una región anular en las inmediaciones del vértice de la grieta (Fig. 2). Dos radios se emplearon para la definición de dicha región, uno interno y otro externo. El radio interno fue definido de tal forma que se evitara la inclusión de la deformación plástica en el vértice de la grieta. Respecto al radio externo, se definió de tal forma que se encontrara dentro de la región dominada por la singularidad presente en el vértice de grieta, evitando su extensión excesiva que pudiera verse afectada por el efecto del borde de la probeta. Esta región dominada por la singularidad en el vértice de grieta puede definirse en el caso de fotoelasticidad por la extensión de los lóbulos generados en las inmediaciones del vértice de la grieta. Para el caso de DIC, los mapas de desplazamientos verticales pueden usarse para identificar la extensión del radio externo, donde se observa un cambio en la orientación de los mismos, pasando a ser rectos y perpendiculares al plano de la grieta.

En el modelo CJP, los campos en el vértice de grieta se describen por un conjunto de coeficientes desconocidos a partir de los cuales se pueden determinar los SIFs. Así, dichos coeficientes se pueden encontrar mediante el ajuste de los campos de tensiones y desplazamientos predichos por el modelo CJP dados en las ecuaciones (1) y (2) para el orden de franja y los desplazamientos obtenidos experimentalmente mediante fotoelasticidad y DIC, respectivamente. Dicho ajuste se logró a partir de la definición de una función error definida como la diferencia entre los datos experimentales y el modelo matemático.

5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

La primera forma de estudiar la influencia originada por la aplicación de sobrecargas fue a partir del análisis de la variación de la longitud de grieta con el número de ciclos. En la figura 3 se puede observar el efecto de retardo inducido en el crecimiento de grieta por la aplicación de diferentes sobrecargas. Se observa en la figura 3a que para la probeta de policarbonato sólo la tercera sobrecarga aplicada (200% de la carga máxima) indujo un efecto de retardo en la propagación de la grieta. La influencia de la sobrecarga permaneció durante 22000 ciclos, que corresponde a una extensión de grieta de 1.3 mm. Sin embargo, este efecto no se observó para las sobrecargas del 50 y el 100% de la carga máxima. En el caso de las probetas de aluminio, como se observa en la figura 3b, el efecto de retardo permaneció durante 135000 ciclos ($\Delta a \approx 2.1 \text{ mm}$) para el caso de la sobrecarga del 100%; mientras que este efecto de retardo fue de 220000 ciclos ($\Delta a \approx 3.4 \text{ mm}$) para el caso de la sobrecargas del 125%.



Figura 3. Evolución de la longitud de grieta con el número de ciclos para las probetas analizadas. (a) Policarbonato y (b) aluminio.

Tras el estudio de la influencia de las sobrecargas a lo largo del número de ciclos, un aspecto importante a investigar fue la capacidad para evaluar el efecto de retardo en el crecimiento de grieta a fatiga a partir del análisis de los SIFs K_F y K_R según la metodología reportada en [9] para la estimación de las cargas de apertura y cierre de grieta. De esta forma, en la figura 4 se ha representado la evolución de estos SIFs a lo largo del ciclo de carga para los ciclos inmediatamente antes y después correspondientes a la sobrecarga del 125% aplicada sobre la probeta Al_CT3. A partir del análisis de KF, se observa un cambio en la tendencia de los valores para la parte inferior del ciclo a partir de un valor particular de carga tanto para la rama de carga como de descarga. De acuerdo con esto, los valores de K_{op} y K_{cl} pueden ser establecidos a partir de la tendencia de K_F como el valor correspondiente a la mínima carga aplicada. Así, se observa que los valores de K_{op} y K_{cl} son mayores tras la aplicación de la sobrecarga como queda ilustrado en la figura 4b a partir de la observación de un cambio más evidente en los valores de K_F . Por otro lado, a partir del análisis de K_R , se observa un cambio de signo en los valores para la misma parte del ciclo analizada anteriormente en el caso de K_F . Este cambio en la tendencia de ambos SIFs pone de manifiesto la existencia de un efecto protector a bajos niveles de carga. Queda puesto de manifiesto a su misma vez como la aplicación de una sobrecarga incrementa este efecto protector en el vértice de grieta y, consiguientemente un incremento en el efecto de retardo en la propagación de la grieta a fatiga, aumentando la vida a fatiga del componente analizado.

s of the second se
3 and South C
2
normalised loading cycle
0 01 02 03 04 05 06 07 08 09

Figura 4. Valores de K_F y K_R experimentales para los ciclos anterior y posterior a la aplicación de la sobrecarga del 125%.

Una vez los SIFs K_F y K_R se han analizado antes y después de la aplicación de una sobrecarga, los valores de K_{op} y ΔK_{eff} son calculados para analizar su evolución a lo largo de la longitud de grieta (Fig. 5). En la figura 5 se puede observar como los valores de K_{op} muestran un incremento gradual con la longitud de grieta, con siempre por encima de K_{min} . valores Este comportamiento pone de manifiesto que la grieta se abre a un valor de carga mayor que el correspondiente al valor mínimo, mostrando evidencias de un efecto protector sobre la grieta. Además, este efecto protector inducido por plasticidad queda patente también a través del análisis de ΔK_{eff} , con valores siempre por debajo de ΔK_{nom} , ilustrando un descenso en la tasa de crecimiento de grieta. Por otro lado, se observa un incremento repentino en el ciclo inmediatamente posterior a la aplicación de las sobrecargas, disminuyendo gradualmente hasta alcanzar la tendencia nominal. Se cree que este incremento en los valores de K_{op} se debe al incremento de la zona plástica tras la aplicación de la sobrecarga que tiene como consecuencia que la carga requerida para abrir la grieta sea mayor. Además, se observa un comportamiento opuesto en el caso de ΔK_{eff} , reduciéndose inmediatamente después de la aplicación de la sobrecarga para posteriormente incrementar gradualmente hasta alcanzar el comportamiento nominal. De esta forma, se observa un efecto de retardo mayor para la mayor sobrecarga aplicada en el caso de las probetas de aluminio. Por lo tanto, estos comportamientos ponen de manifiesto un incremento del efecto de retardo en las zonas afectadas por las sobrecargas como consecuencia directa del aumento de la plasticidad en el vértice de grieta debido a su aplicación.



Figura 5. Variación de K_{op} y ΔK_{eff} con la longitud de grieta para los distintos ensayos realizados mediante fotoelasticidad en transmisión (a) y DIC (b).

El efecto protector se puede evidenciar más claramente a partir del cálculo de la carga de apertura de grieta y su posterior análisis. Así, se calcularon los valores de P_{op} a partir de los valores de Kop. La figura 6 muestra la variación de Pop a lo largo de la longitud de grieta para los ensayos realizados. Se observa que los valores se encuentran siempre por encima de la carga mínima, tomando un valor sobre 10 N para fotoelasticidad (Fig. 6a) y 100 N en el caso de DIC (Fig. 6b) en las regiones antes y después de las zonas afectadas por las sobrecargas. Este comportamiento fue anteriormente observado para los valores de K_{op} , que pone de manifiesto un efecto protector debido a la plasticidad generada durante el crecimiento de grieta a amplitud constante. Además de esto, los valores de P_{op} experimentaron un incremento repentino tras la aplicación de las sobrecargas, disminuyendo а continuación progresivamente hasta alcanzar la tendencia anterior a la aplicación de las sobrecargas. De esta forma, el incremento experimentado por P_{op} fue diferente dependiendo del nivel de sobrecarga aplicado. En el caso de la probeta de policarbonato este incremento alcanzó un valor de 17.5 N, que corresponde con un 35% con respecto al rango de carga aplicado. Por otro lado, para las probetas de aluminio, en el caso de la sobrecargas del 100% el incremento alcanzó un valor de 194.4 N, correspondiente a un 32.7% del rango de carga aplicado; mientras que en el caso de la sobrecargas del 125%, el valor del Pop alcanzado fue de 256.4 N, que supone un porcentaje de 43.1% respecto al rango de carga. Todos los resultados indican que la grieta abre a niveles de carga por encima del valor mínimo a lo largo de la longitud de grieta, mientras que para las zonas afectadas por las sobrecargas, la grieta abre a cargas mayores que las correspondientes a las zonas no afectadas por las sobrecargas.



Figura 6. Gráficos mostrando la variación de Pop con la longitud de grieta para los ensayos realizados empleando fotoelasticidad (a) y DIC (b).

6. CONCLUSIONES

En este trabajo se ha investigado de forma experimental el efecto inducido en el crecimiento de grieta por la aplicación de diferentes sobrecargas mediante el análisis de los factores de intensidad de tensiones empleando dos técnicas ópticas de campo completo, fotoelasticidad en transmisión y DIC. El efecto protector inducido por la plasticidad y el consecuente efecto de retardo se han cuantificado satisfactoriamente de dos formas diferentes: el inducido por la propagación natural de la grieta y el inducido por la aplicación de las sobrecargas. El modelo CJP se ha implementado para la caracterización de los campos en las inmediaciones del vértice de la grieta, mostrando un enorme potencial para la evaluación del efecto de retardo inducido por plasticidad en grietas creciendo a fatiga debido a la aplicación de sobrecargas. Se ha estimado la carga de apertura de grieta a partir del análisis del factor de intensidad de tensiones K_F . El trabajo experimental constó de varios ensayos a fatiga realizados sobre probetas de policarbonato (en el caso de fotoelasticidad) y Al2024-T3 (en el caso de DIC). Los resultados obtenidos ponen de manifiesto que el modelo CJP constituye una alternativa real para la evaluación de problemas relacionados con la mecánica de la fractura tales como el efecto protector inducido por plasticidad y el efecto de retardo inducido por la aplicación de sobrecargas.

AGRADECIMIENTOS

El presente trabajo se ha llevado a cabo gracias a la financiación del Gobierno de España a través del proyecto 'Proyecto de Investigación de Excelencia del Ministerio de Economía y Competitividad MAT2016-76951-C2-1-P'.

REFERENCIAS

- [1] W. Elber. Fatigue crack closure under cyclic tension. Eng Fract Mech (1970) 2: 37-45.
- [2] M.N. James. Some unresolved issues with fatigue crack closure-measurement, mechanism and interpretation problems, Pergamon Press, ninth international conference on fracture, 5, Sydney, Australia, 1997.
- [3] Rice, J.R., Mechanics of crack tip deformation and extension by fatigue, Philadelphia, in: Fatigue Crack Propagation, ASTM STP 415, American Society for Testing and Materials, 1967.
- [4] O.E. Wheeler. Spectrum loading and crack growth. J Basic Eng (1972) 94: 181–186.
- [5] K. Sadananda, A.K. Vadusevan, R.L. Holtz, and E.U. Lee. Analysis of overload effects and the related phenomena. Int J Fatigue (1999) 21: S233-S246, 1999.
- [6] M.N. James, C.J. Christopher, Y. Lu, and E.A. Patterson. Local crack plasticity and its influences on the global elastic stress field. Int J Fatigue (2013) 46: 4–15.
- [7] J.M. Vasco-Olmo and F.A. Díaz. Experimental evaluation of plasticity-induced crack shielding from isochromatic data. Opt Eng (2015) 54: DOI: 10.1117/1.OE.54.8.081203.

- [8] P. López-Crespo, A. Shterenlikht, E.A. Patterson, P.J. Withers and J.R. Yates. The stress intensity factors of mixed mode cracks determined by digital image correlation. J Strain Anal Eng Design (2008) 43: 769–780.
- [9] J.M. Vasco-Olmo, F.A. Díaz, A. García-Collado and R. Dorado. Experimental evaluation of crack shielding during fatigue crack growth using digital image correlation, Fatigue Fract Eng Mater Struct (2015) 38: 223–237.
- [10] K. Ramesh, S. Gupta and A.A. Kelkar. Evaluation of stress field parameters in fracture mechanics by photoelasticity–revisited. Eng Fract Mech (1997) 56: 25–45.
- [11] A.D. Nurse and E.A. Patterson. Determination of predominantly mode II stress intensity factors from isochromatic data. Fatigue Fract Eng Mater Struct (1993) 16: 1339–1354.
- [12] J.R. Yates, M. Zanganeh and Y.H. Tai. Quantifying crack tip displacement fields with DIC. Eng Fract Mech (2010) 77: 2063–2076.
- [13] E.A. Patterson and Z.F. Wang. Towards full-field automatic photoelastic analysis of complex components. Strain (1991) 27: 49–56.
- [14] R.J. Sanford and J.W. Dally. A general methodology for determining the mixed-mode stress intensity factors from isochromatic fringe patterns. Eng Fract Mech (1979) 11, 621–633.
- [15] M. Skorupa, S. Beretta, M. Carboni and T. Machniewicz. An algorithm for evaluating fatigue crack closure from local compliance measurements. Fatigue Fract Eng Mater Struct (2002) 25: 261–273.

INFLUENCIA DEL SHOT PEENING SOBRE LA VIDA EN ENSAYOS DE FATIGA POR FRETTING CON CONTACTO CILÍNDRICO

V. Martín*, C. Navarro, J. Vázquez, J. Domínguez

Departamento de Ingeniería Mecánica y Fabricación, Universidad de Sevilla, E.S.I., Camino de los Descubrimientos s/n, 41092, Sevilla, España. * Persona de contacto: vmartin2@us.es

RESUMEN

En este trabajo se caracteriza la aleación de AL7075-T651 ante la fatiga por fretting. En concreto se estudia la influencia sobre la vida a fatiga por fretting del coeficiente de rozamiento, la rugosidad superficial y las tensiones residuales introducidas por un tratamiento de shot-peening. Este tratamiento, además de introducir tensiones residuales de compresión en el material, también modifica la rugosidad superficial debida a la deformación plástica producida por el tratamiento. De las probetas ensayadas, un grupo no ha sido tratado superficialmente. Otro grupo de probetas están tratadas con shot-peening para su comparación con ensayos con las mismas cargas aplicadas. En otro grupo de probetas se induce la rugosidad superficial que causa el tratamiento pero sin la deformación plástica y la consecuente tensión residual de compresión. En un último grupo de probetas tratadas con shot peening se altera la rugosidad superficial sin modificar la tensión residual de compresión. Para analizar cómo afectan a la vida en ensayos de fatiga por fretting las diferentes modificaciones producidas por el shot peening, se ha medido la rugosidad superficial, coeficiente de rozamiento y tensiones residuales para correlacionarlas con la vida a fatiga y lugar de iniciación de las grietas.

PALABRAS CLAVE: Fatiga por fretting, Contacto cilíndrico, Análisis experimental, Shot Peening.

ABSTRACT

This work studies the influence of shot peening on fretting fatigue tests with cylindrical contact. The material studied is an alloy Al7075-T651. Specifically, the influence of different parameters is studied. Amount others, surface roughness, friction coefficient and residual stresses. Shot peening introduces residual stresses due to the impact of small steel balls which also modifies roughness. Different groups of specimens are tested to compare the life. A group of shot peened specimens. A group of shot peened specimens polished to reduce the roughness. Finally, some specimens subjected to other surface treatment, which has the same roughness than shot peening, are tested. In order to compare the influence of shot peening several tests have been carried out with non-treated specimens. The parameters of surface roughness and residual stress are measured to correlate with the life on fretting fatigue tests.

KEYWORDS: Fretting Fatigue, Cylindrical contact, Test, Shot peening.

INTRODUCCIÓN

1.1 La fatiga por fretting

La fatiga por fretting es un tipo particular de fatiga que aparece cuando dos piezas, principalmente metálicas, están en contacto mecánico bajo presión. Si el par de contacto está sometido a esfuerzos variables, una pieza de estas tiende a deslizar parcialmente sobre la otra. Debido a esto, en la zona de contacto se pueden encontrar una serie de fenómenos como grietas tanto superficiales como internas, desgaste o corrosión. En el caso de las grietas, estas pueden crecer de tal forma que produzcan la rotura después de una serie de ciclos de cargas. En estas circunstancias la iniciación de grietas se produce de una forma más rápida que en fatiga simple. Debido a que las uniones mecánicas están presentes en multitud de componentes, la fatiga por fretting es un tipo de fallo muy usual [1]. Por ellos se estudian de forma exhaustiva paliativos del fenómeno de fatiga por fretting para así aumentar la vida de los componentes. En este artículo se ha estudiado un método mecánico llamado shot peening en una geometría sencilla tipo cilindro-plano para reproducir el fenómeno de fatiga por fretting y analizar el efecto del shot peening. A esta probeta se le han aplicado fuerzas constantes y cíclicas para crear un estado tensional oscilatorio.

1.2 Geometría de probetas y material

Para la realización de los ensayos se han utilizado probetas de tipo dog-bone con una sección rectangular de

8x10mm. Los elementos de contacto cilíndricos tienen un radio de 100mm y están situados a cada lado de la probeta. Todas las probetas y elementos de contacto están fabricados en aluminio 7075-T651. Las principales propiedades mecánicas de este material se pueden consultar en [2].

1.3 Dispositivo de ensayos



Figura 1. Esquema de la máquina de fatiga por fretting.

El dispositivo utilizado para la realización de estos ensayos está diseñado para reproducir la fatiga por fretting [3]. En la figura 1 se muestran en un esquema las fuerzas aplicadas que intervienen durante un ensayo. Las cargas normales, N, son las primeras en aplicarse y son constantes durante todo el ensayo. Las cargas tangenciales, Q, aparecen como consecuencia de la axial, P, que ejerce a la probeta un pistón servohidráulico y crea un estado tensional σ . Las cargas Q se transmiten a través del sistema hasta los soportes ajustables. Éstos regulan la carga tangencial en función de la distancia que haya entre ellos. La fuerzas tangencial y axial varían de forma senoidal y en fase, pero en dirección contraria, siendo la carga tangencial proporcional a la carga axial. Las cargas tangenciales máximas tienen su límite cuando $Q=\mu \cdot N$.

1.4 Tratamiento superficial de shot peening

En muchas aplicaciones de la industria en la que aparece el efecto de la fatiga se aplica el tratamiento superficial de shot peening como medio de paliar la iniciación de grietas y alargar la vida de estas piezas. Este tratamiento introduce tensiones residuales de compresión en el material tratado mediante el impacto de pequeñas bolas a alta velocidad que deforman el material plásticamente. El tratamiento elegido es el tipo 9A 230-H 90°, donde 9A es la intensidad generada medida en probetas Almen, 230 es el tamaño de las bolas en milésimas de pulgada y H es la dureza de las bolas empleadas, entre 55-62 Rockwell C. Por último, 90° indica la inclinación a la que se proyectan las bolas. Este tratamiento deja una superficie con una textura la cual se sabe que puede ser beneficiosa para el caso específico de fatiga por fretting [4]. El tratamiento se realiza bajo la norma especificada en [5] y solo se aplicará en las probetas y no en los elementos de contacto.

En la figura 2 podemos observar un mapa topográfico obtenido mediante el método de variación de foco. Sobre

este mapa se puede trazar una línea (mostrada en celeste) y obtener una gráfica bidimensional que nos muestra el perfil obtenido por el tratamiento.



Figura 2. Superficie shot peening tipo 9A 230-H 90°.

CARACTERIZACIÓN DE LAS PROBETAS ENSAYADAS

2.1. Rugosidad superficial

La rugosidad superficial es el conjunto de irregularidades debido a la deformación plástica por arranque de material en el proceso de fabricación o por un tratamiento superficial posterior que deforme plásticamente la superficie. Estudios previos muestran el efecto de este parámetro en la fatiga por fretting [4], lo que lleva a pensar en la importancia que tiene en el campo de las tensiones debidas al contacto. La rugosidad superficial se ha medido en 3 probetas para tener un promedio del valor obtenido. En la tabla 1 podemos ver los resultados de las mediciones en el que se obtiene rugosidad media aritmética Ra, según [6], el valor máximo pico-pico Ry, y la media de las alturas máximas en 5 tramos, Rz, según [7]. También se toman medidas de los elementos de contacto y de las probetas sin tratamiento superficial.

Tabla 1. Rugosidad superficial medida.

MEDICIÓN	<i>Ra</i> (µm)	<i>Ry</i> (µm)	<i>Rz</i> (µm)
Probetas sin SP	0.1	0.77	0.5
Probetas con SP	5.6	37.2	29.3
Contactos	0.2	1.72	1.28

2.2. Coeficiente de rozamiento

Tabla 2. Valor promedio de los coeficientes de rozamiento medidos.

	Coef. Roz. sin SP	Coef. Roz. con S-P
μ	0.75	0.83

El coeficiente de rozamiento se ha estudiado con una serie de 2 probetas de cada grupo elegidas al azar para tener una media en la medida. El método utilizado para la obtención del coeficiente de rozamiento es similar al aplicado en estudios anteriores y del que se tiene experiencia en el grupo para su realización [8, 9]. La tabla 2 muestra los valores promedios de los coeficientes de rozamiento medidos para los diferentes tipos de probetas.

2.3. Estructura cristalográfica.



Figura 3. Estructura cristalográfica de la sección de una probeta tratada con shot peening.

En la figura 3 podemos ver la estructura cristalográfica de la sección de una probeta tratada con shot peening. En esta figura se puede observar cómo quedan deformados los granos cercanos a la superficie y cómo toman una regularidad geométrica conforme se avanza en la profundidad. Esta zona con importantes deformaciones plásticas de los granos cercana a la superficie corresponde con la profundidad a la que se producen las máximas tensiones residuales de compresión inducidas por el tratamiento superficial y alcanzan una profundidad de aproximadamente 100 micras.





Figura 4. Dureza Vickers HV02.

Se sabe que el shot peening produce alteraciones en la dureza del material [10]. Es por ello que se ha realizado un estudio de la dureza del material en una sección de una probeta para obtener resultados de dureza en el interior.

En la figura 4 podemos observar una gráfica con los resultados de dureza Vickers para una fuerza de 2N. En estas medidas se han realizado la corrección propuesta por Tsui *et al* [11] para considerar el efecto de las tensiones residuales en la medida de la dureza.

2.5. Tensiones residuales

Para analizar el campo de tensiones residuales producido se han realizado dos tipos de ensayos semidestructivos. El primero es mediante el método del agujero ciego realizado según la norma [12]. El segundo es mediante el método de difracción de rayos X, realizado según la norma [13] que utiliza una reconstrucción de las medidas en profundidad con el método expuesto en [14].



Figura 5. Tensiones residuales medida por agujero ciego y difracción de Rayos X.

Los resultados de ambos métodos podemos verlos en la figura 5 en forma de dos áreas que delimitan los valores en los que se encuentran las medidas. Estas se realizaron en 3 probetas para cada método. Las notables diferencias observadas en las medidas de tensiones residuales dependiendo del método utilizado han sido estudiadas en [15]. De hecho, el método del agujero ciego se realiza en una probeta con las medidas límites para su uso según la norma [12]. Por el contrario, el método de difracción de rayos X y su reconstrucción de tensiones residuales según las ecuaciones expuestas en [14] se realizan para un medio infinito cosa que no es real en nuestro caso. En este caso la mayor repetitividad es la que nos hace elegir el método de difracción de rayos X.

RESULTADOS DE LOS ENSAYOS

3.1 Relajación de tensiones residuales

Para estudiar el comportamiento frente a la fatiga por fretting de probetas tratadas superficialmente con shot peening se ha medido la relajación de las tensiones residuales debido a cargas cíclicas. Esta relajación ha sido observada en anteriores trabajos [16]. Se han seleccionado 7 combinaciones de carga para el estudio que se pueden ver en la tabla 3.

Tabla 3. Combinaciones de carga elegidas.

	Fuerza	Fuerza	Tensión axial
	Normal N [N]	Tangencial Q	$\sigma_a [MPa]$
		[N]	
1	6629	971	70
2	3006	2113	150
3	5429	2113	150
4	3006	971	175
5	5429	971	175
6	3006	2113	175
7	5429	2113	175
ON RESIDUAL σ_{XX} [0- -100 - -200		♥Original
ENSI	-300		■1000

Figura 6. Tensiones residuales de combinación 1 según ciclos aplicados.

0.2 0.3 PROFUNDIDAD [mm]

En primer lugar, se ha estudiado la relajación según los ciclos aplicados. Para ello se eligió la combinación de cargas más baja y más alta entre todos los ensayos realizados. Estas son las combinaciones 1 y 7 respectivamente de la tabla 3. Como se puede observar en la figura 6, con la combinación 1 no se aprecia una correlación entre los ciclos aplicados y la tensión relajada. Encontramos una relajación máxima de 54MPa a una profundidad de 0.1mm dada entre la probeta con 1000ciclos y la curva de tensiones original. Entre ellos se encuentran las tensiones de probetas con mayores ciclos.



Figura 7. Tensiones residuales de combinación 7 según ciclos aplicados. Medición por difracción de Rayos X.

En la figura 7 podemos ver las tensiones residuales relajadas para la combinación 7, donde las cargas son mucho más altas. En este caso por dificultades en la toma de medidas por DRX, no se pudo llegar a profundidades mayores de 0.1mm quedando así limitada la profundidad máxima de medición. Con esta combinación de carga mucho más alta que la anterior se puede observar cierta correlación entre el número de ciclos y la tensión residual relajada.



Figura 8. Tensiones residuales según la combinación.

Siendo difícil la medición de las tensiones residuales según altos ciclos de cargas aplicados debido al desgaste del material en el contacto hemos realizado el resto de ensayos aplicando solo 10 ciclos para la comparación entre las diferentes combinaciones de carga. En la figura 8 podemos observar los resultados de las mediciones de tensiones residuales relajadas para las diferentes combinaciones de carga. Si las analizamos v comparamos combinaciones similares donde solo cambie una variable, podemos observar la influencia sobre la relajación que esta variable tiene. Así podemos ver en un primer caso que para combinaciones de carga con iguales fuerzas normales y tangenciales vemos una influyente relajación de las tensiones cuando mayor es la tensión axial. En un segundo caso también podemos ver las combinaciones con igual fuerza normal y tensión axial y ver como diferentes fuerzas tangenciales influyen levemente en la relajación de tensiones residuales. Por último, se pueden observar las combinaciones con iguales tensión axial y tangencial y ver que una mayor fuerza normal implica una mayor relajación de tensiones, siendo esta más influyente cuando menor es la tensión axial. Este hecho se contradice con el aumento de vida a fatiga cuando mayor es la carga normal.

3.2 Caracterización superficial

Como hemos visto anteriormente en el apartado 2.1, una serie de probetas tratadas con shot peening tienen modificada la rugosidad superficial con respecto al estado original. Para analizar el efecto de la rugosidad producida por el shot peening en la fatiga por fretting, se han realizado dos ensayos alternativos. Para estos ensayos se han utilizado las mismas combinaciones de cargas de la tabla 3. Uno de estos ensayos se realiza con probetas sin tratamiento superficial de shot peening al que le hemos inducido con electroerosión una rugosidad similar a la que produce el shot peening. Se intentaba

realizar este proceso sin introducir tensiones residuales por la plastificación, pero en este caso el tratamiento de electroerosión dejaba una tensión residual de tracción en las primeras 50 micras. En la figura 9 podemos observar las tensiones residuales del tratamiento de electroerosión. En la figura 10 podemos ver como afectan a las vidas obtenidas, siendo estas menores en comparación con probetas sin shot peening. Esto es debido a las tensiones residuales de tracción observadas.



Figura 9. Tensiones residuales en probetas con electroerosión.



Figura 10. Vidas con probetas sin shot peening frente a probetas con electroerosión.

El segundo tipo de ensayo se realiza con probetas tratadas con shot peening a las que se ha eliminado entre 20 y 25 micras de material en la superficie mediante un pulido. Este proceso altera levemente las tensiones residuales del material, pero disminuye significativamente la rugosidad superficial. Con este ensayo podemos ver cómo influye la rugosidad superficial en probetas con tensiones residuales. Según vemos en la figura 11, obtenemos similares vidas tanto para shot peening pulido como para las probetas con shot peening y su característica rugosidad superficial, con lo que no se aprecia gran diferencia entre las vidas de los diferentes ensayos [4].



Figura 11. Vidas con probetas con shot peening frente a probetas con shot peening pulido.

3.3 Ensayos

En este apartado se exponen los resultados de las vidas para las probetas de referencia sin el tratamiento de shot peening en comparación a las probetas con shot peening. En la figura 12 podemos ver la mejora de la vida en tanto por ciento. En el eje de abscisas encontramos 4 tramos de carga axial que corresponde con las diferentes combinaciones de carga que en relación con la leyenda se pueden ver las fuerzas normales según el color y las fuerzas tangenciales según el símbolo utilizado.



Figura 12. Porcentaje de mejora de vida para las probetas con shot peening según su carga axial.

El porcentaje de mejora comienza, en los casos menos relevantes, en un aumento de un 217% de vida con respecto a la vida sin shot peening. El caso donde mayor porcentaje de mejora se obtiene es con la combinación de menor carga axial, σ , y tangencial, Q, y la mayor carga normal, N. Esta combinación da un resultado del 2200% de mejora en la vida con respecto al caso sin shot peening, donde la probeta con shot peening alcanzó un run-out de 5000000 de ciclos y el ensayo paró. También se observa que fijando la carga axial, σ , y tangencial, Q, el porcentaje de mejora de vida aumenta conforme aumenta la carga normal.

CONCLUSIONES

A lo largo de este artículo se han constatado diversos hechos sobre la fatiga por fretting que se enumeran a continuación.

-Evaluando los diferentes valores obtenidos entre los dos métodos de medidas de tensiones residuales utilizados, se concluye que la difracción de rayos X tiene una mayor repetitividad en comparación con el método del agujero ciego. Ambos métodos difieren en la profundidad a la que alcanzan las máximas tensiones residuales, siendo éste un punto de interés.

-Para un estado de cargas bajo no se obtiene una correlación entre los ciclos de carga y la relajación de tensiones residuales. Con altos estados de carga se encuentran dificultades para la medición mediante difracción de rayos X a mucha profundidad, aunque si se obtiene una tendencia entre los ciclos de cargas aplicados y las tensiones residuales relajadas.

-Hemos comprobado que la rugosidad superficial es poco influyente en probetas con tensiones residuales de compresión. También hemos podido ver cómo influye negativamente en la vida una tensión residual de tracción.

-La mejora en la vida de probetas tratadas con shot peening en comparación al caso sin shot peening comienza en un 217% de mejora, llegando hasta un runout en el que paramos el ensayo a 5m de ciclos donde se obtuvo un 2200% de mejora en comparación.

AGRADECIMIENTOS

Se agradece a la Junta de Andalucía por la financiación del proyecto código (P12-TEP-2632).

REFERENCIAS

- [1] R. B. Waterhouse, T. C. Lindley (Eds.). *Fretting Fatigue*, ESIS Publication 18, Mech. Eng. Publ, (1994).
- [2] Boller CHR, Seeger T. Material data for cyclic loading-part D: aluminum and titanium alloys. Material science monographs. New York: Elsevier; (1987).
- [3] R. Tam-Amaya, J. Vázquez, C. Navarro, J. Domínguez, Caracterización de una máquina para realizar ensayos de fretting fatiga con contacto cilíndrico, *Anales de Mecánica de Fractura* 28, Vol. 1, (2011) 323-328.
- [4] J. Vázquez, C. Navarro, J. Domínguez, Analysis of the effect of a textured surface on fretting fatigue, *Wear and international journal on the science and*

technology of friction lubrication and wear 305, (2013) 23–35.

- [5] AMS2430: Shot peening, automatic, SAE Standards, AMS B Finishes Processes and Fluids Committee, (2009).
- [6] ISO4287: Surface texture: Profile method, Terms, definitions and surface texture parameters
- [7] ISO4768: Determination of values of surface roughness parameters R_a, Rz, R_{ax} using electrical contact (stylus) instruments.
- [8] C. Navarro, S. Muñoz, J. Domínguez, On the use of multiaxial fatigue criteria for fretting fatigue life assessment, International Journal of Fatigue, 2007, 30 (2008) 32–44.
- [9] BU. Wittkowsky, PR. Birch, J. Domínguez, S. Suresh. An apparatus for quantitative frettingfatigue testing. Fatigue Fract Eng Mater Struct (1999) 22:307–20.
- [10] C. S. Montross, T. Wei, L. Ye, G. Clark, and Y.-W. Mai, Laser Shock Processing and its E¤ects on Microstructure and Properties of Metal Alloys: a Review, International Journal of Fatigue, 24, pp. (2002); 1021-1036.
- [11] T. Y. Tsui, W. C. Oliver, and G. M. Pharr, Influences of Stress on the Measurement of Mechanical Properties Using Nanoindentation: Part I. Experimental Studies in an Aluminum Alloy, J Mater. Res., 11, (1995) pp. 752-759.
- [12] ASTME837: Standard Test Method for Determining Residual Stresses by the Hole-Drilling Strain-Gage.
- [13] UNE-EN 15305. Método de ensayo para el análisis de la tensión residual por difracción de rayos X.
- [14] M.G. Moore, W.P. Evans, Mathematical correction for stress in removed layers in X-ray diffraction residual stress analysis. SAE International. 66; (1958) 340-345)
- [15] V. Fontanari, F. Frendo, Th. Bortolamedi1, and P. Scardil, Comparison of the hole-drilling and X-ray diffraction methods for measuring the residual stresses in shot-peened aluminium alloys, The Journal Strain Analysis for Engineering Design, (2004) pág. 199-209
- [16] J. Vázquez, C. Navarro, J. Domínguez, Experimental results in fretting fatigue with shot and laser peened specimens. En: Anales de Mecánica de la Fractura. Vol. 27. (2010) Pag. 729-734

STUDY OF RESIDUAL STRESSES IN COLD-ROLLED STEEL MEMBERS USING THE HOLE-DRILLING METHOD

A. Díaz¹, J.M. Alegre¹, I.I. Cuesta¹, J.M. Manso¹

¹Structural Integrity Group, University of Burgos, Escuela Politécnica Superior, Avenida Cantabria s/n, 09006 Burgos, Spain

* Persona de contacto: adportugal@ubu.es

RESUMEN

Las estanterías paletizadas industriales suelen estar sujetas a cargas cíclicas que pueden provocar fallos por fatiga. La presencia de tensiones residuales es crítica para el diseño de elementos de acero en dichos sistemas de almacén y por tanto deben considerarse en la estimación de la vida útil a fatiga. Los procesos de conformado en frío o Cold-Rolling producen tensiones residuales determinadas por la flexión de los perfiles y su recuperación elástica posterior. Con el fin de cuantificar empíricamente la distribución de tensión residual a lo largo de un perfil metálico con sección tipo omega, se llevan a cabo medidas con el método del Hole-Drilling cerca de las esquinas de la sección donde se espera la mayor concentración de tensiones residuales. El cálculo de la distribución en profundidad de las tensiones residuales a partir de las deformaciones liberadas durante la operación de perforación se basa en una matriz de coeficientes que se han obtenido a través de simulaciones de Elementos Finitos para las condiciones específicas del perfil, es decir, un espesor de 1.5 o 3.5 mm y una esquina redondeada adyacente. Los resultados demuestran que el cálculo de coeficientes específicos es fundamental para la medida de perfiles de pequeño espesor mediante la técnica del Hole-Drilling.

PALABRAS CLAVE: Tensiones residuales, Cold-Rolling, Hole-Drilling, Simulaciones por Elementos Finitos

ABSTRACT

Racking systems are usually subjected to cyclic loads which can lead to fatigue failures. The presence of residual stresses is critical for the design of steel members in racks and must be considered in fatigue life estimation. Cold Rolling processes induce residual stresses that are determined by the bending of profiles and the subsequent elastic springback. In order to evaluate empirically the residual stress distribution along steel members, hole-drilling measurements are performed near the section corners where the highest residual stress concentration is expected. The calculation of the in-depth distribution of residual stresses from the relieved strains during the drilling operation relies on a matrix of coefficients that have been obtained through Finite Element simulations for the specific profile conditions, i.e. a 1.5 or 3.5-mm thickness and an adjacent rounded corner. Results show that the determination of specific coefficients is fundamental for the measurement of thin sections using the Hole-Drilling technique.

KEYWORDS: Residual stresses, Cold-Rolling, Hole-Drilling, Finite Element Simulations

1. INTRODUCTION

Assessment of residual stresses due to manufacturing processes is a main industrial interest due to the influence on fracture and fatigue behaviour of components and installations during their service life. The presence of residual stresses might also influence the stability and buckling response of metallic structures [1].

Stress distributions produced by Cold-Rolling are hard to predict since many parameters must be considered: material behaviour, design of rolling stations, distance between stations, friction, etc [2]. Transversal stresses are directly related to the section bending and the subsequent elastic springback; the combination of both phenomena determines the final shape of the member. However, the processes required before rolling, i.e. coiling, uncoiling and flattening of the metal sheet, might add important residual stresses and even overweigh the bending influence during rolling [3].

Due to their simplicity, destructive methods like sectioning are usually employed in residual stress evaluation of metallic sections [4]. When a more localised and precise measurement is required, X-Ray Diffraction method is used [5]. Here, a semi-destructive method is chosen as an intermediate solution because its simplicity and the ability to capture in-depth distributions. However, Hole-Drilling procedure is usually limited to thick workpieces. In the present work, cold-formed thin sections are analysed using an improved Hole-Drilling methodology in which specific coefficients are obtained through Finite Element simulations. Residual stress distributions in two different sections are evaluated in a 1-mm of depth.

2. EXPERIMENTAL METHODOLOGY

2.1. Cold-rolled specimens

Metal sheets have been subjected to a cold-forming process consisting of rolling stations in which the sections are progressively bended up to the final shape. The coil from which the metal sheets are extracted is made out of a S355 steel without any coating. Two different sections are analysed here, and their geometries are shown in Figure 1:

- (1) Ω 1.5: closed-section with 1.5-mm thickness operating as an upright member in a racking structure
- (2) $\Omega 3.5$: closed-section with 3.5-mm thickness operating as an upright member in a racking structure



Figure 1. Main dimensions of Ω 1.5 and Ω 3.5 sections (not scaled). The analysed corners have been marked with a blue arrow.

Residual stress distributions have been evaluated in the corner where the higher values are expected, and the fatigue damage could be most critical. The stress magnitude is expected to depend on the round radius and/or on the ratio of that radius over the section thickness. A summary of section radii and thicknesses is shown in Table 1.

Table 1. Thickness and bend radius of each section.

	Thickness, t (mm)	Radius, R (mm)	R/t
Ω1.5	1.5	1.5	1.00
Ω3.5	3.5	4.0	1.14

2.3. Test description

Hole drilling measurements require three steps:

(1) Positioning of strain gauge rosette and alignment operations

- (2) Incremental drilling and registering of relieved strains
- (3) Residual stress calculation

The strain gauge rosettes that have been used here are type-B rosettes following the configuration indicated in the ASTM E837-13a Standard [6], i.e. with the gauges positioned in the same quadrant, as show in Figure 2. The model used is HBM K-CRY6-R015-1-120-O. A type-B rosette has been chosen because Hole-Drilling measurements must be made near rounded ends in the metallic profiles, where the higher residual stresses are expected.



Figure 2. Strain gauge rosette HBM K-CRY6-R015-1-120-O and centring operation.

In Figure 2, centring operation is also shown; with the integrated Ethernet microscope (setup can be seen in Figure 3) the eccentricity is completely avoided so that correction is not required here. For the strain registering during drilling, a data acquisition system HBM MX 440A has been used.



Figure 3. Experimental setup and Hole-Drilling test of a Ω 3.5 sample.

The relatively small thickness (1.5 mm) of the $\Omega I.5$ section facilitates the experimental measurement of residual stresses using the Hole-Drilling method; taking into account that the ASTM E837-13a standard is limited to a 1-mm depth of residual stress analysis [6], the distribution obtained for the $\Omega I.5$ is really representative. It must be noted also that the round radius is 1.5 mm, so the ratio R/t is equal to 1. This very low ratio facilitates the installation of strain gauges since the flat surface is closer to the stress concentrator.

3. INTEGRAL METHOD

When a hole is drilled in a target specimen that is subjected to residual stresses, the adjacent area suffers a strain relief, that can be registered by different experimental techniques as strain gauges or optical methods. The recorded strain after each drilling increment corresponds to an integral expression including the previously relieved residual stresses. The history of deformations throughout the whole process is the experimental measurement that can be obtained whereas the unknown magnitude is the in-depth distribution of residual stresses, $\sigma(z)$. Therefore, the incremental Hole-Drilling method requires numerical strategies for solving the associated Inverse Problem with the aim of finding residual stresses.



Figure 4. The non-uniform residual stress is divided in uniform steps [6].

When the depth at which stresses are evaluated is divided in a set number of increments, as shown in Figure 4, the unknown is the vector σ_k . Although there are many algorithms to solve the Inverse Problem, here the ASTM E837-13a Standard is followed for the evaluation of non-uniform residual stresses. The advantage of the ASTM E837-13a calculation is obviously the standardization of the test, while its main drawback is that it is limited to the 1-mm depth analysis. The standard defines three equivalent deformations as [6]:

$$p_j = (\varepsilon_3 + \varepsilon_1)_j / 2 \tag{1}$$

$$q_j = (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)_j / 2 \tag{2}$$

$$t_j = (\varepsilon_3 + \varepsilon_1 - 2\varepsilon_2)_j/2 \tag{3}$$

where ε_1 , ε_2 and ε_3 are the strains registered in each increment *j* by each of the strain gauges *a*, *b* y *c* in the rosette (Figure 5). Taking into account the Integral method, it might be established a relationship between the equivalent strains expressed in (1), (2) and (3) and three equivalent stresses P_k , Q_k and T_k :

$$p_j = \frac{1+\nu}{E} \sum_k \bar{a}_{jk} P_k \tag{4}$$

$$q_j = \frac{1+\nu}{E} \sum_{k}^{n} \bar{b}_{jk} Q_k \tag{5}$$

$$t_j = \frac{1}{E} \sum_k \bar{b}_{jk} T_k \tag{6}$$

where the matrices \bar{a}_{jk} and \bar{b}_{jk} are tabulated in the Standard. It is also defined in the Standard a correction for those coefficients as a function of the hole diameter. In the present case, the diameter D_0 is equal to 1.6 mm. Once the system of equations (4), (5) and (6) is solved, the residual stresses corresponding to the coordinate system defined by the gauges $a \ y \ c \ (\sigma_1 \ y \ \sigma_3)$ might be found considering the following relationships:

$$P_{k} = \frac{(\sigma_{3})_{k} + (\sigma_{1})_{k}}{2}$$
(7)

$$Q_k = \frac{(\sigma_3)_k - (\sigma_1)_k}{2}$$
(8)

$$T_k = (\tau_{13})_k \tag{9}$$

From the solution in the coordinate system located in gauges *a* and *c*, stresses might be found for any direction in the plane. Since it is an Inverse problem, small experimental errors during strain measurement might be amplified in an uncontrolled manner when the stress are calculated. For that reason, the Tikhonov regularization has been implemented with $\alpha_P = \alpha_Q = \alpha_T = 10^{-4}$ [6].



Figure 5. Strain gauge rosette with counter clockwise numbering (a, b and c gauges). Gauge b is positioned always perpendicular to the rolling direction.

4. FEM SIMULATIONS

For the implementation of the Integral Method presented in the previous section, it must be noted that inverse problem relies on two matrices $(\bar{a}_{jk} \text{ and } \bar{b}_{jk})$ of coefficients that depend on the thickness and hole geometry. The methodology presented by Alegre et al. [7] through a wide range of workpiece thickness and hole diameters is applied here to the specific thicknesses

of 1.5 and 3.5 mm of the sections. Figure 6 and Figure 7 plot the triangular matrices of coefficients \bar{a}_{jk} corresponding to the 20 steps of 0.05 mm in a hole with 1 mm of depth.



Figure 6. Coefficients \bar{a}_{jk} for a thickness of 1.5 mm and D_0 of 1.6 mm.

Figure 6 corresponds to a very thin sample, i.e. the 1.5mm section, and the coefficients are compared to the situation of a thick workpiece that is included in the ASTM E837-13a Standard. A very high deviation is found so it is demonstrated how residual stress calculation should be reconsidered for thin specimens. However, even though the Standard establishes the rosette diameter (D = 5.13 mm) as the required minimum thickness, it can be seen in Figure 7 that for the 3.5-mm section the accuracy might be enough for the "thick workpiece" coefficients.



Figure 7. Coefficients \bar{a}_{jk} for a thickness of 3.5 mm and D_0 of 1.6 mm.

Both calculations have been performed in a Finite Element framework using the commercial software ANSYS. A hole diameter of 1.6 mm has been modelled after measuring the experimental holes and a round radius has been also included in order to evaluate the possible effect on coefficients (Figure 8). However, round end influence is out of the scope of the present work.



Figure 8. Finite Element simulations for the determination of Hole-Drilling coefficients.

5. RESULTS

5.1. Thin section: Ω 1.5

A through hole is drilled in the $\Omega 1.5$ section. Hence, relieved strains are recorded in a 1.5-mm depth. As shown in Figure 9, the first millimetre is drilled in 0.05-mm steps whereas in the last steps the depth increment is increased to 0.1 mm.



Figure 9. Relieved strain distribution for $\Omega 1.5$ section.

A high repeatability is found in experimental registered strains and only the three strain gauges of one test are shown for the sake of clarity. For the thin section, it is found that the *a* gauge suffers a positive relaxation (tensile relaxation) while the *c* gauge deformation is compressive. The intermediate gauge *b* is related to the stress in the transversal direction. A curvature change might be identified around the 0.75-mm depth, which corresponds to the middle of the thickness.

The longitudinal stress, i.e. the stress in the rolling direction, is shown in Figure 10. The averaged value for the four tests that have been carried out is plotted with the uncertainty bands at a distance equal to the standard deviation. A trend from tensile to compressive stresses is obtained but the curvature seems to predict that tensile stresses could be found in the inner surfaces, so a crack initiation and propagation is likely to occur.



Figure 10. Longitudinal residual stresses for the $\Omega 1.5$ section.

Similarly, transversal stresses are plotted in Figure 11. A flatter distribution can be observed, and absolute value of residual stresses is always lower than 200 MPa. The scatter bands are narrow, both for longitudinal and transversal stresses, confirming the repeatability of measurements.



Figure 11. Transversal residual stresses for the Ω 1.5 section.

Residual stresses shown in Figures 10 and 11 have been calculated through the Integral Method presented in Section 3 and with the matrices of coefficients determined specifically for a 1.5-mm thickness, as explained in Section 4. In order to show the importance of that correction, residual stresses are compared in Figure 12 to those that would be obtained for the coefficients included in the ASTM E837-13a Standard without considering thickness influence.



Figure 12. Comparison of residual stress distributions for the Ω 1.5 section considering the Standard coefficients versus FEM coefficients.

5.1. Thick section: Ω 3.5

Following the same methodology, the $\Omega 3.5$ section is evaluated with the Hole-Drilling method in the corner where higher residual stresses are expected. An example of relieved strains in that section is shown in Figure 13.



Figure 13. Relieved strain distribution for Ω 3.5 section.

For this section, 2 mm of depth are drilled and the corresponding relieved strains are registered in 0.05 and 0.10-mm increments. Tendencies similar to those for the thin sections are obtained but the curvature is slightly different and the magnitude of strain in gauge a is higher. Four tests in different samples, but in the same corner location, are evaluated and the average is computed. Longitudinal mean stress is plotted in Figure 14 and transversal mean stress is presented in Figure 15; both plots include the corresponding uncertainty bands.



Figure 14. Longitudinal residual stresses for the Ω 3.5 section.

For the thick omega section, two flat distributions have been obtained both for longitudinal and transversal directions. Longitudinal stress is almost negligible whereas a tensile transversal stress of about 200 MPa has been calculated. It must be noted when comparing both sections that the analysed relative depth in the Ω *3.5* section is very low with respect to the total thickness whereas the analysed relative depth is high for the thin section.



Figure 15. Transversal residual stresses for the Ω 3.5 section.

6. CONCLUSIONS AND FUTURE WORK

Residual stress distributions have been found in coldrolled metallic sections. Even though Hole-Drilling method is usually limited to thick sections, its application in metallic thin sections has been successfully demonstrated here. Fatigue life assessment will benefit from the in-depth residual stress distributions obtained with this procedure as an alternative to the X-Ray Diffraction or to destructive techniques.

It can be concluded that the longitudinal and transversal directions of the steel members do not correspond to the

principal directions since the relieved strains registered by the strain gauges at 45° are very different. For the thin sections ($\Omega 1.5$) the distribution goes from tensile to compressive stress whereas for thick section ($\Omega 3.5$) the distribution is more uniform. In both of them the maximum stress is always lower to 200 MPa so the stresses are below the 60 % of the yield strength; this fact validates the application of the Integral Method because plasticity effects are not critical.

Numerical simulations of the rolling process must be carried out in future research to validate the experimental results. Additionally, metal sheets from the mother coils from which the analysed sections have been manufactured will be measured with the objective of assessing the possible influence of coiling, uncoiling and flattening operations before the cold-rolling process.

ACKNOWLEDGMENTS

The authors gratefully acknowledge financial support from the FASTCOLD project (Ref. 745982-2017) funded by Research Fund for Coal and Steel (RFCS) of the European Commission.

REFERENCES

- Somodi, B., & Kövesdi, B. (2017). Residual stress measurements on cold-formed HSS hollow section columns. Journal of Constructional Steel Research, 128, 706-720.
- [2] Abvabi, A., Rolfe, B., Hodgson, P. D., & Weiss, M. (2015). The influence of residual stress on a roll forming process. International Journal of Mechanical Sciences, 101, 124-136.
- [3] Moen, C. D., Igusa, T., & Schafer, B. W. (2008). Prediction of residual stresses and strains in coldformed steel members. Thin-walled structures, 46(11), 1274-1289.
- [4] Cruise, R. B., & Gardner, L. (2008). Residual stress analysis of structural stainless steel sections. Journal of Constructional Steel Research, 64(3), 352-366.
- [5] Jandera, M., Gardner, L., & Machacek, J. (2008). Residual stresses in cold-rolled stainless steel hollow sections. Journal of Constructional Steel Research, 64(11), 1255-1263.
- [6] ASTM E837-13a, Standard Test Method for Determining Residual Stresses by the Hole-Drilling Strain-Gage Method, ASTM International, West Conshohocken, PA, 2013, <u>www.astm.org</u>
- [7] Alegre, J. M., Díaz, A., Cuesta, I. I., & Manso, J. M. (2019). Analysis of the Influence of the Thickness and the Hole Radius on the Calibration Coefficients in the Hole-Drilling Method for the Determination of Non-uniform Residual Stresses. Experimental Mechanics, 59(1), 79-94.

CARACTERIZACIÓN DE LA FRAGILIZACIÓN POR HIDRÓGENO MEDIANTE LA APLICACIÓN DE LA TÉCNICA DE ESCALONES INCREMENTALES AL ENSAYO SMALL PUNCH

B. Arroyo^{1*}, P. González¹, L. Andrea¹, J.A. Álvarez¹, R. Lacalle¹

¹ LADICIM, Depto. de Ciencia e Ingeniería del Terreno y de los Materiales, Universidad de Cantabria Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos Avda. de Los Castros 44, 39005. Santander-España * Persona de contacto: arroyob@unican.es

RESUMEN

En este trabajo se aplica al ensayo Small Punch, la técnica de carga por escalones para medir el umbral de fragilización en aceros definida en la noma ASTM F1624. Para ello se utiliza un acero de media resistencia, simulando el ambiente fragilizante mediante una polarización catódica a través de la aplicación de una corriente de $5mA/cm^2$ en una solución ácida principalmente 1N de H₂SO₄ en H₂O. En una tarea paralela se llevaron a cabo ensayos normalizados sobre probetas de tracción según la norma ASTM F1624, observándose las mismas tendencias en ambos casos, lo que valida la metodología propuesta. Para adaptar la citada norma al ensayo Small Punch se modificó la duración de los escalones de carga, proponiendo su reducción en base a las dimensiones de las probetas Small Punch, así como la velocidad de punzonado que tiene lugar en este tipo de escenarios ambientales según la bibliografía. Esta propuesta permite obtener un umbral de carga mediante el empleo de, al menos, 3 probetas en un tiempo total de una semana aproximadamente.

PALABRAS CLAVE: Fisuración inducida por el ambiente, Small Punch, Técnica de Carga por Escalones.

ABSTRACT

In this work, the incremental step loading technique to measure hydrogen embrittlement threshold in steels from ASTM F1624 standard is applied to the Small Punch test technique. For the experimental program, a medium strength steel is employed, simulating the hydrogen embrittlement environment by a cathodic polarization of 5 mA/cm^2 in an acid electrolyte mainly consisting of $1 \text{ N H}_2\text{SO}_4$ in H₂O. Regular standard tests on cylindrical tensile specimens were carried out under the same environment following the ASTM F1624 standard, observing the same trends in both cases, which validates the methodology proposed. In order to adapt the aforementioned standard to small punch testing, the duration of the loading steps had to be modified, proposing much shorter ones according to the Small Punch specimen dimensions and the punch rate taking place in these scenarios, which is pointed in bibliography. This proposal allows to obtain a threshold load by using at least 3 specimens in a total time of around a week.

KEYWORDS: Environmental Assisted Cracking, Small Punch, Step Loading Technique.

1. INTRODUCCIÓN

La creciente demanda energética ha provocado un importante desarrollo en las infraestructuras de los sectores off-shore y oil&gas, lo que ha propiciado el diseño de aceros cada vez más resistentes, para reducir costes. La contrapartida del empleo de aceros de media y alta resistencia en este tipo de ambientes y su necesidad de protección frente a la corrosión, con sistemas como la protección catódica, radica en fenómenos de fragilización por hidrógeno, que conllevan a la degradación de las propiedades mecánicas de los aceros [1,2], produciendo procesos de fallo subcríticos a velocidades de solicitación bajas [3]. Por ello, se hace necesaria la evaluación de los componentes expuestos ambientes agresivos. Las normativas ISO 7539 [4] y ASTM E1681 [5], entre otras, recogen gran parte de las recomendaciones a tener en cuenta en lo referente a geometrías de ensayo, velocidades de solicitación y exposición al ambiente. Uno de los ensayos más internacionalmente empleados es el ensayo de tracción a baja velocidad de deformación, SSRT [4,5], el cual consiste en la exposición al ambiente de un set de probetas de tipo tracción bajo cargas uniaxiales constantes atendiendo a su rotura, aplicadas de una en una de forma decreciente hasta encontrar aquella carga, o tensión, por debajo de la cual esta no tiene lugar,

es decir la carga o tensión umbral. Esta técnica puede requerir 12 ó 14 probetas y llegar a alcanzar más de 10.000 horas de exposición [5], lo que supone su principal incoveniente.

Para soslayar estas dificultades, se publicó en la normativa ASTM F1624 [6] una metodología consistente en la aplicación de escalones de carga crecientes sobre probetas expuestas al ambiente hasta conseguir un fallo de la probeta gobernado por la interacción materialambiente. Este método permite entrar el umbral de fallo para aceros en ambientes agresivos mediante el empleo de una única máquina y, al menos, 3 probetas en un tiempo cercano a la semana.

En este trabajo se aborda la aplicación de este procedimiento contrastado a nuevas situaciones donde no es posible obtener las probetas para llevar a cabo ensayos convencionales. En este ámbito el ensayo Small Punch, próximamente regulado por una normativa europea [7], ha demostrado grandes capacidades especialmente en caracterizaciones en ambientes agresivos [8-12]. En este trabajo se propone la aplicación de la normativa al ensayo Small Punch en la caracterización del umbral en ambiente agresivo.

2. LA NORMATIVA ASTM F1624

Este ensayo consiste en la media del tiempo para la iniciación del agrietamiento subcrítico en aceros expuestos a ambientes agresivos mediante la imposición progresiva de escalones de carga mantenidos que son aumentados tras un cierto periodo de tiempo (definido en función de acero) hasta la rotura de la probeta.

<u>DEFINICIÓN DE P_{FFS}</u>: Como se presenta en la Figura 1, el primer paso consiste en el ensayo de una probeta de tracción al aire según la normativa ASTM E8 [13], cuya carga máxima definirá la carga P_{FFS}, un límite superior a partir del que el perfil de los escalones de carga será definido.



Figura 1. Ejemplo de perfil de escalones para obtener P_{th} en aceros entre 45 y 54 HRC [6].

<u>DEFINICIÓN DE P_{th}</u>: Como recoge la Tabla 1, se define para cada una de las probetas a ensayar una secuencia de 20 escalones hasta una carga máxima anticipada cuyas magnitudes y duraciones son función de la dureza del acero objeto de estudio. En el primer ensayo la carga máxima anticipada es directamente la carga P_{FFS} obtenida en el ensayo al aire, mientras que en el resto se obtiene como la carga de rotura de la secuencia anterior incrementada en el 10%. Se van ensayando las sucesivas probetas bajo sus respectivos perfiles de escalones hasta el momento en que la diferencia entre las cargas de fallo arrojadas por dos sucesivas difiera menos del 5%, identificando dicha carga, o tensión si es el caso, como el umbral P_{th}. En cada probeta, al verse disminuida la carga

Tabla	1.	Perfil	de	escalones	en	función	del	acero.
I uviu	1. 1	i ciju	uc	csculones	cn	juncion	uci	accro.

(HRC)	Escalón	(%Pmax)	T (h)	Perfil
33 a	1 a 10	5	2	(10/5/2)
<54	11 a 20	5	4	(10/3/2,4)
>45 a	1 a 10	5	1	(10/5/1.2)
54	11 a 20	5	2	(10/3/1,2)
>54	1 a 20	5	1	(20/5/1)

3. MATERIAL Y METODOLOGÍA

3.1. Material

El material empleado en este trabajo es un acero TMCR420 [14], empleado principalmente en la fabricación de componentes off-shore y vasijas a presión, por lo que su estudio frente a fenómenos ambientales radica de interés. Presenta una estructura ferrítico-perlítica (Figura 2) con un tamaño de grano entre 5 y 25 μ m. En las Tablas 2 y 3 se presenta su composición química y sus principales propiedades mecánicas.



Figura 2. Microestructura del acero TMCR420.

Tabla 2. Composición química del acero TMCR420.

С	Si	S	Р	Mn	Ni	Cr	Mo	Cu
0.08	0.28	0.001	0.012	1.44	0.03	0.02	0.003	0.015
Sn	Al	V	Ti	Co	Nb	В	Ν	Ceq
-	0.036	0.005	0.015	-	0.031	-	0.004	0.329

Tabla 3. Propiedades mecánicas del acero TMCR420.

E (GPa)	σy (MPa)	σu (MPa)	e ₀ (%)	(HRC)
206	448	547	0.217	35

3.2. Simulación del ambiente agresivo

Para reproducir las condiciones ambientales acontecidas en los procesos industriales, donde la fragilización por hidrógeno generalizada, o ya bien su intensidad en zonas locales, provocan daño desde el punto de vista metalúrgico [15] se ha empleado un sistema de polarización catódica. El electrolito empleado ha consistido en una disolución de 1N de H2SO4 en H2O destilada, la cual ha sido preparada según el método propuesto por Pressouyre empleado en [11,16,17], conteniendo además 10mg de As2O3 y 10 gotas de CS2 por litro de disolución. El ph fue controlado en el rango 0,65 - 0,80 y la temperatura entre 20°C y 25°C. En la Figura 3 se presenta un esquema del sistema empleado, donde la probeta (acero) opera como electrodo de trabajo, un electrodo saturado de calomel como referencia y una rejilla de platino el contraelectrodo. La disolución acuosa se mantuvo en constante agitación para evitar burbujas de H₂ o depósitos locales.



Figura 3. Sistema de polarización catódica empleado.

3.3. Programa experimental de probetas tipo tracción

Como herramienta de validación de los resultados de ensayos Small Punch, inicialmente se aplicó la metodología ASTM F1624 en probetas de tracción del acero TMCR420 en las condiciones ambientales anteriormente descritas. Probetas cilíndricas de 6mm de diámetro fueron obtenidas de una chapa de 30mm de espesor en la orientación TL.

Se realizó un primer ensayo de tracción al aire para determinar la carga P_{FFS} , a partir de la cual, para este acero de 35HRC se programaron los 20 escalones de carga para la primera probeta según el perfil (10/5/2,4). En esayo en las condiciones ambientales descritas se llevó a cabo en una celda electrolítica dentro de la cual quedaba la parte central, convenientemente aislada del exterior mediante una laca con propiedades no conductoras (Figura 4). Las probetas se sometieron a una exposición al ambiente durante 24 horas, tras las cuales se dio inicio a la secuencia de escalones. Las mismas fueron analizadas según ASTM F1624 de cara a la obtención de la tensión umbral, σ_{th} .



Figura 4. Detalle de ensayo sobre probeta de tracción

3.4. Programa experimental Small Punch

Para la realización de los ensayos Small Punch se obtuvieron probetas de $0,5\pm0,001$ mm de espesor y 10x10mm² de sección en sus caras, como se propone en la bibliografía [9,11]. Como se muestra en la Figura 5, la orientación elegida, para poder comparar los resultados a los de las probetas de tracción, fue aquella que permitiera la estimación de parámetros en la orientación TL de la chapa (misma que las probetas de tracción), es decir con el espesor de la probeta Small Punch en dirección.



Figura 5. Esquema de las probetas Small Punch empleadas, su orientación respecto a las de tracción.

De cara a la aplicación de la metodología de la norma ASTM F1624, se preservó la idea global de la misma. En primer lugar, se llevó a cabo un ensayo Small Punch al aire de acuerdo al borrador de la normativa europea [7], con el que se definió la carga P_{FFS-SPT}, a partir del cual se estableció la carga máxima anticipada, P_{max-SPT}, para los 20 escalones de la primera probeta ensayada en ambiente.

Las probetas ensayadas en ambiente fueron expuestas al mismo durante un tiempo de 2 en un dispositivo diseñado para tal fin (Figura 6), tras el cual se les fue aplicando los sucesivos escalones de carga. Sin embargo, se consideró apropiado proponer algunos ajustes de cara a la implementación de ASTM F1624 en la técnica Small Punch; para el material estudiado, de 35HRC, se propusieron duraciones de los escalones de 20 y 40 minutos. El objetivo fue la obtención de la carga umbral, P_{th-SPT} .



Figura 6. Esquema del dispositivo Small Punch usado.

4. RESULTADOS Y DISCUSSIÓN

En la Figura 7 y en la Tabla 4 se presentan los resultados de los ensayos realizados según ASTM F1624 sobre las probetas de tracción. Como puede apreciarse se emplearon 4 probetas: la primera ensayada según ASTM E8 y los otras 3 según la técnica escalonada; los resultados se expresan en términos de tensión. Como resultado se obtuvo un valor de tensión umbral para el acero TMCR420 en el ambiente estudiado de 294 MPa, a partir de la tercera de las probetas en ambiente, de cuya zona periférica se presenta una imagen SEM en la Figura 8, donde puede apreciarse un mecanismo semi-fragil con quasi-clivajes y grietas radiales.



Figura 7. Resultados de probetas tipo tracción.

Tabla 4. Resultados de probetas tipo tracción.

Test	σ _{th} (MPa)
ASTM E8	547
Test 1	329
Test 2	297
Test 3	294 (Umbral)



Figura 8. Imagen SEM de probeta tipo tracción.

En la Figura 9 y en la Tabla 5 se presentan los resultados de los ensayos realizados sobre las probetas de SPT. Como puede apreciarse se emplearon 4 probetas: la primera ensayada según el borrador de norma europea [7] y los otras 3 según la técnica escalonada propuesta. Como resultado se obtuvo un valor de carga SPT umbral para el acero TMCR420 en el ambiente estudiado de 640MPa, a partir de la tercera de las probetas en ambiente, de cuyo espesor se presenta una imagen SEM en la Figura 10, donde puede apreciarse un mecanismo semi-fragil con quasi-clivajes y grietas hacia el interior.



Figura 9. Resultados de probetas SPT.

Tabla 5. Resultados de probetas SPT.

Test	Pth (N)	
SPT aire	1510	
Test 1	680	
Test 2	642	
Test 3	640 (Umbral)	



Figura 10. Imagen SEM de probeta tipo tracción.

De la comparación de los resultados de ambas técnicas pueden obtenerse similitudes. En ambos casos fueron necesarias 3 probetas en ambiente para obtener el umbral, teniendo además una evolución bastante similar: en ambos casos la primera probeta duró entorno a la mitad de los escalones, y la segunda y la tercera tuvieron una escasa diferencia (297-294MPa para las de tracción y 642-640N para las SPT). En la Tabla 6 se presenta la comparación de la sensibilidad (ratio de fragilización) obtenido por ambas técnicas según las ecuaciones (1) y (2) siguientes: $S = -\frac{\sigma_{th}}{\sigma_{th}}$

$$S_{F1624} = \frac{\sigma_{u_aire}}{\sigma_{u_aire}}$$
(1)

$$S_{SPT} = \frac{T_{th-SPT}}{P_{SPT_aire}}$$
(2)

Tabla 6. Ser	isibilidad po	or ambas	técnicas.
--------------	---------------	----------	-----------

SF1624		SSPT	
σ _{th} (MPa)	σ _{u aire} (MPa)	P _{th-SPT} (N)	P _{SPT air} (N)
294	547	640	1510
53,75%		42,38%	

Puede observarse que, en ambos casos, la sensibilidad estuvo en torno al 50% (53,75% para probetas de tracción y 42,38% para SPT), por lo que puede concluirse que la técnica propuesta tiene la posibilidad de estimar este parámetro. Además, de la similitud de las imágenes SEM (Figuras 8 y 10) puede afirmarse que el micromecanismo de fallo subcrítico semi-fragil con cuasi-clivajes acontecido en los ensayos SPT reprodujo el obtenido en las probetas ensayadas según la norma ASTM F1624, con lo que la técnica SPT alternativa propuesta es representativa.

5. CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO

En este trabajo se ha propuesto una nueva metodología para obtener la carga umbral en ambientes agresivos a partir del empleo del ensayo Small Punch; la misma esta basada en la normativa ASTM F1624 [6] "Standard Test Method for Measurement of Hydrogen Embrittlement Threshold in Steel by the Incremental Step Loading Technique".

Para adaptar la citada normativa al ensayo Small Punch se ha propuesto la modificación de la duración de los escalones de carga en función de la geometría y tasa de punzonado del ensayo SPT en ambientes adversos [11]. Para el acero de media resistencia y 35HRC empleado se han propuesto usar 20 y 40 minutos para los escalones 1 a 10 y 11 a 20 respectivamente, es decir, 6 veces menores que los recogidos en ASTM F1624; en primer lugar, un ensayo SPT al aire según las recomendaciones del borrador de la norma europea [7] es llevado a cabo. A partir de ello puede obtenerse el umbral a partir del ensayo de 3 probetas en un tiempo de una semana, claramente inferior al requerido en la técnica SSRT [4,5].

El programa experimental ha sido desarrollado empleando un acero TMCR420 de media resistencia, simulando un ambiente agresivo basado en una polarización catódica en una disolución electrolítica ácida 1N de H₂SO₄ en agua bajo una intensidad de corriente de5mA/cm². Se realizaron ensayos según la normativa ASTM F1624 [6] sobre probetas de tracción para contrastar los resultados. Ambos ensayos mostraron las mismas tendencias. La sensibilidad a la fragilización del acero y ambiente estudiados estuvo en torno al 50%, lo que implica que la técnica escalonada aplicada a ensayos SPT propuesta es capaz de reflejar este parámetro. Mediante el uso de fractografía SEM se comprobó que los micromecansimos de fallo acontecidos en ambos casos también fueron semejantes; mecanismos semi-frágiles conteniendo cuasi-clivajes.

Todo ello permite afirmar que la metodología propuesta, de ensayo por escalones basada en la norma ASTM F1624 y modificada para su empleo en Small Punch representa un comportamiento prometedor en la evaluación de procesos de fragilización por hidrógeno [11] que tienen lugar en este tipo de procesos subcríticos.

Como trabajo futuro en este campo se propone la validación y afinación de la metodología propuesta en una rango más amplio de materiales y ambientes, para, si fuera el caso, estar en condiciones de proponer correlaciones o medelos que permitan estimar la tensión umbral, σ_{th} , a partir de ensayos Small Punch.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer la financiación prestada al Ministerio de Economía y Competitividad a través del proyecto de investigación MAT2014-58738-C3-3-R, así como al programa de contratos posdoctorales de la Universidad de Cantabria a través de la aplicación presupuestaria 62.0000.64251.

REFERENCIAS

- [1] Gangloff R.P., "Hydrogen assisted cracking of high strenght alloys", Aluminum co of America Alcoa Center PA Alcoa Technical Center, Charlotesville, (2003).
- [2] Brown B.F., "Stress corrosion cracking control measures", Natl Bur Stand Monogr., (1977).
- [3] Rehrl J., Mraczek K., Pichler A., Werner E., "Mechanical properties and fracture behavior of hydrogen charged AHSS/UHSS grades at high- and low strain rate tests", Materials Science & Engineering A, 590 (2014) 360-367.
- [4] ISO 7539:2011, Parts 1 to 9, "Corrosion of metals and alloys".
- [5] ASTM E1681-03 (2013), "Test Method for Determining Threshold Stress Intensity Factor for Environment-Assisted Cracking of Metallic Materials".
- [6] ASTM F1624-12 (2018), "Standard Test Method for Measurement of Hydrogen Embrittlement Threshold in Steel by the Incremental Step Loading Technique".
- [7] EN Standard Working Draft WI, "Metallic materials- Small punch test method", Documents of ECISS/TC 101, AFNOR, (2018).

- [8] Carcía T.E., Rodríguez C., Belzunce F.J., Peñuelas I., Arroyo B., "Development of a methodology to study the hydrogen embrittlement of steels by means of the small punch test", Materials Science & Engineering A, 626 (2015), 342-351.
- [9] Arroyo B., Álvarez J.A., Lacalle R., "Study of the energy for embrittlement damage initiation by SPT means. Estimation of KEAC in aggressive environments and rate considerations", Theorethical and Applied Fracture Mechanics, 86 (2016), 61-68.
- [10] García T.E., Arroyo B., Rodríguez C., Belzunce F.J., Álvarez J.A., "Small punch test methodologies for the analysis of the hydrogen embrittlement of structural steels", Theorethical and Applied Fracture Mechanics, 86 (2016), 89-100
- [11] Arroyo B., Álvarez J.A., Lacalle R., Uribe C., García T.E., Rodríguez C., "Analysis of key factors of hydrogen environmental assisted cracking evaluation by small punch test on medium and high strength steels", Materials Science and Engieneering A, 691 (2017), 180-194.
- [12] Arroyo B., Álvarez J.A., Gutiérrez-Solana F., Sainz J., Lacalle R., "A perspective of the Small Punch Test application to the evaluation of hydrogen embrittlement in steels. Effect of punch rate on fracture properties", Proceedings of the ASME 2018 Pressure Vessels and Piping Conference, PVP2018-84066, July 15-20, (2018), Prague, Czech Republic.
- [13] ASTM E8 / E8M 16a, "Standard Test Methods for Tension Testing of Metallic Materials".
- [14] BS EN 10225:2009, "Weldable Structural Steels for Fixed Offshore Structures. Technical Delivery Conditions", (2009).
- [15] Hamilton J.M., The challenges of deep-water arctic development, Int. J. Offshore Polar Eng. 21, 241– 247, (2011).
- [16] Bernstein I.M., Pressouyre G.M., "Role of traps in the microstructural control of hydrogen embrittlement of steels", Noyes Publ, Park Ridge, NJ, Pittsburgh, (1988).
- [17] Álvarez J.A., Gutiérrez-Solana F., "An elasticplastic fracture mechanics based methodology to characterize cracking behaviour and its applications to environmental assisted processes", Nuclear engineering and design, vol. 188, pp. 185-202, (1998).

ESTUDIO NUMÉRICO DE LA MULTI-DEPENDENCIA DE LOS MÉTODOS DE CORRELACIÓN DEL LÍMITE ELÁSTICO CON LAS PROPIEDADES DEL MATERIAL EN EL ENSAYO MINIATURA DE PUNZONADO

J. Calaf-Chica^{1*}, P.M. Bravo Díez¹, M. Preciado Calzada, D. Ballorca-Juez¹

¹ Área de Ciencia de los Materiales e Ingeniería Metalúrgica. Escuela Politécnica Superior. Universidad de Burgos. Avenida Cantabria s/n, 09006. Burgos-España * Persona de contacto: jcalaf@ubu.es

RESUMEN

El ensayo miniatura de punzonado se ha utilizado, entre otras cosas, para la caracterización de las propiedades mecánicas inherentes al ensayo estándar de tracción uniaxial. Uno de los principales problemas que muestra este ensayo es su alto nivel de dispersión al incluir en la regresión una alta variedad de materiales. Siempre se ha considerado que esta dispersión venía principalmente originada por las desviaciones propias de las tolerancias geométricas y de montaje que un ensayo miniatura tiende a mostrar. Esta investigación pretende, a través de un estudio numérico sistemático con 472 materiales hipotéticos, demostrar la importante multi-dependencia de los actuales métodos de correlación para la caracterización del límite elástico con más de una propiedad mecánica. También se evaluó la incorporación de esta multi-dependencia en las ecuaciones de correlación con el fin de reducir las dispersiones generadas por este motivo. Los ensayos experimentales realizados hasta ahora, e incluidos en este estudio, han demostrado la viabilidad y certeza de los resultados y conclusiones establecidos en el anterior análisis numérico.

PALABRAS CLAVE: ensayo miniatura de punzonado, SPT, límite elástico, multi-dependencia

ABSTRACT

The Small Punch Test has been used, among other things, for the characterization of the mechanical properties inherent to the uniaxial tensile test. One of the main challenges of this test is the high scattering shown when a wide set of materials are included in the regression of the correlation equations. One reason for this scattering comes from deviations in the specimen geometry and the setup of the test, but it is not the only one. This investigation was focused on a systematic numerical analysis with 472 hypothetical materials. The correlation methods used to obtain the yield strength showed a high dependency with more than one mechanical property. This multi-dependency was also included in the correlation equations to reduce the scattering generated due to this fact. The experimental tests included in this research have verified the suitability of the results and conclusions established in the previous numerical analysis.

KEYWORDS: small punch test, SPT, yield strength, multi-dependency

INTRODUCCIÓN

El ensayo miniatura de punzonado (SPT) es un ensayo que se desarrolló para la industria nuclear durante los años 80 como un método alternativo para cuantificar y valorar la fragilización de los materiales sometidos a radiación [1]. La figura 1 muestra una representación esquemática del montaje del SPT, en la que se observa el disco de ensayo (Ø8 mm y espesor t = 0.5 mm), las dos matrices que lo sujetan y el punzón de cabeza esférica (Ø2.5 mm) encargado de aplicar la carga de punzonado hasta rotura.

De la curva carga-desplazamiento del ensayo (ver figura 2) se obtienen una serie de parámetros que son correlacionados con distintas propiedades mecánicas del material. Para el caso específico del límite elástico, existen una gran cantidad de métodos de correlación, pero los más comúnmente utilizados son:

- (a) Método de Mao o de las dos tangentes [2].
- (b) Método del CEN [3].
- (c) Método offset t/10 [4].

Los tres métodos de correlación obtienen un valor de carga de fluencia P_{y} . En el caso concreto del método offset t/10, se traza una recta paralela a la tangente de la
primera parte de la curva SPT con un offset igual a la décima parte del espesor de la probeta (ver figura 2). El valor de carga del punto de cruce entre esa recta y la curva SPT se asigna como parámetro P_y . Es necesario realizar varios ensayos SPT y de tracción de distintos materiales o tratamientos para llevar a cabo una correlación entre el límite elástico obtenido de los ensayos de tracción y las cargas de fluencia P_y registradas de los ensayos SPT. Tras esto, se realiza una regresión lineal según la ecuación empírica (1).

$$\sigma_{y} = \alpha_{1} \frac{P_{y}}{t^{2}} + \alpha_{2} \tag{1}$$

Estas regresiones lineales, en mayor o menor proporción, muestran una importante dispersión conforme la familia de materiales o tratamientos incluidos en la correlación tiende a incrementarse.



Figura 1. Esquema del ensayo SPT



Figura 2. Curva SPT y aplicación del método offset t/10

Estas dispersiones podrían adscribirse a las siguientes causas:

- (a) Variaciones geométricas o de montaje debido a las tolerancias propias del ensayo y su tamaño reducido.
- (b) Multi-dependencia de los datos extraídos de la curva SPT con más de una propiedad mecánica del material.

Esta investigación se centró en el segundo punto (b) para el caso del método offset t/10 de correlación del límite elástico antes mencionado.

Se llevó a cabo la simulación de un ensayo SPT para una familia de materiales hipotéticos con el software ANSYS de elementos finitos. Tras esto, se verificaron los resultados obtenidos con ensayos experimentales (ensayos de tracción y SPT).

METODOLOGÍA Y MATERIALES

Se diseñaron un total de 472 materiales hipotéticos que se obtuvieron de la combinación de 14 módulos elásticos (de 40 GPa a 240 GPa), distintos rangos de límites elásticos en función del módulo elástico al que estuvieran adscritos, y cuatro coeficientes de endurecimiento n. Todos los materiales siguieron una ley potencial de endurecimiento de Ramberg-Osgood. El coeficiente de Poisson se fijó en un valor de 0.3 al verificarse en estudios anteriores [5] que la alteración de este factor dentro de los valores que comúnmente muestra para los materiales metálicos, no afecta sensiblemente a los métodos de correlación aquí utilizados. La tabla 1 muestra las propiedades mecánicas establecidas para los 472 materiales hipotéticos.

Se llevaron a cabo simulaciones MEF del ensayo SPT para cada uno de los materiales hipotéticos con el software ANSYS Mechanical. Se utilizó un modelo axil-simétrico y todas las partes fueron malladas con elementos cuadriláteros cuadráticos (Quad8) y triángulos cuadráticos (Tri6). Para la malla del disco, se estableció una semilla global de 0.1 mm y un refinado local en el centro del disco de 0.01 mm. Punzón y matrices se mallaron con semillas globales de 0.2 mm y un afinado local de 0.02 mm en la zona del punzón que contactaría con el disco durante la simulación. Se estableció un coeficiente de rozamiento de 0.18 y a matrices y punzón se les fijó un comportamiento rígido.

E (GPa)	σ_{v} (MPa)	n	Número de materiales
40, 50	50, 150, 250, 350, 450	5, 7, 12, 30	40
60, 70, 80	50, 150, 250, 350, 450, 550, 650, 750	5, 7, 12, 30	96
90, 100, 120, 140, 160	50, 250, 450, 650, 850, 1050, 1250, 1450	5, 7, 12, 30	160
180, 200, 220, 240	50, 250, 450, 650, 850, 1050, 1250, 1450, 1650, 1850, 2050	5, 7, 12, 30	176
Número total de materiales hipotéticos			472

Tabla 1. Propiedades mecánicas de los materiales hipotéticos

En todas las simulaciones se estableció un desplazamiento vertical forzado del punzón de 0.7 mm y el empotramiento de ambas matrices. La figura 3 muestra el modelo MEF utilizado.



Figura 3. Modelo MEF del ensayo SPT

Se aplicó el método offset t/10 de correlación del límite elástico en las curvas SPT obtenidas de estas simulaciones para observar la existencia de multidependencia de este método con más de una propiedad mecánica.

Tras este estudio MEF se realizaron 32 ensayos experimentales sobre 16 aceros (16 ensayos de tracción y 16 ensayos SPT), para verificar y validar los estudios numéricos previamente realizados. La tabla 2 muestra las propiedades mecánicas de los mencionados aceros.

	слрентен	iuics	
Material	σ_v (MPa)	σ_m (MPa)	n
DC04	160	288	5.9
HC300LA	322	411	11.4
DC01	229	353	7.4
F1110	551	616	20.5
F1140	745	923	12.6
15-5PH H900	1215	1310	27.6
CR700-980DP	782	1017	10.8
USIBOR1500P	433	599	9.2
DOCOL1800-1	807	889	22.9
DOCOL1800-2	1411	1533	25.8
DOCOL1800-3	1154	1834	7.0
DOCOL1800-4	996	1707	6.3
DOCOL2000-1	960	1029	29.3
DOCOL2000-2	1421	1586	20.8
DOCOL2000-3	1154	1985	6.2
DOCOL2000-4	1027	1790	61

Tabla 2. Propiedades mecánicas de los materiales experimentales

ANÁLISIS NUMÉRICOS

La figura 4 muestra un ejemplo de curvas SPT obtenidas de 10 de los 472 materiales hipotéticos. Su

identificación viene definida por el ID ExxYxxnx, donde el valor E es el módulo elástico en GPa, Y es el límite elástico en MPa y n es el coeficiente de endurecimiento.



Figura 4. Curvas SPT de los materiales hipotéticos (módulo elástico 40GPa; n={5,30}; todos los límites elásticos)

Se aplicó el método de correlación offset t/10 a los 472 materiales hipotéticos. La figura 5 muestra la mencionada correlación. Se observó un elevado nivel de dispersion y, teniendo en cuenta que la única diferencia entre las distintas simulaciones eran las propiedades mecánicas de los materiales hipotéticos, la multidependencia del método offset t/10 quedó demostrada.



Figura 5. Correlación según el método offset t/10

La figura 6 muestra una representación más detallada de lo anteriormente visto en la figura 5. Se agruparon los materiales por el valor del coeficiente de endurecimiento *n*, y se observó la fuerte dependencia de la carga de fluencia P_y con esta propiedad mecánica (el endurecimiento por deformación). En cambio, la dependencia del método offset t/10 con respecto al módulo elástico *E* fue despreciable al observar los altos valores de los coeficientes de determinación R^2 de las regresiones de la figura 6.

Destaca también que las ecuaciones de correlación incluidas en la figura 6 no necesitaron del coeficiente α_2 (ver ecuación (1)) para obtener una buena regresión.



Figura 6. Correlación según el método offset t/10

Podría entonces plantearse la hipótesis de que la presencia de α_2 en las correlaciones experimentales tuviera que ver con el hecho de: mezclar materiales con distintos coeficientes de endurecimiento y no tener en cuenta la influencia que esta propiedad mecánica tiene en el valor de α_1 . La figura 7 muestra un ejemplo de esta posibilidad.



Figura 7. Causa de la existencia de α_2

La figura 8 representa la dependencia del coeficiente de correlación α_1 , obtenido de las regresiones incluidas en la figura 6, con el coeficiente de endurecimiento *n*, así como la regresión obtenida con la herramienta *Curve Fitting Tool* de *Matlab*.



Con ello, la ecuación de correlación del método offset t/10, teniendo en cuenta esta dependencia, quedaría como se refleja en la ecuación (2).

$$\sigma_{y} = \left(0.48 - \frac{1}{2.12 + 0.76n}\right) \frac{P_{y}}{t^{2}}$$
(2)

El problema de una ecuación de correlación en la que α_1 fuera dependiente del coeficiente de endurecimiento *n*, es que en el campo experimental se desconocería ese valor de *n*. Pero existe una ecuación, deducida en una investigación de Kamaya *et al.* [6], para la obtención de un valor de *n* en función del límite elástico y la resistencia a la tracción del material (ver ecuación (3)).

$$n = 3.93 \left(\ln \left(\frac{\sigma_m^{ing}}{\sigma_y} \right) \right)^{-0.754}$$
(3)

Teniendo en cuenta que existen métodos para la obtención de la resistencia a la tracción a través del SPT, como el método de las intersecciones [7], podría establecerse una ecuación para el cálculo del límite elástico que únicamente dependiera de parámetros obtenidos de la curva SPT y que tuvieran en cuenta el endurecimiento por deformación del material.

ESTUDIO EXPERIMENTAL

Con la finalidad de validar las hipótesis y los modelos planteados en el análisis numérico previo, se llevaron a cabo ensayos de tracción y SPT en 10 aceros con las propiedades mecánicas indicadas en la tabla 2. En la mencionada tabla también se incluyó el valor del coeficiente de endurecimiento n equivalente obtenido del uso de la ecuación (3). Con respecto al DOCOL1800 y DOCOL2000, se aplicaron cuatro tratamientos térmicos distintos para obtener una amplia variedad de propiedades mecánicas. Por tanto, se ensayaron 16 parejas de probetas de tracción y SPT.

Las figuras 9 y 10 muestran las curvas SPT de los 16 ensayos.



Figura 9. Curvas SPT de los materiales experimentales



A estas curvas se les aplicó el método offset t/10. La figura 11 muestra la correlación entre los límites elásticos obtenidos de los ensayos de tracción (e incluidos en la tabla 2) y los valores de carga de fluencia P_y del mencionado método. Se observa una importante dispersión de los resultados con respecto a la regresión lineal.



Figura 11. Correlación del método offset t/10

Como ya se comentó en el apartado del análisis numérico, si se tiene en cuenta la dependencia de α_1 con el coeficiente de endurecimiento n, α_2 sería nulo. Con ello, para cada uno de los puntos experimentales de la figura 11 podría calcularse un valor de α_1 con la siguiente ecuación (4):

$$\alpha_1 = \frac{\sigma_y}{P_y/t^2} \tag{4}$$

La figura 12 representa la relación de los valores de α_1 experimentales calculados según la ecuación (4) con el valor del coeficiente de endurecimiento obtenido con la ecuación de Kamaya (ecuación (3)) y los ensayos de tracción. La regresión se obtuvo por mínimos cuadrados con el software *Curve Fitting Tool* de *Matlab*. Se incluye también una comparativa con los resultados numéricos que se representaron en la figura 8. Se observa una tendencia similar a la que se dedujo en el análisis de los materiales hipotéticos.



Por tanto, la ecuación de correlación del método offset t/10 teniendo en cuenta la influencia del coeficiente de endurecimiento *n* se obtendría de sustituir el valor de α_I por la regresión experimental obtenida en la figura 12 (ver ecuación (5)).

$$\sigma_{y} = \left(0.49 - \frac{1}{0.38 + 0.76n}\right) \frac{P_{y}}{t^{2}}$$
(5)

La figura 13 muestra una comparativa de los límites elásticos obtenidos de los ensayos de tracción y de los estimados según la ecuación de correlación de la figura 11 (el método estándar) y según la ecuación (5) de correlación del método optimizado con la influencia de *n*. Se observó que la dispersión se reducía ostensiblemente para el caso de la ecuación de correlación de correlación optimizada.



Figura 13. Comparativa de límites elásticos reales y estimados

La figura 14 muestra la raíz del error cuadrático medio normalizado (NRMSD) para el resultado visto en la figura 13 de los dos métodos de correlación, offset t/10 estándar y offset t/10 optimizado, donde de nuevo se observa una clara reducción de la dispersión para el caso optimizado.

Este resultado demuestra que la inclusión del coeficiente de endurecimiento n como un parámetro de la ecuación de correlación del método offset t/10 mejoraría sustancialmente la precisión de la estimación del límite elástico. Pero es importante aclarar que el

valor de *n* debería ser también obtenido a través de otros parámetros de la curva SPT. En el análisis numérico se estableció la posibilidad de utilizar la ecuación de Kamaya (ecuación (3)) junto con el método de las intersecciones, pero este último método de correlación no es recomendable para materiales frágiles que inician procesos de daño antes del valor de desplazamiento del punzón al cual se aplica el método (0.645 mm).



Figura 13. Raíz del error cuadrático medio normalizado para los métodos offset t/10 estándar y optimizado

CONCLUSIONES

De esta investigación pueden deducirse las siguientes conclusiones:

- (a) El valor de carga de fluencia P_y utilizado en el método de correlación offset t/10 para la estimación del límite elástico es dependiente, no solo del límite elástico, sino también del endurecimiento por deformación.
- (b) Si se tiene en cuenta esta dependencia en los coeficientes de la regresión lineal del método, α₂ seria nulo.
- (c) La posible implementación de esta multidependencia en las ecuaciones de correlación llevaría a una mejora sustancial de la precisión del método.

Se establecen unas interesantes líneas de trabajo futuras:

- (a) Establecer un método de correlación que unifique los métodos de estimación del límite elástico con los existentes para la estimación de la resistencia a la tracción para lograr introducir en el método offset t/10 la dependencia del endurecimiento por deformación a través de la ecuación de Kamaya.
- (b) Analizar la multi-dependencia del resto de métodos de correlación del límite elástico.
- (c) Estudiar la existencia de multi-dependencias en los métodos de correlación de la resistencia a la tracción.

REFERENCIAS

- M.P. Manahan, A.S. Argon, O.K. Harling. The development of a miniaturized disk bend test for the determination of postirradiation mechanical properties. Journal of Nuclear Materials (1981) 103 & 104: 1545-1550.
- [2] X. Mao, H. Takahashi. Development of a furtherminiaturized specimen of 3 mm diameter for TEM disk (Ø 3 mm) small punch tests. Journal of Nuclear Materials (1987) 150: 42-52.
- [3] Comité Européen de Normalisation. Small punch test method for metallic materials. CWA 15627. Bruselas. Bélgica (2007).
- [4] A. Okada, M.L. Hamilton, F.A. Garner. Microbulge testing to neutron irradiated materials. Journal of Nuclear Materials (1991) 179-181: 445-448.
- [5] J. Calaf-Chica, P. M. Bravo, M. Preciado. Improved correlation for the elastic modulus prediction of metallic materials in the Small Punch Test. International Journal of Mechanical Sciences (2017) 134: 112-122.
- [6] M. Kamaya. Ramberg-Osgood type stress-strain curve estimation using yield and ultimate strengths for failure assessments. International Journal of Pressure Vessels and Piping (2016) 137: 1-12.
- [7] E. Altstadt, *et al.* On the estimation of ultimate tensile stress from small punch testing. International Journal of Mechanical Sciences (2018) 136: 85-93.

COMPARATIVA DE DOS METODOLOGÍAS PARA LA CARACTERIZACIÓN MECÁNICA DEL HORMIGÓN A ALTA VELOCIDAD DE DEFORMACIÓN

V. Rey de Pedraza¹*, C. Roller², D. Cendón¹, F. Gálvez¹

 ¹Departamento de Ciencia de Materiales.
 E.T.S.I Caminos, Canales y Puertos. Universidad Politécnica de Madrid. C/ Profesor Aranguren s/n, 28040, Madrid, España
 ²Fraunhofer Institute for High-Speed Dynamics, Ernst-Mach Institut, EMI. Eckerstraße 4, 79104 Freiburg, Germany
 * Persona de contacto:v.rey@upm.es

RESUMEN

En este trabajo se analizan dos metodologías diferentes para la obtención de las propiedades mecánicas del hormigón sometido a alta velocidad de deformación. Empleando una configuración modificada de la Barra Hopkinson, se han realizado ensayos de "spalling" sobre probetas cilíndricas de hormigón convencional, de cara a medir la resistencia a tracción así como la energía de fractura bajo cargas dinámicas. Los resultados obtenidos por ambas metodologías para velocidades de deformación entre 60 y 130 s^{-1} se comparan con los respectivos valores cuasiestáticos. Además, en el presente estudio se incluye el análisis de dos geometrías de proyectil diferentes y su influencia en los resultados obtenidos.

PALABRAS CLAVE: Barra Hopkinson, hormigón, ensayo dinámico, spalling

ABSTRACT

In the present work, two different approaches for obtaining dynamic fracture properties of concrete are analysed. Spalling tests over cylindrical samples using a modified Hopkinson Bar were carried to measure the tensile strength and the fracture energy of a conventional concrete. Results for strain rates ranging from 60 to 130 s⁻¹ are presented for both techniques and compared to the respective quasi-static values. Moreover, two different projectile shapes have also been evaluated.

KEYWORDS: Hopkinson Bar, concrete, high-strain rate, spalling.

1. INTRODUCCIÓN

Dada la relevancia del hormigón en todo tipo de infraestructuas civiles y militares, el estudio de las propiedades mecánicas en régimen dinámico ha visto un incremento exponencial en los últimos años, principalmente motivado por nuevos tipos de amenazas las cuales han de ser tenidas en cuenta en el diseño y proyecto de determinadas estructuras. Accidentes, desastres naturales o ataques terroristas hacen necesario un mayor conocimiento del comportamiento del hormigón frente a cargas que difieren notablemente de las tradicionales cargas cuasiestáticas.

En el plano experimental, la barra Hopkinson ha demostrado ser una herramienta muy versatil para la realización de ensayos dinámicos y por ese motivo numerosos autores la han ido adaptándo a variadas configuraciones para obtener diferentes propiedades mecánicas del hormigón. La configuración inicial, con barras incidente y transmitida, derivó con el tiempo en una configuración modificada, en la cual la barra transmitida se elimina, permitiendo introducir en la probeta ensayada esfuerzos de tracción aprovechando el fenomeno de "spalling". Debido a la naturaleza o rotura fragil del hormigón, el cálculo de las propiedades mecánicas en régimen dinámico, tales como la resistencia a tracción y la energía de fractura, es una tarea compleja. Por ese motivo se han propuesto diversas técnicas, no existiendo sin embargo a fecha de hoy una metodología comunmente aceptada para la medida de dichas propiedades dinámicas.

En este trabajo se ha realizado un análisis comparativo de dos metodologías diferentes tanto para la obtención de la resistencia a tracción como la energía de fractura, con la idea de validar experimentalmente ambas técnicas. Los resultados sobre probetas cilíndricas de hormigón realizados en el Instituto Fraunhofer EMI se presentan y discuten.

2. PROGRAMA EXPERIMENTAL

2.1. Fabricación y caracterización de las probetas

Las probetas empleadas, tanto para ensayos de resistencia a tracción como energía de fractura, consisten en cilindros de hormigón de 300 mm de longitud y 75 mm de diámetro que fueron obtenidas mediante corte y extrac-

Concrete properties	M1	M2	Mean	Stdev
Density (kg/m ³)	2288	2324	2306	25
σ_c (MPa)	65	66.3	65.7	0.9
f_t (MPa)	5.2	4.3	4.8	0.6
c _{concrete} (m/s)	3800	3802	3801	1
E_{dyn} (GPa)	33.3	33.3	33.3	0.0

Tabla 1: Características del hormigón

ción de un bloque macizo de hormigón de dimensiones 1000 x 300 x 250 mm.

En cuanto a la caracterización cuasiestática, la resistencia a compresión se obtuvo a partir de ensayos normalizados realizados sobre muestras cúbicas de 150 mm de lado. En el caso de los ensayos brasileños, las muestras se obtuvieron a partir de los cilindros de hormigón extraidos del bloque, los cuales se cortaron a la longitud requerida de 150 mm, manteniendo así una relación de longitud a diámetro de 2:1 tal como se define en la norma.

Los resultados, valores medios y desviaciones estándar para los ensayos cuasiestáticos se muestran en la Tabla 1.

2.2. Configuración del ensayo de spalling

Los ensayos dinámicos de spalling se llevaron a cabo usando una configuración modificada de la Barra Hopkinson empleando dos geometrías de proyectil, cilídrico y cónico (Figura 1), con idéntica longitud y diámetro de 60 mm, propulsados por un cañón de aire a presión. La barra incidente de aluminio de 5500 mm de longitud y 75 mm de diámetro se encuentra instrumentada con cuatro bandas extensiométricas situadas a 250, 1750, 4000 y 4750 mm desde el extremo del impacto. El uso de múltiples bandas permite verificar la evolución de las tensiones a lo largo de la barra de incidente así como analizar la influencia de efectos tridimensionales en el pulso introducido. Al final de la barra incidente se coloca la probeta de hormigón pegada directamente al aluminio. Dicha probeta se encuentra igualmente instrumentada con dos bandas a 30 y 70 mm del extremo en contacto con la barra incidente. El dispositivo experimental se completa con una cámara de alta velocidad marca Photron, modelo Fastcam SA5. Las imágenes de la cámara de alta velocidad se procesan posteriormente utilizando el software de correlación digital de imágenes Ncorr [1]. El esquema de la barra se muestra en la Figura 2.



Figura 1: Diseño final del proyectil cónico. Distancias en mm

3. Metodologías para la obtención de las propiedades dinámicas

Para el cálculo de la resistencia a tracción, se ha comparado una metodología analítica presentada por los autores en anteriores trabajos [3] con la aproximación de Novikov [4], empleada en origen para la estimación de la resistencia a tracción en materiales metálicos y adaptada por diversos autores para materiales cerámicos y hormigones.

Respecto a la energia de fractura, se han comparado dos metodologías basadas en métodos indirectos de medida de la misma. El método basado en el balance de energías propuesto por los autores de este trabajo se compara con la aproximación propuesta por Schuler [5] basada en la variación de la cantidad de movimiento.

Para la realización de los ensayos fueron necesarias dos configuraciones de probeta, que difieren básicamente en el empleo de probetas entalladas en el caso de los ensayos de energía de fractura (Figura 3).

3.1. Cálculo de la resistencia a tracción

En el ensayo de resistencia a tracción, el proyectil se dispara contra la barra incidente dando lugar al pulso inicial de compresión, el cual, al llegar al extremo en contacto con la probeta es parcialmente transmitido a la misma y parcialmente reflejado de vuelta por la barra. Esa parte del pulso de compresión transmitido al hormigón viajará a través del mismo sin dañarlo siempre y cuando la tensión máxima introducida sea inferior a la resistencia a compresión. Una vez en el extremo libre, la reflexión de la onda dara lugar a la aparición de un pulso creciente de tracción que fracturará la probeta en el instante en que se alcance la resistencia a tracción.

3.1.1. Aproximación de Novikov

Esta primera metodología se basa en la expresión propuesta por Novikov (1) y empleada para estimar la resistencia a tracción en materiales cerámicos y hormigones sometidos a ensayos de spalling:

$$f_{t,dyn} = \frac{1}{2}\rho c\Delta u_{pb} \tag{1}$$

Esta expresión utiliza la densidad (ρ), la velocidad de onda (c) y la denominada velocidad de rebote en el extremo libre (Δu_{pb}) para estimar la resistencia a tracción del hormigón. La velocidad de rebote se puede definir como la diferencia entre las velocidades máxima y mínima del extremo libre tras la fractura del mismo.

3.1.2. Metodología analítica

En la metodología analítica el registro de la onda incidente de compresión en la banda situada en la probeta se emplea para representar, en el borde libre, la evolución de las tensiones con el tiempo. Tras identificar la posición de la primera fractura, la resistencia a tracción se puede



Figura 2: Barra Hopkinson modificada en el Instituto Fraunhofer EMI



Figura 3: Configuración de probeta para a) Ensayo de resistencia a tracción y b) Ensayo de energía de fractura

obtener a través del instante donde el máximo del pulso coincide con dicha posición (Figura 4).

3.2. Energía de fractura

Aparte del empleo de probetas entalladas, la diferencia fundamental con los ensayos de resistencia a tracción es el empleo de pulsos incidentes limitados por debajo de la resistencia a tracción en el caso de los ensayos de energía de fractura. Esto hace que, tras la reflexión, las tensiones resultantes fracturen el material en la sección de la entalla sin producir daño o fractura previa fuera de la misma.

3.2.1. Metodología basada en el momento

Esta metodología, propuesta por Schuler [5], se basa en la variación del momento de la probeta ensayada.

$$G_f = \int F d\delta = \int \frac{dI}{dt} \dot{\delta} dt \tag{2}$$

Partiendo de la definición de la integral de la fuerza por la apertura de grieta (2), la energía de fractura se puede expresar en función del momento lineal transferido entre



Figura 4: Reconstrucción analítica de la evolución de las tensiones con el tiempo en el extremo libre

fragmentos (ΔI) y la velocidad de apertura de grieta (δ). La variación de la cantidad de movimiento (3) puede interpretarse como la energía consumida durante el proceso de fractura y puede estimarse a partir de la diferencia de velocidades de sólido rígido del extremo libre eyectado, antes ($v_2(t_1)$) y después de la fractura ($v_2(t_2)$) (Ver figura 5).

$$\Delta I = I_{12} = [v_2(t_1) - v_2(t_2)]m_2 \tag{3}$$

La velocidad de apertura de grieta se estima como la diferencia en las velocidades medias de los fragmentos resultantes durante el proceso de fractura (4), siendo v_1 la velocidad del fragmento 1 y v_2 la correspondiente al fragmento 2 (ver Figura 5)

$$\dot{\delta} = \dot{\delta_{12}} = \frac{[v_2(t_2) - v_2(t_1)]}{2} - \frac{[v_1(t_2) - v_1(t_1)]}{2}$$
(4)

Asumiendo una velocidad de apertura de grieta constante, la energía de fractura puede entonces calcularse como

$$G_f = \Delta I \cdot \dot{\delta} \tag{5}$$



Figura 5: Instantes de tiempo considerados durante la estimación del momento transferido entre fragmentos



Figura 6: Balance de energías durante el proceso de fractura

3.2.2. Metodología basada en el balance de energías

Para tener en cuenta no solo la variación de la energía cinética sino también la variación de parte elástica o interna, se propone una metodología basada en el balance de energías durante el proceso de fractura 6. Esta metodología parte de la energía inicial introducida en la probeta a través del pulso de compresión transmitido desde la barra incidente (E_0). Esta energía está formada por dos componentes, dado que el pulso de compresión en la probeta supone primero un movimiento de sus partículas, generando una energía cinética (6), y segundo una deformación en cada una de las secciones infinitesimales afectadas por el pulso, dando lugar a una energía elástica (7).

$$E_k = \frac{1}{2} \int v^2 dm \tag{6}$$

$$E_i = \frac{1}{2} \int \sigma \varepsilon dV \tag{7}$$

Dado que se asume que todo el proceso ocurre en régimen elástico lineal, se puede demostrar que durante recorrido del pulso a través de la probeta de hormigón, las energías cinética e interna son equivalentes y por tanto ambas pueden ser calculadas empleando la información de las deformaciones contenida en el pulso registrado. Dada una sección constante de probeta y teniendo en cuenta que la longitud del pulso y la duración del mismo están relacionados a través de la velocidad de onda (*c*), el pulso de deformación registrado se puede integrar numéricamente

$$E_i = \frac{1}{2} E \cdot A \cdot c \sum \varepsilon(t)^2 \Delta t \tag{8}$$

y por tanto la energía total introducida en la probeta se puede calcular multiplicando por dos la energía interna previa calculada

$$E_T = E_k + E_i = 2 \cdot E_i = E \cdot A \cdot c \sum \varepsilon(t)^2 \Delta t \qquad (9)$$

Esta energía inicial viaja con el pulso de compresión a través de la probeta para reflejarse en el borde libre. Tras la reflexión, el pulso de tracción generado producirá la fractura en la entalla consuminedo parte de la energía (E_F) . Debido a la naturaleza cohesiva del hormigón, durante el proceso de fractura parte del pulso pasará a traves de la entalla en forma de un pulso residual, y parte quedará atrapado en el extremo libre eyectado. Eso implica que parte de la energía vuelve a la parte inicial de la probeta en forma de pulso residual (E_r) y parte queda atrapada en forma de energía cinética del extremo despedido (E_{fe}). La velocidad del extremo libre y por tanto la energía cinética (10) tras la fractura, se pueden obtener a partir del análisis DIC de las imágenes de la cámara de alta velocidad. Tanto la energía inicial (E_0) como la parte residual (E_r) se pueden calcular a partir de los registros en la banda extensométrica.

$$E_{fe} = \frac{1}{2}m_{fe} \cdot v_{fe}^2 \tag{10}$$

Por tanto, el balance de energías para todo el proceso descrito corresponde a la siguiente expresión

$$E_0 = E_r + E_{fe} + E_F \tag{11}$$

De todas ellas, E_0 , E_r y E_{fe} se pueden calcular tal como se ha explicado en los párrafos previos, permitiendo obtener E_F a través de la expresión

$$E_F = E_0 - E_{fe} - E_r$$
 (12)

Finalmente, la energía de fractura específica se calcula dividiendo la energía de fractura entre la superficie de fractura, que en este caso corresponde a la sección en la entalla.

$$G_{F,dyn} = \frac{E_F}{A_F} \tag{13}$$

4. Análisis de la resistencia a tracción

Se realizaron un total de 6 ensayos a velocidades de deformación variables, entre 60 s⁻¹ to 130 s⁻¹. Se emplearon tres intervalos de presión (0.5 bar, 1.0 bar y 1.5 bar), realizando para cada uno de ellos dos ensayos con sendos proyectiles cilíndrico y cónico.

4.1. Evolución de las deformaciones

En el caso de los ensayos en los que se empleó el proyectil cónico, el análisis DIC de la evolución de las ten-



Figura 7: Evolución de las deformaciones dentro de la probeta ensayada

Tabla 2: Resultados y resistencia a tracción dinámica obtenida mediante Novikov

#Test	P (bar)	$\dot{\varepsilon}$ (s ⁻¹)	u _{pb} (m/s)	σ (MPa)	$\text{DIF}_{f_t, EMI}$
Cyl01	1.5	130	7.14	31.3	6.5
Con01	1.5	125	7.43	32.6	6.8
Cyl02	1.0	88	5.86	25.7	5.3
Con02	1.0	83	5.77	25.3	5.3
Cyl03	0.5	60	3.91	17.1	3.6
Con03	0.5	50	2.38	10.4	2.2

siones dentro de la probeta muestra la aparición de un máximo de tensión en cada instante en una determinda sección (Ver figura 7b). El mismo análisis para los ensayos empleando el proyectil cilíndrico (Figura 7a) muestra como las tensiones crecen sin un máximo claro definido, dando lugar a una amplia sección de la probeta sometida a la máxima tensión, pudiéndose producir multiples fracturas en un determinado instante y complicando por tanto la identificación de la primera de ellas lo que es un aspecto crítico en metodologías como la analítica propuesta en este trabajo.

4.2. Resistencia dinámica a tracción

En la tablas 2 y 3 se muestran los valores de resistencia a tracción y de factor de incremento dinámico (DIF) obtenidos empleando la aproximación de Novikov y metodología analítica respectivamente.

La importancia del empleo de proyectiles cónicos con la metodología analítica queda patente en los ensayos 1 y 3, en donde la identificación de la primera fractura no fue posible debido a la aparición de multiples fracturas debido a la evolución plana del máximo del pulso reflejado, siendo posible únicamente establecer una banda entre la primera y última posición de las fracturas identificadas. La resistencia a tracción se obtuvo para estos dos casos como un rango de valores determinados por las posiciones extremas de las fracturas, obteniendo el DIF como el promedio dentro de ese rango.

El esperado crecimiento de la resistencia a tracción con crecientes velocidades de deformación se puede apreciar en la Figura 8, donde se comparan los valores del factor de incremento dinámico obtenidos por las dos metodologías analizadas. Es para velocidades de deformación al-

Tabla 3: Resultados y resistencia a tracción dinámica obtenida mediante la metodología analítica

#Test	P (bar)	$\dot{\varepsilon}$ (s ⁻¹)	σ (MPa)	$\text{DIF}_{f_t,an}$
Cyl01	1.5	130	38.0-24.0	8.0-5.0 (6.5)
Con01	1.5	125	37.3	7.8
Cyl02	1.0	88	26.0-16.0	5.4-3.3 (4.4)
Con02	1.0	83	24.0	5.0
Cyl03	0.5	60	14.4	3.0
Con03	0.5	50	14.3	3.0



Figura 8: Comparativa de los DIFs relativos a la resistencia a tracción dinámica obtenidos por ambas metodologías

tas (130 s^{-1}) donde se aprecian ciertas diferencias en los resultados medidos, registrando la metodología analítica valores del DIF cercanos a 8, frente a los algo más de 6 estimados por Novikov.

5. Fracture energy

Se realizaron un total de 6 ensayos de energía de fractura, 3 con cada proyectil, con una presión de disparo limitada a 0.25 bar con la idea de limitar el pulso de compresión introducido. Los resultados de energía de fractura para la metodología basada en el momento y en el balance de energías se muestran en las Tablas 4 y 5 respectivamente.

Los resultados de la energía de fractura obtenidos por ambas metodologías se comparan en la Figura 9. En el caso de la metodología analítica puede verse como se han medido mayores valores de energía de fractura en comparación con los obtenidos mediante la metodología basada en el momento, con una diferencia significativa para velocidades de deformación en el entorno de 125 s⁻¹.

6. Conclusiones

En este capítulo, tanto la resistencia a tracción dinámica como la energía de fractura se han estudiado para te-

#Test	Ė	ΔI	δ	E_F	G_F
	(s^{-1})	(kg m/s)	(m/s)	(J)	(kN/mm)
Con1	125	1.87	2.78	5.18	0.001832
Con2	85	1.94	1.46	2.84	0.001003
Con3	80	1.86	1.97	3.65	0.001293
Cyl1	86	1.91	1.52	2.90	0.001024
Cyl2	98	1.62	1.97	3.19	0.001127
Cyl3	99	1.70	2.17	3.69	0.001306
	Mean value 0.00115				
	Standard deviation 0.000144				0.000144

Tabla 4: Resultados de energía de fractura para la metodología basada en el momento

Tabla 5: Resultados de energía de fractura para la metodología basada en el balance de energías

#Test	$\dot{\varepsilon}$ (s ⁻¹)	E ₀ (J)	$\mathbf{E}_{r}\left(\mathbf{J}\right)$	$\mathbf{E}_{k}\left(\mathbf{J}\right)$	$\mathbf{E}_{F}(\mathbf{J})$	G_F (kN/mm)
Con1	125	11.64	1.26	2.48	7.90	0.002793
Con2	85	4.06	0.50	1.03	2.53	0.000895
Con3	80	6.61	0.33	1.49	4.80	0.001696
Cyl1	86	5.17	0.46	0.95	3.76	0.001331
Cyl2	98	6.10	0.67	1.47	3.96	0.001401
Cyl3	99	5.40	0.40	1.69	3.31	0.001169
Mean value						0.001298
Standard deviation					0.000295	

ner una validación completa de la técnica propuesta. La principal diferencia entre ellos parece estar en el factor de incremento dinámico (DIF) más alto que predice la metodología analítica propuesta, con incrementos de resistencia a la tracción hasta 8 veces por encima del valor cuasiestático a velocidades de deformación de 125 s^{-1} . Desde un punto de vista cualitativo, la diferencia fundamental se encuentra en la identificación de la primera posición de fractura que, como se ha visto, es crítica para una medición precisa de la resistencia a la tracción dinámica en el caso de metodología analítica. El uso de proyectiles cónicos ayuda a identificar la fractura inicial, al contrario de como sucede en el caso de proyectiles cilíndricos que pueden dar lugar a fracturas simultaneas.

En el caso de la energía de fractura, aunque ambas metodologías derivan la energía de fractura a través de un procedimiento indirecto, la principal diferencia entre ellas se centra en las energías consideradas involucradas en el proceso. Si bien la metodología basada en el momento considera un enfoque cinético del problema, en el caso de la metodología basada en el balance de energías se realiza un estudio más profundo de las energías involucradas, midiendo tanto la componente cinética como la interna. Esta diferencia en la forma en que se consideran las energías involucradas en el proceso de obtención de la energía de fractura podría ser la razón de los valores más bajos obtenidos usando la metodología basada en el momento, ya que no se tiene en cuenta una componente elástica importante. La técnica de balance de energísa también permite hacer un seguimiento claro de todas las energías involucradas, lo que ayuda a una mejor interpretación del proceso y los resultados obtenidos.



Figura 9: Resultados de energía de fractura obtenidos mediante ambas metodologías

Acknowledgements

Los autores quieren agradecer apoyo económico concedido por el "Ministerio de Economía y Competitividad" a través del proyecto BIA2014-54916-R.

Referencias

- J Blaber, B Adair, and Antonia Antoniou. Ncorr: Open-Source 2d Digital Image Correlation Matlab Software. *Experimental Mechanics*, 55, March 2015.
- [2] F. Gálvez Dıaz-Rubio, J. Rodriguez Pérez, and V. Sánchez Gálvez. The spalling of long bars as a reliable method of measuring the dynamic tensile strength of ceramics. *International Journal of Impact Engineering*, 27(2):161–177, February 2002.
- [3] V Rey-De-Pedraza, D Cendón, V Sánchez-Gálvez, and F Gálvez. Measurement of fracture properties of concrete at high strain rates. *Philosophical Transactions of The Royal Society A Mathematical Physical and Engineering Sciences*, 375:20160174, January 2017.
- [4] S.A. Novikov, I.I. Divnov, and A.G. Ivanov. Study of rupture of steel, aluminum and copper under explosive loading. *Fiz. Met. Metalloved.*, 21:23–32, January 1966.
- [5] Harald Schuler, Christoph Mayrhofer, and Klaus Thoma. Spall experiments for the measurement of the tensile strength and fracture energy of concrete at high strain rates. *International Journal of Impact Engineering*, 32(10):1635–1650, October 2006.

DETERMINACIÓN DE PROPIEDADES MECÁNICAS DE ACEROS DE ESTAMPACIÓN EN CALIENTE MEDIANTE EL ENSAYO MINIATURA DE PUNZONADO

Bravo Díez, Pedro Miguel^{1, *}; Preciado Calzada, Mónica¹; Calaf Chica, José¹; Ballorca Juez, Daniel¹; Miranda Vicario, Angel^{1, 2}; Calvo Bravo, Miguel¹

 ¹ Escuela Politécnica Superior. Universidad de Burgos. Avenida Cantabria s/n, 09006. Burgos-España
 ²Royal Military Academy, Department of Weapon Systems and Ballistics, Avenue Renaissance, 30, B-1000 Brussels, Belgium.
 * Persona de contacto: pmbravo@ubu.es

RESUMEN

Los aceros de estampación en caliente se usan para fabricar piezas de automoción debido a las elevadas propiedades mecánicas que se consiguen durante el proceso de estampación en caliente. Sin embargo, las propiedades mecánicas obtenidas pueden variar de un punto a otro de la pieza o entre diferentes piezas. La dificultad de analizar dichas propiedades estriba en que generalmente no es posible extraer de la pieza probetas estándar de tracción. El pequeño tamaño de las probetas inherente al ensayo miniatura de punzonado (SPT) permite su aplicación a este tipo de procesos. Se ensayaron aceros de estampación en caliente DOCOL 1800 y DOCOL 2000 con diferentes tratamientos con la finalidad de determinar correlaciones para la resistencia máxima a tracción. Además, se analizaron las dificultades para la aplicación de este ensayo en aceros de alta resistencia.

PALABRAS CLAVE: Ensayo miniatura de punzonado, estampación en caliente, DOCOL 1800, DOCOL 2000

ABSTRACT

Hot stamping steels are used to produce automotive parts due to their high mechanical properties achieved during the hot stamping process. However, the mechanical properties obtained vary from one point to another of the part or between different parts. The difficulty of analyzing the mechanical properties is that it is generally not possible to extract standard tensile specimens from the part. The small size of the specimens inherent to the small punch test (SPT) allows its application to this type of process. Hot stamping steels, DOCOL 1800 and DOCOL 2000, were tested with different treatments to determine correlations the ultimate tensile strength. In addition, the difficulties for the application of this test in high strength steels were analyzed.

KEYWORDS: Small punch test (SPT), hot stamping process, DOCOL 1800, DOCOL 2000

1 INTRODUCCIÓN

En la industria del automóvil, la reducción del peso de la carrocería y el incremento de la seguridad pasiva son objetivos claros dentro del diseño de los vehículos actuales, a la vez que se consigue reducir el consumo de energía y en consecuencia proteger el medio ambiente [1,2].

La selección de los materiales se realiza en función de las propiedades mecánicas necesarias para cada una de las piezas del vehículo. Las zonas exteriores del vehículo deben absorber la energía de una colisión mediante deformación plástica, Mientras que la estructura interior debe soportar los esfuerzos de colisión manteniendo la geometría y el volumen del habitáculo para proteger a los ocupantes del vehículo.

Las piezas estampadas en caliente forman la estructura primaria del vehículo (body-in-white (BIW)). El uso de aceros de muy alta resistencia para estampación en caliente permite reducir el peso a la vez que se mejora la seguridad del vehículo, siendo estos aceros de gran interés para industria.

Los parámetros del proceso de conformado son puntos clave del proceso de estampado en caliente. El tiempo y temperatura de calentamiento del acero, tiempo de transferencia al molde, fuerza y velocidad de estampación, tiempo y velocidad de enfriamiento además del diseño y la geometría del molde influyen en las características finales de la pieza.

Durante el proceso de estampación y temple, y dependiendo de la forma final deseada, se generan zonas con un mayor nivel de deformación, y el temple es más acusado en unas zonas que en otras. En consecuencia, la distribución de propiedades mecánicas en la pieza estampada resulta finalmente algo heterogénea. La transición de unas propiedades mecánicas a otras se produce en áreas tan pequeñas de las chapas estampadas que no es posible caracterizar convenientemente esta heterogeneidad con ensayos de tracción uniaxial normalizados. La obtención de metalografías y de ensayos de dureza y/o microdureza suplen en parte esta dificultad al permitir observar la microestructura del material y las posibles variaciones de la dureza de un punto a otro de la pieza.

En el presente estudio se analiza la utilidad de los ensayos miniatura de punzonado (Small Punch Test o SPT) para el estudio de aceros de estampación en caliente y la predicción de sus propiedades mecánicas.

El SPT fue desarrollado a principios de los años 80 como un método alternativo para obtener las propiedades mecánicas de los materiales [3]. La figura 1 muestra la configuración del SPT. La probeta en forma de disco, con un grosor de 0,5 mm y un diámetro superior a 8,0 mm, se sujeta entre dos matrices y se punzona hasta el fallo con un elemento hemisférico de radio de 1,25 mm. La matriz inferior tiene un orificio interior con un diámetro de 4,0 mm. Durante el SPT se registra la curva carga desplazamiento del punzón y su representación gráfica se conoce como la curva SPT (ver figura 1). Las propiedades mecánicas inherentes a la prueba de tracción uniaxial (módulo de Young, límite elástico o de cedencia y resistencia a tracción) se obtienen con el SPT con métodos empíricos [4-6]: diferentes datos extraídos de la curva SPT se correlacionan con una propiedad mecánica específica obtenida previamente con ensayos de tracción estándar. La regresión entre ambos datos (generalmente una regresión lineal) proporciona la ecuación de correlación que se usa más adelante para obtener las propiedades mecánicas con el SPT para materiales similares.

Para el caso específico de la resistencia máxima a tracción σ_m , hay tres métodos de correlación:

 a) El método de carga máxima [5]. Este método utiliza la carga máxima Pm (ver figura 2) de la curva SPT. La ecuación de correlación sigue una regresión lineal como se muestra en la ecuación (1).

$$\sigma_m = \beta_1 \frac{P_m}{t^2} + \beta_2 \tag{1}$$

donde, β_1 y β_2 son coeficientes de correlación, P_m es la carga máxima de punzonado, y *t* es el espesor de la muestra.



Figura 1. (a) Configuración del ensayo SPT (b) Curva carga desplazamiento del punzón (curva SPT)



Figura 2. Curva carga desplazamiento del punzón (curva SPT)

b) El método de la carga máxima ponderada por el desplazamiento del punzón en ese punto u_m (ver figura 2) [5]. La ecuación siguiente (2) muestra la correlación para este método, que presenta menores desviaciones que el método de la carga máxima.

$$\sigma_m = \beta_1 \frac{P_m}{t \cdot u_m} + \beta_2 \tag{2}$$

c) El método de la intersección (ver figura 2) [6]. La carga del punzón P_i, obtenida para un valor fijo del desplazamiento del punzón de 0,645 mm, se correlaciona con la resistencia máxima a tracción a través de una regresión lineal de la siguiente ecuación (3).

$$\sigma_m = \beta \frac{P_i}{t^2} \tag{3}$$

En un trabajo recientemente publicado, se presentó un nuevo método de correlación para obtener la tensión máxima con el SPT [7]. En dicho método, la pendiente mínima (*Slopemin*) localizada en el segundo punto de inflexión de la curva SPT (ver figura 2) se usaba para obtener la resistencia máxima a tracción mostrando mayor precisión que otros métodos. La resistencia máxima obtenida mediante este método depende de la pendiente mínima *Slopemin* y del límite elástico. La ecuación (4) muestra la ecuación de correlación para este método.

$$ln\left[\frac{\sigma_m}{\sigma_y}\right] = 6,142 \left[\frac{Slope_{min} - (A\sigma_y^2 + B\sigma_y)}{C\sigma_y}\right]^{1,326} \tag{4}$$

En este artículo, se aplica el método de la pendiente mínima *Slope_{min}* y el resto de métodos actuales (método de la carga máxima, método de la carga máxima ponderada y el método de las intersecciones) para obtener la resistencia máxima a tracción y las posibles variaciones debidas al proceso de estampación en caliente de aceros al boro endurecidos.

2 METODOLOGÍA Y MATERIALES

En este artículo se ha dividido en dos secciones: en la primera se resumen las conclusiones más importantes de la investigación realizada en la propuesta de un método alternativo de correlación con la pendiente *Slope_{min}* de la curva SPT para obtener la resistencia máxima a tracción; y en la segunda sección centrada en la posible aplicación del ensayo SPT para medir los cambios de la resistencia máxima en procesos de estampación en caliente de aceros al boro de elevado límite elástico.

Con la finalidad de simular los cambios en las propiedades mecánicas del proceso de estampación en caliente, se realizaron diferentes tratamientos térmicos en dos tipos de acero: DOCOL 1800 and DOCOL 2000. La tabla 1 muestra los tratamientos realizados y las propiedades mecánicas obtenidas en el ensayo de tracción según ASTM E8M.

3 EL MÉTODO DE CORRELACIÓN Slopemin

Los métodos de correlación usados para obtener la resistencia máxima a partir del SPT toman diferentes valores de carga de la curva SPT. La novedad del método *Slopemin* fue el uso de una pendiente

característica de la curva SPT en lugar de un valor de carga. Se eligió un conjunto elevado de materiales hipotéticos para estudiar la influencia de las propiedades mecánicas en la pendiente mínima $Slope_{min}$. Se utilizó el software Abaqus para realizar las simulaciones. Las principales características de la configuración del modelo de elementos finitos fueron: simulación axisimétrica, matrices y punzón modelados como superficies rígidas, probeta simulada con elementos "quad" con integración reducida y un tamaño global de 0,025 mm, contactos con un coeficiente de fricción de 0,18, y curvas tensión-deformación simulado con la ley de endurecimiento de Ramberg-Osgood.

Tabla 1. Tratamientos	térmicos y propiedades de los
aceros al boro	tratados térmicamente

Mat.	Tratamiento térmico	σ_y (MPa)	σ _m (MPa)
	Materia prima: laminado en frío	807	889
	Austenitizado a 900°C (2 min) Templado en agua Revenido: 300°C (1 hora)	1411	1533
OL 1800	Austenitizado a 900°C (2 min) Templado entre placas a 200°C (4 min)	1154	1835
DOC	Austenitizado a 900°C (2 min) Templado entre placas a 280°C (4 min)	997	1707
	Material prima: laminado en frio	960	1029
	Austenitizado a 900°C (2 min) Templado en agua Tempering: 300°C (1 hour)	1421	1586
OL 2000	Austenitizado a 900°C (2 min) Templado entre placas a 200°C (4 min)	1155	1986
DOC	Austenitizado a 900°C (1 hour) Templado entre placas a 280°C (4 min)	1027	1790

Tabla 2. Composición química de los aceros ensavados

	DOC	COL 1800			
C (%)	Si (%)	Mn (%)	P (% max)		
0,27-0,33	0,20-0,35	1,00-1,35	0,030		
S (% max)	Cr (%)	B (%)			
0,010	0,14-0,26	0,0020-0,0050			
	DOCOL 2000				
C (%)	Si (%)	Mn (%)	P (% max)		
0,30-0,38	0,15-0,35	1,10-1,50	0,025		
S (% max)	Cr (% max)	B (%)	Nb+Ti (% max)		
0,005	0,35	0,0010-0,0030	0,2		

La figura 3 muestra un ejemplo de las curvas SPT obtenidas con el análisis de elementos finitos (EF), y la figura 4 muestra la correlación obtenida. Los resultados de la regresión con los resultados del análisis de EF se presentan en la ecuación (5). El coeficiente de determinación obtenido fue $R^2 = 0,9997$, y por lo tanto las correlaciones de *Slope_{min}* tenían valores bajos de desviación para la tensión máxima.



Figura 3. SPT curves obtained with FEM analysis

4 APLICACIÓN DEL ENSAYO SPT A LOS PROCESOS DE ESTAMPACIÓN EN CALIENTE

Tal como se explicó anteriormente se usaron dos tipos de aceros, DOCOL 1800 y DOCOL 2000, para probar la aplicabilidad del SPT para medir las variaciones en las propiedades mecánicas a nivel local en los procesos de estampación en caliente. En la tabla 1 se relacionan los tratamientos térmicos realizados en el laboratorio para cada tipo de acero para obtener una variabilidad en las propiedades mecánicas suficientemente alta y en un rango suficientemente amplio que cubriría las posibles variaciones del proceso de estampación en caliente. Además, se incluyen los valores de los resultados obtenidos en los correspondientes ensayos de tracción.



Figura 4. Superficie de correlación para los materiales hipotéticos

Se aplicaron los mismos tratamientos a las muestras del ensayo SPT. La figura 5 muestra las curvas de estos ensayos. Se aplicaron los diferentes métodos de correlación y se obtuvieron las ecuaciones incluidas en la figura 6. Para el caso del método de la pendiente mínima Slopemin es necesario obtener previamente el límite elástico a partir de otro método de correlación. La dispersión obtenida para estos dos aceros utilizando los métodos actuales [8] para la correlación del límite elástico era significativa y, por lo tanto, al introducir estos valores en el método de correlación del a pendiente mínima esta dispersión se mostraba de nuevo en este método de correlación. Quedando constancia de la dependencia del método de pendiente mínima de la bondad del método elegido para determinar el límite elástico. Para salvar este obstáculo, se usaron los valores del límite elástico obtenido en los ensayos de tracción para este último método.



Figura 5. Curvas SPT de los materiales ensayados

La Figura 7 muestra la raíz del error cuadrático medio normalizado (RECMN) obtenida en el cálculo de la resistencia máxima a tracción para los diferentes métodos de correlación.



Figura 6. Correlación con (a) Método de la carga máxima, (b) método de la carga máxima ponderada, (c) método de la intersección (d) método de la pendiente mínima Slope_{min}



Figura 7. Raíz del error cuadrático medio normalizado de la tensión máxima calculada a partir del ensayo SPT

5 ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

Los aceros ensayados tienen un alargamiento a rotura relativamente bajo que favorece una rotura prematura durante el SPT por lo que no se alcanzan valores de carga máxima tan elevados como los que cabría esperar de acuerdo con la resistencia máxima obtenida durante el ensayo de tracción.

En consecuencia, los valores de carga máxima obtenidos cuando se inicia la rotura pueden ser menores para materiales que tengan resistencias máximas más altas. Esta situación afecta directamente a la dispersión obtenida con el método de carga máxima y, sin embargo, el método de la carga máxima ponderada compensa al menos en parte este problema al dividir el valor de la carga máxima por el desplazamiento al que se obtiene.

En el método de la intersección, para un valor de desplazamiento del punzón de 0,645 mm (punto óptimo para este método) ya se ha iniciado la rotura de la probeta en muchas de las probetas ensayadas, por lo que la carga correspondiente a ese punto tampoco refleja el valor de una curva que no experimentase la rotura en ese punto y, por lo tanto, introduce un error añadido importante en la correlación.

Para el caso del método de la pendiente mínima, también puede suceder que no se alcance este valor antes del inicio de la rotura de la probeta durante el ensayo. Sin embargo, en general este punto se obtiene para un valor menor de desplazamiento no introduciéndose por lo tanto el error asociado a esa situación y favoreciéndose una correlación con menor dispersión.

6 CONCLUSIONES

De lo anteriormente expuesto se puede concluir que:

 a) El ensayo miniatura de punzonado y los métodos de correlación utilizados para obtener la máxima resistencia a la tracción, se pueden usar para evaluar los cambios locales de las propiedades mecánicas en los procesos de estampado en caliente.

- b) El método de correlación de Slopemin para obtener la resistencia a tracción mostró una alta dispersión cuando el límite elástico utilizado en la ecuación de correlación se obtuvo a partir del SPT. El uso de los valores del límite elástico obtenidos en el ensayo de tracción mejoró significativamente esta dispersión.
- c) Es necesario buscar las causas de la dispersión en la correlación del límite elástico de los aceros de boro endurecidos con el SPT para los diferentes métodos.

REFERENCIAS

- Jiang, C., Shan, Z., Zhuang, B. et al., Hot stamping die design for vehicle door beams using ultra-high strength steel, Int. J. Precis. Eng. Manuf. (2012) 13: 1101. DOI: 10.1007/s12541-012-0144-x
- Ping Hu, Liang Ying, Bin He, Hot Stamping Advanced Manufacturing Technology of Lightweight Car Body, Springer, Singapore. Online ISBN 978-981-10-2401-6 DOI: 10.1007/978-981-10-2401-6
- [3] M.P. Manahan, A.S. Argon, O.K. Harling, The development of a miniaturized disk bend test for the determination of postirradiation mechanical properties, Journal of Nuclear Materials 103 & 104 (1981) 1545-1550. DOI: 10.1016/0022-3115(82)90820-0
- [4] J. Calaf-Chica, P. M. Bravo, M. Preciado, Improved correlation for the elastic modulus prediction of metallic materials in the Small Punch Test, International Journal of Mechanical Sciences 134 (2017) 112-122. DOI: 10.1016/j.ijmecsci.2017.10.006
- [5] T.E. García, C. Rodríguez, F.J. Belzunce, C. Suárez, Estimation of the mechanical properties of metallic materials by means of the small punch test, Journal of Alloys and Compounds 582 (2014) 708-717. DOI: 10.1016/j.jallcom.2013.08.009
- [6] E. Alstadt, M. Houska, I. Simonovski, M. Bruchhausen, S. Holmström, R. Lacalle, On the estimation of ultimate tensile stress from small punch testing, International Journal of Mechanical Sciences 136 (2018) 85-93. DOI: 10.1016/j.ijmecsci.2017.12.016
- [7] J. Calaf-Chica, P. M. Bravo, M. Preciado, A new prediction method for the ultimate tensile strength of steel alloys with Small Punch Test, Materials 11(9) (2018) 1491. DOI: 10.3390/ma11091491
- [8] J. Calaf, P.M. Bravo, M. Preciado, Development of an improved prediction method for the yield strength of steel alloys in the Small Punch Test,

Materials & Design 148 (2018) 153-166. DOI: 10.1016/j.matdes.2018.03.064

EFECTO DE LA VELOCIDAD Y LA INCLINACIÓN EN ENSAYOS DE ARRANCAMIENTO DE FIBRAS LISAS Y CONFORMADAS

M. Tarifa¹*, E. Poveda², V.M.C.F. Cunha³, J.A.O. Barros³

¹E.T.S.I. Aeronáutica y del Espacio, Universidad Politécnica de Madrid, Pza. del Cardenal Cisneros 3, 28040 Madrid, Tfno: 910 675 939 *Correo-e: manuel.tarifa@upm.es

²E.T.S. de Ingenieros de Caminos, C. y P., UCLM, Avda. Camilo José Cela s/n, 13071 Ciudad Real

³ISISE, Institute of Science and Innovation for Bio-Sustainability (IB-S), Department of Civil Engineering, University of Minho, Guimarães, Portugal

RESUMEN

En el presente artículo se recopilan los resultados de una reciente campaña experimental sobre el efecto de la velocidad de solicitación y del ángulo de inclinación, en ensayos de arrancamiento de fibras de acero de una matriz de hormigón. Para ello, se obtuvieron probetas de placas fabricadas con hormigón auto-compactante de 86 MPa de resistencia. En el programa experimental se emplearon fibras de acero de extremos conformados de nueva generación, sección circular, con 60 mm de longitud y una relación de aspecto de 80. Los ensayos se llevaron a cabo con fibras de extremos conformados y fibras lisas, obteniendo estas últimas mediante el corte del gancho de las primeras. Para ambos tipos, la longitud de fibra embebida en el hormigón fue de 20 mm, estudiando la influencia de la inclinación de la fibra para valores de 0°, 30° y 60°. Las fibras lisas se obtuvieron cortando el extremo conformado de las anteriores. Los ensayos se realizaron a tres velocidades de solicitación 0.01, 0.1 y 1 mm/s. Como resultado, se obtuvo que las fibras más inclinadas incrementaron la carga necesaria para arrancarlas de la matriz de hormigón en todos los casos, aunque de manera más pronunciada en las fibras lisas. Además, el incremento en la velocidad de solicitación hizo que la carga máxima en el ensayo se incrementara para el caso de las fibras lisas, mientras que permaneció prácticamente estable para las fibras conformadas.

PALABRAS CLAVE: Fibras de extremos conformados, fibras lisas, hormigón, ángulo de inclinación, velocidad de solicitación.

ABSTRACT

This paper summarizes the results obtained in a recent experimental campaign on the effect of the loading pullout rate and the inclination angle of the steel fiber pullout test. For that purpose, specimens were obtained from a self-compacting concrete with a compressive strength of 86 MPa. In the experimental program hooked-end steel fibers of new generation, of circular cross section, length of 60 mm and aspect ratio of 80, were used. Tests were executed with both hooked-end and smooth fibers, being these last ones obtained from the first ones by cutting the hooked-end. For both type of fibers, their embedment length into concrete was 20 mm, and the influence of fiber inclination angle was investigated by adopting values of 0°, 30° and 60°. The tests were performed at displacement rates of 0.01, 0.1 and 1 mm/s. As a result, the peak pullout load increased with the inclination angle, in particular for the smooth series. Furthermore, higher displacement rates produced higher peak forces for the pullout of the smooth fibers, while the peak remained almost stable for hook-end fibers.

KEYWORDS: Hooked-end fibers, smooth fibers, concrete, inclination angle, loading pullout rate.

1. INTRODUCCIÓN

El hormigón reforzado con fibras, HRF, es un material en el que las fibras se encuentran aleatoriamente distribuidas en una matriz de hormigón. Estas fibras se unen a la matriz de hormigón mediante una interfaz, por tanto el comportamiento de este material está muy influenciado por el comportamiento de la interfaz entre la fibra y la matriz, así como por los mecanismos micromecánicos de refuerzo de fibra que se movilizan.

El ensayo de arrancamiento permite caracterizar las propiedades adherentes de la intercara fibra matriz. Éste consiste en la extracción de una sola fibra embebida en la matriz de hormigón para obtener diferentes parámetros mecánicos, como la absorción de energía, que es el área delimitada por la curva carga desplazamiento o la resistencia de la adherencia entre la fibra y la matriz [1]. Es sabido que la introducción de fibras en matrices cementíceas incrementa la absorción de energía o la tenacidad y que este incremento es mayor en ensayos dinámicos o de impacto.

Aunque existen abundantes estudios sobre el comportamiento del ensayo de arrancamiento a velocidades estáticas [2–4], y algunos dinámicos [5–7], el efecto de la velocidad de solicitación sobre diferentes tipos de fibras y a diferentes ángulos de inclinación es un tema que aún

⁵⁵⁷

está por investigar. Kim, Tawil y Naaman [8] estudiaron el efecto de la velocidad a 0.018, 18 y 1800 mm/s en fibras onduladas y con extremos conformados en gancho, concluyendo que la fibra ondulada presentaba mayor influencia de la velocidad que la fibra de extremos conformados. Abu *et al.* [9] estudiaron dos velocidades para hormigón de ultra altas prestaciones en diferentes matrices, concluyendo que la resistencia de la matriz mejoraba el comportamiento al arrancamiento en las fibras deformadas.

Bhutta *et al.* [10] estudiaron el efecto de la velocidad en diferentes tipos de fibras: lisas, de extremos conformados en gancho y onduladas, así como en diferentes matrices, sin embargo las fibras que comparaban tenían diferente diámetro entre si y sus resultados estaban centrados principalmente en el comportamiento de las matrices que estudiaban. Xu *et al.* [11] realizaron un estudio semejante en hormigón de ultra altas prestaciones, concluyendo que la fibra que experimentaba mayor sensibilidad era la que ellos denominaron medio extremos conformados con gancho. Respecto a la influencia del ángulo en la velocidad de solicitación, solo estudiaron un tipo de fibra (la lisa), en tres ángulos próximos (0°, 20°, 45°) y a dos velocidades. Ellos detectaron que el ángulo de 20° era el más sensible a la velocidad.

Al no existir mucha más información al respecto, esta investigación estudia el efecto de de la velocidad de solicitación, desde una cuasi-estática de 0.01 mm/s, hasta dos dinámicas de 0.1 mm/s y 1 mm/s, en tres ángulos diferentes (0° , 30° , 60°) y en dos tipos de fibras. Las fibras eran geométricamente iguales, salvo que un tipo era fibra lisa y el otro de extremos conformados en gancho de tipo 3D.

2. PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

En este apartado se describen los materiales utilizados y el procedimiento experimental seguido en la investigación.

2.1. Materiales y probetas

Las probetas se obtuvieron de una sola amasada de hormigón auto-compactante. Esta matriz de hormigón se fabricó con árido granítico de 20 mm de tamaño máximo, cemento CEM I 42.5 R, filler calizo y superplastificante, resultando una relación agua - cemento, a/c, de 0.2. Las proporciones de la mezcla, expresadas en peso, fueron 1: 0.69: 2.18: 1.67: 0.17: 0.017 (cemento: filler: arena: árido grueso: agua: superplastificante). Se realizaron ensayos en fresco sobre la matriz de hormigón, obteniendo un T500 de 4.3 segundos y un diámetro de la torta de 77 cm, características propias de un hormigón auto-compactante. La resistencia a compresión de la matriz de hormigón a los 30 días, medida en 3 cubos de 150 mm de lado, fue de 85.9 MPa, con un coeficiente de variación del 1.2 %.

El hormigón auto-compactante se empleó para fabricar

una losa de dimensiones $900 \times 1050 \text{ mm}^2 \text{ y}$ un espesor de 60 mm, con fibras individuales embebidas 20 mm en la matriz. Para conseguir esta losa, se diseñó un molde de madera fenólica que evitara la absorción de agua de la mezcla, totalmente desmontable en su base, de manera que entre los elementos que la componían, se pudieran colocar las fibras con toda precisión, ver Fig. 1. Una vez posicionadas y fijadas las fibras al molde, la losa se hormigonó y se dejó curar durante 3 días en el ambiente del laboratorio, con una temperatura de 26.3°C, tapada con un plástico, Fig. 2 a).



Figura 1: a) Molde, b) Posicionado de las fibras.

Pasados los 3 días, la losa se desmoldó y se dividió en 10 bandas de 900 mm de longitud cada una, con 10 fibras embebidas por banda y una separación de 90 mm entre una fibra y la siguiente, ver Fig. 2 b).



Figura 2: a) Molde con losa hormigonada; b) Fibras embebidas en la losa.

Para esta investigación se emplearon fibras de acero de extremos conformados de nueva generación, sección circular, 60 mm de longitud y una relación de aspecto de 80, ver Fig. 1 b). Se embebieron fibras de extremos conformados y fibras lisas, obteniendo estas últimas mediante el corte del gancho de las primeras. Para ambos tipos, la longitud de fibra embebida en el hormigón fue de 20 mm. La resistencia a tracción de las fibras era de 1225 MPa.

Se embebieron un total de 56 fibras, 24 lisas y 30 conformadas. Además, las fibras se fijaron en el molde de manera que quedaran embebidas con una inclinación de 0° , 30° ó 60° , destinando entre 8 y 10 fibras para cada combinación de fibra lisa o conformada e inclinación determinada.

2.2. Ensayos de arrancamiento

Para este investigación, se realizaron ensayos individuales de arrancamiento de fibras de acero lisas y conformadas en 3D. Estos ensavos se realizaron en el laboratorio de Estructuras, LEST, de la Universidad de Miño, en su campus de Guimarães (Portugal). Para ello se empleó un actuador de 50 kN de capacidad de carga y 200 mm de desplazamiento máximo del pistón, equipado con una célula de carga de la marca AEP-Tranducers de 50 kN y una resolución del 0.05 %. Las probetas en forma de banda longitudinal de la losa inicial, que contenían las fibras embebidas, se colocaron y fijaron sobre una bancada, centrando cada una de ellas perfectamente bajo el actuador antes de su ensayo. Al actuador se le colocó una mordaza instrumentada para agarrar firmemente la fibra a ensayar. La instrumentación de la mordaza consistía en dos sensores de desplazamiento de tipo LVDT, que medían la distancia entre la mordaza y la superficie del hormigón durante el ensayo, y por lo tanto el deslizamiento o extracción de la fibra de la matriz de hormigón, ver Fig. 3.



Figura 3: Ensayo de arrancamiento.

Para esta investigación, además del ensayo de fibras lisas y conformadas embebidas con distintos ángulos de inclinación, se añadió un parámetro de velocidad de arrancamiento de la fibra, determinado por la velocidad de avance del actuador. Así, las combinaciones tipo de fibra – ángulo de inclinación se ensayaron a velocidades desde

cuasi-estática, 0.01 mm/s, hasta velocidades dinámicas de 0.1 mm/s y 1 mm/s. Todas las configuraciones ensayadas y el número de repeticiones para cada una de ellas se resumen en la Tabla 1.

Tabla 1: Configuración y número de ensayos de arrancamiento realizados.

Veloc.		Fibras	lisas		Fibras	s 3D
(mm/s)	0°	30°	60°	0°	30°	60°
0.01*	2	2	3	6	6	6
0.1	4	4	5	5	5	5
1	4	4	5	5	5	5

* Nótese en la Tabla 1, que la configuración de ensayo correspondiente a la velocidad de arrancamiento cuasiestática de 0.01 mm/s, tanto para las fibras lisas como para las de extremos conformados en 3D, se tomaron de los resultados de Cunha en [2].

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En este apartado se describen los resultados obtenidos de los ensayos de arrancamiento realizados con fibras lisas y conformadas en 3D, con distintos ángulos de inclinación y a distinta velocidad de solicitación.

La Fig. 4 muestra las curvas *Fuerza de arrancamiento vs. Deslizamiento* de todos los ensayos para la configuración correspondiente a fibras conformadas, inclinadas 0° y extraídas de la matriz de hormigón a una velocidad de 1 mm/s. En ella podemos comprobar la poca dispersión existente entre los ensayos con la misma configuración.



Figura 4: Ensayo de arrancamiento de fibras 3D, inclinadas 0º a un 1 mm/s.

Los ensayos se recopilaron calculando las curvas medias para cada configuración descrita en la Tabla 1. Así, las Figs. 5 y 6 contienen las curvas medias de las fibras lisas y conformadas respectivamente. Para cada tipo de fibra, las curvas se dividieron en tres gráficos, según el ángulo de inclinación, conteniendo cada uno de ellos las tres velocidades de arrancamiento por inclinación.



Figura 5: Curvas medias de ensayos de arrancamiento de fibras lisas.



Figura 6: Curvas medias de ensayos de arrancamiento de fibras conformadas en gancho de tipo 3D.

Si comparamos ambas figuras, Figs. 5 y 6, se observa claramente como la terminación en gancho de las fibras conformadas, Fig. 6, proporcionan un anclaje muy superior al de las fibras lisas, y por lo tanto la fuerza máxima necesaria para extraerlas es superior. Además, la forma de las curvas es distinta en ambos casos. Así, en el caso de las fibras lisas, Fig. 5, la curva crece hasta definir un pico de carga, para luego decrecer lentamente. Esto se debe a que existen unas fuerzas adherentes en la intercara fibra - matriz de hormigón, y una vez vencidas actúan fuerzas de fricción que se oponen a la extracción de la fibra. Sin embargo, las curvas correspondientes a las fibras conformadas, Fig. 6, definen un pico máximo de carga y, a continuación, otro de valor inferior. El primero de ellos se corresponde con la deformación plástica durante la extracción de la primera parte del gancho, mientras que el segundo pico lo hace con la deformación de la segunda curvatura, ver geometría del gancho de la fibra conformada en 3D en la Fig. 1 b). En estas fibras, los fenómenos de fricción siguen existiendo, pero se ven superados por la contribución del anclaje mecánico que producen los extremos conformados.

Si ahora nos fijamos en el efecto que produce la inclinación de las fibras, comprobamos que para las fibras lisas, Fig. 5, su incremento provoca un claro ascenso de la fuerza necesaria para arrancarla de la matriz de hormigón, llegando a ser necesaria el doble de fuerza para arrancar las fibras inclinadas 60°, Fig. 5 c), que para hacerlo con las inclinadas 0°, Fig. 5 a). Un comportamiento similar presentan las fibras conformadas en 3D, Fig. 6, pero en este caso el incremento de fuerza con la inclinación es mucho menor. Cabe destacar que las fibras inclinadas 60°, representadas en la Fig. 6 c), se rompieron antes de lograr su completa extracción de la matriz de hormigón. Además, el incremento de la velocidad de solicitación provocó su rotura a cargas cada vez más bajas, debido al aumento de la tensión en el punto de salida de la fibra por efectos dinámicos.

Observando el efecto de la velocidad de solicitación de los ensayos, en el caso de las fibras lisas, Fig. 5, se comprueba que velocidades de solicitación mayores produjeron incrementos de la fuerza de arrancamiento. Este efecto es más pronunciado para inclinaciones de fibra superiores. Por otro lado, para las fibras conformadas, Fig. 6, el efecto de la velocidad de solicitación del ensayo fue muy leve, prácticamente estable. Estos resultados nos hacen pensar que las fuerzas adherentes en la intercara fibra – matriz y las fuerzas de fricción son sensibles a la velocidad de extracción de la fibra, pero el anclaje que produce en gancho no lo es, por lo menos en este rango de velocidades de arrancamiento. Así, la predominancia del anclaje que produce el gancho de las fibras conformadas, oculta el efecto de la velocidad de solicitación en los ensayos de fibras 3D.

4. CONCLUSIONES

En esta investigación se estudió el efecto de la inclinación de la fibra y la velocidad de solicitación en ensayos individuales de arrancamiento sobre fibras lisas y conformadas en gancho de tipo 3D. De los resultados obtenidos se pueden deducir las siguientes conclusiones:

- La fuerza necesaria para extraer las fibras conformadas en 3D resultó ser muy superior a la necesaria para extraer las fibras lisas. Esto se debe al anclaje que proporciona el gancho de la fibra conformada.
- La forma de las curvas indica que el comportamiento de ambos tipos de fibra, lisas y 3D, es muy diferente. En el primer caso la curva incrementa su valor en carga hasta un máximo, para decrecer lentamente. Esto se debe a la fuerza adherente fibra – matriz de hormigón y a las fuerzas de fricción una vez vencida la primera. Sin embargo, en las fibras 3D encontramos un comportamiento de pico debido a la predominancia de la fuerza de anclaje que proporciona el gancho en la matriz de hormigón.
- Mayores inclinaciones de las fibras y velocidades de solicitación del ensayo produjeron un incremento considerable de la fuerza de arrancamiento en las fibras lisas. Sin embargo, en las fibras en 3D el efecto fue leve debido a la predominancia de la contribución del anclaje mecánico que producen los extremos conformados.
- Todas las fibras conformadas, inclinadas 60°, se rompieron durante el ensayo. Además, el incremento de velocidad de solicitación provocó su rotura a cargas cada vez más bajas. Esto se debe al aumento de tensión en el punto de salida de la fibra por efectos dinámicos.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen las ayudas recibidas del Campus de Excelencia CYTEMA, a través de la beca Post-doc CYTEMA-Net (011200CE12), y del Dep. de Mecánica Aplicada e Ingeniería de Proyectos de la UCLM. Además, agradecen al Dep. de Ingeniería Civil y al Laboratorio de Estructuras (LEST) de la Universidad de Miño por permitir el uso de sus instalaciones para esta investigación, y el apoyo del FCT a través del proyecto PTDC/ECM-EST/2635/2014. Asimismo agradecen a la empresa Bekaert el suministro de sus fibras.

REFERENCIAS

- [1] Pompo, A., Stupak, P.R., Nicolais, L. and Marchese, B. (1996), Analysis of steel fibre pull-out from a cement matrix using video photography. Cement and Concrete Composites, 18(1):3–8.
- [2] Cunha, V.M.C.F., Barros, J.A.O. and Sena-Cruz, J.M. (2010), Pullout behaviour of Steel Fibres in Self Compacting Concrete, ASCE Journal of Materials in Civil Construction, 22(1):1-9.
- [3] Cunha, V.M.C.F., Barros, J.A.O. and Sena-Cruz, J.M. (2011), An integrated approach for modelling the tensile behaviour of steel fibre reinforced selfcompacting concrete. Cement and Concrete Research, 41:64–76.
- [4] Alwan, J.M, Naaman, A.E. and Guerrero, P. (1999), Effect of mechanical clamping on the pull-out response of hooked steel fibers embedded in cementitious matrices. Concrete Science and Engineering, 1:15-25.
- [5] Gokoz, U.N. and Naaman, A.E. (1981), Effect of strain-rate on the pull-out behaviour of fibres in mortar. International Journal of Cement Composites and Lightweight Concrete, 3:187–202.
- [6] Banthia, N. and Trottier, J.F. (1991), Deformed steel fiber, cementitious matrix bond under impact. Cement and Concrete Research, 1:158–168.
- [7] Bindiganavile, V. and Banthia, N. (2005), Impact response of the fiber-matrix bond in concrete. Canadian Journal of Civil Engineering, 5:924–933.
- [8] Kim, D.J., El-Tawil, S. and Naaman, A.E. (2008), Loading Rate effect on pullout behavior of deformed steel fibers. ACI Materials Journal, 6:576–584.
- [9] Abu-Lebdeh, T., Hamoush, S. and Zornig, B. (2010) Rate effect on pullout behavior of steel fibers embedded in very-high strength concrete. American J. of Engineering and Applied Sciences, 2:454–463.
- [10] Bhutta, A., Farooq, M., Borges, P.H.R. and Banthia, N. (2018), Influence of fiber inclination angle on bond-slip behavior of different alkali-activated composites under dynamic and quasi-static loadings. Cement and Concrete Research, 107:236– 246.
- [11] Xu, M., Hallinan, B. and Wille, K. (2016), Effect of loading rates on pullout behavior of high strength steel fibers embedded in ultra-high performance concrete. Cement and Concrete Composites, 70:98–109.

DEVELOPMENT OF MULTIAXIAL FATIGUE TESTING MACHINES FOR VERY HIGH CYCLE FATIGUE

P. Costa¹, L. Reis¹, M. de Freitas^{1,2*}

¹ IDMEC, Instituto Superior Técnico, Av. Rovisco Pais, Lisboa, 1049-001 Lisboa, Portugal ² Atlântica, Escola Universitária, Fábrica da Pólvora de Barcarena, 2730-036 Barcarena Portugal * Persona de contacto: manuel.freitas@tecnico.ulisboa.pt

RESUMEN

La fatiga es una de las principales causas de fallas en servicio de componentes y estructuras mecánicas. La necesidad de reducir el peso de los componentes y la creciente necesidad de una mayor vida útil del equipo obligó a comprender el comportamiento de la fatiga de los materiales en ciclos de carga multiaxiales y un mayor número de ciclos de carga. En general, se reconoce que las tensiones multiaxiales se producen en muchas estructuras a gran escala, siendo rara la aparición de estados de tensión uniaxiales puros. Sin embargo, el alto costo de los ensayos de materiales de fatiga bajo carga multiaxial y para un número muy alto de ciclos, fue un serio inconveniente para la investigación bajo estas condiciones de prueba. Este estudio es una descripción del estado actual de las máquinas de ensayo de fatiga que funcionan a una frecuencia de 20 kHz y la investigación que se puede llevar a cabo para realizar ensayos de fatiga multiaxiales en estados de tensión biaxiales y fatiga de ciclo muy alto. Se hará especial atencion en la realización de ensayos de fatiga multiaxiales en probetas biaxiales en axial/torsion y axial/axial en plano utilizando transductores piezoeléctricos de bajo costo, ya sea en probetas cilíndricas clásicas o en cruciformes e instrumentación asociada. Junto con la descripción de las máquinas de ensayos, se presentarán los resultados experimentales de los ensayos de fatiga para comparar el comportamiento de los materiales metálicos bajo fatiga multiaxial de ciclo muy alto.

PALABRAS CLAVE: Máquinas de ensayo de fatiga piezoeléctrica; Fatiga biaxial; Probetas cilíndricas y cruciformes. Muy alto ciclos de fatiga

ABSTRACT

Fatigue is one of the main causes for in service failure of mechanical components and structures. The need for the weight reduction of components and a growing need for greater lifespans of equipment, forced the understanding of the fatigue behaviour of materials under multiaxial loading cycles and increased number of loading cycles. It is generally recognized that multiaxial stresses occur in many full-scale structures, being rare the occurrence of pure uniaxial stress states. Nevertheless, the high cost of fatigue materials testing under multiaxial loading and for very high number of cycles, was a serious drawback for the research under these testing conditions. This study is a description of the present status of fatigue tests under bi-axial stress states and very high cycle fatigue. Special emphasis will be given to the performance of multiaxial fatigue tests under axial/torsion and in plane bi-axial testing using low cost piezo-electric transducers either in classical cylindrical or in cruciform specimens and associated instrumentation. Together with the description of the testing machines, experimental results of fatigue tests will be presented in order to compare the behaviour of materials under multiaxial very high cycle fatigue.

KEYWORDS: Piezoelectric fatigue testing machines; Biaxial fatigue; Cylindrical and cruciform specimens; Very High Cycle Fatigue

1. INTRODUCTION

Fatigue damage has special relevance on the life span of mechanical components and structures, as it takes responsibility for a large majority of the registered structural failures in service. The pioneering research work performed by Wohler in the middle of the 19th century, when investigating fatigue failures of railway axles, lead to the concepts of fatigue limit or endurance fatigue and early rules for designing against fatigue.

However, it is generally recognized that multiaxial stresses occur in many full-scale structures, being rare the occurrence of pure uniaxial stress states [1]. Fatigue tests under multiaxial fatigue loading are more recent and it was the subject of research and development since mid XX century, using classical mechanically actuated fatigue testing machines and servo hydraulic fatigue testing machines.

Much more recent papers in the literature questions the existence of the so-called fatigue limit introducing the concept of Very High Cycle Fatigue (VHCF) that is gaining notoriety, largely due to the appearance of ultrasonic fatigue testing machines [2], working at 20 kHz allowing experimental fatigue tests in a reasonable time of testing. Nevertheless, in the region of multiaxial very high cycle fatigue loading, no research has been carried out. One of the main reasons is due to the inexistence of appropriate machinery that can perform multiaxial fatigue tests for very high cycle fatigue loadings in a reasonable time of testing, since mechanical actuated or servohydraulic actuated fatigue testing machines have a limited frequency ranges under biaxial loading conditions.

Present manuscript is a description of the main equipment and specimens where research is being carried out for performing multiaxial fatigue tests under bi-axial stress states, either on cylindrical specimens subjected to tension/torsion load or cruciform specimens on axial/axial in-plane loading and very high number of cycles (VHCF).

2. MULTIAXIAL VERY HIGH CYCLE FATIGUE

2.1. Multiaxial stress states

The term multiaxial fatigue is generally accepted in literature but indeed it may not be the adequate one since it includes a triaxial stress state which is rarely found in service. Moreover at the surface of the material, where a large majority of fatigue crack initiation occurs, the stress state is biaxial. Nevertheless, in the present paper both terms biaxial or multiaxial fatigue will be used since they are mentioned in a large majority of papers and in the International Conference series of multiaxial fatigue and fracture.

In many industries like aerospace, automobile, ship and so on, critical components are generally subjected to complex multi-axial loading conditions. It is important to characterize and develop constitutive models to predict the mechanical behaviour of structural materials under real service loading conditions. Biaxial loading is one particular load case that can be found in many of the industries, being necessary to quantify and clarify the yield criteria and constitutive equations of a particular material. For biaxial fatigue testing, there are currently two methods of producing biaxial stresses in material for different types of specimens, [2]. The first method employs thin-walled cylinder tube specimen subjected to combined axial-torsion loading, whereas the second method uses cruciform specimens subjected to the biaxial tension-tension or compression loadings.

To investigate the combination effects of biaxial loading, the general stress state case is considered, Equation (1):

$$\sigma_{xx} = \sigma_{xx,a} \sin(\omega t) + \sigma_{xx,m}$$

$$\sigma_{yy} = \sigma_{yy,a} \sin(\omega t + \delta_{yy}) + \sigma_{yy,m}$$

$$\sigma_{xy} = \sigma_{xy,a} \sin(\omega t + \delta_{xy}) + \sigma_{xy,m}$$

(1)

where σ_{xxx} , σ_{yy} and σ_{xy} are respectively the normal stresses in the *x* and *y* direction and the shear stress, the subscript, *a* and *m* refer to the amplitude and mean values of the respective stresses, ω is the frequency of application of the loading, *t* is time, and δ_{yy} and δ_{xy} are the phase shift between the applied stresses, σ_{xx} and σ_{yy} and σ_{xy} respectively

Figure 1 represents schematically the range of biaxial stress states, σ_1 and σ_2 in the four quadrants. It shows the range of possible combination of stresses, from inplane biaxial stress states in the first and third quadrants to the presence of shear stresses in the second and fourth quadrants.



Figure 1. Schematic representation of biaxial stress states.

2.2. Specimens for multiaxial fatigue testing

Considering only research on crack initiation and early crack growth, a large variety of specimens that can be used in experimental research on multiaxial fatigue can be found in literature [1]:

- Solid cylindrical specimens, notched and unnotched
- Tubular specimens, also notched and unnotched
- Cruciform specimens

Toroidal shaped, Figure 2 or cylindrical tubular specimens, Figure 3, are used to carry out tension or bending with torsion fatigue tests, for stress states represented on quadrants 2 and 4 of Figure 1.



Figure 2. Solid cylindrical toroidal specimen.



Figura 3. Tubular cylindrical specimen.

The cruciform specimens, as shown in Figure 4, are the adequate ones for research in fatigue under biaxial tension stresses, σ_{xx} and σ_{yy} as described in Equation (1). The configuration of these cruciform specimens poses a significant problem in fatigue tests since it is necessary to have the full characterization of the stress field in the center of the specimen where crack initiation will occur and avoiding failure in the specimen arms is necessary. Several solutions have been proposed in the literature for the specimen arms configurations, but design rules for these specimens configuration are available in recent papers with excellent results [3].



Figure 4. Cruciform specimen for bi-axial fatigue tests.

2.3 Multiaxial fatigue testing machines

Currently most of the experimental fatigue tests are performed in rotating bending or in servo-hydraulic testing machines. Rotating bending machines, originaly used by Wholer studies on railway axles, are a low cost solution to carry out fatigue tests, but are limited to the the bending applied load. The servo-hydraulic actuation provided over the last decades the best solution for general test systems because of its versatility, fast response and load capacity. Examples of these machines can be found in the catalogue of the most important testing brands, Instron® MTS® etc... The principle of these systems is based on servo-valves that are able to deliver a controlled amount of oil power to an actuator, providing a fast and precise control to that actuator. With an appropriate feedback controller it is possible to control the actuator movement in position, load, velocity, acceleration, sample strain or any other coupled transducer allowing reproducing any reference signal (waveforms, random spectrums etc...) at frequencies that in some cases can exceed 200Hz (generally for most of the fatigue tests the working frequency ranges from 5 - 20Hz). For most of the cases the hydraulic circuit operates as pressure source, keeping a constant oil pressure independently of the flow usage. This is essential for a fast and reliable answer from the machine controller however an enormous power is being lost in the form of heat with large consequences in running and maintenance costs.

In the last decade the most important brands of fatigue testing machines made available on the market uniaxial testing machines with a new actuation technology, based on linear actuators, totally electrical. This kind of machines can be found in the catalogue of some brands like Bose® ElectroForce®, Instron® ElectroPuls™ or MTS®. This new technology is alternative to the traditional hydraulic actuators and are suitable for low load capacities dynamic tests, being considered the state-of-the-art of non-hydraulic test systems. The commercial success of these actuators are mainly due to much lower operating costs and many other advantages such as: no consumables needs, much less electrical consumption, less heat generation, no noise, high cleanliness and almost no wear neither friction. The principal drawback is the limitation in load capacity, in which the most powerful machines goes up to 10 kN (with more than one linear motor in tandem), being much less than what is possible to achieve with hydraulics, but enough to test small samples of most engineering materials.

The combined axial-torsion test is a popular biaxial testing system, used for example, to simulate the stress states of shafts and so on. This is in most of the cases an accessory that can be included in single axis servohydraulic test machines. However, only some stress states can be simulated by this test type, [1]. It means that the biaxial tension stress state and the biaxial compression stress state cannot be simulated by the combined axial-torsion test system. Another disadvantage of the first method is that it requires the material to be in the form of a circular tube, being difficult to be applied to rolled sheet materials and most of the composite shapes, therefore cruciform specimens must be used.

For biaxial in-plane fatigue tests at least four actuators are needed to ensure that the center of the specimen does not move during the test, due to deformation, to ensure symmetry. The servo-hydraulic actuator type is almost the only option available in the market for biaxial in-plane fatigue tests. As can be found in the catalogues of some brands (Instron®, MTS®, etc.) these machines are huge and can exceed 500 kN. The installation and maintenance costs are prohibitive for most of the laboratories, even if a lower capacity is required. Bose® ElectroForce® has an alternative to servo-hydraulic actuators for in-plane biaxial fatigue tests, using linear actuators, however, the biaxial testing machine presented in their catalogue has a low capacity of 200 N, only appropriated to test materials like soft tissues but is too low to test general structural materials.

Recently [4], a novel low cost and efficient in-plane biaxial fatigue testing machine, based on the linear electrical motors and with and innovative guiding system different from the traditional solutions was proposed. With this new fatigue testing machine, together with the development of guidelines for cruciform specimen design [3], provides to have an extensive program to test several specimens under different combinations of in-plane biaxial loads with a relative low cost.

2.4. Fatigue testing at Very High Number of Cycles

The advantages of the ultrasonic fatigue tests associated with the improvements in piezoelectric devices, made these fatigue testing an attractive technique to establish S-N curves in VHCF. The piezoelectric technique was started with Hopkinson in the beginning of the 20th century, and fifty years later Mason presents the first ultrasonic fatigue machine working at 20 kHz. Other machines operating at higher frequencies were presented but the difficulties to correlate results and experiments slowed down the development of this technique. Nowadays [2], with the development of new sensors, new computational methods and faster and efficient control systems, some issues in VHCF were overcome.

The resonant system is composed by a piezoelectric actuator, a booster, a horn and the specimen sequentially assembled together in series by screw connections. These four elements form the resonant system of the testing machine, Figure 5. The mechanical vibration generated by the piezoelectric actuator is meant to reproduce a pure sine wave with a frequency of approximately 20 kHz. This wave is transmitted from element to element down to the bottom of the specimen with the displacement and stresses schematicaly shown on Figure 6. The principle of operation of the vibration

system is based on free vibration resulting in a minimum of force contact between the elements.



Figure 5. Resonant system components



Figure 6. Stress and displacement in the specimen

2.5. Multiaxial Fatigue at Very High Number of Cycles

In the region of very high cycles, research and development under multiaxial fatigue has not been carried out, mainly because of the inexistence of appropriate machinery to perform these tests in a reasonable time and cost. In recent work [5], a device designed to produce axial/torsional loading fatigue testing using a single piezoelectric axial actuator, a specific horn and a new specimen has been proposed as shown in Figure 7.



Figure 7. Horn and specimen for axial/torsion testing

The horn is designed in order to transform the axial displacement in both axial and rotational displacement to the specimen. The specimen design follows specific rules, Figure 8, and is composed of three throats being the central one the main throat where maximum tension/torsion is applied [6] and where fatigue failure is expected.



Figure 8. Tension/torsion specimen for VHCF

Also, recently [7] has been proposed an original approach to biaxial fatigue testing in cruciform specimens using ultrasonic fatigue testing machines in order to achieve VHCF regime. Having as starting point the same principles used in the design of the ultrasonic fatigue testing machines and design rules for cruciform specimen design, as in [2, 3, 5, 6], it was shown that, at least when using cruciform specimens for in-plane axial-axial (biaxial) testing, only the specimen needs to be redesigned and no changes are required to the machine, as shown in Figure 9.



Figure 9. Shematica representation of the testing device for biaxial in-plane fatigue tests

Two types of cruciform specimens may be tested in two different resonance modes, the Tension-Tension, T-T, (in-phase) and Compression-Tension, C-T, (out-ofphase) specimens. Both specimens follow a certain geometry with special relations between the dimensions following the design rules [3] and Figure 4. To achieve a working specimen several dimension combinations have been numerically tested until they have the resonance mode of interest within the working frequency [8].

3. RESULTS

Experimental fatigue tests were carried out on the ultrasonic fatigue testing machine [2], for both cylindrical, three throats tensión/torsión specimens and tensión/compression in plane biaxial cruciform specimens. The specimen geometry for both specimens was designed in accordance with the design rules shown on Figures 8 and 4 and were attached to the adequate horn equipement between the piezoelectric actuator and the specimens, as shown respectively on Figures 7 and 9.

Figure 10 shows a tension/torsion specimen made of low alloy Steel, as represented on Figure 8, which was tested by fatigue at a stress ratio R=-1 for both axial and torsional load. The fracture was achieved in the main throat (central throat) of the specimen as expected. The angle of the fractures surface is in agreement with similar fatigue tests carried out for the similar steel and loading conditions in classical servohydraulic fatigue testing machines.



Figure 10. Specimen failed by tension/torsion fatigue at VHCF: (A) Failed middle throat (B) Microscopic view of the fracture surface

Figure 11 shows the fracture surface of a cruciform specimen made of an 6082-T651 Aluminum alloy, and tested in tension/compression, at stress ratio R=-1 for both stresses and out-of-phase, where crack initiation was in the center of the specimen as expected. Once again, the angle of crack initiation and the crack growth of the frature surface is in agreement with similar experimental results obtained using cruciform specimens on similar aluminium alloys tested with a fatigue testing machine powered by linear iron-core motors [9].



Figure 11. Specimen failed by tension/compression biaxial fatigue at VHCF

4. CONCLUSIONS

A new ultrasonic fatigue testing machine is proposed, using an axial piezoelectric actuator, to induce:

- either axial and rotational displacements in a cylindrical/toroidal specimen with a specific design, composed of three throats and correspondent horn; experimental measurements at 20 kHz and finite element modelling of the specimen have shown that it works as intended and predicted having both resonance modes, torsional and longitudinal, induced at the transducer frequency of around 20 kHz.

- or tension/compression or tension/tension in plane biaxial stresses in cruciform specimens and correspondent horn; experimental measurements at 20 kHz and finite element modelling of the specimen have shown that it works as intended and predicted having both resonance modes, tensión-tension or tensión-compression at the resonase modes.

The ultrasonic fatigue testing machine working at 20 kHz and with the specimen designed according to specific rules is adequate to perform very high cycle fatigue, under multiaxial loadings, tension/torsion or axial/axial stress under stress ratio R=-1 in a reasonable time of testing.

ACKNOWLEDGEMENTS

The author thanks FCT, Fundação para a Ciência e Tecnologia, which through several research projects in the last 20 years has supported financially the development of these technologies of multiaxial very high cycle fatigue and through present projects LAETA/IDMEC, UID/EMS/50022/2019 and PTDC/EMS-PRO/5760/2014.

REFERENCES

- [1] de Freitas, M, Multiaxial fatigue: From materials testing to life prediction, Theoretical and Applied Fracture Mechanics 92 (2017) 360–372.
- [2] Lage, Y, Ribeiro, A, Montalvão, D, Reis, L., Freitas, M, Automation in Strain and Temperature Control on VHCF with an Ultrasonic Testing Facility, Application of Automation Technology in Fatigue and Fracture Testing and Analysis, STP 1571, (2014) PC McKeighan and AA Braun, Eds., 80-100.
- [3] Baptista, R., Claudio, R., Reis, L., Madeira, JFA, Guelho, I, Freitas, M., Optimization of cruciform specimens for biaxial fatigue loading with direct multi search, (2015), Theoretical and Applied Fracture Mechanics 80, pp. 65.
- [4] M. Freitas, L. Reis, B. Li, I. Guelho, V. Antunes, J. Maia, R. A. Claudio, In-Plane Biaxial Fatigue Testing Machine Powered by Linear Iron-Core Motors, Application of Automation Technology in Fatigue and Fracture Testing and Analysis, STP 1571, Peter C. McKeighan and Arthur A. Braun, Eds., pp. 63-79, 2014.
- [5] Vieira, M., Reis, L., de Freitas, M., Ribeiro, A., Strain measurements on specimens subjected to biaxial ultrasonic fatigue testing, Theoretical and Applied Fracture Mechanics 85, (2016) 2-8.
- [6] Costa, P, Vieira, M, Reis, L, Ribeiro, A, Freitas, M, New specimen and horn design for combined tension and torsion ultrasonic fatigue testing in the very high cycle fatigue regime, International Journal of Fatigue 103 (2017) 248–257.
- [7] Montalvão, D., Wren, A., Redesigning axial-axial (biaxial) cruciform specimens for very high cycle fatigue ultrasonic testing machines, Heliyon 3(2017) e00466; doi: 10.1016/j.heliyon.2017.
- [8] Costa, P, Montalvão, D, Freitas, M, Reis, L, Baxter, R, Cruciform specimen's analysis and experiments in ultrasonic fatigue testing, Proceedings of the NT2F18 New Trends in Fatigue and Fracture, Lisbon, Portugal, July, 2017.
- [9] Cláudio, R, Reis, L., Freitas M., Biaxial high-cycle fatigue life assessment of ductile aluminium cruciform specimens, Theoretical and Applied Fracture Mechanics 73, (2014), 82–90.

Aplicaciones y casos prácticos en ingeniería

ESTIMACIÓN DE CURVAS DE RESISTENCIA A FATIGA EN IMPLANTES DENTALES

C. Navarro, J.M. Ayllón, J. Domínguez

Grupo de Ingeniería Mecánica. Escuela Técnica Superior de Ingeniería. Universidad de Sevilla. Camino de los Descubrimientos s/n, 41092. Sevilla-España * Persona de contacto: cnp@us.es

RESUMEN

Los implantes dentales se ven sometidos durante su vida a muchos ciclos de carga. Debido a la fatiga pueden llegar a romperse, teniendo consecuencias graves desde el punto de vista clínico. El diseño de los implantes en cuanto a geometría y materiales es algo que evoluciona continuamente. Para poder evaluar la idoneidad de cada diseño se deben realizar unos ensayos normalizados de fatiga sobre los implantes (UNE-EN ISO 14801). Obtener esta curva requiere mucho tiempo y dinero. De ahí viene el interés de intentar obtener una curva aproximada a partir de los mínimos datos y ensayos posibles. Utilizando una gran cantidad de curvas de fatiga para implantes dentales de distintas geometrías realizadas por los autores, en este artículo se muestran una serie de características generales de todas ellas. Basándose en estas características, se muestra cómo a partir de un cálculo muy sencillo de tensiones se puede estimar la curva de fatiga del implante sin necesidad de hacer ningún ensayo previo. Esto último es posible gracias a que el material (aleaciones de titanio) es muy parecido en todos los ensayos. También se muestra que un paso más en la estimación de la curva es introducir la carga de rotura de un implante en un ensayo estático.

PALABRAS CLAVE: Implantes dentales, Fatiga, Ensayos, Titanio.

ABSTRACT

Dental implants are subjected to a high number of load cycles during their life. They can break due to this fatigue process with grave consequences from the clinical point of view. The design of dental implants regarding geometry and materials evolves continuously. In order to evaluate the suitability of each design, a set of standardized fatigue tests must be performed (UNE-EN ISO 14801). Obtaining this curve requires a great amount of time and money. Hence, the interest of trying to obtain an approximate fatigue curve from the minimum amount of data and tests. Based on the high number of fatigue curves of dental implants with different geometries obtained by the authors, this paper shows a series of general characteristics of these curves. It also shows that these general characteristics allow estimating the fatigue curve of the dental implant with only a simple stress calculation without having to do any test. The latter is possible only because the material (titanium alloy) is very similar in all the tests. It finally shows that another step in the fatigue curve estimation is the introduction of the static strength of the implant obtained in a test.

KEYWORDS: Dental Implants, Fatigue, Tests, Titanium.

1. INTRODUCCIÓN

Los implantes dentales se ven sometidos durante su vida a muchos ciclos de carga, principalmente los producidos durante la masticación. Debido a la fatiga pueden llegar a romperse, teniendo consecuencias graves desde el punto de vista clínico. El diseño de los implantes en cuanto a geometría y materiales es algo que evoluciona continuamente. Para poder evaluar la idoneidad de cada diseño se deben realizar unos ensayos normalizados de fatiga sobre los implantes. La norma utilizada a este fin en España es la UNE-EN ISO 14801 [1]. En ella se establece que hay que realizar una serie de ensayos de fatiga con distintos niveles de carga, cada vez de menor valor hasta conseguir que en un mismo nivel de carga haya tres ensayos de duración superior a 5 millones.

Evidentemente, obtener esta curva requiere mucho tiempo y dinero, sobre todo cuando los diseñadores en las empresas fabricantes cambian los modelos de implantes en la búsqueda de mejoras. Una forma de ahorrar en estos costes es a través del desarrollo de modelos teóricos que predigan la vida en función de la geometría y cargas aplicadas. Los autores han aplicado con éxito en implantes dentales un modelo de predicción de vida a fatiga donde se combinan las fases de iniciación y propagación de grietas [2,3,4].

Sin embargo, en este trabajo se aborda el problema desde otra perspectiva. El objetivo de este artículo es el de aprovechar la gran cantidad de curvas de fatiga obtenidas sobre distintos implantes dentales de titanio de diferente tamaño y geometría para intentar ser capaces de obtener una curva de fatiga a partir de la menor cantidad de información posible y con los cálculos más simples posibles. La idea es que sea un método muy simple para estimar la curva de fatiga del implante. Por otro lado, en este estudio también se podrá comprobar hasta qué punto influyen algunos detalles del diseño de los implantes.

2. GEOMETRÍA Y ENSAYO DE LOS IMPLANTES

La figura 1 está extraída de la norma [1] y muestra cómo debe ser la disposición para los ensayos sobre los implantes rectos. Las restricciones más importantes son que el plano de sujeción debe estar 3 mm por debajo del nivel nominal (teórico) del hueso, el implante debe formar un ángulo de 30° con la dirección de aplicación de la carga y la distancia entre el centro de la parte hemisférica (4) respecto al plano de sujeción debe ser 11 mm. En la norma también se tratan los implantes angulados pero eso queda fuera del alcance de este trabajo.



Figura 1. Montaje para el ensayo de implantes dentales rectos.

Los ensayos se hacen con R = 0.1 para que no se pierda nunca el contacto. El implante se ve sometido a una carga oscilante que puede ser descompuesta en una componente de compresión y otra de flexión. En principio, el punto más probable de rotura es en el fondo de la rosca del implante en el plano de sujeción (mayor momento flector) y en la zona donde las tensiones son de tracción (debido al flector).

En este trabajo se van a analizar las curvas de fatiga correspondientes a 12 implantes distintos. El material es titanio grado 4 y 5. Las curvas de dichos ensayos se muestran en la figura 2, donde la fuerza representada es la fuerza máxima en el ciclo. Teniendo en cuenta que cada implante tiene una rosca y tamaño distinto es lógico que la dispersión sea tan grande. En estas gráficas los símbolos sólidos hacen referencia a que el material es titanio grado 4 y los huecos titanio grado 5. Los cuadrados son para la rosca tipo 1, los círculos para la rosca tipo 2 y triángulos para la rosca tipo 3 (la geometría de dichas roscas será descrita más adelante). Estos códigos se seguirán usando durante el resto de gráficas del artículo.



Figura 2. Curvas de fatiga de los implantes estudiados (Fuerza – n° ciclos). Símbolos sólidos Ti grado 4. Símbolos huecos Ti grado 5.

La forma de la rosca es importante porque de ella dependerá el concentrador de tensiones. Analizando la geometría de todos ellos se llegó a la conclusión de que se pueden agrupar según tres tipos de rosca distintas, figura 3.



Figura 3. Tipos de rosca.

3. CURVAS DE FATIGA. INFLUENCIA DE PARÁMETROS

Como ya se ha dicho, con un modelo sofisticado se puede simular la geometría real y calcular las tensiones en el fondo de la rosca y a partir de ahí aplicar un modelo de vida. Pero cada implante tiene una forma de rosca distinta y esto puede llevar tiempo. Sin embargo, es muy sencillo calcular la tensión nominal en esta sección crítica simplemente a partir del plano de fabricación. Volviendo a representar las curvas de fatiga de la figura 2 en términos de la tensión nominal se observa que disminuye la dispersión aunque sigue siendo grande, figura 4. Para esta tensión nominal se considera la sección neta, es decir, sin contar la parte roscada externa ni la interna, en caso de que la tenga. Además, la tensión nominal se ha calculado como la de tracción debida al momento flector menos la de compresión debida a la componente axial.



Figura 4. Curvas de fatiga de los implantes (Tensión nominal – n° ciclos). Símbolos sólidos Ti grado 4. Símbolos huecos Ti grado 5.

La diferencia entre las distintas curvas puede deberse a distintos factores: tratamiento superficial (térmico o mecánico), material, concentradores de tensión y rugosidad superficial. En cuanto al primero, esa información no la proporciona el fabricante por lo que aparecerá aquí como una mayor dispersión en las curvas de fatiga. Respecto al material, es interesante observar que aparentemente no hay una clara diferencia entre los implantes de los dos tipos de titanio, a pesar de que su resistencia a la rotura es muy diferente [5,6]. También llama la atención en la figura 4 que las tensiones nominales para bajo número de ciclos sean mucho mayores que la tensión de rotura del titanio grado 4. Para esto no se dispone todavía de una explicación. Los concentradores son distintos en cada implante y se podrían modificar las curvas de fatiga en base a un cálculo simplificado del concentrador de tensiones [7]. En este cálculo se supone que la geometría es una sucesión de entallas con forma parecida al fondo de rosca de los implantes y sometido a tracción. Finalmente, la rugosidad solamente debería influir para vidas largas. Para analizar la influencia de estos factores se ha ajustado la nube de puntos de cada implante a una ecuación del tipo $S \cdot N^b = \overline{C}$ y se ha calculado la tensión

para la vida de 10^4 ciclos y para 10^6 ciclos, es decir, para vidas cortas y largas. Los resultados se muestran en las figuras 5 a 12.

Las figuras 5 y 6 muestran la relación entre la resistencia a la fatiga y el área nominal resistente de donde no se puede inferir ningún patrón de comportamiento.



Figura 5. Resistencia a fatiga a 10⁴ ciclos vs. área sección nominal. Símbolos sólidos Ti grado 4. Símbolos huecos Ti grado 5.



Figura 6. Resistencia a fatiga a 10⁶ ciclos vs. área sección nominal. Símbolos sólidos Ti grado 4. Símbolos huecos Ti grado 5.

Las figuras 7 y 8 muestran la relación entre la resistencia a la fatiga y el concentrador teórico de tensiones calculado en base a [7]. En teoría, a mayor concentrador, menor debería ser la resistencia a fatiga. Aparentemente no se ve un patrón claro pero si se analiza cada tipo de rosca por separado se observa que con el tipo de rosca 3 hay una clara disminución de la resistencia a fatiga para vidas cortas mientras que para vidas largas parece indiferente. Por otro lado, con los tipos de rosca 1 y 2 se observa que pequeños cambios en el concentrador producen grandes variaciones de la resistencia tanto a vidas cortas como largas. Esto induce a pensar que realmente es otro factor el que está produciendo dicha variación en la resistencia a fatiga.

Las figuras 9 y 10 muestran la relación entre la resistencia a fatiga y el radio en el fondo de la rosca. Este radio está relacionado con el concentrador de

tensiones pero dado que la geometría de las roscas es diferente resulta interesante hacer muy esta comparación. El valor del radio que se muestra no es el que viene indicado en los planos de fabricación sino que se ha medido en varios implantes en el laboratorio y se ha tomado el valor medio. En teoría, un mayor radio debería dar una resistencia a fatiga mayor. Esta tendencia se puede observar en dichas gráficas pero de forma muy pronunciada, es decir, pequeñas variaciones en el radio dan grandes variaciones en la resistencia a fatiga por lo que se asume que realmente no es este parámetro el que está determinando la variación de resistencia. En este caso no se observan diferencias en el comportamiento entre unas roscas y otras.



Figura 7. Resistencia a fatiga a 10⁴ ciclos vs. concentrador de tensiones. Símbolos sólidos Ti grado 4. Símbolos huecos Ti grado 5.



Figura 8. Resistencia a fatiga a 10⁶ ciclos vs. concentrador de tensiones. Símbolos sólidos Ti grado 4. Símbolos huecos Ti grado 5.

Finalmente, en las figuras 11 y 12 se muestra la resistencia a fatiga frente a la rugosidad en el fondo de la rosca. Esta rugosidad es el R_a y se ha medido en varios implantes mostrándose aquí el valor medio. Para vidas cortas no se observa ninguna relación lo cuál era de esperar. Sin embargo, para vidas largas la resistencia a fatiga también parece ser totalmente independiente de la rugosidad.

De todas estas gráficas se extrae la conclusión de que si se quiere obtener una curva de fatiga "tipo" para un implante no es necesario ni determinar el concentrador ni rugosidad sino simplemente el área nominal de la sección crítica.



Figura 9. Resistencia a fatiga a 10⁴ ciclos vs. radio fondo de la rosca. Símbolos sólidos Ti grado 4. Símbolos huecos Ti grado 5.



Figura 10. Resistencia a fatiga a 10⁶ ciclos vs. radio fondo de la rosca. Símbolos sólidos Ti grado 4. Símbolos huecos Ti grado 5.



Figura 11. Resistencia a fatiga a 10⁴ ciclos vs. rugosidad. Símbolos sólidos Ti grado 4. Símbolos huecos Ti grado 5.



Figura 12. Resistencia a fatiga a 10⁶ ciclos vs. rugosidad. Símbolos sólidos Ti grado 4. Símbolos huecos Ti grado 5.

4. AGRUPACIÓN DE CURVAS

De las gráficas anteriores se pueden extraer unos valores medios de la resistencia a fatiga a 10^4 y 10^6 ciclos, rugosidad y radio en el fondo de la rosca, área resistente y concentrador de tensiones. La tabla 1 muestra dichos valores medios, la desviación típica y el coeficiente de variación adimensional CV, es decir, el tanto por ciento de la desviación típica respecto de la media.

A partir de la resistencia media a fatiga se pueden representar tres curvas de fatiga típicas correspondientes con los tres tipos de roscas, figura 13. El límite de fatiga es parecido en las tres y hay una pequeña variación en la resistencia a bajo número de ciclos. En cuanto a la dispersión de datos obtenida vemos que para la vida de 10^6 ciclos la mayor dispersión es del 15.2% mientras que para 10^4 ciclos es de 20.3%.



Figura 13. Curvas medias de fatiga agrupadas por tipo de rosca.

Antes de comenzar a obtener la curva de fatiga de un implante según la norma, se suele romper uno estáticamente para saber dónde comenzar los ensayos cíclicos. Así, en el primer ensayo de fatiga que se suele realizar se aplica una carga máxima del 80% de la de rotura estática. Con esta información, se puede hacer una comparación entre la resistencia a fatiga a 10^4 y 10^6 ciclos con la resistencia del implante en el ensayo estático. Los resultados se muestran en la tabla 2. Los resultados de las roscas 1 y 2 pueden ser aceptables, sin embargo, en la rosca 3 la dispersión de los resultados es demasiado elevada y esta aproximación no se podría considerar válida ni siquiera para una primera estimación de la curva de fatiga del implante.

Tabla 1. Valores medios, desviación típica y coeficiente
de variación de distintos parámetros agrupados por
tipo de rosca.

		Rosca 1	Rosca 2	Rosca 3
Resistencia a 10 ⁶ ciclos (MPa)	Media	432.6	451.6	426.2
	Desv.	65.6	54.9	26.6
	CV (%)	15.2	12.2	6.2
Resistencia a 10 ⁴ ciclos (MPa)	Media	716.2	789.6	818.4
	Desv.	145.7	118.1	48.4
	CV (%)	20.3	15.0	5.9
<i>R_a</i> (µm)	Media	0.90	4.54	2.38
	Desv.	0.22	0.64	1.64
	CV (%)	24.0	14.1	68.7
Radio fondo rosca (mm)	Media	0.18	0.09	0.08
	Desv.	0.03	0.01	0.02
	CV (%)	16.5	10.8	25.8
Área resistente (mm ²)	Media	3.52	3.64	2.72
	Desv.	1.56	1.35	0.07
	CV (%)	44.3	37.1	2.6
Concentrador de tensiones	Media	2.50	2.54	3.25
	Desv.	0.21	0.11	0.60
	CV (%)	8.4	4.2	18.5

Tabla 2. Relación entre la resistencia a fatiga, a 10⁴ y 10⁶ ciclos, y la resistencia del implante en el ensayo estático. Valores medios, desviación típica y coeficiente de variación agrupados por tipo de rosca.

		Rosca 1	Rosca 2	Rosca 3
10 ⁶ ciclos (MPa)	Media	0.46	0.39	0.30
	Desv.	0.09	0.06	0.11
	CV (%)	19.8	16.0	35.5
10 ⁴ ciclos (MPa)	Media	0.75	0.67	0.58
	Desv.	0.16	0.06	0.21
	CV (%)	21.0	8.6	36.8

5. CONCLUSIONES

Este trabajo muestra las curvas de fatiga realizadas sobre 12 implantes distintos analizando la influencia de distintos factores.

Se ha observado la poca influencia de algunos parámetros en la vida a fatiga de los implantes como son la rugosidad, el concentrador de tensiones, el radio de la entalla y el tipo de rosca. Incluso se ha observado que la resistencia no varía apreciablemente entre los implantes hechos con titanio grado 4 y los fabricados con titanio grado 5.

Por otro lado, se ha visto cómo una gran cantidad de curvas de fatiga se pueden agrupar en una muy simple y con una dispersión no demasiado elevada. Se ha obtenido una curva de fatiga media para los implantes dentales en función de la tensión nominal en la sección crítica. También se ha podido relacionar la carga a la que rompe un implante en un ensayo estático con la curva de fatiga de forma que con este ensayo tan rápido y sencillo se tendría una estimación de la curva de fatiga.

Finalmente quedaría por explicar la variabilidad observada en los ensayos, quizás debida a tratamientos superficiales sobre los que los fabricantes no proporcionan datos.

REFERENCIAS

- [1] UNE-EN ISO 14801. Odontología. Implantes. Ensayo de carga dinámica para implantes dentales endoóseos. Abril 2017.
- [2] J.M. Ayllón, C. Navarro, J. Vázquez, J. Domínguez. Fatigue life estimation in dental implants. Engineering Fracture Mechanics 123, pag. 34-43, 2014.
- [3] J.M. Ayllon, C Navarro, J. Vázquez, J. Domínguez, Comparison of two multiaxial fatigue models applied to dental implants, Frattura ed Integrità Strutturale, 33 (2015) 415-426.
- [4] J.M. Ayllón, C. Navarro y J. Domínguez, Condiciones de sujeción en el ensayo a fatiga de implantes dentales, Anales de Mecánica de la Fractura, vol 32, 418-423, 2015 (XXXII Encuentro del Grupo Español de Fractura, Zamora, abril 2015).
- [5] K. Suzuki, T. Takano, S. Takemoto, T. Ueda, M. Yoshinari, K. Sakurai, Influence of grade and surface topography of commercially pure titanium on fatigue properties, Dental Materials Journal, 37 (2018) 308-316.

- [6] C. Navarro, S. Muñoz, J. Domínguez, On the use of multiaxial fatigue criteria for fretting fatigue life assessment. International Journal of Fatigue 30, 32-44, 2008.
- [7] E. Dragoni, D. Castagnetti. Concentration of normal stresses in flat plates and round bars with periodic notches, Journal of Strain Analysis, 45 (2010) 495-503.

COMPORTAMIENTO MECÁNICO DE TRAVIESAS DE FERROCARRIL POLIVALENTES DE HORMIGÓN PRETENSADO DURANTE SU FABRICACIÓN Y PUESTA EN OBRA

Montañés, A.¹; Donaire J.¹; Suárez, F.¹

¹ Departamento de Ingeniería Mecánica y Minera, EPS de Linares (Universidad de Jaén) Campus Científico Tecnológico de Linares, Cinturón Sur, s/n 23700 Linares (España)

e-mail: ammontan@ujaen.es

RESUMEN

Las traviesas de hormigón pretensado utilizadas en la superestructura de vía para el transporte por ferrocarril se elaboran mediante procesos normalizados en fábricas de elementos prefabricados. Están compuestas fundamentalmente por hormigón, armadura activa para pretensado, armadura pasiva en zonas muy localizadas y vainas poliméricas que permiten alojar los tirafondos que forman parte del sistema de fijación de los carriles. Los agujeros de las vainas generan debilidades en los extremos de las traviesas debido a la alineación de huecos que presentan, duplicándose estos últimos en el caso de las traviesas polivalentes (permiten la colocación de carriles en ancho ibérico o internacional). Dado que el hormigón entre vainas suele carecer de armadura pasiva transversal, esta zona es susceptible de presentar fisuras longitudinales a lo largo de su vida útil, debido a las solicitaciones que producen los diferentes tipos de acciones que actúan sobre la traviesa: par de apriete de los tirafondos, gravitatorias, pretensado, térmicas y dinámicas. En el empleo de diferentes materiales que componen las vainas. En concreto, se analiza el período comprendido entre la fabricación y su puesta en obra, durante el que las principales solicitaciones son debidas al pretensado y a variaciones térmicas que puedan darse en este periodo.

PALABRAS CLAVE: Hormigón pretensado, Traviesas de ferrocarril, Tirafondos, Fisuración longitudinal.

ABSTRACT

Prestressed sleepers used on the track superstructure of railways are manufactured by normalised processes in factories of precast elements. These elements are composed by concrete, prestressing wires, steel rebars in very localised regions and polymeric pods that allow attaching the fastening system of the railway to the sleeper by means of bolts. These holes weaken the concrete element in this region, doubling their number in the case of multipurpose sleepers (they allow fastening rails at two spacings, making them suitable for both, the Iberian and the International widths). Given that the concrete around the pods has no steel rebars, this region is more likely to develop longitudinal cracks between the pod holes during its service life due to different effects, such as the tightening torque of the bolts, gravity, prestressing loading, thermal variations or dynamic loading. In the present study the influence of using different materials for the pods on the appearance of longitudinal cracks and their propagation is analysed. More specifically, this study is focused on the time period between the manufacturing of the element and its placing on the railway, when the main effects are due to prestressing and possible thermal variations.

KEYWORDS: Prestressed concrete, Railway sleepers, Bolts, Longitudinal cracking.

1. INTRODUCCIÓN

Las traviesas de hormigón pretensado son los elementos encargados de transmitir las cargas procedentes de los vehículos móviles al terreno, por lo que son fundamentales para el buen funcionamiento de las vías de ferrocarril. Se trata de piezas que pueden ser consideradas como frágiles ya que cuentan con escasa o nula armadura pasiva, por lo que requieren de armadura activa para dotarlas de suficiente resistencia para absorber los esfuerzos a las que estarán sometidas a lo largo de su período de vida útil.

La fisuración en este tipo de traviesas es un problema que se ha abordado en diferentes estudios desde hace varios años. Las más habituales son las fisuras longitudinales con origen en la zona de las vainas que sirven para el alojamiento de los tirafondos que forman parte del sistema de sujeción de los carriles. Surgen
como consecuencia del par de apriete de los tirafondos y de la carga de pretensado de los alambres [1] [2].



Figura 1. Fisuración longitudinal según el plano del eje de simetría vertical.

La fragilidad de estos elementos puede hacerlos sensibles a cambios, en principio aparentemente intrascendentes, en los materiales de los componentes de las mismas. Tal es el caso del empleo de materiales de diferente composición en las vainas, o bien de la utilización de áridos de procedencias diversas en la fabricación del hormigón.

En el presente estudio se ha analizado y modelizado una traviesa monobloque polivalente PR-10 para anchos entre railes de 1435/1668mm, homologada por el Administrador de Infraestructuras Ferroviarias (ADIF), según su especificación técnica [3].

Este tipo de traviesa, es simétrica respecto de los planos medios verticales longitudinal y transversal, posee una longitud de 2.600 mm y una altura total de 267 mm. La armadura activa está formada por cuatro alambres grafilados de 10,5 mm de diámetro. Para la sujeción y apoyo de los carriles dispone de cuatro vainas en cada lado.



Figura 2.- Plano de alzado de traviesa PR-10. Fuente: Andaluza de Traviesas, S.A.



Figura 3.- Plano de sección de traviesa PR-10. Fuente: Andaluza de Traviesas, S.A.

El objeto de este artículo es el análisis del comportamiento mecánico de la traviesa al utilizar para

su fabricación vainas y áridos de diferente composición., Se considera el período comprendido entre su fabricación y su puesta en obra. En ésta última, se tiene en cuenta únicamente la fase de posicionamiento a la intemperie de las traviesas sin apilamiento junto a la traza de la vía, previa a su colocación definitiva

2. SIMULACIÓN NUMÉRICA

2.1. Acciones y condiciones de contorno

Las traviesas polivalentes de hormigón pretensado son el resultado de un proceso de fabricación industrial controlado y normalizado. Las fases de construcción se resumen a continuación:

- Preparación y limpieza de los moldes metálicos para el alojamiento de dos traviesas de forma paralela.
- Montaje de los alambres de pretensado y de las vainas en los moldes.

- Tesado individual de los alambres, que poseen un lado activo y otro con anclaje pasivo, mediante gatos hidráulicos de los alambres.
- Hormigonado y vibrado de los moldes, simultáneamente al vertido del hormigón.
- Curado de las traviesas alojadas en los moldes en estufas de curado dotadas de mecanismos para controlar de manera exhaustiva la humedad y la temperatura. Este proceso puede variar entre fabricantes y suele constar de diferentes etapas y escalones de temperatura, alcanzando temperaturas máximas en torno a los 50°C.
- Verificación de la resistencia del hormigón tras retirar los moldes de las estufas, y transferencia del pretensado de forma simultánea en todos los alambres.
- Desmoldeo de traviesas, presentación y colocación de piezas acodadas, placas de asiento, y elementos de sujeción tipo Voslooh. Dichos elementos quedan fijados mediante dos tirafondos, alojados en sus respectivas vainas, a los que se les aplica un ligero par de apriete.
- Paletización de traviesas y acopio en la campa de la planta de fabricación.

Las acciones consideradas en este estudio comprenden los estados de cargas desde el momento de la transferencia de la fuerza de pretensado, hasta el acopio en obra previo a la instalación de la traviesa en la vía.

En primer lugar, se ha considerado una carga de pretensado de 112,5 kN por alambre, que se transmite a toda la sección transversal de la traviesa. Esta carga se ha introducido como una deformación inicial de la armadura (0,0065) a tiempo infinito y sin considerar las pérdidas de pretensado. El valor de la carga se corresponde con la que habitualmente dispone un fabricante de traviesas.

Tras el pretensado las traviesas se someten a soleamiento, siendo en el período estival el caso más desfavorable, cuando se llega a un incremento de temperatura máximo de 48°C, tal y como se concluye en un informe elaborado por la empresa Intemac [4]. El incremento térmico se ha aplicado en escalones crecientes (8 etapas) de 6°C, a todos los materiales que componen la traviesa, considerando un régimen permanente y uniforme de temperatura en cada etapa.

No se ha considerado la acción generada por el par de apriete de los tirafondos. Aunque éstos están colocados en las vainas, el par de apriete con el que se colocan es de 15 N·m, que es prácticamente despreciable respecto del par de apriete de 220 N·m, aplicado en la puesta en obra definitiva.

2.2. Componentes de la traviesa

El modelo numérico, tal y como se puede apreciar en la figura 4, se corresponde con 1/4 de la traviesa, ya que

ésta presenta doble simetría axial y transversal tanto en su geometría como en las cargas. Las condiciones de contorno establecidas son apoyos simples en los bordes que se corresponden con los ejes de simetría. Los elementos que componen el modelo de la traviesa, en los que se ha considerado que existe una buena adherencia en el contacto entre ellos, son los siguientes:

- Hormigón en el extremo y en la zona de las vainas con espesor 210 mm (color azul). La parte central (color naranja) se ha modelizado con un espesor de 120mm.
- Los huecos interiores de las vainas tienen un radio de 10,56mm y un espesor de 120 mm.
- Las vainas (color morado) tienen un espesor de 120 mm y un grosor medio en la dirección radial de 4,59 mm.
- Los tirafondos (color magenta) tienen el mismo espesor que las vainas, 120 mm.
- El acero modelizado es el que se corresponde con dos alambres de 10,50 mm de diámetro.



Figura 4. Detalle de 1/4 de traviesa para la obtención del modelo de elementos finitos en tensión plana, con tirafondos alojados en las vainas 1 y 3.

En cuanto al hormigón que conforma la traviesa, se ha considerado el empleo de dos tipos de hormigón con resistencia característica a compresión a 28 días de 60 N/mm² pero con áridos de diferente procedencia: calizo y silíceo. Respecto a la composición del material de las vainas se han analizado tres tipos: Polietileno de alta densidad (Vaina V1), Poliamida (Vaina V2), Poliamida reforzada con fibra de vidrio (Vaina V3).

Las propiedades mecánicas de los materiales empleados en los modelos de numéricos se reflejan en la siguiente tabla:

Material	f _{cy} [N/mm ²]	f _{ty} [N/mm ²]	E [N/mm ²]	V	α [°C ⁻¹]
HP-60_C	60	4,05	34.694	0,20	8,5e ⁻⁶
HP-60_S	60	4,05	34.694	0,20	13e ⁻⁶
Vaina V1	160	160	1.000	0,39	200e ⁻⁶
Vaina V2	160	160	3.200	0,39	100e ⁻⁶
Vaina V3	160	160	11.000	0,39	100e ⁻⁶
Acero tirafondos	500	500	200.000	0,30	10e ⁻⁶
Acero pretensado	1.335	1.335	200.000	0,30	10e-6

Tabla 1. Propiedades mecánicas de los materiales introducidos en el modelo numérico

Donde:

 f_{cy} : límite elástico de compresión.

 f_{ty} : límite elástico de tracción. En el caso del hormigón es la resistencia a tracción resultante de aplicar un factor de 0,9 sobre la resistencia a tracción indirecta obtenida del Ensayo Brasileño (Artículo 31.3 de la EHE [5]).

E : Módulo de elasticidad.

v : Coeficiente de Poisson.

 α : Coeficiente de dilatación térmica. (Los valores adoptados para el hormigón calizo y silíceo son similares a los que propone J. Calavera [6])

2.3. Modelo numérico

El proceso de cálculo de la traviesa se ha realizado considerando el comportamiento no-lineal del hormigón, utilizando para ello el software VecTor2 [7]., Se ha utilizado para el mismo, un modelo constitutivo elasto-plástico (Parábola (pre-peak) y Modified Park-Kent (post-peak) para compresión; y Linear Tension Softening (post-peak) para tracción, dado que se trata de un hormigón en masa). La respuesta a los esfuerzos de tracción que considera el modelo de Linear Tension Softening (post-peak) tiene en cuenta la presencia de tensiones de tracción tras la fisuración del hormigón en masa, según se puede apreciar en la figura 5. La formación de una rotura localizada requiere energía, de forma que a medida que la fisura crece, el hormigón próximo va disminuyendo su tensión, propagándose la energía disipada. La energía de fractura por unidad de superficie considerada en el modelo para la formación de una fisura es de 75 N/m. En relación con el acero y los materiales de las vainas, se ha considerado un modelo elástico, ya que no se prevé la plastificación de estos materiales, tal y como se ha podido comprobar.



Figura 5. Linear Tension Softening

El modelo de cálculo por elementos finitos supone la formación de fisuras de acuerdo con la Teoría de Fisuras Difuminadas (TFD; *Smeared Crack Theory*). La TFD se apoya en la Teoría de Campo de Tensiones Modificadas [8], que tiene en cuenta la variación de la resistencia a compresión del hormigón entre fisuras. En este estudio se contempla la reorientación de la fisura en función de las direcciones principales de tensiones que estarán alineadas con las homólogas principales de deformación.

Dado que la rotura en un punto del material se desarrolla tomando como valores de referencia los de la deformación principal y que ésta debe traducirse en valores de apertura de fisura, se ha de emplear una longitud de referencia, L_r , dentro del elemento que permita esta conversión, longitud que coincide con la dimensión del elemento en la dirección perpendicular a la fisura [9].

3. RESULTADOS

En los seis modelos estudiados, que combinan los dos tipos de hormigón con los tres tipos de vainas definidos anteriormente, se puede apreciar que para el estado de cargas debido a la transferencia de la fuerza de pretensado al hormigón, que es previo al incremento de temperatura, se obtienen valores de tracción inferiores a la resistencia de tracción del hormigón en los elementos próximos a las vainas. En esta etapa no se producen fisuras en el entorno de las vainas.

En las etapas de cálculo que representan los ocho escalones de incremento de temperatura, hasta llegar al máximo de incremento de 48° C, se ha podido comprobar que el modelo comienza a fisurar junto a las vainas 1 y 3, progresando la fisura entre todas las vainas y hacia el extremo de la traviesa.



Figura 6. Comienzo de la fisuración ΔT 6°C (a) y progresión de la fisura ΔT 24°C (b). (En rojo, elementos finitos fisurados).

Se ha analizado también la evolución de la fisuración de uno de los elementos finitos situados entre las vainas más próximas entre sí, que son la 2 y 3, (elemento 1) y en un elemento finito situado entre el extremo de la traviesa y la vaina 1 (elemento 2). El valor de apertura de fisura, w, obtenido a partir de los valores de deformación máxima del modelo de elementos finitos 2D, tiene carácter aproximado por defecto. Esto se debe, fundamentalmente, a la simplificación de utilizar un modelo 2D de elementos finitos para representar el comportamiento mecánico de la traviesa, En dicho modelo, la fisuración se manifiesta en todo el espesor de la pieza, con un valor w constante. Experimentalmente [4], se constató que el valor máximo alcanzado por w para un incremento de temperatura de 48 °C fue de 0.05 mm y no en todo el espesor de la traviesa. El correspondiente valor máximo de w en el modelo numérico fue de 0.037 mm.



Figura 7. Elementos finitos analizados. Las líneas rojas simbolizan las fisuras y su dirección en cada elemento.

En las Figuras 8 y 9 se muestra la evolución de la apertura de fisura en los elementos 1 y 2 respectivamente para los casos de árido calizo (C) y

silíceo (S) y para las tres vainas consideradas (V1, V2 y V3).



Figura 8. Evolución de w del elemento 1(situado entre las vainas 2 y vaina 3).



Figura 9. Evolución de w del elemento 2 (situado entre el extremo de la traviesa y la vaina 1).

Tal y como se puede apreciar, w sigue una progresión no lineal, y se acentúa a partir de un incremento de temperatura superior a 24°C, sobre todo en las vainas tipo V3 (de poliamida reforzada con fibra de vidrio). Asimismo, en los modelos en los que se ha empleado hormigón con árido silíceo, w siempre es menor que en los de árido calizo. Los valores extremos de fisura apreciados son del orden de 0,028 mm para el modelo de hormigón con árido calizo y vainas tipo V3, y de 0,025 mm para el modelo de hormigón con árido silíceo y vainas tipo V3. No obstante, en el caso de la vaina V3, que es la que produce mayores aperturas de fisura tanto para ambos tipos de áridos, es destacable las diferencias que se determinados producen bajo incrementos de temperatura. Por ejemplo, en el rango de incrementos de temperatura entre 30 y 36°C, las aperturas de fisura son del entorno al doble en el caso de emplear árido calizo respecto al árido silíceo.

4. CONCLUSIONES

Los resultados obtenidos evidencian que las traviesas de hormigón son muy sensibles a las propiedades de los materiales que la componen y especialmente a los materiales en los que el coeficiente de dilatación térmica es mucho mayor que el del hormigón. Éstas pueden considerarse como muy frágiles como consecuencia de la inexistencia de armadura pasiva y del empleo de hormigones de alta resistencia.

Los valores de apertura fisura observados en los modelos numéricos que se representan pueden considerarse como valores medios debido a las leyes constitutivas consideradas en el cálculo. Estos valores muestran que el material de las vainas que alojan los tirafondos de sujeción de los raíles puede ser determinante en la aparición de fisuras debidas a efectos térmicos. De entre las vainas analizadas, las vainas de polietileno y de poliamida no parecen inducir fuertes tensiones en el hormigón y la fisuración presenta valores bajos incluso para altos incrementos de temperatura. Por el contrario, la vaina de poliamida con fibra de vidrio, debido a su alto módulo elástico, induce unas tracciones mucho mayores y provoca una fisuración notable en el hormigón.

Por otra parte, los hormigones de árido silíceo presentan w menores que los de árido calizo. Éstas son entre el 7 y el 25 % menores para el caso de mayor incremento de temperatura estudiado. No obstante, es importante destacar que, para incrementos intermedios de temperatura, entre 30 y 36° C, esta diferencia de apertura de fisuras llega a ser del orden del 50%.

Finalmente, cabe llamar la atención sobre el hecho de que en este estudio no se han tenido en cuenta algunos efectos, como el par de apriete final de los tirafondos o las cargas producidas por el paso de vehículos, por lo que es previsible que la fisuración se vea acentuada bajo esas circunstancias.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer a la empresa Andaluza de Traviesas, S.A (Antrasa), por facilitar el acceso a sus instalaciones, mostrar el proceso de producción de las traviesas, y facilitar documentación técnica en relación con los materiales empleados en la fabricación.

REFERENCIAS

- [1] J. Taherinezhad, M. Sofi, P. A. Mendis, and T. Ngo, "A review of behaviour of Prestressed concrete sleepers," *Electronic Journal of Structural Engineering*, vol. 13, no. 1. pp. 1–16, 2013.
- [2] S. A. Edisy, "Investigation on the Causes of Longitudinal Cracks on Prestressed Monoblock Railway Sleepers of Metric Gauge of," *System*, vol. 1, no. 8, 2008.
- [3] ADIF, "ET 03.360.571.8. Especificación Técnica. Traviesas Monobloque de Hormigón," 2018.
- [4] INTEMAC, "Informe sobre los resultados de la comprobación experimental del comportamiento de traviesas, frente a la exposición por cambios térmicos, efectuada para el estudio de las causas de la fisutación observada en traviesas fabricadas en la factoría de Antrasa," 2018.
- [5] M. Fomento, "Instrucción de Hormigón Estructural (EHE-08)," 2008.
- [6] J. Calavera Ruíz, *Proyecto y cálculo de estructuras de hormigón: en masa, armado, pretensado*, 2ª Edición. Intemac, 2008.
- [7] P. S. Wong, F. J. Vecchio, and H. Trommels, *VecTor2 and FormWorks user's manual*. 2013.
- [8] F. J. Vecchio and M. P. Collins, "The Modified Compression Field Theory for reinforced concrete elements subjected to shear," ACI Struct. J., vol. 83, pp. 925–933, 1986.
- [9] Z. P. Bažant, "Concrete fracture models: Testing and practice," *Eng. Fract. Mech.*, 2001.

INFLUENCIA DEL ACABADO SUPERFICIAL Y LA POROSIDAD EN EL COMPORTAMIENTO A FATIGA DE LA ALEACIÓN A356

R. Hidalgo¹, J.A. Esnaola¹, A. Zabala¹, I. Llavori¹, M. Larrañaga¹, N. Herrero-Dorca¹, I. Hurtado¹, E. Ochoa de Zabalegui², P. Rodríguez², A. Kortabarria²

¹ Mondragon Unibertsitatea, Loramendi 4, 20500, Arrasate-Mondragón, Guipuzcoa ² Centro Tecnológico Edertek, Isasi 6, 20500 Arrasate-Mondragón, Guipuzcoa * Persona de contacto: rhidalgo@mondragon.edu

RESUMEN

La calidad superficial es un aspecto clave que afecta al comportamiento a fatiga de los materiales ya que el fallo a fatiga comienza generalmente en la superficie. Para tener en cuenta este aspecto en la predicción de vida a fatiga se hace uso de coeficientes de corrección que tienen en cuenta aspectos cualitativos como el proceso de fabricación o parámetros de rugosidad, generalmente R_a. Sin embargo, existen otros parámetros que caracterizan de forma más precisa la variabilidad presente en las distintas topografías y que pueden ser más indicativos de comportamiento a fatiga que presentan los distintos tipos de superficies. Por otro lado, en aleaciones de aluminio de fundición, los defectos asociados al proceso, como la porosidad, también tienen una gran influencia en el comportamiento a fatiga. Pocos trabajos de la bibliografía estudian conjuntamente la influencia de la porosidad y la calidad superficial en el comportamiento a fatiga de aleaciones de aluminio. Por este motivo, en el presente trabajo se analiza el efecto de tres calidades superficiales (pulido, mecanizado y fundido) en el comportamiento a fatiga de la aleación de fundición A356. Para ello, se han elaborado las curvas S-N correspondientes a cada condición superficial, se han identificado los lugares de iniciación del fallo mediante SEM y se ha realizado una caracterización topográfica en 3D de cada una de las superficies analizadas.

PALABRAS CLAVE: Fundición de aluminio; Porosidad; Calidad superficial; Fatiga

ABSTRACT

As fatigue failure usually starts at the surface of specimens, the surface roughness is a key factor that has an effect on this phenomenon. To take it into account to predict fatigue life, empirical correction factors are used overall based on qualitative aspects as the manufacturing process or quantitative characteristics as the 2D average surface roughness, R_a. However, alternative parameters exist that describe the surface characteristics in a more representative way. Moreover, in aluminum casting alloys, the defects introduced during the process, as porosity or inclusions, have also an influence on the fatigue life. Nevertheless, there are few works centered on the study of both factors on the fatigue performance of casting alloys. For this reason, in the present work, the effect of three surface conditions (as cast, machined and polished) on the fatigue behavior of the A356 alloy was analyzed. For this purpose, the S-N curves for each condition were obtained, the initiation sites were identified and a 3D topographical characterization was carried out in all the surfaces under study. **KEYWORDS:** Casting Aluminium alloys; Porosity; Surface finish; Fatigue

1 INTRODUCCIÓN

La fundición de hierro utilizada como material en la fabricación de componentes de automoción está siendo reemplazada progresivamente por las aleaciones de aluminio con el objetivo de conseguir vehículos más ligeros y eficientes en consumo de combustible. De entre ellas, la aleación A356 es la más utilizada en este sector debido a su alto ratio resistencia/peso, buena colabilidad y respuesta al tratamiento térmico. El aspecto negativo de estas aleaciones es que presentan defectos, como porosidad o inclusiones, que son consecuencia del proceso de fabricación y que influyen negativamente en

sus propiedades mecánicas, especialmente en el comportamiento a fatiga [1].

A parte de esto, debido a que las grietas de fatiga se originan en la superficie, la calidad superficial también es un aspecto importante que afecta a la vida a fatiga especialmente cuando la etapa de iniciación es más relevante, lo que sucede en altos ciclos.

Para tener en cuenta el efecto de este factor en el cálculo de vida a fatiga se hace uso de factores de corrección $C_{\rm s}$. Estos parámetros ajustan el valor del límite de fatiga bien en función del proceso de fabricación (forjado,

mecanizado...) o bien en función del parámetro de rugosidad superficial R_a . Este parámetro es el más utilizado para describir la rugosidad de un componente. Sin embargo, a medida que el factor superficial gana importancia, existe una necesidad cada vez mayor de utilizar procedimientos de caracterización de la superficie más avanzados [2].

Además, teniendo en cuenta que en fatiga las grietas se inician en la superficie, en el caso particular de aleaciones de aluminio de fundición, los defectos superficiales o cercanos a la superficie también juegan un papel fundamental en el comportamiento a fatiga de las mismas. Por lo que, en estas aleaciones, ambos efectos deben ser considerados en la etapa de predicción. En este sentido, son pocos los trabajos encontrados en la bibliografía en los que se estudie conjuntamente la influencia de la calidad superficial y la porosidad en el comportamiento a fatiga de aleaciones de aluminio. Lo que queda claro en estos estudios es que probetas con superficies fundidas presentan una vida a fatiga menor que probetas con superficie pulida [3-7]. En cuanto a la diferencia de comportamiento entre superficies fundidas y mecanizadas, S. Jian [4] mostró que la superficie fundida resultaba menos perjudicial que la mecanizada. Sin embargo, en ese estudio los aspectos microestructurales no eran constantes en todas las muestras analizadas.

Por lo tanto, en el presente estudio se analiza el efecto de tres calidades superficiales (pulido, mecanizado y fundido) en el comportamiento a fatiga de la aleación A356. Para ello se obtiene la curva S-N para cada condición superficial y se identifica en cada caso los mecanismos de iniciación de grieta. Adicionalmente, se realiza una caracterización detallada de cada topografía superficial en 3D calculando los valores de los parámetros que presentan mayor influencia en el comportamiento a fatiga.

2 PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

Las probetas se fabricaron a partir de lingotes de aleación A356 (Al-7Si-0.3 Mg) que se introdujeron en un horno contenedor para su fusión y posterior moldeo en coquilla. A continuación todas las probetas se sometieron a un tratamiento térmico T6 consistente en un solubilizado a 540 °C durante 6 h seguido de una etapa de envejecimiento a 160 °C durante 5 h. Cabe mencionar que todas las probetas utilizadas en el estudio se fabricaron en las mismas condiciones para evitar la influencia de otros aspectos microestructurales como el SDAS, tamaño de grano o composición.

Las probetas fundidas tenían una longitud total de 190 mm, 12 mm de diámetro y 50 mm de longitud calibrada. Las probetas con superficie mecanizada se obtuvieron a partir de las primeras resultando en un diámetro final de 11 mm. A continuación, mediante pulido con lija de 1200 y paños con pasta de diamante de 5, 3 y 1 μ m se

consiguieron las probetas con superficie pulida con las mismas dimensiones que las mecanizadas (Figura 1).



Figura 1. Probetas utilizadas en los ensayos de fatiga (dimensiones en mm). A) Superficie fundida. B) Superficies mecanizada y pulida.

Los ensayos de fatiga se llevaron a cabo de acuerdo a la norma ASTM-E466 en una máquina de ensayos MTS810 a temperatura ambiente, con un ratio de tensiones R=-1 y frecuencia de 10 Hz. Los coeficientes de Basquin se obtuvieron mediante regresión de las curvas S-N. A continuación, las zonas de inicio de grieta se analizaron mediante un microscopio electrónico FEI Nova Nano SEM 450. Finalmente, para la caracterización de la topografía superficial se utilizó un equipo SensoFar S-NEOX (20x EPI Confocal) y los parámetros se calcularon en la superficie primaria mediante el software de metrología SensoMap Premium V7.

3 **RESULTADOS**

3.1 Porosidad

La microestructura de la aleación A356 consiste en dendritas de aluminio rodeadas de Si eutéctico. En las muestras pueden encontrarse dos tipos de porosidad, la debida a la contracción durante la solidificación y la debida al gas atrapado en el caldo, ésta última tenía menos presencia en el caso estudiado. Ambas porosidades pueden distinguirse por su forma, la de contracción es más irregular y la formada por gas más redondeada (Figura 2).



Figura 2. Porosidad presente en las muestras a) Poro por contracción b) Poro de gas

Como todas las probetas fueron fabricadas en idénticas condiciones se considera que el valor de porosidad es constante en todas ellas.

3.2 Caracterización curvas S-N.

Los ensayos de fatiga se llevaron a cabo en probetas con tres superficies; fundida, mecanizada y pulida. En la Figura 3 se muestran las curvas S-N obtenidas a partir de los ensayos. Como se puede observar, la vida a fatiga de las probetas fundidas es notablemente menor que las pulidas y mecanizadas, mientras que apenas existe diferencia en el comportamiento de estas dos últimas.



figura 3. Curva S-N probetas pulidas, mecanizadas j fundidas.

3.3 Análisis fractográfico

Con el objetivo de entender las diferencias en el comportamiento a fatiga de las distintas superficies, se identificaron las zonas en las que se inicia el fallo en cada una de ellas.

En las probetas fundidas las grietas comenzaban principalmente en valles cercanos a poros o inclusiones como se muestra en la Figura 4. Por lo otro lado, en las probetas mecanizadas y pulidas, las grietas se iniciaban preferentemente en poros o inclusiones (Figura 5).



(a)



Figura 4. Ejemplos de inicio de grieta en probetas con superficie fundida.



Figura 5. Ejemplos de inicio de grieta en probetas a) con superficie mecanizada y b) pulida.

Cabe mencionar que las probetas pulidas fueron previamente mecanizadas por lo que algunos defectos originados durante esta operación pueden ser los responsables de que no se obtuviera una mayor vida a fatiga en estas probetas. Como ejemplo en la Figura 6 se muestra un fallo de mecanizado detectado en una probeta pulida que puede haber sido el responsable de una menor vida a fatiga.



Figura 6. Ejemplo de un fallo de mecanizado en una probeta pulida.

3.4 Calidad superficial

La caracterización en perfil 2D continúa desempeñando un papel importante en la evaluación de la rugosidad superficial. Sin embargo, la medición en área proporciona más información, no solo en la identificación cualitativa de las características de la superficie (agujeros, valles, texturas...), sino también en la determinación de los tamaños, formas y volúmenes. En este sentido existen parámetros alternativos a R_a que pueden emplearse en la caracterización de la superficie y que se pueden relacionar con el comportamiento a fatiga.

La vida a fatiga depende en gran medida de la rugosidad superficial cuando la altura media de las asperezas supera al de los defectos intrínsecos del material. Los parámetros descriptores de altura son, por lo tanto, necesarios para caracterizar las probetas de fatiga. Dentro de los descriptores de altura, la rugosidad media S_a es el parámetro análogo al 2D R_a . Sin embargo no es el único parámetro necesario para definir la totalidad de la superficie. La desviación estándar de la altura de asperezas S_q también está muy relacionada con la vida a fatiga y es un parámetro importante a tener en cuenta [8].

Como los valles presentan una gran influencia en el comportamiento a fatiga ya que pueden ser zonas de inicio de grieta., el parámetro de asimetría estadística skewness S_{sk} , que muestra una relación entre los picos y los valles presentes, puede tener gran importancia. Un valor negativo de S_{sk} indica la presencia predominante de valles mientras que un valor positivo indica la predominancia de picos.

Los concentradores de tensiones también tienen importancia en el comportamiento a fatiga. Por lo tanto, la longitud de autocorrelación S_{al} , que indica el valor en distancia horizontal en el que se puede encontrar una textura que es estadísticamente diferente respecto a la posición de origen, puede ser un buen indicador del comportamiento a fatiga. Según esto, si el valor de S_{al} es alto, indica que la superficie presenta un gran espaciado entre asperezas, lo cual es positivo desde el punto de vista de fatiga. En este sentido, el parámetro V_{vv} que indica el volumen de vacío en la zona del valle, también puede ser un buen indicador. Un menor valor de V_{vv} indica radios de punta de valle mayores, lo cual resulta en un mejor comportamiento a fatiga.

En este trabajo, las topografías superficiales de las probetas fundidas, mecanizadas y pulidas se caracterizaron en base a los cuatro parámetros en 3D descritos anteriormente. Estos parámetros se obtuvieron a partir de las áreas 3D que se muestran en la Figura 7. Los valores de estos parámetros calculados a partir de los datos extraídos de estas superficies se recogen en las Tabla 1.



Figura 7. Imágenes 3D obtenidas para la caracterización superficial (nota:cada superficie tiene escala en altura independiente)

	Tabla 1. Parámetros S_{a} , S_{q} , S_{al} , $S_{sk,y}$ V_{vv} .					
	Sa	$S_{\mathbf{q}}$	Sal	$V_{ m vv}$	$S_{\rm sk}$	
Б	10,2	12,6	0,18	0,0016	-0,32	
г	±1,0	$\pm 1,1$	±0,01	$\pm 0,0001$	±0,21	
М	22 ± 0.1	28101	0,037	0,00019	0,533	
IVI	2,3±0,1	2,0±0,1	±0,001	$\pm 0,00002$	±0,031	
D	0.5 0.1	0602	0,198	0,00007	-0,02	
ſ	0,5±0,1	0,0±0,2	±0,070	$\pm 0,00002$	±0,171	

En base a los valores de los parámetros calculados, la superficie fundida se caracteriza por una alta rugosidad, que se relaciona con un elevado valor de S_a y S_q , una prevalencia de valles frente a picos, indicado mediante el mayor valor negativo de S_{sk} y un radio de curvatura de los valles pequeño, que se corresponde con el mayor valor de V_{vv} . Todos ellos son factores que indican un peor comportamiento a fatiga como efectivamente se refleja en las curvas S-N de la Figura 3.

Comparando los parámetros en las superficies pulida y mecanizada, la segunda presenta mayor rugosidad superficial (mayor valor de S_a), y los concentradores de tensiones que se forman en los valles son elevados (menor valor de S_{al}). Sin embargo, el valor de S_{sk} indica

la presencia de picos frente a valles, lo cual no es tan perjudicial.

Atendiendo a estos parámetros, el comportamiento a fatiga de la superficie mecanizada debería ser peor que el de la superficie pulida. Sin embargo, esto no es lo que indican las curvas S-N. Por este motivo, el comportamiento tan similar que presentan estas superficies en el comportamiento a fatiga puede estar más relacionado con los fallos introducidos durante el mecanizado que por las características superficiales que presentan.

4 CONCLUSIONES

En este trabajo se ha estudiado la influencia de la porosidad y la calidad superficial en el comportamiento a fatiga de la aleación A356-T6.

La superficie fundida presenta una vida a fatiga menor que las superficies pulida y mecanizada. Mediante la caracterización 3D de las superficies se ha podido observar que esto se debe a una mayor rugosidad superficial y una mayor presencia de valles con radios de punta pequeños que generan altos concentradores de tensiones y, junto con los poros cercanos, aceleran la etapa de iniciación de grieta, disminuyendo con ello el número de ciclos total.

Al reducir la rugosidad en las superficies mecanizadas y pulidas, estos mecanismos de iniciación de grieta cambian aumentando así la vida a fatiga total. Según las características superficiales analizadas, era de esperar que la superficie pulida presentara una vida a fatiga mayor. Sin embargo, se ha observado que los defectos introducidos durante la etapa previa mecanizado no pudieron ser eliminados y son los responsables de este comportamiento.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer al Ministerio de Economía, Industria y Competitividad del Gobierno de España la financiación a través del Programa Estatal de I+D+i Orientada a los Retos de la Sociedad a través del proyecto ALPRE (RTC-2015-3822-4) así como a la Unión Europea mediante los fondos FEDER.

REFERENCIAS

- J. Linder, M. Axelsson, H. Nilsson, The influence of porosity on the fatigue life for sand and permanent mould cast aluminium, Int. J. Fatigue. 28 (2006) 1752–1758. doi:10.1016/j.ijfatigue.2006.01.001.
- [2] A. Zabala, L. Blunt, W. Tato, A. Aginagalde, X. Gomez, I. Llavori, The use of areal surface topography characterisation in relation to fatigue performance, MATEC Web Conf. 165 (2018) 1–

6. doi:10.1051/matecconf/201816514013.

- H. Jiang, P. Bowen, J.F. Knott, Fatigue performance of a cast aluminium alloy Al-7Si-Mg with surface defects, J. Mater. Sci. 34 (1999) 719–725. doi:10.1023/A:1004560510632.
- [4] S.N. Jiang, S.Y. Xu, Influence of Surface Conditions on the Fatigue Behavior of A357 Aluminum Alloy, Mater. Sci. Forum. 850 (2016) 113–119.

doi:10.4028/www.scientific.net/MSF.850.113.

- I. Serrano-Munoz, J.-Y. Buffiere, C. Verdu, Y. Gaillard, P. Mu, Y. Nadot, Influence of surface and internal casting defects on the fatigue behaviour of A357-T6 cast aluminium alloy, Int. J. Fatigue. (2016). doi:10.1016/j.ijfatigue.2015.07.032.
- [6] J. Yamabe, M. Kobashi, Influence of casting surfaces on fatigue strength of ductile cast iron, Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct. 29 (2006) 403– 415. doi:10.1111/j.1460-2695.2006.01017.x.
- [7] R. Svenningsson, H. Svensson, H. Borgström, A. Gotte, Influence of the surface roughness on the fatigue properties in ausferritic ductile irons (ADI), MATEC Web Conf. 12 (2014) 6006. doi:10.1051/matecconf/20141206006.
- [8] S. Andrews, H. Sehitoglu, Computer model for fatigue crack growth from rough surfaces, Int. J. Fatigue. 22 (2000) 619–630. doi:10.1016/S0142-1123(00)00018-9.

ANÁLISIS DE ROTURA DE VÁLVULA.

R. Rivera^{1*}, C. López¹, A. Valencia¹

¹ Tecnología de Materiales y Componentes Instituto Tecnológico de Aragón, C/ María de Luna 8, 50018 Zaragoza, España. * Persona de contacto: rrivera@itainnova.es

RESUMEN

En el presente trabajo se describen los análisis efectuados para la identificación de las causas de la rotura de una válvula de una instalación de agua caliente sanitaria (ACS). La sistemática empleada está basada en la metodología general aplicable a los estudios de análisis de fallo. Tras la recopilación de los antecedentes de la rotura, se efectuó una inspección visual de los elementos involucrados, caracterizando en laboratorio la rotura a nivel macro y microscópico (SEM). A partir de estos análisis se identificó el mecanismo de rotura actuante, que junto a los resultados de la caracterización del material de fabricación, proporcionaron la información suficiente y necesaria para establecer las causas del fallo y su clasificación. Los resultados obtenidos en los análisis realizados, han permitido concluir que la rotura de la válvula se ha producido bajo la actuación de un mecanismo de fallo de corrosión bajo tensión, siendo la causa raíz un fallo de fabricación.

PALABRAS CLAVE: Corrosión bajo tensión, Válvula, Latón.

ABSTRACT

In the present work, the analyses carried out for the identification of the causes of the failure of a Sanitary Hot Water valve are described. The methodology employed in the study is based on the general methodology applicable to the failure analysis studies. After the compilation of the antecedents of the fractures, a visual inspection of the involved elements and a characterization of the fracture at macro and microscopic level were carried out. From the results of these analyses, the mechanism of fracture was identified. This fact and the results of the characterization of material provided the information to establish the causes of the failure and its classification. The results obtained in the analyses performed, allowed to conclude that the fracture of the valve is produced due to the action of a stress corrosion cracking mechanism, being the root cause a manufacture failure.

KEYWORDS: Stress Corrosion Cracking, Valve, Brass

1. INTRODUCCIÓN

En el siguiente trabajo se presentan los resultados obtenidos en el análisis de fallo llevado a cabo para la determinación de las causas de rotura de una válvula de latón perteneciente a la red de distribución de agua caliente, transcurridos 1-2 años de la finalización de las obras y su puesta en funcionamiento.

La sistemática empleada está basada en la metodología general aplicable a los estudios de análisis de fallo [1]. Tras la recopilación de los antecedentes de la rotura objeto de estudio, se efectuó una inspección visual de las muestras, caracterizando en laboratorio las roturas a nivel macro y microscópico (SEM). A partir de estos análisis se identificó el mecanismo de rotura actuante, que junto a los resultados de la caracterización del material de fabricación, proporcionaron la información suficiente y necesaria para establecer las causas del fallo. El material de fabricación de las válvulas corresponde a una aleación cobre-cinc de designación CuZn39Pb3Sn [2].



Figura 1. Fotografía de las muestras analizadas

En los siguientes apartados se describen las tareas llevadas a cabo y los resultados obtenidos en el estudio.

2. INSPECCIÓN VISUAL

Las muestras analizadas están constituidas por dos válvulas de latón referenciadas como ROTA y NUEVA.

Las muestras están constituidas por dos válvulas que presentan dos de sus extremos roscados y cuyo cuerpo ofrece un recubrimiento de coloración gris.

Los valores obtenidos en el control dimensional efectuado sobre la rosca de las muestras analizadas son similares a los especificados a una rosca WHITWORTH para tubo G 1/2 paso 14, no observándose diferencias significativas entre las diferentes referencias analizadas [3].



Figura 2. Fotografía de la muestra NUEVA analizada. Extremo roscado

La válvula referencia ROTA se encuentra fracturada en uno de los extremos roscados de la misma. La superficie de fractura está contenida predominantemente en un plano transversal al eje de la válvula, de manera coincidente con el cuarto valle del roscado (zona sometida al apriete en servicio), y está caracterizada por la ausencia de estricción y de deformación aparente en el material lo que pone de manifiesto el carácter frágil de la rotura [4].



Figura 3. Fotografía de la localización de la rotura de la muestra ROTA

La superficie de rotura presenta marcas superficiales orientadas en la dirección de propagación de la rotura, y productos superficiales de coloración rojiza y un cierto ennegrecimiento, que permiten identificar, a priori, la superficie interior de la válvula (superficie en contacto con el agua de red) como la zona de inicio de la misma.



Figura 4. Fotografía de la superficie de rotura

El análisis de la superficie interior de la válvula referencia "ROTA" revela la presencia de agrietamientos secundarios de pequeña extensión, paralelos a la rotura principal y en una zona adyacente a la misma.



Figura 5. Fotografía de detalle de la superficie interior de la válvula ROTA

El análisis de la superficie exterior e interior de la muestra NUEVA revela la ausencia de agrietamientos a nivel macroscópico.



Figura 6. Fotografía de detalle de la superficie interior de la válvula NUEVA

3. ANÁLISIS POR MICROSCOPÍA ELECTRÓNICA DE BARRIDO (SEM) Y ENERGÍA DISPERSADA DE RAYOS X (EDS)

El análisis microfractográfico de la superficie de rotura de la válvula se ha realizado mediante el uso de un microscopio electrónico SEM EDX Hitachi S-3400 N de presión variable con analizador EDX Röntec XFlash de Si(Li).



Figura 7. Micrografía electrónica de la superficie de rotura referencia "ROTA"

La superficie de fractura de la pieza presenta acumulación de productos que impiden determinar la micromorfología original de la rotura.

La naturaleza elemental de dichos productos determinada mediante análisis químico por energía dispersada de rayos X revela la presencia de los elementos propios de la aleación, cobre, cinc, plomo, aluminio y hierro, además de potasio, calcio, magnesio, carbono (carbonatos), silicio, oxígeno (óxidos, hidróxidos) y azufre (compuestos derivados de azufre).



Figura 8. Micrografía electrónica de la superficie de rotura referencia "ROTA" recubierta de productos

Tras la eliminación parcial de los productos superficiales detectados mediante métodos químicos, la superficie de rotura presenta una micromorfología predominante de rotura de carácter frágil por seudodescohesión transcristalina [5].



Figura 9. Micrografía electrónica de la superficie de rotura correspondiente a la periferia interior de la referencia "ROTA"

El resto de la superficie de rotura analizada, la correspondiente a la periferia exterior de la rotura, está caracterizada por mostrar una micromorfología de rotura por coalescencia de microvacíos o "dimples" de carácter dúctil característica de una sobrecarga [6].



Figura 10. Micrografía electrónica de la superficie de rotura correspondiente a la periferia exterior de la referencia "ROTA"

La caracterización química del material de fabricación de las válvulas se ha realizado mediante análisis por energía dispersada de rayos sobre secciones planas y pulidas preparadas para tal efecto. Los resultados se presentan en la tabla 1.

Tabla 1.- Resultados composición química expresados en % en peso

REFERENCIA	%Cu	%Zn	%Pb	%Sn	%Fe
ROTA	56,79	39,54	2,53	0,40	0,74
NUEVA	55,75	40,90	2,51	0,35	0,49
CuZn39Pb3Sn s/norma EN12165:1999	57,0-59,0	resto	2,5-3,5	0,2-0,5	<0,4

El material de fabricación de las válvulas ofrece una composición química propia de la familia de aleaciones cobre-cinc (latones), similar a la especificada para un latón de designación CuZn39Pb3Sn [2].

4. ANÁLISIS POR MICROSCOPÍA ÓPTICA

Se preparan probetas metalográficas a partir de secciones longitudinales al eje de las válvulas que contienen la rotura objeto de estudio [7].

La microestructura que presenta el núcleo del material de fabricación de las piezas analizadas ROTA y NUEVA está constituida por una estructura bifásica $\alpha + \beta$ y precipitados de plomo y estaño aleatoriamente distribuidos.



Figura 11. Micrografía óptica de la microestructura presente en el núcleo del material de las válvulas

El análisis de la sección que contiene el agrietamiento que ha originado la fuga pone de manifiesto que su inicio se localiza en la superficie interior de la válvula, su progresión es ramificada y presenta un carácter predominantemente transgranular, con productos (óxidos) en su superficie.



Figura 12. Micrografía óptica del origen y progresión de la rotura principal

Además del agrietamiento principal, se observa a nivel microscópico la existencia de otros agrietamientos, con extensión variable, ramificados, rellenos de óxidos, y localizados en la superficie interior de la pieza coincidente con la localización de la zona roscada, fuera de la zona sometida al apriete en su instalación.



Figura 13. Micrografía óptica del origen y progresión de agrietamientos secundarios

De manera coincidente con el inicio de la rotura, y de manera generalizada en toda la superficie interior de la válvula, se observa una estructura deformada en frío derivada de los procesos de fabricación de la misma y evidencias de la actuación de un mecanismo de descincificación.



Figura 14. Micrografía óptica con revelado metalográfico de uno de los agrietamientos secundarios

El análisis de la sección efectuada sobre la muestra NUEVA revela la ausencia de agrietamientos a nivel microscópico, no apreciándose el nivel de deformación superficial que presenta la muestra ROTA.



Figura 15. Micrografía óptica con revelado metalográfico de superficie interior válvula NUEVA

5. MEDIDAS DE DUREZA VICKERS

Se llevan a cabo los ensayos de dureza Vickers HV1 a temperatura ambiente [8] sobre las secciones analizadas por microscopía óptica. Los resultados se presentan en la tabla 2.

No se observan diferencias significativas entre las muestras analizadas, ofreciendo mayores valores de dureza la muestra ROTA.

Tabla 2	Resultados	de los	ensavos de	dureza	Vickers
1 aoia 2.	nesminauos	<i>uc i</i> 05	chouyos ac	anneza	<i>ichers</i>

DEFEDENCIA	RESULTADO DUREZA HV1				
REFERENCIA	Medida 1	Medida 2	Medida 3		
ROTA	149±7	142±7	143±7		
NUEVA	122±7	121±7	122±7		

6. CONCLUSIONES

En base a los resultados de los análisis llevados a cabo se concluye que la causa más probable de fallo relaciona los agrietamientos de la válvula durante la etapa de funcionamiento en servicio con la actuación de un mecanismo de agrietamiento por corrosión bajo tensión.

Este mecanismo tiene lugar cuando se dan simultáneamente los siguientes factores [1]:

-Material susceptible: Los latones son materiales susceptibles de sufrir la actuación del mecanismo de corrosión bajo tensión en medios con presencia de amoniaco, aminas, amonio, nitratos, cloruros, dióxido de azufre, y otros compuestos derivados de azufre, etc. -*Medio corrosivo adecuado:* Se detecta la presencia de derivados de azufre en los productos contenidos en la superficie interior del agrietamiento de la muestra analizada. Adicionalmente, la tonalidad ennegrecida existente en las proximidades del agrietamiento y los productos de coloración negruzca apuntan a la posible existencia de derivados de nitrógeno (amoniaco, aminas,...), elemento no detectable a bajas concentraciones mediante la técnica de análisis empleada pero suficientes para promover este tipo de mecanismos.

-Tensiones aplicadas mantenidas en el tiempo suficientes: Estas tensiones pueden ser:

-Externas: par de apriete aplicado a la pieza, presión interna de la instalación.

-Internas: tensiones residuales debidas a los procesos de fabricación (por ejemplo, mecanizados, conformados); las tensiones generadas debido a cambios de temperatura de la pieza y los diferentes coeficientes de expansión de cada una de las fases que forman el material (latón bifásico $\alpha + \beta$).

La presencia de grietas debidas al mecanismo de corrosión bajo tensión reduce la sección resistente de las válvulas y actúan a modo de concentradores de tensiones. Cuando estas grietas alcanzan un tamaño crítico, se produce el colapso de la válvula por sobrecarga, desembocando en la generación de la fuga en la instalación.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer la colaboración del INSTITUTO DE CARBOQUÍMICA del CSIC de Zaragoza en la realización de la caracterización mediante microscopía electrónica.

REFERENCIAS

- [1] ASM HANDBOOK. *Failure Analysis and Prevention*, vol 11, Metals Park (OH, USA):ASM International 2002.
- [2] UNE EN 12165:1999. Cobre y aleaciones de cobre. Productos y semiproductos para forja.
- [3] UNE EN ISO 228:2000 Roscas de tuberías para uniones sin estanquidad en la rosca. Parte 1: Medidas, tolerancias y designación.
- [4] ASM HANDBOOK. Failure Analysis and Prevention 9th ed, vol 11, Metals Park (OH, USA):ASM International 1992.
- [5] ASM HANDBOOK. *Fractography* 9th ed, vol 12, Metals Park (OH, USA):ASM International 1992.
- [6] Pintado Fe, J. M. Fallos en servicio de los materiales metálicos, INTA 1992.

- [7] ASM HANDBOOK. Metallography and Microstructures 9th ed, vol 9, Metals Park (OH, USA):ASM International 1995.
- [8] UNE-EN ISO 6507-1:1998 Materiales metálicos. Ensayo de dureza Vickers. Parte 1: Método de ensayo. (ISO 6507-1:1997).

EXPERIMENTAL STUDY OF THE DEFORMATION OF CRUSHABLE ALUMINUM FOAM ESTUDIO EXPERIMENTAL DE LA DEFORMACION DE LA ESPUMA DE ALUMINIO

Miranda-Vicario, A.^{1,2*}; Bravo, P. M.²; Coghe, F.¹

 ¹Royal Military Academy, Department of Weapon Systems and Ballistics, Avenue Renaissance, 30, B-1000 Brussels, Belgium.
 ²Universidad de Burgos, Departamento de Ingeniería Civil, Avda. Cantabria s/n, 09006 Burgos, España
 * Corresponding author: angel.miranda@dymasec.be

RESUMEN

Durante un impacto, la protección balística suele sufrir una deformación local en la cara opuesta al impacto. Es importante limitar esta deformación y su interacción con el portador, sobre todo en el caso de equipamiento personal. Este estudio investiga las propiedades balísticas y cantidad necesaria de dos tipos diferentes de espumas de aluminio para reducir efectivamente dicha interacción. Estas dos espumas difieren en la densidad aparente, por lo que también tienen diferentes propiedades mecánicas. Estas diferencias permiten estudiar un rango más amplio de propiedades que usando simplemente espumas plásticas o estructuras similares. Los valores de fuerza y aceleración se consiguieron reducir usando estas espumas.

PALABRAS CLAVE: deformación, impacto, espumas

ABSTRACT

Armour subjected to an impact deforms and produces a bulge in the back face. In case of personal protection equipment, it is important to limit this deformation and reduce the load to limit the damage to the user. This paper studied the required stand-off and the properties of two different types of aluminium foam to reduce the load. These two foams have different density; therefore they have different mechanical characteristics. This allows studying a wider range of properties, and tougher materials than plastics foam, or similar structures. The values of force and acceleration were effectively reduced combining these two parameters.

KEYWORDS: deformation, impact, foam

INTRODUCTION

The protection of an object from incoming impacts can be done employing a shield; it has to be placed between the incoming threat and the object. In case of an impact of a high velocity impact, the shield is very locally deformed. In case of a helmet, this bulge can affect the wearer. Thus, a system is needed to limit the load to the user. There are studies to reduce the load for the user [1]-[3].

Nowadays, ballistic helmets are developed to stop fragments from explosives devices; and lately, new requirements have appeared. Novel helmets are required to stop handgun or even rifle ammunition; despite it is more difficult to defeat them within the constraints of a personal protection system [4]. The helmet has to dissipate more energy to defeat a rifle threat and keep the user safe. In this context, each layer of the helmet plays a crucial role; in particular, the liner. The liner has to accommodate the load of the bulge to the skull, to prevent the injury and keep the wearer safe. The goal is to study the configuration of the liner needed for protecting the head. The deforming cone displaces over a very short period of time; thus, there is no clear standard able to provide values for the injury threshold. In order to solve this issue, the currents impact load was measured in a service military helmet fired with pistol ammunition. These values would become the goal that the upgrade armour impacted with rifle ammunition should reach.

EXPERIMENTAL SET-UP

1.1 Testing set-up

In order to perform the ballistic tests, the projectiles were fired with a universal receiver with interchangeable barrel adapted to the tested ammunition. The projectile velocity was measured with optical basis aligned with the ballistic trajectory of the projectile. The target was positioned 10 m ahead of the muzzle for the rifle ammunition, and 5 m for the pistol ammunition. The optical bases were positioned 2.5 m in front of the target. The measurement of the velocity was diminished to take into account the drag of the projectile at the impact point.

1.2 Proyectile

The 7.62x39 mm M43 ammunition has a soft steel core (Figure 1). The mass of the projectile is 8 g. The jacket is made of steel. Lead accommodates the core in the interior of the projectile. The core of the projectiles is made from low carbon steel. It weighs 3.6 g, and has an average hardness of 196 HV0.1. For the tests, its impact velocity varied between 655 to 675 m/s.



Figure 1.- 7.62x39 mm M43 projectile and its core.

1.3 Ballistic Load Sensing Head form

The surrogate used for testing was the Ballistic Load -Sensing Head form (BLSH), manufactured by Biokinetics. This system consists of a metallic head form equipped with different force and acceleration sensors to measure the load of the deforming protection caused by non-penetrating projectiles into the head and the global acceleration of the head (Figure 2).



Figure 2.- Ballistic load sensing head form.

It is equipped with an array of 7 load sensors in the impact zone. It has also a set of accelerometers.

1.4 Head Injury Criterion (HIC)

Some experimental measures have been developed by the automotive and sports industries to assess injury threshold. These studies led to some criteria, such as HIC, viscous criterion, angular rotation thresholds, translational acceleration limits, and head impact power. The fact that they have been proposed for low speed, high mass impacts can question the use of these criteria for the ballistic field. However, the study is about the deformation of the ballistic protection, which it is a phenomena slower and involves much more mass than purely a ballistic impact.

It is commonly accepted that skull fracture can be correlated to the dynamic impact force; still, it is no possible to provide a threshold for every possible injury.

The Head Injury Criterion is a measure of the likelihood of head injury arising from an impact, taking into account the time length of the event and the mean value of the acceleration. The HIC can be used to assess safety related to vehicles, and sport equipment [5]. It is deemed appropriate for low speed non penetrating impacts [6]. The impacts assessed here might be out of the scope of this criterion, but the goal is to check the feasibility of an armour and liner system and to compare their response with an actual helmet.

The HIC is defined as:

$$HIC = MAX \left(\frac{1}{T_2 - T_1} \int_{T_1}^{T_2} a(T) dT\right)^{2.5} (T_2 - T_1)$$
 Eq 1

where

T is time. T2 - T1 is limited to a specific value, usually 15ms or 36 ms (HIC-15 or HIC-36) [7].

a is the acceleration of the head measured in G's.

The HIC value can be related to an injury threshold [8]. These limits are used as guidelines in the automotive field. In this field, impacts happen at relatively low velocities and a timescale of 15 ms is appropriate. For our case, it lasts a couple of ms, deviating from the initial assumptions of HIC (Figure 3). So, no direct link to injury should be derived from this data.



Figure 3.- Example of the total acceleration values normalized for an impact of 9 mm ammunition into a helmet at 354 m/s. HIC is maximized for the time lapse from 7.44 to 7.87 ms.

1.5 Liner

Ballistic helmets typically employ one out of two types of liners, foam padded and strap-netting liners. Their main function is to hold the helmet in the correct position, and provide comfort. The two liners systems have different performance regarding to heat comfort and reducing the load into the head while impact event occur. Pads allow to distribute the impact forces to larger areas, reducing the loads to the head [9], [10]. The key of the foam energy absorbing properties is the cellular structure, and their crushable structure. During compression, the cells compress and fracture which prevents the impulse to be transferred to the body directly. Low density foam with a small cell size is more effective to reduce this impulse [11], [12].

Due to the small contact surface, and the high kinetic energy, high stress foam is needed. Plastic foams and crushable structures are able to reach up to 2 MPa [14], while aluminium foams are able to reach higher values of stress while keeping the density low. Due to the capability of manufacturing different types of aluminium foam and their mechanical characteristics, this material was selected for the feasibility study.

Metallic melts can be foamed in three ways: by injecting gas from an external source, by causing an insitu gas reaction, or by causing the precipitation of gas which was previously dissolved in the liquid. The fist way is used by Hydro Aluminium in Norway and by Cymat Aluminium Corporation in Canada. The densities of aluminium foams produced this way range from 69 kg/m3 (2.5% aluminium nominal density) to 540 kg/cm3 (20% aluminium nominal density), average pore sizes from 3 up to 25 mm and wall thicknesses from 50 μ m to 85 μ m [15].

In order to check the feasibility of this concept, two foams were tested: aluminium foam with density of 135 kg/m3, and with a density of 405 kg/m3 density (respectively 5% and 15% of aluminium nominal density, Figure 4).



Figure 4.- Aluminium foam, from the top: 5% and 15% of aluminium nominal density.

For a contact surface of 5 cm radius circle, the foam was able to absorb 30 N and 300 N, respectively (For a thickness of 10 mm). This is not enough to dissipate the full energy of the projectile, but the energy that reaches this layer is less than the impact energy, because the armour dissipates part of it.

The stress-strain graph presented in Figure 5 outlines the typical compressive strength of the specific materials used for this research. The area under the curve represents the energy per unit of volume that the foam can absorb before being crushed.



Figure 5.- Stress strain curves – aluminium foam a) 5% density and b) 15% density.

1.6 Test procedure

First, four helmets form the Belgian Army were tested in order to know the actual limits and response of the actual system. The 9 x 19 mm projectile was fired into the helmet with a velocity ranging from 355 + 3 m/s.

Secondly, different armour configurations were tested to see the load transmitted to the head form for a rifle impact. In order to test the samples in the head form, a support was designed to attach the samples to a regular helmet. The front part of the helmet was removed for placing flat samples. By using flat samples, the support and the manufacture of the targets are simplified.

Targets consisted of silicon carbide ceramic tiles backed by a composite and aluminium layer. A final layer of aluminium foam was place in the back face.



Figure 6.- Support and helmet.

The target was aligned and placed on the surrogate as explained in [17]. Three different configurations were tested: the baseline armour with a 10-mm stand-off, the baseline armour with a 10-mm thickness, 5% density aluminium foam, the baseline armour with a 10-mm thickness, 15% density aluminium foam.

RESULTS AND DISCUSSION

The results present the values from the armour, almost in contact with the pad of the BLSH as the point of departure for this study, and all the configurations tested with rifle ammunition.

Also, the results of a helmet fired with 9×19 mm are presented in the same graph, for ease of comparison. All the results have been normalized taking as a reference the latter configuration, the actual helmet.

The force measured by the BLSH is presented in Figure 7. Values are normalized for the values of the actual helmet.



Figure 7.- Force normalized

The HIC values estimated from the BLSH are presented in Figure 8. Values are normalized for the values of the actual helmet.



In Figure 7, adding aluminium foam 5% reduces the forces, but this is not happening with aluminium foam 15%. This might be because the foam collapses earlier; producing the densification of the sample and assists in loading the head form. Still the total load is about three times higher than the load produced with the regular helmet against pistol ammunition.

For the acceleration of the head form, Figure 8 shows a big influence of foam. Unfortunately, this is not enough, and it is still a high value far away from the helmet reference. Aluminium foam 5 % helps to reduce the HIC more effectively than the aluminium foam 15 %. With this material in the gap, the HIC values reach a similar level as with the helmet against pistol ammunition.

CONCLUSIONS

In this study, the loads suffered by a user from a two different ballistics impacts were compared. Firstly, 9 x 19 mm FMJ ammunition was fired into a combat helmet. It was compared with the 7.62×39 mm ammunition threat impacted into a ceramic composite armour system. The loads of the impacts on the user were compared to study the difference between the rifle and the pistol ammunition threat. Several configurations were tested to reduce the load.

The 5% density aluminium foam performed better than the 15% density aluminium foam. This result opens the door to test optimized solutions of plastic structures, because the suitable range of mechanical properties was determined.

A ballistic helmet can load similarly a head when stopping a rifle or pistol ammunition with the typical constrains of a helmet. This study showed how to reduce effectively the values of accelerations from very high values to values similar to an actual helmet impacted with pistol ammunition.

ACKNOWLEDGMENTS

This research was done within the framework of the DYMASEC – DYnamic MAterial Behaviour and SECurity applications – research pole of the Royal Military Academy, Brussels, Belgium, and funded by the Department for Scientific and Technological Research of Defence of the Belgian Armed Forces (study DY-10).

BIBLIOGRAPHY

- S. F. Khosroshahi, S. A. Tsampas, and U. Galvanetto, "Feasibility study on the use of a hierarchical lattice architecture for helmet liners," *Mater. Today Commun.*, vol. 14, pp. 312–323, Mar. 2018.
- [2] B. J. Ramirez and V. Gupta, "Evaluation of novel temperature-stable viscoelastic polyurea foams as helmet liner materials," *Mater. Des.*, vol. 137, pp. 298–304, Jan. 2018.
- [3] S. Farajzadeh Khosroshahi, R. Olsson, M. Wysocki, M. Zaccariotto, and U. Galvanetto, "Response of a helmet liner under biaxial loading," *Polym. Test.*, vol. 72, pp. 110–114, Dec. 2018.
- [4] E. Palta, H. Fang, and D. C. Weggel, "Finite element analysis of the Advanced Combat Helmet under various ballistic impacts," *Int. J. Impact Eng.*, vol. 112, pp. 125–143, Feb. 2018.
- [5] D. Marjoux, D. Baumgartner, C. Deck, and R. Willinger, "Head injury prediction capability of the HIC, HIP, SIMon and ULP criteria," *Accid. Anal. Prev.*, vol. 40, no. 3, pp. 1135–1148, May 2008.
- [6] M. Frank *et al.*, "Blunt Criterion trauma model for head and chest injury risk assessment of cal. 380 R and cal. 22 long blank cartridge actuated gundog retrieval devices," *Forensic Sci. Int.*, vol. 208, no. 1–3, pp. 37–41, May 2011.
- [7] R. Eppinger, E. Sun, S. Kuppa, and R. Saul, "SUPPLEMENT: DEVELOPMENT OF IMPROVED INJURY CRITERIA FOR THE ASSESSMENT OF ADVANCED AUTOMOTIVE RESTRAINT SYSTEMS - II," Mar. 2000.
- [8] R. M. Greenwald, J. T. Gwin, J. J. Chu, and J. J. Crisco, "Head Impact Severity Measures for Evaluating Mild Traumatic Brain Injury Risk Exposure," *Neurosurgery*, vol. 62, no. 4, pp. 789– 798, Apr. 2008.
- [9] J. Li, H.-N.-S. Tan, and K. Y. Seng, "A Biomechanical Computational Study of the Role of Helmet Pads in Mitigating Blast-Induced Traumatic Brain Injury," in 6th World Congress

of Biomechanics (WCB 2010). August 1-6, 2010 Singapore, C. T. Lim and J. C. H. Goh, Eds. Springer Berlin Heidelberg, 2010, pp. 1518–1521.

- [10] M. Salimi Jazi, A. Rezaei, G. Karami, F. Azarmi, and M. Ziejewski, "A Study on the Impact of Helmet Padding Materials on the Brain Pressure Under Shock Loads," 2012, p. 641.
- [11] G. H. Liaghat, A. A. Nia, H. R. Daghyani, and M. Sadighi, "Ballistic limit evaluation for impact of cylindrical projectiles on honeycomb panels," *Thin-Walled Struct.*, vol. 48, no. 1, pp. 55–61, Jan. 2010.
- [12] R. Nasirzadeh and A. R. Sabet, "Study of foam density variations in composite sandwich panels under high velocity impact loading," *Int. J. Impact Eng.*, vol. 63, pp. 129–139, Jan. 2014.
- [13] M. Avalle, G. Belingardi, and R. Montanini, "Characterization of polymeric structural foams under compressive impact loading by means of energy-absorption diagram," *Int. J. Impact Eng.*, vol. 25, no. 5, pp. 455–472, May 2001.
- [14] M. Aare and S. Kleiven, "Evaluation of head response to ballistic helmet impacts using the finite element method," *Int. J. Impact Eng.*, vol. 34, no. 3, pp. 596–608, Mar. 2007.
- [15] M. D. G. S. Marburg, "Shock wave interaction of aluminum meal foam: An experimental study," 2014. [Online]. Available: https://www.researchgate.net/publication/288565 846_Shock_wave_interaction_of_aluminum_mea l_foam_An_experimental_study. [Accessed: 25-May-2017].
- [16] S. G. Savio, K. Ramanjaneyulu, V. Madhu, and T. B. Bhat, "An experimental study on ballistic performance of boron carbide tiles," *Int. J. Impact Eng.*, vol. 38, no. 7, pp. 535–541, Jul. 2011.
- [17] National Research Center, "Review of Department of Defense Test Protocols for Combat Helmets," Mar. 2014.

DISEÑO DE INTERFACES CURVAS DÉBILES PARA LA INHIBICIÓN DEL CRECIMIENTO DINÁMICO DE GRIETAS

M.T. Aranda*, I.G. García, J. Reinoso, V. Mantič

Grupo de Elasticidad y Resistencia de Materiales, E.T.S. de Ingeniería, Universidad de Sevilla Camino de los Descubrimientos s/n, 41092 Sevilla, España *Persona de contacto: maranda2@us.es

RESUMEN

El presente trabajo explora la posibilidad de inhibir el crecimiento dinámico de grietas a partir de la interposición de interfaces curvas débiles. La viabilidad de esta idea se apoya en unos primeros resultados experimentales, los cuales muestran que es posible inhibir totalmente el crecimiento de una grieta, aumentando incluso la carga última del componente. Estas observaciones experimentales son interpretadas a partir de un estudio numérico que muestra los diferentes parámetros que gobiernan el fenómeno.

PALABRAS CLAVE: parada de grietas, grietas de interfaz, grietas curvas, fractura dinámica

ABSTRACT

The present work explores the suitability of inhibiting the dynamic growth of cracks using weak interfaces with a curved shape. The viability of the idea is supported by experimental results which are presented in this work. Theses results proves that it is possible to totally inhibit the crack growth, even increasing the ultimate load of the specimen through introducing a weak interface. These observations are subsequently interpreted using a finite element-based analysis, which shows the key parameters that govern the phenomenon.

KEYWORDS: crack arresting, interface crack, curved cracks, fracture dynamics

1. INTRODUCCIÓN

Las técnicas de diseño denominadas safe-life design y posteriormente *damage-tolerant design* [1–3] se han convertido desde la segunda mitad del siglo XX en el estándar para la concepción de estructuras en algunos sectores industriles como aeronáutico, espacial o naval, entre otros. Estas industrias se han caracterizado también por tener unos coeficientes de seguridad muy ajustados al ser el peso estructural una variable clave de diseño. Adicionalmente, muchas aplicaciones de interés ingenieril se caracterizan porque la naturaleza de sus cargas son dinámicas y cíclicas. La combinación de bajos coeficientes de seguridad y la presencia de cargas dinámicas tiene como consecuencia que a lo largo de la vida útil de la estructura aparezacan inevitablemente zonas dañadas e incluso grietas.

Como respuesta a este hecho surgen las técnicas nombradas anteriormente, que se basan en el control, detección y evaluación de la propagación de cualquier tipo de daño en los diversos componentes con el fin de hacer estas estructuras relativamente tolerantes a la presencia de zonas dañadas. Esto implica ser capaces de detectar el daño, parar su propagación y predecir como se va a propagar y en cuanto tiempo. Como se puede suponer, la implantación de estas ideas dio lugar a un gran esfuerzo investigador en las teorías que permitían predecir el avance del daño, como la mecánica de fractura y la fatiga. Uno de los aspectos de mayor relevancia consiste en aquellos elementos destinados a ralentizar o inhibir totalmente la propagación de grietas. Estos elementos tienen como fin que la aparición de una grieta no lleve al fallo catastrófico de la estructura antes de que sea detectada en una inspección [3, 4]. Los elementos destinados a este fin se pueden dividir en activos y pasivos [5]. Mientras que los elementos activos requieren que el daño sea detectado para activar el mecanismo de inhibición, los elementos pasivos están siempre presentes y actúan por la misma naturaleza de la propagación de la grieta. Los elementos pasivos tienen la principal ventaja de ser más robustos al no depender del funcionamiento de mecanismos auxiliares de detección y activación.

Entre los mecanismos pasivos más sencillos cabe destacar la presencia de interfaces [6]. Es bien conocido que las interfaces (débiles) son caminos preferentes para la propagación de grietas. Esto tiene como consecuencia que las grietas puedan verse desviadas cuando alcazan una interfaz en su propagación [7–12], siendo este desvío una forma de inhibición de su propagación.



Figura 1: Esquema de las distintas probetas estudiadas.

Mientras que las interfaces rectas se han estudiado ampliamente como mecanismo de desvío, prácticamente no existen investigaciones sobre el desvío de grietas por la presencia de interfaces curvas. Sin embargo, las interfaces curvas tienen *a priori* mejores características para la inhibición de la propagación de grietas. Las principales razones son la posibilidad de diseñar la mixticidad del modo de fractura que va encontrando la grieta en su propagación a lo largo de la interfaz y la posibilidad de diseñar la interacción de la grieta en la interfaz con la grieta inicial.

Así, el objetivo del trabajo presentado en esta comunicación es el de estudiar la viabilidad del diseño de interfaces curvas para inhibir el crecimiento de grietas. En primer lugar, se presentarán los experimentos realizados en la sección 2, detallando la fabricación de la probetas, los medios de ensayo y los resultados obtenidos. Con el fin de comprender los resultados obtenidos y obtener conclusiones sobre los objetivos, en la sección 3 se presenta un estudio numérico preliminar basado en el método de los elementos finitos sobre el fenómeno observado, que será utilizado en la discusión final de los resultados experimentales.

2. EXPERIMENTOS

Se ha llevado a cabo un estudio experimental para probar la influencia del radio de curvatura en la propagación de una grieta dinámica. Para ello, se ha aplicado este nuevo concepto en la fabricación de unas probetas de dimensiones $300 \times 50 \times 8$ mm, donde el radio de curvatura para las diferentes interfaces varía entre 15 mm y 75 mm con un intervalo de 10 mm. Además, se han trazado dos tipos de interfaces, denominadas: a) interfaces cóncavas y b) interfaces convexas, como se muestra en la figura 1.

2.1. Fabricación de las probetas

El material elegido para la fabricación de las probetas es polimetilmetacrilato, conocido como PMMA, por ser un material fotoelástico y de fácil moldeo, siendo utilizado con frecuencia en estudios experimentales de comportamiento de fractura de interfaz [12, 13].

Tras la realización de varias pruebas preliminares de fabricación, el corte de la probeta se ha efectuado con una cortadora láser de 150W. A continuación, se ha efectuado la realización de una grieta inicial de 5 mm de longitud aproximadamente.

Posteriormente, la probeta ha sido preparada para su unión limpiando la superficie de contacto y cubriendo la grieta inicial para evitar filtraciones del adhesivo, el cual es una resina epoxi bi-componente, transparente, con una visco-sidad de 6.000/9.000 cps y una densidad de 1,10 gr/cc.

Realizada la unión, ésta se deja secar a temperatura ambiente durante 6 días para asegurar una condiciones adecuadas de adhesión. El adhesivo sobrante no se ha retirado para evitar la formación de poros en la interfaz como se observa en la figura 2, y se ha provisto de una gota de pipeta en los bordes del espesor de la misma para asegurar su correcta unión.



Figura 2: Varias probetas después de su fabricación.

2.2. Procedimiento experimental

Los ensayos experimentales se han realizado por medio de una máquina de tracción Instron 4482, mostrada en la figura 3, con una célula de carga de 100 KN, en control de desplazamiento, donde las probetas fabricadas son sometidas a un esfuerzo hasta su rotura.



Figura 3: Imagen de los diferentes equipos utilizados.

En la figura 4 se indica un esquema de los distintos equipos que se han empleado en este estudio, un equipo óptico de alta velocidad, uno de fotoelasticidad, un extensómetro y un dispositivo de iluminación.



Figura 4: Esquema de la disposición de los equipos.

El equipo óptico consta de dos cámaras de alta velocidad Fastcam Mini Ax-200 monocromo de hasta 900.000 imágenes por segundo, el cual ha recogido las instantáneas durante la propagación de la grieta para su posterior análisis. Para aumentar la calidad de estas imágenes, se ha dispuesto de un equipo de iluminación compuesto por 4 cabezales de lámparas LED de alta potencia y bajo consumo modelo QT de GSVitec. El equipo de fotoelasticidad consta de dos lentes polarizadas dispuestas como se observa en la figura 4. Éstas registran las tensiones en colores monocromáticos para su captura por el equipo de cámaras. Por otro lado, para medir las deformaciones se ha utilizado un extensómetro Instron.

2.3. Resultados experimentales

En este apartado se analizan los resultados obtenidos en los ensayos experimentales, con el objetivo de obtener conclusiones cualitativas y destacar aquellas tendencias observadas.

En primer lugar, se representan las mediciones de carga y desplazamiento obtenidas con la máquina de tracción para algunas probetas características del comportamiento cualitativo.



Figura 5: Gráfica carga-desplazamiento para una probeta con una interfaz convexa de radio 35 mm



Figura 6: Gráfica carga-desplazamiento para una probeta con una interfaz cóncava de radio 45 mm.

En el caso de interfaz convexa, se ha observado la total linealidad de la carga respecto al desplazamiento hasta el momento de su rotura, como se muestra en la figura 5, donde el fallo es inestable rompiéndose la probeta en dos partes tras el primer evento de propagación. En el caso de interfaz cóncava, la curva fuerza respecto al desplazamiento presenta una evolución lineal hasta su carga crítica, momento en el que continúa creciendo de forma estable por el camino de la interfaz. Posteriormente se aumentó la carga hasta su rotura, figura 6.

En segundo lugar, se presenta una serie de imágenes reproduciendo las tensiones tomadas con el equipo de fotoelasticidad durante el crecimento de la grieta.



Figura 7: Secuencia de instantáneas tomadas con fotoelasticidad para una interfaz convexa de radio 35 mm (vista detalle, 160.000fps).



Figura 8: Secuencia de instantáneas tomadas con fotoelasticidad para una interfaz convexa de radio 35 mm (vista general, 48.000fps).

Para el tramo convexo, las figuras 7 y 8 recogen una secuencia de instantáneas tomadas con el equipo óptico a una velocidad de 160.000 fps y 48.000 fps respectivamente, ofreciendo una vista detalle y general de la reproducción de la grieta para una probeta de radio de curvatura de interfaz convexa de 35mm.



Figura 9: Serie de instantáneas para una interfaz cóncava de radio 45 mm (vista detalle, 160.000fps).



Figura 10: Serie de instantáneas para una interfaz cóncava de radio 65 mm (vista general, 48.000fps).

En estas fotografías se contempla la evolución de las tensiones a lo largo del crecimiento de la grieta hasta que llega a la interfaz curva a los 1.44 ms, donde ésta detiene a la grieta y la probeta se fracciona en dos (figura 7), es decir la grieta inicial se penetra en otra parte adyacente de la probeta sin el desarrollo de despegue de la interfaz.

Asimismo, la continuidad de las isoclinas fotoelásticas demuestran que durante la propagación existe una continuidad de tensiones en la interfaz, permitiendo asegurar con certeza la correcta adhesión de ésta, comportándose la probeta como una sóla pieza hasta que la grieta llega a la interfaz (figura 8).



Figura 11: Gráfica de la tasa de liberación de energía respecto a la longitud de la grieta.

El caso de interfaz cóncava, se representa en la figura 9 y figura 10 con una vista detalle y general respectivamente.

En la figura 9 se observa el camino que sigue la grieta hasta que llega a la interfaz curva de radio 45 mm a los 1.56 ms. A partir de este momento no sólo se inhibe su crecimiento a través de la interfaz sino que sigue el camino predicho por ésta, observando una continuidad de tensiones (t= 1.69 ms) hasta su rotura final (t=2.94ms).

En la figura 10 se hace referencia al aumento de tensiones que tiene lugar a lo largo del ensayo. Una vez la grieta llega a la interfaz en la tercera instantánea, las tensiones van en aumento siguiendo el recorrido de la grieta por la interfaz.

Estos datos experimentales manifiestan que es posible inhibir totalmente el crecimiento de la grieta, aumentando incluso la carga límite de la estructura.

3. ESTUDIO NUMÉRICO PRELIMINAR

Se expone el procedimiento seguido para la realización del modelo del ensayo de propagación de una grieta a través de interfaces curvas, interpretando los parámetros que gobiernen el fenómeno.

El sofware informático utilizado para este modelo ha sido Abaqus/CAE, código que utiliza el Método de los Elementos Finitos. La geometría se ha generado en dos pasos diferenciados: a) intervalo recto y b) intervalo curvo, ambos mediante la opción 2D Planar-Deformable-Shell. La interacción entre las dos piezas que divide la interfaz se ha modelado mediante la opción Tie. Se ha introducido una carga distribuida en ambos extremos de la probeta de valor 200 N/mm2 (tracción). Para la discretización del modelo se ha empleado una malla constituida por elementos cuadráticos utilizando el elemento isoparamétrico a 1/4 en torno a la punta de la grieta.

En la etapa del postproceso los resultados obtenidos son tratados para obtener representaciones gráficas y obtener magnitudes derivadas, que permitan extraer conclusiones del problema. En este sentido, se han obtenido los datos de tasa de liberación de energía G respecto a la longitud de la grieta (datos adimensionados), como se muestra en la figura 11. Se han representado tres tramos: crecimiento inicial siguiendo un camino recto, y crecimiento a lo largo de la interfaz, dividido entre curvo cóncavo o curvo convexo.

En el intervalo recto, la tasa de liberación de energía crece progresivamente con respecto a la longitud de la grieta, dando lugar a un crecimiento inestable. La solución analítica correspondiente sería la de un semiplano con una grieta en un borde libre. Una vez llegada la grieta a la interfaz, el intervalo curvo convexo proporciona un crecimiento inestable mientras en el intervalo curvo cóncavo tiene lugar un primer crecimiento inestable hasta que pasa a ser estable antes del fallo de la estructura, como se puede observar en la figura 6.

Así pues, en el intervalo recto la grieta se propaga siguiendo un crecimiento inestable, puesto que G es creciente. Una vez llega a la interfaz se abren varias opciones: a) la más obvia sería seguir creciendo de forma inestable de forma recta o b) desviarse por la interfaz. De acuerdo a lo que podemos observar en la figura 11 la opción de que la grieta siga creciendo recta es preferente en términos de G porque G es mayor según ese camino que cuando se desvía por la interfaz. Sin embargo, desde el punto de vista energético desviarse por la interfaz puede ser preferente si la tenacidad a la fractura G_c en la interfaz es mucho más baja que en el interior del PMMA. Si es así, aunque *G* fuera mayor para crecer recto y atravesar la interfaz, el balance de *G* y G_c sería favorable para la opción del desvío. El fenómeno de desvío se espera que ocurra por tanto cuando el ratio entre la tasa de liberación de energía del tramo recto y su tenacidad es menor que el ratio entre la tasa de liberación de energía en la interfaz curva y su tenacidad.

Una vez que la grieta se ha desviado y su crecimiento ha seguido por la interfaz puede encontrarse un valor de G decreciente, como se puede observar en la figura 11 (considerando una carga constante) para interfaces cóncavas, y en ese caso producirse la parada de la grieta. En este estudio se han analizado diferentes radios, observando-se que cuanto menor es el radio en las interfaces curvas antes se produce la parada de la grieta.

4. CONCLUSIONES

En este trabajo se ha demostrado la capacidad de las interfaces curvas para inhibir y detener el crecimiento de grietas con un crecimiento muy rápido. De acuerdo a los experimentos presentados aquí la introducción de este mecanismo sólo requiere debilitar una determinada línea. Esta línea se convertirá en un camino preferente para la propagación de la grieta, provocando un desvío que puede llegar incluso a parar la grieta, incrementando el valor máximo de carga que es capaz de soportar la pieza.

El fenómeno de parada se ha explicado mediante un estudio numérico preliminar. De acuerdo a este estudio para interfaces cóncavas la tasa de liberación de energía decrece cuando la grieta progresa por la interfaz como consecuencia de su interacción con la grieta inicial.

A la vista de los resultados se pretende seguir explorando la posibilidad de explotar este fenómeno en diseños más cercanos a partes estructurales. Adicionalmente, se pretende mejorar el modelo numérico mediante la introducción de fenómenos dinámicos y una modelización más realista de la interfaz.

AGRADECIMIENTOS

Las investigaciones que llevaron a los resultados que se reflejan en esta comunicación fueron realizadas con la financiación parcial del Ministerio de Economía y Competitividad y el Fondo Europeo de Desarrollo Regional (Proyectos MAT2012-37387, MAT2015-71036-P y UN-SE 15-CE-3581) y la Junta de Andalucía (Programa de Garantía Juvenil 2017).

REFERENCIAS

[1] F. Grandt. Damage tolerant design and nondestructive inspection - keys to aircraft airworthiness. *Pro-* *cedia Engineering*, 17:236 – 246, 2011. The 2nd International Symposium on Aircraft Airworthiness.

- [2] US Department of Transportation. Federal Aviation Administration. Fatigue, fail-safe, and damage tolerance evaluation of metallic structure for normal, utility, acrobatic, and commuter category airplanes. AC 23-13A, 2005.
- [3] D.F.O. Braga, S.M.O. Tavares, L.F.M. Da Silva, P.M.G.P. Moreira, and P.M.S.T. De Castro. Advanced design for lightweight structures: Review and prospects. *Progress in Aerospace Sciences*, 69:29– 39, 2014.
- [4] F.F. Van den Abeele, L.L. Amlung, M.M. Di Biagio, and S.S. Zimmermann. Towards a Numerical Design Tool for Composite Crack Arrestors on High Pressure Gas Pipelines. *8th International Pipeline Conference*, 2:359–368, 2010.
- [5] C.S. Wiesner. *Crack arrest concepts for failure prevention and life extension. Proceedings.* Abinghton Publishing; Abington (United Kingdom), 1996.
- [6] L. García-Guzmán, L. Távara, J. Reinoso, J. Justo, and F. París. Fracture resistance of 3d printed adhesively bonded DCB composite specimens using structured interfaces: Experimental and theoretical study. *Composite Structures*, 188:173 – 184, 2018.
- [7] L. Roy Xu, Y.Y. Huang, and A.J. Rosakis. Dynamic crack deflection and penetration at interfaces in homogeneous materials: Experimental studies and model predictions. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 51(3):461–486, 2003.
- [8] A.V. Dyskin and A. Caballero. Orthogonal crack approaching an interface. *Engineering Fracture Mechanics*, 76(16):2476–2485, 2009.
- [9] A. Krishnan and L. Roy Xu. An experimental study on the crack initiation from notches connected to interfaces of bonded bi-materials. *Engineering Fracture Mechanics*, 111:65–76, 2013.
- [10] X. Zeng and Y. Wei. Crack deflection in brittle media with heterogeneous interfaces and its application in shale fracking. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 101:235–249, 2017.
- [11] Y. Sugimura, P.G. Lim, C.F. Shih, and S. Suresh. Fracture normal to a bimaterial interface: Effects of plasticity on crack-tip shielding and amplification. *Acta Metallurgica Et Materialia*, 43(3):1157–1169, 1995.
- [12] B.M. Sundaram and H.V. Tippur. Dynamics of crack penetration vs. branching at a weak interface: An experimental study. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 96:312–332, 2016.
- [13] M. Alam, J.P. Parmigiani, and J.J. Kruzic. An experimental assessment of methods to predict crack deflection at an interface. *Engineering Fracture Mechanics*, 181:116–129, 2017.

FALLO DE UNA JUNTA DE ALTA PRESIÓN. ANÁLISIS DEL PROBLEMA DE FATIGUA ORIGINADO EN RANURAS DE ALIVIO DE PRESIÓN

D.Ballorca-Juez1*, P.M. Bravo Díez1, M. Preciado Calzada, J. Calaf-Chica1

 ¹ Área de Ciencia de los Materiales e Ingeniería Metalúrgica. Escuela Politécnica Superior. Universidad de Burgos. Avenida Cantabria s/n, 09006. Burgos-España
 * Persona de contacto: Daniel Ballorca-Juez E-mail de contacto:dbj0001@alu.ubu.es

RESUMEN

Este estudio se centra en el análisis de fallo de una pieza metálica, componente de una junta dinámica de ultra alta presión. Este prototipo falló prematuramente debido a grietas originadas en unos taladros de alivio de presión. Se analizaron las grietas para obtener información sobre el origen y los mecanismos de propagación. De cara a verificar que el material de las piezas cumplía con la especificación del fabricante, se realizaron ensayos de tracción y de tenacidad a fractura. También se realizaron simulaciones por elementos finitos para obtener los campos tensionales y de deformaciones en la región próxima a la región de iniciación. El análisis por microscopía electrónica mostró evidencias de esfuerzos de cortadura entre las superficies de las grietas, por lo que se concluyó que las grietas se originaron y propagaron por carga en modo II. De cara a explicar el hecho de que estas grietas aparecieran en este material y no en otro, se ha desarrollado un modelo que relaciona el coeficiente de fricción con el ángulo de propagación. Finalmente, un nuevo diseño ha sido realizado para retrasar la iniciación de esta grieta en la pieza.

PALABRAS CLAVE: Propagación por modo II; alta presión; juntas dinámicas, fatiga

ABSTRACT

This study was focused on the failure analysis of a part which was component of a high-pressure dynamic seal that failed prematurely due to unexpected cracks originated at pressure relief slots. Crack surfaces were analyzed with optical microscopy and scanning electron microscopy to obtain fractographies of the cracks. Tensile test and fracture toughness test were performed to verify that the material complied with manufacturer specifications. A finite element analysis was made to derive the stress-strain field near the initiation point. SEM analysis showed wear from the mating surfaces of the crack, which led to the conclusion that initiation and propagation were driven by mode-II loading. To explain why these cracks appeared in this material and not in another, a model is proposed to relate the friction coefficient of the material with the propagation angle of the cracks. Finally, a new slot design has been developed to delay the initiation of these cracks.

KEYWORDS: Mode II propagation; high pressure; dynamic seals; fatigue.

1 INTRODUCCIÓN

El uso de agua a alta presión (600 MPa) es la base de dos tecnologías industriales que actualmente están en desarrollo: el procesado por altas presiones (HPP) y el corte por agua, o *waterjet*. La primera es una técnica de conservación, y utiliza el efecto de la presión hidrostática para desactivar la actividad microbiana de los alimentos [1], [2]. La segunda es una técnica de fabricación, que utiliza la energía de una corriente de alta velocidad como técnica de corte.

En ambas tecnologías, el sistema de presurización más implementado es el bombeo simple con un pistón. El presente estudio se centra en las juntas dinámicas necesarias para sellar el volumen dentro de la cámara de presión, permitiendo el movimiento recíproco del pistón en el interior de dicha cámara.Estas juntas son un elemento crítico en el funcionamiento global de los intensificadores.

En concreto, la durabilidad de estos elementos suele ser de las menores de todas las piezas que conforman una bomba de las características anteriores. El objetivo de los fabricantes de juntas es aumentar la vida útil de estos elementos sin aumentar significativamente el coste.

1.1 Prototipos del estudio

Las piezas que se presentan en este estudio forman parte de un conjunto prototipo de junta. En este tipo de pieza, el factor crítico que determina su durabilidad es el desgaste con el pistón. La función de estas es evitar la extrusión de otras piezas plásticas que se instalan anexas a ellas. (ver figura 1)



Bajo estas premisas, se diseñaron unos prototipos que, en el momento de actuación de la presión interna, contactan tanto con el cilindro como con el pistón. Se fabricaron en un material de muy bajo coeficiente de fricción y alta resistencia al desgaste.

Sin embargo, y aunque se consiguió aumentar la durabilidad de la junta, se encontró que las piezas habían desarrollado grietas con unas características especiales (ver figura 2)

Estas grietas nacían en las esquinas de los taladros de alivio de presión. Estos taladros eran de morfología prismática. Cada uno de los taladros originó dos grietas, una por esquina. Otra característica de estas grietas es que tenían un ángulo de propagación con el eje central de entre 20° y 30° .

Finalmente, aunque estas cajeras han estado presentes en todos los prototipos desarrollados por la compañía, sólo han aparecido cuando se han fabricado en el material de este estudio, que es una aleación de cobre-níquel-estaño. Previamente se fabricaban en una aleación de cobreberilio, de denominación UNS C17200



Figura 2: esquema de grietas encontradas

1.2 Toughmet 3 TS 160

La aleación de cobre-níquel-estaño de este estudio tiene diversos nombres, dependiendo de la técnica de fabricación. Debido al gran rango de temperatura de solidificación que presenta, presenta diversos problemas de segregación que dificultan los procesos de conformado en caliente [3], [4]

La aleación comercial de este estudio se denomina Toughmet 3 TS 160, y se produce por un sistema de producción continua patentado, consistente en homogeneización tras colada. [5]. Según su composición (ver tabla 1), la denominación de la aleación es UNS C72900

Tabla 1: composición de la aleación UNS C72900 UNS C72900 Aleación

Cu	Ni	Fe	Sn	Zn
Palance	14.5-	0,5	7585	0,5
Dalance	15.5	max	7.5-0.5	max

Esta aleación puede ser tratada térmicamente para obtener diferentes microestructuras. La caracterización completa de la aleación fue realizada en 1998 [6] que realizaron un estudio más amplio que los trabajos precedentes, que definieron las transformaciones de fase en intervalos de temperatura y tiempo más estrechos. [7], [8].

Una característica importante de la aleación C72900 es que puede ser endurecida por descomposición spinodal. Esta descomposición no afecta a la estructura cristalina principal que ocurre de manera espontánea [9], [10]. En esta aleación, la descomposición spinodal ocurre entre 350°C y 450 °C. Produce un incremento en el límite elástico de 450 MPa. Si el material se deforma en frío previamente, se pueden alcanzar más de 1100 MPa de límite elástico, y una dureza HRC de 40. Las propiedades mecánicas [11] del Toughmet 3 TS 160, y su comparación con las propiedades del cobre-berilio C17200 pueden consultarse en la tabla 2.

Tabla 2: comparación de propiedades mecánicas entre	el C17200 y el
C72900	

Aleación	Límite elástico (MPa)	Tensión última (MPa)	Elongación (%)	Dureza (HRC)
C17200	1000- 1210	1140- 1380	4-10	36-42
C72900	1034 min.	1138 min.	5 min.	34 min.

Por otro lado, si el tratamiento térmico dura demasiado, entonces se generarán precipitados discontinuos que perjudican severamente las propiedades mecánicas de la aleación. Esta fase de precipitado discontinuo está presente en el material comercial y su presencia es controlada como un factor de calidad.

En cuanto a sus propiedades tribológicas, el Toughmet 3 TS 160 presenta una resistencia al desgaste y a la erosión por cavitación superior a otras aleaciones utilizadas en aplicaciones similares [12], [13]. Su resistencia al desgaste aumenta con la dureza, y es óptima cuando se encuentra dispone de un 10% en volumen de precipitado discontinuo [14].

Las propiedades mecánicas y tribológicas del material lo presentan como un candidato idóneo para ser utilizado en juntas de alta presión. La durabilidad conseguida en los prototipos así lo muestra. Por lo tanto, el objetivo del estudio es determinar las posibles causas de la aparición de las grietas, y modificar el diseño de las piezas para evitar su aparición de nuevo.

2 PROCEDIMIENTOS EXPERIMENTALES

Se realizaron tres tipos de ensayos tanto en las piezas que fallaron como en material base. El objetivo de los primeros ensayos era comprobar que el material cumplía con la especificación del proveedor. El segundo tipo de ensayos fueron fractografías de las grietas encontradas en las piezas. Finalmente, se realizaron simulaciones estructurales de la pieza, para obtener los resultados en tensiones y deformaciones en las condiciones en las que la pieza fue diseñada para trabajar.

2.1 Ensayos materiales

Se realizaron metalografías, ensayos de tracción y medidas de microdurezas.

Las metalografías se realizaron tanto de material extraído de juntas usadas como de material base. La composición del agente de ataque fue 66% NH₃ (disolución del 33% en volumen) y un 33% de persulfato de amonio.

Los ensayos de tracción se realizaron a partir de probetas diseñadas según norma UNEN-EN ISO 6892-1. El material de la probeta se extrajo de una región situada a 10 mm del centro de la barra, que es aproximadamente la

zona correspondiente al material de la junta. La máquina utilizada fue una ZWICK ROELL KAPPA 050 DS. Se realizaron dos ensayos de tracción válidos.

Finalmente, los ensayos de microdurezas se realizaron directamente en las muestras realizadas para las metalografías, y el método utilizado fue el Vickers HV500 El equipo usado fue un MXT70 MITSUZAWA.

2.2 Fractografias

Este análisis se realizó sobre dos superficies agrietadas diferentes, correspondientes también a dos piezas distintas. Una de ellas fue una grieta desarrollada completamente, mientras que la otra había avanzado una determinada distancia. En este caso, la provocó una fractura a la pieza para tener acceso a la grieta completa.

El equipo utilizado fue un microscopio electrónico JEOL JSM 6460LV.

2.3 Simulación estructural

Se prepararon seis simulaciones, tres de ellas correspondientes a modelos globales, y un submodelo por cada modelo. Dos de los modelos eran similares en geometría, pero diferentes en el material de la pieza correspondiente a la junta. El tercer modelo difería en geometría, y sustituía la cajera prismática por una cajera cilíndrica. (Ver figura 3)



Figura 3: comparación de las dos ranuras diseñadas

El modelo creado consistió en la mitad del conjunto real, y se estableció una condición de contorno de simetría en el plano medio. En la figura 4 pueden observarse las piezas involucradas en el modelo: cilindro de presión, pistón, pieza prototipo, cuña y una última pieza que se utilizó como soporte.



Figura 4: piezas que conformaron el modelo FEM.

Los submodelos comprendieron únicamente una sección de la pieza prototipo y de la pieza soporte. Su objetivo fue proporcionar resultados más precisos en la región de la cajera, a partir de los resultados de los modelos globales.

La secuencia de cálculo utilizó cuatro etapas. La primera y la tercera aplicaban presión uniforme de 500 MPa en las caras traseras de la pieza prototipo y de la cuña. Las caras traseras se consideran las superfcies que miran al sentido negativo del eje Z, en la figura 4. Las etapas segunda y cuarta eliminaban la aplicación de la presión. El objetivo de diseñar esta secuencia fue calcular la variación del estado tensional y obtener los resultados en tensiones residuales.

3 RESULTADOS

En este capítulo se presentan y comentan los resultados obtenidos de cada uno de los procedimientos experimentales expuestos en el capítulo anterior.

3.1 Ensayos materiales

Las metalografías muestran los efectos del trabajo en frío sobre la barra origen, ya que las secciones paralelas al eje de la barra muestran granos alargados según este eje. Las metalografías muestran precipitados (A en la figura 5) y precipitados discontinuos (B en la figura 6). Los bordes de grano están compuestos por fase γ de la aleación [11], [13], [15]. Estos resultados son correctos según la especificación del proveedor.



Figura 5: metalografía de sección paralela al eje principal. 400 aumentos



Figura 6: metalografía de sección perpendicular al eje principal. 1000 aumentos

La tabla 3 muestra los resultados del ensayo de tracción, mientras que en la tabla 4 se encuentran los resultados de las microdurezas. Ambos resultados cumplen con la especificación del proveedor, estando por encima de los valores mínimos propuestos. En el caso de los resultados en elongación, de los ensayos de tracción, estos doblaban el mínimo especificado.

Tabla 3: resultados de los ensayos de tracción

Muestra	E (GPa)	R _{p0.2} (MPa))	R _m (MPa)	A (%)
1	131,316	1179,924	1208,506	10,857
2	128,559	1178,390	1206,136	11,362

Tabla 4: resultados de los ensayos en microdurezas					
HV500 Promedio	$\sigma_{\rm HV500}$	HRC Promedio	σ_{HRC}	Número de medidas	
358,98	14,56	36,54	1,68	16	

3.2 Fractografias

Las fractografías de la grieta desarrollada completamente muestran que el origen se puede determinar en la esquina de la cajera, en el diámetro mayor de la pieza. (Ver figura 7)



Figura 7: origen de la grieta desarrollada. 30 aumentos.

Las líneas paralelas a la superficie podrían interpretarse como líneas de fatiga, indicando que la grieta avanzaría paralela al eje de la pieza. Sin embargo, la vista detallada de la región de propagación permite realizar una interpretación diferente. Estas líneas son el resultado del movimiento cortante paralelo al eje entre las caras enfrentadas de la grieta [16]. Entre los elementos característicos del desgaste entre superficies se puede encontrar restos de micro-soldaduras (Ver figura 8)



Figura 8: región de propagación. Líneas de desgaste. 500 aumentos

Los resultados de la grieta no desarrollada muestran dos regiones: la grieta de fatiga y la superficie de fractura, esta segunda provocada en laboratorio. La frontera es elíptica teniendo su centro en el origen de la grieta, que coincide con el origen de la primera muestra. (Ver figura 9)



Figura 9: fractografía de la segunda muestra. 30 aumentos

Los resultados en la frontera entre ambas superficies muestran línea de propagación a escala granular. Estas líneas no tienen un orden global, y podrían buscar el plano de propagación más favorable. (Ver figura 10)



Figura 10: frontera entre ambas regiones. 1000 aumentos.

3.3 Simulación estructural

Los resultados entre los dos primeros submodelos, en los que la diferencia era el material de la pieza prototipo, son muy similares. Sin embargo, los resultados en el modelo cilíndrico proporcionan menores tensiones residuales y una situación tensional global menor. Aplicando el procedimiento KD-3 [17] se obtiene una comparación de la vida a fatiga estimada, según el material, a partir de sus curvas S-N [11]. Los resultados pueden observarse en la tabla 5.

Tabla 5: resultados de ida según KD-3						
Material	σ_{eq}^{max} (MPa)	Vida estimada				
UNS C72900	550,8	1,5 E+5				
UNS C17200	535,38	1,5 E+5				
UNS C72900	435,33	1,5 E+6				
(cilindro)						

4 MODELO DE PROPAGACIÓN EN MODO II

La fatiga originada por modo II ha sido descrita en estudios previos, y las condiciones necesarias para su aparición son que las tensiones principales sean de compresión. En ese caso, se pueden encontrar grietas que nuclean, pero no propagan. [18]–[21]. Sin embargo, cuando se dan casos de propagación, las grietas cambian su dirección de propagación hasta ser conducidas por el componente de modo I [16], [22]. El caso de carga de este estudio es compresivo, con esfuerzos de compresión muy elevados y esfuerzos de tracción nulos o muy pequeños. Se propone un modelo para determinar una condición necesaria, pero no suficiente, para que ocurra la propagación en modo II

Se propone que, a partir de la transformación de las tensiones principales según una dirección definida por un ángulo θ , se relacionan tensión normal y tangencial a través del coeficiente de fricción con el modelo de Coulomb.

$$|\tau_{12}| = \mu. |\sigma_{II}| \tag{1}$$

La transformación permite tener una nueva expresión:

$$\tau_{12} \cdot \cos(2\theta) + \frac{(\sigma_{II} - \sigma_{I})}{2} \sin(2\theta) \bigg|$$
$$= \mu \cdot \bigg| \frac{\sigma_{I} + \sigma_{II}}{2} + \frac{\sigma_{II} - \sigma_{I}}{2} \cos(2\theta) + \tau_{12} \sin(2\theta) \bigg|$$
(2)

Si se realiza un mapa, dadas unas determinadas tensiones de entrada, relacionando el ángulo de propagación el coeficiente de fricción, se obtiene un gráfico como el de la figura 11, que establece qué condiciones permiten la propagación y cuáles la prohíben.



Teniendo en cuenta que ambos materiales comparten tensión cortante (ver figura 11), sólo el Toughmet 3 TS 160 entraría en la región de propagación, ya que se diferencia del C17200 en que tiene un coeficiente de fricción mucho menor.

5 CONCLUSIONES

Las grietas encontradas no tienen su origen en un fallo material, ya que este cumplía las especificaciones del fabricante. A partir de las predicciones del modelo KD-3, si el origen de la grieta se encontrara en el estado tensional, entonces aparecerían en las piezas de cobreberilio, y esto no ocurre.

Sin embargo, la diferencia en propiedades tribológicas sí que podría explicar el hecho de que las grietas aparezcan en las piezas de Toughmet 3 TS 160 y no en las de cobreberilio. Se ha propuesto para ello un modelo que explica los resultados.

Finalmente, el estado tensional sí que se ve reducido en la zona más crítica del taladro cilíndrico, y la predicción de vida según el modelo KD-3 proporciona una vida a fatiga un orden superior al de la caja prismática. Estos resultados se han visto corroborados por las piezas reales, que con este tipo de taladro no han vuelto a desarrollar estas grietas.

6 REFERENCIAS

- D. Daher, S. Le Gourrierec, and C. Pérez-Lamela, "Effect of high pressure processing on the microbial inactivation in fruit preparations and other vegetable based beverages," *Agric.*, vol. 7, no. 9, 2017.
- [2] S. Varma, M. V Karwe, and T.-C. Lee, "Effect of high hydrostatic pressure processing on lycopene isomers," *Int. J. Food Eng.*, vol. 6, no. 5, 2010.
- [3] C. M. Sellars and W. J. M. Tegart, "Hot Workability," *Int. Metall. Rev.*, vol. 17, no. 1, pp. 1–24, 1972.
- [4] W. R. Cribb and F. C. Grensing, "Spinodal copper alloy C72900 - New high strength antifriction alloy system," *Can. Metall. Q.*, vol. 50, no. 3, pp. 232–239, 2011.

[5] Brush Wellman Inc., "EQUACAST," 2006.

- [6] J.-C. Zhao and M. . Notis, "Spinodal decomposition, ordering transformation, and discontinuous precipitation in a Cu–15Ni–8Sn alloy," *Acta Mater.*, vol. 46, no. 12, pp. 4203–4218, Jul. 1998.
- [7] E. W. J. van Hunnik, J. Colijn, and J. A. F. M. Schade van Westrum, "Heat Treatment and Phase Inter-Relationships of the Spray Cast Cu-15 wt%Ni-8 wt%Sn Alloy," *Mater. Sci. Forum*, vol. 102–104, pp. 115–124, 1992.
- [8] S. Spooner and B. G. Lefevre, "The effect of prior deformation on spinodal age hardening in Cu-15 Ni-8 Sn alloy," *Metall. Trans. A*, vol. 11, no. 7, pp. 1085– 1093, Jul. 1980.
- [9] J. W. Cahn, "On spinodal decomposition," Acta Metall., vol. 9, no. 9, pp. 795–801, Sep. 1961.
- [10] R. Alert, P. Tierno, and J. Casademunt, "Formation of metastable phases by spinodal decomposition," *Nat. Commun.*, vol. 7, p. 13067, Oct. 2016.
- [11] MATERION, "Guide to high performance alloys," Mayfield Highs OH USA, 2012.
- [12] W. R. Cribb and F. C. Grensing, "Mechanical design limits for a wrought Cu-15Ni-8Sn spinodal alloy," in SAE 2009 AeroTech Congress and Exhibition, 2009.
- [13] Y. Ouyang *et al.*, "Age-hardening behavior and microstructure of Cu-15Ni-8Sn-0.3Nb alloy prepared by powder metallurgy and hot extrusion," *Trans. Nonferrous Met. Soc. China (English Ed.*, vol. 27, no. 9, pp. 1947–1955, 2017.
- [14] S. Zhang, B. Jiang, and W. Ding, "Dry sliding wear of Cu-15Ni-8Sn alloy," *Tribol. Int.*, vol. 43, no. 1–2, pp. 64–68, 2010.
- [15] C. Zhao et al., "Improving the Mechanical Properties of Cu-15Ni-8Sn Alloys by Addition of Titanium," *Materials (Basel).*, vol. 10, no. 9, Sep. 2017.
- [16] M. O. Wang, R. H. Hu, C. F. Qian, and J. C. M. Li, "Fatigue Crack Growth Under Mode Ii Loading," *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.*, vol. 18, no. 12, pp. 1443–1454, 1995.
- [17] ASME, *BPVC-VIII-3*. ASME, 2017.
- [18] H. W. Liu, "A review of fatigue crack growth analysis." Theoretical and Applied Fracture Mechanics, 1991.
- [19] J. Tong and M. W. Brown, "A model for sliding mode crack closure," pp. 599–611, 1995.
- [20] H. Saal, "Fatigue Crack Growth in Notched Parts With Compressive lean Load," pp. 243–247, 2013.
- [21] D. K. Holm, A. F. Blom, and S. Suresh, "Growth of cracks under far-field cyclic compressive loads: Numerical and experimental results," *Eng. Fract. Mech.*, vol. 23, no. 6, pp. 1097–1106, Jan. 1986.
- [22] T. Y. Hsu and Z. Wang, "Fatigue crack initiation at notch root under compressive cyclic loading," *Procedia Eng.*, vol. 2, no. 1, pp. 91–100, 2010.

Seguridad y durabilidad de estructuras

TRANSPORTE DE HIDRÓGENO EN ACEROS DE ALTA RESISTENCIA TENIENDO EN CUENTA DIFERENTES TIPOS DE TRAMPAS

J. Sanchez^{1*}, A. Ridruejo², P. de Andres³, J. Torres¹, N. Rebolledo¹

¹ Instituto de Ciencias de la Construcción Eduardo Torroja (IETcc-CSIC).

Persona de contacto: javier.sanchez@csic.es

² Departamento de Ciencia de Materiales, Universidad Politécnica de Madrid, E.T.S.I. de Caminos, Canales y Puertos.

³ Instituto de Ciencias de Materiales de Madrid (ICMM-CSIC).

RESUMEN

La fragilización por hidrógeno está presente en muchos de los fallos de estructuras o componentes de acero. En estudios anteriores se ha mostrado el efecto del hidrógeno dentro de la red de hierro a nivel atómico y se concluía que el hidrógeno no establece enlace químico con el hierro pero introduce tensiones internas que debilitan los enlaces hierrohierro y disminuyen la tenacidad de fractura. A nivel macroscópico se ha simulado la propagación de una fisura por el efecto del hidrógeno. Se ha acoplado el transporte de hidrógeno, los gradientes de tensiones y la variación de la tenacidad de fractura en un mismo modelo. El comportamiento en fractura se ha simulado mediante dos leyes cohesivas, una ley lineal y una ley polinómica. En el presente trabajo se estudia el efecto de diferentes tipos de trampas existentes en los aceros sobre el transporte de hidrógeno. Se presenta como caso práctico la simulación de la desorción térmica de hidrógeno al aumentar la temperatura.

PALABRAS CLAVE: Fragilización por Hidrógeno, Acero, Trampas.

ABSTRACT

Hydrogen embrittlement is ubiquitous in many of the failures of steel structures components. The effect of hydrogen inside a periodic lattice of iron has been previously studied at the atomic level concluding that hydrogen does not establish significant chemical bonds with iron; instead it introduces internal stresses that weaken the iron-iron bonds and decrease toughness for fracture. Also we simulate the crack propagation under the hydrogen influence. Hydrogen transport, stress gradients and the evolution of fracture toughness was analysed together in a multi-physics finite element model. Fracture behaviour had been simulated using two different models for the cohesive law with either a lineal or a polynomial dependence. Results showed that the choice for the cohesive law influences the crack propagation rate and the hydrogen concentration profiles. In this work we study the effect of different hydrogen traps on the transport of hydrogen. It is shown a thermal desorption test as practical case.

KEYWORDS: Hydrogen Embrittlement, Steel, Traps.

INTRODUCCIÓN

La Fragilización por Hidrógeno (FH) es una de las principales causas de fallo en los componentes metálicos expuestos a ambientes agresivos y normalmente se considera asociada a otros tipos de degradación, como es la corrosión o la corrosión bajo tensión [1, 2].

En anteriores comunicaciones en el Congreso GEF se ha mostrado el comportamiento del H dentro de la red bcc del Fe observándose que el H no establece enlace con los átomos de Fe [3], pero produce unas distorsiones en la red del Fe que condicionan el camino de difusión del propio H [4] y al mismo tiempo debilitan el enlace FeFe [5], o lo que es lo mismo reduce la energía de fractura del acero [6, 7].

Numerosos trabajos han tratado de forma experimental [8-10] el coeficiente de difusión del hidrógeno dentro de la red de hierro. Los experimentos muestran una gran dispersión debida a diferentes variables como el método de ensayo, la pureza del material, etc. Por otra parte, los cálculos teóricos permiten calcular energías de activación y estados de transición [11]. Sin embargo, como se mostró en la comunicación del 2018, en estos cálculos teóricos no se ha introducido de forma precisa el término relativo a la entropía en la función de Helmholtz. El objetivo de este artículo es usar la energía libre de Helmholtz cálculada por primeros principios, y por lo tanto la variación del coeficiente de difusión con la temperatura, para calcular la desorpción de hidrógeno de una barra de acero a diferentes temperaturas.

METODOLOGÍA

Teniendo en cuenta los cálculos teóricos presentados en años anteriores, en la siguiente figura se muestra la variación de la barrera de difusión (ΔE_T) en función de la temperatura.



Una vez que se ha estimado la barrera de difusión corregida con el cálculo de la entropía, se puede estimar el coeficiente de difusión según la siguiente ecuación:

$$D = D_0 * exp\left[\frac{-\Delta E_T}{kT}\right] \tag{1}$$

Se ha empleado el coeficiente D_0 propuesto por Jiang y Carter [11].

Experimentalmente, Kiuchi and McLellan [10] proponen las siguientes ecuaciones para la difusión de H en hierro:

 $D = 7.23 \ 10^{-8} \exp(-Q/RT) \ [m^2/s]$ (2) Donde $Q = 5.69 \ \text{kJ/mol para el rango de temperaturas} entre 50 y 550 °C.$

 $D = (1-2.52) \ 10^{\circ} \exp(-Q/RT) \ [m^2/s]$ (3) Donde Q = 6.70-7.12 kJ/mol para temperaturas inferiores a 50 °C.

En la figura 2 se comparan ambos coeficientes de difusión en un diagrama tipo Arrhenius. La discrepancia entre ambas ecuaciones se debe a que en el caso actual sólo se está contemplando la ecuación de difusión para una red de hierro pura, sin defectos. Mientas que la ecuación experimental de McLellan incluye el efecto de los defectos o trampas existentes en los materiales estudiados.



La presencia de heterogeneidades microestructurales como pueden ser las dislocaciones, límites de grano y otras imperfecciones inherentes al material, dan lugar a las denominadas trampas de hidrógeno [12]. Estas heterogeneidades reciben este nombre dado que son hidrógeno puede lugares donde el quedar potencialmente "atrapado". Con una fuerza de captura proporcional a la profundidad del pozo de potencial, las trampas de hidrógeno se clasifican en reversibles e irreversibles [13]. Las trampas irreversibles son aquellas en las cuales la energía de activación es demasiado elevada para que el hidrógeno pueda salir de ellas (energía de activación mayor que 60 kJ/mol), mientras que en las reversibles no (energía de activación menor que 60 kJ/mol) [14]. Como ejemplo de trampas irreversibles, se tienen interfases de carburos, precipitados incoherentes y bordes de grano de gran ángulo. Por el otro lado, los ejemplos más comunes de trampas reversibles son dislocaciones, precipitados coherentes y bordes de grano de ángulo bajo [15].

Se ha considerado el hidrógeno en las trampas como una especie química diferente a las que se restringe su movimiento. Por lo tanto, existe un equilibrio químico entre ambos estados:

$$H_{L} \xrightarrow{k_{1}} H_{T}$$

$$\frac{\partial C_{L}}{\partial t} = \frac{\partial C_{T}}{\partial t} = k_{1} \cdot \theta_{L} - k_{2} \cdot \theta_{T}$$
(4)

Donde k_1 y k_2 son las constantes cinéticas, θ_L y θ_T el recubrimiento o grado de ocupación del hidrógeno en la red y en las trampas, que a su vez definen la actividad (*a*) [16-19]:

$$\theta_L = \frac{\mathcal{C}_L}{\beta \cdot N_L} \tag{5}$$

$$\theta_T = \frac{C_T}{\alpha \cdot N_T} \tag{6}$$

$$a_L = \frac{\theta_L}{1 - \theta_L} \tag{7}$$

$$a_T = \frac{\theta_T}{1 - \theta_T} \tag{8}$$
Dónde N_L es el número de átomos de Fe por unidad de volumen, β es el número de intersticios de red por átomo de Fe, N_T es la densidad de trampas, α es el número de trampas por dislocación.

Teniendo en cuenta la ecuación propuesta por Oriani [17], es posible calcular las concentraciones en equilibrio:

$$\frac{\theta_T}{1-\theta_T} = \frac{\theta_L}{1-\theta_L} \cdot exp\left(\frac{W_B}{RT}\right) \tag{9}$$

Donde W_B es la energía de enlace de la trampa.

Por último, se han aplicado las ecuaciones anteriores a un problema de transferencia de materia considerando una concentración inicial de H en el material, 6 ppm en este caso, y una concentración de 0 ppm en la superficie. Se ha considerado una geometría cilíndrica de 2 mm de radio. En el estudio se han reproducido el comportamiento de dos tipos de trampas y se han obtenido sus parámetros considerando un acero tipo AERMET 100 [20].

Tabla 1. Propiedades del material AERMET 100 [20].

Propiedades	AERMET 100
Volumen molar de red $(V_M) \left[\frac{m^3}{mol} \right]$	7.116×10^{-6}
Volumen molar parcial del hidrógeno $(V_H) \left[\frac{m^3}{mol}\right]$	2×10^{-6}
Energía de enlace de trampas de bordes de grano $(W_B^{(GB)})\left[\frac{kJ}{mol}\right]$	58.6
Densidad de trampas de bordes de grano $\left(\alpha^{(GB)}N_T^{(GB)}\right)$ [ppm]	1
Energía de enlace de trampas del carburo $(W_B^{(C)}) \left[\frac{kJ}{mol}\right]$	11.5
Densidad de trampas del carburo $(\alpha^{(C)}N_T^{(C)})$ [ppm]	1×10^4

RESULTADOS

A continuación se muestran los resultados obtenidos en la simulaciones FEM. Se ha simulado el comportamiento a 5 temperaturas fijas: -100, -40, 0, 40 y 100 °C, para un tiempo total en cada una de ellas de 1000 s partiendo de una concentración total de 6 ppm. Se define como trampa nº 1 a los bordes de grano (HT1) y como trampas nº 2 a los carburos (HT2), mientras que HL se refiere al H en la red de Fe.

A modo de ejemplo, en las siguientes figuras se muestran los resultados obtenidos para T = 40 °C. En las figuras 3 y 5 se ha dibujado el perfil de la concentración total de H para t = 10 & 60 s, mientras que en las figuras 4 y 6 se muestra el perfil para el hidrógeno en la red HL y el H en las dos trampas definidas como HT1 y HT2. Debido a la concentración de contorno impuesta en la superficie donde HL = 0 ppm, se produce la desorpción del HL que es el único que tiene movilidad. Al disminuir la concentración de HL desplaza el equilibrio del H que se encuentra atrapado comenzándose a liberar hacia la red de Fe. Dependiendo de la energía de atrapamiento, W_B , y de la temperatura las trampas se pueden "vaciar" o permanecen llenas para tiempo cortos.







Figura 4. Concentración de H en la red y en las trampas. $T = 40 \ ^{\circ}C$; $t = 10 \ s$.



Figura 5. Concentración total de H. T = 40 °C; t = 60 s.



En las siguientes figuras se muestra la evolución de la concentración de H a una temperatura fija dada. Se pueden observar dos efectos: i) el efecto del coeficiente de difusión, y ii) la variación del equilibrio entre el H en la red y el H en las trampas al variar la temperatura.

Como se ha mostrado anteriormente, al aumentar la temperatura aumenta la movilidad del H en la red por lo que se produce la desorpción de forma más rápida.

En cuanto a las constantes de equilibrio, se observa que para temperaturas inferiores a 40 °C la concentración de H en la red, *HL*, es inferior al que se encuentra en las trampas correspondientes a los carburos, *HT2*. Sin embargo, este comportamiento se invierte para temperaturas superiores a los 40 °C. Por otra parte, el hidrógeno que se encuentra en bordes de grano, *HT1*, permanece atrapado durante todo el tiempo de cálculo y sólo para temperaturas de 100 °C comienza a apreciarse su salida.



Figura /. Evolucion de la concentracion de H a un temperatura de -100 °C.



Figura 8. Evolución de la concentración de H a una temperatura de -40 °C.



Figura 9. Evolución de la concentración de H a una temperatura de 0 °C.



Figura 10. Evolución de la concentración de H a una temperatura de 40 °C.



Figura 11. Evolución de la concentración de H a una temperatura de 100 °C.

En la figura 12 se muestra la comparación entre la simulación realizada bajo las condiciones mostradas anteriormente y el comportamiento si se supone que todo el H tiene el coeficiente de difusión propuesto por McLellan [10]. Aunque el comportamiento es similar

para tiempo muy cortos, sin embargo, empleando el coeficiente de difusión de McLellan no se puede captar el efecto de las trampas tipo borde de grano (*HT1*).



Figura 12. Evolución de la concentración de H a una temperatura de 40 °C.

CONCLUSIONES

Se ha simulado mediante FEM el comportamiento del H en un acero de alta resistencia teniendo en cuenta dos tipos de trampas o defectos con diferentes energías de atrapamiento y diferente densidad.

Estas simulaciones permiten evaluar el efecto de la temperatura sobre el equilibrio del H en la red y en las trampas, además de reproducir el propio transporte de H dentro de la red de Fe.

Existe una discrepancia entre la ecuación propuesta por McLellan et al. y los resultados de la simulación al considerarse las trampas irreversibles.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer la financiación recibida del MINECO (MAT2017-85089-C2-1-R), y del ERC-Synergy Program (ERC-2013-SYG-610256 NANOCOSMOS), así como al CTI-CSIC por el clúster de cálculo.

REFERENCIAS

- Elices, M., et al., *Failure analysis of prestressed anchor bars*. Engineering Failure Analysis, 2012. 24(0): p. 57-66.
- 2. Parkins, R.N., et al., *Environment sensitive cracking of pre-stressing steels*. Corrosion Science, 1982. **22**(5): p. 379-405.
- Sanchez, J., et al., *Hydrogen in α -iron: Stress and diffusion*. Physical Review B Condensed Matter and Materials Physics, 2008. 78(1).
- 4. Sanchez, J., et al., *Ab initio molecular dynamics simulation of hydrogen diffusion in α -iron.*

Physical Review B - Condensed Matter and Materials Physics, 2010. **81**(13).

- Castedo, A., et al., *Ab initio study of the cubic-tohexagonal phase transition promoted by interstitial hydrogen in iron.* Physical Review B, 2011. 84(9): p. 094101.
- 6. Sánchez, J., et al., Cálculo de la velocidad de propagación de la fisura debido a fragilización por hidrógeno. Hormigón y Acero.
- Jiang, D.E. and E.A. Carter, First principles assessment of ideal fracture energies of materials with mobile impurities: implications for hydrogen embrittlement of metals. Acta Materialia, 2004. 52(16): p. 4801-4807.
- Li, D.M., R.P. Gangloff, and J.R. Scully, *Hydrogen trap states in ultrahigh-strength AERMET 100 steel.* Metallurgical and Materials Transactions a-Physical Metallurgy and Materials Science, 2004. 35A(3): p. 849-864.
- Thomas, R.L.S., et al., *Trap-governed hydrogen* diffusivity and uptake capacity in ultrahighstrength AERMET 100 steel. Metallurgical and Materials Transactions a-Physical Metallurgy and Materials Science, 2002. 33(7): p. 1991-2004.
- Kiuchi, K. and R.B. McLellan, *The solubility and diffusivity of hydrogen in well-annealed and deformed iron*. Acta Metallurgica, 1983. **31**(7): p. 961-984.
- Jiang, D.E. and E.A. Carter, Diffusion of interstitial hydrogen into and through bcc Fe from first principles. Physical Review B, 2004. 70(Copyright (C) 2009 The American Physical Society): p. 064102.
- 12. Lee, S.-M. and J.-Y. Lee, *The Trapping and Transport Phenomena of Hydrogen in Nickel* 1986: p. 181-187.
- Thomas, R.L.S., et al., *Trap-Governed Hydrogen* Diffusivity and Uptake Capacity in Ultrahigh-Strength AERMET 100 Steel. Metall. Mater. Trans. A., 2002. 33(7): p. 1991-2004.
- Silverstein, R., D. Eliezer, and E. Tal-Gutelmacher, *Hydrogen trapping in alloys studied* by thermal desorption spectrometry. Journal of Alloys and Compounds, 2018. 747: p. 511-522.
- 15. Liu, Q., et al., *Hydrogen trapping in some advanced high strength steels*. Corrosion Science, 2016. **111**: p. 770-785.
- 16. Pressouyre, G.M. and I.M. Bernstein, *A kinetic trapping model for hydrogen-induced cracking*. Acta Metallurgica, 1979. **27**(1): p. 89-100.
- 17. Oriani, R.A., *The diffusion and trapping of hydrogen in steel.* Acta Metallurgica, 1970. **18**: p. 147-157.
- Nagao, A., et al., Hydrogen-enhanced-plasticity mediated decohesion for hydrogen-induced intergranular and "quasi-cleavage" fracture of lath martensitic steels. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 2018. 112: p. 403-430.

- 19. Dadfarnia, M., et al., *Modeling hydrogen transport* by dislocations. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 2015. **78**: p. 511-525.
- 20. Dadfarnia, M., P. Sofronis, and T. Neeraj, *Hydrogen interaction with multiple traps: Can it be used to mitigate embrittlement?* International Journal of Hydrogen Energy, 2011. **36**(16): p. 10141-10148.

PROPAGACIÓN DE GRIETAS POR FATIGA EN ESLABONES DE CADENAS OFFSHORE MEDIANTE EL MÉTODO EXTENDIDO DE LOS ELEMENTOS FINITOS (XFEM)

A. Bergara^{1,2*}, J. Altuzarra³, A. Arredondo³, J.M. Martínez-Esnaola^{1,2}

¹ Ceit, Manuel Lardizabal 15, 20018 Donostia-San Sebastián, España.
² Universidad de Navarra, Tecnun, Manuel Lardizabal 13, 20018 Donostia-San Sebastián, España.
³ Vicinay Marine Innovación, Plaza Ibaiondo 1, 48940 Leioa, España.
* Persona de contacto: <u>abergara@ceit.es</u>

RESUMEN

Este trabajo profundiza en el estudio de la propagación de grietas por fatiga en eslabones de cadenas offshore en condiciones de servicio mediante el Método Extendido de los Elementos Finitos (XFEM) implementado en el software Abaqus 2018. En un primer trabajo, se determinó XFEM como el método idóneo para analizar propagaciones de grieta por fatiga frente a métodos analíticos y frente a la integración numérica aproximada de la ley de Paris. Sin embargo, la limitación de no poder simular un contacto variable entre eslabones durante el ciclo de fatiga impidió adoptar este método como herramienta fiable para el estudio de problemas industriales. En este trabajo, se ha desarrollado una nueva metodología de simulación basada en una aproximación global-local que permite simular el crecimiento de grietas por fatiga mediante XFEM teniendo en cuenta un contacto variable entre eslabones. En primer lugar, se presentan ambas metodologías de simulación, para posteriormente comparar ambos resultados. Por último, los nuevos resultados numéricos se han contrastado con resultados experimentales.

PALABRAS CLAVE: Fractura, Fatiga, XFEM, Offshore.

ABSTRACT

This work goes in depth in the study of fatigue crack propagation in offshore mooring chains under service conditions through the Extended Finite Element Method (XFEM) implemented in the Abaqus 2018 software. In a first study, the XFEM was determined as the optimum method to perform fatigue crack propagation analyses compared to analytical methods and to the approximate numerical integration of the Paris law. However, the analysis was not able to consider a variable contact during the fatigue cycle, what prevented this method from being adopted a as a reliable tool for the study of industrial problems. In this work, a new simulation methodology based on a global-local approach has been developed that allows simulating fatigue crack growth with variable contact between links in mooring chains. First, both simulation methodologies are presented. Next, both results are compared. Finally, the new numerical and experimental results have been compared.

KEYWORDS: Fracture, Fatigue, XFEM, Offshore.

1. INTRODUCCIÓN

Las cadenas de fondeo de estructuras flotantes offshore están sometidas a varios fenómenos de degradación, principalmente la fatiga y la corrosión. La presencia y la propagación de grietas en estos componentes comprometen seriamente su seguridad, así como la de la estructura completa. La demanda de petróleo y gas hace que la industria offshore se esté moviendo hacia entornos cada vez más hostiles y situaciones más agresivas: mayores profundidades, presencia de huracanes, temperaturas árticas, etc.

En este contexto, con proyectos de larga duración y condiciones agresivas, cobra gran importancia poder asegurar la integridad estructural de toda la línea de fondeo. El conocimiento del fenómeno de la fatiga constituye una gran ventaja competitiva para estos sectores que demandan componentes de alta fiabilidad sometidos a solicitaciones severas, y facilita la programación de su mantenimiento e inspección. En los últimos años, varios grupos han investigado sobre este tema discutiendo la frecuencia de los fallos, sus ubicaciones, causas principales, necesidades de inspección y recertificación, etc. [1-4]. De todos estos estudios se desprende que dos de los fenómenos de degradación que más afectan a las cadenas de las líneas de fondeo son la corrosión y la fatiga. Ambos pueden ser analizados desde el punto de vista de la Mecánica de la Fractura. Con carácter general, esto se puede llevar a mediante métodos analíticos basados cabo en formulaciones estandarizadas o métodos numéricos que emplean el análisis por elementos finitos.

Este artículo es la continuación de un trabajo anterior en el que se emplearon ambos métodos para el estudio de la propagación de grietas por fatiga [5]. En primer lugar, se emplearon las soluciones analíticas propuestas por la British Standard (BS7910:2013) [6], pero los resultados no fueron satisfactorios debido a la complejidad de los campos tensionales de los eslabones. En segundo lugar, se empleó la integración numérica de la ley de Paris, obteniendo resultados que subestimaban en exceso la vida de los eslabones (la integración numérica se usó también para el análisis de vida remanente de cadena real escaneada bajo el agua [7]). Por último, se empleó el Método Extendido de los Elementos Finitos (XFEM) implementado en el software Abaqus 2017. A pesar de quedar demostrado el potencial del método para realizar este tipo de análisis, la limitación del método de no poder simular un contacto variable entre eslabones durante el ciclo de fatiga ocasionó cierta dispersión e incertidumbre en los resultados numéricos. En este trabajo, se ha desarrollado una nueva metodología de simulación basada en una aproximación global-local que permite simular un contacto variable entre eslabones, lo que mejora sustancialmente los resultados obtenidos.

2. MÉTODO EXTENDIDO DE LOS ELEMENTOS FINITOS (XFEM)

El criterio de fatiga de bajos ciclos disponible en Abaqus/Standard permite simular la propagación de una grieta en un componente sujeto a cargas cíclicas subcríticas. El inicio y la propagación de la grieta por fatiga están caracterizados por la *ley de Paris* [8], que relaciona la velocidad de crecimiento de la grieta, da/dN, con el rango de velocidad de liberación de energía en la punta de la grieta, ΔG , basado en el cierre virtual de grieta (VCCT).

El régimen de Paris está caracterizado por $\Delta G = G_{\text{max}} - G_{\text{min}}$, donde G_{max} y G_{min} corresponden a las velocidades de liberación de energía cuando la estructura está cargada a las cargas máxima y mínima, P_{max} y P_{min} , respectivamente.

El régimen de Paris está limitado por G_{thresh} y G_{pl} . Por debajo de G_{thresh} no hay crecimiento de grieta por fatiga, mientras que por encima de G_{pl} la grieta de fatiga crecerá a una velocidad acelerada. G_{C} es la tenacidad de fractura del material, y G_{equivC} se calcula dependiendo del criterio de modos mixtos seleccionado por el usuario y la fuerza de unión del material.

El criterio de iniciación para la propagación de la grieta se define de la siguiente manera:

$$f = \frac{N}{c_1 \Delta G^{c_2}} \ge 1.0 \tag{1}$$

donde c_1 y c_2 son constantes del material y N es el número de ciclos. El elemento no romperá hasta que la ecuación se satisfaga y $G_{\text{max}} > G_{\text{thresh}}$.

Una vez se ha cumplido el criterio de iniciación, la velocidad de crecimiento de la grieta, da/dN, se puede calcular en función del rango de velocidad de liberación de energía, ΔG . El crecimiento de grieta por ciclo está definido por la *ley de Paris*.

$$\frac{da}{dN} = c_3 \Delta G^{c_4}, \quad \text{si} \qquad G_{thresh} < G_{\text{max}} < G_{pl} \qquad (2)$$

donde c_3 y c_4 son constantes dependientes del material y del medio ambiente.

Abaqus/Stardard simula el crecimiento de la grieta fracturando como mínimo un elemento contiguo a la punta de la grieta. Dadas las propiedades del material y la dirección de propagación de la grieta, combinado con la longitud característica del elemento en la punta de la grieta, se puede calcular el número mínimo de ciclos para romper un elemento contiguo a la punta de la grieta.

$$a_{N+\Delta N} = a_N + \Delta N \cdot c_3 \Delta G^{c_4} \tag{3}$$

Se fractura el elemento más crítico y se le asigna una rigidez y restricción nulas.

Limitación

Una limitación del análisis *direct cyclic* -análisis mediante el cual se realizan las propagaciones de grietaes que no es capaz de considerar un contacto variable durante el ciclo de fatiga [9].

3. PROPAGACIÓN DE GRIETAS POR FATIGA MEDIANTE XFEM

3.1. Modelos de elementos finitos

Se han analizado dos modelos diferentes de cadena: Cadena 120 mm y Cadena 146 mm. Ambos modelos difieren en las dimensiones del eslabón y las cargas de prueba realizadas durante el proceso de fabricación y de servicio. Se han estudiado ambos casos porque presentan propagaciones de grieta en localizaciones diferentes. En la Cadena 120 mm la grieta inicia y crece en la zona del codo, mientras que en la Cadena 146 mm la grieta inicia y propaga en la zona de la corona. Ambos modelos de elementos finitos se han creado y mallado utilizando el software Abaqus 2018. Todos los elementos utilizados han sido hexaedros de integración reducida y orden lineal (C3D8R). Las propagaciones de grieta se han simulado utilizando el Método Extendido de los Elementos Finitos (XFEM) implementado en el software Abaqus 2018.

Las mallas de elementos finitos creadas para los dos modelos de cadena se muestran en la *Figura 1*. Para reducir el coste computacional de los modelos y, por lo tanto, reducir el tiempo de simulación, sólo las zonas de interés se han mallado finamente. Las áreas que se han mallado finamente son las zonas de aplicación de carga y de las condiciones de contorno, la zona de contacto

entre ambos eslabones, y especialmente, las zonas de localización y propagación de las grietas.



Figura 1. Malla de elementos finitos creada para la cadena 120 mm (Izq.) y para la cadena 146 mm (Dcha.).

El análisis numérico de los eslabones consta de dos partes. En primer lugar, se realiza un análisis estático con material elasto-plástico representativo del proceso de fabricación. Con el objetivo de comprobar el estado de la sección de soldadura, así como para adaptar la geometría del eslabón a sus dimensiones finales, se realiza una precarga y posterior descarga de los eslabones. Este proceso genera un campo de tensiones residuales en el componente, ver *Figura 2*. Las tensiones residuales son compresivas en la zona de iniciación de la grieta en ambos eslabones.



Figura 2. Distribución de tensión principal máxima (Abs) (tensiones residuales) en la cadena 120 mm (Izq.) y en la cadena 146 mm (Dcha.).

A continuación, se realiza otro análisis estático con el objetivo de llevar las cadenas a la carga mínima del ciclo de fatiga. Una vez que las cadenas están cargadas con la carga mínima, se procede al análisis de fatiga. El material utilizado en este caso ha sido elástico lineal. El análisis se realiza con la grieta ya insertada en el modelo –la grieta no inicia en campos compresivos- y con las tensiones residuales como estado tensional inicial.

Las condiciones de carga para ambos modelos se muestran en la *Tabla 1*. Las cargas aplicadas, así como las condiciones de contorno impuestas a los modelos de EF, se muestran en la *Figura 3*.

Tabla 1. Condiciones de carga para cada tipo de cadena.

PRE-CARGA	Cadena 120 mm	Cadena 146 mm
Carga	$1.1047 \times 10^7 \text{ N}$	$1.3228\times10^7~\mathrm{N}$
Descarga	100 N	100 N
FATIGA	Cadena 120 mm	Cadena 146 mm
Carga estática	$300 \times 10^3 \text{ N}$	$250 \times 10^3 \text{ N}$
Carga cíclica	$300 \times 10^3 \text{ N} - 2.7$	250×10^3 N -
	$ imes 10^{6}$ N	$3.15 \times 10^6 \mathrm{N}$



Figura 3. Aplicación de las cargas y condiciones de contorno.

La parte plástica del material se ha definido de acuerdo a la ecuación de endurecimiento de Ramberg-Osgood (*ecuación 4*). Las propiedades de material utilizadas en las simulaciones se muestran en la *Tabla 2*.

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + \alpha \frac{\sigma}{E} \left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right)^{n-1} \tag{4}$$

donde ε es la deformación, σ es la tensión, E es el módulo de Young, σ_0 es el límite elástico y α y n son constantes que dependen del material.

Propiedades del material		
Módulo de Young	206800 MPa	
Coeficiente de Poisson	0.29	
Energía crítica de fractura	44.12 MPa·mm	
Límite elástico	962 MPa	
Tensión de rotura	1026 MPa	
Alarg. a la tensión de rotura	9%	
n	58.23	
α	0.4345	

Las constantes de Paris utilizadas son $C = 2.62 \times 10^{-5}$ y m = 1.11 (cuando da/dN se expresa en mm/ciclo y K en MPa \sqrt{m}). Estas constantes son las que recomienda la BS7910:2013 para aceros de límite elástico inferior a 700 MPa y $R \ge 0.5$ [6], las cuales fueron validadas para los materiales de cadena [10]. Se ha empleado un parámetro de carga R = 0.75. A pesar de que las relaciones entre las cargas aplicadas son inferiores a este valor, las relaciones entre las tensiones máximas y mínimas en las zonas de propagación de las grietas son diferentes. Abaqus sólo soporta los datos de la *ley de Paris* en función del rango de liberación de energía, ΔG , por lo que los valores de los FIT, K, tienen que ser sustituidos por G, según la siguiente ecuación:

$$G = \frac{1 - v^2}{E} (K_I^2 + K_{II}^2) + \frac{1 + v}{E} K_{III}^2$$
(5)

donde *E* es el módulo de Young y *v* el coeficiente de Poisson. Sustituyendo estos valores se obtienen los valores $c_3 = 1.8 \times 10^{-4}$ y $c_4 = 0.555$ para la Ecuación (2), cuando *da/dN* se expresa en mm/ciclo y ΔG en N/mm. Se ha impuesto un valor de 1 y 0 para las constantes c_1 y c_2 , respectivamente. De este modo, se cumple el criterio de iniciación de daño desde el comienzo del análisis y las energías liberadas en la punta de la grieta son comparadas directamente con la *ley de Paris* (criterio de propagación) para decidir si una grieta propaga o no. Del mismo modo, se ha establecido un valor de 0.0001 y de 0.99 para G_{thresh} y G_{pl} , respectivamente. De este modo, se garantiza estar dentro del rango válido de Paris (propagación estable de grieta) durante la simulación completa.

3.2. Metodología antigua de simulación: unión fija entre eslabones

Como consecuencia de la limitación de XFEM, ambos eslabones se tuvieron que unir mediante un contacto fijo entre ellos. Este caso sería el equivalente a "soldar" los dos eslabones a través de una superficie común. En el caso real, el contacto entre eslabones varía durante la carga cíclica de fatiga, siendo el contacto máximo con la carga más alta, y mínimo con la carga más baja. Con el objetivo de estudiar la influencia de esta aproximación, se crearon tres modelos de cadena, cada uno de ellos con una zona de unión diferente. Los tamaños fueron la zona máxima de contacto del ciclo de fatiga, la zona mínima de contacto y la zona intermedia entre ambas, ver *Figura 4*.



Figura 4. Zona de unión máxima, mínima e intermedia, respectivamente.

Para cada modelo se insertó una grieta lo más pequeña posible que garantizara su propagación. La definición de la grieta se muestra en color morado, mientras que la zona habilitada para el crecimiento de la grieta se muestra en color rojo, ver *Figura 5*.



Figura 5. Definición de la grieta y sus propiedades para la cadena 120 mm (Izq.) y 146 mm (Dcha.).

3.3. Nueva metodología de simulación: aproximación global-local "manual"

Para solventar la limitación del contacto fijo durante el ciclo de fatiga, se ha desarrollado una metodología de modelización global-local "manual". Esta metodología se basa en obtener una solución global utilizando una malla gruesa de elementos finitos, llamada modelo global, y posteriormente se obtienen resultados detallados al refinar la malla de elementos finitos en el de interés, llamada modelo local. Los área desplazamientos nodales o fuerzas nodales se utilizan como entrada para el modelo local. Sin embargo, la metodología de modelización global-local implementada en el software Abaqus 2018 no es compatible con el análisis direct cyclic [11]. En cambio, el análisis sí permite una aproximación de modelización global-local "manual".

En este caso, al no estar las cadenas unidas rígidamente, se han asignado unas propiedades de contacto a ambos eslabones que incluyen la definición del contacto normal como "hard contact" y la definición del contacto tangencial con un coeficiente de rozamiento de 0.3, ver *Figura 6*.



Figura 6. Propiedades de contacto asignadas a las cadenas.

Esta aproximación "manual" es la siguiente. El análisis estático inicial, representativo del proceso de fabricación, así como el análisis estático que lleva la cadena a la carga mínima de fatiga, se realizan como en la metodología antigua. Por el contrario, el análisis direct cyclic es reemplazado por un análisis estático. Se aplican las mismas cargas al modelo, pero esta vez de forma estática. A partir de este análisis, se obtienen las fuerzas nodales máximas y mínimas de contacto entre ambos eslabones durante el ciclo de fatiga, ver Figura 7. Estas fuerzas se utilizarán como entrada para el submodelo y el análisis de fatiga. Como puede observarse, la zona de contacto cambia de una fuerza a otra, siendo el contacto máximo con la carga más alta y mínimo con la carga más baja.



Figura 7. Fuerzas de contacto mínimas (arriba) y máximas (abajo) en las tres direcciones principales durante el ciclo de fatiga para la cadena de 120 mm.

A continuación, se crea el submodelo, para lo cual se importa la malla del modelo global y se eliminan tanto los elementos como los nodos de una mitad de eslabón (el modelo original consta de dos medios eslabones), creando así el submodelo (una media cadena), ver *Figura 8*. Al igual que en la metodología antigua, para cada modelo se ha insertado una grieta inicial semicircular, siendo de 10 mm de diámetro para la cadena 120 mm y de 30 mm de diámetro para la cadena 146 mm, respectivamente (ver *Figura 8*). El tamaño de las grietas se ha seleccionado de tal forma que sean lo más pequeñas posibles pero que garanticen su propagación estable. Debido a que las tensiones residuales compresivas son mayores en la zona de iniciación de la grieta en la cadena 146 mm (ver *Figura 2*), se ha insertado una grieta de mayor tamaño en este submodelo.



Figura 8. Definición de la grieta en el submodelo de la cadena 120 mm (Izq.) y en el submodelo de la cadena 146 mm (Dcha.). La grieta se muestra en color morado, mientras que la zona habilitada para su crecimiento se muestra en color rojo.

Por último, se simula el crecimiento de grieta por fatiga mediante el análisis *direct cyclic*, pero en este caso en el submodelo. Las fuerzas de contacto obtenidas en el análisis anterior se aplican como fuerza motriz en los nodos para la propagación de las grietas. Además, esta aproximación permite importar las tensiones residuales del primer análisis.

3.4. Comparación de los resultados obtenidos mediante ambas metodologías de simulación

En cuanto a la forma de las grietas durante su crecimiento, los resultados obtenidos mediante la metodología antigua están muy afectados por el tipo de unión utilizada. Según el tipo de unión, las formas de crecimiento de las grietas son diferentes, ver *Figuras 9 y 10*. En cambio, la nueva metodología solventa este problema y predice una única forma de propagación para cada caso, ver *Figuras 11 y 12*.



Figura 9. Forma de la grieta para los modelos Zona Mínima, Zona Intermedia y Zona Máxima (Cadena 146 mm).



Figura 10. Forma de la grieta para los modelos Zona Mínima, Zona Intermedia y Zona Máxima (Cadena 120 mm).



Figura 11. Forma de la grieta durante su crecimiento en la cadena 146 mm.



Figura 12. Forma de la grieta durante su crecimiento en la cadena 120 mm.

En cuanto al número de ciclos hasta la rotura de las cadenas, las simulaciones empleando la metodología antigua sobrestiman claramente el número de ciclos (por encima de los 10 millones), y además presentan mucha dispersión debido a las diferentes formas de crecimiento de la grieta según la unión utilizada. Por el contrario, las simulaciones empleando la nueva metodología predicen un número de ciclos más acorde a la realidad (ver *Figura 13 y Apartado 4*). Por lo tanto, la nueva metodología proporciona resultados mucho mejores, tanto en la forma de crecimiento de la grieta como en el número de ciclos hasta la rotura.





Con el objetivo de evaluar la influencia de las tensiones residuales en los nuevos resultados, se ha decidido realizar las simulaciones numéricas también sin tensiones residuales, ver *Figura 14*.



Figura 14. Influencia de las tensiones residuales en los resultados de longitud de grieta vs. número de ciclos para los nuevos modelos.

Como era de esperar, las simulaciones que no tienen en cuenta las tensiones residuales predicen una propagación de grieta más rápida, siendo la diferencia mucho mayor para la cadena 146 mm debido a que las tensiones residuales compresivas son mayores (ver *Figura 2*). Además, la grieta crece con una forma más definida en las simulaciones sin tensiones residuales, ver *Figuras 15 y 16*.



Figura 15. Forma de la grieta durante su crecimiento en la cadena 146 mm sin tensiones residuales.



Figura 16. Forma de la grieta durante su crecimiento en la cadena 120 mm sin tensiones residuales.

4. CONTRASTE CON RESULTADOS EXPERIMENTALES

El modelo de cadena 120 mm que se ha estudiado se corresponde con el de un ensayo real, ver *Figura 17*.



Figura 17. Ensayo en cadena 120 mm. Ubicación de la rotura y superficie de fractura.

El ensayo tuvo una duración total de 550258 ciclos. De este total de ciclos, el crecimiento de grieta entre 33 y 74 mm supuso 111562 ciclos. La simulación sin tener en cuenta las tensiones residuales predice 41454 ciclos, mientras que la simulación teniendo en cuenta las tensiones residuales predice 51015 ciclos. Por lo tanto, las simulaciones numéricas subestiman ligeramente la vida a fatiga del eslabón (en un factor de 2), siendo la simulación que tiene en cuenta las tensiones residuales la que más se ajusta a la realidad. Estas diferencias entre los resultados numéricos y experimentales pueden atribuirse a la selección de las propiedades de fatiga del material o a la propia dispersión de los resultados experimentales de fatiga. En cuanto a la forma de la grieta durante su crecimiento, la simulación sin tensiones residuales se ajusta más a la realidad, debido a que la grieta no crece bajo tensiones compresivas en la simulación que tiene en cuenta las tensiones residuales. En la realidad, estas tensiones residuales deberían relajarse con el tiempo, mientras que en el modelo se mantienen constantes. Esto se debe a que el análisis direct cyclic fractura completamente los elementos de un ciclo a otro basándose en la variación cíclica de la energía de fractura, sin considerar una "degradación" o variación continua de la distribución de tensiones [9].

5. CONCLUSIONES

La nueva metodología de simulación de fatiga en eslabones de cadenas, basada en una aproximación "global-local", ofrece unos resultados mucho mejores que la metodología antigua basada en uniones rígidas. La correlación de los nuevos resultados numéricos con los resultados experimentales ha sido buena en cuanto a la forma de la grieta durante su crecimiento y dentro de los límites admisibles (factor de 2) en la estimación de vida.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen al Gobierno Vasco (Programa ELKARTEK) la subvención concedida para la realización de este trabajo.

REFERENCIAS

- M.G. Brown, A.P. Comely, M. Eriksen, I. Williams, P. Smedley, S. Bhattacharjee, (2010) "Phase 2 Mooring Integrity JIP – Summary of Findings", OTC 20613.
- [2] K.T. Ma, A. Duggal, P. Smedley, D. L'Hostis, H. Shu, (2013) "A Historical Review on Integrity Issues of Permanent Mooring Systems", OTC 24025.
- [3] R.B. Gordon, M.G. Brown, E.M. Allen, (2014) "Mooring Integrity Management: A State-of-the-Art- Review", OTC 25134.
- [4] E. Fontaine, A. Kilner, C. Carra, D. Washington, K.T. Ma, A. Phadke, D. Laskowski, G. Kusinski, (2014) "Industry Survey of Past Failures, Preemptive Replacements and Reported Degradations for Mooring Systems of Floating Production Units", OTC 25273.
- [5] A. Bergara, J. Aldazabal, J. Altuzarra, A. Arredondo, J.M. Martínez-Esnaola (2018) "Propagación de grietas en eslabones de cadenas offshore", *Anales de Mecánica de la Fractura*, 35, 598-603.
- [6] BS 7910:2013+A1:2015, (2015) "Guide to methods for assessing the acceptability of flaws in metallic structures", *The British Standard Institution*.
- [7] A. Ibekwe, K. Sorensen, J. Fernández, A. Arredondo, A. Mena, (2018) "Remnant Life Assessment of Bonga FPSO and SPM Mooring Chains" OMAE-77941.
- [8] SIMULIA User Assistance 2018, (2018) "Crack propagation analysis", *Dassault Systemes Simulia Corporation*.
- [9] SIMULIA User Assistance 2018, (2018) "Direct cyclic analysis", *Dassault Systemes Simulia Corporation*.
- [10] Y. Zhang, N. Zettlemoyer, P. Tubby, (2012) "Fatigue Crack Growth Rates of Mooring Chain Steels", *OMAE-84223*.
- [11] SIMULIA User Assistance 2018, (2018) "About submodeling", *Dassault Systemes Simulia Corporation*.

DESIGNING GLAZING AGAINST TERRORIST EXPLOSIONS

J. Rodríguez^{1*}, L. Lacoma¹, F. Martínez¹, J. Martí¹

 ¹ Principia Ingenieros Consultores. Velázquez 94, 28006. Madrid-España
* Persona de contacto: javier.rodriguez@principia.es

RESUMEN

Cada vez resulta más necesario tener en cuenta la amenaza de explosiones terroristas al proyectar las fachadas de muchos edificios. Su consideración debe compatibilizarse con diseños arquitectónicos que persiguen la transparencia, por razones físicas y de imagen, y contemplan una envolvente acristalada para todo el edificio.

El artículo analiza la amenaza, el nivel de protección buscado, las configuraciones de acristalamiento y los cálculos requeridos para validar y optimizar una configuración de acristalamiento determinada. Esto se ilustra con el análisis del acristalamiento de una terminal de aeropuerto. Los cálculos destacan la importancia de permitir una deformabilidad controlada al acristalamiento, mitigando la explosión y reduciendo las cargas transmitidas a la estructura principal; de aprovechar el efecto membrana en el acristalamiento; y de contar con un anclaje adecuado. También se comentan otros aspectos importantes, como el papel de la silicona estructural o el del gas interno en el doble acristalamiento.

PALABRAS CLAVE: Acristalamiento, Terrorismo, Explosiones, Simulación, Diseño

ABSTRACT

The threat of terrorist explosions is increasingly one to be considered when designing the façades of many buildings. This threat must be accommodated in architectural designs that are pursuing transparency, for both physical and image purposes, and hence contemplate extensive glazing enveloping the building.

The paper examines the explosive threat, the level of protection sought, the glazing configurations, and the calculations that need to be carried out in order to validate and optimise a given glazing configuration. This is illustrated with the analysis of the glazing of an airport terminal. The calculations highlight the importance of allowing a controlled deformability of the glazing, softening the blast and reducing the loads transmitted to the main structure; taking advantage of membrane effects in the glazing; and providing adequate anchorage. Other important aspects, like the role of the structural silicone or that of inter-pane gas in the glazing are also discussed.

KEYWORDS: Glazing, Terrorism, Explosions, Simulation, Design

1. INTRODUCTION

In the present world, the threat of terrorist explosions is increasingly one to be considered when designing the façades of many buildings. Simply dealing with airports, it is worth recalling the relatively recent incidents experienced at Istanbul Atatürk airport and Brussels airport in 2016, Moscow Domodedovo airport in 2011 or Madrid in 2006.

The effects of terrorist explosions must often be reconciled with architectural designs that are pursuing transparency, for both physical and image purposes, and that hence contemplate extensive glazing enveloping the building. Some of the difficulties encountered by engineers and structural analysts for achieving a satisfactory blastresistant design in those situations are addressed in the present paper.

2. THE THREAT

The first aspect to clarify in a blast-resistant design is the magnitude of the threat being faced. Obviously, not all threats can be arrested, nor would it be justified to attempt it.

The two main threats that are usually considered for civilian buildings are the PBIED (person-borne improvised explosive device) and the VBIED (vehicleborne improvised explosive device). This basically limits the quantity of explosive being detonated, usually characterised by its TNT-equivalent. The PBIED is unlikely to exceed 20 kg, as it must be carried in a backpack or suitcase. VBIEDs start at 25 kg when carried on a motorcycle and may reach several tonnes for a large truck.

Given the explosive quantity, two other aspects need to be specified. The first one is the standoff distance, as the blast effects will obviously decrease with distance. The other one is the line of sight, because of the influence of the incidence angle.

Once the TNT-equivalent of the blast and the standoff distance are known, based on extensive testing conducted in the past, it is relatively straight-forward to establish the demands generated by the blast [1,2]. A typical history is shown in Figure 1; this is usually typically characterised by the peak overpressure, the impulse, and the duration of the positive phase of the blast. It is important to note that, when the blast wave encounters a fixed surface, it will suffer an important amplification.



Figure 1. Typical pressure history

3. LEVELS OF PROTECTION

ISO Standard 16933:2007 [3] classifies the level of protection achieved by the glazing against explosions into hazard ratings that range from A to F. In rating A, termed no break, the glazing does not fracture and there is no visible damage to the glazing system. In rating B, no hazard, the glazing may fracture but the inner rear face leaf of the glazing is retained by the frame. In rating C, minimal hazard, the glazing fractures but the inner rear face leaf is substantially retained and there are limits on the glass fragments found on the floor at distances between 1 and 3 m. Ratings D (very low hazard), E (low hazard) and F (high hazard) provide progressively less protection. The detailed definitions can be obtained from the referenced standard.

The US General Services Administration [4] uses an essentially identical classification into six very similar categories, except that the protection levels are designated 1 through 5, with 3 being decomposed into 3a and 3b (see Figure 2).



Different buildings or parts of buildings may seek different protection levels. Of course, category F (ISO) or 5 (GSA) provides little protection, as the glass shards can become dangerous projectiles themselves. A typical requirement for the glazing is the rating B (ISO) or 2 (GSA), in which the glass panes are essentially retained by the frame; or the rating C (ISO) or 3a (GSA), in which the pressure peak is effectively flattened and, although some glass fragments are projected inwards, they do so with very little kinetic energy.

4. PROTECTIVE GLAZING

Although strong, glass is an inherently brittle material, which in principle is not a very good recipe for withstanding explosions.

For retrofitting existing glazing, an anti-shatter film can be used; this is a polyester film, which does not contribute strength but is intended to hold the glass shards together in case of fracture. It improves the blast performance of existing glazing by mitigating its effects, but other solutions are preferable for new construction.

Modern blast-resistance glazing is made of laminated glass, consisting of a number of glass sheets with a polyvinyl butyral (PVB) layer in-between. The role of the PVB is first to hold the glass fragments together and to contribute a ductile resistance to the glazing when the glass has already fractured. This deformability also shaves the peak of the blast overpressure and reduces the size of the instantaneous loads transmitted to the supporting frame and to the main structure of the building.

Fully tempered glass is used for the glass sheets, with a dynamic strength that reaches 180 MPa. The attachment of the laminated glass to the supporting frame is achieved by means of a structural silicone sealant.

The frame is made of mullions (vertical members) and transoms (horizontal members) which may or may not be part of the main structure of the building. The frame will receive directly the loads transmitted by the glazing.

A modern treatment of the problem can be found in [5].

5. NUMERICAL TOOLS

Calculations must be conducted in order to verify that a given glazing configuration satisfies the imposed requirements. Two types of tools can be used for conducting those verifications.

The first alternative is to use a special-purpose tool, such as the program WINGARD [6] of the US General Services Administration. It is a computer program developed to analyse the response of typical glazing systems, in which the physics are highly simplified, but the results are strongly supported by physical tests. In particular, each laminate is reduced to a one degree of freedom system.

The program has some limitations to analyse butt glazing systems with wet-glazed on the two supported sides. More specifically, the program assumes that the contribution of the structural silicone is unimportant unless "bite" failure of the glazing is imminent; a check of the shear forces present in the structural silicone is conducted based on the dimensions of the silicone bead and its shear capacity.

Because of those limitations, when seeking more accurate results, a different methodology may be preferred and is in fact the basic one used here for analysing the example described later.

For the case analysed, a FE model was constructed with the general-purpose code Abaqus [7]. The program is perfectly adequate for analysing problems such as the one considered and incorporates the type of constitutive models that are needed for representing the materials of interest. The problem is solved using an explicit timeintegration algorithm, which allows following the details of the dynamic response of the glazing.

6. CASE STUDIED

The example studied here is that of the glazing envelope of an airport terminal. In this specific context, it is worth mentioning the excellent guidance given in the documents issued by PARAS (Program for Applied Research in Airport Security) [7].

6.1. Description of the problem

The initial design included a hinged support of the glazing for one-way spanning panes. A two-way spanning pane, supported along the four edges, provides membrane forces around the centre, but a one-way spanning pane requires external reaction forces. As a consequence, the hinged arrangement was discarded in favour of a rigid anchor design, with the behaviour illustrated in Figure 3 (taken from [8]).

The design threat is a VBIED at a standoff distance of 30 m. The blast event is characterised by a peak (reflected)

pressure of 44 kPa and an impulse of 726 Pa.s. The linearised pressure history is presented in Figure 4, with a total duration of 33 ms.



Figure 3. Catenary action of the PVB interlayer



The glazing units span 2.8 m between mullions. Preliminary calculations with WINGARD [5] allowed an initial estimate of the thicknesses required for the different layers without taking advantage of the adhesion between the glazing and the frame provided by structural silicone (see Table 1).

Table 1. Initial glazing system

	Tempered glass	12 mm	
Interior pane	PVB	$6 \times 0.381 \text{ mm}$	
	Tempered glass	12 mm	
Air gap	22 mm		
Exterior pane	Tempered glass	16 mm	
	PVB	$6 \times 0.381 \text{ mm}$	
	Tempered glass	16 mm	

The glazing is constituted by two panes separated by an air gap. Each external layer of laminate is joined to the frame with a structural silicone pad. The silicone pad has a length of 30 mm and a height of 10 mm. Those initial calculations did not take into account the membrane resistance of the panes and used properties of annealed glass instead of those of tempered glass.

Calculations are first performed for this configuration and then an attempt is made to optimise the configuration.

4.2. Analysis of the initial configuration

The modelling space is plane strain. This is a conservative assumption because even if the geometry and loads were symmetric, the expected cracking pattern is not, thus increasing the glazing strength. The geometry

and the mesh are respectively shown in Figure 5 and Figure 6.



Figure 6. Finite element mesh

The material properties used in the calculations are presented in Table 2. The values for tempered glass and PVB are those adopted in WINGARD (GSA, 2005) for dynamic analyses. These dynamic properties are considerably higher than the static ones because of viscoelastic effects in the PVB (elastomer) and because of the favourable microcrack patterns that develop in the glass (brittle material) before nucleation.

	Density (kg/m ³)	E (MPa)	Strength (MPa)	Ult. strain (-)
Tempered glass	2500	70,000	170	Fragile
PVB	1100	345	21	2
Structural silicone	1100	See Figure 7		

The structural silicone is characterised with a neo-Hookean material law with a peak strength of 2 MPa for an elongation of 1, which is defined as the onset of plasticity as per Figure 7. The strength varies between manufacturers of the adhesive; a lower value would imply increasing the silicone depth (30 mm in the present calculations).



Figure 7. Uniaxial behaviour of the structural silicone

The air space between the panes is assumed to behave as a closed system with respect to pressure. The air pressure within this space varies inversely with the volume, essentially following a polytropic process with an adiabatic index of 1.4. A generalised contact algorithm is active for detecting contacts between the two glass panes. The load applied is the air-blast, an impulsive load defined by its peak pressure, impulse and duration. To remain conservative, no viscous damping is explicitly introduced in the calculations.

For the reference conservative glazing, before the explicit simulation, Figure 8 depicts the first natural mode of vibration of the system, at a frequency of 10.4 Hz. It is representative of the expected frequency of the response of the structure after an impulsive load, provided it is not damaged during the event.



Figure 8. Reference glazing. First natural freq. 10.4 Hz

The deformation of the structure is presented in Figure 9 at different times. The history of displacements of the centre of each pane is plotted in Figure 10. The total normal reaction at each edge per unit length is shown in Figure 11; positive values represent forces directed inward. And the in-plane reactions are represented in Figure 12, where positive values imply tension in the glazing.



Figure 9. Reference glazing. Displacements



Figure 10. Reference glazing. History of displacements

As can be seen, no cracks appear in the simulation. The response is purely elastic and the design is excessively conservative.



Figure 11. Reference glazing. Normal reaction



Figure 12. Reference glazing. In-plane reaction

4.3. Optimised configuration and analysis

After conducting some iterations to optimise the configuration, that shown in Table 3 was tentatively adopted and analysed.

	Tempered glass	8 mm	
Interior pane	PVB	$6 \times 0.381 \text{ mm}$	
	Tempered glass	8 mm	
Air gap		22 mm	
Exterior pane	Tempered glass	12 mm	
	PVB	$6 \times 0.381 \text{ mm}$	
	Tempered glass	12 mm	

Figure 13 depicts the first natural mode of vibration of the system, at a frequency of 7.2 Hz; this frequency would be expected to decrease as damage accumulates.



Figure 13. Optimised glazing. First freq. .7.2 Hz

The deformation of the structure is presented in Figure 14 at different times. The history of displacements of the centre of each pane is plotted in Figure 15. The total normal reaction at each edge per unit length is shown in Figure 16. And the in-plane reaction is represented in Figure 17, where a positive value implies tension of the glazing.



Figure 14. Optimised glazing. Displacements



Figure 15. Optimised glazing. History of displacements



Figure 16. Optimised glazing. Normal reaction



Figure 17. Optimised glazing. In-plane reaction

The sequence of events is as follows. The inner layer of the external pane is the first one to break at about 35 ms. The layer starts to break at the centre, but the induced shock also produces additional cracks in that same layer and also some cracks in the other glass layer. At around 40 ms, failure of the internal pane also takes place. At this stage the strength is mainly being provided by the PVB layers, which also retain the cracked glass fragments. Once the PVB layer stretches, the flexibility is provided by the structural silicone along the edges since, although with a smaller thickness, the former material has a much higher elastic modulus and strength than the latter one. Finally, once the blast energy has been absorbed, the glazing rebounds.

The previous findings are summarised in Table 4, which compares the responses of the initial and optimised configurations.

Table 4. Summary of peak displacements and reactions

	Reference	Optimised
Peak displacement (mm)	94	232
Inward reaction (kN/m)	52	39
Outward reaction (kN/m)	52	22
In-plane reaction (kN/m)	32	68

The analyses of the response indicate that the possible stress concentrations near the supported edges do not happen in practice, since the silicone allows sufficient flexibility. The ductility required to avoid premature failure is provided by the PVB (which is more effective when the membrane effects develop).

Normal reaction forces are lower in the optimised structure. On the other hand, in-plane forces are higher; however, these are roughly balanced at each mullion, as it supports two panes in similar conditions.

7. CONCLUSIONS

Based on the work performed, the following conclusions and recommendations can be offered:

- In the present case, designing a structural hinge along the edges is neither desirable nor useful. The required flexibility is provided by the structural silicone.
- The initial design, resulting from very conservative assumptions, has been analysed and is seen to behave elastically during the specified blast. It is therefore considered to be excessively conservative.
- Once some damage is allowed in the laminates and once the membrane forces are duly accounted for, it is possible to reduce drastically the thicknesses while satisfying the design requirements.

An implied consequence of the previous findings is that, even if a two-way spanning design (supported along all four edges) is more efficient for blast resistance, the oneway spanning design (supported along only two) is certainly feasible in the present case.

REFERENCES

- [1] US Department of Defense, "Structures to resist the effects of accidental explosives", Unified Facilites Criteria, December 2008.
- [2] T. Krauthammer, Modern protective structures, CRC Press, Boca Raton, Florida, 2007.
- [3] International Standards Organization, "Glass in building. Explosion-resistant security glazing. Test and classification for arena air-blast loading, Standard ISO 16933:2007, First Edition, 2007.
- [4] General Services Administration, US General Services Administration standard test method for glazing and window systems subject to dynamic overpressure loadings, Doc. no. GSA-TS01:2003, 2003.
- [5] M. Zobeca, G. Lori, R. Lumantarna, T. Ngo, C. Nguyen, Innovative design tool for the optimization of blast-enhanced facade systems, Journal of Facade Design and Engineering 2 (2014):183–200
- [6] General Services Administration, Window glazing analysis response and design. WINGARD, 2005.
- [7] SIMULIA, Abaqus analysis user's guide, version 2019, Johnston, Rhode Island, 2018.
- [8] D. Blass, Blast mitigation strategies for non-secure areas at airports. Guidebook, PARAS – Program for Applied Research in Airport Security, National Safe Skies Alliance, August 2018.

VALORES POR DEFECTO DE LA DISTANCIA CRÍTICA EN ACEROS ESTRUCTURALES. ESTIMACIONES DE LA TENACIDAD APARENTE A FRACTURA EN PRESENCIA DE ENTALLAS EN U

S. Cicero¹, J.D. Fuentes^{1,*}, I. Procopio¹, V. Madrazo², P. González¹

¹ LADICIM (Laboratory of Materials Science and Engineering), University of Cantabria, E.T.S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, Av/Los Castros 44, 39005 Santander, Spain; <u>fuentesjd@unican.es</u>, <u>ciceros@unican.es</u>, <u>pessoai@unican.es</u>, <u>glezpablo@unican.es</u>

² Centro Tecnológico de Componentes-CTC, C/Isabel Torres n°1, 39011 Santander, Spain; <u>madrazo.virginia@external.ensa.es</u>

* Persona de contacto: fuentesid@unican.es

RESUMEN

La evaluación de integridad estructural de componentes con defectos tipo entalla ha sido objeto de una extensa investigación en las últimas décadas. La asunción de que las entallas se comportan como fisuras es generalmente muy conservadora, haciendo necesario desarrollar metodologías de análisis que consideren la naturaleza específica de las entallas, de tal forma que se obtengan predicciones seguras y precisas de las cargas de rotura o del tamaño del defecto. Entre las diferentes teorías o modelos que se han desarrollado para abordar este tema, la Teoría de las Distancias Críticas (TDC) es una de las más aplicadas y extendidas. Esta teoría es realmente un grupo de metodologías que tienen en común el uso de la tenacidad del material y un parámetro de longitud que depende del material (la distancia crítica, *L*). Este parámetro de longitud requiere calibración en aquellas situaciones en las que haya comportamiento no lineal, tanto en la escala micro como en la macro. Este proceso de calibración constituye la principal barrera práctica para el uso frecuente de la TDC en aceros estructurales. La principal propuesta de este artículo es proveer a través de un conjunto de valores por defecto propuestos, una metodología para estimar de forma precisa tanto la distancia crítica en aceros estructurales a temperaturas de la zona de transición como la tenacidad aparente a fractura derivada del uso de la TDC.

PALABRAS CLAVE: Fractura, Entalla, Distancia crítica, Acero estructural

ABSTRACT

The structural integrity assessment of components containing notch-type defects has been the subject of extensive research in the last few decades. The assumption that notches behave as cracks is generally too conservative, making it necessary to develop assessment methodologies that consider the specific nature of notches, providing accurate safe predictions of failure loads or defect sizes. Among the different theories or models that have been developed to address this issue the Theory of Critical Distances (TCD) is one of the most widely applied and extended. This theory is actually a group of methodologies that have in common the use of the material toughness and a length parameter that depends on the material (the critical distance; L). This length parameter requires calibration in those situations where there is a certain non-linear behavior on the micro or the macro scale. This calibration process constitutes the main practical barrier for an extensive use of the TCD in structural steels. The main purpose of this paper is to provide, through a set of proposed default values, a simple methodology to accurately estimate both the critical distance of structural steels and the corresponding apparent fracture toughness predictions derived from the TCD.

KEYWORDS: Fracture, Notch, Critical distance, Structural steel

1. INTRODUCCIÓN

Hay muchas situaciones en las que los defectos responsables del fallo estructural no son fisuras (i.,e., defectos afilados cuyo radio en el frente tiende a cero). Si los defectos son romos (ej., entallas), puede ser excesivamente conservador asumir que estos se comportan como fisuras afiladas y, por tanto, lo es también aplicar metodologías para el análisis de fisuras afiladas, generalmente basadas en la mecánica de la fractura. El motivo de dicho conservadurismo es que los componentes entallados desarrollan una capacidad de carga mayor que la soportada por los componentes fisurados.

Para situaciones de fallo frágil en componentes fisurados en los que predomina el comportamiento elástico lineal, la mecánica de la fractura establece que el fallo ocurre cuando el factor de intensidad de tensiones aplicado (K) es igual a la tenacidad a fractura del material (K_{mat}):

$$K = K_{\text{mat}} \tag{1}$$

Sin embargo, los componentes entallados están sujetos a campos de tensiones menos severos en el fondo del defecto, desarrollando así mayor resistencia a fractura (a menudo referida como tenacidad aparente a fractura). Si esto no se tiene en cuenta en el análisis, se demuestra que la ecuación (1) es excesivamente conservadora.

La naturaleza específica de las entallas y sus consecuencias en el comportamiento del material, han requerido el desarrollo de aproximaciones específicas para el análisis a fractura de materiales que contienen este tipo de defectos. En este sentido, el análisis del comportamiento a fractura de las entallas se puede llevar a cabo empleando diferentes criterios: la Teoría de las Distancias Críticas [1-3], Modelos de Zona de Proceso [4,5], el criterio de la Densidad de Energía de Deformación (DED) [6,7], etc. Algunos de ellos están relacionados entre sí, por lo que no es sencillo establecer los límites entre ellos. En cualquier caso, la TDC ha sido aplicada con éxito a diferentes mecanismos de fallo (ej. fatiga, fractura) y materiales, y es particularmente sencilla de implementar en los análisis de integridad estructural [1-3]. Por estas razones, este trabajo se centra en esta aproximación al estudio de las entallas.

2. LA TEORÍA DE LAS DISTANCIAS CRÍTICAS

La Teoría de las Distancias Críticas (TDC) consiste en un conjunto de metodologías cuya característica común es que todas ellas emplean un parámetro de longitud característico del material (la distancia crítica) cuando se realizan las evaluaciones de fractura. Los orígenes de la TDC datan de mediados del siglo XX [8,9], pero ha sido en las dos últimas décadas cuando ha experimentado un gran desarrollo, proporcionando respuestas a diferentes problemas científicos e ingenieriles [1-3,10-12].

El parámetro de longitud mencionado anteriormente se refiere generalmente a la distancia crítica, L, que en los análisis a fractura sigue la ecuación (2) [1]:

$$L = \frac{1}{\pi} \left(\frac{K_{\text{mat}}}{\sigma_0} \right)^2 \tag{2}$$

donde K_{mat} es la resistencia a fractura del material (obtenida en condiciones fisuradas) y σ_0 es un parámetro de resistencia característico del material, conocido como tensión inherente, que generalmente es mayor que la tensión de rotura (σ_u) y requiere calibración. Cuando el comportamiento del material es completamente elásticolineal, σ_0 es igual a σ_u , y obtener *L* es sencillo una vez que la tenacidad a fractura y la tensión de rotura del material son conocidas.

Entre las metodologías que componen la TDC, el Método del Punto (MP) y el Método de la Línea (ML) destacan por su simplicidad y aplicabilidad.

De estos, el MP es la metodología más sencilla, y establece que la fractura tiene lugar cuando la tensión a una distancia L/2 del fondo de la entalla es igual a la tensión inherente [1]. El criterio de fractura resultante es, por lo tanto:

$$\sigma\left(\frac{L}{2}\right) = \sigma_0 \tag{3}$$

Mientras que, el ML asume que la fractura ocurre cuando la tensión media a lo largo de una cierta distancia, 2L, alcanza el valor de la tensión inherente [1].

$$\frac{1}{2L} \int_0^{2L} \sigma(r) dr = \sigma_0 \tag{4}$$

Ambos métodos proporcionan expresiones para la tenacidad aparente a fractura (K_{mat}^N) exhibida por materiales que contienen entallas en U cuando se combinan con la distribución de tensiones elástico-lineal en el fondo de la entalla propuesta por Creager y Paris [13], que es igual a aquella que hay en el frente de la fisura desplazada una distancia $\rho/2$ a lo largo del eje x (que está situado en el plano bisector de la entalla y tiene origen en el fondo de la misma [13]).

$$\sigma(r) = \frac{K}{\sqrt{\pi}} \frac{2(r+\rho)}{(2r+\rho)^{\frac{3}{2}}}$$
(5)

donde *K* es el factor de intensidad de tensiones para una fisura con el mismo tamaño que la entalla, ρ es el radio de entalla, y *r* es la distancia desde el fondo de la entalla hasta el punto analizado. Con el fin de tener en cuenta el rango de validez de las ecuaciones derivadas posteriormente, hay que señalar que la ecuación (5) se ha obtenido para entallas largas y finas (ej. profundidad de la entalla >> radio de entalla) y solo es válido para pequeñas distancias desde el frente de la entalla (r << profundidad de la entalla).

Si se aplica el MP, la ecuación (3) se puede combinar con la ecuación (5), proporcionando [1]:

$$K_{\text{mat}}^{N} = K_{\text{mat}} \frac{\left(1 + \frac{\rho}{L}\right)^{\frac{3}{2}}}{\left(1 + \frac{2\rho}{L}\right)} \tag{6}$$

Esta ecuación permite estimar la tenacidad aparente a fractura (K_{mat}^N) de un material dado con entallas en U a partir de la tenacidad a fractura del material (K_{mat}) obtenida en condiciones fisuradas), el radio de entalla (ρ) y la distancia crítica del material (L). Análogamente, cuando se considera el ML (ecuación (4)) junto con la distribución de tensiones de Creager-Paris (ecuación (5)), el resultado es una ecuación aún más simple [1]:

$$K_{\rm mat}^N = K_{\rm mat} \sqrt{1 + \frac{\rho}{4L}} \tag{7}$$

Estas ecuaciones tienen implicaciones desde un punto de vista práctico, ya que con cualquiera de ellas el análisis a fractura de un componente entallado se reduce a una situación equivalente de un componente fisurado, solo con la particularidad de considerar K_{mat}^N en lugar de K_{mat} . De acuerdo a esto, la fractura tiene lugar cuando:

$$K_I = K_{\rm mat}^N \tag{8}$$

Además, las ecuaciones (6) y (7) proporcionan predicciones similares de K_{mat}^N . Por este motivo, el análisis mostrado posteriormente está enfocado en las predicciones del ML de K_{mat}^N (ecuación (7)), aunque valores similares se pueden obtener para el MP (ecuación (6)).

3. MATERIALES, MÉTODOS Y RESULTADOS EXPERIMENTALES

Los autores han publicado varios artículos mostrando la aplicación de la TDC en un amplio rango de aceros estructurales: S275JR, S355J2, S460M, S690Q (ej. [14,15]). Estos aceros se han ensayado a 3 temperaturas diferentes de su correspondiente zona de transición dúctil-frágil (ZTDF). Por tanto, el programa experimental resultante recogido aquí incluye 12 comportamientos mecánicos diferentes, que se muestran en la Tabla 1 [15,16]. El radio de entalla varía entre los 0 mm (defectos tipo fisura) hasta los 2.0 mm en todos los casos.

Tabla 1. Resumen de los resultados experimentales analizados en este artículo [15,16].

Acero	Ensayos	K _{mat} (MPa·m ^{1/2})	L (mm)	σ _u (MPa)	σ₀ (MPa)
S275JR (-50 °C)	24	80.60	0.0049	565	20543
S275JR (-30 °C)	24	100.70	0.0061	549	23003
S275JR (-10 °C)	34	122.80	0.0083	536	24048
S355J2 (-150 °C)	21	60.56	0.0084	758	11789
S355J2 (-120 °C)	22	146.60	0.0168	672	20179
S355J2 (-100 °C,)	35	157.40	0.0140	647	23734
S460M (-140 °C)	24	45.60	0.0028	795	15375
S460M (-120 °C)	24	88.29	0.0075	759	18189
S460M (-100 °C)	33	88.58	0.0053	727	21708
S690Q (-140 °C)	24	69.11	0.0069	1112	14844
S690Q (-120 °C)	24	103.80	0.0131	1061	16180
S690Q (-100 °C)	34	125.40	0.0170	1016	17159

En la Figura 1 se muestra cómo se obtiene el valor de la distancia crítica (L) para el caso del acero S355J2 trabajando a -100 °C, para ello se realiza el mejor ajuste de los resultados experimentales (ecuación (7) propuesta por el ML).



Figura 1. Resultados experimentales de resistencia a fractura de probetas entalladas, mejor ajuste del Método de la Línea (ML) y obtención de la distancia crítica correspondiente. Acero S355J2 (-100 °C).

Los ensayos de tenacidad a fractura (probetas fisuradas) y los ensayos de tenacidad aparente a fractura (probetas entalladas) se han realizado de acuerdo a la norma ASTM 1820 [17], otras aproximaciones alternativas se pueden encontrar en la literatura (ej. [18-22]), mientras que los valores de *L* de los cuatro aceros a las diferentes temperaturas (ver Tabla 1) fueron calibrados mediante el mejor ajuste por mínimos cuadrados de los resultados experimentales. Los valores de σ_0 se obtienen directamente de la ecuación (2) una vez que los valores de *K*_{mat} y *L* son conocidos. El número total de ensayos es de 323 con valores que valores de *L* que varían entre 0.0028 mm y 0.017 mm. Por tanto, los resultados experimentales recogidos aquí, representan un amplio rango de situaciones.

4. ANÁLISIS Y DISCUSIÓN

Una vez definidos los valores de *L* (calibrado por mejor ajuste) y los correspondientes valores de σ_0 mediante la ecuación (2), y siempre que se conozcan los valores de σ_u para cada condición del material, se propone establecer la relación adimensional entre la tensión inherente (σ_0) y la tensión de rotura del material (σ_u):

$$m = \frac{\sigma_0}{\sigma_u} \tag{9}$$

Para cada acero y cada temperatura de ensayo se puede obtener un valor conservador de m. Este valor de m, combinado con la tensión de rotura del material (σ_u), puede sustituir a la tensión inherente (σ_0) en la ecuación (2), resultando en un valor por defecto (conservador) de la distancia crítica (L_d) que no necesita ser calibrado y permite que la TDC se pueda aplicar de forma segura:

$$L_d = \frac{1}{\pi} \left(\frac{K_{\text{mat}}}{m \cdot \sigma_{\text{u}}} \right)^2 \tag{10}$$

Esta metodología se ha presentado por los autores en [23], proporcionando valores por defecto conservadores para diferentes tipos de materiales: aceros, aleaciones de aluminio, polímeros, cerámicos, rocas y compuestos. Este trabajo se basa en una amplia base de datos de resultados experimentales obtenidos en probetas de fractura entalladas. El presente trabajo, sin embargo, particulariza el análisis a los aceros estructurales, proporcionando valores más precisos de *L* para aceros estructurales trabajando en la ZTDF (aunque todavía conservadores).

Como se puede observar en la Figura 2, para aceros estructurales operando en la ZTDF el valor de la envolvente inferior propuesto en la referencia [23] es 13.0. En este trabajo se proporciona una curva de ajuste con el objetivo de mejorar la precisión de las predicciones (σ_u en MPa):

$$m = \frac{8 \cdot \sigma_{\rm u}}{\sigma_{\rm u} - 380} \tag{11}$$



Figura 2. Valores de m frente a la tensión de rotura de aceros trabajando en la ZTDF.

Cuando se compara el valor de la envolvente inferior propuesto en [23] (m = 13) con la ecuación (11), se observa que el valor de la envolvente inferior parece preciso para altas tensiones de rotura (ej. mayores de 1000 MPa), pero es claramente conservador para aceros con un rango de tensiones de rotura entre 500 y 800 MPa aproximadamente.

Aquí se puede notar que el rango de validez de todos esos valores de m propuestos están limitados a las calidades de acero cubiertas por este trabajo.

Con todo esto, las estimaciones de K_{mat}^N empleando el ML se pueden obtener fácilmente mediante la expresión:

$$K_{\rm mat}^N = K_{\rm mat} \sqrt{1 + \frac{\rho}{4L_d}}$$
(12)

Las Figuras 3 y 4 muestran las predicciones para los 323 ensayos. Se puede observar que, con el fin de realizar un análisis homogéneo, tanto los valores de tenacidad a fractura aparente como los valores del radio de entalla se han normalizado mediante la tenacidad a fractura obtenida en condiciones fisuradas y mediante la correspondiente distancia crítica, en un gráfico donde se representa (K_{mat}^N/K_{mat}) frente a $(\rho/L_d)^{1/2}$.

Las dos líneas en cada Figura corresponden a los dos valores diferentes de K_{mat} introducidos en la ecuación (12) para realizar el análisis: el valor medio de los resultados experimentales (K_{mat}) para cada acero y cada temperatura de ensayo, y $K_{mat,0.95}$, que está asociado a un 95% de confianza.

El último se ha obtenido asumiendo una distribución normal de los resultados obtenidos en condiciones fisuradas (K_{mat}), y sería la predicción requerida para realizar las evaluaciones de integridad estructural, mientras que el primero sería la predicción que mejor capta la física del fenómeno analizado. El nivel de confianza mencionado anteriormente está, por lo tanto, limitado por los resultados a fractura obtenidos en condiciones fisuradas ($\rho = 0$ mm). Para condiciones entalladas (ej. el resto de la curva), el uso de $K_{mat,0.95}$ proporciona una estimación más conservadora de la tenacidad aparente a fractura que aquella obtenida con la media de los valores de la tenacidad a fractura (K_{mat}), pero las correspondientes predicciones no están necesariamente asociadas a un 95% de confianza.



Figura 3. Predicciones de la tenacidad aparente a fractura (m obtenido de la ecuación (11)) y comparación con los resultados experimentales.



Figura 4. Predicciones de la tenacidad aparente a fractura (m = 13.0) y comparación con los resultados experimentales.

De los resultados mostrados en las Figuras 3 y 4, se pueden realizar las siguientes observaciones:

- 1 Las predicciones del ML derivadas de los valores por defecto de la distancia crítica del material (L_d) capturan una parte significante de la física del efecto entalla, dado que la predicción del ML sique adecuadamente la tendencia de los resultados experimentales, que se han obtenido para una amplia variedad de aceros estructurales y condiciones. Los resultados son particularmente precisos considerando la ecuación (11) y el valor medio de la tenacidad a fractura del material (K_{mat}) para cada acero y temperatura de trabajo. Estas ecuaciones de ajuste reducen significantemente el conservadurismo obtenido de los valores de la envolvente inferior propuesta en [23].
- 2 Si las predicciones del ML son empleadas en evaluaciones de integridad estructural, aunque el uso de K_{mat} (valor medio de la tenacidad a fractura obtenida en condiciones fisuradas) captura gran parte del efecto entalla, puede ser inseguro en ocasiones debido a la elevada dispersión de los procesos de fractura. Esto significa que a veces proporciona valores de la tenacidad aparente a fractura mayores que los medidos experimentalmente (ver Figura 1). Con el fin de proporcionar una herramienta de evaluación para ser empleada en evaluaciones de integridad estructural, es necesario proponer una metodología que sea capaz de proveer predicciones seguras de la tenacidad aparente a fractura. Con este objetivo, se propone usar la tenacidad a fractura asociada a un 95% de confianza ($K_{mat,0.95}$).
- 3 Por tanto, la metodología más precisa, aunque conservadora para la estimación de la tenacidad aparente a fractura surge de la combinación de

 $K_{mat,0.95}$ (como tenacidad aparente a fractura) y los valores de *m* derivados de la ecuación (11).

5. CONCLUSIONES

El objetivo de este artículo ha sido proporcionar una metodología simple y precisa para estimar tanto la distancia crítica de aceros estructurales como las correspondientes predicciones de la tenacidad a fractura derivadas de la Teoría de las Distancias Críticas, particularmente empleando el Método de la Línea. Esto se ha realizado a través de un conjunto de factores propuestos (valores de m) que multiplican la tensión de rotura del material, evitando cualquier necesidad de calibración previa, y permitiendo obtener valores por defecto de la distancia crítica (L_d) . Los factores m se han proporcionado como curvas de ajuste dependientes exclusivamente de la tensión de rotura del material. Los resultados también muestran el empleo de valores de m propuestos previamente (envolvente inferior), que devuelven estimaciones más conservadoras de la tenacidad aparente a fractura del material.

La metodología se ha aplicado a cuatro aceros estructurales (S275JR, S355J2, S460M y S690Q) ensayados en condiciones entalladas (entallas en U) y operando en la zona de transición dúctil-frágil del material. Los valores experimentales de la tenacidad aparente a fractura (K_{mat}^N) y los valores de los radios de entalla se han normalizado mediante la correspondiente tenacidad a fractura (K_{mat} o $K_{mat,0.95}$) obtenida en condiciones fisuradas, y mediante los valores por defecto derivados de la distancia crítica (L_d) respectivamente, representando los 323 ensayos en gráficos $(K_{mat}^N/K_{mat}) - (\rho/L_d).$

Los resultados demuestran la capacidad de la metodología propuesta para proporcionar estimaciones seguras de la tenacidad aparente a fractura, capturando una parte significante del efecto entalla y, por tanto, reduciendo el conservadurismo asociado con la asunción de que las entallas se comportan como fisuras.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer al MINECO la financiación recibida del proyecto MAT2014-58443-P. "Análisis del comportamiento en fractura de componentes estructurales con defectos en condiciones de bajo confinamiento tensional," en el que están basados los resultados de este artículo.

REFERENCIAS

[1] D. Taylor, The Theory of Critical Distances: A New Perspective in Fracture Mechanics; Elsevier: Oxford, UK (2007).

- [2] S. Cicero, V. Madrazo, I.A. Carrascal, R. Cicero. Assessment of notched structural components using failure assessment diagrams and the theory of critical distances. Eng. Fract. Mech. (2011) 78:2809–2825.
- [3] S. Cicero, V. Madrazo, I.A. Carrascal. Analysis of notch effect in PMMA using the theory of critical distances. Eng. Fract. Mech. (2012) 86:56–72.
- [4] D.S. Dugdale. Yielding of steel sheets containing slits. J. Mech. Phys. Solids (1960) 8:100–108.
- [5] F.J. Gómez, M. Elices, A. Valiente. Cracking in PMMA containing U-shaped notches. Fat. Frac. Eng. Mat. Struct. (2000) 23:795–803.
- [6] G.C. Sih.Strain-energy-density factor applied to mixed mode crack problems. Int. J. Fract. (1974) 10:305–321.
- [7] F. Berto, P. Lazzarin. Recent developments in brittle and quasi-brittle failure assessment of engineering materials by means of local approaches. Mater. Sci. Eng. R (2014) 75:1–48.
- [8] H. Neuber. Theory of Notch Stresses: Principles for Exact Calculation of Strength with Reference to Structural form and Material; Springer: Berlin, Germany, (1958).
- [9] R.E. Peterson. Notch sensitivity. In Metal Fatigue; McGraw Hill: New York, NY, USA, (1959) pp. 293–306.
- [10] L. Susmel, D. Taylor. On the use of the Theory of Critical Distances to predict failures in ductile metallic materials containing different geometrical features. Eng. Fract. Mech. (2008) 75:4410–4421.
- [11] L. Susmel, D. Taylor. An elasto-plastic reformulation of the Theory of Critical Distances to estimate lifetime of notched components failing in the low/medium-cycle fatigue regime. J. Eng. Mater. Technol. (2010) 132.
- [12] D. Taylor. A mechanistic approach to criticaldistance methods in notch fatigue. Fatig. Fract. Eng. Mater. Struct. (2001) 24:215–224.
- [13] M. Creager, P.C. Paris. Elastic field equations for blunt cracks with reference to stress corrosion cracking. Int. J. Fract. (1967) 3:247–252.

- [14] FITNET Fitness-for-Service (FFS) Procedure-Volume 1; M. Kocak, S. Webster, J.J. Janosch, R.A. Ainsworth, R. Koers, eds; GKSS Forschungzscentrum: Geesthacht, Germany, (2008).
- [15] S. Cicero, V. Madrazo, T. García. Analysis of notch effect in the apparent fracture toughness and the fracture micromechanisms of ferritic-pearlitic steels operating within their lower shelf. Eng. Fail. Anal. (2014) 36:322–342.
- [16] S. Cicero, T. García, V. Madrazo. Application and validation of the Notch Master Curve in medium and high strength structural steels. J. Mech. Sci. Tech. (2015) 29:4129–4142.
- [17] ASTM E1820-09e1. Standard Test Method for Measurement of Fracture Toughness; American Society for Testing and Materials: Philadelphia, PA, USA, (2009).
- [18] G.D. Quinn, R.C. Bradt. On the Vickers Indentation Fracture Test. J. Am. Ceram. Soc. (2007) 90:673– 680.
- [19] A.T. Akono, N.X. Randall, F.J. Ulm. Experimental determination of the fracture toughness via microscratch tests: Application to polymers, ceramics, and metals. J. Mater. Res. (2012) 27: 485–493.
- [20] A.T. Akono, F.J. Alm. An improved technique for characterizing the fracture toughness via scratch test experiments. Wear (2014) 313:117–124.
- [21] R. Sola, R. Giovanardi, G. Parigi, P.A. Varonesi. Novel Method for Fracture Toughness Evaluation of Tool Steels with Post-Tempering Cryogenic Treatment. Metals (2017) 7:75.
- [22] R. Lacalle, J.A. Álvarez, F. Gutiérrez-Solana. Use of Small Punch Notched Specimens in the Determination of Fracture Toughness. ASME Press. Vessels Pip. Conf. (2008) 6:1363–1369.
- [23] J.D. Fuentes, S. Cicero, I. Procopio. Some default values to estimate the critical distance and their effect on structural integrity assessments. Theor. Appl. Fract. Mech. (2017) 90:204–212.

Índice de Autores

Afán A.	147
Alberti M.G.	114, 159
Aldazabal J.	292, 418
Alegre J.M.	406, 527
Almagro J.A.	261
Alonso C.	171
Altuzarra J.	616
Álvarez A.	444
Álvarez G.	21, 83, 89, 238
Álvarez J.A.	15, 533
Álvarez Vázquez A.	101, 207
Ancio F.	95
Andrea L.	533
Aranda M.T.	597
Aranda-Ruiz J.	424
Argüelles A.	238
Arredondo A.	616
Arroyo B.	15, 533
Artola G.	292, 418
Ayaso F.J.	107
Ayllón J.M.	569
Balboa I.	107
Balbín J.A.	40
Ballorca-Juez D.	509, 539, 551, 603
Barros J.A.O.	557
Barroso A.	166
Belzunce F.J.	21, 83, 89, 308
Bergara A.	616
Blasón S.	326, 332, 444
Boev E.V.	390
Borrego L.P.	302, 320
Borrero-López Ó.	298
Bragov A.	77, 195
Braun M.	129
Bravo P.M.	509, 539, 551, 592, 603
Bressan S.	347
Buroni F.C.	502
Cailloux J.	213
Calaf-Chica J.	509, 539, 551, 603
Calvo Bravo M.	551
Calvo S.	27, 46
Camas D.	342, 353
Canales M.	46
Cano A.J.	183
Cañas A.	220

Capela C.	302
Carol I.	153
Carrera M.	353
Casasola M.	207
Castillo E.	101, 326, 444
Cendón D.	52, 545
Cepero-Mejías F.	250, 255
Chaves V.	40
Cicero S.	15, 366, 628
Cifuentes H.	147
Coghe F.	592
Constantino P.	298
Correa E.	189, 267, 279, 285
Costa J.D.M.	302, 320
Costa P.	562
Crespo M.	232
Cruces A.S.	342, 347
Cuesta I.I.	400, 406, 527
Cunha V.M.C.F.	557
Curiel-Sosa J.L.	250
de Abreu M.	65, 71
de Andres P.	610
de Freitas M.	562
de la Rosa Á.	124
van Erp L.M.A.	400
Domínguez J.	521, 569
Donaire J.	575
Díaz A.	400, 406, 527
Díaz F.A.	114, 515
Enfedaque A.	159
Escalero M.	378
Esnaola J.A.	58, 581
Etxeberria U.	58
Felipe-Sesé L.	114, 515
Fernández R.	21
Fernández-Calvo A.I.	418
Fernández-Canteli A.	101, 207, 326, 332, 444
Ferreira J.A.M.	302, 320
Fuentes J.D.	628
Furgieri G.	466
Gallardo J.M.	95
García I.G.	220, 244, 255, 597
García T.E.	83
García-Guzmán L.	460
García-Sánchez F.	440
Garijo D.	372

Garijo L.	120, 436	Lopez-Jauregi A.	58
Giner E.	468	Lorenzo M.	171
González B.	107, 338, 450	Loureiro A.	320
González P.	15, 533, 628	Loya J.A.	424
Graciani E.	261, 273	Lucarini S.	394
Grigoriev M.	195, 390	López C.	153, 586
Guiberteau F.	298	López R.	177
Guillén-Hernández T.	244	López-Alba E.	515
Gálvez F.	52, 545	López-Crespo P.	353
Gálvez J.C.	114, 159	Macías A.	474
Gómez F.J.	366	Madia M.	332
Gómez Sánchez F.J.	314	Madrazo V.	628
Gómez-Escalonilla F.J.	372	Madrigal C.	454
Gómez-del Río M.T.	232	Mallor C.	27.46
Hattori G.	502	Manso J.M.	527
Herrero-Dorca N.	581	Mantič V.	201, 220, 255, 412, 474, 480, 486, 597
Hidalgo R.	581	Marczak R.J.	502
Hortigón B.	95	Martí J.	622
Hurtado I.	581	Martín Meizoso A.	34
Idiart A.	153	Martín V.	521
Igumnov L.A.	77, 390	Martínez F.	622
Infante-García D.	468	Martínez-Esnaola J.M.	292, 616
lordachescu M.	65, 71, 314	Marín J.C.	166
Ispizua M.	366	Maspoch M.LI.	213, 226
Itoh T.	347	Matos J.C.	107, 338, 450
Jesus J.	302	Miarka P.	466
Jiménez S.	412	Miguélez H.	468
Justo J.	220, 255, 273	Miranda-Vicario A.	551, 592
Klotz M.	213	Montañés A.	575
Klusák Jan	466	Moreno B.	342, 347, 353
Konstantinov A.	77	Moreno L.	189
Kortabarria A.	581	Moreno S.	201
Lacalle R.	533	Moure M.M.	424
Lacoma L.	622	Muñuzuri J.	454
Lamela M.J.	101, 207	Muñiz-Calvente M.	101, 207, 378, 444
Lamzin D.	195	Muñoz-Abella B.	384
Landaberea A.	27	Muñoz-Reja M.	480
Larrañaga M.	58, 581	Navarro A.	40
Lawn B.	298	Navarro C.	521, 569
Leguillon D.	360	Núñez J.L.	27
Litvinchuk S.Yu.	195, 390	Ochoa de Zabalegui E.	581
Llavori I.	58, 581	Oksman K.	226
Loaeza D.	213	Oliveira P.	320
Lomunov A.	77, 195	Ortega J.J.	120, 436
Lopez-Crespo P.	342, 347	Paggi M.	244
		Pajares A.	298

París F.	255, 267, 279, 285, 460, 474	Segurado J.	394
Pedrejón Bardo J.L.	34	Seitl S.	466
Peerlings R.H.J.	400	Singh S.	226
Pelayo F.	101, 207	Suárez F.	114, 575
Phadnis V.A.	250	Sáez A.	440, 502
Picazo Á.	159	Sánchez M.	46. 213
Pintado J.M.	207	Tarifa M.	135, 557
Piña A.	166	Torabi A.R.	366
Planas J.	141 430	Toribio J.	107 338 450 492
Poveda E.	124 135 557	Torres J.	610
Preciado M.	509 539 551 603	Távara L.	189 201 261 460 474 480
Procopio I.	628	Ubessi C.	502
Pvttel B	326	Ugarte D	58
Pérez A	153	Ulacia I	58
Reholledo N	610	Urresti I	378
Reinoso J	244 460 597	Valencia A	586
Reis I	562	Valencia Ó F	370
Rev de Pedraza V	545	Valiente A	57Z 65 71 31/
	610	Valverde A	460
Rivera R	586	Vasco-Olmo I M	400 515
Rocco C G	120		270, 295
Rocco C.G.		Verbooton W/M H	279, 200
Rodríguez U.	21, 03, 09, 220, 300, 332		171
Rodríguez D.	177, 183, 232, 622		34
Rounguez F. Dodríguez Dorrochino D			129
Rounguez-barrachina R.	27,46		412
Rodriguez-Millan M.	424	Vina I. Vião I	238
Rodriguez-Rojas F.	298		238
Rodriguez-Templeque L.	440	VOIKOV I.A.	390
Roldan G.	95	Vazquez J.	521
Roller C.	545	Velez A.	153
	384	Walsh A.	384
Rubio P.	384	Yu R.C.	135
Ruiz G.	120, 124, 135, 436	Zabala A.	581
Rios J.D.	147	Zabala H.	378
Sal-Anglada G.	129	Zafra A.	21, 89, 308
Salazar A.	177, 183, 207	Zapatero J.	342, 347, 353
Sanchez J.	610	Zhang X.X.	120
Sánchez S.	238	Zumaquero P.L.	273
Sancho J.M.	141, 430	Zurita A.	220
Sancho R.	52		
Sandino C.	267		
Santana O.	213, 226		
Santos P.	107		
Sanz B.	141, 430		
Sapora A.	474		







Patrocinadores









Prüfmaschinen · Testing Machines *walter+bai ag*

Industriestrasse 4 · 8224 Löhningen Tel +41 (0)52 687 25 25 · Fax +41 (0)52 687 25 20 www.walterbai.com · info@walterbai.com **Schweiz · Switzerland**















