

Revista Española de MECÁNICA DE LA FRACTURA



Volumen 7 Junio 2024

ISSN: 2792-4246

Editado por la Sociedad Española de Integridad Estructural Grupo Español de Fractura

Fotografía titulada "NAUFRAGIO", autora Patricia Santos Sanchez de la Universidad Politécnica de Madrid. 1er premio del concurso de Fotografía Científica organizado en la edición del año 2024 correspondiente 40 Congreso del Grupo Español de Fractura celebrado en Palma de Mallorca del 6 al 8 de marzo de 2024. Esta edición de la REVISTA ESPAÑOLA DE MECÁNICA DE LA FRACTURA contiene parte de las comunicaciones presentadas en el 40 Congreso del Grupo Español de Fractura GEF2024. Todos los textos de dichas ponencias se encuentran publicados en los volúmenes 7 y 8 de la revista.

Esta edición está editada por los miembros de la Junta Directiva de la Sociedad Española de Integridad Estructural – Grupo Español de Fractura SEIE-GEF, siendo sus miembros los siguientes:

Francisco GÁLVEZ DÍAZ-RUBIO (Presidente) Alicia SALAZAR LOPEZ (Secretario) Luis TÁVARA (Tesorero) Sergio CICERO GONZÁLEZ Miriam LORENZO-PEÑUELAS Carlos NAVARRO PINTADO Gonzalo RUÍZ LÓPEZ Orlando SANTANA PÉREZ

Revista Española de MECÁNICA DE LA FRACTURA Volumen 7 –Junio 2024 ISSN: 2792-4246 Editado por la Sociedad Española de Integridad Estructural - Grupo Español de Fractura SEIE-GEF

PRESENTACIÓN

Los primeros años las actas de los congresos se publicaron bajo el nombre de Anales de Mecánica de la Fractura, y se editaron desde 1984 hasta 2019 inclusive. En 2020 no hubo congreso y a partir de entonces, desde 2021 las publicaciones cambian de nombre a Revista Española de Mecánica de la Fractura. El contenido de los volúmenes 7 y 8 de la Revista Española de Mecánica de la Fractura, corresponde a la recopilación de los trabajos del congreso anual de la Sociedad Española de Integridad Estructural del Grupo Español de Fractura (SEIE-GEF), en su edición número 40 celebrada en Palma de Mallorca, Baleares, del 6 al 8 de marzo de 2024.

Los congresos del Grupo Español de Fractura son reuniones científicas que se celebran anualmente desde el año 1984 de forma ininterrumpida. Estos encuentros se han convertido en una cita ineludible para todos los científicos y técnicos dedicados al estudio de la fatiga y fractura de materiales y elementos estructurales y representan una oportunidad excepcional para el intercambio de impresiones, presentación de avances y divulgación de los trabajos realizados por los investigadores de este apasionante campo de la ingeniería. Los congresos del GEF sirven, además, como un foro de intercambio de ideas y de resultados de investigación, en el que se fomenta especialmente la participación de los jóvenes investigadores.

La organización del presente congreso, ha correspondido a cargo de Eugenio Giner Maravilla, de la Universidad Politécnica de Valencia (UPV) y a Orlando Santana Pérez de la Universidad Politécnica de Cataluña (UPC), que contaron con la colaboración de Norberto Feito Sánchez (UPV), Tobias Abt (UPC), Ricardo Belda González (UPV), Jose Vicente Calvo Orozco (UPV), Nicolás Candau (UPC), Diego Infante García (UPV), Noel León Albiter (UPC), MªLLuisa Marpoch Rulduá (UPC), Raquel Megías Díaz (UPV) Federico Olmeda de la Casa (UPV), Antonio Ramón Quiñonero Moya (UPV), y Miguel A. Sánchez Soto (UPC). Quiero destacar su gran labor y empuje, y el éxito en la organización. De igual manera mencionar el entusiasmo de asistentes y ponentes.

Quiero destacar también que en la presente edición del congreso tuvimos la ocasión especial de contar con la asistencia de D. Manuel Elices Calafat, fundador de esta serie de congresos, que dio el paso junto con D. Manuel Fuentes (†) el organizar el primer encuentro allá por el año 1984. Y es cierto que se escogió la ubicación de las Islas Baleares para el presente congreso como tributo a su persona. Además en el presente congreso y como novedad, se celebraron dos sesiones homenaje como reconocimiento a los profesores D. Jaime Planas Rosselló y D. Andrés Valiente Cancho debido a su dilatada trayectoria en esta resie de congresos. Estas estuvieron organizadas por sus proponentes, Dña. Beatriz Sanz Merino y D. Javier Gómez Sánchez.

Quiero destacar también el enorme trabajo y empuje de la junta directiva de la sociedad. La dedicación durante muchos días, horas interminables, reuniones presenciales y virtuales. Por ello no quiero dejar de citar a Alicia Salazar, Sergio Cicero, Miriam Lorenzo, Gonzalo Ruiz López, Carlos Navarro Pintado, Orlando Santana, y Luis Távara, agradeciéndoles su trabajo y dedicación a esta sociedad, sin cuyo esfuerzo estas reuniones y publicaciones no serían posibles.

He de hacer especial mención especial a Cristina Rodríguez, que durante tantos años ha sido miembro de la junta directiva y que ahora deja su puesto. Han sido muchos años apoyando a la sociedad y luchando por su éxito, por lo que estaremos siempre agradecidos por su trabajo. Su puesto en la junta lo ocupará a partir de ahora Sergio Cicero, que ha demostrado un fuerte compromiso con esta sociedad.

Finalmente, destacar un especial reconocimiento al Prof. Jesús Manuel Alegre Calderón, de la Universidad de Burgos. que, por su dedicación durante muchos años tanto a la Mecánica de la Fractura, como a la sociedad SEIE-GEF, ha recibido la *Medalla del Grupo Español de Fractura*, distinción que se otorga anualmente.

Y, para terminar, me gustaría seguir animándoos a continuar trabajando como hasta ahora, a seguir empujando a esta sociedad, y a mantener la tradición de celebrar un congreso anual que además de un importante foro de discusión científicas, constituye sobre todo una gran reunión de amigos.

Francisco Gálvez Díaz-Rubio Presidente de la Sociedad Española de Integridad Estructural SEIE-GEF

ÍNDICE (Volumen 7)

TÉCNICAS EXPERIMENTALES	1
The use of hollow specimens as an alternative to autoclave technique for evaluating hydrogen influence in metallic materials	
S. Blasón, T. Grimault de Freitas, J. Nietzke, F. Konert, O. Sobol, T. Böllinghaus	3
Optimización de parámetros de fusión selectiva por láser en un acero dúplex N. Mayoral, L. Medina, R. Rodríguez, A. Díaz, J.M. Alegre, I. I. Cuesta	9
Evaluación de la susceptibilidad a la fragilización por hidrógeno en aceros estructurales a través del ensayo SPT	45
G. Alvarez Díaz, M. Baamonde, M.M. Llera, A. Díaz, F.J. Belzunce, C. Rodríguez	15
Characterisation of microscale residual stresses in a shot-peened sample using focused ion beam milling and digital image correlation	
A. Dorronsoro, D. Perez-Gallego,4, J. Ruiz-Hervias, J.M. Martinez-Esnaola, J. Alkorta	21
Comportamiento en fractura cuasi-estática y dinámica de hormigones de cal	
A. De La Rosa, L. Garijo, V. W. Masih, G. Ruíz	27
Metodología para el uso de agitadores electrodinámicos en la caracterización y predicción de vida a fatiga en materiales metálicos	
D. Díaz Salamanca, N. García-Fernández, M. Muñiz-Calvente, F. Pelayo, M. Aenlle	33
Factores clave para la estimación del umbral de tensiones mediante ensayos small punch mediante la aplicación de la técnica de carga por escalones	
L. Andrea, B.Arroyo, J. A. Álvarez, F. Gutiérrez-Solana Salcedo	39
Caracterización de hormigones criogénicos bajo cargas dinámicas. Seguridad en tanques de gas licuado	
M. L. Ruiz Ripoll, V. Rey de Pedraza Ruiz, C. Roller, A. Enfedaque, F. Gálvez	45
METODOS Y MODELOS ANALÍTICOS Y NUMÉRICOS	51
Aplicaciones especiales del modelo de fisura cohesiva embebida D. A. Cendón	53

Fractura frágil en la microescala. Comparación entre la mecánica de fractura finita y la modelización del campo de fases S. Jiménez Alfaro, C. Maurini, D. Leguillon, C. Maurini, J. Reinoso	59
Análisis de la fractura prematura del vidrio durante el temple mediante	
A. Iglesias, M. Martinez-Agirre, I. Llavori, J.A. Esnaola	65
Síntesis de una investigación numérica sobre la fisuración longitudinal de traviesas pretensadas de ferrocarril	71
	71
Difusión de hidrógeno en ferrita en presencia de dislocaciones mediante un modelo de tipo monte carlo cinético G. Álvarez, J. Segurado, A. Ridruejo	77
Modelo numérico para el estudio del mecanismo de apertura/cierre de una viga rotatoria fisurada	
B. Muñoz, T. Ter Tesayants, L. Rubio, P. Rubio	83
Aplicación del algoritmo de optimización basado en conejos artificiales a la detección e identificación de fisuras en vigas rotatorias	89
Una formulación de elementos finitos incompatibles para la representación mejorada de soluciones en problemas de campo de fase: aplicación a la fractura regularizada	
M. Castillón, J. Segurado, I. Romero	95
Efecto de distintas descomposiciones de la energía de deformación en la simulación de la fractura mediante phase-field A. R. Ouiñonero, D. Infante, E. Giner	101
Analisis del crecimiento de delaminación en el ensayo de flexión en 5 puntos: influencia del coeficiente de fricción y de la diferencia del módulo de elasticidad <i>M. A. Herrera, D. Leguillon, V.Mantic</i>	107
Calculo de cargas de pandeo en columnas de Euler-Bernoulli multifisuradas embebidas en un medio elástico de tipo winkler de distinta rigidez	113
J. A. Loya, K. Zaera, C. Samuasie, J. Aranaa	113
Modelización numérica del comportamiento balístico de paneles FML acero- fibra de vidrio	
B. Valverde, J. A. Loya, C. Santiuste, M.H. Miguélez	119
A phase-field approach to fracture for viscoelastic and anisotropic materials	
A. Valverde González, P. Olivares Rodríguez, J. Reinoso, J. Merodio	125

Propagación dinámica de grietas de interfase usando el principio de mínima energía total sujeto a una condición de tensión (PMTE-SC) M. Muñoz Reja, R. Vodicka, V. Mantic, L. Távara	131
Análisis de la vida a fatiga de probetas con agujero circular J. A. Balbín, D. Erena, V. Chaves, A. Navarro, J. Vázquez, C. Navarro	137
Simulaciones de ensayos de tracción en probetas cilíndricas de hormigón para ampliación de las curvas de efecto de tamaño <i>B. Sanz, J. Planas, C. Ramos</i>	143
Computational implementation of the minimization of the total energy with stress condition: versatile analysis of crack onset and propagation in complex scenarios	
K. Ambikakumari, V. Mantic, M. Muñoz-Reja, L. Távara	149
Crack closure, climate change and the loch ness monster. J. Toribio	155
Una técnica de control por longitud de grieta en problemas micromecánicos de fractura con un modelo de campo de fase <i>J. Segurado, P. Aranda</i>	161
Efecto del acoplamiento electro-elástico en las propiedades efectivas de policristales texturizados: nuevas estimaciones basadas en medias geométricas <i>J. L. Buroni, F. C. Buroni</i>	167
An embedded cohesive crack model integrated into finite element analysis for quasi-britlle materials	173
o. C. Guivez, D. Reyes, D. Cenuon, m. o. Cusuit	110
FATIGA E INTERACCIÓN CON EL MEDIO AMBIENTE	179
Evaluación del comportamiento a fatiga por fretting del Inconel 718 a diferentes temperaturas	
M. Moreno, J. Vázquez, C. Navarro, J. Domínguez	181
Notch effect under constant and variable amplitude fatigue on AlSi10Mg aluminum alloy obtained by additive manufacturing	107
к. гегпаниеs, L. F. Dorrego, J.S. Jesus, J.A.M. Ferreira, K. Branco, J.D.M. Costa	10/
Aplicación de la teoría de distancias críticas para la evaluación de la vida a fatiga de engranajes rectos	
G. Cortabilarie, I. Liavori, J.A. Esnaola, S. Biason, M. Larranaga, J. Larranaga, A. Arana, I. Ulacia	193

Influencia de la porosidad en el comportamiento a fatiga de aceros sinterizados: revisión de la teoría de Murakami	100
S. Otero, J. Sicre, G. Alvarez, M. M. Llera, C. Roariguez	199
Evaluación de la vida útil a fatiga de líneas de amarre de convertidores de energía undimotriz en condiciones de oleaje realistas <i>E. Martinez , A. Zarketa, J. A. Esnaola, A. Zabala, M. Martínez, M. Muñiz, I. Llavori, M. Poñalha</i>	205
	205
Caracterización del crecimiento de grietas por fatiga en base a funciones de distribución de valores extremos	
B. Moreno, A.L. García-Gonzalez, A.S. Cruces, D. Camas, P. Lopez-Crespo	211
Hydrogen assisted microdamage and fracture of hot rolled pearlitic steels and their link with the temporal arts of poetry and music <i>J. Toribio</i>	217
Hydrogen embrittlement of pearlitic steels: thirty years of research work and all is always now	
J. Toribio	223
Velocidad de crecimiento de grieta por fatiga de un acero 42CrMo4 bajo carga electroquímica de hidrógeno: influencia del tipo de electrolito y de la frecuencia de ensavo	
M. M.Llera, V. Arniella, G. Álvarez, S. Otero, F.J. Belzunce , C. Rodriguez	229

SEGURIDAD Y DURABILIDAD	235
Un enfoque analítico para predecir el fallo de tuberías de pretensado de gran diámetro	
J. Gómez, J. Oroya, D. Araya, J. Sánchez	237
Características del crecimiento de grieta en acero martensítico de medio carbono y alta resistencia fragilizado por hidrógeno P. Santos, M. Iordachescu, M. De Abreu, A. Valiente	243
Detección de fractura completa de herramienta durante el taladrado de apilados híbridos CFRP/metal mediante análisis en el dominio tiempo-frecuencia <i>A. Guerra, C. Domínguez, M.H. Miguélez, J.L. Cantero</i>	249
Ensayos de fatiga en soldaduras circunferenciales de un acero x60 para gasoductos	
I. Montero, M. Carboneras, J. C. Suárez	255

Optimización de componentes sometidos a presión interna mediante fabricación aditiva.	
I. I. Cuesta, A. Díaz, R. Rodríguez-Aparicio, L. Medina, N. Mayoral, J. M. Alegre	261
Estudio de la evolución de las tensiones residuales en muestras de acero durante el ensavo de torsión	
D.P. Gallego, J. Ruiz Hervías, A. Valiente, D. Á. Cendón	267
Hierarchical microstructure evolution during cold drawing of pearlitic steels: in the conceptual frame of Fray Luis De León, Miguel De Cervantes, Victor Vasarely, Maurits Cornelis Escher & Johann Sebastian Bach.	
J. Toribio	273
Fracture & structural integrity of cold drawn pearlitic steels and their link with the visual arts of cinema and painting: 1. A fordian, renaissance, picassian and rayonist approach 2. A tribute to the engineer Eduardo Torroja	
J. Toribio	279
Evaluación del daño y la integridad estructural de cables de un puente postensado tras 25 años en servicio	
J. A. Álvarez, B. Arroyo, R. Lacalle, F. Gutiérrez-Solana	285

Revista de Mecánica de la Fractura Vol.7 (2024)

TÉCNICAS EXPERIMENTALES

Revista de Mecánica de la Fractura Vol.7 (2024)

THE USE OF HOLLOW SPECIMENS AS AN ALTERNATIVE TO AUTOCLAVE TECHNIQUE FOR EVALUATING HYDROGEN INFLUENCE IN METALLIC MATERIALS

S. Blasón*, T. Grimault de Freitas, J. Nietzke, F. Konert, O. Sobol, T. Böllinghaus

Bundesanstalt für Materialforschung und -prüfung (BAM); Unter den Eichen 87, 12205 Berlin (Alemania) *Persona de contacto: <u>sergio.blason-gonzalez@bam.de</u>

RESUMEN

El Instituto Federal Alemán de Investigación y Ensayo de Materiales (BAM) coordina y promueve el estudio y desarrollo de una técnica experimental relativamente nueva en la evaluación de la fragilización por hidrógeno en metales basada en el uso de probetas huecas, que permite reducir los costes de inversión y ensayo, disminuir las medidas de seguridad y facilitar la manipulación. Las probetas se presurizan internamente durante el ensayo. Los ensayos de tracción de deformación lenta recurriendo a probetas tubulares pueden proporcionar resultados relevantes al evaluar la sensibilidad de los materiales metálicos al hidrógeno. Este método de ensayo puede realizarse en un entorno de laboratorio estándar y requiere menos esfuerzos en la aplicación de medidas de seguridad, ya que la estación de llenado de gas puede situarse fuera del laboratorio y la cantidad de gas utilizada durante la ejecución de las pruebas es mucho menor que en la técnica convencional recurriendo a autoclaves. Este trabajo presenta el estado actual de la metodología recurriendo a ensayos con probetas huecas incluyendo algunos resultados prometedores. Los valores preliminares son un buen augurio para la normalización del método con probetas huecas en el análisis de los efectos del hidrógeno en los materiales metálicos.

PALABRAS CLAVE: Fragilización por hidrógeno, Probetas tubulares, Estandarización.

ABSTRACT

The Federal Institute for Materials Research and Testing (BAM) coordinates and promotes the study and development of a relatively new experimental technique in the evaluation of hydrogen embrittlement in metals based on the use of hollow specimens, which reduces investment and testing costs, diminishes safety measures and, in general, facilitates the handling. The specimens are internally pressurised during the test. Slow strain tensile tests with such specimens can provide significant results for assessing the sensitivity of metallic materials to hydrogen. This test method can be performed in a standard laboratory environment and requires less effort in implementing safety measures, as the gas filling station can be located outside the laboratory and the amount of gas used during the test execution is much lower than in the conventional technique using autoclaves. This work presents the current state of the art combined with some promising results obtained with hollow specimens. The preliminary values bode well for the standardisation of the hollow specimen method in the analysis of hydrogen effects on metallic materials.

KEYWORDS: Hydrogen embrittlement, Hollow specimens, Standardization.

1. INTRODUCCIÓN

Con el compromiso actual de la Unión Europea de lograr la neutralidad de carbono con vistas al año 2050 [1], el hidrógeno se ha convertido en un vector energético esencial para lograr dicho objetivo. Se ha erigido en la piedra angular en la tarea de reducción de emisiones de gases de efecto invernadero. En este sentido, su empleo promueve el reemplazo de combustibles fósiles de algunos procesos industriales intensivos en carbono, y las capacidades y beneficios de su uso se extienden también al sector energético, del transporte y como materia prima en la construcción. Es en este contexto donde el Instituto Federal Alemán de Investigación y Ensavo de Materiales, BAM, constituyó en 2020 su Centro de Competencia H2Safety@BAM [2], que promueve un conjunto de actividades y proyectos para el desarrollo de tecnologías seguras del hidrógeno. Se trata de una organización interdisciplinar que aúna investigaciones sobre cuestiones relacionadas con la seguridad a lo largo de toda la cadena de valor del hidrógeno. Son 4 los principales campos de estudio en los que se focaliza: seguridad de procesos e instalaciones; tecnología de sensores, análisis y certificación de materiales; ensayo, seguridad y aprobación de componentes; compatibilidad y propiedades de materiales.

Desde el punto de vista estructural, una vez extensamente reconocidos los efectos perniciosos en las propiedades mecánicas de los materiales como consecuencia de la fragilización por hidrógeno [3], el reto más desafiante deriva de la necesidad de salvaguardar la seguridad de infraestructuras para el almacenamiento y transporte de hidrógeno presurizado, lo que no solo incluye depósitos y redes de tuberías, sino también elementos auxiliares tales como válvulas y compresores. Ante la tesitura del marco enunciado, resulta imperioso progresar en la regularización y estandarización de métodos para la caracterización de materiales y establecer métodos de control y evaluación de sus propiedades mecánicas.

Dentro de los paquetes de trabajo relacionados con la caracterización mecánica de materiales, el BAM colabora y participa activamente en varios proyectos que el gobierno alemán está impulsando como parte de su estrategia a nivel nacional para establecer la *economía basada en hidrógeno*. Entre los diferentes cometidos del BAM en esta coyuntura, destacan la caracterización de metales y el desarrollo de normativas para definir sus propiedades mecánicas y evaluar su susceptibilidad a los efectos de hidrógeno a presión.

En esta línea, las metodologías empleadas habitualmente en el análisis de la incidencia de la fragilidad producida por el hidrógeno en metales se dividen en: ensayos ex situ, distinguiendo entre las variantes de precarga gaseosa y catódica; ensayos in situ, donde el ensayo y consiguiente aplicación de carga sobre la probeta o componente analizado se realiza simultáneamente ya sea bien a través de su introducción en el material mediante procesos electroquímicos o a través de la exposición a hidrógeno en condiciones de presión y temperatura en un autoclave. Es precisamente esta última alternativa basada en el empleo de recipientes herméticamente cerrados para proceder a la carga de hidrógeno sincrónica con la ejecución de los ensavos la que comúnmente se acepta como la que faculta reproducir de manera más fidedigna las condiciones reales de solicitación de los elementos estructurales durante su servicio. Sin embargo, la contraprestación de recurrir a dichos sistemas es su alto coste y las estrictas medidas de seguridad que precisa la implementación de este tipo de instalaciones en el laboratorio.

A fin de contrarrestar tales desventajas, varios grupos de investigación han venido realizando avances en los últimos tiempos de cara a testar y promover una metodología alternativa en la evaluación de la susceptibilidad de materiales metálicos al hidrógeno a través del uso de probetas tubulares. Consiste en el uso de probetas huecas sometidas a carga mecánica a la par que su interior se rellena con hidrógeno en estado gaseoso a una determinada presión.

El beneficio más relevante de la técnica con probetas tubulares consiste en la disminución de las medidas de seguridad necesarias para desarrollar estos ensayos como efecto del reducido volumen de hidrógeno contenido en las probetas durante los mismos. Esto, a su vez, redunda en una sensible disminución de costes en su implementación, que, además, se ve simplificada en términos operativos (utillaje, tiempos de preparación y configuración, facilitación en la inclusión de acoplamientos tales como dispositivos extensométricos o térmicos).

2. MÉTODO BASADO EN PROBETAS TUBULARES

La tipología de ensayos basados en probetas con orificios pasantes para el estudio de los efectos de hidrógeno no es nueva y se conocen referencias similares desde hace más de 5 décadas [4]. Sin embargo, su uso no parece haberse popularizado hasta la fecha. En concreto, las aplicaciones donde se han puesto más esfuerzos recientemente se centran predominantemente en la caracterización en ensayos de tracción, como en [5], si bien se está también trabajando en su desarrollo en pruebas de evaluación de fatiga [6].

En el Instituto BAM en Berlín, el grupo de investigación perteneciente a la División 9.1, *Componentes para Vectores de Energía*, cuenta con la infraestructura adecuada para este tipo de ensayos. BAM coordina el paquete de trabajo registrado bajo el nombre *H2HohlZug* que, junto con otras entidades colaboradoras, busca la validación de la fiabilidad del método de ensayo basado en probetas tubulares. Se ampara en el patrocinio del proyecto insignia *TransHyDE* [7], que trata el desarrollo y evaluación de diferentes tecnologías para el transporte de hidrógeno, a cargo del Ministerio Federal de Educación e Investigación de Alemania (*BMBF*).

Como resultado de los estudios de validación mencionados, se prevé la publicación de la norma ISO/TC 164/SC 1/WG9, actualmente en proceso de desarrollo (coordinada desde el comité japonés JISC), dedicada específicamente a ensayos de tracción aplicando hidrógeno bajo altas presiones empleando probetas tubulares, incidiendo de manera especial en la configuración de las pruebas, así como recomendaciones sobre la geometría y la preparación de probetas. No obstante, debe señalarse que los valores de las propiedades mecánicas obtenidos mediante esta técnica no pretenden sustituir los requisitos o criterios de diseño definidos por otras normas tales como la ISO 6982 [8], sino que el espíritu de la reglamentación en periodo de redacción persigue estandarizar esta técnica como un método adicional de examen y comparación de los índices de susceptibilidad o fragilización entre distintos materiales y/o condiciones.

Cabe destacar que el uso de probetas tubulares permite el estudio de las propiedades mecánicas de materiales no solo ante los efectos del hidrógeno, sino que también habilita el análisis de su rendimiento estructural en presencia de otros gases o medios corrosivos (como, por

ejemplo, amonio, dióxido de carbono o sulfuro de hidrógeno).

2.1. Características del ensayo

Una ventaja importante es la de poder adaptar máquinas universales convencionales de ensayos, lo que acota las necesidades de inversión. Puesto que no se precisa de una circulación continua del gas, la operación de insuflado de hidrógeno a presión puede inclusive realizarse fuera del laboratorio, en un espacio abierto, a fin de mitigar riesgos dentro de una habitación cerrada; si bien, dadas unas mínimas exigibles condiciones de seguridad, una alternativa igualmente práctica es la de almacenar en el exterior las bombonas de suministro mientras el llenado de la probeta se realiza dentro, ya que el volumen de gas que se maneja durante el ensayo es suficientemente pequeño como para evitar propiciar una alarma de peligro.

Los efectos en la resistencia de los materiales en ambiente de hidrógeno son, entre otros factores, dependientes del nivel de pureza. Se han publicado trabajos donde, por ejemplo, se aprecia la parcial inhibición de la fragilización por hidrógeno en presencia de agentes contaminante tales como oxígeno, dióxido de sulfuro o monóxido de carbono. Así, para llevar a cabo los ensayos con probetas tubulares se requiere, además del gas objeto de estudio (hidrógeno en el ámbito de este trabajo), un gas inerte (como argón, nitrógeno o helio) que purgue el interior de la probeta y rebaje al máximo los niveles de impurezas. Varios ciclos de purga son recomendables para optimizar la pureza de hidrógeno interno en la probeta. En cualquier caso, dependerá de la aplicación estudiada el grado de exigencia al respecto.

2.2. Factores a considerar

Existen estudios que documentan la incidencia del número de ciclos de purgado en la eficacia en la consecución del nivel de pureza deseado y, como consecuencia, la influencia que el contenido de impurezas tiene en la reducción de los efectos de fragilización del material [9].

Además de la calidad del gas, son varios los parámetros que condicionan la respuesta del material ante hidrógeno. Destacan y son tenidos en cuenta habitualmente la sensibilidad a la velocidad de ejecución de ensayos (bien en términos de deformación o de desplazamiento), la temperatura y la presión.

En este caso, el estado superficial interior de la probeta juega también un papel determinante en los efectos de fragilización del material. Es bien conocida la creciente influencia de los efectos del hidrógeno en presencia de concentradores de tensiones. De ahí que parezca razonable prestar atención a la posible incidencia de la topografía interna de las probetas como revelan algunas investigaciones [10]. Un aspecto importante que considerar son las posibles diferencias en la susceptibilidad al hidrógeno al comparar resultados obtenidos de probetas compactas frente a sus semejantes en probetas huecas. Algunos estudios recientes, como [9], indican una mayor susceptibilidad de cierto tipo de aceros a los efectos del hidrógeno al emplear probetas macizas con respecto a huecas a tenor de los índices de fragilización deducidos atendiendo a la reducción de área en el punto de rotura.

La geometría y, particularmente, la relación entre los diámetros exterior e interior, $D ext{ y } d$, parece ser también un aspecto que cuidar ya que influye sobre los valores de elongación al final del ensayo. Se recomienda que la ratio D/d sea superior a 3.

2.3. Limitaciones y aspectos críticos

Son las probetas macizas las que han venido siendo recurrentemente utilizadas en la caracterización de materiales en ambientes de hidrógeno. Esto hace que el cotejo frente a resultados provenientes de otras geometrías pueda verse comprometido.

El control e inspección de la superficie interior, en contacto con el hidrógeno, presenta un grado de dificultad extra. Asimismo, la inserción y monitorización de entallas o defectos en la cara interna de las probetas tubulares es compleja, lo que a su vez supone un obstáculo añadido a la hora de, por ejemplo, proyectar ensayos de tenacidad o crecimiento de grietas por fatiga recurriendo a esta geometría.

3. EJEMPLO PRÁCTICO

3.1. Material y geometría de las probetas

Se expone aquí el estudio sobre el acero ferrítico API 5L X65, utilizado en sistema de tuberías soldadas por arco sumergido longitudinalmente. No obstante, los resultados expuestos en este trabajo se refieren al metal base, lejos de la zona de la unión afectada térmicamente.

Las muestras de material para mecanizar las probetas a fin de realizar ensayos de tracción a baja velocidad de deformación se extrajeron de una chapa de 28,6 mm de espesor, tomándolas en la dirección del eje de la tubería. Los valores característicos de rugosidad medidos sobre la superficie interior de las probetas analizadas han sido $R_a = 0.1 \ \mu m \ y \ R_z = 1.4 \ \mu m$. La figura 1 muestra las dimensiones de las probetas utilizadas en esta campaña experimental.



Figura 1. Geometría de las probetas tubulares empleadas.

3.2. Preparación de muestras y configuración del ensayo

Una vez taladrado el agujero pasante, el acabado final de las probetas se realizó a través de un escariador. Las probetas fueron inicialmente enjuagadas con acetona; posteriormente el orificio se limpió mecánicamente y después se le aplicó etanol; finalmente se secaron mediante un flujo de nitrógeno.

Para analizar los efectos de fragilización, se analizó el comportamiento del material en presencia de argón como gas inerte y con hidrógeno. La presión interior en ambos casos fue de 60 bar. Como paso previo a cada ensayo y con el propósito de eliminar aire e impurezas del sistema se realizaron 6 ciclos de purgado, consistentes en oscilaciones entre la presión de estudio y 10 bar con el gas estudiado en cada caso.

Durante el ensayo no existe flujo a través del circuito de suministro de gas. Sendas válvulas situadas como puertas de acceso del circuito de gas aseguran la estanqueidad y estabilidad de la presión interior hasta el fallo. La figura 2 muestra el montaje tipo, en este caso sobre máquina de la firma ZwickRoell, uno de los equipos disponibles en las instalaciones del BAM para poner en práctica esta metodología.



Figura 2. Montaje de probetas en circuito cerrado de suministro de gas.

Los ensayos de tracción a baja velocidad de deformación se ejecutaron con una máquina electromecánica de la marca Cormet, de 100 kN de capacidad de carga. Se fijó la velocidad de desplazamiento constante de 15 μ m/min, equivalente a una velocidad de deformación de 10⁻⁵ s⁻¹. Todos los ensayos se realizaron a temperatura ambiente.

4. RESULTADOS

La figura 3 muestra las curvas fuerza-desplazamiento comparativas entre condiciones de gas inerte e hidrógeno. Como suele ser habitual, los efectos del hidrógeno apenas se aprecian en los valores resultantes del límite elástico o de la resistencia última a tracción.



Figura 3. Curva fuerza-desplazamiento.

Al igual que ocurre al emplear probetas macizas, donde resulta palmario los efectos fragilizantes es en el análisis de los alargamientos y reducción de área en la rotura. Las superficies de fractura se observaron a través de un microscopio digital óptico (Keyence VHX 5000). Las expresiones 1 y 2 se aplicaron en la estimación de la reducción de área (RA) y el índice de fragilización (IF) en términos porcentuales, respectivamente. La variable A_0 se refiere a la sección nominal inicial de la probeta, y A_f define el área proyectada en el eje axial de la probeta tras la rotura. RAref es la reducción de área correspondiente a los ensayos de referencia realizados en condiciones de gas inerte, mientras que RA_H es la relacionada con la influencia de hidrógeno. El valor promedio de IF obtenido a raíz de estos ensayos fue de 13,3 %.

$$RA[\%] = \frac{A_0 - A_f}{A_0} \cdot 100 \tag{1}$$

$$IF [\%] = \frac{RA_{ref} - RA_H}{RA_{ref}} \cdot 100 \tag{2}$$

Por último, las figuras 4 y 5 recogen la comparativa entre las superficies de fractura analizadas con microscopio electrónico de barrido (Thermo-Fisher). En el caso de la muestra ensayada con gas inerte, se aprecian los característicos hoyuelos asociados con comportamiento dúctil del material (figura 4). En contraposición, en presencia de hidrógeno, persiste y se observa la respuesta dúctil en la parte próxima al exterior de de la probeta, a la par que se deja notar una región fragilizada significada por *cuasiclivajes* en las inmediaciones de la cara interna de la probeta (figura 5).

Una aproximación más amplia a los resultados presentados en este trabajo puede encontrarse en [11].

5. COMENTARIOS FINALES

Los ensayos recurriendo a probetas tubulares interiormente presurizadas constituyen una alternativa provechosa y asequible en la medición de los índices de fragilización por hidrógeno de muestras metálicas cuando se desea parangonar la susceptibilidad entre distintos materiales.

Su implementación resulta ventajosa en términos prácticos y económicos, especialmente cuando se compara con la tecnología basada en autoclave, donde las medidas de seguridad necesarias son muy estrictas y requiere una inversión importante.

Actualmente, desde el BAM y otros grupos de investigación se coopera en el desarrollo de una norma ISO que establezca las pautas y recomendaciones oportunas en caracterización de metales a tracción en condiciones de hidrógeno a presión empleando probetas tubulares. Su publicación se espera en verano de 2024.



Figura 4. Superficie de fractura en probeta ensayada en condiciones de argón a 60 bar de presión.

Entre los factores a tener en cuenta al recurrir a esta técnica de ensayo destacan las dimensiones de la probeta (particularmente la relación entre diámetro interior y exterior) y la posible incidencia de la rugosidad y los procesos de acabado de la superficie interna de las probetas. Además de la pureza del gas y el número de ciclos de purga para lograrla. Estas cuestiones están siendo también analizadas hogaño.

En este trabajo se ha mostrado la incidencia de hidrógeno a 60 bar de presión con relación a la referencia con argón como gas inerte en ensayos a tracción sobre un acero ferrítico API 5L X65 empleando probetas tubulares. Aunque el límite elástico y la resistencia última a tracción no se ven influenciadas por la presencia de hidrógeno, los resultados en el alargamiento a rotura y la aparición de *cuasiclivajes* evidencian la fragilidad promovida. La intención es avanzar en las capacidades



Figura 5. Superficie de fractura en probeta ensayada en condiciones de hidrógeno a 60 bar de presión.

REFERENCIAS

- [1] European Commission, A hydrogen strategy for a climate-neutral Europe, COM(2020) 301, 2020.
- [2] bam.de/Navigation/EN/Topics/Energy/ Hydrogen/hydrogen.html.
- [3] J.P. Hirth, Effects of hydrogen on the properties of iron and Steel. Metall Trans A (1980) 11: 861-890.
- [4] W. T Chandler, R. J. Walter. Testing to determine the effect of high-pressure hydrogen environments on the mechanical properties of metals. ASTM STP 543, 1974, pp. 170-197.
- [5] T. Ogata. Simple Mechanical Testing Method to Evaluate Influence of High Pressure Hydrogen Gas. Proceedings of the ASME 2018 PVP Conference, pp. 84187.
- [6] C. San Marchi, J. A. Ronevich, J. Pohl, S. Ramseyer, D. Cortinovis, S. Eckmann. Fatigue Crack Initiation and Fatigue Life Testing of High-Strength Austenitic Stainless Steel Tubing With Internal Hydrogen. Proceedings of the ASME 2023 PVP Conference, pp. 106413.
- [7] wasserstoff-leitprojekte.de/projects/transhyde.
- [8] ISO 6892-1:2016, Metallic materials Tensile testing.
- [9] T. Michler, F. Ebling, H. Oesterlin, C. Fischer, K. Wackermann. Comparison of tensile properties of X60 pipeline steel tested in high pressure gaseous hydrogen using tubular and conventional specimen. International Journal of Hydrogen Energy (2022), 47(81), 34676-34688.
- [10] Ogata T, Ono Y. Influence of roughness of inner surface of simple mechanical testing method to evaluate influence of high pressure hydrogen gas. Proceedings of the ASME 2019 PVP Conference.
- [11] F. Konert, F. Wieder, J. Nietzke, D. Meinel, T. Böllinghaus, O. Sobol. Evaluation of the impact of gaseous hydrogen on pipeline steels utilizing hollow specimen technique and μCT. International Journal of Hydrogen Energy (2024), 59, 874-879.

OPTIMIZACIÓN DE PARÁMETROS DE FUSIÓN SELECTIVA POR LÁSER EN UN ACERO DÚPLEX

N. Mayoral¹*, L. Medina¹, R. Rodríguez-Aparicio¹, A. Díaz¹, J. M. Alegre¹, I. I. Cuesta¹

¹ Grupo de Integridad Estructural. Universidad de Burgos. Escuela Politécnica Superior. Av Cantabria, s/n, 09006, Burgos.

* Persona de contacto: <u>nmayoral@ubu.es</u>

RESUMEN

La fabricación aditiva tiene su origen en el diseño de prototipos de una forma rápida y práctica. Sin embargo, con el tiempo ha demostrado su eficacia en la fabricación de geometrías complejas o componentes imposibles de mecanizar mediante las técnicas convencionales de mecanizado, convirtiéndose así, en un pilar esencial de la industria actual. En sus inicios, el principal material utilizado en la fabricación aditiva era fundamentalmente la familia de los polímeros, pero hoy, esta técnica destaca por su potencial para producir componentes metálicos, debido a las importantes limitaciones que presentan aún los aceros y aleaciones disponibles. El presente artículo pretende agregar el acero dúplex 2205 al catálogo de aceros disponibles comercialmente, para ser utilizados en fabricación aditiva. En concreto, se enfoca en la técnica de fusión selectiva por láser. Para conseguir incorporarlo, el objetivo principal consiste en definir los parámetros de impresión óptimos que sean capaces de reproducir las mismas propiedades que ofrece el material base mecanizado por métodos convencionales. En este sentido, se ha empleado un diseño de experimentos basado en superficies de respuesta, utilizando como parámetros variables la potencia del láser, la velocidad de marcado y el espaciamiento entre líneas. Se ha contado con un material de referencia obtenido por laminación contra el que se han comparado los resultados obtenidos mediante ensayos de tracción. Finalmente, se han obtenido unos parámetros óptimos de impresión de este acero mediante SLM.

ABSTRACT

Additive manufacturing was born as a cost-effective and practical approach to prototype design. However, time has demonstrated remarkable efficiency in handling complex geometries or components that are challenging to machine through conventional techniques. Consequently, it has evolved into an essential pillar of contemporary industry. While its early applications primarily involved polymer families, additive manufacturing has now appeared as a powerful technique for working with metallic materials, including steels and various alloys, whose production remains very limited. The present article looks for the inclusion of duplex steel 2205 in the commercial catalog of steels utilized in additive manufacturing, specifically applying the selective laser melting technique. The primary objective is to establish optimal printing parameters that yield the closest results to the base material properties. To achieve this, the response surface method was used as a design of experiments, being laser power, scanning speed, and hatching distance the variable parameters to be studied. A reference material, machined through lamination, was utilized to compare the results obtained through tensile strength. Lastly, the optimal parameters have been obtained for this stainless steel.

PALABRAS CLAVE: Fabricación aditiva metálica, Selective laser melting, acero dúplex.

1. INTRODUCCIÓN

La fabricación aditiva aparece como una alternativa muy interesante al mecanizado convencional en el trabajo con aleaciones y metales, gracias a que al finalizar la impresión se obtiene directamente el producto final con unas propiedades físicas y elastoplásticas muy similares a las que ofrecería el mismo componente, pero producido como material base mecanizado. Existen múltiples métodos para desarrollar la fabricación aditiva, siendo uno de los más destacables, la técnica de fusión selectiva por láser.

La fusión selectiva por láser, SLM (acrónimo del inglés selective laser melting), destaca por ser muy sencilla de utilizar. Esta técnica es idónea para la fabricación de

prototipos y para tiradas pequeñas. Esta tecnología es compatible con archivos de software CAD para el modelado 3D, facilitando el diseño. Su funcionamiento se basa en la fusión de un lecho de polvo utilizando un rayo láser concentrado con un sistema de espejos [1]. El polvo se calienta hasta el punto de fusión al recibir el láser y al solidificarse, queda soldado a la capa inmediatamente inferior, conformando así el cuerpo del componente que se busca imprimir. Este proceso se realiza capa por capa, desplazando en vertical la cama una altura prefijada y extendiendo una nueva superficie de polvo con un rodillo.

La tecnología SLM permite fabricar componentes tridimensionales complejos con una precisión de 0.1 mm en 25 mm y tiene la capacidad de alcanzar un acabado

superficial con una calidad de 5 μ m a 15 μ m. Una de las principales propiedades a controlar es la densidad relativa del producto, respecto a la que ofrece el material base utilizado como referencia. Con este método se pueden alcanzar densidades de entre el 97-99%.

Para optimizar las propiedades del material impreso, es necesario controlar diversos parámetros que influyen en la impresión, destacando la velocidad del láser, la separación del haz láser, la altura de cada capa de polvo, la longitud de onda y la potencia del láser. Sin embargo, de entre estas, existen tres variables críticas que influirán enormemente en las propiedades del producto resultante. Estas son la potencia, la velocidad de barrido y la separación del haz de luz del láser [2 - 5]. En el presente trabajo, para definir el valor óptimo de estos parámetros se ha utilizado un diseño de experimento basado en el método de las superficies de respuesta. Esta técnica analiza con un modelo matemático la importancia y repercusión de cada variable en los resultados, para posteriormente calcular una configuración de parámetros óptima.

Los parámetros de impresión óptimos son diferentes para cada material, es por ello, que el presente trabajo se centra en acotar los valores de potencia del láser, velocidad del láser y separación del haz que mejores propiedades elastoplásticas y densidad relativa le aporten al acero dúplex 2205 (DSS-2205).

2. MATERIAL

El DSS-2205, y los aceros dúplex en general, son un tipo de acero inoxidable que destaca por su excepcional resistencia a la corrosión y una muy buena resistencia a la fractura, siendo un tipo de acero muy dúctil. Es reseñable también su microestructura compuesta aproximadamente en un 50% de ferrita y 50% de austenita [6 - 10].

Las propiedades mecánicas más susceptibles a la influencia de la impresión son: el límite elástico ($\sigma_{0.2}$), la tensión última de rotura (σ_{uts}), la elongación (ϵ_r) y la reducción de la sección de la probeta (A). En la *Tabla 1* están reflejadas las características del material base utilizado como referencia y han servido como comparación para los resultados del acero impreso. Este acero base ha sido obtenido por métodos tradicionales, se ha practicado un laminado en caliente y posteriormente se ha tratado térmicamente con un recocido a 1050°C y un temple en agua.

Tabla 1 Propiedades del DSS-2205 base

Módulo elástico (GPa)	σ _{0.2} (MPa)	σ _{uts} (MPa)	ϵ_{r} (%)	A (%)
195	541	773	52.44	83.53

El acero fabricado por SLM, sin embargo, se va a conseguir a partir de polvo esférico de dúplex obtenido por un proceso de atomización. El tamaño de las esferas de polvo está en un rango de 15 μ m a 45 μ m debido a que no puede exceder la altura de capa, fijada en 50 μ m, durante la impresión (*Figura 1*). En la *Tabla 2* se muestra la composición química tanto del polvo como del material base.



Figura 1 Micrografía SEM de polvo DSS-2205 utilizado

Tabla 2 Composición química del DSS-2205

Mat.	%C	%Si	%Mo	%Mn	%Cr	%S
Polvo	0.012	0.53	3.30	1.05	22.4	0.006
Base	0.015	0.56	3.07	1.81	22.5	
Mat.	%P	%Cu	%N	%Nb	%Ni	
Polvo	0.009					

3. MÉTODO EXPERIMENTAL

La calidad de la impresión, así como las propiedades elastoplásticas del material, mencionadas en el apartado previo, dependerán en gran medida de los parámetros configurables de la impresora. Estas variables son, además, únicas para cada tipo de material debido a sus propiedades térmicas y su capacidad de absorción de la radiación del láser para una longitud de onda específica.

Con el objetivo de encontrar los parámetros óptimos del DSS-2205 se ha creado un diseño de experimento basado en la metodología de superficies de respuesta. Para ello, se ha fijado la altura de capa (Th) en 50 μ m, además, el láser empleado posee una longitud de onda fija de 1080 nm. Así, las propiedades del material, previamente mencionadas, quedan definidas, principalmente, en función de los siguientes parámetros: potencia (P), separación del haz láser entre líneas (H) y velocidad del láser (S), cuyo rango de valores aparece en la *Tabla 3*,

donde los valores corresponden al intervalo [-1, 1] en el diseño de experimentos.

 Tabla 3 Parámetros variables utilizados en el diseño de experimentos

Parámetros variables				
Potencia de Láser (P)	[130, 182] W			
Velocidad de Láser (S)	[600, 900] mm/ s			
Separación del Haz Láser (H)	[0.08, 0.12] mm			

Estos tres parámetros se relacionan entre sí con la expresión S = f (P*, S*, H*) de la Ecuación (1) una función cuadrática en la que P*, S* y H* representan los valores codificados de P, S y H para el intervalo dado en el diseño de experimento.

Para codificar los parámetros se utiliza la Ecuación (2). Para un valor real X_i , su valor codificado será x_i cuando X_{iNsup} y X_{iNinf} sean los valores reales máximo y mínimo y \tilde{X}_i la media de valores reales que puede tomar X_i .

Para calcular las propiedades del material a partir de estos coeficientes, se ha utilizado la herramienta software Expert Design, de la cual se destacan algunas características:

- El uso de los tres parámetros P*, S* y H*.
- La elección de un dominio cúbico.
- La codificación de los factores con el intervalo especificado, usando la Ecuación (2).
- Con el objetivo de medir la variabilidad del ensayo, la matriz cúbica tiene tres niveles para cada parámetro de entrada, con dos repeticiones en el punto medio del dominio.
- La aplicación de la Ecuación (1) para poder adaptar las cuatro superficies de respuesta a las cuatro propiedades del material analizadas.

Para calcular la energía invertida por unidad de volumen (VED) necesaria con cada muestra se emplea la Ecuación (3) que relaciona la potencia, la velocidad, el haz del láser y el espesor de capa, fijado en 50 μ m.

La *Tabla 4* muestra tanto la matriz experimental con los factores codificados, como el valor real de dichos parámetros, los cuales se van a utilizar para obtener los coeficientes de la función $S = f(P^*, S^*, H^*)$.

$$f (P^*, S^*, H^*) = b_0 + b_1 \cdot P^* + b_2 \cdot S^* + + b_3 \cdot H^* + b_{11} \cdot P^{*2} + b_{22} \cdot S^{*2} + + b_{33} \cdot H^{*2} + b_{13} \cdot P^* \cdot H^* + b_{12} \cdot \cdot P^* \cdot S^* + b_{23} \cdot S^* \cdot H^*$$
(1)

$$x_i = \frac{2 \cdot (X_i - \tilde{X}_i)}{X_{iNSup} - X_{iNInf}} \qquad i = P^*, S^*, H^*$$
(2)

$$VED[\frac{J}{mm^{3}}] = \frac{P[W]}{S\left[\frac{mm}{s}\right] \cdot H[mm] \cdot Th[mm]}$$
(3)

 Tabla 4 Propuesta de diseño de experimentos

	Matriz experimental Plan de experimer						ntos
NUM.	P*	S*	H*	P W	S mm/s	H mm	VED J/mm ³
1	-1	-1	-1	130	600	0.08	54.17
2	1	-1	-1	182	600	0.08	75.83
3	-1	1	-1	130	900	0.08	36.11
4	1	1	-1	182	900	0.08	50.56
5	-1	-1	1	130	600	0.12	36.11
6	1	-1	1	182	600	0.12	50.56
7	-1	1	1	130	900	0.12	24.07
8	1	1	1	182	900	0.12	33.70
9	-1	0	0	130	750	0.1	34.67
10	1	0	0	182	750	0.1	48.53
11	0	-1	0	156	600	0.1	52.00
12	0	1	0	156	900	0.1	34.67
13	0	0	-1	156	750	0.08	52.00
14	0	0	1	156	750	0.12	34.67
15	0	0	0	156	750	0.1	41.60
16	0	0	0	156	750	0.1	41.60
17	0	0	0	156	750	0.1	41.60

El diseño de experimentos se ha llevado a cabo ensayando probetas cilíndricas para tracción uniaxial [4] siguiendo la norma ASTM E8-E8M-2016^a [11]. Así, se han fabricado las 17 combinaciones de variables, cambiando en las probetas de la 1 a la 14 los parámetros entre los valores correspondientes a la codificación de la matriz de experimentos, hasta tener todas las combinaciones posibles. Las tres últimas probetas de ensayo se han fijado en el valor medio del rango de la matriz [0, 0, 0], para estudiar la posible dispersión de las propiedades finales.

Una vez fabricadas las probetas, se ha aplicado un tratamiento térmico de recocido a 1050°C y un temple en agua, para lograr la austenización [12]. Así, se aumenta el porcentaje de austenita en la microestructura y se alcanzan las propiedades esperadas para el DSS-2205.

4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Con los ensayos de tracción completados, se ha representado la curva de tensión-deformación para cada probeta en base a los datos de fuerza y desplazamiento recabados durante la fase experimental. En la *Figura 2* se muestran los dos comportamientos típicos que se han observado durante los ensayos. Por un lado, algunas

probetas han sufrido rotura frágil, como las probetas 5 y 7, en contraparte, otras han tenido un comportamiento más dúctil, como las probetas 2 y 13. Tal y como se puede observar en las micrografías, la ductilidad del material está directamente relacionada con la reducción de área de la probeta al romper y con la estricción de esta. En las probetas 5 y 7 se distingue que el haz láser no ha sido capaz de soldar el acero en su totalidad, dejando más poros y reduciendo la densidad relativa del material, mientras que en las probetas 2 y 13 se muestra una matriz más homogénea y compacta.

El software Expert Design toma los valores de los parámetros introducidos para las diecisiete opciones posibles y los aplica a un modelo matemático de función cuadrática para generar las estimaciones de las propiedades buscadas. En la *Tabla 5* se muestran los resultados calculados para cada uno de los ensayos.

Una vez introducidos estos resultados, el software los toma como base para dibujar las superficies de respuesta de las propiedades buscadas. En la *Figura 3* se muestran a modo de ejemplo la elongación en la fractura, la tensión última de rotura y la reducción de área, todas para un valor de H* codificado de 0, es decir, en el punto medio del intervalo.

Una vez cotejados los resultados, se puede buscar la solución idónea para el acero DSS-2205. Para ello, se utiliza la herramienta de optimización numérica que incluye el propio programa.

Tabla 5	Valores	de las	propiedades	analizadas
---------	---------	--------	-------------	------------

Test	Densidad	$\sigma_{0.2}$	$\sigma_{\rm uts}$	ε_{r} (%)	A (%)
	(%)	(MPa)	(MPa)		
1	97.24	517	719	11.12	38.00
2	98.64	580	780	42.71	68.93
3	96.96	549	718	12.8	27.00
4	99.12	527	777	43.55	79.24
5	97.51	550	719	10.56	29.62
6	98.82	578	780	41.65	80.43
7	91.34	419	487	3.02	10.94
8	98.34	600	802	38.37	63.17
9	97.53	527	755	13.53	30.86
10	98.61	525	778	40.94	81.28
11	98.68	506	767	40.26	79.52
12	98.30	536	786	37.97	62.19
13	98.38	507	748	44.71	81.31
14	98.26	585	808	37.55	64.79
15	98.66	545	808	42.54	81.86
16	98.74	588	801	42.27	76.19
17	98.59	512	808	39.69	71.20



Figura 2 Curva tensión-deformación de las muestras ensayadas



Figura 3 Superficies de respuesta de (a) ϵ_r (%), (b) σ_{uts} (MPa) y (c) A (%)

Su funcionamiento consiste en especificar el tipo de optimización necesitado, en este caso, se busca maximizar el valor cuantitativo de las propiedades elastoplásticas. Después, se acota un rango admisible, para cada uno de los parámetros dados, dentro del cual se encontrará el resultado óptimo. Será necesario definir estas condiciones de contorno para cada parámetro de salida del diseño de experimento. Al finalizar el cálculo, el software devolverá un número determinado de posibles soluciones y sus predicciones de respuesta para todas las variables de salida. Además, genera una gráfica adicional, que representa lo deseable que es cada solución respecto al objetivo especificado.

En la *Figura 4* se presentan las predicciones de las respuestas correspondientes a la solución identificada como óptima. En dichas gráficas la separación del haz del láser (H*) toma el valor de 1 y se representan los otros dos parámetros variables. Estas superficies se visualizan en un plano bidimensional, relacionando las respuestas con los valores de potencia (P*) y velocidad (S*) del láser. La *Tabla 6* ofrece un resumen de los parámetros de impresión seleccionados en la *Figura 4*, así como las propiedades resultantes estimadas de la solución óptima identificada. Los valores decodificados de los parámetros mostrados en la *Tabla 6* son: P = 175 W, S = 640 mm/s y H = 0.12 mm.

 Tabla 6
 Solución óptima elegida y estimaciones de respuestas

P*		S*	H*	
0.7	28	-0.736	1	
Densidad (%)	σ _{0.2} (MPa)	σ _{uts} (MPa)	ϵ_{r} (%)	A (%)
99.33	594.63	812.09	44.01	80.92

Con los valores escogidos, es necesario comprobar el comportamiento experimental que muestran. Para ello, se han vuelto a fabricar varias probetas empleando los parámetros óptimos. Se han tratado térmicamente y se han ensayado. Los resultados obtenidos se recogen en la *Tabla 7*. En la *Figura 5* se ha hecho una comparación de la curva de tensión-deformación del material base de referencia (MB) y el DSS-2205 obtenido por fabricación aditiva, tanto del tratado térmicamente (SLM-TT), como del DSS-2205 sin tratar (SLM-NT).

Tabla 7 Propiedades del DSS-2205 fabricado con los parámetros óptimos

Densidad (%)	σ _{0.2} (MPa)	σ _{uts} (MPa)	$\epsilon_{r}\left(\%\right)$	A (%)
99.82	526	795	55.01	80.49



Figura 4 Optimización de parámetros



Figura 5 Comparativa de DSS-2205 de referencia con el acero fabricado

Para el DSS-2205 fabricado, se ha conseguido alcanzar un 35.91% de contenido de austenita, empleando el tratamiento a 1050°C y el temple en agua. La *Figura 6* muestra la microestructura de dicho acero impreso. En ella se pueden observar muy diferenciadas las dos fases de un acero dúplex: la fase oscura es la ferrita y la clara es la austenita.



Figura 6 Microestructura del DSS-2205 fabricado mediante SLM

5. CONCLUSIONES

En el presente trabajo se han definido los parámetros de impresión óptimos para la fabricación de componentes de DSS-2205. Para obtener dichos parámetros, se ha utilizado el software Expert Design para analizar las propiedades elastoplásticas del material ($\sigma_{0.2}, \sigma_{uts}, \varepsilon_r y A$), aplicando el método de las superficies de respuesta. En paralelo, se han desarrollado ensayos de tracción uniaxial para comprobar experimentalmente el comportamiento del DSS-2205. Las probetas utilizadas han sido fabricadas con la técnica SLM y posteriormente se han tratado con un recocido a 1050°C y un temple en agua. Se han comparado las propiedades del DSS-2205 fabricado por SLM con un DSS-2205 base de referencia, ha sido posible reproducir su comportamiento con una dispersión de las propiedades resultantes menor al 4% y una densidad relativa del 99.82%, quedando muy próxima a la densidad que se deseaba alcanzar. Quedan así definidos los parámetros de impresión óptimos P = 175 W, S = 640 mm/s y H = 0.12 mm. Los procedimientos, la metodología y los ensayos experimentales utilizados son replicables y pueden generalizarse para otros materiales de forma paralela y análoga a la mostrada aquí.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen la financiación de MCINN/AEI a través de los proyectos PID2021-1247680B-C21 y TED2021-130413B-I00. Este trabajo también ha sido financiado por la Junta de Castilla y León, el MCINN y los fondos NextGeneration EU/PRTR mediante el proyecto MA²TEC (MR4W.P2 // C17.I01)

REFERENCIAS

[1] B. Song, S. Wen, C. Yan, Q. Wei, and Y. Shi, "3D Printing Technology Series."

[2] W. Zhao, H. Xiang, R. Yu, and G. Mou, "Effects of laser scanning speed on the microstructure and

mechanical properties of 2205 duplex stainless steel fabricated by selective laser melting," J Manuf Process, vol. 94, pp. 1–9, May 2023, doi: 10.1016/j.jmapro.2023.03.068.

[3] Development of flexible grouting material for cement-stabilized macadam base using response surface and genetic algorithm optimization methodologies

[4] I. I. Cuesta, A. Díaz, M. A. Rojo, L. B. Peral, J. Martínez, and J. M. Alegre, "Parameter Optimisation in Selective Laser Melting on C300 Steel," Applied Sciences (Switzerland), vol. 12, no. 19, Oct. 2022, doi: 10.3390/app12199786.

[5] F. Hengsbach et al., "Duplex stainless steel fabricated by selective laser melting - Microstructural and mechanical properties," Mater Des, vol. 133, pp. 136–142, Nov. 2017, doi: 10.1016/j.matdes.2017.07.046.

[6] Robert N Gunn, "Duplex stainless steels."

[7] C. R. de Farias Azevedo, H. Boschetti Pereira, S. Wolynec, and A. F. Padilha, "An overview of the recurrent failures of duplex stainless steels," Engineering Failure Analysis, vol. 97. Elsevier Ltd, pp. 161–188, Mar. 01, 2019.

[8] Y. Fang, M. K. Kim, Y. Zhang, T. Kim, J. No, and J. Suhr, "A new grain refinement route for duplex stainless steels: by laser powder bed fusion," Materials Science and Engineering: A, vol. 881, Aug. 2023, doi: 10.1016 /j.msea. 2023. 145351.

[9] W. Wang et al., "Ferrite-austenite synergistic deformation behavior in a 2205 duplex stainless steel containing equiaxed austenite domains," Mater Charact, vol. 205, Nov. 2023, doi: 10.1016/j.matchar.2023.113363.

[10] Xie, Z. Dong, S. Li, and Y. Wan, "Experimental investigation and micromechanical modeling of load partitioning behavior of duplex stainless steel 2205 during cyclic hardening," Mater Today Commun, vol. 35, Jun. 2023, doi: 10.1016/j.mtcomm.2023.106202.

[11] "Designation: E8/E8M – 16a Standard Test Methods for Tension Testing of Metallic Materials 1", doi: 10.1520/E0008_E0008M-16A.

[12] "The effect of annealing in the SLM of DSS2205".

EVALUACIÓN DE LA SUSCEPTIBILIDAD A LA FRAGILIZACIÓN POR HIDRÓGENO EN ACEROS ESTRUCTURALES A TRAVÉS DEL ENSAYO SPT

G. Álvarez¹*, M. Baamonde¹, M.M. Llera¹, A. Díaz², F.J. Belzunce¹, C. Rodríguez¹

¹Grupo de Investigación SIMUMECAMAT, Departamento de Construcción e Ingeniería de Fabricación, Universidad de Oviedo, C. Pedro Puig Adam, Edificio Departamental Oeste, 33203 Asturias, España.

² Structural Integrity Group, Universidad de Burgos, Escuela Politécnica Superior, Avd. Cantabria s/n 09006 Burgos, Spain * Persona de contacto: alvarezdguillermo@uniovi.es

RESUMEN

El creciente interés en el uso del hidrógeno como elemento clave para la descarbonización en la producción de energía, se vuelve crucial identificar aceros óptimos que eviten la fragilización por hidrógeno y preserven sus propiedades mecánicas en presencia del mismo. El ensayo miniatura de punzonado (SPT) surge como una herramienta valiosa al permitir la caracterización de aceros con pequeñas muestras, presentando la ventaja de monitorear la evolución del material a lo largo de su vida útil sin interrupciones en el servicio de la infraestructura.

En este trabajo, se llevan a cabo ensayos SPT en diversos aceros en un ambiente de hidrógeno generado electroquímicamente ($H_2SO_4+0.25As_2O_3$ g/L + 0.5 mA/cm²) bajo las mismas condiciones de ensayo (v = 0.02 mm/min). Los resultados revelan la influencia de la microestructura y las cargas de servicio en la selección adecuada del tipo de acero. Además, los aceros con un superior comportamiento frente al hidrógeno se han sometido a un análisis exhaustivo para establecer sus condiciones límites de uso. En particular, el acero austenítico 316L obtenido por fabricación aditiva destaca por su notable resistencia a la fragilización por hidrógeno en comparación con el resto de materiales estudiados. Por lo tanto, haciendo uso del ensayo SPT, se ha realizado un análisis detallado de los efectos de este método de producción, estableciendo las posibilidades y limitaciones de la fabricación aditiva en la optimización de aceros para aplicaciones en ambientes de hidrógeno.

PALABRAS CLAVE: Small Punch Test, fragilización por hidrógeno, fabricación aditiva.

ABSTRACT

The increasing interest in using hydrogen as a key element for decarbonization in energy production underscores the importance of identifying optimal steels that can resist hydrogen embrittlement and maintain their mechanical properties in hydrogen-rich environments. The Small Punch Test (SPT) emerges as a valuable tool, enabling the characterization of steels using small samples and allowing for continuous monitoring of material evolution throughout its lifes without interrupting infrastructure services.

In this study, SPT tests were conducted on various steels in an electrochemically generated hydrogen environment ($H_2SO_4 + 0.25 \text{ g/L} \text{ As}_2O_3 + 0.5 \text{ mA/cm}^2$) under identical test conditions (v = 0.02 mm/min). The results elucidate the influence of microstructure and service loads on the selection of suitable steel types. Additionally, steels exhibiting superior resistance to hydrogen embrittlement underwent comprehensive analysis to determine their optimal usage conditions. Notably, the 316L austenitic steel produced via additive manufacturing demonstrates remarkable resilience to hydrogen embrittlement compared to other materials examined. Therefore, through the SPT test, a thorough investigation into the effects of this manufacturing method has been conducted, elucidating the possibilities and limitations of additive manufacturing in optimizing steels for applications in hydrogen-rich environments.

KEYWORDS: Small Punch Test, Hydrogen embrittlement, additive manufacturing.

1. INTRODUCCIÓN

La creciente demanda de energía limpia ha impulsado el interés global en su generación a partir de elementos no contaminantes como el hidrógeno. Sin embargo, este avance no está exento de desafíos, siendo uno de los principales el fenómeno de la fragilización por hidrógeno que afecta a los aceros. El transporte y almacenamiento del hidrógeno son cruciales para su comercialización, lo que ha generado un interés creciente en identificar los materiales más adecuados para estos fines.

A pesar del potencial del acero para aprovechar la infraestructura existente, no todos los tipos de acero responden de la misma manera ante la presencia de este elemento. Por tanto, es crucial llevar a cabo un estudio exhaustivo de los diferentes aceros que puedan ser candidatos para su uso en presencia de hidrógeno.

Un obstáculo significativo en este campo es la falta de un método de caracterización mecánica específico para evaluar la susceptibilidad de un determinado tipo de acero al hidrógeno. Además, algunos aceros con buen comportamiento frente al mismo son difíciles de estudiar debido a su baja difusividad y, por tanto, tiempo necesario para conseguir unas condiciones realistas de servicio en el laboratorio. Este desafío se agrava por la cantidad de material requerido y el tiempo necesario para preparar las muestras de acuerdo con los estándares convencionales de ensayo.

Para superar estas limitaciones, se propone el uso de ensayos miniatura, como es el Small Punch Test (SPT), que ofrece la ventaja de reducir significativamente tanto los tiempos de carga como la cantidad de material necesaria para la caracterización.

Por consiguiente, el objetivo principal de este trabajo es utilizar el SPT para estudiar la fragilización por hidrógeno en una amplia variedad de aceros. Se espera que este enfoque proporcione una guía valiosa que permita a los técnicos seleccionar los materiales más adecuados en función de las cargas de servicio y los requisitos específicos del tipo de acero.

2. MATERIALES Y PROCEDIMIENTOS EXPERIMENTAL

2.1 Materiales

En este trabajo se han estudiado una gran variedad de aceros. Estos han sido clasificados en función de su microestructura para poder relacionar la influencia del hidrógeno sobre la misma. La Tabla 1 muestra las microestructuras, durezas, propiedades mecánicas a tracción y tenacidad a la fractura de un amplio abanico de aceros estructurales que se utilizarán en el estudio. Como se puede observar, se han estudiado aceros: austeníticos, ferríticos, ferríticoperlítico, austeniticos-ferriticos y martensíticos revenidos. Las propiedades mecánicas de los mismos cubren un amplio espectro, con durezas entre 153-380 HB, límites elásticos (σ_{YS}) entre 223-1070 MPa, resistencias a la tracción (σ_{ut}) entre 472-1187 MPa y tenacidades a la fractura (J_{lc}) que van desde una alta fragilidad, con tan solo 22 kJ/m², a una tenacidad muy elevada, de hasta 1400 kJ/m².

2.1 Ensayo Small Punch Test

Los ensayos SPT se llevaron a cabo utilizando un utillaje estándar, aunque con ligeras modificaciones para la realización de ensayos con hidrógeno in-situ, mediante reacciones electroquímicas (Figura 1a). El punzón, situado en la parte inferior dispone de una cabeza semiesférica, un diámetro de 2.5 mm. La matriz, con un agujero de 4 mm de diámetro, se sitúa en la parte superior, conteniendo un electrolito acido (1M $H_2SO_4 + 0,25 g/l As_2O_3$) o salino (3% NaCl) y un contra-electrodo de Platino (Pt).

La densidad de corriente se aplica utilizando una fuente externa que cierra el circuito entre el electrodo de Pt y el punzón. Todas las partes del dispositivo que se encuentran en contacto con el electrolito se fabricaron de alúmina (Al₂O₃) para asegurar la densidad de corriente deseada durante el ensayo.

Las probetas SPT fueron mecanizadas con una sección cuadrada de $10x10 \text{ mm}^2 \text{ y } 0.50 \text{ mm}$ de espesor nominal.

Materiales	Microestructura	Dureza (HB)	σys (MPa)	συτ (MPa)	e (%)	RA (%)	$\begin{array}{c} J_{Ic} \\ (kJ/m^2) \end{array}$
316L		144	223	588	63	71	1000
AM 316L	Austenita	-	518	677	-	-	-
904L		167	281	613	46	71.1	1400
AISI 430	Ferrita	166	401	537	18.9	51.2	290
S355	Ferrita + perlita	153	386	472	32	77	750
Duplex 2205		245	701	868	26.1	52	1063
DP2205T	Austenita + ferrita	186	520	820	-	-	-
DP2205L		186	524	787	40	70	600
R5		352	920	1015	-	-	821
AF1BR		229	550	724	21.1	-	260
CrMo700		207	622	710	22.6	61.3	580
CrMo550	Martensita revenida	307	1023	1113	14	49	280
H8		300	790	857	21	68	450
CrMoV-BM		228	597	710	20.2	-	530
CrMoV-WM		380	1019	1120	16.9	57	22

Tabla 1. Propiedades mecánicas (dureza, a tracción y tenacidad a la fractura) de los aceros estudiados.



Figura 1. Ensayo SPT. (a) Esquema del dispositivo de ensayo SPT adaptado para ensayos de hidrógeno in-situ; (b) Curvas carga-desplazamiento SPT para materiales dúctiles y frágiles.

El dispositivo se sitúa en una máquina de ensayos de 5 kN de capacidad de carga y se mide el desplazamiento del punzón con un extensómetro tipo COD.

Las muestras SPT sin hidrógeno se ensayaron a una velocidad de desplazamiento estándar de 0.20 mm/min, mientras que los ensayos en ambiente de hidrógeno se han llevado a cabo a una velocidad 10 veces más lenta (0.02 mm/min) de acuerdo a estudios previos [1].

Concluidos los ensayos SPT, se calcula el índice de fragilización por hidrógeno, *HEI*, comparando los parámetros obtenidos al aire (X_{Air}) con los dados en hidrógeno (X_H) de acuerdo a la siguiente expresión:

HEI (%) =
$$(X_{Air} - X_H) / X_{Air} x 100$$
 (1)

En este caso el parámetro del ensayo SPT seleccionado para el análisis de la fragilización, ha sido la energía de fractura normalizada por el espesor de la muestra al cuadrado, W_{SPT}/t^2 . El valor W_{SPT} se calcula como el área encerrada bajo la curva carga-desplazamiento hasta el punto de carga máxima (Figura 1b).

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

3.1 Fragilización por hidrógeno en aceros

La Figura 2 muestra las curvas de carga-desplazamiento de los diferentes aceros estudiados. Analizando estas curvas, se aprecia claramente cómo, ensayados al aire (curvas continuas), todos ellos exhiben el típico comportamiento dúctil con todas las zonas características. Sin embargo, cuando se someten a un ambiente de hidrógeno durante el ensayo (curvas discontinuas), aunque inicialmente se comportan como al aire, en un determinado momento abandonan dicha trayectoria al producirse el daño prematuramente. En los casos más extremos, como son los aceros R5, 42CrMo4-550 o CrMoV-WM, la curva correspondiente a las condiciones de hidrógeno apenas alcanza a superar la

zona elástica para separarse de la del aire, manteniendo a partir de ese momento un tendencia "plana" con carga prácticamente constante hasta la rotura. Este fenómeno se debe a que el comportamiento es tan frágil, que provoca un daño que tras iniciarse en el centro de la probeta, se propaga radialmente en forma de varia grietas, de modo que las distintas partes en que queda dividida la probeta se comportan como pequeñas vigas en voladizo, provocando esta forma característica de la curva con una zona plana. Tal comportamiento se observa en materiales que muestran una mayor susceptibilidad al hidrógeno, lo que resulta en una clara reducción de su tenacidad. No obstante, la gran mayoría analizados aún de los aceros mantienen un comportamiento relativamente dúctil, con un comportamiento similar al exhibido al aire hasta que se desencadena el fallo. Una conducta similar ha sido utilizando probetas de tracción, donde en la mayoría de los casos, los materiales expuestos a ambiente de hidrógeno conservan su límite elástico y su resistencia a la tracción, viéndose afectada únicamente su ductilidad. No obstante, el ensavo SPT se distingue de un ensavo de tracción convencional en que la muestra experimenta deformación plástica desde el inicio, siendo capaz de evidenciar en mayor medida la fragilización sufrida en las curvas resultantes. Por último, los aceros inoxidables austeníticos (316L, AM316L y 904L) junto con el S355 siguen manteniendo, en mayor o menor medida, un comportamiento muy similar al del aire, con una fragilización muy pequeña o nula.

Como se comentó anteriormente, y con el fin de observar la susceptibilidad de estos aceros frente al hidrógeno, se ha calculado el coeficiente *HEI* mediante la expresión (1). En la Figura 3 se presentan estos valores en función del límite elástico de cada uno de los aceros analizados. En términos generales, puede afirmarse que la fragilización por hidrógeno crece conforme lo hace el límite elástico del acero. Sin embargo, si clasificamos los aceros según su microestructura, se observa que esta tendencia no se cumple en todos los casos. Los aceros martensíticos y austenítico-ferríticos (dúplex), son los que muestran una mayor susceptibilidad a la fragilización por hidrógeno. Entre los martensíticos la fragilización disminuye conforme lo hace la dureza del acero, en virtud de la mayor relajación microestructural provocada por procesos de revenido más largos o a mayor temperatura [2]. Dentro de esta familia, por su parte, el CrMoV-BM es el que muestra el mejor comportamiento, lo que se debe a la presencia de carburos de vanadio, que finamente repartidos en su microestuctura, actúan como trampas fuertes de hidrógeno evitando la acumulación de este elemento en la zona de proceso. Si observamos ahora la familia de los dúplex individualmente, vemos que muestran una tendencia contraria, mostrando la mayor fragilización el dúplex con menor resistencia.



Figura 2. Curvas SPT de los diferentes aceros en condiciones al aire y en hidrógeno.



Figura 3. Mapa de fragilizaciones por hidrógeno en función del material, microestructura y límite elástico.

En estos aceros, se ha observado que el daño por hidrógeno se concentra principlamente en las bandas de ferrita o en la intercara entre las bandas de ferrita y austenita. Teniendo en cuenta que el caso del Duplex2205 las bandas austenita/ferrita tiene un ancho entre 7-9 micras, mientras que en los DP2205L y DP2205T este ancho es de 5-6 micras, la explicación al peor comportamiento de estos últimos sería su mayor densidad de intercaras. Así, esta sutil diferencia implicaría un 10% de variación en la fragilización entre uno y otro, según el parámetro seleccionado del SPT. Con respecto al acero inoxidable ferrítico AISI430, acorde a la literatura, su comportamiento podría explicarse en base al proceso de laminación en caliente al que es sometido, que provocaría un fuerte estado tensional en los bordes de grano y, en consecuencia, una fuerte acumulación de hidrógeno localizada en estos puntos, lo que unido al gran tamaño de grano de este acero explicaría su fuerte fragilización. La diferencia entre este material y el S355 radica en la presencia de perlita en este último. Sin embargo, para un límite elástico similar, la fragilización del S355 es nula. Por lo tanto, se puede deducir que la microestructura perlítica muestra un buen comportamiento frente al hidrógeno y conlleva a la baja fragilización del S355. Por último, los aceros inoxidables austeníticos exhiben límites elásticos bajos junto con una fragilización relativamente reducida. No obstante, al igual que en el caso de los dúplex, en el caso de los aquí analizados la tendencia se invierte, mostrando mayor fragilización los aceros con menor resistencia. Este comportamiento podría estar basado en la mayor o menor susceptibilidad de estos aceros a que la austenita se transforme en martensita debido a la deformación. Así, según análisis anteriores [3], el acero 316L, fabricado por métodos tradicionales, muestra una transformación martensítica significativa, lo que explicaría su fragilización del orden del 40%. Por su parte, el elevado contenido en níquel (25%) del acero 904L, provoca una austenita muy estable, sin posibilidad de transformación martensítica y, por tanto, una fragilización por hidrógeno mínima. Por último y en contraste con el otro austenítico, el AM316L, fabricado mediante impresión 3D, muestra una estructura que proporciona una mayor estabilidad a la austenita, una menor transformación martensítica y, por tanto, una fragilización prácticamente nula. En vista del excelente comportamiento de este último acero, se ha decidido estudiar en mayor profundidad su comportamiento ante distintas condiciones de carga electroquímica de hidrógeno *in-situ* durante los ensayos SPT.

3.2 Evaluación del acero AM316L

El acero AM316L presenta un coeficiente de difusión de hidrógeno notablemente bajo (D = 1E-16 m²/s), lo que hace que la carga electroquímica en este tipo de materiales requiera un largo período de tiempo para alcanzar la saturación. La Figura 4a) muestra los perfiles de concentración normalizada (C/C₀) en el espesor de la probeta SPT para diferentes condiciones de carga calculadas utilizando la expresión de Crank [4]. Se puede observar como durante el ensayo SPT (aproximadamente 1 hora) el hidrógeno penetraría mínimamente en la muestra (curva verde).

Ante estas dificultades, se optó por determinar si era posible observar fragilización si se dispone de un mayor contenido de hidrógeno en la superficie tracionada de la probeta (zona opuesta al contacto del punzón). Para ello, se cambió el electrolito ácido por uno salino (3% NaCl) y se aumentó la densidad de corriente a 5 mA/cm². La Figura 4b muestra el bajo valor HEI (10%) obtenido para esta condición (color gris) que puede considerarse no representativo. En base a este resultado, se decidió realizar una precarga durante 48 horas para disponer de hidrógeno interno en la superficie tensionada antes del ensayo que también se realizó con una densidad de corriente de 5 mA/cm² para evitar la pérdida del hidrógeno introducido previamente. A pesar de que el hidrógeno habría penetrado aproximadamente 10 micras (Figura 4.a), los resultados indicaron que la fragilización seguía siendo nula.

En un intento por aumentar el contenido de hidrógeno interno en la zona tensionada, se realizaron precargas más largas y a una temperatura de 80°C, lo que aceleraba la absorción y difusión de hidrógeno. Bajo estas condiciones, ya se observaron fragilizaciones del 18% y 34%, tras precargas de 2 y 4 semanas, con contenidos de hidrógeno de 37.3 y 67.3 wppm respectivamente. Tras mantener estas condiciones de precarga durante 5 semanas, la probetas fueron extraídas del electrolito y ensayadas al aire (ex-situ), con el objetivo de observar el efecto del hidrógeno interno. La concentración en la probeta en esas condiciones era de 79.2 wppm y la fragilización aumentó hasta el 47%. Este resultado resalta la importancia del hidrógeno interno en materiales con coeficientes de difusión muy bajos durante los ensayos de caracterización mecánica, indicando que no sería necesario caracterizarlos con un aporte de hidrógeno externo, bastando con hacerlo al aire con probetas convenientemente precargadas.



(b)

Figura 4. Análisis de la fragilización en el acero AM316L. (a) Perfiles de concentración para diferentes cargas de hidrógeno; (b) Índices de fragilización..

Finalmente, se decidió realizar una carga de hidrógeno a presión, introduciendo las probetas en el reactor durante 24 horas a 19.5 MPa y 350°C. Tras este proceso de precarga de hidrógeno las muestras, que mostraron una concentración de hidrógeno de 40 wppm, fueron sometidas a ensayos exsitu. El resultado obtenido mostró una fragilización del 13%, muy cercana a la obtenida

anteriormente con las precargas y ensayos *in-situ* en condiciones electroquímicas que contenían 37.3 wppm. Aunque la fragilización conseguida con la carga electroquímica fue ligeramente superior, esto podría deberse a que en este caso el hidrógeno no estuviese homogéneamente distribuido, contándose con una mayor concentración en la superficie ensayada en comparación con la probeta cargada con hidrógeno gas, donde el hidrógeno sí estaría homogéneamente distribuido.

4. CONCLUSIONES

Tras la realización del trabajo presentado, se ha podido evaluar la susceptibilidad de diferentes aceros estructurales a través del ensayo SPT. Además, se han alcanzado las siguientes conclusiones:

- Es posible aplicar el ensayo SPT en la caracterización de la fragilización por hidrógeno.
- Existe una tendencia general en el aumento de la fragilizacion con el límite elástico del material.
- La fragilización por hidrógeno debe ser estudiada para cada microestructura debido a las diferentes variables que pueden afectar a los resultados.
- El acero impreso en 3D muestra mejor comportamiento que el producido convencionalmente. Además, comparado con el resto de aceros, junto con el S355 y el 904L, exhibe muy buen comportamiento frente al hidrógeno.
- En aceros de bajo coeficiente de difusión es posible realizar ensayos SPT o de otra tipología exsitu para determinar la susceptibilidad al hidrógeno.

AGRADECIMIENTOS

Al Gobierno de España por el proyecto PID2021-124768OB-C22, al Principado de Asturias por la AYUD-2021-50985. G. Álvarez agradece a la Universidad de Oviedo el contrato Margarita Salas (Ref: MU-21-UP2021-03). A los Servicios Científico-Técnicos de la Universidad de Oviedo por el uso del MEB.

REFERENCIAS

- [1] G. Álvarez et al., Study of the influence of current density and displacement rate on hydrogen embrittlement using small punch tests, Theoretical and App. Fract. Mech. 125 (2023) 103838.
- [2] A. Zafra et al., Effect of hydrogen on the tensile properties of 42CrMo4 steel quenched and tempered at different temperatures. Int. Journal of Hydrogen Energy. 43 (2018) 9068-9082.
- [3] G. Álvarez et al., Hydrogen embrittlement susceptibility of additively manufactured 316L stainless steel: Influence of post-processing, printing direction, temperature and pre-straining. Additive Manufacturing 78 (2023) 13834.
- [4] Crank, J., 1975. Mathematics of Diffusion.

CHARACTERISATION OF MICROSCALE RESIDUAL STRESSES IN A SHOT-PEENED SAMPLE USING FOCUSED ION BEAM MILLING AND DIGITAL IMAGE CORRELATION

A. Dorronsoro^{1,2,*}, D. Perez-Gallego^{3,4}, J. Ruiz-Hervías^{3,4}, J.M. Martínez-Esnaola^{1,2}, J. Alkorta^{1,2}

¹ CEIT-Basque Research and Technology Alliance (BRTA), Manuel Lardizabal 15,

20018 Donostia/San Sebastián, España.

² Universidad de Navarra, Tecnun, Manuel Lardizabal 13,

20018 Donostia/San Sebastián, España.

³ Centro de Investigación de Materiales Estructurales (CIME).

⁴ Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos. Universidad Politécnica de Madrid.

C/ Profesor Aranguren 3, 28040-Madrid, España

* Persona de contacto: <u>adlarbide@ceit.es</u>

RESUMEN

En este artículo, se presenta una técnica de medida de tensiones residuales locales en superficies de piezas metálicas. Se promueve una relajación de tensiones residuales al micro-mecanizar una pequeña hendidura utilizando un haz de iones focalizado. Las nuevas superficies libres introducidas por el mecanizado posibilitan que el material circundante se desplace, lo que genera deformaciones microscópicas. Estas deformaciones se miden aplicando un algoritmo de correlación digital de imágenes sobre imágenes obtenidas mediante un microscopio electrónico de barrido, y se relacionan con las tensiones mediante simulaciones de elementos finitos. La resolución espacial de la técnica es del orden de decenas de micras, y la sensibilidad de la medida de desplazamientos del orden de decenas de nanómetros. La técnica se ha validado anteriormente por comparación con medidas realizadas mediante difracción de rayos X. En este trabajo, se caracteriza la distribución de tensiones residuales en la superficie de una muestra de acero granallada. La heterogeneidad de la topografía de la superficie se relaciona con la distribución de tensiones, se observan las diferencias entre las medidas en el centro y en los bordes de la muestra, y se comparan los valores medios de tensiones residuales en el centro con las medidas estándar mediante difracción de rayos X.

PALABRAS CLAVE: correlación digital de imagen, micro-mecanizado, tensiones residuales, elementos finitos.

ABSTRACT

A technique for the highly localised measurement of residual stresses at the surface of metallic samples is presented in this paper. Residual stresses are relaxed by removing a small volume of material via focused ion beam milling. The new free surfaces of the milled geometry enable the material in the neighbourhood to displace, which generates micro-strains. These strains are detected by applying digital image correlation algorithms to scanning electron microscope images, and related to stress values via finite element simulations. The spatial resolution of the technique is of the order of tens of microns, and the sensitivity of the displacement measurement of the order of tens of nanometres. Previous measurements using this technique have been focused on validating the procedure, by comparing its results satisfactorily to X-ray diffraction measurements. In this work, the residual stress distribution at the surface of a shot-peened sample is characterised. The heterogeneous topography of the shot-peened surface is related to the heterogeneous residual stress distributions, differences between the sample's centre and edges are highlighted, and average residual stress values in the centre are compared with those measured with the standard X-ray diffraction technique.

KEYWORDS: digital image correlation, microscale milling, residual stress measurement, finite element method.

1. INTRODUCTION

Residual stresses are present in virtually any system that has undergone any form of production process, be it thermal, mechanical etc. These stresses may play a critical role in mechanical performance, especially in terms of fatigue. Tensile residual stresses promote crack initiation and growth, while compressive residual stresses are known to contribute to crack closure and growth retardation/crack arrest phenomena.

Mechanisms that cause residual stresses to appear [1] include differences in physical properties between phases within a material, temperature gradients and

inhomogeneous plastic deformation. In this work, the studied system are shot-peened steel samples, featuring inhomogeneous plastic deformation on their surface.

The technique used to measure residual stresses is called FIB-DIC [2,3]. It consists of removing material in a controlled manner from the surface of the material using a Focused Ion Beam (FIB), which creates stress-free surfaces. The material near these surfaces relaxes, causing displacements. These displacements are measured using a Digital Image Correlation (DIC) algorithm, and are then related to residual stresses via finite element simulations. X-ray diffraction (XRD) based techniques [4] are used as reference for the FIB-DIC measurements.

Previous work from the authors using the FIB-DIC technique includes the successful measurement of residual stress on the surface of a ground hard-metal sample [5,6] with strong compressive residual stresses (≈ -1900 MPa) and the measurement of weak compressive and tensile stresses ($\approx \pm 100$ MPa) on high carbon steel samples that were plastically deformed in four-point bending [7].

This paper is structured as follows. First, a brief description of the FIB-DIC residual stress measurement process is given, from the experimental work (image acquisition and FIB milling) to the data processing (DIC and FE simulations). Then, the samples used in the study are described, as well as the various measurement procedures. Lastly, the obtained results are presented and discussed, and some brief remarks are made.

2. DESCRIPTION OF FIB-DIC TECHNIQUE

This section briefly describes the procedure followed to carry out a residual stress measurement using the FIB-DIC technique. A more detailed description is given elsewhere [5].

2.1. Electron and ion microscopy

High-resolution scanning electron microscope (SEM) images are needed for the residual stress measurements. An image of a small region of the surface is captured, before and after milling a slit using an FIB. The equipment used for the SE image capture and FIB milling was an FEI Quanta 3D FEG dual-beam microscope.



Figure 1: Example of SEM images used for residual stress measurement, before and after milling.

Figure 1 shows an example of images used for residual stress measurement in this study. The images cover an area of around $150 \times 150 \,\mu\text{m}^2$, and have a resolution of 4096×3773 square pixels.

2.2. Digital image correlation

SEM images of the surface are analysed using a Fourierbased digital image correlation (DIC) algorithm [8]. The SEM images used in the study cover 36×36 nm² areas per pixel, and the DIC algorithm has sub-pixel sensitivity, meaning that displacements of the order of 5 nm were measured. Local displacements around the edges of the slits are detected, and maps similar to those in figure 2 are constructed.



Figure 2: Displacement map constructed from comparing SEM images using the DIC algorithm.

2.3. Fitting to finite element simulations

Displacements measured using the DIC algorithm are related to residual stress values via finite element simulations. Using ABAQUS, the surface relaxation process is simulated for the corresponding slit geometries. Experimental displacements are then fitted to FE-simulated values via scaling, following the relation in equation (1):

$$u_{DIC} = \beta \ u_{FE} (\pm \Delta \beta) \implies \sigma_{DIC} = \beta \ \sigma_{FE} (\pm \Delta \sigma) .$$
 (1)

3. EXPERIMENTAL PROCEDURE

3.1. Material

Two steel samples were characterised in this study, shotpeened using S230 R shots, at 10-12 A intensity with a coverage of 200%, to generate residual stresses on their surfaces. One of the samples was electropolished: using A2 electrolyte, the surface roughness was etched with long (300 s) exposure cycles 14 V, and then polished with short (30 s) exposure cycles at 52 V. The samples were cylinders of about 25 mm in diameter, and 9 mm in thickness.



Figure 3: Surface of shot-peened sample.

Figures 3 and 4 show the surface of the shot-peened and electropolished samples, respectively. It can be clearly observed that the surface of the shot-peened sample features rough topography, with semi-regularly distributed peaks and valleys. The electropolished surface is flat, with pitting-like spherical contamination sites, resulting from the experimental procedure.



Figure 4: Surface of electropolished sample.

The elastic modulus of the material was assumed to be E = 221.7 GPa [9].

3.2. Surface measurements using FIB-DIC

Residual stresses were measured on the surface of both samples, in two perpendicular in-plane directions. In the case of the shot-peened sample, peaks and valleys of three sites (near the perimeter, halfway from the centre to the perimeter, and near the centre) were characterised in the study. For the electropolished sample, a single location (the centre) was considered. The penetration depth of the X-ray beam in the samples was of around 4.7 μ m [9], so the selected geometry for the slits was $25 \times 1 \times 5 \ \mu$ m³ (length × width × depth), for the probed nominal depth of both techniques to be equivalent. The milling procedure was carried out using an ion current of 3 nA, accelerated at 30 kV. Each slit took \approx 3 minutes to complete.

3.3. Incremental stress measurement using FIB-DIC

In addition to the surface measurements at constant depth, an attempt was made to characterise the evolution of residual stress along the depth of the shot-peened sample. For that purpose, a single slit was milled in one of the valleys near the centre of the sample, and its depth was gradually increased by milling the same region. For each step in the milling process, an image was captured for the stress measurement, as shown in figure 5.



Figure 5: Slit used for incremental stress measurement.

3.4. X-ray diffraction

X-ray diffraction (XRD) ψ technique was used as a reference technique for the FIB-DIC residual stress measurements. The measured phase was α -Ferrite, using the (2,1,1) crystal plane and Cr K_{α} radiation (wavelength $\lambda = 2.2896$ Å), using a vanadium filter and a 2 mm collimator. The diffraction elastic constants (XEC) were $1/_2S_2=5.76 \times 10^{-6}$ MPa⁻¹ and $-S_1=1.25 \times 10^{-6}$ MPa⁻¹.

4. RESULTS AND DISCUSSION

4.1. Shot-peened sample

Table 1 contains the measurements on the shot-peened sample's surface. Although the whole sample was mostly under compression (save for the radial stress measured near the perimeter), the magnitude of the stress varied considerably from peak to valley, and from one direction to the other. The differences were not noticeable with position. This indicates that the stress state is not homogeneous on the microscopic scale.

Table 1. Residual stresses measured on the surface of the shot-peened sample using the FIB-DIC technique. σ_r corresponds to the radial direction (valid for positions not in the centre), and σ_{ϕ} to its perpendicular.

Position	Peak/Valley	σ_{ϕ} (MPa)	σ_r (MPa)
Perimeter	Peak	-750 ± 20	160 ± 10
	Valley	-570 ± 20	-660 ± 30
Half radius	Peak	-660 ± 10	-400 ± 10
	Valley	-570 ± 40	-660 ± 20
Centre	Peak	-720 ± 20	-600 ± 20
	Valley	-380 ± 30	-630 ± 20

The residual stress state characterised using X-ray diffraction was biaxial, with a representative stress value of $\sigma_{XRD} = -420 \pm 25$ MPa. This value is not directly comparable to the FIB-DIC measurements, because XRD averages areas of the order of the mm², and probing an equivalent area using the FIB-DIC technique would require a number of measurements much higher than the one in this study. Nevertheless, most values measured using the FIB-DIC technique are higher than the macroscopic average provided by XRD.

Motivated by the lack of compatibility observed in these results, the incremental measurement was carried out. Figure 6 shows the evolution of residual stress in the same location, with varying slit depth. The shallowest slit (1.27 μ m) presented compressive stresses about twice as high as those for the deeper slits (> 5 μ m), which indicates that there is a pronounced stress gradient spanning the first few microns of the surface.



Figure 6. Results of incremental residual stress measurement, where a reduction of residual stress magnitude can be observed along depth.

Shot-peening generates compressive residual stresses by means of localised plastic strain. The most severe plastic deformation occurs near the surface, where the impacts
occur. The results found within this study are compatible with this concept: strong compressive residual stresses were measured near the surface, which quickly decreased in magnitude and converged to values similar to those observed in the first constant-depth measurements.

4.2. Electropolished sample

Electropolishing eliminated the presence of roughness in the sample, and it removed the first $\approx 150 - 180$ microns of the surface. Consequently, strong gradients of residual stresses similar to the shot-peened cases were not expected. Two measurements in perpendicular directions near the centre were carried out using the FIB-DIC technique. The results of the measurements are shown in figure 7.



Figure 7: Residual stresses on the surface of the electropolished sample, in two perpendicular directions. Top: σ_r . Bottom: σ_{ϕ} .

A reduction of residual stress magnitude was observed, and the biaxiality measured in the shot-peened sample using XRD was conserved within $\approx 15\%$ of the highest value, as opposed to the large differences measured using FIB-DIC for the shot-peened sample. Using XRD, the measured residual stress values in the electropolished sample were $\sigma_r = -253 \pm 22$ MPa and $\sigma_{\phi} = -278 \pm 25$ MPa. These values are compatible with the results from the FIB-DIC measurements.

5. CONCLUSION

In this study, limits and new applications of the FIB-DIC technique were explored, and key differences between the FIB-DIC technique and the standard X-ray diffraction method were analysed. In previous studies [5-7], macroscopically homogeneous stress states were characterised and compared successfully to XRD measurements. In this instance, the shot-peened sample presented difficulties for the FIB-DIC technique: on the one hand, the surface roughness of the sample; on the other, the inhomogeneous stress distribution. Noticeable differences were detected between the macroscopic (XRD) and microscopic (FIB-DIC) residual stress states. Stresses were found to vary considerably from peak to valley (within $\approx 100 \ \mu m$). In order to obtain a measurement comparable to the XRD technique, a much larger scale study would need to be carried out, either by milling macro-scale slits or by creating large batches of small-scale slits. This last approach would prove difficult due to the surface roughness, as getting a clear enough displacement profile in any point that is not a peak or valley would be challenging.

An interesting result obtained from this study is the detection of a relaxation pattern compatible with the existence of stress gradients along the depth of the material. A similar procedure for depth-resolved measurements has been reported by other authors [3], for characterisation of stresses in coatings. Figure 6 shows that the surface relaxation occurs more intensely near the surface. The techniques used to measure stresses assume a homogeneous stress state along the probed volume, meaning that the measured values must, in some way, be influenced by the existence of these gradients. For the FIB-DIC technique, simulations will be carried out on systems with stress gradients along the depth, and a configuration will be attempted to find, which is consistent with the displacement patterns measured in the incremental study.

The results on the electropolished sample, where the surface roughness and the (hypothesised) layers with a gradient in residual stresses had been removed, were compatible for both techniques. This further defends that the large differences measured in the shot-peened sample come from local inhomogeneity in stress state and (potentially) with a stress gradient spanning the first few microns, not considered by either technique at the moment.

ACKNOWLEDGEMENTS

The authors would like to thank NV Bekaert SA for funding this research and for their continued support and valuable comments throughout the development of the work.

REFERENCES

- P.J. Withers, H. Bhadeshia, Residual stress. part 1 measurement techniques, Mater. Sci. Technol. 17 (4) (2001) 355-365.
- [2] A.M. Korsunsky, M. Sebastiani, E. Bemporad, Residual stress evaluation at the micrometer scale: analysis of thin coatings by fib milling and digital image correlation, Surf. Coat. Technol. 205 (7) (2010) 2393-2403.
- [3] M. Sebastiani, C. Eberl, E. Bemporad, G.M. Pharr. Depth-resolved residual stress analysis of thin coatings by a new FIB–DIC method. Materials Science and Engineering: A, 528(27) (2011), 7901-7908.
- B.D. Cullity, Elements of X-Ray Diffraction, 2nd ed., Addison Wesley Pub. Co. Inc., 1978, pp. 447– 478.
- [5] A. Dorronsoro, J. Navarrete, A. Pan, E. Castaño, J.M. Sánchez, J. Alkorta, Digital image correlation after focused ion beam micro-slit drilling: A new technique for measuring residual stresses in hardmetal components at local scale, Int. J. Refract. Met. Hard Mater. 112 (2023) 106155.
- [6] A. Dorronsoro, J.R. Páez, J. Navarrete, A. Pan, E. Castaño, J.M. Sánchez, J.M. Martínez Esnaola, J. Alkorta, Combination of microscale hole-drilling and digital image correlation for local measurement of residual stresses in metallic samples, Revista Española de mecánica de fractura 4 (2022) 89-94.
- [7] A. Dorronsoro, J.R. Páez, J. Navarrete, J. Sánchez, J. M. Esnaola, J. Alkorta. Advances in microscale residual stress measurement using focused ion beam milling and digital image correlation. Revista española de mecánica de la fractura 5, (2023), 237-242.
- [8] B.S. Reddy, B.N. Chatterji, An fft-based technique for translation, rotation and scale-invariant image registration, IEEE Trans. Image. Process. 11 (3) (2002) 188-200.
- [9] V. Hauk (ed.), Structural and residual stress analysis by nondestructive methods: Evaluation-Application-Assessment. 1997.

COMPORTAMIENTO EN FRACTURA CUASI-ESTÁTICA Y DINÁMICA DE HORMIGONES DE CAL REFORZADOS CON FIBRAS FLEXIBLES

Ángel De La Rosa^{1*}, Lucía Garijo², Vaibhav W. Masih¹, Gonzalo Ruiz¹

¹ E.T.S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de Ciudad Real, Grupo de Mecánica de Sólidos, Universidad de Castilla-La Mancha, Avda. Camilo José Cela, 2, 13270 Ciudad Real, España

> ² E.T.S. de Ingeniería y Diseño Industrial, Universidad Politécnica de Madrid, Rda. de Valencia, 3, 28012 Madrid, España
> * Persona de contacto: <u>Angel.delaRosa@uclm.es</u>

RESUMEN

La presente comunicación estudia la mejora del comportamiento en fractura en hormigones de cal de baja resistencia como consecuencia de la incorporación de fibras flexibles. Esta novedosa investigación no solo aborda el ámbito de los hormigones de cal tradicionales para rehabilitación y restauración del patrimonio histórico, sino que también sienta las bases para aplicaciones a nuevas construcciones atendiendo a criterios de sostenibilidad.

A tal fin, se ha diseñado una matriz de hormigón de cal reforzada con diferentes cantidades de fibra de alcohol polivinílico ($\phi_f = 0, 0.3\%, 0.6\%, 0.9\%$ y 1.2%). Se han llevado a cabo ensayos de flexión en tres puntos, utilizando una máquina servo-hidráulica, en probetas prismáticas con entalla central, tanto en régimen cuasi-estático (4 × 10⁻⁴ mm/s) como dinámico (4 mm/s). Los resultados indican que, en ambos regímenes, la resistencia a flexotracción, la resistencia residual a flexotracción — para diferentes valores de apertura de fisura — y el trabajo de fractura, aumentan conforme se incrementa el contenido de fibra.

Este trabajo supone el punto de partida para el análisis de hormigones de cal de baja resistencia ante cargas de impacto, así como para el estudio de hormigones de alta resistencia reforzados con esta y otras tipologías de fibras.

PALABRAS CLAVE: Hormigón de cal, Fibra de alcohol polivinílico, Comportamiento en fractura, Régimen cuasiestático, Régimen dinámico.

ABSTRACT

This communication explores the enhancement of fracture behavior in low-strength lime concretes through the incorporation of flexible fibers. This novel research not only addresses traditional lime concretes for heritage rehabilitation but also establishes a foundation for sustainable applications in new constructions. A lime concrete matrix reinforced with varying amounts of polyvinyl alcohol fiber ($\phi_f = 0\%$, 0.3%, 0.6%, 0.9%, and 1.2%) was designed. Three-point bending tests were conducted using a servo-hydraulic machine on notched prismatic specimens under both quasistatic (4×10^{-4} mm/s) and dynamic (4 mm/s) conditions. The results indicate that, in both regimes, flexural strength, residual flexural strength for different crack openings, and fracture work increase with higher fiber content. This study serves as a starting point for analyzing low-strength lime concretes under impact loads and exploring high-strength concretes reinforced with various fiber types.

KEYWORDS: Lime concrete, Polyvinyl alcohol fiber, Fracture behavior, Quasi-static regime, Dynamic regime.

1. INTRODUCCIÓN

En la actualidad, ha surgido un creciente interés en utilizar morteros y hormigones de cal hidráulica en construcciones debido a sus menores costes de producción y su reducido impacto ambiental, a pesar de tener propiedades mecánicas inferiores a los de cemento Portland [1]. Este interés se ha extendido a los hormigones de cal hidráulica, motivado por razones similares. Dada la fragilidad inherente de estos materiales, se busca mejorar su capacidad de absorción de energía y ductilidad mediante la incorporación de fibras, tanto en régimen cuasi-estático como dinámico, generando un notable interés en la investigación actual [2]. Aunque la literatura científica es rica en estudios sobre la influencia de diferentes fibras en el comportamiento mecánico del hormigón de cemento Portland, escasean investigaciones para los hormigones de cal hidráulica natural. Los antecedentes existentes se centran exclusivamente en morteros, como el estudio de Angiolilli *et al.* [3] sobre morteros reforzados con fibras de vidrio, resaltando mejoras significativas en propiedades mecánicas y su viabilidad en la restauración de estructuras históricas.

Investigaciones, como las de Asprone *et al.* [1] sobre morteros de cal hidráulica reforzados con fibras de basalto, indican un comportamiento más dúctil y tenaz en condiciones dinámicas. Estudios adicionales, como el de Santarelli *et al.* [4] y Badagliacco *et al.* [2], han explorado mejoras en comportamiento post-fisuración y resistencia a compresión con diferentes fibras y áridos. Estos estudios sirven como punto de partida para abordar la falta de información sobre la influencia de fibras en el comportamiento mecánico de los hormigones de cal hidráulica natural, proporcionando una sólida base para futuras investigaciones en este ámbito.

En este trabajo se aborda el comportamiento del hormigón de cal de baja resistencia con fibras de alcohol polivinílico (PVA) bajo cargas en regímenes cuasiestático y dinámico. Se aplica una metodología de diseño de hormigón de cal innovadora desarrollada por los autores de este artículo [5], abordando la necesidad de analizar la fractura en situaciones donde una elevada resistencia no es requerida por compatibilidad [6].

2. MÉTODOS Y MATERIALES

La metodología para el diseño del hormigón de cal matriz es la propuesta por Garijo *et al.* [5], basada en la consistencia, la compacidad óptima del esqueleto granular y la resistencia a compresión. La Tabla 1 muestra las composiciones con las siguientes materias primas:

- Cal hidráulica natural NHL-3.5, ℓ ($\rho_{\ell} = 2580 \text{ kg/m}^3$).

- Agua del grifo local, $w (\rho_w = 1000 \text{ kg/m}^3)$.

- Superplastificante poli-aril-éter, MasterEase 5025, SP ($\rho_{SP} = 1058 \text{ kg/m}^3$, residuo seco = 20%).

- Árido fino silíceo redondeado de origen fluvial, 0/4 mm, *FA* ($d_{90} = 2$ mm, $d_{50} = 0.9$ mm, $d_{10} = 0.25$ mm, $\rho_{FA} = 2490$ kg/m³).

- Árido grueso calizo de machaqueo, 4/8 mm, *CA* ($d_{90} = 8 \text{ mm}$, $d_{50} = 5.9 \text{ mm}$, $d_{10} = 4 \text{ mm}$, $\rho_{CA} = 2630 \text{ kg/m}^3$).

- Fibra de alcohol polivinílico MasterFiber 400, $f(\ell_f = 18 \text{ mm}, d_f = 0.2 \text{ mm}, \lambda = 90, \rho_f = 1300 \text{ kg/m}^3$, absorción de agua = 17.5%).

Tabla 1. Composiciones de los diseños de mezcla de los hormigones de cal (kg/m^3) .

	l	w	SP	FA	CA	f
FFLC-0	343.2	274.6	0	972	597	0
FFLC-0.3	343.2	274.6	0.571	972	597	4
FFLC-0.6	343.2	274.6	1.143	972	597	8
FFLC-0.9	343.2	274.6	1.143	972	597	12
FFLC-1.2	343.2	274.6	2.215	972	597	16

El proceso de fabricación consistió en la mezcla en seco inicial de los materiales pulverulentos y el árido fino

para, a continuación, añadir el agua y el superplastificante. Las últimas materias primas incorporadas al proceso fueron el árido grueso y la fibra, por este orden. Posteriormente, se rellenaron moldes que fueron curados en cámara húmeda (20 °C y 98% de humedad relativa) hasta la edad de ensayo.

En estado fresco, se midió la consistencia de los hormigones mediante el ensayo del cono de Abrams [7], así como sus densidades [8]. En estado endurecido, a los 5 meses desde su fabricación se midieron las siguientes propiedades mecánicas en máquina servo-hidráulica: módulo de elasticidad y coeficiente de Poisson [9], resistencia a compresión [10] (en probetas cilíndricas 150 \times 300 mm²), resistencia a flexotracción [11,12] y energía de fractura [13,14,15] (en probetas prismáticas 420 \times 100 \times 100 mm³ con entalla central y profundidad 1/6 del canto). Los desplazamientos se registraron mediante extensómetros tipo LVDT y la apertura de la boca de fisura por medio de un sensor tipo clip.

A los 5 meses, se ejecutaron ensayos de fractura dinámica en modo I en probetas prismáticas $420 \times 100 \times 100 \text{ mm}^3$ con entalla central y profundidad 1/6 del canto, en hormigón de cal con y sin fibras PVA, mediante una máquina servo-hidráulica, utilizando dos velocidades específicas para abarcar el régimen cuasi-estático (4 × 10^{-4} mm/s) y dinámico (4 mm/s).

3. RESULTADOS

En todos los hormigones, con o sin refuerzo de fibras, se obtuvieron consistencias blandas en el intervalo 53-65 mm, en el cono de Abrams, alineándose con el objetivo de diseño inicial. Las densidades frescas medidas fueron relativamente bajas en el intervalo 2130-2164 kg/m³, posiblemente como consecuencia de una alta cuantía de aire ocluido.

La Tabla 2 resume los resultados de la caracterización mecánica en régimen cuasi-estático de los hormigones de cal (con y sin refuerzo de fibras).

Tabla 2. Caracterización mecánica de los hormigones de cal (5 meses de edad, excepto E a los 28 días, $v_1 = 4 \times 10^{-4}$ mm/s).

	f_c (MPa)	E (GPa)	f _L (MPa)	f_{R1} (MPa)
FFLC-0	1.5 (0.1)	7.1 (1.1)	0.2 (0.1)	-
FFLC-0.3	1.7 (0.1)	3.9 (1.2)	0.6 (0.2)	0.2 (0.1)
FFLC-0.6	2.2 (0.1)	3.2 (0.8)	0.6 (0.2)	0.4 (0.2)
FFLC-0.9	2.2 (0.0)	4.3 (0.3)	0.8 (0.1)	0.6 (0.1)
FFLC-1.2	2.5 (0.1)	2.5 (0.3)	0.7 (0.1)	0.5 (0.1)

La relación inicial w/ℓ de diseño del hormigón de cal matriz ($w/\ell = 0.8$) determina la resistencia a compresión. En el régimen cuasiestático ($v_l = 4 \times 10^{-4}$ mm/s), conforme se incrementa el contenido de fibra la resistencia a compresión aumenta debido al efecto de confinamiento (Tabla 2); no obstante, su principal efecto se refleja en la capacidad de absorción de energía y de ductilidad en el tramo posterior al máximo de tensión en la curva tensión-deformación. El módulo de elasticidad muestra variabilidad, reduciéndose con la inclusión de fibra, excepto para $\phi_f = 0.009$, donde aumenta (Tabla 2). Por último, conforme ϕ_f aumenta, también lo hace f_L , alcanzando su valor máximo en $\phi_f = 0.009$ (Tabla 2).

En cuanto al régimen dinámico, la Tabla 3 muestra los principales resultados de resistencias a flexotracción. Para el mismo régimen, las Figuras 1 y 2 comparan los resultados obtenidos del conjunto de resistencias residuales a flexotracción.

Tabla 3. Ensayos dinámicos en flexión en tres puntos de los hormigones de cal (5 meses de edad, $v_2 = 4$ mm/s).

	σ_N (MPa)	f _{R1} (MPa)	<i>f</i> _{<i>R3</i>} (MPa)
FFLC-0	0.7 (0.2)	0.1 (0.0)	-
FFLC-0.3	0.9 (0.1)	0.3 (0.1)	0.1 (0.0)
FFLC-0.6	0.7 (0.2)	0.4 (0.2)	0.2 (0.1)
FFLC-0.9	1.1 (0.2)	0.8 (0.2)	0.4 (0.1)
FFLC-1.2	1.1 (0.1)	1.0 (0.1)	0.4 (0.0)



Figura 1. Resistencias residuales a flexotracción en régimen dinámico.



Figura 2. Energía específica de fractura de los hormigones de cal sin refuerzo de fibras.

En el régimen dinámico, a medida que se incrementa la cuantía de fibra, ϕ_{f} , se manifiesta una tendencia creciente del valor de la resistencia a flexotracción, σ_{N} , excepto para $\phi_{f} = 0.006$ donde disminuye (Tabla 3). Conforme ϕ_{f} aumenta, también lo hacen las diferentes resistencias residuales a flexotracción, f_{RI} , f_{R2} , f_{R3} , f_{R4} (Figura 1). En cuanto a los valores de energía específica de fractura, G_F , de los hormigones de cal sin refuerzo de fibra, en el régimen dinámico G_F es, aproximadamente, un 40% mayor respecto al cuasiestático.

La Figura 3 muestra las curvas tensión-apertura de fisura de los ensayos de flexión de tres puntos bajo condiciones dinámicas. Los hormigones de cal reforzados con fibra presentan resistencias residuales a flexotracción para aperturas de fisura de hasta al menos 3.5 mm, con una notable capacidad de absorción de energía, superior a la del régimen cuasiestático. Ello es consecuencia del buen comportamiento de la intercara fibra-matriz, evidenciado por el fallo predominante por arrancamiento de las fibras.



Figura 3. Curvas tensión-apertura de fisura de los ensayos de flexotracción en régimen dinámico.

4. DISCUSIÓN

La naturaleza inherente del hormigón a la fractura implica la importancia de la velocidad de carga en su resistencia, modo de fallo y desarrollo de fisuras [16]. En régimen dinámico, este comportamiento se atribuye al crecimiento de microfisuras asociado con la velocidad de carga, al comportamiento viscoso influenciado por el contenido de agua [17], y al impacto de las fuerzas de inercia estructural. Los dos primeros factores predominan a velocidades de carga más bajas (como es el caso de estudio), mientras que el tercero adquiere mayor relevancia a velocidades más elevadas.

La influencia de la velocidad de carga en la respuesta dinámica a flexotracción del hormigón, es evidente [18,19,20], al tiempo que la incorporación de fibras mejora la tenacidad mediante el efecto de cosido de las fibras en fisuras desarrolladas a través del mecanismo de arrancamiento [21]. Todo ello conduce a que la fractura dinámica en modo I del hormigón reforzado con fibras sea más compleja, independientemente de su tipología (conglomerante hidráulico a base de cemento Portland o de cal hidráulica natural).

5. CONCLUSIONES

- En todos los hormigones, con o sin refuerzo de fibra, se alcanzaron consistencias blandas en el ensayo del cono de Abrams, dentro del rango previsto de diseño.

- La relación w/ℓ de diseño de la matriz de hormigón de cal determina la resistencia a compresión esperada. La inclusión de fibra PVA no solo mejora la resistencia a compresión en régimen cuasiestático (debido al confinamiento) sino que determina la capacidad de absorción de energía y ductilidad en la rama de ablandamiento posterior al valor máximo de tensión.

- El módulo de elasticidad en régimen cuasiestático muestra variabilidad y disminuye, de manera general, con la inclusión de fibra (excepto para $\phi_f = 0.009$).

- En el régimen cuasiestático, f_L aumenta conforme se incrementa ϕ_F , alcanzando su valor máximo en $\phi_F = 0.009$. En el régimen dinámico, σ_N crece con ϕ_F , salvo en $\phi_F =$ 0.006, donde disminuye. Además, se produce un incremento del 40% de G_F respecto al régimen cuasiestático.

- En el régimen cuasiestático solo se obtienen valores de resistencia residual a flexotracción para 0.5 mm de apertura de fisura, f_{RI} , el cual aumenta conforme se incrementa el contenido de fibra. En el régimen dinámico, todas las resistencias residuales a flexotracción para diferentes aperturas de fisura aumentan al incrementar ϕ_{I} .

- Las curvas tensión-apertura de fisura de los ensayos de flexión de tres puntos muestran que, en el régimen dinámico, todos los hormigones de cal reforzados con fibras alcanzan resistencias residuales a flexotracción para aperturas de fisura hasta 3.5 mm, con una notable capacidad de absorción de energía.

- La interacción efectiva entre la intercara fibra-matriz se evidencia en el fallo predominante de la fibra por arrancamiento.

AGRADECIMIENTOS

Este estudio fue financiado por la Universidad de Castilla-La Mancha, España, y el Fondo Europeo de Desarrollo Regional a través del Proyecto 2022--GRIN--34124. También recibió apoyo del Ministerio de Ciencia e Innovación, España, mediante el Proyecto PID2019--110928RB--C31. Los autores expresan su agradecimiento a Master Builders Solutions por el suministro gratuito de materias primas.

REFERENCIAS

[1] D. Asprone, E. Cadoni, F. Iucolano, A. Prota. *Analysis of the strain-rate behavior of a basalt fiber* *reinforced natural hydraulic mortar*, Cement and Concrete Composites 53 (2014) 52 – 58.

- [2] D. Badagliacco, B. Megna, A. Valenza. Induced modification of flexural toughness of natural hydraulic lime-based mortars by addition of giant reed fibers, Case Studies in Construction Materials (2020) 13: e00425.
- [3] M. Angiolilli, A. Gregori, M. Vailati, *Lime-based* mortar reinforced by randomly oriented short fibers for the retrofitting of the historical masonry structure, Materials 13 (2020) 16.
- [4] M.L. Santarelli, F. Sbardella, M. Zuena, J. Tirillo F. Sarasini, Basalt fiber reinforced natural hydraulic lime mortars: A potential bio-based material for restoration, Materials and Design 63 (2014) 398– 406.
- [5] L. Garijo, Á. De La Rosa, G. Ruiz, Metodología de dosificación de hormigones de cal, Revista Española de Mecánica de la Fractura 6 (2023) 141– 146.
- [6] C. Groot, R. Veiga, I. Papayianni, R. Van Hees, M. Secco, J.I. Álvarez, P. Faria, M. Stefanidou, *RILEM TC* 277-LHS report: lime-based mortars for restoration–a review on long-term durability aspects and experience from practice, Materials and Structures 55 (2022) 245.
- UNE-EN-12350-2:2020. Testing fresh concrete Part 2: Slump test. CEN-European Committee for Standardization, Brussels, Belgium, 2020.
- [8] UNE-EN-12350-2:2020. Testing fresh concrete Part 6: Density. CEN-European Committee for Standardization, Brussels, Belgium, 2020.
- [9] UNE-EN-12390-13:2022. Testing hardened concrete – Part 13: Determination of secant modulus of elasticity in compression. CEN-European Committee for Standardization, Brussels, Belgium, 2022.
- [10] UNE-EN-12390-3:2020. Testing hardened concrete

 Part 3: Compressive strength of test specimens.
 CEN-European Committee for Standardization, Brussels, Belgium, 2020.
- [11] UNE-EN-14651:2007+A1:2008. Test method for metallic fibre concrete – Measuring the flexural tensile strength (limit of proportionality (LOP), residual). CEN-European Committee for Standardization, Brussels, Belgium, 2008.
- [12] RILEM-TC-162-TDF. Test and design methods for steel fibre reinforced concrete. Bending test (RILEM Final Draft Recommedation), 2002.
- [13] G.V. Guinea, J. Planas, M. Elices, Measurement of the fracture energy using three-point bend tests: Part 1-Influence of experimental procedures, Materials and Structures, 25 (1992) 148:212–218.

- [14] J. Planas, M. Elices, G.V. Guinea, Measurement of the fracture energy using three-point bend tests: Part 2-Influence of bulk energy- dissipation, Materials and Structures, 25 (1992) 149:305-312.
- [15] M. Elices, G.V. Guinea, J. Planas, Measurement of the fracture energy using three–point bend tests: Part 3– Influence of cutting the p-δ tail, Materials and Structures, 25 (1992) 150:327–334.
- [16] H.W. Reinhardt, J. Weerheijm, *Tensile fracture of concrete at high loading rates taking account of inertia and crack velocity effects*, International Journal of Fracture, 51 (1991) 31–42.
- [17] D. Zheng, Q. Li, An explanation for rate effect of concrete strength based on fracture toughness including free water viscosity, Engineering Fracture Mechanics, 71 (2004) 16:2319–2327.
- [18] N. Banthia, S. Mindess, A. Bentur, M. Pigeon, Impact testing of concrete using a drop-weight impact machine, Experimental Mechanics, 29 (1989) 63–69.
- [19] W. Suaris, S.P. Shah, *Strain-rate effects in fibre*reinforced concrete subjected to impact and impulsive loading, Composites, 13 (1982) 2:153– 159.
- [20] X.X. Zhang, A.M. Abd Elazim, G. Ruiz, R.C. Yu, Fracture behaviour of steel fibre- reinforced concrete at a wide range of loading rates, International Journal of Impact Engineering, 71 (2014) 89–96.
- [21] D.Y. Yoo, N. Banthia, Impact resistance of fiberreinforced concrete — A review, Cement and Composites, 104 (2019) 103389.

Revista de Mecánica de la Fractura Vol.7 (2024)

METODOLOGÍA PARA EL USO DE EXCITADORES ELECTRODINÁMICOS EN LA CARACTERIZACIÓN Y PREDICCIÓN DE VIDA A FATIGA EN MATERIALES METÁLICOS

D. Díaz-Salamanca^{1*}, N. García-Fernández¹, M. Muñiz-Calvente¹, F. Pelayo¹, M. Aenlle¹

¹Grupo de investigación DYMAST Departamento de Construcción e Ingeniería de Fabricación Escuela Politécnica de Ingeniería de Gijón, Universidad de Oviedo Campus de Viesques, 33203, Gijón, España *Persona de contacto: <u>diazsdiego@uniovi.es</u>

RESUMEN

En la actualidad, el fenómeno de fatiga sigue siendo la principal causa de fallo de los componentes metálicos puestos en servicio. Es por ello que la caracterización experimental del comportamiento a fatiga es indispensable para poder determinar y predecir la vida útil de un componente real sometido a unas determinadas cargas. A nivel de laboratorio, las tareas de caracterización bajo cargas de fatiga se suelen realizar en máquinas universales de ensayo, cuyo coste de adquisición y de operación es muy elevado, especialmente cuando se trabaja en el dominio de la fatiga de alto número de ciclos, donde cada ensayo puede alcanzar varios millones de ciclos. Además, la mayoría de estas máquinas suelen trabajar a baja frecuencia, especialmente en probetas de grandes dimensiones donde los desplazamientos necesarios para alcanzar las cargas impuestas son elevados. Como alternativa, en este trabajo se propone una metodología que permite la caracterización de la vida a fatiga por medio de ensayos vibracionales mediante el uso de un excitador electrodinámico ("shaker"). La metodología utilizada incluye, además, la monitorización en tiempo real de los parámetros modales de la probeta, lo que permite utilizar técnicas de detección de daño basadas en el análisis modal operacional (OMA). Los resultados de vida a fatiga obtenidos han sido comparados con los obtenidos en una máquina de ensayos universal convencional, validando así la metodología propuesta.

PALABRAS CLAVE: Fatiga vibracional, Monitorización, OMA, Modelos probabilísticos.

ABSTRACT

Fatigue is still the main cause of failure of metal components in service. Experimental characterisation of fatigue behaviour is therefore essential to determine and predict the service life of a real component subjected to specific loads. At the laboratory level, fatigue characterisation is usually performed on universal testing machines, which are very expensive to purchase and operate, especially when working in the high-cycle fatigue range, where each test can reach millions of cycles. In addition, most of these machines operate at low frequency, especially on large specimens where the high displacements are required to reach the imposed. As an alternative, this work proposes a methodology that allows the characterisation of fatigue life by vibrational testing using an electrodynamic shaker. The methodology used also includes real-time monitoring of the modal parameters of the specimen, which allows the use of damage detection techniques based on operational modal analysis (OMA). The results obtained in this test are compared with those obtained in a conventional testing machine, thus validating the proposed methodology.

KEYWORDS: Vibrational fatigue, Monitoring, OMA, Probabilistic assessment.

1. INTRODUCCIÓN

La fatiga es la principal causa de fallo de los componentes mecánicos en servicio. Es por ello que, la correcta caracterización experimental a nivel de probeta, y la adecuada evaluación de los resultados, resultan indispensables para predecir de manera fiable la vida de un componente mecánico sometido a un determinado estado de cargas.

En la actualidad, la caracterización experimental a fatiga se realiza por medio de costosas máquinas de ensayos. De entre ellas, las más utilizadas hasta la fecha han sido las servo-hidráulicas, que, si bien destacan por su elevada capacidad de carga, suelen realizar los ensayos a baja frecuencia (1-10 Hz), especialmente en el caso de probetas de grandes dimensiones. Durante los últimos años se han empezado a utilizar máquinas de fatiga por resonancia (100-200 Hz) y ultrasónicas (1000-20000 Hz) con las que los tiempos de ensayo se reducen notablemente. Sin embargo, el efecto de la frecuencia sobre los resultados es un tema objeto de estudio, aunque se sabe que puede influir en los mismos [1].

Como alternativa a la caracterización convencional, los ensayos de fatiga mediante excitadores electrodinámicos,

han sido empleados por diferentes autores [2], [3], obteniendo buenos resultados en probetas de pequeñas dimensiones. Pese a ello, es difícil encontrar trabajos previos en los que se empleen este tipo de excitadores para la caracterización de probetas de grandes dimensiones.

En este trabajo, se propone una metodología para la determinación del campo S-N utilizando probetas de grandes dimensiones sometidas a fatiga mediante excitadores electrodinámicos. Los resultados obtenidos en esta campaña experimental se comparan con los obtenidos en máquinas servo-hidráulicas, validando así la metodología propuesta. Adicionalmente, se presentan las ventajas de la metodología propuesta, gracias a incluir la monitorización en continuo de los parámetros modales de la probeta.

Este trabajo está estructurado de la siguiente manera. Inicialmente, se presenta la metodología propuesta, explicando detalladamente el montaje y las características de este. Seguidamente, se introducen y se discuten los resultados experimentales obtenidos, poniendo de manifiesto la validez de la metodología. Por último, se presentan las ventajas derivadas del uso de esta nueva metodología.

2. METODOLOGÍA

En este apartado se detallan las dos metodologías utilizadas para la caracterización a fatiga de la probeta seleccionada, en este caso un detalle soldado con una categoría FAT 80 en el EUROCÓDIGO 3 Parte 1.9 [4]. La sección 2.1 hace referencia a la caracterización experimental convencional, mientras que la metodología propuesta se aborda en la sección 2.2

2.1. Caracterización convencional

Los ensayos convencionales se realizaron por medio de una máquina de ensayos servo-hidráulica MTS con 250 kN de capacidad y configurada en control de fuerza. Los datos de carga fueron utilizados posteriormente para calcular las tensiones nominales de manera analítica. La Figura 1 muestra las dimensiones de la probeta empleada, en este caso un perfil macizo de sección cuadrada 25x25 mm de acero estructural S275 soldado con cordones en ángulo mediante una chapa intermedia de 5 mm de espesor.



Figura 1. Dimensiones de la pobreta utilizada en la caracterización convencional

2.2. Caracterización propuesta

En este apartado se describe la metodología propuesta para la caracterización a fatiga mediante un excitador electrodinámico. Esta nueva metodología permite combinar la caracterización de probetas a fatiga con la monitorización de los parámetros modales de manera simultánea.

Por motivos de capacidad del excitador empleado, se ha optado por utilizar un nuevo diseño de probeta para la caracterización a fatiga mediante la nueva metodología (ver Figura 2). En este caso, se trata de una probeta en voladizo de una longitud total de 1005 mm y sección de 25x25 mm². La longitud del voladizo es de 700 mm, mientras que el detalle soldado se encuentra a 600 mm del extremo libre.



Figura 2. Dimensiones de la pobreta utilizada en la caracterización propuesta

En este trabajo se ha utilizado un excitador electrodinámico (MB Dynamics - Modal 25) para aplicar el desplazamiento deseado en el extremo libre de la viga en voladizo. En la Figura 3 se puede observar el esquema del equipamiento utilizado. Consta de un ordenador con el software Labview el cual genera la señal de salida deseada. Esta señal sale a través de la tarjeta NI BNC-2110 hasta el amplificador (MB Dynamics MB500VI) y finalmente llega al excitador. Por otro lado, se colocan 4 acelerómetros con una sensibilidad de 100 mV/g (PCB 333B30) equiespaciados en el voladizo de la probeta. Esta señal se registra mediante la tarjeta de adquisición (NI PCI-4472) y a través del mismo programa de Labview. El programa de Labview consta de dos bloques de trabajo: uno que genera la señal de carga (una onda senoidal) y otro en el que se genera un ruido blanco de menor intensidad y duración (con el que se obtiene la evolución de los parámetros modales a lo largo del ensayo). Estos bloques se van desarrollando de manera periódica lo largo del ensayo.



Figura 3. Configuración utilizada en la metodología propuesta.

En esta metodología, la señal de los acelerómetros durante el bloque de fatiga permite fijar y controlar las condiciones del ensayo. Previamente al inicio del ensayo se fijan las tensiones nominales deseadas en el detalle caso de estudio. La relación entre las tensiones en el detalle y los desplazamientos en los puntos donde se encuentran los sensores se determina mediante un modelo de elementos finitos (también se pueden calcular analíticamente para geometrías de detalle sencillas). Una vez iniciado el ensayo, los desplazamientos se calculan integrando las señales de la aceleración en el dominio de la frecuencia. En cuanto a la frecuencia del ensayo, esta se fija igual a la primera frecuencia de resonancia de la probeta, minimizando así la energía necesaria en el ensayo (voltaje e intensidad de señal).

Con el fin de monitorizar la evolución de los parámetros modales, estos se estiman cada cierto número de ciclos. Para ello, la señal de los acelerómetros registrada durante el bloque de trabajo de ruido blanco es utilizada para realizar el análisis modal operacional (OMA) y obtener así los parámetros modales de la estructura. La estimación de los parámetros modales en tiempo real se realiza de forma automática mediante el algoritmo SSI-COV [5].

Con el fin de validar esta metodología se realizaron 6 ensayos, cuyos resultados se muestran en el apartado 3, los cuales se comparan con los obtenidos mediante la caracterización convencional.

3. RESULTADOS

Los resultados de la campaña experimental realizada se presentan a continuación. En la sección 3.1 se presentan los resultados de la caracterización a fatiga convencional mientras que en el apartado 3.2 se comparan los resultados de estos ensayos con los obtenidos a través de la metodología propuesta en el apartado 2.2.

3.1. Resultados de la caracterización convencional a fatiga

Los resultados de los ensayos de fatiga se ajustaron con el modelo probabilístico de fatiga Castillo-Canteli [6], utilizando el software ProFatigue [7].

La Figura 4 muestra las curvas S-N con probabilidades de fallo asociadas del 1%, 50% y 99% respectivamente. En la misma figura se muestra también la curva S-N propuesta en el EC3 para dicho detalle, poniendo de manifiesto el grado de conservadurismo de la norma.



Figura 4. Curvas S-N experimentales ($P_f = 0.01, 0.5, 0.99$) y curva S-N propuesta por el EC3 ($P_f = 0.05$)

3.2. Resultados de la metodología propuesta

Los resultados derivados de los ensayos realizados con la metodología propuesta en la sección 2.2 están recogidos en la Tabla 1.

Tabla 1. Resultados obtenidos con la metodología propuesta

ID Probeta	$\Delta \sigma_{FEM}$ [MPa]	Ciclos
P1	249.47	785600
P2	327.18	529400
P3	196.63	2357358
P4	147.79	5827019
P5	278.67	1294870
P6	255.61	699669

La Figura 5 muestra como los resultados de esta metodología se encuentran dentro del campo S-N obtenido con la caracterización convencional, validando así la metodología propuesta para la caracterización a fatiga utilizando un excitador electrodinámico.



Figura 5. Comparación de los resultados obtenidos con la metodología propuesta frente a las curvas S-N obtenidas en caracterización convencional

4. VENTAJAS DE LA METODOLOGÍA

Tras la validación de la metodología en el apartado anterior, se procede a exponer las ventajas de la obtención de los parámetros modales durante la caracterización a fatiga. En primer lugar, se analizará la evolución de los parámetros modales durante los ensayos, estudiando, además, la relación entre la evolución de las frecuencias naturales y la probabilidad de fallo. En segundo lugar, se propone como utilizar esta información modal en la caracterización a fatiga.

4.1. Análisis de los parámetros modales

En este apartado se muestran los resultados obtenidos del análisis modal operacional. Concretamente, se estudia la evolución de la primera frecuencia natural a lo largo de la vida de la probeta. Además, se compara la evolución de dichas frecuencias naturales con la probabilidad de fallo de la probeta.

La Figura 6 muestra la caída en la primera frecuencia natural en cada una de las 6 probetas ensayadas conforme aumenta el número de ciclos. Esta caída de la frecuencia se calcula según la Ecuación (1).

$$\Delta f_i \, [\%] = \frac{f_i - f_0}{f_0} \, x \, 100 \qquad (1)$$

Siendo f_0 la frecuencia natural de cada barra en el instante inicial y f_i la frecuencia natural en cada instante registrado.

Cabe destacar que, en los instantes iniciales, en algunas probetas, las frecuencias suben ligeramente respecto a la frecuencia inicial, traduciéndose en $\Delta f < 0$. La Figura 6 muestra también la variación de la caída máxima para cada probeta, siendo el valor máximo un 20% para la probeta 4 y el mínimo un 2.6% para la probeta 2.



Figura 6. Caída de frecuencia de cada probeta frente al número de ciclos

En la Figura 7, se muestran los mismos resultados normalizando los ciclos de cada barra en el rango [0-1] según la Ecuación (2).

$$Ciclos norm_i = \frac{Ciclos_i}{Ciclos_{max}}$$
(2)

Siendo *Ciclos_{max}* el número de ciclos en el instante de rotura.



Figura 7. Caídas de las frecuencias frente al número de ciclos

De esta manera se observa el comportamiento similar que muestra Δf a lo largo de la vida a fatiga. En la mayoría de las probetas se observa una primera zona lineal y una segunda zona, en la que las frecuencias caen de manera repentina. Esta caída abrupta de las frecuencias aparece, en la mayoría de las probetas, cuando el número de ciclos supera entre el 85% y 90% de los ciclos totales.

Con el fin de interpretar mejor estos resultados, se relacionan las caídas de frecuencias Δf con la probabilidad de fallo de la probeta. Para ello se obtienen las curvas de probabilidad de fallo de las probetas ensayadas a partir de la definición del campo S-N obtenida por medio del modelo Castillo-Canteli (ver Fig. 8).



Figura 8. Probabilidad de fallo frente al número de ciclos para cada probeta

Una vez se dispone de las curvas de probabilidad de fallo, se pueden obtener las probabilidades de fallo asociadas a las caídas de frecuencias para cada probeta. Estos resultados se muestran gráficamente en la Figura 9.



Se observa que todas las probetas, a excepción de la probeta 2, presentan caídas de frecuencias superiores al 5% (criterio de detección de daño ampliamente utilizado en monitorización de estructuras), mientras que en la probeta 2, la caída máxima es del 2.5%. Otras probetas, como la probeta 5 y la probeta 4, experimentan caídas del orden del 20%. Esta dispersión en la caída de la frecuencia da lugar a una diferencia en las probabilidades de rotura asociadas a cada una de las probetas.

Las probabilidades de fallo de aquellas probetas que si alcanzaron un 5% de caída de la primera frecuencia natural están comprendidas entre el 0.09 y el 0.81, mientras que aquellas con caídas superiores al 10% presentaron probabilidades de fallo comprendidas entre el 0.41 y el 0.92. Si en este tipo de probetas se quisiesen obtener probabilidades de fallo menores de 0.5, y con la información disponible, esto supondría no superar nunca un 2.5% de caída en las frecuencias.

4.2 Aplicación de los resultados dinámicos a la caracterización a fatiga.

En este apartado se propone utilizar los resultados de los parámetros modales, no solo para estudiar el comportamiento dinámico de las probetas, sino para modificar y corregir los resultados de fatiga obtenidos. Concretamente se propone la utilización de la caída de las frecuencias para obtener diferentes curvas S-N de las probetas, estableciendo el momento de 'rotura' de la probeta para valores de caída de frecuencia Δf del 5%, 8% y 10% respectivamente.

Para poder realizar esta corrección de las curvas S-N, se debe obtener en primer lugar el número de ciclos asociado a las caídas de frecuencias seleccionadas. Para ello, se realiza un ajuste de los datos experimentales (ver Figura 10). En este caso, se ajustaron los puntos experimentales utilizando un ajuste exponencial de dos términos.



Figura 10. Caída de las frecuencias frente a número de ciclos normalizados

Una vez se dispone del ajuste, ya se pueden obtener los ciclos asociados a esos Δf . Cabe mencionar que en algunas probetas no se habían alcanzado estas caídas de frecuencias, aun así, se obtuvieron los ciclos asociados a través del ajuste. Estos resultados se muestran en la Tabla 2 y a partir de estos se obtienen las curvas S-N mostradas en la Figura 11.

Tabla 2. Ciclos asociados a distintos niveles de caídas de frecuencias para cada probeta

ID	Ciclos	Ciclos	Ciclos
ID	$[\Delta f = 5\%]$	$[\Delta f = 8\%]$	$[\Delta f = 10\%]$
P1	667758	793453	853129
P2	607582	674519	709107
P3	2259609	2302422	2315862
P4	4838217	5560363	5615961
P5	1091780	1168568	1202681
P6	575178	686791	741046



Figura 11. Curvas S-N ($P_f = 0.5$) corregidas para diferentes niveles de caídas de frecuencia

De este modo, se establece como criterio de fallo una determinada caída de las frecuencias, que no es más que una representación de pérdida de rigidez.

4. CONCLUSIONES

En este trabajo se ha validado una nueva metodología para la caracterización a fatiga utilizando un excitador electrodinámico. Esta metodología permite ensayar las probetas en un amplio espectro de frecuencias, al tiempo que se monitorizan los parámetros modales de la probeta. La metodología propuesta, no solo reduce los costes asociados al ensayo frente a métodos más tradicionales, sino que además proporciona más información sobre el proceso de daño en la probeta.

La realización del análisis modal operacional permite tener información de la evolución de los parámetros modales a lo largo de la vida de las probetas, siendo la evolución de las frecuencias naturales el parámetro de interés de este trabajo. Cabe destacar que la realización del OMA de manera completamente automática permite tener información de los parámetros modales hasta instantes muy próximos a la rotura. Además, la definición probabilística del campo S-N realizada por medio del modelo Castillo-Canteli, permite establecer una relación directa entre la probabilidad de fallo y las caídas de las frecuencias. Sin embargo, las conclusiones de esta relación no resultan triviales, principalmente, debido a dos factores: el error asociado a la estimación de los parámetros modales y la dispersión propia de los resultados a fatiga.

Finalmente, se propone la utilización de los parámetros modales para la corrección de los resultados a fatiga, mostrando como ejemplo las curvas S-N corregidas para caídas de la primera frecuencia natural del 5%, del 8% y del 10% respectivamente.

Como trabajo futuro, se pretende relacionar el tamaño de grieta con las caídas de las frecuencias, permitiendo una corrección más precisa de las curvas S-N en la que se incluya el tamaño de defecto o una detección más precisa de la propagación de grieta.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer al Ministerio de Ciencia e Innovación el apoyo económico (MCI-20-PID2019-105593GB-I00/AEI/10.13039/5011000110 33 y MCI-21-PRE2020-094923).

REFERENCIAS

- K. Tahmasbi, F. Alharthi, G. Webster, and M. Haghshenas, "Dynamic frequency-dependent fatigue damage in metals: A state-of-the-art review," *Forces Mech.*, vol. 10, p. 100167, 2023.
- [2] L. Khalij, C. Gautrelet, and A. Guillet, "Fatigue curves of a low carbon steel obtained from vibration experiments with an electrodynamic shaker," *Mater. Des.*, vol. 86, pp. 640–648, 2015.
- [3] T. J. George, J. Seidt, M. H. Herman Shen, T. Nicholas, and C. J. Cross, "Development of a novel

vibration-based fatigue testing methodology," *Int. J. Fatigue*, vol. 26, no. 5, pp. 477–486, 2004.

- [4] E. Cheynet, "Eurocódigo 3: Proyecto de estructuras de acero Parte 1-9: Fatiga", 2018.
- [5] E. Cheynet, "Operational modal analysis with automated SSI-COV algorithm", 2018.
- [6] E. Castillo and A. Fernández-Canteli, "A unified statistical methodology for modeling fatigue damage", *A Unified Stat. Methodol. Model. Fatigue Damage*, pp. 1–232, 2009.
- [7] A. Fernández-Canteli, C. Przybilla, M. Nogal, M. L. Aenlle, and E. Castillo, "ProFatigue: A Software Program for Probabilistic Assessment of Experimental Fatigue Data Sets", *Procedia Eng.*, vol. 74, pp. 236–241, Jan. 2014.

FACTORES CLAVE PARA LA ESTIMACIÓN DEL UMBRAL DE TENSIONES USANDO ENSAYOS SMALL PUNCH MEDIANTE LA APLICACIÓN DE LA TÉCNICA DE CARGA POR ESCALONES

Laura Andrea¹, Borja Arroyo^{1*}, José Alberto Álvarez¹, Federico Gutiérrez-Solana¹

¹ LADICIM – Departamento de Ciencia e Ingeniería del Terreno y de los Materiales, Universidad de Cantabria, Avda.

Los Castros 44, 39005 Santander, Spain

* Persona de contacto: arroyob@unican.es

RESUMEN

Este trabajo analiza la estimación de la tensión umbral de materiales metálicos en ambientes agresivos mediante ensayos Small Punch, a los cuales se les implementa la técnica de ensayos por escalones recogida en la normativa ASTM F1624. La misma permite solventar algunas cuestiones clave como la reducción del tiempo de ensayo necesario o el número de probetas a emplear para la determinación del umbral de tensiones, a la vez que se minimizan las incertidumbres. La implementación de esta técnica, pensada para probetas uniaxiales de dimensiones convencionales, sobre probetas Small Punch supone adaptar ciertas cuestiones, que se abordan en el presente trabajo.

En primer lugar, se lleva a cabo un análisis de viabilidad de la técnica escalonada en caracterizaciones Small Punch, comprobándose que se reproducen los mismos micromecanismos de fallo que en los ensayos normalizados. Seguidamente, es necesario analizar y adecuar los tiempos de exposición de cada uno de los escalones, fijados en la normativa ASTM F1624 para probetas uniaxiales en función de la dureza del material, de manera que se optimice el tiempo de ensayo en probetas Small Punch. Finalmente, es necesario proponer algún tipo de correlación para transformar las cargas umbral obtenidas mediante la aplicación de la técnica escalonada Small Punch en tensiones umbral, cuestión que para los ensayos uniaxiales es directa.

PALABRAS CLAVE: Small Punch test, Umbral de tensiones, Técnica de carga por escalones.

ABSTRACT

This work analyzes the estimation of the threshold stress of metallic materials in aggressive environments through Small Punch tests, to which the step testing technique included in the ASTM F1624 standard is implemented. It allows solving some key issues such as reducing the necessary testing time or the number of specimens to be used to determine the stress threshold, while minimizing uncertainties. The implementation of this technique, designed for uniaxial specimens of conventional dimensions, on Small Punch specimens involves adapting certain issues, which are addressed in this work.

Firstly, a feasibility analysis of the stepwise technique is carried out in Small Punch characterizations, verifying that the same failure micromechanisms are reproduced as in the standardized tests. Next, it is necessary to analyze and adapt the exposure times of each of the steps, set in the ASTM F1624 standard for uniaxial specimens depending on the hardness of the material, so that the test time in Small Punch specimens is optimized. Finally, it is necessary to propose some type of correlation to transform the threshold loads obtained by applying the Small Punch stepwise technique into threshold stresses, a question that is direct for uniaxial tests.

KEYWORDS: Fracture, Structural Integrity, Fatigue.

1. INTRODUCCIÓN

Los aceros de alta resistencia y baja aleación, de amplia utilización en nuestros días, contienen mayores cantidades de elementos de aleación que los aceros al carbono, menos carbono y una microestructura más fina, lo que los hace más susceptibles al ataque ambiental. Por ello, es importante considerar esta susceptibilidad a la corrosión a la hora de seleccionar y utilizar estos materiales en ambientes agresivos, siendo necesario probar y controlar la evolución de sus propiedades antes de su instalación, así como durante su vida en servicio. En estos materiales existe una tensión umbral en ambientes agresivos; variará según el tipo de aleación y la combinación específica de ambientes agresivos.

Para obtener la tensión umbral se suelen utilizar las normas ISO 7539 [1] y ASTM E1681 [2], que describen el uso de ensayos de deformación lenta o ensayos bajo carga constante. Pero la principal desventaja de estas técnicas es la necesidad de un cierto número de probetas cilíndricas y un consumo de tiempo muy elevado, de hasta 10.000 h por ensayo [2-4]. Esta duración se puede reducir de manera interesante siguiendo la norma ASTM F1624 [5], que permite obtener la tensión umbral en unos pocos días y con un mínimo de 3 muestras ensayadas en el medio ambiente. Es válida para aceros de durezas superiores a iguales a 33HRC, y consiste en utilizar escalones de carga constantes e incrementales cada cierto tiempo hasta que se produzca la rotura de la probeta.

Aunque esta metodología ha representado un gran avance, todavía requiere el uso de probetas de tamaño convencional, que en ocasiones pueden ser difíciles de obtener a partir de componentes en servicio, o en caracterizaciones locales como uniones soldadas. Es en esos escenarios donde el ensayo Small Punch (SPT) se convierte en una alternativa.

Recientemente se ha demostrado la aplicación de ASTM F1624 SPT para estimar cargas umbral en escenarios de fragilización por hidrógeno [3,4]. Sin embargo, teniendo en cuenta que las muestras cilíndricas estándar (es decir, Ø8-12 mm) no tendrán las mismas condiciones de difusión de hidrógeno que las de SPT de 0,5 mm de espesor, parece lógico que la duración de los escalones tampoco sea la misma, sino considerablemente más corta. En los primeros trabajos [3] se utilizaron duraciones arbitrarias operativamente convenientes para demostrar la validez de la metodología. Finalmente, una vez clarificada la capacidad del SPT para la determinación de cargas umbrales, se requiere de expresiones para transformarlas en tensiones umbrales. Estas cuestiones son las que se abordan en el presente trabajo.

2. METODOLOGÍA ASTM F1624 [5]

Este ensayo consiste en la media del tiempo para la iniciación del agrietamiento subcrítico en aceros expuestos a ambientes agresivos. Consiste en imponer progresivamente escalones de carga que se incrementan después de un tiempo determinado (definido en función del acero) hasta la rotura de la probeta. Se puede encontrar una explicación esquemática en la Figura 1, que describe la metodología resumida.



Figura 1. Técnica de carga escalonada ASTM F1624.

<u>DEFINICIÓN DE P_{FFS} </u>: El primer paso consiste en el ensayo de una probeta de tracción al aire según la normativa ASTM E8 [13], cuya carga máxima definirá la carga P_{FFS} , un límite superior a partir del que el perfil de los escalones de carga será definido.

En general, cuanto mayores sean las propiedades de tracción del acero y, por tanto, su dureza, mayores serán los efectos de fragilización por ambiente sobre él [6]. En base a esto, la norma ASTM F1624 [5] no incluye aceros con dureza inferior a 33HRC, y define tres perfiles de carga escalonada diferentes en función de la dureza, representados por un código numérico entre paréntesis (ver Tabla 1). Esto permite reducir los tiempos de ensayos en aceros de muy alta resistencia (> 54HRC) mientras que deja más tiempo para que el hidrógeno provoque sus efectos en materiales más blandos ($33 \le 45$ HRC).

<u>DEFINICIÓN DE Pth</u>: Como recoge la Tabla 1, se define para cada una de las probetas a ensayar una secuencia de 20 escalones hasta una carga máxima anticipada cuyas magnitudes y duraciones son función de la dureza del acero objeto de estudio. En el primer ensayo la carga máxima anticipada es directamente la carga P_{FFS} obtenida en el ensayo al aire, mientras que en el resto se obtiene como la carga de rotura de la secuencia anterior incrementada en el 10%. Se van ensayando las sucesivas probetas bajo sus respectivos perfiles de escalones hasta el momento en que la diferencia entre las cargas de fallo arrojadas por dos sucesivas difiera menos del 5%, identificando dicha carga, o tensión si es el caso, como el umbral P_{th}. En cada probeta, al verse disminuida la carga

Tabla 1. Perfil de escalones en función del acero.

Dureza (HRC)	Escalón	Carga escalón (%P _{max})	Tiempo escalón (h)	Código perfil carga
33 a <45	1 to 10 11 to 20	5 5	2 4	(10/5/2.4)
45 a 54	1 to 10 11 to 20	5 5	1 2	(10/5/1.2)
>54	1 to 20	5	1	(10/5/2.4)



Figura 2. Ensayos convencionales según ASTM F-1624.

3. MATERIALES Y METODOLOGÍA

3.1. Materiales y ambientes fragilizantes

En este trabajo se presentan las conclusiones extraídas durante una experimentación de varios años sobre varios materiales; los siguientes son los que han ocupado la mayor parte del programa experimental:

- Acero S420 de media resistencia, con dureza de 35HRC, de uso en vasijas a presión y estructuras off-shore con microestructura ferrítico-perlítica.
- Acero X80 de media resistencia, con dureza de 33HRC, de empleo en fabricación de tuberías de gas o petróleo con microestructura ferrítico-perlítica.
- Acero ARNE de herramienta templado y revenido de alta resistencia, con dureza de 50HRC, con microestructura de martensita revenida.
- Acero ARNE de herramienta templado y revenido de alta resistencia, con dureza de 60HRC, con microestructura de martensita revenida.

Para reproducir las condiciones ambientales acontecidas en los procesos industriales, donde la fragilización por hidrógeno generalizada, o ya bien su intensidad en zonas locales, provocan daño desde el punto de vista metalúrgico [15] se ha empleado un sistema de polarización catódica. El electrolito empleado ha consistido en una disolución de 1N de H₂SO₄ en H₂O destilada, la cual ha sido preparada según el método propuesto por Pressouyre empleado en [7, 8,9], conteniendo además 10mg de As2O3 y 10 gotas de CS2 por litro de disolución. El pH fue controlado en el rango 0,65 - 0,80 y la temperatura entre 20°C y 25°C. En la Figura 3 se presenta un esquema del sistema empleado, donde la probeta (acero) opera como electrodo de trabajo, un electrodo saturado de calomel como referencia y una rejilla de platino el contraelectrodo. La disolución acuosa se mantuvo en constante agitación para evitar burbujas de H₂ o depósitos locales. Para generar varias agresividades de ambiente se han empleado tres niveles de agresividad de polarización catódica, que han sido de 1, 5 y 10 mA/cm².



Figura 3. Sistema de polarización catódica empleado.

3.2. Aplicación de la metodología ASTM F1624 al SPT

Al aplicar la técnica de ASTM F1624 aplicada al SPT para obtener la carga límite, la esencia se conserva pero hay que hacer algunas modificaciones. La propuesta indica seguir los siguientes pasos:

- Se realiza un ensayo SPT en aire según [10], para obtener la carga de rotura rápida P_{FFS-SPT}, definida por la máxima carga alcanzada en el ensayo SPT, P_{max}.
- Seguidamente, las probetas son expuestas al medio ambiente durante 2 h antes de los ensayos mecánicos. Este tiempo es resultado de investigaciones previas [3, 11] para asegurar la saturación y una difusión estacionaria.
- 3. Se aplican sucesivamente escalones de carga en tantas muestras como sean necesarias hasta obtener la carga límite (aquella en la que la diferencia entre dos cargas límite consecutivas sea <5%), definiéndose la carga límite en el medio, Pth, como el valor obtenido en el último ensayo. Al menos 3 muestras deben ser utilizadas en el medio como mínimo, incluso si las dos primeras ya convergían por debajo del 5%. La muestra está permanentemente sumergida en el medio para que el hidrógeno no difunda fuera de la muestra. La diferencia básica con las indicaciones de la normativa es el tiempo de duración de los escalones, que evidentemente será más corto, pero es algo de lo que se tratará en el epígrafe de resultados y análisis.

4. RESULTADOS Y ANÁLISIS

4.1. Duración óptima de los escalones de carga SPT

Se llevó a cabo un estudio para determinar la duración óptima de los escalones de carga para cada uno de los rangos de dureza anteriormente definidos. Se eligieron tiempos con duraciones de 1/4, 1/6 y 1/8 de los indicados por ASTM F1624 para los ensayos convencionales, según muestra la tabla siguiente.

Dureza	Escalón	Tiempos	Tiempos	Tiempos
(HRC)		1/8	1/6	1/4
33 a <45	1-10	30'	20'	15'
	11-20	60'	40'	30'
45 a 54	1-10	15'	10'	7'
	11-20	30'	20'	15'
>54	1-20	15	10'	7'

Tabla 2. Duraciones de escalones SPT estudiadas

El estudio se llevó a cabo sobre tres de los aceros: S420 (35HRC) y los dos ARNE (50HRC y 60HRC), y en cada caso se emplearon tres niveles de agresividad de 1, 5 y 10 mA/cm². Los resultados obtenidos se presentan en las figuras y en la tabla siguiente.

Puede verse que en los tres aceros, y para todos los ambientes estudiados, los tiempos 1/6 de los propuesto por ASTM F-1624 resultaron ser los óptimos. Al emplear tiempos más largos (1/4 de propuesto por ASTM F1624) no se apreciaban reducciones en los valores de las cargas umbral obtenidas, mientras que para tiempos más cortos (1/8 de propuesto por ASTM F1624) los valores de carga umbral se hacían mayores, lo que implica que la exposición aplicada no era suficiente para que el ambiente pueda generar todo su poder fragilizante, y por tanto no se estaba dejando que fuera la interacción material-ambiente la que gobernase el proceso, además de obtenerse resultados del lado de la inseguridad.



Figura 4. Tiempos de escalones SPT en S420.



Figura 5. Tiempos de escalones SPT en ARNE 50HRC.



Figura 6. Tiempos de escalones SPT en ARNE 60HRC.

4.2. Reproducción de los micromecanismos

Una vez comprobado que existe un tiempo óptimo de escalones, que además en todos los ambientes está en la misma proporción que el propuesto en ASTM F1624 (1/6), y que da lugar a la estimación de una carga umbral, parece lo natural comprobar que los micromecanismos que se presentan entre la caracterización en base a ensayos con probetas uniaxiales según ASTM F1624 y sus homólogos en base a ensayos SPT son los mismos.

Las figuras siguientes presentan micrografías SEM tomadas en todos los ambientes de los aceros S420 y X80 en la última probeta de secuencia de ensayo, es decir en la que arroja el valor tomado como carga umbral o tensión umbral. Se eligen estos aceros, a modo ilustrativo (ya que poner todos los resultados sería demasiado extenso para el trabajo), por ser los de menor dureza y quedar prácticamente al límite de validez de ASTM F1624, al ser este tipo de materiales de media resistencia donde más dudas podría suscitar la validez de la propuesta.

A pesar de todo ello, en todos los casos la técnica SPT (derecha) reproduce los mismos mecanismos apreciados en la caracterización convencional según ASTM F1624 (izquierda). En ambos materiales, el nivel de menor agresividad presenta mecanismos típicos de fragilización por hidrógeno con presencia de microhuecos, tanto en las probetas uniaxiales como en las ensayadas según la propuesta SPT. A medida que el ambiente se hace más agresivo el mecanismo se hace aún más frágil, con una marcada intergranularidad, que se deja ver tanto en las probetas unaxiales como en las SPT, capaces de marcar los bordes de grano tan bien como las ASMT F1624.



Figura 6. Fractografía ASTM F1624 y SPT en S420.



Figura 7. Fractografía ASTM F1624 y SPT en X80.

4.3. Estimación de tensión umbral con SPT

Una vez validada la capacidad de la técnica de carga por escalones aplicad al ensayo SPT para la estimación de cargas umbral en este último, el devenir natural, sin menospreciar la utilidad de la estimación de cargas umbral, sugiere la necesidad de su transformación en tensiones umbral, ya que este es el parámetro de interés ingenieril para la realización de cálculos.

A modo de ejemplo, la figura siguiente muestra la evidente relación entre las tensiones umbral obtenidas mediante ASTM F1624 y las cargas umbral obtenidas mediante la propuesta SPT para los ambientes estudiados en los aceros S420 y X80. Ello hace que la anteriormente citada necesidad de transformar estas cargas en tensiones umbral tome viabilidad.



Figura 8. Relación entre las tensiones umbral obtenidas mediante ASTM F1624 y las cargas umbral obtenidas mediante la propuesta SPT para los ambientes estudiados en los aceros S420 y X80.

En vista de esta buena correlación, cuando se estudian en detalle los valores numéricos obtenidos de los ensayos realizados en el presente trabajo, se puede afirmar que, para los ensayos según propuesta SPT, las cargas umbral obtenidas, P_{th-SP} , son en todos los casos menores que la carga máxima del ensayo SPT realizado al aire, P_{max} , pero mucho mayores que la carga de tránsito elástico-plástico del material al aire, P_y , es decir:

$$P_{y} < _{Pth-SPT} < P_{max}$$
 (1)

Tal como se presenta en la Figura 8, una proporcionalidad constante entre la reducción en las tensiones umbral de tracción y las fuerzas umbral de ensayos SPT debido a la fragilización en ambos materiales está representada por las pendientes casi idénticas antes mencionadas. Esto indica que el fenómeno debería depender entonces del componente plástico de la carga (P_{th}-P_y). En consecuencia, se puede proponer una expresión para estimar la tensión umbral, σ_{th-SP} , a partir de una carga umbral de ensayo SPT, P_{th-SP}, que es la suma de un componente elástico, σ_{el} , y otro plástico, σ_{pl} :

$$\sigma_{th-SPT} = \sigma_{el-SP} + \sigma_{pl-SP} \tag{3}$$

Donde σ_{el-SP} es el componente elástico, que se determinará a partir de la carga elástico-plástica del ensayo SPT al aire, P_y, que marca el inicio de los fenómenos plásticos. Y, por otro lado, según la teoría elástica de placas [10] la tensión máxima en la superficie inferior de una placa circular de espesor "h₀" empotrada en todo su contorno y sometida a una carga vertical centrada en el centro de la placa, "P_y", responde a la expresión:

$$\sigma_{el-SPT} = \frac{3}{2 \cdot \pi \cdot h_0^2} \cdot P_y \tag{4}$$

Por su parte, σ_{pl} es el componente plástico, que se puede obtener de acuerdo con numerosos enfoques en la literatura [3] para obtener tensiones a partir de cargas Small Punch; en este caso la componente plástica de la carga "(P_{th-SP} - P_y)", y el espesor de la probeta, "h₀". Para este caso se propone la siguiente estructura, que implica un coeficiente de correlación adimensional, " α ":

$$\sigma_{pl-SP} = \frac{\alpha}{{h_0}^2} \cdot \left(P_{th-SP} - P_y\right) \tag{5}$$

A partir de esto, introduciendo "P_y" y "P_{th-SP}" en N y "h₀" en mm, se propone la expresión (6) para el mejor ajuste de los datos experimentales ($\alpha = 0.0806$ y R² = 0.960). Los resultados obtenidos de su aplicación se presentan en la Figura 9, donde se puede observar que los resultados se encuentran dentro del intervalo de error de ± 10%, el cual se acepta como la incertidumbre general en la mecánica de la fractura, principalmente en la mecánica local de la fractura como los procesos subcríticos observados.





Figura 9. Mejor ajuste para la tensión umbral obtenida mediante la aplicación de la expresión (6)

Esta expresión, validada para los aceros de menor dureza, y en proceso de hacerlo en la actualidad para los aceros ARNE de 50HRC y 60HRC, ha demostrado que la tensión umbral puede ser estimada en base únicamente a ensayos Small Punch. Sin embargo, para su funcionamiento requiere del uso de un coeficiente de ajuste, α , que para estos aceros de durezas 33 y 35 HRC se ha determinado único y de valor 0.0806, pero cuyo valor variará previsiblemente para otros valores de dureza. Sería interesante llegar a obtener la dependencia del valor del coeficiente α con la dureza.

5. CONCLUSIONES

La metodología de ensayo por escalones incrementales propuesta en ASTM F1624 ha quedado validada para su aplicación a ensayos Small Punch, pudiendo llegarse a estimar el valor de la carga umbral en ambiente.

Para ello, en ensayos SPT se emplearán 2h de fragilización de muestras, y unos tiempos de escalones iguales a 20' y 40' para los escalones 1-10 y 11-20 en aceros entre 33 y 44 HRC, 10' y 20' para los escalones 1-10 y 11-20 en aceros entre 45 y 54 HRC, y 10' para los 20 escalones en aceros de dureza superior a 55HRC, es decir 1/6 de los estipulados en ASTM F1624 para ensayos sobre probetas uniaxiales.

El estudio fractográfico llevado a cabo ha demostrado que en la propuesta SPT se dan los mismos micromecanismos que en los ensayos según ASTM F1624. Por ello se ha propuesto la siguiente correlación experimental para estimar tensiones umbrales a partir de cargas umbrales, donde α es un coeficiente de ajuste experimental a ajustar en función de la dureza del acero.

$$\sigma_{th-SPT} = \frac{3}{2 \cdot \pi \cdot h_0^2} \cdot P_y + \frac{0.0806}{{h_0}^2} \cdot (P_{th-SPT} - P_y)$$

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer al Ministerio de Ciencia e Innovación la financiación aportada mediante proyectos de las convocatorias de Plan Nacional, así como a la Universida de Cantabria y al Gobierno de Cantabria por la financiación aportada mediante las convocatorias de Proyectos Puente.

REFERENCIAS

- Iso, 7539, Parts 1 to 9, Corrosion of Metals and Alloys, 2011.
- [2] ASTM E1681-03, Test Method for Determining Threshold Stress Intensity Factor for Environment Assisted Cracking of Metallic Materials, 2013.
- [3] Arroyo, B.; Andrea, L.; Gutiérrez-Solana, F.; Álvarez J.A.; González, P. Threshold stress estimation in hydrogen induced cracking by Small Punch test based on the application of the incremental step loading technique. Theoretical and Applied Fracture Mechanics 2020, vol.110, n°102839
- [4] Arroyo, B.; Andrea, L.; Gutiérrez-Solana, F.; Álvarez J.A. Time optimization of step loading technique in hydrogen embrittlement small punch tests. Theoretical and Applied Fracture Mechanics 2022, vol.117, nº103206
- [5] ASTM F1624-18, Standard Test Method for Measurement of Hydrogen Embrittlement Threshold in Steel by the Incremental Step Loading Technique, 2018.
- [6] J.J. González, F. Gutiérrez-Solana, J.M. Varona, The effects of microstructure, strength level, and crack propagation mode on stress corrosion cracking behavior of 4135 steel, Metallurgical and Materials Transactions A, vol.27A, pp. 281-290, (1996).
- [7] Arroyo B., Álvarez J.A., Lacalle R., Uribe C., García T.E., Rodríguez C., "Analysis of key factors of hydrogen environmental assisted cracking evaluation by small punch test on medium and high strength steels", Materials Science and Engieneering A, 691 (2017), 180-194.
- [8] Bernstein I.M., Pressouyre G.M., "Role of traps in the microstructural control of hydrogen embrittlement of steels", Noyes Publ, Park Ridge, NJ, Pittsburgh, (1988).
- [9] Álvarez J.A., Gutiérrez-Solana F., "An elastic-plastic fracture mechanics based methodology to characterize cracking behaviour and its applications to environmental assisted processes", Nuclear engineering and design, vol. 188, pp. 185-202, (1998).
- [10] EN 10371:2021, "Metalic materials Small punch test method", European standards ICS 77.040.10, (2021).
- [11] T.E. García, B. Arroyo, C. Rodríguez, F.J. Belzunce, J.A. Álvarez, "Small punch test methodologies for the análisis of the hydrogen embrittlement of structural steels", Theoretical Applied Fracture Mechanics vol. 86, pp. 89-100, 2016.

CARACTERIZACIÓN DE HORMIGONES CRIOGÉNICOS BAJO CARGAS DINÁMICAS. SEGURIDAD EN TANQUES DE GAS LICUADO

Maria Luisa Ruiz Ripoll¹*, Victor Rey de Pedraza Ruiz², Christoph Roller¹., A. Enfedaque³, F. Gálvez²

 ¹ Fraunhofer Institute for High-Speed Dynamics, Ernst-Mach Insitut, EMI. Freiburg, Germany
 ² Departamento de Ciencia de Materiales, Centro de Investigación en Materiales Estructurales (CIME), ETSI Caminos, Canales y Puertos, Universidad Politécnica de Madrid, C/ Profesor Aranguren s/n, Madrid 28040, Spain
 ³ Departamento de Ingeniería Civil: Construcción, E.T.S de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, Universidad Politécnica de Madrid, c/Profesor Aranguren, s/n, 28040 Madrid, Spain
 * Persona de contacto: maria.luisa.ruiz.ripoll@emi.fraunhofer.de

RESUMEN

Sucesos recientes como el sabotaje del Nordstream en 2022 han puesto de manifiesto la importancia de la seguridad de las infraestructuras críticas. El interés de este trabajo de investigación proviene de las crecientes exigencias en el transporte y almacenamiento de LNG (Gas Natural Licuado), provocadas por la necesidad de promover fuentes de energía limpias y alternativas, potenciadas por la crisis energética consecuencia de los últimos conflictos surgidos en Europa. Por esto, es necesario conocer como de preparados y seguros son nuestros sistemas de suministro energético ante escenarios de accidente o sabotaje y cuáles serían las consecuencias de un posible escenario de acción de cargas dinámicas en este tipo de infraestructuras.

El objetivo de este trabajo es caracterizar el comportamiento del hormigón a temperaturas criogénicas, tanto en régimen cuasiestático como dinámico, con el fin de ser utilizado como material potencial para el diseño y construcción de tanques criogénicos para el almacenamiento de Gas Natural Licuado (GNL) y otro tipo de gases licuados. En este trabajo de investigación realizado entre la Universidad Politécnica de Madrid y el instituto Fraunhofer EMI, se ha llevado a cabo una compleja campaña experimental. En esta primera fase, nos centramos en la caracterización de dos hormigones: uno estándar (referencia) y uno basado en una mezcla criogénica. Los hormigones se ensayaron en un rango de temperaturas desde temperatura ambiente hasta -50°C, analizando la influencia del contenido de agua y la velocidad de carga.

PALABRAS CLAVE: Hormigón criogénico, tanques LNG, resiliencia, seguridad, riesgos naturales y de origen humano.

ABSTRACT

Events such as the sabotage of the Nordstream in 2022 have shown how important the security of critical infrastructure is. The interest in this work comes from the rising requirements in transportation and storage of LNG (Liquified Natural Gas), caused by the need of promoting clean energy sources and boosted by the energetic crisis appeared as a consequence of the last conflicts arised in Europe. It is therefore necessary to know how secure and prepared are our energy supply systems in case of sabotage, and what would be the consequences of a possible explosion scenario in this type of infrastructure.

The aim of this work is to characterize the behavior of concrete at cryogenic temperatures, both at quasi-static and dynamic regimes, in order to be used as a potential material for the design and construction of cryogenic tanks for the storage of Liquified Natural Gas (LNG) and other type of liquified gases. In this research work carried out between the Polytechnic University of Madrid and the Fraunhofer EMI, a complex experimental campaign has been carried out. In this first phase, we focused on the characterisation of two concretes: one standard (reference) and one based on a cryogenic mix. The concretes were tested in a temperature range from room temperature to -50°C, analysing the influence of water content and loading rate.

KEYWORDS: cryogenic concrete, LNG tanks, resilience, security, natural and man-made hazards

1. INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS

Los últimos conflictos bélicos acaecidos en Europa y la consecuente crisis energética derivada han puesto de manifiesto la necesidad de apostar por fuentes de energía alternativas y cada vez más limpias. De entre los combustibles fósiles, que indiscutiblemente van a seguir teniendo un papel predominante en el mercado energético, el gas natural licuado (GNL) se sitúa como una de las opciones mas interesantes desde el punto de vista económico y medioambiental, lo que ha motivado un interés creciente en las formas de transporte y almacenamiento de dicho combustible.

El Gas Natural (GN) es un combustible fósil compuesto principalmente de metano (CH4). El GN puede

suministrarse de dos formas: en estado gaseoso a través de tuberías desde la fuente de extracción o en estado licuado cuando se importa de regiones remotas. La idea que subyace a la licuefacción es que el volumen ocupado por el gas original se reduce hasta 600 veces, lo que se traduce en una reducción proporcional del espacio de almacenamiento. No sólo el GN se almacena así, sino que otros gases estratégicos, principalmente los hidrocarburos, se gestionan y almacenan en estado líquido. Para alcanzar el estado líquido, el GN necesita enfriarse hasta la temperatura de ebullición, es decir, -165°C. Una vez enfriado y encogido, el producto licuado puede transportarse desde distancias remotas a un coste muy competitivo, mediante contenedores aislados térmicamente y colocados en tanques criogénicos en su destino final. El resultado es un transporte y almacenamiento del GNL más fácil, económico y seguro.

En cuanto a los tanques criogénicos, se adoptan dos tipos de diseños, en función de los requisitos de seguridad y espacio: tanques de contención simple y tanques de contención doble. La diferencia entre ellos es la existencia de una pared exterior de hormigón para contener posibles fugas o fallos del tanque primario [1]. La pared primaria suele estar hecha de una coraza metálica, normalmente acero niquelado debido a su buena ductilidad y comportamiento a bajas temperaturas. En este sentido, los tanques de hormigón pueden considerarse una buena alternativa a las aleaciones de acero niquelado como recipientes primarios. El uso de diseños de hormigón garantiza la reducción de los costes de construcción, lo que puede resultar un factor crítico para el desarrollo de un mercado global en torno a las tecnologías energéticas anteriormente citadas. A pesar de las prometedoras posibilidades, todavía se desconoce el comportamiento mecánico del hormigón a temperaturas criogénicas, lo que explica el papel dominante de las aleaciones de acero como material preferido.

Respecto a la tipología de acción, accidentes, explosiones o acciones premeditadas como el reciente suceso como el sabotaje del Nordstream en 2022 han puesto de manifiesto la importancia de la seguridad en infraestructuras de carácter estratégico para el transporte y almacenamiento de combustibles fósiles.. Por ello, es necesario conocer cómo de seguros y preparados están nuestros sistemas de suministro energético en caso de sabotaje, y cuáles serían las consecuencias de un posible escenario de explosión en este tipo de infraestructuras.

De lo expuesto anteriormente surge la necesidad de estudiar y caracterizar el comportamiento del hormigón, a temperaturas criogénicas y bajo diferentes solicitaciones, tanto en el plano cuasiestático como en régimen dinámico. Aunque se ha realizado un gran esfuerzo investigador en este campo y en régimen cuasiestático (ver [2 - 4]), sólo unas pocas investigaciones se han centrado en el comportamiento dinámico a bajas temperaturas [5, 6]. Con la presente investigación iniciamos un trabajo de colaboración centrado en la caracterización criogénica del hormigón en regimen cuasiestático y dinámico, que es el primer paso de un estudio más profundo bajo diversas condiciones térmicas.

Este trabajo forma parte de una colaboración continuada entre la UPM (Universidad Politécnica de Madrid) y Fraunhofer EMI. En esta primera fase de la investigación se pretende caracterizar el comportamiento de dos hormigones: uno estándar (de referencia) y otro basado en una mezcla criogénica, a temperaturas criogénicas, tanto en régimen cuasi-estático como dinámico, con el fin de ser utilizado como potencial material para el diseño y construcción de tanques criogénicos para el almacenamiento de Gas Natural Licuado (GNL) y otro tipo de gases licuados.

2. PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

2.1. Dispositivo experimental

Para la realización de los ensayos, se diseñó y fabricó una cámara criogénica en el Departamento de Materiales de la UPM que posteriormente fue enviada a las instalaciones del EMI en Efringen-Kirchen para la campaña experimental. El dispositivo se basó en un modelo previo utilizado para la caracterización cuasiestática de probetas de hormigón [7] pero optimizando las dimensiones y adaptándolas a los dispositivos del EMI, reduciendo los requisitos de espacio, materiales y refrigeración.

El proceso de enfriamiento se consiguió utilizando nitrógeno líquido gracias al consumo de energía durante la transición de fase a estado gaseoso. La velocidad de enfriamiento se fijó en -75 grados por hora mediante un controlador de temperatura (conectado a un termopar situado en el interior de la cámara) en el que se configura la rampa de enfriamiento. El diseño de la cámara se completa con un ventilador interior para redistribuir el nitrógeno líquido asegurando una temperatura homogénea alrededor de la probeta.

Para el régimen de ensayos cuasiestáticos se utilizó una máquina Instron con control en desplazamiento. Los ensayos de compresión se realizaron siguiendo el método estándar dado por [8] y utilizando probetas cilíndricas de 150 mm de longitud y 75 mm de diámetro. En el caso de los ensayos brasileños, se siguió el procedimiento [9]. Las probetas ensayadas en este caso fueron discos de hormigón de 75 mm de diámetro y 75 mm de longitud. Para los ensayos criogénicos, se colocó y ajustó la cámara diseñada en la máquina de ensayos (véase la figura 1-a).

Para los ensayos dinámicos se empleó una barra Hopkinson situada en las instalaciones del EMI y con la geometría y dimensiones indicadas en la Fig. 6. De forma similar a los ensayos cuasiestáticos, para los ensayos criogénicos dinámicos se colocó y ajustó la cámara diseñada en la máquina de ensayos (véase la Figura 1-b).



Figura 1: Cámara criogénica: a) Ensayo brasileño cuasiestático, b) Ensayo dinámico en barra Hopkinson

En cuanto a su disposición, para los ensayos criogénicos, la cámara se colocó y fijó entre las barras incidente y transmitida. En este caso, se necesitaron protecciones interiores dentro de la cámara para evitar daños durante el proceso de fractura a altas velocidades de deformación.



Figura 2: Barra Hopkinson empleada en los ensayos dinámicos a compresión

2.2. Fabricación de hormigón

En este trabajo se diseñaron dos tipos de mezclas de hormigón, un hormigón autocompactante (SCC) y un hormigón criogénico (CryCon), buscándose en ambas una resistencia mínima a compresión superior a 30 MPa. El diseño del SCC se basó en trabajos previos de Enfedaque [10]. La mezcla Criogénica se diseñó tomando como referencia el SCC debido a su buen comportamiento y trabajabilidad. Para ambas, los constituyentes básicos fueron los mismos y las proporciones y adiciones se ajustaron para obtener las diferentes propiedades y comportamiento entre ellas, siendo la diferencia más notable la adición de aireante en el caso del hormigón criogénico. La dosificación por metro cúbico se recoge en la Tabla 1.

		SCC	CryCon
Component	kg/m ³	kg	kg
Cement	3150	425.0	425.0
Limestone	2600	210.0	215.4
Sand	2600	997.1	970.0
Gravel	2600	302.2	293.9
Grit	2600	211.5	205.8
Water	1000	199.0	170.0
Superplasticizer	1100	4.7	5.3
AEA	1000	0.0	2.1
Water/binder		0.47	0.40

Tabla 1: Dosificación de los hormigones empleados

La fabricación del hormigón se programó de acuerdo con la matriz de ensayos (véase la sección 2.3). Las amasadas se agruparon según el tipo de hormigón (SCC o CryCon) y la temperatura de ensayo (25, -30 °C o -50 °C), lo que hace un total de 6 lotes. En cada lote se fabricaron dos bloques de hormigón de dimensiones 525x300x150mm y 525x300x75mm a partir de los cuales se extrajeron las probetas para los ensayos de compresión y brasileños. Tras la fabricación, los bloques de hormigón se curaron y secaron a temperatura ambiente. Por último, a partir del bloque se decidió extraer las probetas empleando una corona de corte en lugar de utilizar moldes para obtener un resultado más homogéneo evitando el efecto de pared.

2.3. Campaña experimental

Para la campaña experimental se planificaron ensayos en régimen cuasiestático y dinámico a diferentes temperaturas y niveles de saturación. Según lo explicado, cada amasada se empleó para realizar los ensayos a una determinada temperatura (RT, -30 °C o -50 °C). Se utilizaron probetas de cada amasada para realizar ensayos a las 3 velocidades de deformación propuestas (cuasiestática, SR1 y SR2) y se realizaron 3 ensayos por cada configuración. En la Tabla 2 se presenta un resumen de los parámetros y ensayos realizados para cada amasada.

En régimen dinámico, se ensayaron dos velocidades de deformación. La velocidad de deformación se ajustó mediante la presión utilizada para disparar el proyectil. Las probetas que se ensayaron en condiciones de saturación se sumergieron en agua durante 10 días controlando la evolución del contenido de agua mediante su peso.

Para los ensayos criogénicos a T=-50°C, el proceso de enfriamiento se llevó a cabo en dos fases. Una primera fase fuera de la posición de ensayo en la que las muestras se enfriaban a -40 °C utilizando una cámara frigorífica de laboratorio, y una segunda fase con la probeta en la posición de ensayo que se realizaba utilizando la cámara criogénica diseñada. La razón de esta doble fase era reducir el tiempo necesario para cada ensayo y garantizar al mismo tiempo la congelación completa del núcleo de la probeta. Para la primera fase, las probetas se envasaron en una película de plástico y se colocaron 24 horas antes de la prueba dentro del frigorífico. La película de plástico garantiza que no se produzca ninguna transferencia de agua durante este tiempo. Una vez listos, las probetas se sacaron y se colocaron en la cámara criogénica para la prueba. Durante esta segunda etapa, se utilizó nitrógeno líquido para bajar la temperatura de -40 a -50°. Una vez estabilizadas, se llevó a cabo la prueba.

Mat.	Temp.	SR	Pressure	Configuration	Saturation	
	°C		(bar)		(%)	
				с ·	0	
		05		Compression	100	
		QS	-	Duozilian	0	
	C)			Brazillan	100	
Con	20 ª(GD 1	20 ª((<u>G</u>	0
CryC	C/		6	Compression	100	
0/0	• 01	SKI		Brazilian	0	
SCO	£-/T		4		100	
	~	а ·	0			
		CD 2	8	8 Compression	100	
		SK2	(0	
		6	6	Brazilian	100	

Tabla 2: Matriz de ensayos

Un parámetro importante para este estudio fue el contenido de agua en cada prueba. Como se ha explicado, se analizaron dos niveles de saturación: probetas secas y saturadas. Esto era especialmente importante para los ensayos criogénicos, en los que el agua puede ser un factor crítico y, por esa razón, había que tomar algunas medidas para preservar el agua (en las probetas saturadas) o evitar la inclusión de agua no deseada (en las probetas secas). El recubrimiento de las probetas con una película de plástico resultó ser una forma sencilla y eficaz de preservar las condiciones del agua.

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Se realizaron y analizaron más de 250 experimentos. En esta sección se presentan los resultados obtenidos para todas las configuraciones. Los resultados presentados se agrupan en función de las diferentes amasadas de fabricación. Las amasadas correspondientes al SCC se etiquetan como A, y los correspondientes al CryCon como B. Para los dos tipos de hormigón estudiados, cada amasada se ensayó a una temperatura fija, analizando la influencia de la velocidad de deformación y del contenido de agua en los resultados.

2.1. Régimen cuasiestático

La figura 3 presenta la resistencia a la compresión del material ensayado en las diferentes configuraciones. Del mismo modo, la Figura 4 muestra la resistencia a la tracción indirecta de los hormigones ensayados. Para ahorrar tiempo y material, no se ensayaron todos los lotes con todas las configuraciones posibles (temperatura y nivel de saturación).

En cuanto al proceso de fabricación, este se desarrolló con éxito en el caso del SCC, sin problemas destacables. Sin embargo, la primera amasada de hormigón criogénico requirió un reajuste de la relación agua/cemento, ya que la mezcla resultó excesivamente seca tal y como se había diseñado inicialmente.

Los resultados muestran que, para cada hormigón, los valores de referencia concuerdan bien (en las mismas condiciones ensayadas, pero con amasadas diferentes). Los problemas de fabricación encontrados en B1 son visibles en las resistencias a la compresión y a la tracción. La adición del aditivo aireante en el hormigón criogénico provocó más incertidumbre en las propiedades mecánicas finales, obteniéndose cierta dispersión en los resultados de compresión entre los lotes B1 y B2. No obstante, la resistencia a la compresión fue en ambos casos superior a 30 MPa.



Figura 3: Resistencia a compresión en ensayos cuasiestáticos

En trabajos previos [1, 6] se describen los efectos de la temperatura y la saturación en la resistencia a compresión del hormigón. Cuando el rango de temperatura está entre 0 y -20 °C, la creación de hielo en los poros tiene un efecto beneficioso de llenado casi completo de los poros más grandes, lo que conduce a un gran aumento de la resistencia última a compresión, efecto conocido como "efecto bomba a baja temperatura" [6]. Cuando la temperatura oscila entre -20 y -45 a -60 °C, y en el caso del hormigón saturado de agua, se produce una expansión significativa, y la resistencia última a la compresión aumenta en menor medida. La expansión oprime la matriz de hormigón circundante, lo que conduce al desarrollo de grietas y, finalmente, ralentiza el ritmo de crecimiento de la resistencia del hormigón. [6].

La resistencia a la compresión del hormigón muestra una tendencia decreciente aproximadamente lineal con el aumento de la saturación de agua. Estos resultados concuerdan con los encontrados en [11].

Como ya se ha mencionado, la extracción de las probetas cilíndricas para el ensayo se realizó mediante perforación en el macizo de hormigón. Esto ofrecía una buena solución para evitar efectos de pared sin embargo, en algunos casos introducía otro tipo de incertidumbres como desviaciones del eje durante el proceso de taladrado. Este efecto pudo observarse en las probetas del lote A2, cuyos resultados también arrojaron algo más de dispersión.



Figura 4: Resistencia a tracción indirecta obtenida de los ensayos brasileños cuasiestáticos.

La resistencia a la tracción indirecta del CryCon a baja temperatura muestra un incremento notable. especialmente de 20 a - 50 °C. Este comportamiento también se observó en [7], donde los autores señalan que por debajo de - 70 °C la influencia de la temperatura en la resistencia a la tracción se hace menos pronunciada y los valores de resistencia parecen aproximarse a un valor asintótico. La disminución de la temperatura también aumenta la resistencia a la tracción. Sin embargo, las mejoras de la resistencia a la tracción no son tan pronunciadas como en el caso de la compresión. Como se explica en [1], y contrariamente al comportamiento a compresión, el mayor incremento de la resistencia a tracción se produce en el rango comprendido entre aproximadamente 0 y -40 °C En el caso de hormigones saturados de agua y/o sellados, el pico se alcanza a -60 °C.

2.2. Régimen dinámico

Para los ensayos dinámicos en barra Hopkinson, la tensión máxima alcanzada se calcula siguiendo el procedimiento descrito en [12]. Junto con la tensión, la referencia al valor cuasiestático se da también como el Factor de Incremento Dinámico (DIF). Este DIF se refiere siempre al valor cuasiestático en las mismas condiciones experimentales:

$$DIF = \frac{f_{i,dyn}}{f_i} \tag{1}$$

La figura 5 presenta los factores DIF de compresión y tracción resultantes a diferentes velocidades de deformación para ambos hormigones ensayados.



Figura 5: Resultados para el factor de incremento dinámico (DIF).

A temperatura ambiente, se realizaron ensayos cuasiestáticos y dinámicos sin incidencias destacables. Ambos hormigones (amasadas A1 y B1) mostraron el incremento dinámico esperado en las resistencias a compresión y tracción. Aunque se obtuvieron valores de tensión más elevados para SCC, CryCon mostró un DIF mayor. La corrección de agua en CryCon introdujo cierta dispersión en los resultados obtenidos para B1, lo que puede apreciarse en los diferentes valores de resistencia a compresión con respecto a la amasada B2.

Los resultados experimentales muestran que la combinación entre la baja temperatura y la condición de carga de compresión a alta velocidad de deformación reduce el efecto del DIF a medida que disminuye la temperatura, como se encontró en [5].

El nivel de saturación juega también un papel importante en las propiedades dinámicas del hormigón. La temperatura tiene un ligero efecto cuando el contenido de humedad de las probetas es bajo, pero cuando el contenido de agua es alto, la temperatura tiene un efecto muy dramático en el comportamiento dinámico del hormigón [6], este efecto puede verse en la evolución de los parámetros DIF para ambos hormigones.

4. CONCLUSIONES

Este trabajo presenta la caracterización experimental de dos hormigones, un hormigón autocompactante y otro criogénico, sometidos a alta velocidad de deformación, hasta ~300 s-1, y temperaturas criogénicas hasta -50 °C. La caracterización incluyó experimentos cuasiestáticos y dinámicos utilizando una barra Hopkinson y bajo cargas de compresión y tracción indirecta. Se analizaron tres temperaturas diferentes (RT, -30 y -50 °C) así como los dos niveles de saturación (seco y totalmente saturado).

El objetivo de este trabajo fue caracterizar el hormigón criogénico con el fin de ser utilizado como material potencial para el diseño y construcción de tanques criogénicos para el almacenamiento de Gas Natural Licuado (GNL) y otro tipo de gases licuados. Con la presente investigación, se da un primer paso estudiando el comportamiento del hormigón en condiciones extremas como temperaturas criogénicas y altas velocidades de deformación. En futuros pasos, se derivarán modelos numéricos de materiales a partir de los resultados experimentales. Con ellos será posible analizar numéricamente la diferencia entre el hormigón estándar y las nuevas estructuras de hormigón criogénico utilizadas para el almacenamiento de gases licuados, buscando optimizar las estructuras en caso de accidente, sabotaje u otros peligros que introduzcan condiciones de carga no previstas en el diseño.

De ahí que sea muy necesario estudiar el comportamiento del hormigón en condiciones extremas como las temperaturas criogénicas. Tal como se ha presentado en la introducción, se ha trabajado mucho en este campo en el régimen cuasiestático (véase la revisión recopilada en [3]) sin embargo, sólo unos pocos estudios se han centrado en el comportamiento dinámico a tales temperaturas.

Aunque los resultados a temperatura ambiente mostraron la tendencia esperada para ambos hormigones, los ensayos criogénicos ofrecieron algunos resultados interesantes y destacables. En régimen cuasiestático, los ensavos a bajas temperaturas aumentaron los valores alcanzados para compresión y tracción, y la presencia de agua incrementó este aumento. Sin embargo, en el régimen dinámico, dejando aparte el DIF inherente, la presencia de agua mostró un comportamiento inesperado sobre el hormigón que fue más relevante en el caso de la compresión. A -50 grados, el incremento dinámico se redujo con respecto al incremento observado a temperatura ambiente pero, además, el agua congelada parece tener un efecto negativo en este rango de temperaturas. En estudios anteriores se ha demostrado que, tanto en el régimen cuasiestático como en el dinámico, existe una tendencia al aumento de la resistencia, pero no se ha estudiado en detalle el claro efecto del agua. Además, es posible que nos encontremos en un intervalo de temperaturas en el que la influencia positiva del agua no sea tan clara. Este es un buen punto de partida para próximas investigaciones y puede ser el tema central de futuras publicaciones.

ACKNOLEDGEMENTS

Víctor Rey de Pedraza agradece a la Fundación Entrecanales Ibarra la financiación recibida para la realización de la estancia predoctoral.

Los autores quieren dar las gracias a Ch. Brenneis and Th. Greuther por la preparación y soporte técnico de los dispositivos de ensayos durante la campaña experimental.

REFERENCES

- N. Krstulovic-Opara, "Liquefied Natural Gas Storage: Material Behavior of Concrete at Cryogenic Temperatures," *ACI Materials Journal*, 104-M33, pp. 297–306, 2007.
- [2] A. Filiatrault and M. Holleran, "Stress-strain behavior of reinforcing steel and concrete under seismic strain rates and low temperatures," *Materials and Structures*, vol. 34, pp. 235–239, 2001.
- [3] Marshall, "Cryogenic concrete," *cryogenics*, pp. 555–565, 1982.
- M. K. Ismail and A. A. A. Hassan, "Effect of Cold Temperatures on Performance of Concrete under Impact Loading," *J. Cold Reg. Eng.*, vol. 34, no. 3, 2020, doi: 10.1061/(ASCE)CR.1943-5495.0000226.
- [5] T. J. MacLean and A. Lloyd, "High strain rate and low temperature effects on the compressive behaviour of concrete," *International Journal of Protective Structures*, vol. 12, no. 1, pp. 73–94, 2021, doi: 10.1177/2041419620927418.
- Y. Qiao, H. Wang, L. Cai, W. Zhang, and B. Yang, "Influence of low temperature on dynamic behavior of concrete," *Construction and Building Materials*, vol. 115, pp. 214–220, 2016, doi: 10.1016/j.conbuildmat.2016.04.046.
- [7] C. Rocco, J. PLanas, G. V. Guinea, and M. Elices, Eds., *Fracture properties of concrete in cryogenic conditions*, 2001.
- [8] Testing hardened concrete Part 3: Compressive strength of test specimens, DIN EN 12390-3 (04-02), DIN Deutsches Institut f
 ür Normung e. V.
- [9] Testing hardened concrete □ Part 6: Tensile splitting strength of test specimens;, DIN EN 12390-6 (02-01), DIN Deutsches Institut für Normung e. V.
- [10] J. A. Paredes, J. C. Gálvez, A. Enfedaque, y M. G. Alberti, "Matrix Optimization of Ultra High Performance Concrete for Improving Strength and Durability," *Materials*, vol. 14, no. 22, p. 6944, 2021, doi: 10.3390/ma14226944.
- [11] G. Zhang, X. Li, and Z. Li, "Experimental Study on Static Mechanical Properties and Moisture Contents of Concrete Under Water Environment," *Sustainability*, vol. 11, no. 10, p. 2962, 2019, doi: 10.3390/su11102962.
- [12] V. Rey-De-Pedraza, D. Cendón, V. Sánchez-Gálvez, y F. Gálvez, "Measurement of fracture properties of concrete at high strain rates," *Philos. Trans. R. Soc. Math. Phys. Eng. Sci.*, vol. 375, p. 20160174, 2017, doi: 10.1098/rsta.2016.0174.

Revista de Mecánica de la Fractura Vol.7 (2024)

METODOS Y MODELOS ANALÍTICOS Y NUMÉRICOS

Revista de Mecánica de la Fractura Vol.7 (2024)

APLICACIONES ESPECIALES DEL MODELO DE FISURA COHESIVA EMBEBIDA

David A. Cendón^{1*}

¹ Centro de Investigación en Materiales Estructurales (CIME, Departamento de Ciencia de Materiales, Universidad Politécnica de Madrid, c/Profesor Aranguren 3, 28040 Madrid, Spain * Persona de contacto: <u>david.cendon.franco@upm.es</u>

RESUMEN

Desde su desarrollo, a principios de los años 60, el modelo de fisura cohesiva se mostró como una sólida alternativa para el estudio y la simulación de procesos de fisuración caracterizados por un deterioro progresivo del material en una zona denominada ZPF (Zona en Proceso de Fractura). En el caso particular del hormigón en masa y otros materiales cuasifrágiles, permite predecir el efecto de tamaño con gran precisión, empleando parámetros que pueden medirse experimentalmente. De todas sus implementaciones numéricas, la fisura cohesiva embebida desarrollada por Planas y Sancho en la década de los 2000, destaca por su versatilidad y su capacidad para proporcionar resultados precisos en un rango amplio de estados y combinaciones de carga. Basadas en esta implementación, en este trabajo se presentan dos variantes preliminares para aplicar el modelo a materiales que presentan endurecimiento una vez que ha comenzado el proceso de daño del material, como es el caso de algunos hormigones reforzados con fibras o el de materiales con respuesta reológica sometidos a alta velocidad de deformación.

PALABRAS CLAVE: Fisura Cohesiva, Fisura Embebida, Elementos Finitos.

ABSTRACT

Since its development in the early 1960s, the cohesive crack model (CCM) has proven to be a solid framework for the numerical simulation of cracking processes characterized by a progressive damage in a region of the material called ZPF (Fracture Process Zone). In the case of plain concrete and other quasi-fragile materials, the CCM accurately predicts the size effect using parameters that can be measured experimentally. Among the different numerical implementations proposed by many researchers along the years, the embedded cohesive crack developed by Planas and Sancho in the 2000s stands out for its versatility and its ability to provide accurate results in a wide range of load combinations. Based on this implementation two preliminary variants are presented in this work to apply the model to materials exhibiting hardening once the material damage process has begun, as is the case of some fiber-reinforced concrete or materials with rheological response when subjected to high strain rates.

KEYWORDS: Fracture, Structural Integrity, Fatigue.

1. INTRODUCCIÓN

Desde su desarrollo, a principios de los años 60 [1], [2], el modelo de fisura cohesiva se mostró como una sólida alternativa para el estudio y la simulación de procesos de fisuración caracterizados por un deterioro progresivo del material en una zona denominada ZPF (Zona en Proceso de Fractura). En los años 70, Hillerborg et al. [3] lo aplicaron a la fractura de materiales cuasifrágiles, convirtiéndose desde ese momento en la herramienta más ampliamente utilizada para simular la fractura y el efecto de tamaño en estos materiales. Tratándose de un modelo muy intuitivo y conceptualmente sencillo, su aplicación numérica no está exenta de dificultades que han ido resolviéndose con diferentes aproximaciones: definición de un ancho de banda, elementos de intercara, X-FEM...etc. Sin embargo, la combinación del modelo de fisura cohesiva con la técnica de la fisura embebida desarrollada por Planas y Sancho en la década de los 2000 [4], ha permitido resolver muchas de estas dificultades, pudiendo incorporarse con facilidad a todo

tipo de programas de elementos finitos, incluyendo programas comerciales. Esta facilidad ha posibilitado también extender su uso a diversas aplicaciones que van más allá de la fractura del hormigón en masa en régimen estático. Algunos ejemplos pueden ser [5] y [6].

En este artículo, se presenta un resumen de las características fundamentales del modelo de fisura cohesiva embebida desarrollado por Planas y Sancho y dos propuestas para desarrollar en el futuro que pueden ser útiles para materiales que, una vez empiezan a dañarse, presentan cierto endurecimiento previo a la fisuración final, como puede ser el caso de hormigones reforzados con fibras u hormigones sometidos a alta velocidad de deformación.

2. LA FISURA EMBEBIDA

2.2. Fundamento teórico

Uno de los primeros trabajos sobre la fisura embebida es el de Simó *et al.* [7], si bien otros investigadores también han contribuido a su desarrollo [8], [9]. Esencialmente, esta técnica consiste en insertar una discontinuidad en el campo de desplazamientos del continuo, tal y como muestra la figura 1. Dicha discontinuidad es la representación matemática de una fisura dentro del continuo. La fisura separa al continuo en dos dominios, A⁻ y A⁺ a ambos lados.



Figura 1. Fisura embebida insertada en un elemento finto. a) Elemento sin fisura; b) Elemento con la fisura embebida. Figura adaptada de [4].

La introducción de la discontinuidad tiene su reflejo en la formulación del campo de desplazamientos de un elemento:

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}) = \sum_{\alpha \in A} N_{\alpha}(\mathbf{x}) \mathbf{u}_{\alpha} + [H(\mathbf{x}) - N^{+}(\mathbf{x})] \mathbf{w}$$
(1)

Siendo **u** el vector de desplazamientos, N_{α} la función de forma correspondiente al nodo α , H la función salto de Heaviside centrada en el plano de la fisura, \mathbf{u}_{α} el vector de desplazamientos nodales del nodo α y **w** el vector de abertura de fisura. N^+ es la suma de todas las funciones de forma correspondientes al dominio A⁺. Con las relaciones cinemáticas para pequeños desplazamientos, puede obtenerse el tensor de deformaciones en el elemento finito:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{c}(\mathbf{x}) = \boldsymbol{\varepsilon}_{a}(\mathbf{x}) - [\mathbf{b}^{+}(\mathbf{x}) \otimes \mathbf{w}]^{S}$$
⁽²⁾

Donde $\mathbf{\epsilon}^{a}$ y \mathbf{b}^{+} vienen dados por:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{\alpha}(\mathbf{x}) = \sum_{\alpha \in A} [\mathbf{b}_{\alpha}(\mathbf{x}) \otimes \mathbf{u}_{\alpha}]^{S}$$
(3)

$$\mathbf{b}^{+}(\mathbf{x}) = \sum_{\alpha \in A^{+}} [\mathbf{b}_{\alpha}(\mathbf{x}) \otimes \mathbf{u}_{\alpha}]^{S}$$
(4)

 $\boldsymbol{\epsilon}_a$ es el tensor de deformaciones aparentes, que es el que tendría el elemento con los mismos desplazamientos nodales si no existiese una fisura embebida. El vector \mathbf{b}^+ , por su parte, depende de los nodos del dominio A^+ separados por la fisura. Nótese que, dependiendo del tipo de elemento, para una misma orientación de fisura hay varias elecciones posibles del domino A^+ y, por tanto, varias opciones posibles para el vector \mathbf{b}^+ .

Con respecto al comportamiento de la fisura, de acuerdo con el modelo cohesivo tal y como fue propuesto por Hillerborg et al. [3], existe una relación entre el vector de abertura de fisura y el vector de tracciones trasmitido por la fisura cohesiva, t:

$$\mathbf{t} = \mathbf{t}(\mathbf{w}) \tag{5}$$

Este vector de tracciones tiene que estar en equilibrio, a lo largo del plano de fisura/discontinuidad, con el tensor de tensiones de Cauchy, σ , el cual, a su vez, dependerá del tensor de deformaciones dado por la expresión (3), a través de la ecuación constitutiva del material:

$$[\sigma(\varepsilon_{\rm c})]\mathbf{n} = \mathbf{t}(\mathbf{w}) \tag{6}$$

A partir de las ecuaciones (1) a (6), puede implementarse un modelo de fisura cohesiva embebida, si bien debe tenerse en cuenta que la ecuación (6) debe cumplirse, teóricamente, a lo largo de todos los puntos de la fisura.

2.2. Implementación de Planas y Sancho

En el año 2004, los investigadores Planas y Sancho [4] presentaron una implementación del modelo de fisura cohesiva para simular la fractura del hormigón, y otros materiales cuasifrágiles, basada en las siguientes características:

- Comportamiento del continuo (ecuación constitutiva) elástico y lineal.
- Elementos triangulares bidimensionales de tensión (y deformación) constante.
- Modelo de fuerzas centrales para el comportamiento de la fisura cohesiva.
- Fisura adaptable en los primeros estadios de fisuración.

Teniendo en cuenta las expresiones (2) y (6), la implementación de Planas y Sancho se expresa mediante la ecuación:

$$[\mathbf{D}(\boldsymbol{\varepsilon}_{a} - [\mathbf{b}^{+} \otimes \mathbf{w}]^{S})]\boldsymbol{n} = \frac{f(\widetilde{w})}{\widetilde{w}}\mathbf{w}$$
(7)

D es el tensor de propiedades elásticas de un material isótropo elástico y lineal mientras que, en parte derecha de la ecuacion, tenemos el modelo cohesivo de fuerzas centrales, en el que el vector de tracciones entre los labios de fisura es proporcional al vector de abertura de fisura **w**. f(x) es la curva de ablandamiento y \tilde{w} es una abertura de fisura equivalente que se obtiene como el máximo valor histórico de la norma del vector **w**. Más detalles sobre el modelo pueden encontrarse en [4].

El uso de elementos de tensión constante es una característica fundamental en esta implementacion. Por un lado, simplifica el modelo ya que, al ser elementos de tensión constante, la ecuación (6) es constante para todo el elemento por lo que, una vez fijado el vector \mathbf{b}^+ , la única incógnita de la ecuación es la abertura de fisura \mathbf{w} que, en consonancia con un campo de deformaciones constante, tiene un único valor para todo el elemento. Por

otra parte, hace posible la implementación del modelo a nivel de material, no de elemento, lo cual hace que pueda incorporarse a una gran cantidad de programas de elementos finitos, con el único requisito que permitan programar materiales de usuario.

2.3. Fisura embebida y fisura distribuida o 'smeared crack'

Junto con la aproximación de la fisura discreta, la fisura distribuida o *smeared crack* [10], es otra aproximación clásica para simular de la fisuración del hormigón. Frente a la primera, la fisura distribuida plantea que la fisura esta uniformemente distribuida por el interior del elemento, con una cierta orientación (figura 2).



Figura 2. Representación esquemática de la fisura dsitribuida (adaptada de [11]).

Si bien, hasta cierto punto ambas aproximaciones se pueden considerar antagónicas, en 2018, Planas *et al.* [11] presentaron una formulación unificada que permite adaptar la formulación de la fisura embebida por la fisura distribuida mediante un cambio muy sencillo del vector \mathbf{b}^+ , cuando éste es constante en el elemento:

$$\mathbf{b}^{+} = \frac{\mathbf{n}}{h_{p}} = \mathbf{m} \tag{8}$$

Esta formulación unificada, además de ser útil con fines comparativos, también puede resultar interesante en algunas ocasiones, como se mostrará en el apartado 4.

3. ALGUNAS APLICACIONES ESPECIALES DEL MODELO DE FISURA COHESIVA EMBEBIDA

En este apartado se muestran dos aplicaciones preliminares de la fisura embebida aplicada a materiales cuasifragiles. En ambos casos son aplicaciones para materiales que una vez empiezan a fisurarse muestran endurecimiento. Ambas implementaciones se han realizado en programas de cálculo por elementos finitos de integración explícita, LS-DYNA y ABAQUS/ Explicit, Se ha empleado el elemento más habitual en cálculo explícito, que es el hexaedro de integración reducida y tensión y deformación constante. Frente a los triángulos de tensión constante de la implementación de Planas y Sancho, la implementación con elementos hexaédricos de integración reducida pierde cierta coherencia, dado que el campo de desplazamientos deja de ser lineal y, sin embargo, la solución de la ecuación (6) se hace a nivel de elemento, imponiendo que la abertura de fisura sea constante (algo incompatible con el campo de desplazamientos).

3.1. Elemento con múltiples fisuras embebidas

Un aspecto clave de la fisura cohesiva formulada por Hillerborg *et al.*, es que en ella se concentran los mecanismos de fractura, asumiendo que el resto del material permanece en régimen elástico y lineal. Esta característica asume implícitamente que el material dañado en la fisura se ablanda, mientras que fuera de esta zona el material se descarga en régimen elástico y lineal. Sin embargo, pueden existir situaciones en las que un material que, tras fisurarse, endurece, como en ciertos hormigones reforzados con fibras o la de un material que, una vez empieza a dañarse, muestra un comportamiento viscoso a alta velocidad de deformación.

De forma simplificada, la secuencia seria la siguiente (figura 3): al alcanzar la resistencia a tracción, se produciría una primera fisura en una región más débil del material. Al seguir aumentando la deformación, el endurecimiento de la fisura haría que se superase la resistencia a tracción en una región cercana, con lo que se produciría una nueva fisura que, al aumentar la deformación, endurecería y así sucesivamente (figura 3). Al final, tendríamos una serie de fisuras paralelas con un cierto espaciamiento d, el cual dependería de ciertas características como la estructura del material, el tamaño de las fibras de refuerzo...etc. Al aumentar la deformación, la abertura de estas fisuras iría aumentando en paralelo hasta que, en una de ellas, la resistencia alcanzaría su máximo y comenzaría a ablandar mientras que el resto de las fisuras se descargarían elásticamente.



Figura 3. Secuencia de fisuración en un material con endurecimiento en la fisura.

Simular este comportamiento de endurecimiento con fisura discreta, embebida o no, introduciría una dependencia de la malla, ya que el comportamiento dependería del número de fisuras que pueda incorporar nuestro modelo y, por tanto, del tamaño de malla.

Este problema puede solventarse embebiendo en el elemento, no una, sino una familia de ellas con un cierto espaciamiento, definiendo para ello una nueva variable, el espaciamiento de fisuras d. Para simplificar la formulación se ha recurrido a la fisura distribuida, de acuerdo con la ecuación (8), con lo que en la práctica se están distribuyendo varias fisuras en el elemento a una distancia d entre sí. Este modelo se ha programado para una fisura cohesiva viscosa, cuya resistencia aumenta con la velocidad de deformación. En un estado unidimensional de tracción uniaxial, el comportamiento de la fisura cohesiva viene dado por:

$$f(\widetilde{w}, \dot{\widetilde{w}}) = f(\widetilde{w}) \cdot g(\dot{\widetilde{w}}) \tag{9}$$

Siendo:

$$g(\dot{\tilde{w}}) = 1 + \left(\frac{\dot{\tilde{w}}}{\ddot{\tilde{w}}_0}\right)^n \tag{10}$$

Donde \hat{W} es la velocidad de abertura de fisura, y \hat{W}_0 y *n* son parámetros del material que representan la velocidad de abertura de fisura de referencia y la sensibilidad a la velocidad de abertura de fisura. En fase de endurecimiento, resulta la siguiente ecuación para la fisura embebida:

$$[\mathbf{D}(\boldsymbol{\varepsilon}_{a} - N[\mathbf{m} \otimes \mathbf{w}]^{S})]\boldsymbol{n} = \frac{f(\widetilde{w})}{\widetilde{w}} \mathbf{w} \cdot g(\hat{w})$$
(11)

Siendo N el numero de fisuras, que puede obtenerse como:

$$N = h_p/d \tag{12}$$

Durante la fase de fisuración con endurecimiento, las N fisuras embebidas en el elemento presentan la misma abertura de fisura, **w**. Sin embargo, una vez se alcanza el máximo de resistencia en la fisura (máximo valor del modulo del vector de tracciones en la fisura), una de las fisuras embebidas aumenta su abertura de fisura, mientras el resto se descarga. Esto introduce una nueva variable en el elemento, que es la abertura de la familia de fisuras que se descarga, **w**_d:

$$[\mathbf{D}(\boldsymbol{\varepsilon}_{a} - (N-1)[\mathbf{m} \otimes \mathbf{w}_{d}]^{S} - [\mathbf{m} \otimes \mathbf{w}]^{S})]\boldsymbol{n} = \frac{f(\widetilde{w})}{\widetilde{w}}\boldsymbol{w} \cdot g(\widetilde{w})$$
(13)

Aunque esta formulación introduce la incógnita adicional de la abertura w_d , dado que ambas familias de fisuras tienen la misma orientación y están en el mismo elemento, debe cumplirse:

$$\frac{f(\tilde{w})}{\tilde{w}} \boldsymbol{w} \cdot g(\hat{w}) = \frac{f(\tilde{w}_d)}{\tilde{w}_d} \boldsymbol{w}_d \cdot g(\hat{w}_d)$$
(14)

La fisura **w** se encuentra en fase de carga, mientras que la \mathbf{w}_d se está descargando, por lo que la ecuación (14) se transforma en:

$$f(\widetilde{w}) \cdot g(\dot{\widetilde{w}}) = \frac{f(\widetilde{w}_d)}{\widetilde{w}_d} |\overline{w_d}| \cdot g(\dot{\widetilde{w}}_d)$$
(15)

Esta ecuación permite establecer una relación entre los módulos de abertura de fisura de ambas familias:

$$\left|\overline{\boldsymbol{w}_{\boldsymbol{d}}}\right| = \frac{f(\tilde{\boldsymbol{w}}) \cdot g(\tilde{\boldsymbol{w}}) \cdot \tilde{\boldsymbol{w}}_{\boldsymbol{d}}}{f(\tilde{\boldsymbol{w}}_{\boldsymbol{d}}) \cdot g(\tilde{\boldsymbol{w}}_{\boldsymbol{d}})}$$
(16)

Con lo que la ecuación queda:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{D} \left(\boldsymbol{\varepsilon}_{a} - \left[1 + (N-1) \frac{f(\tilde{w}) \cdot g(\tilde{w}) \cdot \tilde{w}_{d}}{\tilde{w} \cdot f(\tilde{w}_{d}) \cdot g(\tilde{w}_{d})} \right] [\mathbf{m} \otimes \mathbf{w}]^{S} \right) \end{bmatrix} \mathbf{n} = \frac{f(\tilde{w})}{\tilde{w}} \mathbf{w} \cdot g(\tilde{w}) \tag{17}$$

Este modelo se ha implementado en el programa de elementos finitos LS-DYNA, e integración explícita,

mediante elementos hexaédricos de integración reducida. Dado que se trata únicamente de una implementación preliminar, en este trabajo sólo se presentan resultados de un prisma de sección cuadrada de 10mm x 10mm y longitud 30mm, sometido a tracción directa. La resistencia a tracción estática empleada en la simulación es de 3 MPa. Se han realizado dos mallas distintas: una, con un único elemento abarcando toda la barra, y otra con 3 elementos. La barra de 3 elementos se ha simulado con la implementación clásica de una única familia de elementos (es decir con N=1), mientras que para la barra de 1 elemento se han empleado 2 modelos distintos, uno con una única familia (N=1) y el otro con dos familias de fisuras y N=3. La figura 4 muestra el resultado obtenido en una solicitación de tracción según el eje del prisma, sin incluir viscosidad en la fisura, es decir, con un valor de $\dot{\tilde{w}}_0$ prácticamente infinito. Como puede apreciarse, el resultado de las tres simulaciones es idéntico.



Figura 4. Respuesta tensión-tiempo de un proceso de carga en un prisma sin viscosidad, con los tres modelos.

En la figura 5, en cambio, se han repetido las tres simulaciones pero en esta ocasión incorporando la viscosidad a la fisura. El primer efecto que puede apreciarse es, lógicamente, unos niveles de tensión superiores a la resistencia a tracción en régimen estático (3 MPa). Sin embargo, el efecto más llamativo es la pérdida de objetividad de malla en el modelo de una familia de fisura (1familia-1elemento, frente a 1familia-3elementos). En cambio, la simulación con un elemento y 2 familias (con espaciamiento de 10mm) recupera la objetividad ya que, en realidad, el elemento incorpora las 3 fisuras que sí están presentes en la malla de 3 elementos con una única fisura embebida cada uno.



Figura 5. Respuesta del mismo proceso de carga en un prisma con viscosidad, para los tres modelos.

Este modelo preliminar tiene el inconveniente de necesitar de un nuevo parámetro de material (el espaciamiento entre fisuras). Sin embargo, se trata de un parámetro que tiene cierto sentido físico ya que, en la realidad, los elementos que presentan endurecimiento tras la fisuración suelen mostrar un patrón de fisuras con un espaciamiento más o menos regular. Otro inconveniente del modelo es que requiere que el tamaño de elemento empleado sea, como mínimo, igual al espaciamiento entre fisuras algo que, en algunas ocasiones puede llevar a elementos excesivamente grandes.

3.2. Elemento con modelo de daño en el continuo y fisura cohesiva embebida

El modelo detallado en el apartado anterior presupone que el daño en el material genera fisuras perfectamente localizadas. Sin embargo, cuando comienza un proceso de daño que debilita al material, no disminuyendo su resistencia, habitualmente el daño se extiende por todo el volumen del material, no concentrándose en una serie de regiones (fisuras). Parece lógico que en estos casos el daño se incluya en la ecuación constitutiva del continuo, dejando la fisura para simular exclusivamente el proceso de ablandamiento final del material.

Una alternativa sencilla para simular este deterioro del material previo a la formación de una fisura puede ser un modelo de daño escalar, como por ejemplo el de Mazars [12]. El modelo de Mazars es un modelo de daño escalar isótropo que se basa en debilitar el módulo elástico del material mediante la expresión:

$$(1-D)\mathbf{E}\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\sigma} \tag{18}$$

Siendo **E** el tensor de cuarto orden de constantes elásticas y lineales, σ el tensor de tensiones de Cauchy y ϵ el tensor de deformaciones. El parámetro *D*, es el parámetro de daño, cuyo valor varía entre 0 (ausencia de daño) y 1 (daño total), y cuya evolución está gobernada por una deformación equivalente:

$$\tilde{\varepsilon} = \sqrt{\sum_{i} (\varepsilon_i)_+^2} \tag{19}$$

Siendo ε_i las deformaciones principales y el operador $\langle \rangle_+$ devuelve el escalar sobre el que opera si éste es positivo y 0 en caso contrario. El parámetro *D* tiene una contribución distinta de las deformaciones de tracción y de compresión, de acuerdo con la expresión:

$$D = \alpha_t D_t + \alpha_c D_c \tag{20}$$

 D_t y Dc pueden obtenerse mediante:

$$D_i = 1 - \frac{\varepsilon_{D_0}(1 - A_i)}{\tilde{\varepsilon}} - \frac{A_i}{exp[B_i(\tilde{\varepsilon} - \varepsilon_{D_0})]}$$
(21)

Siendo *i* un subíndice que puede sustituirse por *t* y *c* de la ecuación (20) y ε_{D_0} es el umbral de deformación

equivalente a partir del cual el material empieza a acumular daño. A_i y B_i son parámetros que deben ajustarse para cada material.

El modelo de Mazars se ha empleado habitualmente para simular el comportamiento en fractura de hormigones convencionales y, por tanto, con ablandamiento en fractura. Utilizando, por ejemplo, los parámetros sugeridos en [13] (ver tabla 1), se obtiene el comportamiento en tracción uniaxial mostrado en la figura 6a. Sin embargo, en esta implementación se busca representar un comportamiento con endurecimiento por deformación mientras el daño progresa, hasta alcanzar un cierto máximo. Este comportamiento es posible, mediante una adecuada selección de parámetros. Por ejemplo, empleando los parámetros propuestos en la columna derecha de la tabla 1, el comportamiento varía de acuerdo con la curva mostrada en la figura 6b.

Tabla 1. Selección de parámetros empleados en el modelo del continuo de Mazars.

Parámetro	Pijaudier-Cabot	Propuesto en
	& Mazars [13]	este trabajo
E_0	30GPa	30GPa
ν	0.2	0.2
k_0	10-4	10-4
A_{t}	0.7-1.2	0.08
$B_{\rm t}$	$10^4 - 5 \cdot 10^4$	300
A_c	1-1.5	0.7
B _c	$10^{3} - 2 \cdot 10^{3}$	1500
ß	1-1.05	1



Figura 6. Tensión deformación uniaxial para el modelo de Mazars, con distintos parámetros de material.

Si bien desde el punto de vista conceptual el modelo de Mazars es sencillo, las condiciones de coalescencia y nucleación del daño en una fisura no son obvias. En este trabajo, se ha recurrido en una implementación sencilla, basada en insertar la fisura en la dirección perpendicular a la tensión principal, cuando ésta disminuye entre dos pasos sucesivos, pero la deformación equivalente aumenta. Una vez se inserta la fisura embebida, la variable de daño se congela y la formulación pasa a ser:

$$[(1-D)\mathbf{D}(\boldsymbol{\varepsilon}_{a}-[\mathbf{b}^{+}\otimes\mathbf{w}]^{S})]\boldsymbol{n}=\frac{f(\widetilde{w})}{\widetilde{w}}\mathbf{w}$$
(22)

Donde el parámetro de daño D no es variable, ya que se mantiene fijo una vez se introduce la fisura.

En la figura 7 se muestra, a modo de ejemplo, el resultado de un cálculo con el modelo descrito programado como material de usuario para el programa ABAQUS/Explicit sobre un único elemento cubico de 10mm de lado, sometido a tracción en dirección perpendicular a una de sus caras. Se ha empleado una curva de ablandamiento exponencial [14], y una energía de fractura de 1000 N/m.



modelo de Mazars combinado con fisura embebida.

La combinación de un modelo de daño en el continuo con una fisura cohesiva persigue simular una transición suave entre el proceso de daño en el continuo y la nucleación de dicho daño en una fisura. Por este motivo, parece lógico que la transición entre ambos modelos (daño y fisura cohesiva) sea también suave. Para ello, se propone en este trabajo una curva de ablandamiento basada en la función de densidad de una ley de probabilidad gaussiana, de acuerdo con:

$$f(\widetilde{w}) = f_t exp\left[\left(-\pi f_t^2 \widetilde{w}^2\right) / 4G_f^2\right]$$
(23)

El resultado de aplicar esta ley de ablandamiento puede verse también en la figura 7.

5. CONCLUSIONES

El modelo de fisura cohesiva embebida desarrollado por Planas y Sancho sigue siendo una herramienta fiable, precisa y versátil para la simulación de la fractura de materiales cuasifrágiles sometidos a tensiones de tracción. Al poder implementarse a nivel de material, puede adaptarse con relativa sencillez para simular otro tipo de comportamientos del material, como los mostrados en este trabajo.

AGRADECIMIENTOS

El autor desea agradecer la financiación recibida para realizar este trabajo, a través del proyecto PID2021-125553NB-I00/AEI/10.13039/501100011033/ FEDER, UE. En especial, desea agradecer al Profesor Jaime Planas Rosselló, por ser un modelo a seguir y por su compañerismo durante más de 20 años.

REFERENCIAS

D. S. Dugdale, *Yielding of steel sheets containing slits*. Journal of the Mechanics and Physics of Solids 8 (2) (1960) 100-104.

- [2] G.I. Barenblatt, Advances in Applied Mechanics. Elsevier. (1962). pp. 55-129.
- [3] A. Hillerborg, M. Modeer, P. Petersson. Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements. Cem. and Concr. Res.6. (1976), 773-782.
- [4] J.M. Sancho, J. Planas, D.A. Cendón, E. Reyes y J. Gálvez. Un modelo de fisuración del hormigón en modo mixto mediante fisura cohesiva embebida: fundamento teórico. Anales de Mecánica de la Fractura, 21. (2004).
- [5] G. Morales-Alonso, V. Rey de Pedraza, F. Gálvez y D. A. Cendón. Numerical simulation of fracture of concrete at different loading rates by using the cohesive crack model. Theor. and App. Fract. Mech. 96 (2018). 308-325
- [6] D. A. Cendón, N. Jin, Y. Liu, F. Berto, M. Elices. Numerical assessment of gray cast iron notched specimens by using a triaxiality-dependent cohesive zone model. Theor. and App. Fract. Mech. 90 (2017). 259-267
- [7] J. Simo, J. Oliver, F. Armero. An analysis of strong discontinuities induced by strain softening in rateindependent inelastic solids. Comp. Mech. 12. (1993) 277-296.
- [8] M. Jirásek Comparative study on finite elements with embedded cracks. Comp. Meth. in App. Mech. and Eng. 188. (2000), 307-330.
- [9] G.N. Wells "Discontinuous modeling of strain localization and failure". Ph D. Thesis Delft University of Technology (2001).
- [10] J.G. Rots, P. Nauta, G.M.A. Kuster, and J. Blaauwendraad. Smeared crack approach and fracture localization in concrete, HERON, 30(1) (1985).
- [11] J. Planas, J.M. Sancho, B. Sanz. Numerical comparison of localization behavior of smeared and strong-discontinuity crack models in quasi-brittle structures without strong stress concentrators, Anales de Mecánica de la Fractura, 35 (2018) 122-127.
- [12] J. Mazars. Application of the mechanics of the damage to the nonlinear behavior and the rupture of the structural concrete, Doctorate of state of the University Paris VI. (1984).
- [13] G. Pijaudier-Cabot, J. Mazars. Damage models for concrete, Handbook of Materials Behavior Models Academic Press. (2001). 500-512.
- [14] Z.P. Bažant, J. Planas. Fracture and Size Effect in Concrete and Other Quasibrittle Materials. C.R.C. Press, Boca Raton, F.L. (1998).

FRACTURA FRÁGIL EN LA MICROESCALA. COMPARACIÓN ENTRE LA MECÁNICA DE FRACTURA FINITA Y LA MODELIZACIÓN DEL CAMPO DE FASES

S. Jiménez-Alfaro^{1,2*}, C. Maurini², D. Leguillon², J. Reinoso³

¹ Department of Civil and Environmental Engineering. Imperial College London
 ² Institut Jean Le Rond d'Alembert. Sorbonne Université.
 ³ Grupo de Elasticidad y Resistencia de Materiales. Universidad de Sevilla.
 * Persona de contacto: s.jimenez-alfaro@imperial.ac.uk

RESUMEN

En la metodología del Campo de Fase hay un parámetro de longitud relacionado con el tamaño de la región dañada, el cual es proporcional a la longitud de Irwin. En este trabajo, aplicamos la metodología del Campo de Fase al análisis de la fractura a escala micro en materiales frágiles, estudiando el papel de este parámetro cuando el tamaño de la muestra es del orden de la longitud de Irwin. Comparamos las conclusiones obtenidas con las presentadas previamente utilizando la Mecánica de Fractura Finita aplicando el Criterio Acoplado y con experimentos encontrados en la literatura.

PALABRAS CLAVE: Campo de Fase, Microescala, Criterio Acoplado.

ABSTRACT

In the Phase Field methodology, there is a length parameter associated with the size of the damaged region, which is proportional to the Irwin length. In this work, we apply the Phase Field methodology to the analysis of fracture at the micro-scale in brittle materials, studying the role of this parameter when the specimen size is on the order of the Irwin length. We compare the conclusions obtained with those previously presented using Finite Fracture Mechanics applying the Coupled Criterion and with experiments found in the literature.

KEYWORDS: Phase Field, Micro-scale, Coupled Criterion.

1. INTRODUCCIÓN

Uno de los ingredientes fundamentales de la reciente metodología Mecánica de Fractura Finita (FFM) para la predicción de la nucleacion de grietas en materiales y estructuras, es que se asume que una grieta salta una longitud finita dada en el inicio. Esto puede formularse mediante la invocación del Criterio Acoplado (CC) presentado por Leguillon en [1], y que establece que esta longitud depende de la tenacidad del material, la resistencia a la tracción, pero también de la geometría. Siguiendo una visión diferente, según Pham et al. [2] y Bourdin et al. [3], en el Campo de Fase (PF) aplicado a la fractura frágil, existe una longitud relacionada con el material que describe el tamaño de la región dañada, llamada escala de longitud de campo de fase. Tanto la escala de longitud del PF como la longitud de nucleación obtenida por el CC son proporcionales a la longitud de Irwin definida a partir de la tenacidad del material y la resistencia a la tracción. A escala macro, son pequeñas en comparación con cualquier dimensión de la estructura, mientras que a escala micro ambas longitudes son del mismo orden de magnitud o incluso mayores y pueden interactuar con las dimensiones del espécimen. En Jiménez-Alfaro y Leguillon [4], los autores examinan el problema a través del CC al descender las escalas desde

la escala de cm hasta la escala de µm. En línea con esta investigación previa, el objetivo de este trabajo es hacer una comparación entre las conclusiones obtenidas utilizando el modelo PF y las presentadas previamente con el CC. Basándose en resultados anteriores, se puede argumentar que tanto el CC como el modelo PF predicen satisfactoriamente la nucleación de grietas en la macroescala. Sin embargo, este puede ser un tema controvertido en escalas más pequeñas debido que el pequeño tamaño de las muestras provoca una falta de energía potencial disponible para que el fenómeno de fractura tenga lugar. Esto se atribuye al hecho de que en tales escalas se observa que los resultados correspondientes son mucho más sensibles a la tenacidad, pero menos sensibles a la resistencia a la tracción.

Por lo tanto, el objetivo de este trabajo es analizar la respuesta proporcionada por ambas metodologías cuando la longitud de Irwin está demasiado cerca de las dimensiones de la muestra, una situación observada a escala micro en materiales frágiles. Los resultados se comparan con obtenidos en el Criterio Acoplado, y con aquellos obtenidos en experimentos encontrados en la literatura. Es importante señalar que la intención no es determinar si una metodología es más correcta que la otra

o no, sino comparar ambas de manera razonada y explicar las diferencias y similitudes obtenidas.

2. MODELO DE CAMPO DE FASES

Una de las principales características del enfoque del Campo de Fase (PF) para fractura frágil es el hecho de que la grieta se modela como una discontinuidad difusa, siendo caracterizada por una variable continua que define la transición suave entre los estados completamente roto y no roto. La principal ventaja de este método es su versatilidad, ya que permite predecir la nucleación y propagación de grietas en una amplia gama de aplicaciones de ingeniería. Esta metodología se basa en el enfoque variacional de la fractura introducido a finales de los años 90 por Francfort y Marigo [5], y luego regularizado por Bourdin et al. [3] para fractura frágil utilizando la regularización del problema de Mumford-Shah en procesamiento de imágenes presentado en Ambrosio y Tortorelli [7]. Este enfoque variacional, basado en la visión de fractura de Griffith, se describe mediante la minimización de la siguiente energía regularizada E_l , presentada en la Expresión (1). Entre otros, la descripción teórica sobre esta metodología presentada en este trabajo se basa en [8].

$$E_{l}(u,\alpha) = \int_{\Omega} \psi(\varepsilon(u),\alpha) dx + \int_{\Omega} \gamma(\alpha, \nabla \alpha) dx - W_{ext}$$
(1)

Donde $\psi(\varepsilon(u), \alpha)$ denota la densidad de energía de deformación almacenada en el sólido, $\gamma(\alpha, \nabla \alpha)$ define geometría de la grieta y W_{ext} es el trabajo realizado por fuerzas externas. La energía regularizada depende del campo de desplazamientos y de la variable de daño, que varía de 0 (sin daño) a 1 (daño total). Por lo tanto, la densidad de energía de deformación se define en la Expresión (2). Se define una función de degradación para representar la reducción de rigidez cuando aumenta el daño, en este caso, por una función cuadrática. Se utiliza una constante numérica muy baja para evitar problemas de convergencia durante la simulación.

$$\psi(\varepsilon(u),\alpha) = \frac{g(\alpha) + k_{res}}{2} \psi_0^+(\varepsilon(u)) + \psi_0^-(\varepsilon(u))$$
(2)

La densidad de energía de deformación sin daño almacenada en el sólido se divide en $\psi_0^+(\varepsilon(u), \alpha)$ y $\psi_0^-(\varepsilon(u))$, relacionadas respectivamente con los componentes de deformación por tracción y compresión. En este trabajo, la división de la energía de deformación considerada se basa en la descomposición volumétricadeviatorica presentada por Amor et al. [9]. En las Ecuaciones (3) y (4) se proporciona la formulación para $\psi_0^+(\varepsilon(u), \alpha)$ y $\psi_0^-(\varepsilon(u))$ respectivamente. En estas ecuaciones *K* representa el módulo de volumen y ε' la parte deviatoria del tensor de deformación.

$$\psi_0^+(\varepsilon(u)) = \frac{\kappa}{2} \langle tr(\varepsilon)_+^2 + \mu(\varepsilon':\varepsilon')$$
(3)

$$\psi_0^-(\varepsilon(u)) = \frac{\kappa}{2} \langle tr(\varepsilon)^2_- \tag{4}$$

donde está definido en la Expresión (5).

$$\langle tr(\varepsilon)_{\pm} = \frac{tr(\varepsilon)_{\pm} |tr(\varepsilon)|}{2}$$
 (5)

Por otro lado, la función de la geometría de la grieta se describe en la Expresión (6) mediante la llamada escala de longitud del campo de fase, que define el tamaño de la región dañada. Esta función está definida de manera diferente para los modelos AT1 y AT2, ver [8]. En el modelo AT1[1], se considera un umbral elástico inicial (libre de daño), mientras que en el modelo AT2 [10] no se exhibe una etapa elástica lineal antes del pico de esfuerzo. En la Expresión (6) se presenta el modelo AT1, ya que es el que aplicaremos en este trabajo. La escala de longitud del campo de fase se considera una propiedad del material, relacionada con la tasa crítica de liberación de energía y la resistencia a la tracción, como se indica en la Expresión (7) para el caso de deformación plana y el modelo AT1.

$$\gamma(\alpha, \nabla \alpha) = \frac{3}{8} \left(\frac{\alpha}{l} + l |\nabla \alpha|^2 \right)$$
(6)

$$l_{pf} = \frac{3G_c E}{8\sigma_c^2 (1 - \nu^2)}$$
(7)

Para la correcta aplicación de esta metodología, es necesario añadir una condición indispensable, la condición de irreversibilidad, $\dot{\alpha} \ge 0$.

3. ENSAYO DE TRACCION

En el contexto de este estudio, se considera una barra elástica bajo tensión, caracterizada por su longitud *L* y área transversal *S* que está sometida a una fuerza de tracción aplicada *F*, como se muestra en la Figura 1. La composición del material de la barra es alúmina circonia, y sus propiedades mecánicas [11] son: E = 380 GPa, $\nu = 0.22$, $\sigma_c = 400$ MPa and $G_c = 0.023$ MPa mm.



Figura 1. Esquema del ensayo de tracción estudiado.

El objetivo principal de este análisis es determinar el esfuerzo de tracción en el cual ocurre el fallo, denotado como σ_{fail} en función de la longitud de la barra *L* mediante la aplicación de varios criterios. Para iniciar
esta investigación, se empleó el Criterio Acoplado [4]. Se observó que una longitud crítica, $2l_{Irwin}$, juega un papel importante en este análisis. Cuando $L > 2l_{Irwin}$, la tensión de fallo está predominantemente determinada por la condición de tensión del Criterio Acoplado, dada en la Expresión (7), lo que resulta en $\sigma_{fail} = \sigma_c$. Por el contrario, para casos donde $L \le 2l_{Irwin}$, el fallo está principalmente influenciado por la condición de energía, definida como

$$\sigma_{\text{fail}} = \sigma_c \sqrt{\frac{2l_{\text{Irwin}}}{L}} \tag{8}$$

Se observa un aparente efecto de fortalecimiento para $L < 2l_{\text{Irwin}} = L_c$ debido a la pequeñez de la barra a escala microscópica.

En el modelo de PF considerado en esta tesis doctoral, la resistencia a la tracción no se incluye directamente en la formulación de PF. Se considera implícitamente a través de la definición de la escala de longitud del campo de fase l_{pf} , que depende de σ_c , ver [7] para el modelo AT1. La definición de l_{pf} se basa en la solución homogénea del ensayo de tracción unidimensional, donde el esfuerzo máximo al final de la fase elástica se establece como la resistencia a la tracción. Curiosamente, esto significa que no se observaría ningún efecto de fortalecimiento en este problema independientemente de la longitud de la barra, y las predicciones del CC y del PF serían diferentes para $L < L_c$, como se muestra en la Figura 2, donde el esfuerzo de tracción en la falla σ_{fail} se representa como función de la longitud de la barra L, considerando las propiedades de la alúmina circonia. Este ejemplo ilustra una conclusión general que se observará a lo largo de este trabajo: se obtienen resultados diferentes en el modelo de PF y en el CC cuando la longitud característica del material es del orden de las dimensiones de la muestra.



Figura 2. Evolución de la tensión de fallo σ_{fail} en función de la longitud de la barra en el ensayo de tracción de una barra homogénea, según el CC y el modelo PF.

4. ENSAYO DE FLEXION ESPECIMEN SIN ENTALLA

Cuando hay un gradiente de tensiones en la estructura, se produce un efecto de fortalecimiento [4]. Un ejemplo es el ensayo de flexión de una muestra sin entalla, ver Figura 3, donde la compresión se encuentra en la parte superior y la tensión en la parte inferior de la estructura. La muestra tiene las siguientes dimensiones: $L = 8 \mu m y$ $W = 1\mu m$. Se selecciona un material frágil de alúminacirconia, con el modulo de Young y el coeficiente de Poisson iguales a los indicados en la Sección 3. Todo el ensayo se realiza bajo control de desplazamiento.



Figura 3. Vista esquemática de una muestra sin entalla en un ensayo de flexión. La línea sólida naranja representa la componente de tracción del tensor de tensiones a lo largo del eje central. Es positivo en la cara inferior y negativo en la superior. En azul se ha resaltado la tensión de flexión.

Como se muestra en la Figura 3, se aplica un desplazamiento puntual en el ensayo de flexión, una simplificación que está teóricamente prohibida en la simulación por elementos finitos, ya que conduce a una energía infinita que es incompatible con el teorema de Lax-Milgram. En el modelo de PF, esta simplificación puede llevar a la nucleación de daños locales cerca de las condiciones de contorno puntual. Como resultado, la nucleación de la fisura puede desviarse de la ubicación esperada (en el medio de la parte inferior de la muestra). Para evitar este efecto, se definen dos subdominios, como se muestra en la Figura 3. El subdominio 2 contiene las condiciones de contorno puntual, y se impone $\alpha = 0$. En el subdominio 1, se permite la evolución de la variable de daño. Nótese que en el CC este problema se supera imponiendo la trayectoria esperada de la fisura en la estructura.

Las dimensiones de los subdominios 1 y 2 son altamente sensibles a la elección de la escala de longitud del campo de fase. Para valores grandes de l_{pf} , se requiere un valor grande de R_2 , ya que el ancho de la región dañada es mayor (es $2l_{pf}$), pero al mismo tiempo, el tamaño máximo de malla no es extremadamente pequeño. Nótese que en el subdominio 1 se impone un tamaño máximo de malla, considerando que $l_{mesh} = l_{pf}/5$ en la zona de iniciación del daño. Por lo tanto, cuando l_{pf} es muy pequeño, R_2 también es pequeño para reducir la complejidad computacional. La otra magnitud para determinar es R_1 , que se establece aquí como $R_1 = 97\%W$.

El efecto de fortalecimiento se estudia como función de un parámetro de control, que es l_{Irwin}/W . donde W es una longitud característica de la muestra. Cuando se estudia este problema considerando el CC [4] la escala del problema (mm, μ m...) se varió cambiando G_c . Sin embargo, en este análisis solo se varía l_{nf} para modificar el parámetro de control y, consecuentemente, la escala del problema no es relevante y se establece $G_c = 23$ MPa µm en todo el análisis. Además, en el modelo de PF considerado en este análisis, l_{pf} es una longitud característica del material proporcional a l_{Irwin} y, por lo tanto, a σ_c . El rango de l_{pf} estudiado es $l_{pf} = 0.005 - 1$ µm, lo que significa que la resistencia a la tracción varía como $\sigma_c = 1845 - 26245$ MPa, según el modelo AT1. Se determinan dos cantidades: el desplazamiento crítico en el que la estructura falla U_{crit} y el esfuerzo de flexión crítico σ_{fcrit} , definido como el esfuerzo de tracción en el momento de la falla ubicado en el medio de la parte inferior en la muestra sin muesca.

La Tabla 1 muestra $U_{\rm crit}$ según el modelo PF y el CC. También se proporcionan la longitud de nucleación, la escala de longitud del campo de fase y la longitud de Irwin. Se observa una buena concordancia entre los dos métodos, especialmente al reducir la relación $l_{\rm Irwin}/W$. La mayor diferencia (alrededor del 10%) se encuentra cuando $l_{pf} = W$ y $\langle l_{\rm Irwin} \approx 2W$, donde hay un cambio en la tendencia decreciente de $U_{\rm crit}$ con $l_{\rm Irwin}$ según el modelo PF, pero no según el CC.

l_{pf}/W	0.007	0.05	0.1	0.5
$l_{\rm Irwin}/W$	0.019	0.133	0.267	1.333
l_{nuc}/W	0.01	0.058	0.1	0.245
$U_{\rm crit} \left[\mu m \right] ({\rm CC})$	0.662	0.276	0.216	0.151
$U_{\rm crit} [\mu m] ({\rm PF})$	0.67	0.278	0.218	0.148

Tabla 1. Desplazamiento critico estimado por el criterio acoplado y el modelo de campo de fases para diferentes valores de la longitud de Irwin.

El desplazamiento crítico U_{crit} se determina cuando hay una caída significativa de la fuerza en el diagrama fuerzadesplazamiento F-U, como se muestra en la Figuras 4 y 5 para $l_{pf} = 0.007 \,\mu\text{m}$ y $l_{pf} = 0.5 \,\mu\text{m}$. Vale la pena señalar que la caída en la fuerza es mayor para el caso de $l_{pf} = 0.007 \,\mu\text{m}$, donde $F \approx 0$ después de la nucleación de la grieta, lo que significa que la muestra está casi dividida en dos partes en la carga crítica. Por el contrario, para $l_{pf} = 0.5 \,\mu\text{m}$ se genera una grieta más pequeña porque *F* es mayor después de la caída de la fuerza. Esto significa que nuestro modelo está limitado por l_{pf} . Para un cierto valor mínimo de l_{pf} , se espera obtener una muestra dividida en dos partes después de la nucleación de la grieta, y esto no es posible con nuestro modelo simplificado, donde α crece solo en una región limitada por $R_1 = 97\%W$. Se obtienen problemas de convergencia en las simulaciones numéricas para este tipo de casos.



Figura 4. Curva fuerza desplazamiento para $l_{pf} = 0.007 \ \mu m.$



Figura 5. Curva fuerza desplazamiento para $l_{pf} = 0.5 \ \mu m.$

5. CONCLUSIONES

Desde la perspectiva del CC, hay una longitud de nucleación proporcional a la longitud de Irwin. Desde el punto de vista del modelo PF para la fractura frágil, existe una escala de longitud del campo de fase. Ambos parámetros de longitud dependen de la longitud de Irwin, una propiedad mecánica intrínseca del material. A escala macroscópica, esta longitud es pequeña en comparación con cualquier dimensión de la estructura, mientras que a escala microscópica, es del mismo orden de magnitud o incluso más grande y puede interactuar con las dimensiones de la estructura. Por lo tanto, es la relación entre la longitud de Irwin y las dimensiones de la muestra lo que juega un papel importante en las predicciones hechas tanto por el CC como por el modelo PF. A lo largo de este trabajo, se ha analizado y comparado razonablemente la respuesta proporcionada por estas dos metodologías ampliamente conocidas para predecir la fractura en materiales frágiles en cerámicas a escala microscópica, para determinar sus similitudes y diferencias.

Usando el modelo PF para la fractura frágil, es posible observar un efecto de fortalecimiento en ensayos de flexión de cerámicas a escala microscópica, explicado por la disipación del daño al descender en las escalas. Como se mencionó anteriormente, el parámetro de control en este estudio es la relación entre la longitud de Irwin y las dimensiones de la muestra. Para reforzar esta idea, se realizó el análisis cambiando la longitud de Irwin y manteniendo constante la escala de la muestra.

Se encontraron diferencias y similitudes al comparar los resultados obtenidos por el CC y el modelo PF. Cuando la longitud de Irwin es mucho más pequeña que las dimensiones de la muestra, existe una buena concordancia entre ambas metodologías. Sin embargo, cuando la longitud de Irwin puede interactuar con las dimensiones de la muestra, el modelo PF ya no predice una fractura tipo Griffith, y la disipación del daño aumenta 1a diferencia entre los resultados proporcionados por el CC y el modelo PF para la fractura frágil. Un caso particular es la solución homogénea del ensayo de tracción, donde se muestra que ambas metodologías dan resultados diferentes al descender en las escalas.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo se presenta en la memoria del profesor Dominique Leguillon. Los autores quieren agradecer su indispensable participación en este trabajo, así como su inolvidable contribución a la ciencia.

REFERENCIAS

- [1] Leguillon, D. (2002). Strength or toughness? A criterion for crack onset at a notch. European Journal of Mechanics-A/Solids, 21(1), 61-72.
- [2] Pham, K., Amor, H., Marigo, J. J., & Maurini, C. (2011). Gradient damage models and their use to approximate brittle fracture. International Journal of Damage Mechanics, 20(4), 618-652..
- [3] Bourdin, B., Francfort, G. A., & Marigo, J. J. (2000). Numerical experiments in revisited brittle fracture. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 48(4), 797-826.
- [4] Jiménez-Alfaro, S., & Leguillon, D. (2021). Finite Fracture Mechanics at the micro-scale. Application to bending tests of micro cantilever beams. *Engineering Fracture Mechanics*, 258, 108012.
- [6] Francfort, G. A., & Marigo, J. J. (1998). Revisiting brittle fracture as an energy minimization problem. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 46(8), 1319-1342.
- [7] Ambrosio, L., & Tortorelli, V. M. (1990).
 Approximation of functional depending on jumps by elliptic functional via t-

convergence. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, 43(8), 999-1036.

- [8] Tanné, E., Li, T., Bourdin, B., Marigo, J. J., & Maurini, C. (2018). Crack nucleation in variational phase-field models of brittle fracture. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 110, 80-99.
- [9] Amor, H., Marigo, J. J., & Maurini, C. (2009). Regularized formulation of the variational brittle fracture with unilateral contact: Numerical experiments. *Journal of the Mechanics and Physics* of Solids, 57(8), 1209-1229.
- [10] Bourdin, B., Marigo, J. J., Maurini, C., & Sicsic, P. (2014). Morphogenesis and propagation of complex cracks induced by thermal shocks. *Physical review letters*, *112*(1), 014301.
- [11] Hofer, A. K., Walton, R., Ševeček, O., Messing, G. L., & Bermejo, R. (2020). Design of damage tolerant and crack-free layered ceramics with textured microstructure. *Journal of the European Ceramic Society*, 40(2), 427-435.

Revista de Mecánica de la Fractura Vol.7 (2024)

ANÁLISIS DE LA FRACTURA PREMATURA DEL VIDRIO DURANTE EL TEMPLE MEDIANTE SIMULACIÓN BASADA EN INTERACCIÓN FLUIDO-ESTRUCTURA

A. Iglesias^{1,2*}, M. Martinez-Agirre¹, I. Llavori², J. A. Esnaola².

 ¹ Fluido Mecánica, Escuela Politécnica Superior - Mondragon Unibertsitatea, Loramendi 4, 20500 Arrasate-Mondragon, España
 ² Diseño y Mecánica Estructural, Escuela Politécnica Superior - Mondragon Unibertsitatea, Loramendi 4, 20500 Arrasate-Mondragon, España

* Persona de contacto: aiglesias@mondragon.edu

RESUMEN

Los componentes estructurales de vidrio son tratados térmicamente para aumentar su resistencia a rotura. Para ello, el tratamiento más empleado es el temple. En este contexto, la técnica de enfriamiento comúnmente empleada es el aire presurizado. Sin embargo, esta técnica puede encontrarse con ciertas limitaciones al templar componentes de bajo espesor, impulsando así el interés en alternativas como el enfriamiento basado en agua pulverizada. Además, teniendo en cuenta la fragilidad inherente del vidrio y su sensibilidad a concentraciones locales de tensión, un enfriamiento excesivo y/o no homogéneo podría resultar en tensiones residuales locales que pueden causar fracturas prematuras del material durante el tratamiento. Con este fin, se propone una herramienta numérica basada en la interacción fluido-estructura para considerar los fenómenos locales que influyen en la rotura prematura del vidrio durante el proceso de enfriamiento. Se concluye que la configuración de toberas o jets tiene una gran influencia en la distribución de tensiones residuales de los componentes. Además, se ha explorado el uso de agua nebulizada como alternativa, la cual permite templar componentes delgados de vidrio, pero al mismo tiempo, aumenta el riesgo de generar tensiones residuales tractivas durante el proceso. Los resultados numéricos obtenidos coinciden satisfactoriamente con investigaciones experimentales previas, destacando así la importancia de considerar los fenómenos locales que ocurren en el proceso de tratamiento térmico del vidrio para garantizar su integridad estructural.

PALABRAS CLAVE: Temple de vidrio, Fractura, Agua nebulizada, Tensiones residuales, Interacción fluido-estructura.

ABSTRACT

Structural glass components are most often heat treated to increase their ultimate strength. For this purpose, the tempering process is applied. In this context, pressurised air cooling is the most popular cooling strategy. Nonetheless, it may show certain limitations during thin glass tempering processes, making other strategies, such as spray mist cooling, to gain traction. Moreover, glass is a brittle and sensitive material to local stress concentrations. Therefore, an excessive and/or non-homogeneous cooling might result in local residual stresses, which may surpass the ultimate strength of glass and cause premature fracture of the components. To this end, a fluid-structure interaction approach is proposed to account for the local phenomena involved in the premature fracture of glass during cooling process. The selected nozzle layout is observed to play a crucial role on the residual stress development and homogeneity. In addition, a mist cooling strategy enables to temper thin glass but, at the same time, caution should be taken as large tensile residual stresses might develop at the onset of cooling. The obtained numerical results are in good agreement with previous experimental investigations available in the literature.

KEYWORDS: Glass tempering, Fracture, Mist cooling, Residual stresses, Fluid-structure interaction.

1. INTRODUCCIÓN

En las últimas décadas, se ha presenciado un cambio notable en la percepción del vidrio, evolucionando desde su uso primordialmente por su atractivo estético a ser reconocido por sus capacidades estructurales. No obstante, la presencia de microgrietas en la superficie puede provocar la fractura repentina de este material incluso a tensiones tractivas de 7 MPa, aunque el valor promedio de resistencia última a alta temperatura se establece en 30 MPa [1]. Otro aspecto para tener en cuenta es la generación de tensiones residuales tractivas en la superficie de los componentes al ser sometidos a tratamiento térmicos. Este fenómeno se debe a la baja conductividad térmica del vidrio y a su temperatura de transición vítrea, rango en el cual ocurre la transformación estructural del material. Esta combinación de tensiones tractivas y defectos superficiales al inicio del enfriamiento puede provocar la fractura prematura de los componentes estructurales.

Con el objeto de controlar el desarrollo de las tensiones residuales y conseguir un temple satisfactorio, la técnica de enfriamiento comúnmente utilizada es el aire presurizado mediante múltiples toberas o jets. Sin embargo, existen ciertas limitaciones técnicas al templar vidrio sodo-cálcico de paredes delgadas, más concretamente, espesores menores a 3 mm [2]. Cuando el espesor es reducido, la extracción de calor desde la superficie debe aumentar para así conseguir un gradiente térmico suficiente que genere la distribución de tensiones característica del proceso de temple, es decir, un patrón de tensiones compresivas en la superficie y tensiones tractivas en el núcleo del material. En este contexto, otras estrategias de enfriamiento, como el empleo de agua nebulizada, puede permitir la obtención de mayores velocidades de enfriamiento y así conseguir un mayor grado de temple [3]. No obstante, si la velocidad de enfriamiento es excesiva cuando el componente se encuentra en el rango de temperatura de transición vítrea, cabe la posibilidad de rotura prematura durante el enfriamiento. Por consiguiente, la historia térmica y el control de la velocidad de enfriamiento son cruciales para conseguir el patrón de tensiones residuales idóneo.

Tradicionalmente, la manera de seleccionar una adecuada estrategia de enfriamiento se ha basado en ensayos de prueba y error o experiencia. Recientemente, las soluciones digitales basadas en simulación numérica, más concretamente, la dinámica de fluidos computacional (CFD, por sus siglas en inglés) y el método de elementos finitos (MEF), se consideran una alternativa eficiente y eficaz para poder estimar la historia térmica y el desarrollo de tensiones residuales en componentes tratados térmicamente [4].

Por tanto, este trabajo estudia la rotura prematura del vidrio durante el proceso de temple mediante modelización numérica basada en interacción fluidoestructura (FSI, por sus siglas en inglés). De esta manera, se analiza la influencia de diferentes estrategias de enfriamiento en la uniformidad de las tensiones residuales generadas en placas de vidrio de diferentes espesores. Del mismo modo, se analiza la posibilidad de diseñar estrategias de enfriamiento ad-hoc, las cuales permitan asegurar la integridad estructural de los vidrio templado componentes de durante SII enfriamiento.

2. METODOLOGÍA NUMÉRICA

La metodología numérica propuesta está basada en simulación FSI secuencialmente acoplada. De este modo, es posible evaluar el desarrollo de las tensiones residuales de manera local durante el proceso de enfriamiento.

Por una parte, se realizan los cálculos de extracción de calor no uniforme mediante el programa comercial CFD Ansys Fluent. En dicha etapa, se considera la radiación volumétrica del vidrio, la cual adquiere relevancia en solidos semitransparentes a alta temperatura [5]. Del mismo modo, se emplea el modelo de fases discretas para modelizar la refrigeración por agua nebulizada [6]. Después, la historia térmica del componente es transferida a un modelo estructural basado en el MEF haciendo uso del programa comercial Abaqus FEA. Para estimar el desarrollo de las tensiones residuales durante el tratamiento térmico, se consideran los fenómenos de viscoelasticidad y relajación estructural del vidrio mediante el modelo de Narayanaswamy [7]. Por consiguiente, ha sido posible considerar el grado de homogeneidad del enfriamiento, tanto espacial como temporal, en el desarrollo de las tensiones residuales.

3. CASO DE ESTUDIO

Este trabajo se fundamenta en el estudio experimental de Sozbir et al., donde se realizan ensayos destructivos para caracterizar las tensiones residuales mediante la cantidad de fragmentos que se generan tras la rotura de las placas una vez templadas [8]. Para ello se analizan diferentes estrategias de enfriamiento y espesores de placas. Con el objetivo de analizar el efecto de la homogeneidad del enfriamiento en la rotura prematura del vidrio, la Figura 1 muestra el modelo numérico tridimensional, mediante el cual se propone una simetría de 1/8.



Figura 1: Modelo numérico tridimensional: (a) simetría 1/8, y (b) detalle de la interfaz entre la placa de vidrio y el dominio del fluido cerca de la pared.

Los parámetros de proceso, como el ángulo de cono del espray, flujo másico de agua, velocidad de flujo, o temperatura inicial de temple, han sido definidos en base al trabajo experimental de Sozbir et al. [8]. En el presente análisis, las velocidades de flujo analizadas son 40 m/s y 85 m/s y los espesores de placa hacen referencia a 2,1 mm y 4 mm.

4. RESULTADOS

Esta sección muestra los resultados del presente análisis numérico. Primero, se valida la independencia de los resultados mediante un análisis de sensibilidad de malla. Una vez se establece la malla, se analiza la relación entre el desarrollo de tensiones no uniformes y la rotura prematura del material durante el tratamiento térmico. Para ello, se analizan diferentes estrategias de enfriamiento: aire presurizado, agua nebulizada y el temple interrumpido. La Tabla 1 sintetiza los casos planteados para cada estrategia de enfriamiento.

Tab	la 1:	Resumen	del	análisis	numérico.
-----	-------	---------	-----	----------	-----------

Estrategia de	Espesor	Velocidad de
enfriamiento	placa [mm]	flujo [m/s]
	2,1	
Aire presurizado	4	
	2,1	
Agua nebulizada	4	40 y 85
	2,1	
Temple interrumpido	4	

4.1. Análisis de sensibilidad de malla

Se definen tres tamaños de elemento en el dominio fluídico para validar la calidad de los resultados obtenidos: 1.3 mm, 1 mm y 0.8 mm. Esto resulta en una primera malla de 542.995 elementos (m1), una segunda malla de 1.024.682 elementos (m2), y una tercera malla de 1.407.797 elementos (m3), respectivamente.

Para este análisis, se considera la velocidad de flujo más elevada, es decir, 85 m/s. La Figura 2 presenta la evolución de las tensiones residuales a lo largo del proceso de enfriamiento en la zona de estancamiento del jet superior, y en la zona seca de la placa, es decir, la zona entre jets donde la extracción calor es menor. Del mismo modo, se visualizan las tensiones superficiales, σ_s , y las tensiones en el núcleo, σ_c , de la placa.



Figura 2: Influencia del mallado en la variación de las tensiones residuales en la superficie y el núcleo del material en: (a) la zona de estancamiento del jet, y (b) la zona seca entre jets.

La malla más gruesa muestra desviaciones de hasta 18% respecto a la malla más fina mientras que dichas desviaciones disminuyen hasta un 3% para el caso de la malla intermedia. Por consiguiente, se considera que la segunda malla permite asegurar la calidad de los resultados manteniendo una relación eficiente en cuanto a coste computacional.

4.2. Estrategia basada en aire presurizado

Primero se analiza la estrategia de enfriamiento por aire presurizado. La Figura 3 analiza la variación de tensiones residuales en la superficie y el núcleo a lo largo del enfriamiento, haciendo hincapié en el inicio del proceso, es decir, durante el rango de la temperatura de transición vítrea.



Figura 3: Variación de tensiones residuales y temperatura en la superficie y núcleo de una placa de 4 mm de espesor templada por aire presurizado: (a) 40 m/s, y (b) 85 m/s.

Una mayor velocidad de flujo permite alcanzar un mayor grado de temple, es decir, una mayor magnitud de tensiones residuales. Esta conclusión concuerda con la obtenida por Sozbir et al., ya que una mayor velocidad de enfriamiento conlleva un mayor número de fragmentos al provocar la fractura de las placas templadas. A priori, ambas velocidades de flujo analizadas permiten templar las placas de 2,1 mm y 4 mm de espesor. No obstante, al definir una mayor velocidad de flujo, se observa un pico de tensión tractiva en la superficie el cual es próximo al valor promedio de resistencia última del vidrio. Este hecho hace indicar que existe una mayor probabilidad de rotura durante este enfriamiento, en particular en la zona seca entre jets, tal y como se muestra en la Figura 4.



Figura 4: Distribución de tensiones residuales superficiales en una placa de 4 mm de espesor al inicio del enfriamiento mediante aire presurizado: (a) t = 1,015 s (v = 40 m/s), y (b) t = 0,638 s (v = 85 m/s).

Debido a la configuración de jets definida, se genera una zona seca entre las zonas de estancamiento de los jets, provocando una extracción de calor no uniforme sobre la superficie del material. Estas zonas de recirculación de los chorros de aire de los jets, conocida como "efecto fuente", son zonas de alta turbulencia que tienden a complicar la naturaleza del flujo [9]. Dichas zonas pueden provocar el desarrollo de tensiones residuales tractivas, que, particularmente cuando la velocidad de refrigeración es alta, pueden superar los límites de seguridad establecidos y provocar la fractura del vidrio a alta temperatura.

Al realizar el mismo análisis para placas de 2,1 mm, el patrón final de tensiones residuales sobre la superficie tras un enfriamiento de aire a 40 m/s no es adecuado ya que, tal y como se observa en la Figura 6, es posible apreciar tensiones residuales tractivas (zonas grises). Igualmente, al aumentar la velocidad de flujo a 85 m/s, la no uniformidad de las tensiones es digna de mención, ya que los valores de tensión en las zonas secas son próximos a valores tractivos.

Un tratamiento ineficaz que presenta tensiones tractivas superficiales resulta en una mayor probabilidad de fallo durante el comportamiento en servicio de los componentes estructurales. Del mismo modo, el desarrollo de tensiones residuales compresivas de baja magnitud puede conllevar el mismo resultado. Estas bajas magnitudes están directamente relacionadas con la baja capacidad de enfriamiento asociada al aire presurizado, en especial al templar componentes delgados. Estos resultados sugieren la búsqueda de nuevas estrategias de enfriamiento capaces de generar gradientes de temperatura adecuados en componentes delgados para así asegurar su integridad estructural durante el tratamiento térmico como en su posterior uso como material estructural.

4.3. Estrategia basada en agua nebulizada

En esta sección se analiza la opción de añadir partículas de agua al flujo de aire para templar el vidrio. Al refrigerar las placas de 2,1 mm y 4 mm mediante agua nebulizada a 40 m/s, es posible templar el vidrio sin provocar su rotura. Sin embargo, al emplear una

velocidad de 85 m/s, el pico de tensiones tractivas característico al inicio del enfriamiento es significativo para ambos espesores analizados (ver Figura 5).



Figura 5: Variación de tensiones residuales y temperatura en la superficie y núcleo mediante temple por agua nebulizada a 85 m/s: (a) 4 mm de espesor, y (b) 2,1 mm de espesor.

En este caso la extracción de calor es mayor en comparación con la estrategia anterior basada únicamente en aire presurizado. Este aumento se debe al calor latente de evaporización del agua. Por tanto, el agua nebulizada puede permitir el temple de componentes delgados de vidrio. No obstante, al aumentar la velocidad del flujo, la probabilidad de fallo durante el enfriamiento crece de manera sustancial.

4.4 Estrategia basada en temple interrumpido

Con el fin de prevenir el desarrollo de tensiones tractivas cercanas al valor promedio de resistencia última del vidrio a alta temperatura, se estudia la estrategia de temple interrumpido propuesta en bibliografía [8]. Esta estrategia comienza mediante un enfriamiento basado en



Figura 6: Distribución final de tensiones residuales superficiales en una placa de 2,1 mm de templada mediante aire presurizado: (a) v = 40 m/s, y (b) v = 85 m/s.

agua nebulizada, consiguiendo así una elevada extracción de calor al inicio del tratamiento. No obstante, antes de que el desarrollo de las tensiones tractivas alcance el valor crítico de 30 MPa, el empleo de agua nebulizada se detiene y la refrigeración continua únicamente mediante el uso de aire presurizado. La Tabla 2 recoge las magnitudes de las tensiones máximas de tracción y el instante en el que ocurren para cada caso analizado.

Tabla 2: Tensión tractiva máxima e instante en el que se desarrolla durante el proceso de temple para cada espesor de placa y velocidad de flujo analizada.

Espesor placa [mm] (velocidad flujo [m/s])	σ _{max} [MPa] (instante [s])
2,1 (40)	13 (0,67)
2,1 (85)	34 (0,21)
4 (40)	25 (0,85)
4 (85)	35 (0,46)

Tal y como se observa, la velocidad de enfriamiento tiene un impacto considerable en el valor del pico de tensión tractivo al inicio del tratamiento térmico. De este modo, al detener la refrigeración por agua nebulizada es posible alcanzar un grado de temple satisfactorio manteniendo la integridad estructural de los componentes. La Figura 7 presenta la variación de las tensiones residuales al inicio del temple interrumpido, al detener el empleo de agua nebulizada a 85 m/s en los instantes 0,1 s y 0,2 s para placas de 4 mm y 2,1 mm de espesor, respectivamente.

Así, es posible mantener los valores tractivos de tensión superficial bajo los límites de tensión admisible. Estos resultados sugieren que el temple interrumpido es capaz de prevenir la rotura durante el tratamiento térmico y a su vez, alcanzar un estado tensional compresivo satisfactorio en la superficie. Además de ello, la metodología FSI empleada ha permitido estudiar la influencia de diferentes estrategias de enfriamiento en el desarrollo local de tensiones residuales.



Figura 7: Variación de tensiones residuales y temperatura en la superficie y núcleo mediante temple interrumpido a 85 m/s: (a) 4 mm de espesor, y (b) 2,1 mm de espesor.

5. CONCLUSIONES

En esta investigación se ha analizado el desarrollo transitorio y espacial de las tensiones residuales durante el proceso de temple en vidrio. Las principales conclusiones se enumeran a continuación:

- La distribución de temperatura debido a la configuración de jets definida tuvo una influencia significativa en el desarrollo de tensiones residuales durante el temple. Este hecho enfatiza la importancia de tener en cuenta los fenómenos locales de transferencia de calor en la modelización numérica del temple.
- En el caso de placas de 4 mm de espesor, el temple mediante aire presurizado a diferentes velocidades permite mantener las tensiones tractivas superficiales bajo limites admisibles y, por tanto,

evitar la rotura prematura. Sin embargo, al duplicar el consumo de aire, el estado de tensión compresiva no aumentó en la misma medida (35%).

- Al templar vidrio de 2.1 mm de espesor mediante una velocidad de flujo de 40 m/s, se observaron tensiones superficiales de tracción al final del proceso. Incluso al aumentar la velocidad de flujo, existían zonas caracterizadas por bajas tensiones compresivas. Por consiguiente, la capacidad de refrigeración del aire presurizado no es suficiente para templar vidrio de paredes delgadas.
- Como concluyeron en el trabajo realizado por Sozbir et al., a mayor velocidad de enfriamiento, mayores tensiones compresivas sobre la superficie. Sin embargo, mayor probabilidad de alcanzar el límite último de rotura durante el enfriamiento.
- El uso de agua nebulizada permite templar placas de vidrio de 2,1 mm y 4 mm de espesor. No obstante, al definir altas velocidades de flujo, se genera un pico tractivo sobre la superficie al inicio del tratamiento que podría conllevar la rotura prematura del material.
- Es posible reducir el pico tractivo al comienzo del proceso de enfriamiento interrumpiendo la etapa de agua nebulizada, facilitando así el temple de vidrio de paredes delgadas. Este hecho remarca la importancia de cómo y cuándo debe extraerse el calor para templar componentes de vidrio delgados.
- Finalmente, se recomienda realizar investigaciones adicionales para comprender la influencia de los parámetros de pulverización en el desarrollo de tensiones residuales en componentes de vidrio, específicamente, en componentes industriales de grandes superficies. De esta manera, será posible definir nuevas estrategias de enfriamiento con el objetivo de aumentar, no solo la calidad de los componentes sino también la eficiencia de los procesos. Del mismo modo, existe un amplio margen para investigar la influencia de las estrategias de enfriamiento en la anisotropía del vidrio, otro de los grandes retos de la industria. Con este fin, la metodología basada en FSI ofrece la posibilidad de considerar los fenómenos multifísicos involucrados en el proceso de tratamiento térmico. Por lo tanto, se considera una herramienta enriquecedora de cara a analizar los retos mencionados.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen la financiación recibida del Gobierno Vasco, a través del proyecto ICME23 (KK-2023/00017) y los Grupos de Investigación IT1505-22 y IT1316.

REFERENCIAS

- [1] Y. Wang *et al.*, 'Experimental study on critical breaking stress of float glass under elevated temperature', *Mater. Des.*, vol. 60, pp. 41–49, 2014, doi: 10.1016/j.matdes.2014.03.038.
- [2] R. Gardon, 'Thermal Tempering of Glass', in *Glass Science and Technology*, D. R. Uhlmann and N. J. Kreidl, Eds. Academic Press, Inc., 1980, pp. 145–216. doi: 10.1016/B978-0-12-706705-6.50010-2.
- Y. S. Kim and E. S. Jeon, 'Analyzing the stress characteristics of glass as a function of cooling rate when applying air and mist for rapid cooling of glass heated to high temperatures', *Therm. Sci. Eng. Prog.*, vol. 46, no. November, p. 102257, 2023, doi: 10.1016/j.tsep.2023.102257.
- [4] A. Iglesias, M. Martinez-Agirre, I. Torca, I. Llavori, and J. A. Esnaola, 'Numerical methodology based on fluid-structure interaction to predict the residual stress distribution in glass tempering considering nonuniform cooling', *Comput. Struct.*, vol. 264, p. 106757, 2022, doi: 10.1016/j.compstruc.2022.106757.
- K. H. Lee and R. Viskanta, 'Quenching of flat glass by impinging air jets', *Numer. Heat Transf. Part A Appl.*, vol. 33, no. 1, pp. 5–22, 1998, doi: 10.1080/10407789808913925.
- [6] ANSYS Inc., 'ANSYS FLUENT Theory Guide Release 18.2', vol. 18.2, no. November. Canonsburg, PA, p. 870, 2017. doi: 10.1016/0140-3664(87)90311-2.
- J. H. Nielsen, J. F. Olesen, P. N. Poulsen, and H. Stang, 'Finite element implementation of a glass tempering model in three dimensions', *Comput. Struct.*, vol. 88, no. 17–18, pp. 963– 972, 2010, doi: 10.1016/j.compstruc.2010.05.004.
- [8] N. Sozbir and S. C. Yao, 'Spray mist cooling heat transfer in glass tempering process', *Heat Mass Transf.*, vol. 53, no. 5, pp. 1699–1711, 2017, doi: 10.1007/s00231-016-1930-2.
- [9] F. Cirillo and G. M. Isopi, 'Glass tempering heat transfer coefficient evaluation and air jets parameter optimization', *Appl. Therm. Eng.*, vol. 29, no. 5–6, pp. 1173–1179, 2009, doi: 10.1016/j.applthermaleng.2008.06.005.

SÍNTESIS DE UNA INVESTIGACIÓN NUMÉRICA SOBRE LA FISURACIÓN LONGITUDINAL DE TRAVIESAS PRETENSADAS DE FERROCARRIL

J. Planas^{1*}, B. Sanz¹, L. Albajar², C. Zanuy²

¹Dep. de Ciencia de Materiales, E.T.S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, Universidad Politécnica de Madrid,C/ Profesor Aranguren 3, 28040 Madrid, España.

²Dep. de Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras, E.T.S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, Universidad Politécnica de Madrid,C/ Profesor Aranguren 3, 28040 Madrid, España.

*Persona de contacto: jaime.planas@upm.es

RESUMEN

El presente artículo compendia los resultados esenciales del estudio numérico realizado para determinar las posibles causas y cuantificar los efectos que, en relativamente raras ocasiones, llevan a la aparición de grietas longitudinales en traviesas pretensadas de ferrocarril. Dichas fisuras emanan de los taladros que alojan las vainas y los tirafondos de unión entre traviesa y carril y se mantienen, aproximadamente, en el plano de simetría longitudinal de la traviesa. En primer lugar, se describen brevemente los motivos del estudio, las hipótesis básicas y los modelos de cálculo y, a continuación, se presentan los aspectos más sobresalientes de los modelos utilizados y de los resultados, tanto desde el punto de vista de su implicación ingenieril práctica, como desde el punto de vista de las mejoras puramente computacionales que se han conseguido durante el estudio. En concreto, la simulación de la fisuración se lleva a cabo mediante modelos de fisura cohesiva y elementos finitos, tanto usando elementos con fisura embebida como elementos de junta cohesiva. La parte más extensa de las simulaciones se ha llevado a cabo sobre modelos simplificados bidimensionales, cuyos tiempos de cálculo son razonablemente cortos, y un cálculo tridimensional ha servido de colofón.

PALABRAS CLAVE: Traviesa de ferrocarril, Fisura cohesiva, Elementos finitos, Hormigón pretensado

ABSTRACT

This paper outlines the essential results of a numerical study carried out to ascertain the causes and to quantify the effect that, in some scarce occasions, induce longitudinal cracking in prestressed railway sleepers. Such cracks stem from the drills that hold the polymeric plugs and screws that fasten the rail to the sleeper, and grow along the longitudinal symmetry plane of the sleeper. The paper first introduces the motivation for the research and states the basic hypotheses and underlying models, and then presents the most salient features of the specific models used and of the results, both from the point of view of the engineering implications as well as the computational improvements achieved in the study. In particular, the computations are carried out by means of cohesive crack models and finite elements, both using finite elements with an embedded crack and cohesive interface elements. Most of the simulations were carried out on simplified plane models, which require a reasonably short computation time, and a full three-dimensional computation culminated the work.

KEYWORDS: Railway sleeper cracking, Cohesive crack, Finite elements, Prestressed concrete

1 INTRODUCCIÓN

Una de las patologías conocidas de las traviesas de ferrocarril pretensadas es la aparición de grietas longitudinales que emanan de los taladros de sujeción de los carriles y que puede producirse de manera precoz durante la transferencia del pretensado [1] o presentarse en servicio [2, 3]. Aunque son relativamente raros, se han detectado casos de fisuras severas de este tipo que se dan en regiones con altas temperaturas antes de que las traviesas se pongan en obra, como se recoge en los recientes trabajos realizados en la Universidad de Jaen [4, 5], en los cuales se investigó numéricamente el desarrollo de este tipo de grietas con modelos de fisura distribuida.

En el presente artículo presentamos una síntesis del método y resultados clave de una investigación de la fisuración longitudinal guiada por una aproximación minimalista cuya hipótesis central es que la fisuración del hormigón puede describirse mediante el modelo de fisura cohesiva de Hillerborg [6] y en la que las acciones que pueden generar las grietas se introducen una a una, a la vez que se minimizan los datos necesarios para estudiar el fenómeno, primero en modelos bidimensionales y, finalmente, en un modelo tridimensional.

La estructura adoptada es la siguiente: en la Sección 2 se citan las fuentes y se describen someramente los modelos utilizados de principio a fin con el fin de mostrar lo esencial de la metodología, en la Sección 3 se presentan los resultados fundamentales para la fisuración generada por expansión térmica diferencial de las vainas en los taladros de sujeción de los carriles y en la última sección se recogen las conclusiones principales.



Figura 1. Plano tipo de una traviesa PR y detalle de la sujeción: (1) traviesa; (2) vaina antigiro extraíble; (3) tapón vaina; (4) tirafondo. (Adaptado de los planos de ADIF de dominio público [7, 8].)

2 DESCRIPCIÓN RESUMIDA

Toda la investigación se ha realizado para un modelo específico de traviesa pretensada polivalente cuya geometría se esquematiza en la figura 1 según la definición de la documentación técnica de ADIF [7, 8].

La hipótesis fundamental del estudio se ha mantenido invariable: la fisuración del hormigón se puede describir con el modelo de fisura cohesiva introducido por Hillerborg [6], con un tratamiento numérico basado en los elementos finitos con fisura embebida descritos en [9–12], o, en los casos en que el camino de la fisura es conocido a priori, en elementos junta (o intercara) [10, 11]. En ambos casos la ley tensión-separación en las caras de la fisura sigue el modelo generalizado de [12].

Por otro lado, los modelos finales han apuntado a representar, aún de forma muy simplificada, el proceso constructivo de una traviesa pretensada con armaduras pretesas, que a grandes rasgos son los siguientes: la traviesa se hormigona en posición invertida en un molde metálico en el que, previamente, se colocan las vainas y las armaduras de pretensado que se tesan y se anclan al propio molde; una vez hormigonada, la traviesa con su molde pasa a una cámara de curado donde alcanza una temperatura aproximada de 40°C durante el tiempo apropiado para que se alcance una resistencia necesaria, después de lo cual se deja enfriar hasta temperatura ambiente y se procede entonces a transferir el pretensado del molde al hormigón, a desmoldar y, finalizados los últimos remates de protección y acabado, a llevar la traviesa a la zona de almacenamiento, donde estará expuesta a los elementos y, eventualmente, al sol, lo que puede conducir a aumentos de temperatura importantes.

Los estudios se han desarrollado de forma progresiva, introduciendo uno a uno los aspectos relevantes de la investigación, primero en modelos bidimensionales para terminar en un modelo tridimensional. En total se pueden distinguir cinco modelos, identificados como M1, M2, ..., M5. Los cuatro primeros son bidimensionales y el último tridimensional; su descripción somera es la siguiente:

Modelo M1: Se inció con la aproximación geométrica de

la traviesa mediante una forma plana de espesor constante que mantuviera aproximadamente los valores estáticos de las secciones, básicamente las áreas de hormigón y armadura y sus centros de gravedad, conservando una forma simple similar a la vista en planta de la figura 1, formada por dos prismas de base rectangular unidos mediante otro de base trapecial, con dos armaduras longitudinales simétricamente dispuestas.

Con esta geometría, que se mantuvo en los siguientes modelos bidimensionales M2-M4, se buscó dilucidar si las cargas del pretensado sobre el hormigón, por sí mismas, pudieran generar grietas longitudinales de consideración. Se consideró sólo el hormigón, a temperatura constante, con las cargas de pretensado aplicadas directamente como fuerzas exteriores, bien concentradas en los puntos de anclaje o repartidas sobre áreas apropiadas de los extremos de la probeta (como si las armaduras fueran postesas) o a lo largo de la línea de las armaduras. Para el hormigón se utilizó una malla no estructurada que permite la formación de una fisura en cualquier punto y en cualquier dirección si se alcanza la resistencia a tracción, con una función de ablandamiento lineal y propiedades de fractura extraídos del round-robin experimental descrito en [13]. El resultado fundamental de esta fase fue que el pretensado no puede, por sí solo, hacer crecer una grieta de dimensiones y aberturas apreciables a lo largo del plano medio de la traviesa, por lo que resulta imprescindible introducir un modelo razonable para las armaduras y para el efecto de la expansión diferencial de las vainas.

Modelo M2: Incorporó explícitamente las armaduras de pretensado, simuladas por elementos tirante elásticos con una deformación inicial equivalente a la tensión de pretensado *antes* de la transferencia al hormigón. En este y sucesivos modelos, las armaduras se conectan al hormigón mediante elementos junta axiales, que incorporan la ley tensión-deslizamiento con las características que se indicarán al describir el modelo M3, y se mantienen las propiedades del hormigón del modelo anterior. No se incorporan todavía las vainas sino sus acciones sobre el hormigón, mediante la introducción de presión en cada uno de los taladros, con objetivo de ver las grietas que esas acciones producen.



Figura 2. Resultados del modelo M2 para presión servocontrolada igual en los cuatro taladros: curvas de presión vs. incremento medio del diámetro vertical de los taladros 2 y 3, y perfil de abertura de fisura al final del ensayo numérico.

Para conseguir que la fisuración avanzase de forma estable, los cálculos se realizaron bajo control del aumento de diámetro de los dos taladros centrales (taladros 2 y 3, siendo el 1 el más proximo al extremo de la traviesa). Algunos de los resultados fundamentales se muestran en la figura 2.

En este modelo se introdujo una franja de malla estructurada situada a lo largo del plano de simetría para facilitar la propagación de la grieta a partir de la superficie de los taladros, pero se mantuvo la posibilidad de fisuración de todos los elementos de la malla, como puede verse en el gráfico inferior de la figura en el que la fisura se ha propagado recta en la malla estructurada pero continúa propagándose en la malla no estructurada, de forma más tortuosa, pero manteniéndose aproximadamente en el plano medio de la traviesa, resultado que nos permitió simplificaciones notables en los siguientes modelos.

Modelo M3: El resultado anterior permitió simplificar la malla, concentrando los elementos con fisura embebida en una estrecha franja —de ancho igual a la altura de un elemento finito— en el plano de simetría longitudinal, mientras en el resto de los elementos del hormigón se impone un comportamiento elástico lineal, como se esquematiza en la figura 3 en la que las propiedades en rojo son los analizados en el estudio paramétrico.

Los nuevos componentes de este modelo son las vainas, que consisten en anillos elásticos unidos al hormigón por una capa de elementos junta, de espesor inicial nulo, cuya rigidez es muy elevada en compresión, pero muy baja en tracción y en cortante, de forma que materializan una junta denominada, abreviadamente, NTNF (*no tension no friction*). Dicha junta se considera crucial para simular el contacto entre dos materiales con baja adherencia como la poliamida y el hormigón (nótese que, según la documentación de ADIF, las vainas son extraíbles). Al aproximar la vaina por un anillo en el modelo plano, se sustituye la geometría real de la vaina, relativamente compleja debido a las roscas exteriores e interiores, por un cilindro hueco tal como muestra la figura 4 en la que la geometría de la vaina es la definida en el plano de ADIF nº P16.8001.00, resultando un anillo de 31 mm de diámetro exterior y 4.5 mm de espesor.

En este modelo se toman iguales los coeficientes de dilatación de hormigón y acero porque, en la práctica, su diferencia es un orden de magnitud inferior al coeficiente de dilatación de la vaina. Con esta simplificación, si el coeficiente de dilatación de la vaina fuera igual al del hormigón, un aumento de temperatura no causaría ninguna variación en la distribución de tensiones del conjunto, por lo que no daría lugar a fisuración alguna.

Por otra parte, el efecto de la dilatación diferencial de la vaina depende fuertemente del tipo de vínculo que existe entre la vaina y el hormigón en la dirección perpendicular al plano, es decir en la dirección del eje de la propia vaina: si la vaina es libre de deslizar axialmente respecto del hormigón, su tensión longitudinal será nula y, en caso contrario, aparecerán tensiones axiales que limitarán, en todo o en parte, las deformaciones axiales de la vaina respecto del hormigón. En este estudio se han considerado los dos casos límites de deformación de la vaina: (a) deformación axial libre (DAL), y (b) deformación axial totalmente impedida (DAI). Ambos casos se tratan, en elasticidad plana, usando parámetros elásticos efectivos: el caso DAL es equivalente a tensión plana y los valores efectivos coinciden con los valores reales, mientras que el caso DAI es muy similar a deformación plana y los valores efectivos son:

$$E' = \frac{E}{1 - \nu^2}, \ \nu' = \frac{\nu}{1 - \nu}, \ \Delta \alpha' = (1 + \nu) \Delta \alpha$$
 (1)

donde $\Delta \alpha := \alpha_v - \alpha_c$ es la diferencia entre los coeficientes de dilatación de vaina y hormigón.

Este modelo es el más avanzado de los modelos que usan elementos finitos con fisura embebida y se considera el modelo "canónico" porque es el que contiene menos parámetros de tipo estrictamente numérico. Se utilizó, entre otras cosas, para estudiar el efecto del tamaño de los elementos de la malla y para seleccionar una malla en particular para utilizar en el resto de la investigación. En particular, se consideraron 5 mallas con tamaños de elemen-



Figura 3. Esquema del modelo M3.



Figura 4. Aproximando la vaina por un cilindro hueco.

tos con fisura embebida que disminuyen progresivamente desde 5.4 hasta 1.84 mm, aproximadamente, mientras el número de nudos de la malla aumenta desde 2900 hasta 20000. No se observó ningún efecto espurio y las tres mallas más finas dieron resultados indistinguibles en una gráfico a resolución normal, por lo que se eligió una malla con elementos con fisura embebida de 3.24 mm y un total de 6774 nudos para realizar todos los cálculos restantes

Modelo M4: Una vez establecida la malla más conveniente con el modelo anterior, se decidió, antes de hacer los estudios paramétricos y tridimensional, aprovechar que la grieta se propaga a lo largo del plano de simetría y utilizar elementos de junta cohesiva situados a lo largo de dicho plano. Una vez implementado el modelo, que requirió cambios en algunos de los algoritmos de cálculo que se detallarán en otras publicaciones mas extensas, se comprobó que este modelo reduce el tiempo de cálculo en más de dos órdenes de magnitud para el caso DAI: de un tiempo total de cálculo de 11 horas para el modelo M3 se pasó a un tiempo de 1 minuto para el M4 (en un Apple iMac Pro con un procesador de 8 núcleos dobles a 3.2 MHz). Los resultados obtenidos con ambos modelos fueron casi idénticos y se presentan en la sección siguiente.

Modelo M5: El último modelo es la versión tridimensional (3D) del M4 en el cual los elementos junta cohesiva son prismas de base triangular y altura nula. La malla utilizada y los resultados fundamentales se presentan en siguiente sección.

3 RESULTADOS BÁSICOS

Todas las simulaciones numéricas se realizaron mediante el programa de elementos finitos propio COFE (Continuum Oriented Finite Element), que implementa elementos con fisura embebida adaptable y elementos junta cohesiva [9-12]. Todas las mallas se generaron usando el programa de código abierto GMSH [14].

Describimos, en primer lugar, los resultados fundamentales del estudio bidimensional. Aunque lo esencial del comportamiento se estableció con el modelo M3, presentamos aquí los resultados obtenidos con el modelo M4 usando la malla que puede verse en la parte superior de la figura 5, en la que los elementos junta cohesiva (en color naranja) se muestran con un espesor ficticio para hacerlos visibles y las vainas aparecen en color amarillo. Las curvas del diagrama bajo la malla muestran la evolución del diámetro del taladro 2 a lo largo del proceso de enfriamiento-transferencia de pretensado-calentamiento como puede verse en el recuadro interior, y muestra las curvas de respuesta en los casos límite DAI y DAL, que son cualitativamente similares.

Centrándonos en la curva inferior (DAI), se observa que pretensado produce un aumento de diámetro ΔD de tan solo unas 5 µm, y que el calentamiento de la vaina no produce efectos mecánicos apreciables hasta que se alcanza de nuevo la temperatura de curado (porque durante el enfriamiento la vaina se contrae y se despega del hormigón). Una vez superada la temperatura de curado se observa un crecimiento inicialmente lineal de ΔD con la temperatura que pasa a ser no lineal cuando se inicia la fisuración y alcanza una zona en la que la tangente a la curva se hace casi horizontal y a un punto, que llamamos crítico o de inestabilidad, en el cual un pequeño aumento de temperatura, inferior a 0.04°C, hace que la solución salte bruscamente a un punto muy a la derecha, a partir del cual los cálculos siguen siendo estables y dan lugar a una rama postcrítica con curvatura suave. El salto horizontal de la rama precrítica a la post-crítica, que en los gráficos se representa por una flecha horizontal, se suele denominar pop-in o pop-through y puede observarse en experimentación. Sería posible, en principio, calcular el camino de estados de equilibrio representado en la curva mediante una línea de puntos con un interrogante, pero su interés sería puramente académico porque no es experimentalmente viable debido a la gran inercia térmica de una traviesa.

Por lo que se refiere al crecimiento de las grietas, algunos estados característicos se muestran en la figura 6 que, en su parte superior muestra la posición de dichos estados sobre la curva y, debajo de ella va mostrando los perfiles de abertura de fisura w a lo largo de la cara inferior se la traviesa, representada por segmentos verticales cuya longitud es proporcional a abertura de grieta en cada nudo (nótese que la escala varía de manera que la longitud del segmento que corresponde a la abertura máxima es constante en todos los casos). En el estado (a) se identifican claramente ocho grietas que crecen a izquierda y derecha de cada taladro, con las dos grietas del ligamento central a punto de unirse, y las otras claramente separadas. En el estado (b), el crítico, el ligamento central está ya completamente fisurado y las dos grietas que crecen en cada uno de los dos ligamentos laterales están próximas a unirse. Una vez producida la inestabilidad, en el estado



Figura 5. Malla de elementos finitos y resultados básicos de las simulaciones 2D con el modelo M4.



Figura 6. Evolución de las grietas en 2D para DAI de las vainas.

postcrítico (c), los tres ligamentos entre taladros están fisurados completamente y esta configuración se mantiene ya en los sucesivos estados (d) y (e).

Pasando a la simulación tridimensional, presentamos aquí los resultados obtenidos con el modelo M5 usando la malla que puede verse en la parte superior figura 7, en la cual los triángulos color naranja son las bases de los elementos junta cohesiva y, de nuevo, los elementos amarillos corresponden a las vainas cuya geometría remeda, simplificadamente, los filetes de las roscas externa e interna de la vaina que se aprecian en la figura 4, aunque los filetes son anulares y no helicoidales para mantener la simetría; la reproducción aproximada de la rosca externa es necesaria para reproducir las condiciones reales de confinamiento axial de la vaina al dilatarse.

Con esta malla y siguiendo el mismo proceso que para el lodelo M4, se obtuvo la curva $T - \Delta D_2$ mostrada con trazo continuo y símbolos circulares en el diagrama de la figura. En dicho diagrama se incluyen, en líneas de trazo, las curvas límite obtenidas en las simulaciones 2D (Fig. 5). Como puede observarse, salvo en la porción inicial, los resultados 3D se sitúan entre las dos curvas límite obtenidas en las simulaciones 2D.

Por lo que se refiere al crecimiento de las grietas, en la parte inferior de la figura 7 se muestran los mapas de abertura de grietas correspondientes a cinco estados análogos a los mostrados antes en la figura 6, aunque en este caso sólo se muestran las grietas con una abertura igual o superior a 10 µm, que corresponden aproximadamente a aberturas visibles con una lupa de contacto. En el estado (a) hay grietas visibles a ambos lados del ligamento entre los taladros 2 y 3, que evolucionan en el estado crítico (b) a una única grieta en ese ligamento mientras se hacen visibles dos grietas a izquierda y derecha de los taladros 2 y 3, respectivamente, con una grieta visible que afecta los filetes de la rosca del taladro 4. En el estado postcrítico (c), los tres ligamentos entre taladros están ya completamente fisurados, con frentes que avanzan hacia abajo y aparecen grietas avanzando a izquierda y derecha de los taladros 1 y 4. En el estado (d) ya se ha formado una grieta con un frente continuo que, al final de la simulación, en el estado (d), ha adquirido forma convexa aproximadamente semicircular. Nótese que ni siquiera a la máxima temperatura considerada está la fisura visible cerca de alcanzar el extremo de la traviesa.

4 CONCLUSIONES

De los resultados anteriores podemos extraer las siguientes conclusiones: (1) el pretensado no puede, por sí solo, producir una fisuración apreciable; (2) cualquier acción que lleve a un aumento de presión en los taladros puede producir fisuración longitudinal; (3) el pretensado tiene la virtud de confinar el agrietamiento resultante en el plano de simetría longitudinal de la traviesa, lo que permite acelerar sustancialmente los cálculos; (4) la presión en los taladros generada por la deformación térmica diferencial de las vainas puede producir una fisuración apreciable; (5) en todos los casos estudiados existe una temperatura crítica a la que la grieta se hace inestable y aumenta súbitamente su longitud y abertura; (6) los modelos 2D acotan convenientemente los valores de la temperatura crítica en los cálculos 3D; (7) ni siguiera a la máxima temperatura considerada está la fisura visible próxima a alcanzar el extremo de la traviesa.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen a AFTRAV, la "Asociación Nacional de Fabricantes de Traviesas para Ferrocarril", su aportación financiera y técnica a la realización de este trabajo.

REFERENCIAS

- [1] A. Samuelli-Ferretti, S. Perno. Evaluation of the danger of cracking along the centerline of precast prestressed sleepers. In *Simposio de traviesas ferroviarias prefabricadas de hormigón, Madrid* (1991).
- [2] F. Rezaie, M. R. Shiri, S. M. Farnam. Experimental and numerical studies of longitudinal crack control for pre-stressed concrete sleepers. Engineering Failure Analysis 26 (2012) 21–30.
- [3] W. Ferdous, A. Manalo. Failures of mainline railway sleepers and suggested remedies –review of current practice. Engineering Failure Analysis 44 (2014) 17–35.
- [4] A. Montañes, J. Donaire, F. Suarez. Comportamiento mecánico de traviesas e ferrocarril polivalentes de hormigón pretensado durante su fabricación y puesta en obra. Anales de Mecánica de la Fractura 36 (2019) 575–581.
- [5] J. Donaire-Ávila, A. Montañés-López, F. Suárez. Influence of temperature on the longitudinal cracking in multipurpose precast concrete sleepers prior to their installation. Materials 12 (2019) 2731:1–19.
- [6] A. Hillerborg, M. Modéer, P. E. Petersson. Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements. Cement and Concrete Research 6 (1976) 773–781.



Figura 7. Malla de elementos finitos y resultados básicos de las simulaciones 3D con el modelo M5: distribución de las aberturas de grieta en el plano de simetría longitudinal de la traviesa para los estados a-e marcados con un círculo grande en el gráfico superior en la zona en que la abertura es superior a $10 \,\mu m (0.01 \, mm)$.

- [7] ADIF. Traviesas monobloque de hormigón pretensado. Traviesa PR. Plano general. <web> (2023).
- [8] ADIF. Sujeciones para traviesa de hormigón. Sujeción VE. Sujeción VE instalada en traviesa PR.
 <web> (2024).
- [9] J. M. Sancho, J. Planas, D. A. Cendon, E. Reyes, J. C. Galvez. An embedded crack model for finite element analysis of concrete fracture. Engineering Fracture Mechanics 74 (2007) 75–86.
- [10] B. Sanz, J. Planas, J. M. Sancho. An experimental and numerical study of the pattern of cracking of concrete due to steel reinforcement corrosion. Engineering Fracture Mechanics 114 (2013) 26–41.
- [11] B. Sanz, J. Planas, J. M. Sancho. A closer look to the mechanical behavior of the oxide layer in concrete reinforcement corrosion. International Journal of Solids and Structures 62 (2015) 256–268.

- [12] J. Planas, B. Sanz, J. M. Sancho. Vectorial stressseparation laws for cohesive cracking: in concrete and other quasibrittle materials. International Journal of Fracture 223 (2020) 77–92.
- [13] B. Sanz, J. Planas, L. Albajar. Experimental verification of indirect tests for stress-crack opening curve of concrete in tension from a round robin test: application to railway sleeper elements. Materials and Structures 55 (2022) 217.
- [14] C. Geuzaine, J.-F. Remacle. Gmsh: A 3-d finite element mesh generator with built-in pre- and postprocessing facilities. International Journal for Numerical Methods in Engineering 79 (2009) 1309– 1331.

DIFUSIÓN DE HIDRÓGENO EN FERRITA EN PRESENCIA DE DISLOCACIONES MEDIANTE UN MODELO DE TIPO MONTE CARLO CINÉTICO.

Gonzalo Álvarez^{1*}, Javier Segurado¹, Álvaro Ridruejo¹.

¹ Departamento de Ciencia de Materiales. Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos Canales y Puertos. Universidad Politécnica de Madrid. C/ Profesor Aranguren 3, 28040 Madrid-España *Persona de contacto: <u>g.alvarezm@upm.es</u>

RESUMEN

Este trabajo aborda la evaluación del coeficiente de difusión, la distribución estacionaria de hidrógeno y defectos y los tiempos de respuesta del hidrógeno en presencia de distintos entornos de tensión y concentración de defectos. El estudio parte de la evaluación de las barreras de difusión del hidrógeno en presencia de diversos estados tensionales y defectos puntuales por primeros principios mediante cálculos de teoría del funcional de la densidad electrónica. Estos resultados han sido utilizados para alimentar un código de Monte-Carlo cinético que permite el acoplamiento a la escala nanométrica discreta con objeto de simular el proceso difusivo del hidrógeno en presencia de campos complejos de tensión, que han sido resueltos acoplando un solver espectral a partir de las distribuciones de defectos y carga externa iniciales basado en el marco de campo de fases (*phase field*). Se proporciona la caracterización de un coeficiente de difusión local en función del entorno mecano-químico local y el valor homogeneizado característico al estado estacionario. A su vez, el modelo permite caracterizar las configuraciones estables de defectos y los tiempos característicos de convergencia a estas configuraciones. Esto permite la obtención de los parámetros difusivos del hidrógeno en presencia de defectos, tensión externa y temperatura. Estos resultados son finalmente comparados con resultados experimentales y valores teóricos derivados de modelos fickeanos.

PALABRAS CLAVE: Difusión de hidrógeno, Monte Carlo Cinético, Defectos, Phase field.

ABSTRACT

The aim of this work is to evaluate the local diffusion coefficient, the stationary hydrogen and defect distributions and the response times of hydrogen under different environments of macroscopic stress and defect distributions. This study departs from the evaluation of hydrogen diffusion barriers under the presence of several local stress states and defects from first principles by density functional theory calculations. These results have been used in a kinetic Monte-Carlo (kMC) model to couple electronic to discrete nanometric scale to simulate hydrogen diffusion in the presence of complex local stress states, which has been solved by coupling the kMC model to a spectral solver provided the defect distribution and macroscopic load state based on the phase field framework. A local diffusion coefficient characterization as a function of the mechanochemical environment is performed obtaining the characteristic homogenized value. Simultaneously the model allows the characterization of the stable defect configurations and the characteristic convergence times to these configurations. This procedure allows the evaluation of the physical parameters governing hydrogen diffusivity both from a local consideration and a global averaged homogenized value depending on the macroscopic conditions of hydrogen and defect concentration, load state and temperature. These results are compared both with experimental results and theoretical values for fickean diffusion.

KEYWORDS: Hydrogen diffusion, kinetic Monte Carlo, Defect interaction, Phase field.

1. INTRODUCCIÓN

La presencia de hidrógeno produce una redacción en la tenacidad a fractura de varios materiales, este fenómeno es denominado fragilización por hidrógeno (HE por sus siglas en inglés). Este fenómeno fue descrito por primera vez en 1926 por Pfeil [1], y ha sido objetivo de estudio desde entonces por diversos autores [2-25], describiendo extensamente el comportamiento macroscópico de forma empírica. Sin embargo, aún no se ha alcanzado un

consenso en la comunidad sobre los micro mecanismos que controlan como la presencia de hidrógeno en el material reduce la capacidad de absorción de energía plástica durante el proceso de deformación. Estos mecanismos proponen la reducción de la energía cohesiva del material (HID) [2,3], el aumento de la movilidad de las dislocaciones debido a una reducción en la tensión de Peierls o en las fuerzas de fricción de las dislocaciones (LHEDM) [4,5], la reducción en las barreras energéticas para la generación de dislocaciones (AIDE) [6,7] o vacantes (HESIV) [8,9], la formación de heterogeneidades en las leyes constitutivas locales que minimizan localmente las energías creación y propagación de grietas (HIFF) [10,11] y la inducción de formación de fases secundarias (HIPT) [12,13]. Estos mecanismos son recogidos en cinco modelos en la literatura: Transformación de fase inducida por hidrógeno (HIPT) [12,13], decohesión asistida por hidrógeno (HEDE) [14,15], plasticidad local asistida por hidrógeno (HELP) [16,17], HEDE mediado por HELP, o modelo secuencial [11,18] y HELP+HEDE, o modelo sinérgico [18]. Con datos experimentales apoyando el predominio de cada uno de los diferentes modelos en diferentes materiales y condiciones.

Para poder predecir el comportamiento de un material ante la presencia de hidrógeno, sin la necesidad de replicar las condiciones exactas a las que se va a someter en servicio, es necesario comprender que efecto tienen las diferentes variables (material base, concentración media de la distribución espacial final y transitoria tanto de hidrógeno como de otros defectos, temperatura y estado de carga) en los diferentes mecanismos.

El fenómeno de la fragilización por hidrógeno es un fenómeno complejo multiescala que está siendo abordado desde diversos enfoques en la actualidad con el objetivo de responder tanto a cuál es la distribución que adquiere el hidrógeno absorbido en el metal y cómo evoluciona su concentración en presencia de defectos, así como el efecto que tiene su distribución local en el comportamiento constitutivo del material. Para poder comprender la naturaleza dinámica de este fenómeno, se ha investigado exhaustivamente el proceso de difusión del hidrógeno, aunque con significativas limitaciones en los resultados obtenidos, debido a la referida naturaleza multiescalar de este fenómeno tanto en tiempos, como en longitudes. Con el propósito de integrar los efectos atomísticos ($\tau \approx 10^{-15}$ s, $\lambda \approx 10^{-10}$ m) en las menores escalas de la mecánica del medio continuo ($\tau \approx 10^{-10}$ s, $\lambda \approx 10^{-7}$ m), se han desarrollado varios avances en los últimos años basados en técnicas de dinámica molecular (MD)[19], métodos de Monte Carlo (MC) [20,21] y técnicas ab initio [21-25].

Las técnicas *ab initio*, capaces de abordar la menor escala espacial y temporal, permiten el cálculo por primeros principios de varios parámetros de los defectos y las interacciones en la escala discreta. Sin embargo, su elevado coste computacional restringe su uso a sistemas con un número total de átomos restringido a las centenas, incluso para los equipos más potentes. Sin embargo, la tendencia actual se centra en el uso de métodos *ab initio*, para la caracterización de estructuras concretas, y posteriormente el uso de esta información como base de partida en técnicas de escalas superiores. Mediante el desarrollo y ajuste de potenciales de dinámica molecular, y la descripción de eventos discretos en métodos de Monte Carlo (MC).

La técnica de MD se basa en la evaluación de las fuerzas atómicas (como gradiente de energía potencial en cada

partícula) en función de las partículas circundantes, mediante la evaluación de la interacción de sus potenciales, y hacer evolucionar su estado de movimiento en función de este gradiente. Esta técnica permite abordar sistemas del orden de millones de átomos, permitiendo integrar de forma eficiente el efecto de varias escalas, sin embargo, la fiabilidad de sus resultados es dependiente de la calidad de los potenciales utilizados respecto a los eventos simulados.

Los métodos de MC, se basan en la descripción del sistema en base a posibles eventos discretos con una frecuencia asociada a cada uno y la evolución del estado del sistema de manera probabilística en función de las frecuencias relativas de los posibles eventos y el paso de tiempo. Con requisitos dependientes del número de eventos posibles y la información requerida para describirlos. Al igual que en el caso de MD, la fiabilidad de estos métodos depende directamente de la calidad de la descripción de los eventos involucrados.

El material estructural más relevante sensible a la fragilización por hidrógeno es el acero al carbono, cuya fase predominante es la ferrita (hierro BCC, α-Fe), material de foco de este estudio. En este material, el hidrógeno presenta un carácter intersticial, residiendo en los huecos tetraédricos de la red, o asociado a defectos. movimiento del hidrógeno entre intersticios EL tetraédricos sucede a través de dos posibles estados de transición: los puntos de silla de primer y segundo grado. Estos últimos coinciden con los huecos octaédricos de la red. El salto a través de los puntos de silla de primer grado frente a los de segundo grado presenta una barrera energética efectiva en ausencia de tensiones externas ligeramente menor (56 meV frente a 59 meV). Sin embargo, la transición ocurre entre primeros vecinos, en lugar de segundos. Por otro lado, la dependencia con el estado tensional de ambas transiciones es diferente, por lo que la transición predominante depende de forma significativa del estado local de tensión [25].

El objetivo de este trabajo es el acople en un único algoritmo computacional la resolución del problema mecánico y químico y su evolución en el tiempo. Para ello se han acoplado un código de Monte Carlo cinético (kMC) [26] y un solver mecánico espectral basado en la transformada discreta de Fourier [27, 28]. Con el objetivo de evaluar la evolución de una distribución de hidrógeno y caracterizar su coeficiente de difusividad en la ferrita en función de la temperatura, estado de carga macroscópico y distribución local de defectos.

2. METODOLOGÍA

Como se acaba de mencionar, en este trabajo se ha desarrollado un código acoplado de dinámica de defectos en campo de fases y un modelo de Monte Carlo cinético con información de la escala atómica para la descripción de la difusión de hidrógeno en presencia de otros defectos cristalinos circundantes y el campo de tensiones. En este modelo se han desacoplado las componentes elástica e inelástica de las interacciones entre los diferentes defectos, tratándose por separado sus contribuciones. La contribución inelástica tiene como origen las contribuciones plástica y química. La contribución inelástica se ha considerado mediante la incorporación de un campo discreto de energía potencial no elástica en las posiciones relevantes de la red, el cual depende exclusivamente de la distribución de los defectos presentes.

Para reproducir el interior de un cristal, sin defectos de superficie, se han considerado condiciones periódicas de contorno

2.1. Evaluación de interacciones elásticas

Para la evaluación de las interacciones elásticas se ha considerado un modelo de campo de fases (*phase field*) para la contribución de los distintos defectos, basado en el método de dinámica de dislocaciones por campo de fases (*phase-field dislocation dynamics*, PFDD) [29]. Las variables de fase (ϕ^{α}), en este trabajo, están asociadas a la presencia de deformaciones libres de tensión (ϵ^{EIG}) siguiendo la expresión (1).

$$\boldsymbol{\varepsilon}^{Eig}(\boldsymbol{x}) = \sum \boldsymbol{\varepsilon}^{Eig,\alpha} \left(\boldsymbol{x} \right) = \sum \boldsymbol{\phi}^{\alpha} \left(\boldsymbol{x} \right) \boldsymbol{\Lambda}^{\alpha} \tag{1}$$

Donde el tensor Λ^{α} describe el estado de eigendeformación introducido por el defecto α en su interior. Para los defectos puntuales (intersticiales y vacantes), se ha considerado una descripción dipolar del defecto, cuyos tensores dipolares han sido obtenidos mediante cálculos de teoría del funcional de la densidad electrónica (DFT) mediante la expresión (2) donde Ω_{I} representa el volumen de la celda de DFT en ausencia de tensiones externas.

$$\boldsymbol{\Lambda}^{\alpha} = \frac{1}{\Omega_{I}} \int \boldsymbol{\varepsilon} \left(\boldsymbol{r} \right) dV \tag{2}$$

Las contribuciones elásticas de las dislocaciones son consideradas mediante el tensor Λ^{α} que caracteriza a una dislocación con vector de burgers **b**^{α} y el vector normal al plano de deslizamiento de la dislocación **n**^{α ... E}. El tensor Λ^{α} viene dado por la expresión (3).

$$\Lambda^{\alpha} = \frac{(b^{\alpha} \otimes n^{\alpha}) + (n^{\alpha} \otimes b^{\alpha})}{2h}$$
(2)

Donde h es el espesor del plano atómico cizallado por la dislocación.

El modelo de PFDD considera tres contribuciones a la energía del sistema, una contribución elástica (E^e), una contribución de gradiente, que penaliza las interfases abruptas (E^g) y una contribución de red (E^l) que considera la energía potencial inelástica debido a distorsiones locales de la red cristalina.

La energía elástica asociada al defecto α , (E^{e, α}) viene determinada por la expresión (4).

$$E^{e,\alpha} = -\frac{1}{2} \int \boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{x}) : \boldsymbol{\varepsilon}^{Eig,\alpha}(\boldsymbol{x}) dV$$
(4)

Donde $\sigma(x)$ representa el estado de tensión local.

Siguiendo la formulación de Moulinec y Suquet [27], en un medio homogéneo, con matriz de rigidez (\mathbb{C}) puede reescribirse en función del campo de deformación elástica (ε^{e}) o los campos de deformación total (ε) y libre de tensión (ε^{EIG}) locales siguiendo la expresión (5).

$$\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{x}) = \mathbb{C}: \boldsymbol{\varepsilon}^{e}(\boldsymbol{x}) = \mathbb{C}: \left(\boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{x}) - \boldsymbol{\varepsilon}^{Eig}(\boldsymbol{x})\right)$$
(5)

Usando la función de Green para un medio elástico (G), el campo de deformación total puede ser expresado en función de los campos de deformaciones libres de tensión basándonos en la ecuación de Lippmann–Schwinger según la expresión (6)

$$\boldsymbol{\varepsilon} = -\nabla(\nabla \boldsymbol{G}) * \left(\mathbb{C}: \boldsymbol{\varepsilon}^{Eig}\right) \tag{6}$$

Donde * representa el operador convolución y ∇ el operador gradiente.

La ecuación (6) puede ser resuelta eficientemente en el espacio de Fourier mediante la propiedad de la convolución en este espacio siguiendo la ecuación:

$$\mathcal{F}(\boldsymbol{\varepsilon}) = \overline{\boldsymbol{\varepsilon}} - \mathcal{F}(\nabla(\nabla \boldsymbol{G})) * \left(\mathbb{C}: \mathcal{F}(\boldsymbol{\varepsilon}^{Eig})\right), \quad (7)$$

donde \mathcal{F} denota la transformada de Fourier y $\overline{\boldsymbol{\varepsilon}}$ el valor macroscópico de deformación.

La introducción de las expresiones (5) y (7) en la expresión (4) permite expresar la energía elástica de los defectos exclusivamente en función de los campos de deformaciones libres de tensión asociados a los defectos, la deformación macroscópica y las propiedades del material.

La contribución a la energía del término de gradiente de los defectos viene dada por la expresión (8).

$$E^{g,\alpha} = \epsilon \int \left(\nabla^{eff} \phi^{\alpha} \right) \cdot \left(\nabla^{eff} \phi^{\alpha} \right) dV \qquad (10)$$

Donde ϵ es la longitud característica de dispersión (radio) del defecto y ∇^{eff} representa el gradiente en las dimensiones de dispersión ($\nabla^{\text{eff}}=\nabla$ en el caso de defectos puntuales y $\nabla^{\text{eff}}=\mathbf{n}^{\alpha} \wedge \nabla$).

Las contribuciones de energía de red de los diferentes defectos son tratadas de formas diferentes: en el caso de los defectos puntuales, este término está incluido en el campo de energía potencial inelástica obtenido directamente por DFT mientras que, en el caso de las dislocaciones, este término viene determinado por las superficies gamma de los planos de deslizamiento, cada uno de ellos con dos vectores de deslizamiento independientes, α y β , y considera desplazamientos no proporcionales a los vectores de burgers. Este término viene dado por la expresión (9).

$$E^{l,\alpha} = \int \frac{1}{h} \gamma \left(b^{\alpha} \phi^{\alpha}, b^{\beta} \phi^{\beta} \right) dV \tag{9}$$

2.2. Monte Carlo cinético

El modelo desarrollado está integrado en un modelo de Monte Carlo cinético (kMC) orientado a objetos con parámetros obtenidos mediante cálculos de DFT [25]. Este método sigue una cadena de Markov de primer orden, permitiendo predecir la evolución del sistema mediante la ejecución de uno de los diversos eventos posibles de manera probabilística. El avance de tiempo para la ejecución de un evento es función de las frecuencias de todos los eventos posibles en el sistema, siguiendo una distribución de Poisson y está dado por la expresión (10), donde Δt representa el paso de tiempo, ω_i representa la frecuencia del evento i, y \Re representa un número pseudo aleatorio procedente de una distribución homogénea en el intervalo [0,1)

$$\Delta t = \frac{-\log\Re}{\sum_{i=1}^{i=N} \sum_{j=1}^{j=n_i} \omega_{i \to j}}$$
(10)

Tras cada paso de tiempo, las frecuencias de cada uno de los eventos posibles son actualizadas, y el proceso se repite hasta el tiempo final de simulación.

Los movimientos posibles son el desplazamiento de los defectos cristalinos a las posiciones vecinas estables. Siguiendo la teoría del estado de transición, la frecuencia de salto entre las posiciones i y j ($\omega_{i \rightarrow j}$) sigue un comportamiento de tipo Arrhenius determinado por la expresión (11), donde $\omega_{0 i \rightarrow j}$ representa la frecuencia de intento de la transición $i \rightarrow j$, $E_{b i \rightarrow j}$ representa la barrera energética efectiva a superar, k_B es la constante de Boltzmann y T la temperatura.

$$\omega_{i \to j} = \omega_{0_{i \to j}} \cdot exp\left(\frac{-E_{b_{i \to j}}}{k_B T}\right) \tag{11}$$

Las barreras energéticas dependen tanto del entorno local del defecto (d < 1nm) como de los campos elásticos de largo alcance. Estas energías pueden ser por tanto disociadas en tres términos según la ecuación:

$$E_{b_{i\rightarrow j}} = E^0_{b_{i\rightarrow j}} + \Delta^{loc} E_{b_{i\rightarrow j}} + \Delta^e E_{b_{i\rightarrow j}}, \quad (12)$$

donde el término E^0 corresponde a la barrera de transición en equilibrio y ausencia de otros defectos. El término Δ^{loc} considera el efecto de las contribuciones inelásticas locales.

El último término, Δ^{e} , considera la modificación sufrida por la barrera debido al estado tensional externo debido a los campos elásticos.

Con objeto de aumentar la eficiencia computacional del código, los campos elásticos no son actualizados cada paso de tiempo, sino que se actualizan cuando dos eventos transcurren suficientemente cerca, y, por tanto, los cambios de probabilidad de éxito del segundo evento son alterados de forma no despreciable debido al primero. Para ello, se van realizando y listando los eventos seleccionados tras la última actualización de campos elásticos, cuando la distancia del último de los eventos seleccionados a uno de los eventos listados es menor que una distancia crítica, elegida según una tolerancia en probabilidad, este evento se queda en cola, y se procede a la actualización de los campos elásticos. Tras la actualización, se compara la frecuencia del evento en cola tras la actualización de los campos elásticos con la frecuencia previa, y se ejecuta probabilísticamente si la comparación del cociente entre la frecuencia actual y la frecuencia previa es mayor a R, un número pseudo aleatorio procedente de una distribución homogénea en el intervalo [0,1).

Tras dejar evolucionar al sistema, el coeficiente de difusión macroscópico se obtiene mediante la relación de Einstein, que relaciona el desplazamiento cuadrático medio $\langle |\mathbf{x} - \mathbf{x}_0|^2 \rangle$ con el tiempo transcurrido (Δt) y el número de dimensiones en la que hay difusión (d) según la ecuación (13).

$$D = \lim_{\Delta t \to \infty} \frac{\langle |x - x_0|^2 \rangle}{2d\Delta t}$$
(13)

3. RESULTADOS

Se ha evaluado el coeficiente de difusión del hidrógeno en presencia de un dipolo de dislocaciones en el plano $[0\ \bar{1}\ 1]$ con vector de burgers orientado en la dirección <1 1 l> con una densidad total de dislocaciones, $\rho = 10^{15}$ m/m³, ^{una} concentración de hidrógeno, [H] = 3 at ppm, una concentración de vacantes, [Vac] = 0.1 at ppm en ausencia de tensiones macroscópicas a temperatura, T=280K. La evolución del coeficiente de difusión medio, puede apreciarse en la figura *1*:



Figura 1: Evolución del coeficiente de difusión del hidrógeno en presencia de un dipolo de dislocaciones

Como se puede apreciar en la figura (1) tras un tiempo de convergencia del orden de 0.5 ns se puede apreciar que el coeficiente de difusión converge a un valor de $2.3 \cdot 10^{-9}$ m²/s. Este valor se encuentra entre los valores previamente reportados para el material sin defectos tanto experimental [30, 31] como computacionalmente [32, 33] (D = $1 \cdot 10 \cdot 10^{-8}$ m²/s) y el valor medido experimentalmente para el material con una reducción de sección en frío del 60% (D $\approx 7 \cdot 10^{-11}$ m²/s), valor para el que se estima una densidad de dislocaciones de $\rho = 10^{15}$ m/m³ [34].

4. CONCLUSIÓN

Se ha desarrollado un código computacional probabilístico basado en un Monte Carlo cinético orientado a objetos (o-kMC) que permite la evaluación del coeficiente de difusión del hidrógeno en función de la distribución de defectos local y los parámetros macroscópicos de tensión y temperatura.

Este código utiliza la información obtenida de los resultados de cálculos de teoría del densidad funcional (DFT) mediante la aportación del valor las barreras de difusión del hidrógeno, su dependencia con el valor de tensión local y los defectos circundantes, las longitudes características de los diferentes defectos y las superficies gamma de los planos de deslizamiento del material base. Mediante este modelo se ha podido reproducir el proceso de difusión del hidrógeno en el hierro, obteniendo una reducción del valor del coeficiente de difusión en presencia de dislocaciones.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer al Ministerio de Ciencia e Innovación la ayuda financiera recibida mediante el proyecto TED2021-130255B-C32, financiado por MCIN/AEI/10.13039/501100011033. En particular, G. Álvarez agradece la beca doctoral FPU concedida por el Ministerio de Universidades (Ref.: FPU20/05495).

REFERENCIAS

- L. B. Pfeil, "The effect of occluded hydrogen on the tensile strength of iron," Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character, vol. 112, pp. 182–195, aug 1926.
- [2] A. Turnbull, "Modelling of environment assisted cracking," Corrosion Science, vol. 34, pp. 921–960, jun 1993.
- [3] A. Ramasubramaniam, M. Itakura, and E. A. Carter, "Interatomic potentials for hydrogen in α -iron based on density functional theory," Physical Review B - Condensed Matter and Materials Physics, vol. 79, p. 174101, may 2009.
- [4] H. K. Birnbaum and P. Sofronis, "Hydrogenenhanced localized plasticity-a mechanism for hydrogen-related fracture," Materials Science and Engineering A, vol. 176, pp. 191–202, mar 1994
- [5] P. Yu, et al, "The key role played by dislocation core radius and energy in hydrogen interaction with dislocations," Acta Materialia, vol. 185, pp. 518– 527, feb 2020.
- [6] S. P. Lynch, "Comments on "A unified model of environment-assisted cracking"," Scripta Materialia, vol. 61, pp. 331–334, aug 2009.
- [7] S. P. Lynch, "Hydrogen embrittlement (HE) phenomena and mechanisms," Stress corrosion cracking: Theory and practice, vol. 30, pp. 90–130, jun 2011.
- [8] T. Matsuo, J. Yamabe, and S. Matsuoka, "Effects of hydrogen on tensile properties and fracture surface morphologies of Type 316L stainless steel," International Journal of Hydrogen Energy, vol. 39, pp. 3542–3551, feb 2014.
- [9] E. Ogosi, et al "Hydrogen effect on plastic deformation and fracture in austenitic stainless steel," jun 2020.
- [10] S. S. Shishvan, G. Csányi, and V. S. Deshpande, "Hydrogen induced fast-fracture," Journal of the Mechanics and Physics of Solids, vol. 134, p. 103740, 1 2020.
- [11] S. S. Shishvan, G. Csányi, and V. S. Deshpande, "Strain rate sensitivity of the hydrogen embrittlement of ferritic steels," Acta Materialia, vol. 257, p. 119173, 9 2023.
- [12] N. Pushilina, et al, "Hydrogen-induced phase transformation and microstructure evolution for Ti-6Al-4V parts produced by electron beam melting," Metals, vol. 8, p. 301, apr 2018.
- [13] A. T. Motta and L. Q. Chen, "Hydride formation in zirconium alloys," Jom, vol. 64, no. 12, pp. 1403– 1408, 2012.

- [14] K. P. Balan, "Hydrogen Embrittlement and Stress Corrosion Cracking," Metallurgical Failure Analysis, pp. 179–202, 2018.
- [15] M. Dadfarnia, et al, "Recent advances on hydrogen embrittlement of structural materials," International Journal of Fracture, vol. 196, pp. 223–243, nov 2015.
- [16] I. M. Robertson, et al, "Hydrogen Embrittlement Understood," Metallurgical and Materials Transactions A: Physical Metallurgy and Materials Science, vol. 46, pp. 2323–2341, jun 2015.
- [17] S. Lynch, "Discussion of some recent literature on hydrogen-embrittlement mechanisms: Addressing common misunderstandings," Corrosion Reviews, vol. 37, pp. 377–395, oct 2019.
- [18] M. B. Djukic, et al, "The synergistic action and interplay of hydrogen embrittlement mechanisms in steels and iron: Localized plasticity and decohesion," Engineering Fracture Mechanics, vol. 216, p. 106528, jul 2019.
- [19] J. Song and W. A. Curtin, "Atomic mechanism and prediction of hydrogen embrittlement in iron," Nature Materials, vol. 12, pp. 145–151, feb 2013.
- [20] Y. A. Du, J. Rogal, and R. Drautz, "Diffusion of hydrogen within idealized grains of bcc Fe: A kinetic Monte Carlo study," Physical Review B -Condensed Matter and Materials Physics, vol. 86, p. 174110, nov 2012.
- [21] C. C. Fu, et al, "Multiscale modelling of defect kinetics in irradiated iron," Nature Materials 2004 4:1, vol. 4, pp. 68–74, 12 2004.
- [22] J. Sanchez, et al, "Hydrogen in α -iron: Stress and diffusion," Physical Review B - Condensed Matter and Materials Physics, vol. 78, p. 014113, jul 2008.
- [23] D. A. Mirzaev, et al, "Hydrogen-vacancy interaction in bcc iron: Ab initio calculations and thermodynamics," Molecular Physics, vol. 112, pp. 1745–1754, 7 2014.
- [24] P. L. de Andres, J. Sanchez, and A. Ridruejo, "Hydrogen in α-iron: role of phonons in the diffusion of interstitials at high temperature," Scientific Reports, vol. 9, no. 1, pp. 1–9, 2019.
- [25] G. Álvarez, J. Sánchez and Á. Ridruejo "Caracterización por DFT del efecto de la tensión sobre la difusión del hidrógeno en hierro BCC" Revista española de mecánica de la fractura, ISSNe 2792-4246, N.º. 5, 2023, págs. 115-120
- [26] W M Young and E W Elcock "Monte Carlo studies of vacancy migration in binary ordered alloys: I" 1966 Proc. Phys. Soc. 89 735
- [27] H. Moulinec and P. Suquet. "Fast numerical method for computing the linear and nonlinear properties of composites" C. R. Acad. Sci., Paris 318 1417–23 1994

- [28] S. Lucarini, M. V. Upadhyay and J. Segurado "FFT based approaches in micromechanics: fundamentals, methods and applications "2022 Modelling Simul. Mater. Sci. Eng. 30 023002
- [29] Peng et al. "A 3D phase field dislocation dynamics model for body-centered cubic crystals" A 3D phase field dislocation dynamics model for bodycentered cubic crystals 2020 Computational Materials Science 171 109217
- [30] Hans Jürgen Grabke, E. R. (2000). Absorption and diffusion of hydrogen in steels. Materiali in Tehnologije, 34(6), 331.
- [31] Hayashi, Y., & Shu, W. M. (2000). Iron (Ruthenium and Osmium)-Hydrogen Systems. Solid State Phenomena, 73-75, 65–114.
- [31] D. E. Jiang and E. A. Carter, "Diffusion of interstitial hydrogen into and through bcc Fe from first principles," Physical Review B - Condensed Matter and Materials Physics, vol. 70, p. 064102, aug 2004.
- [32] Sánchez, J., Álvarez, G., Ridruejo, Á., de Andrés, P., Torres, J., & Rebolledo, N. (2020). "Fragilización por hidrógeno en aceros de alta resistencia: equilibrio y difusión en presencia de trampas." Anales de Mecánica de La Fractura, 37(1), 332–337.
- [34] K, Nakashima, et al "Limit of Dislocation Density and Dislocation Strengthening in Iron" 2006 Materials Science Forum, 503-504(), 627–632.

MODELO NUMÉRICO PARA EL ESTUDIO DEL MECANISMO DE APERTURA/CIERRE DE UNA VIGA ROTATORIA FISURADA

B. Muñoz-Abella^{*}, T. Ter Tesayants, L. Rubio Ruiz de Aguirre, P. Rubio Herrero

SiOMec. Grupo de Simulación y Optimización Mecánica. Universidad Carlos III de Madrid Departamento de Ingeniería Mecánica. Escuela Politécnica Superior Avda. de la Universidad, 30, 28911. Leganés. Madrid. España *Persona de contacto: <u>mmunoz@ing.uc3m.es</u>

RESUMEN

Las vigas rotatorias se utilizan habitualmente como modelos simplificados de elementos más complejos como palas de aerogeneradores, de helicópteros o álabes de turbinas. Estos componentes, debido a las cargas a las que se ven sometidos junto al medio ambiente agresivo en el que funcionan, frecuentemente presentan fisuras que pueden llegar a propagar y desembocar en daños catastróficos. El objetivo de este trabajo es analizar el comportamiento dinámico de una viga rotatoria fisurada teniendo en cuenta el mecanismo de apertura/cierre del defecto bajo diferentes condiciones de funcionamiento. Para conseguir el objetivo planteado se ha desarrollado un modelo numérico dinámico 3D de una viga rotatoria fisurada mediante el Método de los Elementos Finitos con el programa comercial Abaqus. Este modelo permite analizar el comportamiento dinámico del elemento teniendo en cuenta sus parámetros geométricos y diferentes condiciones de funcionamiento y características de la fisura, considerando el efecto "breathing crack" (mecanismo de apertura/cierre) de la misma. Se concluye que el grado de apertura de la fisura aumenta con la velocidad de giro, independientemente de su orientación, así como que, para una velocidad de giro, la apertura depende de la orientación de la fisura.

PALABRAS CLAVE: Vigas rotatorias fisuradas, análisis dinámico, mecanismo de apertura/cierre, método de los elementos finitos.

ABSTRACT

Rotating beams are frequently utilized as simplified representations of more complex components like wind turbine, helicopter, or turbine blades. These components, subjected to significant loads in aggressive operating environments, often develop cracks that can propagate, potentially leading to catastrophic failure. This study aims to investigate the dynamic behaviour of a cracked rotating beam while considering the opening and closing mechanism of the defect under various operating conditions. To achieve this goal, a 3D dynamic numerical model of a cracked rotating beam has been developed using the Finite Element Method with the commercial software Abaqus. This model enables the analysis of the component's dynamic behaviour, accounting for its geometric parameters, diverse operating conditions, and crack characteristics, including the effect of a "breathing crack" (opening and closing mechanism). The findings indicate that the degree of crack opening increases with rotational speed, irrespective of its orientation. Moreover, for a given rotational speed, the extent of opening depends on the crack orientation.

KEYWORDS: Cracked rotating beams, dynamic analysis, opening/closing mechanism, finite element method.

1. INTRODUCCIÓN

Las vigas rotatorias son elementos que a menudo se utilizan para el estudio simplificado de elementos mecánicos más complejos como pueden ser palas de aerogeneradores, palas de helicópteros o álabes de turbinas. Debido a las cargas a las que están sometidos junto con el medio ambiente en el que trabajan, habitualmente, estos elementos presentan fisuras que pueden propagar hasta causar daños materiales y personales. Por lo tanto, es necesario garantizar adecuados planes de mantenimiento que garanticen la fiabilidad de los sistemas, para lo que es necesario un conocimiento profundo de la dinámica del conjunto.

El estudio del comportamiento dinámico de las palas es fundamental para diseñar o evaluar su funcionamiento, especialmente cuando estas se pueden encontrar dañadas. Durante el giro de las palas aparece una fuerza centrífuga que varía con la distancia al centro de rotación e influye en el comportamiento dinámico tanto dentro del plano de rotación ("chordwise") como fuera de él ("flapwise"). Esta fuerza incrementa la frecuencia natural en ambos planos. Cuando una viga está fisurada, la presencia del defecto afecta tanto a las vibraciones "flapwise" como a las "chordwise". Las investigaciones más numerosas se centran sobre las primeras debido a que las vibraciones en ese plano están desacopladas de las axiales, a diferencia de lo que sucede con las vibraciones "chordwise" [1, 2].

El análisis dinámico se puede hacer mediante modelos analíticos, numéricos y/o ensayos experimentales. Los modelos analíticos, mayoritariamente, simplifican el tridimensional elemento mediante una viga unidimensional y utilizan bien la teoría de vigas de Euler-Bernoulli para vigas suficientemente esbeltas, caso de las palas de aerogeneradores [3, 4] o la teoría de Timoshenko en otros casos, aplicables, por ejemplo, a álabes de turbinas [2]. Si, además, la viga se encuentra fisurada, el modelo consta de 2 vigas conectadas entre sí por un muelle sin masa cuya rigidez es igual a la que introduce la fisura [3]. En cualquiera de los casos se obtienen ecuaciones una o varias diferenciales con órdenes elevados y coeficientes variables, cuya resolución presenta gran complejidad. Por otra parte, los trabajos centrados en ensayos experimentales son mucho menos numerosos y exhaustivos por la dificultad en su desarrollo [5,6].

En este trabajo se presenta un modelo numérico dinámico 3D de una pala rotatoria fisurada desarrollado mediante el Método de los Elementos Finitos con el software comercial Abaqus. Este modelo permite analizar el comportamiento dinámico "flapwise" del elemento teniendo en cuenta parámetros geométricos y diferentes condiciones de funcionamiento y características de la fisura, considerando, además, el efecto "breathing crack" (mecanismo de apertura/cierre) de la misma. El estudio del mecanismo de apertura/cierre es un factor importante para conocer el comportamiento de la viga, ya que en el tiempo en el que la fisura se encuentre cerrada el elemento se comporta como si no tuviese defecto.

2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

2.1. Modelo de viga rotatoria

La viga de estudio es una rotatoria fisurada uniforme, cuya sección, con doble simetría, es un cuadrado de área 300 mm², su longitud es L=790 mm y gira con velocidad angular constante Ω alrededor del eje de revolución Z' (Figura 1). La fisura se encuentra a una distancia Xc=310 mm de la unión entre el cubo y la viga, punto O, origen del sistema de referencia XYZ, según el esquema en la Figura 1, en la que se indica también la situación del radio del cubo (R=15 mm) unido a la viga. La viga está fabricada en acero de módulo de elasticidad E = 210 GPa, coeficiente de Poisson v = 0.33 y densidad ρ = 7850 kg/m³.

Para la realización del estudio que se presenta en este trabajo se han considerado vigas fisuradas con 4 configuraciones de fisuras diferentes, denominadas I, II, III y IV, tal y como se muestra en la Figura 2. En todos los casos las fisuras están situadas en la sección indicada anteriormente y su área es igual al 50% de la sección de la viga. Por último, se han tenido en cuenta 6 velocidades de giro Ω , que son, 50, 100, 150, 200, 250 y 300 rad/s. Por otra parte, no se ha tenido en cuenta la aceleración de la gravedad. En resumen, el número de casos analizados ha sido 30.



Figura 1. Esquema de la viga rotatoria fisurada.



Figura 2. Sección fisurada de la viga para los 4 configuraciones estudiadas (I, II, III y IV).

2.2. Desarrollo del modelo numérico

El modelo numérico base de las vigas estudiadas, simplificación del modelo real, se ha desarrollado con el software comercial de elementos finitos Abaqus mediante un análisis dinámico implícito [7], con toma de datos cada 0.0001 segundos. Este modelo está formado por 3 zonas con la misma sección cuadrangular, todas ellas malladas con elementos hexaédricos, de 8 nodos, interpolación lineal, e integración reducida con control de "hourglass". La zona 1 representa al cubo de la viga y es la zona donde se aplica la velocidad angular con sentido positivo del eje Z. Esta se ha aplicado en 2 puntos de referencia, los cuales tienen restringidos todos sus grados de libertad excepto el giro en esa dirección. Mediante un acoplamiento que relaciona los grados de libertad de los puntos con los del propio cubo se consigue que el movimiento se aplique sobre esta zona que es la que arrastrará al resto de la pala, tal y como sucede en los modelos reales. En la Figura 3 se puede ver un esquema de aplicación de la velocidad angular a través de los puntos de referencia. Esta se ha aplicado de forma creciente entre 0 y 0,1 s y se ha mantenido constante hasta el final del tiempo (1 s), tal y como se muestra en la Figura 4.



Figura 3. Esquema de aplicación de la velocidad angular.



Figura 4. Forma de aplicación de la velocidad angular

La unión de las zonas 2 y 3 representa la viga rotatoria. Se ha modelado como la unión de 2 zonas diferentes debido a que en la zona unión de ambas es donde se sitúa la sección fisurada. En la Figura 5 se puede ver un esquema de las diferentes zonas que componen el modelo.



Figura 5. Esquema de las zonas que forman el modelo.

La simulación de la fisura se ha realizado de forma que en la sección de unión de las 2 y 3 (sección fisurada) se ha definido una interacción "tie" en la zona de la misma que permanece intacta y un contacto entre superficies en la zona que está fisurada. La interacción "tie" une las dos zonas de forma que su comportamiento es igual al que tendrían si fueran una sola, mientras que el contacto definido en la zona dañada impide la penetración de las áreas de contacto en la dirección normal, de manera que se transmite la presión entre las superficies, según se muestra en la Figura 6. Por último, la unión entre la primera y segunda zonas también se ha realizado mediante una interacción "tie".



Figura 6.Definición de la zona fisurada (a) Disposición vertical (Tipo II) (b) Disposición horizontal (Tipo IV).

El tamaño de los elementos se ha determinado mediante la realización de un estudio de sensibilidad de malla, de forma que el modelo definitivo tiene alrededor de 22000 elementos y 25000 nodos.

3. VALIDACIÓN DEL MODELO

La validación del modelo numérico se ha realizado comparando las frecuencias naturales en el plano XZ (ver Figura 1), "flapwise" con las calculadas mediante un modelo analítico válido para vigas suficientemente esbeltas, caso de la viga objeto de estudio, que ha sido desarrollado y validado por los autores en trabajos anteriores [3, 8-10]. Es necesario indicar que la comparación se ha realizado únicamente para las fisuras tipo I ya que son estas las que tiene en cuenta el modelo analítico mencionado.

El valor de partida para el cálculo de las 3 primeras frecuencias naturales (ω) es el valor, obtenido de los modelos numéricos, de la aceleración lineal en el eje Z de un punto del extremo libre de la viga a lo largo del tiempo. A la señal de entrada se le aplica la Transformada Rápida de Fourier (FFT), con una fase previa de acondicionamiento de la señal mediante una ventana "Hann", para evitar el efecto "leakage" [11]. En la Figura 7 se muestra el procedimiento descrito para la viga girando a 150 rad/s y sección tipo I.

En las Tablas 1 y 2 se muestran los resultados obtenidos por ambos modelos y el error porcentual en valor absoluto, calculado según (1), para las 3 primeras frecuencias naturales (ω_1 , ω_2 , ω_3) y todas las velocidades estudiadas. Los índices A y N indican los resultados de los modelos analítico y numérico, respectivamente.

$$\varepsilon\%(\omega_i) = \left|\frac{\omega_i^A - \omega_i^N}{\omega_i^A}\right| 100 \quad i = 1,2,3 \tag{1}$$

En general, a medida que aumenta la velocidad angular y el orden de la frecuencia también aumenta el error entre los valores numéricos y los analíticos, pero en ningún caso estos errores son superiores al 3%, luego se puede concluir que el modelo numérico desarrollado es válido para el estudio del comportamiento dinámico de la viga rotatoria.

Tabla 1. Comparación de las 3 primeras frecuencias naturales obtenidas de los modelos analítico y numérico, para velocidades de giro de 50, 100 y 150 rad/s.

Ω (rad/s)	50	100	150
ω_1^A (Hz)	24,41	28,69	34,79
ω_1^N (Hz)	24,19	28,63	34,71
ε%(ω1)	0,93	0,21	0,22
$\omega 2^{A} (Hz)$	142,21	145,87	151,98
ω_2^N (Hz)	140,92	145,40	159,30
ε‰(ω2)	0,92	0,33	0,39
ω 3 ^A (Hz)	392,46	396,73	402,22
$\omega 3^{N}$ (Hz)	396,48	400,91	408,17
ε‰(ω3)	1,02	1,04	1,46

Tabla 2. Comparación de las 3 primeras frecuencias naturales obtenidas de los modelos analítico y numérico, para velocidades de giro de 200, 250 y 300 rad/s.

Ω (rad/s)	200	250	300
ω_1^A (Hz)	41,50	48,83	56,15
ω_1^N (Hz)	41,67	49,09	56,75
ε%(ω1)	0,41	0,53	1,05
ω_2^A (Hz)	161,13	171,51	183,11
$\omega 2^{N}$ (Hz)	162,08	173,52	186,52
ε‰(ω2)	0,58	1,16	1,83
ω 3 ^A (Hz)	410,77	421,14	437,01
$\omega s^N (Hz)$	418,09	430,48	445,10
ε‰(ω3)	1,75	2,17	1,82

4. RESULTADOS

Para cada uno de los casos estudiados se ha obtenido la evolución del grado de apertura (δ) que se produce en la sección fisurada en los 2 puntos situados en las esquinas exteriores de la periferia de la zona fisurada. Con el fin para facilitar la comprensión de las figuras que se muestran en los apartados siguientes, en la Figura 8 se puede ver un esquema de la sección donde se sitúa la

fisura donde se muestra la nomenclatura de los puntos que se han tenido en cuenta en el estudio.



Figura 7. Procedimiento de obtención de las frecuencias naturales.



Figura 8. Nomenclatura de los puntos de la sección en la que se encuentra la fisura

Influencia del tipo de sección fisurada

En las Figuras 9 a 12 se puede ver, para una viga girando a una velocidad Ω =150 rad/s, el grado de apertura del área fisurada para las diferentes tipos de secciones en los puntos estudiados. Para el resto de velocidades angulares la amplitud es diferente pero las formas de las gráficas en cada punto son similares. Solo se muestran los resultados a partir de 0,1 s, momento en el que se estabiliza la señal.



Figura 9. Evolución de la apertura δ para fisura tipo I y velocidad de giro Ω =150 rad/s.



Figura 10. Evolución de la apertura δ para fisura tipo II y velocidad de giro Ω =150 rad/s.



Figura 11. Evolución de la apertura δ para fisura tipo III y velocidad de giro Ω =150 rad/s.



Figura 12. Evolución de la apertura δ para fisura tipo IV y velocidad de giro Ω =150 rad/s.

De acuerdo a las gráficas, independientemente del tipo de fisura, esta no permanece abierta, sino que se abre y se cierra a lo largo del tiempo. En el caso de las fisuras verticales (Tipos I y II), el grado de apertura de los puntos superiores es ligeramente mayor que el de los inferiores y, además, sus máximos no se dan en el mismo tiempo. Es decir, cuando la fisura se está abriendo en la zona superior está cerrada en la inferior y, al contrario, cuando se abre en la inferior está cerrada en la superior. Este fenómeno es similar para ambos tipos de fisuras verticales. En cuanto a las fisuras horizontales (Tipo III y IV), ambos puntos, situados en la misma horizontal, tienen en todo momento el mismo grado de apertura.

Aunque la disminución de rigidez debida a la fisura es la misma en todos los casos, ya que el porcentaje de área fisurada es siempre el mismo, el sentido de giro es diferente, por lo que si se comparan los resultados en el mismo punto de una sección vertical y una horizontal, el grado de apertura en las secciones horizontales es mayor que en las verticales. En concreto, para el caso estudiado, aproximadamente, 0.25 mm en las fisuras horizontales frente a 0.13 mm en las verticales.

Influencia de la velocidad de giro

En las Figuras 13 y 14 se muestran los resultados del grado de la apertura en función de la velocidad de giro para el mismo punto de máxima apertura (punto C) de una fisura vertical (Tipo II) y una horizontal (Tipo III). Para facilitar la claridad de la gráfica solo se muestran los resultados para 3 velocidades (Ω =50, 150 y 250 rad/s). Las conclusiones son extrapolables al resto de velocidades de rotación.

La principal conclusión que se puede extraer es que el grado de apertura de la fisura crece a medida que crece la velocidad de giro, aunque, como se vio anteriormente, en la fisura horizontal las amplitudes son mayores que en la vertical. También se puede observar que la frecuencia de apertura/cierre de la fisura no se corresponde con la velocidad de giro. Es decir, en cada giro no se produce exactamente un ciclo de apertura/cierre, aunque sí se observa que esta frecuencia es la misma, independientemente del tipo de sección de la que se trate.



Figura 13. Evolución de la apertura δ para fisura tipo II y punto C para 3 velocidades de giro.



Figura 14. Evolución de la apertura δ para fisura tipo III y punto C para 3 velocidades de giro.

5. CONCLUSIONES

En este trabajo se presenta un modelo numérico dinámico 3D de una viga rotatoria fisurada realizado mediante el Método de los Elementos Finitos. Este modelo ha permitido analizar el comportamiento dinámico del elemento teniendo en cuenta sus parámetros geométricos y diferentes condiciones de funcionamiento y características de la fisura, considerando el efecto "breathing crack" (mecanismo de apertura/cierre) de la misma. El estudio del mecanismo de apertura/cierre es un factor importante para conocer el comportamiento de la viga, ya que en el tiempo en el que la fisura se encuentre cerrada el elemento se comporta como si no tuviese defecto.

Para el modelo de viga y posición de la fisura estudiados, se puede concluir que la fisura no permanece abierta a lo largo del tiempo, sino que se abre y cierra. En el caso de fisuras verticales, los puntos superiores sufren mayor apertura que los inferiores, mientras que para fisuras horizontales, el grado de apertura en puntos situados en la misma horizontal es el mismo. Para un mismo punto, en las fisuras horizontales se producen mayores aperturas que en las verticales. Por otra parte, el grado de apertura de la fisura crece a medida que crece la velocidad de giro. Además, la frecuencia del mecanismo de apertura cierre no coincide con la velocidad de giro, aunque sí depende de ella, pero no del tipo de sección considerada.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer al Proyecto financiado por la Agencia Estatal de Investigación (PID2019-104799GB-I00/ AEI / 10.13039/501100011033) por los fondos que han permitido la realización de este trabajo.

REFERENCIAS

- H. Kim, H. H. Yoo, J. Chung. Dynamic model for free vibration and response analysis of rotating beams, J. Sound Vib. 332(22) (2013) 5917-5928.
- [2] A. Masoud. A new algorithm for crack localization in a rotating Timoshenko beam, J. Vib. Control. 15(10) (2009) 1451-1561.
- [3] B. Muñoz-Abella, L. Rubio, P. Rubio. *Two-stage* crack identification in an Euler-Bernoulli rotating beam using modal parameters and Genetic Algorithms, Smart Struct Syst. 3(2) (2024).
- [4] R. Banerjee. Free vibration of rotated tapered beams using the dynamic stiffness method, J. Sound Vib. 298(4-5) (2006) 1034-1054.
- [5] Q. Xiong, H. Guan, H. Ma, Z. Wu, X. Guo, W. Wang. *Dynamic characteristic analysis of rotating blade with breathing crack*, Mech. Syst. Signal Process. 196 (2023): 110325.
- [6] J. Huang, K. Zhan, J. Xu, K. Wang, H. Song. Flapwise vibrations of non-uniform rotating cantilever beams: An investigation with operational experiments, J. Sound Vib. 553 (2023): 117648.
- [7] ABAQUS, Abaqus theory manual, version 6.14, in: Dassault Systems Inc (2014).
- [8] B. Muñoz-Abella, L. Rubio, P. Rubio. Closed-Form Solution for the Natural Frequencies of Low-Speed Cracked Euler–Bernoulli Rotating Beams, Mathematics. 10(24) (2022): 4742.
- [9] P. Rubio, B. Muñoz-Abella, L. Rubio. Modelo de comportamiento vibratorio de una viga rotatoria fisurada, XXIII Congreso Nacional de Ingeniería Mecánica, Jaén (2020).
- [10] B. Muñoz-Abella, L. Rubio, P. Rubio. Detección e identificación de fisuras en vigas rotatorias esbeltas a baja velocidad mediante parámetros modales y redes neuronales artificiales, RIBIM. 27(2) (2023) 61-73.
- [11] B. Valverde-Marcos, B. Muñoz-Abella, P. Rubio, L. Rubio. *Influence of the rotation speed on the dynamic behaviour of a cracked rotating beam*, Theor. Appl. Fract. Mech. 117 (2022): 103209.

APLICACIÓN DEL ALGORITMO DE OPTIMIZACIÓN BASADO EN CONEJOS ARTIFICIALES A LA DETECCIÓN E IDENTIFICACIÓN DE FISURAS EN VIGAS ROTATORIAS

L. Rubio^{1*}, B. Muñoz-Abella¹, P. Rubio¹

¹ Grupo de Investigación SiOMec, Departamento de Ingeniería Mecánica, Universidad Carlos III de Madrid, Avda. de la Universidad, 30, 28911 Leganés, Madrid, España * Persona de contacto: lrubio@ing.uc3m.es

RESUMEN

En este artículo se pretende identificar fisuras de fatiga en vigas rotatorias esbeltas a partir del comportamiento dinámico de las vigas girando a bajas velocidades de rotación. Para ello se ha empleado un algoritmo meta-heurístico de optimización aplicado a los datos obtenidos matemáticamente mediante un modelo de comportamiento de viga rotatoria desarrollado por las autoras previamente. El algoritmo de optimización utilizado está basado en las tácticas de supervivencia de los conejos frente a sus depredadores (ARO: Artificial Rabbit Optimization). El algoritmo se alimenta con las dos primeras frecuencias de vibración obtenidas con el modelo matemático y permite obtener las características de la viga que identifican la fisura: posición y severidad. Los resultados obtenidos presentan gran concordancia con los resultados originales. El procedimiento presentado puede constituir una primera aproximación a un método de monitorización de daño para sistemas rotatorios más complejos.

PALABRAS CLAVE: Vigas rotatorias, Identificación de fisuras, Artificial rabit optimization, health monitoring.

ABSTRACT

This article aims to identify fatigue cracks in slender rotating beams from the dynamic behaviour of the beams rotating at low rotational speeds. For this purpose, a meta-heuristic optimisation algorithm has been applied to the data obtained mathematically using a rotating beam behaviour model previously developed by the authors. The optimisation algorithm used is based on the survival tactics of rabbits against their predators (ARO: Artificial Rabbit Optimisation). The algorithm is fed with the first two vibration frequencies obtained with the mathematical model and allows obtaining the characteristics of the beam that identify the crack: position and severity. The results obtained are in good agreement with the original results. The procedure presented may constitute a first approximation to a health monitoring method for more complex rotating systems.

KEYWORDS: Rotating beams, Crack identification, Artificial rabbit optimization, health monitoring.

1. INTRODUCCIÓN

En la mayoría de los sectores estratégicos como el transporte y las industrias de la energía, hay componentes mecánicos cuya representación simplificada son vigas rotatorias. Es el caso típicamente de las palas de los aerogeneradores o las palas de los helicópteros. Estos compontes generalmente trabajan en condiciones extremas de temperatura, medioambiente agresivo, cargas cíclicas que unidas a pequeños defectos en la fabricación pueden dar lugar a la propagación de las fisuras y, en definitiva, a la rotura catastrófica de los mismos. El efecto que en los componentes mecánicos tiene la existencia de fisuras es la disminución de las frecuencias naturales [1,2]. Este hecho se ha utilizado para la detección e identificación de las fisuras. Sin embargo, en el caso de las vigas rotatorias fisuradas, este efecto se solapa con otro, y contrario, que es el aumento

de las frecuencias como consecuencia de la fuerza centrífuga que aparece con el giro [3-7]. Estos dos efectos combinados dificultan la detección e identificación de las fisuras [3,8,9].

Por otro lado, la estimación de los parámetros característicos de las fisuras a partir del comportamiento de las vigas rotatorias constituye un problema inverso de la mecánica. En el pasado se han usado diferentes métodos para abordar este tipo de problemas. De entre ellos cabe destacar las Redes Neuronales Artificiales [10-12], las técnicas convencionales de optimización[13-15] o los Algoritmos Genéticos [16-18, 9]. Sin embargo, en los últimos tiempos, otros métodos se están imponiendo con fuerza con el desarrollo de la IA. Este es el caso de los algoritmos meta-heurísticos usados para resolver problemas de optimización en la ingeniería. La mayoría de ellos inspirados en la naturaleza [20].

En esta contribución se presenta una metodología para la identificación de fisuras en vigas rotatorias esbeltas a baja velocidad de giro basada en un novedoso algoritmo de optimización denominado Algoritmo de Conejos Artificiales. Se trata por tanto, de la resolución de un problema inverso en el que la función objetivo es una expresión que proviene de un método directo de integración de la ecuación del movimiento de las vigas rotatorias previamente desarrollado por las autoras. Para llevar a cabo el trabajo se ha utilizado el código comercial MATLAB y una toolbox específica desarrollada para el algoritmo [20].

2. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA DIRECTO

2.1 Modelo de viga fisurada rotatoria de Euler Bernoulli

Se considera una viga Euler-Bernoulli rotatoria fisurada uniforme, cuya sección, con doble simetría, es un rectángulo que tiene una altura H y una anchura B, su longitud es L y gira con velocidad angular constante Ω alrededor del eje de revolución Z'. La fisura, cuya profundidad es a, se encuentra a una distancia Lc de la unión entre el cubo y la viga, que constituye el origen del sistema de referencia XYZ, según se muestra en la figura 1, en la que se indica también el diámetro del cubo (D) unido a la viga. Por otra parte, en este trabajo solo se ha considerado el desplazamiento W(X,t), donde t es la variable tiempo, en la dirección Z (flapwise), ver figura 1.



Figura 1. Esquema de la viga rotatoria fisurada.

Si se considera una viga similar intacta a la de la figura 1, la ecuación que gobierna el movimiento es una ecuación de cuarto orden dada por la expresión (1) [9].

$$\rho A \frac{\partial^2 W(X,t)}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial X^2} \left(E I \frac{\partial^2 W(X,t)}{\partial X^2} \right) - \frac{\partial}{\partial X} \left(P(X) \frac{\partial W(X,t)}{\partial X} \right) = 0 \quad (1)$$

donde ρ es la densidad del material, E es el módulo de Young, A es el área de la sección rectangular e I es el momento de inercia de la misma. P(X) es la fuerza centrífuga que aparece en dirección axial como consecuencia del giro, que se puede calcular mediante la expresión (2):

$$P(X) = \int_{X}^{L} \rho A \Omega^{2} (X+R) \, dX \tag{2}$$

La solución de la ecuación se puede abordar utilizando el método de separación de variables:

$$W(X,t) = Lw(X)e^{i\omega t}$$
(3)

donde ω es la frecuencia natural.

Para la resolución del problema se han utilizado las variables adimensionalizadas (4) a (8):

$$\xi = \frac{X}{L} \tag{4}$$

$$r = \frac{D}{2L} \tag{5}$$

$$\alpha = \frac{a}{H} \tag{6}$$

$$\mu = \sqrt{\frac{\rho A L^4}{EI}} \,\omega \tag{7}$$

$$M = \sqrt{\frac{\rho A L^4}{EI}} \Omega \tag{8}$$

En el caso de la viga fisurada, ésta se ha modelado mediante 2 vigas conectadas entre sí por un muelle sin masa, expresión (9), cuya rigidez K es igual a la que introduce la fisura, según la expresión (10).

$$\frac{d^4 w_1}{d\xi^4} - M^2 \frac{d}{d\xi} \left(\left[r \ 1 - \xi \ + \frac{1}{2} \ 1 - \xi^2 \ \right] \frac{d w_1}{d\xi} - \mu^2 w_1 = 0 \quad 0 \le \xi \le \xi_c \right]$$

$$\frac{d^4w_2}{d\xi^4} - M^2 \frac{d}{d\xi} \left(\left(r \ 1 - \xi \ + \frac{1}{2} \ 1 - \xi^2 \ \right) \frac{dw_2}{d\xi} \right) - \mu^2 w_2 = 0 \qquad \xi_c \le \xi \le 1$$
(9)

$$\frac{1}{K} = \frac{6\pi \ 1 - \nu^2 \ h\phi \ \alpha}{EI}$$

 $\phi \ \alpha \ = 0.6272 \alpha^2 - 0.04533 \alpha^3 + \ 4.5948 \alpha^4 - 9.9736 \alpha^5 + 20.2948 \alpha^6 - \\ - 33.031 \alpha^7 + 47.1063 \alpha^8 - 40.7556 \alpha^9 + 19.6 \alpha^{10}$

Además, para resolver la ecuación diferencial, es necesario tener en cuenta las condiciones de contorno de la viga (11) y las de compatibilidad en la sección fisurada (12):

$$w_1(0) = 0$$
 $\frac{dw_1(0)}{d\xi} = 0$ (11)

$$\frac{d^2 w_2(1)}{d\xi^2} = 0 \qquad \frac{d^3 w_2(1)}{d\xi^3} = 0$$
$$w_1(\xi_c) = w_2(\xi_c) \tag{12}$$

$$\frac{dw_2(\xi_c)}{d\xi} - \frac{dw_1(\xi_c)}{d\xi} = \frac{1}{k_c} \frac{d^2 w_2(\xi_c)}{d\xi^2}$$
$$\frac{d^2 w_1(\xi_c)}{d\xi^2} = \frac{d^2 w_2(\xi_c)}{d\xi^2}$$
$$\frac{d^3 w_1(\xi_c)}{d\xi^3} = \frac{d^3 w_2(\xi_c)}{d\xi^3}$$

Siendo k_c:

$$k_c = \frac{K}{EI} \tag{13}$$

El procedimiento de resolución ha sido validado previamente en trabajos anteriores de los autores [9,20].

2.2 Solución a la ecuación del movimiento

La resolución de la ecuación se ha abordado mediante el método de Frobenius, de forma que la solución de la ecuación diferencial se expresa en forma de series de potencias, según la expresión (14):

donde C_n son los coeficientes de la serie de Frobenius calculados con las condiciones (11) y (12).

Para llevar a cabo el estudio se han calculado los valores de las frecuencias para el caso de una viga cuyas propiedades geométricas y de material se muestran en la tabla 1.

Tabla 1. Propiedades geométricas y del material

Propiedades de la viga					
Longitud, L	0.7 m				
Ancho, B	0.01m				
Módulo de Young, E	210 GPa				
Coeficiente de Poisson, v	0.33				
Densidad, p	7850kg/m ³				

Para llevar a cabo las simulaciones, se han considerado distintos casos combinando los valores de los distintos parámetros de los que dependen las frecuencias naturales según los rangos recogidos en la tabla 2.

Al resolver el problema directo con el modelo del apartado 2.1 y los distintos casos, se obtienen los resultados correspondientes (ver tablas 3 y 4).

Tabla 2. Rangos de las variables de trabajo

Rangos de las variables					
Esbeltez, S _L	70, 120, 170 y 220				
Radio del cubo, r	0, 0.1, 0.2 y 0.3				
Velocidad de rotación, Ω (rad/s)	0, 2, 4, 6, 8 y 10				
Posición de la fisura, ξ_c	0.1 to 0.9 cada 0.1				
Profundidad de la fisura, α	0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4 y 0.5				

Las tablas presentan varias columnas correspondientes a 10 casos seleccionados. El contenido de las columnas es, por orden: la velocidad de giro, los valores adimensionales del radio del cubo, esbeltez, posición y tamaño de la fisura. Las últimas dos columnas muestran los valores de las frecuencias naturales calculadas con el modelo de viga rotatoria indicado previamente. La tabla 3 muestra algunos datos seleccionados de todas las posibles combinaciones de variables. Por su parte, la tabla 4 presenta datos similares, pero en este caso para casos aleatorios que serán utilizados posteriormente.

Tabla 3. Casos seleccionados y frecuencias obtenidas

Casos seleccionados y frecuencias								
Caso	Ω	r	SL	ξc	α	μ_1	μ2	
	(rad/s)							
C1	6	0.2	120	0.7	0.4	3,512	21,447	
C2	6	0	120	0.5	0.5	3,446	20,292	
C3	2	0	70	0.2	0.4	3,238	22,019	
C4	8	0	70	0.2	0.2	3,450	22,031	
C5	3	0.3	170	0.8	0.2	3,518	22,007	
C6	0	0.1	220	0.1	0.4	3,385	21,744	
C7	6	0.3	170	0.3	0.4	3,431	21,836	
C8	2	0.1	70	0.6	0.5	3,431	19,405	
C9	6	0.1	220	0.2	0.3	3,480	22,042	
C10	10	0.2	70	0.3	0.1	3,506	22,015	

Tabla 4. Casos aleatorios y frecuencias obtenidas

Casos aleatorios y frecuencias								
Caso	Ω	r	SL	ξc	α	μ_1	μ_2	
	(rad/s)							
CR1	5,4	0,12	85	0,21	0,17	3,478	22,035	
CR2	9,6	0,23	210	0,58	0,34	3,541	21,661	
CR3	5,8	0,08	132	0,68	0,42	3,512	21,344	
CR4	4,6	0,27	113	0,78	0,37	3,517	21,810	
CR5	2,1	0,12	75	0,43	0,27	3,476	21,479	
CR6	3,4	0,01	216	0,89	0,16	3,519	22,035	
CR7	8,5	0,17	98	0,22	0,48	3,222	22,036	
CR8	1,5	0,25	106	0,77	0,27	3,515	21,899	
CR9	6,8	0,16	121	0,38	0,08	3,518	22,016	
CR10	7,3	0,07	89	0,14	0,41	3,237	21,747	

2.3 Expresiones cerradas para las frecuencias

Con todos los 5184 casos (con todas las posibles combinaciones de la tabla 2), algunos de los cuales están recogidos en la tabla 3, se han obtenido dos expresiones cerradas para las frecuencias μ_1 y μ_2 , que se usarán para la resolución del problema inverso. Estas expresiones dependen de las variables adimensionales: velocidad de rotación, radio del cubo, coeficiente de esbeltez, posición de la fisura y profundidad de la fisura (9).

$$\mu_{q}^{\alpha} \quad M, r, S_{L}, \xi_{c} = \sum_{i=0}^{i^{*}} \sum_{j=0}^{j^{*}} \sum_{k=0}^{k^{*}} \sum_{l=0}^{l^{*}} C_{ijkl}^{\alpha} \cdot M^{i} \cdot r^{j} \cdot S_{L}^{k} \cdot \xi_{c}^{l}$$
(15)

Donde i, j, k y l son los grados de los polinomios en M, r, S_L y ξ_c , respectivamente. Los coeficientes C_{ijkl} están recogidos en un repositorio público [21] y, finalmente i^{*}, j^{*}, k^{*}, l^{*} son los valores de los mejores ajustes recogidos en [9]. Por último, las expresiones que relacionan las frecuencias con las profundidades de las fisuras tienen la forma:

$$\mu_q = \Phi_1^q \alpha^5 + \Phi_2^q \alpha^4 + \Phi_3^q \alpha^3 + \Phi_4^q \alpha^2 + \Phi_5^q \alpha^1 + \Phi_6^q$$
(16)

Los coeficientes Φ pueden ser calculados tal y como se indica en [9]. Así, con estas expresiones es posible llegar a valores de las dos primeras frecuencias para cada conjunto de valores (M, r, S_L, ξ_c , α).

3. RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA INVERSO

Una vez resuelto el problema directo y obtenidas las expresiones que permiten obtener las frecuencias considerando las características de las tablas 1 y 2, se procede a la resolución del problema inverso que consiste en determinar las características de la fisura contenida en una viga (si existe) a partir del conocimiento de las frecuencias naturales de la viga. Para esto se utilizará un novedoso algoritmo de optimización del tipo conocido como optimización de enjambre (swarm algorithms). En este caso, el algoritmo elegido es Algoritmo de Conejos Artificiales (Artificial Rabbit Optmization, ARO) [19]. Este algoritmo está basado en el comportamiento de los conejos y ha sido considerado por la simplicidad de implementación y por los buenos resultados mostrados en otros trabajos recientes en ejemplos de ingeniería [19,22,23].

3.1 Optimización de Conejos Artificiales (ARO)

Como se ha indicado, este es un algoritmo metaheurístico usado para la optimización de problemas en el campo de la ingeniería debido a su simplicidad y eficiencia. Los beneficios de los métodos metaheurísticos se basan en la aleatoriedad ya que, de esta manera se evitan problemas de mínimos locales. Por ello, son especialmente útiles en problemas no lineales [24,25]. En el caso de ARO, el algoritmo trata de imitar las estrategias de supervivencia de los conejos frente a sus depredadores. En general, los conejos tienden a no comer hierba cerca de sus madrigueras y tienden a hacer madrigueras falsas que no usan o que solo usan cuando se quieren esconder al ser atacados. Además, se adaptan a escoger la alimentación y el escondrijo basándose en la energía. Así, la estrategia de búsqueda de algoritmo se divide en tres fases: desviación para buscar comida, ocultación aleatoria y reducción de energía. Las fases del algoritmo se denominan: exploración (búsqueda de desvíos), explotación (ocultación aleatoria) y cambio de exploración a explotación (reducción de energía).

El modelo matemático aplicado es el desarrollado por Wang [19] y está dividido en las tres fases indicadas:

- a) Exploración (búsqueda de desvíos): Cada individuo en el proceso de búsqueda tiende a ajustar su posición con respecto a otro individuo seleccionado al azar dentro del enjambre, incorporando una perturbación en el proceso.
- Explotación (ocultación aleatoria): Para eludir a los depredadores, los conejos suelen excavar madrigueras cerca de sus nidos como estrategia de ocultación.
- c) Reducción de energía: Se aplica un factor energético específicamente diseñado para pasar de la exploración a la explotación.

El esquema del algoritmo, que resume la formulación del misma, se muestra en la figura 2.



Figura 2. Diagrama de flujo del algoritmo ARO

3.2 Algoritmo ARO aplicado a la identificación de fisuras en vigas rotatorias

El objetivo de aplicar este algoritmo de optimización es obtener la posición y la profundidad de una fisura contenida en una viga rotatoria, en un único paso, conociendo las dos primeras frecuencias de vibración de la viga. La función objetivo que se va a utilizar en este caso es la siguiente:

$$F_{obj} = \sqrt{\mu_{1est} - \mu_1^2 + \mu_{2est} - \mu_2^2}$$
(17)

donde μ_{1est} (α , ξ_c) y μ_{2est} (α , ξ_c) son las frecuencias, primera y segunda, calculadas con las expresiones cerradas del apartado 2.3, mientras que μ_1 y μ_2 son los valores de las frecuencias medidas en un sistema real. Las expresiones cerradas implementadas en la función objetivo son las que proporcionan la pareja de valores óptimos de posición, ξ_c -est y profundidad de fisura, α -est buscados en el problema de identificación.

3.2 Resultados de la identificación de fisuras

Los resultados obtenidos utilizando el modelo matemático del cálculo de las frecuencias de las vigas rotatorias fisuradas (tablas 3 y 4) se usan para alimentar el algoritmo ARO que permite la estimación de las dos variables que son objeto del problema de identificación: posición y profundidad de la fisura.

En la tabla 5 se muestran los resultados, correspondientes a los datos de la tabla 3, una vez aplicado el algoritmo de optimización. En la tabla se ofrecen los resultados de estimación y las diferencias con los valores de partida. Como se puede observar las diferencias son muy pequeñas. En el peor de los casos, la diferencia en la estimación de la posición, caso C9, es de 0.028. De igual manera, en el peor de los casos para la estimación de la profundidad, caso C3, la diferencia es de 0.019, siendo en ambos, además, un resultado conservador. De esta manera, se verifican tanto el modelo de viga rotatoria fisurada y la obtención de las expresiones cerradas de las frecuencias, como la aplicación del algoritmo de los conejos artificiales a la identificación de fisuras.

Tabla 5. Estimación de parámetros. Casos seleccionados.

Estimaciones y diferencias							
Caso	ξc	α	ξ _c -est	α -est	Dif ξ_c	Dif α	
C1	0.7	0.4	0,683	0,377	0,017	0,023	
C2	0.5	0.5	0,508	0,498	-0,008	0,002	
C3	0.2	0.4	0,227	0,419	-0,027	-0,019	
C4	0.2	0.2	0,178	0,193	0,022	0,007	
C5	0.8	0.2	0,827	0,270	-0,027	-0,070	
C6	0.1	0.4	0,100	0,394	0,000	0,006	
C7	0.3	0.4	0,294	0,403	0,006	-0,003	
C8	0.6	0.5	0,601	0,500	-0,001	0,000	
C9	0.2	0.3	0,228	0,301	-0,028	-0,001	
C10	0.3	0.1	0,295	0,099	0,005	0,001	

Para confirmar la validez de aplicación del método de identificación en vigas rotatorias fisuradas, se ha aplicado a datos aleatorios (tabla 4) no utilizados para la obtención de las expresiones cerradas de las frecuencias. Los resultados correspondientes se muestran en la tabla 6. En estos casos, tanto las estimaciones de la posición como de la profundidad son algo menos precisas, pero se considera que los resultados se mantienen dentro de diferencias admisibles dada la complejidad del problema. Las máximas diferencias se localizan en el caso CR6 para la estimación de la posición y en el caso CR8 para el caso de la profundidad. Para ilustrar la ejecución del algoritmo en la figura 4, a modo de ejemplo, se representan las evoluciones de la función objetivo y las estimaciones de las variables con las iteraciones para el caso C1. Como se puede observar el mejor ajuste se produce después de 111 iteraciones. Resultados similares se obtienen para el resto de los casos simulados.

4. CONCLUSIONES

Este trabajo presenta el resumen de un estudio teórico inicial para la aplicación práctica posterior a un método

Tabla 6. Estimación de parámetros. Datos aleatorios.

Estimaciones y diferencias							
Caso	ξc	α	ξ_c -est	α -est	$\text{Dif}\xi_{\text{c}}$	Dif α	
CR1	0,21	0,17	0,184	0,156	0,026	0,014	
CR2	0,58	0,34	0,622	0,364	-0,042	-0,024	
CR3	0,68	0,42	0,720	0,469	-0,040	-0,049	
CR4	0,78	0,37	0,773	0,359	0,007	0,011	
CR5	0,43	0,27	0,432	0,268	-0,002	0,002	
CR6	0,89	0,16	0,804	0,107	0,086	0,053	
CR7	0,22	0,48	0,221	0,477	-0,001	0,003	
CR8	0,77	0,27	0,730	0,205	0,040	0,065	
CR9	0,38	0,08	0,415	0,058	-0,035	0,022	
CR10	0,14	0,41	0,130	0,394	0,010	0,016	

de identificación de fisuras en vigas rotatorias esbeltas girando a bajas velocidades. Estos elementos mecánicos son la simplificación de dispositivos más complejos como las palas de los aerogeneradores. La metodología propuesta se enfoca en el uso de un novedoso algoritmo de optimización: optimización de conejos artificiales (ARO en su abreviatura anglosajona) propuesto por Wang y otros [19]. Se trata de un algoritmo metaheurístico que mimetiza el comportamiento para la supervivencia de los conejos en la naturaleza. La aplicación del algoritmo al problema planteado permite, a diferencia de otras metodologías, obtener en un único paso la estimación de las dos variables objeto del problema: posición y profundidad de las fisuras. La aplicación del modelo se ha llevado a cabo para dos tipos de datos: los datos usados para obtener el modelo matemático de comportamiento dinámico de las vigas rotatorias fisuradas y los datos correspondientes a casos aleatorios no usados para obtener el modelo. En todos los casos, se han alcanzado resultados precisos de estimación de las características de las fisuras, lo que valida tanto el modelo de comportamiento como la utilización del algoritmo de conejos artificiales en problemas de "health monitoring" para este tipo de dispositivos mecánicos.



Figura 4. Rendimiento del algoritmo ARO para la identificación de fisuras. Caso C1

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer a la Agencia Estatal de Investigación la financiación recibida para realizar este trabajo mediante el proyecto PID2019-104799GB-I00/AEI /10.13039/501100011033.

REFERENCIAS

- J. Fernández-Sáez, L. Rubio, C. Navarro. *Approximate calculation of the fundamental frequency for bending vibrations of cracked beams*, J. Sound Vib. (1999) 225(2): 345-352.
- [2] J.A. Loya, L. Rubio, J. Fernández-Sáez. Natural frequencies for bending vibrations of Timoshenko cracked beams, J. Sound Vib. (2006) 290(3-5): 640-653.
- [3] J.W. Lee, J.Y. Lee, *In-plane bending vibration* analysis of a rotating beam with multiple edge cracks by using the transfer matrix method, Meccanica, (2017) 52: 1143–1157.
- [4] J. Wauer, *Dynamics of cracked rotating blades*, App. Mech. Rev. (1991) 44:273-278.
- J L.W. Chen, C.L. Chen. Vibration and stability of cracked thick rotating blades, Com. Struct. (1988) 28: 67-74.
- [6] A.Yashar, N. Ferguson, M. Ghandchi-Tehrani. Simplified modelling and analysis of a rotating Euler-Bernoulli beam with a single cracked edge, J. Sound Vib. (2018) 420: 346-356.
- [7] A. Banerjee, G. Pohit. Crack detection in rotating cantiléver beam by continuous wavelet transform, App. Mech. Mat. (2014) 594: 2021-2025.
- [8] B. Valverde-Marcos, B. Muñoz-Abella, P. Rubio, L. Rubio. *Influence of the rotation speed on the dynamic behaviour of a cracked rotating beam*, Theor.App. Fract. Mech. (2022) 117: 103209.
- [9] B. Muñoz-Abella, L. Rubio, P. Rubio, Closed-Form Solution for the Natural Frequencies of Low-Speed Cracked Euler–Bernoulli Rotating, Mathematics. (2022a) 10: 4742.
- [10] A.A. Mohhammed, R.D. Neilson, W.F. Deans, P. MacConnell, Crack detection in a rotating shaft using artificial neural networks and PSD characterization, Meccanica. (2014) 49: 255-266.
- [11] B. Muñoz-Abella, A. Ruiz-Fuentes, P. Rubio, L. Montero, L. Rubio, *Cracked rotor diagnosis by* means of frequency spectrum and artificial neural networks, Smart Struc. Sys. (2020) 25(4): 259-269.
- [12] A. Bilotta, A. Morassi, E.B. Turco, Damage identification for steel-concrete composite beams through convolutional neural networks, J. Vib. Control. (2023) 30(3-4): 876-889.

- [13] M.W. Suh, J.M. Yu, J.H. Lee, Crack Identification Using Classical Optimization Technique, Key Eng. Mat. (2000) 187: 61-66.
- [14] A.S. Shekar, Crack Identification in a rotor system: a model-based approach, J. Sound Vib.. (2004) 270(4-5): 887-902.
- [15] L. Rubio, An efficient method for crack identification in simply supported Euler-Bernoulli beams, J. Vib. Acoust. (2009) 131(5): 0510011.
- [16] D. Maity, R.R Tripathy, Damage assessment of structures from changes in natural frequencies using genetic algorithm, Struc. Eng. Mech. (2005) 19(1): 21-42.
- [17] B. Muñoz-Abella, L. Rubio, P. Rubio, L. Montero, *Elliptical Crack Identification in a Nonrotating Shaft*, Shock Vib. (2018): 4623035.
- [18] M. Ramezani, O. Bahar, Structural damage identification for elements and connections using an improved genetic algorithm, Smart Struc. Sys. (2021) 28(5): 643-660.
- [19] L. Wang, Q. Cao, Z. Zhang, S. Mirjalili, W. Zhao, Artificial rabbits optimization: A new bio-inspired meta-heuristic algorithm for solving engineering optimization problems, Eng. App. Artif. Intellig. (2022) 114: 105082.
- [20] B. Muñoz-Abella, L. Rubio, P. Rubio, Detection and identification of cracks in slender rotating beams at low angular speeds from modal parameters and artificial neural networks (in Spanish). Rev. Iberoam..Ing. Mec.. (2023) 27(2): 61-73.
- [21] B. Muñoz-Abella, L. Rubio, P. Rubio, GitHub Repository. Coefficients Low-Speed EB Cracked Rotating Beam. (2022b).
- [22] N. Alamir, S. Kamel, M.H. Hassan, S.M. Abdelkader, An effective quantum artificial rabbits optimizer for energy management in microgrid considering demand response Soft Comp. (2023) 27: 14741.
- [23] B. Muñoz-Abella, L. Rubio, P. Rubio, Identification of cracks in low-speed rotating slender cracked beams using frequencies and artificial rabbit algorithm Lat. J. Sol. Struct. (2024) 21(2): e530.
- [24] I. Boussaïd, J. Lepagnot, P.N. Siarry, A survey on optimization metaheuristics Information Sci. (2013) 237: 82-117.
- [25] G. Dhiman, A. Kaur, STOA: a bio-inspired based optimization algorithm for industrial engineering problems Eng. App. Artif. Intellig. (2019) 8: 148-174.

UNA FORMULACIÓN DE ELEMENTOS FINITOS INCOMPATIBLES PARA LA REPRESENTACIÓN MEJORADA DE SOLUCIONES EN PROBLEMAS DE CAMPO DE FASE: APLICACIÓN A LA FRACTURA REGULARIZADA

M.Castillón^{1,3*}, J.Segurado^{2,1}, I.Romero^{3,1}

¹ Instituto IMDEA Materiales, Eric Kandel 2, Tecnogetafe, 28906 Madrid

² Universidad Politécnica de Madrid, Departamento de Ciencia de Materiales, E.T.S.I. Caminos, 28040, Madrid
 ³ Universidad Politécnica de Madrid, Departamento de Ingeniería Mecánica, E.T.S.I. Industriales, 28006, Madrid

* Persona de contacto: miguel.castillon.demiguel@imdea.org

RESUMEN

Una de las principales limitaciones de los modelos basados en campo de fase (phase-field) es su elevado coste computacional, al requerir su resolución mediante el método de elementos finitos el uso de elementos considerablemente menores que la longitud característica encargada de regularizar la discontinuidad del campo. Además, la solución muestra una fuerte dependencia con la orientación de los elementos. Con el propósito de reducir este coste computacional, se presenta una formulación de elementos finitos no conformes adaptada a modelos de campo de fase. El método se fundamenta en el enriquecimiento del espacio de soluciones de Galerkin con funciones no conformes, entre las que se incluyen burbujas incompatibles, usando una formulación variacional consistente. La formulación desarrollada exhibe una convergencia del error claramente superior a la formulación estándar, permitiendo el uso de mallas menos refinadas y disminuyendo además la influencia en la respuesta de la orientación de los elementos. Finalmente, la formulación se aplica a un modelo de fractura con campo de fase (phase-field-fracture) y se resuelven varios ejemplos para mostrar las capacidades del método.

PALABRAS CLAVE: campo de fase, phase field, elementos finitos, burbujas incompatibles.

ABSTRACT

One of the main limitations of phase-field-based models is their high computational cost, as their resolution by the finite element method requires the use of elements considerably smaller than the characteristic length responsible for regularizing the discontinuity of the phase field. In addition, the solution shows a strong dependency on the orientation of the elements. To reduce this computational cost, a non-conforming finite element formulation adapted to phase field models is presented. The method is based on enriching the Galerkin solution space with non-conforming functions, including incompatible bubbles, using a consistent variational formulation. The developed formulation exhibits a clearly better error convergence than the standard formulation, allowing the use of less refined meshes and also reducing the influence on the response of the orientation of the elements. Finally, the formulation is applied to phase-field-fracture and several examples are resolved to show the method capabilities.

KEYWORDS: phase field, finite elements, incompatible bubbles.

1. INTRODUCCIÓN

Los modelos basados en campo de fases son muy habituales en todo tipo de disciplinas para describir de forma suavizada la variación abrupta, o directamente discontinua, de algún campo. Está técnica se usa de forma habitual en modelos de solidificación o transformación de fases [1]. Más recientemente, el modelo se extendió por Miehe [2] para la modelización de la fractura mediante la incorporación en el marco variacional de Francfort y Marigó [3] de un campo de grieta regularizado mediante un campo de fase. Desde este artículo seminal el modelo de rotura por campo de fases ha sido empleado y adaptado de forma profusa a todo tipo de materiales y casos. Una de las principales limitaciones de los modelos basado en campo de fase es su elevado coste computacional, limitación que se extiende a su uso en problemas de fractura [4]. Una de las causas de este alto coste en el marco de los elementos finitos es que el tamaño de los elementos en la discretización del problema ha de ser considerablemente menor que la longitud característica usada para regularizar la discontinuidad del campo de fase. Teniendo en cuenta que esta longitud es en muchos casos ordenes de magnitud inferior a las dimensiones del problema, los modelos resultantes requieren un gran número de elementos para capturar la rápida variación del campo en la interfase difusa. Además de esta limitación, se ha observado que la solución muestra una fuerte dependencia con la orientación de los elementos.

Con el propósito de reducir el coste computacional y mejorar la ratio de convergencia de la solución, en este trabajo se propone una formulación de elementos finitos incompatibles [5], adaptada al modelo de campo de fase. El objetivo es formular elementos que representen mejor la rápida variación del campo difuso en el entorno de una intercara, permitiendo por tanto el uso de mallas más groseras y la reducción del coste computacional. La formulación propuesta se basa en el enriquecimiento del espacio de soluciones de Galerkin con funciones no conformes entre las que se incluyen las burbujas incompatibles desarrolladas por uno de los autores [6], usando una formulación variacional consistente.

El método propuesto es novedoso en modelos de campo de fase y es además totalmente general, pudiendo ser empleado por tanto en la modelización de cualquier fenómeno que incluya un campo de fases para representar una intercara. En el trabajo, se ha adaptado la formulación de forma específica a la fractura por campo de fase y se presentan varios casos donde se analiza la exactitud y velocidad de convergencia del método propuesto frente a una formulación estándar de elementos finitos.

2. MODELO DE FRACTURA CON CAMPO DE FASE

En la fractura por campo de fase, la discontinuidad de una fisura se representa mediante un campo de fase ϕ que toma valores en el rango [0,1], desde ausencia de daño $\phi = 0$, hasta daño total $\phi = 1$. En un dominio Ω , el área de grieta viene dado por el funcional $\Gamma(\phi)$ como

$$\Gamma(\phi) = \int_{\Omega} \left(\frac{1}{2l} \phi^2 + \frac{l}{2} |\nabla \phi|^2 \right) dV, \tag{1}$$

siendo l una longitud característica para regularizar el campo de fase. Cuando $l \rightarrow 0$ se recupera la naturaleza discontinua de la grieta.

El problema de fractura por campo de fase tiene origen variacional [3], y es derivado de un principio de optimización. La energía potencial del sistema viene dada por el funcional (2),

$$W(u,\phi) = E(u,\phi) + G_c \Gamma(\phi).$$
⁽²⁾

En la expresión anterior, G_c representa la energía crítica de fractura, $E(u, \phi)$ corresponde a la energía elástica y su correspondiente degradación, definido en (3),

$$E(u,\phi) = \int_{\Omega} (1-\phi)^2 \psi(\varepsilon(u)) dV$$
(3)

siendo ε es el tensor de pequeñas deformaciones y ψ la energía elástica del solido sin daño, $\psi(\varepsilon(u)) = \frac{1}{2}\lambda tr^2(\varepsilon(u)) + \mu tr(\varepsilon(u)^2)$, en la que λ , y μ son los parámetros de Lamé.

Las ecuaciones de equilibrio vienen dadas por la condición de que la variación de la energía potencial, δW , es igual a la potencia externa, generada en ausencia de campos externos, solo por las fuerzas de contacto **t**. Considerando la variación $\delta \phi$ y δu aplicando la derivada de Gateaux, se llega a la formulación débil

$$\int_{\Omega} (1-\phi)^2 \sigma(\varepsilon(u)) : \varepsilon(\delta u) dV = \int_{\partial \Omega} \mathbf{t} \cdot \mathbf{u} \, dS, \quad (4)$$
$$\int_{\Omega} 2(\phi-1)\delta\phi \psi(\varepsilon(u)) dV$$
$$+ G_c \int_{\Omega} \left(\frac{1}{l}\phi \delta\phi + l\nabla\phi \cdot \nabla\delta\phi\right) dV = 0. \quad (5)$$

cuya correspondiente formulación fuerte viene dada por

$$(1-\phi)^2 \nabla \cdot \sigma(u) = 0 \text{ in } \Omega, \tag{6}$$

$$2(\phi - 1)\psi(\varepsilon(u)) + G_c\left(\frac{1}{l}\phi - l\nabla^2\phi\right) = 0 \text{ in } \Omega, \quad (7)$$

$$\nabla \phi \cdot \mathbf{n} = 0 \text{ on } \partial \Omega, \tag{8}$$

$$\mathbf{t} = (1 - \phi)^2 \, \boldsymbol{\sigma}(u) \cdot \boldsymbol{n} \text{ on } \partial \Omega. \tag{9}$$

2..1 Resolución del problema de campo de fase

En los siguientes apartados, se pretende analizar la capacidad de representación del campo de fase en un entorno de elementos finitos, así como la presentación de un nuevo método que aumenta la capacidad de representación de este campo. Por ello se analiza de manera aislada el funcional (1), que corresponde al área de grieta contenida en un dominio Ω . La formulación débil del problema en cuestión viene dada por el último término de la ecuación (5), es decir,

$$\int_{\Omega} \left(\frac{1}{l} \phi \,\delta \phi + l \nabla \phi \cdot \nabla \delta \phi \right) dV = 0, \tag{10}$$

cuya correspondiente formulación fuerte viene dada por

$$\frac{1}{l}\phi - l\nabla^2\phi = 0 \text{ in } \Omega, \qquad (11)$$

$$\nabla \boldsymbol{\phi} \cdot \mathbf{n} = 0 \text{ on } \partial \Omega. \tag{12}$$

Considerando el caso unidimensional finito en un dominio de longitud 2*a*, $\Omega = [-a, a]$ con una grieta en su punto medio, las condiciones de contorno resultantes son, $\phi(0) = 1$ y $\phi'(\pm a) = 0$, y la solución del campo ϕ viene dada por

$$\phi(x) = e^{-|x|/l} + \frac{2}{e^{\frac{2a}{l}} + 1} \sinh\left(\frac{|x|}{l}\right).$$
(13)

Considerando un dominio infinito $(\pm a \rightarrow \pm \infty)$ el resultado corresponde al primer término de la ecuación anterior, es decir

$$\phi(x) = e^{-|x|/l}.$$
 (14)
3. APROXIMACIÓN: CAMPO DE FASE

Para describir el método propuesto se considera una malla de elementos finitos en el dominio $\overline{\Omega}$ que se discretiza en n_{el} elementos cuadrilateros, conectados en n_{nodo} nodos. Cada elemento ocupa un subdominio Ω_e , $e = 1, 2, ..., n_{el}$. La aplicación isoparamétrica X_e se define desde el cuadrado biunidad al dominio del elemento como:

$$X_e(\xi,\eta) = \sum_{a=1}^4 n^a(\xi,\eta) x_e^a, \ (\xi,\eta) \in [-1,1] \times [-1,1].$$
(15)

Las funciones n^a representan las funciones de forma de lagrange, x_e^a es la posición del nodo a del elemento e. Para cada punto $x \in \overline{\Omega}_e$, existe una correspondencia única en el punto del cuadrado biunidad con coordenadas (ξ, η) , por lo que podemos definir $x = X_e(\xi, \eta)$.

La formulación de elementos finitos se obtiene simplemente seleccionando funciones para la solución y sus variaciones admisibles, ambas en un espacio de dimensión finita.

Para indicar la solución por elementos finitos, así como los pesos de dichas funciones, se remplazan $\phi \rightarrow \phi_h$ y $\delta \phi \rightarrow \delta \phi_h$ de la ecuación (10), obteniendo así la ecuación de elementos finitos.

$$\int_{\Omega} \left(\frac{1}{l} \phi_h \delta \phi_h + l \nabla \phi_h \cdot \nabla \delta \phi_h \right) dV = 0 .$$
 (16)

3..1 Aproximación clásica

у

El espacio de funciones estándar de elementos finitos se indica con \hat{V} y es definido como la combinación lineal de las funciones nodales de interpolación.

$$\hat{V} = \left\{ \hat{v} : \Omega \to \mathbb{R}, \ \hat{v}(x) = \sum_{a=1}^{n_{\text{nodo}}} N^a(x) \, v_a) \right\}$$
(17)

donde $N^a|_{\Omega_e} = n^i \circ X_e^{-1}$, en el que *a* es el número de nodo global del *i*th nodo en el elemento *e*.

Entonces los términos correspondientes al campo de fase ϕ_h , su gradiente $\nabla \phi_h$, así como sus respectivas variaciones, correspondientes a la ecuación (16) para la aproximación clásica son

$$\phi_h(x) = \sum_{a=1}^{n_{\text{nodo}}} N_a(x)\phi_a,$$
(18)

$$\nabla \phi_h(x) = \sum_{a=1}^{n_{\text{nodo}}} \nabla N_a(x) \phi_a, \qquad (19)$$

$$\delta\phi_h(x) = \sum_{a=1}^{n_{\text{nodo}}} N_a(x)\delta\phi_a \tag{20}$$

$$\nabla \delta \phi_h(x) = \sum_{a=1}^{n_{\text{nodo}}} \nabla N_a(x) \delta \phi_a.$$
(21)

Introduciendo estos términos en la ecuación (16), expandiendo la expresión para $\delta \phi_h$, y tomando la partición del dominio Ω en los diferentes elementos Ω_{e_i} podemos escribir la ecuación del campo de fase como

$$0 = \sum_{e} \sum_{a \in \Omega_e} \delta \phi_a R_a^e, \tag{22}$$

en el que el residuo de cada punto del elemento viene dado como

$$R_a^e = \int_{\Omega_e} \left(\frac{1}{l} \phi_h N_a + l \nabla \phi_h \cdot \nabla N_a \right) dV .$$
 (23)

3..2 Aproximación con burbujas

El método de las burbujas incompatibles [5, 6] define una estrategia para desarrollar elementos finitos basados en el enriquecimiento del espacio \hat{V} con funciones no conformes, denominadas modos, definidos a partir de funciones $p^k(\xi, \eta)$ en el cuadrado biunidad tal y como se detalla a continuación. Estas *burbujas incompatibles* $P^k(x)$, una vez halladas, definirán bases locales para construir un espacio de enriquecimiento

$$\tilde{V} = \left\{ \tilde{\mathbf{v}} : \Omega \to \mathbb{R}, \ \tilde{\mathbf{v}}(x) = \sum_{k=1}^{n_{\text{modo}}} P^k(x) \tilde{\mathbf{v}}_e^k \right\} .$$
(24)

Definido este, la solución de elementos finitos habrá de buscarse en el espacio V_{IB} , la suma directa del espacio isoparamétrico estándar \hat{V} y el espacio de funciones incompatibles \tilde{V} , es decir $V_{IB} = \bar{V} \oplus \tilde{V}$.

El uso de un espacio de solución con funciones incompatibles puede estropear la convergencia del método de Galerkin si estas no se escogen cuidadosamente. En los trabajos originales sobre el método de las burbujas incompatibles se identifican condiciones suficientes para la convergencia de las soluciones de elementos finitos enriquecidos con dichas funciones. Más específicamente, para que estas formulaciones superen el *test de la parcela*, basta que las burbujas se definan, elemento a elemento, como las funciones

$$P_e^k(x) = R_e^k(x) - \frac{1}{meas(\Omega_e)} \int_{\Omega_e} \nabla R_e^k(x) d\Omega \cdot x + C_e^k \quad (25)$$

siendo $R_e^k = r^k \circ X_e^{-1}$ y C_e^k es una constante, diferente para cada modo y elemento, que queda definido por la condición

$$\int_{\Omega_e} P_e^k(x) \, d\Omega = 0. \tag{26}$$

Las funciones $P_e^k(x)$ definidas en (25), requieren un preprocesado de la evaluación de la integral, así como la constante C_k , si bien, el funcional en cuestión presenta una cinemática infinitesimal, por lo que estos cálculos únicamente deben realizarse una vez. Además, se hace notar que en el caso de mallas formadas por paralelogramos la integral presente en la ecuación (25) es nula. Los modos incompatibles P_e^k , llevan los espacios de fun-

3 97 ciones locales en el subdominio \tilde{V}^e , cuya suma directa define el subdominio espacial global:

$$\tilde{V}^e = \left\{ \tilde{v}_e : \Omega_e \to \mathbb{R}^2, \tilde{v}_e = \sum_{k=1}^{n_{\text{modo}}} P_e^k(x) \tilde{v}_e^k \right\}$$
(27)

$$\tilde{V} = \left\{ \tilde{\nu} : \Omega_e \to \mathbb{R}^2, \tilde{\nu}|_{\Omega_e} \in \tilde{V}_{IB}^e \right\}$$
(28)

Finalmente, la formulación variacional del método de los elementos finitos con burbujas incompatibles consiste en buscar $\phi_h = \hat{\phi}_h + \tilde{\phi}_h \in \hat{V} \oplus \tilde{V}$ tal que

$$\phi_h = \hat{\phi}_h + \tilde{\phi}_h = \arg\min\Gamma_h(\hat{\phi}_h + \tilde{\phi}_h),$$
 (29)

siendo Γ_h la aproximación a la energía Γ a partir de la suma de las energías de todos los elementos. En la práctica, dado que el soporte de cada burbuja está limitado a un elemento, sus pesos se pueden eliminar completamente de la formulación resultando que la aproximación final es de la forma

$$\phi_h(x) = \sum_{a=1}^{n_{\text{nodo}}} N_a(x)\hat{\phi}_a + \sum_{e=1}^{n_{\text{el}}} \sum_{k=1}^{n_{\text{modo}}} P_e^k(x)\tilde{\phi}_e^k \qquad (30)$$

donde los coeficientes $\tilde{\phi}_e^k$ se obtienen por condensación estática de las funciones no conformes en cada uno de los elementos, y vienen dados por la siguiente expresión:

$$\tilde{\phi}_{e}^{m} = M_{e,mk}^{-1} F_{e}^{k} .$$
 (31)

En cada uno de estos problemas locales M es una matriz de dimensiones $n_{modo} \times n_{modo}$ definida por

$$M_{e,km} = \int_{\Omega_e} \sum_{m}^{n_{\text{modo}}} \left(\frac{1}{l} P_e^m P_e^k + l \nabla P_e^m \cdot \nabla P_e^k \right) dV, \quad (32)$$

y F_e^k es un vector de dimensión n_{modo} , definido como

$$F_e^k = \int_{\Omega_e} -\left(\frac{1}{l}\phi_h P_e^k + l\nabla\phi_h \cdot \nabla P_e^k\right) dV.$$
(33)

4. APROXIMACIÓN: FRACTURA CON CAMPO DE FASE

El método propuesto es extrapolable al modelo de fractura con campo de fase presentado inicialmente. Para ello se sigue el mismo procedimiento teniendo en cuenta el funcional (2). Con ello, la matriz M y el vector F vienen dados como

$$\begin{split} M_{e,km} &= \int_{\Omega_e} \sum_{m}^{n_{\text{modo}}} \left(\frac{1}{l} P_e^m P_e^k + l \nabla P_e^m \cdot \nabla P_e^k + \frac{2\psi(\varepsilon(u_h))}{G_c} P_e^m P_e^k \right) dV \\ F_e^k &= \int_{\Omega_e} - \left(\frac{1}{l} \phi_h P_e^k + l \nabla \phi_h \cdot \nabla P_e^k + \frac{2\psi(\varepsilon(u_h))}{G_c} (\phi_h - 1) P_e^k \right) dV. \end{split}$$
(35)

La resolución del sistema acoplado se realiza con un esquema de paso fraccionado, tal y como se resume a continuación:

número de pasos fraccionados = 0

while $(\operatorname{error}_{\phi} \operatorname{and} \operatorname{error}_{u}) > \operatorname{tolerancia} \operatorname{do}$

Step 1: Cómputo del campo de desplazamientos $(1 - \phi^{k-1})^2 \nabla \cdot \sigma(\mathbf{u}^k) = 0$ Evaluación: error_u (primer residuo NR)

Step 2: Cómputo del campo de fase $2(\phi - 1)\psi(\mathbf{u}^k) + G_c(\frac{1}{\ell}\phi - \ell\nabla^2\phi) = 0$ Evaluación: error_{ϕ} (primer residuo NR) ... número de pasos fraccionados+ = 1

end while

5. ANÁLISIS: REPRESENTACIÓN

Para analizar la formulación desarrollada, se va a estudiar la capacidad del método de aproximar los campos correspondientes a diferentes tipos de fisuras predefinidas. Para ello se considera el siguiente funcional definido en el plano:

$$\mathscr{F}(\phi) = \int_{\Omega} \left(\frac{1}{2l} (\phi - f)^2 + \frac{l}{2} |\nabla(\phi - f)|^2 \right) dV, \quad (36)$$

en el que f es un campo conocido que se desea aproximar por ϕ . La formulación por elementos finitos para el problema dado viene dada por

$$\int_{\Omega} \left(\frac{1}{l} \phi_h \delta \phi_h + l \nabla \phi_h \cdot \nabla \delta \phi_h \right) dV = \int_{\Omega} \left(\frac{1}{l} f \delta \phi_h + l \nabla f \cdot \nabla \delta \phi_h \right) dV$$
(37)

En el caso de las burbujas incompatibles, el vector dado por la ecuación (33) en este problema queda definido como

$$F_e^k = \int_{\Omega_e} -\left(\frac{1}{l}(\phi_h - f)P_e^k + l\nabla(\phi_h - f)\cdot\nabla P_e^k\right)dV.$$
(38)

Para estudiar la convergencia de los métodos se tendrá en cuenta el error energético, es decir la evaluación del funcional (36). En todos los casos considerados se toma un valor fijo para la longitud característica de l = 1mm, evitando así favorecer el error en normas *LP* sobre H^1 o viceversa. En todas las simulaciones realizadas se han considerado 16 puntos de cuadratura de Gauss.

Los modos incompatibles considerados en los siguientes ejemplos están basados en la solución analítica del problema de campo de fase unidimensional en un dominio infinito, es decir, la ecuación (14). Cada modo considerado corresponde a esta función en una orientación dada. Se presentan cuatro modos, que representan la solución unidimensional orientada a 0° , 90° , 45° y -45° , a saber,

$$r_{1}(\xi,\eta) = e^{\frac{-|\xi|}{l}}, \qquad r_{2}(\xi,\eta) = e^{\frac{-|\eta|}{l}}, r_{3}(\xi,\eta) = e^{\frac{-|\xi+\eta|}{l}}, \qquad r_{4}(\xi,\eta) = e^{\frac{-|\xi-\eta|}{l}}.$$
(39)

El dominio estudiado consiste en un cuadrado de lado L = 10mm, definido en \mathbb{R}^2 , con centro en el punto (0,0). La figura 1 muestra los dos campos *f* impuestos a consid-



erar. El campo mostrado en 1a representa la solución unidimensional en un plano infinito, indicada en la ecuación (14), extruida a lo largo de la recta $\alpha x + \beta y + \gamma = 0$, en el que γ , β controlan la pendiente y γ el desplazamiento respecto al centro del cuadrado. La expresión de este campo viene dada por

$$f_{\text{linea}}(x,y) = e^{\frac{-|\alpha x + \beta y + \gamma|}{l\sqrt{\beta^2 + \alpha^2}}}.$$
(40)

El campo mostrado en 1b se define como la solución unidimensional extruida a lo largo de un círculo, dada por la siguiente expresión,

$$f_{\text{círculo}}(x,y) = e^{\frac{-|\sqrt{x^2 + y^2} - r|}{l}},$$
 (41)

en la que r es el radio del círculo. Para este caso se considera un círculo de radio r = 2.5mm, centrado en el origen.

5..1 Resultados

En primer lugar, se considera el campo $f_{\text{línea}}(x, y)$ orientado a 30°. Para estudiar la convergencia del error de la formulación propuesta, se van a comparar los errores para la formulación estándar o clásica de elementos finitos, y la propuesta utilizando los cuatro modos incompatibles (39). El dominio cuadrado se discretiza con cuadrados regulares. La figura 2 muestra los errores para la formulación estándar o clásica de elementos finitos, y la formulación propuesta, en función del número de divisiones de la malla. Se observa que los errores con la solución propuesta son menores que con el método estándar.

En segundo lugar, y en este caso considerando el campo $f_{\text{línea}}(x, y)$ orientado a 45°, se va estudiar el error energético para diferentes orientaciones de un único modo incompatible, un modo orientado a 0°, es decir, el modo 1 definido en (39), para un modo orientado a 22.5° y finalmente para el modo orientado a 45°, en este caso el modo 4 definido en (39). La figura 3 muestra el error para la formulación estándar, así como para la formulación propuesta utilizando un único modo incompatible con las orientaciones indicadas anteriormente. Se observa que el menor error se da cuando la orientación del campo coincide con la orientación del modo incompatible.

En tercer lugar, y en este caso considerando el campo 41 se va a estudiar la capacidad de aproximación de la



Figure 2: Error de representación $f_{línea}(x,y)$ para formulación estándar e incompatible



Figure 3: Error de representación para formulación estándar y con un modo incompatible con diversas orientaciones.

formulación propuesta, dependiendo del número de modos incompatibles utilizados. Para ello en una simulación inicial se van a utilizar los modos r_1 y r_2 , denominamos como modos A, seguidamente los modos r_3 y r_4 denominados como modos B, y finalmente todos los modos. La figura 4 muestra el error de la solución con el modelo estándar, así como los errores con el modelo propuesto. Puede verse que en todos los casos, la formulación propuesta da lugar a un menor error que la formulación estándar para una misma discretización. Además se comprueba que añadir un mayor número de modos incompatibles al modelo, implica una reducción del error, o en su caso más desfavorable igualarlo.

6. ANÁLISIS: FRACTURA POR CAMPO DE FASE

Finalmente se considera la simulación de fractura mediante el modelo de campo de fase presentada en [2], que consiste en una placa con una grita inicial en su extremo como se indica en la figura 5a, fijada en su parte inferior, a la que se le aplica un desplazamiento vertical en su parte



Figure 4: Error de representación $f_{círculo}(x,y)$ para distintos modos y formulaciones.



Figure 5: Ejemplo de fractura con campo de fase

superior. Para la simulación se toma un modulo de young $E = 210kN/mm^2$, el coeficiente de poisson v = 0.3, la energía crítica de fractura $G_c = 0.0027kN/mm$, y como longitud característica l = 0.015mm. Las dimensiones de la placa son $1mm \times 1mm$ y la grieta inicial es de 0.5mm. Se ha realizado un análisis inicial cualitativo, comparando el modelo estándar con el modelo propuesto. La figura 5b muestra el campo ϕ final de la simulación. En futuros análisis se va a realizar un estudio cuantitativo detallado, comparado entre otros, los resultados del campo de fase, así como los desplazamientos, la convergencia del método, la influencia del factor de escala *l* respecto al tamaño de la malla y número de iteraciones del método resolutivo fraccionado utilizado.

7. RESUMEN Y CONCLUSIONES

Es bien conocido que una de las mayores limitaciones de las formulaciones para resolver problemas de fractura empleando métodos basados en representaciones de campo de fase es que estos requieren discretizaciones muy finas. La razón última que provoca este problema es la limitación intrínseca de las aproximaciones polinómicas para representar campos discontinuos regularizados. En este trabajo se he presentado una nueva formulación de elementos finitos enriquecidos para la solución de problemas con discontinuidades regularizadas y, en particular, para fractura. El método, basado en la formulación de burbujas imcompatibles, reduce la limitación de las formulaciones estándar logrando, con la misma tasa de convergencia que las formulaciones convencionales, errores menores.

AGRADECIMIENTOS

Al Ministerio de Economía y Competitividad por la financiación recibida por la ayuda FPI PRE2020-092051 dentro del programa María de Maeztu.

REFERENCIAS

- W. J. Boettinger, J. A. Warren, C. Beckermann, and A. Karma *Phase-Field Simulation of Solidification*, Annual Review of Materials Research 32:1, 163-194, 2002
- [2] C. Miehe, M.Hofacker, F.Welschinger. A phase field model for rate-independent crack propagation: Robust algorithmic implementation based on operator splits. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 199(45), 2010.
- [3] G.A. Francfort, J.-J. Marigo, *Revisiting brittle fracture as an energy minimization problem*, Journal of the Mechanics and Physics of Solids 46:8,1319-1342,1998
- [4] Cervera, M., Barbat, G.B., Chiumenti, M. et al. *Comparative Review of XFEM, Mixed FEM and Phase-Field Models for Quasi-brittle Cracking.* Archives of Computational Methods in Engineering 29, 1009–1083, .2022
- [5] M. Bischoff, I. Romero. An extended method of incompatible modes. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 69(9), 2007.
- [6] I. Romero, M.Bischoff. Incompatible Bubbles: A non-conforming finite element formulation for linear elasticity. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 196(9), 2007.

EFECTO DE DISTINTAS DESCOMPOSICIONES DE LA ENERGÍA DE DEFORMACIÓN EN LA SIMULACIÓN DE LA FRACTURA MEDIANTE PHASE-FIELD

A. R. Quiñonero-Moya*, D. Infante-García, E. Giner

Instituto Universitario de Ingeniería Mecánica y Biomecánica - I2MB, Departamento de Ingeniería Mecánica y de Materiales, Universitat Politècnica de València, Camino de Vera, 46022 Valencia, España *Persona de contacto: anqumo@upv.es

RESUMEN

De entre todas las técnicas y métodos empleados en el análisis de mecánica de la fractura, la conocida como Phase-Field ha ganado una gran popularidad en los últimos años debido a sus grandes capacidades en la predicción de la iniciación y propagación de grietas. Una característica de este enfoque variacional del problema de fractura es el modelado difuso de las grietas a través de una variable continua que se resuelve mediante la minimización de un funcional energético junto con el resto de grados de libertad. Es decir, sin requerir la definición a priori del camino que ha de seguir la grieta ni la necesidad de incluir criterios de orientación y crecimiento de grieta. En su formulación inicial, este método presenta el problema de predecir la aparición de grietas tanto bajo estados de tracción como de compresión. Para solucionar este inconveniente, se utiliza generalmente la descomposición de la energía de deformación. Existen dos descomposiciones ampliamente extendidas: la descomposición espectral y volumétrica-desviadora, también conocidas como descomposiciones para materiales ortótropos en varios problemas de referencia y comparando también los modelos AT1 y AT2. Existen diferencias significativas en los resultados obtenidos con las distintas descomposiciones, achacables a que la descomposición volumétrica-desviadora produce un mayor efecto de los estados de deformación tangenciales en la aparición de grietas.

PALABRAS CLAVE: Phase-Field, descomposición energética, descomposición espectral, descomposición volumétrica-desviadora.

ABSTRACT

Among all the techniques and methods employed in fracture mechanics analysis, the one known as Phase-Field has gained great popularity in recent years due to its significant capabilities in predicting crack initiation and propagation. A characteristic of this variational approach to the fracture problem is the diffuse modeling of cracks through a continuous variable solved by minimizing an energy functional along with the remaining degrees of freedom. That is to say, without requiring a priori definition of the crack path or the need to include criteria for crack orientation and growth. In its initial formulation, this method presents the challenge of predicting crack occurrence under both tensile and compressive states. To address this drawback, the decomposition of strain energy is generally employed. There are two widely used decompositions; spectral decomposition and volumetric-deviatoric decompositions, for orthotropic materials in various benchmark problems and also compares the AT1 and AT2 models. There are significant differences in the results obtained with the different decompositions, attributed to the volumetric-deviatoric decomposition producing a greater effect of tangential deformation states on crack occurrence.

KEYWORDS: Phase-Field, energy decomposition, spectral decomposition, volumetric-deviatoric decomposition.

1. INTRODUCCIÓN

El estudio de la mecánica de la fractura mediante Phase-Field (PF) nace de la propuesta realizada por Bourdin et al. [1] sobre la formulación variacional de Francfort y Marigo [2]. En su formulación inicial, PF presenta el inconveniente de producir grietas bajo estados de compresión. Para solucionar este contratiempo, se han propuesto diversas descomposiciones de la densidad de energía de deformación [3–6], de entre las que destacan la descomposición espectral o de Miehe [3] y la descomposición volumétrica-desviadora o de Amor [4]. Dicha descomposición suele realizarse a través del tensor de deformaciones. A pesar de ser ampliamente utilizadas, su formulación inicial está pensada para materiales isótropos, necesitando ser modificadas cuando quieren ser utilizadas en materiales ortótropos, como podrían ser los polímeros reforzados con fibra larga. En la literatura, se encuentran trabajos que aplican la descomposición sobre el tensor de tensiones [7,8] y otros que modifican las descomposiciones isótropas para adaptarlas a materiales ortótropos [9,10]. Sin embargo, estas descomposiciones energéticas no son capaces de predecir la anisotropía de las propiedades resistentes de los materiales lo que produce patrones de grieta poco realistas para materiales ortótropos [9].

Otro punto importante a la hora de modelar el comportamiento ante la fractura de materiales ortótropos es la naturaleza de la tasa crítica de liberación de energía. Este tipo de materiales suele contar con una tenacidad a la fractura dependiente de la dirección en la que se produce la grieta (i.e. la anisotropía de las propiedades resistentes). Hay dos planteamientos que permiten introducir esta anisotropía. Por un lado, se ha desarrollado un tensor estructural [11] que permite orientar las direcciones preferentes de crecimiento de las grietas en el seno del material. Este planteamiento utiliza únicamente un grado de libertad de PF para modelar todos los tipos de fallo. Por otra parte, se han desarrollado modelos que añaden un grado de libertad adicional para cada modo de fallo [12].

Las denominadas funciones geométricas controlan, en parte, la resistencia a la propagación de grietas en los modelos de PF. Los dos modelos más utilizados para materiales típicos en la literatura son los conocidos como AT2 [1] y AT1 [13]. La principal diferencia entre ambos es que el modelo AT1 posee un umbral energético por debajo del cual no se produce la evolución de la variable de PF, simulando así un material con un comportamiento elástico lineal antes del daño. Por su parte, el modelo AT2 provoca una evolución de la variable de PF tan pronto como se carga el material o estructura.

Debido a la multitud de propuestas para el modelado de materiales no isótropos mediante PF, es difícil discernir la idoneidad de los modelos. Esto nos ha servido de motivación para analizar mediante diferentes experimentos numéricos algunos de los modelos de PF disponibles en la literatura.

En este trabajo, se ha evaluado la implementación de la anisotropía de energía de fractura mediante el tensor estructural descrito en [12] (modelo STD con un único grado de libertad) y utilizando las descomposiciones espectral y volumétrica-desviadora para materiales ortótropos propuestas en [9]. Para ello, se parte de las subrutinas que aprovechan la analogía térmica con PF descritas en [14] y se extienden de acuerdo a las necesidades del presente trabajo. Los problemas a analizar son una placa cuadrada con una grieta lateral en modo I y modo II y una placa con un agujero circular sometida a tracción. Se ha realizado la comparación utilizando las dos funciones geométricas AT1 y AT2.

2. MODELO NUMÉRICO

PF aplicado a mecánica de la fractura consiste en la aplicación de principios variacionales a la energía total de un sólido compuesta, en este caso, por la energía de deformación elástica y la energía de fractura. La energía de fractura se puede aproximar a una integral de volumen mediante un funcional denominado densidad de superficie de grieta. Este funcional depende de la variable de PF, de su gradiente, de una longitud característica y, en la formulación para materiales ortótropos aplicada en este trabajo, del tensor estructural. Para relacionar la energía de fractura con la energía de deformación, se hace a esta última dependiente de la variable de PF a través de una función de degradación. Existen dos formulaciones básicas: la denominada isótropa donde no se descompone la densidad de energía de deformación y la formulación anisótropa en la que sí se descompone la densidad de energía de deformación y necesita recalcular el tensor de rigidez en cada incremento para permitir la transmisión de esfuerzos en estados de compresión. Sin embargo, en este trabajo se ha utilizado la formulación híbrida propuesta en [15], donde se mantiene una ecuación de equilibrio de momento lineal mientras que se aplica la descomposición de energía en la ecuación de equilibrio de PF. Teniendo en cuenta estos factores, las expresiones utilizadas para realizar este trabajo se representan como (ecuación 1):

$$\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{\phi}) = g(\boldsymbol{\phi}) \frac{\partial \Psi(\boldsymbol{\varepsilon})}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}}$$
$$g'(\boldsymbol{\phi}) H^{+} = -\frac{G_{c}}{c_{0}} \left(\frac{1}{l_{0}} \beta'(\boldsymbol{\phi}) - 2l_{0} \nabla(\boldsymbol{A} \nabla \boldsymbol{\phi}) \right)$$
(1)

donde σ es el tensor de tensiones, ε es el tensor de deformaciones, $g(\phi) = (1 - \phi)^2$ es la función de degradación, Ψ es la densidad de energía de deformación elástica del material intacto, ϕ es la variable de PF que toma valores entre 0 (material intacto) y 1 (material completamente degradado), H^+ es la variable histórica definida como $H^+ = \max(H^+, \Psi^+), G_c$ es la tasa crítica de liberación de energía, $\beta(\phi)$ es la función geométrica que toma el valor de ϕ para el modelo AT1 y ϕ^2 para el modelo AT2, $c_0 = 4 \int_0^1 \sqrt{\beta(\phi)} d\phi$, l_0 es la longitud característica propia de PF y, finalmente, A es el tensor estructural. El tensor estructural es igual a la matriz identidad en el caso del material isótropo y se construye tal y como se describe en [12] para el material ortótropo. En todos los casos, se ha utilizado un método de resolución con un esquema alternativo con un incremento de desplazamiento de $\Delta u = 10^{-5}$ mm.

La tabla 1 muestra los parámetros utilizados para el material ortótropo. En este caso, G_c^0 es la tasa crítica de liberación de energía para las grietas que se propagan en perpendicular a la dirección de mayor rigidez y G_c^{90} es la que se asocia a las grietas que se propagan en la dirección de mayor rigidez.

Se describen a continuación los modelos empleados en el estudio. El primer modelo consiste en una placa cuadrada con una grieta mostrada en la figura 1. El ángulo α indica la dirección de mayor rigidez del material. La placa tiene unas dimensiones de 1x1 mm, siendo la longitud inicial de la grieta de 0.5mm. La grieta inicial se ha modelado de forma explícita en la geometría y añadiendo una condición de contorno de la variable de PF igual a 1 en los nodos pertenecientes a la misma. El tamaño de elemento (h_e) seleccionado es de 0.005 mm, de forma que la relación $l_0/h_e = 2$. En total, se han empleado 40000 elementos de tipo CPE4T, siguiendo el modelo original de [9]. Se aplican dos casos de carga al modelo, por un lado, una carga de tracción para provocar la apertura de grieta en modo I y, por otro lado, un caso de cortante simple.

Tabla 1. Propiedades del material ortótropo

E_1 (GPa)	210
$E_2 = E_3 \text{ (GPa)}$	70
$v_{12} = v_{13}$	0.3
v_{23}	0.4
$G_{12} = G_{13} \left(\text{GPa} \right)$	47
G_{23} (GPa)	40
G_c^0 (N/mm)	2.7
<i>G</i> ⁹⁰ _c (N/mm)	0.027
l ₀ (mm)	0.01

El segundo modelo consiste en una placa de dimensiones 1x2 mm con un agujero circular en la posición central de diámetro 0.1mm. Se ha impuesto un tamaño de elemento aproximado de 0.005 mm en la zona en la que se espera la propagación de grieta y un tamaño de 0.1 mm en los extremos alejados de la grieta (ver figura 1), haciendo un total de 31013 elementos de tipo CPE4T.

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En este apartado se muestran los resultados obtenidos en los diferentes problemas analizados: placa cuadrada agrietada y placa con agujero circular. Nótese que se analizarán los problemas utilizando materiales con diferentes orientaciones del refuerzo respecto a las cargas (0°, 45° y 90°), funcionales de densidad de grieta (AT2 y AT1) y descomposiciones energéticas (Miehe y Amor). Se mostrará el contorno de la variable de PF en el último incremento calculado para identificar la propagación de grietas y evaluar los diferentes modelos implementados.

3.1. Placa cuadrada agrietada (SENT)

Se muestra el resultado para los casos de carga en modo I (figura 2) y modo II (figura 3) para distintas orientaciones del material ortótropo. En primer lugar, cabe destacar que no existe una diferencia significativa al aplicar diferentes descomposiciones energéticas o los distintos modelos geométricos para el caso de carga en modo I, donde las grietas se producirán, principalmente, por cargas de tracción. Sin embargo, hay dos detalles interesantes que resaltar de estos resultados. Por un lado, está el hecho de que la amplitud de la banda que presenta la grieta es mucho menor en el caso en que $\alpha = 0^{\circ}$ que en el de $\alpha = 90^{\circ}$. Esto se debe a la elección del tensor estructural realizada. Como se comenta en [12], el tensor estructural seleccionado tiene la particularidad de mantener el valor de l_0 para la dirección de mayor rigidez, pero provoca que la dirección perpendicular adquiera un $l_0^{90} = \sqrt{(G_c^{90}/G_c^0)} l_0$. Por otra parte, se aprecian unas bandas de color blanco en algunos de los modelos simulados con la función geométrica AT1. El color blanco representa valores por debajo del mínimo impuesto en la leyenda, es decir, valores de ϕ negativos. Este hecho se debe a que la implementación del modelo AT1 seguida en [14] no es termodinámicamente consistente [16] y no se ha modificado esta parte de la subrutina. El valor mínimo que se ha encontrado para la variable ϕ mediante esta formulación y usando el modelo AT1 es de -0.08. Otro aspecto interesante a destacar es que, para el caso de $\alpha = 45^{\circ}$, las grietas producidas no son paralelas a la dirección de mayor rigidez del material como sucedería en la fractura de, por ejemplo, un laminado unidireccional con las fibras orientadas a 45°, sino que aparecen grietas con un ángulo de 34.78° para el modelo AT1 y de 27.55° para el modelo AT2.



Figura 1. Malla de los modelos empleados en este trabajo.

Pasando al modo II de carga (figura 3), se observan diferencias significativas en los resultados obtenidos. En primer lugar, para el caso de $\alpha = 0^{\circ}$, se aprecia a simple vista como las descomposiciones energéticas modifican el ángulo de inclinación con el que aparece la grieta. Mientras que la descomposición de Amor produce grietas prácticamente colineales con la dirección de mayor rigidez y resistencia del material, la descomposición de



Miehe produce grietas con un ángulo de 27.57° (AT1) y 41.78° (AT2) con respecto a la horizontal.

la bifurcación de grietas en casos de carga en modo II cuando no se aplica ninguna descomposición energética.

AT2

đ

.00

.90

AT1



Figura 2. Fractura de la placa cuadrada de material ortótropo con grieta bajo carga de modo I para las distintas configuraciones.

En el caso de $\alpha = 45^\circ$, se puede apreciar que utilizando el modelo AT2 se obtienen resultados similares para ambas descomposiciones energéticas. El modelo AT2 produce la degradación del material en la esquina superior derecha debida a las restricciones impuestas en esa zona, degradación que no se produce con el modelo AT1 debido a que no se supera el umbral energético necesario para iniciar la grieta. Sin embargo, existe una tendencia del problema a generar esa grieta por la aparición de unas zonas con variable de PF negativa con AT1. De nuevo, puede verse que, de continuar aumentando la carga, la grieta producida con la descomposición de Amor y modelo AT2 se uniría con una nueva grieta producida en la esquina inferior derecha, donde se aprecia una degradación que no aparece con Miehe. Lo más llamativo de este caso es la aparición de la grieta paralela a la dirección de mayor rigidez en el caso de descomposición de Amor y AT1. Esta grieta, que no aparece en ningún otro modelo, se origina cuando la grieta inferior ya ha comenzado y avanzado en su propagación, tras lo cual ambas van creciendo simultáneamente. Este fenómeno es similar a

Figura 3. Fractura de la placa cuadrada de material ortótropo con grieta bajo carga de modo II para las distintas configuraciones.

Lo más destacable del modelo con $\alpha = 90^{\circ}$ es el hecho de que el modelo AT1 produce grietas iniciales que siguen perfectamente la orientación de mayor rigidez del material, mientras que el AT2 las curva ligeramente. Las descomposiciones energéticas se comportan de forma similar a lo visto anteriormente. Por un lado, el crecimiento de la grieta principal (la que nace en la grieta preexistente y se dirige hacia la parte inferior del modelo) es distinto para ambas, siendo continuo con la descomposición de Miehe y apareciendo una segunda grieta en la esquina inferior derecha para el caso de Amor. Además, la grieta que se propaga hacia la parte superior del modelo en el caso de Amor y AT1 aparece cuando la grieta principal ha llegado prácticamente al

límite inferior de la geometría y crece antes de la iniciación en la parte inferior derecha. El caso de Amor y AT2 también presenta una pequeña degradación de la parte superior del extremo de la pregrieta que no llega a materializarse en la fractura del material.

Por último, el modelo con $\alpha = -45^{\circ}$ presenta comportamientos menos diferenciados que los demás. La diferencia entre los modelos AT1 y AT2 es prácticamente inexistente, salvo por los valores negativos de ϕ en el modelo AT1. Por su parte, la descomposición energética de Amor vuelve a producir una grieta en la esquina inferior derecha que se une a la grieta que se propagaba desde el centro del modelo.

Es interesante destacar que, en los resultados mostrados en [9] para las placas cuadradas con una grieta preexistente y cargada en modo I, las grietas no tenían la propagación típica presente en materiales ortótropos como laminados unidireccionales, donde dichas grietas tienden a seguir la dirección de las fibras en los ensayos a tracción. Esta disonancia se debe al hecho de tener una tenacidad a la fractura isótropa, lo que produce grietas perpendiculares a la dirección de mayor rigidez por producirse las mayores tensiones normales en esa dirección.

De forma global, en estas simulaciones se han observado dos resultados que se repiten en el caso de material ortótropo (figuras 2 y 3). La primera de ellas es la mayor extensión de la zona degradada del material al emplear el modelo AT2 debido a que éste no posee un umbral energético bajo el que no existe dicha degradación. Por otra parte, en el ensavo de tangencial simple, la grieta comienza propagándose desde el extremo de la grieta preexistente. Al aplicar la descomposición de Miehe, el crecimiento de la grieta es constante. Sin embargo, al aplicar la descomposición de Amor, cerca del fallo final del modelo, una nueva grieta inicia en la esquina inferior derecha que se une a la grieta que se ha propagado desde la configuración inicial. Por ello, aunque la forma final de la grieta es similar en todos los modelos, es necesario destacar que la evolución del campo de PF para llegar hasta esa configuración es diferente según la descomposición energética elegida.

3.2. Placa con agujero (OHT)

En este apartado, se muestran los resultados obtenidos al estudiar un caso en el que no hay una grieta inicial preexistente y en el que se utiliza una malla irregular que no favorezca el crecimiento de grieta en una dirección determinada.

La figura 4 muestra los resultados obtenidos para el material ortótropo. En este caso, se aprecian bandas paralelas a la dirección de mayor rigidez para las que la variable ϕ adquiere valores negativos cuando se utiliza el modelo AT1. De nuevo, vuelve a suceder que las grietas que aparecen en el caso $\alpha = 45^{\circ}$ siguen un ángulo

de propagación menor al esperado (24.19° para Amor y 22.28° para Miehe). Por su parte, las descomposiciones energéticas no muestran diferencias notables, aunque hay una ligera bifurcación de la grieta en los extremos del dominio mucho más notable para la descomposición de Amor que en la de Miehe.



Figura 4. Fractura de la placa con agujero de material ortótropo para las distintas configuraciones

4. CONCLUSIONES

Se han analizado dos problemas clásicos de referencia como son una placa agrietada bajo cargas de tracción y cortante simple y una placa con agujero sometida a tracción. Se ha empleado PF para analizar el fallo de materiales ortótropos aplicando distintas descomposiciones de la densidad de energía de deformación y los modelos AT1 y AT2.

En primer lugar, se ha comprobado que las descomposiciones de la densidad de energía de deformación tienen un papel relevante cuando se somete el material a estado de cortante, mientras que los estados de tracción son menos sensibles a las mismas. Se concluye que la orientación y propagación de las grietas está significativamente afectada por el funcional de densidad de grieta utilizado y la descomposición de energía de deformación. Por otra parte, se hace evidente que el modelo aquí presentado no predice adecuadamente la propagación de grietas en materiales ortótropos sometidos a tracción cuyas direcciones principales no coinciden con la dirección de aplicación de la carga (45°). La extensión a modelos ortótropos de la tenacidad a la fractura con varias variables de PF podría ser una buena candidata para solucionar este problema. Sin embargo, aunque las predicciones numéricas son razonables a priori, es difícil determinar la idoneidad de los modelos sin una evidencia experimental.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen la financiación recibida a través de los proyectos PID2020-118480RB-C21 y C22, financiado por MCIN/AEI/ 10.13039/501100011033 y por "FEDER Una manera de hacer Europa". Proyecto PDC2021-121368-C21 y C22 financiado por MCIN/AEI/ 10.13039/501100011033 y por la "Unión Europea NextGenerationEU/PRTR". Ayuda PRE2021-097626 financiada MCIN/AEI/ por 10.13039/501100011033 y por el FSE+. También agradecen la financiación de la Generalitat Valenciana, programa PROMETEO 2021/046 y CIAPOS/2021/271.

REFERENCIAS

- [1] B. Bourdin, G.A. Francfort, J.-J. Marigo. *Numerical experiments in revisited brittle fracture*, J Mech Phys Solids 48 (2000) 797–826.
- [2] G.A. Francfort, J.-J. Marigo. *Revisiting brittle fracture as an energy minimization problem*, J Mech Phys Solids 46 (1998) 1319–1342.
- [3] C. Miehe, F. Welschinger, M. Hofacker. Thermodynamically consistent phase-field models of fracture: Variational principles and multi-field FE implementations, Int J Numer Methods Eng 83 (2010) 1273–1311.
- [4] H. Amor, J.J. Marigo, C. Maurini. *Regularized* formulation of the variational brittle fracture with

unilateral contact: Numerical experiments, J Mech Phys Solids 57 (2009) 1209–1229.

- [5] F. Freddi, G. Royer-Carfagni. *Regularized* variational theories of fracture: A unified approach, J Mech Phys Solids 58 (2010) 1154– 1174.
- [6] Q.C. He, Q. Shao. Closed-Form Coordinate-Free Decompositions of the Two-Dimensional Strain and Stress for Modeling Tension-Compression Dissymmetry, J Appl Mech 86 (2019).
- [7] S. Zhang, W. Jiang, M.R. Tonks. *A new phase field* fracture model for brittle materials that accounts for elastic anisotropy, Comput Methods Appl Mech Eng 358 (2020).
- [8] S. Zhang, W. Jiang, M.R. Tonks. Assessment of four strain energy decomposition methods for phase field fracture models using quasi-static and dynamic benchmark cases, Materials Theory 6 (2022).
- [9] N.P. van Dijk, J.J. Espadas-Escalante, P. Isaksson. Strain energy density decompositions in phase-field fracture theories for orthotropy and anisotropy, Int J Solids Struct 196–197 (2020) 140–153.
- [10] V. Ziaei-Rad, M. Mollaali, T. Nagel, O. Kolditz, K. Yoshioka. Orthogonal decomposition of anisotropic constitutive models for the phase field approach to fracture, J Mech Phys Solids 171 (2023).
- [11] S. Teichtmeister, D. Kienle, F. Aldakheel, M.A. Keip. *Phase field modeling of fracture in anisotropic brittle solids*, Int J Non Linear Mech 97 (2017) 1–21.
- [12] J. Bleyer, R. Alessi. Phase-field modeling of anisotropic brittle fracture including several damage mechanisms, Comput Methods Appl Mech Eng 336 (2018) 213–236.
- [13] K. Pham, H. Amor, J.J. Marigo, C. Maurini. Gradient damage models and their use to approximate brittle fracture, Int J Dam Mech 20 (2011) 618–652.
- [14] Y. Navidtehrani, C. Betegón, E. Martínez-Pañeda. *A simple and robust Abaqus implementation of the phase field fracture method*, Appl Eng Sci 6 (2021).
- [15] M. Ambati, T. Gerasimov, L. De Lorenzis. *A review* on phase-field models of brittle fracture and a new fast hybrid formulation, Comput Mech 55 (2015) 383–405.
- [16] G. Molnár, A. Doitrand, A. Jaccon, B. Prabel, A. Gravouil. *Thermodynamically consistent linear-gradient damage model in Abaqus*, Eng Fract Mech 266 (2022).

ANÁLISIS DEL CRECIMIENTO DE DELAMINACIÓN EN EL ENSAYO DE FLEXIÓN EN 3 PUNTOS: INFLUENCIA DEL COEFICIENTE DE FRICCIÓN Y DE LA DIFERENCIA DEL MÓDULO DE ELASTICIDAD

M.A. Herrera Garrido^{1*}, D. Leguillon², V. Mantič¹

¹ Grupo de Elasticidad y Resistencia de Materiales, Escuela Técnica Superior de Ingeniería, Universidad de Sevilla, Camino de los Descubrimientos s/n, 41092 Sevilla, España
² Instituto Jean le Rond d'Alambert, Universidad Sorbona, CNRS UMR 7190, F-75005, Francia
* Persona de contacto: mherreral3@us.es

RESUMEN

Se presenta una metodología numérica para analizar laminados con grietas de delaminación bajo cargas de flexión. Se emplea el método de elementos finitos para modelar la geometría de un ensayo de flexión a tres puntos con una grieta interlaminar, considerando el efecto de la fricción en la propagación de la grieta. Se encuentra que la fricción debilita la singularidad en la punta de la grieta de manera aproximadamente lineal, lo que permite aplicar el Criterio Acoplado de la Mecánica de la Fractura Finita para determinar la carga mínima para el crecimiento de la grieta. Se utiliza un modelo de elementos finitos en ABAQUS para el ensayo de flexión y se examina la influencia del coeficiente de fricción y el cociente de los módulos de elasticidad de las láminas en la carga crítica necesaria para el crecimiento de la grieta. Se observa una relación aproximadamente lineal entre la carga crítica y el coeficiente de fricción, con una dependencia en la pendiente de esta relación respecto al cociente de los módulos de elasticidad de las módulos de elasticidad de las láminas. Estos hallazgos contribuyen a comprender los factores que afectan el crecimiento de delaminaciones, destacando la importancia de considerar la fricción en la evaluación de la integridad estructural.

PALABRAS CLAVE: Criterio Acoplado, Ensayo a flexión con entalla, Fricción.

ABSTRACT

A numerical methodology is presented for analyzing laminates with delamination cracks under bending loads. The finite element method is employed to model the geometry of a three-point bending test with an interlaminar crack, considering the effect of friction on crack propagation. It is found that friction weakens the singularity at the crack tip approximately linearly, enabling the application of the Coupled Criterion of Finite Fracture Mechanics to determine the minimum load for crack growth. A finite element model in ABAQUS is used for the three-point bending test, examining the influence of friction coefficient and the ratio of elasticity moduli of the laminates on the critical load needed for crack growth. An approximately linear relationship between critical load and friction coefficient is observed, with a slope dependence on the ratio of elasticity moduli. These findings aid in understanding factors affecting delamination growth, emphasizing the importance of considering friction in structural integrity evaluation.

KEYWORDS: Coupled Criterion, End notched flexure test, Friction.

1. INTRODUCCIÓN

Entre las diversas formas de unir materiales metálicos y compuestos, las uniones adhesivas destacan sobre las uniones mecánicas convencionales, las cuales requieren perforaciones, lo que resulta en concentradores de tensiones, y en el caso de laminados, en daño a las fibras. Estos inconvenientes, además de aumentar el peso estructural, subrayan la necesidad de comprender a fondo el comportamiento de estas uniones ante cargas que puedan causar fallos y asegurar su fiabilidad frente a cargas elevadas.

Una metodología ampliamente empleada para evaluar la fiabilidad de las uniones adhesivas es el ensayo de flexión a tres puntos con entalla en el extremo (3P ENF)

propuesto inicialmente por Carlsson et al. [1]. Este ensayo induce la propagación de una grieta interlaminar preexistente debido a esfuerzos cortantes generados en ambas superficies de la grieta, al aplicar una carga vertical en el centro de la muestra, tal como se ilustra en la figura 1.



Figura 1 Esquema del ensayo de flexión a 3 puntos de un bi-material con una grieta de interfaz en el extremo

En este contexto, es fundamental considerar que la inducción del modo II de mecánica de la fractura en la zona de la grieta genera un contacto con fricción entre los materiales. Aunque inicialmente se podría esperar que la fricción frene el crecimiento de la grieta, sorprendentemente, no se ha investigado cómo este factor influye en la resistencia del bi-material a la flexión y en la propagación de la grieta.

Una aproximación común para analizar el crecimiento o la iniciación de grietas es a través de la Mecánica de la Fractura Finita, usando el Criterio Acoplado propuesto por Leguillon [2]. Este criterio, que considera tanto el balance energético como el estado tensional, se emplea para predecir la nucleación y el crecimiento de la grieta.

Por ende, el objetivo de este trabajo es examinar cómo el coeficiente de fricción y la discrepancia entre los módulos elásticos de los componentes del bi-material afectan la carga crítica para el crecimiento de la grieta de interfaz y el incremento de longitud de la grieta bajo dicha carga. Para ello, en la Sección 2 se estudiará la viabilidad de aplicar el Criterio Acoplado de la Mecánica de Fractura Finita a este tipo de ensayo y su posible formulación. En la Sección 3, definiremos el modelo de elementos finitos creado en ABAQUS para este análisis, y finalmente, en la Sección 4 presentaremos los resultados obtenidos de este análisis.

2. EL CRITERIO ACOPLADO

El Criterio Acoplado (CC) fue establecido como un criterio para la nucleación de grietas en una muesca en materiales homogéneos por Leguillon [2]. Actualmente, su aplicación es más amplia, abarcando materiales compuestos [3], cerámicas [4], especímenes de bimateriales [5] y rocas, bajo cargas térmicas y/o mecánicas, para especímenes con entallas en V o U, cavidades, en 2D y en 3D. El CC requiere el cumplimiento simultáneo de dos condiciones separadas para garantizar la iniciación de la grieta, el llamado criterio tensional y el criterio energético. Por lo tanto, para confirmar la idoneidad del CC para el caso de estudio, debe verificarse que tanto el criterio tensional como el energético puedan cumplirse simultáneamente para una carga crítica. Para evaluar esta posibilidad, se lleva a cabo un análisis del campo de tensión en el contexto del ensayo 3P ENF.

2.1. Criterio acoplado y campos de tensión singulares

El campo de desplazamiento alrededor de la punta de la grieta en el ensayo 3P ENF en el modo II puro de la mecánica de fractura, puede ser descrito por la expansión asintótica de tipo Williams:

$$\mathbf{u}(x_1, x_2) = \mathbf{u}^0 + K^{II} r^\lambda \mathbf{u}(\theta) \tag{1}$$

donde las coordenadas Cartesianas (x_1, x_2) y las polares (r, θ) con el origen en el punto singular se mezclan sin riesgo de confusión. El primer término **u**⁰ denota el

movimiento como sólido rígido de la punta de la grieta. El exponente de singularidad λ toma valores entre 0 y 1 y $\mathbf{u}(\theta)$ es su modo II asociado, estos valores son solución de un problema de autovalor que depende solo de la geometría local, por lo tanto, son independientes de la geometría global y la carga. El coeficiente K^{II} es el factor de intensidad de tensiones generalizado bajo modo II, dependiente de la geometría global y es proporcional a la carga o desplazamiento aplicado.

Aplicando la ley de Hook a las deformaciones calculadas a partir de (1) conduce a la expresión del campo de tensiones

$$\boldsymbol{\sigma}(x_1, x_2) = K^{II} r^{\lambda - 1} \mathbf{s}(\theta) \tag{2}$$

Para analizar la energía, como la longitud de iniciación de la grieta es pequeña en comparación con cualquier otra longitud del caso de estudio, es posible usar las expansiones asintóticas emparejados

$$G_{inc} = AK^{II^2} l^{2\lambda - 1} + \cdots$$

$$G = 2\lambda AK^{II^2} l^{2\lambda - 1} + \cdots$$
(3)

donde G es la tasa de liberación de energía (ERR), G_{inc} la tasa incremental de liberación de energía (IERR), la longitud virtual de la grieta $l = \Delta a$ es hasta ahora desconocida y A es un coeficiente de escala [2].

El CC exige el cumplimiento simultáneo tanto del criterio energético como el tensional. A partir de (2) sabemos que el campo de tensiones se comporta como $r^{\lambda-1}$, por lo que podemos decir que en un rango de valores $0 < \lambda < 1$, las tensiones tangenciales serán una función decreciente que se vuelve infinitamente grande a medida que $r \rightarrow 0$, y a partir de (3) sabemos que tanto ERR como IERR se comportan como $r^{2\lambda-1}$, por lo tanto, el comportamiento de las funciones de energía depende del carácter del exponente de singularidad, además, se pueden distinguir 3 escenarios posibles:

- 1. Singularidad fuerte $\lambda < 0.5$. En estos casos ERR y IERR son funciones decrecientes como la función de tensiones. Esto significa que las dos condiciones necesarias siempre se cumplen en las cercanías de la punta de la grieta.
- 2. $\lambda = 0.5$. En este caso, ERR e IERR pierden su dependencia con *l* y permanecen como una línea horizontal. El CC se cumple para una carga lo suficientemente alta.
- 3. Singularidad débil $\lambda > 0.5$. Las funciones ERR e IERR son funciones crecientes. Esto en general asegura una única solución de la forma

$$l_{c} = \frac{G_{c}^{II}}{A} \frac{s^{2}(\theta_{o})}{\tau_{c}^{2}}$$

$$K^{II} \ge K_{c}^{II^{2}} = \left(\frac{G_{c}^{II}}{A}\right)^{1-\lambda} \left(\frac{\tau_{c}}{s(\theta_{0})}\right)^{2\lambda-1}$$
(4)

Donde l_c es el incremento de longitud de la grieta, K_c^{II} es el valor crítico del factor de intensidad de tensiones, θ_0 es la dirección de crecimiento de la grieta, que en este caso será $\theta_0 = 0$ y τ_c es la resistencia

Como se observó en [6], el coeficiente de fricción debilita la singularidad en el caso de la grieta de interfaz, por ello, la aplicación del CC corresponde en este caso con la tercera opción, esquematizada en la figura 2.



Figura 2 Representación esquemática del CC en el caso de una singularidad débil. Tensión y la tasa incremental de liberación de energía normalizada en función de la longitud de la grieta para una carga determinada. La carga aplicada es la carga crítica cumpliendo el CC.

En la figura 2 el criterio tensional se cumple si la tensión tangencial normalizada $\tau(\Delta a)/\tau_c \ge 1$, zona coloreada en rojo, y el criterio energético se cumple si el incremento de la tasa de liberación de energía normalizada $G_{inc}(\Delta a)/G_c^{II} \ge 1$, área azul. En el caso mostrado en la figura 2, el área roja y el área azul tienen solo un punto en común, el círculo amarillo, donde $\tau(\Delta a)/\tau_c = G_{inc}\Delta a/G_c^{II} = 1$. Entonces se puede decir que el CC se cumple para la carga aplicada, llamada carga crítica, y que el incremento de la longitud de la grieta para la carga aplicada es $\Delta a = l_c$.

2.2. Aplicación del CC al ensayo 3P ENF

Comenzando con el criterio tensional, en el contexto de la mecánica de fractura en modo II, implica que el esfuerzo tangencial sea mayor que la resistencia del material a la tensión tangencial:

$$\tau \ge \tau_c$$
, (5)

La segunda condición para cumplir es el criterio energético. Para permitir que la grieta crezca, la energía de creación de nuevas superficies debido a la fractura debe de estar equilibrada con la diferencia de las energías en el estado previo y el estado posterior a la iniciación de la grieta. Para ello, el primer paso es realizar el balance energético entre el estado inicial (superíndice '0') y el estado tras la iniciación de la grieta (superíndice 'i'). En el balance están implicadas las energías de deformación elástica W_p , cinética W_K , disipada debido a la fricción W_{fric} y la energía de creación de superficies por fractura $G_c^{II}\Delta a^i$ (donde G_c^{II} es la energía de fractura del material y Δa^i es el incremento en la longitud de la grieta

$$W_P^0 + W_K^0 + W_{ext}^0 = W_P^i + W_K^i + W_{ext}^i + W_{fric}^i + G_c^{II} \Delta a^i$$
(6)

En el ensayo ENF, la condición de contorno aplicada consiste exclusivamente en un desplazamiento prescrito en el centro de la viga, por lo tanto, $W_{ext}^0 = W_{ext}^i = 0$, y como el incremento en la energía cinética debe ser positivo, $\Delta W_K = W_K^i - W_K^0 > 0$, (6) puede escribirse

$$W_{\rm P}^0 > W_{\rm P}^i + W_{\rm fric}^i + G_{\rm c}^{\rm II} \Delta a^i.$$
⁽⁷⁾

Por lo tanto

$$-\Delta W^{P^{i}} - W^{i}_{fric} > G^{II}_{c} \Delta a^{i}, \qquad (8)$$

donde ΔW^P es el incremento de la energía de deformación elástica entre el estado previo y después de la iniciación de la grieta.

Por un lado, la energía disipada debido a la fricción se puede obtener como

$$W_{\rm fric}^{\rm i} = \int_0^{a+\Delta a^{\rm i}} F_{\rm x}^{\rm i}(|u_{\rm x}^{\rm i}| - |u_{\rm x}^{\rm 0}|) \, {\rm d} {\rm l} \tag{9}$$

donde F_x representa las fuerzas nodales en la dirección xy $|u_x^i|$ es el desplazamiento relativo entre los materiales superior e inferior para cada incremento en la longitud de la grieta en la dirección x

$$|u_x^i| = u_{x_{lower}}^i - u_{x_{upper}}^i.$$
(10)

La energía disipada debido a la fricción se puede dividir en dos términos:

$$W_{Fric}^{i} = \int_{0}^{a} F_{x}^{i}(|u_{x}^{i}| - |u_{x}^{0}|) dl + \int_{a}^{\Delta a^{i}} F_{x}^{i}(|u_{x}^{i}| - |u_{x}^{0}|) dl = \int_{0}^{a} F_{x}^{i}(|u_{x}^{i}| - |u_{x}^{0}|) dl + \int_{a}^{\Delta a^{i}} F_{x}^{i}(|u_{x}^{i}|) dl.$$
(11)

El primer término es la energía disipada dentro de la grieta preexistente, mientras que el segundo término es la energía disipada dentro de la nueva longitud de la grieta. Por otro lado, el incremento de la energía potencial de deformación

$$\Delta W^{P^l} = W^l_P - W^0_P, \tag{12}$$

es la diferencia entre la energía de deformación acumulada en el espécimen con una grieta de longitud la inicial con la energía de deformación acumulada en el espécimen con una grieta que ha crecido una longitud Δa^i . El incremento de la energía de deformación para cada longitud de grieta se puede calcular como

$$W_P^i - W_P^0 = \frac{1}{2} \sum F_x^0 |u_x^i|.$$
(13)

Finalmente, el criterio energético queda escrito como

$$G_{inc} = \frac{-\Delta W^{P^{i}} - W^{i}_{fric}}{\Delta a^{i}} \ge G^{II}_{c}.$$
 (14)

3. PROCEDIMIENTO NUMÉRICO

En la mayoría de las aplicaciones del CC en la literatura, bajo elasticidad lineal y pequeñas deformaciones, la tensión es proporcional a la carga impuesta y el incremento de la tasa de liberación de energía es proporcional al cuadrado de la carga aplicada, ya que solo dependerá de la energía potencial. Gracias a este comportamiento, solo es necesario realizar una simulación con una carga P para obtener la carga crítica $P_{crit} = fP$, donde f es un factor de corrección de la carga que tomará valores mayores o menores que 1 para cumplir

$$f\frac{\tau(\Delta a)}{\tau_c} = f^2 \frac{G_{inc}\Delta a}{G_c^{II}} = 1$$
(15)

Desafortunadamente, debido a que el incremento de la tasa de liberación de energía en este caso no solo depende de la energía potencial, sino que también entra en juego la energía disipada por la fricción, no podemos asumir inicialmente el comportamiento donde el incremento de la tasa de liberación de energía sea proporcional al cuadrado de la carga impuesta. Por lo que para la obtención de la carga crítica en este caso es necesaria la realización de simulaciones con diferentes cargas aplicadas.

3.1. Modelado en elementos finitos

La implementación del CC para un ensayo 3P ENF se ha realizado utilizando el software comercial ABAQUS bajo condiciones de deformación plana. Se ensamblan dos placas de dimensiones idénticas, una sobre la otra, como se ilustra en las figuras 1 y 3.



Figura 3 Modelado para análisis mediante el método de los elementos finitos en ABAQUS y detalle de la malla aplicada

Se definen dos materiales isótropos, con el más flexible posicionado sobre el material más rígido, de manera que el contacto continuo entre ambos materiales a lo largo de la grieta quede asegurado. Si el material más rígido está sobre el material más flexible, la grieta se abrirá.

La interfaz entre ambos materiales se divide en una zona perfectamente pegada y una zona con grieta. La zona de la grieta tiene inicialmente una longitud $l_c^0 = 30mm$, correspondiente a la longitud inicial de la grieta del espécimen experimental.

Dentro de la interfaz pegada, cada nodo del material superior se une al nodo más cercano del material inferior. En la zona de la grieta, se define un comportamiento de fricción en la dirección tangencial.

Se genera una malla con refinamiento cerca de la trayectoria esperada de la grieta, como se muestra en la figura 3. En el ensayo 3P ENF, se sabe que la grieta crecerá a lo largo de la interfaz entre los dos materiales. El tamaño del elemento en la zona refinada es de $l_e = 0.1$ mm.

El desplazamiento en la dirección vertical se impide en las dos esquinas inferiores. En el punto central de la superficie superior del bi-material, se evita el desplazamiento horizontal mientras que se prescribe un desplazamiento vertical. Este desplazamiento prescrito es la estimación inicial de la carga crítica. Después del post-procesado se podrá saber si hay que aumentar o disminuir dicha carga para satisfacer el CC.

Experimentalmente, al aplicar una carga suficientemente alta, la grieta inicial crece hasta que la tensión ya no es suficiente para continuar propagando la grieta. Inicialmente, tanto la carga crítica como el incremento de longitud que se producirá en la grieta son desconocidas al realizar las simulaciones numéricas. Por ello, se realizará una simulación de elementos finitos con una longitud inicial l = a en figura 1, y se realizarán sucesivas simulaciones, con la misma carga aplicada, pero para diferentes longitudes de grieta. Para conseguir las diferentes longitudes de grieta se irán "desabotonando" progresivamente los pares de nodos que vayan formando la punta de la grieta de la simulación anterior. Este proceso se repite hasta lograr una longitud de grieta que sea suficientemente larga para representar un gráfico similar al mostrado en la figura 2, con $l_c < l =$ $a + nl_e$.

3.2. Post-procesado de resultados de las simulaciones de elementos finitos

El criterio tensional, representado por el área roja en la figura 2, se obtiene con el esfuerzo cortante en la configuración inicial, desde la punta de la grieta hasta la longitud despegada en el último paso calculado. Pero para obtener el área azul, el balance de energía debe realizarse para cada paso, es decir, para cada longitud de grieta. Por lo tanto, las fuerzas nodales en cada nodo de ambas zonas y los desplazamientos de cada nodo en la

interfaz agrietada de cada material deben calcularse para cada paso. Ahora hay tres situaciones posibles:

- Carga aplicada demasiado baja: Si no hay ningún punto en común entre las zonas roja y azul, la carga aplicada es menor que la carga crítica. Todos los pasos deben repetirse con una carga más alta.
- Carga aplicada demasiado alta: Si hay una gran área en común entre las zonas roja y azul, la carga aplicada es mayor que la carga crítica. Todos los pasos deben repetirse con una carga más baja.
- La carga aplicada es la carga crítica: Si solo hay un punto en común entre las zonas roja y azul, la carga aplicada es la carga crítica. La longitud crítica corresponde a Δa en el punto en común.

4. RESULTADOS NUMÉRICOS

En esta sección, se realiza un análisis detallado donde se exploran las variaciones en el coeficiente de fricción μ y en la discrepancia de los módulos de elasticidad entre los materiales, E_2 y E_1 . Para cada combinación de valores de E_2 y μ , se llevan a cabo múltiples simulaciones, manteniendo siempre el módulo elástico del material más flexible $E_1 = 1$ GPa y el módulo de Poisson de ambos materiales $v_1 = v_2 = 0.3$, y se selecciona inicialmente un valor de carga P. Posteriormente, se ejecutan estas simulaciones hasta alcanzar una longitud de grieta específica en la cual los criterios tensional y energético se crucen. Una vez alcanzado este punto, se verifica si se cumplen ambos criterios, es decir $\frac{\tau(\Delta a)}{\tau_c} = \frac{G_{inc} \Delta a}{G_c^{II}} = 1.$ En caso contrario, se ajusta la carga, ya sea aumentándola o disminuyéndola según corresponda, y se repiten las simulaciones necesarias hasta lograr la convergencia de ambos criterios para la misma longitud de grieta. Este proceso se repite para cada combinación de valores de E_2 yμ.

4.2. Carga crítica vs coeficiente de fricción y discrepancia entre los módulos elásticos del bi-material

Para explorar si el coeficiente de fricción entre los materiales o la discrepancia en el módulo elástico de los materiales que forman el bi-material afecta la carga crítica que provocará el crecimiento de la grieta se han llevado a cabo simulaciones con diferentes coeficientes de fricción, específicamente $\mu = 0, 0.2, 0.5, 0.8$ y 1, junto con valores variables para el módulo elástico del material más rígido, E_2 =1, 2, 3, 5, 7, 10 y 15GPa.

En la figura 4, se representa la relación entre la carga crítica y el coeficiente de fricción para varios valores del módulo elástico E_2 en el bi-material. Destacadamente, el gráfico revela una correlación casi lineal. Es evidente que el coeficiente de fricción μ tiene un impacto más pronunciado en la carga crítica cuando hay una discrepancia sustancial entre los módulos elásticos de los materiales que constituyen el bi-material. Esto se ilustra

observación por la de que las pendientes correspondientes a $E_2 = 1, 2 \text{ y} 3$ GPa son más bajas que las de $E_2 = 5,7,10$ y 15 GPa. La influencia de la discrepancia en los módulos elásticos en el bi-material en la carga crítica se ejemplifica aún más en la figura 5. Aquí, con un módulo elástico del material más flexible $E_1 = 1$ GPa, la carga crítica muestra una variación mínima para los módulos elásticos del material más rígido que exceden los 5GPa. Sin embargo, se observan discrepancias notables para valores de módulo elástico por debajo de 5GPa, en todos los valores del coeficiente de fricción.



Figura 4 Carga crítica vs coeficiente de fricción en el ensayo a 3P ENF para diferentes valores del módulo elástico del material más rígido.



Figura 5 Carga crítica vs módulo elástico del material más rígido en el ensayo 3P ENF para diferentes valores del coeficiente de fricción.

4.3. Incremento de la longitud de la grieta vs coeficiente de fricción y diferencia entre los módulos elásticos del bi-material

Después de obtener la carga crítica para todas las combinaciones investigadas en la sección anterior, también es posible determinar el incremento de la longitud de la grieta bajo la carga crítica obtenida. En la figura 6, se representan los valores del incremento en la longitud de la grieta frente al coeficiente de fricción, para diferentes valores del módulo elástico del material más rígido, E_2 =1, 2, 3, 5, 7, 10 y 15GPa.

El incremento de la longitud de la grieta muestra variaciones mínimas respecto al coeficiente de fricción, La relación entre los incrementos en la longitud de la grieta y el coeficiente de fricción permanece consistente en todos los valores del módulo elástico del material más rígido. Es importante destacar que los valores más altos del módulo elástico resultan en diferencias sutiles pero discernibles en el incremento de la longitud de la grieta con respecto al coeficiente de fricción.

Al trazar el gráfico que correlaciona el módulo elástico del material más rígido con el incremento de la longitud de la grieta, figura 7, queda claro que el incremento en la longitud de la grieta aumenta rápidamente con un aumento en el módulo elástico del material más rígido. Este comportamiento permanece consistentemente similar, con una ligera variación en la pendiente, en todos los valores analizados del coeficiente de fricción.



Figura 6 Incremento de longitud de la grieta vs coeficiente de fricción en el ensayo 3P ENF para diferentes valores del módulo elástico del material más rígido.



Figura 7 Incremento de longitud de la grieta vs módulo elástico del material más rígido en el ensayo 3P ENF para diferentes valores del coeficiente de fricción.

5. CONCLUDING REMARKS

En este trabajo se ha demostrado que es factible aplicar el Criterio Acoplado de la Mecánica de la Fractura Finita al ensayo a flexión a 3 puntos con pre-grieta en la interfaz. Se ha desarrollado una metodología numérica mediante el método de elementos finitos para su análisis y se ha aplicado para varios valores del coeficiente de fricción y del módulo elástico de uno de los materiales. En consecuencia, se ha verificado numéricamente que ambos parámetros, el coeficiente de fricción y la discrepancia entre los módulos de elasticidad en el bimaterial, influyen directamente tanto en la carga crítica como en el incremento de la longitud de la grieta. En resumen, los resultados sugieren una relación lineal entre la carga crítica y el coeficiente de fricción µ, cuya pendiente depende de la discrepancia entre los módulos de elasticidad del bi-material, como se observa en la figura 4. Esta tendencia también se refleja en la relación del exponente de singularidad con el coeficiente de fricción para el estudio de las tensiones singulares en la grieta de interfaz en bi-materials isótropos, donde la pendiente está marcada por β/π , siendo β el parámetro del bi-material de Dundurs, directamente relacionado con la discrepancia de los módulos de elasticidad.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido financiado por la Consejería de Transformación Económica, Industria, Conocimiento y Universidades, y Fondo Europeo de Desarrollo Regional (Proyecto P18-FR-1928), por el Ministerio de Ciencia Innovación y Universidades y la Agencia Estatal de Investigación (Proyecto PID2021-123325OB-I00) y por la COST Action CA18120 CERTBOND.apoyado por COST (European Cooperation in Science and Technology)

REFERENCIAS

- [1] D. Leguillon, *Strength or toughness? A criterion for crack onset at a notch*, Eur. J. Mech. A/Solids, 21, 61–72, 2002.
- [2] Carlsson, L.A., Gillespie, J.W., Pipes, R.B., On the analysis and design of the end notched flexure (ENF) specimen for mode-II testing, Journal of Composite Materials 20, 594-604, 1986
- [3] I. García, M. Paggi, and V. Mantic, Fiber-size effects on the onset of fiber-matrix debonding under transverse tension: A comparison between cohesive zone and finite fracture mechanics models, Engineering Fracture Mechanics, 115, 96–110, 2014
- [4] S. Jimenez-Alfaro and D. Leguillon, *Finite fracture mechanics at the micro-scale. application to bending test of micro cantilever beams*, Eng Fract Mech, 258, 108012, 2023
- [5] D. Leguillon, J. Laurencin, and M. Dupeux, Failure initiation in an epoxy joint betweeen two steel plates, Eur J Mech A Solids, 22, 509–524, 2003
- [6] M.A. Herrera-Garrido, V. Mantic, A. Barroso, A semi-analytical matrix formalism for stress singularities in anisotropic multi-material corners with frictional boundary and interface conditions, Theor. Appl. Fract. Mech, 129, 104160, 2023

CALCULO DE CARGAS DE PANDEO EN COLUMNAS DE EULER-BERNOULLI MULTIFISURADAS EMBEBIDAS EN UN MEDIO ELÁSTICO DE TIPO WINKLER DE DISTINTA RIGIDEZ

J.A. Loya, R. Zaera, C. Santiuste, J. Aranda-Ruiz

¹ Dpto. de Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras. Universidad Carlos III de Madrid. Av. Universidad 30, 28911 Leganés, España *Persona de contacto: jloya@ing.uc3m.es

RESUMEN

Este trabajo presenta una metodología generalizada para determinar las cargas críticas de pandeo de columnas de tipo Euler-Bernoulli con múltiples secciones fisuradas e inmersa en un medio elástico de tipo Winkler de rigidez variable a tramos. Para ello, la columna se modeliza mediante segmentos interconectados cuyas ecuaciones diferenciales de pandeo se resuelven en cada tramo aplicando las correspondientes condiciones de contorno y de compatibilidad en las secciones en las que cambia la rigidez del medio circundante o hay una sección fisurada. El cambio de medio se considera mediante la rigidez correspondiente, mientras que la fisura se modelizada mediante un resorte rotacional sin masa de rigidez proporcional a la longitud inicial de fisura, produciendo una discontinuidad en el giro en la sección fisurada, proporcional al momento flector transmitido por dicha sección. La metodología propuesta, permite generalizar el cálculo de cargas de pandeo en función del tipo de apoyo, de la posición de las secciones fisuradas, longitud inicial de las mismas, y de la rigidez del medio en cada tramo de columna. Los resultados obtenidos se comparan satisfactoriamente con otros publicados, poniendo de manifiesto la interacción e importancia de los parámetros considerados en la determinación de las cargas críticas de pandeo del sistema.

PALABRAS CLAVE: Cargas críticas de pandeo, Columnas de Euler-Bernoulli, Columnas fisuradas, Winkler.

ABSTRACT

This work presents a generalized methodology for determining the critical buckling loads of Euler-Bernoulli type columns with multiple cracked sections immersed in an elastic medium of the Winkler type with variable stiffness along its length. To this end, the column is modeled using interconnected segments whose buckling differential equations are solved in each segment by applying the corresponding boundary conditions and compatibility conditions at the sections where the stiffness of the surrounding medium changes or there is a cracked section. The change in medium is considered through the corresponding stiffness parameter, while the crack is modeled using a massless rotational spring with stiffness proportional to the initial length of the crack, producing a discontinuity in the bending rotation at the cracked section, proportional to the bending moment transmitted by that section. The proposed methodology allows for the generalization of buckling load calculations based on the type of support, the position of the cracked sections and their initial length, and the stiffness of the elastic soil in each column segment. The results obtained are satisfactorily compared with those published by other authors, highlighting the interaction and importance of the considered parameters in determining the critical buckling loads of the system.

KEYWORDS: Buckling loads, Euler-Bernoulli columns, Cracked columns, Winkler.

1. INTRODUCCIÓN

Evaluar la estabilidad de elementos con características de viga bajo compresión es esencial en el diseño de estructuras en diversos sectores de la ingeniería. El pandeo emerge como uno de los modos de inestabilidad más frecuentes tanto en estructuras columnares como en elementos apoyados en el suelo, como tuberías, pilotes, cimientos o vías férreas. Dadas sus características geométricas, estas estructuras suelen ser representadas como vigas en ingeniería civil y ferroviaria, siendo las teorías de Euler-Bernoulli o Timoshenko las más empleadas. Además, al tener en cuenta la influencia del suelo sobre la viga, se recurre con frecuencia al modelo de Winkler, al de Pasternak o a una combinación de ambos, especialmente en entornos elásticos donde el suelo se aborda como una serie de resortes lineales distribuidos uniformemente. Así, un sistema viga-suelo puede ser analizado utilizando la teoría clásica de pandeo, incluyendo uno o dos términos adicionales en la ecuación de gobierno [1-2]. En la literatura científica se pueden encontrar numerosos trabajos que tratan el problema del pandeo de vigas en medios elásticos mediante el desarrollo de técnicas matemáticas para resolver el problema [3-4]

En otro aspecto, la existencia de fisuras en este tipo de estructuras puede provocar una reducción en la rigidez, cuya magnitud depende principalmente de la geometría del elemento, las condiciones de apoyo, el tamaño de la grieta y su ubicación. Esta disminución en la rigidez ejerce un efecto notable en la capacidad de carga de pandeo de la viga. La presencia de una fisura en una sección dañada se considera mediante un resorte rotacional lineal, cuya rigidez se relaciona con el tamaño de la fisura y la geometría de la sección transversal. Imponiendo la continuidad en el desplazamiento, el momento flector y la fuerza cortante en la sección agrietada, así como una discontinuidad en la rotación proporcional al momento flector transmitido, el problema del pandeo en vigas fisuradas ha sido estudiado en otros trabajos [5-8].

La consideración conjunta del efecto de la sección fisurada y del medio elástico ha sido estudiado para el análisis vibratorio [9] y para la inestabilidad por pandeo de vigas [10], sin embargo no se ha considerado el caso de multifisura, ni de variación de rigidez del terreno. Por lo tanto, el presente estudio completa el trabajo previo mediante la generalización del modelo de columna esbelta de Euler-Bernoulli, sometido a compresión, con múltiples fisuras y rigidez variable del medio elástico. Se analiza el efecto de la longitud y posición de fisuras, la variación del medio circundante y el tipo de apoyos en la determinación de las cargas críticas de pandeo.

2. MODELO DE COLUMNA DE EULER-BERNOULLI EN UN MEDIO ELÁSTICO

2.1. Planteamiento teórico y solución general para un tramo de la columna

Sea una viga de Euler-Bernoulli de longitud L, ancho B, canto W, momento de inercia I, módulo de Young E, inmersa en un medio elástico tipo Winkler, y sometida a compresión, tal y como se muestra en la figura 1:



Figura 1. Viga multifisurada en medio de rigidez variable.

La columna se divide en *N* tramos de longitud L_i , siendo x_i la coordenada axial de cada tramo, $0 < x_i < L_i$. Cada tramo está exento de fisuras y la rigidez de Winkler, k_i , es uniforme. En la transición entre los tramos i e i+1 (definido por las coordenadas $x_i=L_i$, ó $x_{i+1}=0$) se puede definir una sección fisurada. Así, se definen dos conjuntos de parámetros: la rigidez de Winkler, k_i (i=1,...,N), y longitud de fisura, a_i (i=1,...,N-1), que

caracterizan el medio circundante y distribución de daño a lo largo de la viga.

Siguiendo la teoría clásica de Euler, la ecuación que gobierna el comportamiento ante pandeo en una columna de sección transversal uniforme embebida en un medio elástico, se pueden presentar como:

$$EI\frac{d^4v_i(x_i)}{dx_i^4} + P_c\frac{d^2v(x_i)}{dx_i^2} + k_iv_i(x_i) = 0$$
(1)

donde $v_i(x_i)$ es la deflexión del tramo *i* y P_c es la carga crítica de pandeo. El problema se completa con las condiciones de contorno adecuadas en $x_1=0$ y $x_N=L_N$, y con las condiciones de continuidad y de salto en las secciones $x_i=L_i$ ($x_{i+1}=0$), para i=1,...,N-1.

Considerando las siguientes variables adimensionales:

$$\xi_i = \frac{x_i}{L}; \ V_i = \frac{v_i}{L}; \ \lambda^2 = \frac{P_c L^2}{EI}; K_i = \frac{k_i L^4}{EI}; \ \bar{L}_i = \frac{L_i}{L}$$
 (2)

La ecuación (1) puede reescribirse como:

$$V_{i}(\xi_{i})^{iv} + \lambda^{2} \cdot V_{i}(\xi_{i})'' + K_{i} \cdot V_{i}(\xi_{i}) = 0$$
(3)

donde $(\cdot)'$ representa la derivada respecto a ξ_i . Igualmente, pueden considerarse las siguientes variables adimensionales,

$$\theta_{i} = V_{i}'; \overline{M}_{i} = V_{i}''; \overline{Q}_{i} = V_{i}''' + \lambda^{2} V_{i}'$$
(4)

donde la relación entre esfuerzos adimensionales y dimensionales se expresa como $\overline{M}_i = M_i L/EI$ y $\overline{Q}_i = Q_i L^2/EI$.

La solución para la ecuación de coeficientes constantes (3) se calcula habitualmente a partir de las condiciones de contorno en ambos extremos. Aquí se expresará de manera más conveniente en función de los desplazamientos y esfuerzos en $\xi_i=0$, $(V_{i,0}, \theta_{i,0}, \overline{M}_{i,0}, \overline{Q}_{i,0})$ y de las funciones de Krylov-Duncan, $g_{i,j}(\xi_i)$ [11]:

$$V_{i}(\xi_{i}) = V_{i,0} \cdot g_{i,1}(\xi_{i}) + \theta_{i,0} \cdot g_{i,2}(\xi_{i}) + \overline{M}_{i,0} \\ \cdot g_{i,3}(\xi_{i}) + \overline{Q}_{i,0} \cdot g_{i,4}(\xi_{i})$$
(5)

siendo las siguientes funciones y parámetros:

$$g_{i,1}(\xi_i) = \frac{\Lambda_i^2 \cosh(\Gamma_i \xi_i) - \Gamma_i^2 \cosh(\Lambda_i \xi_i)}{\Lambda_i^2 - \Gamma_i^2}$$
(6)

$$g_{i,2}(\xi_i) = \frac{\Lambda_i(\lambda^2 + \Lambda_i^2)sinh(\Gamma_i\xi_i) - \Gamma_i(\lambda^2 + \Gamma_i^2)sinh(\Lambda_i\xi_i)}{\Lambda_i\Gamma_i(\Lambda_i^2 - \Gamma_i^2)}$$
(7)

$$g_{i,3}(\xi_i) = \frac{-\cosh(\Gamma_i \, \xi_i) + \cosh(\Lambda_i \, \xi_i)}{\Lambda_i^2 - \Gamma_i^2} \tag{8}$$

$$g_{i,4}(\xi_i) = \frac{\Gamma_i sinh(\Lambda_i \,\xi_i) + \Lambda_i cosh(\Gamma_i \,\xi_i)}{\Lambda_i^3 \Gamma_i - \Lambda_i - \Gamma_i^3} \tag{9}$$

у

$$\Lambda_i = \sqrt{\frac{-\lambda^2 - \sqrt{\lambda^4 - 4K_i}}{2}}; \ \Gamma_i = \sqrt{\frac{-\lambda^2 + \sqrt{\lambda^4 - 4K_i}}{2}}$$
(10)

2.2. Relación de desplazamiento entre tramos con distinta rigidez de Winkler

Si en la transición del tramo *i* al i+1 no existe fisura y cada uno tienen distinta rigidez k_i , se imponen las condiciones de continuidad de desplazamientos y esfuerzos en la interfaz entre los tramos:

$$V_{l}(\xi_{l} = \bar{L}_{l}) = \hat{V}_{l+1}(\xi_{l+1} = 0)$$
(11)

$$\theta_i(\xi_i = \bar{L}_i) = \theta_{i+1}(\xi_{i+1} = 0)$$
 (12)

$$\overline{M}_{i}(\xi_{i} = \overline{L}_{i}) = \overline{M}_{i+1}(\xi_{i+1} = 0)$$
(13)

$$\bar{Q}_i(\xi_i = \bar{L}_i) = \bar{Q}_{i+1}(\xi_{i+1} = 0)$$
(14)

A partir de la expresión general (5), se puede escribir la solución para el tramo *i*+*I* en función de ξ_i (mediante el cambio $\xi_{i+1} = \xi_i - \overline{L}_i$) y de los desplazamientos del tramo anterior en $\xi_i = \overline{L}_i$.

$$V_{i+1}(\xi_i) = V_{i,\bar{L}_i} \cdot g_{i+1,1}(\xi_i - \bar{L}_i) + \Theta_{i,\bar{L}_i} \cdot g_{i+1,2}(\xi_i - \bar{L}_i) + \\ + \bar{M}_{i+1,\bar{L}_i} \cdot g_{i,+1,3}(\xi_i - \bar{L}_i) + \bar{Q}_{i+1,\bar{L}_i} \cdot g_{i+1,4}(\xi_i - \bar{L}_i)$$
(15)

2.2. Relación entre tramos fisurados

Si la transición del tramo i al tramo i+1 corresponde a una sección fisurada, además de las condiciones de continuidad (11,13,14), se debe cumplir la discontinuidad de giro en la sección fisurada (16):

$$\theta_i(\xi_i = \bar{L}_i) + \Delta \theta_i = \theta_{i+1}(\xi_{i+1} = 0)$$
(16)

En este caso, se escribe la solución para el tramo i+1 en función de ξ_i y de los desplazamiento del tramo anterior en $\xi_i = L_i$:

$$V_{i+1}(\xi_i) = V_{i,\bar{L}_i} \cdot g_{i+1,1}(\xi_i - \bar{L}_i) + \Theta_{i,\bar{L}_i} \cdot g_{i+1,2}(\xi_i - \bar{L}_i) + \\ + \bar{M}_{i+1,\bar{L}_i} \cdot g_{i,+1,3}(\xi_i - \bar{L}_i) + \bar{Q}_{i+1,\bar{L}_i} \cdot g_{i+1,4}(\xi_i - \bar{L}_i) \\ + \Delta \Theta_i \cdot g_{i+1,2}(\xi_i - \bar{L}_i)$$
(17)

Si los tramos i e i+1 comparten la misma rigidez Winkler, (17) se puede expresar como:

$$V_{i+1}(\xi_i) = V_i(\xi_i) + \Delta \Theta_i g_{i+1,2}(\xi_i - \bar{L}_i)$$
(18)

La discontinuidad en el giro de la viga en la sección fisurada, $\Delta \theta_i$, es proporcional al momento flector \overline{M}_i trasmitido por dicha sección:

$$\Delta \theta_i = C_i M_i (\xi_i = \bar{L}_i) \tag{19}$$

$$C_i = \frac{W}{L} \boldsymbol{m}(\alpha_i, geometría \ sección \ transversal)$$
 (0)

donde $\alpha_i = (a_i/W)$ es la longitud adimensional de fisura y la función *m* puede evaluarse utilizando la teoría de la mecánica de la fractura y, para el caso particular de una viga de sección transversal rectangular, adopta la forma [12]:

$$\boldsymbol{m}(\alpha) = 2\left(\frac{\alpha}{1-\alpha}\right)^2 (5.93 - 19.69\alpha + 34.14\alpha - 35.84\alpha^3 + 13.2\alpha^4)$$
(21)

3. SOLUCIÓN DIRECTA

El desplazamiento de la viga es el compendio del desplazamiento $V_i(\xi_i)$ para cada uno de los tramos en los que se subdivide, donde además de las condiciones de compatibilidad entre tramos (según se modeliza una fisura o un cambio de rigidez del medio circundante), se deben aplicar las correspondientes condiciones de contorno en cada extremo de la viga (tabla 1). La solución global determina el autovalor λ de la columna (multi)fisurada en el medio elástico de rigidez constante en cada tramo, que se relaciona directamente con la carga critica de pandeo de la columna con fisura a través de la expresión (2).

Tal	bla	1.	Cond	liciones	de	contorn	<i>i</i> 0.

Apoyo simple	$V = \overline{M} = 0$
Empotramiento	$V = \theta = 0$
Extremo libre	$\overline{M} = \overline{Q} = 0$

4. RESULTADOS NUMÉRICOS

4.1. Influencia de multifisuras en la carga de pandeo

Para analizar la aplicabilidad del modelo propuesto a columnas de Euler-Bernoulli multifisuradas, se considera el caso biapoyado con 2 secciones fisuradas y en ausencia de medio elástico, K_w=0.

Por un lado, se ha considerado el caso con disposición simétrica de fisuras desde la mitad de la luz de la columna $(\bar{L}_1 = 0.25, \bar{L}_2 = 0.50, \bar{L}_3 = 0.25)$. Por otro lado, también se considera la disposición no simétrica $(\bar{L}_1 = 0.25, \bar{L}_2 = 0.25, \bar{L}_3 = 0.50)$. En ambos casos, se ha realizado un barrido en ambas longitudes de fisura α_1 y α_2 (desde 0 a 0.7), obteniendo los correspondientes autovalores en las figuras 2 y 3.



Figura 2. Autovalores en caso simétrico, adimensionalizados con el valor correspondientes a la viga biapoyada sin fisuras. λ_0^2 es el autovalor correspondiente al caso clásico (sin Winkler ni fisura).



Figura 3. Autovalores en caso asimétrico, adimensionalizados con el valor correspondiente a la viga biapoyada sin fisuras. λ_0^2 es el autovalor correspondiente al caso clásico (sin Winkler ni fisura).

En caso de $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$, el autovalor obtenido coincide con el caso de columna intacta [15]. Cuando una de las fisuras es nula, los autovalores obtenidos corresponden al caso de viga con solo una sección fisurada. A medida que las fisuras crecen, la disminución de la P_c es palpable, siendo máxima cuando lo son las longitudes de ambas fisuras.

En el caso simétrico, la distribución de autovalores λ^2 para un determinado par de fisuras (α_1, α_2), también es simétrica: $\lambda(\alpha_1, \alpha_2) = \lambda(\alpha_2, \alpha_1)$.

4.2. Influencia de la rigidez Winkler por tramos

Se ha resuelto el caso de una columna sin fisuras embebida en medio elástico con rigidez variable a tramos, sometidas a distintas condiciones de contorno. En concreto, se han establecido 3 tramos, de longitudes $\bar{L}_1 = 0.25$, $\bar{L}_2 = 0.50$ y $\bar{L}_3 = 0.25$, y los correspondientes parámetros de Winkler $K_1=100$, $K_2=10$, $K_3=50$.

Como puede observarse en la Tabla 2, las cargas críticas de pandeo, P_c (obtenidas del autovalor) aumentan con la rigidez que imponen las condiciones de apoyo.

Tabla .	2. E	Efecto	de la	rigidez	de	medio	por	tramos y	
condici	ione	s de	con	torno.	λ_0^2	es	el	autovalor	•
corresp	ond	liente d	al case	o clásico	(sir	n Wink	ler n	i fisura).	

	Caso	λ^2/λ_0^2
(EL)	Empotrada-libre	8.34
(LE)	Libre-empotrada	11.72
(AA)	Biapoyada	12.07
(EA)	Empotrada-apoyada	21.67
(AE)	Apoyada-empotrada	22.25
(EE)	Biempotrada	40.61

Conviene destacar los casos (AE) y (EA), ya que aunque la longitud de los tramos es simétrica, no lo es su rigidez de Winkler, por lo que el autovalor es distinto. Así, en el caso de (AE), el apoyo se ve rigidizado por el mayor valor de K_1 , en contraste con el caso (EA), donde el apoyo se ve influido por $K_3 < K_1$. De manera análoga, ocurre en los casos (EL) y (LE).

4.3. Columna multifisurada en medio con distinta rigidez por tramos

Tras analizar de manera independiente la influencia de la rigidez a tramos del medio circundante, y de la presencia de secciones fisuradas, a continuación se analiza el efecto acoplado de ambos efectos en una columna de 3 tramos, de longitudes $\bar{L}_1 = 0.25$, $\bar{L}_2 = 0.25$, $\bar{L}_3 = 0.50$, cuyos correspondientes parámetros de Winkler son, respectivamente, $K_1 = 100$, $K_2 = 10$, $K_3 = 50$. Los autovalores obtenidos se presentan en la siguiente figura:



Figura 4. Autovalores en columna multifisurada en medio con distinta rigidez por tramos. λ_0^2 es el autovalor correspondiente al caso clásico (sin Winkler ni fisura).

A comparación con los resultados obtenidos en la figura 4 (columna sin Winkler y con misma geometría), se aprecia un aumento en las cargas de pandeo para cualquier combinación de longitudes de fisura debido a la rigidización que aporta el medio circundante.

5. CONCLUSIONES

En este trabajo se propone un modelo teórico para determinar las cargas críticas de pandeo en columnas de Euler-Bernoulli multifisuradas e inmersas en un medio elástico tipo Winkler con rigidez variable a tramos para distintas condiciones de contorno. El método descrito divide la columna en tramos interconectados con las correspondientes condiciones de compatibilidad según se trate de un cambio de rigidez del medio, o bien de una sección fisurada.

El modelo propuesto ha sido validado, de manera independiente, con resultados de la literatura, tanto para el caso de columnas fisuradas en ausencia de medio elástico como para el de columnas intactas inmersas en un medio elástico tipo Winkler.

Posteriormente, se ha analizado el efecto acoplado de la presencia de multifisuras y de la variación a tramos de la rigidez del medio circundante.

AGRADECIMIENTOS

Los autores quieren agradecer a la Agencia Estatal de Investigación de España (Proyecto PID2020-118946RB-I00) el apoyo recibido para el desarrollo de este trabajo.

REFERENCIAS

- M. Eisenberger, J. Clastornik. Vibrations and buckling of a beam on Winkler elastic foundation. J Sound Vib (1987) 115(2):233-241.
- [2] V. Stojanovic, P. Kozic, G. Janevski. Buckling instabilities of elastically connected Timoshenko beams on an elastic layer subjected to axial forces. J Mech Mat Struc (2012) 7:363–374.
- [3] J. Aristizabal-Ochoa. Stability of slender columns on an elastic foundation with generalised end conditions. Ing. e Investig. (2013), 33:34–40.
- [4] V. Anghel V. C. Mares. Integral formulation for stability and vibration analysis of beams on elastic foundation. Proc. Rom. Acad. Ser. A, (2019) 20:285–293.
- [5] C.Y. Wang, C.M. Wang, T.M. Aung. Buckling of a weakened column. J. Eng. Mech. (2004) 130 (11):1373–1376.
- [6] B. Biondi, S. Caddemi. Closed form solutions of Euler-Bernoulli beams with singularities. Int. J. Solids Struct (2005) 42:3027–3044.
- [7] B. Biondi, S. Caddemi. Euler-Bernoulli beams with multiple singularities in the flexural stiffness. Eur. J. Mech. A/Solids (2007) 26:789–809.
- [8] J.A. Loya, G. Vadillo, J. Fernández-Sáez. First-Order Solutions for the Buckling Loads of Euler-Bernoulli Weakened Columns. Journal of Engineering Mechanics (2010) 136(5):674-679.

- [9] J.A. Loya, C. Santiuste, J. Aranda-Ruiz, R. Zaera. Buckling of cracked Euler–Bernoulli columns embedded in a Winkler elastic medium. Math. Comput. Appl. (2023), 28, 87.
- [10] J.A. Loya, C. Santiuste, J. Aranda-Ruiz, R. Zaera. Natural frequencies of vibration in cracked Timoshenko beams within an elastic medium. Theor Appl Fract Mec (2022), 118, 103257-103267
- [11] I.A. Karnovsky, O. Lebed, Advanced Methods of Structural Analysis, Springer (2010).
- [12] H. Tada, P. Paris, G. Irwin. The Stress Analysis of Cracks Handbook, second ed., Paris Productions, St. Louis (1985).

Revista de Mecánica de la Fractura Vol.7 (2024)

MODELIZACIÓN NUMÉRICA DEL COMPORTAMIENTO BALÍSTICO DE PANELES FML ACERO-FIBRA DE VIDRIO

B. Valverde¹, M.H. Miguélez¹, C. Santiuste², J.A. Loya^{2*}

¹Dpto. Ingeniería Mecánica, Universidad Carlos III de Madrid, Av. de la Universidad, 30, 28911 Leganés, Madrid ²Dpto. Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras. Universidad Carlos III de Madrid. Av. Universidad 30,

28911 Leganés, España

* Persona de contacto: jloya@ing.uc3m.es

RESUMEN

El desarrollo de paneles multilaminares FML (Fiber Metal Laminate) de acero y fibras de alto rendimiento con alta capacidad de absorción de energía y resistencia estructural, proporcionan soluciones más ligeras y eficientes en comparación con blindajes monolíticos equivalentes. Para el desarrollo de modelos numéricos capaces de predecir su comportamiento balístico en función del número de capas, se ha seguido una metodología combinada experimental y numérica. Utilizando un lanzador neumático, se han realizado ensayos de impacto de alta velocidad con proyectiles esféricos de acero templado sobre probetas FML. La velocidad de impacto y, en caso de perforación, la velocidad residual del proyectil, se han medido con cámaras de alta velocidad. La deformación de la cara posterior, el tipo de rotura y la extensión del daño se ha evaluado usando un escáner superficial 3D e internamente mediante inspección no destructiva. Utilizando el código comercial de elementos finitos ABAQUS/Explicit, se han modelizado de manera independiente cada uno de los materiales considerandos. Posteriormente, se han integrado dichos modelos para simular el comportamiento ante impacto de paneles FMLs con varias secuencias de apilamiento. Las predicciones numéricas para varios apilamientos ante impacto balístico se han comparado satisfactoriamente con los correspondientes resultados experimentales.

PALABRAS CLAVE: Impacto balístico, FML, elementos finitos.

ABSTRACT

The development of Fiber Metal Laminate (FML) multilayer panels using high-performance steel and fibers with high energy absorption capacity and structural strength provides lighter and more efficient solutions compared to equivalent monolithic armor. For the development of numerical models capable of predicting their ballistic behavior based on the number of layers, a combined experimental and numerical methodology has been followed. High-speed impact tests with hardened steel spherical projectiles on FML specimens have been conducted using a pneumatic launcher. Impact velocity and, in case of penetration, residual projectile velocity have been measured with high-speed cameras. Deformation of the rear face, fracture type, and extent of damage have been evaluated using a 3D surface scanner and internally through non-destructive inspection. Independently modelling each of the considered materials using the commercial finite element code ABAQUS/Explicit, these models have been integrated to simulate the impact behavior of FML panels with various stacking sequences. The numerical predictions of the FML model for various stacking configurations under ballistic impact have been successfully compared with corresponding experimental results.

KEYWORDS: Ballistic impact, FML, finite elements.

1. INTRODUCCIÓN

La continua evolución de los sistemas de protección utilizados por las Fuerzas y Cuerpos de Seguridad del Estado (FFCCSE) y las Fuerzas Armadas (FFAA) en vehículos y plataformas móviles es de suma importancia para afrontar amenazas balísticas y explosivas en situaciones delictivas, actos terroristas y conflictos internacionales [1].

Cuando un proyectil impacta contra un sistema de protección, una posible perforación del blindaje o una

gran deformación en su cara posterior, a pesar de haber detenido dicho proyectil, puede llevar asociado un alto riesgo tanto para el personal como para los equipos y bienes materiales a proteger. Los sistemas de protección deben ser eficientes en términos balísticos y, al mismo tiempo, lo más ligeros posible para facilitar su transporte y montaje rápido, sin afectar significativamente a la dinámica y la autonomía del vehículo en el que se instalan.

Por esta razón, existe un gran interés científico e industrial en el estudio de materiales híbridos que combinen las ventajas de diferentes componentes, como los laminados de metal-compuesto, conocidos como FML (Fiber Metal Laminates). El comportamiento de estos materiales frente a cargas estructurales e impulsivas, como los impactos, se ve influenciado por diversos factores, tales como los tipos de materiales utilizados, la secuencia en la aplicación de las capas, la orientación de las fibras, la adhesión entre capas de fibra y de fibra-metal, y el espesor de cada capa, lo cual impacta directamente en su densidad areal.

El desarrollo de modelos numéricos facilita el diseño de estas estructuras híbridas. Para crear un modelo numérico completo, es necesario comprender el comportamiento de los materiales que conforman el FML frente a impactos. En este estudio, se ha desarrollado y validado un modelo numérico que permite analizar el comportamiento de los laminados FML ante el impacto de proyectiles esféricos (comúnmente utilizados como simulantes de fragmentos según la normativa STANAG 2920). Se investiga la influencia del número de capas, su espesor y secuencia, con el objetivo de obtener una herramienta numérica que facilite el diseño del tipo de FML necesario en función de la amenaza considerada.

2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

El material FML analizado en este estudio está compuesto por láminas de acero inoxidable AISI 304 con un espesor de 0.30 mm y capas de fibra de vidrio S2 unidirecciones impregnadas en una matriz epoxy, cada una con un espesor de 0.15 mm. Estas capas de fibra de vidrio pueden tener una orientación de 0° o 90°. Se utilizaron probetas cuadradas compuestas por dos laminados específicos, denominados FML1 (espesor total: 1.50 mm) y FML2 (espesor total: 2.25 mm), cuyas secuencias de apilamiento se detallan en la Figura 1.



FML 2: S/0°/90°/S/0°/90°/0°/S/90°/0°

Figura 1. Secuencias de apilamiento en probetas FML1 y FML2 (S representa acero).

Las probetas utilizadas, fabricadas en la Universidad Tecnológica de Lublin, fueron ensayadas en el Laboratorio de Impacto, ImpactLab, de la Universidad Carlos III de Madrid, tal y como se esquematiza en la Figura siguiente.



Figura 2. Esquema del ensayo de impacto balístico.

Las probetas fueron empotradas en su perímetro, dejando una superficie libre de 100x100 mm, e impactadas perpendicularmente en su centro por un proyectil esférico de acero templado de masa 1.7 g y diámetro de 7.5 mm. El impacto se realizó utilizando un lanzador neumático de calibre 7.62 mm, capacidad de alcanzar velocidades superiores a los 800 m/s. La velocidad de impacto, la velocidad residual en caso de perforación y el proceso de impacto, fueron registrados mediante cámaras de alta velocidad (Photron FastCam SA-Z) a una velocidad de captura de aproximadamente 30,000 imágenes por segundo, siguiendo la metodología descrita en [2]. El análisis de las curvas balísticas obtenidas, así como del trauma y la deformación permanente producidos en las probetas, permitirán la validación posterior del modelo numérico desarrollado.

3. MODELIZACIÓN NUMÉRICA

Se ha utilizado el Método de Elementos Finitos implementado en el código comercial ABAQUS/Explicit para realizar el modelo numérico de los FMLs compuestos por fibra de vidrio y acero inoxidable. Estos laminados consisten en capas alternas de acero AISI 304 y dos capas de fibra de material compuesto que simulan las dos orientaciones. Los distintos apilados, FML 1 y FML 2, se han modelado de esta manera. La unión entre las capas se ha modelado mediante un contacto entre superficies cohesivas.

Después de analizar la sensibilidad de la malla, se han utilizado 76854 elementos hexaédricos de ocho nodos e integración reducida con trasmisión térmica (tipo C3D8RT) para cada capa de acero, con comportamiento constitutivo termovisco-plástico tipo Johnson-Cook. Respecto a las capas de fibra de vidrio tipo S2, se han utilizado 42648 elementos C3D8R, habiendo modelizado su comportamiento mecánico utilizando una subrutina de usuario VUMAT en FORTRAN.

Dado que experimentalmente no se han observado deformaciones permanentes en los proyectiles esféricos

de acero templado utilizados después del impacto, se modele su comportamiento como elástico y lineal, con densidad de 7,850 kg/m3, módulo de elasticidad de 210 GPa y coeficiente de Poisson de 0.3. Para su discretización, se han utilizado 6048 elementos.

Dada la simetría a un cuarto del problema, se aplican las correspondientes condiciones de simetría (Figura 3). El modelo del FML 1 consta de 407226 elementos, mientras que el modelo del FML 2 consta de 612036 elementos.



Figura 3. Detalle del modelo FEM de probetas. FML 1 (arriba) y del FML 2 (abajo). Capas de acero (gris), fibra de vidrio a 0° (azul) y a 90° (rojo).

3.1. Comportamiento constitutivo de la fibra de vidrio S2 y con matriz epóxica

Las capas de fibra de vidrio S2 con matriz de epoxy se modelan con comportamiento mecánico elástico lineal ortotrópico hasta el fallo. Las propiedades mecánicas de estas capas dependen de la dirección de las fibras, las cuales se encuentran especificadas en la Tabla 1, donde el subíndice indicado representa la dirección de las fibras.

Tabla 1: Propiedades mecánicas de la fibra de vidrio impregnada con resina epoxi [3].

ρ [kg/m ³]	E11 [GPa]	E22 [GPa]	E33 [GPa]	G12 [GPa]	G13 [GPa]	G23 [GPa]	V12	V13	V 23
1850	64	11.8	11.8	4.3	4.3	3.7	0.053	0.053	0.44

Para evaluar el fallo unidireccional se ha utilizado el criterio de Hashin [4], el cual ha sido implementado mediante una subrutina de usuario tipo VUMAT. Este criterio se describe mediante las siguientes ecuaciones siguientes (1-7) [5]:

Fibras a tracción
$$\left(\frac{\sigma_{11}}{X_T}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{12}}{S_{12}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{13}}{S_{13}}\right)^2 \ge 1$$
 (1)

Fibras compresión ($\sigma_{11} < 0$)

Matr

($\sigma_{11} < 0$)

 $\left(\frac{\sigma_{11}}{X_c}\right)^2 \ge 1$ (2)

Matriz a tracción
$$\left(\frac{\sigma_{22}}{Y_T}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{12}}{S_{12}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{23}}{S_{23}}\right)^2 \ge 1 \quad (3)$$

$$(\sigma_{22}; \sigma_{33} > 0) \qquad \left(\frac{\sigma_{33}}{Z_T}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{13}}{S_{13}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{23}}{S_{23}}\right)^2 \ge 1 \quad (4)$$

$$\begin{array}{l} \left(\frac{\sigma_{22}}{Y_C}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{12}}{S_{12}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{23}}{S_{23}}\right)^2 \ge 1 \quad (5) \\ \left(\sigma_{22}; \sigma_{33} < 0\right) & \left(\frac{\sigma_{33}}{Z_C}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{13}}{S_{13}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{23}}{S_{23}}\right)^2 \ge 1 \quad (6) \end{array}$$

Fibra-matriz a cortadura

$$\left(\frac{\sigma_{11}}{X_{c}}\right)^{2} + \left(\frac{\sigma_{12}}{S_{12}}\right)^{2} + \left(\frac{\sigma_{13}}{S_{13}}\right)^{2} \ge 1 \quad (7)$$

Los parámetros de daño que caracterizan este criterio se detallan en la Tabla 2. En dicha tabla, se presentan los límites de tensión a tracción en cada dirección ortogonal $(X_{1T}, X_{2T} y X_{3T})$, a compressión $(X_{1C}, X_{2C} y X_{3C}) y$ a cortadura (S12, S13 y S23). Además, se modela fallo frágil, propio de este tipo de material compuesto.

Tabla 2: Parámetros de daño para el material compuesto reforzado con fibras de vidrio S2, en MPa [3]

X_{1T}	X_{2T}	X_{3T}	X_{1C}	X_{2C}	X_{3C}	S ₁₂	S ₁₃	S ₂₃
1380	47	47	770	137	850	76	76	38

3.2. Acero inoxidable AISI 304

Para modelar el comportamiento mecánico del acero inoxidable, se considera un modelo termoviscoplástico de Johnson-Cook [6], cuya función de endurecimiento por deformación plástica viene definida por las expresiones siguientes:

$$\sigma_{Y}(\bar{\varepsilon}^{p}, \dot{\varepsilon}^{p}, T) = [A + B(\bar{\varepsilon}^{p})^{n}] \left[1 + C \ln\left(\frac{\dot{\varepsilon}^{p}}{\dot{\varepsilon}_{0}}\right) \right] [1 - \theta^{m}]$$
(8)

$$\theta = \frac{T - T_0}{T_m - T_0} \tag{9}$$

donde $\bar{\varepsilon}^p$ es la deformación plástica equivalente, $\dot{\varepsilon}^p$ es la velocidad de deformación plástica equivalente y θ es un cociente de temperaturas. Para el acero AISI 304, las constantes de las expresiones (8) y (9), recogidas en la Tabla 3, se han obtenido de la literatura [7]. La temperatura inicial del ensayo es $T_0=293$ K y la temperatura de fusión del material es $T_m=1673$ K.

Tabla 3. Parámetros de Johnson-Cook para el acero AISI 304 [7].

A [MPa]	B [MPa]	n	m	С	$\overline{\dot{\epsilon}}_0$	
310	1000	0.65	1	0.07	0.1	

Para simular el fallo del acero, se utiliza también el modelo de fallo de Johnson-Cook, basado en la deformación plástica, cuya expresión se muestra en la ecuación 10 y cuyos parámetros se detalla en la Tabla 4.

$$\overline{\varepsilon_f}(p,q,\dot{\varepsilon}^p,T) = \left[d_1 + d_2 {\left(d_3 \frac{p}{q}\right)}\right] \left[1 + d_4 \ln\left(\frac{\dot{\varepsilon}^p}{\dot{\varepsilon}_0}\right)\right] \left[1 + d_5\theta\right]$$
(10)

Tabla 4. Parámetros de daño de Johnson-Cook para el acero AISI 304 [7].

d ₁	\mathbf{d}_2	d ₃	d 4	d5	
0.53	0.50	-6.80	-0.014	0.0	

3.3. Interacción cohesiva entre capas

La modelización de la resina epoxi utilizadas en ambos FML y de la interacción entre las diferentes capas de fibra (a 0° y a 90°) y entre las capas de fibra y metal, se define mediante un contacto con propiedades cohesivas descritas en la bibliografía [8], y recogidas en la tabla 5. Este enfoque de modelización permite calcular el fallo por delaminación entre las capas del apilado.

Tabla 5. Propiedades para las superficies cohesivas entre las capas de fibra de vidrio [8].

Knn = Kss =	$ au_{ m n}$	$\tau_s=\tau_t$	GIC	GIIC = GIIIC
Ktt [N/mm ³]	[MPa]	[MPa]	[kJ/m ²]	$[kJ/m^2]$
106	80	46.5	0.45	0.60

Durante la fabricación de las placas de FML, se aplicaron tratamientos superficiales al acero para mejorar la adhesión con las capas de fibra S2. Las propiedades cohesivas de esta unión se han obtenido de la literatura [9] y se muestran en la Tabla 6.

Tabla 6. Propiedades para las superficies cohesivas entre las capas de fibra de vidrio y acero [9].

Knn = Kss =	τ _n	$\tau_s = \tau_t$	GIC	$G_{IIC} = G_{IIIC}$
Ktt [N/mm ³]	[MPa]	[MPa]	[kJ/m ²]	[kJ/m ²]
106	80	46.5	0.45	0.60

4. COMPARACIÓN DE RESULTADOS

Los modelos constitutivos desarrollados para los distintos materiales se han integrado junto a la interacción cohesiva entre las diferentes superficies para modelizar el FML. El modelo permite calcular la curva balística, el trauma y los mecanismos de fallo que ocurren en función del número de capas y la velocidad del

proyectil, y su cuya capacidad predictiva se compara posteriormente con los resultados experimentales.

4.1. Curva balística

En la Figura 4 se representa la velocidad residual experimental del proyectil, V_r , frente a la velocidad de impacto, V_i , junto a la correspondiente predicción numérica para ambos FMLs.



Figura 4 Curvas balística experimental y numérica para FML 1 y FML 2.

Los resultados experimentales, representados mediante símbolos discretos, se han ajustado mediante una regresión de mínimos cuadrados a la expresión de Lambert-Jonas [10], ver ecuación (11):

$$V_r^p = A \left(V_i^p - V_{bl}^p \right) \tag{11}$$

donde A y p son coeficientes de regresión, y V_{bl} es el valor estimado del límite balístico, que representa la velocidad mínima necesaria del proyectil para perforar el objetivo. Dichos ajustes se representan como líneas discontinuas en la Figura 4.

De la comparación entre resultados numéricos y experimentales, se observa que la predicción numérica del límite balístico es muy similar a la obtenida experimentalmente en ambos apilados, siendo para el FML1, $V_{bl}\approx 238$ m/s frente a 235 m/s, y para el FML 2, $V_{bl}\approx 307$ m/s frente a 315 m/s, lo que indica que el error máximo cometido es del orden de 2.5%. Respecto al resto de la curva balística, se obtiene una buena concordancia al aumentar la velocidad de impacto, con un error máximo del 12% en la velocidad residual tras el impacto.

Dado que la velocidad residual del proyectil obtenida numéricamente es igual o superior a la experimental en ambos espesores, se concluye que el modelo de elementos finitos desarrollado proporciona estimaciones conservadoras y seguras de la velocidad residual del proyectil.

4.2. Trauma en probetas de FML

A modo ilustrativo, las Figuras 5 y 6 muestran el trauma producido en probetas FML2. El lado izquierdo de las figuras, muestran la fotografía de las probetas impactadas, mientras que la derecha de la imagen es la predicción numérica correspondiente.



Figura 5. Comparación de trauma numérico (izq)experimental (dcha) en FML2 a Vimp = 288 m/s.



Figura. 6. Comparación de trauma numérico (izq)experimental (dcha) en FML2 a Vimp = 577 m/s.

La figura 5 representa un impacto a velocidad inferior a su límite balístico, mientras que la figura 6 corresponde a un impacto a velocidad superior a dicho límite. En este caso, el proyectil perfora el laminado, produciendo un fallo por "petalling" muy similar al calculado.

En todos los casos, la comparación cualitativa y cuantitativa del traumatismo de la cara posterior calculado numéricamente, en términos de valor máximo, extensión y geometría, muestra una muy buena concordancia con los medido experimentalmente.

5. CONCLUSIONES

En este estudio se ha llevado a cabo un análisis experimental y numérico del comportamiento frente a impacto de laminados FML formados por láminas de acero inoxidable AISI 304 y de material compuesto de fibra de vidrio S2 con matriz epoxy, variando el número de capas y la secuencia de apilado. Específicamente, se ha investigado el comportamiento ante el impacto de fragmento esférico de acero con un diámetro de 7.5 mm en laminados ligeros de 1.50 y 2.25 mm de espesor. El modelo numérico desarrollado incorpora la interacción entre las diferentes capas mediante superficies cohesivas. Las propiedades mecánicas de los materiales y los criterios de fallo utilizados se obtuvieron de fuentes bibliográficas.

El modelo numérico es capaz de predecir con gran precisión el límite balístico en ambas secuencias consideradas, lo cual se ha comparado con los resultados experimentales obtenidos en este estudio. La curva balística generada por el modelo es conservadora, presentando un error máximo inferior al 12%. Además, el modelo es capaz de estimar el daño producido y el traumatismo alcanzado, los cuales concuerdan adecuadamente con las observaciones experimentales realizadas.

AGRADECIMIENTOS

Los autores quieren agradecer a la Agencia Estatal de Investigación de España (Proyecto PID2020-118946RB-I00) el apoyo recibido para el desarrollo de este trabajo.

REFERENCIAS

- [1] Taber K.H, Warden D.L., Hurley R.A. "Blastrelated traumatic brain injury: what is known?", *The Journal of Neuropsychiatry & Clinical Neurosciences* 18(2), 141-145 (2006)
- [2] Rubio, I. *et al.*, "Ballistic performance of aramid composite combat helmet for protection against small projectiles", *Composite Structures* 226, 111153 (2019)
- [3] Meyer C., et al., "Investigation of normal, lateral, and oblique impact of microscale projectiles into unidirectional glass/epoxy composites", *Defence Technology* (2021)
- [4] Hashin Z., "The elastic moduli of heterogeneous materials", *Journal of Applied Mechanics* 29, 143-150 (1962)
- [5] Tserpes K.I., et al., "Strength prediction of bolted joints in graphite/epoxy composite laminates", *Composites Part B: Engineering* 33(7), 521-529 (2002)
- [6] Johnson G.R., Cook W.H., "A constitutive model and data for metals subjected to large strains, high strain rates and high temperatures", *Proceedings of the seventh international symposium on ballistics*, (1983)
- [7] Dong Y., et al., "Investigation of notch-induced precise splitting of different bar materials under high-speed load", *Materials* 13 (11), 2461 (2020)
- [8] Donough M.J., et al., "In-Plane and Oblique Edgeon Impact on Thick Glass-Fibre/Epoxy Composite Laminates", *International Journal of Impact Engineering* 171, 104373 (2023).
- [9] Boughdiri I., et al., "3D macro-mechanical FE simulation for GLARE[®] drilling with experimental validation", *Composite Structures* 304 (Part 2), 116458 (2023).
- [10] Lambert J.P., Jonas G.H., "Towards standardization of in terminal ballistics testing: velocity representation", Ballistic Research Laboratories, Aberdeen Proving Ground, Report No. BRL-R-1852. Maryland (1976)

Revista de Mecánica de la Fractura Vol.7 (2024)

A PHASE-FIELD APPROACH TO FRACTURE FOR VISCOELASTIC AND ANISOTROPIC MATERIALS APPLIED TO BIO-INSPIRED PRE-STRESSED CYLINDRICAL STRUCTURES

Ángel Valverde-González^{1,2*}, Pablo Olivares-Rodríguez¹, José Reinoso¹, José Merodio³

¹Departamento de Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras. Escuela Técnica Superior de Ingeniería, Universidad de Sevilla. Camino de los Descubrimientos s/n, 41092 Sevilla.

² IMT School for Advanced Studies. Piazza San Francesco 19, 55100 Lucca.

³ Departamento de Matemática Aplicada a las TIC. ETS de Ingeniería de Sistemas Informáticos, Universidad

Politécnica de Madrid, 28031 Madrid.

* Persona de contacto: avgonzalez@us.es

RESUMEN

En este trabajo, el modelado mecánico de materiales blandos bio-inspirados sujetos a tensiones residuales es acoplado con el enfoque a fractura de la técnica "phase-field". Para esto, la formulación variacional del problema se ha implementado en el paquete comercial de Elementos Finitos de ABAQUS como una subrutina de usuario UMAT, donde se ha modelado, por un lado, el material anisótropo-hiperelástico de Gasser-Ogden-Holzapfel (GOH) y, por el otro lado, un material visco-hiperelástico derivado de la descripción microscópica del movimiento de las cadenas poliméricas. El objetivo central de este trabajo consiste en la extensión de la técnica de "phase-field" para modelar la fractura en estructuras cilíndricas sujetas a tensiones residuales, coherente con lo observado con el método del ángulo de apertura. Los resultados sugieren la dependencia del comportamiento mecánico y el patrón de fractura de esas estructuras respecto a las propiedades viscosas, la orientación de las fibras y las tensiones residuales. Un enfoque futuro que se pretende analizar con este estudio preliminar es la nucleación de inestabilidades de bifurcación debida a los fenómenos de fractura.

PALABRAS CLAVE: "Phase-Field" para fractura, Método de los Elementos Finitos, Tensiones Residuales, Visco-Hiperelasticidad, Anisotropía

ABSTRACT

In this investigation, the mechanical modeling of bio-inspired soft materials subject to residual stresses is coupled with the phase field approach to fracture. The proposed variational approach is formulated and implemented into the commercial Finite Element Method (FEM) package ABAQUS as a UMAT user subroutine material, employing the constitutive formulation of the anisotropic hyperelastic Gasser-Ogden-Holzapfel (GOH) material, on one side, and the visco-hyperelastic formulation constructed from the microscopical description of the polymer chains movement, on the other side. The main target regards the extension of the phase-field method to simulate fracture in cylindrical structures subject to residual stresses consistent with what is observed from the opening angle method. Results suggest the dependence of the mechanical behavior and the crack pattern of these structures on viscous parameters, the fibers' orientation, and the intensity of the residual stresses. In addition to this, insight in the onset of bifurcation instabilities with fracture events aims to be provided.

KEYWORDS: Phase-Field for Fracture, Finite Element Method, Residual Stresses, Visco-Hyperelasticity, Anisotropy.

1. INTRODUCCIÓN

Los tubos cilíndricos representan estructuras de gran relevancia en aplicaciones vinculadas con los elastómeros y los tejidos blandos. Clasificados en materiales de pared delgada o gruesa, las tensiones residuales ejercen una importante influencia en su comportamiento mecánico. La aparición de estas tensiones residuales en estas estructuras está asociada a los procesos de fabricación [1] o al crecimiento en tejidos vivos [2]. Específicamente, dentro del campo de la biomecánica, las tensiones residuales en arterias se estudian a través del cortado de segmentos axiales de arterias debido a la deformación que sufren cuando son seccionadas [3]. De hecho, el fallo arterial está relacionado con fenómenos de inestabilidad de abultamiento y flexión que pueden ser activados prematuramente por estas tensiones residuales. Estos

aspectos han sido recientemente investigados en el contexto de la formación de aneurismas y el consiguiente debilitamiento de la pared arterial causado por la alta presión sanguínea [4-5]. Por lo tanto, existe una necesidad de implementar una formulación variacional que considere el papel de dichas tensiones residuales en el fallo arterial prematuro.

Esta investigación se centrará en un análisis de los fenómenos de propagación de grieta. Varios métodos han sido propuestos en la literatura para modelar fractura en materiales hiperelásticos [6], que es a lo que se asemejan las arterias. Dichas técnicas incluyen métodos basados en la mecánica de la fractura [7], elementos cohesivos [8] y métodos peridinámicos [9], entre otros. Recientemente, el enfoque a fractura de la técnica "phase-field" ha adquirido una gran importancia como una manera de simular fractura, especialmente en la Mecánica de Medios Continuos no Lineal. Sus orígenes se remontan al trabajo de Francfort y Marigo [10], quienes formularon el uso de esta técnica para abordar el problema de fractura frágil. Este enfoque variacional se basa en el postulado de Griffith [11], que establece que la propagación de una grieta ocurre cuando la tasa de liberación de energía *G* alcanza su valor crítico G_C . Bourdin et al. [12] propuso la formulación variacional como un problema de minimización de la energía a fractura y del potencial asociado a la energía de deformación. A partir de aquí, se ha extendido su uso para modelar todo tipo de problemas, incluyendo problemas no lineales, fractura dúctil, fenómenos a microescala, problemas acoplados...

Siguiendo el enfoque variacional, el objetivo de este artículo es el acoplamiento de un modelo de "phasefield" en materiales visco-hiperelásticos, por un lado, y anisótropos, por otro lado, en probetas cilíndricas que se encuentren sujetas a tensiones residuales, coherentes con las que se obtienen al seccionar las arterias. La principal meta es capturar el fallo de dichas estructuras para poder combinarlo en un futuro con los fenómenos de inestabilidad ya comentados.

2. CONCEPTOS BÁSICOS

2.1. Definiciones

Siguiendo los postulados de la Mecánica de Medios Continuos no lineal, la configuración de referencia de un sólido, denotada $\Omega_0 \subset \mathbb{R}^n$, se compone de una serie de puntos arbitrarios cuya posición es **X**, y de una discontinuidad interna Γ_1 . Si hay deformación, la configuración de referencia se mapea a una correspondiente configuración actual $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ con vectores de posición tales que $\mathbf{x}(\mathbf{X}, t)$ en un tiempo arbitrario t en el intervalo $\mathcal{T} = [0, t]$. Dicha transformación se observa en la Figura 1.



Figure 1. Proceso de deformación de la configuración de referencia (material) a la actual (espacial).

Con la normal, N, el contorno $\partial \Omega_0$ del sólido se divide en: $\partial \Omega_{0,u}$, donde el desplazamiento u está prescrito por una condición de contorno (CC) de Dirichlet, y $\partial \Omega_{0,t}$, donde las tracciones nominales T están prescritas por CCs de Neumann. La transformación de los puntos del material asociados a la configuración de referencia a la configuración actual se caracteriza con el tensor gradiente de deformaciones F, que se define:

$$F: = \nabla_X \varphi(X,t) = \mathbf{1} + H(X,t)$$
(1)

donde **1** es el tensor de identidad de segundo orden y H(X, t), el tensor gradiente de desplazamiento material. El Jacobiano J se define como el cociente entre el volumen deformado y sin deformar y es el determinante de F, tal que $J = \det F > 0$. Para seguir la trayectoria del sólido desde la configuración material a la espacial en un tiempo t, el vector desplazamiento se define como:

$$\boldsymbol{u}(\boldsymbol{X},t) \coloneqq \boldsymbol{x}(\boldsymbol{X},t) - \boldsymbol{X}$$
(2)

Para considerar los fenómenos de deformación, se proporciona la definición de los tensores por la izquierda y por la derecha de Cauchy-Green:

$$\boldsymbol{C} := \boldsymbol{F}^T \cdot \boldsymbol{F}; \quad \boldsymbol{b} := \boldsymbol{F} \cdot \boldsymbol{F}^T \tag{3}$$

Para la condición de Neumann, la siguiente relación lineal entre el vector de tracción nominal T y la normal N se establece:

$$\boldsymbol{T} = \boldsymbol{P} \cdot \boldsymbol{N} \tag{4}$$

donde **P** es el primer tensor de tensiones de Piola-Kirchhoff. Las condiciones de las dos regiones en la superficie delimitante del sólido son: $\partial \Omega = \partial \Omega_{0,u} \cup$ $\partial \Omega_{0,t}$ and $\partial \Omega_{0,u} \cap \partial \Omega_{0,t} = \emptyset$.

2.2. El enfoque a fractura del "phase-field"

Para el modelado de fenómenos de fractura, se emplea la técnica "phase-field" con enfoque en dichos eventos. La variable de "phase-field" b(X, t) se utiliza para definir el estado del sólido a nivel de punto material como:

$$\delta(\boldsymbol{X}, t) \colon \Omega_0 \times \mathcal{T} \to [0, 1] \tag{5}$$

donde $\mathfrak{d}(X, t) = 0$ denota un punto intacto y $\mathfrak{d}(X, t) = 1$ denota un punto completamente roto, todos ellos con respecto a la configuración de referencia. El marco propuesto se representa en la Figura 2, que comprende los dos campos a resolver: el campo de desplazamientos u y la variable de "phase-field" \mathfrak{d} .



Figura 2. Representación esquemática del problema de grandes deformaciones a resolver que comprende dos campos: (a) desplazamientos y (b) "phase-field".

El método "phase-field" para fractura se basa en la competición entre la densidad de energía de deformación Ψ y la energía de fractura $\mathcal{G}_{\mathcal{C}}$. De acuerdo con la teoría de Griffith para fractura frágil [11], durante la propagación, la energía a fractura se incrementa debido a la creación de superficies de grieta. Este desarrollo causa una reducción en la Ψ almacenada en el sólido. Por lo tanto, la formulación establece que cuando la energía elástica almacenada se iguala con el incremento en la energía asociada a la superficie de grieta, esta propaga. La tasa de liberación de energía es \mathcal{G} , siendo $\mathcal{G}_{\mathcal{C}}$ el valor crítico asociado con una propagación inestable. Esta competición de ambos términos puede ser expresada en el potencial del problema Π .

$$\Pi(\mathbf{F}) = \int_{\Omega/\Gamma} \Psi(\mathbf{F}) \, \mathrm{d}V + \int_{\Gamma} \mathcal{G}_{\mathcal{C}} \mathrm{d}A - \Pi_{\mathrm{ext}}$$
(6)

El enfoque variacional de Francfort y Marigo [10] sustituye la idea de una grieta aguda y regulariza el problema introduciendo una región de gradiente que discretiza la zona de material intacto a dañado. Dicha técnica de regularización se emplea para modificar el segundo término de la Ecuación (6), la cual constituye una base importante del problema del "phase-field":

$$\int_{\Gamma} \mathcal{G}_{\mathcal{C}} dA \approx \int_{\Omega} \mathcal{G}_{\mathcal{C}} \gamma_{l}(\mathfrak{d}, \nabla\mathfrak{d}) dV$$
$$= \int_{\Omega} \mathcal{G}_{\mathcal{C}} \left(\frac{1}{2l}\mathfrak{d}^{2} + \frac{l}{2}|\nabla_{x}\mathfrak{d}|^{2}\right) dV \qquad (7)$$

donde $\gamma_l(\mathfrak{d}, \nabla \mathfrak{d})$ es la función de densidad de superficie de grieta, la cual sigue la formulación AT-2 [12]. Teniendo en cuenta la regularización causada por esta zona de transición, el potencial (Ecuación (6)) puede ser modificado de la siguiente forma:

$$\Pi(\mathbf{F}, \mathfrak{d}) = \int_{\Omega} g(\mathfrak{d}) \Psi(\mathbf{F}) \, \mathrm{d}V + \int_{\Omega} \mathcal{G}_{\mathcal{C}} \gamma_l(\mathfrak{d}, \nabla \mathfrak{d}) \mathrm{d}V - \Pi_{\text{ext}}$$
(8)

donde $g(\mathfrak{d})$ es la función de degradación que tiene una dependencia cuadrática del parámetro de "phase-field" como $g(\mathfrak{d}) = (1 - \mathfrak{d})^2$.

2.3. Visco-hiperelasticidad

Empezando con la formulación material, en esta subsección se presenta el primer material a estudiar: el modelo visco-hiperelástico adoptado de [13,14]. Esta formulación se basa en la consideración de la microestructura como un conjunto de macromoléculas flexibles y altamente móviles con entrecruzamiento junto con una subestructura que presenta entrelazamientos temporales. Dichos comportamientos están asociados con el carácter hiperelástico y viscoelástico, respectivamente. La representación de dicha estructura se puede visualizar en la Figura 3.

La ley material que se va a seguir presenta una parte elástica $\Psi^{\text{elas}}(\boldsymbol{C})$ y viscosa $\Psi^{\text{visco},\alpha}$, la cual puede tener múltiples mecanismos de viscosidad denotados como α :



Figure 3. Modelo reológico de la respuesta del material visco-hiperelástico que consta de la rama elástica y de las múltiples ramas viscoelásticas

$$\Psi(\boldsymbol{C},\boldsymbol{A}) = \Psi^{\text{elas}}(\boldsymbol{C}) + \sum_{\alpha=1}^{n} \Psi^{\text{visco},\alpha}(\boldsymbol{C},\boldsymbol{A})$$
(9)

donde, a su vez, la contribución elástica puede ser dividida en una contribución isocórica y volumétrica:

$$\Psi^{\text{elas}}(\boldsymbol{\mathcal{C}}) = \Psi^{\text{dev}} + \Psi^{\text{vol}}; \qquad (10)$$

$$\Psi^{\text{dev}} = \frac{\mu}{2}(\overline{I_1} - 3), \quad \Psi^{\text{vol}} = \frac{\kappa}{2}(J - 1)^2 \tag{11}$$

donde μ y *K* son el módulo a cizalla y el módulo de compresibilidad, respectivamente; y $\overline{I_1}$ es el primer invariante del tensor desviador de Cauchy-Green por la derecha que tiene el valor $\overline{I_1} = J^{-2/3}I_1 = J^{-2/3}tr[\boldsymbol{C}]$.

En lo referente a la parte viscoelástica, esta se define a partir de la incorporación del modelo microscópico en la ley de hiperelasticidad macroscópica, propuesto por [13,14]. A partir de esta formulación, se define el tensor A, el cual proporciona información asociada a la microdeformación de la subred viscoelástica. Por lo tanto, el término de la energía de Helmholtz asociado a dicha contribución se define como:

$$\Psi^{\text{visco},\alpha}(\boldsymbol{C},\boldsymbol{A}) = \frac{1}{2} \mu^{\text{visco},\alpha} \left[\left(\boldsymbol{A}^{(\alpha)} : \overline{\boldsymbol{C}} \right) - \ln\left(\det \boldsymbol{A}^{(\alpha)} \right) \right]$$
(12)

donde $\mu^{visco,\alpha}$ es el módulo a cizalla de la rama viscoelástica α .

2.4. Anisotropía: material GOH

El segundo material que se ha estudiado en este trabajo es el material anisótropo-hiperelástico GOH, presentado en [15]. Este modelo emplea una formulación hiperelástica, casi incomprensible, para describir el comportamiento mecánico de materiales anisótropos, con una marcada aplicación a tejidos arteriales.

Como en la formulación visco-hiperelástica: la densidad de energía Ψ emplea una descomposición aditiva en una parte volumétrica Ψ^{vol} y en una isocórica Ψ^{dev} . Esta última, a su vez, se compone de una parte elástica isótropa (Ψ^{iso}) y una anisótropa no lineal (Ψ^{ani}). Juntando todos los ingredientes, la expresión para Ψ se define como:

$$\Psi^{\text{mat}}(\boldsymbol{C}, I_4, I_6) = \Psi^{\text{dev}}(\boldsymbol{C}, I_4, I_6) + \Psi^{\text{vol}}(\boldsymbol{C}) = \Psi^{\text{iso}}(\boldsymbol{C}) + \Psi^{\text{ani}}(\boldsymbol{C}, I_4, I_6) + \Psi^{\text{vol}}(\boldsymbol{C})$$
(13)

donde cada término derivado de la descomposición se expresa como:

$$\Psi^{\text{iso}} = C_{10}(\bar{I}_1 - 3)$$
(14)
$$\Psi^{\text{ani}} = \frac{k_1}{\sum_{i=4,6}} \exp\{k_2 [\kappa \bar{I}_1 + (1 - 3\kappa) \bar{I}_i - 1]^2\} -$$

$$1\} = \frac{k_1}{2k_2} \sum_{i=4,6} \{ \exp\{k_2 \overline{E}_i^2\} - 1 \}$$
(15)

$$\overline{E}_i = \kappa \overline{I}_1 + (1 - 3\kappa)\overline{I}_i - 1 \quad \text{for } i = 4,6.$$
(16)

$$\Psi^{\text{vol}} = \frac{1}{D} \left(\frac{J^2 - 1}{2} - \ln J \right) \tag{17}$$

donde $C_{10} = \mu/2$. En lo referente a la contribución anisótropa, mientras k_1 es la rigidez de las fibras, k_2 es un parámetro positivo adimensional que regulariza la nolinealidad de las fibras y κ es la dispersión de la fibra, la cual tiene sus límites entre 0 (sin dispersión) y 1/3 (estado isótropo). En lo referente a la parte volumétrica, *D* es una propiedad que tiene en cuenta la incompresibilidad del modelo como D = 2/K. Por último, los seudoinvariantes \overline{I}_4 y \overline{I}_6 reflejan el alargamiento con respecto a cada dirección de fibra, y se expresa como:

$$\overline{I_i} = \boldsymbol{M_i} \cdot (\overline{\boldsymbol{C}} \overline{\boldsymbol{M_i}}) \quad i = 4,6 \tag{18}$$

donde M_i es el vector que contiene el ángulo de orientación de cada *i* familia de fibras. Esta contribución solo se active cuando $\overline{E}_i > 0$.

3. SIMULACIONES NUMÉRICAS: ESTRUCTURAS CILÍNDRICAS PRE-TENSIONADAS.

3.1 Implementación de tensiones residuales

Las tensiones residuales son introducidas en nuestro modelo como parte de la función densidad de energía Ψ . Se ha decidido explotar esta opción ya que no requiere de la definición de ninguna configuración intermedia. Por lo tanto, se incluye una contribución en la energía dependiente de la intensidad de dichas tensiones residuales, Ψ^{res} . Para ello, de acuerdo con [16], se introduce un tensor de tensiones residuales σ_0 simétrico y que cumple las condiciones:

$$\nabla_{\boldsymbol{X}} \cdot \boldsymbol{\sigma}_{\boldsymbol{0}} = 0 \text{ in } \Omega_0 \tag{19}$$

$$\boldsymbol{\sigma}_{\mathbf{0}} \cdot \boldsymbol{N} = 0 \text{ on } \partial \Omega_{0,t} \tag{20}$$

Teniendo en cuenta las Ecuaciones (19) y (20), se define Ψ^{res} como:

$$\Psi^{\text{res}}(\boldsymbol{\mathcal{C}}, \boldsymbol{\sigma}_{\mathbf{0}}) = \frac{f}{2}(I_7 - \text{tr}\boldsymbol{\sigma}_{\mathbf{0}}) + \frac{1-f}{4}(I_8 - \text{tr}\boldsymbol{\sigma}_{\mathbf{0}})$$
(21)

donde $I_7 = tr(\boldsymbol{\sigma}_0 \boldsymbol{C})$ y $I_8 = tr(\boldsymbol{\sigma}_0 \boldsymbol{C}^2)$ son los seudoinvariantes asociados con el campo de tensiones residuales y *f* es un parámetro que tiene en cuenta el peso de dichos seudo-invariantes. Ya que se está ante un problema no lineal, las tensiones residuales son necesariamente no uniformes y dependientes de la geometría [17].

La contribución de las tensiones residuales se añade a la energía total:

$$\Psi = \Psi^{\text{mat}} + \Psi^{\text{res}} \tag{22}$$

3.2 Características de simulación

En esta subsección, se describen las características del ensayo y la forma particular del campo de tensiones residuales considerado. En conjunción con los modelos constitutivos considerados, se adopta el siguiente campo de tensiones residuales coherente con lo observado en arterias, adaptado de [18]:

$$\sigma_{0RR} = \alpha_c (R - A)(R - B)$$
(23)
$$\sigma_{0RZ} = \frac{\alpha_d}{2} [(R - A)(R - B)(4Z^3 - 6Z^2L + 2ZL^2)] (24)$$

$$\sigma_{0\Theta\Theta} = \alpha_c [3R^2 - 2(A + B)R + AB]$$

 $+\alpha_d[(R-A)(R-B)(12Z^2 - 12ZL + 2L^2)]$ (25)

$$\sigma_{0ZZ} = -\frac{\alpha_d}{R} \left[(2R - A - B) \left(Z(L - Z) \right)^2 \right]$$
(26)

$$\sigma_{0\Theta Z} = \sigma_{0R\Theta} = 0 \tag{27}$$

donde *A* y *B* denotan el radio interno y externo, respectivamente, del cilindro; α_c y α_d son unos coeficientes que siguen la fórmula: $\alpha_c = \mu \overline{\alpha_c}/2BT$ y $\alpha_d = \mu \overline{\alpha_d}/2L^4$; y *T* y *L* son el espesor y la longitud del cilindro. El experimento consiste en dos pasos: en el primero, el campo tensional definido en las Ecuaciones (23)-(27) se aplica, y a continuación, en el segundo paso, la estructura se somete a tracción en la superficie de arriba hasta fractura.

Las dimensiones del cilindro son: L = 150 mm, D = 5 mmy T = 0.5 mm. Las propiedades mecánicas para el problema visco-hiperelástico son: $\mu = 25 \text{ MPa}, K =$ $616.67 \text{ MPa}, \mathcal{G}_{\mathcal{C}} = 3 \text{ MPa}, l = 2 \text{ mm}, \mu^{\text{visco},1} = 21.74 \text{ MPa}.$ Las propiedades mecánicas para el problema anisótropo son: $C_{10} = 0.0307 \text{ MPa}, D = 10.17, k_1 = 0.0289 \text{ MPa}, k_2$ $= 1.2315 \text{ MPa}, \kappa = 0.2764, \mathcal{G}_{\mathcal{C}} = 0.005 \text{ MPa}, l = 0.2 \text{ mm}.$

Se simulan problemas cambiando:

- La intensidad del campo de tensiones residuales (α_c-α_d).
- La velocidad de ensayo y el tiempo de relajación para el material visco-hiperelástico.
- La orientación de la fibra para el material anisótropo.

3.3 Results.

3.3.1 Análisis paramétrico de la intensidad de las tensiones residuales

Para cilindros visco-hiperelásticos, las dos primeras series de simulaciones numéricas han consistido en el estudio de la dependencia de la intensidad de las tensiones residuales, concretamente en $\overline{\alpha_c}$ y $\overline{\alpha_d}$. El efecto de ambos se ha analizado de forma separada.

Primero, para $\overline{\alpha_c} > 0$ y $\overline{\alpha_d} = 0$ con una velocidad de ensayo de v = 25 mm/s y un tiempo de relajación de $\tau = 0.1$ s, se representan las cuervas fuerza-desplazamiento

en la Figura 4. Esta gráfica revela que la fuerza y el desplazamiento máximo decaen según se va aumentando el coeficiente $\overline{\alpha_c}$. Se ha adjuntado también el isocontorno del parámetro de "phase-field", donde se ve que la fractura nuclea en el centro del cilindro.



Figura 4. Curvas fuerza-desplazamiento para cilindros con diferente $\overline{\alpha_c}$, junto con el mapa de "phase-field" del último incremento.

A continuación, se simula el mismo experimento ahora para probetas con $\overline{\alpha_c} = 0$ y $\overline{\alpha_d} > 0$. En la línea de los previos ensayos de la Figura 4, la curva fuerzadesplazamiento de la Figura 5 muestra un patrón similar: según se aumenta $\overline{\alpha_d}$, baja considerablemente la fuerza y el desplazamiento alcanzados durante el ensayo de tracción.



Figura 5. Curvas fuerza-desplazamiento para cilindros con diferente $\overline{\alpha_d}$

Además, si se observa la zona por la que nuclea la fractura (Figura 6), se puede observar que según se va aumentando el valor de $\overline{\alpha_d}$, más se va acercando hacia el centro del eje axial de la probeta cilíndrica.

3.3.2 Análisis paramétrico de las variables viscoelásticas

A continuación, se ha analizado la influencia de variables como el tiempo de relajación y la velocidad del ensayo en un cilindro hiper-viscoelástico. En ausencia de tensiones residuales, se ha estudiado el problema de tracción para diferentes tiempos de relajación $\tau =$ [0.05,0.1,0.2,0.5] s y diferentes velocidades de ensayo



Figura 6. Mapa de contornos de la variable de "phasefield en el momento de fractura para probetas con diferente valor de $\overline{\alpha_d}$.

v = [10,25,500,100] mm/s. En la Figura 7 (imagen izquierda) se representa la curva fuerza-desplazamiento para los ensayos con diferente tiempo de relajación para una v = 25 mm/s, mientras que en la Figura 7 (imagen derecha) se presentan dichas gráficas para diferente velocidad de desplazamiento con $\tau = 0.1$ s. Analizando dichas representaciones, se observa reflejada el efecto de los parámetros viscoelásticos: a mayor tiempo de relajación o velocidad de ensayo, la fuerza máxima crece pero se produce una bajada acorde en el desplazamiento final.



Figura 7. Curvas fuerza-desplazamiento para casos con diferente tiempo de relajación (imagen izquierda) y velocidad de desplazamiento (imagen derecha).

3.3.3 Análisis paramétrico de las variables anisótropas

En este último ejemplo, el mismo cilindro hueco, pero ahora con una entalla en el centro (para conseguir localizar la grieta) se estudia para un problema con el material GOH. Asociado con este sólido se tiene una familia de fibras con una orientación de 45° con respecto al plano $\theta - z$ y hay un campo de tensiones residuales de $\overline{\alpha_c} = 1$ y $\overline{\alpha_d} = 40$.

En este último ejemplo, se hará hincapié en la parte cualitativa. Para esto, el mapa de phase-field para el incremento final se representa en la Figura 8. Puede observarse como la trayectoria de la grieta sigue la dirección definida por la familia de fibras, nucleando en la esquina de la entalla predefinida. Con estos resultados, se demuestra la efectividad de nuestro marco de modelado en acoplar tensiones residuales con tubos de material anisótropo-hiperelástico. Esto sienta las bases para futuras aplicaciones relacionadas con la integridad estructural de los tejidos arteriales.



Figura 8. Mapa de contornos del parámetro phase-field para una probeta de material anisótropo con una familia de fibras orientada a 45° con respecto al plano $\theta - z$.

4. CONCLUSIONES

El objetivo de este trabajo ha sido el establecimiento de una metodología para estudiar fractura en estructuras cilíndricas de inspiración biológica, concretamente, arterias. Siguiendo esta línea de trabajo, se ha implementado, por un lado, un modelo con material GOH y, por otro lado, un modelo visco-hiperelástico acoplados con tensiones residuales dentro de una subrutina de usuario UMAT. Para verificar el enfoque propuesto, se han evaluado diferentes escenarios en probetas sometidas a tracción hasta fractura, donde se han variado parámetros como las tensiones residuales, las propiedades viscoelásticas o las orientaciones de la familia de fibra. Los resultados obtenidos nos sirven para preparar el camino para estudiar el escenario de interés: el debilitamiento integral de la pared arterial acoplado con la aparición de los fenómenos de inestabilidad, lo que será cubierto en futuros trabajos.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen el apoyo financiero del Ministerio de Ciencia e Innovación de España (Proyecto TED2021-131649B-I00 y Proyecto PID2019-109723GB-I00). POR agradece el apoyo de la Universidad de Sevilla a través del contrato predoctoral otorgado en la convocatoria VIPPIT-2020-II.2

REFERENCIAS

[1] Y. Abou Msallem, F. Jacquemin, N. Boyard, A. Poitou, D. Delaunay, S. Chatel, Material characterization and residual stresses simulation during the manufacturing process of epoxy matrix composites, Composites Part A: Applied Science and Manufacturing 41 (1) (2010) 108–115.

[2] G. A. Holzapfel, R. W. Ogden, Modelling the layerspecific three-dimensional residual stresses in arteries, with an application to the human aorta, Journal of The Royal Society Interface 7 (46) (2010) 787–799.

[3] N.-K. Jha, J. Reinoso, H. Dehghani, J. Merodio, A computational model for fiber-reinforced composites: hyperelastic constitutive formulation including residual stresses and damage, Computational Mechanics 63 (5) (2019) 931–948.

[4] A. Alhayani, J. Giraldo, J. Rodr guez, J. Merodio, Computational modelling of bulging of inflated cylindrical shells applicable to aneurysm formation and propagation in arterial wall tissue, Finite Elements in Analysis and Design 73 (2013) 20–29.

[5] H. Demirkoparan, J. Merodio, Bulging bifurcation of inflated circular cylinders of doubly fiber-reinforced

hyperelastic material under axial loading and swelling, Mathematics and Mechanics of Solids 22 (4) (2017) 666– 682.

[6] W. G. Knauss, A review of fracture in viscoelastic materials, International Journal of Fracture 196 (1) (2015) 99–146.

[7] M. L. Cooke, D. D. Pollard, Fracture propagation paths under mixed mode loading within rectangular blocks of polymethyl methacrylate, Journal of Geophysical Research: Solid Earth 101 (B2) (1996) 3387–3400

[8] I. Zreid, R. Fleischhauer, M. Kaliske, A thermomechanically coupled viscoelastic cohesive zone model at large deformation, International Journal of Solids and Structures 50 (25) (2013) 4279–4291.

[9] Y. Huang, S. Oterkus, H. Hou, E. Oterkus, Z. Wei, S. Zhang, Peridynamic model for visco-hyperelastic material deformation in different strain rates, Continuum Mechanics and Thermodynamics (2019).

[10] G. Francfort, J.J. Marigo, Revisiting brittle fracture as an energy minimization problem, Journal of the Mechanics and Physics of Solids 46 (8) (1998) 1319– 1342.

[11] A. Griffith, The Phenomena of Rupture and Flow in Solids, Philosophical Transactions A, 221 (1920) 163–198.

[12] B. Bourdin, G. A. Francfort, J. J. Marigo, Numerical experiments in revisited brittle fracture, Journal of the Mechanics and Physics of Solids 48 (4) (2000) 797–826.

[13] C. Linder, M. Tkachuk, C. Miehe, A micromechanically motivated diffusion-based transient network model and its incorporation into finite rubber viscoelasticity, Journal of the Mechanics and Physics of Solids 59 (10) (2011)

[14] A. Valverde-González, J. Reinoso, N. K. Jha, J. Merodio, M. Paggi, A phase field approach to fracture for hyperelastic and visco-hyperelastic materials applied to pre-stressed cylindrical structures, Mechanics of Advanced Materials and Structures 0 (0) (2022) 1–20.

[15] T. C. Gasser, R. W. Ogden, R.W., G. A. Holzapfel, "Hyperelastic Modelling of Arterial Layers with Distributed Collagen Fibre Orientations", J. R. Soc. Interface. 3 (2006).

[16] J. Rodríguez, J. Merodio, Helical buckling and postbuckling of pre-stressed cylindrical tubes under finite torsion, Finite Elements in Analysis and Design 112 (2016) 1–10.

[17] J. Merodio, R. W. Ogden, Extension, inflation and torsion of a residually-stressed circular cylindrical tube, Continuum Mechanics and Thermodynamics 28 (1) (2016) 157–174.

[18] D. Desena-Galarza, H. Dehghani, N. Jha, J. Reinoso, J. Merodio, Computational bifurcation analysis for hyperelastic residually stressed tubes under combined inflation and extension and aneurysms in arterial tissue, Finite Elements in Analysis and Design 197 (2021) 103636.

PROPAGACIÓN DINÁMICA DE GRIETAS DE INTERFASE USANDO EL PRINCÍPIO DE MÍNIMA ENERGÍA TOTAL SUJETO A UNA CONDICIÓN DE TENSIÓN (PMTE-SC)

M. Muñoz-Reja*a, R. Vodičkab, V. Mantič^c, L. Távara^{a,c}

 ^aEscuela Politécnica Superior, Universidad de Sevilla, C/ Virgen de África, 7, 41011, Sevilla, España
 ^bTechnical University of Košice, Faculty of Civil Engineering, Vysokoškolská 4, Košice, 04200, Slovakia
 ^cGrupo de Elasticidad y Resistencia de Materiales, Escuela Técnica Superior de Ingeniería Universidad de Sevilla, Camino de los Descubrimientos s/n, 41092 Sevilla, España
 *Persona de contacto: mmunozreja@us.es

RESUMEN

El Criterio Acoplado de la Mecánica de Fractura Finita (CCFFM) se ha aplicado tradicionalmente minimizando la carga necesaria para satisfacer los criterios de tensión y energía con respecto al tamaño de avance de la grieta (que es una variable a priori desconocida). Recientemente varios autores han incluido la energía cinética en el balance energético entre el estado previo y final de la nueva superficie generada en el proceso de fractura. El objetivo de este trabajo es extender una herramienta computacional existente basada en el Principio de Mínima Energía Total sujeto a una condición de tensión (PMTE-SC), que ya ha mostrado ser equivalente a la formulación original del CCFFM, para poder predecir el inicio y propagación del daño en interfases bajo cargas dinámicas. En este código se utiliza un esquema escalonado de pasos de tiempo para resolver el problema de minimización de la energía total por separado, en términos de desplazamientos y de la variable de daño para cada paso de tiempo. En este trabajo se presenta una prueba de concepto del algoritmo con resultados preliminares satisfactorios.

PALABRAS CLAVE: PMTE-SC, Criterio Acoplado de la Mecánica de la Fractura Finita (CCFFM), Cargas dinámicas, Abaqus

ABSTRACT

The Coupled Criterion of Finite Fracture Mechanics (CCFFM) has traditionally been applied by minimising the load required to satisfy the stress and energy criteria with respect to the crack advance size (which is an a priori unknown variable). Recently, several authors have included the kinetic energy in the energy balance between the previous and final state when a new surface is generated during the fracture process. The aim of this work is to extend an existing computational tool based on the Principle of Minimum Total Energy subjected to a stress condition (PMTE-SC), which has already been shown to be equivalent to the original CCFFM formulation, in order to predict the initiation and propagation of damage along interfaces under dynamic loading. In this code, a staggered time-step scheme is used to solve the total energy minimisation problem separately in terms of displacements and the damage variable for each time step. A proof of concept of the algorithm is presented herein with satisfactory preliminary results.

KEYWORDS: PMTE-SC, Coupled Criterion of Finite Fracture Mechanics (CCFFM), Dynamic Loading, Abaqus

1. INTRODUCCIÓN

En la actualidad, la predicción del inicio y la propagación del daño en materiales frágiles sigue siendo un área de interés. Esto se debe a que la Mecánica de la Fractura Elástica Lineal (LEFM por sus siglas en inglés) solo puede explicar la propagación de grietas que son lo suficientemente grandes [1, 2]. Sin embargo, los modelos no clásicos de la mecánica de la fractura, como los modelos de zonas cohesivas, aún enfrentan desafíos computacionales para predecir el daño en algunos casos [3, 4]. Por lo tanto, el Criterio Acoplado de la Mecánica de la Fractura Finita (CCFFM por sus siglas en inglés) surge como una alternativa tanto a los métodos clásicos como a los actuales para predecir la fractura en materiales frágiles, abordando las dificultades teóricas y prácticas que presentan otros enfoques. El CCFFM fue inicialmente propuesto por Leguillon [5], quien estableció que el inicio de una grieta debe cumplir simultáneamente un criterio de tensión y un criterio energético. Estos criterios de fractura tradicionalmente se han aplicado de forma independiente en materiales frágiles y cuasi-frágiles. El primero se ha utilizado típicamente para predecir la fractura sin singularidades de tensión, mientras que el segundo se ha empleado para estudiar la propagación del daño en presencia de grietas. La teoría del CCFFM se fundamenta en la aparición instantánea del daño, debido a la combinación de defectos o microfisuras en el material, para un valor de carga específico. Por tanto, este criterio no supone a priori que el crecimiento de la grieta sea infinitesimal en todo momento, tal y como postula la hipótesis de Griffith [6], si no que permite predecir el inicio del daño como un segmento finito de grieta en un instante determinado [5, 7, 8, 9, 10, 11]. En realidad, esto es una aproximación a que la nucleación dinámica y abrupta de una grieta pueda ocurrir en un corto incremento de tiempo cuando los procesos de daño tienden a ser rápidos. Sin embargo, en este supuesto donde el inicio de grietas es instantáneo, el efecto inercial puede alterar significativamente la respuesta de los componentes estructurales, lo que a su vez puede modificar las grietas y sus procesos de formación [12, 13, 14].

Inicialmente, el CCFFM se había aplicado minimizando la carga de fallo, buscando la mínima carga que produce un avance finito de grieta cumpliendo el criterio tensional y energético. Para ello se determinaba la tasa de liberación de energía (ERR por sus siglas en inglés) en las zonas donde el daño es probable porque se satisface el criterio tensional. Esto se debe a que la variación de energía potencial que se produce cuando se forma una nueva superficie puede obtenerse integrando la ERR en esa misma superficie. No obstante, este enfoque solo es factible en casos donde la trayectoria del daño es conocida previamente o donde el criterio de tensión puede trazar con fiabilidad esta trayectoria. Este enfoque es adecuado para estudiar el criterio en los casos conocidos donde otros modelos no son capaces de dar explicación, pero en situaciones donde se desconoce a priori el camino de la grieta o donde el criterio de tensión predice más de una grieta posible, la minimización de la carga de fallo puede volverse compleja si además tenemos en cuenta los efectos inerciales. Por esta razón, Mantič [15] propuso una nueva metodología basada en el Principio de Mínima Energía Total sujeto a una Condición de Tensión (PMTE-SC por sus siglas en inglés). En esta propuesta, el criterio acoplado se formula mediante un procedimiento más general, donde el criterio energético se calcula a partir de la energía potencial almacenada antes y después de la fractura finita.

El PMTE-SC ha demostrado ser una herramienta numérica bastante estable gracias a su implementación computacional general, que incluye un procedimiento de pasos de carga. Esto permite analizar de manera eficiente diferentes trayectorias de la grieta en cada paso. Además, la energía total se puede formular como dos funciones convexas por separado en términos de los campos de desplazamiento y de daño, lo que facilita la aplicación de algoritmos de optimización eficientes y estables para minimizar la energía total. De igual modo, Vodička [14, 16] implementa un modelo de daño cohesivo en interfases junto con el modelo de daño en sólidos homogéneos basado en el método computacional Phase Field (PF) teniendo en cuenta los efectos inerciales de un problema de inicio y propagación de grietas bajo cargas dinámicas. Los autores de este trabajo, tomando como referencia [14, 17], han desarrollado un algoritmo basado en el PMTE-SC y una minimización energética por pasos separando el funcional de energía en términos del campo de desplazamientos y la variable de daño y añadiendo los efectos inerciales del caso de estudio, para predecir el inicio y propagación de la fractura en interfases bajo cargas dinámicas. De manera particular, en este trabajo se ha utilizado el código comercial de elementos finitos (FEM por sus siglas en inglés) Abaqus® y las interfases se han modelado como elementos Winkler (muelles).

2. IMPLEMENTACIÓN DEL PMTE-SC CON CAR-GAS DINÁMICAS.

Hasta ahora, el PMTE-SC aplicado a casos de carga cuasiestática, se basaba en un balance energético que no tenía en cuenta los efectos inerciales del caso de estudio y que asumía que la suma de la energía potencial del sistema más la energía disipada en la creación de la nueva superficie debía permanecer constante o disminuir en el proceso de fractura [5, 15]. Sin embargo, para tener en cuenta la propagación dinámica del daño, en el balance energético que se produce entre el estado previo y final de la fractura finita, se deben tener en cuenta los efectos inerciales:

$$\Delta \Pi(t, u, \Delta a) + \Delta E_k(t, u, \Delta a) + \Delta R(\Delta a) = 0, \quad (1)$$

donde $\Delta \Pi$ es el balance de la energía potencial del sistema, ΔE_k es el balance de la energía cinética y ΔR es la energía disipada, durante el avance del daño en la interfase Δa (nueva superficie de grieta en la interfase), produciendo un campo de desplazamiento u y para un instante t.

Por otro lado, [18, 19] consideran que el equilibrio energético de un sólido elástico deformable debido a unas cargas específicas es tal que la energía total del sistema debe ser mínima, teniendo en cuenta el aumento de energía asociado con la formación de nuevas superficies del problema. Consecuentemente, [15] emplea un procedimiento de pasos de tiempo donde minimiza el funcional de la energía total del sistema donde se produce la fractura finita, es decir, la suma de la energía potencial y la energía disipada en la región donde son posibles todas las configuraciones del daño proporcionadas por el criterio tensional. Si se añade el incremento de energía cinética asociada a la formación de la nueva superficie, el PMTE-SC se puede escribir como:

$$\min_{\Delta a \subset A_{\sigma}} \left\{ \Delta \Pi(t, u, \Delta a) + \Delta E_k(t, u, \Delta a) + \Delta R(\Delta a) \right\}, \quad (2)$$

donde Δa debe estar definida en la zona de la interfase que satisface el criterio tensional, A_{σ} . La idea principal de esta formulación es que la nueva superficie de fractura
sólo puede aparecer en aquellas regiones donde aparecen tensiones suficientemente altas antes de que ocurra el daño (es decir que cumplan el criterio tensional).

Para implementar esta nueva formulación en un código FEM se ha seguido el trabajo desarrollado por [14, 17], donde también se desacopla el funcional de energía en términos de desplazamiento y la variable de daño, de forma independiente, pero teniendo en cuenta la energía cinética en el proceso, ya que siguen siendo dos funciones convexas. La evolución dinámica de un cuerpo deformable con grietas se puede deducir del principio variacional de Hamilton [14, 17] en el intervalo de tiempo durante el cual el sistema evoluciona. Para esta evolución dinámica, se necesita un procedimiento de pasos para resolver el problema en el tiempo y a su vez, dentro de cada paso de tiempo, implementar la discretización espacial. Para esta implementación se ha tenido en cuenta que todos los funcionales permanecen convexos con respecto a las dos variables por separado. Además, como se documenta en [14, 17] el esquema de pasos de tiempo necesario para resolver el sistema de primer orden que describe la evolución dinámica del problema puede usar la formulación de Crank-Nicolson [20] para eliminar la atenuación numérica. Al mismo tiempo, esta fórmula también utiliza un cálculo del punto medio, como se utiliza en el enfoque escalonado. Por lo tanto, se utiliza un tamaño de paso de tiempo fijo para describir los pasos de tiempo obtenidos en cada instante.

3. PRUEBA DE CONCEPTO: ENSAYO DE DOBLE VIGA EN VOLADIZO (DCB)

Esta sección presenta los resultados numéricos obtenidos en la prueba de concepto descrita en la sección anterior y basada en el PMTE-SC desarrollado por los autores.

Para ello se ha utilizado un modelo discretizado en Abaqus® con elementos CPE4 (integración completa y deformación plana) y descrito en la Fig. 1. Se puede observar que es el conocido ensayo de doble viga en voladizo (DCB por sus siglas en inglés) con un desplazamiento aplicado en uno de los extremos que depende del tiempo. Este desplazamiento es un pulso cuya representación respecto al tiempo se puede observar en la misma figura. La interfase está modelada con una subrutina de usuario (UMAT) que permite que los elementos transmitan tensiones normales que son proporcionales al desplazamiento relativo normal entre los dos sólidos [21] y a la rigidez normal de la interfase k_n . Dada la naturaleza simétrica del problema el comportamiento tangencial no tiene ningún papel en el presente estudio.

Al ser una prueba de concepto, se han utilizado propiedades mecánicas, tanto de los sólidos, como de la interfase, fuera del orden de magnitud normal para este tipo



Figura 1: Esquema del problema de la prueba de concepto

de ensayos, pero que garantiza una convergencia de los resultados para una malla y paso de tiempo relativamente grande, que permita analizar el comportamiento del algoritmo eficientemente, que es el objetivo principal de esta primera fase de la implementación. Por tanto, se han utilizado dos vigas de 125 mm de longitud unidas y con una pregrieta de 60 mm y con un tamaño de elemento CPE4 de 1 mm. Estas vigas tienen un comportamiento isótropo elástico lineal con un módulo de Young de 1 Pa, coeficiente de Poisson 0.05, densidad igual a 100.53 kg/m³ y velocidad de onda de 100 mm/s. Estas características de las vigas permiten que el incremento de tiempo aconsejado sea de $\Delta t = tamaño de elemento/velocidad de onda = 0.01$ s. Consecuentemente, el pulso aplicado se divide en 200 incrementos de 0.01 s cada uno.

Por otro lado, la interfase se ha caracterizado por su rigidez normal de 1 Pa/m y una densidad nula y así evitar los efectos inerciales en esta primera fase de la prueba de concepto. Se han realizado dos ensayos con las mismas características mecánicas y geométricas excepto por la tenacidad de la interfase: uno más tenaz con una energía crítica de fractura en modo I de 10^{-6} N/mm y otro menos tenaz con una energía crítica de fractura en modo I de 10^{-12} N/mm. La evolución de la variable de daño (azul dañado) para ambas configuraciones está representada en las Fig. 2 y 3, respectivamente, incluyendo la zona de pre-grieta. Además, se debe tener en cuenta que en ambas figuras todas las deformaciones se representan con la misma escala de 4.8.

En la Fig. 2 se puede observar que cuando la onda llega



Pulso aplicado, u(t)

Figura 2: Propagación del daño a través de la interfase más tenaz debido al pulso aplicado.

Figura 3: Propagación del daño a través de la interfase menos tenaz debido al pulso aplicado.

al final de la pre-grieta el daño se propaga en apenas 4 mm permitiendo volver a la onda a través de las vigas en dirección al punto de aplicación del pulso. Sin embargo, en la Fig. 3, al ser la interfase más débil, la grieta empieza a propagarse antes de que el pulso llegue a su máximo y la onda alcance el final de la pre-grieta, permitiendo la propagación del daño en casi toda la interfase de unión de las vigas.

4. CONCLUSIONES Y DESARROLLOS EN CUR-SO

Se ha extendido la implementación del PMTE-SC para predecir el inicio y la propagación del daño en interfases elásticas, lineales y frágiles bajo cargas dinámicas. Para esto se ha utilizado la implementación de [14] y [17] que permiten un escalonamiento de tiempo similar al utilizado hasta ahora en la minimización de energía del PMTE-SC, con la diferencia de que en lugar de emplear un algoritmo explicito como el *staggered time stepping* con una iteración, se ha utilizado el algoritmo implícito AMA (*alternating minimization algorithm*) que utiliza tantas iteraciones como necesite la minimización.

La primera fase de la prueba de concepto ha dado resultados satisfactorios acordes a las características ficticias del problema, pero aun existen particularidades del algoritmo que se deben estudiar, por ejemplo: la convergencia de los resultados del campo de desplazamientos respecto al tamaño de malla y el incremento de tiempo, la velocidad de la grieta respecto a la velocidad de onda del material, el papel de la masa del adhesivo en el ensayo, la influencia de la fractura finita en la predicción del inicio o propagación de la fractura, etc.

AGRADECIMIENTOS

Este estudio ha contado con el apoyo del Ministerio de Ciencia e Innovación de España y del Fondo Europeo de Desarrollo Regional (PID2021-123325OB-I00).

REFERENCIAS

- [1] E. E. Gdoutos. *Fracture Mechanics*. Springer, Dordrecht, 2005.
- [2] A. Carpinteri. *Fracture and Complexity*. Springer, Dordrecht, 2021.
- [3] K. Park and G.H. Paulino. Cohesive zone models: A critical review of traction-separation relationships across fracture surfaces. *Applied Mechanics Reviews*, 64(6):1–20, 2011.
- [4] A. Needleman. Some issues in cohesive surface modeling. *Procedia IUTAM*, 10:221–246, 2014.

- [5] D. Leguillon. Strength or toughness? a criterion for crack onset at a notch. *European Journal of Mecha*nics A/Solids, 21:61–72, 2002.
- [6] A. A. Griffith. The phenomena of rupture and flow in solids. *Philosophical Transaction of the Royal Society of London. SerIes A. Containing Papers of a Mathematical or Physical Character*, 221:163–198, 1921.
- [7] D. Taylor, P. Cornetti, and N. Pugno. The fracture mechanics of finite crack extension. *Engineering Fracture Mechanics*, 72:1021–1038, 2005.
- [8] P. Cornetti, N. Pugno, A. Carpinteri, and D. Taylor. Finite fracture mechanics: a coupled stress and energy failure criterion. *Engineering Fracture Mechanics*, 73:2021–2033, 2006.
- [9] P. P. Camanho, C. G. Davila, and M. F. de Moura. A finite fracture mechanics model for the prediction of the open-hole strength of composite laminates. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 43(8):1219–1225, 2012.
- [10] A. Sapora, P. Cornetti, A. Carpinteri, and D. Firrao. An improved Finite Fracture Mechanics approach to blunt V-notch brittle fracture mechanics: Experimental verification on ceramic, metallic, and plastic materials. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 78:20–24, 2015.
- [11] A. Doitrand and A. Sapora. Nonlinear implementation of Finite Fracture Mechanics: A case study on notched Brazilian disk samples. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 119:103245, 2020.
- [12] A. Chao Correas, P. Cornetti, M. Corrado, and A. Sapora. Finite fracture mechanics extension to dynamic loading scenarios. *International Journal* of Fracture, 10 2022.
- [13] A. Doitrand, G. Molnár, D. Leguillon, E. Martin, and N. Carrère. Dynamic crack initiation assessment with the coupled criterion. *European Journal* of Mechanics - A/Solids, 93:104483, 2022.
- [14] R. Vodička. A computational approach of dynamic quasi-brittle fracture using a phase-field model. *Procedia Structural Integrity*, 52:242–251, 2024.
- [15] V. Mantič. Prediction of initiation and growth of cracks in composites. Coupled stress and energy criterion of the finite fracture mechanics (Keynote Lecture). In ECCM16 - 16th European Conference on Composite Materials, 2014.
- [16] R. Vodička. A quasi-static computational model for interface and phase-field fracture in domains with inclusions. *Procedia Structural Integrity*, 42:927– 934, 2022.
- [17] T. Roubíček and C.G. Panagiotopoulos. Energyconserving time discretization of abstract dynamic problems with applications in continuum mechanics of solids. *Numerical Functional Analysis and Optimization*, 38(9):1143–1172, 2017.
- [18] B. Bourdin, G.A. Francfort, and J-J. Marigo. The variational approach to fracture. *Journal of Elasticity*, 91:5–148, 2008.

- [19] T. Roubíček, M. Kružík, J. Zeman, C.G. Panagiotopoulos, R. Vodička, and V. Mantič. Delamination and adhesive contacts, their mathematical modeling and numerical treatment (ch. 11). In V. Mantič, editor, *Mathematical Methods and Models in Composites*, pages 497–578. World Scientific, 2023.
- [20] J. Crank and P. Nicolson. A practical method for numerical evaluation of solutions of partial differential equations of the heat-conduction type. *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, 43(1):50–67, 1947.
- [21] L. Távara, J. Reinoso, D. Castillo, and V. Mantič. Mixed-mode failure of interfaces studied by the 2D linear elastic–brittle interface model: Macro and micro-mechanical finite-element applications incomposites. *The Journal of Adhesion*, 94:627– 656, 2018.

ANÁLISIS DE VIDA A FATIGA DE PROBETAS CON AGUJERO CIRCULAR

J. A. Balbín^{1,2*}, D. Erena², V. Chaves², A. Navarro², J. Vázquez², C. Navarro²

 ¹ Departamento de Ingeniería Minera, Mecánica, Energética y de la Construcción, Escuela Técnica Superior de Ingeniería, Universidad de Huelva, Campus Universitario de El Carmen, 21007 Huelva, España
 ² Departamento de Ingeniería Mecánica y Fabricación, Escuela Superior de Ingeniería, Universidad de Sevilla, Camino de los Descubrimientos s/n, 41092 Sevilla, España
 * Persona de contacto: jbalbin@us.es

RESUMEN

En este trabajo se realiza un análisis de las estimaciones vida a fatiga de probetas entalladas obtenidas a partir de estrategias simples. Se estudian dos métodos que combinan el uso de la variación de la longitud crítica del material en función de la vida a fatiga, un modelado numérico FEM de la geometría entallada y los datos experimentales del material no entallado. Se hace una comparativa entre los datos experimentales de muestras con agujero circular de varios diámetros con las estimaciones de vida obtenidas. La vida a fatiga estimada a través de la estrategia basada en deformación muestra mejores predicciones que la basada en tensiones.

PALABRAS CLAVE: Fatiga, Agujero circular, Estimación de vida, Método de los elementos finitos.

ABSTRACT

In this work, an analysis of some simple strategies for the estimation of fatigue lifetimes of notched specimens is carried out. Two methods combining the use of the variation of the critical length of the material as a function of fatigue life, a numerical FEM modelling of the notched geometry and the experimental data of the plain material have been studied. A comparison is made between the experimental fatigue lifetime data of specimens with a circular hole with different diameters and the lifetime estimations obtained. The fatigue lifetime estimated through the strain-based method shows better predictions than the stress-based method.

KEYWORDS: Fatigue, Circular hole, Fatigue lifetime estimation, Finite elements method

1. INTRODUCCIÓN

El estudio de la vida a fatiga en componentes mecánicos es de gran importancia en muchos campos de la ingeniería. Un alto porcentaje de estos componentes mecánicos poseen concentradores de tensión tales como agujeros o ranuras, entre otros, y que pueden ser una de las posibles causas de fallo [1]. En las proximidades de la entalla se produce un aumento considerable de los valores de tensión. Actualmente existen diferentes métodos para evaluar el campo de tensiones en los alrededores de un concentrador de tensión, ya sea métodos analíticos o numéricos. Algunos ejemplos de los métodos analíticos más conocidos para evaluar el campo de tensiones en las proximidades de una entalla son la solución de Kirsch [2] para un agujero circular y los trabajos de varios investigadores desarrollados para entallas en V [3-5]. Como solución numérica se puede optar por el método de los elementos finitos (FEM) y llevarlo a cabo en algún software comercial. La ventaja de utilizar este método es que se puede analizar con

mayor detalle el campo de tensiones y deformaciones que produce la entalla y los posibles efectos de tamaño en geometrías 3D complejas.

En el campo de la mecánica de la fractura elástico lineal, los métodos de distancia crítica, iniciados por Neuber [6] v Peterson [7], v desarrollados más tarde por Taylor [8], se han convertido en una herramienta potente para el análisis de fatiga en presencia de concentradores de tensión. En la actualidad, los métodos del punto (PM), línea (LM) y área (AM) son los más utilizados para el análisis de resistencia a fatiga a través de la Teoría de Distancia Crítica. Más tarde, Susmel y Taylor desarrollaron una extensión para estimar la vida a fatiga a través de la teoría de distancia crítica en presencia de entallas [9]. Esta reformulación considera que la longitud característica, L, del material varía con el número de ciclos de vida realizados, N. Se establece una relación L-N para cada material y se define a partir de dos puntos extremos que corresponden al fallo estático y al límite de fatiga del material.

En el campo de los métodos basados en deformaciones, puede capturarse el comportamiento elasto-plástico del material a través de la curva deformación-vida ε -N. Esta curva de fatiga combina dos rectas en escala logarítmica, una en régimen plástico y otra en régimen elástico. Esto presenta la ventaja de poder analizar aquellas situaciones en las que el valor de tensión en las proximidades de la entalla supere el límite elástico del material. En casos de estimación de vida en presencia de fatiga por fretting, donde también se genera una concentración de tensiones, se ha comprobado el uso de la curva ε -N del material aportando buenos resultados [10].

En este trabajo se analizan dos estrategias simples para estimar la vida a fatiga en presencia de entallas, una basada en el uso de la curva *S-N* del material y otra basada en el uso de la curva ε -*N*. Ambas se aplican al caso de entalla con forma de agujero circular bajo estado de carga uniaxial tracción-compresión

2. TRABAJO EXPERIMENTAL

En un trabajo previo, se llevaron a cabo ensayos mecánicos en probetas metálicas con y sin entalla [11]. Las probetas sin entalla son cilíndricas y macizas. La geometría de las probetas entalladas consiste en un tubo de pared delgada de 1.5 mm de espesor con un agujero circular pasante de diámetro D en la sección central de la probeta. Se estudió el comportamiento a fatiga en presencia de tres diámetros de agujero, 0.8, 1.5 y 3.4 mm. En la figura 1 se muestra la geometría de la probeta, en este caso para una entalla de radio de agujero D = 1mm.Todas las probetas se fabricaron en un acero de bajo contenido al carbono S355. Las propiedades monotónicas del material, obtenidas de ensayos de tracción sobre probetas sin entalla se muestran en la Tabla 1.

Todos los ensayos de fatiga, tanto para probetas lisas como entalladas, se realizaron en tracción-compresión con ratio de tensión aplicada R = -1. Se construyeron las curvas *S-N* siguiendo la norma ASTM E739 [12], en la que se asume una relación lineal entre la tensión nominal aplicada $log(\sigma)$ y los ciclos de vida log(N). A modo de ejemplo, en la figura 2 se muestra la curva *S-N* para el caso sin entalla. El límite de fatiga obtenido para el material liso es $\sigma_{FL} = 275$ MPa. Se consideró *run-out* a partir de $N_0 = 3.5 \cdot 10^6$ ciclos. Los resultados de los ensayos de fatiga en probetas entalladas pueden consultarse en [11].



Figura 1. Geometría de la probeta entallada con agujero circular pasante.

Tabla 1. Propiedades del acero al carbono S355

Material	E (GPa)	σ_y (MPa)	σ_{UTS} (MPa)
S355	208	412	586



Figura 2. Curva S-N tracción-compresión (R = -1) del acero S355 sin entalla.

3. TEORÍA DE DISTANCIA CRÍTICA PARA ESTIMACIÓN DE VIDA A FATIGA

En [9], los autores Susmel y Taylor propusieron una extensión de la teoría de distancia crítica para la estimación de vida a fatiga en presencia de entallas. En dicho trabajo, se describe el concepto de la variación de la longitud crítica del material con los ciclos de vida a fatiga a través de una expresión exponencial del tipo: $L_i = A \cdot N_i^B$, donde L_i es la longitud crítica, N_i corresponde a los ciclos de vida a fatiga, y los parámetros A y B son constantes del material estudiado. Considerando un esquema de una curva de Wöhler, la pendiente de la relación L-N puede ser obtenida con dos puntos extremos. Un punto extremo corresponde al caso de rotura estática y el otro punto extremo corresponde al caso de límite de fatiga. En caso de rotura estática la longitud crítica se define como:

$$L_S = \frac{1}{\pi} \cdot \left(\frac{K_{IC}}{\sigma_{UTS}}\right)^2 \tag{1}$$

Donde K_{lc} es la tenacidad a fractura del material y σ_{UTS} en la tensión última de rotura en ensayo de tracción.

Para el punto correspondiente a la zona de límite de fatiga, la longitud crítica se define como:

$$L_{FL} = \frac{1}{\pi} \cdot \left(\frac{K_{th}}{\sigma_{FL}}\right)^2 \tag{2}$$

siendo K_{th} el valor umbral del factor de intensidad de tensiones para el crecimiento de grieta por fatiga. Las constantes $A ext{ y } B$ pueden obtenerse a partir de las ecuaciones (1) y (2).

4. ESTRATEGIAS PARA ESTIMACIÓN DE VIDA A FATIGA EN PRESENCIA DE ENTALLAS

En este trabajo se propone realizar un análisis de los resultados de dos estrategias simples para estimar la vida a fatiga de probetas con agujero circular, partiendo de datos del material y sin necesidad de realizar ensayos con probetas entalladas. Ambas estrategias se basan en una combinación de:

- Modelo numérico FEM de la probeta entallada
- Curva L-N del material
- Curva S-N del material sin entalla o bien curva ε-N del material sin entalla

4.1. Modelo numérico FEM de la probeta entallada

En un caso de aplicación de carga cíclica y su análisis a través de los métodos de distancia crítica, resulta necesario el gradiente de tensiones en las proximidades de la entalla. Es bien conocido que el factor de concentración de tensiones elástico de un agujero circular en un medio infinito es aproximadamente $K_t = 3$. Sin embargo, un agujero circular en una probeta cilíndrica tubular puede producir un factor de concentración de tensiones que difiera del valor 3. Para conseguir un cálculo correcto del gradiente de tensiones en la geometría real y al mismo tiempo evitar un alto coste

computacional, en este trabajo se propone el cálculo del gradiente de tensiones elástico a través de un modelo de elementos finitos en el que se modela la geometría simplificada de la probeta en 3D, indicada en la figura 1. Esto se lleva a cabo en el software ANSYS [13]. El modelado numérico se realiza usando elementos SOLID186 y un tamaño de malla en el que la ratio entre el diámetro del agujero circular y el tamaño de elemento siempre es constante y de valor 10. En la figura 3 se muestra un detalle de la malla en los alrededores del agujero circular.



Figura 3. Detalle de la malla en el modelo FEM realizado en ANSYS.

Para extraer los resultados del gradiente de tensiones en el modelo numérico FEM se realiza un barrido por el borde del agujero circular para localizar el punto de mayor tensión principal máxima (*hot-spot*). Además, se realiza un estudio del *hot-spot* a lo largo de todo el espesor del tubo para localizar el punto que presenta un valor más alto de tensión. Una vez localizado este punto, se dibuja un plano perpendicular a la superficie del agujero conteniendo el *hot-spot*, en ese plano se obtiene el gradiente de tensiones. Al estar referidos a una probeta con agujero circular pasante y sometida a carga cíclica de tracción-compresión, la línea a lo largo de la cual se obtiene el gradiente es una línea recta que forma 0° con la horizontal, tal y como se indica en la figura 4.

A modo de ejemplo, en la figura 5 se muestra una comparativa del gradiente de tensiones obtenido para diferentes tamaños de agujero circular. El valor de tensión local σ está adimensionalizado con el valor de tensión nominal aplicada σ_0 . Puede observarse como en el caso del agujero de mayor diámetro la concentración de tensiones es superior al resto de casos, lo que justifica el empleo de un modelo 3D.



Figura 4. Detalle de la orientación del path del gradiente de tensiones en la entalla.



Figura 5. Gradiente de tensiones en la entalla para diferentes diámetros de agujero

4.2. Estrategia para estimación de vida a fatiga a partir de la curva S-N

Esta estrategia está basada en tensiones. Por un lado, se necesitan los datos de la curva *S-N* del material sin entalla en tracción-compresión (R = -1) con el fin de obtener la expresión de la misma:

$$\sigma = \sigma_{FL} \cdot \left(\frac{N}{N_0}\right)^m \tag{3}$$

donde σ es la tensión nominal aplicada, σ_{FL} es el límite de fatiga del material, N son los ciclos de vida a fatiga, N_0 es el número de ciclos de fatiga a partir de los que se considera vida infinita y m es una constante.

Por otro lado, la curva *L*-*N* del material se construye con dos puntos extremos tal y como se describe en [9].

Una vez que se dispone de todo esto anterior junto al modelo numérico FEM de la probeta entallada, se empieza un proceso de cálculo con el objetivo de estimar la vida a fatiga. A modo de ejemplo, se va a describir el proceso usando el método del punto PM. El proceso a seguir es el siguiente:

> a) Se define una longitud crítica L_i contenida en el rango $L_{FL} < L_i < L_S$. Con ese valor de L_i y la expresión de la curva L-N se obtiene una estimación de vida N_i .

> b) En el gradiente de tensiones proporcionado por el modelo FEM, se busca el valor de la tensión a una distancia $L_i/2$ del borde de la entalla. Con ese valor de tensión se evalúan los ciclos de vida a fatiga N_S que proporciona la expresión de la curva *S-N* del material sin entalla.

Estos puntos a) y b) se repiten para todo el rango de longitudes L_i y se selecciona aquel caso en el que la diferencia entre las variables N_S y N_i es mínima.

4.3. Estrategia simple de estimación de vida a fatiga a partir de la curva ε -N

Esta estrategia está basada en deformaciones. Para llevarla a cabo, el modelo numérico FEM ayuda a evaluar tanto la tensión como la deformación en las proximidades de la entalla. En este caso, se hace uso de la curva ε -N del material sin entalla que se define a través de la expresión de Coffin-Manson:

$$\varepsilon_a = \frac{\sigma'_f}{E} (2N_f)^b + \varepsilon'_f \cdot (2N_f)^c \tag{4}$$

Donde ε_a es la amplitud de deformación total, *E* es el módulo de Young del material y las variables σ'_f , ε'_f , *b* y *c* son constantes. N_f corresponde a los ciclos de vida a fatiga hasta alcanzar la rotura.

Adicionalmente, en esta estrategia también es necesaria la construcción de la curva *L-N* del material. El proceso a seguir para esta estrategia es el mismo, pero con la diferencia que ahora se estima la vida a través de la ecuación (4). Del mismo modo, este proceso se repite para todo el rango de longitudes L_i y se selecciona aquel caso en el que la diferencia entre las variables N_S y N_i es mínima.

5. APLICACIÓN DE LAS ESTRATEGIAS A DATOS EXPERIMENTALES DE FATIGA EN PROBETAS CON AGUJERO CIRCULAR

En este apartado se van a aplicar ambas estrategias descritas en el apartado anterior con los datos de ensayos de fatiga descritos en el apartado 2 y realizados sobre

probetas fabricadas en acero S355 cuyas propiedades están indicadas en la tabla 1 [11]. El agujero circular es de diámetro 0.8, 1.5 y 3.4 mm. En este caso, la curva *L*-*N* se construye a partir de $L_S = 3.4$ mm y $L_{FL} = 0.158$ mm. Para calcular estos valores, se ha usado un valor de $K_{th} =$ $6.12 \text{ MPa}\sqrt{m}$ que ha sido estimado con el tamaño de grano d = 0.033 mm [11] y con la expresión $L_{FL} = 3.1^2 \cdot d/2$ desarrollada en [14]. El valor de K_{IC} se ha estimado en 60 MPa \sqrt{m} [15].

Los datos de la curva *S-N* del acero S355 sin entalla son los descritos en la figura 2. También se han usado los datos experimentales de la curva ε -*N* del acero S355 sin entalla publicados en [16]. En la tabla 2 se detallan los valores utilizados.

Para evaluar diferentes escenarios, en la aplicación de cada estrategia se han usado los métodos del punto PM y de la línea LM.

Las figuras 6 y 7 incluyen los resultados de ciclos de vida estimados N_{est}^{T} frente a los ciclos de vida experimental N_{exp}^{T} representados en doble escala logarítmica. En ambas figuras 6 y 7 también se incluyen las bandas × 2, × 3 y × 10 a modo de referencia. La figura 6 incluye los resultados obtenidos aplicando la estrategia basada en tensiones (curva *S*-*N*). La figura 6 incluye los resultados obtenidos aplicando la estrategia basada en tensióndeformación (curva ε -*N*).

Puede observarse que, para todos los tamaños de agujero, las estimaciones de vida a fatiga obtenidas por la estrategia basada en tensiones (figura 6) son bastante conservativas, es decir, se estiman muchos menos ciclos de vida de los obtenidos en el laboratorio. Esta característica se incrementa con el aumento del diámetro del agujero, por lo que los resultados de estimación de vida para el mayor diámetro son los que mayor diferencia presentan con respecto a la vida experimental. No se aprecia una destacable diferencia entre los resultados obtenidos por los métodos PM y LM. También es notable que las estimaciones con mayor desviación se dan por debajo de 10⁵ ciclos. Es posible que en estos ensayos se haya superado el límite elástico en las proximidades de la entalla debido a la concentración de tensiones y, al tratarse de un análisis elástico, puede que eso sea la razón por la que las estimaciones muestran excesiva dispersión con respecto a los datos experimentales.

Tabla 2. Propiedades uniaxiales del acero al carbono S355 [16]

Material	σ_{f}^{\prime} (MPa)	ε_{f}^{\prime} (MPa)	b	с
S355	564.4	0.155	-0.058	-0.466



Figura 6. Resultados de estimación de vida obtenidos a través de la estrategia basada en tensiones.



Figura 7. Resultados de estimación de vida obtenidos a través de la estrategia basada en deformaciones.

Sin embargo, las estimaciones de vida obtenidas por el método basado en deformaciones (figura 7) son más ajustadas. Estas estimaciones de vida siguen siendo conservativas aunque en menor medida que las del método basado en tensiones. La mayor parte de los resultados que aporta el método LM se sitúan por debajo de la banda × 3. Además, a nivel general, se aprecia una mayor precisión en la zona donde se han obtenido roturas por debajo de 10⁶ ciclos de vida. Aún más notable es la diferencia de las predicciones en la zona de bajo-medio número de ciclos donde se aprecia una mejora considerable con respecto al método basado en tensiones. Esto puede deberse a que esta estrategia es capaz de tener en cuenta el efecto elasto-plástico del material. De nuevo se aprecia un empeoramiento de las predicciones con el aumento del diámetro del agujero.

6. CONCLUSIONES

En este trabajo se ha realizado un análisis de dos posibles estrategias para estimar vida a fatiga uniaxial en probetas con agujero circular a partir de una combinación del método de los elementos finitos, el concepto de la distancia crítica variable en función de la vida a fatiga y las propiedades de fatiga del material sin entalla.

La estrategia basada en tensiones aporta estimaciones altamente conservativas. Existe mucha dispersión entre los diferentes tamaños de agujero estudiados. La estrategia basada en deformaciones presenta estimaciones de vida más ajustadas y se reducen las diferencias entre los resultados de los diferentes tamaños de agujero.

Con el fin de comprobar esta metodología en mayor profundidad, sería muy conveniente extender este análisis a otros materiales, otras geometrías de entalla y otros casos de carga como torsión o biaxial así como obtener los gradientes reales por medio de la curva cíclica del material.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer a la Unión Europea y al gobierno español por su apoyo económico mediante los proyectos PID2020-117407GB-I00 y PID2021-123728OB-I00 (FEDER/Ministerio de Ciencia e Innovación - Agencia Estatal de Investigación).

REFERENCIAS

- Y. Murakami, *High and ultrahigh cycle fatigue*, in: R.O. Ritchie, Y. Murakami (Eds.), Comprehensive Structural Integrity, Vol. 4 Cyclic loading and Fracture; Elsevier. (2003) 129–164
- [2] S. Timoshenko, J. Goodier. *Theory of elasticity*. Third ed. McGraw-Hill. (1982).
- [3] J. Schijve. *Stress gradients around notches*. Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct. 3(4) (1980) 325–38.
- [4] G. Glinka, A. Newport. Universal features of elastic notch-tip stress fields. Int. J. Fatigue. 9(3) (1987); 143–150.
- [5] P. Lazzarin, R. Tovo. A unified approach to the evaluation of linear elastic stress fields in the neighborhood of cracks and notches. Int. J. Fract. 78(1) (1996) 3–19.
- [6] H. Neuber. Kerbspannungslehre: Theorie der Spannungskonzentration Genaue Berechnung der Festigkeit. 4. Auflage. Springer-Verlag; (2001).

- [7] R. E. Peterson. Notch sensitivity. In: G. Sines, J.L. Waisman, (Eds.). Metal fatigue. McGraw-Hill. (1959) 293–306.
- [8] D. Taylor. *The theory of critical distances: A new perspective in fracture mechanics*. Elsevier Science. (2010).
- [9] L. Susmel, D. Taylor. A novel formulation of the theory of critical distances to estimate lifetime of notched components in the medium-cycle fatigue regime. Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct. 30 (2007) 567-581.
- [10] D. Rangel, D. Erena, J. Vázquez, J. A. Araújo. Prediction of initiation and total life in fretting fatigue considering kinked cracks. Theor. Appl. Fract. Mech. 119 (2022) 103345.
- [11] J. A. Balbín, V. Chaves, N. O. Larrosa, C. Madrigal, A. Navarro. Directions of high cycle fatigue cracks emanating from circular notches studied by optical profilometry. Int. J. Fatigue. 165 (2022) 107117.
- [12] ASTM E739-91 Standard practice for statistical analysis of linear or linearized stress-life (S-N) and strain-life (ε-N) fatigue data. ASTM International (2004).
- [13] ANSYS Mechanical APDL, Release 18.0.
- [14] A Navarro, C. Vallellano, E. R. de los Rios, X. J. Xin. Notch sensitivity and size effects described by a short crack propagation model. In: J. H. Beynon, M. W. Brown, R. A. Smith, T. C. Lindley, B. Tomkins, (Eds.). Engineering against fatigue. Balkema Publishers. (1997) 63–72.
- [15] M. F. Ashby. *Materials selection in mechanical design* (2nd ed). Butterworth Heinemann. (1999)
- [16] P. Lopez-Crespo, B. Moreno, A. Lopez-Moreno, J. Zapatero. Study of crack orientation and fatigue life prediction in biaxial fatigue with critical plane models. Eng. Fract. Mech. 136 (2015) 115-130.

SIMULACIONES DE ENSAYOS DE TRACCIÓN EN PROBETAS CILÍNDRICAS DE HORMIGÓN PARA AMPLIACIÓN DE LAS CURVAS DE EFECTO DE TAMAÑO

B. Sanz^{1*}, J. Planas¹, C. Ramos^{1,2}

¹Dep. de Ciencia de Materiales, E.T.S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, Universidad Politécnica de Madrid,C/ Profesor Aranguren 3, 28040 Madrid, España

²Corporación Universitaria Minuto de Dios, Cali, Colombia

*Persona de contacto: beatriz.sanz@upm.es

RESUMEN

La aparición de nuevos tipos de hormigón hace necesaria la ampliación de las curvas de efecto de tamaño de algunos tipos de ensayo, desarrolladas en el pasado para hormigón ordinario, como puso de manifiesto un estudio realizado en colaboración con la Asociación Nacional de Fabricantes de Traviesas de Ferrocarril en el caso del ensayo brasileño, pues algunas mezclas presentan relaciones entre diámetro y longitud de fragilidad con valores fuera de los rangos estudiados. En el presente trabajo se presenta un estudio numérico mediante simulaciones adimensionales para la ampliación de las curvas para relaciones entre diámetro y longitud de fragilidad bajas en probetas cilíndricas y se analizan en detalle los antecedentes que motivaron este estudio. Las simulaciones se han realizado utilizando el programa COFE (*Continuum Oriented Finite Element*), programado por Planas y colaboradores, que implementa elementos con fisura cohesiva embebida adaptable. Los resultados muestran que para valores bajos de la relación entre diámetro y longitud de fragilidad, aumenta notablemente la diferencia entre la resistencia a tracción determinada mediante ensayos de brasileños y el valor teórico del material, lo que exige una modificación del procedimiento que se utiliza actualmente en la interpretación de los resultados experimentales, que se tratará en trabajos futuros.

PALABRAS CLAVE: Fisura cohesiva, Ensayo de compresión diametral, Hormigón, Material casi-frágil, Método de los elementos finitos

ABSTRACT

The emergence of new types of concrete makes necessary the extension of the size effect curves for certain experimental tests, developed in the past for ordinary concrete, as manifested for the Brazilian test in a study carried out in collaboration with the Spanish Association of Railway Sleeper Element Manufacturers, since some mixtures have a diameter to brittleness length ratio with values out of the ranges studied. In the current work a numerical study is presented by means of dimensionless simulations to extend the curves for low diameter to brittleness length ratios of cylindric specimens and the background and cases that motivated this work are analyzed in detail. The simulations have been performed by using the program COFE (Continuum Oriented Finite Element), developed by Planas et al, which implements elements with a cohesive embedded adaptable crack. The results show that for low diameter to brittleness length ratios the difference between the tensile strength determined from Brazilian tests and the theoretical value of the material increases notably, which calls for a modification of the method currently used to interpret the experimental values, which will be addressed in the future.

KEYWORDS: Cohesive crack, Diametral compression test, Concrete, Quasi-brittle material, Finite element method

1. INTRODUCCIÓN

En las últimas décadas se han llevado a cabo estudios para mejorar las dosificaciones de hormigón, que han dado lugar a materiales mucho más resistentes, como los hormigones de alta resistencia y los de ultra-alta resistencia [1, 2]. El comportamiento mecánico de éstos puede diferir respecto al del hormigón ordinario, lo que requiere investigación respecto a su caracterización y modelado, especialmente en lo referente al comportamiento en fractura. Un estudio reciente realizado por Sanz y colaboradores en colaboración con la Asociación Nacional de Fabricantes de Traviesas de Ferrocarril (AFTRAV) [3] puso de manifiesto que es necesario ampliar las curvas de efecto de tamaño propuestas por Rocco y colaboradores [4, 5]. En aquel trabajo se propuso una implementación del método desarrollado por Planas, Elices y Guinea para determinar las propiedades de fractura de materiales casifrágiles, recogido en el informe final del Comité Técnico TC 87-SOC de RILEM [6] y enviado al Comité 446 de ACI [7], que combina ensayos de tracción indirecta y ensayos de flexión en tres puntos de probetas entalladas, con las modificaciones oportunas para utilizar los medios de las fábricas. Como comprobación de la implementación del método en el ámbito industrial se realizó un *round-robin test* en el que se obtuvieron resultados satisfactorios, y que sirvió a su vez como verificación experimental de los ensayos indirectos para determinar la curva tensión-apertura de fisura del hormigón. Sin embargo, se encontró que algunas de las mezclas utilizadas presentan valores de la relación entre diámetro y longitud de fragilidad que están fuera de los rangos estudiados por Rocco y colaboradores [4, 5], mostrando la necesidad de ampliar las curvas de efecto de tamaño.

En este trabajo se presenta un estudio numérico para ampliación de las curvas iniciado en [8], centrado en el caso de probetas cilíndricas y valores bajos de la relación entre diámetro y longitud de fragilidad, considerando las variantes de relación ancho de banda de carga y diámetro del trabajo de Rocco y colaboradores. Para ello se han realizado simulaciones numéricas adimensionales, aplicando la técnica presentada en [9] y utilizando elementos finitos con fisura embebida adaptable [10] que siguen el modelo de fisura cohesiva introducido por Hillerborg y colaboradores [11].

En el artículo, siguiendo a esta introducción, la Sec. 2 presenta los antecedentes de este trabajo, la Sec. 3 describe las características de las simulaciones, la Sec. 4 presenta las curvas ampliadas de efecto de tamaño, y la Sec. 5 expone las conclusiones.

2. ANTECEDENTES

2.1. Método propuesto por Planas, Guinea y Elices

El método propuesto por Planas, Guinea y Elices, recogido en el informe final del Comité Técnico TC 87-SOC de RILEM [6] y enviado al Comité 446 de ACI [7], propone la combinación de ensayos indirectos para determinar la curva tensión-apertura de fisura de materiales casi-frágiles, conocida como *ley de ablandamiento*: ensayos brasileños o de compresión diametral, utilizando probetas cilíndricas, de los que se obtiene la resistencia a tracción, y ensayos de flexión en tres puntos, utilizando probetas prismáticas entalladas. El método está basado en el modelo de fisura cohesiva introducido por Hillerborg [11], que considera que una fisura transmite tensión entre sus caras siguiendo una ley dependiente de la apertura de fisura, que se conoce como *ley de ablandamiento*.

Dependiendo de que los ensayos de flexión se realicen con control en apertura de fisura o no, se obtiene una aproximación completa de la ley de ablandamiento mediante una *curva bilineal*, según se esquematiza en la Figura 1, o únicamente los parámetros de fractura que caracterizan la iniciación de la fisuración. La ventaja de la segunda posibilidad es que permite una versión de ensayos mucho más sencilla hasta carga máxima, factible en la mayoría de los laboratorios, y proporciona información suficiente en el caso de fisuras poco abiertas, como, por ejemplo, las posibles fisuras de traviesas de ferrocarril. En particular, se obtiene la longitud de fragilidad l_1 , uno



Figura 1. Ley de ablandamiento y aproximación mediante una curva bilineal.

de los parámetros fundamentales de fractura, que es una medida inversa de la fragilidad de una mezcla y se define según la ecuación:

$$l_1 := \frac{Ew_1}{2f_t} \tag{1}$$

donde E es el módulo de elasticidad, w_1 el corte del primer tramo de la curva bilineal con el eje de abscisas, y f_t la resistencia a tracción.

En cuanto a los ensayos brasileños, suponen una alternativa a los ensayos directos de tracción que permite obtener un valor suficientemente aproximado de la resistencia a tracción verdadera, siempre que los ensayos se ejecuten siguiendo las recomendaciones recogidas en el trabajo de Rocco y colaboradores [12, 4, 5], consistentes en limitar la velocidad de aplicación de la carga al rango 500– 1000 kPa/min y el ancho de las bandas de reparto de carga al 4–8 % del diámetro de la probeta.

2.2. Implementación para su aplicación en fábricas de traviesas pretensadas de ferrocarril y verificación

Con el objetivo de determinar la longitud de fragilidad del hormigón utilizado en traviesas pretensadas de ferrocarril, en un trabajo realizado en colaboración con la Asociación Nacional de Fabricantes de Traviesas de Ferrocarril (AFTRAV) se propuso una implementación particular del método descrito, adaptada a los medios de las fábricas españolas [3]. En concreto, se propusieron ensayos utilizando probetas con idéntica geometría que las utilizadas para los ensayos de control de las fábricas y con el tratamiento adecuado para cada caso (primas entallados de 100×150×700 mm³ para flexión y cubos de lado $D = 150 \,\mathrm{mm}$ para ensayos brasileños con bandas de reparto de carga con ancho b = 6 mm) y se facilitó un protocolo específico con el procedimiento de ensayo y de cálculo de resultados, contemplando los condicionantes particulares.

Como comprobación de la viabilidad de la implementación propuesta, se realizó un *round-robin test* con la participación de diez laboratorios, que sirvió a su vez de verificación experimental del método indirecto para determinar la curva tensión-apertura de fisura del hormigón. Se ensayó un total de 156 probetas —78 cubos y 78 prismas—, organizadas en dos grupos de ensayo por razones geográficas y logísticas y dos amasadas por grupo, con las condiciones adecuadas de transporte y conservación para no introducir diferencias entre participantes, salvo por la entalla, que se practicó en cada laboratorio para verificar la viabilidad del proceso de entallado en las fábricas. Los resultados fueron satisfactorios, encontrando que los ensayos son viables en el ámbito industrial y los resultados fiables, teniendo en cuenta la desviación admitida para cada tipo de ensayo.

Sin embargo, para una de las mezclas del *round-robin test* se obtuvieron valores de $l_1 = 310 \pm 159$ tales que no se satisface la siguiente condición en el ensayo brasileño [6]:

$$0.8 \le \frac{D}{l_1} \tag{2}$$

donde D representa el diámetro o canto de la probeta. Esto implica que la resistencia de tracción f_{ts} determinada a partir de los resultados del ensayo brasileño no se puede considerar suficientemente próxima a la resistencia verdadera f_t , como muestran las curvas de efecto de tamaño recogidas en [5, Figura 9] (para el caso que nos ocupa con probetas cúbicas, b/D = 0.4 y $D/l_1 = 0.48$, resulta $f_{ts}/f_t \approx 1.05$).

2.3. Necesidad de ampliación de las curvas de efecto de tamaño

En vista del resultado obtenido para una de las mezclas utilizadas y, de manera general, para posibles nuevos materiales con longitud de fragilidad alta, podrían valorarse varias opciones para mejorar el valor de resistencia a tracción que proporciona el ensayo brasileño. La primera sería desplazarse en las curvas de efecto de tamaño mediante un aumento del tamaño de la probeta —puesto que no se puede actuar sobre las características del material-, pero no resulta viable ni práctico, precisamente con la premisa de que se utilicen los medios disponibles, y que probetas con diámetro o canto mayor de 150 mm pueden resultar poco manejables en los laboratorios. La otra opción sería corregir el valor de resistencia a tracción con las expresiones analíticas facilitadas por Rocco y colaboradores en [4, 5] que relacionan f_{ts} y f_t teniendo en cuenta la relación D/l_1 y los factores geométricos del ensayo, mediante un proceso iterativo que también mejore sucesivamente el valor de l_1 . La mejora supone la obtención de valores de f_{ts} cada vez menores, que a su vez dan lugar a valores mayores de l_1 según la Ecuación (1), de manera que el valor final de la relación D/l_1 es menor que el inicial.

Desafortunadamente, para las mezclas utilizadas, los resultados corregidos de f_{ts} y l_1 para la mezcla que no cumplía la condición de la Ecuación (2) dieron lugar a un valor final de $D/l_1 = 0.33$ fuera del rango de aplicación de las curvas disponibles, $0.4 \le D/l_1 \le 10$, poniendo de manifiesto la necesidad de ampliación de las curvas de efecto de tamaño para su aplicación a las nuevas mezclas que se utilizan hoy en día.

3. MÉTODO NUMÉRICO

El presente estudio abarca la ampliación de las curvas de efecto de tamaño para relaciones entre diámetro y longitud de fragilidad bajas en el caso de probetas cilíndricas, por ser las más utilizadas y las recomendadas en [10], como punto de partida de un estudio más amplio que contemple las curvas de probetas cúbicas. A continuación, se describe el modelo de fractura del hormigón supuesto y los aspectos particulares de las simulaciones.

3.1. Comportamiento en fractura del hormigón

Para el hormigón se ha supuesto un comportamiento de fractura según el modelo de fisura cohesiva de Hillerborg [11]. A nivel numérico, se ha utilizado el modelo generalizado presentado en [13] en el que la relación entre el vector tensión t y el vector desplazamiento w de la fisura viene dada por la siguiente expresión:

$$\mathbf{t} = \frac{f(\kappa)}{\kappa} (w_n \mathbf{n} + \beta^2 \mathbf{w}_s), \quad \kappa = \max[w^{eq}(\mathbf{w})] \quad (3)$$

donde w_n y \mathbf{w}_s son las componentes normal y tangencial del vector desplazamiento, que se calculan considerando el vector normal unitario a la fisura $\mathbf{n} \operatorname{como} w_n = \mathbf{w} \cdot \mathbf{n}$ y $\mathbf{w}_s = \mathbf{w} - w_n \mathbf{n}$, y κ es una variable de daño que se calcula como el máximo valor de una función de separación equivalente w_{eq} . Este parámetro se define conjuntamente con una tensión equivalente t^{eq} como:

$$w^{eq} := \sqrt{w_n^2 + \frac{\beta^2}{\alpha^2} w_s^2}, \quad t^{eq} := \sqrt{t_n^2 + \frac{t_s^2}{\alpha^2 \beta^2}} \quad (4)$$

donde w_s es el módulo de \mathbf{w}_s , y t_n y t_s el módulo de las componentes normal y tangencial del vector tracción, que se calculan de manera análoga a w_n y w_s . En este trabajo se ha considerado un modelo de fuerzas centrales en el que el vector tensión es paralelo al vector desplazamiento, teniendo en cuenta los resultados de [13], que a nivel numérico implica $\alpha = \beta = 1$.

Como ley tensión-apertura de fisura se utilizó una curva lineal, definida por la resistencia a tracción f_t y la apertura de corte con el eje de abscisas w_1 , definidos en la Figura 1. Esta ley resulta suficiente para el presente estudio, puesto que la carga máxima en los ensayos brasileños se alcanza para aperturas de fisura pequeñas, menores que w_1 .

3.2. Características de las simulaciones

Las simulaciones numéricas se han realizado dentro del marco de elementos finitos COFE (*Continuum Oriented Finite Element*) desarrollado por Planas y colaboradores, que implementa elementos con fisura embebida adaptable [10]. En estos la orientación de la fisura puede cambiar en función del campo de tensión local, hasta que se alcanza un valor límite $w_{th} = \alpha w_1$, donde α es el factor de adaptación, para el que se ha adoptado un valor de 0.2 según los resultados de [10].

Se han utilizado modelos bidimensionales de probetas cilíndricas, como se esquematiza en la Figura 2. Las si-



Figura 2. Esquema de las probetas y condiciones de contorno de las simulaciones.

mulaciones se han llevado a cabo con control de desplazamiento entre los puntos marcados como A y B en la figura para obtener cálculos estables, y se ha aplicado carga uniforme en las líneas de ancho b marcadas en azul, que simulan las bandas de reparto de carga que se utilizan en los ensayos. En el trabajo se han considerado los valores de la relación entre ancho de banda y diámetro b/Dcontemplados en el trabajo de Rocco: 0.02, 0.04, 0.08 y 0.16. Las mallas correspondientes se han generado utilizando el programa Gmsh [14], con el algoritmo de mallado "Delaunay". Se ha tomado como referencia la malla la utilizada en el estudio presentado en [15], correspondiente a b/D = 0.08, que presenta un refinamiento alto en la zona situada entre las bandas de reparto de la carga, donde se espera se produzca la fisuración, mientras que en el resto de la probeta los elementos tienen un tamaño siete veces mayor para disminuir el tiempo de cálculo. La Figura 3 muestra las cuatro mallas utilizadas y los puntos característicos que definen las condiciones de contorno y zonas de refinamiento. Los elementos son triángulos con gradiente de deformación constante y fisura embebida cohesiva.

Se ha utilizado la técnica de simulaciones adimensionales con las hipótesis introducidas en [9]. En particular, se utiliza una ley de ablandamiento en la que la tensión se adimensionaliza con la resistencia a tracción f_t y la apertura de fisura con w_1 :

$$\sigma = f(w) = f_t \hat{f}\left(\frac{w}{w_1}\right) \tag{5}$$

Esto implica que los valores calculados de tensión en la fisura y el material están divididos por f_t y las apertura de fisura calculadas están divididas por w_1 . Las medidas geométricas también se han adimensionalizado con el diámetro de las probetas D.

Con estas condiciones de adimensionalización, resultan



Figura 3. Mallas utilizada en el estudio numérico, con valor de la relación entre el ancho de banda y diámetro b/D igual a 0.02 (a), 0.04 (b), 0.08 (c) y 0.16 (d).

los siguientes valores de los parámetros del hormigón: Previo a la fisuración, se supone un comportamiento elástico con coeficiente de Poisson $\nu = 0.17$ y un módulo de elasticidad E^* escalado, que se obtiene a partir de la ley de Hooke de un problema unidimensional $\sigma = E\varepsilon = E\partial u/\partial x$ [9]. Definiendo variables unidimensionales: $\sigma^* = \sigma/f_t$, $u^* = u/w_1$ y $x^* = x/D$, resulta:

$$\sigma^* = \frac{Ew_1}{f_t D} \frac{\partial u^*}{\partial x^*} = \frac{2l_1}{D} \frac{\partial u^*}{\partial x^*}$$
(6)

de lo que se deduce:

$$E^* = \frac{Ew_1}{f_t D} = \frac{2l_1}{D}$$
(7)

Nótese que en [9, 15] se utiliza otra longitud de fragilidad definida como segunda longitud de fragilidad $\ell_2 := Ew_1/f_t = 2l_1$ en lugar de l_1 por conveniencia, pero la formulación del presente trabajo es equivalente. Una vez se inicia la fisuración, se supone comportamiento elástico en el material no fisurado y una ley lineal de ablandamiento para la fisura, definida por los parámetros adimensionalizados $f_t^* = 1$ y $w_1^* = 1$.

El estudio de efecto de tamaño puede realizarse modificando el tamaño de las probetas o modificando la longitud de fragilidad l_1 a través de cualquiera de los parámetros que la definen. Dada la formulación planteada en este trabajo, modificar la relación l_1/D equivale a modificar el módulo de elasticidad E^* de las simulaciones. Nótese que una disminución de D/l_1 equivale a disminuir el tamaño de la probeta o a considerar un material con mayor longitud de fragilidad, es decir, menos frágil. En este trabajo se han considerado tres valores de D/l_1 hasta 0.25 para ampliar las curvas en la zona de relación entre el diámetro y la longitud de fragilidad baja, pero se han elegido también valores para reproducir las curvas disponibles con la herramienta de cálculo actual. La Tabla 1 muestra los valores de la relación D/l_1 que definen los límites de los rangos estudiados, y el valor correspondiente de E^* utilizado como input en las simulaciones adimensionales.

Tabla 1. Límites de los rangos de valores en el estudio numérico, donde D/l_1 es la relación entre el diámetro y la longitud de fragilidad, y E^* el módulo de elasticidad escalado utilizado en simulaciones adimensionales.

D/l_1	0.25	0.40	10.00
E^*	8.00	5.00	0.20

Para disminuir el tiempo de cálculo, en las simulaciones se utilizaron tres tamaños de paso diferentes, con mayor refinamiento en la zona del pico de carga. El tamaño de los pasos se ajustó en cada caso para capturar la tensión de pico con suficiente resolución, pues el valor de ésta y el desplazamiento correspondiente de los puntos de control varía para los diferentes valores de D/l_1 .

4. RESULTADOS

En este apartado se presentan gráficas adimensionales, siguiendo las bases del análisis presentado en la Sección 3.2,



Figura 4. Curvas de efecto de tamaño ampliadas.

con tensiones divididas por el valor de f_t .

En las simulaciones se registró el desplazamiento entre los puntos de control (puntos A y B definidos en la Figura 2) y la acción impuesta (carga repartida uniforme). A partir de los resultados, se calcula la carga total aplicada P, que se introduce en la expresión para calcular la tensión nominal σ_N indicada en el estándar ASTM-C496 [16]:

$$\sigma_N = \frac{2P}{\pi DL} \tag{8}$$

donde D y L son, respectivamente, el diámetro y la longitud de la probeta. A continuación, se calcula la tensión adimensional σ_N/f_t . Finalmente, se determina el valor de la tensión de pico que interviene en las curvas de efecto de tamaño.

La Figura 4 muestra las curvas de efecto de tamaño resultantes. Estas curvas ponen de manifiesto que al disminuir la relación entre el diámetro y la longitud de fragilidad D/l_1 por debajo de 0.4, la diferencia entre la resistencia a tracción f_{ts} determinada a partir del ensayo brasileño y la resistencia verdadera del material f_t es significativa, aun utilizando probetas cilíndricas. Esta diferencia es mayor cuanto más ancha la banda de reparto de la carga, resultado que ya señalaron Rocco y colaboradores y que dio lugar a la recomendación mencionada en la Sección 2.1 respecto a la limitación del ancho de las bandas al 8 % del diámetro [12, 4, 5]. Para el caso de materiales con relación $D/l_1 = 0.33$ (valor estimado a partir del procedimiento iterativo de mejora de f_{ts} y l_1 , ver Sección 2.3), la diferencia es igual al 5 % para bandas de carga con b/D = 0.04 y 12.7 % para bandas con b/D = 0.08.

En vista de los resultados obtenidos y dada la aparición de nuevos materiales con longitud de fragilidad alta, como se puso de manifiesto en [3], una opción sería una limitación más restrictiva del ancho de banda según el caso, pues los ensayos con bandas de reparto con ancho igual al 8 % del diámetro podrían dar lugar a errores inadmisibles en la estimación de la resistencia a tracción. La otra opción —que se abordará en trabajos futuros— es actualizar las expresiones analíticas que relacionan f_{ts} y f_t , teniendo en cuenta las curvas de efecto de tamaño ampliadas, lo que permitirá aplicar el proceso iterativo de mejora de f_{ts} y l_1 para valores de la relación entre el diámetro y la longitud de fragilidad bajos. Una vez abordado el estudio numérico en probetas de geometría cilíndrica, la investigación se continuará con la ampliación de las curvas de efecto de tamaño para probetas cúbicas, para su aplicación en el ámbito industrial, particularmente al caso de fabricantes de traviesas pretensadas de ferrocarril.

5. CONCLUSIONES

En este trabajo se proporcionan las curvas de efecto de tamaño ampliadas para el caso de probetas cilíndricas y valores de la relación entre el diámetro y la longitud de fragilidad D/l_1 bajas, encontrando que la diferencia entre la resistencia a tracción f_{ts} obtenida del ensayo brasileño y el valor verdadero del material f_t puede resultar inadmisible para nuevos materiales con $D/l_1 < 0.4$. Esta diferencia es mayor a medida que aumenta la relación entre el ancho de las bandas de reparto de carga y el diámetro, por lo que podría resultar conveniente una limitación más restrictiva del ancho de las bandas en los ensayos.

Este estudio se continuará en el futuro con la actualización de las curvas analíticas que relacionan f_{ts} y f_t , para la aplicación del proceso iterativo de mejora de f_{ts} y l_1 para materiales con una relación D/l_1 por debajo de 0.4, y la ampliación de las curvas de efecto de tamaño de probetas cúbicas.

AGRADECIMIENTOS

La publicación es parte del proyecto PID2021-125553NB-I00, financiado por MCIN/AEI/10.13039/501100011033/ FEDER, UE.

REFERENCIAS

- [1] M. Yudenfreund, I. Odler, and S. Brunauer. Hardened portland cement pastes of low porosity i. materials and experimental methods. *Cement and Concrete Research*, **2**(3), 313 – 330, 1972.
- [2] D. Roy, G. Gouda, and A. Bobrowsky. Very high strength cement pastes prepared by hot-pressing and other high-pressure techniques. *Cement and Concrete Research*, **2**, 349–366, 05 1972.
- [3] B. Sanz, J. Planas, and L. Albajar. Experimental verification of indirect tests for stress-crack opening curve of concrete in tension from a round robin test: application to railway sleeper elements. *Materials and Structures*, **55**(8), 217, 2022.
- [4] C. Rocco, G. V. Guinea, J. Planas, and M. Elices. Size effect and boundary conditions in the brazilian test: Experimental verification. *Materials and Structures*, **32**(3), 210–217, 1999.

- [5] C. Rocco, G. V. Guinea, J. Planas, and M. Elices. Size effect and boundary conditions in the brazilian test: Theoretical analysis. *Materials and Structures*, 32, 437–444, 1999.
- [6] J. Planas, G. V. Guinea, J. C. Gálvez, B. Sanz, and A. M. Fathy. Chapter 3. indirect tests for stress-crack opening curve. In J. Planas, editor, *Report 39: Experimental Determination of the Stress-Crack Opening Curve for Concrete in Tension - Final report of RILEM Technical Committee TC 187-SOC*, pages 13–29. RILEM Publications SARL, 2007.
- [7] J. Planas, G. V. Guinea, and M. Elices. Standard test method for bilinear stress-crack opening curve of concrete. Proposal submitted to ACI Committee 446, 2002.
- [8] C. Ramos. Ampliación de las curvas de efecto de tamaño del ensayo brasileño en hormigón mediante el método de los elementos finitos. Master's thesis, Universidad Politécnica de Madrid, 2023.
- [9] J. Planas, B. Sanz, and J. Sancho. Numerical analysis of size-effect in uhpfrc beams subjected to widespan four-point bending. *Revista de Mecánica de la Fractura*, 1, 149–154, 2021.
- [10] J. M. Sancho, J. Planas, D. A. Cendón, E. Reyes, and J. C. Gálvez. An embedded crack model for finite element analysis of concrete fracture. *Engineering Fracture Mechanics*, 74(1-2), 75–86, 2007.
- [11] A. Hillerborg, M. Modéer, and P.-E. Petersson. Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements. *Cement and Concrete Research*, 6(6), 773–781, 1976.
- [12] C. Rocco, G. V. Guinea, J. Planas, and M. Elices. Mechanisms of rupture in splitting test. ACI Materials Journal, 96(1), 52–60, 1999.
- [13] J. Planas, B. Sanz, and J. M. Sancho. Vectorial stress-separation laws for cohesive cracking: in concrete and other quasibrittle materials. *International Journal of Fracture*, 223(77–92), 2020.
- [14] C. Geuzaine and J.-F. Remacle. Gmsh: A 3-d finite element mesh generator with built-in pre- and post-processing facilities. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **79**(11), 1309– 1331, 2009.
- [15] B. Sanz, J. Planas, and J. M. Sancho. Simulation of brazilian tests of ultra-high performance fibrereinforced concrete. In *Computational Modelling of Concrete and Concrete Structures*, pages 130–137, 2022.
- [16] ASTM C496-90, Standard Test Method for Splitting Tensile Strength of Cylindrical Concrete Specimens. ASTM International, West Conshohocken, PA, 1990.

COMPUTATIONAL IMPLEMENTATION OF THE MINIMIZATION OF THE TOTAL ENERGY WITH STRESS CONDITION: VERSATILE ANALYSIS OF CRACK ONSET AND PROPAGATION IN COMPLEX SCENARIOS

Karthik Ambikakumari Sanalkumar¹, Vladislav Mantič^{1*}, Mar Muñoz-Reja², Luis Távara^{1,2}

 ¹ Grupo de Elasticidad y Resistencia de Materiales, Escuela Técnica Superior de Ingeniería, Universidad de Sevilla, Camino de los Descubrimientos s/n, 41092 Sevilla, España
 ² Escuela Politécnica Superior, Universidad de Sevilla, c/ Virgen de África 7, 41011 Sevilla, España
 * Persona de contacto: mantic@us.es

RESUMEN

El criterio acoplado en la Mecánica de Fractura Finita se utiliza para prever el inicio y progresión de grietas en materiales frágiles. Postula que las grietas se propagan en incrementos finitos, requiriendo el cumplimiento de criterios de energía y tensión. En el método numérico implementado utilizando una subrutina de usuario UINTER en ABAQUS, las caras de los avances finitos de las grietas que cumplen con el criterio tensional están conectadas por una serie continua de muelles elásticos lineales. Esta disposición permite la definición de una variable de daño a lo largo de estos posibles avances finitos de grietas. En consecuencia, la energía total, que incluye la energía potencial y disipada, presenta convexidad con respecto al campo de desplazamiento y la variable de daño por separado. Esta propiedad permite la aplicación del algoritmo de minimización alternante (AMA) para minimizar la energía total. Este enfoque, considerando pasos de carga, demuestra ser más adaptable que el criterio acoplado tradicional, presentando una herramienta prometedora para abordar problemas industriales complicados en el futuro. Se proporciona una demostración numérica que ilustra las predicciones precisas de la propagación de grietas. El ejemplo involucra grietas que impactan una interfaz curva débil, explorando posibilidades como penetración, cambio de dirección y desvíos de las grietas.

PALABRAS CLAVE: criterio acoplado, PMTE-SC, modo mixto, grietas de interfaz

ABSTRACT

The coupled criterion in Finite Fracture Mechanics is employed to forecast the initiation and progression of cracks in brittle materials. It assumes that cracks propagate in finite increments, requiring the fulfilment of both energy and stress criteria. In the implemented numerical method using a UINTER user subroutine in ABAQUS, finite crack advancements meeting the stress criterion are bridged by a continuous distribution of linear-elastic springs. This arrangement allows the definition of a damage variable along these potential finite crack advancements. Consequently, the total energy, comprising potential and dissipated energy, exhibits separate convexity concerning the displacement field and the damage variable. This property enables the application of the alternating minimization algorithm (AMA) to minimize the total energy. This approach, considering loading steps, proves more adaptable than the traditional coupled criterion, presenting a promising tool for addressing intricate industrial problems in the future. A numerical demonstration is provided, illustrating the accurate predictions of crack propagation. The example involves cracks reaching a weak curved interface, exploring possibilities such as penetration, deflection, and kinking of the cracks.

KEYWORDS: Coupled Criterion, PMTE-SC, Mixed-mode, Interface cracks

1. INTRODUCTION

Engineers regularly face structural challenges due to cracks caused by faults, repair, corrosion, or other factors, posing a significant threat to structure durability and potentially leading to catastrophic failure. Extensive research, especially on micro, meso, and macro cracks in composites, has been conducted, but crack initiation at smaller scales remains unresolved. The controversy around crack onset under static loads persists, primarily due to Linear Elastic Fracture Mechanics (LEFM) inability to predict initiation in an undamaged material or interface without assuming an existing crack, according to Griffith's criterion. In response to LEFM limitations, non-classical approaches like Damage Mechanics, Cohesive Zone Models (CZM) and Phase Field Models (PFM) have been explored for crack initiation studies. Researchers in the last two decades have focused on developing efficient fracture simulation models to address numerical prediction concerning fractures.

The Cohesive Zone Model [1] is widely used and successful, employing different assumptions than LEFM to prevent stress singularities at crack tips. While the CZM formulation does not need an initial crack, convergence challenges arise with refined finite element meshes, leading to high computing costs. Cohesive elements are practically introduced only at predetermined crack paths to avoid associated numerical difficulties. The Phase Field Models (PFM) for fracture, introduced by Francfort and Marigo [2], presents an alternative for predicting crack initiation and propagation, modelling the smeared onset and propagation of brittle cracks. However, concerns include the impact of the introduced degradation function and internal length scale on load-displacement curves.

Finite Fracture Mechanics (FFM) deviates from Griffith's hypothesis, predicting fracture onset with a finite segment of the crack, based on instantaneous generation after flaws coalesce under tension. Several approaches have been intermittently developed and utilized over the last century based on this or related concepts [3-6].

In the FFM framework, the Coupled Criterion of FFM (CCFFM) is introduced as the basis for this study. According to [5,6], stress and energy criteria, once separate, together form a sufficient condition for an abrupt crack onset in a finite extension, supported by [7,8]. Failure occurs when surface stresses reach a critical value, energetically enabling crack initiation. The Coupled Criterion (CC) effectively predicts abrupt cracking in various materials, including composites, ceramics, and rocks. Mantic [9] developed a new formulation, exploring minimal total energy principles for crack onset in composites under quasi-static conditions. For complex fractures, the Principle of Minimum Total Energy under Stress Condition (PMTE-SC) introduced in [9] is more adaptable, addressing multiple crack initiation and propagation issues using a time-stepping technique and optimization for energy minimization.

2. PRINCIPLE OF MINIMUM TOTAL ENERGY SUBJECTED TO A STRESS CONDITION (PMTE-SC)

The CC aligns with LEFM theory, predicting infinitesimal crack propagation when the energy condition is met. The infinitesimal extension automatically satisfies the stress condition, allowing the combination of divergent viewpoints in the failure process. This hypothesis asserts that traditionally linked circumstances—either stress or energy—in crack initiation are extreme cases of the general condition that fulfils both requirements.

Leguillon's hypothesis [6] suggested that the simultaneous fulfilment of both stress and energy criteria, each representing necessary but not sufficient conditions, could predict the initiation of a crack with a finite length (2D) or area (3D). The stress criterion proposed is based on assuming a critical value σ_{ij} for the normal stress to the potential crack plane. An abrupt onset over a finite extension ΔS_c is possible, and this criterion must be met at every point *x* on the new crack surface ΔS_c within the material. Drawing from the formulation in [9], a general expression by functional $f(\sigma_{ij}(x), \Delta S_c)$, for a stress criterion can be written as

$$f(\sigma_{ij}(\cdot), \Delta S_c) \ge \sigma_c, \quad \text{with } x \in \Delta S_c$$
 (1)

where σ_c is a characteristic material strength parameter, usually tensile strength and f may depend on some material parameters, e.g. sensitivity to fracture mode mixity (ratio of shear to tensile tractions) at ΔS_c .

This criterion alone is insufficient because the FFM theory implies crack initiation with a finite extension, requiring fulfilment of an additional energy criterion alongside the stress condition. The energy criterion utilized in the CC involves the incremental energy balance, initially proposed by Griffith, which considers two states of the loaded structure before and after crack initiation. An incremental energy balance between these two states of a solid, before and after the onset of a new crack surface ΔS_c , is described by the following formulation:

$$\Delta \Pi (\Delta S_c) + \Delta E_k + \Delta R (\Delta S_c) = 0, \qquad (2)$$

Here, $\Delta \Pi(\Delta S_c)$ is the change in potential energy, $\Delta R(\Delta S_c)$ is the energy dissipated in the formation of the new crack surface, ΔS_c . Following Leguillon [5], the initial state is considered quasistatic and neglecting the heat exchange, therefore, $\Delta E_k \ge 0$, a necessary incremental energy condition (2) now becomes

$$-\Delta \Pi(\Delta S_c) \ge \Delta R(\Delta S_c). \tag{3}$$

This implies that the energy released during the initiation of a new crack surface should be equal to or greater than the dissipated energy. Additionally, it can be understood as the total of both changes either staying constant or decreasing at the onset of a crack

$$\Delta \Pi (\Delta S_c) + \Delta R (\Delta S_c) \le 0. \tag{4}$$

Mantic [9] introduced the PMTE-SC as an alternative expression of the CC, offering the capability to predict crack initiation and/or growth through finite increments in crack length. According to [9], the PMTE-SC can be employed to address both crack onset and propagation problems, considering quasi-static problem evolution where inertial forces are disregarded. This is achieved through the following constrained minimization process

$$\min_{\Delta S_c} [\Delta \Pi (\Delta S_c) + \Delta R (\Delta S_c)].$$
 (5)

Equation (5) represents an (incremental) formulation of the PMTE-SC in the system, which can lead to a nonconvex minimization problem challenging to solve using a total energy optimization algorithm. Consequently, an Alternate Minimization Algorithm (AMA) has been employed, separating the minimization problem of the energy functional with respect to two independent variables: the damage variable d, and the displacement field. This is based on the assumption that this functional is convex with respect to each of these variables separately. This optimization technique has proven to be efficient and robust in minimizing the total energy. Considering the newly formed crack surface, ΔS_c , resulting from the stress criterion, it becomes necessary to establish a damage variable, denoted as d, within the range of 0 to 1, on the surface ΔS_c . This variable is instrumental in exploring crack initiation or propagation while minimizing $\Delta \Pi(\Delta S_c) + \Delta R(\Delta S_c)$ concerning the damage. In the context of this study, a straightforward approach involves defining a continuous array of linear springs with zero thickness on the crack surface ΔS_c identified by the stress criterion. In contrast to thin layer elements, zero-thickness elements lack an interfacial thickness, leading to contact stiffness that remains unaffected by the element thickness. Given these considerations, it has been ascertained that the zerothickness technique is the most suitable for simulating cracks in finite element analysis.

3. RESULTS

The validity of the computational implementation is further confirmed through an array of extensive tests that investigate diverse crack problems, showcasing the adaptability and reliability of the proposed methodology. Rigorous examinations of mixed-mode crack scenarios, such as the L-shaped plate, Single Edge Notched Plate (SENP) undergoing shear, and the Double-Edge Notched Test assessing Biaxial Tension and Shear, have been meticulously conducted and presented at various conferences. Consequently, this study delves into interface crack problems, specifically exploring scenarios where a crack interacts with a curved weak interface, allowing for the evaluation of penetration or deflection, see [10,11].

The proposed model, developed through the Finite Element Method (FEM) using the commercial FEM package ABAQUS, is designed to explore the interplay between penetration and deflection in a crack terminating on a curved weak interface. The investigation delves into how the mechanical and geometric attributes of the specimen influence the competition between two primary failure mechanisms: (i) crack deflection along the interface and (ii) crack penetration into the adjacent body. The objective is to establish reference solutions that can be leveraged for utilizing curved weak interfaces as potential crack arresters in engineering structures.

The specimen geometry comprises a relatively large plate housing a straight and horizontally oriented primary crack interacting with a curved weak interface, as illustrated in figure 1, cf. [11]. The local curvature radius at the impinging point is denoted as R. Other geometric parameters, see [11], such as in-plane width W, length L, and out-of-plane thickness B, are related to R by the following ratio: W = 2R, L = 10R, and B = 0.1R. The initial crack extends from the leftmost boundary of the specimen to the prescribed interface, positioned at the middle of the specimen width, resulting in an initial crack length of $a_0 = W/_2$. The interface is assumed to possess a very thin adhesive layer t ($t \ll R$), exhibiting elastic properties similar to the bulk material, aligning with previous experiments in [10]. Consequently, the adhesive layer is not expected to significantly impact the overall stress and strain solution before the occurrence of crack deflection or penetration. This assumption, combined with the coincidence of the two materials joined by the curved interface, allows the study of the problem as a homogeneous solid from an elastic analysis perspective. This, in turn, facilitates a focus on the properties essential for designing a crack arrestor in a homogeneous structural element: the curvature radius and the contrast in fracture and strength properties between the bulk and the interface. Under the influence of a remote vertical stress σ , the specimen experiences a quasi-static increase in stress from zero to a critical value σ_{max} , at which point the crack either penetrates or deflects along the interface.



Figure 1. A straight crack reaching a curved weak interface

For the fabrication of the specimens in [10], polymethyl methacrylate (PMMA) was chosen as the material due to its brittleness. Plane stress assumptions were applied in

both models, and the geometric definitions were derived based on the dimensions and shapes outlined in the experimental work. The material properties considered include a Young's Modulus of 3.79 GPa and a Poisson's ratio of 0.37. The discretization of both models involved finite element meshes composed of eight-node plane stress quadratic elements (CPS8).



Figure 2. Comparison between the predictions obtained from the present numerical results and analytical solutions in [11] for the penetration/deflection competition.

Impact of the fracture toughness ratio G_c^i / G_c^b : Analytical solutions [11] clearly indicate that the predominant factor governing the competition between deflection and penetration, according to FFM, is the ratio of fracture toughness. This is attributed to FFM's reliance on optimizing the energetic balance. The numerical solution of PMTE-SC also aligns qualitatively with this behavior, indicating that a higher value for G_c^i/G_c^b promotes crack penetration.

Impact of the strength ratio σ_c^i / σ_c^b : In FFM results [11], where both stress and energy criteria are concurrently satisfied, one might anticipate that σ_c^i / σ_c^b could impact the outcomes of the penetration/deflection competition. Nevertheless, for this specific problem, the diminishing stresses along the interface, see [11], indicate that FFM predicts a reduction in the length of the crack onset when it happens at the interface. The numerical solution of FFM aligns with the analytical solution in [11], eliminating the influence of σ_c^i / σ_c^b .

Impact of the structural parameter $R_{dim} = R / (EG_c^b / EG_c^b)$ $(\sigma_c^b)^2$): The parameter that can be more easily customized as a design element in the implementation of curved weak interfaces as crack arresters is the interface radius. The FFM approach does anticipate a specific process zone, defining it as an area of finite length where the stress state is considered. The length of this process zone in FFM is significantly influenced by the analysis itself. Specifically, in this case, the process zone predicted by FFM along the interface diminishes, see [11], while the process zone along the bulk is heavily influenced by the problem parameters. This discrepancy results in the radius exerting an impact, such that a reduction in radius promotes crack penetration. Additionally, the simulation results align well with analytical solutions in [11].





4. CONCLUSIONS

This study implemented a novel method proposed in [9] to characterize crack initiation and propagation, utilizing the Coupled Criterion of Finite Fracture Mechanics (CCFFM) for crack growth in a homogeneous medium, as well as in different scenarios such as mixed-mode cracks, multiple cracks, and interface cracks. This innovative approach allows for the simultaneous modelling of multiple cracks within the same problem.

The implemented computational algorithm facilitates the simulation of fracture processes in flat problems based on the new formulation of the PMTE-SC. This involves utilizing the ABAQUS UINTER subroutine and controlling the process through Python scripts. Additionally, a crack model was introduced by incorporating a continuous distribution of linear springs between the surfaces of potential cracks, significantly simplifying the minimization of total energy. The total energy functional, initially non-convex, can be separately considered as a convex functional in terms of displacement and damage variables.

To validate the algorithm reliability, interface crack problems were analyzed, specifically investigating scenarios where a crack interacts with a curved weak interface, allowing for the assessment of penetration or deflection under tension. The numerical analysis using the new PMTE-SC approach and the analytical approach using the classical CCFFM approach in [11] yielded essentially identical results. These findings open avenues for exploring more complex problems related to the initiation and growth of multiple cracks and delaminations. Nevertheless, further research is essential to optimize the algorithm, particularly focusing on improving the tensile criterion module for its application in cases involving potential multiple cracks.

AGRADECIMIENTOS

Este proyecto ha recibido financiación del Programa de Investigación e Innovación Horizonte 2020 de la Unión Europea bajo el Acuerdo de Subvención Marie Skłodowska Curie No. 861061 – Proyecto NewFrac. Además, también ha sido financiado por el Ministerio de Ciencia e Innovación (PID2021-123325OB-I00).

REFERENCIAS

- [1] G.I. Barenblatt, The mathematical theory of equilibrium cracks in brittle fracture, *Adv. Applied Mechanics* 7 (1962) 55–129.
- [2] G.A. Francfort, J.-J. Marigo. Revisiting brittle fracture as an energy minimization problem, *J. Mech. Phys. Solids* 46 (1998) 1319–1342.
- [3] H. Neuber. Kerbspannungslehre Grundlagen für Genaue Spannungsrechnung, Springer, Berlin, 1937.
- [4] T.C. Tszeng. A model of void nucleation from ellipsoidal inclusions in ductile fracture, *Scripta Metallurgica et Materialia* 28 (1993) 1065–1070.
- [5] D. Leguillon. Strength or toughness? A criterion for crack onset at a notch, *Eur. J. Mech.* 21 (2002) 61– 72.
- [6] P. Cornetti, N. Pugno, A. Carpinteri, D. Taylor. Finite fracture mechanics: A coupled stress and energy failure criterion, *Eng. Fract. Mech.* 73 (2006) 2021–2033.

- [7] A. Parvizi, K.W. Garrett, J.E. Bailey. Constrained cracking in glass fibre-reinforced epoxy cross-ply laminates, *J. Mater. Sci.* 13 (1978) 195–201.
- [8] Z. Hashin. Finite thermoelastic fracture criterion with application to laminate cracking analysis, *J. Mech. Phys. Solids* 44 (1996) 1129–1145.
- [9] V Mantič. Prediction of initiation and growth of cracks in composites. Coupled stress and energy criterion of the finite fracture mechanic, In: *ECCM16 - 16th Europ. Conf. on Composite Mater.* 2014, pp. 1–16.
- [10] M.T. Aranda, I.G. García, J. Reinoso, V. Mantič, Experimental evaluation of the similarity in the interface fracture energy between PMMA/ epoxy/PMMA and PMMA/epoxy joints, *Eng. Fract. Mech.* 259 (2022) 108076.
- [11] M.T. Aranda, I.G. García, A. Quintanas-Corominas, J. Reinoso, Crack impinging on a curved weak interface: Penetration or deflection? J. Mech. Phys. Solids 178 (2023) 105326.

Revista de Mecánica de la Fractura Vol.7 (2024)

CRACK CLOSURE, CLIMATE CHANGE AND THE LOCH NESS MONSTER

Jesús Toribio

Fracture & Structural Integrity Research Group (FSIRG), University of Salamanca (USAL) Campus Viriato, Avda. Requejo 33, 49022 Zamora, Spain E-mail: toribio@usal.es

ABSTRACT

This paper offers an innovative, unconventional and very critical approach to the controversial scientific topic of the usually called *plasticity-induced crack closure* (PICC), analyzing if it is a real phenomenon appearing in metal fatigue or a numerical artifact. The discussion is performed on the basis of the definition of closure (what is really closure?), the basic idea that several (*different*) causes may produce a given (*the same*) effect, the distinction between crack closure and compressive residual stresses ahead of the crack tip, the problem of mesh-dependence (or even researcher-dependence!) of the numerical results after finite element (FE) analyses regarding the PICC phenomenon and the absence of necessity of PICC to explain many fatigue phenomena such as *overload retardation effect*. In this framework, an ironic analogy is established between three different phenomena with a common characteristic: everybody talks about them but nobody has firmly demonstrated their existence: (i) crack closure, (ii) climate change and (iii) the Loch Ness Monster.

KEYWORDS: metal fatigue; plasticity induced crack closure (PICC); Intergovernmental Panel for Climate Change (IPCC); Loch Ness Monster (LNM).

RESUMEN

Este artículo ofrece un enfoque innovador, no convencional y muy crítico acerca de un asunto científico controvertido: el comúnmente denominado *cierre de fisura inducido por plasticidad* (CFIP), analizando si se trata de un fenómeno real que aparece en fatiga de metales o un artefacto numérico. La discusión se realiza sobre la base de la definición de cierre (¿qué es realmente cierre?), la idea básica de que varias causas (*diferentes*) pueden producir un efecto dado (*el mismo*), la distinción entre cierre de fisura y tensiones residuales compresivas frente al extremo de la fisura, el problema de la dependencia de la malla (¡o incluso la dependencia del investigador!) de los resultados numéricos mediante análisis por elementos finitos (AEF) con relación al fenómeno de CFIP y la ausencia de necesidad de CFIP para explicar muchos fenómenos tales como el *efecto de retardo por sobrecargas*. En este marco conceptual, se establece una analogía irónica entre tres fenómenos diferentes con una característica común: todo el mundo habla de ellos pero nadie ha demostrado firmemente su existencia: (i) cierre de fisura, (ii) cambio climático y (iii) el monstruo del Lago Ness.

PALABRAS CLAVE: fatiga de metales; cierre de fisura inducido por plasticidad (CFIP); Panel Intergubernamental sobre Cambio Climático (PICC), Monstruo del Lago Ness (MLN)

1. INTRODUCTION

The premature contact of crack surfaces attributable to the near-tip plastic deformations under cyclic loading, the so-called *plasticity induced crack closure* (PICC), has long been focused as supposedly controlling factor of fatigue crack growth (FCG). Overview [1] assumes the real existence of PICC, although not everybody involved in fatigue studies shares this conviction [2-4]. After the term *crack closure* was coined by Elber [5], neither agreement between evaluation by different ways nor consensus about its relevance and significance in FCG, and *even its very existence* do exist [1-3,6,7]. Conclusions about PICC are many times contradictory: Deshpande *et al.* [8] or Pippan Riemelmoser [9] *versus* Louat *et al.* [3] or Bjerkén and Melin [10], Budianski and Hutchinson [11] *versus* Noroozi *et al.* [12], and McClung *et al.* [13] *versus* Toribio and Kharin [14].

PICC can arise from various origins. Nevertheless, specifically *PICC remains questionable as the universal intrinsic mechanism controlling FCG*. A big deal of uncertainty owes to the difficulties of providing straightforward evidence of the crack closure phenomenon.

Reviews [1,6,7] catalogued a variety of ways of the crack closure verification and assessment, often on the basis of *compliance measurements* on the assumption that the nonlinearity of the load-deformation curves is an indicator of crack closure [5]. However, the very identification of PICC lacks of direct evidence and, furthermore, its responsibilities in the matter of FCG remain undoubtedly debatable.

Since *in situ* visualization of near-tip deformations is hardly feasible, computational simulation turns out to be the right way to determine them. Accounting for both constitutive (inelasticity) and geometrical nonlinearities (large displacements and strains) is here essential. For cracks growing by means of local material rupture, the alteration of solid boundary via crack advance by bond breaking is the third nonlinearity.

Near tip analysis of FCG should include all three mentioned nonlinearities. However, some of them have not accounted for large deformations (such as, e.g., [13, 15,16]). Others (e.g., [14,17-24]), although fulfilling this deficiency, presented partial data about cracks under cyclic loading. Anywise, common shortcoming is the lack of realistic treatment of the crack growth by means of *bond breaking*.

This latter was simulated usually by cutting the material bonds fairly subjectively along finite-size steps via finite element node release *to the analyst's discretion* at the bottom, mid or top points of designated loading cycles irrespectively of both the material and applied load (cf., e.g., [13,16,21,24]), and thus, *having hardly whatsoever to do with the physics of crack advance*.

Efforts involving more realistic mechanisms of material damage and bond breaking in the modeling of FCG have been undertaken [25,26]. Nevertheless, these few attempts encounter conceptual and technical difficulties. Another approach lies on the stress-, strain- or energy-based variables as fatigue damage monitors [27-30], altough the evolution of a growing crack tip cannot be solved therein in a clear and straightforward manner. In this framework modelling of FCG via bond breaking, (by making use of a "virtual knife" in analyst's hands) is surrounded by the highest controversy.

Meanwhile, among conceptual mechanisms of FCG, the one, which was suggested by Laird and Smith [31] and reaffirmed by Pelloux [32] and Neumann [33], and which was emphasized as the rational physical model for FCG in ductile materials [2,10,22,23,34,35], *relies solely on the near tip plastic deformations under cyclic loading without involvement of bond breaking*. Then, high-resolution large-deformation elastoplastic simulation is a right way to visualize this mode of FCG. Analyses of cracks under cyclic loading [14,17-20,22,23] reveal various aspects of FCG according to the well-known *Laird-Smith concept of blunting and re-sharpening* in a fatigue crack.

The scope of this paper is to narrate the results of modeling of cracks under cyclic loading, with the intention to bring insight into some long-standing controversies about the crack blunting—re-sharpening and PICC under load cycling. To this end, large-deformation elastoplastic simulations of plane-strain crack under constant amplitude load cycling at different load ranges and ratios, as well as with an overload, have been performed, as described in [35].

2. MODELLING

The results presented [35] proceed from the extensive modeling of the mode I crack tip fields in elastoplastic material under smal scale yielding (SSY) in terms of the crack tip autonomy dominated by the stress intensity factor (SIF) *K* [36]. Model design (geometry, loading and constitutive material model) and large-strain analysis were the same as presented elsewhere [14,18-20,35]. A model of ideal elastoplastic solid having E = 200 GPa, n = 0.3 and $\sigma_{\rm Y} = 600$ MPa with von Mises yield surface and associated flow rule was chosen.

The simulations were performed for constant amplitude loadings at different SIF ranges $\Delta K = K_{\text{max}} - K_{\text{min}}$, and ratios $R = K_{\text{min}}/K_{\text{max}}$, and the effect of a single overload was considered, too, along the following load cases:

- (I) $\Delta K = 2K_0, R = 0,$
- (II) $\Delta K = K_0, R = 0,$
- (III) $\Delta K = K_0, R = 0.5,$
- (IV) $\Delta K = K_0$, R = 0, with an overload to $K_{ov} = 2K_0$ at a single cycle of the loading path,

where the reference value $K_0 = 30$ MPa \sqrt{m} corresponds to loading regimes of fatigue cracking in steels [2,34,35].

The model of undeformed crack was parallel-flanks slot of the width b_0 with semicircular tip. The value of $b_0 = 5$ mm was taken as a reasonable choice for steels [37]. This kind of model has been repeatedly substantiated and used in analyses of cracks, e.g., by McMeeking [38]; Needleman and Tvergaard [39], Rice *et al.* [40] or Toribio and Kharin [14,18-20,35,41-42].

Re-meshing was considered unacceptable to improve the FE model because of remarkable doubts [43] that, under the *propensity to solution bifurcation of certain elasto-plasticity problems due to their loss of ellipticity* [44,45]. *Mesh-sensitivity can produce non-uniqueness of field solutions*, to the extent that the relation between the solution of the original continuum-mechanics problem and of its FE approximation may become questionable. To this end, it must not surprise to meet severe discrepancies between near tip deformations obtained using different mesh layouts, FE formulations and re-meshing procedures, which rendered crack faces folding without closure at the very first load cycles [17], as well as smooth surfaces arriving at closure at fairly large number of cycles [22,23].

3. RESULTS AND DISCUSSION

Firstly, the *K*-dominance over the crack tip zone was confirmed. For all geometry-and-loading cases, the crack-tip deformations evolved similarly, cf. Fig. 1. Plastic crack growth Δa_p is evaluated as an advance of the tip apex A₀ deeper into the material. This way, the *Laird-Smith conceptual scheme of blunting & re-sharpening*, a basic intrinsic mechanism of FCG in ductile materials [2,31-35], is visualized. Numerical imulations evidence that *the crack does grow (crack tip advance)* under cyclic loading, although with *no neeed of bond breaking and no evidence of closure induced by plasticity (PICC)*.



Fig. 1. Crack tip deformations *at unloading* after reaching the first (*left*) and fifth (*right*) cycles of the load case I. Crack tip contours of the undeformed solid are also shown, together with the positions of material points A_0 , B_0 and B_1 in the initial and deformed configurations.

The plastic crack advancements $\Delta a_p vs.$ cycle number N are presented in Fig. 2. The slopes of these curves render corresponding rates of plastic crack growth $(da/dN)_p$. Its acceleration with ΔK is there evident, whereas the effect of R is rather vague. Calculated $(da/dN)_p$ values are of the order of 10^{-6} m/cycle, which is proper for the Paris regime in steels [2,34].

The Paris-like equation $(da/dN)_p = C \Delta K^m$ fits perfectly the numerical results at $m \approx 2.25$, which is reasonable for many alloys [34]. FCG is sensible to an overload, which halts the crack advance (Fig. 2, load case IV). Thus the effects of ΔK and overload on FCG obtained by simulations agree with common experimental trends [2,34] without any necessity of crack closure.



Fig. 2. Plastic crack advance Δa_{ρ} vs. cycle number N along indicated loading routes (points correspond to crack tip positions at load cycle ends).

No signs of PICC have ever occurred during simulated crack growth at $R \ge 0$. Since deformed crack faces have *never and nowhere* got to the initial crack width, then *no contact between crack surfaces do exist*. This holds for an appreciable crack advancement Δa_p leaving a considerable plastic wake behind the tip [20].

Modelling agrees with experimental trends of FCG, crack advancement by blunting & re-sharpening and overload retardation effects (Fig. 2), so that *presented results imply that crack closure can be neither a necessary requisite nor a decisive factor for the mentioned FCG trends.*

Indeed, the plastic advance of a crack behaves *per se* in agreement with well known experimental FCG trends, but with *no signs of PICC*. This latter may happen at larger number of cycles, as it occurred in simulations by Tvergaard [22,23], as well as may not. The supposed consequences of closure in FCG (e.g., the *overload retardation or arrest* [34]) *do appear with no closure*. Accordingly, the practiced indirect assessments of PICC related issues from FCG behaviour [7] (in particular, compliance-based measurements) acquire a certain deal of spuriousness, which can make them artifacts.

Displayed results fairly agree in all pertinent aspects with other large-strain analyses of cracks under cyclic loading [22,23], but challenge those small- and finite-strain simulations [13,16,21,24] in which crack growth is imposed by cutting the material arbitrarily with a "virtual knife" in analyst's hands. So, all these latter models are intrinsically unable to render *per se* any effect of the loading route on FCG, such as the influence of ΔK or overload. In contrast, presented modeling does this.

Furthermore, the present FE elastoplastic analysis reveals fairly well how the crack grows by plastic straining with *material transfer from the crack tip to its lateral surfaces* (material point B_1 in Fig. 1). Material "bricks" situated initially a little bit aside the top A_0 of the arc $B_0B_1A_0$, shaping the crack tip, move sideways and build the crack flanks i.e., *contribute to crack enlargement*. This is made by stretching these material "bricks", which are placed to form the crack flanks where large tensile plastic strain is observed, cf. Fig. 3 (*a,b*).

This result agrees with experimental X-ray diffraction study of the strain fields near fatigue cracks, which reported the "negative anomaly" in strain behind the tip [46] but, on the other hand, it *contradicts* the results of small-strain numerical analysis [13] schematized in Fig. 3c with regard to plasticity behind the crack tip.

In particular, performed large-deformation simulations discard the mechanism of PICC implied from the small-strain modeling [13], cf. Fig. 3c where material elements behind the crack tip underwent out-of-plane plastic stretching $\varepsilon_{yy} > 0$ accompanied by shrinking along the crack surfaces $\varepsilon_{xx} \approx -\varepsilon_{yy} < 0$ by virtue of the plane-strain incompressible plasticity, Fig. 3(*c*).

Accordingly, it was argued that this out-of-plane stretched material on the growing crack surfaces behind the tip could fill-in the crack, thereby enabling the opposite crack surfaces to contact during the unloading phases of FCG, i.e., to produce PICC.

Nevertheless, this contradicts Fig. 3 (a,b), where large displacements and rotations in the crack tip vicinity make material not to fill-in the crack behind the tip and render PICC, but to increment the crack flanks, i.e., they make the crack advance. This gives the reason to consider the suggested PICC origin as an artifact [13], as far as it appears to be not the naturally present feature of a crack under cyclic loading but a product of an analysis method.



Fig. 3. Deformations near the crack tip under cyclic loading: (*a*) cracktip large-deformation patterns with a scheme showing how and where do material "bricks" with their glued local material frames (\bar{x}, \bar{y}) go by translation and rotation (arrows) from the initial configuration to make the crack grow; (*b*) contour bands of the plastic strain ε_{xx} at the end of the sixth cycle of the route I in deformed solid configuration to illustrate the contribution of the "bricks" stretching to crack lengthening, but not to its closure; (*c*) scheme of the small-deformation results used to substantiate the suggested origin of PICC in the supposed filling-in the crack with stretched material behind the tip; the squares shaded in gray and rectangles filled with line pattern represent in (*a*) and (*c*) the same material elements in the initial and deformed states, respectively.

4. CLOSURE

With regard to purely experimental approaches to PICC, *alleged* experimental evidence of closure on the basis of compliance measurements during fatigue testing (i.e., *supposed* compliance-based evidences of closure) can become artifacts, in particular, with respect to PICC.

In the matter of entirely numerical approaches to PICC, *alleged* numerical evidence of crack closure on the basis of finite element node release to the analyst's discretion (i.e., *supposed* computer-based evidences of closure) can also become artifacts, in particular, regarding PICC.

Numerical modelling described in the present paper allows a visualization of the Laird-Smith conceptual mechanism of FCG by plastic blunting and re-sharpening. Simulation reproduces the experimental trends of FCG concerning the roles of stress intensity factor range and overload, but PICC has never been detected.

Near-tip deformation patterns *discard* the filling-in the crack with material stretched out of the crack plane in the wake behind the tip as *supposed* (*alleged*) PICC origin. Despite the *absence of closure*, load-deformation curves appear curved, thereby raising fundamental doubts about the *validity of closure assessment from compliance variation*.

The previous reasoning demonstrates the *ambiguities* (and *lack of trustworthiness*) of PICC as an *allegedly* (*supposedly*) intrinsic factor of FCG and, by implication, favors the stresses and strains in front of the crack tip as genuine fatigue drivers.

5. FURTHER CONSIDERATIONS (RE-OPENING)

Some further considerations (as *open* ideas for debate) should be outlined here:

(i) a proper definition of the concept "*closure*" should be welcome (what is really closure?).

(ii) the basic idea that several (*different*) causes may produce a given (*the same*) effect.

(iii) the distinction between fatigue crack closure and compressive residual stresses ahead of the crack tip.

(iv) the problem of mesh-dependence (or even researcherdependence!) of the numerical results by finite element analysis regarding the PICC phenomenon.

(v) there is absolutely no necessity of PICC to explain fatigue phenomena such as *overload retardation effect* (*PICC is unnecessary*).

6. CLIMATE CHANGE & LOCH NESS MONSTER

In this framework, an ironic analogy is established here between three different phenomena with a common characteristic: everybody talks about them but nobody has firmly demonstrated their existence: (i) crack closure; (ii) climate change [47,48]; (iii) Loch Ness Monster [49], or other controversial topics such as cholesterol [50].

With regard to (i) and (ii), they are represented by two acronyms containing the same letters, namely:

PICC (Plasticity-Induced Crack Closure)

IPCC (Intergovernmental Panel on Climate Change)

In this framework, the question of use of words and definitions must be raised. With regard to this, Lewis Carroll (Charles Lutwidge Dodgson), a logician and mathematician who authored *Alice's Adventures in Wonderland* (1865) and *Through the Looking-Glass* (1871) touches this question [51,52], cf. Fig. 4:

When I use a word, it means just what I choose it to mean – neither more nor less.

(Humpty Dumpty)



Fig. 4. Humpty Dumpty in Lewis Carroll's Alice.

W. H. Auden wrote that in the afore-said books "one of the most important and powerful characters is not a person but the English language". In the matter of language and the modification of classical meanings to create a *new language*, two books deserve the mention:

(i) Geroge Orwell's *1984* [53], in wich the so-called *Newspeak* was a *neo-language*, in Orwell's own words, "designed to diminish the range of thought." Newspeak was characterized by the elimination or alteration of certain words, the substitution of one word for another, the interchangeability of propagandistic language that is characterized by euphemism, circumlocution, and the *inversion of customary meanings*.

(ii) Victor Klemperer's *Lingua Tertii Imperii* (LTI) [54], in which such a neo-language, of totalitarian nature, was created during the *Third Reich* period in Germany, so that LTI means Language of the Third Empire (*Reich*). In modern times, many neo-languages can be observed, created by the so-called globalitarian people [55], where the term *globalitarian* is composed by the union of two adjectives: *globalist & totalitarian*.

Epilogue 1. Crack Opened by Parallel Crack Flanks. *A Tribute to Kenzo Tange*

The idea of a crack *opened* by two parallel crack flanks evokes the arquitecture with two parallel towers, e.g., churches, cathedrals or the former *World Trade Center* (WTC) in New York City (NYC) with the Twin Towers destroyed on September 11, 2001.

A superb example of arquitecture with two parallel towers is the *Tokyo Metropolitan Government Building*, (Fig. 5) by architect Kenzo Tange. The building surface resembles a computer chip, whereas the building volume re-creates the look of a Gothic cathedral



Fig. 5. Tokyo Metropolitan Government Building (Kenzo Tange).

Epilogue 2. A Tribute to Robert Lee Hayes (Bob Hayes)

This paragraph is a heartfelt tribute to the US sprinter Bob Hayes (*the bullet*), who ran the final 100m of the 4x100 relay during the 1964 Summer Olympics in Tokyo in 8.6 seconds according to some estimate. *This remains the fastest anchor leg of all time*, so that Bob Hayes can be considered as *the fastest man ever*.

REFERENCES

- Overview, Advances in Fatigue Crack Closure Measurement and Analysis, ASTM STP 1343, R.C. McClung, J.C. Newman, Eds., ASTM International, West Gonshohocken, 1999, p. xi.
- Ritchie, R.O., Mechanisms of Crack Propagation in Ductile and Brittle Solids, Int. J. Fract., Vol. 100, 1999, pp. 55-83.
- Louat, N., Sadananda, K., Duesbery, M., Vasudevan, A. K., A Theoretical Evaluation of Crack Closure, Metall. Trans., Vol. A24, 1993, pp. 2225-2232.
- Vasudevan, A. K., Sadananda, K., Glinka, G., Critical Parameters for Fatigue Damage, Int. J. Fatigue, Vol. 23, 2001, pp. S39-S53.
- 5. Elber, W., Fatigue Crack Growth under Cyclic Tension, Eng. Fract. Mech., Vol. 2, 1970, pp. 37-45.
- Macha, D.E., Corbly, D.M., Jones, J.W., On the Variation of Fatigue-Crack-Opening Load with Measurement Location, Exp. Mech., Vol. 19, 1979, pp. 207-213.
- Xu Y., Gregson, P.J., Sinclair, I., Systematic Assessment of Compliance-Based Crack Closure Measurements in Fatigue, Mater. Sci. Eng., Vol. A284, 2000, pp. 114-125.
- Deshpande, V.S., Needleman, A., vander Giessen, E., A Discrete Dislocation Analysis of Near-Threshold Fatigue Crack Growth, Acta Mater., Vol. 49, 2001, pp. 3189-3203.
- Pippan, R., Riemelmoser, F.O., Visualization of the Plasticity-Induced Crack Closure under Plane Strain Conditions, Eng. Fract. Mech., Vol. 60, 1998, pp. 315-322.
- Bjerkén, C., Melin, S., Growth of a Short Fatigue Crack-A Long Term Simulation Using a Dislocation Technique, Int. J. Solids Struct., Vol. 46, 2009, pp. 1196-1204.
- Budiansky, B., Hutchinson, J. W., Analysis of Closure in Fatigue Crack Growth, J. of Appl. Mech., Vol. 45, 1978, pp. 267-276.
- Noroozi, A. H., Glinka, G., Lambert, S., Prediction of Fatigue Crack Growth under Constant Amplitude Loading and a Single Overload Based on Elasto-Plastic Crack Tip Stresses and Strains, Eng. Fract. Mech., Vol. 75, 2008, pp. 188-206.
- McClung, R.C., Thacker, B.H., Roy, S., Finite Element Visualisation of Fatigue Crack Closure in Plane Stress and Plane Strain, Int. J. Fract., Vol. 50, 1991, pp. 27-49.
- Toribio, J., Kharin, V., Large Crack-Tip Deformations and Plastic Crack Advance During Fatigue, Mater. Lett., Vol. 61, 2007, pp. 964-967.
- Ellyin, F., Wu, J., Elastic-Plastic Analysis of a Stationary Crack Under Cyclic Loading and Effect of Overload, Int. J. Fract., Vol. 56, 1992, pp. 189-208.
- Wu, J., Ellyin, F., A Study of Fatigue Crack Closure by Elastic-Plastic Finite Element for Constant-Amplitude Loading, Int. J. Fract., Vol. 82, 1996. pp, 43-65.
- Levkovitch, V., Sievert, R., Svendsen, B., Simulation of Fatigue Crack Propagation in Ductile Metals by Blunting and Re-sharpening, Int. J. Fract., Vol. 136, 2005, pp. 207-220.
- Toribio, J., Kharin, V., 1998, High-Resolution Numerical Modelling of Stress-Strain Fields in the Vicinity of a Crack Tip Subjected to Fatigue, Fracture from Defects, EMAS, 1998, pp. 1059-1064.

- Toribio, J., Kharin, V., Role of Fatigue Crack Closure Stresses in Hydrogen Assisted Cracking, Advances in Fatigue Crack Closure Measurement and Analysis, ASTM STP 1343, R.C. McClung, J.C. Newman, Eds., ASTM International, West Gonshohocken, 1999. p. 440.
- Toribio, J., Kharin, V., Finite Deformation Analysis of the Crack-Tip Fields under Cyclic Loading, Int. J. Solids Struct., Vol. 46, 2009, pp. 1937-1952.
- Roychowdhury, S., Dodds, R.H., A Numerical Investigation of 3D Small-Scale Yielding Fatigue Crack Growth, Eng. Fract. Mech., Vol. 70, 2003, pp. 2363-2383.
- Tvergaard, V., On Fatigue Crack Growth in Ductile Materials by Crack-Tip Blunting, J. Mech. Phys. Solids, Vol. 52, 2004, pp. 2149-2166.
- Tvergaard, V., Overload Effects in Fatigue Crack Growth by Crack-Tip Blunting, Int. J. Fatigue, Vol. 27, 2005, pp. 1389-1397.
- Lei, Y., Finite Element Crack Closure Analysis of a Compact Tension Specimen, Int. J. Fatigue, Vol. 30, 2008, pp. 21-31.
- Lynn, A.K., DuQuesnay, D.L., Computer Simulation of Variable Amplitude Fatigue Crack Initiation Behaviour Using a New Strain-Based Cumulative Damage Model, Int. J. Fatigue, Vol. 24, 2002, pp. 977-986.
- Nguyen, O., Repetto, E., Ortiz, M., Radovitzky, R., A Cohesive Model of Fatigue Crack Growth, Int. J. Fract., Vol. 110, 2001, pp. 351-369.
- Chalant, G., Remy, L., Model of Fatigue Crack Propagation by Damage Accumulation at the Crack Tip, Eng. Fract. Mech., Vol. 18, 1983, pp. 939-952.
- Chan, K.S., Lankford, J., A Crack Tip Strain Model for the Growth of Small Fatigue Cracks, Scripta Metall., Vol. 17, 1983, pp. 529-532.
- Fan, F., Kalnaus, S., Jiang, Y., Modelling of Fatigue Crack Growth of Stainless Steel 304L, Mech. of Mater., Vol. 40, 2008, pp. 961-973.
- Hurtley, P.J., Evans, W.J., A New Method for Predicting Fatigue Crack Propagation Rates, Mater. Sci. Eng., Vol. A466, 2007, pp. 265-273.
- 31. Laird, C., Smith, G. C., Crack Propagation in High Stress Fatigue, Phil. Mag., Vol. 8, 1962, pp. 847-857.
- Pelloux, R.M.N., Crack Extension by Alternating Shear, Eng. Fract. Mech., Vol. 1, 1970, pp. 697-704.
- Neumann, P., New Experiments Concerning the Slip Process at Propagating Fatigue Cracks, Acta Metall., Vol. 22, 1974, pp. 1155-1165.
- Suresh S., *Fatigue of Materials*, Cambridge University Press, Cambridge, 1991. p. 617.
- Toribio, J., Kharin, V., Role of Plasticity-Induced Crack Closure in Fatigue Crack Growth. Frattura ed Integrità Strutturale, Vol. 7, 2013, pp.130-137.
- Kanninen, M.F., Popelar, C.H., Advanced Fracture Mechanics, Oxford University Press, New York, 1985.
- Handerhan, K. J., Garrison, W. M., Jr., A Study of Crack Tip Blunting and The Influence of Blunting Behavior on the Fracture Toughness of Ultra High Strength Steels, Acta Metall. Mater., Vol. 40, 1992, pp. 1337-1355.
- McMeeking, R.M., Finite Deformation Analysis of Crack Tip Opening in Elastic-Plastic Materials and Implications for Fracture, J. Mech. Phys. Solids, Vol 25, 1977, pp. 357-381.

- Needleman, A., Tvergaard, V., Crack-Tip Stress and Deformation Fields in a Solid With Vertex on its Yield Surface, *Elastic-Plastic Fracture: Second Symposium Vol. 1 — Inelastic Crack Analysis, ASTM STP 803*, C.F. Shih, J.P. Gudas, Eds., ASTM International, 1983, p. 80.
- Rice, J.R., McMeeking, R.M, Parks, D.M., Sorensen, E.P., Recent Finite Element Studies in Plasticity and Fracture Mechanics Comput. Meth. Applied Mech. Eng., Vol. 17/18, 1979, pp. 411-442.
- Toribio, J., Kharin, V. Plasticity-Induced Crack Closure: A Contribution to the Debate. European Journal of Mechanics-A/Solids, Vol. 30, 2011, pp. 105-112.
- Toribio, J., Kharin, V., Simulations of Fatigue Crack Growth by Blunting–Re-Sharpening: Plasticity Induced Crack Closure vs. Alternative Controlling Variables. Int. J. Fatigue, Vol. 50, 2013, pp. 72-82.
- Toribio, J., Kharin, V., Comments on Simulations of Fatigue Crack Propagation by Blunting and Resharpening: The Mesh Sensitivity, Int. J. Fract., Vol. 140, 2006, pp. 285-292.
- 44. Hill, R., Acceleration waves in solids, J. Mech. Phys. Solids, Vol. 10, 1962, pp. 1-16.
- Rice, J.R., 1977, The Localization of Plastic Deformation, Theoretical and Applied Mechanics, North-Holland, Amsterdam, 1977, pp. 207-220.
- Croft, M., Zhong, Z., Jisrawi, N., Zakharchenko, I., Holtz, R.L., Skaritka, J., Fast, T., Sadananda, K., Lakshmipathy, M., Tsakalakos, T. Strain Profiling of Fatigue Crack Overload Effects Using Energy Dispersive X-Ray Diffraction, Int. J. Fatigue, Vol. 27, 2005, pp. 1408-1419.
- Jankó, F., Papp Vancsó, J., Móricz, N., Is Climate Change Controversy Good for Science? IPCC and Contrarian Reports in the Light of Bibliometrics. Scientometrics, Vol. 112, 2017, pp.1745-1759.
- Kozák, J.A., Climate Change and Myth. In *Handbook* of *Philosophy of Climate*. Springer International Publishing, 2023, pp. 1-14.
- 49. Bauer, H.H., *The Enigma of Loch Ness: Making Sense of a Mystery*. University of Illinois Press, 1986.
- 50. Even, P., Debré, B., *La vérité sur le cholestérol*. Cherche Midi. 2013
- 51. Carroll, L., *Alice's Adventures in Wonderland*. Lerner Publishing Group, 2014.
- 52. Carroll, L., *Through the looking glass and what Alice found there*. Penguin, 2010
- 53. Orwell, G., 1984-George Orwell. Harrap's, 2021.
- 54. Klemperer, V., LTI Lingua Tertii Imperii: Notizbuch eines Philologen. Reclam, 1968.
- 55. Astiz, C. El proyecto Soros y la alianza entre la *izquierda y el gran capital*. Libros Libres, 2020.

IMPLEMENTACIÓN DE UNA TÉCNICA DE CONTROL POR LONGITUD DE GRIETA EN PROBLEMAS MICROMECÁNICOS DE FRACTURA CON UN MODELO DE CAMPO DE FASE

P. Aranda¹, J. Segurado^{2,1}

¹Departamento de Ciencia de Materiales, E.T.S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, Universidad Politécnica de Madrid, C/ Profesor Aranguren s/n, 28040 Madrid, España. E-mail: jsegurado@mater.upm.es

> ²IMDEA Materials Institute, C/ Eric Kandel 2,
> 28906, Getafe, Madrid, España.

RESUMEN

La propagación de grietas bajo carga o desplazamiento monotonos es en numerosas ocasiones inestable. En la simulación de estos casos mediante el modelo de fractura por campo de fases, esta inestabilidad se traduce en mala convergencia o divergencia del método, o en el caso de usar algoritmos robustos de tipo escalonado, en la obtención de *saltos* en la evolución de las fisuras. En este trabajo se propone un método novedoso para controlar el proceso de carga imponiendo la longitud de grieta para simular de forma controlada su crecimiento. Este método resulta especialmente útil en la simulación de grietas en la microestructura, con lo que se desarrolla su implementación tanto en elementos finitos como en un marco de homogeneización basado en FFT.

Palabras Clave: Phase-Field Fracture, Fractura, Algoritmos FFT, Técnicas de control numérico.

ABSTRACT

The propagation of cracks under monotonous loads or displacements is often unstable. In the simulation of these cases using phase field fracture, this instability translates into poor convergence or divergence or, in the case of using robust staggered algorithms, in the presence of *jumps* in the evolution of the cracks. In this work, a novel method is proposed to control the loading process by prescribing the crack length to simulate its growth in a controlled way. This method is particularly useful in the simulation of cracks in the microstructure, thus its implementation is proposed for both finite elements and a homogenization framework based on the FFT.

1. INTRODUCCIÓN

En los últimos años se han realizado grandes avances en el campo de la modelización de la fractura micromecánica de materiales, mediante el uso modelos numéricos de fractura discreta o daño continuo en la resolución numérica del problema mecánico en un volumen representativo de la microestructura. Los modelos de fisura, como X-FEM o modelos cohesivos [1], permiten la modelización de las discontinuidades creadas por grietas pero están desarrollados para su uso específico en el método de elementos finitos (FEM). Por otra parte, los modelos de daño continuo, como los modelos de Gurson o Lemaitre, al representar un daño difuso no requieren de su implementación especifica en FEM y pueden usarse en métodos numéricos alternativos. Sin embargo, estos modelos requieren una regularización mediante una aproximación no-local para evitar su dependencia patológica con el tamaño de malla [2]. Una alternativa interesante que contiene ingredientes de ambos tipos de modelos es el modelo de rotura de campo de fase, "Phase-Field Fracture" (PFF). Este modelo de formulación variacional fue desarrollado a partir del trabajo seminal de Francfort y Marigo [3] y Miehe [4]. En el modelo de PFF las fisuras se representan de mediante un campo continuo localizado alrededor de la fisura real cuya evolución depende directamente de la minimización de la energía del material yal no estar basado en tecnología de elementos, permite su implementación en cualquier código numérico de problemas de contorno. En particular el modelo resulta ideal para su implementación en métodos basados en la transformada rápida de Fourier (FFT) [5]. Este tipo de métodos han ganado gran difusión en la última década ya que resultan óptimos para su aplicación en problemas micromécanicos, caracterizados por dominios heterogéneos muy complejos y condiciones de contorno periódicas. Sus ventajas para este tipo de problemas residen en una alta eficiencia computacional -el coste del método con el numero de grados de libertad n es $n \log n$ — la no necesidad de mallado y la incorporación de forma natural de las condiciones de contorno periódicas. El modelo de PFF ya ha sido implementado con éxito en métodos basados en la FFT, como los métodos propuestos por Chen et al. [6] o Ernestini et al. [7]. También se ha extendido el modelo para la resolución de problemas de fatiga elastoplástica, como el trabajo de Lucarini et al. [8].

El modelo PFF se resuelve de forma común mediante esquemas escalonados ("staggered") con control por desplazamiento [4]. Estos esquemas de control son útiles en situaciones de fractura estable, donde la deformación media es estrictamente creciente. Sin embargo, en casos de fractura inestable se requiere un gran número de iteraciones para completar el proceso de fractura, [9], lo que puede conducir a problemas de divergencia. Además, estos esquemas no son capaces de capturar el proceso completo de crecimiento de la fractura, caracterizado por un comportamiento conocido como "snap-back", en el que los puntos de equilibrio siguen una trayectoria donde la tensión y la deformación media pueden disminuir simultáneamente.

Una alternativa al control por desplazamiento es el control por la energía disipada por la grieta, ya que por la segunda ley de la termodinámica esta variación debe ser estrictamente creciente durante cualquier proceso de fractura. Por ello se han propuesto, dentro del ámbito de elementos finitos, algunos métodos de control por disipación de energía, desarrollados a partir del trabajo seminal de Carpinteri et al [10] Dentro de esta linea, algunos trabajos más actuales también utilizan esquemas similares, como el propuesto por de Borst et al [11] donde se utiliza el método "Arc-length" para capturar el comportamiento snap-back en casos comparativos entre PFF-MEM, o el de Segurado et al [1] donde se desarrollan elementos cohesivos-disipativos modificados y controlados por apertura de la boca de grieta (CMOD) en MEF para predecir la fractura por descohesión en materiales compuestos. Sin embargo, no existen métodos específicos que puedan ser empleados para el control de longitud de fisura (equivalente a control de energía disipada) en PFF en marcos numéricos basados en la FFT.

En este trabajo, se propone una implementación general de un modelo "Phase-Field Fracture" en un marco FFT con un modelo de control por disipación de energía. Primero se presenta el modelo de PFF y su implementación basada en la FFT, tanto en control por deformación como de control por energía. A continuación, se muestran resultados que comparan la respuesta de ambos tipos de control. Además, el modelo se valida mediante casos de MEF controlados por disipación de energía. Por último, se presentan simulaciones complejas de fisuras en geometrías 2D y 3D para mostrar las capacidades del método desarrollado.

2. MODELOS

2.1. Modelo PFF con control por deformación

En el modelo de PFF la fisura es representada mediante un campo escalar continuo ϕ , que varía entre 0 (material no dañado) y 1 (material totalmente dañado) que permite representar la grieta de forma suave y continua (Fig. 1). El problema de fractura se plantea como un problema variacional que implica encontrar campo de daño ϕ y el campo de deformación ε que minimizen el funcional Ψ bajo unas condiciones de carga externa dadas,

$$\Psi(\vec{u},\phi) = \int_{\Omega} \psi_e + G_c \gamma_f(\phi) \mathrm{d}\Omega - \Pi_M, \qquad (1)$$

donde ψ_e es la densidad de energía elástica, G_c es la energía crítica de fractura del material, γ_f el funcional que representa la grieta y Π_M el trabajo de cargas externas. La energía elástica se puede descomponer en sus partes positiva $\psi_o^+(\varepsilon)$ y negativa $\psi_o^-(\varepsilon)$ para evitar fisuración bajo compresión [12],

$$\psi_e = g(\phi)\psi_o^+(\varepsilon) + \psi_o^-(\varepsilon). \tag{2}$$



Figura 1: Representación de la grieta mediante Phase-Field fracture.

La degradación se representa con la función $g(\phi),$ que suele tomarse como

$$g(\phi) = (1 - \phi)^2 - k$$
 (3)

donde k es una constante numérica cercana a cero [4]. La función $\gamma_f(\phi)$ dentro de la Eq.(1), representa las características geométricas de la grieta y su integral en el dominio define la superficie total de grieta en 3D o la longitud de grieta en 2D

$$\Gamma(\phi) = \int_{\Omega} \gamma_f d\Omega = \int_{\Omega} \frac{1}{2l} \phi^2 + \frac{l}{2} \nabla \phi \cdot \nabla \phi d\Omega \qquad (4)$$

donde l es un parámetro numérico que define el ancho de la zona donde se localiza la grieta y que para una grieta real debería tender a 0. La minimización del funcional Ψ conduce, por diferenciación, al sistema de ecuaciones diferenciales (5)a y (5)b. En un dominio aislado, el trabajo externo se introduce mediante desplazamientos o tensiones impuestos en la frontera, sin embargo en el ámbito de la micromecánica la imposición de la deformación media es más adecuada debido a la presencia natural de condiciones de contorno periódicas. En este caso, el trabajo externo de la Eq. (1) se expresa como $\Pi_M = \boldsymbol{E}_M \boldsymbol{\Sigma}_M$ donde la deformación macroscópica E_M y la tensión macroscópica Σ_M se definen mediante las condiciones de Hill-Mandel. La deformación macroscópica impuesta viene dada así por una ecuación adicional ((5)c) que impone la restricción para controlar la simulación,

$$\nabla \cdot \left(g \frac{\partial \psi_o^+}{\partial \varepsilon} + \frac{\partial \psi_o^-}{\partial \varepsilon} \right) = \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} = 0$$
 (5a)

$$g'(\phi)\psi_o^+ + G_c\gamma'_f(\phi) = 0$$
 (5b)

$$\boldsymbol{E}_{M} = \tau(t) \frac{1}{\Omega} \int_{\Omega} \boldsymbol{\varepsilon} d\Omega.$$
 (5c)

Las funciones γ'_f y g' son las derivadas respecto al daño de la densidad de grieta en el funcional del campo de fase (Eq. (4)) y la función de degradación (Eq. (3)), respectivamente. Finalmente, la función $\tau(t)$ es una función adimensional que define el nivel deformación macroscópica E_M en función del tiempo.

Las ecuaciones (5) corresponden a un problema sin condición de irreversibilidad. Para incluir esta condición, el campo de energía ψ_o^+ de la Eq. (5)b se sustituye por una variable de historia \mathcal{H} [4] correspondiente a la energía ψ_o^+ local máxima de todo el proceso de deformación:

$$\mathcal{H} = max(\psi_o^+, \mathcal{H}_{n-1}) \tag{6}$$

donde \mathcal{H}_{n-1} representa el valor histórico obtenido en el último paso de tiempo.

2.2. Modelo PFF con control por largo de grieta

El modelo de control por deformación media es particularmente útil en situaciones de fractura estable, donde es posible asegurar que la función $\tau(t)$ de la Eq. (5)c sea estrictamente creciente. Sin embargo, en fractura inestable durante el crecimiento de grieta los campos de deformación media y tensión media cambian constantemente y no siempre de forma monótona. Alternativamente, el método propuesto utiliza la función de energía disipada, representada por $G_c\Gamma$, para establecer al largo de grieta como control de la simulación. Dicho funcional se puede imponer como función del tiempo y resolver los campos completos de deformación y daño compatibles con dicho valor en cada paso del cálculo. Esto implica que la deformación macroscópica E_M pasa a ser ahora también una incógnita.

En un problema micromecánico es útil utilizar la descomposición del tensor de deformación en su parte fluctuante y media, $\varepsilon = \tilde{\varepsilon} + fE$, donde fE es el campo medio del campo de deformación con E como su módulo escalar y f un tensor adimensional que permite definir la proporcionalidad entre las componentes de la deformación media. El campo tensorial $\tilde{\varepsilon}$ es la parte microscópica o fluctuante del campo de deformación que cumple la condición $\int_{\Omega} \tilde{\varepsilon} d\Omega = 0$, lo que implica que $E_M = fE$ En este trabajo se emplea una estrategia similar a la utilizada en [1] para aplicar el control, en la que el tensor de control E_M se considera ahora una incógnita como el campo medio fE y se sustituye por una nueva ecuación de restricción como se indica en la Eq. (7).

$$\nabla \cdot (\mathbb{C} : \widetilde{\boldsymbol{\varepsilon}} + \mathbb{C} : \boldsymbol{f} \boldsymbol{E}) = 0 \tag{7a}$$

$$g'\psi_o^+ + G_c\gamma_f'(\phi) = 0 \tag{7b}$$

$$\int_{\Omega} G_c \gamma_f d\Omega = \tau(t), \tag{7c}$$

Nótese que la Eq. (5)a se sustituye por la Eq. (7)a donde la tensión se define de forma general para un material anisótropo lineal como $\boldsymbol{\sigma} = \mathbb{C} : (\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}} + \boldsymbol{f} E)$. El tensor \mathbb{C} representa la rigidez elástica real del material y se calcula con la definición positiva/negativa de la tensión en la Eq. (5)a como en [9]:

$$\mathbb{C} = g(\phi) \frac{\partial^2 \psi_o^+}{\partial \varepsilon^2} + \frac{\partial^2 \psi_o^-}{\partial \varepsilon^2}.$$
(8)

Como antes, la función $\tau(t)$ se establece como una rampa lineal respecto al tiempo para utilizar como control la energía de disipación estrictamente creciente. Esto implica que en cada tiempo se obtendrá una tasa de crecimiento de grieta constante.

3. IMPLEMENTACIÓN NUMÉRICA

3.1. Método basado en FFT para PFF con control por deformación

Los modelos descritos en la sección anterior son implementados en el código FFTMAD [5]. Para el caso del control por deformación se utiliza un esquema escalonado implícito [4], el cual resuelve primero la Eq. (5)a para ε y luego la Eq. (5)b para ϕ .

Aunque el material sin daño sea elástico lineal, la descomposición de la energía convierte la ecuación de equilibrio en un problema no-lineal, por lo que se resuelve con un esquema de Newton-Raphson, usando la linealización $\sigma_{i+1} = \mathbb{C}_i : \Delta \varepsilon_i + \sigma_i$ donde *i* es la iteración de Newton-Rhapson. Para resolver dicho problema se usa el método de Fourier-Galerkin [13]. En este método, el espacio se divide en una malla regular de $n_x \times n_y \times n_z$ puntos y las funciones se discretizan mediante polinomios trigonométricos definidos por los valores del campo en dichos puntos. Esta discretización permite transformar la integral de Galerkin en un sistema de ecuaciones en $\mathbb{R}^{6n_x n_y n_z}$ definido por el siguiente operador lineal

$$\mathcal{F}^{-1}\left\{\widehat{\mathbb{G}}: \mathcal{F}\left\{\mathbb{C}_{i}: \Delta \widetilde{\varepsilon}_{i}\right\}\right\} = -\mathcal{F}^{-1}\left\{\widehat{\mathbb{G}}: \mathcal{F}\left\{\boldsymbol{\sigma}_{i}\right\}\right\},$$
(9)

donde G es la transformada de Fourier de un tensor proyector de cuarto orden, cuya expresión puede encontrarse en [13]. La Eq. (9) se resuelve con el método de gradiente conjugado siendo el campo discreto $\Delta \tilde{\varepsilon_i}$ la incógnita. En el sistema los campos ε_i, σ_i en cada iteración se obtiene por acumulación de $\Delta \tilde{\varepsilon}$ como se indica en la ecuaciones (10)a y (10)b. La rigidez elástica se define en la Eq. (10)c:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{i-1} = \boldsymbol{f}E + \sum_{k=0}^{i-1} \Delta \widetilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_k$$
 (10a)

$$\boldsymbol{\sigma}_{i} = \boldsymbol{\sigma}\left(\boldsymbol{\varepsilon}_{i-1}, \boldsymbol{\phi}^{n-1}\right) \tag{10b}$$

$$\mathbb{C}_i = \frac{\partial \boldsymbol{\sigma}_i}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_{i-1}}.$$
 (10c)

Una vez completado el problema mecánico, se resuelve el problema de daño. El operador diferencial lineal de la Eq. (11) se transforma sustituyendo las derivadas por su

163

definición en el espacio de Fourier. De esta forma, el problema se discretiza también mediante polinomios trigonométricos, resultando una ecuación lineal cuyas incógnitas son el valor del campo ϕ en cada punto

$$\left(\frac{G_c}{l} + 2\mathcal{H}\right)\phi - G_c l\mathcal{F}^{-1}\left[\vec{\xi} \cdot \vec{\xi}\hat{\phi}\right] = 2\mathcal{H},\qquad(11)$$

donde ξ es el vector frecuencia para un dominio 3D de Fourier. La Eq. (11) representa un conjunto de ecuaciones lineales definidas en $\mathbb{R}^{n_x n_y n_z}$ a resolver por el método del gradiente conjugado siendo el campo ϕ la incógnita. Las ecuaciones (9) y (11) se resuelven con criterios de convergencia basados en errores relativos de las variables $\tilde{\epsilon}$ y ϕ . De igual forma, el proceso escalonado se considera convergido cuando el máximo de las variaciones en estas variables es suficientemente pequeño

$$err_{sta} = max\left(\frac{||\boldsymbol{\varepsilon}_s - \boldsymbol{\varepsilon}_{s-1}||}{||\boldsymbol{\varepsilon}_s||}, \frac{||\boldsymbol{\phi}_s - \boldsymbol{\phi}_{s-1}||}{||\boldsymbol{\phi}_s||}\right), \quad (12)$$

donde s corresponde a una iteración del proceso escalonado.

3.2. Método basado en FFT para PFF con control por longitud de grieta

La implementación del control por longitud de grieta está basada en una aproximación monolítica, y se detalla a continuación particularizada para el método basado en FFT. Partiendo del sistema de ecuaciones (7), se definen los residuos F(q) para el esquema Newton-Raphson donde q es el conjunto de incógnitas $q = \{\tilde{\varepsilon}, \phi, E\}$.

$$F_{1}(q) = \mathcal{F}^{-1} \left\{ \widehat{\mathbb{G}} : \mathcal{F} \left[\mathbb{C} : \widetilde{\boldsymbol{\varepsilon}} + \mathbb{C} : \boldsymbol{f} E \right] \right\}$$

$$F_{2}(q) = g' \mathcal{H}(\phi) + G_{c} \gamma_{f}'(\phi)$$

$$F_{3}(q) = \int_{\Omega} G_{c} \gamma_{f} d\Omega - \tau(t), \qquad (13a)$$

Obsérvese que F_1 se ha escrito en la forma Fourier-Galerkin y el Laplaciano γ'_f en la función F_2 se estableció en la Eq. (11). El sistema no lineal puede resolverse por Newton-Raphson y para ello se hace una linealización de F(q) respecto a q [14] [9], considerando las correspondientes variaciones infinitesimales de las incógnitas $\Delta q = \{\Delta \tilde{\varepsilon}, \Delta \phi, \Delta E\}$. Dada una iteración i, el sistema lineal a resolver viene dado por

$$[\Delta F(q_{i-1}, \Delta q_i)] = -\{F(q_{i-1}, \tau)\},$$
 (14)

donde las variaciones del residuo vienen dadas por la Eq. (15)

$$\Delta F_{1}(q,\Delta q) = \mathcal{F}^{-1} \left\{ \widehat{\mathbb{G}}: \mathcal{F} \left[\mathbb{C}: \Delta \widetilde{\boldsymbol{\varepsilon}} + g'(\phi) \frac{\partial \psi_{\sigma}^{+}}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}} \Delta \phi + \mathbb{C}: \boldsymbol{f} \Delta E \right] \right\}$$

$$\Delta F_{2}(q,\Delta q) = g'(\phi) \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}}: (\Delta \widetilde{\boldsymbol{\varepsilon}} + \boldsymbol{f} \Delta E) + \left(\frac{G_{c}}{l} + 2\mathcal{H}(\phi) \right) \Delta \phi - G_{c} l \nabla^{2} \Delta \phi$$

$$\Delta F_{3}(q,\Delta q) = \int_{\Omega} \left[\frac{G_{c}}{l} \phi - G_{c} l \nabla^{2} \phi \right] \Delta \phi d\Omega \qquad (15)$$

Las ecuaciones (14) forman un sistema de ecuaciones lineales en un espacio $\mathbb{R}^{7(n_x n_y n_z)+1}$ definidas por un operador lineal no simétrico. Para resolver este sistema de forma iterativa y sin necesidad de formar la matriz del sistema se emplea el método de gradiente Bi-conjugado estabilizado.

En cada paso de tiempo se define un parámetro τ específico que define la longitud de grieta a alcanzar y la resolución se realiza considerando el conjunto q_{i-1} de la última iteración, que se obtiene de la acumulación sucesiva del conjunto Δq_i . El criterio de convergencia es similar a la Eq. (12), donde el máximo de los errores definidos en cada ecuación F para cada incógnita en q se calcula como en la Eq. (16):

$$err = max\left(\frac{E_i}{||\boldsymbol{\varepsilon}_i||}, \frac{||\Delta\phi_i||}{||\phi_i||}, \frac{G_c\Gamma_i - \tau_i}{\tau_i}\right).$$
(16)

Las definiciones de \mathbb{C} , \mathbb{G} y ψ_o^+ son las mismas que las del método de control de deformación y la derivada de la historia de la Eq. (15)b es definida a trozos:

$$\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \varepsilon} = \begin{cases} 0 & \text{if } \psi_o^+ \leq \mathcal{H} \\ \frac{\partial \psi_o^+}{\partial \varepsilon} & \text{if } \psi_o^+ > \mathcal{H}, \end{cases}$$
(17)

donde $\partial \psi_o^+ / \partial \varepsilon$ puede entenderse como la parte positiva no dañada del campo tensorial de tensiones [4].

4. **RESULTADOS**

4.1. Condiciones de carga y parámetros de material

Los dos modelos de control implementados se usan para realizar simulaciones de tracción unidimensionales en diferentes geometrías. La deformación aplicada es uniaxial en la dirección vetical, E_{M22} con $E_{Mij\neq22} = 0$. Para el control en longitud de grieta, el parámetro τ que controla dicha longitud se define de forma proporcional al tiempo y E_{M22} es una incógnita del problema que se distingue de otras componentes imponiendo $f_{22} = 1$ y $f_{ij\neq22} = 0$. En los casos de control por deformación, la deformación macroscópica en la dirección de interés se impone de forma proporcional a dicho parámetro $E_{M22} = \tau$. Los materiales elásticos empleados tienen las propiedades de la tabla 1, donde se describen los dos materiales empleados para representar la matriz y el vacío con el que se representarán las fisuras iniciales.

	Matriz	Vacío
$E_{Young}[GPa]$	20.8	1e-8
ν	0.3	0.4
$G_c[J/m^2]$	2700	-

Tabla 1: Parámetros de los materiales

En cuanto a las propiedades del modelo de PFF, todos los casos se realizaron con una energía de fractura G_c de 2700 J/m². El parámetro *l* se define como el doble del tamaño de discretización de cada caso, valor mínimo recomendado en [4] para una correcta representación del campo ϕ en el entorno de la grieta.

4.2. Comparación con modelo MEF

Para validar el comportamiento mecánico del modelo de control por longitud de grieta, se comparan los resultados de FFT con la implementación descrita en las secciones anteriores con la adaptación del método de control en elementos finitos para elementos cohesivos propuesto en [1] al problema de PFF. La geometría del caso analizado, así como las condiciones de contorno para cada método se detallan en la Fig. 2,



Figura 2: Geometrías y restricciones para FEM y FFT.

Para el modelo MEF (Fig. 2) se aplican dos condiciones de contorno de simetría en los bordes inferior e izquierdo. La deformación media \mathbf{E}_{M22} se impone mediante un desplazamiento constante de la cara superior, aplicado en un nodo maestro con desplazamiento \vec{U}_L y ligado al resto de los nodos de la linea por restricciones multipunto. La fisura se emula con una región con las propiedades del material vacío de la tabla 1. El modelo de FFT corresponde a la probeta completa y para considerar la deformación horizontal libre de restricciones, se colocan dos bandas del material vacío en los bordes izquierdo y derecho como se indica en la Fig. 2a. Teniendo en cuenta el f seleccionado, esta representación es equivalente a las condiciones de deformación plana adecuadas para la comparación con simulaciones FEM en 2D. En ambos casos la grieta inicial se corresponde realmente con una entalla definida como una región estrecha de material de rigidez nula. Las discretizaciones de los dos modelos son equivalentes, siendo por tanto el tamaño de los elementos finitos la mitad que la distancia entre puntos de Fourier, así el espesor de la grieta inicial en el modelo FFT se corresponde en MEF a 1 elemento. Se resuelven casos con 39x39 vóxeles, 129x129 vóxeles y sus casos equivalentes en el MEF para demostrar la convergencia de los dos tipos de control. La respuesta mecánica para ambos casos se describe en la Fig. 3a y los campos de daños y tensiones se representan en la Fig. 3b para el punto indicado con el número (2) en la Fig. 3a.

El proceso de fractura sigue tres pasos principales, que se indican con números en la Fig. 3a para el caso de 129x129 voxels. En el paso (1) se inicia el crecimiento de la grieta y se observa la respuesta snap-back tras una alta concentración de tensiones. Durante el paso (2), esta concentración de tensión perdura en la punta de la grieta como se observa en la Fig. 3b. El paso (3) representa el final del proceso de fractura. También se observa en la

Fig. 3a que la diferencia entre los dos modelos es menor con una discretización más fina. Para el caso de 129x129 voxels, los pasos 1 y 2 están bien representados y son prácticamente coincidentes, pero se pueden observar pequeñas diferencias en la respuesta para el paso 3. Esto podría deberse a diferencias inherentes entre los modelos de FFT y FEM cuando la grieta está muy cercana a los bordes de la probeta.



Figura 3: Comparación entre campos de daño y tensión entre simulaciones con el modelo en MEF y FFT.

4.3. Comparación con control en desplazamiento

En este apartado se analiza la equivalencia de los dos tipos de control en los casos de fractura estable, que deberían ser representados de forma exacta por ambos métodos. Los casos analizados corresponden a tensión unidimensional en la dirección vertical usando la placa de la Fig. 4c, con las condiciones descritas en la sección 4.1. Para controlar la estabilidad de la propagación se variará la relación A/B de la Fig. 4c, ya que la solución de fractura elástica lineal de un panel con grieta central predice un crecimiento estable para una relación A/B suficientemente pequeña. Se simulan los casos A/B = 1 y A/B = 0,3 usando modelos de 1x243x243 y 1x81x243 voxels respectivamente.



Figura 4: Comparación de la respuesta entre control por deformación y control largo de grieta.

En los resultados de la Fig. 4 puede observarse que ambos modelos predicen evoluciones de tensión frente a deformación equivalentes superpuestas las zonas zonas donde la propagación es estable.

5. CONCLUSIONES

Se ha desarrollado una metodología novedosa para el control de simulaciones de fractura de campo de fases imponiendo un crecimiento de grieta prescrito. El método propuesto se ha particularizado para elementos finitos y un marco de homogenización computacional basado en la FFT y especialmente adecuado por su eficiencia computacional para la simulación micromecánica de medios heterogéneos. Se ha mostrado que el método propuesto es capaz de resolver de forma monótona el crecimiento de casos altamente inestables y que la solución para las regiones de crecimiento estable es idéntica a la de control clásico por desplazamiento. Además se ha comprobado que en los casos abordables por elementos finitos la solución obtenida por este método y por FFT son totalmente equivalentes

AGRADECIMIENTOS

Se agradece el apoyo del programa de doctorado BE-CAS CHILE 2020-72210273 de la Agencia Nacional de Investigación y Desarrollo de Chile, a la Vicerrectoría de Investigación Desarrollo e Innovación de la Universidad de Santiago de Chile y a la financiación de la Universidad Politécnica de Madrid a través del proyecto REM20431JSE.

REFERENCIAS

- [1] Javier Segurado and Javier LLorca. A new threedimensional interface finite element to simulate fracture in composites. *International journal of solids and structures*, 41(11-12):2977–2993, 2004.
- [2] M. Magri, S. Lucarini, G. Lemoine, L. Adam, and J. Segurado. An FFT framework for simulating non-local ductile failure in heterogeneous materials. *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, 380:113759, 2021.
- [3] G.A. Francfort and J.J. Marigo. Revisiting brittle fracture as an energy minimization problem. J MECH PHYS SOLIDS, 46:1319–1342, 1998.
- [4] C. Miehe, F. Welschinger, and M. Hofacker. Thermodynamically consistent phase-field models of fracture: Variational principles and multi-field fe

implementations. *INT J NUMER METH ENG*, 83(10):1273–1311, 2010.

- [5] Sergio Lucarini, Manas V Upadhyay, and Javier Segurado. Fft based approaches in micromechanics: fundamentals, methods and applications. *Modelling* and Simulation in Materials Science and Engineering, 30(2):023002, 2021.
- [6] Yang Chen, Dmytro Vasiukov, Lionel Gélébart, and Chung Hae Park. A fft solver for variational phase-field modeling of brittle fracture. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 349:167–190, 2019.
- [7] F. Ernesti, M. Schneider, and T. Böhlke. Fast implicit solvers for phase-field fracture problems on heterogeneous microstructures. *COMPUT METHODS IN APPL MECH ENG*, 363:112793, 2020.
- [8] Sergio Lucarini, Fionn PE Dunne, and Emilio Martínez-Pañeda. An fft-based crystal plasticity phase-field model for micromechanical fatigue cracking based on the stored energy density. *International Journal of Fatigue*, 172:107670, 2023.
- [9] Tymofiy Gerasimov and Laura De Lorenzis. A line search assisted monolithic approach for phase-field computing of brittle fracture. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 312:276–303, 2016.
- [10] Alberto Carpinteri and Giovanni Colombo. Numerical analysis of catastrophic softening behaviour (snap-back instability). *Computers Structures*, 31(4):607–636, 1989.
- [11] R. de Borst and C.V. Verhoosel. Gradient damage vs phase-field approaches for fracture: Similarities and differences. *COMPUT METHOD APPL M*, 312:78 – 94, 2016. Phase Field Approaches to Fracture.
- [12] Marreddy Ambati, Tymofiy Gerasimov, and Laura De Lorenzis. Phase-field modeling of ductile fracture. *Computational Mechanics*, 55, 04 2015.
- [13] J. Vondřejc, J. Zeman, and I. Marek. An FFTbased galerkin method for homogenization of periodic media. *COMPUT MATH APPL*, 68(3):156 – 173, 2014.
- [14] Patrick Farrell and Corrado Maurini. Linear and nonlinear solvers for variational phase-field models of brittle fracture. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 109(5):648–667, 2017.

EFECTO DEL ACOPLAMIENTO ELECTRO-ELÁSTICO EN LAS PROPIEDADES EFECTIVAS DE POLICRISTALES TEXTURIZADOS: NUEVAS ESTIMACIONES BASADAS EN MEDIAS GEOMÉTRICAS

Julieta L. Buroni^a, Federico C. Buroni^{b,*}

 ^aDepartment of Continuum Mechanics and Structural Analysis, Universidad de Sevilla. Camino de los Descubrimientos s/n , Seville E-41092, Spain
 ^bDepartment of Mechanical Engineering and Manufacturing, Universidad de Sevilla. Camino de los Descubrimientos s/n , Seville E-41092, Spain

RESUMEN

En la evaluación y modelado de daño en materiales policristalinos texturizados, de gran importancia para diversas aplicaciones tecnológicas, es fundamental lograr una estimación precisa de las propiedades físicas efectivas. Este trabajo presenta un enfoque semi-analítico para estimar propiedades electro-mecánicas efectivas mediante un cálculo novedoso de la media geométrica. Nuestro modelo incorpora información detallada sobre las propiedades piezoeléctricas de los cristales individuales, integrando al análisis la textura cristalina a través de los coeficientes de textura. Proporcionamos un análisis exhaustivo del efecto del acoplamiento electro-mecánico en los cristalitos. Resulta relevante señalar que esta investigación es la primera en presentar la aplicación de medias geométricas en policristales piezoeléctricos. La integración potencial de este modelo en herramientas existentes para el análisis de daños y fatiga podría mejorar significativamente sus capacidades predictivas.

ABSTRACT

In the assessment and modeling of damage to polycrystalline textured materials, which are very important for various technological applications, accurate estimates of effective physical properties are essential. This work presents a semianalytical approach to estimates electro-mechanical effective properties through a new geometric mean calculation. Our model incorporates detailed information on the piezoelectric properties of individual crystals, integrating crystalline texture into the analysis through texture coefficients. We provide an in-depth analysis of the electromechanical coupling effects in crystallites. It is important to note that this research is the first to present the application of geometric means in the analysis of piezoelectric polycrystalline materials. The potential integration of this model into existing tools in damage and fatigue analysis could significantly improve their predictive capabilities.

PALABRAS CLAVE: Funciones Esféricas Armónicas Generalizadas, Función de Distribución de Orientaciones, Piezoelectricidad, cotas de Voigt-Reuss

1. INTRODUCCIÓN

La investigación y desarrollo de materiales avanzados constituye un pilar fundamental en el progreso tecnológico, especialmente en el ámbito de los materiales policristalinos piezoeléctricos, cuyas aplicaciones se extienden desde la recolección de energía hasta sensores y actuadores en sistemas electrónicos y mecánicos. La piezoelectricidad, el fenómeno mediante el cual estos materiales transforman la energía eléctrica en mecánica y viceversa, abre un camino prometedor hacia la innovación en dispositivos inteligentes y sistemas de recolección de energía [1, 2]. Contar con estimaciones precisas de las propiedades efectivas de los materiales policristalinos texturizados es crucial para la evaluación y modelado de daño. Sin embargo, lograr una caracterización precisa de estas propiedades es un desafío significativo, debido a la compleja distribución de los cristales dentro de su microestructura y al acoplamiento entre sus respuestas eléctricas y mecánicas.

El artículo se organiza de la siguiente manera: en la Sección 2 se introducen la notación y las ecuaciones constitutivas básicas de piezoelectricidad. Luego se introducen las representaciones extendidas para elasticidad y flexibilidad. En la Sección 3 se define el promedio geométrico, que en contraste a los usuales promedios de Voigt-Reuss, satisface la importante propiedad de inversión. Algunos resultados numéricos obtenidos sobre un policristal de BaTiO₃ con textura de fibra son mostrados en la Sección 4. Las conclusiones se presentan en la Sección 5.

En este contexto, el presente trabajo se centra en el desarrollo de un marco semi-analítico para la estimación de propiedades electro-mecánicas efectivas en materiales policristalinos piezoeléctricos, con un enfoque particular en la aplicación de medias geométricas para el análisis de estos materiales. El objetivo principal es superar las limitaciones de los métodos de promediado tradicionales, ofreciendo una herramienta más precisa y confiable.

^{*}Persona de contacto (fburoni@us.es)

2. ECUACIONES CONSTITUTIVAS

Para describir la respuesta de un material piezoeléctrico cuando es sometido a acciones mecánicas y eléctricas externas, de las 4 posibilidades, son de interés en este trabajo las siguientes ecuaciones constitutivas

$$\begin{pmatrix}
T_{ij} = c^D_{ijkl} S_{kl} - h_{kij} D_k \\
E_i = -h_{ikl} S_{kl} + \beta^S_{ik} D_k
\end{pmatrix},$$
(1)

$$\begin{cases} S_{ij} = s^E_{ijkl} T_{kl} + d_{kij} E_k \\ D_i = d_{ikl} T_{kl} + \varepsilon^T_{ik} E_k \end{cases},$$
(2)

donde T_{ij} y S_{ij} son las componentes de los tensores de tensión y deformación, respectivamente; c_{ijkl}^D , s_{ijkl}^E las componentes de los tensores de cuarto orden de elasticidad y flexibilidad, respectivamente, con los superíndices E y D indicando condiciones de campo eléctrico y desplazamiento eléctrico constantes. Las componentes de la permitividad y la impermitividad dieléctrica se simbolizan por ε_{ik}^T y β_{ik}^S , respectivamente, con las mediciones tomadas bajo tensión y deformación constantes, según sea el superíndice T o S, respectivamente. Los coeficientes de acoplamiento piezoeléctrico vienen dados por h_{kij} y d_{kij} . En las ecuaciones (1) y (2), como a lo largo de todo el trabajo, se asume la suma sobre índices repetidos. Los tensores de las constantes materiales muestran las siguientes condiciones de simetría

$$c_{ijkl}^{D} = c_{jikl}^{D} = c_{ijlk}^{D} = c_{klij}^{D}, \quad h_{kij} = h_{kji}, \quad \beta_{kl}^{S} = \beta_{lk}^{S}$$
 (3)

Las mismas condiciones se satisfacen para s_{ijkl}^E , d_{kij} y ε_{kl}^T . Además, la constante elástica y la permitividad dieléctrica son definidos positivos, i.e.

$$c_{ijkl}^{D}S_{ij}S_{kl} \ge 0, \forall S_{ij} = S_{ji},$$

$$y c_{ijkl}^{D}S_{ij}S_{kl} = 0 \Rightarrow S_{ij} = 0,$$

$$\varepsilon_{ij}^{T}E_{i}E_{j} \ge 0, \forall E_{i},$$

$$y \varepsilon_{ij}^{T}E_{i}E_{j} = 0 \Rightarrow E_{i} = 0.$$
(4)

Analogamente para s_{iikl}^E y β_{ii}^S .

Las ecuaciones constitutivas (1) y (2) se pueden expresar matricialmente como:

$$\widetilde{T} = \begin{pmatrix} T \\ E \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c^{D} & -h \\ -h^{t} & \beta^{S} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S \\ D \end{pmatrix} = \widetilde{C} \widetilde{S}, \quad (5)$$
$$\widetilde{S} = \begin{pmatrix} S \\ D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s^{E} & d \\ d^{t} & \varepsilon^{T} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T \\ E \end{pmatrix} = \widetilde{L} \widetilde{T}, \quad (6)$$

respectivamente, donde el superíndice *t* denota la matriz traspuesta. Con la contracción de índices de Voigt, i.e.,

$$11 \to 1, 22 \to 2, 33 \to 3, 23 \to 4, 13 \to 5, 12 \to 6,$$
(7)

 \tilde{T} y \tilde{S} son matrices extendidas de 9 × 1, formadas por las 6 componentes distintas de un tensor de segundo orden

y las de otro de primer orden. Las matrices extendidas de elasticidades \tilde{C} y de flexibilidades \tilde{L} son matrices de 9×9 , y se construyen a partir de las componentes de un tensor de orden 4 (c^D o s^E), uno de orden 3 (h o d) y otro de orden 2 (ε^T o β^S). Se puede observar, dadas las simetrías de los tensores intervinientes, que con esta configuración la matriz \tilde{C} es simétrica e inversible y $\tilde{L} =$ $(\tilde{C})^{-1}$, de donde se tienen las siguientes relaciones:

$$s^{E} = (c^{D})^{-1} + (c^{D})^{-1} h \left(\beta^{S} - h^{t} (c^{D})^{-1} h \right)^{-1} h^{t} (c^{D})^{-1},$$

$$d = (c^{D})^{-1} h \left(\beta^{S} - h^{t} (c^{D})^{-1} h \right)^{-1},$$

$$d^{t} = \left(\beta^{S} - h^{t} (c^{D})^{-1} h \right)^{-1} h^{t} (c^{D})^{-1},$$

$$\varepsilon^{T} = \left(\beta^{S} - h^{t} (c^{D})^{-1} h \right)^{-1}.$$
(8)

Debido a que las matrices de las ecuaciones (5) y (6) no transforman de acuerdo a la ley de transformación de tensores, resulta beneficioso extender la representación tensorial de segundo orden en 6 dimensiones, utilizada en elasticidad y conocida como representación de Kelvin, a una representación tensorial de segundo orden en 9 dimensiones la cual es aplicable al problema piezoelectrico. Así, se construye una base de dimensión 9, \hat{e}_{α} ($\alpha = 1...9$), a partir de una base Cartesiana en 3 dimensiones e_i (i = 1...3), de la siguiente manera:

$$\hat{e}_{1} = e_{1} \otimes e_{1}, \quad \hat{e}_{2} = e_{2} \otimes e_{2}, \quad \hat{e}_{3} = e_{3} \otimes e_{3}, \\
\hat{e}_{4} = \frac{1}{\sqrt{2}} (e_{2} \otimes e_{3} + e_{3} \otimes e_{2}), \\
\hat{e}_{5} = \frac{1}{\sqrt{2}} (e_{1} \otimes e_{3} + e_{3} \otimes e_{1}), \\
\hat{e}_{6} = \frac{1}{\sqrt{2}} (e_{1} \otimes e_{2} + e_{2} \otimes e_{1}), \\
\hat{e}_{7} = e_{1}, \quad \hat{e}_{8} = e_{2}, \quad \hat{e}_{9} = e_{3},$$
(9)

donde \otimes denota el producto diádico. Luego, la ecuación constitutiva (1) para un material que presenta simetría tetragonal 4*mm*, puede representarse en esta base como



o, en forma compacta,

$$\hat{T} = \hat{C}\hat{S}.$$
(11)

La matriz 9×9 de representación de \hat{C} (aquí denominado tensor de elasticidad extendido), es simétrico, definido positivo y con inversa $\hat{L} = \hat{C}^{-1}$, siendo \hat{L} la representación de Kelvin de la matriz \tilde{L} de ecuación (6) y denominado tensor de flexibilidad extendido. Para la simetría tetragonal 4*mm* considerada, tanto \hat{C} como \hat{L} tienen 11 entradas independientes (6 elásticas, 3 piezoeléctricas y 2 dieléctricas). La importancia del carácter tensorial de
la representación de arriba, en contraste con la usual representación matricial de Voigt, radica en que se conoce cómo es la transformación de las coordenadas. Así, las componentes de elasticidad extendida de \hat{C} fijo a un cristal se pueden expresar en el sistema de coordenadas global x_i (i = 1, 2, 3) de acuerdo a la ley de transformación para tensores de segundo orden

$$\hat{C}_{IJ}(\psi,\theta,\phi) = \hat{\Omega}_{IM}\hat{\Omega}_{JN}\hat{C}'_{MN} = \hat{\Omega}^{\otimes 2}_{IMJN}\hat{C}'_{MN}, \qquad (12)$$

con I, J, M y N tomando valores de 1 a 9, donde

$$\hat{\Omega} = \begin{pmatrix} u_{11}^{c} & u_{12}^{c} & u_{13}^{c} & \sqrt{2}u_{12}u_{13}^{c} & \sqrt{2}u_{11}u_{13}^{c} & \sqrt{2}u_{12}u_{13}^{c} & \sqrt{2}u_{13}u_{13}^{c} & u_{12}u_{13}^{c} & u_{12}u_{13}^{c} & \sqrt{2}u_{13}u_{13}^{c} & u_{12}u_{13}^{c} & u_{12}u_$$

es una matriz ortogonal propia de 9 dimensiones siendo Ω la transformación ortogonal en 3 dimensiones:

$$\Omega = \begin{pmatrix} \cos\psi\cos\theta\cos\phi - \sin\psi\sin\phi & -\cos\psi\cos\theta\sin\phi - \sin\psi\cos\phi & \cos\psi\sin\theta \\ \cos\psi\sin\phi + \sin\psi\cos\theta\cos\phi & \cos\psi\cos\phi - \sin\psi\cos\theta\sin\phi & \sin\psi\sin\theta \\ -\sin\theta\cos\phi & \sin\theta\sin\phi & \cos\theta \end{pmatrix}.$$
(14)

Ver Ref. [3] para la formulación en 6 dimensiones.

3. PROMEDIO GEOMÉTRICO

Las estimaciones más simples para las propiedades efectivas de un policristal se obtienen a través de los promedios de los tensores de las propiedades locales,

$$\begin{split} \langle \hat{C} \rangle^{V} &= 8\pi^{2} \int_{\mathrm{SO}(3)} \hat{C}(g) w(g) \mathrm{d}g, \\ \langle \hat{C} \rangle^{R} &= \left(8\pi^{2} \int_{\mathrm{SO}(3)} \hat{L}(g) w(g) \mathrm{d}g \right)^{-1} \qquad (15) \\ &= \left(\langle \hat{L} \rangle^{V} \right)^{-1}, \end{split}$$

donde la función de peso, $w : SO(3) \to \mathbb{R}_{\geq 0}$, es la denominada función de distribución de orientaciones (ODF, por sus siglas en inglés), SO(3) es el grupo especial ortogonal tridimensional el cual contiene todas las posibles orientaciones del cristal y dg es la medida normalizada de Haar de SO(3). En términos de la parametrización con ángulos de Euler (ψ, θ, φ), adoptando la definición utilizada por Roe [4], dg = $\frac{1}{8\pi^2} \sin \theta d\psi d\theta d\varphi$ y se tiene

$$8\pi^2 \int_{\mathrm{SO}(3)} w(\psi, \theta, \varphi) \sin \theta \mathrm{d}\psi \mathrm{d}\theta \mathrm{d}\varphi = 1.$$
(16)

Los superíndices V y R utilizados en (15) denotan los denominados promedio de Voigt y Reuss, respectivamente, muchas veces identificados como promedio aritmético y armónico. El primero toma el promedio orientacional sobre la elasticidad extendida de los cristales, mientras que el segundo lo hace sobre la flexibilidad extendida. Las expresiones analíticas para estas estimaciones han sido presentadas por Li ([5]) para cristales con simetría tetragonal 4*mm* y textura de fibra. En Buroni et al. ([6]) se tienen las expresiones analíticas del promedio de Voigt del tensor piezoeléctrico para todas las simetrías y cualquier textura. Sin embargo, estos promedios no satisfacen la invariancia por inversión, esto es, si $\hat{L} = \hat{C}^{-1}$, debe ser

$$\langle \hat{\boldsymbol{L}} \rangle = \langle \hat{\boldsymbol{C}}^{-1} \rangle = (\langle \hat{\boldsymbol{C}} \rangle)^{-1} = (\langle \hat{\boldsymbol{L}}^{-1} \rangle)^{-1}.$$
(17)

Una posible estimación de las propiedades efectivas donde se satisfaga la invariancia por inversión es a través del denominado promedio geométrico. Cabe aclarar que existen diferentes definiciones del promedio geométrico sobre el espacio de matrices simétricas definidas positivas. En este trabajo se sigue la definición utilizada por Matthies [7],[8] a través de las aplicaciones exponencial y logarítmica para matrices, por lo cual se encuentra muchas veces en la literatura como el promedio Log-Euclídeo. Se ha demostrado [9] que las propiedades efectivas de un material se encuentran acotadas superior e inferiormente por los promedios de Voigt y Reuss respectivamente. La condición que la matriz (o tensor) \hat{C} sea simétrica definida positiva garantiza, por un lado, la existencia y unicidad de la matriz $Log(\hat{C})$ [10], y por otro lado, resulta ventajosa para la discusión y comparación con las cotas del módulo efectivo. El promedio geométrico se define entonces como

$$\langle \hat{\boldsymbol{C}} \rangle^{GM} = \exp\left(\langle \log \hat{\boldsymbol{C}} \rangle^{V}\right)$$
$$= \exp\left(8\pi^{2} \int_{SO(3)} \log(\hat{\boldsymbol{C}}(g))w(g)dg\right)$$
(18)

y se tiene

$$\langle \hat{\boldsymbol{C}}^{-1} \rangle^{GM} = \exp\left(\langle \log(\hat{\boldsymbol{C}}^{-1}) \rangle^{V}\right)$$
$$= \left(\exp\left(\langle \log \hat{\boldsymbol{C}} \rangle^{V}\right)\right)^{-1}$$
(19)
$$= \left(\langle \hat{\boldsymbol{C}} \rangle^{GM}\right)^{-1}$$

Además, teniendo en cuenta que \hat{C} (o \hat{S}) es una matriz simétrica definida positiva, se establece la siguiente relación:

$$\langle \hat{\boldsymbol{C}} \rangle^V > \langle \hat{\boldsymbol{C}} \rangle^{GM} > \langle \hat{\boldsymbol{C}} \rangle^R,$$
 (20)

donde se recuerda que la relación de orden " > está definida por la condición

$$A > B$$
 sii $A - B > 0$,

i.e., si y solo si A - B es definida positiva.

Para calcular el promedio geométrico (18), primero se debe calcular el promedio orientacional de Voigt para el logaritmo de las elasticidades extendidas. Para este propósito, el Método de Esféricos Armónicos Generalizados (GSHM, por su siglas en inglés) permite obtener expresiones algebraicas del promedio de Voigt en términos de los coeficientes de textura y las componentes de la matriz a promediar [11]. En este trabajo, se han obtenido dichas expresiones para una matriz extendida con simetría te-tragonal 4*mm*, las cuales son presentadas en una versión

extendida de este trabajo [12]. Dado que la matriz log \hat{C} preserva la simetría tetragonal 4mm de \hat{C} , las fórmulas analíticas obtenidas se pueden aplicar tanto para obtener el promedio de Voigt de $\langle \log \hat{C} \rangle^V$ como de $\langle \hat{C} \rangle^V$, simplemente utilizando las componentes de la matriz \hat{C} o las de la matriz log \hat{C} según corresponda. El último paso en el cálculo del promedio geométrico (18) es obtener la matriz exponencial del $\langle \log \hat{C} \rangle^V$. Nótese que tanto la aplicación de las operaciones de logaritmo como de exponencial en la matriz implican cálculo numérico, mientras que las integrales se han calculado analíticamente a través del método GSHM.

4. CASO DE ESTUDIO: BATIO₃

El desarrollo teórico para el promedio geométrico presentado arriba se aplica a un agregado policristalino de BaTiO₃ para el análisis y contraste de resultados obtenidos por otros métodos. El cristal de BaTiO₃ pertenece al grupo puntual 4*mm* del sistema tetragonal, cuyas constantes elásticas, piezoeléctricas y dieléctricas están presentadas en la Tabla 1 [13]

Elasticidad extendida		Flexibilidad extendida			
	c_{1111}^{D}	282.6		s_{1111}^E	8.05
	c_{1122}^{D}	186.45		s_{1122}^{E}	-2.35
$\left[10^9 \frac{N}{m^2}\right]$	c_{1133}^{D}	141.59	$\left[10^{-12} \frac{m^2}{N}\right]$	s_{1133}^E	-5.24
	c^{D}_{3333}	178.07		s^{E}_{3333}	15.7
	c_{2323}^{D}	80.64		s^{E}_{2323}	4.6
	c_{1212}^{D}	113.12		s_{1212}^{E}	2.21
	h_{311}	-2.65		d_{311}	-34.5
$\left[10^9 \frac{N}{C}\right]$	<i>h</i> ₃₃₃	3.73	$\left[10^{-12} \frac{C}{N}\right]$	<i>d</i> ₃₃₃	85.6
	h_{223}	0.61		<i>d</i> ₂₂₃	196
$\left[\frac{Nm^2}{2}\right]$	β_{11}^S	0.057	$\left[10^{-12} \frac{c^2}{c^2}\right]$	ε_{11}^T	25854.2
$\begin{bmatrix} c^2 \end{bmatrix}$	β_{33}^S	1.036	Nm ²	ε_{33}^T	1487.5

Tabla 1: Material BaTiO₃

Se considera una ODF gaussiana en el ángulo θ alrededor de $\theta = 0$, es decir, textura de fibra en dirección del eje x_3

$$w(\theta|\sigma_{\theta}) = \frac{\exp\left(-\frac{\theta^2}{2\sigma_{\theta}^2}\right)}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\theta}},$$
(21)

donde σ_{θ} es el desvío estandar. El policristal resulta así transversalmente isótropo, esto es

$$\langle \hat{C}_{66} \rangle = \langle \hat{C}_{11} \rangle - \langle \hat{C}_{12} \rangle, \qquad (22)$$

o equivalentemente

$$\langle C_{1212} \rangle = \frac{\langle C_{1111} \rangle - \langle C_{1112} \rangle}{2}.$$
 (23)

Con el objetivo de estudiar la influencia de los coeficientes de acoplamiento piezoeléctrico en la estimación de las propiedades efectivas mediante el promedio geométrico, en este trabajo se multiplican las constantes piezoeléctricas de la matriz de elasticidad extendida del cristal \hat{C} por un factor $\kappa \in \mathbb{R}$. Así, $\kappa = 0$ indica la ausencia de acoplamiento, mientras que $\kappa = 1$ corresponde a las propiedades originales del cristal. La Figura 1 ilustra el comportamiento de los autovalores λ_i (i = 1, ..., 9) de $\hat{C}(\kappa)$ en función de κ . Considerando que la matriz de elasticidad extendida del cristal $\hat{C}(\kappa)$ debe ser siempre definida positiva, es decir, todos sus autovalores deben ser mayores que cero, se determina que el rango válido de κ está dado por

$$|\kappa| \lessapprox 1,75604. \tag{24}$$

La Figura 2 ilustra cómo varía el autovalor $\langle \hat{C}_{11} \rangle - \langle \hat{C}_{12} \rangle =$ $\langle \hat{C}_{66} \rangle$ del policristal en función del desvío estándar σ_{θ} de la ODF, para distintos valores del factor de acoplamiento κ . Cuando el desvío estándar $\sigma_{\theta} \rightarrow \infty$, el comportamiento del policristal es isótropo. La línea continua representa el promedio geométrico en un policristal compuesto por cristalitos de BaTiO₃, de acuerdo con lo especificado en la Tabla 1, es decir, con un factor de acoplamiento de $\kappa = 1$. El límite superior del área sombreada corresponde al promedio geométrico sin acoplamiento piezoeléctrico $(\kappa = 0)$, mientras que el límite inferior se alcanza con el acoplamiento crítico de $|\kappa| = 1.75604$. En el caso de que $\sigma_{\theta} \rightarrow 0$, el promedio geométrico converge al mismo valor para todos los valores de κ , mientras que el factor de acoplamiento tiene un mayor impacto en el valor de las propiedades efectivas a medida que σ_{θ} aumenta. Las líneas de punto-raya se derivan de los promedios de Voigt-Reuss y, por tanto, representan las cotas superior e inferior del autovalor. Es importante notar que, en todos los casos, el promedio geométrico permanece dentro de las cotas establecidas por Voigt-Reuss. Observaciones similares se aplican a los demás autovalores.

En la Figura 3 se muestra los promedios (Voigt-Reuss-Geométrico) de los módulos de Young $\langle \hat{E}_1 \rangle = \langle \hat{E}_2 \rangle$ (en color naranja) y $\langle \hat{E}_3 \rangle$ (en color verde) en función del desvío estandar σ_{θ} . Cuando $\sigma_{\theta} \rightarrow \infty$, los promedios $\langle \hat{E}_1 \rangle =$ $\langle \hat{E}_2 \rangle$ y $\langle \hat{E}_3 \rangle$ convergen al mismo valor, como es de esperarse, mostrando comportamiento isótropo. Esto sucede tanto en los promedios de Voigt-Reuss (líneas rayadas y punto-raya) como en el geométrico (líneas continuas). Cuando $\sigma_{\theta} \rightarrow 0$, el eje x_3 del policristal coincide con el eje x'_3 del cristal, por lo que los promedios de Voigt, Reuss y geométrico del módulo de Young en la dirección 3, $\langle \hat{E}_3 \rangle = \frac{1}{\langle \hat{S}_{33}^E \rangle}$, coinciden con el del cristal $\hat{E}_3 \approx 0.0636943 \times 10^{12} \frac{N}{m^2}$. No sucede lo mismo para las direcciones 1 y 2 cuando $\sigma_{\theta} \to 0$ y los otros dos ángulos de Euler ψ y φ se encuentran uniformemente distribuidos, ya que el cristal no es transversalmente isótropo. En consecuencia, el promedio del módulo de Young en el plano $x_1 - x_2$ tomará diferentes valores dependiendo del tipo de promedio considerado. En la Figura 3 se



Figura 1: Autovalores de la matriz de elasticidades extendida en función del factor de acoplamiento piezoeléctrico κ.



Figura 2: Autovalor $\langle \hat{C}_{11} \rangle - \langle \hat{C}_{12} \rangle$ en función del desvío estandar σ_{θ} . El area pintada es el promedio geométrico para distintos valores de κ . Las líneas punto-raya corresponden a los promedios de Voigt-Reuss.

ve que estos valores promedio es en todos los casos mayor al valor del módulo de Young del cristal $\hat{E}_1 = \hat{E}_2 \approx$ $0.124224 \times 10^{12} \frac{N}{m^2}$. Se puede observar que para cualquier valor de σ_{θ} , el promedio geométrico se encuentra acotado por los promedios de Voigt y Reuss, siendo en este caso el de Reuss superior y el de Voigt inferior por ser el módulo de Young el inverso de las constantes de flexibilidad. Comportamientos análogos se pueden observar en los módulos de corte \hat{G} y los coeficientes de Poisson \hat{v} .

5. CONCLUSIONES

Este trabajo ha abordado la estimación de propiedades efectivas en materiales policristalinos texturizados, enfocándose en el papel crucial de los coeficientes de acoplamiento piezoeléctrico. Hemos introducido un enfoque semi-analítico, basado en el cálculo de la media geométrica, para la evaluación de propiedades electro-mecánicas efectivas. Este modelo, que integra con precisión la textura cristalina mediante coeficientes de textura, ha permitido un análisis detallado de los efectos de acoplamiento



Figura 3: Módulo de Young $\langle \hat{E}_1 \rangle = \langle \hat{E}_2 \rangle = \frac{1}{\langle \hat{S}_{11}^E \rangle} = \frac{1}{\langle \hat{S}_{22}^E \rangle}$ (líneas naranja) y $\langle \hat{E}_3 \rangle = \frac{1}{\langle \hat{S}_{33}^E \rangle}$ (líneas verde) en función del desvío estandar σ_{θ} . Las líneas contínuas corresponden a los promedios geométricos, las líneas punto-raya corresponden a los promedios de Reuss y las rayadas a los promedios de Voigt.

electromecánico en los cristalitos. Hasta donde alcanza el conocimiento de los autores, esta investigación constituye la primera aplicación de medias geométricas en el análisis de materiales policristalinos piezoeléctricos.

El estudio de la influencia del factor de acoplamiento κ en las propiedades efectivas revela que, mientras que para desviaciones orientacionales bajas ($\sigma_{\theta} \rightarrow 0$) el valor de κ tiene un impacto menor, su efecto se vuelve más pronunciado con el aumento de σ_{θ} .

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido financiado por el Ministerio de Ciencia e Innovación (España) a través del proyecto de investigación PID2022-137903OB-I00, lo cual los autores agradecen sinceramente.

REFERENCIAS

- K. Uchino. Advanced piezoelectric materials: Science and technology. Woodhead Publishing. (2017)
- [2] Y. Yan, L. D. Geng, L. F. Zhu, H. Leng, X. Li, H. Liu, S. Priya. Ultrahigh piezoelectric performance through synergistic compositional and microstructural engineering. Advanced Science, (2022) 9(14), 2105715.
- [3] M. M. Mehrabadi, S. C. Cowin, J. Jaric. Sixdimensional orthogonal tensor representation of the rotation about an axis in three dimensions. International Journal of Solids and Structures, (1995) 32(3-4), 439-449.
- [4] R. J. Roe. Description of crystallite orientation in polycrystalline materials. III. General solution to

pole figure inversion. Journal of Applied Physics, 36(6),(1965) 2024-2031.

- [5] J. Y. Li. The effective electroelastic moduli of textured piezoelectric polycrystalline aggregates. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 48(3) (2000) 529-552.
- [6] J. L. Buroni, F. C. Buroni, A. P. Cisilino, R. Melnik, L. Rodríguez-Tembleque, A. Sáez, Analytical expressions to estimate the effective piezoelectric tensor of a textured polycrystal for any crystal symmetry, Mechanics of Materials, Volume 151, (2020).
- [7] S. Matthies, M. Humbert. The realization of the concept of a geometric mean for calculating physical constants of polycrystalline materials. Physica Status Solidi (b), 177(2), (1993) K47-K50.
- [8] S. Matthies, M. Humbert. On the principle of a geometric mean of even-rank symmetric tensors for textured polycrystals. Journal of Applied Crystallography, 28(3), (1995) 254-266.
- [9] R. Hill. *The elastic behaviour of a crystalline aggregate*. Proceedings of the Physical Society. Section A, 65(5), (1952) 349.
- [10] N. J. Higham. Functions of matrices: theory and computation. Society for Industrial and Applied Mathematics. (2008)
- [11] J. L. Buroni, F. C. Buroni, Averaging material tensors of any rank in textured polycrystalline materials: Extending the scope beyond crystallographic proper point groups, International Journal of Engineering Science, Volume 193, (2023).
- [12] J. L. Buroni, F. C. Buroni,(2024) En elaboración
- [13] B. Jaffe, W. R. Cook, H. Jaffe. *Barium titanate. Pie*zoelectric ceramics, Academic Press, (1971).

AN EMBEDDED COHESIVE CRACK MODEL INTEGRATED INTO FINITE ELEMENT ANALYSIS FOR QUASI-BRITTLE MATERIALS

Jaime C. Gálvez^{1*}, Encarnación Reyes¹, David Cendón², María J. Casati³

¹Universidad Politécnica de Madrid, Departamento de Ingeniería Civil-Construcción, E.T.S.I. de Caminos, Canales y Puertos, C/ Prof. Aranguren s/n, 28040 Madrid, Spain

²Universidad Politécnica de Madrid, Departamento de Ciencia de Materiales, E.T.S.I. de Caminos, Canales y Puertos, C/ Prof. Aranguren s/n, 28040 Madrid, Spain

³Universidad Politécnica de Madrid, Departamento de Vehículos Aeroespaciales, E.T.S.I. de Ingeniería Aeroespacial, Pza. Cardenal Cisneros s/n, 28040 Madrid, Spain

* Persona de contacto: jaime.galvez@upm.es

RESUMEN

Este artículo presenta la implementación numérica del modelo de grieta cohesiva diseñado para analizar materiales cuasifrágiles dentro del marco del Método de Elementos Finitos, utilizando el enfoque de discontinuidad fuerte. Un modelo de fuerza central directa caracteriza la curva de esfuerzo versus apertura de grieta. Al establecer los grados de libertad adicionales que definen la apertura de grieta se evita la necesidad de realizar condensación estática a nivel de elemento. El requisito de un algoritmo de seguimiento se elude mediante un procedimiento consistente para seleccionar nodos separados. Posteriormente, este modelo se incorpora a un programa comercial a través de una subrutina de usuario y se valida con resultados experimentales. Este modelo también tiene en cuenta la anisotropía del material. Las simulaciones numéricas de experimentos establecidos demuestran la capacidad del modelo para simular el comportamiento de fractura de materiales cuasi-frágiles como mortero, hormigón y mampostería.

PALABRAS CLAVE: Zona cohesiva, materiales cuasi-frágiles, hormigón, fábrica de ladrillo, elementos finitos, fisura embebida, localización.

ABSTRACT

This paper introduces a numerical implementation of the cohesive crack model designed for analysing quasi-brittle materials within the Finite Element Method framework, utilizing the strong discontinuity approach. A straightforward central force model characterizes the stress vs. crack opening curve. By determining the additional degrees of freedom defining crack opening at the crack level, the necessity for performing static condensation at the element level is avoided. The requirement for a tracking algorithm is circumvented through a consistent procedure for selecting separated nodes. This model is subsequently incorporated into a commercial program via a user subroutine and validated against experimental results. It accommodates material anisotropy. Numerical simulations of established experiments demonstrate the model's capability to simulate the fracture behaviour of quasi-brittle materials such as mortar, concrete, masonry, and even fibre-reinforced concrete.

KEYWORDS: Cohesive zone, Quasi-brittle materials, Concrete, Masonry, Finite element, Embedded crack, Localisation.

1. INTRODUCCIÓN

The numerical implementation of quasi-brittle cohesive cracking, even three decades after Hillerborg's fictitious crack model introduction, remains unresolved [1]. Traditional Finite Element Method (FEM)-based approaches categorize into smeared crack, discrete crack, and sometimes lattice methods [2,3]. Smeared crack models distribute countless parallel cracks with infinitesimal opening across finite elements, typically using fixed meshes and reducing material stiffness and strength to simulate crack propagation [4]. Challenges include ill-posed equations, mesh sensitivity, and instability [5,6]. Discrete crack methods, like the cohesive crack model, are preferred for fewer cracks, requiring mesh adjustments and material property inputs.

The strong discontinuity approach (SDA) supplements traditional methods, representing fracture zones with discontinuous displacement surfaces, allowing crack geometries beyond interelement lines [7,8]. Embedding discontinuous displacements or employing extended finite element methods are recent advancements, each with pros and cons. This work proposes an SDA-based procedure using cohesive crack approach to model mixed mode fracture efficiently. It transforms weak discontinuities into strong ones, allowing for consistent constitutive modeling [9-11].

Finite element formulation with embedded discontinuities can be derived through the enhanced assumed strain method (EAS), although kinematical incompatibility between cracks in neighboring elements can cause crack locking. Crack tracking algorithms address this issue but may complicate implementation. The proposed model, incorporated into commercial FEM programs via user subroutines, requires only standard material properties and has been validated against experimental data.

2. EMBEDDED COHESIVE CRACK MODEL

The cracking process is reproduced using the finite element method (FEM) with an element formulation that takes advantage of the cohesive zone concept developed by Hillerborg [1]. This formulation constitutes a strong discontinuity approach that was initially developed for concrete [10-12] but has also been adapted for brickwork masonry [13]. Since the cohesive zone approach assumes that fracture develops under mode I condition, this approach considers that the cohesive stress vector t is perpendicular to the crack opening and parallel to the crack displacement vector w:

$$\mathbf{t} = f\left(|\mathbf{w}|\right) \frac{\mathbf{w}}{|\mathbf{w}|} \tag{1}$$

where $f(|\mathbf{w}|)$ is the classical softening function for pure opening mode. To cope with the possibility of unloading, it is further assumed that the cohesive crack unloads to the origin (Fig. 1) and equation (1) is rewritten as:

$$\mathbf{t} = \frac{f\left(\left|\tilde{w}\right|\right)}{\tilde{w}} \mathbf{w} \qquad \text{with} \quad \tilde{w} = \max\left(\left|\mathbf{w}\right|\right) \tag{2}$$

where is \tilde{W} an equivalent crack opening defined as the historical maximum of the magnitude of the crack displacement vector.



Figure 1. Sketch of the softening curve, with unloading branch, and central forces model for the cohesive crack model.

This element formulation is programmed for constant strain triangular elements, thus accounting for just one integration point. Three crack directions only are possible, each of which is parallel to the triangle sides, and the crack is placed at midheight; Figure 2 depicts these characteristics of the fracture model.



Figure 2: Embedded cohesive crack element.

Once the crack direction is determined, the element is divided into two parts, A^+ and A^- , and the stress vector *t*, constant along the crack, can be obtained as:

$$\overline{\mathbf{t}} = \frac{A}{hL} \mathbf{\sigma} \cdot \mathbf{n}^+ \tag{3}$$

where A represents the area of the element, h is the triangle height over the side opposite to the solitary node, L is the crack length, σ the stress tensor and n^+ is the unit vector normal to that side and to the crack. Given that the crack is parallel to one side of the triangular element and is placed at midheight, (2) turns into $t = \sigma \cdot n$. The reader can find a more detailed description of the model in [11].

Out of the crack the material remains elastic, thus the crack displacement vector \mathbf{w} is solved assuming that the stress tensor can be obtained by subtracting an inelastic behaviour, which corrects the elastic prediction of the element by including the effect of the crack displacement, as expressed by (3).

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{E} : \left[\boldsymbol{\varepsilon}^{a} - \left(\mathbf{b}^{+} \otimes \mathbf{w} \right)^{S} \right]$$
(4)

where **E** stands for the elastic tangent tensor, E^a for the apparent strain vector obtained with the nodal displacements, b^+ for the gradient vector corresponding to the solitary node, which in this case can be obtained with (4). Superscript *S* denotes the symmetric part of the resulting tensor, : the double-dot product. $((A:b)_{ij}=A_{ijkl}B_{kl})$ and \otimes the direct product $((a \otimes b)_{ij} = a_i b_j)$.

$$\mathbf{b}^+ = \frac{1}{h} \mathbf{n}^+ \tag{5}$$

Given that $t = \sigma n$ and by using expression (3) for σ and expression (2) for t, the following expression is obtained

$$\frac{f\left(\tilde{w}\right)}{\tilde{w}}\mathbf{w} = \left[\mathbf{E}:\varepsilon^{a}\right]\cdot\mathbf{n} - \left[\mathbf{E}:\left(\mathbf{b}^{+}\otimes\mathbf{w}\right)^{s}\right]\mathbf{n}$$
(6)

which can be rewritten as

$$\frac{f\left(\tilde{w}\right)}{\tilde{w}}\mathbf{w} = \left[\mathbf{E}:\boldsymbol{\varepsilon}^{a}\right]\cdot\mathbf{n} - \left[\mathbf{n}\cdot\mathbf{E}\cdot\mathbf{b}^{+}\right]\mathbf{w}$$
(7)

or else:

$$\left[\frac{f\left(\tilde{w}\right)}{\tilde{w}}\mathbf{1}+\mathbf{n}\cdot\mathbf{E}\cdot\mathbf{b}^{+}\right]\cdot\mathbf{w}=\left[\mathbf{E}:\boldsymbol{\varepsilon}^{a}\right]\cdot\mathbf{n}$$
(8)

where 1 stands for the identity tensor. By means of an iterative algorithm (such as the Newton-Raphson method), the value of w can be computed to satisfy (5).

This model is implemented in ABAQUS[®] by means of an UMAT subroutine and, since vector \boldsymbol{n} , \boldsymbol{b}^+ , crack length L and the element area A are computed with the nodal coordinates of each element, it reads an external file that stores this information.

3. NUMERICAL ANALYSIS OF THE FRACTURE TESTS

3.1. Mixed mode fracture of plain concrete

Comparison with the experiments by Arrea and Ingraffea

The experimental results published by Arrea and Ingraffea [14] are traditionally used to verify normal/shear cracking of concrete models. This pioneering work on mixed-mode fracture of concrete serves as a benchmark for the validation of numerical and analytical fracture models.

Figure 3 shows the geometry, forces, and boundary conditions of the tests Arrea and Ingraffea [14]. The thickness of the beams was 152 mm. Table 1 shows the material properties considered in the simulation; the values of the tensile strength, f_i , and the specific fracture energy, G_{F_i} , were estimated from the material properties in Arrea and Ingraffea [14] and the recommendations of the Model Code.

Figure 4 shows a deformed mesh, with finite elements with the embedded crack, used to simulate the mixed mode fracture of the B test series of Arrea and Ingraffea [14].

Figure 5 shows the experimental envelope and the numerical prediction of the load P versus CMSD curves.

Table 1. Mechanical properties of the concrete

Concrete	G _F N/m	ft MPa	<i>E</i> GPa	v
Arrea & Ingraffea [14]	105	3.5	24.8	0.18
Gálvez et al. [15]	69	3.0	38	0.2
Shi <i>et al</i> . [16]	50	3.0	31	0.2



Distances in m

Figure 3. Geometry, forces and boundary conditions of the tests of Arrea and Ingraffea [14].



Figure 4. Deformed finite element mesh of the tests of Arrea and Ingraffea [14].



Figure 5. Experimental envelope and numerical prediction of the tests of Arrea and Ingraffea [47]: Load P –CMSD curves.

The peak load, the initial part of the curve and descending branch properly fit in the scatter band. The long tail of the numerical curve seems to indicate that no problems of numerical convergence or locking occur.

Comparison with the experiments by Gálvez et al.

Experimental data on mixed mode fracture of concrete were published by Gálvez *et al.* [15]. Two sets of the testing procedure were developed under proportional and non-proportional loading for two different families of crack paths. Figure 6 shows the geometry, forces and

boundary conditions of the tests. The thickness of the beams was 50 mm. Table 1 shows the material properties experimentally measured and used in the numerical simulation.



Figure 6. Geometry, forces and boundary conditions of the tests of Gálvez et al [15].

Figure 7 shows a deformed mesh, with finite elements with the embedded crack, used to simulate the mixed mode fracture of the type 2 tests of Gálvez et al. [15].



Figure 7. Deformed finite element mesh of the tests type 2 of Gálvez et al [15].



Figure 8. Experimental envelope and numerical prediction of the tests type 1 of Gálvez et al [15]: Load P –CMOD curves

Figure 8 shows the experimental envelope and the numerical prediction of the load P versus CMOD curves of tests type 1. Figure 9 shows the experimental envelope and the numerical prediction of the load P versus displacement curves of tests type 2. In both figures the peak load, the initial part of the curve and descending branch properly fit in the scatter band. The long tail of the numerical curve presents neither problems of numerical convergence nor occurrence of locking.



Figure 9. Experimental envelope and numerical prediction of the tests type 2 of Gálvez et al [15]: Load P –displacement of the point where the load P is applied curves.

Comparison with the experiments by Shi et al.

The other test analysed is a double edge notched specimen subjected to direct tension as shown in Figure 10a. A series of tests on this type of beam were reported by Shi *et al* [16]. Various authors have used this beam as a benchmark for numerical models. Figure 10b shows a deformed mesh, with finite elements with the embedded crack, used to simulate the fracture of the specimens. Table 1 shows the material properties adopted in the numerical simulation [16].



Figure 10. a) Geometry, forces and boundary conditions of the tests of Shi et al. [16]. b) Deformed finite element mesh of the tests of Shi et al. [16].

Figure 11 shows the experimental results and the numerical prediction of the load P versus displacement curves. The peak load, the initial part of the curve and descending branch properly fit with the experimental curve. The long tail of the numerical curve does not seem to show any problem of numerical convergence or evidence of locking.

3.2. Mixed mode fracture of brick masonry

To check the model with an anisotropic material, the experimental data published by Reyes *et al.* [17] were numerically simulated. This is a series of mixed mode fracture performed on small masonry panels (a scale

factor of $\frac{1}{4}$ under TPB configuration with nonsymmetric loading. Figure 12 shows the geometry, forces and boundary conditions of the tests. Twelve masonry panels of four orientations of the joints (0, ±45 and 90 degrees), were tested. Table 2 shows the mechanical properties of the masonry.



Figure 11. Experimental envelope and numerical prediction of the tests Shi et al. [16]: Load – displacement curves.



(D = 150 mm)

Figure 12. Testing arrangement, geometry, dimensions, boundary conditions and instrumentation of the tests of Reyes et al [17].

Table 2: Mechanical properties of brick masonry under mode I fracture [17]

	2		
Orientation	G_F (N/m)	f_t (N/mm ²)	E (kN/mm ²)
horizontal	75	5.8	28
45°	54	4.1	22
vertical	33	2.4	21

Figure 13 shows the experimental and numerical prediction of the crack paths for the specimens with the four orientations of the bed joints. The numerical prediction is a sufficiently accurate approximation of the crack path. In this sense, it is noticeable that masonry exhibits a wider experimental scatter than other quasibrittle materials such as mortar and concrete.



Figure 13. Mean experimental (from three specimens) and numerical prediction of the crack path of the specimens of the tests of Reyes et al [17] with the bed joints at: a) 0 degrees, b) 45 degrees, c) 90 degrees, and d) -45 degrees.

Figure 14 compares the envelope of the experimental records load versus CMOD displacement of the application point of the load for specimens and different orientations of bed joints, with the numerical prediction.



Figure 14. Envelope of the experimental records and numerical prediction of load P versus CMOD for TPB specimens of the tests of Reyes et al [17] with the bed joints at: a) 0 degrees, b) 45 degrees, c) 90 degrees, and d –45 degrees

4. CONCLUSIONS

A numerical model, based on the embedded strong discontinuity approach, is proposed to model the fracture of quasi-brittle isotropic and anisotropic materials. The

deformation is localised on a line using the concept of the cohesive crack, and the discrete constitutive relation for mixed mode fracture is a cohesive crack with a centralforce model. The model avoids crack tracking or exclusion zones for crack growing.

A triangular constant strain finite element is formulated and implemented in the commercial standard programmes ABAQUS©. The choice of the solitary node is made in a way that leads to the automatic propagation of the crack without tracking algorithm or exclusion zones. The stress locking effects are solved by allowing the embedded crack in the finite element to adapt itself to the stress field while the crack opening does not exceed a small threshold value. This solution may bias the crack orientation, but in comparison with other models, which set a global tracking of the crack, this approach performs it locally. In the authors' opinion it is an advantage despite its limitations, and accurately predicts the experimental results. A generalised Rankine criterion is adopted with the aim of taking into account the anisotropy of the quasi-brittle materials.

Several series of fracture tests on isotropic and anisotropic material specimens were adopted for checking the model. The numerical model correctly predicts the experimental results.

The numerical simulations show that the foregoing combination of simple ingredients leads to a method in which the cohesive crack automatically propagates without the need for a tracking algorithm or exclusion zones. Hence, the embedded cohesive crack approach emerges as an effective and simpler alternative to other more sophisticated methods for the simulation of concrete damage and fracture.

ACKNOWLEDGEMENTS

The authors gratefully acknowledge the financial support provided by the Ministry of Economy, Industry and Competitiveness of Spain by means of the Research Fund Project PID2019-108978RB-C31 and TED2021-130734B-I00

REFERENCES

- [1] Hillerborg A., Modéer M., Petersson PE. Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements. Cem Concr Res.; 6(6) (1976) 773 – 781.
- [2] Elices M., Planas J., *Material models, in: Fracture Mechanics of Concrete Structures,* L. Elfgren ed., Chapman and Hall, London, (1989), 16-66.
- [3] Schlangen E., Van Mier J.G, *Mixed-mode fracture* propagation: a combined numerical and experimental study, in: Fracture and Damage of Concrete and Rock, H.P. Rossmanith ed., E&FN Spon, (1993), 166-175.

- [4] Bazant Z.P., Planas J. (1998), *Fracture and Size Effect in Concrete and Other Quasibrittle Materials*, CRC Press, New York.
- [5] Hill R., Bifurcation and uniquess in non-linear mechanics continua, in: Problems in Continuum Mechanics, SIAM, (1961), 155-164.
- [6] Mandel J., *Conditions de stabilité et postulat de Drucker*, in: Rheology and Soil Mechanics, IUTAM Symp., Springer Verlag, (1964), 56-68.
- [7] Carol I., Prat P., M. López M., Normal/shear cracking model: Application to discrete crack analysis, Journal of Engineering Mechanics ASCE, 123, (1997), 765-773.
- [8] Simo J., Oliver J., Armero F. (1993). An analysis of strong discontinuities induced by strain softening in rate-independent inelastic solids. Computational Mechanics, 12, 277-296.
- [9] Simo J., Oliver J. (1994). A new approach to the analysis and simulation of strong discontinuities, in: Fracture and Damage in Quasi-Brittle Structures, E&FN Spon, 25-39.
- [10] Sancho J.M., Planas J., Fathy A.M., Gálvez J.C., Cendón D.A., *Three-dimensional simulation of concrete fracture using embedded crack elements without enforcing crack path continuity.* Int J Numer Anal Meth Geomech 31, (2007), 173-187.
- [11] Sancho J.M. Planas J., Cendón D.A., Reyes E., Gálvez J.C., An embedded crack model for finite element analysis of concrete fracture. Eng Frac Mech 74, (2007), 75-86.
- [12] Sancho J.M., Planas J., Gálvez J.C., Reyes E., Cendón D.A., An embedded cohesive crack model for finite element analysis of mixed mode fracture of concrete. Fatigue Fract Engng Mater Struct 29, (2006), 1056-1065.
- [13] Reyes E., Gálvez J.C., Casati M.J., Cendón D.A., Sancho J.M., Planas J., An embedded cohesive crack model for finite element analysis of brickwork masonry fracture. Eng Frac Mech 76, (2009), 1930-1944.
- [14] Arrea M., Ingraffea A., Mixed Mode Crack Propagation in Mortar and Concrete, Report 81-13, (1982), Dpt. of Structural Engineering, Cornell University.
- [15] Gálvez J.C., Elices M., Guinea G.V., Planas J. Mixed mode fracture of concrete under proportional and non-proportional loading. International Journal of Fracture, 94, (1998), 267-284.
- [16] Shi C., van Dam A.G., van Mier J.G.M., Sluys, L.J., *Crack interaction in concrete*, Materials for Buildings and Structures EUROMAT, Wittmann Ed., 6, (2000), 125-131.
- [17] Reyes E., Gálvez J.C., Casati M.J., Cendón D.A., Sancho J.M., Planas J., An embedded cohesive crack model for finite element analysis of brickwork masonry fracture. Eng Frac Mech 76, (2009), 1930-1944.

Revista de Mecánica de la Fractura Vol.7 (2024)

FATIGA E INTERACCIÓN CON EL MEDIO AMBIENTE

Revista de Mecánica de la Fractura Vol.7 (2024)

EVALUACIÓN DEL COMPORTAMIENTO A FATIGA POR FRETTING DEL INCONEL 718 A DIFERENTES TEMPERATURAS

M. Moreno-Rubio*, J. Vázquez, C. Navarro, J. Domínguez

Departamento de Ingeniería Mecánica y Fabricación. Escuela Técnica Superior de Ingeniería. Universidad de Sevilla. Camino de los descubrimientos s/n, 41092 Sevilla-España * Persona de contacto: mmorenor@us.es

RESUMEN

La fatiga por fretting es un fenómeno que ocurre en contactos mecánicos sometidos a cargas fluctuantes. Este tipo de fallo es muy común en el mundo ingenieril, especialmente en aplicaciones aeronáuticas como las uniones álabe-disco en turbinas de gas. En este estudio, se analiza el comportamiento a fatiga por fretting del Inconel 718, una superaleación de base Níquel-Cromo que posee magníficas propiedades mecánicas frente a la oxidación y la corrosión, incluso a elevadas temperaturas. Para desarrollar este estudio se utilizan probetas del tipo "dog-bone", que son presionadas contra unos elementos cuya superficie de contacto es cilíndrica. El montaje aquí utilizado es comúnmente nombrado como "puente de fretting". En este estudio se han realizado ensayos experimentales tanto de fatiga simple como fatiga por fretting a temperatura ambiente y a 650°C. Posteriormente, se ha desarrollado un modelo de predicción y se comparan los valores de vida experimental con valores de vida estimada. El modelo de estimación de vida utilizado combina la fase de iniciación y la fase de propagación de grieta sin definir a priori cuándo termina una y empieza la otra, y considerando que las grietas se inician y se propagan completamente normales a la superficie de la probeta.

PALABRAS CLAVE: Fatiga por fretting, Estimación de vida, Inconel 718.

ABSTRACT

Fretting fatigue is phenomenon that occurs in mechanical contacts subjected to cyclic loads. This type of failure is very common in the engineering world, especially in aeronautical applications such as disc-blade joints in gas turbine. In this study, the fretting fatigue behaviour of Inconel 718 has been analysed. Inconel 718 is a Nickel-Chromium based superalloy with good mechanical properties against oxidation and corrosion at high temperature. For the development of this study, "dog-bone" type test specimens were used, which are pressed against cylindrical contact elements, assembled in what is commonly called a "fretting bridge". Plain fatigue and fretting fatigue tests were carried out both at room temperature and 650°C, and different levels of axial load. Subsequently, the experimental tests will be compared with the estimated life. The life estimation model used has been the one that combines the initiation phase and the cracks initiate and propagate completely normal to the surface of the specimen.

KEYWORDS: Fretting fatigue, Life estimation, Inconel 718

1. INTRODUCCIÓN

La fatiga por fretting es un tipo de daño que se produce en una gran variedad de componentes mecánicos, tales como juntas de estanqueidad, uniones atornilladas, cables, cadenas, y con gran relevancia, en uniones de álabe y disco en turbinas de gas y compresores, entre otros [1]-[3].

Este tipo de daño ocurre cuando un par de contacto mecánico está sometido a fuerzas y momentos variables en el tiempo. Estas fuerzas generan microdesplazamientos relativos entre la superficie de contacto, lo que induce, junto a la fricción de las superficies, la aparición de grietas superficiales que pueden ir creciendo hasta provocar el fallo de los elementos [4].

Este estudio se enfoca en investigar el comportamiento del Inconel 718 frente a la fatiga por fretting. Para ello, se realizaron ensayos experimentales tanto de fatiga simple como de fatiga por fretting, a temperatura ambiente (RT) y a 650°C (HT) así como a diferentes niveles de carga axial. El objetivo de estos ensayos es cuantificar la reducción de vida provocada por el aumento de temperatura y por la fatiga por fretting. Además, se comparan estos resultados de vida a fatiga por fretting con valores estimados. El modelo de estimación de vida aquí utilizado combina la fase de iniciación y la fase de propagación de grietas, sin definir a priori cuándo termina una y empieza la otra, considerando que las grietas se inician y se propagan completamente normales a la superficie de la probeta. El Inconel 718 es una superaleación a base de Níquel y Cromo desarrollada por la compañía Special Metals. Este material es comúnmente empleado en la industria aeronáutica para fabricar ciertas partes de las turbinas debido a sus grandes propiedades frente a la oxidación y corrosión a elevadas temperaturas [5].

El tratamiento térmico dado al material para adquirir las propiedades deseadas fue el siguiente: solubilizado a 980°C durante 1 hora, seguido de enfriamiento rápido, más endurecimiento por precipitado a 720°C durante 8 horas, enfriamiento en horno hasta 620°C, manteniendo a 620°C durante un tiempo total de envejecimiento de 18 horas, seguido de refrigeración por aire.

La composición química del material y sus propiedades mecánicas después del tratamiento se pueden consultar en las Tablas 1 y 2, respectivamente. Es relevante destacar que los valores del límite de rotura, el límite elástico y el módulo de Young a temperatura ambiente han sido obtenidos mediante un ensayo de tracción en nuestro laboratorio. Por otra parte, los respectivos valores presentados provienen de la ficha técnica del material suministrada por S+D Metals. Los coeficientes de resistencia a la fatiga (σ_f) y ductilidad (ε_f), y los exponentes de resistencia la fatiga (b) y ductilidad (c), a ambas temperaturas, fueron obtenidos mediante las curvas de fatiga simple de los ensayos realizados en este trabajo.

С	0.03
Mn	0.11
Fe	18.02
S	0.0004
Si	0.7
Cu	0.13
Ni	53.52
Cr	18.23
Al	0.47
Ti	1.03

Tabla 1: Composición química del Inconel 718 (% en peso)

Co 0.13 Mo 3.01 Nb 5.18 Та 0.004 В 0.002 Bi 0.000001 Р 0.008 Pb 0.00003 Se < 0.000001

2. DATOS EXPERIMENTALES

Se llevaron a cabo 2 tipos de ensayos experimentales, fatiga simple y fatiga por fretting, ambos tipos de ensayos se realizaron tanto a temperatura ambiente (RT) como a 650 °C (HT). Para ello se utilizaron probetas con 4 geometrías diferentes pero todas ellas con una sección rectangular de 5 mm de espesor por 7 mm de ancho [6]. El "puente de fretting" fue el tipo de montaje usado para realizar los ensayos de fatiga por fretting. A la configuración estándar, indicada en [7], se le incorporaron dos elementos para mejorar la transmisión de la fuerza normal, dichos elementos son los

denominados tapas y cilindros. Un esquema de la configuración utilizada puede verse en la Figura 1, donde *N* corresponde con la carga normal aplicada. Esta carga normal se introduce mediante dos tornillos enroscados en el anillo de fretting y es transmitida a la tapa, cilindros y puente de fretting. Este último será el encargado de aplicar la carga normal a la probeta, lo que provoca que ambos elementos se encuentren en contacto. Posteriormente, se introduce una carga axial cíclica, σ , a la probeta a través de una máquina servo-hidráulica de capacidad 100 kN.

Tabla 2. Propiedades mecánicas

Propiedades	RT	HT			
Módulo de Young (E)	217 GPa*	163 GPa			
Coef. de Poisson (v)	0.294	0.283			
Límite elástico (σ_y)	1325 MPa*	1080 MPa			
Límite de rotura (σ_u)	1435 MPa	1172 MPa			
Coef. de fricción (μ)	0.43*	0.288 [8]			
Coef. Ley de Paris (C)	$2.30 \cdot 10^{-11}$	$1.30 \cdot 10^{-11}$			
Exp. Ley de Paris (<i>m</i>)	2.29	2.72			
Coef. resistencia a	1332 MPa	1160 MPa			
fatiga (σ_f)	4552 Ivii a	1109 WII a			
Coef. ductilidad a	-0.000674	40.03			
fatiga (ε_f)	-0.000074	49.03			
Exp. resistencia a fatiga	0 1537	0.05282			
<i>(b)</i>	-0.1557	-0.03282			
Exp. ductilidad a	-18	-10.01			
fatiga(c)	-4.0	-10.01			
Umbral crecimiento	13.45 MPa√m	7 MPa√m			
de grieta modo I (ΔK_{th})	[9]	[10]			
*Datos obtenidos en nuestro laboratorio					



Figura 1. Elementos de la geometría puente de fretting y dimensiones.

Cada puente de fretting tiene dos pads cuyas superficies de contacto tienen un radio de 25 mm. En este caso, al presionar un cilindro (el puente) contra una superficie plana (la probeta), se establece un contacto cilíndrico. Tanto las probetas, como el puente de fretting, tapas y cilindros tienen el mismo espesor, 5 mm. Todos los elementos utilizados a lo largo de este trabajo fueron fabricados en Inconel 718 con la intención de que en los ensayos de alta temperatura todos estos se dilatasen de igual forma.

Los ensayos de fatiga simple a RT se realizaron en dos tandas, la primera con una relación de la tensión axial de R=-1 y la segunda con R=0.1, y ambos casos con una frecuencia de 10 Hz. Por otro lado, todos los ensayos de fatiga simple a HT se realizaron con una R=0.1 y a 10 Hz. Esta variación en R entre diferentes temperaturas se debe a la utilización de diferentes accesorios que fueron necesarios para ejecutar los ensayos a HT. En el caso de los ensayos de fatiga por fretting, tanto a RT como HT, la relación de tensiones fue de R=0.1 y a 8 Hz. La disminución de la frecuencia de trabajo fue debido a efectos dinámicos indeseables a frecuencias altas.

Los resultados de dichos ensayos pueden verse en las Tablas 3 a 6 de forma numérica, y gráficamente mediante una curva S-N en la Figura 2. En esta gráfica todos los valores representados se encuentran con R=0.1 Para ello, los ensayos de fatiga simple realizados con R=-1 se han representado con la tensión máxima equivalente obtenida mediante el diagrama de Goodman, el cual representa los valores de tensión máxima que con R=0.1 producen la misma vida que la tensión aplicada con R=-1.

Tabla 3. Resultados de fatiga simple a RT

N°	R	f	σ_{max}	$\sigma_{max eq}$	N_{f}
ensayo		(Hz)	(MPa)	(MPa)	(Ciclos)
				(<i>R</i> =0.1)	
1	-1	10	1000	1200	7001
2	-1	10	1000	1200	5815
3	-1	10	850	1096	42720
4	-1	10	850	1096	40663
5	-1	10	700	975	128562
6	-1	10	700	975	110410
7	-1	10	600	882	322755
8	-1	10	600	882	142585
9	-1	10	600	882	156340
10	-1	10	550	832	370509
11	-1	10	550	832	418916
12	-1	10	550	832	278023
13	-1	10	500	779	5.00E6
14	-1	10	500	779	228945
15	-1	10	500	779	275483
16	-1	10	500	779	275460
17	0.1	10	1094	-	44213
18	0.1	10	974	-	54616
19	0.1	10	831	-	184767

Tabla 4: Resultados de fatiga por fretting a RT

N°	R	f	Ν	σ_{max}	Nf
Test		(Hz)	(kN)	(MPa)	(Ciclos)
1	0.1	8	10	900	33225
2	0.1	8	10	650	117619
3	0.1	8	10	650	108770
4	0.1	8	10	575	196902
5	0.1	8	10	450	431624
6	0.1	8	10	400	648348
7	0.1	8	10	350	900000
8	0.1	8	10	320	1.05E+06
9	0.1	8	10	320	1.21E+06
10	0.1	8	10	275	2.83E+06

Tabla 5: Resultados de fatiga simple a HT.

Nº Test	R	f (Hz)	σ_{max}	Nf
			(MPa)	(Ciclos)
1	0.1	10	1094	6800
2	0.1	10	1050	6242
3	0.1	10	1000	54469
4	0.1	10	1000	11278
5	0.1	10	1000	9857
6	0.1	10	900	155763
7	0.1	10	831	271480
5 6 7	0.1 0.1 0.1 0.1	10 10 10 10	1000 900 831	9857 155763 271480

Tabla 6: Resultados de fatiga por fretting a HT

N°	R	f (Hz)	Ν	σ_{max}	Nf
Test			(kN)	(MPa)	(Ciclos)
1	0.1	8	10	1000	4680
2	0.1	8	10	900	8502
3	0.1	8	10	750	17321
4	0.1	8	10	650	26173
5	0.1	8	10	575	32564
6	0.1	8	10	500	53556
7	0.1	8	10	450	110680
8	0.1	8	10	400	166148
9	0.1	8	10	350	4.30E6
10	0.1	8	10	350	5.00E6



Figura 2. Vida a fatiga simple y fatiga por fretting a temperatura ambiente (RT) y 650°C (HT).

En la Figura 2, los ensayos de fatiga simple a RT se representan en color negro, cuadrados rellenos para los ensayos realizados con R=-1 y círculos huecos para los ensayados con R=0.1. Los ensayos de fatiga simple a HT se indican con un triángulo en verde. Por otro lado, los ensayos de fatiga por fretting a RT se representan con un cuadrado azul y los de HT mediante triángulos rojos.

En todos los casos se observa que tanto la vida a fatiga simple como la vida a fatiga por fretting bajo cargas axiales elevadas, alrededor de 1100 MPa, son muy similares. Esto sugiere que, a estos niveles de carga, la concentración de tensión debida al contacto de los elementos no influye significativamente en la fatiga.

Cabe destacar que en fatiga simple el efecto de la temperatura sólo es significativo en vidas inferiores a unos 10⁵ ciclos. Por el contrario, en fatiga por fretting el efecto de la temperatura es significativo en cualquier régimen de vida, siendo 4 veces inferior la vida a HT con respecto a RT. En fatiga por fretting podemos encontrar un límite de fatiga a RT de 240 MPa y a HT de 350 MPa.

3. MODELO ESTIMACIÓN DE VIDA

Existen diversos modelos de predicción de vida a fatiga. Algunos de ellos consideran la fase de iniciación [11], otros la fase de propagación [12], y otros utilizan una combinación entre la fase de iniciación y de propagación [13]. En este trabajo se hará uso del modelo de combinación de fases, el cual consiste en analizar de forma separada cada una de ellas, sin establecer a priori cuándo termina una y empieza la otra. El límite entre ambas fases se obtiene durante el proceso.

3.1. Fase de propagación

La fase de propagación analiza el número de ciclos necesarios para propagar una grieta de longitud inicial a_i , hasta el fallo del componente. Para ello, se hace uso métodos basados en mecánica de la fractura. La ley de crecimiento de grieta utilizada en este estudio incluye el comportamiento de grietas pequeñas mediante una modificación del umbral de crecimiento de grietas como una función de la longitud de la grieta [14]:

$$\frac{da}{dN_p} = C\left(\Delta K - \Delta K_{th} \left(\frac{a^f}{a^f - a_0^f - l_0^f}\right)\right)^m \tag{1}$$

donde ΔK_{th} corresponde con el umbral de crecimiento de grietas largas en modo I, 13.45 $MPa\sqrt{m}$ para RT y 7 $MPa\sqrt{m}$ para HT, *f* es un parámetro que de forma general se toma igual a 2.5 [15], l_0 es la distancia típica hasta la primera barrera microestructural (definido en este caso como la mitad del tamaño de grano), *C* y *m* son las constantes de la ley de Paris, y a_0 es la constante de

El Haddad [16] que viene definida por la siguiente expresión:

$$a_0 = \frac{1}{\pi} \left(\frac{\Delta K_{th}}{\Delta \sigma_{FL}} \right)^2 \tag{2}$$

En donde $\Delta \sigma_{FL}$ es el rango de tensión en el límite de fatiga.

El factor de intensidad de tensiones (FIT) en modo I fue obtenido mediante la función peso de Bueckner para una grieta pasante, la cual tiene en cuenta el ancho de la probeta, la función empleada fue la siguiente [17]:

$$K_I = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^a \frac{1}{\sqrt{s}} \left(1 + m_1 \frac{s}{a} + m_2 \left(\frac{s}{a} \right)^2 \right) \sigma(s) \tag{3}$$

Los parámetros m_1 y m_2 depende de las dimensiones de la sección de la probeta y de la longitud de la grieta. $\sigma(s)$ es la distribución normal de tensiones en el camino prospectivo de la grieta considerando que la grieta crece de forma perpendicular a la superficie de contacto. Esta consideración se justifica en [13], aunque se observa experimentalmente que las grietas crecen con una ligera inclinación con respecto a la perpendicular [18].

Para conocer el punto en la superficie a partir del cual se inicia la grieta (punto crítico), el parámetro de fatiga multiaxial Smith-Watson-Topper (SWT) [19], expresión (5), ha sido utilizado. El parámetro será analizado a lo largo de toda la zona de contacto, y aquel punto donde se encuentre su valor máximo será el punto crítico o punto desde el que se asume que se inician las grietas. Para obtener esta distribución de tensiones fue necesario desarrollar un modelo elasto-plástico 2D en elementos finitos. ANSYS fue el software utilizado para desarrollar el modelo.

Para desarrollar la curva de propagación $(a_i - N_p)$ se integrará la ecuación (1) para distintas longitudes de iniciación de grieta a_i . Cada punto de a_i evaluado nos ofrecerá un valor de vida de propagación.

3.2. Fase de iniciación

El número de ciclos necesarios para generar una grieta de longitud, a_i , será obtenido mediante la curva de fatiga simple del material en función de la longitud de la grieta y del parámetro SWT. Siendo calculado de la siguiente forma:

$$N_i(SWT, a_i) = N_T(SWT) - N_p(SWT, a_i)$$

= $N_T(SWT) - \int_{a_i}^{a_f} \frac{da}{f(a)}$ (4)

Donde N_T (*SWT*) es el número de ciclos hasta el fallo obtenido en un ensayo de fatiga simple a partir de la relación Coffin-Manson (ε -N) con la modificación del parámetro de fatiga Smith-Watson-Topper (SWT) (5). N_p (*SWT*, a_i) es el número de ciclos requeridos para propagar una grieta de longitud inicial a_i hasta la longitud de grieta final a_f , sometida a un nivel del parámetro SWT en una probeta a fatiga simple. La función f(a) es la ley de crecimiento, que viene dada por (1).

$$SWT = \frac{\Delta\varepsilon}{2}\sigma_{max} = \frac{\left(\sigma_f'\right)^2}{E} (2N_T)^{2b} + \varepsilon_f'\sigma_f'(2N_T)^{b+c}$$
(5)

Los valores de las constantes de la ecuación (5) fueron obtenidos mediante un ajuste de la curva $SWT-N_T$ de nuestros propios ensayos de fatiga y pueden observarse en la Tabla 2.

En esta sección los valores de SWT fueron considerados teniendo en cuenta un valor promedio desde la superficie hasta la longitud de grieta a_i . De igual forma que en la fase de propagación, este proceso se realizará para diferentes longitudes de grieta a_i , obteniendo de esta forma la curva de vida de iniciación (a_i - N_i).

3.1. Combinación de las fases de iniciación y propagación



Una vez obtenidas las curvas de propagación $(a_i - N_p)$ y de iniciación (a_i-N_i) , se suman ambas curvas para obtener la curva de vida total estimada en función de la longitud de grieta tomada como iniciación, a_i , $(a_i-N_t) =$ $(a_i - N_i) + (a_i - N_p)$. De entre todos los valores posibles de vida, el mínimo valor de la curva de vida total se toma como la vida a fatiga, N_t^* , y el valor de longitud de grieta para el cual se produce este mínimo se toma como longitud de iniciación, a_i^* (ver Figura 3). Por tanto, el valor de a_i^* es considerado el punto en el que la fase de iniciación concluye y comienza la fase de propagación. Es importante destacar que considerar el menor valor de la curva de vida total como referencia es un enfoque conservativo en el análisis de fatiga. Se puede demostrar además que para longitudes de grieta menores de a_i^* la velocidad de crecimiento de grieta obtenida a partir de la curva (a_i-N_i) es mayor que la obtenida a partir de la curva $(a_i - N_p)$. Por encima de a_i^* sucede al contrario [20].

Esto le da un sentido físico a elegir a_i^* como la transición entre la iniciación y propagación.

4. RESULTADOS

En este apartado se muestran las estimaciones de vidas realizadas tanto a temperatura ambiente (RT) como a alta temperatura (HT) en la Figura 4, mediante una comparativa con los resultados de vida experimental. En ambos casos la estimación de vida es representada en el eje y, y la vida experimental en el eje x. Por tanto, si la vida experimental y la vida estimada son iguales, los valores coincidirán con la línea central. Sin embargo, si las vidas estimadas superan a las experimentales, los círculos se situarían por encima de esta línea; por el contrario, caerían por debajo si las vidas estimadas fueran más cortas. Las líneas "x2" y "x3" indican dónde una vida estimada sería el doble o el triple de la experimental. Las otras dos líneas, simétricas con respecto a la central, indican vidas estimadas 1/2 y 1/3 de la experimental. Estas líneas ayudan a evaluar cómo de buenas o malas son las estimaciones de fatiga.

Podemos observar cómo casi todas las estimaciones a RT, puntos azules, se sitúan dentro de la banda de dispersión 2, en su gran mayoría por debajo de la línea central, lo que indica un modelo de predicción conservativo. Sin embargo, esto no es aplicable para regímenes de vida altos, cercanos al millón de ciclos, a partir de ahí las vidas estimadas son infinitas. En el caso de HT, puntos rojos, al igual que con RT, los valores se encuentran dentro de la banda de dispersión 2, pero en este caso no son tan conservadores puesto que la mayoría de ellos se encuentran por encima de la línea central. Además, para valores de tensiones axiales inferiores a 350 MPa el valor de la vida estimada tiende a infinito.



Figura 4: Vida estimada vs vida experimental a temperatura ambiente (RT) y alta temperatura, 650°C, (HT)

5. CONCLUSIONES

En el presente trabajo se ha analizado el comportamiento del Inconel 718 a baja temperatura y alta temperatura, 650°C, frente a la fatiga simple y a la fatiga por fretting, sometidos a diferentes niveles de carga. El procedimiento realizado para llevar a cabo los diferentes tipos de ensayos fue validado en el laboratorio.

En primer lugar, al comparar fatiga simple frente a fatiga por fretting, a ambas temperaturas, puede observarse cómo para regímenes de vida superiores a $2 \cdot 10^4$ ciclos, lo que correspondería para tensiones axiales inferiores a 1000 MPa, la vida a fatiga por fretting es menor que a fatiga simple.

En segundo lugar, si comparamos cada tipo de ensayo por separado para evaluar el efecto de la temperatura en el material, podemos observar cómo en fatiga simple las vidas son similares a partir de 10^5 ciclos, e inferiores a vidas más bajas. Por otro lado, en el caso de la fatiga por fretting es apreciable cómo ambas curvas son prácticamente paralelas, algo que no se ha observado en fatiga simple, reduciendo el valor aproximadamente 4 veces en el caso de alta temperatura.

Por último, comentar que el modelo de estimación de vida utilizado en el cual se combina la fase de iniciación y la fase de propagación, en conjunto con el análisis del modelo de elementos finitos, casa bien con los datos experimentales, siendo más conservativos en temperatura ambiente que a 650°C. Comentar que el modelo ejecutado no es capaz de predecir con precisión estimaciones de vidas superiores al millón de ciclos.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer al Ministerio de Ciencia e Innovación la financiación de la investigación a través del proyecto RTI2018-096059-B-I00.

REFERENCIAS

- [1] Golden, Patrick J. Development of a dovetail fretting fatigue fixture for turbine engine materials. International Journal of Fatigue, 2009, vol. 31, no 4, p. 620-628.
- [2] Ciavarella, M.; Demelio, G. A review of analytical aspects of fretting fatigue, with extension to damage parameters, and application to dovetail joints. International Journal of Solids and Structures, 2001, vol. 38, no 10-13, p. 1791-1811.
- [3] Erena, D., Vázquez Valeo, J., Navarro, C., & Domínguez, J. (2020). Fatigue and fracture analysis of a seven-wire stainless steel strand under axial and bending loads. Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, 43(1), 149-161.

- [4] Waterhouse R. Fretting fatigue. U.K: Applied science publishers; 1981A.
- [5] P. Mouritz. Introduction to aerospace materials. Woodhead Publishing Limited; 2012.N.
- [6] Moreno-Rubio, M., Vázquez Valeo, J., Navarro, C., & Domínguez, J. (2023). Experimental study on the fretting fatigue of Inconel 718 superalloy. Tribology International, vol. 186.
- [7] JSME Standard method of fretting fatigue testing, JSME S 015-2002, The Japan Society of Mechanical Engineers, 2002.
- [8] Jahanmir S. Friction and wear of ceramics. CRC Press; 1993.
- [9] Yang Hua, Zhanqiang Liu. Effects of mechaning induced residual shear and normal stresses on fatigue life and stress intensity factor of Inconel 718. Applied Sciences 2019; 9: 4750.
- [10] Connolley T, Reed P.A.S., Starink M.J. Short crack initiation and growth at 600°C in notches specimens of Inconel 718. Materials Science & Engineering 2002.
- [11] Szolwinski MP, Farris TN. Mechanics of fretting fatigue crack formation. Wear 1996;198:93–107.
- [12] Navarro C, Muñoz S, Domínguez J. Fracture mechanics approach to fretting fatigue behaviour of coated aluminium alloy components. J Strain Anal Eng 2014;49:66-75.
- [13] Navarro C, Vázquez J, Domínguez J. A general model to estimate life in notches and fretting fatigue. Eng Fract Mech 2011;78:1590–601.
- [14] Muñoz S, Navarro C, Domínguez J. Application of fracture mechanics to estimate fretting fatigue endurance curves. Eng Fract Mech 2007; 74: 2618-2186.
- [15] Vallellano C, Domínguez J, Navarro A. On the estimation fatigue failure under fretting conditions using notch methodologies. Fatigue Fract Eng Mater Struct 2003; 26:469-478.
- [16] El Haddad MH, Smith MV, Topper TH. Fatigue crack propagation of short cracks. ASME J Eng Mater Technol 1979; 101: 42-46.
- [17] Bueckner, H.J. In: Methods of analysis and solutions of crack problems, pp. 306-307, Sih, G.C. (Eds). Noordhoff International Publishing, Leyden (1973).
- [18] Navarro C, Vázquez J, Domínguez J. Nucleation and early crack path in fretting fatigue. Int J Fatigue 2017;100:602–10.
- [19] Smith R N, Watson P, Topper A. Stress-strain function for the fatigue of metals. J Mater JMSLA 1970;5:767– 778.
- [20] Navarro C, Muñoz S, Domínguez J. On the use of multiaxial criteria for fretting fatigue life asseessment. International Journal Fatigue 2014; 71:144-51

NOTCH EFFECT UNDER CONSTANT AND VARIABLE AMPLITUDE FATIGUE ON AlSi10Mg ALUMINUM ALLOY OBTAINED BY ADDITIVE MANUFACTURING

R. Fernandes¹, L. P. Borrego^{1,2*}, J.S. Jesus¹, J.A.M. Ferreira¹, R. Branco¹, J.D.M. Costa¹

¹ University of Coimbra, CEMMPRE, ARISE, Department of Mechanical Engineering, P-3004 516 Coimbra, Portugal

² Polytechnic University of Coimbra, Coimbra Institute of Engineering, Department of Mechanical Engineering, Rua Pedro Nunes - Quinta da Nora, 3030-199 Coimbra, Portugal

* Persona de contacto: <u>borrego@isec.pt</u>

RESUMEN

El proceso de Fabricación Aditiva, conocido como Fusión por Lecho de Polvo con Láser, permite la impresión en 3D de componentes en aleaciones de aluminio, como AlSi10Mg. Las aleaciones de aluminio se utilizan ampliamente en las industrias aeronáutica y automotriz, siendo fundamental comprender el comportamiento de fatiga en servicio. Como es bien sabido, las discontinuidades geométricas generan concentraciones de esfuerzos que impactan en la vida útil por fatiga de los componentes. En este sentido, este trabajo tiene como objetivo estudiar la fatiga de muestras entalladas y no entalladas de AlSi10Mg fabricadas por LPBF bajo amplitudes de carga constantes y variables.

En este trabajo se estudia el comportamiento en fatiga de la aleación de aluminio AlSi10Mg fabricada por fusión por lecho de polvo con láser en condiciones de construcción y alivio de tensiones residuales, con diferentes geometrías de entalla. Las pruebas de fatiga se realizan a temperatura ambiente y en modo de control de carga. Los principales resultados mostraron que el tratamiento térmico aplicado para aliviar tensiones no tuvo influencia en la vida de fatiga, pero resultó en un alivio de tensiones residuales. La presencia de diferentes entallas disminuyó la vida de fatiga en comparación con las muestras sin entallas. Se aplicaron algunos modelos de predicción de fatiga basados en el daño acumulado, obteniendo una buena concordancia con los resultados experimentales.

PALABRAS CLAVE: Fatiga, Efecto de entalla, Aleación de aluminio, LPBF.

ABSTRACT

The Additive Manufacturing process, namely Laser Powder Bed Fusion, enables the 3D printing of components in Aluminum alloys, such as AlSi10Mg. The Aluminum alloys are widely used in aeronautical and automotive industries, whereby it is fundamental the understanding of in-service fatigue behavior. As well known the geometrical discontinuities generate stress concentrations that have impact in the fatigue life of components. In this sense, this work studies the fatigue of notched and unnotched samples of AlSi10Mg obtained by LPBF under constant and variable amplitude loadings.

The fatigue behavior of the aluminum alloy AlSi10Mg manufactured by laser powder bed fusion for as-build and residual stress relief conditions with different notch geometries are studied in this work. The fatigue tests are carried out, at ambient temperature and in load control mode. The main results show that the heat treatment applied for stress relieved did not have an influence on the fatigue life, but it resulted in a relieved of residual stresses. The presence of different notches decreased the fatigue life when compared to the specimens without notches. Some fatigue life prediction models based on the accumulated damage were applied obtaining a good agreement with the experimental results.

KEYWORDS: Fatigue, Notch effect, aluminum alloy, LPBF.

1. INTRODUCTION

Additive Manufacturing provides a new perspective on component geometry and offers increased design freedom. The integration of Laser Powder Bed Fusion (LPBF) with topology optimization enables a reduction in the component weight, often by approximately 30-50% [1].

The AlSi10Mg alloy processed by LPBF yields a refined microstructure due to the high solidification rate, leading to superior mechanical properties compared to the cast material. However, the process is associated with defects, such as pores and lack of fusion, along with residual stresses that are detrimental to fatigue [2].

Taking this into consideration, various conventional heat treatments have been explored, encompassing the application of the conventional T6 procedure and stress relief at 300 °C [3,4]. It is noteworthy that elevated heat-treatment temperatures result in a reduction in the mechanical properties of the material. Si precipitation was linked to an exothermic peak observed within the range of 260-270 °C. This precipitation influences the fine Al-Si network generated during the LPBF process, causing a reduction in the mechanical properties [5].

The complex shapes associated with the application of such components in automotive and aerospace industries require a comprehensive characterization of the material's fatigue performance. Some fatigue studies have been conducted using optimized heat treatments under constant-amplitude loading [6,7].

Maleki et al. [8] and Nicoletto [9] examined the effects of different conditions on the notch effect. Nicoletto studied the influence of surface roughness and notch sensitivity depending on different building orientations, whereas Maleki et al. investigated the combination of surface treatments and heat treatments.

In this sense, it is noteworthy that there has been no investigation of the combination of optimized heat treatments with the notch effect, and more important, there has been no investigation of such components under variable amplitude loading.

This study aims to investigate the influence of optimized heat treatment on notched specimens and their behavior under variable-amplitude loading. To complete the analysis, fatigue life was predicted using Miner's rule and a model that enables the prediction of both the initiation and propagation periods.

2. EXPERIMENTAL METHOD

A Renishaw model "AM400" was employed to manufacture the "dog bone" round specimens with a gauge diameter of 6 mm. The specimens were produced with a laser power of 350 W, scanning speed of 1.8 m/s and layer thickness of 30 μ m. The feedstock chemical composition complies with DIN 1706 standard.

Fatigue tests were performed on a 100 kN capacity DARTEC servo-hydraulic machine in load control mode using a sinusoidal wave at 10 Hz. Fatigue tests with a constant-amplitude spectrum had a stress ratio of R=0.

For the variable-amplitude loading spectrum, three blocks were defined, each with the same maximum stress and the same number of cycles (N=2000 cycles) but with different stress ratios: R_1 =0, R_2 =0.5, and R_3 =0.25. A

semicircular notch with a radius of 1 mm was introduced intro the central part of the gauge section.

The heat treatment was conducted at 250 °C for 2 h, followed by water quenching. Therefore, two different series were designated as as-built (AB) and stress-relieved (SR).

3. RESULTS AND DISCUSSION

The hardness of the stress-relieved (SR) material was 30% lower than that of the as-built (AB) material. The AB series achieved 165 $HV_{0.1}$, whereas SR exhibited 114 $HV_{0.1}$ [10].

Figure 1 illustrates the fatigue results obtained in constant-amplitude loading tests. In both cases, the unnotched and notched specimens of the SR series exhibits higher fatigue strengths than the AB series.



Figure 1. Constant amplitude fatigue results for (a) unnotched specimens and (b) semicircular notches.

Upon closer examination, it became evident that the fatigue strength increased by 15% when comparing the fatigue life at 250 000 cycles. For 1 500 000 cycles, the fatigue strength increased from 85 MPa to 100MPa for the AB and SR series, respectively.

Nevertheless, when considering shorter fatigue lives, both unnotched and notched specimens exhibit a tendency to have similar fatigue strengths, which is attributed to the higher deformation levels.

The variable-amplitude loading fatigue tests exhibited similar fatigue behavior compared to the constantamplitude loading results. In Figure 2, it is evident that the SR series displayed a higher fatigue strength than the AB series.



Figure 2. Variable-amplitude fatigue results for (a) unnotched specimens and (b) semicircular notches.

For 1 500 000 cycles, comparing the fatigue strength of the SR series with the AB series, the fatigue strength of the unnotched and notched specimens increased by 15% and 20 %, respectively.

Similar to the constant amplitude results, both the unnotched and notched series exhibit similar fatigue strengths for shorter fatigue lives. It is noteworthy that for the notched cases, both constant and variable amplitude results show that this effect is more pronounced because of the stress raiser introduced by the notch.

The residual stress measured along the thickness of the specimens, from 0 to a depth of 500 μ m, revealed a similar residual stress level at the surface for both the series. However, in the AB series, there was an increasing gradient from 55 to 138 MPa, whereas in the SR series, a stable gradient was observed with an average value of 45 MPa, representing a 67% reduction at a depth of 500 μ m. Thus, the homogenization of the residual stresses was the main factor in enhancing the fatigue strength.

The prediction of the fatigue crack initiation period can be achieved based on the strain-life curve derived from unnotched specimens. The Equivalent Strain Energy Density (ESED) method was used as an approximation to calculate the local stress at the notch root. Miner's rule was employed to consider the damage to the variableamplitude loading blocks, as described in Equation 1.

$$D = \sum_{i=1}^{k} \frac{n_i}{N_i} \tag{1}$$

Here, *D* is the accumulated damage, *k* represents the number of blocks, n_i indicates the number of constant amplitude cycles applied during the block *i* characterized by a stress amplitude σ_a , and N_i is the number of cycles to failure of the same block.

The fatigue crack initiation period (N_{fi}) was predicted using the SWT parameter and the total strain-life curve based on Equation 2.

$$SWT = \frac{\left(\sigma_{f}^{\prime}\right)^{2}}{E} \left(2N_{fi}\right)^{2b} + \sigma_{f}^{\prime}\varepsilon_{f}^{\prime}\left(2N_{fi}\right)^{b+c}$$
(2)

The fatigue strength (σ'_f and b) and fatigue ductility parameters (ε'_f and c) were obtained from standard low-cycle fatigue (LCF) tests performed in a previous study [11].

The presence of defects in AM parts requires the estimation of the fatigue crack propagation period because these defects contribute to the quick initiation of the fatigue process. The FITNET FFS procedure was employed to estimate the fatigue crack propagation period based on Equation 3.

$$(Y \times \Delta \sigma)_P = M \times f_w[M_{km} \times M_m \times \Delta \sigma_m]$$
(3)

where $(Y \times \Delta \sigma)_p$ is the stress intensity correction function, (M) represents the bulging correction factor, (f_w) corresponds to the finite width correction factor, (M_{km}) and (M_m) are the stress intensity magnification factors modelled by the stress gradient and crack shape, respectively, and $(\Delta \sigma_m)$ is the membrane component of the stress range. The number of cycles (N_{fp}) was determined by integrating the Paris law.

Therefore, considering that fatigue is characterized by both initiation and propagation periods, the estimation of fatigue life (N_p) , combined the number of cycles to a crack initiate (N_{fi}) and number of cycles to propagate (N_{fp}) .

Figure 3 plots the comparison of predicted life, N_p versus experimental data N_e , for both the unnotched and notched specimens and comparing the as-built and stress-relieved series. Two confidence bands (k=2 and k=1/2) were plotted to evaluate the accuracy of the predictions.

In general, the unnotched specimens, Figure 3(a), presented a good correlation of predicted values versus experimental values. The AB series presented 75% of the values within the confidence bands, while SR series exhibited approximately 90% of the values.

The notched specimens also presented a good correlation between the predicted and experimental values, with the majority of the point within the confidence bands. In this case, 80% and 90% of the values were within the confidence bands, for the AB and SR series, respectively. Nevertheless, in opposition to the unnotched specimens, the values of notched specimens exhibited a conservative trend, which is reasonable from the design point of view.

Both cases indicated appropriate predicted results. However, it is noteworthy that the fatigue crack propagation presented an important part of the total life of the specimens, indicating the influence of the defects in the quick initiation of the fatigue process.

4. CONCLUSIONS

The fatigue performance of AlSi10Mg alloy manufactured by LPBF was investigated, focusing on both unnotched and notched specimens subjected to constant and variable amplitude loadings. The key findings of this work include:

- The stress relief treatment led to a 30% reduction in the hardness of the material;
- Despite the reduction in hardness, both unnotched and notched specimens subjected to stress relived exhibited an improvement in fatigue strength, showing an increase of approximately 15-20% compared to the as-built series;
- The main mechanism responsible for the enhanced fatigue strength in stress relieved

specimens was the homogenization and stabilization of residual stress, highlighting this effect in comparison to the as-built series;

- An estimation model that considers both initiation and propagation periods demonstrated good results;
- The study underscored the importance of fatigue crack propagation period in determining the overall fatigue life of components, particularly, emphasizing the influence of defects.



Figure 3. Predicted life versus experimental life comparing As-built (AB) and Stress relief (SR) for: (a) Unnotched specimen, and (b) Semicircular notches.

ACKNOWLEDGMENTS

The authors gratefully acknowledge financial support from the Portuguese Foundation of Science and Technology (FCT) under projects UIDB/00285/2020 and LA/P/0112/2020. Rui Fernandes is grateful to the FCT for the PhD grant with reference 2022.14234.BD.

REFERENCIAS

- Liu G, Zhang X, Chen X, He Y, Cheng L, Huo M, et al. Additive manufacturing of structural materials. Materials Science and Engineering R: Reports 2021:100596.
- [2] Sausto F, Carrion PE, Shamsaei N, Beretta S. Fatigue failure mechanisms for AlSi10Mg manufactured by L-PBF under axial and torsional loads: The role of defects and residual stresses. Int J Fatigue 2022;162:106903.
- [3] Zhang C, Zhu H, Liao H, Cheng Y, Hu Z, Zeng X. Effect of heat treatments on fatigue property of selective laser melting AlSi10Mg. Int J Fatigue 2018;116:513–22.
- [4] Mfusi BJ, Mathe NR, Tshabalala LC, Popoola PAI. The effect of stress relief on the mechanical and fatigue properties of additively manufactured AlSi10Mg parts. Metals (Basel) 2019;9:1–14.
- [5] Fiocchi J, Tuissi A, Biffi CA. Heat treatment of aluminium alloys produced by laser powder bed fusion: A review. Mater Des 2021;204.
- [6] Tridello A, Fiocchi J, Biffi CA, Chiandussi G, Rossetto M, Tuissi A, et al. Effect of microstructure, residual stresses and building orientation on the fatigue response up to 109 cycles of an SLM AlSi10Mg alloy. Int J Fatigue 2020; 137:105659.
- [7] Roveda I, Serrano-Munoz I, Haubrich J, Requena G, Madia M. Influence of post-process heat treatments on the fatigue crack propagation behaviour of a PBF-LB/M AlSi10Mg alloy. Int J Fatigue 2023; 175:107808.
- [8] Maleki E, Bagherifard S, Unal O, Bandini M, Guagliano M. On the effects of laser shock peening on fatigue behavior of V-notched AlSi10Mg manufactured by laser powder bed fusion. Int J Fatigue 2022;163.
- [9] Nicoletto G. Influence of rough as-built surfaces on smooth and notched fatigue behavior of L-PBF AlSi10Mg. Addit Manuf 2020;34.
- [10] Fernandes RF, Jesus J, Borrego L, Ferreira JM, Costa JD. Effect of heat treatment on fatigue crack growth performance of AlSi10Mg aluminum alloy submitted to LPBF. Procedia Structural Integrity, vol. 42, 2022.
- [11] Fernandes R, de Jesus J, Branco R, Borrego LP, Costa JD, Ferreira JAM. Effect of post-processing heat treatment on cyclic plastic behaviour of AlSi10Mg aluminium alloy processed by LPBF. Procedia Structural Integrity, vol. 42, 2022.

Revista de Mecánica de la Fractura Vol.7 (2024)

APLICACIÓN DE LA TEORÍA DE DISTANCIAS CRÍTICAS PARA LA EVALUACIÓN DE LA VIDA A FATIGA DE ENGRANAJES RECTOS

G. Cortabitarte*¹, I. Llavori¹, J. A. Esnaola¹, S. Blason², M. Larrañaga¹, J. Larrañaga¹, A. Arana¹, I. Ulacia¹.

¹ Mechanical and Industrial Manufacturing Department, Mondragon Unibertsitatea, Loramendi 4, 20500 Mondragon, Spain

² Dept. of Component Safety, Bundesanstalt für Materialforschung und -prüfung (BAM), Unter den Eichen 87, 12205 Berlin, Germany

* Persona de contacto: <u>gcortabitarte@mondragon.edu</u>

RESUMEN

En este estudio, se examina la eficacia del Método de Distancias Críticas (TCD) para determinar la vida a fatiga de un engranaje recto. Se ha llevado a cabo una caracterización exhaustiva de los parámetros del material necesarios para el cálculo de la distancia crítica, abarcando el límite de fatiga y el umbral de crecimiento de grietas, así como las curvas σ -N y ϵ -N para el acero 16MnCr5.

Diversas metodologías de TCD han sido aplicadas para analizar el componente, incluyendo el método de punto, el método de línea, el método de volumen y el control de malla. Los resultados indican que, en términos generales, el método de TCD constituye una vía fiable y precisa para predecir la vida a fatiga de engranajes rectos.

El estudio revela una sólida correlación entre las ubicaciones de las grietas y la predicción de vida a fatiga, en comparación con los resultados experimentales, lo que sugiere una predicción precisa mediante el uso del TCD y el parámetro Smith-Watson-Topper. Aunque todos los métodos de TCD, cuando se aplican correctamente, arrojan resultados similares, el control de malla se destaca como el método más eficiente y, por ende, más atractivo desde una perspectiva industrial.

Los hallazgos de este estudio proporcionan una perspectiva valiosa para ingenieros e investigadores en el ámbito del análisis de fatiga de engranajes rectos y componentes.

PALABRAS CLAVE: Fractura, Integridad estructural, Fatiga.

ABSTRACT

In this study, the effectiveness of the Theory of Critical Distances (TCD) method for determining the fatigue life of a spur gear is examined. A comprehensive characterisation of the material parameters required for the critical distance calculation has been carried out, covering the fatigue limit and crack growth threshold, as well as the σ -N and ϵ -N curves for 16MnCr5 steel.

Various TCD methodologies have been applied to analyse the component, including the point method, line method, volume method and mesh control. The results indicate that, overall, the TCD method is a reliable and accurate way to predict the fatigue life of spur gears.

The study reveals a strong correlation between crack locations and fatigue life prediction compared to experimental results, suggesting an accurate prediction using TCD and the Smith-Watson-Topper parameter. Although all TCD methods, when applied correctly, yield similar results, mesh control stands out as the most efficient method and, therefore, the most attractive from an industrial perspective.

The findings of this study provide valuable insights for engineers and researchers in the field of spur gear and component fatigue analysis.

KEY WORDS: Fracture, Structural integrity, Fatigue.

1.INTRODUCCIÓN

Los engranajes han sido siempre uno de los mecanismos más utilizados en la transmisión de potencia y se investiga constantemente para tratar de conseguir una mayor fiabilidad. Es bien sabido que, debido a su modo de funcionamiento, los dientes de un engranaje son sometidos a cargas fluctuantes y cíclicas a lo largo del tiempo que hacen que la fatiga sea, en la mayoría de los casos, la principal causa de fallo. Estas cargas generan una concentración de tensiones en la base del diente donde se genera una grieta que se propaga con el tiempo. De hecho, a la hora de diseñar transmisiones por engranajes, la prevención de este modo de fallo es uno de los principales objetivos, y está respaldado por normas como la ISO 6336-3 o la AGMA 2101.

Lewis fue el primero en formular el cálculo de las tensiones en la raíz del diente en 1892 [1]. El diente del engranaje se consideraba como una viga en voladizo y se asumía que la posición de máxima tensión estaba situada en el punto de tangencia de la raíz del diente con una parábola de resistencia uniforme inscrita en el diente. El método de cálculo utilizado en la norma AGMA se basa en esta teoría. Por otro lado, Niemann y Hofer propusieron diferentes métodos para considerar la tensión crítica del diente. Niemann sugirió crear una línea a partir de la intersección de la línea de acción de la fuerza aplicada y la línea central radial de los dientes, concretamente, en el punto tangente del pie del diente, y tratar ese punto como punto de tensión crítica [2]. Por su parte, Hofer consideró el punto de tangencia de un ángulo de 30 grados como el punto crítico del pie del diente [3]. Las normas DIN 3990 e ISO 6336-3 se basan en este planteamiento. En la actualidad, el método más sencillo para hallar la sección crítica consiste en calcular directamente la tensión en una serie de puntos a lo largo del pie del diente y elegir el valor mayor, también conocido como método de Coulbourne [4].

Sin embargo, desde el punto de vista de la fatiga, durante el proceso de engrane debido al reparto de cargas, las historias de tensiones en el pie del diente son diferentes de las fuerzas sinusoidales clásicas con amplitud constante y aplicadas en una dirección fija. Tanto la magnitud como la dirección de la fuerza son variables durante el funcionamiento del engranaje. Por lo tanto, puede darse una combinación de tensiones de flexión y compresión puras. Se han realizado varias aproximaciones para compensar estos efectos, bien experimentalmente 0 más recientemente [5] numéricamente considerando criterios de fatiga multiaxial basados en el método del plano crítico [6].

En la literatura sobre fatiga multiaxial, se pone especial énfasis en que el criterio seleccionado sea físicamente representativo del fenómeno que ocurre [7]. Por lo tanto, los modelos se dividen principalmente en modelos de modo I y modo II. Por un lado, se puede realizar un estudio local en el que sólo se analice el valor máximo de cada parámetro. Por otro lado, se pueden utilizar métodos no locales como el de la teoría de distancias criticas (TCD) para tener en cuenta el efecto del gradiente de tensiones. Dentro de la teoría de la distancia crítica existen diferentes variantes para su implementación, tal y como se describe en el libro de Taylor [8].

En cuanto al método TCD, un paso crucial es la obtención de los datos del material necesarios para calcular la distancia crítica [8]. Una observación común en la bibliografía sobre el método TCD, concretamente

en los estudios numéricos (método de elementos finitos) sobre la fatiga, es que los investigadores suelen optar por utilizar los parámetros de la bibliografía en lugar de basarse en sus propios datos experimentales. Esto se debe principalmente al ahorro de tiempo que supone este enfoque, algo que Taylor señaló en su libro [8].

En este trabajo, en primer lugar, se realiza una caracterización completa de los parámetros necesarios para el cálculo de la distancia crítica (límite de fatiga y umbral de crecimiento de grieta), así como las curvas σ -N y ϵ -N. A continuación, se han comparado 4 variantes de TCD empleados en combinación con el criterio de rotura en modo I de Smith-Watson-Topper (SWT) [9]: Método de línea (LM), método de punto (PM), método de volumen (VM) y método de control de malla (MC), con ensayos experimentales para averiguar cuál de los métodos es el más adecuado en engranajes rectos para el ensayo de fatiga a flexión de un solo diente (STBF).

2.METODOLOGÍA

2.1 Calibración del material

El material utilizado en este estudio fue acero 16MnCr5 sin tratar. La calibración del material necesaria para este trabajo se dividió en dos bloques. El primer bloque se centró en caracterizar las curvas σ -N y ϵ -N del material para estimar la vida a fatiga del engranaje. El segundo bloque consistió en calibrar el límite de fatiga y el umbral de propagación de grietas para aplicar varios enfoques de TCD. La obtención de estos resultados experimentales fue crucial para garantizar la aplicación rigurosa de la metodología TCD.

Para la caracterización de las curvas σ -N y ε -N se utilizó la máquina servo-hidráulica MTS-810. Se fabricaron probetas cilíndricas de 8 mm de diámetro según la norma ASTM E466 y se caracterizaron las dos curvas para una relación de tensiones de R = -1. La Figura 1 resume la campaña de ensayos y los resultados obtenidos.



Figura 1 Ensayos experimentales y curva Whöler

Se utilizó una máquina de resonancia RUMUL de 100 kN para caracterizar las propiedades de propagación de grietas por fatiga del material. La máquina estaba equipada con un dispositivo de flexión de 8 puntos. Se ensayaron probetas con una sola muesca en el borde, cuya geometría correspondía a B = 6 mm, W = 19 mm y L = 108 mm. Las frecuencias de ensayo variaron a lo largo del mismo en función de la pérdida de rigidez mientras crecía la grieta, aunque el valor de referencia fue de aproximadamente 57 Hz. Se aplicó la misma condición de relación de carga ensayada para la descripción de las curvas σ a-N y ϵ a-N, R = -1.

Véase [10] para información detallada sobre el procedimiento experimental replicado en este estudio de investigación. El valor umbral de K se definió de acuerdo con el protocolo estándar ASTM 647 [11]. A modo de resumen, la Tabla 1 muestra los valores de los parámetros calibrados para la metodología aplicada.

Tabla 1 Resumen de los parámetros calibrados para la predicción de la vida a fatiga.

$\sigma_{ m f}$	b	$arepsilon_{ m f}^{'}$	С	$\Delta\sigma_{_{0\left(10^{7} ight)}}$	ΔK_{th}	L
MPa	-	-	-	MPa	MPa $m^{1/2}$	μm
542,9	-0,052	0,3263	-0,544	486	13,8	344

2.2 Utillaje de fatiga a flexión de un solo diente (STBF)

Los ensayos de fatiga a flexión de un solo diente (STBF) se llevaron a cabo utilizando un utillaje especial diseñado para ser montado en un banco de ensayos de fatiga hidráulico universal. La peculiaridad de esta herramienta, en comparación con la mayoría de las herramientas reportadas en el estado del arte (por ejemplo [12, 13]), es que permite aplicar fuerza en ambas direcciones y realizar ensayos de fatiga con relación de esfuerzo (R) negativa. La gran mayoría de las herramientas STBF están diseñadas para cargar el diente sólo en una dirección, generando tensiones de flexión por tracción en la raíz del diente (es decir, R > 0). Mientras tanto, la carga de los engranajes en condiciones normales de funcionamiento también produce tensiones de compresión debido a la fuerza aplicada sobre el diente precedente. Por lo tanto, la vida a fatiga por flexión de la raíz del diente se ve afectada por la relación de tensiones, tal y como informan McPherson y Rao [14] al comparar los resultados de los ensayos STBF con los ensayos de funcionamiento FZG.

La Figura 2 muestra dicha herramienta con el engranaje montado en la máquina servo-hidráulica MTS 810. Está compuesto por una barra de empuje de carga soportada por cojinetes de deslizamiento para absorber las cargas radiales. La fuerza aplicada se mide en la fijación superior, que es estática, mientras que la carga cíclica se aplica mediante la fijación inferior móvil. Para validar el utillaje, éste se calibró en tres etapas:

i) Se instalaron galgas extensométricas en la varilla de empuje de carga antes y después del diente para compensar el efecto de la fuerza de fricción debida al cojinete inferior; ii) La deformación del diente del engranaje se midió mediante correlación de imagen digital (DIC) por Aramis-GOM para verificar que el punto de contacto era el diseñado.



Figura 2 Detalle del utillaje de fatiga por flexión y validación de las deformaciones mediante DIC.

2.3 Campaña de ensayos de fatiga a flexión (STBF)

Los detalles geométricos del engranaje analizado se resumen en la Tabla 2. Los perfiles de los dientes de todas las muestras se midieron antes de la prueba utilizando una máquina de medición de coordenadas Mitutoyo Crysta Apex S, ya que la forma de la raíz no suele formar parte del control de calidad y la inspección de engranajes [12]. La Figura 3 compara la raíz fabricada y la diseñada, donde las diferencias se ven de forma clara. Dado que la geometría de la raíz tiene un impacto directo en la concentración de tensiones, el análisis numérico considera la geometría del diente real.

Tabla 2 Datos de fabricación del engranaje.

Datos de fabricación	
Numero de dientes, z	18
Ancho de diente (mm), b	10
Modulo normal (mm), m_n	6
Ángulo de hélice (°), β	0
Ángulo de presión normal (°), α_n	20
Perfil de referencia ISO53:1998	Perfil D
Profile shift coefficient, X	0,178
Rugosidad superficial (µm), Ra / Rz	0,4 / 2



Figura 3 Detalle del pie del diente con las diferencias entre el perfil diseñado y el fabricado (medido).

Se aplicaron varias cargas que oscilaban entre 6 y 14 kN con R = 0 para cubrir todo el rango de tensiones. La Tabla 3 resume la campaña de ensayos STBF. En total, se ensayaron satisfactoriamente 14 muestras (dientes) a una frecuencia de 10 Hz.

Tabla 3 Resultados de la campaña de ensayos de fatiga por flexión de un solo diente (STBF). * Run out

Ensayo	Fuerza (kN)	$N_{ m f}$
STBF1	14	16849
STBF2	14	16300
STBF3	12	117,200
STBF4	12	74,500
STBF5	12	50,800
STBF6	11	65,800
STBF7	11	52,300
STBF8	9	72,200
STBF9	9	107,800
STBF10	8	493400
STBF11	8	912,800
STBF12	7	326,000
STBF13	7	5,045,331*
STBF14	6	6,240,704*

2.4 Modelización por elementos finitos

Se utilizó un elemento de hexaédrico de ocho nodos (C3D8) con un refinamiento adicional en la raíz del diente del engranaje para obtener una distribución precisa de las tensiones en el pie del diente. La Figura 4 muestra la geometría del engranaje fabricado, las condiciones de contorno, la carga aplicada y los elementos utilizados en el modelo numérico. Como se muestra en la Figura 4, sólo se modelaron tres dientes para ahorrar tiempo de cálculo. Como se ha mencionado anteriormente, el tamaño del elemento seleccionado dependía del método de la distancia crítica. El engranaje se fijó en el centro. La fuerza cíclica se aplicó a través de la barra de empuje y se monitorizaron las tensiones en la raíz del diente del engranaje para el cálculo de la fatiga. En este estudio, la malla refinada en la raíz del diente del engranaje representada en la Figura 4 se utilizó con métodos de punto, volumen y línea. Por otro lado, la malla más gruesa se utilizó con el método de control de malla.



Figura 4 Modelo de elementos finitos con detalle de la zona de análisis de fatiga. Arriba: método de punto, volumen y línea; abajo: método de control de malla.

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

3.1 Localización de la grieta

El proceso de validación del procedimiento numérico utilizado para predecir la vida a fatiga de la flexión de dientes de engranajes implica varios pasos, uno de los cuales es la comprobación de la localización de la grieta en las probetas experimentales. Para ello, se comparan los valores máximos de SWT en la raíz del diente calculadas mediante el modelo de elementos finitos con la localización de la grieta en el diente fallado a partir de la condición de ensayo.

La ubicación de la grieta en todos los dientes se midió utilizando un microscopio óptico (Leica DMS 1000).

La Figura 5 muestra una comparativa entre los valores máximos del parámetro de SWT calculado con los diferentes métodos analizados y la posición de la grieta en el pie del diente. Se ha verificado así, que los métodos son capaces de predecir la posición de la grieta de forma precisa.



Figura 5 Comparación del SWT FIP calculado por diferentes métodos con una vista ampliada del punto de iniciación de la grieta junto con la malla de elementos finitos: (a)-(b) método de volumen, (c)-(d) método de línea de puntos, (e)-(f) método de control de malla.

3.2. Correlación experimental y comparación entre enfoques de TCD

En esta sección se presenta una comparación detallada de los resultados obtenidos con los distintos métodos estudiados en esta investigación. La comparación se divide en dos partes: en primer lugar, se analizan las ventajas e inconvenientes de cada uno de los métodos y, en segundo lugar, se examina la correlación de los resultados con las pruebas experimentales y las conclusiones generales.

Los resultados globales del estudio se muestran en la Figura 6. En los resultados, se observa que los valores de SWT de los distintos métodos son muy similares, con una diferencia máxima del 14% sólo en una de las pruebas para el método LM, y una diferencia media global de aproximadamente el 3,5%. Esto sugiere que las diferencias entre los métodos son relativamente pequeñas. Estos resultados coinciden con los de Taylor [8].



Figura 6 Comparación del valor SWT para diferentes enfoques de TCD

A pesar de las similitudes en términos de resultados obtenidos con los métodos analizados, existen diferencias significativas en términos de tiempo computacional, como se muestra en la Figura 7. El tiempo computacional se calculó considerando el tiempo requerido para la simulación por el método de los elementos finitos y el tiempo de post-procesado. Los resultados mostraron que el método de volumen es el más lento de los tres, mientras que el método de puntos y el método de líneas proporcionan resultados similares. Por otro lado, el método de control de malla demostró ser el más rápido, siendo dos órdenes de magnitud más rápido que los otros métodos. Esto se debe a que el tamaño del elemento necesario para el para el método de control de malla es considerablemente mayor.



Figura 7 Comparación del tiempo de cálculo (simulación FEM y postproceso) de los distintos métodos de TCD.

En la Figura 8 se presenta la correlación experimental para cada uno de los métodos analizados. Los resultados del estudio demuestran que los cuatro métodos muestran una buena correlación en general. Esto significa que cualquiera de los cuatro métodos puede utilizarse para obtener resultados precisos. Sin embargo, el método de control de malla destaca como la opción más atractiva para este estudio en particular, debido a su velocidad de cálculo. Desde la perspectiva de la industria, el método de control de malla también puede ser el más interesante, ya que ofrece una forma rápida y eficaz de obtener buenos resultados.



Figura 8 Correlación entre la vida experimental y la predicción numérica para diferentes enfoques del TCD: (a) Método de punto; (b) Método de volumen; (c) Método de línea; y (d) Control de malla.

Además, el desarrollo de la inteligencia artificial y la modelización sustitutiva han aumentado aún más el atractivo del método de control de malla. Estas técnicas avanzadas permiten alimentar un gran número de simulaciones a modelos sustitutos, lo que puede mejorar significativamente la precisión de los resultados. Sin embargo, es importante señalar que otros métodos también pueden ser interesantes para la investigación. Por ejemplo, si se analiza el efecto de un tratamiento mecánico como el granallado, puede ser necesaria una malla refinada para obtener resultados precisos, lo que puede hacer que otros métodos sean más adecuados. En general, los resultados del estudio proporcionan información valiosa sobre el rendimiento de los distintos métodos y pueden orientar a investigadores y profesionales a la hora de seleccionar el método más adecuado para sus necesidades específicas.

4. CONCLUSIONES

En este estudio se ha evaluado la eficacia del método de la teoría de las distancias críticas para determinar la vida útil a fatiga de un engranaje recto. Se han aplicado varios métodos TCD para analizar el componente, incluyendo el método de puntos, el método de líneas, el método de volumen y el control de malla. Los resultados indican que, en general, el método TCD es un método fiable y preciso para predecir la vida útil a fatiga de los engranajes rectos. A partir de estos resultados, pueden extraerse las siguientes conclusiones:

- Existe una fuerte correlación entre la localización de grietas y la vida útil a fatiga predichas y experimentales. Esto sugiere que los métodos TCD combinados con el parámetro indicador de fatiga Smith-Watson-Topper pueden predecir con exactitud la probabilidad de formación de grietas y fallo en engranajes rectos.
- Todos los métodos, cuando se aplican correctamente, arrojan resultados similares.
- El control de malla es el método más rápido y, por tanto, más atractivo desde una perspectiva industrial.
- Otros métodos pueden ser más adecuados para analizar factores como el tratamiento mecánico o el crecimiento de grietas, en los que podría ser necesaria una malla refinada.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen el apoyo financiero de la Diputación Foral de Guipúzcoa en el marco del Proyecto SHOTPENG (Orden Foral 481/2021), del Gobierno Vasco en el marco del Proyecto STEINER Subvención PIBA_2023_1_0052 y del Gobierno Español en el marco del Proyecto HYBRID Subvención PID2021-124245OA-I00 (MINECO/FEDER, UE).

REFERENCIAS

- [1] W. Lewis, "Investigation of the strength of gear teeth," *American Machinist*, vol. 16, p. 10, 1893.
- [2] G. Niemann, Machine elements: design and calculation in mechanical engineering. Springer, 1978.
- [3] H. Hofer, "Verzahnungskorrekturen an Zahnrädern," *Atz*, vol. 49, pp. 19–20, 1947.
- [4] J. R. Colbourne, *The geometry of involute gears*. Springer Science & Business Media, 2012.
- K. Stahl, Lebensdauerstatistik: Abschlussbericht: Forschungsvorhaben Nr. 304. FVA, 1999.
- [6] F. Concli, L. Maccioni, and L. Bonaiti, "Reliable gear design: Translation of the results of single tooth bending fatigue tests through the combination of numerical simulations and fatigue criteria," *WIT Trans. Eng. Sci*, vol. 130, pp. 111–122, 2021.
- [7] D. Socie and G. Marquis, *Multiaxial fatigue*. SAE International, 1999.
- [8] D. Taylor, "The theory of critical distances," *Eng Fract Mech*, vol. 75, no. 7, pp. 1696–1705, 2008.
- [9] Kn. Smith, "A stress-strain function for the fatigue of metals," *J Mater*, vol. 5, pp. 767–778, 1970.
- [10] S. Blasón *et al.*, "Determination of fatigue crack growth in the near-threshold regime using smallscale specimens," *Theoretical and applied fracture mechanics*, vol. 118, p. 103224, 2022.
- [11] ASTM, "E647–15: Standard test method for measurement of fatigue crack growth rates," vol. 10, 2015.
- K. Vučković, I. Galić, Ž. Božić, and S. Glodež,
 "Effect of friction in a single-tooth fatigue test," *Int J Fatigue*, vol. 114, pp. 148–158, 2018.
- [13] A. Singh, "An experimental investigation of bending fatigue initiation and propagation lives," *J. Mech. Des.*, vol. 123, no. 3, pp. 431–435, 2001.
- [14] D. R. McPherson and S. B. Rao, "Methodology for translating single-tooth bending fatigue data to be comparable to running gear data," *Gear technology*, vol. 6, pp. 42–51, 2008.

INFLUENCIA DE LA POROSIDAD EN EL COMPORTAMIENTO A FATIGA DE ACEROS SINTERIZADOS: REVISIÓN DE LA TEORÍA DE MURAKAMI

S. Otero*1, J. Sicre², G. Álvarez¹, M.M. Llera¹, C. Rodríguez¹

 ¹ SIMUMECAMAT Research Group. Universidad de Oviedo Edificio Departamental Oeste. 7.1.10. Campus Universitario, 33203 Gijón, Asturias-España
 ² PMG Powertrain R&D Center S.L.U. Pol. Ind. Vega de Baíña s/n, 33682 Mieres, Asturias-España *email: <u>oterosara@uniovi.es</u>

RESUMEN

El uso de metalurgia de polvos en la fabricación de elementos destinados a la industria del automóvil hace necesario no sólo conocer su comportamiento a fatiga, sino también cómo influirá la porosidad inherente a los mismos en dicho comportamiento. Son diversas las teorías que intentan explicar la influencia de la porosidad en el límite de fatiga de un material. Sin embargo, la más aceptada es la propuesta de Murakami o " \sqrt{A} rea", que, aun habiendo sido desarrollada para el caso de entallas, muchos autores aplican a los materiales porosos, asemejando los poros a pequeñas entallas cuya profundidad igualan a la raíz cuadrada del tamaño del poro. No obstante, la presencia de una distribución de poros muy variada, tanto en tamaño como en forma, hace necesario establecer un método de medida que permita seleccionar el tamaño de poro crítico. En este trabajo se analiza el comportamiento a fatiga de dos tipos de aceros obtenidos mediante sinterizado cuya composición y microestructura es muy diferente. También se hace un exhaustivo análisis estadístico de la porosidad, considerando no sólo el tamaño de los poros sino también su geometría. Los resultados obtenidos apuntan a una fuerte influencia de la porosidad en el límite de fatiga, que la teoría basada en " \sqrt{A} rea" no es capaz de captar en toda su magnitud cuando la geometría de los poros se aleja de la esfericidad. En base a estas observaciones, en este trabajo se propone el uso de diferentes parámetros geométricos en función de que la geometría de los poros sea más o menos alargada.

PALABRAS CLAVE: Aceros sinterizados, Límite de fatiga, Porosidad, Teoría de Murakami.

ABSTRACT

The use of powder metallurgy in the manufacturing of components for the automotive industry makes it necessary not only to understand their fatigue behavior but also to consider the influence of inherent porosity on that behavior. There are various theories attempting to explain the impact of porosity on the fatigue limit of a material. However, the most widely accepted is the Murakami or " \sqrt{A} rea" proposal, which, although originally developed for notches, many authors apply to porous materials, likening the pores to small notches whose depth is equal to the square root of the pore size. Nevertheless, the presence of a widely varied distribution of pores in both size and shape necessitates establishing a measurement method to select the critical pore size. This study analyzes the fatigue behavior of two types of sintered steels with significantly different composition and microstructure. A comprehensive statistical analysis of porosity is also conducted, considering not only the size of the pores but also their geometry. The results indicate a strong influence of porosity on the fatigue limit, which the " \sqrt{A} rea" theory fails to explain when the pore geometry is far from sphericity. Based on these observations, this work proposes the use of different geometrical parameters depending on whether the pore geometry is more or less elongated.

KEYWORDS: Sintered Steels, Fatigue Limit, Porosity, Murakami's Theory.

1. INTRODUCCIÓN

Cualquier elemento destinado a la industria del automóvil, debe desarrollarse para cumplir unos standares de calidad cada vez más exigentes a un coste de fabricación que sea muy competitivo. Por esta razón, ciertos elementos, como los cubos sincronizadores, utilizados en las cajas de cambio, de geometría tremendamente compleja, se fabrican mediante pulmetalurgia [1]. La principal ventaja de esta técnica es la obtención de piezas con formas muy complejas y tolerancias muy ajustadas con una alta calidad a un coste relativamente bajo [2]. No obstante, esta técnica, presenta como handicap la inevitable presencia de porosidad que afecta a su comportamiento mecánico y, sobre todo, a la resistencia a la fatiga de estas piezas, que inevitablemente disminuye conforme aumenta el número y tamaño de los poros [3]. No obstante, y a sabiendas que la porosidad es el parámetro que más afecta el comportamiento a fatiga de este tipo de materiales, aún no existe un consenso para cuantificar su efecto [4].

Aunque la mayor parte de los autores coinciden en asimilar los poros a pequeños defectos, de modo que se tenga en cuenta el efecto concentrador de tensiones de los mismos, la forma de cuantificar dicho efecto difiere de unos a otros. Algunos autores apuestan por utilizar la teoría de las distancias críticas calculando la tensión a una cierta distancia del frente de la entalla [5]. Otros tienen además en cuenta el efecto del gradiente de tensiones [6]. Por su parte, hay quien aplica la teoría del volumen efectivo, considerando que el efecto de la entalla se puede estudiar a partir de la tensión que se alcanza en un pequeño volumen situado en el frente de la entalla [7].

No obstante, las teorías más extendidas, entre ellas la de Murakami [6] son las basadas en aplicar los conceptos de la mecánica de la fractura elástica lineal, en la que se supone que el límite de fatiga, S_f, en un material con una entalla (poro), será la tensión límite a partir de la cual comenzará a crecer una grieta a partir de la entalla, por lo que dicha tensión estará relacionada con la amplitud del factor de intensidad de tensiones umbral, ΔK_{th} , mediante la expresión:

$$\Delta K_{\rm th} = Y \cdot S_f \sqrt{\pi a} \tag{1}$$

Donde Y es el factor geométrico y a el tamaño del defecto.

Además, teniendo en cuenta que bajo el mismo nivel de tensiones la grieta se iniciará en el defecto de mayor tamaño, el análisis deberá realizarse teniendo en cuenta la distribución de los tamaños máximos de poro. En este contexto, la estadística de valores extremos es una herramienta muy útil que nos permitirá realizar dicho análisis [5].

Entre las distribuciones de valores extremos que podrían aplicarse, la más utilizada en la evaluación del tamaño máximo de poro es la distribución de Gumbel de dos parámetros [6]. Esta distribución representa los valores máximos de una serie de valores pertenecientes a una función exponencial, pudiendo expresarse a partir de la ecuación (2):

$$F_0(x) = \exp\left[\exp\left(-\frac{x-\lambda}{\delta}\right)\right]$$
(2)

Siendo λ y δ , respectivamente, los parámetros de localización y de escala de la distribución, cuyo valor dependerá del volumen analizado, V_{0} .

Considerando, entonces, que el número de poros será proporcional al volumen analizado, *V*, la función de distribución de los poros más grandes en dicho volumen se puede calcular como:

$$F(x) = [F_0(x)]^{\frac{V}{V_0}} = \exp\left[\frac{V}{V_0}\exp\left(-\frac{x-\lambda}{\delta}\right)\right]$$
(3)

Donde V_0 es el volumen de material utilizado en el cálculo de los parámetros λ y δ , y V es el volumen del elemento cuyo comportamiento estamos analizando, y que en este caso sería el fuste de una probeta de fatiga.

En base a todo lo anterior, en este trabajo se intentará establecer una relación cuantitativa entre la resistencia a la fatiga de dos materiales obtenidos por pulvimetalurgia y su distribución de tamaños de poro máximos. Para ello, por un lado, se procederá a caracterizar a fatiga ambos materiales y, por otro, se realizará un exhaustivo análisis de distribución de tamaños de poro, para finalizar discutiendo la aplicabilidad de la teoría de Murakami [6].

2. MATERIALES

Los cubos sincronizadores de los que se partía, denominados C1 y C2, respectivamente, fueron fabricados a partir de mezclas de polvo comerciales, cuya composición química general se recoge en la tabla 1. Cabe destacar que además de la diferente composición de polvos, el método de fabricación también varió. El Cubo C1 sufrió un proceso de simple prensado-simple sinterizado, mientras que el Cubo C2 se sometió a un proceso de doble prensado-doble sinterizado.

Tabla 1. Composición química del polvo de partida.						
(%w)	Cr	Мо	С	Cu	Ni	Fe
C1	3.0	0.5	0.4	0.0	0.0	Bal.
C2	0.0	0.5	0.6	1.5	4.0	Bal.

La figura 1 muestra las microestructuras de ambos cubos. El Cubo C1 (figura 1.a) tiene una microestructura mayoritariamente martensítica con presencia de un $6.5 \pm 2.5\%$ de austenita retenida, mientras que el Cubo C2 (figura 1.b) es una mezcla de perlita y martensita con un $12.5 \pm 2.1\%$ de austenita retenida.



Figura 1. Microestructura a) Cubo 1 y b) Cubo 2.

Sobre estas muestras también se midieron los valores medios de porosidad (utilizando análisis de imagen y el método de las intersecciones) y de dureza que se recogen en la tabla 2.

Tabla 2. Valores de porosidad y dureza (mean \pm *stdv).*

ID	Porosidad (%)	HV5
C1	10.2 ± 0.7	330 ± 9
C2	6.0 ± 0.5	270 ± 3

La diferente composición química y microestructura de ambos cubos justifican la diferencia en los valores de dureza. El C1, con una microestructura mayoritariamente martensítica muestra una dureza casi 80 unidades superior al C2, cuya microestructura es una mezcla de perlita y martensita. Por su parte, el haber utilizado un proceso de paso simple en el Cubo C1 justificaría su significativamente mayor porosidad.

Estas diferencias también se ven reflejadas en el comportamiento mecánico a tracción de ambos cubos, cuyas propiedades (módulo elástico, *E*, coeficiente de Poisson, *v*, límite elástico, σ_{ys} , resistencia a la tracción, σ_u , y deformación a rotura, ε_u) se recogen en la tabla 3. Como ocurría con la dureza, el Cubo C1 muestra una resistencia mecánica significativamente mayor que el Cubo C2, a cambio de unos valores de deformación significativamente más bajos.

Tabla 3. Propiedades a tracción del Cubo 1 y Cubo 2.

ID	E (MPa)	v	σys (MPa)	σ _u (MPa)	Eu (%)
C1	130500	0.26	714	714	0.65
C2	125000	0.26	548	622	0.87

3. COMPORTAMIENTO A FATIGA

El análisis a fatiga de los cubos se realizó a través de probetas de sección circular (figura 2.a) extraídas directamente de los mismos, tal y como se esquematiza en la figura 2.b. Las dimensiones de las probetas, aunque inferiores a las estándar, al tener que adaptarlas a las pequeñas dimensiones de los cubos, siguen las recomendaciones de la norma ISO 1143 [8]. El diámetro de la zona calibrada es de 4 ± 0.02 mm. Una vez mecanizadas, las probetas fueron sometidas a un proceso de desbaste y pulido para garantizar una rugosidad superficial, R_a , inferior a 0.2 micras.



Figura 2. Probetas de fatiga: a) geometría y dimensiones (mm); b) zonas de extracción

Los ensayos de fatiga a flexión rotativa se llevaron a cabo a temperatura ambiente utilizando una máquina "Microtest EFFR4P-100", especialmente diseñada para el ensayo de probetas de reducidas dimensiones. Las probetas fueron ensayadas aplicando valores de tensión alterna, S_a , siempre inferiores al límite elástico del material. Los ensayos se daban por finalizados cuando se producía la rotura de la probeta o se superaban los 5 millones de ciclos sin fallo (run-out). La determinación del límite de fatiga se realizó mediante el método del escalón [9].

La figura 3 recoge, de forma conjunta, los diferentes puntos S_a -N que conforman las curvas de Wöhler de ambos cubos, así como el límite de fatiga obtenido en cada caso. En dichas curvas se distingue entre los puntos representativos de probetas que han sobrevivido más de 5 millones de ciclos (círculos vacíos) y las que han roto en el curso del ensayo de fatiga (círculos llenos). Señalar la elevada dispersión de resultados, debida, fundamentalmente, a la porosidad de estos materiales.



Figura 3. Curvas S_a-N de ambos cubos.

Ajustados los puntos experimentales a una ley de Basquin (ecuación 4) se obtienen los coeficientes σ'_f y *b* recogidos en la tabla 4. En dicha tabla también se refleja el valor del límite de fatiga correspondiente a cada cubo.

$$S_a = \sigma'_f (2N)^b \tag{4}$$

Tabla 4. Coeficientes de Basquin y límites de fatiga.

ID	σ'_{f} (MPa)	b	S_f (MPa)
C1	803	-0.090	232
C2	792	-0.088	270

Como puede observarse, el límite de fatiga obtenido para el cubo C1 corresponde, aproximadamente, al 30% del límite elástico del acero (que en ese caso coincidía con su resistencia a la tracción), mientras que en el caso del cubo C2 el límite de fatiga alcanza prácticamente el 50% de su límite elástico. Teniendo en cuenta que, normalmente, la relación entre ambos parámetros suele ser de más del 50% para el caso de materiales densos, la razón de los bajos valores obtenidos se fundamenta en que se trata de materiales con poros. Además, la gran diferencia de porosidad hace que, mientras que el cubo C2 presenta un comportamiento similar al obtenido por otros investigadores [3], el cubo C1 está muy por debajo.

El análisis fractográfico de las probetas rotas, se realizó mediante microscopía electrónica de barrido (TESCAN VEGA XMH). En todos los casos, los dos mecanismos que se observan en los análisis de las superficies de fractura son los típicos tanto del daño inicial por fatiga como de una rotura final de carácter dúctil. En la figura 4 se muestra, como ejemplo, la superficie de fractura de una de las probetas ensayadas, perteneciente al cubo C2. Estudiando las zonas en las que aparece el mecanismo de fatiga (figura 4.a) se puede intuir el recorrido del defecto inicial, que irá creciendo, hasta desencadenar la rotura catastrófica final de la probeta, que a su vez se identifica con la presencia de los microvacíos (figura 4.c) característicos del mecanismo de fractura dúctil [10].



Figura 4. Superficie de fractura de la probeta 11 del C2 a) detalle zona fatiga, b) vista general y c) detalle zona microvacíos.

Cabe destacar, que todas las probetas analizadas tanto del cubo C1 como del C2 mostraban los mismos mecanismos de fractura, sin encontrar en ningún caso mecanismos de fractura frágil como clivaje o intergranular. Además, en todos los casos el proceso se iniciaba en la superficie de las probetas y, como era de esperar, las probetas que más ciclos han soportado son las que mostraron una mayor superficie de daño generado por fatiga.

4. DISTRIBUCIÓN DE TAMAÑO DE PORO MÁXIMO

Para realizar este análisis se partió de muestras extraídas en zonas equivalentes a las que ocuparía el fuste de las probetas de fatiga, asegurando, de este modo, que se estuviese estudiando la porosidad exactamente en la zona sometida a fatiga. Tras preparar convenientemente la superficie de esas probetas, se tomaron varias imágenes de la porosidad como las mostradas en la figura 5. Cada una de esas imágenes se dividió en N subáreas (figura 6), localizando en cada una de ellas la situación del poro de mayor tamaño y calculando su valor. Para ello, se ha utilizado la herramienta de análisis de imagen ImageJ, que no solo proporciona el tamaño de todos los poros presentes en una determinada imagen, sino que también proporciona datos sobre la geometría del mismo a través de parámetros como la esfericidad, el diámetro de Feret, o el valor del ancho y largo del defecto si se le asimila a un rectángulo. En este caso concreto se ha dividido cada imagen en N subáreas de 0.02 mm².



Una vez calculado el área del poro máximo de cada subárea, X_i , se ordena de menor a mayor y se les asigna una probabilidad de fallo F_i , de acuerdo con el orden *i* correspondiente. La figura 7 muestra, a efectos de comparación, la distribución de Gumbel de dos muestras correspondientes a los dos cubos analizados.



Figura 7. Comparación de la distribución de Gumbel del Cubo 1 y Cubo 2.

Tomando doble neperiano en la ecuación (2) se obtiene la ecuación (5) que permite obtener los valores de los parámetros λ y δ por ajuste de los datos (X_i , Y_i) a una recta.

$$Y_i = -\ln\left(\ln F_i\right) = \frac{X_i - \lambda}{\delta} = \frac{1}{\delta} X_i - \frac{\lambda}{\delta}$$
(5)

Téngase en cuenta, no obstante, que estos parámetros representan la distribución de poros en una muestra representativa de muy pequeña superficie (S_0), por lo que

su valor y, por ende, el tamaño de poro máximo calculado será el correspondiente a la superficie analizada, S_0 . Para poder corregir este efecto, y obtener el tamaño de poro máximo para cualquier volumen de probeta analizado, se utiliza la ecuación (3), en la que V es el volumen de la muestra que se desea analizar (en nuestro caso el fuste de las probetas de fatiga) y V_0 el volumen de las muestras sobre las que se realizaron las medidas de porosidad.

Dado que las medidas de porosidad se hacen sobre imágenes planas, disponemos tan solo de un valor de superficie de dichas imágenes ($S_0 = 0.02 \text{ mm}^2$), por lo que para calcular el volumen V_0 se suele tomar como tercera dimensión la raíz cuadrada del área media de los poros máximos ($X_i=A_i$) (ecuación 6), aunque esta dimensión podría ser otra.

$$V_0 = S_0 \frac{1}{N} \sum \sqrt{A_i} \tag{6}$$

Finalmente, se calcula el tamaño máximo de poro para que, con una cierta probabilidad, α , podremos encontrar en el volumen de muestra, *V*, como:

$$A_{\alpha} = \lambda + \delta \left[ln \frac{V}{V_0} - ln(-ln \alpha) \right]$$
⁽⁷⁾

Siguiendo este proceso, y utilizando al menos 5 imágenes por material, se calcularon los valores de los parámetros de Gumbel que se muestran en la tabla 5. En esta tabla también se recogen los valores de área de poro máximo que podríamos encontrar con una probabilidad del 50% y otra del 99% en la zona calibrada de una probeta de fatiga (V = 125.66mm³) habiendo partido de los parámetros obtenidos con $V_0 = 0.0015065$ mm³ en el caso del Cubo 1 y $V_0 = 0.001024$ mm³ en el caso del Cubo 2.

Tabla 5. Parámetros δ , $\lambda y A_{\alpha} del C1 y C2$.

	δ (μ m ²)	λ (μm ²)	$A_{\alpha_50\%}$ (μm^2)	Aα_99% (μm ²)
C1 ($a=\sqrt{A}$)	200	349	2688	3535
C2 ($a=\sqrt{A}$)	155	177	2046	2715

Estos resultados, junto con lo observado más gráficamente en la figura 7 muestran, que tanto el parámetro de localización (λ) como el de escala (δ) y, en consecuencia, el tamaño de poro máximo para cualquier probabilidad, son considerablemente mayores en el cubo C1, lo que explica su peor respuesta a fatiga en comparación con el C2 (figura 3).

4. DISCUSIÓN DE RESULTADOS

Tal y como se refleja en los anteriores apartados, la respuesta a fatiga de un material poroso muestra una fuerte dependencia de dicha porosidad, obteniéndose peores respuestas a fatiga conforme la porosidad aumenta. No obstante, esta es una percepción cualitativa que no puede utilizarse en el diseño de componentes. En un intento de establecer una relación cuantitativa entre

estos dos parámetros, y a sabiendas que existen otras propuestas [5,7], en este caso se utilizarán las basadas en conceptos de MFEL, entre las que destaca la propuesta de Murakami [6] y que se basan en establecer una relación entre ΔK_{th} y el límite de fatiga, S_f (ecuación (1)).

La propuesta de Murakami, basada en un amplísimo análisis experimental de la respuesta a la fatiga de probetas entalladas [6], parte de la percepción de que el factor umbral de intensidad de tensiones ΔK_{th} dependía del valor del área del defecto, *A*, proyectada en el plano perpendicular a la carga y de la dureza del material, estableciendo la relación:

$$\Delta K_{\rm th} = 3.3 \cdot 10^{-3} \cdot (HV + 120) \cdot \sqrt{A^{\frac{1}{3}}}$$
(8)

En base a esta expresión, los valores de ΔK_{th} estimados en el caso de los dos materiales y para las dos probabilidades analizadas se reflejan en la tabla 6. Así, la mayor dureza del cubo C1, proporcionaría un valor de ΔK_{th} mayor que el cubo C2, aún teniendo mayor porosidad.

Tabla 6. Valores de ΔK_{th} estimados mediante (8).

	$\Delta K_{\text{th}_{\alpha}=0.5}$ (MPa \sqrt{m})	$\Delta K_{th_{\alpha}=0.99}$ (MPa \sqrt{m})
C1	5.54	5.79
C2	4.59	4.81

Pero la diferencia entre la teoría de Murakami (también denominada "raíz de área o \sqrt{A} ") y otras propuestas, radica, precisamente, en el valor del tamaño del defecto que se introduce en la ecuación (1), que en el caso de Murakami es $a = \sqrt{A}$. Es decir, esta teoría asemeja el poro a un cuadrado de lado *a*, lo que en muchas ocasiones puede alejarse de la realidad. Bajo esta suposición y combinando la ecuación (1) con la (8), se establece la siguiente relación cuantitativa entre el límite de fatiga y el área de poro máximo:

$$S_{f} = \beta \frac{(HV + 120)}{\sqrt{A}^{\frac{1}{6}}}$$

$$\tag{9}$$

Siendo $\beta = 1.43$ si el defecto que inicia el fallo se encuentra en la superficie y *A* el área del poro máximo $(A=A_{\alpha})$ expresado en micras.

Utilizando la ecuación (9), los valores de dureza HV (tabla 2) y área de poro, A_{α} (tabla 5), de cada cubo, se obtuvieron los valores de los límites de fatiga estimados según Murakami, que se recogen en la tabla 7.

Tabla 7. Límites de fatiga estimados según Murakami.

	$S_{f\alpha = 0.5}$ (MPa)	$S_{f\alpha = 0.99}$ (MPa)
C1 ($a=\sqrt{A}$)	333	326
C2 ($a=\sqrt{A}$)	295	289

Como puede observarse, aun teniendo en cuenta el efecto de la porosidad, los valores obtenidos, aunque muy próximos a los experimentales en el caso del cubo C2 ($S_f=270$ MPa), aún se encuentran muy alejados en el caso del cubo C1. Esta diferencia podría explicarse, como ya se ha comentado anteriormente, en la forma de estimar la longitud del defecto utilizada por Murakami, que podría ser válida cuando la forma de los poros está próxima a la cuadrada (caso del cubo C2), pero que se alejaría de la realidad cuando el poro es alargado, o cuando se debería tener en cuenta la interacción de varios poros a la hora de calcular el tamaño máximo.

Por esta razón, se decidió volver a realizar el análisis suponiendo que el defecto tiene forma rectangular de Área= $a \cdot b$, siendo a la longitud máxima (L_{max}) del mismo. El programa de análisis de imagen utilizado suministra los valores de dichos parámetros para cada poro.

Así, conservando los valores de área máxima de poro obtenidos anteriormente, de modo que también se conservan los valores de ΔK_{th} , pero trabajando ahora directamente con la longitud máxima de defecto, a=Lmax, el valor de S_f podría ser estimado directamente a través de la ecuación (1) y utilizando un factor geométrico, Y adecuado. La tabla 8 refleja los nuevos valores de los límites de fatiga obtenidos, con Y=1 (suponiendo el poro como una grieta superficial de tamaño muy inferior al diámetro de la probeta). Ahora, estos valores se asemejan más a los experimentales en el cubo C1, pero proporcionan valores inferiores en el caso del Cubo C2. Queda patente, por tanto, la importancia de tener en cuenta no solo el tamaño sino también la forma de los poros a la hora de estimar la influencia de la porosidad en la resistencia a la fatiga de los materiales porosos.

Tabla 8. Límites de fatiga estimados para $a=L_{max}$.

	$S_{f\alpha = 0.5}$ (MPa)	$S_{f\alpha = 0.99}$ (MPa)
C1 (a=L _{máx})	245	224
C2 (a=L _{máx})	215	197

5. CONCLUSIONES

La realización de este trabajo utilizando dos materiales obtenidos a partir de dos cubos sincronizadores, C1 y C2, ha dado lugar a las siguientes conclusiones:

- A pesar de exhibir una mayor dureza y resistencia, la mayor porosidad del cubo C1 provoca que su resistencia a la fatiga sea inferior a la del cubo C2.
- El proceso de fabricación del cubo C1, consistente en un solo paso de prensado y sinterizado, sería el principal responsable tanto de que el porcentaje de poros como su tamaño sea muy superior en este cubo.
- La propuesta de Murakami, consistente en asimilar la geometría de los poros a un cuadrado de lado a=√A,

solo puede aplicarse en el caso de que la forma de los poros se asemeje a dicha geometría (caso del Cubo 2).

- En el caso de que la geometría de los poros sea alargada, el límite de fatiga se estima de forma más precisa utilizando como tamaño del defecto la mayor de las dimensiones de dicho poro.
- Aunque las teorías basadas en la MFEL parecen apropiadas para estimar el efecto de la porosidad en la resistencia a la fatiga de los materiales porosos, será necesario analizar qué parámetro geométrico es el más adecuado en cada caso.

AGRADECIMIENTOS

Al Principado de Asturias por la ayuda concedida a través del proyecto IDI/2021/00279 de la convocatoria en Red Concertada y por las ayudas AYUD-2021-50985 y AYUD-2021-57532.

REFERENCIAS

- Lawcock, R., Buckley-Golder, K., and Sarafinchan, D., Testing of High Endurance PM Steels for Automotive Transmission Gearing Components," 1999.
- [2] Anders Bergmark, Sven Bengtsson, Claes Kuylenstierna, PM steel for high loaded applications, 2005.
- [3] Z. Tan, Y. Liu, X. Huang, and S. Li, "Fatigue Behavior of Alloy Steels Sintered from Pre-Alloyed and Diffusion-Bonding Alloyed Powders,". Metals pp. 1-14. 2022.
- [4] María Fernández Vega, "Utilización del ensayo miniatura de punzonado en la caracterización mecánica de productos sinterizados". Tésis Doctoral. 2014.
- [5] M. Andersson, M. Larsson, and H. Ab, "Linking pore size and structure to the fatigue performance of sintered steels," pp. 1-8. 2010.
- [6] S. Beretta and Y. Murakami, "Small Defects and Inhomogeneities in Fatigue Strength: Experiments, Models and Statistical Implications," Extremes 2:2 pp. 123-147. 1999.
- [7] M. Andersson, "The Role of Porosity in Fatigue of PM Materials", 2011.
- [8] ISO 1143:2021 Rotating bar bending fatigue testing.
- [9] ISO 12107:2003 Fatigue testing Statistical planning and analysis of data.
- [10] Eva Dudrová, Margita Kabátová, Fractography of sintered steels, Powder Metallurgy Progress, Vol.8 (2008), No 2.
EVALUACIÓN DE LA VIDA ÚTIL A FATIGA DE LÍNEAS DE AMARRE DE CONVERTIDORES DE ENERGÍA UNDIMOTRIZ EN CONDICIONES DE OLEAJE REALISTAS

Eguzkiñe Martinez-Puente¹*, Ander Zarketa-Astigarraga¹, Jon Ander Esnaola², Alaitz Zabala³, Manex Martinez-Agirre¹, Miguel Muñiz-Calvente⁴, Iñigo Llavori^{2,3}, Markel Penalba^{1,5}

¹ Fluid Mechanics Department, Mondragon University, Loramendi 4, 20500 Arrasate, Spain
 ² Structural Mechanics and Design, Mondragon University, Loramendi 4, 20500 Arrasate, Spain
 ³Surface Technologies, Mondragon University, Loramendi 4, 20500 Arrasate, Spain
 ⁴Department of Construction and Manufacturing Engineering, University of Oviedo, Gijón 33203, Spain
 ⁵Ikerbasque, Basque Foundation for Science, Euskadi Plaza 5, 48011 Bilbao, Spain
 * Persona de contacto: <u>emartinezp@mondragon.edu</u>

RESUMEN

La evaluación de la fatiga en los convertidores de energía undimotriz representa un reto importante debido a su amplia gama de condiciones operativas. Por ello, es necesario adoptar técnicas más eficientes en términos de tiempo. Aunque el *Rainflow counting* está ampliamente reconocido por su fiabilidad, su inconveniente principal radica en el alto tiempo de ejecución que exige. En cambio, los métodos espectrales ofrecen una alternativa más eficaz. El objetivo de este trabajo es llevar a cabo una evaluación exhaustiva de la fatiga del amarre de un convertidor de energía undimotriz, ahondando a su vez en la influencia de las diversas condiciones operativas sobre el daño total. El método espectral utilizado para el análisis es el Tovo-Benasciutti, con el daño estimado mediante *Rainflow counting* utilizado como referencia. Los resultados subrayan la fiabilidad de los métodos espectrales y destacan la importancia crítica de representar con precisión la región operativa, dado su impacto sobre el daño total.

PALABRAS CLAVE: Fatiga, Métodos espectrales, Líneas de fondeo, Convertidores de energía undimotriz

ABSTRACT

Fatigue assessment in wave energy converters presents a significant challenge due to their wide array of operational conditions. This necessitates the adoption of more time-efficient techniques. While Rainflow counting is widely recognised for its reliability, its drawback lies in its time-consuming nature. In contrast, spectral methods offer a more efficient alternative. This paper aims to conduct a comprehensive fatigue assessment of a wave energy converter's mooring system while delving into the influence of various operational conditions on total damage. The spectral method utilised for the analysis is Tovo-Benasciutti, with Rainflow damage used as a reference. Results underscore the reliability of spectral methods and highlight the critical importance of accurately representing the operational region, given its impact on overall damage.

KEYWORDS: Fatigue, Spectral methods, Mooring lines, Wave energy converters

1. INTRODUCCIÓN

Uno de los principales desafíos al diseñar convertidores de energía undimotriz (WEC, por sus siglas en inglés) es conseguir su viabilidad económica [1], [2], que depende de dos aspectos contraproducentes: mejorar la absorción y generación de energía, lo cual requiere aumentar el movimiento tanto como sea posible, y reducir las cargas en componentes críticos, que implica una disminución en el movimiento [1]. Por lo tanto, es evidente que se debe alcanzar un compromiso entre estos dos aspectos.

Por ello, es crucial contar con una metodología fiable para la estimación de la vida útil de los componentes críticos, permitiendo la optimización de los costes de mantenimiento, a la par que se evita el sobredimensionamiento de las piezas que podría llevar a un rendimiento más restringido de los WECs [3]. Una evaluación completa de la integridad estructural generalmente se compone de un análisis del estado límite último (ELU) y un análisis del estado límite de fatiga (ELF). El primero estudia los fallos debidos a cargas y eventos extremos, mientras que el segundo aborda el efecto de cargas cíclicas, donde el fallo puede ocurrir incluso por debajo del límite elástico del material [4]. La evaluación del ELU se realiza solo para las condiciones extremas, mientras que en fatiga se debe tener en cuenta toda la región operativa en la que trabaja el dispositivo. En consecuencia, se requieren modelos más eficientes para estudiar todas las condiciones de carga relevantes.

El método de conteo *Rainflow counting* (RFC, por sus siglas en inglés) [5] es una técnica ampliamente conocida en el dominio temporal (DT), con gran reconocimiento por su fiabilidad en la estimación de vida a fatiga. siempre y cuando se disponga de una cantidad suficiente de datos, ya sea datos experimentales de un dispositivo real o datos sintéticos de simulaciones numéricas, que incluyan información relevante para el comportamiento del sistema en toda la región operativa. A pesar de su fiabilidad, la técnica RFC resulta computacionalmente costosa debido al considerable tiempo de ejecución que requiere, como se destaca en [6].

En contraste, el análisis en el dominio frecuencial (DF) ofrece una alternativa más rápida al RFC. Esto se debe a que el análisis en DF implica derivar los parámetros estadísticos de la respuesta en DT para implementarlos en los diversos métodos espectrales disponibles [7]. Sin embargo, las estimaciones de daño dependen de las distribuciones adoptadas por cada método espectral [7].

El objetivo principal del artículo es evaluar el daño por fatiga en sistemas de fondeo de los WEC utilizando un método espectral como alternativa al RFC. Además, se pretende emplear el método espectral para determinar cómo los diversos estados de mar considerados afectan al daño total estimado.

El resto del documento está organizado de la siguiente manera: En la Sección 2.1 y en la Sección 2.2 se presentan los procedimientos en DT y DF para la evaluación de fatiga, respectivamente. En la Sección 3 se presenta el caso de estudio analizado, describiendo brevemente las condiciones de carga y las características del sistema de amarre. En la Sección 4 se muestran los resultados del caso de estudio analizado. Finalmente, en la Sección 5 se ofrecen los comentarios y conclusiones finales.

2. METODOLOGÍA

Normalmente, en las evaluaciones de fatiga, los análisis se realizan bajo el supuesto de una amplitud de tensión constante. Este enfoque simplifica la evaluación de la resistencia del material al exponer una probeta a un nivel constante de amplitud de tensión cíclica. Sin embargo, en el contexto de las aplicaciones *offshore*, donde las condiciones de funcionamiento a menudo presentan variabilidad, resulta crucial tener en cuenta la naturaleza dinámica e impredecible de las cargas. En tales casos, una representación más realista implica tener en cuenta los niveles de tensión fluctuantes que los materiales pueden experimentar con el tiempo debido a las condiciones ambientales cambiantes, las fuerzas de las mareas y otros factores inherentes a los sistemas *offshore* [6].

Debido a los diferentes estados de mar a los que están sujetos los WEC, en primer lugar, se calcula la intensidad de daño que genera cada uno de ellos sobre la estructura, d_{ss} . Para esto, se disponen de diferentes métodos, véase 2.1. Rainflow counting y 2.2. Métodos espectrales. Una vez obtenida la intensidad del daño para cada caso, se asocia con la probabilidad de ocurrencia del estado de mar en un período de un año. De este modo, se obtiene el daño que causa el estado de mar en un año:

$$D_{\rm ss} = d_{\rm ss} p_{\rm ss} T_{\rm año},\tag{1}$$

donde p_{ss} es la probabilidad de ocurrencia del estado de mar y T_{ano} es la duración de un año.

Se repite el proceso con cada uno de los estados de mar, asegurando que todas las condiciones son consideradas en la evaluación del daño acumulativo. Finalmente, se aplica la regla de Miner [8] para calcular el daño total sufrido por el sistema dentro de un período de un año. La regla de Miner se basa en el principio de acumulación lineal del daño generado por el número de ciclos que experimenta el material. A cada ciclo se le asigna un valor de daño basado en su amplitud y en el límite de resistencia obtenido a partir de la correspondiente curva tensión-vida (S-N) o deformación-vida (ε -N) del material. A continuación, se suma la contribución al daño de cada ciclo (véase la ecuación (2)), indicando que es probable que el material falle por fatiga si el daño acumulado supera un valor de uno.

$$D = \sum \frac{n_i}{N_i} = \sum d_{ss},\tag{2}$$

donde n_i es el número ciclos realizados a una amplitud i y N_i es el número de ciclos hasta el fallo en esa misma amplitud.

2.1. Rainflow counting

Al realizar un análisis de fatiga en DT, el historial de carga se divide en rangos de tensión esperados asociados al número de ciclos en ese mismo valor. El método de conteo RFC, desarrollado por Matsuishi y Endo [5], es el más popular y utilizado para descomponer señales aleatorias.

Una vez identificados los ciclos, se aplica la regla de Miner (ecuación (2)) para estimar el daño acumulado causado por estos ciclos.

2.2. Métodos espectrales

Los diversos métodos espectrales ofrecen una alternativa computacionalmente más eficiente al analizar el espectro de la carga que resume todas las propiedades estadísticas relevantes del historial de cargas. Dado que el RFC es reconocido como el enfoque más preciso, estos métodos espectrales buscan describir la distribución estadística de los ciclos contados mediante RFC [7].

Considerando que el aumento de daño depende de las propiedades de fatiga a amplitud constante descritas por la curva S-N, la ecuación de Miner puede reformularse de la siguiente manera:

$$D = \sum \frac{S_i^k}{C},\tag{3}$$

donde s_i es la amplitud de tensión de ciclo i, k es la pendiente de la curva S-N y C es el coeficiente de resistencia a fatiga.

En los análisis de fatiga en DF, es común referirse al daño en términos de la tasa de daño o el daño por unidad de tiempo:

$$d = \frac{D}{T},\tag{4}$$

donde T es la vida útil.

La intensidad de daño puede derivarse de la integral de la Función de Densidad de Probabilidad (FDP) de la amplitud de tensiones [7], [9]:

$$d = v_{\rm p} C^{-1} \int_0^{+\infty} s^k p_{\rm a}(s) \, \mathrm{d}s, \tag{5}$$

donde v_p es la frecuencia pico esperada y $p_a(s)$ es la FDP de la amplitud de tensiones.

La estimación de la FDP de la amplitud, generalmente determinada de manera implícita mediante métodos de momentos espectrales, se basa en las suposiciones de la gaussianidad del proceso y su Densidad Espectral de Potencia (DEP) [9].

En procesos de banda estrecha, la distribución de la amplitud del ciclo se alinea con la distribución de la amplitud de pico, concretamente con una distribución Rayleigh. En este caso, la intensidad de los ciclos contados puede considerarse como la frecuencia media de cruce ascendente, denominada v_0^+ [7], [10]. Por lo tanto, la ecuación de estimación de daño para el método conocido como *Narrow-band approximation* (NB) toma la siguiente forma:

$$d_{\rm NB} = \nu_0^+ C^{-1} \left(\sqrt{2\lambda_0} \right)^k \Gamma\left(1 + \frac{k}{2} \right), \tag{6}$$

donde λ_0 es el momento espectral de orden cero y $\Gamma(\cdot)$ es la función gamma de Euler.

Sin embargo, debido al complejo algoritmo utilizado en el RFC, la relación entre la distribución del ciclo y las características temporales (o frecuenciales) del proceso es extremadamente complicada de encontrar. Por esta razón, hasta la fecha, no se conoce la verdadera expresión de la distribución para procesos de banda ancha [7].

Algunos métodos abordan este problema ya sea con consideraciones teóricas o mediante métodos de aproximación basados en procedimientos de ajuste óptimo realizados con numerosos resultados de simulación [7]. Entre la amplia gama de métodos espectrales disponibles, se ha elegido el propuesto por Tovo y Benasciutti [11], [12] debido a su desempeño destacado en una evaluación comparativa de 20 métodos espectrales realizada en un trabajo previo [13].

El método presentado por Tovo y Benasciutti [11], [12] está basado en el descubrimiento de Rychlik sobre la existencia de umbrales superior e inferior que limitan la tasa de daño esperada mediante RFC [14]:

$$d_{\rm RC} \le d_{\rm RFC} \le d_{\rm NB}.\tag{7}$$

Según esta relación, para cargas gaussianas estacionarias, el valor límite inferior coincide con el método de conteo *Range Count* (RC), mientras que el límite superior coincide con el método NB (dado por la expresión (6)).

Para la estimación del daño mediante RC, actualmente no se conoce ninguna expresión analítica exacta, por lo que Tovo y Benasciutti adoptaron el resultado aproximado propuesto por Madsen et al. [15]:

$$d_{\rm RC} \cong \nu_{\rm p} \mathcal{C}^{-1} \left(\sqrt{2\lambda_0} \alpha_2 \right)^k \Gamma \left(1 + \frac{k}{2} \right) = \alpha_2^{k-1} d_{\rm NB}. \tag{8}$$

La solución propuesta es una combinación lineal de los límites superior e inferior:

$$d_{\rm TB} = [b + (1 - b)\alpha_2^{k-1}]d_{\rm NB},\tag{9}$$

donde *b* es un factor de ponderación dependiente de la DEP a través de los parámetros de ancho de banda α_1 y α_2 :

$$b = \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{(\alpha_2 - 1)^2} \times [1.112(1 + \alpha_1\alpha_2 - (\alpha_1 + \alpha_2))e^{2.11\alpha_2} + (\alpha_1 + \alpha_2)].$$
(10)

3. CASO DE ESTUDIO

Este estudio se centra en el análisis del sistema de amarre del modelo de referencia RM3 desarrollado por *Sandia National Laboratories* como parte del *Reference Model Project* [16].

3.1. Características del WEC y del sistema de amarre

El diseño del dispositivo RM3 incorpora un flotador en forma de toro que experimenta un movimiento

oscilatorio vertical en respuesta a los movimientos de las olas. El flotador opera en conjunto con un mástil conectado a una placa de reacción que minimiza su movimiento, maximizando así el movimiento de vaivén relativo para una conversión óptima de la energía (véase la Figura 1). Esta configuración permite que el dispositivo funcione como un receptor puntual de dos cuerpos, convirtiendo eficazmente la energía de las olas en energía eléctrica principalmente a través de la oscilación del flotador inducida por el oleaje.



Figura 1. Representación gráfica del dispositivo y su sistema de fondeo

En cuanto al sistema de amarre, está compuesto por tres catenarias, cada una dividida en dos secciones con una boya sumergida ubicada entre ellas, como se ilustra en la Figura 1. Los datos geométricos pertinentes, tal y como se presentan en la Tabla 1, se han extraído de la información disponible en el código libre WEC-Sim [17].

Tabla 1. Resumen de los principales parámetros quedefinen la configuración del sistema de fondeo [17]

Diámetro	[mm]	144
Densidad lineal	[kg/m]	126
Rigidez de la línea	[N]	583.38 10 ⁶
Longitud S1	[m]	40
Longitud S2	[m]	240
Masa de la boya	[kg]	16755

Como se menciona en la Sección 2, el daño se ha evaluado mediante la curva S-N adaptada al acero de grado R3, empleando la expresión de Basquin (1910). Las propiedades relevantes, extraídas de la especificación DNV [18], se presentan en la Tabla 2.

Tabla 2. Parámetros de la curva S-N empleados [18]

C [MPa ^k]	k
1.2 1011	3

3.2. Casos de carga

El estudio se ha realizado considerando que el RM3 se encuentra situado cerca de Eureka, en California [16]. Para realizar el análisis de fatiga del WEC, es esencial considerar todas las condiciones de carga dentro de su región de operativa. La información estadística del oleaje (altura significativa de las olas, H_s y periodo pico, T_p) en este emplazamiento [16] se presenta en la Figura 2 mediante una distribución de probabilidad conjunta.



Figura 2. Distribución de probabilidad conjunta de las condiciones de oleaje en Eureka junto con los casos de carga analizados.

Sin embargo, para realizar el análisis es necesario seleccionar un número finito de estados de mar. El proceso de selección es crucial, ya que afecta directamente a la complejidad computacional del análisis. En este caso, para reducir el coste computacional se han seleccionado los 17 puntos que se muestran en la Figura 2 a los que se ha asignado la probabilidad de la región en la que se sitúan.

Se han llevado a cabo 17 simulaciones correspondientes a los estados de mar seleccionados. Se ha empleado la aplicación WEC-Sim acoplada con la aplicación MoorDyn [19] que posibilita realizar el análisis dinámico del sistema de amarre para obtener la respuesta tensional resultante. Además de los datos de la Tabla 1, el modelo ha sido alimentado con coeficientes hidrodinámicos, que describen el comportamiento dinámico del sistema en respuesta a las olas, obtenidos con el software AQWA [20].

4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Los resultados de daño obtenidos a partir del modelo espectral TB, se han comparado tomando como valor de referencia el daño estimado utilizando el método RFC.

En la Figura 3 se muestran los resultados obtenidos para los 17 estados de mar simulados. El gráfico representa el daño por fatiga en el dominio temporal en el eje horizontal y el daño por fatiga en el dominio frecuencial en el eje vertical. El daño RFC se representa como una línea de referencia, que señala el daño objetivo. Los valores por debajo de esta línea indican resultados no conservadores, mientras que los valores por encima indican resultados conservadores. Los resultados estimados mediante el modelo TB presentan una combinación de valores sobreestimados y subestimados, ajustados a la línea de referencia. El daño total anual estimado mediante el modelo TB, presenta una diferencia relativa del 2.31% respecto al daño total estimado mediante RFC.



Figura 3. Comparación del daño a fatiga estimado con los métodos RFC y TB.

También se ha examinado el impacto de los distintos estados de la mar sobre el daño total anual. La Figura 4 recoge el impacto relativo del daño atribuido a cada estado de la mar sin considerar su probabilidad de ocurrencia, mientras que en la Figura 5 se muestra el impacto considerando la ocurrencia de cada estado de mar en el período de un año.



Figura 4. Impacto relativo de cada estado de mar sobre el daño total sin considerar la ocurrencia

Sin tener en cuenta la ocurrencia (véase la Figura 4), los estados de mar que provocan mayores daños son los que se caracterizan por una mayor energía, identificada por mayores alturas significativas de ola y periodos pico.



Figura 5. Impacto relativo de cada estado de mar sobre el daño total

Sin embargo, cuando se tiene en cuenta la probabilidad de ocurrencia (véase la Figura 5), la intensidad del daño sigue un patrón similar al de la distribución de probabilidad conjunta de las condiciones de oleaje del lugar que se muestra en la Figura 2. Esto indica que los estados de mar con mayor probabilidad de ocurrencia también tienden a causar un daño mayor, independientemente de que se caractericen por valores energéticos más elevados.

Esta observación subraya la importancia de tener en cuenta no sólo la energía de un estado de mar, sino también su duración. Aunque un estado de mar parezca menos energético y aparentemente menos extremo, si persiste durante más tiempo puede causar daños más significativos.

5. CONCLUSIONES

El estudio presenta un procedimiento completo para la evaluación de la fatiga de las líneas de amarre de los convertidores de energía undimotriz, utilizando el dispositivo RM3 como caso de estudio. Además, se ofrece una comparación de los resultados obtenidos con el ampliamente aceptado método de conteo *Rainflow counting* (RFC), y una alternativa más eficiente en el dominio de la frecuencia mediante el método espectral Tovo-Benasciutti (TB).

Los resultados respaldan el potencial del modelo TB como una alternativa más eficiente al método RFC. La capacidad del modelo TB para proporcionar una evaluación adecuada del daño por fatiga, con una diferencia relativa del 2.31% en comparación con el RFC, destaca su utilidad y su potencial para agilizar los procesos de evaluación de fatiga en estructuras marinas.

Además, el análisis del impacto del daño generado por cada estado de mar examinado, revela que, cuando se tiene en cuenta la ocurrencia, los estados de mar con mayor ocurrencia tienden a causar mayor daño, aunque no posean la mayor cantidad energética asociada a ellos. Estos resultados subrayan la importancia de representar con precisión toda la región operativa durante el análisis de fatiga de las líneas de amarre mediante condiciones de oleaje realistas.

AGRADECIMIENTOS

Esta publicación forma parte del proyecto de investigación PID2021-124245OA-I00 financiado por MCIN/AEI/10.13039/501100011033 y por ERDF A way of making Europe, y apoyado además por el Gobierno Vasco bajo el Proyecto STEINER Grant n.° PIBA_2023_1_0052. Además, los autores del grupo de investigación Mecánica de Fluidos de Mondragon Unibertsitatea también cuentan con el apoyo del Programa de Grupos de Investigación del Gobierno Vasco bajo la subvención n.° IT1505-22.

REFERENCIAS

- B. Guo y J. V. Ringwood, «A review of wave energy technology from a research and commercial perspective», *IET Renew. Power Gener.*, vol. 15, n.º 14, pp. 3065-3090, 2021, doi: 10.1049/rpg2.12302.
- [2] S. Astariz y G. Iglesias, «The economics of wave energy: A review», *Renew. Sustain. Energy Rev.*, vol. 45, pp. 397-408, may 2015, doi: 10.1016/j.rser.2015.01.061.
- [3] M. Penalba, J. I. Aizpurua, y A. Martinez-Perurena, «On the definition of a risk index based on longterm metocean data to assist in the design of Marine Renewable Energy systems», *Ocean Eng.*, vol. 242, p. 110080, dic. 2021, doi: 10.1016/j.oceaneng.2021.110080.
- [4] Z. Shahroozi, M. Göteman, y J. Engström, *Fatigue* analysis of a point-absorber wave energy converter based on augmented data from a WEC-Sim model calibrated with experimental data. 2022.
- [5] M. Matsuichi y T. Endo, «Fatigue of metals subjected to varying stress», 1968. Accedido: 8 de mayo de 2023. [En línea]. Disponible en: https://www.semanticscholar.org/paper/Fatigue-ofmetals-subjected-to-varying-stress-Matsuichi-Endo/467c88ec1feaa61400ab05fbe8b9f69046e592 60
- [6] K.-T. Ma, Y. Luo, T. Kwan, y Y. Wu, «Chapter 6 -Fatigue analysis», en *Mooring System Engineering for Offshore Structures*, K.-T. Ma, Y. Luo, T. Kwan, y Y. Wu, Eds., Gulf Professional Publishing, 2019, pp. 115-137. doi: 10.1016/B978-0-12-818551-3.00006-5.
- [7] D. Benasciutti, *Fatigue analysis of random loadings. A frequency-domain approach.* 2023.
- [8] M. A. Miner, «Cumulative Damage in Fatigue», J. Appl. Mech., vol. 12, n.º 3, pp. A159-A164, mar. 2021, doi: 10.1115/1.4009458.

- [9] J. Slavič, M. Boltezar, M. Mrsnik, M. Cesnik, y J. Javh, Vibration Fatigue by Spectral Methods: From Structural Dynamics to Fatigue Damage – Theory and Experiments. Elsevier, 2020.
- [10] «On Structural Fatigue Under Random Loading | Journal of the Aeronautical Sciences». Accedido: 30 de mayo de 2023. [En línea]. Disponible en: https://arc.aiaa.org/doi/abs/10.2514/8.3199
- [11] R. Tovo, «Cycle distribution and fatigue damage under broad-band random loading», *Int. J. Fatigue*, vol. 24, n.º 11, pp. 1137-1147, nov. 2002, doi: 10.1016/S0142-1123(02)00032-4.
- [12] D. Benasciutti y R. Tovo, «Spectral methods for lifetime prediction under wide-band stationary random processes», *Int. J. Fatigue*, vol. 27, n.º 8, pp. 867-877, ago. 2005, doi: 10.1016/j.ijfatigue.2004.10.007.
- [13] E. Martinez-Puente *et al.*, «Benchmarking of Spectral Methods for Fatigue Assessment of Mooring Systems and Dynamic Cables in Offshore Renewable Energy Technologies», Submitted for publication.
- [14] I. Rychlik, «On the 'narrow-band' approximation for expected fatigue damage», *Probabilistic Eng. Mech.*, vol. 8, n.º 1, pp. 1-4, ene. 1993, doi: 10.1016/0266-8920(93)90024-P.
- [15] H. O. Madsen, S. Krenk, y N. C. Lind, *Methods of Structural Safety*. Courier Corporation, 2006.
- [16] «Reference Model Project (RMP) : Sandia Energy». Accedido: 26 de mayo de 2023. [En línea]. Disponible en: https://energy.sandia.gov/programs/renewableenergy/water-power/projects/reference-modelproject-rmp/
- [17] «WEC-Sim (Wave Energy Converter SIMulator)
 WEC-Sim documentation». Accedido: 1 de febrero de 2024. [En línea]. Disponible en: https://wec-sim.github.io/WEC-Sim/master/index.html
- [18] G. DNV, «Offshore standard-Position mooring (DNVGL-OS-E301)», Ed. July, 2018.
- [19] «MoorDyn Lumped-Mass Mooring Dynamics MoorDyn 1.01.01 documentation». Accedido: 7 de junio de 2023. [En línea]. Disponible en: https://moordyn.readthedocs.io/en/latest/
- [20] «Introduction to Hydrodynamic Analysis with Ansys Aqwa | Ansys Training». Accedido: 12 de febrero de 2024. [En línea]. Disponible en: https://www.ansys.com/training-center/coursecatalog/structures/introduction-to-hydrodynamicanalysis-with-ansys-aqwa

CARACTERIZACIÓN DEL CRECIMIENTO DE GRIETAS POR FATIGA EN BASE A FUNCIONES DE DISTRIBUCIÓN DE VALORES EXTREMOS

B. Moreno^{1*}, A.L. García-Gonzalez¹, A.S. Cruces¹, D. Camas¹, P. Lopez-Crespo¹

 ¹ Area de Ciencia de Materiales e Ingeniería Metalúrgica. Universidad de Málaga Escuela de Ingenierías Industriales Campus de Teatinos, Málaga. España
 * Persona de contacto: bmoreno@uma.es

RESUMEN

Desde la década de los 60 se han desarrollado numerosos modelos fenomenológicos para caracterizar la velocidad de crecimiento de grietas por fatiga sin que a día de hoy exista un consenso entre la comunidad científica sobre el más idóneo de ellos. Algunos de los inconvenientes de estos modelos son las inconsistencias dimensionales, el alto número de parámetros, la complejidad de su ajuste con datos experimentales, así como, que tengan validez en todos los regímenes de crecimiento y condiciones de carga. En este trabajo se analiza el uso de modelos basados en funciones de distribución acumulada de la familia de valores extremos generalizados como una posible y adecuada alternativa.

PALABRAS CLAVE: fatiga, crecimiento de grietas, modelos.

ABSTRACT

Since the 1960s, numerous phenomenological models have been developed to characterise the growth rate of fatigue cracks without there being a consensus among the scientific community on the most suitable one. Some of the drawbacks of these models are dimensional inconsistencies, the high number of parameters, the complexity of fitting them with experimental data, as well as their validity in all growth regimes and loading conditions. In this paper, the extreme value theory is used to propose models based on cumulative distribution functions as a possible and suitable alternative.

KEYWORDS: Fracture, Structural Integrity, Fatigue.

1. INTRODUCCIÓN

La evaluación de la vida a fatiga en componentes mecánicos requiere de modelos fiables e inspecciones periódicas. Esto permite evitar tanto el fallo por fatiga prematuro, antes del fin de su vida en servicio prevista, como realizar las reparaciones o acciones preventivas de mantenimiento necesarias para garantizar su integridad estructural. En componentes o estructuras en los que se detectan grietas, o se admite la posibilidad de que existan de un tamaño inferior a un mínimo detectable, el análisis del crecimiento es imprescindible para conocer los coeficientes de seguridad, tanto en vida como en resistencia, con los que se trabaja. Es por tanto necesario disponer de métodos o modelos de cálculo que permitan predecir de forma fiable el tamaño de grieta con el número de ciclos en servicio.

Pueden encontrarse en la literatura muchos modelos fenomenológicos basados en caracterizar la velocidad de crecimiento de grietas en base a parámetros de la mecánica de la fractura elástica lineal, comúnmente el rango del factor de intensidad de tensiones, ΔK . También pueden encontrarse numerosas revisiones del tema [1-4].

El primero de estos modelos, el más significativo y simple, es el propuesto por Paris en la década de los 60. Desde entonces se han propuesto muchos otros que mejoran la precisión y rango de validez de la conocida ley de Paris, pero que incluyen un mayor número de parámetros y complejidad en el ajuste de los mismos, sin que a día de hoy exista un consenso entre la comunidad científica sobre el más idóneo de ellos.

El enfoque común de estos métodos es caracterizar el crecimiento de grietas mediante una ecuación diferencial:

$$da/dN = f(\Delta K, R, K_{max},...)$$

donde da/dN es la velocidad de crecimiento de grieta y la función f se conoce como modelo o ley de crecimiento. El número de ciclos N que tardaría en crecer una grieta de un tamaño inicial hasta otro final se puede calcular mediante integración, en general numéricamente. Gran parte de la investigación se ha centrado en establecer las diferentes variables que impulsan la propagación de grietas y se ha invertido mucho esfuerzo en reducir la dependencia de la función f a una sola variable

denominada fuerza impulsora ("driving force"). Puesto que no se trata de modelos físicos, sino fenomenológicos o empíricos, para cada material es necesario ajustar los parámetros del modelo en base a resultados experimentales de crecimiento. Dichos resultados son generalmente curvas da/dN- Δ K obtenidos a partir de longitudes de grieta (a) y número de ciclos (N) en ensayos a fatiga bajo cargas cíclicas de amplitud constante para distintas relaciones de carga (R= P_{min}/P_{max} = K_{min}/K_{max}).

Aunque la dependencia de da/dN con ΔK y K_{max} parece hoy día clara, los diferentes modelos lo contemplan de forma distinta. Unos modelos proponen como fuerza impulsora, es decir, como variable que controla el crecimiento de grieta, sólo AK pero incluyen en la función f la dependencia con la relación de cargas R. Otros modelos, basados en el concepto de cierre de grieta introducido por Elber, proponen un valor efectivo (ΔK_{eff}) como variable que controla el crecimiento. Otros modelos en cambio proponen una combinación de ambas variables ΔK y K_{max} como fuerza impulsora. En cualquier caso, sea cual sea el modelo propuesto, el procedimiento a seguir es el mismo: ajustar los parámetros del modelo de forma que todas las curvas se colapsen en una única, la función f representará dicha curva que engloba el conjunto de todos los datos. La figura 1 muestra de forma esquemática la forma sigmoidal de las curvas de velocidad de crecimiento frente a ΔK , K_{max} o V, donde V representa la fuerza impulsora o variable que controla el crecimiento de grieta.



Figura 1. Forma esquemática de las curvas de crecimiento de grietas.

La mayoría de las leyes de crecimiento propuestas son básicamente modificaciones de la ley de Paris, pecando de las mismas inconsistencias dimensionales, en las que se fuerzan los valores asintóticos en el umbral y la región a altos valores de ΔK . Más que propuestas meramente matemáticas sería deseable que dichas leyes se apoyaran en consideraciones estadísticas y principios físicos. En este sentido, los trabajos de Castillo y Canteli [5-8] avalan el uso de funciones de distribución acumulada de la familia de valores extremos generalizados para caracterizar el crecimiento de grietas y modelar por tanto la función *f*.

Un trabajo previo de los autores [9] comprobó la capacidad de la función de distribución de Gumbel para obtener una ley de crecimiento adimensionalizada, válida para distintos R y en todo el rango de ΔK para una aleación Ti6Al4V. Una de las conclusiones de dicho trabajo fue que era posible el mismo ajuste con cualquier variable adoptada como fuerza impulsora gracias a la adimensionalización propuesta. El objetivo de este trabajo se centra en estudiar y comparar los ajustes considerando como función f distintas funciones de distribución aplicables (Gumbel, Frechet y Weibull) y ΔK como la variable que controla el crecimiento. También se analizan las dificultades que pueden encontrarse en los ajustes, así como las ventajas, inconvenientes y diferencias entre ellos. El estudio se aplica a los resultados experimentales del trabajo original de Paris que se muestran en la figura 2 [10]. El motivo de esa elección es que se trata de un conjunto de datos que abarca desde la región umbral hasta la región próxima a la fractura.



Figura 2. Resultados del trabajo original de Paris (From Dowling: Mechanical Behavior of Materials)

2. USANDO FUNCIONES DE DISTRIBUCIÓN ACUMULADA (FDA) DE LA FAMILIA DE VALORES EXTREMOS GENERALIZADOS

La aplicación de la Teoría de Valores Extremos (EVT por sus siglas en inglés) es común en diversos contextos del diseño mecánico en ingeniería. Un ejemplo de ello es en el análisis de integridad estructural de componentes sujeto a una confrontación entre mínimas resistencias mecánicas y potenciales casos de máximas tensiones.

Sólo existen tres familias de funciones paramétricas no degeneradas que representan la distribución de valores límite en muestras de tamaño infinito, tanto para mínimos como para máximos. Estas corresponden a Gumbel, Frechet y Weibull. La condición da/dN ≥ 0 reduce las alternativas a Gumbel o Frechet de máximos y Weibul de mínimos.

2.1 Usando la función de distribución de Gumbel

El modelo o ley de crecimiento propuesto y validado en un trabajo previo de los autores [9] corresponde a la función de distribución de Gumbel de máximos dada por la ecuación (1):

$$\Delta K^* = exp\left[-exp\left[\frac{\lambda - \log(da/dN)}{\delta}\right]\right]$$
(1)

Donde:

 δ y λ son los parámetros de escala y localización del modelo.

 ΔK^* es la variable que controla la velocidad de crecimiento normalizada en el intervalo [0,1] como:

$$\Delta K^* = \frac{\log \Delta K - \log \Delta K_{th}}{\log \Delta K_{up} - \log \Delta K_{th}}$$
(2)

Donde ΔK_{th} es el umbral de crecimiento, es decir, el valor asintótico de ΔK en la región umbral y ΔK_{up} el correspondiente valor asintótico en la región a altos ΔK .

La ley de crecimiento propuesta es pues, sin más que despejar en la ecuación (1):

$$\log(da/dN) = \delta \left[-\ln(-\ln(\Delta K^*)) \right] + \lambda \tag{3}$$

La ecuación (3) corresponde a una línea recta en una representación $\log(da/dN)$ frente a $-\ln(-\ln(\Delta K^*))$. Si los valores asintóticos (ΔK_{th} y ΔK_{up}) son conocidos los parámetros δ y λ se obtienen con un simple ajuste por mínimos cuadrados. Aún en el caso de que dichos valores no sean conocidos, el mejor ajuste de la función permitiría obtenerlos si se tienen datos experimentales en las regiones extremas.

Nota: en la nomenclatura aquí utilizada:

log(x) significa logaritmo decimal de x

ln(x) significa logaritmo natural o neperiano de x

2.2 Usando la función de distribución de Frechet

La relación entre las distribuciones de Frechet y Gumbel es idéntica a la que existe entre la logarítmica normal y la distribución normal. Se puede demostrar que si una variable x tiene una distribución tipo Frechet entonces log(x) tiene una distribución de Gumbel. Haciendo uso de esta propiedad tiene sentido proponer, para la misma variable ΔK^* , la siguiente función de distribución de Frechet también de máximos:

$$\Delta K^* = exp\left[-\left(\frac{\delta}{da/dn}\right)^{\beta}\right] \qquad \frac{da}{dn} \ge 0 \tag{4}$$

Donde δ y β son ahora los parámetros de la función y ΔK^* la misma variable definida en la ecuación (2).

Para obtener los parámetros de la función basta linealizar la ecuación 4 tomando doblemente logaritmo neperiano para llegar a:

$$\ln(da/dN) = \frac{1}{\beta} \left[-\ln(-\ln(\Delta K^*)) \right] + \ln \delta$$
(5)

O bien:

$$\log(da/dN) = \frac{\log e}{\beta} \left[-\ln(-\ln(\Delta K^*)) \right] + \log\delta \qquad (6)$$

La ley de crecimiento propuesta en este caso puede considerarse tanto la ecuación (6) como la obtenida a partir de (4):

$$\frac{da}{dN} = \delta [-ln(\Delta K^*)]^{-1/\beta} \tag{7}$$

Comparando las ecuaciones (3) y (6) pueden obtenerse las relaciones entre los parámetros β y δ de la Frechet y los parámetros δ y λ de la Gumbel respectivamente. Igualmente puede comprobarse que en realidad se trata exactamente del mismo ajuste, por tanto, basta hacer el análisis y la comparativa con la distribución de Gumbel.

2.3 Usando la función de distribución de Weibull

La función de distribución de Weibull solo es posible si la variable aleatoria está limitada en la cola de interés, puesto que da/dN ≥ 0 solo cabe plantear Weibull de mínimos. Un antecedente de este planteamiento puede encontrarse en un trabajo que presenta los resultados de un round-robin de predicción de vida útil [11]. La propuesta es una Weibull de tres parámetros a la que se añade un cuarto parámetro para adimensionalizar la variable ΔK :

$$\frac{da}{dN} = \lambda + \delta \left[-ln \left(1 - \frac{\Delta K}{K_b} \right)^{\beta} \right]$$
(8)

Obsérvese que $\Delta K/K_b$ debe ser menor que 1 para que la función esté definida, K_b representa pues el valor máximo, es decir, la asíntota superior en el eje ΔK .

La ecuación 8 en términos de ΔK será la FDA de Weibull:

$$\frac{\Delta K}{K_b} = 1 - exp\left[-\left(\frac{da/dN-\lambda}{\delta}\right)^{\beta}\right] \qquad da/dN \ge \lambda \quad (9)$$

El valor del parámetro de localización λ se asocia con la existencia del umbral que podrá ser determinado a partir de la ecuación (9) asumiendo da/dN = 0.

Para simplificar el ajuste, en este trabajo se propone un modelo basado en una Weibull de dos parámetros, incorporando otros dos parámetros en la normalización de la variable ΔK . Estos dos parámetros serían los valores asintóticos ΔK_{th} y ΔK_{up} . Para que la propuesta sea equivalente a la anterior planteada, la normalización de la variable ΔK será en este caso:

$$\Delta K^{\star} = \frac{\Delta K - \Delta K_{th}}{\Delta K_{up} - \Delta K_{th}} \tag{10}$$

La ley de crecimiento en términos de ΔK será la Weibull:

$$\Delta K^{\star} = 1 - exp\left[-\left(\frac{da/dN}{\delta}\right)^{\beta}\right]$$
(11)

Y la ley de crecimiento en términos de da/dN será:

$$\frac{da}{dN} = \delta [-ln(1 - \Delta K^*)]^{1/\beta}$$
(12)

Si los valores asintóticos ($\Delta K_{th} \ y \ \Delta K_{up}$) son conocidos, los parámetros $\delta \ y \ \beta$ se obtienen a partir del ajuste por mínimos cuadrados de:

$$\ln(da/dN) = \frac{1}{\beta} \left[\ln(-\ln(1 - \Delta K^*)) \right] + \ln \delta$$
(13)

O bien:

$$\log(da/dN) = \frac{\log e}{\beta} \left[\ln(-\ln(1 - \Delta K^*)) \right] + \log \delta$$
(14)

Si los valores asintóticos ($\Delta K_{th} y \Delta K_{up}$) no son conocidos el mejor ajuste de la función permitiría obtenerlos.

Obsérvese que en este caso la normalización de la variable ΔK (ΔK^* en la ecuación (10)) es distinta de la propuesta en la ecuación (2) para la distribución de Gumbel (ΔK^*)

3. CONSIDERACIONES SOBRE LOS AJUSTES

Comentaremos en esta sección algunos aspectos a tener en cuenta relativos a los ajustes (excepto el de Frechet que como se ha comentado sería idéntico a Gumbel) es decir, de las ecuaciones (3) para la función de Gumbel y la ecuación (14) para la de Weibull. Es necesario recalcar que en cada caso son distintas las variables del ajuste y también la variable normalizada, que corresponde a la ecuación (2) para la función de Gumbel y la ecuación (10) para la de Weibull respectivamente.

En este estudio vamos a considerar que los valores de ΔK_{th} y ΔK_{up} no son conocidos, sino que se obtendrán del propio ajuste como aquellos que proporcionen el máximo valor de R² en el ajuste de regresión lineal de las ecuaciones (3) y (14).

Un aspecto común al ajuste de cualquier ley de crecimiento que se plantee es obviamente la necesidad de disponer de datos en el mayor rango posible de ΔK . Si solo se dispone de datos en la región de crecimiento estable o región de Paris, el ajuste no será único. Igualmente si no se dispone de datos en las regiones I o III, esa carencia se traducirá en una mayor indeterminación de los valores asintóticos ΔK_{up} .

En los ajustes de regresión lineal caben plantearse dos opciones: minimizar distancias verticales u horizontales, según qué variables se elijan como variable independiente (y) o variable dependiente (x). Los parámetros óptimos que se obtienen en uno u otro caso son distintos, aunque muy similares. Lo ideal sería minimizar las distancias ortogonales pero eso resultaría bastante más complejo que el ajuste de mínimos cuadrados que puede realizarse fácilmente en una hoja de cálculo. En cualquier caso, recurriendo a la programación, siempre pueden considerarse otros ajustes planteando distintas funciones de optimización, por ejemplo, minimizando las distancias ortogonales de los puntos (ΔK , da/dN) experimentales a la curva estimada. A efectos comparativos y por simplicidad, en el estudio aquí realizado, en el ajuste de mínimos cuadrados de las ecuaciones (3) y (14) se ha considerado como variable dependiente $y = \log(da/dN)$ en ambos casos y como variable independiente $x = -\ln(-\ln(\Delta K^*))$ para la función de Gumbel y $x = \ln(-\ln(1 - \Delta K^*))$ para la de Weibull.

4. RESULTADOS

Las figuras 3 y 4 muestran los resultados obtenidos haciendo uso de la función de Gumbel y Weibull respectivamente. Las figuras 3a y 4a muestran el ajuste de regresión lineal de las ecuaciones (3) y (14) para los valores de ΔK_{th} y ΔK_{up} que proporcionan el máximo valor de R². En las figuras 3b y 4b se muestra la curva da/dN- ΔK estimada junto a los datos experimentales y en las figuras 3c y 4c el residuo o error calculado como:

$$error = \left[log\left(\frac{da}{dN}\right) \right]_{exp} - \left[log\left(\frac{da}{dN}\right) \right]_{estimado}$$
(15)

Siendo RMSE la raíz media cuadrática de dichos errores. Ambas figuras muestran que es posible obtener un muy buen ajuste en ambos casos, resultando difícil apreciar diferencias. A tal efecto, la figura 5 muestra superpuestas ambas curvas usando una escala lineal para ΔK . Función de Gumbel óptima:

0

-1

-2

-3

-4

-5

-6

-7

-8

-2

1.E-01

1.E-02

1.E-03

1.E-04

1.E-05

1.E-06

1.E-07

0.6

0.4

0.2

Error °°

-0.2

-0.4

-0.6

1

da/dN (mm/ciclo)

-1.5

-1

-0.5

log(da/dN)

$$\log(da/dN) = 1.49 \left[-\ln(-\ln(\Delta K^*))\right] - 4.376$$
$$\Delta K^* = \frac{\log \Delta K - \log \Delta K_{th}}{\log \Delta K_{up} - \log \Delta K_{th}}$$

 $\operatorname{con} \Delta K_{th} = 7.8 \ MPa \ \sqrt{m} \ y \ \Delta K_{up} = 180 \ MPa \ \sqrt{m}$

1.4933x - 4.3756

0.5

1

 $R^2 = 0.9871$

0

 $-\ln(-\ln(\Delta K^*))$

Función de Weibull óptima:

$$da/dN = 1.165E - 3[-ln(1 - \Delta K^{*})]^{1/0.523}$$
$$\Delta K^{*} = \frac{\Delta K - \Delta K_{th}}{\Delta K_{un} - \Delta K_{th}}$$

 $con \Delta K_{th} = 7 MPa \sqrt{m} \text{ y } \Delta K_{up} = 106 MPa \sqrt{m}$

...



Figura 3. Resultados usando la función de Gumbel

10

 $\Delta K (MPa \sqrt{m})$

100





Figura 5. Comparación de los resultados

Como puede observarse en la figura 5 ambos ajustes son muy similares apreciándose solo diferencias, a altos valores de ΔK . Esta diferencia se debe a que en el caso del ajuste con la función de Gumbel la estimación del valor asintótico ΔK_{up} es bastante más alto que en el caso de la función de Weibull, 180 *MPa* \sqrt{m} frente a 106 *MPa* \sqrt{m} . También las estimaciones del valor umbral ΔK_{th} , 7.8 *MPa* \sqrt{m} para la Gumbel frente a 7 *MPa* \sqrt{m} en el caso de la Weibull, son distintas aunque la diferencia es mínima.

5. CONCLUSIONES

Las principales conclusiones del trabajo pueden resumirse en:

• Es posible caracterizar la velocidad de crecimiento de grietas en todo el rango de velocidades usando funciones de distribución biparamétricas: tipo Gumbel, Frechet y Weibull y una variable adimensional normalizada función de ΔK y los valores asíntóticos ΔK_{th} y ΔK_{up} .

• Si se dispone de datos experimentales da/dN- ΔK en un amplio rango de velocidades (describiendo la forma sigmoidal común en muchos materiales) es posible ajustar los parámetros de la función y los valores de ΔK_{th} y ΔK_{up} fácilmente.

• Usando un conjunto de datos experimentales se ha comprobado que las funciones, tanto de Gumbel como de Weibull, ajustan muy bien los datos y prácticamente con el mismo nivel de precisión. Los valores de ΔK_{th} y ΔK_{up} ajustados son distintos para una u otra función, siendo muy similares los umbrales y algo más discrepantes los valores de ΔK_{up} .

• Por las características de las distribuciones tipo Gumbel y Frechet y de las funciones propuestas ambas resultan totalmente equivalentes o idénticas.

• La adimensionalización propuesta en la normalización de las variables que definen dichas funciones, evita las inconsistencias dimensionales y la problemática asociada a las unidades de los parámetros.

• La normalización propuesta para las funciones de Gumbel y Weibull son distintas.

REFERENCIAS

- C J.T. Castro, M.A. Meggiolaro, Fatigue Design Techniques: Vol. III - Crack Propagation, 2016.
- [2] S. M. Beden, S. Abdullah, A. K. Ariffin, *Review of Fatigue Crack Propagation Models for Metallic Components*, European Journal of Scientific Research 28 364-397, 2009.
- [3] Shripad T. Revankar, Brian Wolf, Jovica R. Roznic, Metal Fatigue Crack Growth Models, International Journal of Advanced Engineering Applications, Vol.5, Iss.4, pp.85-91, 2012.
- [4] Borges MF, Antunes FV, Prates P, Branco R, Vasco-Olmo JM, Díaz FA, *Model for fatigue crack* growth analysis, Procedia Structural Integrity 25, pp 254-261, 2020.
- [5] E. Castillo, A. Fernandez Canteli E, A Unified Statistical Methodology for Modeling Fatigue Damage. Springer (2010).
- [6] Castillo E, Hadi AS, Balakrishnan N, Sarabia JM. Extreme value and related models with applications in engineering and science. New York: Wiley; (2005).
- [7] S. Blasón, Phenomenological approach to probabilistic models of damage accumulation. Aplication to the analysis and prediction of fatigue crack growth. PhD Thesis. (2019)
- [8] S. Blasón, J.A.F.O. Correia, N. Apetre, A. Arcari, A.M.P. De Jesus, P. Moreira, A. Fernández-Canteli, Proposal of a fatigue crack propagation model taking into account crack closure effects using a modified CCS crack growth model, Procedia Structural Integrity 1 110–117, 2016.
- [9] B. Moreno, A.S. Cruces, D. Camas, P. Lopez-Crespo. Nueva ley de crecimiento de grietas por fatiga basada en la función de distribución de Gumbel: aplicación a la aleación Ti-6Al-4V, Revista de Mecánica de la Fractura 5: 231-236 (2023)
- [10] N. E. Dowling, Mechanical Behavior of Material: Engineering Methods for Deformation Fracture and Fatigue, Pearson (2013).
- [11] M.S. Miller, J.P. Gallagher, An Analysis or Several Fatigue Crack Growth Rate (FCGR) Descriptions, Fatigue Crack Growth Measurement and Data Anaalysis, ASTM STP 738, pp 205-251 (1981).

HYDROGEN ASSISTED MICRODAMAGE AND FRACTURE OF HOT ROLLED PEARLITIC STEELS AND THEIR LINK WITH THE TEMPORAL ARTS OF POETRY AND MUSIC: 1. IN THE WAKE OF ANTONIO MACHADO, T. S. ELIOT & J. S. BACH 2. A TRIBUTE TO THE SCIENTIST VOLODYMYR PANASYUK

Jesús Toribio

Fracture & Structural Integrity Research Group (FSIRG), University of Salamanca (USAL) Campus Viriato, Avda. Requejo 33, 49022 Zamora, Spain E-mail: toribio@usal.es

ABSTRACT

This paper offers an innovative and unconventional approach to the relationship between *poetry, music* and fracture mechanics on the basis of previous research of the author in the field of fracture and structural integrity of hot rolled pearlitic steel in inert and aggressive environments (environmentally assisted cracking, stress corrosion cracking, hydrogen assisted cracking, hydrogen assisted fracture and hydrogen embrittlement being important specific cases, as well as the analyses in each particular situation of fatigue & fracture crack paths in inert and corrosive media), in the conceptual framework of his thoughts and reflections about the philosophy of arts and humanities and its relation with science. In the present paper, novel connections and links are established between fatigue, fracture mechanics & structural integrity of hot rolled pearlitic eutectoid steel bars and wires (on one side) and the temporal arts of *poetry and music* (on the other side).

KEYWORDS: poetry; music; fracture mechanics; structural integrity; fatigue cracking; environmentally assisted cracking; stress corrosion cracking; hydrogen assisted cracking; hydrogen assisted fracture; hydrogen embrittlement; fatigue crack paths; fracture crack paths; environmentally-assisted crack paths; pearlite; ferrite/cementite lamellae; pearlitic pseudocolonies; pearlitic steel.

RESUMEN

Este artículo ofrece un enfoque innovador y no convencional de la relación entre *poesía*, *música* y mecánica de fractura sobre la base de investigaciones previas del autor en el campo de la fractura e integridad estructural, en aire y en ambiente agresivo, de acero perlítico laminado en caliente (fisuración asistida por el ambiente, fisuración por corrosión bajo tensión, fisuración asistida por hidrógeno, fractura asistida por hidrógeno y fragilización por hidrógeno siendo casos particulares importantes, así como los análisis de cada situación particular de caminos de fisuración por fatiga y fractura en ambientes inerte y agresivo), en el marco conceptual de los pensamientos y reflexiones del autor acerca de la filosofía del arte y las humanidades y su relación con la ciencia. En el presente artículo se establecen conexiones novedosas entre fatiga, fractura & integridad estructural de barras y alambres de acero perlítico eutectoide laminado en caliente (por un lado) y las artes temporales de *poesía y música* (por el otro lado).

PALABRAS CLAVE: poesía; música; mecánica de fractura; integridad estructural; fisuración por fatiga; fisuración asistida por el ambiente; fisuración por corrosión bajo tensión; fisuración asistida por hidrógeno; fractura asistida por hidrógeno; fragilización por hidrógeno; caminos de fisuración por fatiga; caminos de fractura; caminos de fisuración asistida por el ambiente; perlita; láminas de ferrita/cementita; pseudocolonias perlíticas; acero perlítico.

1. INTRODUCTION

During recent years, the author of the present paper has been developing some ideas with the aim of establishing an innovative connection between art and science. This paper focuses on one on the key topics developed in such a framework: the relationship between the temporal arts of *poetry and music and* the science of fracture mechanics & structural integrity

2. PROBLEM STATEMENT

High-strength pearlitic steels are used as (i) constituent materials of rails (pearlitic rail steels) after hot rolling, as described by Masoumi *et al.* [1] and Ferreira *et al.* [2]; (ii) constituent materials of pre-stressed concrete structures, bridge cables and wire ropes in wire form in civil engineering (cold drawn pearlitic steel wires) after cold drawing, as reported by Toribio [3,4] and Borchers and Kirchheim [5]; (iii) reinforcement materials in vehicle tires in the form of tiny wires after heavy cold drawing (cold drawn pearlitic steel wires), as explained by Yan *et al.* [6] and Mihaliková *et al.* [7].

In these materials, hydrogen embrittlement (HE) is a deleterious phenomenon affecting structural integrity. Such a phenomenon has received many names in the scientific literature such as hydrogen degradation (HD), hydrogen assisted fracture (HAF) or hydrogen assisted cracking (HAC) when a crack is present in the material.

The manifestations of HE/HD/HAF/HAC consist of lack of ductility or decrease of fracture toughness, or more complicated phenomena involving locally ductile effects (in form of localized plasticity or hydrogen-dislocation interactions).

This paper studies the hydrogen-assisted micro-physical degradation in fully pearlitic microstructures, i.e., the *hydrogen assisted microdamage* (HAMD) in the form of *tearing topography surface* (TTS), a term coined by Thompson and Chesnutt [8] and Costa and Thompson [9].

It was just described as a new fractographic mode but, in principle, not associated with a fracture phenomenon of specific nature (either brittle or ductile) or linked to a particular material (although all provided examples deal with metals and alloys).

At the *macro-*, *micro-* and *nano-*levels, the TTS fractographic mode has been clearly associated in the past with HE/HD processes and HAMD in pearlitic steel by Toribio *et al.* [10-12] and Toribio [13-14]

This paper goes further in the previous scientific analysis of HE/HD/HAF/HAC and HAMD of hot rolled pearlitic steel in the presence of sharp and blunt notches (*hydrogen-assisted notch-induced fracture* and study of *notch tensile strength*).

Particular emphasis was placed in the analysis of local triaxiality effects in the vicinity of the notch on the microscopic appearance and progression of the TTS region from the initiation (sub-critical) to the fracture (critical) point, to elucidate specific features of the evolution of this hydrogen-affected region.

3. EXPERIMENTAL PROGRAMME

A high strength pearlitic steel was used, whose chemical composition and mechanical properties are respectively given in Tables 1 and 2.

Table 1. Chemical composition (wt %) of the steel.

С	Mn	Si	Р	S	Cr	Ni	Мо
0.85	0.60	0.26	0.010	0.030	0.02	0.02	0.001

Table 2. Mechan	ical properties of the steel

Young's Modulus	Yield Strength	UTS	Elong. at UTS	Ramberg-C $\varepsilon = \varepsilon^{e} + \varepsilon^{p} = \sigma/R$	Dsgood E+ $(\sigma/P)^n$
(GPa)	(MPa)	(MPa)	(%)	P (MPa)	n
199	600	1151	6.1	2100	4.9

* P,n: Ramberg-Osgood Parameters $\varepsilon = \varepsilon^{e_{+}} \varepsilon^{p_{-}} = \sigma/E + (\sigma/P)^{n_{-}}$

It presents a coarse pearlitic microstructure, with a pearlite interlamellar spacing of 0.3 μ m, an average size of the cleavage facet of 75 μ m, and an average pearlite colony size of about 15 μ m.

Four notched geometries were used of different depth and radii, as sketched in Fig. 1, so as to achieve very different triaxiality (constraint) levels in the vicinity of the notch tip.

The samples were subjected to slow strain rate testing with displacement rates between 10^{-10} and 2.10^{-6} m/s. The test environment was an aqueous solution of 1 g/l calcium hydroxide plus 0.1 g/l sodium chloride. The pH value was 12.5 and tests were performed at a constant electrochemical potential of -1200 mV SCE (measured in relation to a *saturated calomel electrode*) to achieve thus HE environmental conditions.



Fig. 1. Axisymmetric notched geometries used in the experiments.

4. FRACTOGRAPHIC ANALYSIS

HAMD started at the notch tip, and fractographic analysis by scanning electron microscopy (SEM) showed the so called *tearing topography surface* or TTS (Fig. 2), resembling micro-damage [10,11] and representing a slow crack growth mode [10,13]. The TTS size decreases with the strain rate and it is influenced by the geometry in notched samples, reaching the location of the maximum hydrostatic stress point in quasi-static tests [11] consistent with hydrogen transport by diffusion.



Fig. 2. Tearing topography surface (TTS).

5. MICROMECHANICAL MODELING OF HAMD IN PEARLITIC STEEL

5.1. HAMD by TTS in Pearlitic Steel: HELP versus HEDE Two complementary terms are frequent in the scientific literature related to HE, HD, HAF or HAC, namely (i) hydrogen enhanced localized plasticity (HELP) and (ii) hydrogen enhanced decohesion (HEDE). In recent years Toribio [15] formulated the two possibilities of HELP and HEDE as the dual micromechanisms of HAMD in fully pearlitic steels (in the presence of cracks) depending on their degree of cold drawing, in such a manner that in hot rolled pearlitic steels (before cold drawing) the HAMD develops by pure TTS resembling the Michelangelo stone sculpture texture (MSST) while, on the other hand, heavily cold drawn pearlitic steels with cracks exhibit anisotropic HE behaviour with crack deflection, and a micromechanism of HAMD developing by enlarged and oriented TTS (EOTTS) that resembles the Donatello wooden sculpture texture (DWST). While the first case (hot rolled pearlite) that fractures in hydrogen by TTS may be classified as HELP, the second situation (cold drawn pearlite) that fractures by EOTTS could be denoted as HEDE.

In ferritic-pearlitic pipeline steels, there are dual roles of pearlite microstructure to interfere/facilitate gaseous hydrogen-assisted fatigue crack growth [16], and two micro-mechanisms of damage as pearlite tearing (PT) and pearlite delamination (PD) are proposed in the pearlite phase under the combined action of cyclic loading (fatigue) and hydrogen atmosphere. PT could be similar to TTS (a sort of HELP) analyzed in this paper whereas PD could be similar to EOTTS (a kind of HEDE) using the terminology of the present paper. 5.2. Evolution (sub-modes) of HAMD in Pearlitic Steel

With regard to the micro-mechanism of formation of HAMD, the pearlitic lamellar microstructure could fail at the micro-scale either by trans-lamellar cracking path (TLCP) or by inter-lamellar cracking path (ILCP). The first one requires the fracture of cementite lamellae, that could happen according to the micro-mechanism of shear cracking of pearlite (SCP) proposed by Miller and Smith [17] and represented in Fig. 3.



Fig. 3. Miller-Smith mechanism of shear cracking in pearlite (SCP).

Fig. 4 shows a micromechanical model of HAMD (mainly TTS) in pearlitic steel with lamellar microstructure: (a) trans-lamellar cracking path (TLCP) consisting of either pearlite tearing (PT) or shear cracking of pearlite (SCP), i.e., a sort of HELP manifested in the form of TTS and resembling MSST; (b) inter-lamellar cracking path (ILCP) consisting of pearlite delamination (PD), i.e., a sort of HEDE manifested in the form of EOTTS and resembling DWST. Probably both are operative at the micro- and nano-scale and a combination of them could take place. In addition, in these micro- and nano-levels, hydrogen transport by dislocations [18,19] would be operative over distances below the pearlite interlamellar spacing (nano-scale). At the macro-scale, stress-and-strain assisted diffusion of hydrogen predominates in pearlite over the hydrogen transport by dislocations [20].



Fig. 4. Micromechanical model of HAMD (TTS) in pearlitic steels with lamellar microstructure: (a) *translamellar cracking path* (TLCP) consisting of either PT or SCP, i.e., a sort of HELP manifested in the form of TTS and resembling MSST; (b) *inter-lamellar cracking path* (ILCP) consisting of PD. i.e., a sort of HEDE manifested in the form of EOTTS and resembling DWST.

6. CONCLUSIONS

At the micro- or nano-levels, the formation of HAMD by TTS could represent a combination of HELP and HEDE manifested as *pearlite tearing* (PT), i.e., a sort of HELP or, alternatively, as *pearlite delamination* (PD). i.e., a sort of HEDE.

With regard to the local phenomenon of HELP by PT to create TTS, the Miller-Smith mechanism of *shear cracking of pearlite* (SCP) could be the responsible, in the form of fracture of the more brittle cementite lamellae by local shear cracking of the more ductile ferrite bands.

The locally-ductile micro-mechanism of PT or SCP (a sort of HELP) generates a *trans-lamellar cracking path* (TLCP) whereas, on the other hand, the locally-brittle micro-mechanism of PD (a sort of HEDE) generates in turn an *inter-lamellar cracking path* (ILCP).

While the TLCP (consisting of either PT or SCP, i.e., a sort of HELP) is manifested in the form of TTS and resembles MSST, the ILCP (consisting of PD. i.e., a sort of HEDE) is manifested in the form of EOTTS and resembles DWST.

Epilogue. HAMD & fracture of hot rolled pearlitic steels and their link with the temporal arts of Poetry and Music: *In the Wake of Antonio Machado, T. S. Eliot & J.S. Bach*

With regard to Poetry, the HE phenomenon usually involves hydrogen transport by stress-assisted (or stress-and-strain assisted) diffusion in the metal [21-23] to the prospective fracture sites, so that the history of loading-hydrogenation is a relevant issue. In this framework, the following words may be written:

for the dream of yesterday is the hope of today and the reality of tomorrow.

(Robert H. Goddard)

and with regard to the temporal art of Poetry, it recalls the beautiful verse of Antonio Machado, major Spanish Poet:

Hoy es siempre todavía (Antonio Machado)

and perhaps, T.S. Eliot's:

And all is always now

(Thomas Stearns Eliot)

In the Matter of Music, the HE phenomenon involving hydrogen diffusion [21-23] develops in time, and the concept of *hydrogen diffusion path* (HDP) may be coined, thereby recalling the J.S. Bach's music (Fig. 5), in particular those religious Cantatas dealing with the idea of path, e.g., the beautiful Cantata BWV 132:

Bereitet die Wege, bereitet die Bahn

(Prepare the paths, prepare the road)

composed in Weimar in 1715 for the fourth Sunday of advent and the first performance was on 22 December 1715.





Fig. 5. Johann Sebastian Bach with the canon triplex (portrait by Elias Gottlob Haussmann), and bars of the Fugue No 1 in C Major BWV 846 of The Well-Tempered Clavier (Book I).

In Memoriam

The paper is dedicated to the memory of a prominent ukrainian scientist who passed away in 2023: Professor Volodymyr Panasyuk, master and friend, whose enthusiastic and forward-looking action allowed the development of fracture mechanics and structural integrity in Ukraine, where he is respectfully considered as the *father of the science of fracture mechanics*.

This paper is a sincere and heartfelt tribute to him.



Professor Volodymyr Panasyuk (Ukraine).

Funding Acknowledgements

The author wishes to kindly and sincerely acknowledge the continuous and long-standing financial support to his scientific research in the field of fracture & structural integrity provided by the following Spanish Institutions: Ministry for Science and Technology (MICYT; Grant MAT2002-01831), Ministry for Education and Science (MEC; Grant BIA2005-08965), Ministry for Science and Innovation (MICINN; Grant BIA2008-06810), Ministry for Economy and Competitiveness (MINECO; Grant BIA2011-27870) and Junta de Castilla y León (JCyL; Grants SA067A05, SA111A07, SA039A08 and SA132G18).

Material Acknowledgements

Acknowledgement is given to two companies: EMESA TREFILERÍA (La Coruña. Spain) and TREFILERÍAS QUIJANO (Los Corrales de Buelna, Santander, Spain) for providing the pearlitic steel wires.

Personal Acknowledgements

The article was written during the month of February 2024. The author wishes to warmly dedicate it to his wife Lourdes Menárguez Palanca, to his daughter Ana Lym Toribio Menárguez and to his son Juan Sun Toribio Menárguez for the love, patience and support they have always provided and for very joyful moments between the rigorous scientific work.

Scientific Acknowledgements

The approach between art and science developed in this paper is the result of the kind and warm support provided by prominent scientists in the field of fracture mechanics and structural integrity who organized relevant scientific conferences during which this sort of mixed (art & science) papers were presented, mostly in the form of Invited Keynote and Plenary Lectures. The author warmly acknowledges Professors Petros Sofronis and Alberto Carpinteri (ICF 11, Torino, 2005); Dr. Giovanna Gabetta and Professor Gabriella Bolzon (NATO Workshop, Biskra, 2010); Professors Robert Goldstein, Valery Shlyannikov and Yury Matvienko (ECF19, Kazan, 2012); Professors Masahiro Endo and Ryuichiro Ebara (University of Fukuoka, 2013); Professor Yukitaka Murakami (HYDROGENIUS & I2CNER MEETING, Fukuoka, 2013); Professor Yury Matvienko (NT2F, Moscow, 2013), Professors Masao Sakane and Andrea Carpinteri (ICMFF 10; Kyoto, 2013); Professor Zhiliang Zhang (ECF20, Trondheim, 2014); Professors Francesco Iacoviello, Luca Susmel, Donato Firrao and Giuseppe Ferro (IGF24, Urbino, 2017); Professors Gabriella Bolzon and Hryhoriy Nykyforchyn (NATO Workshop, Lviv, 2017); Professor Ferri Aliabadi (FDM 2017, Florence, 2017); Doctors Pedro Moreira and Paulo Tavares (ICSI 2017, Madeira, 2017); Ms. Carrie K. Tsui (CCESG 2018, ICACAR 2018 & CMSME 2018, Bangkok, 2018); Professor Nao-Aki Noda (MSAM 2018, Kitakyushu, 2018); Professor Paulo Reis (PCF 2018; Covilhã, 2018); Ms. Emma Wang (ICEMA 2018 & ICSREE 2018, Zamora, 2018); Professor Francesco Iacoviello (IGF25, Cassino, 2018); Professor Magd Abdel Wahab (FFW 2018, Ghent, 2018); Ms. Nancy Huang (ICDMM 2018 & ICMESM 2018, Okinawa, 2018); Ms. Anita Mathews (Energy Meeting ICRNE, Las Vegas, 2018); Professor Ferri Aliabadi (FDM 2018, Sevilla, 2018); Ms. Emma Wang (ICEMA 2019 & ICSREE 2019, Beijing, 2019); Prof. Valery Kharchenko (MSAM 2019, Kiev, 2019); Professor Esteban Broitman (PCM 2019, Bangkok, 2019); Ms. Tammy Luo (ICDMM 2019 & ICMESM 2019, Salamanca, 2019); Doctors Pedro Moreira and Paulo Tavares (ICSI 2019, Madeira, 2019); Professor Gabriella Bolzon and Professor Hryhoriy Nykyforchyn (NATO Workshop, Lviv, 2019); Professors Francesco Iacoviello and Stavros Kourkoulis & Dr. Ermioni Pasiou (Noni) (MedFract1, Athens, 2020); Ms. Emma Wang (ICEMA 2020 & ICSREE 2020, Virtual, 2020); Professor Luis F Borrego (VIbCSI1, Virtual, 2020); Professor Francesco Iacoviello (VECF1 & VESS1, Virtual, 2020), Professor Francesco Iacoviello (IGF26, Virtual, 2021), DoctorS Pedro Moreira and Paulo Tavares (ICSI 2021, Madeira, Virtual, 2021); Professors Francesco Iacoviello and Sabrina Vantadori (CP 2021, Virtual, 2021), Professor Hryhoriy Nykyforchyn (VDMDP1, Lviv, Virtual, 2021); Professor Francesco Iacoviello (MedFract2, Catania and Virtual, 2022); Professor Magd Abdel Wahab (FFW 2022, Ghent, Virtual, 2022), Professor Francesco Iacoviello (IGF27, Rome, 2023); Ms. Sasha Pan (ICEMA 2023, Nice, 2023), Ms. Lucy Tong & Ms. Nancy Wang (CMPSE 2023; Tokyo, Virtual, 2023), Professor Magd Abdel Wahab (FFW 2023, Ghent, 2023); Prof. Hryhoriy Nykyforchyn and Prof. Halyna Krechkovska (MSSE 2023, Lviv, Virtual, 2023), Ms. Carina Liu (PEEE 2023, Kuala Lumpur, 2023).

REFERENCES

- Masoumi, M., Echeverri, E.A.A., Tschiptschin, A.P., Goldenstein, H., 2019. Improvement of Wear Resistance in a Pearlitic Rail Steel via Quenching and Partitioning Processing. Science Reports 9, 7454.
- [2] Ferreira, V.M., Mecozzi, M.G., Petrov, R.H., Sietsma, J., 2022. Microstructure Development of Pearlitic Railway Steels Subjected to Fast Heating. Materials & Design 221, 110989.
- [3] Toribio, J., 1992. On the Intrinsic Character of the Stress-Strain Curve of a Prestressing Steel. Journal of Testing and Evaluation 20, 357-362.
- [4] Toribio, J., 2006. Cold Drawn Eutectoid Pearlitic Steel Wires as High Performance Materials in Structural Engineering. Structural Integrity and Health Monitoring 2, 239-247.
- [5] Borchers, Ch., Kirchheim, R., 2016. Cold-Drawn Pearlitic Steel Wires. Progress in Materials Science 82, 405-444.
- [6] Yan, W., Chen, W., Li, J., 2019. Quality Control of High Carbon Steel for Steel Wires. Materials 12, 846.
- [7] Mihaliková, M., Lišková, A., Hagarová, M., Cervová, J., 2017. Damage Pearlitic Steel in Operation. Procedia Engineering 190, 352-356.
- [8] Thompson, A.W., Chesnutt, J.C., 1979. Identification of a Fracture Mode: The Tearing Topography Surface. Metallurgical Transactions 10A, 1193-1196.
- [9] Costa, J.E., Thompson, A.W., 1982. Hydrogen Cracking in Nominally Pearlitic 1045 Steel. Metallurgical Transactions 13A, 1315-1318.
- [10] Toribio, J., Lancha, A.M., Elices, M., 1991. Characteristics of the New Tearing Topography Surface. Scripta Metallurgica et Materialia 25, 2239-2244.
- [11] Toribio, J., Lancha, A.M., Elices, M., 1992. The Tearing Topography Surface as the Zone Associated with Hydrogen Embrittlement Processes in Pearlitic Steel. Metallurgical Transactions 23A, 1573-1584.
- [12] Toribio, J., Vasseur, E., 1997. Hydrogen-Assisted Micro-Damage Evolution in Pearlitic Steel. Journal of Materials Science Letters 16, 1345-1348.

- [13] Toribio, J., 1997. Fracture Mechanics Approach to Hydrogen Assisted Microdamage in Eutectoid Steel. Metallurgical and Materials Transactions 28A, 191-197.
- [14] Toribio, J., 2012. Time-Dependent Triaxiality Effects on Hydrogen-assisted Micro-damage Evolution in Pearlitic Steel. ISIJ International 52, 228-233.
- [15] Toribio, J., 2018. HELP versus HEDE in Progressively Cold-Drawn Pearlitic Steels: Between Donatello and Michelangelo. Engineering Failure Analysis 94, 157-164.
- [16] Ogawa, Y., Nishida, H., Nakamura, M., Olden, V., Vinogradov, A., Matsunaga, H., 2022. Dual Roles of Pearlite Microstructure to Interfere/Facilitate Gaseous Hydrogen-Assisted Fatigue Crack Growth in Plain Carbon Steels. International Journal of Fatigue 154, 106561.
- [17] Miller, L.E., Smith, G.C., 1970. Tensile Fracture in Carbon Steels. Journal of the Iron and Steel Instute 208, 998-1005.
- [18] Dadfarnia, M., Martin, M.L., Nagao, A., Sofronis, P., Robertson, I.M., 2015. Modeling Hydrogen Transport by Dislocations. Journal of the Mechanics and Physics of Solids 78, 511-525.
- [19] Tien, J., Thompson, A.W., Bernstein, I.M., Richards, R.J., 1976. Hydrogen Transport by Dislocations. Metallurgical Transactions 7A, 821-829.
- [20] Toribio, J., Kharin, V., 2006. Fractographic and Numerical Study of Hydrogen–Plasticity Interactions Near a Crack Tip. Journal of Materials Science 41, 6015-6025.
- [21] Toribio, J., Kharin, V., 1997. K-Dominance Condition in Hydrogen Assisted Cracking: The Role of the Far Field. Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures 20, 729-745.
- [22] Toribio, J., Kharin, V., 1997. The Effect of History on Hydrogen Assisted Cracking: 1. Coupling of Hydrogenation and Crack Growth. International Journal of Fracture 88, 233-245.
- [23] Toribio, J., Kharin, V., 1997. The Effect of History on Hydrogen Assisted Cracking: 2. A Revision of *K*-Dominance. International Journal of Fracture 88, 247-258.

HYDROGEN EMBRITTLEMENT OF PEARLITIC STEELS: THIRTY YEARS OF RESEARCH WORK AND ALL IS ALWAYS NOW

Jesús Toribio

Fracture & Structural Integrity Research Group (FSIRG), University of Salamanca (USAL) Campus Viriato, Avda. Requejo 33, 49022 Zamora, Spain E-mail: toribio@usal.es

ABSTRACT

This paper review previous research by the author on the key topic of hydrogen embrittlement (HE) of pearlitic steels, covering more than thirty years of research work. The phenomenon has received many additional names such as hydrogen degradation (HD), hydrogen assisted cracking (HAC, when a crack is present) or hydrogen assisted fracture (HAF) in other cases, e.g., when a notch is present (notch-induced HAF). Crack tip hydrogen diffusion assisted by stress and strain fields is analysed in this paper, together with its role and implications in HAC. To this end, and *firstly*, a wide experimental programme was taken into account, consisting of slow strain rate tests (SSRT) on high-strength pearlitic steel rods under cathodic electrochemical conditions promoting HAC, considering the maximum stress intensity factor (SIF K_{max}) during fatigue pre-cracking as the relevant test variable, so as to consider the cyclic preloading (pre-straining) history as the key factor in the further evolution of HAC. In addition, and *secondly*, a numerical analysis was performed of the effect of cyclic pre-loading (pre-straining) regime on the posterior behaviour against HAC of high-strength pearlitic steel, considering both mechanical aspects (mechanical modelling: evolution of near-tip stress-strain fields) and chemical issues (hydrogen diffusion modelling: evolution of near-tip hydrogen concentration distributions). Results show clearly that hydrogen accumulation in potential fracture sites depends on residual stress distributions generated after cyclic pre-loading. It recalls the verse by the Spanish Poet Antonio Machado "Hoy es siempre todavia" (*A Machadian Approach*) and T.S Eliot's "And All is Always Now".

KEYWORDS: hydrogen assisted cracking (HAC); hydrogen assisted fracture (HAF); hydrogen embrittlement (HE); hydrogen degradation (HD); pearlitic steel; cracked specimen; fatigue pre-cracking; slow strain rate testing (SSRT); numerical modeling; stress-and-strain assisted diffusion; hydrostatic stress; plastic strain; hydrogen concentration.

RESUMEN

Este artículo revisa investigaciones previas del autor en el asunto clave de la fragilización por hidrógeno (FH) de aceros perlíticos, cubriendo más de treinta años de trabajo de investigación. El fenómeno ha recibido muchos nombres adicionales tales como degradación por hidrógeno (DH), fisuración asistida por hidrógeno (FAH, en presencia de fisuras) o fractura asistida por hidrógeno (FAH) en otros casos, e.g., en presencia de entallas (FAH inducida por entallas). La difusión de hidrógeno en las proximidades del extremo de la fisura, asistida por los campos tensodeformacionales, se analiza en el presente artículo, junto con su rol e implicaciones en la FAH. Con este fin, y en primer lugar, se describe un amplio programa experimental de ensayos a velocidad de deformación lenta (EVDL) en ambiente de hidrógeno de barras de acero perlítico bajo condiciones electroquímicas catódicas que promueven la FAH, considerando el máximo factor de intensidad de tensiones (FIT K_{max}) durante la pre-fisuración por fatiga como la variable experimental relevante, analizando así la historia cíclica de pre-carga (pre-deformación) como el factor clave en la evolución posterior de la FAH. Además, y en segundo lugar, se realiza un análisis numérico del efecto del régimen de pre-carga (pre-deformación) cíclica sobre el posterior comportamiento frente a la FAH del acero perlítico de alta resistencia, considerando tanto aspectos mecánicos (modelización mecánica: evolución de los campos tensodeformacionales próximos al extremo de la fisura) como aspectos químicos (modelización de la difusión de hidrógeno: evolución de las distribuciones de concentración de hidrógeno junto al extremo de la fisura). Los resultados muestran claramente que la acumulación de hidrógeno en los lugares potenciales de fractura depende de la distribución de tensiones residuales tras la pre-fisuración por fatiga. Resuena así el verso de Antonio Machado "Hoy es siempre todavía" (Un Enfoque Machadiano) y el verso de T.S. Eliot "And All is Always Now".

PALABRAS CLAVE: fisuración asistida por hidrógeno (FAH); fractura asistida por hidrógeno (FAH); fragilización por hidrógeno (FH); degradación por hidrógeno (DH); acero perlítico; muestras fisuradas; pre-fisuración por fatiga; ensayos a velocidad de deformación lenta (EVDL); modelización numérica; difusión asistida por la tensión & la deformación; tensión hidrostática; deformación plástica; concentración de hidrógeno.

195

1. INTRODUCTION

In the field of fracture mechanics, damage tolerance and structural integrity, experimental evaluation of the phenomenon of stress corrosion cracking (SCC) or, in general, environmentally assisted cracking (EAC) of materials is commonly performed in a laboratory by testing pre-cracked specimens. In this procedure, a precrack in the specimen is required for posterior SCC/EAC testing, and it is usually generated by fatigue (cyclic) loading in air environment. The procedure of fatigue preloading inevitably produces ambiguous mechanical effects in the near-tip area and, depending on the intensity of loading, a sort of overload retardation effect on SCC behaviour, as described elsewhere [1,2], since the cyclic loading regime affects the further plastic zone development and thus controls the evolution of stress-strain fields in the close vicinity of the crack tip after the process of loading/unloading the specimens, thereby generating compressive residual stresses in the near-tip area after the unloading phase of cyclic loading during experimental fatigue pre-cracking procedure.

This paper analyzes experimental results of slow strain rate tests (SSRT) on high-strength steel in aqueous environments under cathodic electrochemical conditions promoting hydrogen assisted cracking (HAC), a deleterious phenomenon that has received many names form the classical hydrogen embrittlement (HE) to others such as hydrogen degradation (HD) or hydrogen assisted fracture (HAF). Emphasis is placed on the absolutely relevant effect of the fatigue pre-cracking procedure, which influences dramatically the behaviour of the steel in the posterior SSRT.

2. EXPERIMENTAL PROGRAMME

The wide experimental programme is based on previous research [3-10]. A high-strength pearlitic steel was studied whose chemical composition and mechanical properties are given in Tables 1 and 2. The EAC experiments were SSRT with pre-cracked specimens in aqueous solution. The tests analyzed in this paper were performed at cathodic potentials to evaluate the HAC phenomenon as a key mechanism of EAC. Fig. 1 shows the experimental results of the failure load in solution $F_{\rm HAC}$ (divided by the reference value at rupture in air $F_{\rm C}$) as a function of the ratio $K_{\rm max}/K_{\rm IC}$. The mechanical effect of fatigue pre-cracking is beneficial for the HAC resistance of the steel, since the fracture load in aggressive (hydrogen) environment is an increasing function of the maximum stress intensity factor (SIF) $K_{\rm max}$ during fatigue, i.e., the higher the fatigue precracking intensity (level) K_{max} , the higher the critical (fracture) load F_{HAC} in a hydrogen environment, in a certain overload retardation effect on SCC behaviour (similar to that happening in fatigue), cf. [1,2].

Table 1. Chemical composition (wt %) of the steel.

С	Mn	Si	Р	S	Cr	Ni	Мо
0.74	0.70	0.20	0.016	0.023	0.01	0.01	0.001
	Table 2. Mechanical properties of the steel						
Young'sYielModulusStrengE (GPa) $\sigma_{\rm Y}$ (M		rength (MPa)	UT σ_{R} (M	TS (IPa)	Frac Tougl K _{IC} (MI	ture hness Pam ^{1/2})	

725

1300

53



Fig. 1. SSRT results in terms of respective fracture loads in aggressive (hydrogen) and inert (laboratory air) environments $F_{\text{HAC}}/F_{\text{C}}$ as a function of the maximum stress intensity factor (SIF) during fatigue pre-cracking K_{max} (divided by the material fracture toughness K_{IC}).

In the matter of microscopic fracture modes, a special topography associated with hydrogen effects was found: the *tearing topography surface* (TTS), a term coined by Thompson and Chesnutt [11] and Costa and Thompson [12]. The relationship between the TTS zone/region and the experimental evidence of hydrogen-assisted micro-damage (HAMD) in pearlitic microstructures has been demonstrated thoroughly in the past [7-10] [13-15], so that the size of the TTS region is an indicator of the extension of HAMD. Fig. 2 shows the appearance of such a TTS zone.

In Fig. 2 a plot is also given of the TTS depth vs. K_{max} , showing that the fatigue pre-cracking regime also influences clearly the micromechanics of HAC in the steel. The higher the fatigue pre-cracking load, the lower the extension of the TTS domain and, accordingly, the lower the deleterious effect of hydrogen on metal, which is consistent with trend plotted in Fig. 1, i.e., the increase of failure load in the hydrogen environment for higher K_{max} -values. This phenomenon is a sort of *overload retardation effect* in the matter of HAC [1,2].



Fig. 2. *Tearing topography surface* (TTS) and depth of the TTS zone as a function of the maximum SIF K_{max} during fatigue pre-cracking.

These phenomena are caused by the development of the cyclic plastic zone and the presence of compressive stresses (cyclic residual stresses) in the vicinity of the crack tip as a consequence of the fatigue pre-cracking method. The crack tip is pre-strained (and pre-stressed) by fatigue: the higher the cyclic load level, the more pronounced the pre-straining/stressing effect, thereby delaying the hydrogen entry into the metal and improving material performance.

To ascertain the mechanical effects of the pre-cracking regime on EAC, it is desired to know the evolution of certain mechanical variables associated with the EAC processes. The item of primary interest is the stress distribution beyond the crack tip affected by cyclic preloading. In particular, hydrostatic stress plays a fundamental role in HAC processes driven by stressassisted hydrogen diffusion

3. MECHANICAL MODELLING: EVOLUTION OF NEAR-TIP STRESS-STRAIN FIELDS

A high-resolution numerical modelling was performed by the finite element method (FEM) to analyze the stress-strain state evolution near the crack tip in a rateindependent elastoplastic material with von Mises yield surface and power-law strain hardening [16-21]. A combined isotropic-to-kinematic hardening rule was used. The mechanical characteristics of the material correspond to the steel used in the experimental program (Table 2). The nonlinear finite element code MARC was used with updated Lagrangian formulation to account for large geometry changes.

The applied loading history consisted of several (up to ten) zero-to-tension cycles in accordance with two of the experimental fatigue programs, namely, $K_{\text{max}}/K_{\text{IC}} = 0.45$ and 0.80, followed by rising load corresponding to the SSRT.

Fig. 3 shows the evolution of the hydrostatic stress distribution in the plane of the crack beyond the tip, $\sigma = \sigma$ (x), during monotonic loading in the SSRT after fatigue pre-cracking, where x is the distance from the crack tip in the *deformed configuration* of the solid and thus x=0 represents the crack tip itself, i.e., the surface of the solid which determines the boundary condition for the problem of hydrogen diffusion in the solid. This Fig. 3 provides a first insight —based on mechanical considerations— into the consequences of fatigue prestressing on the posterior HAC behaviour of the steel.

For the lowest (zero) level of externally applied SIF K = 0 (Fig. 3a; unloading phase; end of fatigue pre-cracking and beginning of the SSRT), the two residual hydrostatic stress laws are negative, i.e., *compressive residual stresses* are generated in the close vicinity of the crack tip as a consequence of the fatigue pre-cracking procedure, the two distributions of hydrostatic stress $\sigma=\sigma(x)$ being similar for the two experimental pre-cracking levels $K_{\text{max}}/K_{\text{IC}} = 0.45$ and 0.80. The stronger compressions are associated with the heaviest fatigue pre-cracking $K_{\text{max}} = 0.80 K_{\text{IC}}$. The hydrostatic stress just at the crack tip (boundary condition for the hydrogen diffusion problem) is negative for the two pre-cracking regimes of $K_{\text{max}} = 0.45$ and 0.80 K_{IC} .

For an intermediate level of externally applied loading in the SSRT (applied $K= 0.30 K_{IC}$), clear differences may be observed between the two distributions of hydrostatic stress (those associated with fatigue precracking levels of $K_{max} = 0.45$ and $0.80 K_{IC}$), especially in the close vicinity of the crack tip, which implies a different rate of hydrogen transport to prospective fracture nuclei by stress assisted diffusion according to which hydrogen is driven by the hydrostatic stress gradient $d\sigma/dx$.

For increasing level of externally applied SIF during SSRT (applied $K= 0.60 K_{IC}$ and applied $K= 0.80 K_{IC}$) all compressions become tensions. In addition, the hydrostatic stress just at the crack tip (boundary condition for the hydrogen diffusion problem) is now positive for the two pre-cracking regimes of $K_{max} = 0.45$

and 0.80 $K_{\rm IC}$. Again the hydrostatic stress profiles afterpre-cracking with $K_{\rm max} = 0.45$ and 0.80 $K_{\rm IC}$ show that hydrogen is *pumped* towards the distribution peaks, i.e., towards the points of maximum hydrostatic stress.

In the case of the heaviest fatigue pre-cracking program $(K_{\text{max}} = 0.80 K_{\text{IC}})$ Fig. 3b shows (applied $K = 0.30 K_{\text{IC}}$, initial stages of the SSRT) that residual stresses remain compressive in an extended area beyond the crack tip and, even more important, there is a negative gradient of hydrostatic stress $d\sigma/dx < 0$, delaying hydrogen diffusion towards the inner points, preventing HE of the material therein, and raising the fracture load in hydrogen.

Hydrogen diffusion assisted by stress fields is governed by two factors: (i) the hydrostatic stress at the crack tip itself (boundary condition for the hydrogen diffusion problem); (ii) the hydrostatic stress gradient as a driving force for hydrogen entry and diffusion into the material. The two factors are conditioned by the maximum SIF during the fatigue pre-cracking that influences the posterior SSRT at different levels of applied K.

Another assumption of increasing trapping of hydrogen as a consequence of heavier fatigue pre-cracking is also consistent with the observed beneficial effect of K_{max} on posterior HAC resistance: accumulated mechanical pre-damage in the cyclic plastic zone delays the hydrogen delivery due to an increase of the dislocation density and thus of the number of potential traps for hydrogen therein. Thus the experimental fact of better HAC performance for higher K_{max} (Fig. 1) can in part be attributed to this phenomenon of hydrogen trapping. The higher the K_{max} -level, the larger the region of elevated trapping density and the lower the hydrogen permeation rate.

4. HYDROGEN DIFFUSION MODELLING: EVOLUTION ON NEAR-TIP HYDROGEN CONCENTRATION DISTRIBUTIONS

4.1. Theoretical fundamentals: diffusional theory of hydrogen assisted cracking (HAC)

HE phenomena can be analyzed in terms of hydrogen diffusion through material lattice (lattice diffusion). As explained above, it is usually assisted by the stress field in the material, and specifically by the trace of the stress tensor, i.e., by the hydrostatic stress term, so that it is properly *stress-assisted diffusion* of hydrogen [22-27]. When also the plastic strain distribution is supposed to affect hydrogen transport by lattice diffusion, then it is *stress-and-strain assisted diffusion* of hydrogen [28-35].

Hydrogen diffusion is driven by the stress and strain state represented by, namely: (i) the in-wards gradient of hydrostatic stress and (ii) the in-wards gradient of strain-dependent hydrogen solubility, respectively. It is a modified Fick type law with two extra terms:



Fig. 3. Hydrostatic stress distributions ahead of the crack tip during monotonic loading at SSRT after fatigue pre-cracking at $K_{\text{max}}/K_{\text{IC}} = 0.45$ (dashed lines) and 0.80 (solid lines) at progressive applied *K* levels indicated in the figures. The distance *x* from the crack tip is measured in the deformed configuration and the sequential test instants (load levels) are indicated in the figures in relation to the fracture toughness K_{IC} .

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \nabla \cdot \left[D\nabla C - DC \left(\frac{V_{\rm H}}{RT} \nabla \sigma + \frac{\nabla K_{\rm S\epsilon}(\bar{\epsilon}_{\rm P})}{K_{\rm S\epsilon}(\bar{\epsilon}_{\rm P})} \right) \right]$$
(1)

with the meanings of symbols given in the references [22-35]. The steady-state solution of the differential equation is the equilibrium concentration of hydrogen (C_{eq}) in the metal:

$$C_{\rm eq} = C_0 K_{\rm S\epsilon}(\bar{\epsilon}_{\rm P}) \exp\left[\frac{V_{\rm H}}{RT} \nabla \sigma\right]$$
(2)

where C_0 is the equilibrium hydrogen concentration for the material free of stress and strain.

4.2. Crack-tip hydrogen diffusion assisted by stress and strain fields

The results of the large-deformation elastoplastic stressstrain field simulations discussed above (cf. Fig. 3) were taken as the input data. Diffusion modelling was performed in one-dimensional (1D) approach along the *x*-axis or crack line. The following data were considered in the computations: ambient temperature T = 293 K, $V_{\rm H}$ $= 2 \cdot 10^{-6}$ m³/mol and $D = 10^{-12}$ m²/s. The applied loading rate in modelling the rising load SSRT was taken to be dK/dt = 0.25 MPa·m^{1/2}/s.

The results of the diffusion calculations, shown in Fig. 4, are valid for whichever particular value of *D* provided the loading rate is adjusted to maintain the constant ratio D/(dK/dt), as it follows from the similitude criteria for the transport, so that availability of the exact value of *D* for the steel under consideration is not a crucial matter Analysis of the diffusion was performed during the rising load phase from K = 0 after pre-cracking to $K = K_{\rm IC}$, i.e., during the diffusion time $t_{\rm R} = K_{\rm IC}/(dK/dt)$.

The generated numerical results on crack tip hydrogen diffusion presented in Fig. 4 and complementary stress evolution data in Fig. 3 show that in the very close vicinity of the entry surfaces $x \leq 2...4$ µm the concentration patterns C(x,t) for fixed diffusion times t (or applied load levels $K = dK/dt \cdot t$) are quite similar to the respective stress profiles $\sigma(x)$, so that the steady-state equilibrium concentration is approximately achieved at this depths under the tried loading rate. In deeper material points, a more or less significant delay of hydrogenation due to heavier fatigue pre-cracking is observed.

5. CONCLUSIONS

Cyclic accumulation of plastic strain and creation of the domain of compressive residual stresses improve the HAC behaviour through the increase of the failure load in aggressive environment by delaying the entry of hydrogen into the fracture process zone near the crack tip due to the existence of negative gradients of hydrostatic stress in the vicinity of the crack tip in the most severe fatigue pre-cracking program.



Fig. 4. Hydrogen concentration distributions ahead of the crack tip during constant-rate monotonic loading at SSRT after fatigue pre-cracking at $K_{\text{max}}/K_{\text{IC}} = 0.45$ (dashed lines) and 0.80 (solid lines) at progressive applied *K* levels. The distance *x* from the crack tip is measured in the deformed configuration and the sequential test instants (load levels) are indicated in the figures in relation to the fracture toughness K_{IC} .

Epilogue

One recalls the verse by the Spanish Poet Antonio Machado "Hoy es siempre todavía" (*A Machadian Approach*) and T.S Eliot's "And All is Always Now".

REFERENCE[

- [1] Toribio, J., 1998. Role of Crack-Tip Residual Stresses in Stress Corrosion Behaviour of Prestressing Steel. Construction and Building Materials 12, 283-287.
- [2] Toribio, J., Lancha, A.M., 1996. Overload Retardation Effects on Stress Corrosion Behaviour of Prestressing Steel. Construction and Building Materials 10, 501-505.
- [3] Toribio, J., Lancha, A.M., 1992. On the Meaning of Thresholds in Environmentally Assisted Cracking. Journal of Materials Science Letters 11, 1085-1086.
- [4] Toribio, J., Lancha, A.M., 1993. Effect of Cold Drawing on Susceptibility to Hydrogen Embrittlement of Prestressing Steel. Materials and Structures 26, 30-37.
- [5] Toribio, J., Lancha, A.M., 1996. Effect of Cold Drawing on Environmentally Assisted Cracking of Cold-Drawn Steel. Journal of Materials Science 31, 6015-6024.
- [6] Toribio, J., Lancha, A.M., 1998. Anisotropic Stress Corrosion Cracking Behaviour of Prestressing Steel. Materials and Corrosion 49, 34-38.
- [7] Toribio, J., Lancha, A.M., Elices, M., 1991. Macroscopic Variables Governing the Microscopic Fracture of Pearlitic Steels. Materials Science and Engineering A145, 167-177.
- [8] Toribio, J., Lancha, A.M., Elices, M., 1991. Characteristics of the New Tearing Topography Surface. Scripta Metallurgica et Materialia 25, 2239-2244.
- [9] Toribio, J., Lancha, A.M., Elices, M., 1992. The Tearing Topography Surface as the Zone Associated with Hydrogen Embrittlement Processes in Pearlitic Steel. Metallurgical Transactions 23A, 1573-1584.
- [10] Toribio, J., Lancha, A.M., Elices, M., 1993. Factors Influencing Stress Corrosion Cracking of High Strength Pearlitic Steels. Corrosion Science 35, 521-530.
- [11] Thompson, A.W., Chesnutt, J.C., 1979. Identification of a Fracture Mode: The Tearing Topography Surface. Metallurgical Transactions 10A, 1193-1196
- [12] Costa, J.E., Thompson, A.W., 1982. Hydrogen Cracking in Nominally Pearlitic 1045 Steel. Metallurgical Transactions 13A, 1315-1318.
- [13] Toribio, J., 1997. Fracture Mechanics Approach to Hydrogen Assisted Microdamage in Eutectoid Steel. Metallurgical and Materials Transactions 28A, 191-197.
- [14] Toribio, J., 2012. Time-Dependent Triaxiality Effects on Hydrogen-assisted Micro-damage Evolution in Pearlitic Steel. ISIJ International 52, 228-233.
- [15] Toribio, J., Vasseur, E., 1997. Hydrogen-Assisted Micro-Damage Evolution in Pearlitic Steel. Journal of Materials Science Letters 16, 1345-1348.
- [16] Toribio, J., Kharin, V., 1998. Stress Corrosion Behaviour of High-Strength Steel: The Role of Fatigue Pre-Cracking. Journal of the Mechanical Behavior of Materials 9, 205-225.
- [17] Toribio, J., Kharin, V., 1999. Role of Fatigue Crack Closure Stresses in Hydrogen-Assisted Cracking. ASTM STP 1401, 329-342.
- [18] Toribio, J., Kharin, V., 2000. Role of Cyclic Pre-Loading in Hydrogen Assisted Cracking. ASTM STP 1343, 440-458.

- [19] Toribio, J., Kharin, V., 2002. Influence of Cyclic Preloading on the Hydrogen Degradation of Materials. Materials Science 38, 514-525.
- [20] Toribio, J., Kharin, V., 2004. Role of Crack Tip Mechanics in Stress Corrosion Cracking of High-Strength Steels. International Journal of Fracture 126, L57-L63.
- [21] Toribio, J., Kharin, V., 2006. Fractographic and Numerical Study of Hydrogen–Plasticity Interactions Near a Crack Tip. Journal of Materials Science 41, 6015-6025.
- [22] Van Leeuwen, HP., 1974. The Kinetics of Hydrogen Embrittlement: A Quantitative Diffusion Model. Engineering Fracture Mechanics 6, 141-161.
- [23] Toribio, J., Kharin, V., 1997. K-Dominance Condition in Hydrogen Assisted Cracking: The Role of the Far Field. Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures 20, 729-745.
- [24] Toribio, J., Kharin, V., 1997. The Effect of History on Hydrogen Assisted Cracking: 1. Coupling of Hydrogenation and Crack Growth. International Journal of Fracture 88, 233-245.
- [25] Toribio, J., Kharin, V., 1997. The Effect of History on Hydrogen Assisted Cracking: 2. A Revision of K-Dominance. International Journal of Fracture 88, 247-258.
- [26] Toribio, J., Kharin, V.,1998. Evaluation of Hydrogen Assisted Cracking: The Meaning and Significance of the Fracture Mechanics Approach. Nuclear Engineering and Design 182, 149-164.
- [27] Toribio, J., Kharin, V., 2000. A Hydrogen Diffusion Model for Applications in Fusion Nuclear Technology. Fusion Engineering and Design 51-52, 213-218.
- [28] Toribio, J., Kharin, V., 2012. A Critical Review of Existing Hydrogen Diffusion Models Accounting for Different Physical Variables. Keynote Plenary Lecture, ESIS International Conference WEAR PROCESSES 2012, Swinoujscie, Poland, September 12-14, 2012.
- [29] Toribio, J., Kharin, V., 2013. Hydrogen Diffusion Equations Accounting for Trapping: The Short-comings of the McNabb-Foster Approach. Invited Talk, University of Fukuoka, Japan, January 2013.
- [30] Toribio, J., Kharin, V., 2013. Modelling Hydrogen Diffusion Assisted by Stress and Strain. Invited Lecture, Joint HYDROGENIUS & IC²NER International Workshop on Hydrogen-Materials interactions, Kyushu University Ito Campus, Japan, January 2013.
- [31] Toribio, J., Kharin, V., 2013. Continuum Modelling of Trap-Affected Hydrogen Diffusion in Metals. Opening Plenary Lecture, International Conference "New Trends in Fatigue & Fracture" (NT2F13), Moscow, Russia, May 13-16, 2013.
- [32] Toribio, J., Kharin, V., 2013. Review of Hydrogen Diffusion Models for the Analysis of Hydrogen Embrittlement of Materials. Keynote Lecture, 13th International Conference on Fracture (ICF13), Beijing, China, June 16-21, 2013.
- [33] Toribio, J., Kharin, V., 2013. Continuum Modelling of Trap-Affected Hydrogen Diffusion in Hydrogen Assisted Fracture Analysis. Anales de Mecánica de la Fractura 30, 413-418.
- [34] Toribio, J., Kharin, V., 2015. A Generalised Model of Hydrogen Diffusion in Metals with Multiple Trap Types. Philosophical Magazine 95, 3429-3451.
- [35] Toribio, J., Kharin, V., 2017. HydrogenTransport to Fracture Sites in Metals and Alloys: Multiphysics Modelling. Proceedia Structural Integrity 5, 1291-1298.

VELOCIDAD DE CRECIMIENTO DE GRIETA POR FATIGA DE UN ACERO 42CrMo4 BAJO CARGA ELECTROQUÍMICA DE HIDRÓGENO: INFLUENCIA DEL TIPO DE ELECTROLITO Y DE LA FRECUENCIA DE ENSAYO

M.M. Llera*, V. Arniella, G. Álvarez, S. Otero, F.J. Belzunce, C. Rodríguez

SIMUMECAMAT Research Group, University of Oviedo, West Departmental Building, 7.1.10., Polytechnic School of Engineering, 33203 Gijón, Principality of Asturias, Spain *Persona de contacto: <u>lleramarcos@uniovi.es</u>

RESUMEN

En este trabajo se analiza la influencia de distintas variables de ensayo en la velocidad de crecimiento de grietas por fatiga de un acero 42CrMo4 en ambiente de hidrógeno. Para ello, los ensayos de crecimiento de grieta por fatiga se han realizado a la vez que se producía la carga *in-situ* de hidrógeno utilizando medios electroquímicos. Por un lado, y con el fin de comparar el efecto de la cantidad de hidrógeno introducido se utilizaron dos clases de electrolitos: salino (3% NaCl) y ácido (1 M $H_2SO_4 + 0.25$ g/L AS_2O_3). Además, se utilizaron dos densidades de corriente: 0.5 mA/cm² y 1 mA/cm². También se varió la frecuencia de aplicación de la carga entre 0.01Hz y 1 Hz. Los resultados obtenidos indican que la frecuencia de aplicación de la carga es el parámetro que más influye en la aceleración de la velocidad de crecimiento de grietas por fatiga bajo carga electroquímica de hidrógeno. El tipo de electrolito utilizado también influye, de modo que para alcanzar los mismos resultados que cuando el ensayo se realiza en presencia de presión de hidrógeno gas, se debe utilizar el medio más agresivo (ácido) y una frecuencia de tan solo 0.01 Hz. Sin embargo, el uso de una mayor densidad de corriente parece no influir en los resultados.

PALABRAS CLAVE: Fragilización por hidrógeno, Acero 42CrMo4, velocidad de crecimiento de grieta por fatiga, carga electroquímica de hidrógeno 'in-situ'.

ABSTRACT

In this work, the influence of different test variables on the fatigue crack growth rate of a 42CrMo4 steel in a hydrogen environment is analysed. For this purpose, the fatigue crack growth tests have been carried out at the same time as the *in-situ* hydrogen charge using electrochemical methods. On the one hand, in order to compare the effect of hydrogen introduced, two types of electrolytes were used: saline (3% NaCl) and acid (1 M H₂SO₄ + 0.25 g/L AS₂O₃). In addition, two current densities were used: 0.5mA/cm² and 1 mA/cm². The frequency of charge application was also varied between 0.01Hz and 1 Hz. The results obtained indicate that the frequency of charge application is the most influential parameter in accelerating the fatigue crack growth rate under electrochemical hydrogen charge. The type of electrolyte used also has an influence, so that to obtain the same results as when the test is carried out in the presence of hydrogen gas, the most aggressive medium (acid) and a frequency of only 0.01 Hz must be used. However, the use of a higher current density does not seem to influence the results.

KEYWORDS: Hydrogen embrittlement, 42CrMo4 steel, crack growth rate, 'in-situ' electrochemical hydrogen charge.

1. INTRODUCCIÓN

En el marco del desarrollo de fuentes de energías limpias basadas en el hidrógeno, resulta crucial investigar la interacción de este elemento con los defectos inherentes o daños producidos en una estructura durante su servicio [1]. Estos defectos, dependiendo de su geometría, comprometen en mayor o menor medida la integridad estructural de la misma. Si a este hecho, se le añade el efecto fragilizador que puede inducir la presencia de hidrógeno en materiales metálicos, como el acero, la probabilidad de fallo aumenta considerablemente. La aparición de grietas representa una de las condiciones de trabajo más desfavorables para un componente, debido a los elevados valores de concentración de tensiones que pueden localizarse en el frente de las mismas. Además, la elevada tensión hidrostática en esas zonas hace que la concentración de hidrógeno sea mucho más elevada [2]. Por ello, las grietas en componentes que se encuentren en contacto con un ambiente de hidrógeno se convierten en zonas críticas, en las que el fallo puede sobrevenir de forma prematura. Pero estos dos factores no sólo contribuirán a que la probabilidad de fallo por fractura de un componente agrietado aumente, sino que, ante solicitaciones de carga variables, la velocidad de crecimiento de grietas por fatiga también lo haga. Así, en el caso de materiales destinados a la contención y transporte de hidrógeno, que inevitablemente estarán sometidos a ciclos de carga variable, el análisis de su comportamiento a fatiga en presencia de grietas será un requisito indispensable. En estos momentos, sin embargo, no existen normas que describan, de una manera completa, la forma de realizar dicho análisis, sino que en general, se limitan a indicar que esos ensayos se realicen de acuerdo con la normativa general [3], eso sí, con la probeta inmersa en el ambiente de trabajo del componente, pero dejando muchos interrogantes sin resolver. Así pues, el desarrollo de procedimientos de ensayo para la determinación de la velocidad de crecimiento de grieta en una atmósfera de hidrógeno, resulta una tarea crucial de cara a realizar la correcta caracterización de aceros que deban trabajar en estas condiciones. Obviamente, la mayor parte de las condiciones de trabajo serán en presencia de hidrógeno gas a presión, por lo que éstas serían las condiciones ideales a reproducir. No obstante, la realización de ensayos en atmósfera de hidrógeno a presión supone la utilización de equipos muy sofisticados, costosos y, en consecuencia, escasos, que no están al alcance de la mayoría de los investigadores. Para solventar este problema, se recurre al uso de otras formas de carga de hidrógeno, como las electroquímicas, que resultan más económicas y accesibles. No obstante, para utilizar estos métodos alternativos con garantía, es necesario demostrar que su uso va a provocar las mismas consecuencias que las producidas por el hidrógeno a presión, y para ello, deberemos encontrar las condiciones de carga idóneas. En el caso de la carga electroquímica, la cantidad de hidrógeno adsorbido dependerá tanto del electrolito utilizado como de la densidad de corriente aplicada, por lo que ambos parámetros deben ser analizados. Pero, además, la difusión del hidrógeno depende también de la frecuencia de carga, por lo que también será preciso analizar la influencia de esta variable.

En base a todo ello, y con el objeto de obtener las condiciones de carga electroquímica óptimas, en este trabajo se analizará el efecto de los diferentes parámetros de ensayo en la velocidad de crecimiento de grietas por fatiga en un acero 42CrMo4. Estos ensayos se llevarán a cabo tanto en condiciones estándar de laboratorio (al aire) como en condiciones de carga electroquímica de hidrógeno, utilizando dos electrolitos y dos densidades de corriente diferentes y aplicando varias frecuencias de ensayo. Comparando los resultados obtenidos con los procedentes de ensayos realizados en un ambiente de hidrógeno a presión podremos definir las variables de ensayo más adecuadas en cada caso.

2. MATERIALES

El material objeto de estudio ha sido un acero con contenido medio en carbono del tipo 42CrMo4, templado

y revenido. La composición química de este material se recoge en la tabla 1.

Tabla 1. Composición química en %peso del acero.

10010 11 00	in posicion	quittine en	/ op ese aet	
%C	%Cr	%Mo	%Mn	%Si
0.42	0.98	0.22	0.62	0.18
%Cu	%V	%P	%S	%N
0.02	0.01	0.008	0.002	0.005

Este material fue sometido a un proceso de austenizado a 845°C durante 40 minutos, seguido de un temple en agua y por último un tratamiento de revenido a 700°C durante 2 horas. La figura 1 muestra la microestructura característica del acero, mostrando una martensita revenida con elevada presencia de carburos uniformemente distribuidos en la fase matriz [4].



Figura 1. Microestructura 42CrMo4 - 700.

La tabla 2 recoge las propiedades mecánicas a tracción (límite elástico, σ_{ys} y resistencia mecánica, σ_{ut}), así como la dureza y la tenacidad a fractura (J_{IC}) de este acero en condiciones estándar de laboratorio [4].

Tabla 2. Propiedades a tracción y tenacidad a la fractura

HV1	σ_{ys} [MPa]	σ _{ut} [MPa]	$J_{IC} [kJ/m^2]$
223	622 ± 2	710 ± 5	580 ± 10

3. METODOLOGÍA EXPERIMENTAL

Para llevar a cabo los ensayos de medida de la velocidad de crecimiento de grieta por fatiga, se mecanizaron probetas tipo SE(B) según la norma ASTM E647 [3], cuya geometría se muestra en la figura 2.



Figura 2. Geometría de las probetas de velocidad de crecimiento de grieta por fatiga.

A partir de una pequeña entalla de longitud 2.5 mm, se llevó a cabo un proceso de pre-fisuración por fatiga hasta obtener una relación a/W = 0.16. La relación de cargas utilizada ha sido en todo momento R = 0.1, conforme a las recomendaciones de la norma ASTM E647. Además, y con objeto de no alargar de manera innecesaria los ensayos, sobre todo en los casos de frecuencias más bajas, todos los ensayos se comenzaron en un rango del factor intensidad de tensión, $\Delta K = 30 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{1/2}$. Para el control del tamaño de la grieta, se utilizó un extensómetro tipo COD, el cual permitió obtener las velocidades de crecimiento de grieta (da/dN) en cada punto de muestreo. Al finalizar cada ensayo, se obtuvieron las curvas de velocidad de crecimiento de grieta en función de ΔK . Además, se realizaron mediciones en las superficies de fractura de cada muestra para determinar los tamaños reales de grieta inicial y final con el fin de realizar la corrección de los tamaños medidos mediante el extensómetro de ser necesario.

Los ensayos en ambiente normal de laboratorio (aire) se realizaron utilizando un dispositivo de flexión en tres puntos convencional y una frecuencia de 10 Hz. En el caso de los ensayos con carga de hidrógeno se utilizó un dispositivo de flexión en 3 puntos invertido, encontrándose parte de la probeta sumergida en un electrolito. Esta disposición, esquematizada en la figura 3, permite seguir utilizando un extensómetro COD para la medida del crecimiento de grieta, ya que se evita su contacto con el electrolito [3]. Para generar la carga de hidrógeno conforme se realiza el ensayo (in-situ) se utilizaron métodos electroquímicos que consisten en la aplicación de una corriente catódica entre un electrodo de platino y la probeta.



Figura 3. Configuración del ensayo en ambiente electroquímico de hidrógeno in-situ.

Con el propósito analizar la fragilización producida en función de la agresividad del medio de hidrógeno, se emplearon dos electrolitos: salino y ácido. El electrolito salino (3% NaCl), menos agresivo, proporciona relativamente bajas concentraciones de hidrógeno durante el ensayo. En el caso del electrolito ácido (1 M $H_2SO_4 + 0.25$ g/L AS_2O_3), se alcanzan unas condiciones de ensayo mucho más agresivas debido a que proporciona una mayor cantidad de hidrógeno en la superficie de la probeta. En cuanto a las densidades de corriente, en el caso del electrolito salino se utilizó una

i= 0.2 mA/cm^2 , mientras que en el electrolito ácido se aplicaron densidades de $0.5 \text{ y } 1 \text{ mA/cm}^2$. La selección de todas estas condiciones se realizó en base a estudios previos donde se había analizado el comportamiento a fractura en ambiente de hidrógeno del mismo acero [4].

En cuanto a la frecuencia de ensayo, mientras que al aire fue de 10 Hz, en el caso de los ensayos en hidrógeno se utilizaron valores inferiores con el fin de observar mejor la fragilización. En este caso, y también en base a análisis previos [5,6] se utilizaron frecuencias de 0.1 y 1 Hz en el medio salino y de 0.01, 0.05, 0.1 y 1 Hz en el medio ácido.

Además, y con el fin de conocer el hidrógeno generado en la superficie de las probetas bajo las diferentes condiciones de carga electroquímica, se han realizado medidas del contenido de hidrógeno en probetas sometidas a estas mismas condiciones pero sin estar sometidas a solicitación mecánica. Las muestras para este análisis fueron mecanizadas con una geometría de 50x50x2 mm³. Este espesor permite conseguir un perfil de concentración de hidrógeno homogéneo en el interior de la muestra en cargas de aproximadamente 3 horas [4]. Terminado el proceso de carga de hidrógeno, se utilizó un analizador de hidrógeno LECO DH603 para la medida del contenido medio de hidrógeno en las muestras.

4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En primer lugar, y con el fin de comparar todos los resultados obtenidos en este trabajo con los procedentes de otro estudio en el que se analizó el comportamiento de este mismo acero en ambiente de hidrógeno a presión [5], se analizó la posible influencia del tipo de configuración utilizado en cada caso en la respuesta del material ensayado al aire. En nuestro caso se utiliza una configuración de flexión en tres puntos, mientras que en dicho estudio se habían utilizado probetas CT. La figura 4 muestra, comparados, los resultados obtenidos en ambos casos utilizando la misma frecuencia (10 Hz) y R = 0.1. Como puede observarse, las curvas da/dN- Δ K obtenidas son, en ambos casos, muy semejantes.



Figura 4. Curvas da/dN vs. ΔK en ensayos al aire.

En la figura 5 se muestra la superficie de fractura de una de las probetas ensayadas al aire. En ella pueden apreciarse las estrías características del crecimiento de grieta por fatiga en ambiente de laboratorio.



Figura 5. Fractografía de la superficie de una muestra al aire y detalle del micromecanismo de fractura.

Pasando ya al análisis del efecto del hidrógeno en las curvas da/dN- ΔK , en primer lugar, se llevaron a cabo ensavos con el electrolito salino y una densidad de corriente de 0.2 mA/cm², bajo dos valores de frecuencia distintos (1 Hz y 0.1 Hz), que habían sido las utilizadas en los ensayos realizados con hidrógeno a presión. Las curvas resultantes se presentan en la figura 6. En el caso de los ensayos realizados a una frecuencia de 1 Hz (triángulos amarillos), los valores obtenidos no difieren de los del aire (círculos negros). Sin embargo, cuando se disminuye la frecuencia un orden de magnitud (triángulos naranjas) se aprecia un incremento en la velocidad de crecimiento de grieta para los valores más bajos de ΔK . No obstante, conforme la grieta avanza, su crecimiento se va decelerado hasta que la velocidad termina coincidiendo con la medida al aire. En esta misma figura también se han representado las curvas correspondientes a los ensayos realizados bajo carga gaseosa de hidrógeno in-situ a 35MPa de presión y a las dos frecuencias (1 Hz y 0.1 Hz) [5], que en este caso no afectan al resultado. Comparando las curvas en uno y otro ambiente, se puede observar que en ambiente de hidrógeno a presión se obtienen velocidades de crecimiento de grieta hasta diez veces superiores a las obtenidas bajo carga in-situ con el electrolito salino, lo que indica que estas condiciones no logran simular el ambiente de hidrógeno a presión.

La razón de estas diferencias podría estar basada en la concentración de hidrógeno en las probetas, que, como puede observarse en la tabla 3, es inferior en el medio salino que en condiciones de hidrógeno a presión. No obstante, el hecho de que las curvas en medio salino tengan una pendiente inferior, y lleguen a superponerse con las del aire, también podría deberse a que el electrolito se fuese degradando en el curso del ensayo y perdiese su eficiencia.



Figura 6. Curvas da/dN vs. ΔK al aire, en condiciones de medio salino y a 35MPa de hidrógeno a presión.

Tabla 3. Concentración de hidrógeno (ppmH) en las distintas condiciones de ensavo.

			1	
	Presión	Salino	Ac	ido
	[MPa]	[mA/cm ²]	[mA/	/cm ²]
	P=35	i=0.2	i=0.5	i=1.0
ppmH	1.8*	0.95	1.24	1.67
0	1 1 1 1 /	1	1	/11 1

^{*}Concentración de hidrógeno media estimada mediante análisis por elementos finitos en el momento del inicio de los ensayos [5].

Con el fin de verificar si la concentración de hidrógeno era un factor determinante, se pasó a utilizar el medio ácido y las densidades de corriente de 0.5 y 1 mA/cm² que, como se recoge en la tabla 3, genera concentraciones de hidrógeno en las muestras mucho mayores. La figura 7 recoge los resultados obtenidos utilizando una frecuencia de (0.1 Hz), junto con los que se habían obtenido en los ensayos al aire y con hidrógeno a presión.



Figura 7. Curvas da/dN vs. ΔK en medio ácido a diferentes densidades de corriente.

Como puede observarse, duplicar la densidad de corriente, aumentando consecuentemente la concentración de hidrógeno, no parece ser un factor determinante, ya que las curvas obtenidas con ambas densidades de corriente se superponen. Además, aunque en este medio la velocidad de crecimiento de grieta a valores de ΔK bajos alcanza los valores correspondientes a los de hidrógeno a presión, conforme la grieta crece, la velocidad de propagación crece muy lentamente hasta alcanzar un valor $\Delta K \cong 60$ MPa \sqrt{m} , momento en el que la velocidad de propagación se incrementa más rápidamente, de modo que las curvas en medio ácido propagan paralelas a las obtenidas en hidrógeno a presión. Por otro lado, el hecho de que se produzca esta aceleración, transcurrido un tiempo de ensayo, también descarta la degradación del medio de ensayo como responsable del comportamiento inicial de las curvas da/dN- ΔK en medio electroquímico.

En función de estos resultados, se procedió a analizar el efecto de la frecuencia de ensayo, utilizando el medio ácido y una densidad de corriente de 0.5 mA/cm^2 . En la figura 8 se recogen los resultados obtenidos utilizando frecuencias de 1, 0.1, 0.05 y 0.01 Hz, comparados con los correspondientes a los ensayos al aire y en ambiente de hidrógeno a presión.



Figura 8. Curvas da/dN vs. ΔK en medio ácido a diferentes frecuencias de ensayo.

Tal y como se observa en la figura 8, la frecuencia de ensavo resulta un parámetro decisivo en los resultados de los ensayos de velocidad de crecimiento de grieta por fatiga en medios electroquímicos. Así, aunque para valores de ΔK bajos las velocidades de crecimiento de las grietas son muy similares a cualquier frecuencia, conforme la grieta crece, el comportamiento es radicalmente distinto. Así, cuando se utiliza la frecuencia más elevada (1 Hz), la velocidad inicial de la grieta se mantiene prácticamente constante durante todo el ensayo hasta llegar a superponerse con los valores de los ensayos realizados al aire. A frecuencias más bajas, la velocidad inicial es ligeramente más elevada, y su valor se va incrementando de manera muy lenta, hasta que alcanzado un cierto valor de ΔK , se produce una aceleración que provoca que la pendiente de las curvas se mantenga paralela a las obtenidas en hidrógeno a presión. Si seguimos disminuyendo la frecuencia, hasta un valor de 0.01Hz (círculos rosas), las curvas obtenidas en condiciones de carga electroquímica ya coinciden con las de carga de hidrógeno a presión.

En función de estos resultados, se puede establecer que para determinar las curvas de crecimiento de grieta por fatiga utilizando métodos electroquímicos es necesario utilizar frecuencias de ensayo dos órdenes de magnitud inferiores a las que se utilizarían con un ambiente de hidrógeno a presión de 35 MPa. El hecho de necesitar una frecuencia tan baja para obtener este resultado podría estar basado en que los mecanismos de adsorción y absorción de hidrógeno en la punta de grieta tienen cinéticas diferentes en uno u otro medio.

Se señala, además, que desde el punto de vista fractográfico no se aprecian diferencias en función de que el medio de introducción de hidrógeno utilizado sea electrolítico o gaseoso. En la Figura 9 se puede observar el aspecto de la superficie de fractura de una probeta ensayada en medio ácido a una frecuencia de 1Hz. Esta figura muestra una superficie mucho más frágil en comparación con la del aire (figura 5), y muy similar a la observada en los ensayos realizados bajo presión de hidrógeno [5].



Figura 9. Fractografía de la superficie de una probeta ensayada en medio ácido con 0.5mA/cm² a 1Hz y detalle del micromecanismo de fractura.

Por último, y con el propósito de confirmar la buena equivalencia entre los resultados obtenidos con hidrógeno a presión y las condiciones electroquímicas equivalentes (ácido, 0.5 mA/cm², 0.01 Hz), se ha calculado la relación entre las velocidades de crecimiento de grieta en ambiente de hidrógeno (da/dN)_H y al aire (da/dN) en ambos casos y se ha representado en función del valor del rango del factor de intensidad de tensión ΔK , en la figura 10. Tal y como se puede observar, la relación de velocidades obtenida para los mismos valores de ΔK coinciden en ambos casos. Este hecho vuelve a corroborar la importancia de la frecuencia en los ensayos electroquímicos, que debe de ser lo suficientemente lenta como para que, en virtud de mecanismos de adsorción y absorción más lentos, el hidrógeno disponga del tiempo suficiente para entrar en el acero, alcanzar la zona de proceso y provocar el mecanismo fragilizador.



Figura 10. Relación de velocidades. Comparación entre el medio electroquímico (0.01 Hz) y gaseoso (1 Hz).

5. CONCLUSIONES

En este trabajo se ha logrado caracterizar el comportamiento de un acero 42CrMo4 mediante ensayos de velocidad de crecimiento de grieta por fatiga en ambiente de hidrógeno electroquímico, evaluando los parámetros más importantes del ensayo de cara a obtener las condiciones idóneas que reproduzcan el comportamiento exhibido en un ambiente de hidrógeno a presión. Las conclusiones obtenidas se resumen a continuación:

- La utilización de un medio salino genera una menor cantidad de hidrógeno durante el ensayo dando lugar a una menor fragilización en comparación con ensayos en un medio ácido o con hidrógeno a presión.
- Con un mismo electrolito, el uso de una mayor densidad de corriente aumenta el contenido de hidrógeno en el acero, pero apenas influye en los resultados de velocidad de crecimiento de grieta por fatiga. Sin embargo, la agresividad del medio si ha mostrado cierta relevancia, obteniéndose mayores velocidades de crecimiento de grieta con el medio más agresivo.
- La frecuencia de aplicación de carga resulta ser el parámetro de mayor influencia en los resultados de los ensayos electroquímicos *in-situ*. Manteniendo constante el resto de parámetros, conforme disminuye la frecuencia de ensayo aumenta la velocidad de crecimiento de grieta por fatiga, llegando a obtenerse velocidades semejantes a las correspondientes a ambiente de hidrógeno a presión.
- Utilizando la misma frecuencia de ensayo, la curva da/dN vs ΔK en ambiente electroquímico tiene una pendiente muy inferior a la correspondiente a la de hidrógeno a presión, lo que podría fundamentarse en la distinta cinética de los mecanismos operativos de adsorción y absorción de hidrógeno.

 Se ha demostrado la aplicabilidad de los métodos de carga electroquímica de hidrógeno *in-situ* en la determinación de la velocidad de crecimiento de grieta por fatiga del acero 42CrMo4, reproduciendo el mismo comportamiento obtenido con ensayos realizados bajo presión de hidrógeno.

AGRADECIMIENTOS

Al Ministerio de Economía y Competitividad por la financiación recibida en el marco del proyecto PID2021-124768OB-C22 y al Principado de Asturias por la AYUD-2021-50985. G. Álvarez agradece a la Universidad de Oviedo el contrato postdoctoral Margarita Salas (Ref: MU-21-UP2021-03). A los Servicios Científico-Técnicos de la Universidad de Oviedo por el uso del MEB.

REFERENCIAS

- R. Delaporte-Mathurin, E. Hodille, J. Mougenot, G. De Temmerman, Y. Charles, and C. Grisolia, "Parametric study of hydrogenic inventory in the ITER divertor based on machine learning," *Sci. Rep.*, doi: 10.1038/s41598-020-74844-w.
- [2] B. Tekkaya, M. Dölz, and S. Münstermann, "Modeling of local hydrogen concentration on microscopic scale to characterize the influence of stress states and non-metallic inclusions in pipeline steels," *Int. J. Hydrogen Energy*, doi: 10.1016/j.ijhydene.2023.10.158.
- [3] ASTM E647, "Standard Test Method for Measurement of Fatigue Crack Growth Rates." 2015.
- [4] V. Arniella, A. Zafra, G. Álvarez, J. Belzunce, and C. Rodríguez, "Comparative study of embrittlement of quenched and tempered steels in hydrogen environments," *Int. J. Hydrogen Energy*, doi: 10.1016/j.ijhydene.2022.03.203.
- [5] A. Zafra *et al.*, "Hydrogen-assisted fatigue crack growth: Pre-charging vs in-situ testing in gaseous environments," *Mater. Sci. Eng. A*, doi: 10.1016/j.msea.2023.144885.
- [6] A. Zafra, G. Álvarez, G. Benoit, G. Hénaff, C. Rodríguez, and J. Belzunce, "Influence of hydrogen on the fatigue crack growth rate of 42CrMo4 steel welds: A comparison between precharge and in-situ testing," *Procedia Struct. Integr.*, vol. 39, no. C, pp. 128–138, 2021, doi: 10.1016/j.prostr.2022.03.081.

Revista de Mecánica de la Fractura Vol.7 (2024)

SEGURIDAD Y DURABILIDAD

Revista de Mecánica de la Fractura Vol.7 (2024)

UN ENFOQUE ANALITICO PARA PREDECIR EL FALLO DE TUBERIAS DE PRETENSADO DE GRAN DIAMETRO.

Javier Gómez^{1*}, Jesús Oroya¹, Daniel Araya¹, Javier Sánchez².

¹ ADVANCED MATERIAL SIMULATION SL. c/Elcano 14 1 derecha. Bilbao. Bizkaia, Spain
² INSTITUO DE CIENCIAS DE LA CONSTRUCCIÓN EDUARDO TORROJA (CSIC). C/ Serrano Galvache, 4, 28033 Madrid. Spain
* Persona de contacto: javier.gomez@amsimulation.com

RESUMEN

El hormigón pretensado es un material ampliamente utilizado en elementos prefabricados de ingeniería civil, como vigas de puentes, traviesas de ferrocarril y tuberías. Esta técnica mejora la resistencia a la tracción del material, al comprimir el hormigón aumentando la tensión de tracción del acero. A pesar de requerir aceros de alta resistencia, que son materiales de baja tenacidad, los elementos estructurales resultantes, especialmente las tuberías de hormigón pretensado, exhiben una notable tolerancia al daño. La rotura de una de las espiras de pretensado no necesariamente conduce al fallo total de la tubería; las espiras restantes evitan el colapso estructural. El objetivo de este estudio es desarrollar una formulación analítica para evaluar la tolerancia al daño de tuberías de gran diámetro y determinar el número crítico de espiras que pueden romperse antes del fallo total. En este trabajo, se revisan modelos analíticos de otros autores, incluyendo modificaciones para eliminar simplificaciones y considerar todos los componentes de la tubería, como el revestimiento de chapa, y se plantea la resolución numérica de la ecuación diferencial final para tener en cuenta efectos como la rotura no consecutiva de espiras. Los resultados has sido validados mediante simulaciones de elementos finitos. En resumen, se presenta una herramienta analítica eficiente para evaluar de forma instantáneamente la rotura de tuberías de hormigón pretensado.

PALABRAS CLAVE: Tolerancia al daño, fallo de tuberías, hormigón pretensado.

ABSTRACT

Prestressed concrete is a commonly used material in precast civil engineering elements, such as bridge beams, railway sleepers, and pipes. This technique enhances the tensile strength of the material by compressing the concrete and increasing the tensile stress of the steel. Despite the requirement for high-strength steels, which are low-tensile materials, the resulting structural elements, particularly prestressed concrete pipes, demonstrate remarkable damage tolerance. It is important to note that the breakage of one prestressing spire does not necessarily lead to the total failure of the pipe, as the remaining spires prevent structural collapse. The study aims to develop an analytical formulation to assess the damage tolerance of large diameter pipes and determine the critical number of spires that can break before total failure. This work reviews analytical models by other authors, including modifications to eliminate simplifications and consider all components of the pipe, such as the sheet metal lining. A numerical resolution of the final differential equation is proposed to take into account effects such as non-consecutive breakage of turns. The results have been validated through finite element simulations. In summary, this text presents an analytical tool for assessing the failure of prestressed concrete pipes quickly and efficiently.

KEYWORDS: Damage tolerance, pipe failure, prestressed concrete.

1. INTRODUCCIÓN

El hormigón pretensado es un material compuesto ampliamente utilizado en elementos estructurales de ingeniería civil, como vigas de puentes, traviesas de ferrocarril, o tuberías. La técnica de pretensado permite aumentar la resistencia a tracción del material compuesto, hormigón acero, haciendo que el hormigón trabaje a compresión mientras que el acero aumenta su esfuerzo a tracción. Aunque este sistema constructivo requiere la utilización de aceros de alta resistencia, caracterizados por su baja tenacidad, los elementos estructurales resultantes, especialmente las tuberías de hormigón pretensado exhiben una notable tolerancia al daño. La rotura de una de las espiras de pretensado no conduce necesariamente al fallo total de la rotura de la tubería. La pérdida de la fuerza de pretensado se localiza en uno de los alambres, mientras que el resto son suficientes para prevenir un colapso estructural. La integridad de la tubería sólo se pierde cuando fallan un conjunto dado de espiras [1].

Las tuberías de hormigón pretensado son elementos de gran diámetro y alta resistencia utilizados generalmente en abastecimiento de agua debido a su buen rendimiento y gran capacidad. Sin embargo, se han observado fallos después de un cierto tiempo de servicio debido al deterioro de las espiras de pretensado [2], [3]. Para mitigar los graves resultados de estos fallos se han desarrollado múltiples tecnologías para inspeccionar y evaluar las condiciones de la tubería [4], [5],y se han desarrollado diferentes metodologías para predecir el fallo de la misma [6], [7].

La modelización de la tolerancia al daño de una tubería de pretensado de gran diámetro requiere determinar el número crítico de espiras que pueden romperse antes del fallo total. Este problema fue estudiado de forma analítica por Andrés Valiente [1], quien aplicando una serie de hipótesis simplificativas, formuló una ecuación diferencial, cuya solución permitió desarrollar un modelo analítico de rotura.

El presente trabajo introduce dos modificaciones en el trabajo inicial [1] eliminando algunas de las simplificaciones de partida: i) se considera el efecto de la camisa de chapa presente en ciertos tipos de tuberías de hormigón pretensado, y ii) se contempla la posibilidad de rotura de espiras no consecutivas. El modelo analítico ha sido validado con resultados obtenidos a través de simulaciones por elementos finitos. Este enfoque semianalítico proporciona una herramienta eficiente para evaluar de forma casi instantánea la rotura de tuberías de hormigón pretensado.

2. MODELO ANALITICO INICIAL

El problema de modelar la tolerancia al daño de una tubería de hormigón pretensado de gran diámetro fue abordado de forma analítica por Andrés Valiente [1]. Aplicando una serie de hipótesis simplificativas, derivó una ecuación diferencial, cuya solución permitió desarrollar una formulación analítica para determinar la máxima presión que la tubería puede soportar en función del número de espiras rotas y de la resistencia a tracción del hormigón. Posteriormente, otros autores han investigado este problema llegando a ecuaciones diferenciales similares [8].

La configuración típica de una tubería de hormigón pretensado la tubería consta de dos capas de hormigón, una interna y otra externa, separadas por una camisa de chapa, las espiras de pretensado, cuya fuerza contrarresta el efecto de la presión del agua, y una capa exterior de mortero. Valiente [1], mediante la integración de las ecuaciones de equilibrio, las ecuaciones constitutivas y las ecuaciones de compatibilidad, logró formular la ecuación diferencial que gobierna los desplazamientos radiales. Por simplicidad, los desplazamientos en la dirección axial y azimutal fueron ignorados debido a la simetría radial del problema, obteniendo la siguiente ecuación diferencial final:

$$M\frac{d^4u}{dz^4} + ku = p(z) \tag{1}$$

Donde:

$$E' = E_c / (1 - v_c^2)$$

$$k = t \cdot \frac{E'}{R^2} \cdot \left(1 + \frac{A_s E_s}{E' \cdot s \cdot t}\right)$$

$$M = \frac{E' t^3}{12}$$
(2)

u es la componente radial del desplazamiento, *r*, θ , *z* las coordenadas de posición, *p*(*z*) es la presión exterior actuante sobre la tubería, *E'* es el módulo de elasticidad generalizado del hormigón, *E*_c el módulo de elasticidad del hormigón, *v*_c el coeficiente de Poisson del hormigón, *E*_s es el módulo de elasticidad del acero de pretensado, *A*_s es el área de las espiras de pretensado, *s* es la separación entre espiras de pretensado, *R* es el radio medio de la tubería y *t* es el espesor de la misma.

Combinando la ecuación diferencial anterior con las condiciones de contorno de simetría en el origen de coordenadas y borde libre en el infinito, Valiente resolvió el problema [1] obteniendo los desplazamientos y las tensiones en el hormigón y en el alambre de pretensado.

3. VARIACIÓN DEL MODELO ANALITICO

En la geometría del trabajo original [1] no se incluyó la camisa de chapa de acero. Su efecto puede considerarse de forma analítica mediante la reformulación de las ecuaciones de equilibrio de fuerzas, compatibilidad de desplazamientos y ecuaciones constitutivas.



Figura 1. Esquema de la tubería de hormigón pretensado con camisa de chapa.

El punto de partida son las ecuaciones de compatibilidad, que establecen una relación entre los desplazamientos y las deformaciones.

$$\varepsilon_z = -y \frac{d^2 u}{dz^2} \tag{3}$$

 $\varepsilon_{\theta} = \frac{u}{R}$

y es la distancia a la superficie media de la tubería. Considerando las ecuaciones constitutivas de la elasticidad lineal e isótropo, además de la hipótesis simplificativa de pared delgada, en la cual la tensión radial es menor que las otras dos, el campo tensional queda:

$$\sigma_{\theta} = E'(\varepsilon_{\theta} + \nu \varepsilon_{z}) = E'\left(\frac{u}{R} - \nu y \frac{d^{2}u}{dz^{2}}\right)$$
(4)
$$\sigma_{z} = E'(\varepsilon_{z} + \nu \varepsilon_{\theta}) = E'\left(-y \frac{d^{2}u}{dz^{2}} + \nu \frac{u}{R}\right)$$

Formulando las ecuaciones de equilibrio de un elemento diferencial de tubería de espesor total $t \operatorname{con} p$ como fuerzas exteriores por unidad de área [1] queda:

$$\frac{d^2 M_z}{dz^2} - \frac{N_\theta}{R} = -p \tag{5}$$

 N_{θ} es la fuerza axil por unidad de longitud axial, y M_z el momento flector por unidad de longitud circunferencial, Los esfuerzos se pueden obtener a partir de las tensiones integrando en las secciones del elemento diferencial.

$$M_{z} = \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} \sigma_{z} y \, dy \tag{6}$$
$$N_{\theta} = \frac{\sigma_{s}A_{s}}{s} + \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} \sigma_{\theta} \, dy$$

 σ_s es la tensión de pretensado. Sustituyendo sucesivamente queda la nueva ecuación diferencial.

$$M^* \frac{d^4 u}{dz^4} + \gamma \frac{d^2 u}{dz^2} + k^* u = p(z)$$
(7)

donde

$$M^{*} = E_{c}' \frac{t^{3}}{12} + (E_{s}' - E_{c}') \left(t_{c}^{2} l + \frac{l^{3}}{12} \right)$$
(8)

$$\gamma = (E_{s}' v_{s} - E_{c}' v_{c}) \frac{2}{R} t_{c} l$$

$$k^{*} = \frac{E_{c}'(t-l)}{R^{2}} \left(1 + \frac{E_{s} A_{s}}{sE_{c}'(t-l)} + \frac{E_{s}' l}{E_{c}'(t-l)} \right)$$

l es el espesor de la camisa de chapa. Esta ecuación es similar a la inicial, aunque posee un sumando adicional donde aparece la derivada segunda del desplazamiento radial. Se puede comprobar que cuando l es igual a cero, se recupera la ecuación diferencial inicial. Resolviendo el sistema se determina el desplazamiento radial a lo largo de la tubería, y conocido el desplazamiento, la tensión circunferencial.

$$\sigma_{\theta} = E_c' \left(\frac{u}{R} - v y \frac{d^2 u}{dz^2} \right) \tag{9}$$

Cuando la presión es constante, la solución de la ecuación diferencial anterior es:

$$u = p/k \tag{10}$$

$$\sigma_{\theta} = \frac{L_C}{k_R} p \tag{11}$$

El caso de una tubería de hormigón de gran diámetro con espiras rotas se puede estudiar aplicando el principio de superposición de estados según se esquematiza en la siguiente figura.



Figura 2. Aplicación del principio de superposición a la tubería con espiras rotas.

2Z es la longitud del tramo de tubería con espiras rotas. El efecto del pretensado se simplifica asimilándolo a una presión p_s que genera en el hormigón una tensión que equilibra la fuerza de pretensado. Dicha presión se calcula a partir del trabajo de Valiente [1]

$$p_s = \frac{\sigma_s A_s}{sR_s} \tag{12}$$

Donde R_s es el radio de la hélice del acero pretensado.



fugura 5. Ejempio de input del modelo analítico función p(z).



La tensión efectiva en la tubería es la suma de la tensión en el hormigón debida a la presión del agua, σ_c^0 , la tensión debida las espiras intactas de pretensado, σ_c^p , y la tensión generada por la presión contraria de las espiras rotas, σ_c^Z .

$$\sigma_c = \sigma_c^0 + \sigma_c^p + \sigma_c^Z \tag{13}$$

La presión del agua y la presión que simula el efecto de las espiras de pretensado intactas son constantes por lo que la tensión que generan se calcula a partir de la solución de la ecuación diferencial particular analizada en los párrafos anteriores. La presión que simula el efecto de las espiras rotas no es constante y para determinar el estado tensional asociado, σ_c^Z , es necesario resolver la ecuación diferencial analítica o numéricamente. La tensión circunferencial total queda:

$$\sigma_c = \frac{E_{c'}}{kR}(p - p_s) + \sigma_c^Z \tag{14}$$

Para resolver la ecuación diferencial y obtener σ_c^Z , se ha construido un programa en el lenguaje de programación PYTHON, cuyo *input* es la presión debida a las espiras rotas p(z), y el *output* la tensión σ_c^Z . La función p es función del número de espiras rotas *N*. La Figura 3 muestra un ejemplo de *input* del programa de resolución numérica de la ecuación diferencial y la Figura 4 un ejemplo de *output*.

$$N = \frac{2Z}{s} \tag{15}$$



Figura 5. Ejemplo de geometría utilizada en elementos finitos: caso con 50 espiras rotas.

4. VALIDACION DEL MODELO PROPUESTO

Los resultados han sido validados comparando los resultados analíticos con cálculos por elementos finitos. Se ha desarrollado un modelo de la tubería de hormigón pretensado. con el software comercial COMSOL Multiphysics V5.6 que permite el estudio del campo de tensiones en el hormigón, la camisa de chapa y las espiras

para diferentes valores de presión del agua, así como analizar el efecto de la rotura de una o más espiras del pretensado. Los parámetros utilizados, tanto de materiales como geométricos, se recogen en la tabla 1.

Tabla 1. Propiedades mecánicas y dimensiones geométricas empleadas en los cálculos

Magnitud	Notación	Valor
Tensión de rotura del hormigón	σ_c^T	2.10 MPa
Tensión de pretensado	σ_s	1220.66 MPa
Módulo de Young del hormigón	E _c	35 GPa
Coeficiente de Poisson del hormigón	ν _c	0.2
Módulo de Young del Acero	Es	210 GPa
Coeficiente de Poisson del acero	ν_s	0.3
Radio interior	R _i	0.800 m
Radio de la camisa de chapa	R _{ch}	0.835 m
Radio de las espiras	R_s	0.915 m
Radio exterior	R _e	0.950 m
Diámetro de la sección de la armadura activa	D _s	7 mm
Separación entre espiras	S	3.125 cm
Espesor de la camisa de chapa	l_c	2 mm



Figura 6. Validación del modelo analítico: comparativa de los desplazamientos radiales y las tensiones circunferenciales correspondientes a una presión de agua y espiras rotas.
El modelo de elementos finitos considera el hormigón interior, la camisa de chapa, el hormigón exterior y la espira pretensada (Figura 5). En la discretización del hormigón y la chapa de acero se han utilizado elementos hexaédricos cuadráticos mientras que para la espira de empleado pretensado se han elementos unidimensionales. Las condiciones de contorno del modelo restringen el movimiento angular y axial en los extremos, pero permiten el desplazamiento radial. Además, se ha aplicado una fuerza externa debida a la presión del agua, distribuida de manera uniforme en las paredes internas de la tubería. En la espira de pretensado se ha aplicado un estado tensional inicial con el valor que aparece en la tabla 1.

El resultado del modelo de elementos finitos se ha comparado con los desplazamientos radiales y las tensiones circunferenciales obtenidas del modelo analítico. La figura 6 muestra la comparativa donde se comprueba que el modelo analítico predice los resultados numéricos con suficiente precisión.

4. RESULTADOS

El modelo semi analítico y el modelo de elementos finitos de la tubería permiten calcular la máxima tensión experimentada por el hormigón bajo una presión de agua y un número de espiras no operativas. Los cálculos se han realizado de manera paramétrica, variando el número de espiras rotas y la presión del agua.



Figura 7. Contorno de tensiones de tensiones máximas en el hormigón.

En la Figura 7 se muestra el contorno tensional obtenido con el modelo semi analítico. La figura 8 compara la línea de nivel correspondiente a una tensión en el hormigón de 2.19 MPa para los dos modelos. Se observa una buena concordancia entre ambos resultados.

La resolución numérica del problema permite considerar casos de rotura de espiras complejos, donde los conjuntos de espiras rotas no son consecutivos. En la Figura 9 se representa la función p(z) para el caso de dos conjuntos simétricos de espiras rotas, mientras que la Figura 10

muestra el correspondiente desplazamiento radial y tensión circunferencial a lo largo de la tubería.





Figura 10. Ejemplo de output del modelo analítico con dos conjuntos de espiras rotas.

5. CONCLUSIONES

Se presenta un modelo semi-analítico original, obtenido a partir de los trabajos iniciales de Andrés Valiente [1], para determinar la presión máxima que resiste una tubería de hormigón pretensado de gran diámetro. Este enfoque analítico proporciona una herramienta eficiente para evaluar de forma prácticamente instantánea la tolerancia al daño de la tubería.

Su aplicación resulta especialmente interesante en situaciones que requieran el estudio de conjuntos de espiras rotas no consecutivas, ya que permite hacer cálculos muy rápidos para una amplia variedad de datos de entrada.

El modelo analítico ha sido validado mediante un modelo de elementos finitos. Se ha obtenido la curva crítica de presión versus número de espiras rotas para diversas configuraciones de forma analítica y numérica, observando una buena concordancia.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean expresar su profundo agradecimiento a Andrés Valiente por su dedicación incansable, por ser un ejemplo de investigador y docente, y por su excepcional labor a lo largo de toda su trayectoria.

Los autores también quieren expresar su agradecimiento al Consorcio de Aguas de Tarragona (CAT) por su trabajo y conocimientos que han contribuido a desarrollar esta investigación, y al proyecto europeo DIMAT (101091496) por la financiación recibida.

REFERENCIAS

- [1] A. Valiente. *Stress corrosion failure of large diameter pressure pipelines of prestressed concrete*, Eng Fail Anal 8-3 (2001) 245-261.
- [2] A. E. Romer, G.E.C. Bell, R.D. Ellison. Failure of Prestressed Concrete Cylinder Pipe, Pipelines, American Society of Civil Engineers (2007) pp. 1– 17
- [3] S. Ge, S. Sinha. Failure Analysis, Condition Assessment Technologies, and Performance Prediction of Prestressed-Concrete Cylinder Pipe: State-of-the-Art Literature Review, Journal of Performance of Constructed Facilities 28-3 (2014) 618–628.
- [4] P.S. Fisk, J. Marshall. Development of a PCCP Management Plan Using Sonic/Ultrasonic Nondestructive Testing Results, Pipelines, American Society of Civil Engineers (2006) 1–8.
- [5] R.C. Tennyson, W.D. Morison, T. Miesner. *Pipeline Integrity Assessment Using Fiber Optic Sensors*, Pipelines, American Society of Civil Engineers (2005) 803–817.
- [6] M.S. Zarghamee, K. Fok. Analysis of Prestressed Concrete Pipe under Combined Loads, Journal of Structural Engineering, 116-7 (1990) 2022–2039.
- [7] H. Xiong, P. Li, Q. Li, FE model for simulating wire-wrapping during prestressing of an embedded prestressed concrete cylinder pipe, Simul Model Pract Theory 18-5 (2010) 624–636.

[8] K. Zhai, F. Wang, H. Fang, P. Ni, X. Ji, C. Guo, S. Hu. Serviceability assessment of prestressed concrete cylinder pipes with broken wires: Analytical solution and numerical simulation, Tunnelling and Underground Space Technology 126 (2022) 104551.

CARACTERÍSTICAS DEL CRECIMIENTO DE GRIETA EN ACERO MARTENSÍTICO DE MEDIO CARBONO Y ALTA RESISTENCIA FRAGILIZADO POR HIDRÓGENO

P. Santos¹*, M. Iordachescu¹, M. de Abreu¹, A. Valiente¹

¹Departamento de Ciencia de Materiales, Escuela de Ingenieros de Caminos, Universidad Politécnica de Madrid C/ Profesor Aranguren, s/n, Ciudad Universitaria, 28040-Madrid, España * Persona de contacto: <u>patricia.santos@upm.es</u>

RESUMEN

La sensibilidad a la corrosión bajo tensión es la mayor debilidad del acero de pretensar en relación con su integridad estructural, y la fisuración asistida por hidrógeno es la base del método empleado para evaluarla. Las nuevas barras de alta resistencia fabricadas con acero martensítico de medio carbono son una alternativa a las barras convencionales de estructura ferrítico-perlítica, sensiblemente mejores en cuanto a tenacidad, pero cuya resistencia a la fisuración asistida por hidrógeno es un tema poco estudiado. En este trabajo se presentan los resultados de los ensayos realizados con probetas prefisuradas por fatiga sometidas a tracción en un ambiente agresivo, el análisis del proceso de fisuración asistida mediante extensometría digital computerizada y el análisis fractográfico mediante microscopía electrónica de barrido. La combinación de estas aproximaciones permite establecer y correlacionar las características macroscópicas y microscópicas del acero en el proceso de fisuración asistida.

PALABRAS CLAVE: Acero de alta resistencia martensítico de medio carbono, fragilización por hidrógeno, fisuración asistida.

ABSTRACT

Sensitivity to stress corrosion cracking is the major weakness of prestressing steel in relation to its structural integrity, and hydrogen-assisted cracking is the basis of the method used to assess it. The new high strength bars made of medium carbon martensitic steel are an alternative to conventional bars of ferritic-perlitic, material that has recently emerged, with improved toughness, but whose resistance to hydrogen-assisted cracking is an open research issue. In this work are presented the results of tensile tests made in an aggressive environment of fatigue precracked specimens, in conjunction with the analysis of the assisted cracking process by means of computerized digital extensometry and fractographic analysis by scanning electron microscopy. The combination of these approaches allows to establish and correlate the macroscopic and microscopic characteristics of the steel in the assisted-cracking process.

KEYWORDS: Medium-carbon martensitic high-strength steel, hydrogen embrittlement, assisted cracking.

1. INTRODUCCIÓN

Las barras de acero de alta resistencia actualmente empleadas en construcción cumplen las condiciones de diseño requeridas para garantizar la seguridad, integridad, sostenibilidad y resiliencia de las obras, durante la ejecución y el mantenimiento de las mismas. Por otro lado, en la actualidad, las barras de acero martensíticas con fines estructurales han visto mejoradas sus propiedades en términos de tenacidad de fractura y temperatura de transición [1, 2], y alcanzadas mediante la aplicación de tratamientos térmicos durante el proceso de fabricación. No obstante, en los últimos años el número de fallos de barras de alta resistencia en servicio ha aumentad; hecho relacionado con el incremento del uso de estas barras como soluciones estructurales. Esto pone de manifiesto que todavía existen lagunas a la hora de aplicar modelos predictivos fiables de comportamiento estructural bajo la acción conjunta de elevadas cargas de tracción y la acción de un medio agresivo.

En este trabajo se presenta el estudio del comportamiento de las barras martensiticas de alta resistencia frente a la fisuración asistida, mediante metodologías ingenieriles de evaluación de tolerancia al daño. Para ello se han realizado ensayos de tracción lenta del acero con probetas pre-fisuradas en aire y en el ambiente altamente agresivo y fragilizante del medio FIP [3]. Los resultados son analizados con el apoyo fractográfico de la microscopía electrónica de barrido en términos del progreso de la fisuración en relación con las condiciones de carga y de la capacidad del acero fragilizado para oponerse al mismo.

2. MATERIAL Y EXPERIMENTACIÓN

2.1. Propiedades mecánicas y microestructura

El material empleado en la investigación son barras lisas de acero de alta resistencia de medio carbono con microestructura martensítica en listones utilizado en la construcción como tendones estructurales. Las barras, cuya composición química se muestra en la tabla 1, tienen un diámetro de 23 mm y se obtienen mediante la laminación en caliente y el posterior temple y revenido.

Tabla 1. Composición química de las barras de acero



Figura 1. a) Curvas tensión-deformación; b) Microestructura del acero; c) Probetas ensayadas a tracción (dirección trasversal y longitudinal de la barra).

Para obtener las propiedades mecánicas del acero se realizaron ensayos de tracción en probetas lisas cilíndricas, extraídas de las dos direcciones de la barra (figura 1c). Los ensayos fueron realizados en una máquina servo-hidráulica con control desplazamiento a velocidad constante. El ensayo se instrumentó con un extensómetro resistivo de 12,5 mm de longitud para la obtención de las medidas de alargamiento. Las curvas tensión-deformación y las principales propiedades obtenidas a partir del ensayo de tracción se muestran en la figura 1a y la tabla 2, respectivamente. Estos resultados revelan la isotropía mecánica presente en las barras bajo estudio y la baja capacidad de endurecimiento por deformación del acero, constatada por los valores obtenidos en parámetros de Ramberg-Osgood. Con relación a la microestructura del acero, no se observaron diferencias significativas entre las dos direcciones de la barra, por tal razón, solo se presenta la microestructura obtenida en la muestra extraída en la dirección longitudinal de la barra (Figura 1b). En la figura 1c se aprecia que la fase dominante es martensita en listones, formada a partir de granos austeníticos previos y agrupados en listones, bloques y paquetes con diferentes orientaciones.

I dota D . I ropredates meetals det deelo	Tabla 2.	Propiedade	s mecánicas	del acero
--	----------	------------	-------------	-----------

Dirección	Módulo elástico, E, [GPa]	Límite elástico R _{p0.2} [MPa]	Resistencia a tracción R _{m,} [MPa]	Máxima elongación uniforme [%]	Constantes de Ramberg- Osgood $\sigma = \sigma_0 \epsilon^n$
Longitudinal (L)	220	988	1110	8,0	n=0,12 $\sigma_0=1640MPa$
Transversal (T)	196	963	1112	8,0	n=0,12 $\sigma_0=1640MPa$

2.2. Ensayos de fractura en aire y en medio FIP

Para evaluar la sensibilidad frente a la fisuración asistida por hidrógeno del acero se realizaron ensayos de tracción en medio FIP (solución al 20% de tiocianato amónico a una temperatura de 50 °C), y en aire-como referencia. El medio agresivo fue elegido por su alta agresividad, por tratarse de un fuerte promotor de hidrógeno empleado en la actualidad para discriminar la sensibilidad a la corrosión bajo tensión asistida por hidrógeno del acero de pretensado [4, 5]. Se llevaron a cabo un total de 22 ensayos, todos ellos con probetas tipo SENT mecanizadas de manera tal que su eje longitudinal fuera paralelo al eje de las barras, a las que se realizó una pequeña entalla en 'V' en el centro de las mismas y una pre-fisuración por fatiga a partir de la entalla y previa a los ensayos correspondientes, tal y como se muestra en la figura 2.



Figura 2. Configuración de las probetas SENT ensayadas en aire y en medio FIP, respectivamente.

Los ensayos de tracción en aire fueron de dos tipos. El primer tipo de prueba estuvo formada por ensayos hasta la rotura a una velocidad de 0,1 mm/min (ensayos FT-A). El segundo grupo de ensayos está formado por aquellos realizados a baja velocidad de deformación (0,001 mm/min), a lo largo de los cuales se realizaron descargas y recargas elásticas para poder estimar la profundidad de la fisura a partir de los valores de flexibilidad obtenidos (ensayos SSRT-A). Los resultados obtenidos de los ensayos en aire sirvieron como referencia comparativa a la hora de evaluar la sensibilidad de las barras frente a la fisuración asistida por hidrógeno mediante dos tipos ensayos a baja

velocidad de deformación en medio FIP (SSRT-FIP). La primera tipología de ensayos en medio FIP consistió en ensayar probetas bajo las condiciones SSRT-FIP con una velocidad de 0,0005 mm/min, interrumpiéndose el ensayo en carga máxima mediante una descarga y reanudándose después en aire hasta la rotura a una velocidad de 0,05 mm/min. La otra modalidad de pruebas SSRT-FIP se basó en ensayar las probetas a una velocidad de 0,001 mm/min, con intervalos de descargas y recargas, hasta la rotura. Tanto en los ensayos en aire como en los ensayos en medio agresivo, se aplicó a las probetas un patrón de pintura moteada para controlar el desplazamiento en la apertura de la fisura (COD) durante el ensayo, haciendo uso del software de adquisición y tratamiento de datos VIC-2D, que permitió colocar extensómetros virtuales, de 5mm de base de medida en todos los casos, en el lateral de las probetas y centrados en la abertura de la fisura.

3. RESULTADOS EXPERIMENTALES

3.1. Sensibilidad de las barras de acero frente a la fragilización por hidrógeno

Atendiendo a los resultados de los ensayos y de acuerdo con las curvas carga-COD obtenidas (figura 3), se observa que hay diferencias significativas entre probetas con una fisura de partida similar dependiendo del medio. En el caso de P13 (SSRT-FIP) y P2 (FT-aire), en el que ambas probetas tienen una fisura inicial parecida, la carga asociada al límite elástico de P13 es un 65% inferior que en probeta P2, debido a la absorción de hidrógeno durante la carga de la muestra. En la probeta P13, una vez superado el límite elástico la carga se mantiene constante durante una fase en la que se produce la propagación estable de la fisura, mientras que en P2 la carga aumenta hasta alcanzar un máximo, que supera en un 40% a la carga de P13, con el posterior fallo dúctil. Las cargas máximas alcanzadas por estas probetas difieren en un 40%, siendo menor su valor para la probeta ensayada en ambiente agresivo.

El ensayo SSRT-FIP de la probeta P13 se interrumpió, descargando la probeta y midiendo su flexibilidad para estimar la profundidad de la fisura. Posteriormente, se ensayó esta probeta a tracción en aire hasta su rotura. Tal y como se muestra en la figura 3, la rampa de descarga en FIP y la carga posterior en aire se superponen. Si se observan los valores para la carga máxima en ambos medios, ésta es ligeramente superior en aire, lo que sugiere que la punta de la fisura ha perdido hidrógeno durante el proceso de descarga. Aun así, el efecto que el medio ha tenido durante el ensayo SSRT-FIP en P13 se hace evidente cuando comparamos su curva carga-COD en aire con la de una de las probetas sometidas a un ensayo FT-A con una fisura de partida similar, P10, siendo la carga máxima alcanzada por P10 un 25% superior a la de P13, que estuvo bajo la influencia del medio FIP.



Figura 3. Curvas carga-COD de tres probetas SENT con prefisura por fatiga similar, en aire y medio FIP.

La figura 4 muestra las curvas carga-COD de dos probetas con una fisura de partida parecida, ensayadas a SSRT en medio FIP (P22) y en aire (P27). Ambas probetas fueron sometidas a varias descargas y recargas durante hasta alcanzar la carga máxima para estimar el tamaño de las fisuras subcrítica en aire (P27) y asistida (P22) durante el crecimiento. En el caso de la probeta P27 las trayectorias de descarga y recarga son iguales, mientras que para la probeta P22 el valor de carga en la recarga no alcanza el de la descarga debido al efecto del hidrógeno, que origina un reinicio temprano de la fisuración asistida.





Para determinar el crecimiento asistido de la fisura, se representaron los valores obtenidos de flexibilidad en todos ensayos realizados, en términos adimensionales, al comienzo de cada ensayo frente a las profundidades de fisura relativas correspondientes a la prefisuración por fatiga, tal y como se muestra en la figura 5. Los tamaños iniciales de las fisuras se obtuvieron midiendo directamente en las superficies de fractura de cada probeta en el SEM. Mediante un ajuste de mínimos cuadrados, se determinó la curva de correlación de estos puntos a partir de la expresión (1) que se muestra a continuación:

$$CE'B = 4\tilde{a}\frac{\frac{1,46+3,42\left(1-\cos\frac{\pi\tilde{a}}{2}\right)}{\left(\cos\frac{\pi\tilde{a}}{2}\right)^2} + C_0 \tag{1}$$

donde C es la flexibilidad, ã es el tamaño relativo de la fisura (a/W), E' es el módulo elástico generalizado para tensión o deformación plana y C_0 es una constante independiente del tamaño de fisura, cuyo valor es de 0,26.



Figura 5. Datos experimentales y curva de correlación de la flexibilidad frente al tamaño relativo de la fisura.

En la figura 6 se muestra la evolución del tamaño de la fisura en las probetas P13, P22 y P27, calculado mediante la expresión (1). Los tamaños de fisura obtenidos para la probeta P13, al no haberse realizado descargas, se estimaron a partir de las imágenes del lateral de la probeta proporcionadas por el VIC-2D. También aparece representado el límite del régimen Small Scale Yielding (SSY) para la configuración de probeta estudiada, que permite determinar el valor del tamaño de fisura máximo dentro de ese régimen y que se obtuvo mediante la combinación de la expresión (1) y la definición de flexibilidad como el resultado de la carga entre el desplazamiento junto con la expresión (2), que permite obtener el valor límite del factor de intensidad de tensiones para el régimen SSY [6], según la extrapolación de [7]. Haciendo uso de la expresión (2) se determinó el valor del factor de intensidad de tensiones máximo (K_{SSY}) para la geometría de la probeta estudiada, siendo éste de 31 MPa m^{1/2}.

$$K_{SSY} = \frac{F}{B} \sqrt{\frac{2}{W} \tan \frac{\pi \tilde{\alpha}_{SSY}}{2}} \frac{0.752 + 2.02 \tilde{\alpha}_{SSY} + \left(1 - \sin \frac{\pi \tilde{\alpha}_{SSY}}{2}\right)^3}{\cos \frac{\pi \tilde{\alpha}_{SSY}}{2}} \quad (2)$$

De la figura 6 se deduce que la transición entre la fisura por fatiga y la fisuración asistida por el medio tiene lugar en régimen SSY y, una vez superado este régimen, es cuando se inicia la propagación de la fisura.



Figura 6. Tamaño de fisura -COD para los ensayos FIP de las probetas P13 y P22, en el régimen de pequeñas deformaciones (a_{ssy}).

A partir de las imágenes tomadas durante los ensayos y una vez realizado el análisis VIC-2D, se obtuvieron los mapas de deformación para las probetas P27 y P13, ensayadas en aire y en FIP respectivamente, mostrados en la figura 7, para los momentos del ensayo marcados en las curvas carga-COD de la misma figura. Se observa que para P27, aunque hay una gran concentración de deformación plástica en la punta de la fisura, no hay propagación de la fisura de fatiga antes de alcanzarse la carga máxima del ensayo. El principal efecto del aumento de la carga y de la COD es potenciar el blunteo de la fisura. En P13 se produce una cedencia prematura al final del régimen SSY acompañada de un nivel de deformación considerablemente menor (b1), atribuible a la absorción de hidrógeno a través de la punta de la fisura, durante más de 8 h, en combinación con la carga aplicada. Los mapas b2 y b3 muestran el nivel cada vez más bajo de deformación que se produce en la punta de la fisura con la propagación asistida, bajo carga constante y COD creciente. El contraste entre los mapas a y b es coherente con la presencia de microdaños inducidos por plasticidad en la fisuración asistida por hidrógeno.



Figura 7. Curvas carga-COD para P27 y P13 y los mapas de deformación

3.2. Análisis fractográfico de las probetas sometidas a fisuración asistida por hidrógeno

Las superficies de fractura de las probetas P13 y P10, ensayadas en medio FIP y en aire, se muestran en la figura 8. Tal y como se puede apreciar en la figura 8a, en la fase de iniciación el hidrógeno fragiliza localmente la punta de la fisura hasta que se produce un pequeño avance de la misma; mientras que, en la fase de crecimiento, en la cual se aprecia una morfología de cuasi-clivaje [8, 9], la fisura se propaga a gran velocidad debido a la mayor captación de hidrógeno. Este mecanismo de plasticidad relacionada con la fisuración inducida por hidrógeno [9], implica la descohesión de las láminas de martensita o la rotura de las mismas, con una rotura dúctil final regida por la deformación.

El inicio del proceso de fisuración tiene lugar en el límite de un grano austenítico previo, (figura 8c). En este caso, en los límites del grano austenitico previo, se está acumulando más hidrógeno a medida que se incrementa el campo tensional, hasta que se pierde la cohesión con los granos contiguos. El crecimiento estable de la fisura (figura 8d) se debe a la separación y rotura de paquetes martensíticos.

En la figura 8e se muestra la superficie de fractura de P13 a tracción en aire, después del cese del ensayo SSRT en medio FIP. Su morfología típica de desgarro dúctil es similar a la encontrada la probeta P10, (figura 8f y 8g).



Figura 8. a) Superficie de fractura de la probeta P13; b) vista general de la trayectoria de fisuración;, c, d, e) morfología de la fisura en las etapas de iniciación, propagación y rotura final en air;, f) superficie de fractura de la probeta P10; g) vista general de la morfología de la fractura

3.3. Tolerancia al daño de las probetas estudiadas

En los diagramas de tolerancia al daño de la figura 9 el eje de ordenadas indica la carga, adimensionalizada respecto al valor de carga máxima de las probetas, y el eje de abscisas representa el área fisurada respecto al área de la sección transversal de las probetas. En ambos diagramas aparecen tres curvas; 1, 2 y 3, que marcan los límites de colapso plástico a flexo-tracción, de colapso plástico a tracción y del régimen SSY, respectivamente. En la figura 9a aparecen representados los resultados de los ensayos de fractura realizados, tanto en medio FIP como en aire y se puede observar que los datos obtenidos a partir de los ensayos en medio FIP se ajustan a la curva 1, mientras que los correspondientes a los ensayos en aire se sitúan entre las curvas 1 y 2. En el caso de la probeta P27 (figura 9b), se observa que el colapso tiene lugar después de haberse alcanzado la carga máxima, por inestabilidad plástica, En esta misma probeta, a pesar de haberse superado ampliamente el límite SSY (figura 9b), antes de alcanzar el valor máximo de la carga (figura 7a1) no se observa otro efecto que condicione al crecimiento subcrítico de la fisura excepto el del inicio de la deformación plástica de la punta de la fisura. En el caso de las probetas P13 y P22, cuyas trayectorias de fisuración se muestran en la figura 9b, se aprecia que la fisuración asistida se inicia justo después de superarse el régimen SSY. La acción conjunta de carga e hidrógeno favorece el avance de la fisura, siendo la tasa de absorción de hidrógeno lo suficientemente relevante como para acelerar la propagación de la fisura sin que haya aumento de la carga. Para ambos casos, la carga de fallo de la probeta coincide con el valor teórico de la curva 1 de la figura 9.



Figura 9. Diagrama de tolerancia al daño con: a) los datos de todos los ensayos; b) las trayectorias de fisuración para los ensayos de P13, P22 y P27

4. CONCLUSIONES

- Los resultados de los ensayos a baja velocidad de deformación en medio FIP revelan la sensibilidad a la fragilización por hidrógeno de las barras de acero estudiadas.
- El hidrógeno facilita el avance subcrítico de las fisuras preexistentes en dos etapas: iniciación y propagación, pasando de una a otra al superarse el régimen SSY. En la etapa de iniciación, el micromecanismo predominante es la decohesión de granos austeniticos previos; mientras que en el crecimiento predomina la decohesión y rotura de paquetes martensíticos.

- El fallo por colapso plástico del acero martensítico en listones se atribuye a la fisuración asistida por el hidrógeno controlada por la deformación del ligamento resistente.
- El comportamiento de tolerancia al daño del acero es muy satisfactorio, ya que el tamaño de la fisura que provoca el fallo en tracción es independiente de la agresividad del medio.
- La rápida propagación de la fisura bajo carga constante, una vez superado el límite SSY, puede representar una amenaza para el uso de estas barras de acero en medios agresivos.

5. BIBLIOGRAFÍA

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen la ayuda recibida a través del proyecto RTI-2018-097221-B-I00 financiado por MCIN/A EI/10.13039/501100011033 y "FEDER Una manera de hacer Europa" de la "Unión Europea", así como por el proyecto PRE-2019-088263 financiado por MCIN/AEI/ 10.13039/501100011033 y "FSE Invierte en tu futuro" de la "Unión Europea NextGenerationEU/PRTR".

REFERENCIAS

- J. W. Morris, On the Ductile-Brittle Transition in Lath Martensitic Steel, ISIJ International (2011) 51(10): 1569-1575
- [2] J. W. Morris, C. Kinney, K. Pytlewski, Y. Adachi, *Microstructure and cleavage in lath martensitic steels*, Sci. Technol. Adv. Mater. (2013) doi:10.1088/1468-6996/14/1/014208
- [3] R. P. Gangloff, *Hydrogen Assisted Cracking of High Strength Alloys in Comprehensive Structural Integrity*, Elsevier Science (2003)
- [4] EN ISO 6507-1:2018. Metallic materials, Vickers hardness test, Part 1: Test method. ISO. Geneva, Switzerland
- [5] EN ISO 15630-3: 2019 Steel for the reinforcement and prestressing of concrete - Test methods - Part 3: Prestressing steel, ISO, Geneva, Switzerland.
- [6] H. Tada, P. Paris, G. R. Irwin, *The stress analysis* of cracks Handbook, 3th ed., ASM Press (2000)
- [7] ASTM E399: 2022. Standard Test Method for Linear-Elastic Plane-Strain Fracture Toughness of Metallic Materials, ASTM International, West Conshohocken, PA.
- [8] J.E. Costa, A.W. Thompson, Effect of hydrogen on fracture behavior of a quenched and tempered medium-carbon steel, Metal. Trans. (1981) A 12A:761–771.
- [9] Y. Takeda, C.J. McMahon Jr., Strain controlled vs stress controlled hydrogen induced fracture in a quenched and tempered steel, Metal. Trans. (1981) 12A:1255–1266.

DETECCIÓN DE FRACTURA COMPLETA DE HERRAMIENTA DURANTE EL TALADRADO DE APILADOS HÍBRIDOS CFRP/METAL MEDIANTE ANÁLISIS EN EL DOMINIO TIEMPO-FRECUENCIA

A. Guerra-Sancho^{1*}, C. Domínguez-Monferrer¹, M.H. Miguélez¹, J.L. Cantero¹

¹ Departamento de Ingeniería Mecánica, Universidad Carlos III de Madrid, Av. Universidad, 30, 28911 Leganés,

España

* Persona de contacto: antguerr@ing.uc3m.es

RESUMEN

Este estudio presenta un procedimiento para detectar la fractura completa de la herramienta en un proceso de taladrado industrial de componentes estructurales aeronáuticos híbridos CFRP/Metal. Las herramientas son brocas helicoidales de metal duro con recubrimiento de diamante diseñadas para este tipo de aplicación. Inicialmente, se realiza un análisis exploratorio de los datos recogidos con el fin de conocer la naturaleza del fallo e identificar sus posibles causas. Para detectar con precisión la fractura de la herramienta, se propone un método basado en el análisis de las señales de consumo de potencia del husillo principal en el dominio tiempo-frecuencia mediante la Transformada Wavelet Discreta (DWT por sus siglas en inglés) con una ondícula de la familia Daubechies. Las señales se obtienen mediante la monitorización de la máquina de taladrado automática del sistema industrial. En cada nivel de descomposición se calculan medidas estadísticas para extraer características de la señal que luego se utilizan como entradas de un algoritmo clasificador para identificar patrones o anomalías de la señal. Empleando este enfoque, se ha obtenido una detección del 100% de los casos de rotura con un total de 0 falsos positivos en todo el conjunto de observaciones.

PALABRAS CLAVE: Fractura de herramienta, Taladrado de apilados CFRP/Metal, Análisis Multiresolución (MRA).

ABSTRACT

This study presents a procedure for detecting complete tool fracture in an industrial drilling process of hybrid CFRP/Metal aeronautical structural components. The tools are carbide helical drills with diamond coating designed for this specific application. Initially, an exploratory analysis of the collected data is conducted to understand the nature of the failure and identify its possible causes. To accurately detect tool fracture, a method based on the analysis of power consumption signals from the main spindle in the time-frequency domain is proposed, employing the Discrete Wavelet Transform (DWT) with a Daubechies wavelet. The signals are obtained through monitoring the automatic drilling machine in the industrial system. Statistical measures are calculated at each decomposition level to extract signal features, which are then used as inputs for a classifier algorithm to identify patterns or signal anomalies. Using this approach, a 100% detection rate for fracture cases is achieved, with no false positives across the entire dataset.

KEYWORDS: Tool fracture, Drilling of CFRP/Metal stacks, Multiresolution Analysis (MRA).

1. INTRODUCCIÓN

Las secciones del fuselaje de las aeronaves constan de múltiples piezas y subconjuntos fabricados con diversos materiales, incluyendo principalmente polímero reforzado con fibra de carbono (CFRP por sus siglas en inglés), aleación de aluminio y aleación de titanio. Se realizan múltiples operaciones de taladrado automático para ensamblar los diferentes componentes estructurales de la aeronave. Después de la perforación, todas las piezas se limpian, inspeccionan y desbarban para garantizar que los orificios cumplan con los requisitos de calidad. Finalmente, los componentes se remachan y se aplica sellador cuando es necesario. En el contexto de las operaciones de taladrado automático asociadas al ensamblaje de componentes aeroestructurales, es evidente que la diversidad de los materiales empleados, la complejidad inherente al proceso de ensamblaje y las estrictas tolerancias demandadas por el sector aeronáutico imponen condiciones exigentes para el desempeño de las herramientas de corte. Estas herramientas están expuestas a posibles roturas que pueden afectar negativamente a la calidad del producto acabado. En estos casos, a menudo es necesario completar manualmente las actividades de taladrado que se han detenido para reparar la región afectada, lo que impacta significativamente en la producción. Por tanto, desarrollar un sistema para la detección en tiempo real de roturas de herramienta es crucial para garantizar la entrega de la aeronave según los requisitos establecidos por el fabricante.

Este estudio se enfoca en desarrollar un procedimiento para identificar en tiempo real el fallo de la herramienta mediante el procesamiento de las señales de consumo de energía del husillo principal. El estudio se enmarca en un caso industrial real en el sistema de producción del cono de cola de un avión comercial. Por tanto, no se proporcionará información afectada por acuerdos de confidencialidad. Todos los datos se recopilaron en la línea de ensamblaje de la aeronave, incluidas las mediciones en tiempo real del consumo de energía del husillo para 2735 orificios, donde se identificaron 15 casos de rotura de herramienta.

La investigación tiene como objetivo demostrar la efectividad de la Transformada Wavelet Discreta Daubechies 2 para detectar fallos catastróficos de herramientas. El método propuesto es simple y flexible, utilizando operaciones de convolución y un método estadístico de detección de valores atípicos basado en datos normalizados y desviación estándar.

En la literatura se encuentran casos de aplicación de la transformada wavelet para la detección de pequeñas roturas en el filo de corte de la herramienta. No obstante, el caso objeto de estudio en el presente artículo es la rotura completa de la herramienta. Las roturas parciales del filo de corte cambian la forma de las señales adquiridas para monitorizar el proceso, pero de forma notablemente más suave que cuando ocurre una rotura súbita y completa de la herramienta. En general, la DWT ha dado mejores resultados que la Transformada Wavelet Continua, siendo la familia de wavelets Daubechies la selección más popular [1–4]. Sin embargo, hay casos exitosos de aplicaciones utilizando otras familias de wavelets, como Haar o Symlet [5,6].

En contraste, la información encontrada en la literatura sobre casos de aplicación de la DWT para la detección de roturas completas de herramienta en el mecanizado es limitada. Kwak [7] analizó la DWT Daubechies 2 con cuatro niveles de descomposición para detectar roturas de herramienta en operaciones de torneado utilizando señales de fuerza de corte. La morfología de las señales estudiadas fue similar a la de las señales registradas en el presente estudio. Investigación semejante fue realizada por Lee et al. [8], donde se evaluaron las transformadas wavelet Daubechies 1 y 6 con dos niveles de descomposición para detectar fallos catastróficos de herramientas en operaciones de taladrado a partir de señales de consumo de corriente.

La literatura más reciente sobre monitorización del estado de herramientas de corte no muestra un incremento del uso de wavelets para las operaciones de

taladrado, especialmente en la detección de roturas catastróficas de herramienta [9–11]. El auge de la inteligencia artificial ha eclipsado la mejora de otras técnicas ampliamente conocidas. Sin embargo, esta investigación demuestra la efectividad de la Transformada Wavelet Discreta para la detección de fallos catastróficos de herramienta.

2. Metodología

El trabajo de investigación consistió en tres tareas principales: la recopilación de datos, el análisis de datos y la implementación del modelo de detección basado en la Transformada Wavelet. Este capítulo describe la metodología aplicada para cada una de estas tareas.

2.1. Herramienta de corte y especificaciones de la pieza

La herramienta de corte es una broca helicoidal de 4,6 mm de diámetro fabricada por Ham Präzision con canales internos de lubricación (ver Figura 1). La punta presenta un ángulo de 140 grados. Las herramientas están fabricadas en carburo de tungsteno con un recubrimiento de diamante.



Figura 1. Broca helicoidal de 4.6 mm de diámetro con canales de lubricación internos utilizada para taladrar apilados híbridos CFRP/Ti6Al4V.

Todos los agujeros fueron mecanizados en apilados híbridos, en concreto, una combinación de polímero reforzado con fibra de carbono (CFRP) y componentes de aleación de titanio (Ti6Al4V), de entre 2 y 3 piezas y con un espesor total entre 6,5 y 14,6 mm. En todos los casos, la capa superior de la piel de la aeronave (CFRP) contiene una capa de cobre expandido preimpregnado con resina epoxi, que protege contra las descargas eléctricas. También se añade una capa de tejido de fibra de vidrio preimpregnado con resina epoxi en la parte inferior para reducir el riesgo de daño durante el mecanizado.

Mientras que la parte de material compuesto se mecanizó en seco, se utilizó una técnica de lubricación MQL (Minimum Quantity Lubricant) para los componentes de titanio. Además, se empleó una técnica de ciclos de picoteado, lo que permitió disipar el calor generado durante el taladrado y evitar la generación de virutas largas que podrían dañar las paredes del agujero.

2.2. Recogida de datos de producción

Las operaciones de taladrado se ejecutaron con una máquina de taladrado automático CNC Torresdrill

equipada con instrumentación interna para medir el consumo de potencia del motor del husillo principal y la posición de avance de la herramienta. Las herramientas se montaron en portaherramientas hidráulicos, y su información relevante se transfirió a un chip a través de RFID (Radio-Frequency Identification), lo que permitió a las máquinas de taladrado automático gestionarlas de manera eficiente y registrar las variables asociadas a cada herramienta particular. Estas incluyen el nombre de identificación del taladro, el tipo de herramienta, el código de identificación de la herramienta, número de taladros realizados, las piezas a taladradas, materiales, espesores y los parámetros de corte utilizados.

2.3. Monitorización del motor del husillo

Las señales de consumo de potencia en operaciones de taladrado son señales eléctricas generadas por el motor del husillo durante el proceso de mecanizado. Su forma depende de varios aspectos, como el tipo de broca, el material a taladrar, los parámetros de corte, el sistema de refrigeración y lubricación, la sujeción y el número de pasos involucrados en la ejecución del agujero.

La morfología de señal resultante de la operación de taladrado bajo estudio se muestra en la Figura 2. Las fases principales de toda operación de taladrado se ven representadas en la señal: entrada de la punta de la broca, donde el consumo aumenta linealmente, fase intermedia, donde el consumo se mantiene aproximadamente estable y, finalmente, salida de la punta de la broca, caracterizada por el descenso progresivo de la potencia. Se observa un pico de potencia debido al cambio de velocidad de rotación correspondiente a la transición entre materiales. La forma periódica de la señal a partir de dicho evento corresponde a los ciclos de picoteado, en los que la herramienta se retrae periódicamente.



Figura 2. Gráfico cualitativo del consumo de potencia del husillo y la posición de avance durante una operación de taladrado de apilados CFRP/Ti6Al4V.

2.4. Análisis del fallo de herramienta

En el estudio se ha considerado como fallo catastrófico de herramienta (Catastrophic Tool Failure o CTF en inglés) cualquier rotura que obliga a la sustitución de la herramienta en el sistema productivo. El tipo de fallo bajo análisis ha consistido, en todos los casos registrados, en la rotura súbita y completa de la herramienta de corte durante la operación de taladrado, lo que resulta en una interrupción inesperada del proceso y posibles daños en la pieza de trabajo. El análisis de este fenómeno busca determinar la causa de la falla y sus características con el objetivo final de su prevención y el desarrollo de una metodología para su detección.

Inicialmente, se llevó a cabo un análisis exploratorio de la morfología de las señales de consumo de potencia y posición de avance de las operaciones con fallo de la herramienta frente al resto de operaciones de taladrado finalizadas con normalidad. En paralelo, se recogieron muestras de herramientas en las que se produjo la rotura y se examinó visualmente la morfología de la fractura para conocer sus características.



Figura 3. Morfología de fractura de la herramienta. (a) Señal de consumo de potencia del husillo; (b) Inspección visual y con microscopía óptica de la herramienta.

En la Figura 3 (a) se presenta un ejemplo de la morfología de la señal de consumo de potencia del husillo en un caso de fallo de la herramienta. La rotura se caracteriza por un aumento progresivo del offset durante sucesivos ciclos de picoteado en la capa de titanio hasta que, finalmente, la potencia experimenta una caída brusca y repentina. Se debe destacar que en todos los casos de rotura de herramienta registrados, el fallo ocurrió durante el taladrado de la capa de Ti6Al4V. La Figura 3 (b) muestra el resultado de la inspección visual de las herramientas complementada mediante la exploración de la fractura con microscopía óptica. El fallo se produce alrededor del punto medio de la longitud de la broca y presenta una morfología de fractura frágil por torsión con la

característica superficie de fractura helicoidal con un ángulo de 45° respecto al eje longitudinal de la herramienta. La imagen detallada de la superficie de rotura fue tomada mediante un microscopio óptico con tecnología de variación de foco. En los 15 casos de rotura registrados se observó el mismo patrón de fallo.

Con el resto de información recogida del sistema de producción, se llevó a cabo un Análisis Exploratorio de Datos (EDA por sus siglas en inglés) para identificar patrones y tendencias que puedan estar relacionados con la causa de fallo y sentar las bases de cara al desarrollo de la metodología de detección. El análisis incluye un análisis de vida de herramienta, configuración del apilado, espesores y materiales de los agujeros y características de las señales del motor del husillo.

2.5. Modelo de detección del fallo de herramienta

El análisis tiempo-frecuencia permite conocer las componentes espectrales que existen en un intervalo temporal de la señal, lo que constituye un problema de resolución. La resolución variable de la Transformada Wavelet proporciona una alta resolución temporal en altas frecuencias y una alta resolución frecuencial en bajas frecuencias. Por tanto, resulta adecuada para analizar comportamientos transitorios, frecuencias que cambian rápidamente, como sucede cuando se produce la rotura de herramienta.

2.5.1. Transformada Wavelet Discreta

La Transformada Wavelet Discreta permite descomponer una señal en sus múltiples componentes frecuenciales para diferentes escalas. Esto se logra utilizando un filtro paso alto de media banda y su filtro paso bajo de media banda complementario en cada escala. El filtro de paso alto está asociado a una wavelet para extraer los coeficientes de detalle, correspondientes a las componentes de baja escala (alta frecuencia) de la señal, mientras que el filtro de paso bajo está asociado a la función de escala para extraer los coeficientes de aproximación, correspondientes a las componentes de alta escala (baja frecuencia). Los coeficientes de aproximación obtenidos del nivel anterior se someten a etapas adicionales de descomposición (filtrado) en cada nivel posterior, siguiendo un esquema diádico hasta que se descompone toda la señal. Este proceso iterativo es responsable de la naturaleza "multiescala" 0 "multiresolución" de la DWT.

Lograr un equilibrio entre resolución y eficiencia computacional es fundamental para detectar la fractura de herramienta durante las operaciones de taladrado en tiempo real. La Transformada Wavelet Discreta puede lograr este equilibrio al analizar una señal de forma discretizada en diferentes escalas, proporcionando un análisis multiresolución que resulta computacionalmente eficiente y, por tanto, adecuado para la monitorización en tiempo real.

2.5.2. Selección de wavelet madre y número de niveles de descomposición

El sistema de detección debe capturar características de corta duración y alta frecuencia, fenómenos transitorios, en la señal para detectar el fallo de la herramienta. Las wavelets con longitudes de filtro más cortas son más apropiadas porque emplean menos puntos en cada convolución, facilitando la identificación de cambios bruscos en la señal. Por tanto, se seleccionaron 4 wavelet madre con esta característica (Haar, Daubechies 2, Symlets 3 y Coiflets-1) para realizar un análisis preliminar, ya que dependiendo de su morfología se pueden ajustar en mayor o menor medida al patrón de la señal que se desea identificar. Finalmente, se seleccionó la wavelet Daubechies 2 al resultar la que mejor se ajusta.

El nivel de descomposición se elige en función del contenido de frecuencia específico presente en la señal de consumo de potencia del husillo cuando se produce el fallo catastrófico de la herramienta (CTF). De este modo, se ha realizado un análisis de la información frecuencial presente en cada una de las escalas con el objetivo de evaluar el efecto de la fractura y aprovecharlo para su detección.

3. RESULTADOS

Por motivos de confidencialidad, los valores de potencia, tiempo y coeficientes WT se presentan de manera normalizada, sin afectar los objetivos ni las conclusiones del estudio.

3.1. Análisis del fallo de herramienta

En primera instancia, el desgaste de herramienta se consideró una de las posibles causas principales de la rotura. Estudios previos han demostrado una relación entre el desgaste de la herramienta y el consumo de potencia del husillo [12]. No obstante, como se muestra en la Fig. 4, solo en uno de los casos de CTF la herramienta superó el 50% de su vida útil. En los casos 4, 7, 13, 14 y 15, que representan el 33% de los casos, la rotura de la herramienta se produce durante el taladrado del primer o el segundo agujero. Por lo tanto, se descarta la correlación de la rotura con el desgaste de la herramienta.



Figura 4. Vida de herramienta de los casos de rotura.

Dado que el fallo de la herramienta no está relacionado con el desgaste de la misma, se realizó un análisis detallado de la distribución de los espesores del apilado híbrido para comprobar si existe alguna correlación. La Figura 5 (a) y (b) muestran, respectivamente, la distribución de espesores de CFRP y Ti6Al4V de los agujeros taladrados por el tipo de herramienta analizada en un avión (gráfico de violín), en comparación con los espesores de material respectivos de cada agujero donde ocurrió la rotura de la herramienta (gráfico de barras).



(b)

Figura 5. Distribución global de espesores del apilado frente a los espesores del apilado en los casos de rotura. (a) CFRP; (b) Ti6Al4V.

En vista de los resultados, se aprecia una fuerte correlación entre la rotura de herramienta y un elevado espesor del componente de titanio. Esta correlación está respaldada por el hecho de que todos los casos de fallo ocurrieron al perforar el componente de Ti6Al4V cerca del final de su espesor. Esto puede deberse al aumento de temperatura como resultado de la baja conductividad del titanio, y a la elevada reactividad química de este material a altas temperaturas. Sin embargo, debe tenerse en cuenta que se han realizado un gran número de operaciones de taladrado en grandes espesores de titanio en los que la herramienta no ha llegado a fallar. Otro posible factor de influencia es el pinzado del apilado, que puede variar dependiendo de la zona dada la complejidad de la pieza industrial, aunque no se pudo estudiar.

En la Figura 6 se presenta la potencia máxima alcanzada en los casos de rotura frente a la distribución obtenida para todo el conjunto de observaciones. Aunque los resultados muestran el gran potencial de la potencia máxima como indicador de rotura, se debe tener en cuenta que hay un porcentaje considerable de observaciones en las que se alcanzan valores superiores de potencia que en los casos de rotura y la operación de taladrado finaliza con éxito.



Figura 6. Distribución global de la potencia máxima de las señales en todo el conjunto de observaciones frente a la potencia máxima en los casos de rotura.

3.2. Modelo de detección del fallo de herramienta

Tras realizar un análisis preliminar para seleccionar la wavelet madre adecuada, se determina que la ondícula Daubechies 2 es la que mejor se ajusta a la morfología del fenómeno de rotura de la señal, mostrando puntos singulares en el instante de fallo en los 15 casos registrados. La Figura 7 expone los coeficientes de detalle de los primeros 5 niveles de descomposición de la señal, presentando la evolución temporal de las componentes frecuenciales correspondientes.



Figura 7. Coeficientes de detalle de los 5 primeros niveles de descomposición obtenidos mediante la DWT Daubechies 2 para una señal con rotura de herramienta.

Para garantizar la detección de la fractura en tiempo real de forma robusta, se ha desarrollado un modelo de detección basado en la identificación de puntos atípicos en los 3 primeros niveles de descomposición, correspondientes a las bandas frecuenciales entre 7.81 Hz y 62.5 Hz. La información espectral contenida en el resto de los niveles de descomposición entra en conflicto con las componentes frecuenciales asociadas a los ciclos de picoteado. Con el objetivo de adaptarse al rango de variación de la morfología de la señal en el instante de la rotura, se establece como condición determinante, la identificación de un punto atípico en, como mínimo, uno de los 3 primeros niveles de descomposición. Este método consigue detectar la fractura de la herramienta en todo el conjunto de observaciones sin falsos positivos.

4. CONCLUSIONES

Este estudio propone un método de detección de fractura completa de herramienta durante el taladrado de apilados híbridos CFRP/Ti6Al4V en una línea de ensamblaje aeronáutico, basado en el Análisis Multiresolución (MRA), tras realizar un análisis exploratorio para comprender la naturaleza del fallo.

La influencia del desgaste de la herramienta en la rotura es nula de acuerdo con la vida útil restante de las herramientas cuando ocurrió el fallo. No obstante, el análisis muestra una fuerte correlación entre la rotura de herramienta y un espesor elevado del componente de titanio. Esta correlación se sustenta en la baja maquinabilidad y conductividad térmica del material, y su alta reactividad química a elevada temperatura.

En cuanto al modelo de detección, empleando la Transformada Wavelet Discreta con ondícula madre Daubechies 2 y tres niveles de descomposición, se detectan valores atípicos en el instante de fallo para todos los casos de rotura y sin falsos positivos en todo el conjunto de observaciones analizadas.

El método propuesto debe ser extendido a otras configuraciones de herramientas y evaluado para un mayor número de casos. Los resultados pueden tener un gran impacto a nivel industrial, ya que el modelo posibilitaría la detección en tiempo real de la rotura de herramienta mediante un método de procesamiento de alta fiabilidad evitando el uso de técnicas intrusivas.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen el apoyo financiero de AIRBUS S.A.S a través del proyecto CFT - AI - PJMT -DRILLING PROCESS IMPROVEMENT BASED ON DATA ANALYTICS, la AEI a través del proyecto ANALYSIS OF DEFECTS IN FIBER-REINFORCED LAMINATES DUE TO MANUFACTURING PROCESSES AND EFFECT ON FATIGUE BEHAVIOR (PID2020- 118480RB-C22) y el proyecto DIGITALIZATION OF INDUSTRIAL DRILLING (PDC2021-121368-PROCESS C21), el MCIN/AEI/10.13039/501100011033 la Unión v Europea "NextGenerationEU" /PRTR" (PDC2021-121368-C21).

REFERENCIAS

- Zhou C, Guo K, Sun J. Sound singularity analysis for milling tool condition monitoring towards sustainable manufacturing. Mech Syst Signal Process 2021;157. https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2021.107738.
- [2] Shao H, Shi X, Li L. Power signal separation in milling process based on wavelet transform and independent component analysis. Int J Mach Tools Manuf 2011;51. https://doi.org/10.1016/j.ijmachtools.2011.05.006.
- [3] René de Jesús RT, Gilberto HR, Iván TV, Carlos JCJ. FPGA based on-line tool breakage detection system for CNC milling machines. Mechatronics 2004;14. https://doi.org/10.1016/S0957-4158(03)00069-2.
- [4] René de Jesús RT, Gilberto HR, Iván TV, Carlos JCJ. Driver current analysis for sensorless tool breakage monitoring of CNC milling machines. Int J Mach Tools Manuf 2003;43. https://doi.org/10.1016/j.ijmachtools.2003.08.004.
- [5] Tönshoff HK, Li X, Lapp C. Application of fast Haar transform and concurrent learning to toolbreakage detection in milling. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics 2003;8. https://doi.org/10.1109/TMECH.2003.816830.
- [6] Li X, Guan XP. Time-frequency-analysis-based minor cutting edge fracture detection during end milling. Mech Syst Signal Process 2004;18. https://doi.org/10.1016/S0888-3270(03)00096-7.
- [7] Kwak JS. Application of wavelet transform technique to detect tool failure in turning operations. International Journal of Advanced Manufacturing Technology 2006;28. https://doi.org/10.1007/s00170-004-2476-x.
- [8] Lee BY, Tarng YS. Drill fracture detection by the discrete wavelet transform. J Mater Process Technol 2000;99. https://doi.org/10.1016/S0924-0136(99)00432-X.
- [9] Stavropoulos P, Chantzis D, Doukas C, Papacharalampopoulos A, Chryssolouris G. Monitoring and control of manufacturing processes: A review. Procedia CIRP, vol. 8, 2013. https://doi.org/10.1016/j.procir.2013.06.127.
- [10] Teti R, Mourtzis D, D'Addona DM, Caggiano A. Process monitoring of machining. CIRP Ann Manuf Technol 2022;71:529–52.
- [11] Teti R, Jemielniak K, O'Donnell G, Dornfeld D. Advanced monitoring of machining operations. CIRP Ann Manuf Technol 2010;59. https://doi.org/10.1016/j.cirp.2010.05.010.
- [12] Domínguez-Monferrer C, Fernández-Pérez J, De Santos R, Miguélez MH, Cantero JL. Machine learning approach in non-intrusive monitoring of tool wear evolution in massive CFRP automatic drilling processes in the aircraft industry. J Manuf Syst 2022;65:622–39.

ENSAYOS DE FATIGA EN SOLDADURAS CIRCUNFERENCIALES DE UN ACERO X60 EMPLEADO PARA GASODUCTOS

I. Montero¹, M. Carboneras^{2*}, J.C. Suárez²

¹ Enagás Transporte SA.U. Dirección General de Infraestructuras. Gerencia de Equipos y Materiales Paseo de los Olmos, 19. 28005 Madrid. España

² Centro de Investigación en Materiales Estructurales (CIME). ETSI Navales, Universidad Politécnica de Madrid. Avda. de la Memoria, 4. 28040 Madrid. España * Persona de contacto: monica.carboneras@upm.es

RESUMEN

El presente trabajo persigue como objetivo la evaluación del comportamiento a fatiga de una soldadura de construcción (girth weld; en soldadura y en metal base) de un gasoducto existente de transporte de gas natural. El estudio experimental se ha llevado a cabo con probetas de tubería soldada de acero API 5L PSL2 grado X60 con costura longitudinal realizada mediante arco sumergido (SAW-L), procedentes directamente de la red de gasoductos en servicio de Enagás, para mayor reproducibilidad de las condiciones reales de servicio. Se han mecanizado probetas normalizadas tipo compacto (CT) con curvatura, extraídas de la zona del baño de fusión en la unión soldada circunferencial de unión de carretes, realizada mediante soldadura con electrodo celulósico, así como probetas de idénticas características obtenidas del metal base. Esta tipología de probeta permite considerar el efecto de la curvatura en la medida de la tenacidad a la fractura, efecto que ha sido ya objeto de diversos estudios, evidenciando la problemática de emplear probetas planas, para las que el constreñimiento plástico es menor. Se han realizado ensayos de propagación de grietas por fatiga en máquina de ensayos con un sistema multiprobeta, provisto de un utillaje de introducción de carga específicamente diseñado y construido para ensavar de forma simultánea hasta cinco probetas, colocando extensómetros en la boca de la entalla de cada una de ellas para poder determinar el CMOD (Crack Mouth Opening Displacement) a lo largo del ensayo. La generación de una pequeña fisura o pre-grieta inicial por fatiga a partir de la entalla inicial mecanizada (pre-agrietamiento) y el posterior análisis post-ensayo hacen posible la determinación de los mecanismos de progresión de la grieta por fatiga en el cordón de soldadura, para su futura comparación con el mismo acero fragilizado con hidrógeno. Los ensayos realizados han permitido determinar la velocidad de propagación de grieta (da/dN) en función de la variación del factor de intensidad de tensiones (ΔK), desarrollando un estudio comparativo del comportamiento a fatiga del cordón de soldadura, con relación al del metal base, bajo las mismas condiciones de ensayo.

PALABRAS CLAVE: Fatiga, Crecimiento de grieta, Soldaduras circunferenciales, Gasoducto

ABSTRACT

The aim of this work is to evaluate the fatigue behaviour of a girth weld (weld and base metal) of an existing natural gas transmission line. The experimental study has been carried out with welded LSAW pipes, API 5L PSL2 grade X60 material. Normalized compact tension (CT) test specimens with curvature have been machined, extracted from the girth weld, made by welding with a cellulosic electrode, as well as specimens with identical characteristics obtained from the base metal. This type of specimen allows to consider the effect of curvature on the measurement of fracture toughness, an effect that has already been the subject of various studies, evidencing the problem of using flat specimens, for which the plastic constraint is lower. Fatigue crack propagation tests have been carried out in a testing machine with a multispecimen system, provided with a specifically designed tool for applying the load and built to simultaneously test up to five specimens, placing extensometers at the mouth of the notch of each one of them to be able to determine the CMOD (Crack Mouth Opening Displacement) throughout the test. The generation of a small initial fatigue crack or pre-crack from the initial machined notch (pre-cracking) and the subsequent post-test analysis make it possible to determine the progression mechanisms of the fatigue crack in the weld bead, for its future comparison with the same hydrogen embritted steel. The tests carried out have allowed to determine the crack propagation speed (da/dN) as a function of the variation of the stress intensity factor (ΔK), developing a comparative study of the fatigue behaviour of the weld bead, in relation to that of the base metal, under the same test conditions.

KEYWORDS: Fatigue, Crack growth, Girth welds, Gas pipeline

1. INTRODUCCIÓN

La apuesta por el hidrógeno como vector energético futuro para la descarbonización está siendo ampliamente respaldada a nivel institucional en Europa, donde la Comisión Europea está impulsando numerosas iniciativas encaminadas a desarrollar una red de transporte que conecte los centros de producción con las zonas de demanda. Más aún, estableciendo grandes corredores que conecten unas zonas de Europa potencialmente productoras, como es el caso de la península ibérica, con otras zonas ampliamente demandantes, como es el centro del continente.

Una de las principales iniciativas es el *European Hydrogen Backbone* (EHB), en la cual participa España a través de su operador de transporte certificado (TSO, *Trasnmission System Operator*), Enagás.



Figura 1. Eurpean Hydrogen Backbone. Propuestas de infraestructuras presentadas por cada país. Fuente: EHB.

Además de construir nuevas infraestructuras, se requiere reconvertir otras existentes de transporte de gas natural. En el caso de España, una parte de los 11000 km de la Red de Transporte pretende ser reconvertida, para lo cual debe hacerse un análisis detallado de la misma con vistas a garantizar la viabilidad técnica de la reconversión. Estos gasoductos de transporte están construidos en acero al carbono, de acuerdo con el estándar API 5L/ISO 3183 [1, 2], en diferentes grados. La actual configuración de la Red española puede considerarse como mallada y, por ello, no existen grandes oscilaciones de presión. Pero la reconversión de parte de los gasoductos implicará romper con esa configuración y dejarlos expuestos a unas condiciones de operación mucho más severas, donde se producirán significativas variaciones de presión, sometiendo a los gasoductos a tensiones cíclicas, lo cual les expone más si cabe a fatiga y a la generación de daños en el gasoducto. Normalmente estos daños comienzan en discontinuidades del material, como entallas o poros, y avanzan debido a las tensiones cíclicas hasta alcanzar el punto en que no se puede soportar la tensión y se genera la rotura por fatiga.

Más aún, las soldaduras para unión de tubos (girth welds) realizadas durante la construcción de la infraestructura son zonas de concentración de tensiones, todavía más propicias a experimentar un fenómeno de propagación de grietas por fatiga (FCG).

Por estos motivos, paralelamente al estudio de comportamiento de materiales de gasoductos expuestos a hidrógeno, se hace necesario evaluar su aptitud en caso de que sean sometidos a un mayor número de ciclos de presión. Los resultados de este estudio permitirán su comparación con los realizados para el mismo material en atmósfera de hidrógeno.

En una fase posterior, los resultados experimentales obtenidos proporcionarán importante información para completar la evaluación de la infraestructura aplicando criterios de mecánica de la fractura, en línea con lo que se establecerá en la futura EN 1594-2 [3].

Para estos estudios se ha desarrollado un programa de I+D completo, donde colaboran la Universidad Politécnica de Madrid (Centro de Investigación en Materiales Estructurales, CIME) y Enagás. Será objeto también de estos estudios validar la aptitud del sistema desarrollado.

2. PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

Para la realización de estos ensayos se ha utilizado el equipamiento desarrollado conjuntamente por CIME-Enagás para los estudios de comportamiento a fatiga en servicio hidrógeno.

Dicho equipamiento fue diseñado y construido siguiendo la metodología y desarrollo llevado a cabo por el *National Institute of Standards and Technology* (NIST), el cual permite la realización de ensayos a fatiga en condiciones representativas de la operación real de estas infraestructuras (presión y tensión), tanto para gas natural como para hidrógeno 100%.

Igualmente, el sistema permite albergar hasta 5 probetas no aplanadas de dimensiones normalizadas según ASTM E647 [4], además de una célula de carga interior (con objeto de evitar el efecto del rozamiento en el vástago de introducción de carga en la medición) y los extensómetros situados en la boca de la entalla de cada probeta para medir el CMOD (*crack mouth opening displacement*). Si bien la normativa de referencia contempla la realización de 3 ensayos, la posibilidad de ensayar 5 probetas simultáneamente, en las mismas condiciones (tensión, presión y porcentaje de hidrógeno), permite obtener resultados estadísticos más fiables y representativos, y en un menor periodo de tiempo.

Las características del material objeto de estudio se recogen en la Tabla 1, tratándose de un acero API 5L X60 profusamente empleado en la construcción de los primeros gasoductos de España.

Proceso	Acero	NPS	Espesor	Material aporte
fabricación	API 5L	(in.)	(mm)	soldadura
SAW-L	X60	20	9,53	6010 + 8010

Tabla 1. Características del material objeto de estudio.

Un elemento diferenciador de estos ensayos con respecto a lo indicado en las normas de referencia es que las probetas de ensayo tipo CCT no son aplanadas, sino que mantienen la curvatura de la tubería. Esto se ha hecho así para tener una mayor reproducibilidad de las condiciones reales de servicio, al no inducir en ellas deformaciones ni alterar sus propiedades mecánicas. Esta tipología de probeta permite considerar el efecto de la curvatura en la medida de la tenacidad a la fractura, efecto que ha sido ya objeto de diversos estudios [5,6], evidenciando la problemática de emplear probetas aplanadas.

Ello se ha tenido en cuenta en el diseño del utillaje interior de la cámara de ensayo, como se muestra en la Figura 2, donde se observa la descomposición de fuerzas y momentos aplicados sobre la probeta.



Figura 2. Cargas aplicadas sobre la probeta curva.

Otra particularidad del utillaje es que para su diseño se ha considerado que debe permitir someter a las probetas a tensiones equivalentes a la presión de servicio del gasoducto (la Red actual se diseñó para una MAOP de, en unos casos 72 barg y, en los más recientes, 80 barg). Este diseño garantiza que, en caso de rotura de alguna de las probetas durante el ensayo, la carga se puentea, sin afectar al resto de las probetas, pudiendo continuar con el ensayo de fatiga. La Figura 3 corresponde a una imagen del montaje del utillaje interior con las probetas y sus extensómetros.



Figura 3. Utillaje interior.

El conjunto del sistema se integra en una máquina de ensayos mecánicos que permite la realización de los ensayos de fatiga a bajas frecuencias. En este caso, los ensayos son realizados en aire, pero el equipo tiene la posibilidad de efectuarlos en atmósfera de hidrógeno a presión.

Las probetas antes de ser sometidas al ensayo de fatiga son pre-agrietadas, como se observa en la Figura 4.



Figura 4. Pre-grieta de la probeta CCT.

El equipo experimental se complementa con otros elementos de control y operación (panel de reguladores, válvulas de alivio de sobrepresión, instrumentación, etc.), así como de seguridad (detectores de gas, campana de extracción), para garantizar que la realización de los ensayos es precisa y segura.

Los datos experimentales obtenidos a partir de los ensayos (fuerzas, desplazamientos y CMOD para cada una de las probetas) son tratados mediante un software específico desarrollado expresamente para el proyecto de investigación por el CIME, como se observa en la Figura 5. El tratamiento de dichos resultados permite determinar la velocidad de propagación de grieta (da/dN) en función de la variación del factor de intensidad de tensiones (ΔK).



Figura 5. Software propietario para tratamiento de datos de crecimiento de grietas en probetas con curvatura.

3. RESULTADOS

Dado que en la fase de pre-agrietamiento la probeta ha experimentado también el efecto de la fatiga, los ciclos a los que ha sido sometida deben ser considerados. En la Tabla 2 se presenta el número de ciclos de preagrietamiento correspondiente a cada probeta ensayada.

Tabla 2. Número de ciclos de pre-agrietamiento en probetas de metal base (B1-B5) y probetas de unión soldada (S1-S5).

B1	B2	B3	B4	B5
15140	28494	20831	27948	26566
S1	S2	S 3	S4	S 5

El número de ciclos en la probeta B1 es menor porque fue la primera en ser pre-agrietada y se le tuvo que incrementar la fuerza aplicada para que progresara la grieta. Por el contrario, a las restantes probetas ya se les aplicó desde el principio dicho valor de fuerza incrementado.

Una vez pre-agrietadas las probetas, se procedió con los ensayos de fatiga, cuyos resultados se presentan a continuación.

3.1. Unión soldada

El ensayo de las probetas extraídas de la zona de soldadura (*SX*), con su posterior tratamiento de datos, permite establecer para cada una de ellas los valores de da/dN a lo largo del tiempo que dura el ensayo (en minutos). Para ello se determina la flexibilidad de la

probeta a medida que progresa la grieta por fatiga, lo que permite conocer la longitud de la grieta en base a una calibración previa. Dichos valores se presentan en la Tabla 3 y Figura 6 siguientes.

Tabla 3. Valores promedio de pendiente de la recta de descarga en probetas de unión soldada, en mm/min.

	Tr. 1	Tr. 2	Tr. 3	Tr. 4	Tr. 5
S1	0.0010	0.0048	0.0146	0.1746	0
S2	0.0003	0.0038	0.0065	-0.0010	
S3	0.0004	0.0011	0.0012	-0.0011	
S4	7e-05	0.0004	0.0004	-0.0033	-0.0013
S5	0.0008	0.0004	0.0130	0.3945	0



Figura 6. Gráfica de ensayo de fatiga en probeta CCT, para distintas condiciones de carga.

3.2. Metal base

De igual forma, se ensayaron a fatiga las probetas correspondientes al metal base (*BX*), obteniéndose los resultados mostrados en la Tabla 4.

Tabla 4. Valores promedio de pendiente de la recta de descarga en probetas de metal base, en mm/min.

	Tr. 1	Tr. 2	Tr. 3	Tr. 4	Tr. 5	Tr. 6
B1	0.0004	0.0030	0.0212	0.3229		
B2	0.0007	0.0107	0.1289	0.4831	0	
B3	-5e-06	0.0019	0.0008	0.0078	0.0603	
B4	0.0010	0.0222	0.3295	0		
B5	0.0003	0.0011	0.0126	-0.0003	0.0408	0.0626

3.3. Velocidades de crecimiento de grieta en unión soldada y metal base

En las Figuras 7 y 8 se representan, de forma ampliada, las velocidades de crecimiento de grieta frente al número de ciclos para cada una de las probetas ensayadas, tanto en unión soldada como en metal base.



Figura 7. Velocidad de crecimiento de grieta vs número de ciclos en unión soldada (probetas S1-S5). Gráfica ampliada.



Figura 8. Velocidad de crecimiento de grieta vs número de ciclos en metal base (probetas B1-B5). Gráfica ampliada.

Por último, se determina el número de ciclos acumulados en cada probeta sometida a fatiga, incluyendo el preagrietamiento (Tabla 5).

Probeta	Unión soldada	Metal base
1	82758	50735
2	84511	64089
3	86899	56426
4	88694	63543
5	89551	62161

Tabla 5. Número de ciclos acumulados en cada probeta.

Se observa que la unión soldada, en comparación con el metal base, requiere un mayor número de ciclos y en ella los valores de velocidad de crecimiento de grietas son menores.

4. DISCUSIÓN

4.1. Unión soldada

La existencia de valores de pendiente negativos se explicaría por una rotación el utillaje, que genera una redistribución de cargas en el resto de probetas y una medida incorrecta del extensómetro en esa probeta. Esta rotación fue observada y documentada. Por ese motivo, no se han tenido en cuenta los valores negativos para elaborar las gráficas.

De forma general, se observa que durante los primeros 10000 ciclos las probetas presentan un comportamiento similar. Superado este umbral, el comportamiento de cada grieta se ve condicionado por la microestructura del material (Figura 9), así como por las condiciones superficiales de cada probeta.



Figura 9. Micrografía de la unión soldada.

4.2. Metal base

En todos los casos, la velocidad de crecimiento de grieta obtenida es similar hasta aproximadamente 12500 ciclos debido a que la microestructura de las cinco probetas es la misma.

Superado este número de ciclos, la microestructura (Figura 10) y condición superficial influyen en la variación de la velocidad de crecimiento de grieta de unas probetas con respecto a otras. Microestructuras con un tamaño de grano ligeramente más grueso muestran una mayor velocidad de crecimiento de grieta.



Figura 10. Micrografía del metal base.

Comparativamente, el comportamiento de las probetas 3 y 5 difiere respecto de las otras tres, posiblemente debido a algún efecto particular en sus microestructuras, como pueden ser tensiones residuales de compresión, que dificultan el avance de la grieta.

4.3. Comportamiento de la unión soldada frente al metal base

El mayor número de ciclos en la unión soldada frente al metal base está determinado por las diferencias microestructurales existentes entre ambas zonas.

En unión soldada, la microestructura está formada por perlita fina y algunas agujas de bainita, lo cual permitiría mejorar la resistencia a la fatiga debido a la dureza de estas fases. Igualmente, el calentamiento y posterior enfriamiento rápido producido en esas zonas se traduce en un menor tamaño de grano que el presente en el metal base.

Comparando las gráficas obtenidas en unión soldada y metal base, se aprecia que el aumento de la apertura de grieta siempre se genera hacia el final del ensayo, por el mayor número de ciclos acumulados. Esto implicaría que la fatiga afecta en ambas zonas de la misma forma, ajustándose a las tres fases de los procesos de fatiga:

- la primera etapa de nucleación de grieta, que en este caso es provocada
- la propagación de la grieta a través de los planos cristalográficos, donde ya se ven diferencias en función de la zona sobre todo debido al tamaño de grano
- y una tercera fase de rotura, a la cual se llega antes o después en función de la duración de la etapa previa.

5. CONCLUSIONES

De los ensayos realizados se pueden extraer las siguientes conclusiones:

- La microestructura del material ejerce gran influencia en el fenómeno de fatiga, puesto que un tamaño de grano fino como el que presenta la unión soldada mejora de forma notable la resistencia a fatiga respecto al metal base.
- Las discontinuidades microestructurales o superficiales perjudican notablemente la resistencia a fatiga, independientemente de la zona del gasoducto.
- La resistencia a fatiga en los gasoductos fabricados con acero X60 no se ve afectada en el cordón de soldadura, de hecho, el comportamiento a fatiga en dicha región se ve mejorado.
- La consistencia y reproducibilidad de los resultados obtenidos permiten validar la aptitud del sistema desarrollado en el programa de I+D conjunto UPM-Enagás.
- Los resultados obtenidos de velocidad de crecimiento de grietas permitirán terminar de efectuar la evaluación de la infraestructura existente en presencia de hidrógeno, aplicando criterios de mecánica de la fractura, según se definirá en la futura norma EN 1594-2.

REFERENCIAS

- [1] ISO 3183, Petroleum and natural gas industries -Steel pipe for pipeline transportation systems. International Organization for Standardization.
- [2] API Specification 5L, 46th Edition (2018). American Petroleum Institute.
- [3] CEN/TC 234 WG3 Gas Transportation.
- [4] ASTM E647, Standard Test Method for Measurement of Fatigue Crack Growth Rates. ASTM International.
- [5] J.T. Evans, G. Kotsikos, R.F. Robey. A method for fracture toughness testing cylinder material. Engineering Fracture Mechanics Vol. 50, No. 2, pp. 295 31)0, 1995.
- [6] Ľubomír Gajdoš, Martin Šperl, Petr Crha. The effect of curvature of a pipe wall on the fracture toughness and protection of high pressure pipelines. Materials Today: Proceedings 3 (2016) 973-978.

OPTIMIZACIÓN DE COMPONENTES SOMETIDOS A PRESIÓN INTERNA MEDIANTE FABRICACIÓN ADITIVA

I.I. Cuesta^{1*}, A. Diaz¹, R. Rodríguez-Aparicio¹, L. Medina¹, N. Mayoral¹, J. M. Alegre¹.

¹Grupo de Integridad Estructural, Universidad de Burgos. Escuela Politécnica Superior. Av Cantabria s/n, 09006,

Burgos, Spain.

* Persona de contacto: <u>iicuesta@ubu.es</u>

RESUMEN

La fabricación aditiva se está posicionando como un método alternativo para la fabricación de componentes y prototipos en diferentes sectores industriales. Una de las técnicas que está cobrando más importancia y con mayor proyección de futuro es la fusión selectiva por láser. Entre los posibles componentes que se pueden fabricar mediante esta técnica se encuentran aquellos que en condiciones de trabajo están sometidos a una presión interior ejercida por un fluido o un gas, abriendo las posibilidades de utilización de diferentes geometrías internas imposibles de mecanizar mediante técnicas convencionales. Es evidente que estos nuevos componentes sometidos a presión interior tienen que ser caracterizados para establecer su grado de integridad estructural y aplicabilidad. Para ello, uno de los ensayos comúnmente empleado es el ensayo de fractura hidráulica. En el presente trabajo se ha obtenido una expresión matemática con la que estimar la presión de rotura en componentes acodados empleando un diseño de experimentos basado en superfícies de respuesta a través de ensayos de fractura hidráulica. Los resultados obtenidos muestran una estimación mucho más precisa que los modelos predictivos de presión de rotura disponibles en la literatura.

PALABRAS CLAVE: Fabricación aditiva, Fusión selectiva por láser, Fractura hidráulica, Diseño de experimentos.

ABSTRACT

Additive manufacturing is positioning itself as an alternative method for the manufacture of components and prototypes in different industrial sectors. One of the techniques that is gaining importance and with the greatest future projection is selective laser melting. Among the possible components that can be manufactured using this technique are those which, under working conditions, are subjected to internal pressure exerted by a fluid or gas, opening up the possibilities of using different internal geometries that are impossible to machine using conventional techniques. Clearly, these new internally pressurised components need to be characterised to establish their degree of structural integrity and applicability. For this purpose, one of the most commonly used tests is the hydraulic fracture test. In the present work, a mathematical expression has been obtained to estimate the burst pressure in elbowed components using a design of experiments based on response surfaces through hydraulic fracture tests. The results obtained show a much more accurate estimation than predictive models of burst pressure available in the literature.

KEYWORDS: Additive manufacturing, Selective laser melting, Hydraulic fracture, Design of experiments.

1. INTRODUCCIÓN

Para la fabricación de componentes y prototipos en diferentes sectores industriales la fabricación aditiva se está posicionando como un método alternativo, donde la fusión selectiva por láser es una de las técnicas que está cobrando más importancia y que posee una mayor proyección de futuro. Si el material a imprimir es metálico se habla de la técnica Selective Laser Melting (SLM) [1] mientras que si el material es polimérico se trata de la técnica Selective Laser Sintering (SLS) [2]. Ambas técnicas consisten en fundir una capa de polvo mediante un haz láser. Entre los posibles componentes que se pueden fabricar con estas técnicas se encuentran aquellos que en condiciones de trabajo están sometidos a una presión interior ejercida por un fluido o un gas, abriendo las posibilidades de utilización de diferentes geometrías internas imposibles de mecanizar mediante técnicas convencionales. Son estos componentes los que van a ser analizados en este trabajo habiendo sido fabricados mediante SLS empleando Nylon-12 en polvo (o poliamida 12, PA-12) [3]. En particular, se trata de bifurcaciones con forma de codo para conectar mangueras y tuberías de diámetro interior 20*mm*. Una de las ventajas del uso del SLS es la capacidad de generar estructuras compleias sin necesidad de soportes

generar estructuras complejas sin necesidad de soportes que necesiten ser retirados en una etapa de post procesado, ya que el propio material es autoportante. Otra de las ventajas es su alta eficiencia, ya que el proceso de SLS permite reciclar el polvo no utilizado en cada impresión. Además, la pieza ya tiene su acabado final tras la impresión, siendo necesario únicamente la limpieza del polvo que haya podido quedar adherido a su superficie.

Es evidente que estos nuevos componentes sometidos a presión interior tienen que ser caracterizados para establecer su grado de integridad estructural y aplicabilidad. Para la predicción de la presión de rotura existen numerosos modelos predictivos en la actualidad desarrollados principalmente para el estudio de tuberías y de vasijas sometidas a presión interior. Las primeras investigaciones datan de las primeras décadas del siglo pasado como las llevadas a cabo por Cooper [4] y Svensson [5] empleando el criterio de Von Misses y la teoría de inestabilidad plástica para predecir la presión de rotura. Algunos autores se han centrado principalmente en el estudio de tuberías de pared delgada como Soderberg [6] o Zhu y Leis [7], mientras que otro gran número de autores lo ha hecho sobre vasijas cerradas, pudiendo ser de pared gruesa [8-11] o delgada [12].

La presión de rotura también puede ser obtenida de manera experimental, para ello, uno de los ensayos comúnmente empleado es el ensayo de fractura hidráulica. Con el objetivo de reducir el número de ensayos de fractura hidráulica sobre los componentes analizados (codos) se ha optado por la realización de un diseño de experimentos basado en superficies de respuesta.

El diseño de experimentos es una técnica estadística que permite identificar y cuantificar las causas de un efecto dentro de un estudio experimental. Esta técnica permite optimizar el número de experimentos a realizar para conocer la influencia de una serie de factores en la respuesta final y resulta realmente interesante cuando dichos experimentos suponen un elevado coste, bien sea computacional, económico o temporal.

En el presente trabajo se ha analizado la influencia de dos parámetros fundamentales en los componentes fabricados mediante SLS y que están sometidos a presión interna. El primero es el espesor de la pared del componente y el segundo es la orientación del componente dentro de la cuba de impresión. Hay que hacer notar que el diámetro interior se ha fijado en 20mm, debido a las particularidades de los componentes a estudiar. En caso de no fijarse también debería de ser un parámetro variable ya que su valor influye en la presión final alcanzada por el componente.

En la presente investigación también se analiza el grado de precisión de diferentes modelos predictivos de la presión de rotura sobre los codos. El codo puede asemejarse a una vasija con extremos cerrados pero la curvatura central puede afectar a su presión de rotura. Se ha analizado el grado de ajuste de la superficie de respuesta obtenida y de los modelos predictivos teóricos con el objetivo de poder realizar un diseño seguro del componente en función de la presión que se desee alcanzar y las dimensiones características del mismo como el espesor de pared.

2. MATERIAL

El material utilizado en este estudio es un Nylon 12 formado por monómeros con 12 carbonos cada uno. El polvo utilizado es de la casa comercial Formlabs con un diámetro de partícula entre 50 - $90\mu m$.

Para la fabricación mediante SLS de los componentes analizados se ha empleado el equipo FUSE 1 de Formlabs, que cuenta con un láser de fibra de iterbio con una potencia de 10W y velocidad de pasada 6m/s, siendo el espesor de capa $110\mu m$ y la temperatura de operación $180^{\circ}C$.

3. METODOLOGÍA EXPERIMENTAL

Teniendo en cuenta que los componentes que se desean analizar en el presente trabajo son bifurcaciones con forma de codo de diámetro interior 20*mm*, se ha optado por emplear codos simplificados para el diseño de experimentos y la validación posterior de la superficie de respuesta obtenida.

3.1. Diseño de experimentos

Como se ha comentado anteriormente para el diseño de experimentos basado en superficies de respuesta se van a emplear como parámetros variables el espesor de pared y la orientación del codo dentro de la cuba de impresión, considerando 0° si el codo está en el plano de la base de la cuba y 90° si está colocado perpendicular a ella. El rango de variación de parámetros se recoge en la Tabla 1, donde los valores mostrados en el diseño de experimentos corresponden al intervalo [-1,1].

Tabla 1. Parámetros variables en el intervalo [-1,1].

Parámetros variables				
Espesor (mm)	[2.5,7.5]			
Orientación (°)	[0,90]			

Se ha utilizado el ensayo de fractura hidráulica como base de este trabajo, de manera que para una combinación cualquiera de los parámetros variables se realiza el ensayo del codo obteniendo el valor de presión interna para el que se produce la rotura del mismo (P_{rotura}). Por lo que se podrá obtener una superficie de respuesta para la presión de rotura.

Los parámetros variables de espesor (E) y orientación (O) son los que van a gobernar la superficie de respuesta. La relación existente entre estos dos parámetros se puede expresar como $S = f(E^*, O^*)$, donde f se postula como modelo cuadrático de la forma expresada en la ecuación (1), en la que E^* y O^* son las variables codificadas de E y O respectivamente.

La codificación de los valores reales de los parámetros es necesaria para que todos ellos varíen en el mismo intervalo, favoreciendo de esta manera la estimación precisa de los coeficientes que definen la función $f(E^*, O^*)$. Para cualquier valor real X_i de los parámetros variables dicha codificación se puede realizar a través de

la ecuación (2), obteniendo el valor codificado x_i correspondiente. En dicha expresión X_{iNInf} es el valor real del nivel más bajo del factor i, X_{iNSup} es el valor real del nivel más alto del factor i, y \tilde{X}_i es la media entre los valores reales del nivel más alto y más bajo del factor i.

$$f(E^*, O^*) = b_0 + b_1 \cdot E^* + b_2 \cdot O^* + b_{11} \cdot E^{*2} + b_{22} \cdot O^{*2} + b_{12} \cdot E^* \cdot O^*$$
(1)

$$x_{i} = \frac{2 \cdot (X_{i} - \tilde{X}_{i})}{X_{iNSup} - X_{iNInf}} i = E^{*}, 0^{*}$$
(2)

La determinación de los coeficientes de la función $f(E^*, O^*)$ se va a realizar a través de un diseño de experimentos central cúbico, donde las principales características de este diseño son:

- Utilización de dos factores, los cuáles son los parámetros *E* y *O*.
- Dominio cúbico.
- Codificación de los intervalos de valores de los dos factores recogidos en la Tabla 1 para que varíen en [-1,1], según la ecuación (2).
- Matriz de experimentos cúbica, la cual tiene tres niveles para cada factor.
- Con repetición en el punto central del dominio (Nº de experimento 9, 10, 11, 12 y 13).
- Utilización de un modelo cuadrático, definido por la ecuación (1), para el ajuste de la superficie de respuesta.

La Tabla 2 recoge tanto la matriz de experimentos con las variables codificadas como la matriz del plan de experimentación con los valores de los factores del diseño de experimentos propuesto para la determinación de los coeficientes de la función $f(E^*, O^*)$.

Tabla 2. Diseño propuesto para obtener la superficie de respuesta.

	Matr	riz de	Plan de		
	experimentos		experimentación		
	(Var. coo	lificadas)	(Var. 1	reales)	
Nº Exp.	E^*	0*	<i>E</i> (<i>mm</i>)	0 (°)	
1	-1	-1	2.5	90	
2	1	-1	7.5	90	
3	-1	1	2.5	0	
4	1	1	7.5	0	
5	-1	0	2.5	45	
6	1	0	7.5	45	
7	0	-1	5	90	
8	0	1	5	0	
9	0	0	5	45	
10	0	0	5	45	
11	0	0	5	45	
12	0	0	5	45	
13	0	0	5	45	

3.2. Fabricación mediante SLS

Para llevar a cabo el diseño de experimentos propuesto es necesario fabricar mediante SLS los codos simplificados según las indicaciones de la Tabla 2. La Figura 1 muestra el posicionamiento de cada uno de ellos en el interior de la cuba de impresión (150x150x300mm) de la FUSE 1. Cada uno de ellos posee en uno de sus extremos una zona roscada para conectar directamente con el dispositivo de fractura hidráulica.



Figura 1. Codos posicionados en la cuba de la FUSE 1.

3.3. Ensayo de fractura hidráulica

Una vez fabricados los codos mediante SLS se ha procedido a realizar un ensayo de fractura hidráulica de acuerdo a los requisitos establecidos en la Norma EN 13322-1. Según la norma, el ensayo debe llevarse a cabo utilizando un equipo de ensayo que permita un incremento de la presión a un ritmo controlado hasta que se produzca la rotura, y que sea capaz de registrar una curva de presión frente al tiempo.

Se ha utilizado un dispositivo hidráulico para aumentar de manera lenta y progresiva la presión en el interior del codo. El dispositivo es capaz de alcanzar una presión de 300*bar* estando acoplado a una máquina universal de ensayos MTS-810. El equipo se encuentra calibrado previamente con un presostato de alta presión, por lo que se conoce la relación entre la presión interior y la fuerza ejercida por la máquina de ensayo.

3.4. Modelos predictivos de presión de rotura

Los modelos predictivos de la presión de rotura empleados convencionalmente están basados en los criterios clásicos de platicidad de Tresca y de Von Misses para materiales isotrópicos. Teniendo en cuenta estos dos criterios, los modelos predictivos se pueden agrupar en dos grandes familias que son la de Tresca y la de Von Misses. Por un lado, la familia de Tresca está basada en el criterio de Tresca, también conocido como criterio de máxima tensión tangencial, puede ser considerado como el primer criterio de plasticidad. Está definido por la ecuación (3) donde τ_{max} es la máxima tensión tangencial en función de las tensiones principales (σ_1 , σ_2 , σ_3):

$$\tau \max\left(\frac{|\sigma_1 - \sigma_2|}{2}, \frac{|\sigma_2 - \sigma_3|}{2}, \frac{|\sigma_1 - \sigma_3|}{2}\right) \frac{\sigma_{ys}}{2}_{max}$$
(3)

donde σ_{ys} es la tensión de fluencia en tensión. Otra forma de expresar este criterio es en función de la tensión equivalente de Tresca (σ_T) según la ecuación (4):

$$\sigma_T = max(|\sigma_1 - \sigma_2|, |\sigma_2 - \sigma_3|, |\sigma_1 - \sigma_3|) = \sigma_{ys}(4)$$

Para un componente de pared delgada con los extremos cerrados se puede llegar a establecer las tensiones que actúan en función de la presión interior (*p*) simplemente aplicando las ecuaciones de equilibrio de fuerzas y momentos que proporciona la estática. De este modo, la tensión circunferencial ($\sigma_{\theta\theta}$), longitudinal (σ_{aa}) y radial (σ_{rr}) se pueden determinar aproximadamente según la ecuación (5):

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{pD_m}{2t}, \sigma_{aa} = \frac{1}{2}\sigma_{\theta\theta}, \sigma_{rr} = 0$$
(5)

donde $D_m = D_o - t$ es el diámetro medio (MD), D_o es el diámetro exterior (OD) y t es el espesor de pared.

Por otro lado, la familia de Von Misses está basada en el criterio clásico de plasticidad de Von Misses, también conocido como criterio de la tensión tangencial octahédrica. Está definido por la ecuación (6) donde τ_{oct} es la tensión tangencial octahedrica en función de las tensiones principales (σ_1 , σ_2 , σ_3):

$$\tau_{oct} = \sqrt{\frac{1}{6}} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] =$$
$$= \frac{\sqrt{2}}{3} \sigma_{ys}$$
(6)

Otra forma de expresar este criterio en función de la tensión equivalente de Von Misses (σ_M) es según la ecuación (7):

$$\sigma_{M} = \sqrt{\frac{1}{2}} [(\sigma_{1} - \sigma_{2})^{2} + (\sigma_{2} - \sigma_{3})^{2} + (\sigma_{3} - \sigma_{1})^{2}] = \sigma_{ys}$$
(7)

4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Cada uno de los experimentos del plan de experimentación se realiza a través de un ensayo de fractura hidráulica tal y como se ha comentado anteriormente, con la única salvedad que los valores de E y O son los recogidos en la Tabla 2, obteniendo como resultado final del ensayo un valor de la presión de rotura para cada codo (P_{rotura}). La Tabla 3 recoge los resultados obtenidos para la P_{rotura} así como los valores

estimados para dicha presión a partir de la superficie de respuesta obtenida ($P_{estimada}$).

Con los valores de la Tabla 3 es posible determinar los coeficientes codificados de la función $f(E^*, O^*)$, los cuales se muestran en la Tabla 4. Al 99% de confianza los coeficientes significativos para la función $f(E^*, O^*)$ son los que se han marcado con asterisco en función del grado de significación. Los coeficientes que no son significativos contribuyen a curvar correctamente la superficie de respuesta, por lo que no es conveniente eliminarlos de la función $f(E^*, O^*)$. Se puede destacar que el más influyente es el b_1 , correspondiente al espesor, mientras que el b_2 , correspondiente a la orientación, no es significativo lo que indica que el posicionamiento del codo en el interior de la cuba de impresión no es crítico en la presión de rotura del componente.

La función $f(E^*, O^*)$ se ha representado en la Figura 2 donde se han incluido los valores de cada uno de los ensayos realizados. Se puede observar el buen ajuste con los valores experimentales, siendo el grado de ajuste superior al 95% lo que indica que la superficie de respuesta obtenida es adecuada para estimar valores de presión de rotura dentro del rango de parámetros analizados.

A modo de ejemplo la Figura 3 muestra un par de curvas presión-tiempo obtenidas en los ensayos de fractura (codos 1 y 4), se ha incluido el aspecto de la rotura de los codos, siendo en todos los casos una rotura frágil e instantánea, totalmente esperable debido al tipo de material empleado en su fabricación (Nylon 12).

Tabla 3. Resultados de presión de rotura experimental y estimada.

	Mati experin (Var. coo	<i>riz de</i> <i>mentos</i> lificadas)	Resul	ltados
Nº Exp.	E^*	0*	P _{rotura} (bar)	P _{estimada} (bar)
1	-1	-1	83.9	81.0
2	1	-1	240.9	251.9
3	-1	1	77.4	70.6
4	1	1	231.4	238.5
5	-1	0	74.9	84.6
6	1	0	272.1	254.0
7	0	-1	184.7	176.6
8	0	1	165.0	164.7
9	0	0	174.5	179.5
10	0	0	165.0	179.5
11	0	0	172.7	179.5
12	0	0	184.1	179.5
13	0	0	192.6	179.5

Coeficiente	Valor	Significación (%)
b_0	179.46	< 0.0001 *
b_1	84.70	< 0.0001 *
<i>b</i> ₂	-5.95	0.3
<i>b</i> ₁₁	-10.16	0.23
<i>b</i> ₂₂	-8.81	0.3
<i>b</i> ₁₂	-0.75	0.91

Tabla 4. Coeficientes de la función $f(E^*, 0^*)$.



Figura 2. Superficie de respuesta de presión de rotura.



Figura 3. Curvas presión-tiempo en los codos 1 y 4.

Con el objetivo de validar la superficie de respuesta obtenida se han fabricado mediante SLS cuatro variantes de codos con dos repeticiones cada una modificando los parámetros $E \ y \ O$ según se recoge en la Tabla 5. Para dichos codos se ha seguido la misma metodología que la descrita anteriormente pudiendo establecer el grado de ajuste entre las estimaciones de la presión de rotura y los valores registrados experimentalmente. El porcentaje de error entre la presión de rotura experimental y la estimada por la superficie de respuesta propuesta es en todos los casos menor del 5%, salvo en el codo V5 que es del 7.2%. En algunos está por debajo del 1% (codos $V1 \ y V6$).

	<i>Plan de</i> <i>experimentación</i> (Var. reales)		Plan experime (Var. 1	n de entación reales)
Nº Exp.	E (mm)	0 (°)	P _{rotura} (bar)	P _{estimada} (bar)
V1	3	20	104.8	105.5
V2	3	20	102.8	105.5
V3	4	60	134.1	141 1
V4	4	60	148.1	141.1
V5	6	30	197.5	212.9
V6	6	30	212.2	212.8
V7	6	70	198.6	205.5
V8	6	70	210.6	205.5

Con el objetivo de comparar el grado de predicción de algunos de los modelos predictivos de la presión de rotura (P_b) disponibles en la bibliografía se ha calculado dicha presión para los codos usados para la validación de la superficie de respuesta (Tabla 5). La Tabla 6 muestra los valores estimados por algunos de los modelos disponibles tanto de la familia de Tresca, ecuaciones (8) a (12), como de la de Von Misses, ecuaciones (13) a (16).

ASME boiler code [13]:
$$P_b = \sigma_{uts} \left(\frac{k-1}{0.6k+0.4} \right)$$
 (8)

Bailey-Nadai [8,14]:
$$P_b = \frac{\sigma_{uts}}{2n} \left(1 - \frac{1}{k^{2n}}\right)$$
 (9)

Fletcher [15]:
$$P_b = \frac{2t\sigma_{flow}}{D_i(1-\varepsilon_{uts}/2)}$$
 (10)

Maximum shear stress [16]:
$$P_b = 2\sigma_{uts} \left(\frac{k-1}{k+1}\right)$$
 (11)

Turner [11]:
$$P_b = \sigma_{uts} \ln(k)$$
 (12)

Faupel [9]:
$$P_b = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_{uts} \left(2 - \frac{\sigma_{ys}}{\sigma_{uts}} \right) ln(k)$$
 (13)

Marin-1 [12]:
$$P_b = 2.31(0.577)^n \frac{t\sigma_{uts}}{D_i}$$
 (14)

Marin-2 [10]:
$$P_b = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{\sigma_{uts}}{(1+\varepsilon_u)} ln(k)$$
 (15)

Svensson [5]:
$$P_b = \sigma_{uts} \left(\frac{0.25}{0.227 + \varepsilon_{uts}}\right) \left(\frac{e}{\varepsilon_{uts}}\right)^{\varepsilon_{uts}} ln(k)$$
 (16)

donde σ_{flow} se define como el valor medio de σ_{ys} y σ_{uts} , y $k = D_o/D_i$ es el radio geométrico. Los valores empleados para las propiedades del material han sido, $\sigma_{ys} = 21.7MPa$, $\sigma_{uts} = 67MPa$ y $\varepsilon_{uts} = 0.08$ obtenidos en un trabajo previo para el Nylon 12 usando SLS [17].

En la Tabla 6 se puede observar que la totalidad de los modelos predictivos empleados sobreestiman la presión de rotura de los codos ensayados por lo que dichos modelos no son válidos para el dimensionamiento de los componentes analizados, excepto el modelo propuesto por Faupel [9] que proporciona valores similares a los de la superficie de respuesta.

Tabla 5. Validación de la superficie de respuesta.

Siendo la superficie de respuesta propuesta en este trabajo y la ecuación de Faupel las que mejor ajustan los valores de presión de rotura de los codos analizados.

Tabla 6. Valores estimados de la presión de rotura con modelos predictivos.

P _b (bar)	Codos de validación			
Modelo	V1 y V2	V3 y V4	V5 y V6	V7 y V8
[13]	170.3	216.1	295.6	295.6
[8,14]	172.3	219.7	303.8	303.8
[15]	138.6	184.8	277.2	277.2
[16]	174.8	223.3	309.2	309.2
[11]	175.8	225.4	314.9	314.9
[9]	110.2	141.3	197.4	197.4
[12]	222.5	296.7	445.1	445.1
[10]	187.9	241.0	336.7	336.7
[5]	189.8	243.4	340.0	340.0

5. CONCLUSIONES

En el presente trabajo se ha demostrado la viabilidad del uso del diseño de experimentos basado en superficies de respuesta para estimar la presión de rotura en componentes de Nylon 12 con forma de codo fabricados mediante SLS. Se puede concluir que el rango de estimación con la superficie de respuesta obtenida está entre el 0 y el 5% de error, mientras que con los modelos predictivos disponibles en la literatura se obtiene una sobreestimación de valores excesiva por lo que no se consideran válidos para el tipo de componentes analizado en este estudio. Excepto el modelo propuesto por Faupel que proporciona valores similares a los de la superficie de respuesta obtenida.

Otro aspecto importante es que la orientación del componente en la cuba de impresión no es significativa en el valor de presión de rotura, lo que posibilita la colocación de los componentes en cualquier orientación permitiendo así optimizar el espacio disponible en el interior de la cuba.

La metodología empleada se podría hacer extensiva a otras técnicas de fabricación aditiva u otros materiales posibilitando así la optimización de componentes sometidos a presión interna.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer la financiación recibida a través del proyecto de la Junta de Castilla y León INVESTUN/22/BU/0003 cofinanciado con fondos FEDER, y los proyectos del MICINN PID2021-124768OB-C21 y TED2021-130413B-I00 cofinanciado con fondos NextGenerationEU.

REFERENCIAS

- C.Y. Yap et al, Review of selective laser melting: Materials and applications. Appl. Phys. Rev. 2 (2015) 41101.
- [2] R.D. Goodridge, C.J. Tuck, R.J.M. Hague, Laser sintering of polyamides and other polymers, Prog Mater Sci. 57 (2012) 229–267.
- [3] A. Salazar, A. Rico, J. Rodríguez, J. Segur-ado Escudero, R. Seltzer, F. Martin De La Escalera Cutillas, Fatigue crack growth of SLS polyamide 12: Effect of reinforcement and temperature, Compos B Eng. 59 (2014) 285–292.
- [4] W.E. Cooper, The significance of the tensile test to pressure vessel design. Welding Journal- Welding Research Supplement (1957) 49-56.
- [5] N.L. Svensson, Bursting pressure of cylindrical and spherical pressure vessels. J. Appl Mech 25, Tans ASME 80 (1958) 89–96.
- [6] C.R. Soderberg, Interpretation of creep tests on tubes. Trans ASME 63 (1941) 737–48.
- [7] X. Zhu, B.N. Leis, Strength criteria and analytic predictions of failure pressure in line pipes. Int J Offshore Polar Eng14(2) (2004).
- [8] R.W. Bailey, Thick-walled tubes and cylinders under high pressure and temperatures. Engineering (London) 129 (1930) 772–819.
- [9] J.H. Faupel, Yielding and bursting characteristics of heavy walled cylinders. J Appl Mech 23, Trans ASME 78 (1956) 1031–64.
- [10] J. Marin, F.P.J. Rimrott, Design of thick walled pressure vessels based upon the plastic range. Wel Res Coun Bullet 41 (1958).
- [11] L.B. Turner, The stresses in a thick hollow cylinder subjected to internal pressure. Trans Camb Philos Soc 21 (1910) 377–96.
- [12] J. Marin, M. Sharma, Design of a thin walled cylindrical vessel based upon plastic range and considering anisotropy. Weld Res Coun Bullet 40 (1958).
- [13] Boiler and pressure vessels code, 1962 ed. American Society of Mechanical Engineers (1962).
- [14] A. Nadai, Plasticity. McGraw-Hill (1931).
- [15] L. Fletcher, Private communication (2003).
- [16] T. Christopher et al, A comparitive study on failure pressure estimations of unflawed cylindrical vessels. Int J Pres Ves Piping 79 (2002) 53–66.
- [17] R. Rodríguez-Aparicio et al, Methodology to predict mechanical properties of PA-12 lattice structures manufactured by powder bed fusion. Additive Manufacturing 78 (2023) 103864.

ESTUDIO DE LA EVOLUCIÓN DE LAS TENSIONES RESIDUALES EN MUESTRAS DE ACERO DURANTE EL ENSAYO DE TORSIÓN

D. Perez-Gallego^{*1,2}, J. Ruiz-Hervías^{1,2}, A. Valiente^{1,2}, D.A. Cendón Franco^{1,2}

¹Centro de Investigación de Materiales Estructurales (CIME) ²Departamento de Ciencia de Materiales Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos. Universidad Politécnica de Madrid. C/ Profesor Aranguren 3, 28040-Madrid, España * Persona de contacto: d.perez@upm.es

RESUMEN

La norma de ensayo para el análisis de la tensión residual por difracción de rayos X propone el uso de patrones con tensiones residuales normales de valor conocido para la validación del método. Tal como los autores han explicado en estudios anteriores, sería necesario disponer también de patrones con tensiones residuales tangenciales conocidas, de modo que pudiera validarse el método de ensayo de manera independiente para cada una de las componentes de la tensión residual. En trabajos anteriores se ha demostrado que puede usarse el ensayo de torsión como método para generar tensiones residuales tangenciales de manera controlada y reproducible. En el presente trabajo se van a estudiar experimentalmente la evolución de las tensiones residuales en un alambrón eutectoide (microestructura perlítica) en distintas etapas del ensayo de torsión. Para ello se realizarán descargas a diferentes ángulos de giro y se evaluarán las tensiones residuales en la superficie de las muestras mediante difracción de rayos X. Los resultados indican que a partir de un cierto valor del ángulo de giro las tensiones residuales se estabilizan. Esto permitiría fabricar muestras patrón con tensiones residuales tangenciales conocidas de una forma reproducible.

PALABRAS CLAVE: Tensiones residuales, tensiones tangenciales, difracción de rayos X, torsión.

ABSTRACT

The test method for residual stress analysis by X-ray diffraction proposes the use of reference samples with a known value of residual stresses for the qualification and verification of the equipment. As the authors have explained in previous studies, the stress-reference samples that are usually employed have a known value of the normal residual stresses, although the shear stress is also included in the qualification process. Consequently, it would be necessary to have standard samples with known shear residual stresses as well, so that the test method could be validated independently for each of the residual stress components. In previous works by the authors, the torsion test was validated as a method for generating residual shear stresses in a controlled and reproducible way. In the present work, the evolution of residual stresses in a eutectoid wire rod (with pearlitic microstructure) will be studied experimentally at different stages of the torsion test. For this purpose, unloading at different twist angles will be carried out and residual stresses at the surface of the samples will be evaluated by X-ray diffraction. Results indicate that above a certain value of the twist angle the value of the residual stresses in a reproducible way.

KEYWORDS: Residual stresses, shear stresses, X-ray diffraction, torsion.

1. INTRODUCCIÓN

Las tensiones residuales son aquéllas que permanecen en el material en ausencia de cargas externas. Estas tensiones suelen ser desconocidas, ya que no dependen de las tensiones aplicadas, las cuales se determinan mediante cálculos o especificaciones de diseño y producto. Esta incertidumbre en las tensiones reales a las que se expone el material puede afectar a su durabilidad. Por tanto, es fundamental determinar con precisión las tensiones residuales y establecer controles de fabricación y calidad en los componentes críticos.

La técnica más extendida para la determinación de las tensiones residuales es la difracción de rayos-X. La norma de ensayo UNE-EN 15305 [1] establece la metodología para llevar a cabo este análisis. Para validar el método de ensayo, es necesario realizar mediciones en muestras de referencia estándar con tensiones residuales conocidas, obtenidas mediante programas de intercomparación entre laboratorios [2], y cumplir con

ciertos criterios para los valores de tensión normal y tangencial en las muestras de referencia. Tal como han explicado los autores en estudios previos [3], la técnica del *shot peening* (usada para la fabricación de muestras estándar con tensiones residuales normales conocidas) no es adecuada para la fabricación de muestras patrón con tensiones residuales tangenciales, ya que da lugar a una distribución uniforme de tensiones residuales de compresión en la región superficial del material, siendo las tensiones tangenciales despreciables. Por este motivo sería necesario disponer también de patrones con tensiones residuales tangenciales conocidas, de modo que pudiera validarse el método de ensayo de manera independiente para cada una de las componentes de la tensión residual.

El principal objetivo de este trabajo es determinar cuándo comienzan a generarse tensiones residuales tangenciales y cuando se produce la saturación de estas. Para ello se han realizado ensayos de torsión en una muestra de alambrón de acero aumentando el ángulo de giro y haciendo descargas a intervalos regulares de este. Después de cada descarga se han medido las tensiones residuales en un punto situado en la superficie de la sección central de la muestra. Se ha logrado generar un estado de tensiones residuales tangenciales (con tensiones normales despreciables) de valor creciente con el ángulo de giro acumulado. A partir de un cierto ángulo de giro de la probeta, las tensiones residuales tangenciales se saturan.

2. PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

2.1. Material

El material empleado es un acero eutectoide (0.8% C) en forma de alambrón de 12 mm de diámetro, con microestructura perlítica. Una vez fabricadas las muestras, se realizó un tratamiento térmico de alivio de tensiones para minimizar las tensiones residuales asociadas a la fabricación. Este tratamiento térmico se realizó en condiciones de ultra-alto vacío (para evitar la oxidación) a una temperatura de 650° durante 3,5 horas.

2.2. Ensayo de torsión

Los ensayos de torsión se han realizado en una máquina Instron 1115 equipada con una célula de carga para medir el par aplicado y con un sensor para medir el ángulo girado por la mordaza. Para maximizar la toma de la medida del ángulo de giro se ha ido ajustando el fondo de escala a valores cercanos al giro máximo aplicado en cada uno de los ciclos.

Para la realización de los ensayos de torsión se ha preparado una probeta cilíndrica cuyo perfil se muestra en la Figura 1.



Figura 1. Perfil de la probeta de ensayo de torsión (medidas en mm).

La misma muestra se ha sometido a sucesivos ciclos de carga y descarga para valores crecientes del ángulo de giro y después de cada descarga se han medido las tensiones residuales por difracción de rayos-X.

2.3. Medida de tensiones residuales

Las mediciones se llevaron a cabo en el Laboratorio de Medida de Tensiones Residuales (LMTR) de la Universidad Politécnica de Madrid, acreditado por ENAC (1308/LE2435). Se utilizó un difractómetro X-Raybot (MRX France) y se realizaron ensayos triaxiales para obtener el tensor completo de tensiones residuales, a partir de medidas en tres direcciones de la muestra: axial, circunferencial y la bisectriz de ambas. Los parámetros utilizados en las medidas se detallan en la Tabla 1:

Tabla 1. Parámetros empleados en las medidas de tensiones residuales por difracción de rayos X.

Material	Ferrita	
Familia de planos	{211}	
Ángulo de difracción 2θ	156°	
Radiación	Cr-K _α : 2.291Å	
Colimador	diámetro=2mm	
Tiempo de exposición	30s	
Ángulos ø	Dir. $axial = 0^{\circ}$ Dir. circunferencial = 90° Bisectriz = 45°	
Ángulos ψ	x13 [-40° hasta 40°]	
XEC	¹ / ₂ S2=5.76·10 ⁻⁶ MPa ⁻¹ -S1=1.25·10 ⁻⁶ MPa ⁻¹	
Corrección LPA	Sí	
Ajuste del pico	Pseudo Voigt	

Tal como se ha explicado anteriormente, se realizó un tratamiento de alivio de tensiones después de la fabricación de las muestras.

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

3.1. Ensayo de torsión

El ángulo de giro de la probeta se ha obtenido a partir del ángulo de giro registrado por la máquina de ensayos (giro de la mordaza). Para ello se ha realizado una corrección en el ángulo registrado por la máquina de ensayos considerando la rigidez del sistema de carga y la probeta:

$$M_T = K \cdot \theta_{m\acute{a}quina} = K \cdot \left(\theta_{prob} + \theta_{SC}\right) \tag{1}$$

$$\theta_{prob} = \frac{M_T 2L}{\pi G R^4} \tag{2}$$

donde L y R son la longitud de la sección reducida y el radio de la probeta respectivamente, G el módulo de elasticidad transversal del material y K el factor de proporcionalidad entre el momento torsor M_T y el ángulo de giro $\theta_{máquina}$ registrados por la máquina de ensayos. Si se desarrollan las expresiones (1) y (2) puede obtenerse el factor de corrección KSC del sistema de carga y estimarse el ángulo de giro de la probeta a partir del ángulo de giro de la máquina de ensayos:

$$\theta_{SC} = M_T \left(\frac{1}{K} - \frac{2L}{\pi G R^4} \right) = \frac{M_T}{K_{SC}}$$
(3)

$$\theta_{prob} = \theta_{m\acute{a}quina} - \frac{M_T}{K_{SC}} \tag{4}$$

Desarrollando las expresiones (3) y (4) se obtiene el valor $K_{SC} = 1055$ Nm/rad. En la Figura 2 se representa, para el mismo ciclo de carga y descarga, el momento torsor aplicado frente al ángulo de giro de la máquina de ensayos y el ángulo corregido para la probeta:



Figura 2. Momento torsor aplicado frente al ángulo de giro de la máquina de ensayos y el de la probeta.

En la Figura 3 se representa el valor del momento torsor frente al ángulo de giro de la probeta una vez hecha la corrección descrita anteriormente. Después de cada descarga la muestra se sacaba de la máquina y se medían las tensiones residuales. Una vez terminadas las medidas se volvía a colocar la muestra en la máquina de ensayos y se reanudaba el ensayo de torsión. Por ello, el valor inicial del momento torsor volvía a ser nulo al principio de cada nueva recarga. Para hacer la representación de la Figura 3, se ha sumado el valor final del ángulo de giro de la descarga anterior a cada nueva recarga.

A pesar de que el valor máximo del ángulo de giro de la probeta (8 rad) es muy elevado, el momento torsor no decrece y no se observan síntomas de agotamiento de la muestra.



de torsión.

Según la teoría de la elasticidad, para una barra cilíndrica de radio R, el inicio de la plastificación tiene lugar cuando la frontera de la zona elástica es la superficie de la barra, y el giro unitario $\Theta_{\rm Y}$ (giro por unidad de longitud) y el momento torsor $T_{\rm Y}$ para los cuales se produce vienen dados por las expresiones (5) y (6):

$$\Theta_Y = \frac{\theta_{prob}}{L} = \frac{\sigma_Y}{\sqrt{3}GR} \tag{5}$$

$$T_Y = \frac{\pi \sigma_Y R^3}{2\sqrt{3}} \tag{6}$$

Donde σ_Y es el límite elástico del material. Para el material de estudio, estos valores son $\sigma_{\rm Y} = 650$ MPa y G = 77 MPa. Teniendo en cuenta los valores de L = 22 mmy R = 4 mm, el giro y momento torsor de la muestra en el límite de la zona elástica valen respectivamente $\Theta_{Y}=1.23$ rad/m (equivalente a $\theta_{\text{probeta}} = 0.027 \text{ rad}$) y T_Y=38 Nm.

En la Figura 4 se representa el primer ciclo de cargadescarga en el que se produce plastificación y se puede observar que hay diferencias entre los valores experimentales y los calculados anteriormente.



Figura 4. Detalle para el primer ciclo de carga y descarga en el que se observa plastificación.

El punto A de la curva se corresponde con el valor máximo del ángulo de giro ($\theta_{probeta} = 0.027 \text{ rad}$) y el punto B con el valor máximo del momento torsor ($T_Y = 38 \text{ Nm}$), ambos en régimen elástico. Esta discrepancia puede deberse al hecho de que que no se ha medido directamente el ángulo de giro de la probeta, sino que se ha hecho una corrección del ángulo medido por la máquina. Además, se ha comprobado que hay una histéresis notable al cambiar el signo de la carga, que puede deberse en parte a las holguras de la máquina de ensayos. Por este motivo, sería conveniente evitar las descargas en futuros ensayos.

La deformación angular en la superficie de la muestra se puede calcular multiplicando su radio por el ángulo girado por unidad de longitud. Si consideramos que el límite del régimen de pequeñas deformaciones es aproximadamente un 5%, el valor límite del ángulo de giro de la probeta serían 0,275 rad. En la Figura 5 se han representado los tres primeros ciclos en los que se produce plastificación. Para el último de ellos el valor máximo del ángulo de giro (0,4 rad) equivale a una deformación angular de un 7%.



Figura 5. Detalle de los tres primeros ciclos de carga y descarga en los que se produce plastificación.

3.2. Medida de tensiones residuales

Se ha obtenido el tensor completo de tensiones residuales en un punto de la superficie de la sección central de la muestra a partir de medidas en tres direcciones de esta, tras descargar la probeta en cada ciclo del ensayo de torsión. Los valores de las diferentes componentes del tensor de tensiones residuales se representan en las Figuras 6 a 8).



Figura 6. Tensiones residuales longitudinales en la superficie del material en función del ángulo de giro de la probeta en cada ciclo de carga y descarga.



Figura 7. Tensiones residuales circunferenciales en la superficie del material en función del ángulo de giro de la probeta en cada ciclo de carga y descarga.



Figura 8. Tensiones residuales tangenciales en la superficie del material en función del ángulo de giro de la probeta en cada ciclo de carga y descarga.

El valor de las tensiones normales en dirección longitudinal (σ_{11}) y circunferencial (σ_{22}) son despreciables y apenas varían al aumentar el ángulo de giro. Sin embargo, la tensión tangencial τ_{12} crece con el ángulo de giro de la probeta. Se ha generado un estado de tensiones residuales tangenciales con tensiones normales despreciables compatible con una carga de torsión pura.

Para un ángulo de giro de la probeta de 0.15 rad las tensiones tangenciales aumentan de forma apreciable hasta unos -50 MPa. La deformación angular es del 2,7%, por lo que se encuentra dentro del rango de pequeñas deformaciones. Sin embargo, el valor del ángulo de giro alcanzado es claramente mayor que el correspondiente al inicio de la plastificación (0,027 rad).

Las tensiones residuales tangenciales aumentan con el ángulo de giro hasta alcanzar un valor máximo cercano a los -250 MPa. Este valor se satura para ángulos de giro superiores a 3 rad (fuera del régimen de pequeñas deformaciones).

En la Figura 9 se puede observar la evolución de la anchura del pico de difracción con el ángulo de giro. La anchura del pico de difracción está asociada con la evolución de las microtensiones y crece con la deformación plástica [4]. Al aumentar el ángulo de giro, la deformación plástica acumulada durante el ensayo de torsión en la región superficial de la muestra va creciendo y eso se refleja en la anchura de los picos de difracción. Este resultado es consistente con el endurecimiento por deformación que reflejan la Figura 3 al aumentar el ángulo de giro.



Figura 9. Evolución de la anchura del pico de difracción en función del ángulo de giro en la probeta tras los diferentes ciclos de carga y descarga del material.

4. CONCLUSIONES

- Se ha generado un estado de tensiones residuales tangenciales crecientes con el ángulo de giro, mientras que las tensiones normales son despreciables y constantes. Dicho estado es compatible con una carga de torsión pura.
- El valor del momento torsor que predice la teoría de la elasticidad en el inicio de la plastificación de la probeta es mayor que los valores obtenidos experimentalmente. Es preciso investigar si esta

discrepancia se debe a errores en la determinación del ángulo de giro de la probeta o en la medida del par aplicado.

- Las tensiones residuales tangenciales aparecen en regimen de pequeñas deformaciones (deformación angular ≤ 5%) y van aumentando a medida que aumenta el ángulo de giro de la muestra.
- Fuera del régimen de pequeñas deformaciones, las tensiones residuales tangenciales alcanzan un valor máximo de unos -250 MPa para ángulo superiores a unos 3 rad.
- El aumento del grado de deformación plástica del material durante los sucesivos ciclos de carga se ha podido correlacionar con el aumento de la anchura de los picos de difracción en la medida de tensiones residuales.
- Se ha validado el ensayo de torsión como un método de fabricación de probetas patrón de tensiones residuales tangenciales conocidas.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer al Ministerio de Ciencia e Innovación y Universidades de España (proyecto RTI2018-097221-B-I00) y a la Comunidad de Madrid (proyecto ADITIMAT-CM: S2018/NMT-4411) por la financiación recibida.

REFERENCIAS

- [1] "Ensayos no destructivos. Método de ensayo para el análisis de la tensión residual por difracción de rayos X (EN 15305)," Normativa Europea, 20008.
- [2] F. Lefebvre et al., "External reference samples for residual stress analysis by X-ray diffraction," in Advanced Materials Research, 2014, vol. 996. doi: 10.4028/www.scientific.net/AMR.996.221.
- [3] D. Perez-Gallego et al, "Generación de tensiones residuales de cortadura mediante torsión", en Material-ES 2022:6(1);1-20. ISSN: 2530-6405.
- [4] Noyan, I.C., Cohen, J.B. (1987). The Shape of Diffraction Peaks — X-ray Line Broadening. In: Residual Stress. Materials Research and Engineering. Springer, New York, NY. https://doi.org/10.1007/978-1-4613-9570-6_8

Revista de Mecánica de la Fractura Vol.7 (2024)

HIERARCHICAL MICROSTRUCTURE EVOLUTION DURING COLD DRAWING OF PEARLITIC STEELS: IN THE CONCEPTUAL FRAME OF FRAY LUIS DE LEÓN, MIGUEL DE CERVANTES, VICTOR VASARELY, MAURITS CORNELIS ESCHER & JOHANN SEBASTIAN BACH

Jesús Toribio

Fracture & Structural Integrity Research Group (FSIRG), University of Salamanca (USAL) Campus Viriato, Avda. Requejo 33, 49022 Zamora, Spain E-mail: toribio@usal.es

ABSTRACT

Cold drawn pearlitic steels posses a hierarchical microstructure consisting of pearlitic colonies (*first microstructural level*) and pearlite (ferrite/Fe & cementite/Fe₃C) lamellae (*second microstructural level*) that evolves during the manufacturing process by cold drawing towards a preferential orientation aligned in the drawing (wire axis) direction, so that these materials acquire *microstructural anisotropy* that influences their posterior fracture behaviour. The paper establishes an analogy with the literature of the Spanish writers Fray Luis de León and Miguel de Cervantes (through the alternate distribution of ferrite/cementite lamellae), as well as with the painters Maurits Cornelis Escher and Victor Vasarely (through the multi-level organization of their paintings) and the composer Johann Sebastian Bach (on the basis of the hierarchical structure of his music).

KEYWORDS: pearlitic steel; cold drawing; hierarchical microstructure evolution; pearlitic colonies; pearlitic lamellae; microstructural orientation.

RESUMEN

Los aceros perlíticos trefilados en frío poseen una microestructura jerárquica (*multi-nivel*) consistente en colonias perlíticas (*primer nivel microestructural*) y también láminas perlíticas (*segundo nivel microestructural*) constituidas por ferrita/Fe & cementita/Fe₃C que evolucionan durante el proceso de fabricación mediante trefilado en frío hacia una orientación preferente alineada en la dirección de trefilado (eje del alambre), de forma que dichos materiales adquieren una *anisotropía microestructural* que influye en su posterior comportamiento en fractura. El artículo establece una analogía con la literatura de los escritores españoles Fray Luis de León y Miguel de Cervantes (por medio de la distribución alternada de láminas de ferrita/cementita), así como con los pintores Maurits Cornelis Escher y Victor Vasarely (a través de la organización multi-nivel de sus pinturas) y el compositor Johann Sebastian Bach (sobre la base de la estructura jerárquica de su música).

PALABRAS CLAVE: acero perlítico; trefilado; evolución microestructural jerárquica; colonias perlíticas; láminas perlíticas; orientación microestructural.

1. INTRODUCTION

Cold drawn pearlitic steels are important structural materials used in wire form as components of prestressed concrete structures in civil engineering. Their mechanical performance in service is excellent due to their high yield strength (YS) and ultimate tensile strength (UTS).

This paper analyzes the hierarchical microstructural evolution in such materials in the conceptual frame of the writers Fray Luis de León and Miguel de Cervantes, the painters Maurits Cornelis Escher and Victor Vasarely and the composer Johann Sebastian Bach.

2. HIERARCHICAL MICROSTRUCTURE IN COLD DRAWN PEARLITIC STEELS

The hierarchical microstructural evolution in pearlitic steels during cold drawing (at the two levels of pearlitic colonies and lamellae) was studied during the 1990s by Toribio and Ovejero [1-4] showing the following trends: slenderizing of the colonies, decrease of interlamellar spacing and orientation in the direction of cold drawing (wire axis) of both the colonies and the lamellae. Fig. 1 shows the two microstructural levels (pearlite colonies and Fe/Fe₃C lamellae) at the final stage of microstructural evolution after cold drawing.



Fig. 1. Orientation of the pearlitic colonies (up) and the ferrite/cementite lamellae (down) in a direction quasiparallel to the wire axis or cold drawing direction (represented by the vertical side of the micrographs) in heavily cold drawn pearlitic steel (commercial prestressing steel wire), showing the orientation of both colonies and lamellae in the drawing (wire axis) direction.

3. HIERARCHICAL MICROSTRUCTURE EVOLU-TION IN COLD DRAWN PEARLITIC STEELS

This section summarizes the quantitative metallography performed on progressively cold drawn pearlitic steels. To this end, and to evaluate the microstructural orientation, the angle β (Fig. 2) is defined between the main orientation of the lamellae and the wire axis or cold drawing direction, i.e., $\beta = 45^{\circ}$ means randomly oriented microstructure, whereas $\beta = 0^{\circ}$ indicates a fully oriented microstructure.



Fig. 2. Angle β between the lamellae and the wire axis or cold drawing direction e_z .

Fig. 3 (up) shows the shape evolution of *pearlitic* colonies (modelled as ellipsoids) by representing the evolution of the axis lengths of the elliptic section (2*a* being the minor axis and 2*c* the major axis), where a slenderising effect with cold drawing is very clear. Fig. 3 (down) plots the evolution of orientation angles β (related to the wire axis, see Fig. 2) in longitudinal section and the angle θ in transverse section, showing a progressive orientation in the longitudinal section (and random effect in the transverse one).



Fig. 3. Shape evolution of pearlitic colonies (up) and orientation of them (down) in a direction quasi-parallel to the wire axis or cold drawing direction (represented by the vertical side of the micrographs in Fig. 1). In both plots D_i represents the diameter of a wire with any degree of cold drawing and D_0 the initial wire diameter before cold drawing.

Fig. 4 (up) shows the shape evolution of *pearlitic lamellae* (through the interlamellar spacing s_i divided by the initial one before cold drawing $s_0 = 0.0560 \ \mu\text{m}$), where a densification effect with cold drawing is very clear, small in the initial stages of cold drawing and more intense in the final stages of manufacturing. Fig. 4 (down) plots the evolution of orientation angles in longitudinal and in transverse section, showing a progressive orientation in the longitudinal section (and random effect in the transverse one).



Fig. 4. Shape evolution of ferrite/cementite lamellae (up) and orientation (down) of them in a direction quasiparallel to the wire axis or cold drawing direction (represented by the vertical side of the micrographs in Fig. 1). In both plots D_i represents the diameter of a wire with any degree of cold drawing and D_0 the initial wire diameter before cold drawing.

4. IN THE CONCEPTUAL FRAME OF FRAY LUIS DE LEÓN AND MIGUEL DE CERVANTES

The *nano*-composite lamellar microstructure of pearlite (consisting of alternate ferrite/cementite lamellae) recalls the conceptual frame of Fray Luis de León, major Spanish poet and Professor at the University of Salamanca, cf. Fig. 5, with the well known verse in the "*Oda a Salinas*":

"y entrambas a porfía mezclan una dulcísima armonía",

indicating that the fight (the mixture) between voices (the counterpoint) generates the sweetest harmony, in the same manner as the mixture between ferrite and cementite lamellae produces a very noble material (pearlite steel), that can be considered, thus, a *Fray Luis de León (FLL) based material*.



Fig. 5. Statue of Fray Luis de León in Salamanca.

The afore said lamellar microstructure also recalls the master work by Miguel de Cervantes Saavedra: "Don Quijote de la Mancha", whose cover page is reproduced in Fig. 6 ("Don Quixote de la Mancha") in old Spanish, later evolved to modern Spanish, an important language spoken nowadays by 550 million of people in the world.



Fig. 6. Cover page of "Don Quijote de la Mancha" by Miguel de Cervantes and view of Don Quijote and Sancho.

Fig. 6 also shows the Monument devoted to Miguel de Cervantes in the *Plaza de España* of Madrid, including not only the statue of the writer, but also of their creatures *Don Quijote de la Mancha* and *Sancho Panza*, who could metaphorically represent the two key components of pearlitic steel, ferrite and cementite, Don Quijote being the harder (and more brittle) cementite and Sancho being the softer (and more ductile) ferrite, so that pearlitic steel can also be considered a *Miguel de Cervantes (MC) based material*.

5. A TRIBUTE TO VICTOR VASARELY, MAURITS CORNELIS ESCHER AND JOHANN SEBASTIAN BACH

On the basis of the hierarchical microstructure of cold drawn pearlitic steels (two levels of colonies and lamellae), a link can be established between pearlite and the multi-scale (*multi-level or multi-layer*) structure of the painting by Victor Vasarely (Fig. 7-up resembling colonies) and by Maurits Cornelis Escher (Fig. 7-down resembling alternate ferrite and cementite) and the hierarchical structure of the music composed by Johann Sebastian Bach (Fig. 8).

One excellent example of the latter is the Christmas Oratorio composed by six Cantatas (macro-structure), each of them with its own micro-structure (consisting of contrasting sections of recitatives, arias and choruses). Fig. 8 shows the portrait of Johann Sebastian Bach and some early bars of the Fugue No 1 in C Major BWV 846 of The Well-Tempered Clavier (Book I). The (macro-) structure of the fugue contains (micro-) structure of thematic sections (*subject and countersubject*) and connecting passages (*episodes or divertimenti*), i.e., it is clearly a hierarchical structure like that appearing in cold drawn pearlitic steel wires.





Fig. 7. *Sin Hat 33* by Victor Vasarely (up) *Day and night* by Maurits Cornelis Escher (down).





Fig. 8. Johann Sebastian Bach with the canon triplex (portrait by Elias Gottlob Haussmann), and bars of the Fugue No 1 in C Major BWV 846 of The Well-Tempered Clavier (Book I).

6. CLOSING REMARKS

Progressively cold-drawn pearlitic steels can be considered as hierarchically-structured materials (HSM) with two basic microstructural levels (pearlitic colonies and ferrite/cementite lamellae) whose evolution tends towards an oriented arrangement.

In this conceptual frame, a link can be established with the literature written by Fray Luis the León and Miguel de Cervantes, the painting by Victor Vasarely and Maurits Cornelis Escher and the music by Johann Sebastian Bach, this paper paying tribute to all of them.

Scientific Acknowledgements

The approach between art and science developed in this paper is the result of the kind and warm support provided by prominent scientists in the field of fracture mechanics and structural integrity who organized relevant scientific conferences during which this sort of mixed (art & science) papers were presented, mostly in the form of Invited Keynote and Plenary Lectures.
The author warmly acknowledges Professors Petros Sofronis and Alberto Carpinteri (ICF 11, Torino, 2005); Dr. Giovanna Gabetta and Professor Gabriella Bolzon (NATO Workshop, Biskra, 2010); Professors Robert Goldstein, Valery Shlyannikov and Yury Matvienko (ECF19, Kazan, 2012); Professors Masahiro Endo and Ryuichiro Ebara (University of Fukuoka, 2013); Professor Yukitaka Murakami (HYDROGENIUS & I2CNER MEETING, Fukuoka, 2013); Professor Yury Matvienko (NT2F, Moscow, 2013), Professors Masao Sakane and Andrea Carpinteri (ICMFF 10; Kyoto, 2013); Professor Zhiliang Zhang (ECF20, Trondheim, 2014); Professors Francesco Iacoviello, Luca Susmel, Donato Firrao and Giuseppe Ferro (IGF24, Urbino, 2017); Professors Gabriella Bolzon and Hryhoriy Nykyforchyn (NATO Workshop, Lviv, 2017); Professor Ferri Aliabadi (FDM 2017, Florence, 2017); Doctors Pedro Moreira and Paulo Tavares (ICSI 2017, Madeira, 2017); Ms. Carrie K. Tsui (CCESG 2018, ICACAR 2018 & CMSME 2018, Bangkok, 2018); Professor Nao-Aki Noda (MSAM 2018, Kitakyushu, 2018); Professor Paulo Reis (PCF 2018; Covilhã, 2018); Ms. Emma Wang (ICEMA 2018 & ICSREE 2018, Zamora, 2018); Professor Francesco Iacoviello (IGF25, Cassino, 2018); Professor Magd Abdel Wahab (FFW 2018, Ghent, 2018); Ms. Nancy Huang (ICDMM 2018 & ICMESM 2018, Okinawa, 2018); Ms. Anita Mathews (Energy Meeting ICRNE, Las Vegas, 2018); Professor Ferri Aliabadi (FDM 2018, Sevilla, 2018); Ms. Emma Wang (ICEMA 2019 & ICSREE 2019, Beijing, 2019); Prof. Valery Kharchenko (MSAM 2019, Kiev, 2019); Professor Esteban Broitman (PCM 2019, Bangkok, 2019); Ms. Tammy Luo (ICDMM 2019 & ICMESM 2019, Salamanca, 2019); Doctors Pedro Moreira and Paulo Tavares (ICSI 2019, Madeira, 2019); Professors Gabriella Bolzon and Hryhoriy Nykyforchyn (NATO Workshop, Lviv, 2019); Professors Francesco Iacoviello and Stavros Kourkoulis & Dr. Ermioni Pasiou (Noni) (MedFract1, Athens, 2020); Ms. Emma Wang (ICEMA 2020 & ICSREE 2020, Virtual, 2020); Professor Luis F Borrego (VIbCSI1, Virtual, 2020); Professor Francesco Iacoviello (VECF1 & VESS1, Virtual, 2020), Professor Francesco Iacoviello (IGF26, Virtual, 2021), Doctors Pedro Moreira and Paulo Tavares (ICSI 2021, Madeira, Virtual, 2021); Professors Francesco Iacoviello and Sabrina Vantadori (CP 2021, Virtual, 2021), Professor Hryhoriy Nykyforchyn (VDMDP1, Lviv, Virtual, 2021); Professor Francesco Iacoviello (MedFract2, Catania and Virtual, 2022); Professor Magd Abdel Wahab (FFW 2022, Ghent, Virtual, 2022), Professor Francesco Iacoviello (IGF27, Rome, 2023); Ms. Sasha Pan (ICEMA 2023, Nice, 2023), Ms. Lucy Tong & Ms. Nancy Wang (CMPSE 2023; Tokyo, Virtual, 2023), Professor Magd Abdel Wahab (FFW 2023, Ghent, 2023); Prof. Hryhoriy Nykyforchyn and Prof. Halyna Krechkovska (MSSE 2023, Lviv, Virtual, 2023), Ms. Carina Liu (PEEE 2023, Kuala Lumpur, 2023).

Personal Acknowledgements

The article was written during the month of February 2024. The author wishes to warmly dedicate it to his wife Lourdes Menárguez Palanca, to his daughter Ana Lym Toribio Menárguez and to his son Juan Sun Toribio Menárguez for the love, patience and support they have always provided and for very joyful moments between the rigorous scientific work.

In Memoriam

The paper is dedicated to the memory of two prominent scientists: Professors Keith Miller and Dominique Francois, masters and friends, whose enthusiastic and forward-looking action allowed the development of the European Structural Integrity Society (ESIS), formerly the European Group on Fracture (EGF), cf. Fig. 9.

The paper is also dedicated to the memory of another two prominent scientists: Professors Paulo Lazzarin and Robert Goldstein, masters and friends, whose relevant scientific work contributed to the development of fracture mechanics and structural integrity in Italy and Russia respectively, cf. Fig. 9.



Fig. 9. Professors Keith Miller (UK), Dominique Francois (France), Paulo Lazzarin (Italy) and Robert Goldstein (Russia).

In addition, a final tribute is dedicated to another prominent scientist who passed away in 2023: Professor Volodymyr Panasyuk (Fig. 10), master and friend, whose enthusiastic and forward-looking action allowed the development of fracture mechanics and structural integrity in Ukraine, where he is respectfully considered as the *father of the science of fracture mechanics*.



Fig. 10. Professor Volodymyr Panasyuk (Ukraine).

REFERENCES

- Toribio, J., Ovejero, E. Microstructure Evolution in a Pearlitic Steel Subjected to Progressive Plastic Deformation. Materials Science and Engineering A234-236 (1997) 579-582.
- [2] Toribio, J., Ovejero, E. Effect of Cumulative Cold Drawing on the Pearlite Interlamellar Spacing in Eutectoid Steel. Scripta Materialia 39 (1998) 323-328.
- [3] Toribio, J., Ovejero, E. Microstructure Orientation in a Pearlitic Steel Subjected to Progressive Plastic Deformation. Journal of Materials Science Letters 17 (1998) 1037-1040.
- [4] Toribio, J., Ovejero, E. Effect of Cold Drawing on Microstructure and Corrosion Performance of High-Strength Steel. Mechanics of Time-Dependent Materials 1 (1998) 307-319.

FRACTURE & STRUCTURAL INTEGRITY OF COLD DRAWN PEARLITIC STEELS AND THEIR LINK WITH THE VISUAL ARTS OF CINEMA AND PAINTING: 1. A RENAISSANCE, FORDIAN, PICASSIAN AND RAYONIST APPROACH 2. A TRIBUTE TO THE ENGINEER EDUARDO TORROJA

Jesús Toribio

Fracture & Structural Integrity Research Group (FSIRG), University of Salamanca (USAL) Campus Viriato, Avda. Requejo 33, 49022 Zamora, Spain E-mail: toribio@usal.es

ABSTRACT

This paper offers an innovative and unconventional approach to the relationship between *cinema*, *painting* and fracture mechanics on the basis of previous research of the author in the field of fracture and structural integrity of cold drawn pearlitic steel in inert and aggressive environments (environmentally assisted cracking, stress corrosion cracking, hydrogen assisted cracking, hydrogen assisted fracture and hydrogen embrittlement being important specific cases, as well as the analyses in each particular situation of fatigue & fracture crack paths in inert and corrosive media), in the conceptual framework of the author's thoughts and reflections about the philosophy of arts and humanities and its relation with science. In the present paper, novel connections and links are established between fatigue, fracture & structural integrity of progressively cold drawn pearlitic eutectoid steel bars and wires (on one side) and the visual arts of *cinema and painting* (on the other side).

KEYWORDS: cinema; painting; fracture mechanics; structural integrity; fatigue cracking; environmentally assisted cracking; stress corrosion cracking; hydrogen assisted cracking; hydrogen assisted fracture; hydrogen embrittlement; fatigue crack paths; fracture crack paths; environmentally-assisted crack paths; pearlite; ferrite/cementite lamellae; pearlitic pseudocolonies; pearlitic steel; commercial prestressing steel wires; cold drawing; cold-drawn pearlitic steel.

RESUMEN

Este artículo ofrece un enfoque innovador y no convencional de la relación entre *cine*, *pintura* y mecánica de fractura sobre la base de investigaciones previas del autor en el campo de la fractura e integridad estructural, en aire y en ambiente agresivo, de acero perlítico trefilado (fisuración asistida por el ambiente, fisuración por corrosión bajo tensión, fisuración asistida por hidrógeno, fractura asistida por hidrógeno y fragilización por hidrógeno siendo casos particulares importantes, así como los análisis de cada situación particular de caminos de fisuración por fatiga y fractura en ambientes inerte y agresivo), en el marco conceptual de los pensamientos y reflexiones del autor acerca de la filosofía del arte y las humanidades y su relación con la ciencia. En el presente artículo se establecen conexiones novedosas entre fatiga, fractura & integridad estructural de barras y alambres de acero perlítico eutectoide progresivamente trefilado (por un lado) y las artes visuales de *cine y pintura* (por el otro lado).

PALABRAS CLAVE: *cine; pintura*; mecánica de fractura; integridad estructural; fisuración por fatiga; fisuración asistida por el ambiente; fisuración por corrosión bajo tensión; fisuración asistida por hidrógeno; fragilización por hidrógeno; caminos de fisuración por fatiga; caminos de fisuración asistida por el ambiente; perlita; láminas de ferrita/cementita; pseudocolonias perlíticas; acero perlítico, alambres de acero de pretensado comercial; proceso de trefilado; acero perlítico trefilado.

1. INTRODUCTION

During recent years, the author of the present paper has been developing some ideas with the aim of establishing an innovative connection between art and science. This paper focuses on one on the key topics developed in such a framework: the relationship between the visual arts of *cinema and painting* and the science of fracture mechanics & structural integrity

2. HIERARCHICAL MICROSTRUCTURE EVOLU-TION DURING COLD DRAWING OF PEARLITE STEELS: EVOKING FRAY LUIS & CERVANTES

Progressively cold-drawn pearlitic steels [1] can be considered as hierarchically-structured materials (HSM) with two basic microstructural levels (pearlitic colonies and ferrite/cementite lamellae) whose evolution tends towards an oriented arrangement.

In this conceptual frame, a link [1] can be established with the literature written by Fray Luis the León and Miguel de Cervantes, the painting by Victor Vasarely and Maurits Cornelis Escher and the music by Johann Sebastian Bach, this paper paying tribute to all of them.

The nano-composite lamellar microstructure of pearlite (alternate ferrite/cementite lamellae) recalls Fray Luis de León, Fig. 1, with the verse in the "*Oda a Salinas*":

"y entrambas a porfía mezclan una dulcísima armonía",

indicating that the fight (the mixture) between voices (the counterpoint) generates the sweetest harmony, in the same manner as the mixture between ferrite and cementite lamellae produces a very noble material (pearlite steel), that can be considered, therefore, as a *Fray Luis de León (FLL) based material*



Fig. 1. Statue of Fray Luis de León in Salamanca.

The afore said lamellar microstructure also recalls the "Don Quijote de la Mancha", by Miguel de Cervantes: cf. Fig. 2. Don Quijote and Sancho may metaphorically represent the two key components of pearlitic steel, ferrite and cementite, Don Quijote being the harder (and more brittle) cementite and Sancho being the softer (and more ductile) ferrite, so that pearlitic steel can also be considered a *Miguel de Cervantes (MC) based material*.



Fig. 2. Statues of *Don Quijote* and *Sancho* in Madrid, (*"Don Quijote de la Mancha"* by Miguel de Cervantes).

3. A TRIBUTE TO VICTOR VASARELY, MAURITS CORNELIS ESCHER AND JOHANN SEBASTIAN BACH

On the basis of the hierarchical microstructure of cold drawn pearlitic steels [1] (two levels of colonies and lamellae), a link can be established with the multi-scale structure (multi-level or multi-laver) of the painting by Victor Vasarely (Fig. 3-left resembling colonies) and by Maurits Cornelis Escher (Fig. 3-right resembling alternate ferrite and cementite) and the hierarchical structure of the music by Johann Sebastian Bach. Fig. 4 shows the portrait of Johann Sebastian Bach and some early bars of the Fugue No 1 in C Major BWV 846 of The Well-Tempered Clavier (Book I). The (macro-) structure of the fugue contains (micro-) structure of thematic sections (subject and counter-subject) and connecting passages (episodes or divertimenti), i.e., it is clearly a hierarchical structure like that appearing in cold drawn pearlitic steel wires, cf. [1].



Fig. 3. *Sin Hat 33* by Victor Vasarely (left) *Day and night* by Maurits Cornelis Escher (right).





Fig. 4. Johann Sebastian Bach with the canon triplex (portrait by Elias Gottlob Haussmann), and bars of the Fugue No 1 in C Major BWV 846 of The Well-Tempered Clavier (Book I).

4. UNCONVENTIONAL PEARLITIC PSEUDO-COLONIES AFFECTING MACRO-, MICRO-AND NANO-STRUCTURAL INTEGRITY OF COLD-DRAWN PEARLITIC STEEL WIRES

Paper [2] shows the key role of the non-conventional pearlitic pseudocolonies (generated in the steel wires after manufacturing by heavy cold drawing) in promoting anisotropic fracture with the associated crack deflection (and thus mixed-mode propagation) in cold drawn pearlitic steel wires. This happens in the cases of fracture in air, hydrogen assisted cracking (HAC) and localized anodic dissolution (LAD).

Fig. 5 shows a typical slender pearlitic pseudocolony and Fig. 6 offers a enlarged view at high magnification, showing evidence of cementite lamellae that are not properly oriented following a direction parallel to the wire (drawing) axis (they remain transverse to the wire), curling of the otherwise plane cementite lamellae and *anomalous local interlamellar spacing (extremely high* when compared to the average bulk spacing), and even some evidence of local fracture of specific lamellae [2].



Fig. 5. *Pearlitic pseudocolony* in a heavily cold drawn pearlitic steel wire after six drawing steps (longitudinal section). The boundaries of the *pseudocolony* are marked in the micrograph through a white dashed line.



Fig. 6. Enlarged view (x8000 magnification) of a *pearlitic pseudocolony* in a heavily cold drawn pearlitic steel after six drawing steps (longitudinal section).

5. RESEMBLING VAN GOGH, BERNINI MANTEGNA AND PICASSO

5.1. Curling of cementite in cold drawn pearlitic steel: *Resembling van Gogh and Bernini*

In a simple (2D) geometrical analysis, such a curved arrangement resembles the appearance of the sky in the painting of Vincent van Gogh so that it could be called, in certain sense, *van Gogh sky* (VGS) or, more properly, *van Gogh texture* (VGT), and it is represented by the van Gogh painting of Fig. 7, cf. [2].

In a more advanced 3D geometrical analysis, curling of pearlite (ferrite/cementite) resembles the texture of Bernini sculpture, so that it could be called, in certain sense, *Bernini sculpture texture* (BST), and a superb example is the *Ecstasy of Saint Teresa* in the beautiful *Cornaro Chapel* in *Santa Maria della Vittoria* church in the wonderful city of Rome (Fig. 7), cf. [2].



Fig. 7. Noon rest by Vincent van Gogh and Ecstasy of Saint Teresa by Gian Lorenzo Bernini.

5.2. Crack deflection in cold drawn pearlitic steel wires: *Resembling Mantegna and Picasso*

90°-crack deflection in heavily cold drawn pearlitic steel resembles the 90°-change of angle in the beautiful painting *Dead Christ* by Andrea Mantegna (Fig. 8), so the term *Mantegna's Dead Christ Perspective* (MDCP) could be coined (*foreshortening perspective*), cf. [2].

The kinked crack path in heavily cold drawn pearlitic steel can also be associated with the kinked line and the change of viewpoint characteristic of the cubist painting by *Picasso* (Fig. 8), so that a new concept could be coined: the *Picasso painting perspective* (PPP), cf. [2].



Fig. 8. *Dead Christ* by Andrea Mantegna and *Three Musicians* by Pablo Picasso.

6. FRACTURE & STRUCTURAL INTEGRITY OF COLD DRAWN PEARLITIC STEELS AND THEIR LINK WITH THE VISUAL ARTS OF CINEMA AND PAINTING

6.1. A Renaissance Painting Approach: From Tintoretto to Van Gogh

Pearlitic steel wire microstructure evolves during the cold drawing process [1,2], from quasi-planar lamellae in hot rolled or slightly drawn steels to warped surfaces in heavily drawn steels (after curling of cementite, cf. Fig. 6), so that a *Renaissance Painting Approach* is possible to establish a link between the quasi-planar lamellae in hot rolled or slightly drawn steels (the metallographic sections containing straight lines) to the *Renaissance Painting Perspective* (RPP) (towards a vanishing point) appearing in classical painters such as Tintoretto [3,4], Fig. 9.



Fig. 9. Painting by Tintoretto: La Lavanda dei Piedi.

On the other hand, the curved arrangement (Fig. 6) in heavily drawn steel resembles the appearance of the sky in the painting of Vincent van Gogh, so that it could be called *van Gogh texture* (VGT), cf. Fig. 10.



Fig. 10. Painting by Vincent van Gogh: Starry Night.

6.2. A Tribute to Masaccio & A Fordian Approach

Again in the framework of *Renaissance Painting*, and in the matter of notch-induced fracture and notch tensile strength of *heavily cold-drawn pearlitic steel wires* [5,6] the anisotropic fracture path (fracture profile) resembles *Masaccio's Tribute Money* (MTM) painting (Fig. 11) with its mountains at the background, so that such an anisotropic fracture profile with *crack path deflection* can be classified as a MTM *topography*, the present paper representing a *Tribute to Masaccio*.

In the case of notch-induced fracture and notch tensile strength of *slightly cold-drawn pearlitic steel wires* [5,6], the fracture profile in sharply notched specimens (Fig. 12) resembles John Ford's *Monument Valley*, so that the terms *Monument Valley Profile* (MVP) can be coined, thereby representing a *Fordian Approach*.





Fig. 11. Fracture profile in a sharply notched specimen of a heavily cold drawn pearlitic steel wire and *Masaccio's Tribute Money* (MTM).



Fig. 12. Fracture profile in a sharply notched specimen of a slightly cold drawn pearlitic steel wire and *Monument Valley Profile* (MVP).

6.3. A Picassian Approach

With regard to anisotropic fracture process taking place in *heavily drawn pearlitic steel cracked wires* (Fig. 13b), cf. [7], cracking develops in mixed mode following a *deflected or kinked crack path*, and it may be associated (as mentioned in previous sections regarding the role of pearlitic pseudocolonies in anisotropic fracture, cf. Fig. 8) with the kinked line and the change of viewpoint characteristic of the cubist painting by *Picasso* (Fig. 14): the *Picasso painting perspective* (PPP), cf. [2].



Fig. 13. Crack paths (*propagation profiles*) produced by axial fracture in inert (air) environment in pre-cracked samples of steels with 0 (a) and 6 (b) cold-drawing steps; f: fatigue crack growth; I: mode I propagation; II: mixed mode propagation (*propagation step in heavily drawn steels*); F: final fracture.



Fig. 14. Painting by Picasso: Les Demoiselles d'Avignon (detail) & Woman in Hat and Fur Collar (Marie-Thérèse Walter).

6.4. A Rayonist Approach

Fig. 15 shows the crack paths (propagation profiles) corresponding to *hydrogen assisted cracking* (HAC) behaviour in progressively cold-drawn pearlitic steels [7] where a progressively anisotropic HAC behaviour (with increasing crack deflection) is observed.



Fig. 15. Crack paths (propagation profiles) produced by hydrogen assisted cracking (HAC) in steels with 0 (a), 3 (b) and 6 (c) cold-drawing steps; f: fatigue crack growth; I: mode I propagation; II: mixed mode propagation (propagation step in heavily drawn steels); F: final fracture.

Fig. 16 shows the crack paths (propagation profiles) corresponding to *localized anodic dissolution* (LAD) behaviour in progressively cold-drawn pearlitic steels [7] where a progressively anisotropic LAD behaviour (with increasing crack deflection) is observed.



Fig. 16. Crack paths (propagation profiles) produced by localized anodic dissolution (LAD) in steels with 0 (a), 3 (b) and 6 (c) cold-drawing steps; f: fatigue crack growth; I: mode I propagation; II: mixed mode propagation (propagation step in heavily drawn steels); F: final fracture.

Such an anisotropic behaviour in the form of *sudden* changes in crack paths and very different lines (or rays) marking specific propagation direction also resembles the rayonist painting by Mijail Larionov (Fig. 17) in which many straight lines (many rays or directions) define the painted object.



Fig. 17. Paintings by Mijail Larionov: *Bull's Head* and *Rayonist Sausages and Mackerel*.

The *different propagation directions* defined by the crack paths in progressively drawn pearlitic steels also evoke the painting by Natalia Goncharova (Fig. 18), the other key member of the artistic movement called *rayonism*, launched on the basis of modern Physics in the XX Century and the discovering of X rays.



Fig. 18. Paintings by Natalia Goncharova: Cyclist and Rayonist Sea.

7. A TRIBUTE TO THE ENGINEER EDUARDO TORROJA

The term *mega-structural integrity* was coined by Toribio [8] in order to avoid the collapse or failure of real engineering (mega)structures, like bridges, cf. Fig. 19 with the beautiful and magnificent *Puente del Pedrido (Pedrido Bridge)* designed by the prominent Spanish civil engineer Eduardo Torroja, so that this section of the paper is a heartfelt tribute to him.



Fig. 19. *Puente del Pedrido (Pedrido bridge*) in La Coruña (Galicia, Spain), designed by the prominent Spanish civil engineer Eduardo Torroja.

8. CLOSURE

An innovative and unconventional approach to the relationship between *cinema*, *painting* and fracture mechanics is proposed on the basis of previous research of the author in the field of fracture and structural integrity of cold drawn pearlitic steel, both in inert and aggressive environments promoting hydrogen assisted cracking (HAC) or localised anodic dissolution (LAD).

The relationship is established in three main phases, corresponding to respective sections of the present paper, namely:

(i) Hierarchical microstructure evolution during cold drawing of pearlitic steels (*Evoking Fray Luis de León*, *Miguel de Cervantes, Victor Vasarely, Maurits Cornelis Escher and Johann Sebastian Bach*).

(ii) Unconventional pearlitic pseudocolonies affecting *macro-*, *micro-* and *nano-*structural integrity of colddrawn pearlitic steel wires (*Resembling van Gogh*, *Bernini, Mantegna and Picasso*).

(iii) Fracture & structural integrity of cold drawn pearlitic steels and their link with the visual arts of cinema and painting (*A Renaissance, Fordian, Picassian and Rayonist Approach*).

Acknowledgements

This paper is dedicated to the founders of the fracture mechanics research group (FMRG) in the Civil Engineering School of the Polytechnic University of Madrid (*Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos* / Universidad Politécnica de Madrid; ETSICCP / UPM).

The author had the honour to study in such a school (ETSICCP / UPM). He started his research career and was awarded his Ph. D. Degree in such an excellence center (FMRG), where he wishes to mention Professors Manuel Elices, Vicente Sánchez-Gálvez, Miguel Ángel Astiz, Jaime Planas, Andrés Valiente and Luis Caballero.

REFERENCES

- [1] Toribio, J. Hierarchical Microstructure Evolution in Cold Drawn Pearlitic Steels: In the Conceptual Frame of Fray Luis de León, Miguel de Cervantes, Victor Vasarely, Maurits Cornelis Escher & Johann Sebastian Bach. Procedia Structural Integrity 26 (2020) 348-353.
- [2] Toribio, J. Unconventional Pearlitic Pseudo-colonies Affecting Macro-, Micro- and Nano-Structural Integrity of Cold-Drawn Pearlitic Steel Wires: Resembling Van Gogh, Bernini, Mantegna & Picasso. Procedia Structural Integrity 28 (2020) 2404-2409.
- [3] Toribio, J. Structural Integrity of Progressively Cold-Drawn Pearlitic Steels: *From Raffaello Sanzio to Vincent van Gogh*. Keynote Plenary Lecture, 24th Meeting of the Italian Group on Fracture (IGF 24), International Edition, Urbino, Italy, March 1-3, 2017.
- [4] Toribio, J. Structural Integrity of Progressively Cold-Drawn Pearlitic Steels: From Raffaello Sanzio to Vincent van Gogh. Procedia Structural Integrity 3 (2017) 3-10.
- [5] Toribio, J. Notch-Induced Anisotropic Fracture of Cold Drawn Pearlitic Steels and the Associated Crack Path Deflection and Mixed-Mode Stress State: A *Tribute to Masaccio.* Procedia Structural Integrity 9 (2018) 311-316.
- [6] Toribio, J. and Ayaso, F.J. On the Necessity of Triaxiality and Microstructural Orientation to Produce Anisotropic Fracture in Cold Drawn Pearlitic Steel: *Resembling John Ford's Monument Valley*. Procedia Structural Integrity 28 (2020) 2416-2423.
- [7] Toribio, J. Crack Path Deflection in Cold-Drawn Pearlitic Steel as a Consequence of Microstructural Anisotropy Generated by Manufacturing: *Resembling Picasso, Larionov and Goncharova*. Procedia Structural Integrity 16 (2019) 281-286.
- [8] Toribio, J. More Steps Towards an Innovative Concept of Structural Integrity: *Between Leonardo da Vinci and Galileo Galilei*. Procedia Structural Integrity 37 (2022) 977-984.

EVALUACIÓN DEL DAÑO Y LA INTEGRIDAD ESTRUCTURAL DE CABLES DE UN PUENTE POSTENSADO TRAS 25 AÑOS EN SERVICIO

José Alberto Álvarez^{1*}, Borja Arroyo¹, Roberto Lacalle¹, Federico Gutiérrez-Solana¹

¹ LADICIM – Departamento de Ciencia e Ingeniería del Terreno y de los Materiales, Universidad de Cantabria, Avda.

Los Castros 44, 39005 Santander, Spain

* Persona de contacto: <u>alvareja@unican.es</u>

RESUMEN

Este trabajo analiza el estado de degradación de los cables/tirantes de un puente, que fue desmontado para su reparación, tras aproximadamente 25 años en servicio. La estructura analizada consiste en un puente de secciones cajón postensadas exteriormente. Los cables se encontraban protegidos mediante lechada de mortero tipo "grout" y alojados en un ducto en el interior de la sección. Los efectos adversos sobre los cordones de acero de alta resistencia empleados en la construcción del puente se localizaban fundamentalmente en dos zonas: a) zona de anclaje en la que el efecto de las cuñas produce una desprotección local del acero; b) zona interior del ducto en la que se generan áreas locales en las que el "grout" no había penetrado convenientemente. Fundamentalmente se aprecian dos posibles mecánicas de deterioro; la corrosión de acero en las zonas no protegidas por mortero en el interior de los ductos, y la fragilización por hidrógeno en zonas locales. Se ha cuantificado el efecto de la corrosión acelerada sobre los cordones de pretensar con distinto nivel de degradación para evaluar la influencia del estado inicial sobre la vida remanente.

PALABRAS CLAVE: Cordón de pretensar, Corrosión, Puente postensado.

ABSTRACT

This work analyzes the state of degradation of the cables/tendons of a bridge, which was dismantled for repair, after approximately 25 years in service. The analyzed structure consists of a bridge of externally post-tensioned box sections. The cables were protected by "grout" type mortar and housed in a duct inside the section. The adverse effects on the high-strength steel strands used in the construction of the bridge were mainly located in two areas: a) anchoring area in which the effect of the wedges produces a local lack of protection of the steel; b) interior zone of the duct in which local areas are generated in which the "grout" had not penetrated adequately. Fundamentally, two possible deterioration mechanics were observed; corrosion of steel in areas not protected by mortar inside the pipelines, and hydrogen embrittlement in local areas. The effect of corrosion on steel and its influence on the mechanical properties has been quantified. Likewise, accelerated corrosion tests have been carried out on prestressing strands with different levels of degradation to evaluate the influence of the initial state on the remaining life.

KEYWORDS: Pres, Structural Integrity, Fatigue.

1. INTRODUCCIÓN

En las últimas décadas ha tenido lugar una construcción masiva de todo tipo de infraestructuras para transporte, tanto por carretera como ferroviarias. Entre ellas destacan los viaductos por la complejidad técnica y el impacto económico que acompaña su construcción. Entre los diferentes tipos de puentes existentes, este trabajo se centra en los basados en postensados, aunque presentan problemas comunes con los atirantados. En efecto, si bien las solicitaciones son diferentes en ambas tipologías, en el primero las cargas dominantes son las de tipo estático aplicadas en el tensado mientras que en los atirantados cobra especial importancia las cargas de fatiga [1]. Tanto los puentes postensados como los atirantados tienen una larga trayectoria de funcionamiento (entre 30 y 50 años). Durante los periodos de servicio se han detectado deficiencias, procedentes del diseño, y el efecto de los procesos de corrosión sobre ambas tipologías. En algunos casos se han llegado a producir colapsos y, en cualquier caso, existe una amplia experiencia en cuanto a diagnóstico y reparación a lo largo del periodo de vida. El elemento clave para la conservación de los puentes de

acero pretensado es la protección de los cables de acero frente a la corrosión y la fragilización. Una de las mayores dificultades a las que se enfrentan los responsables de infraestructuras consiste en detectar la acción de la corrosión y evaluar su posible efecto sobre las características mecánicas de los aceros, sin desmontar la infraestructura. Por ello, el disponer de material extraído de puentes durante las labores de reparación, es una oportunidad de conocer el estado real de este material tras el daño mecánico y ambiental al que ha estado expuesto.

Los aceros trefilados de alta resistencia juegan un papel clave en la construcción de los puentes modernos. Sin embargo, por efecto del tiempo, estos sufren degradación por corrosión causando pérdidas de seguridad y accidentes. Conocer los efectos de la corrosión el comportamiento de los cables de este tipo de infraestructura en un reto para ingenieros y científicos en los últimos años. En este línea se han realizados numerosas publicaciones que abordan tanto el comportamiento estructural ,Integridad estructural, del componente como los aspectos metalúrgicos. Un ejemplo se muestra en [1] donde se analiza también el efecto de la pérdida de sección por corrosión y su efecto sobre la fatiga de cables de 7 alambres galvanizados.

Una reciente publicación [2] se analiza el efecto de la acción de las mordazas y de la pérdida de la capa de galvanizado en el comportamiento frente a fatiga; en ese mismo trabajo se recoge un buen resumen de daños relatados en puentes atirantados, entre ellos se menciona las causas de colapso del puente de Polcevera en 2018 [3] debido a la combinación de efectos de corrosión y fatiga. El trabajo presentado en [4] también aborda el caso de un puente atirantado reparado tas 30 años de servicio; en el mismo se compara el riesgo de SCC en puentes atirantados frente a postensados. También se analiza el daño producido en cables por efecto de la corrosión.

En [5] se analiza la acción de la corrosión sobre alambres simultáneamente a la acción de carga de tracción, se aprecia una intensificación de la corrosión al aumentar la tensión. También se muestra la relación entre pérdida másica y propiedades mecánicas. En esta línea se propone el empleo de la norma ASTM G49-94 [6]. La referencia [7] propone este tipo de correlación, ofreciendo buenos resultados en cuanto a la variación de ductilidad, no tanto en relación a tensiones.

Las referencias [8,9] se ocupan del efecto del mal llenado de los conductos de protección de los torones de estructuras postensadas sobre la corrosión.

El presente trabajo analiza el estado de degradación de los cables internos de un puente postesado de sección cajón, que fueron desmontados para su sustitución como consecuencia del deficiente estado de conservación que presentaban, tras aproximadamente 25 años en servicio. Se trata de viaductos constituidos por vanos de 45 m de longitud e isostáticos. El tablero se materializa mediante cajón de hormigón. El viaducto se estructura mediante dovelas prefabricadas sin armaduras pasivas y con postesado exterior que sustenta las dovelas. El sistema de postesado consta de seis tendones de 31 cordones de 0.6" de diámetro y dos tendones de 24 cordones de 0.6" desnudos instalados en el interior de vainas de PEAD inyectadas con lechada de cemento.

Los cordones que se emplean la estructuras postensada se compones de alambres de alta resistencia. Cada cordón esta compuesto por siete alambres, seis de ellos enrollados en forma de hélice alrededor del alambre central. El cable se clasifica dentro del tipo Grado 1860 MPa de baja relajación [11]. Las dimensiones mas comunes presentan un tamaño nominal de 12,7mm y 15,2 mm de diámetro, (sus áreas respectivas son 99 y 140 mm2 respectivamente).

El tipo de acero empleado en la fabricación de los alambres presenta una composición cercana a la eutectoide con un proceso de trefilado y estabilización posterior. Estas características metalúrgicas proporcionan al material una adecuada resistencia frente a procesos de CBT y fragilización por hidrógeno [10] Sin embargo, debido a que la susceptibilidad a dichos procesos de deterioro aumenta con la resistencia a tracción, si los cables pueden encontrarse expuestos a condiciones ambientales adversas deben tomarse precauciones para aumentar su protección.

Los tendones empleados en elementos postensados y pretensados no soportan cargas cíclicas de suficiente entidad para provocar problemas de fatiga. Este proceso es más significativo en puentes de tipo atirantado.

El grout de cemento proporciona un ambiente pasivo alrededor de los cables que protege los mismos frente a los efectos de la corrosión. La protección adecuada comienza con un adecuado llenado de las conductos en los que se alojan los tendones. El componente primario del grout es cemento Portland (Tipo I y II)(ASTM C150/150M), si bien pueden venir acompañado de otros productos para mejorar ciertas propiedades,; el cemento de escorias puede mejorar la resistencia a ambientes agresivos. La adición de dry silica reduce la permebealidad. La relación agua/cemento debe contenerse por debajo de 0,45 para evitar la formación de bleed.



Figura 1. Sección de vigas cajón.

2. PLANTEAMIENTO DEL TRABAJO

En este trabajo se aborda la integridad de cordones procedentes de muestras extraídas tras 25 años en servicio. Es una oportunidad envidiable de conocer el estado real de este material tras el daño mecánico y ambiental al que ha estado expuesto. Los primeros trabajos descritos tratan de evaluar el comportamiento mecánico en función de la apariencia (acabado superficial) de los cordones, tratando de evitar en lo posible las extracciones. Sin embargo, este análisis resulta de escaso rigor y ofrece grandes dudas debido al carácter interpretativo. Aunque se parte de este planteamiento, en este trabajo se centra en la viabilidad en la continuidad de la estructura y no tanto en su condición actual. Para ello, se propone la realización de ensayos normalizados como son el de inmersión en CNS y los ensayos de CBT. Los ensayos de corrosión acelerada en cámara de niebla salina se realizan de acuerdo a la norma ASTM B-117-18, con una exposición al 100% de humedad con un ambiente al 5% de NaCl en peso y una duración de 30 días).

Los ensayos de CBT (FIP) se llevaron a término según la norma EN ISO 15630-3:2019, (disolución de tiocianato de amonio al 1N en agua destilada y 50°C de temperatura). Las muestras fueron solicitadas a una carga constante igual al 70% del límite elástico al 0,2% realizados sobre cables con diferente grado de deterioro procedentes de la obra reparada.

El estudio conjunto de las propiedades mecánicas en función de la apariencia y su variación tras la acción del ambiente aplicado durante el ensayo CNS, junto con los parámetros de durabilidad (obtenidos del ensayo FIP), y el análisis fractográfico permiten realizar una evaluación de integridad estructural prara cada elemento en función del estado de degradación.

La fragilización por hidrógeno es un factor que puede estar presente siempre ue coexisten un es tado tensional y un ambiente electrolítico. Es el caso que nos ocupa se ha encontrado zonas con disolución acusa que ha dado lugar a disminución local de pH. Por tanto debe considerarse el posible efecto fragilizador del hidrógeno por lo que, aparte de la fractografías se ha incluido un evaluación del contenido en hidrógeno en cada etapa de la investigación. El objetivo general del trabajo es metodología establecer una de estudio del comportamiento mecánico y de la integridad estructural de los cordones.

3. DESARROLLO EXPERIMENTAL

En primer lugar, se seleccionaron 24 muestras de cordones procedentes de emplazamientos elegidos por su representatividad. La muestras presentaban distinto grado de deterioro superficial

En primer lugar, se procedió a una limpieza superficial en la mayor profundidad posible mediante hidrolavadora con agua a presión de 100 bar, de cara a la eliminación de la mayor cantidad de mortero adherido e impurezas posible, seguida de un secado exhaustivo con aire a presión e inmersión en acetona. A continuación, se procedió a clasificar el nivel de daño superficial de los cordones en tres estados (ver Figura 2),

- Bueno: No se aprecia daño superficial. Puede observarse visualmente alguna picadura que no marca por tacto superficial.
- Regular: Se aprecia aumento de rugosidad con pérdida de la textura original pero sin pérdida de masa apreciable
- Malo: En este caso existe pérdida de masa con cráteres locales y restos de óxidos en superfice.



Figura 2. Clasificación según estado superficial: arriba Bueno, centro Regular, abajo Malo.

Las anteriormente citadas 24 muestras de cordón seleccionadas para los trabajos fueron distribuidas para los diferentes ensayos de caracterización. De las 24 muestras de cordón recibidas, 18 fueron seleccionadas para la caracterización de propiedades en tracción, comprobándose sus propiedades mecánicas en estado de recepción, así como la determinación de su contenido de hidrógeno.

Las 18 muestras de cordón seleccionadas para la caracterización en tracción, cuya longitud era de 1900 mm, se dividieron en dos tramos de 950 mm de longitud cada uno, utilizándose uno de ellos para los ensayos de tracción y contenido en hidrógeno. El segundo tramo se empleó para la caracterización del material tras inmersión en cámara de niebla salina (CNS) durante 30 días, siendo posteriormente ensayadas a tracción y determinación de contenido en hidrógeno.

Finalmente, 6 muestras distintas a las anteriores fueron empleadas para su caracterización en el ensayo de corrosión bajo tensión (CBT) acelerada y posterior análisis de contenido en hidrógeno (6 correspondían a muestras identificadas y 1 carecía de identificación). Las muestras se seccionaron a una longitud de 1600mm, guardando el sobrante en reserva.

4. RESULTADOS

4.1. Comportamiento mecánico, análisis fractográfico y contenido en hidrógeno

Los ensayos de tracción fueron desarrollados según la normativa UNE-36094, determinándose las principales propiedades mecánicas: límite elástico, resistencia a tracción, módulo de elasticidad y deformación bajo carga máxima entre otras. La determinación del contenido en hidrógeno mediante el método de extracción en caliente tomando la media de 5 análisis como resultado.

El análisis fractográfico de cada uno de los cordones fue llevado a cabo mediante microscopía electrónica de barrido (SEM). En el caso de rotura de un primer alambre y no del resto se analizó este (el más débil o contenedor de un mayor defecto), y en el caso de rotura de varios (o todos) los alambres del cordón se analizaron el alambre central (si hubiera sufrido rotura) y uno o dos alambres exteriores donde se apreció el mayor daño.

En la Figura 3 Puede observarse como de las 18 muestras consideradas, 13 superaron los requerimientos de la norma UNE-36094, mientras que 5 no lo hicieron. En la mayoría de los casos, 4 de 5, las muestras que no superaron los requerimientos fueron aquellas que presentaban un aspecto superficial con zonas en las que se podían encontrar importantes defectos de corrosión en uno o varios alambres con importantes pérdidas de sección.

Como muestran las figuras siguientes Figura 4), aunque las cargas de rotura se vieron reducidas en todos los casos donde no se cumplieron los requerimientos de la normativa, el parámetro más afectado en estos casos fue la deformación bajo carga máxima. Como muestran las gráficas de comportamiento fuerza-deformación y la macrografía, en la mayor parte de casos el material no llegó ni a entrar en régimen plástico antes de romper con unas deformaciones inferiores al 1%, mientras que en los cordones cuyos parámetros mecánicos se mostraros acordes a los requerimientos de la norma se alcanzaron deformaciones del orden de 5-6%.

Por su parte, aquellos cordones ensayados a tracción tras la exposición a CNS mostraron un comportamiento similar. 7 de las 8 muestras consideradas cumplieron los requerimientos a tracción, correspondientes con muestras que también lo hicieron antes de ser sometidas a CNS, mientras que la muestra que no cumplió se trataba de la mitad homóloga a la que tampoco lo hizo antes de ser sometida a CNS.



Figura 3 Resultados de carga de rotura de cordones ensayados a tracción (antes y después de CNS).



Figura 4. Resultados de deformación de cordones ensayados a tracción (antes y después de CNS).

Las figuras siguientes muestran la comparación de los principales parámetros mecánicos en ambos casos. Puede observarse como, a pesar de que las muestras con aspecto superficial "Bueno" han pasado a tenerlo "Regular" esto no ha afectado a sus propiedades mecánicas, ya que no se han producido pérdidas de material apreciables. Igualmente, los contenidos en hidrógeno han sido más elevados en todos los casos: en algunos sensiblemente superiores y en otros una considerable cuantía superiores. Los cordones que cumplieron con los parámetros mecánicos requeridos tuvieron un contenido en hidrógeno (media de 5 medidas) por regla general menor que aquellos que no cumplieron (hay alguna excepción). Además, en las 5 muestras que no cumplieron, en una segunda instancia, se llevó a cabo la determinación del contenido de hidrógeno en la zona de la rotura, con el objeto de conocer el contenido local que pudo haberla provocado, obteniéndose en todos los casos valores muy superiores a los obtenidos de una zona cualquiera del cordón (que lo representa de forma general). De ello puede desprenderse que son estas zonas locales con defectos de mayor índole las que juegan el papel determinante en la rotura, más allá del estado general del cordón, pues será la presencia de "un eslabón más débil" el que cause el fallo del cordón.

Por su parte, las 8 muestras sometidas al ambiente de CNS presentaron unos contenidos en hidrógeno superiores a los de sus mitades análogas que no lo fueron (las ensayadas a tracción).



Figura 5. Resultados del contenido en hidrógeno de los cordones ensayados a tracción

4.2. Ensayos de Corrosión Bajo Tensión

El requisito en este caso es que la media, o la mediana según se considere, del tiempo que los cordones resistan la exposición al citado ambiente sea superior a 5 horas, es decir 18000 segundos. Sólo una de las muestras superó el requisito de forma unitaria, y los valores medio y mediano obtenidos fueron de 10491 s y 7365, que distan bastante del citado requisito exigido.

Respecto a los contenidos en hidrógeno, los valores hallados en todos los casos se mantuvieron en un entrono constante de entre 10 y 12 ppm, no siendo especialmente más elevados que los que los de aquellos no expuestos a este ambiente, tal como se muestra en la Figura 6 siguiente.

Nuevamente es este caso, de cada uno de los cordones ensayados en CBT se llevó a cabo un análisis mediante técnicas SEM los alambres rotos con la carga correspondiente al 70% de límite elástico. En el caso de rotura de un sólo alambre y no del resto se analizó este (el más débil o contenedor de un mayor defecto), y en el caso de rotura de varios (o todos) los alambres del cordón se analizaron el alambre central (si hubiera sufrido rotura) y uno o dos alambres exteriores donde se apreció el mayor daño. La Figura 7 muestra la fractografía de la superfície de rotura; el análisis consta de una macrografía general.



Figura 6. Resultados del contenido en hidrógeno de los cordones ensayados en CBT.



Figura 7. Imágenes tras ensayo de CBT cordón VG-V9 T2-MC nº1. Sup.: alambre lateral. Inf.: alambre lateral con mínima sección.

4.3. Evaluación de la integridad estructural de cordones La rotura prematura de cables que ha tenido lugar durante el ensayo de tracción se debe a la presencia de alambres con grandes pérdidas de sección por corrosión. Con el objetivo de establecer la causa final del fallo se ha analizado el segundo alambre roto del cordón T4, obteniendo los supuestos que se recogen en la Figura 8. A partir de los análisis puede observarse que:

- Empleado un valor "realista" de tenacidad a fractura (50 MPa·m0.5), el FAD no reproduce adecuadamente las condiciones de rotura observadas.
- Hay que emplear valores de tenacidad en el entorno de 200 MPa·m0.5 para que el punto de análisis se ubique en las proximidades de la línea de fallo. Estos valores no son realistas, más teniendo en cuenta la posible fragilización del material.
- El punto de análisis sí presenta valores razonables de Lr (aproximadamente iguales a Lr_{max}).



Figura 8. Análisis de fallo mediante FAD cordón T4.

De todo lo anterior se desprende que, para los casos analizados, la hipótesis de asimilar los defectos de gran pérdida de sección por corrosión a una fisura no parece acertada. Por el contrario, si se atiende al exclusivamente al criterio de colapso plástico de la sección (evaluado mediante comparación de Lr y Lr_{max}), los resultados sí que parecen razonables. Es decir que, en estos casos, como se observó en los ensayos de tracción, el fallo se explica por plastificación de la sección remanente, mermada considerablemente por estos defectos de corrosión. Debe notarse que esta plastificación no tiene lugar en toda la extensión del cordón, sino localmente en la zona del alambre que contiene el defecto, por lo que a escala macroscópica (lo que puede verse en obra) la deformación total del cordón es despreciable. Sin embargo, esta plastificación local es suficiente para causar la rotura del alambre, e incluso del cordón si son coincidentes varios de ellos con pérdidas de material en la misma zona. Esto es de vital importancia ya que los cordones con esta defectología "rompen sin avisar", es decir, sin que las medidas de deformación macroscópica del cordón puedan detectarla.

En el caso de aquellas roturas inducidas por un agrietamiento subcrítico sobrevenido por ambiente agresivo a partir de defectos de corrosión más superficiales se han considerado tres valores de fisura subcrítica de 0,25 mm, 0,5 mm y 1 mm posibles causantes del fallo, aplicando una carga del 70% de la resistencia a tracción de los cordones (como se hizo en los ensayos de CBT), tal como se recoge en la Figura 9. Es decir, en esta ocasión se han planteado tres hipótesis de tamaño de fisura y se ha calculado la tenacidad que tendría que tener el material para que se produzca el fallo con ellas aplicando la misma carga de rotura; ello con el objetivo de ver cual de los tamaños de grieta da como resultado una rotura para un valor de tenacidad típico de estos aceros de cordón de pretensar que están siendo considerados.



Figura 9. Análisis de fallo mediante FAD de cordón sometido a las condiciones del ensayo CBT.

En vista de ello, asumiendo como referencia valores de tenacidad en los entornos de 80 MPa·m0,5 para este tipo de materiales (trabajos J. Toribio), se confirma que las grietas subcríticas que excedan más allá de 0,5-0,7 mm, estarían en condiciones de ser causantes de procesos gobernados por la fractura frágil, tal como ocurre en los ensayos de CBT llevados a cabo.

Se han comparado las superficies de fractura de los alambres rotos en servicio con los que fallaron durante el ensayo de CBT. Las morfologías observadas en ambas muestran, a pesar de la oxidación y corrosión experimentada por el cordón roto en servicio, un aspecto muy similar consistente en fracturas cuasi-frágiles producidas antes de la plastificación general (Figura 10). Si se aplica el análisis anterior a los cordones sometidos a CBT, debe considerarse la coexistencia de dos efectos simultáneos:

- En los contextos donde existe un ambiente corrosivo llegan a producirse pérdidas de material suficientes para producir fallo en el dominio del colapso plástico. Entendiendo como tal el que sucede a escala local de la zona del defecto (no a escala macroscópica del cordón, como ya se ha comentado). Es decir, se amplifica el tamaño del defecto.
- Al mismo tiempo, el efecto del ambiente, que da lugar a la pérdida de sección, produce un cierto grado de fragilización que se manifiesta en forma de propagación subcrítica. Es decir, la fragilización implica una reducción en las propiedades en fractura.



Figura 10. Macrografía de muestra. Sup.: rota en servicio; Inf.: rota en ensayo CBT.

5. CONCLUSIONES

Se ha realizado una clasificación de los cordones en tres niveles de daño según su apariencia superficial: bueno, regular y malo. Los niveles bueno y regular no presentaron mermas de comportamiento en tracción, cumpliéndose los requerimientos mecánicos normativos; los clasificados como malo no los superan.

No se han apreciado fenómenos de fatiga en ningún caso. El modo de fallo en servicio fue debido a colapso plástico de la sección remanente debilitada de un material con cierto nivel de fragilización. La rotura última de los cordones se genera a partir de un defecto producido por corrosión y no por un crecimiento de físura (fisuración por el ambiente).

En este modo de fallo no se producen deformaciones a escala macroscópica del cordón lo suficientemente grandes como para ser detectadas en obra: el cordón rompe "sin avisar" cuando se dan defectos en varios alambres en una misma zona, sin que la instrumentación detecte grandes variaciones de longitud del cordón completo. Por todo ello, el ensayo de tracción no puede representar de manera absoluta la condición real del cordón en obra, dado que las zonas más representativas de un cordón, las clasificadas como "malo", no pueden ensayarse, usándose otras menos dañadas considerados "regular" o "bueno".

Los ensayos de CBT se han mostrado como los más representativos al incorporar condiciones similares a las pésimas sufridas por los cordones durante su estado en servicio. Los ensayos CNS han mostrado capacidad para acelerar el deterioro superficial de los cordones, pero sin afectar al comportamiento mecánico.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer a las empresas a cargo de los trabajos de reparación la confianza depositada en ellos para las labores de análisis llevadas a cabo.

REFERENCIAS

- [1] J. A. Alvarez, R. Lacalle, B. Arroyo, J. Sainz-Aja, I. Sosa, A. Alonso, 2017. Procedia Structural Integrity 5, 55-62. https://doi.org/10.1016/j.prostr.2017.07.062
- [2] Mihaela Iordachescu, Andres Valiente, Maricely De Abreu, Engineering Failure Analysis 125 (2021) 105437
- [3] M. Morgese, F. Ansari, M. Domaneschi, G.P. Cimellaro, Postcollapse analysis of Morandi's Polcevera viaduct in Genoa Italy, Journal of Civil Structural Health Monitoring 10 (2020) 69–85, https://doi.org/10.1007/s13349-019-00370-7.
- [4] Andrés Valiente, Mihaela Iordachescu, Antonio Aznar, Maricely de Abreu, Construction and Building Materials 285 (2021) 122945
- [5] Materials 2019, 12, 753; doi:10.3390/ma12050753
- [6] ASTM G49/94, standard guide for examination and evaluation pitting corrosión, ASTM Int. PA, USA, 2005
- [7] Chi-Ho Jeon, Duy Nguyen, Chang-Su Shimm, Assessment of mechanical properties of corroded prestresssing strands; Applied Sciences, 2020
- [8]Xuhui Zhang, Lei Wang, Jianren Zhang, Yongming Liu Construction and Building Materials 134 (2017) 7–17
- [9] Lei Wang , Ju Yi , Jianren Zhang , Youbao Jiang , Xuhui Zhang Construction and Building Materials 153 (2017) 598–606
- [10] J. Toribio, D. Vergara y M.Lorenzo Theoretical and Applied fracture Mechanics 90 (2017) 276-286.
- [11] EN ISO 15630-3:2019